STANOVENIE MIERY OSLABENIA ZÁVESU POMOCOU DYNAMICKÉHO MERANIA

DETERMINANTION OF CABLE WEAKENING USING DYNAMIC MEASUREMENT

Kristína Bezručová^{*,1}, Radim Nečas¹

^{*}bezrucova.k@fce.vutbr.cz

¹Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav betonových a zděných konstrukcí, Veverí 331/95, 602 00 Brno, Česká Republika

Abstrakt

Článek pojednává o možnostech merania dynamickej odozvy závesov na budenie impulzom. Uvedené sú základné vzťahy medzi silou v lane a vlastnou frekvenciou kmitania závesu a podmienky použitia týchto vzťahov na skutočnej konštrukcii.

Poznatky sú následne aplikované na lávke pre chodcov v meste Napajedla. Cieľom merania bolo stanovenie veľkosti sily v závesoch, zhodnotenie ich stavu a namáhania na základe dynamickej odozvy.

Klíčová slova

Kmitanie strún, vlastné frekvencie, sila v závese, oslabenie prierezu, lávka pre peších

Abstract

Paper discusses the possibilities of measuring the dynamic response of cables to impulse excitation. Basic relations between cable force and natural frequency of cable and conditions of use on real structures are mentioned.

Methods are applied on a pedestrian bridge in Napajedla. The aim of the measurement was to determine the cable force and to evaluate their condition and stress based on the dynamic response.

Key words

String oscilation, natural frequencies, cable force, cross - sectional weakening, pedestrian bridge

1 ÚVOD

Diagnostika mostných objektov za účelom stanovenia ich skutočného stavu, možných porúch a rozdelenia napätosti v konštrukcii je disciplína potrebná k zabezpečeniu ich bezpečného fungovania a cesta k predĺženiu ich životnosti.

Jednou z možných nedeštruktívnych metód pre zhodnotenie stavu konštrukcie je meranie jej dynamickej odozvy a následné stanovenie modálnych parametrov. Pretože modálne parametre konštrukcie nesú informáciu o jej napätosti, rozložení hmoty a okrajových podmienkach, zmena v statickom pôsobení konštrukcie sa prejaví v zmene modálnych parametrov.

Na diagnostiku závesov je možné použiť metódu využívajúcu vzťah medzi vlastnou frekvenciou predopnutej struny, prierezovými a materiálovými charakteristikami a predpínacou silou.

Zhodnotenie stavu závesu tak spočíva v ich vybudení, zaznamenaní odozvy, vyhodnotení vlastných frekvencií závesu a následnej analýze ich stavu na základe známych vzťahov.

Táto metóda zameraná na stanovenie síl v závesoch a odhad miery ich oslabenia bola použitá na lávke pre chodcov v meste Napajedla.

2 TEÓRIA KMITANIA ZÁVESOV

Vzťahy pre výpočet sily v závese

Modálne parametre - vlastné tvary a frekvencie podávajú u konštrukcií ako celku informáciu o jej stave, ako je rozloženie hmoty a spôsob podoprenia. Podobne, dynamická odozva závesov nesie informáciu o ich parametroch - dĺžke, hmotnosti, priereze a napätosti.

Medzi vlastnou frekvenciou kmitania závesu, silou v ňom a jeho ďalšími charakteristikami tak existuje priama závislosť. Pre stanovenie vzťahu medzi jednotlivými veličinami sa používajú rôzne zjednodušenia a predpoklady [1],[2] ktoré vedú na niekoľko jednoduchých vzorcov pre určité typy idealizácie závesu [3].

Základnými spôsobmi idealizácie sú lano (bez ohybovej tuhosti) alebo nosník (s ohybovou tuhosťou), s uvážením tlmenia alebo bez. Nosník sa uvažuje podoprený obojstranne kĺbovo alebo s votknutím.

Vzťah pre výpočet predpínacej sily v netlmenej strune:

$$F = \frac{4f_n^2 \mu l^2}{n^2} \quad (1)$$

Vzťah pre výpočet predpínacej sily v tlmenej strune:

$$F = \frac{4f_{nt}^2 \mu l^2}{n^2} \cdot \frac{1}{1 - \zeta^2} \quad (2)$$

Vzťah pre výpočet predpínacej sily v netlmenom obojstranne kĺbovo uloženom nosníku:

$$F = \frac{4l^2 \rho A}{n^2} \cdot \left(f_n^2 - \frac{n^4 \pi^2 EI}{4l^4 \rho A} \right) \quad (3)$$

Vzťah pre výpočet predpínacej sily v netlmenom obojstranne votknutom nosníku:

$$F = \frac{(\sqrt{|t^2 - 4yz|} \pm t)^2}{4y^2} \quad (4)$$

$$t = f_n - \frac{n}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad (5)$$

$$y = \frac{n}{2l\sqrt{\rho A}} \quad (6)$$

$$z = \frac{n}{2l\sqrt{\rho A}} \left(4 + \frac{n^2 \pi^2}{2} \right) \frac{EI}{l^2} \quad (7)$$

kde F [N] značí predpínicu silu, f_n [Hz] n -tú vlastnú frekvenciu priečného kmitania závesu, n [-] poradové číslo vlastnej frekvencie, l [m] kmitajúcu dĺžku závesu, A [m²] prierezovú plochu závesu, I [m⁴] moment zotrvačnosti závesu, ρ [kg/m³] objemovú hmotnosť závesu, E [Pa] modul pružnosti závesu, $\mu = \rho \cdot A$ hmotnosť závesu na meter dĺžky, ζ [-] pomerový útlm.

Použitie na skutočných konštrukciách

Uvedené vzťahy (1), (2), (3), (4) je možné pre výpočet predpínacej sily v závese použiť v prípade, že sú známe všetky ostatné parametre - charakteristiky priečného rezu, kmitajúca dĺžka závesu, jeho hmotnosť a tlmenie.

Na skutočných konštrukciách však môže v dôsledku dlhodobých javov (dotvarovanie, zmrašťovanie, relaxácia) dôjsť k prerozdeleniu síl v závesoch, prípadne k poškodeniu závesu a oslabeniu jeho priečného rezu, napríklad koróziou. Pokiaľ niektoré z uvedených parametrov nie sú známe, predpínicu silu nie je možné bez ďalších predpokladov stanoviť.

Z hľadiska diagnostiky však samotná znalosť hodnoty vlastnej frekvencie, pri zavedení pomocných predpokladov podáva informáciu o stave závesu na jestvujúcej konštrukcii.

Predpokladmi pre ďalší výpočet je odhadnutie stavu závesov. Z krátkodobého hľadiska existuje niekoľko možností:

- prierezové charakteristiky závesov sú známe a vyčísliteľné (závesy sú bez poškodenia priečného rezu, prípadne je známa miera ich poškodenia);
- prierezové charakteristiky závesov nie sú známe.

Prvý predpoklad zavádza podmienku $\mu = \text{konšt.}$ Silu v závese je potom možné dopočítať.

Za predpokladu neznámych prierezových charakteristík je na konštrukciách s viacerými závesmi rovnakej dĺžky a s rovnakou mernou hmotnosťou μ možné vzájomným porovnaním vlastných frekvencií jednotlivých závesov stanoviť rozdelenie síl v nich.

V špeciálnom prípade, kedy sila v závese je známa (pri poškodení závesu dochádza iba k zmene napätia v materiáli závesu, nie k redistribúcii síl), je zo známej sily F a zmeranej vlastnej frekvencie možné stanoviť prierezové charakteristiky.

Na skutočnej konštrukcii nejde použiť oba predpoklady zároveň. Znamenalo by to, že vyššia frekvencia označuje buď nepoškodený záves z hľadiska priečného rezu s vyššou predpínacou silou, alebo záves s istou mierou poškodenia a neznámou silou v ňom.

Pri súčasnej neznalosti miery poškodenia závesu a sily v ňom, je dynamické meranie vlastných frekvencií možné použiť pre sledovanie zmien z dlhodobého hľadiska. Opäť existujú dve možnosti:

- prierezové charakteristiky závesov sa v čase nemenia (nedochádza k degradácii priečného rezu),
- sila v závese sa v čase nemení, môžu sa meniť prierezové charakteristiky.

V prípade konštantných prierezových charakteristík ($\mu = \text{konšt.}$) je možné zmenou vlastnej frekvencie stanoviť zmenu silového namáhania - zmena sily je daná pomerom kvadrátu vlastných frekvencií.

Pokiaľ sila v závese zostáva v čase konštantná $F = \text{konšt.}$ (pri poškodení závesu dochádza iba k zmene napätia), poškodením priečného rezu sa zmenší hodnota mernej hmotnosti μ . Z uvedených vzťahov je vidieť, že tým nutne stúpne vlastná frekvencia závesu. Zmena vlastnej frekvencie tak indikuje zmenu poškodenia. Mieru zmeny poškodenia je rovnako možné stanoviť z pomeru kvadrátu vlastných frekvencií.

3 DYNAMICKÉ MERANIE NA LÁVKE V NAPAJEDLÍCH

Dynamické meranie závesov za účelom stanovenia silového namáhania a zhodnotenia miery poškodenia závesov bolo použité na zavesenej lávke pre chodcov cez rieku Moravu v meste Napajedla (Obr. 1).

Popis konštrukcie

Meraná konštrukcia je zavesená lávka pre chodcov s tromi poľami s rozpätím 16,965 m - 35,970 m - 16,705 m.

Obr. 1 Meraná konštrukcia - lávka cez Moravu v Napajedle.

Hlavnú nosnú konštrukciu meranej lávky tvorí štvorica hlavných oceľových nosníkov a 16 nosných lán s priemerom 25 mm (lano 35,5 ČSN 02 4313.31). Lano je tvorené jednotlivými drôťmi 1 + 6 + 12 + 18 s priemerom 3,75 mm (duša) a 3,55 mm (drôty vo vrstvách). Laná sú kotvené v oceľových prípravkoch na krajných hlavných nosníkoch. Cez pylóny tvorené priehradovou konštrukciou výšky 4,85 m sú vedené cez oceľové sedlá.

Hlavné nosníky sú vzájomne spojené a stužené priečnikmi, ktoré roznášajú zaťaženie zo stredných hlavných nosníkov do krajných hlavných nosníkov a vytvárajú rošt. Uprostred stredného poľa lávky sú dva priečniky prenášajúce zaťaženie z hlavných nosníkov do zavesených lán.

Za účelom stanovenia stavu lán a miery ich oslabenia bola prevedená nedeštruktívna kontrola oceľových lán spoločnosťou INWIRO [4]. Kontrolou lán bol konštatovaný maximálny korozívny úbytok na voľných úsekoch lán do 15 %, bez špecifikácie percenta korózie v jednotlivých lanách. Správa bližšie špecifikuje koróziu v mieste koncoviek (minimálne korozívne úbytky 10-40 %) a pylónov (vizuálne neboli zistené korozívne úbytky).

Meranie

Kmitanie závesov bolo zaznamenávané (Obr. 2) po dobu 150 s so vzorkovacou frekvenciou 1200 Hz snímačom zrýchlenia – akcelerometer B1, SEIKA Mikrosystemtechnik GmbH. Snímač bol umiestnený na závese v priečnom horizontálnom smere v mieste nenulovej výchylky niektorého z prvých vlastných tvarov závesu, 4 m od kotvy závesu na hlavnom nosníku. Snímač bol na záves uchytený pomocou oceľovej svorky s rovnou plochou na umiestnenie snímača.

Obr. 2 Časový záznam kmitania závesu Z1.

Závesy boli pre účely merania číslované podľa schémy na Obr. 3.

Obr. 3 Označenie závesov.

4 VÝSLEDKY

Záznamy kmitania sú podrobené frekvenčnej analýze v softvéri Nextview 4.

Parametre závesov sú uvažované nasledovne: modul pružnosti $E = 150 \text{ GPa}$ [7], menovitá hmotnosť lana $\mu = 2,88 \text{ kg/m}$, prierezová plocha lana $A_{100} = 367,3 \text{ mm}^2$ a moment zotrvačnosti prierezu závesu $I_{100} = 14059,15 \text{ mm}^4$. Uvedené charakteristiky zodpovedajú neporušenému lanu bez poškodenia koróziou.

Oslabenie závesov koróziou je uvažované jednotne v hodnote 15 %, náhradný prierez lana je stanovený ako $A_{85} = 0,85 \cdot 367,3 \text{ mm}^2$ a moment zotrvačnosti ako $I_{85} = 0,85 \cdot 14059,15 \text{ mm}^4$.

Hmotnosť lana bola stanovená za predpokladu objemovej tiaže oceli $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$. Voľná kmitajúca dĺžka $l = 17 \text{ m}$ bola stanovená ako dĺžka lana medzi kotevným prípravkom a počiatkom oceľového sedla pylónu.

Vo výpočtoch sú vzhľadom k nízkym hodnotám pomerného útlmu použité vzťahy pre netlmené kmitanie.

Stanovené vlastné frekvencie

Frekvenčná analýza kmitania závesov je prevedená metódou rýchlej Fourierovej transformácie [5] s priemerovaním za použitia Hanningovho časového okna [6]. Rozlišovací krok frekvencie je $\Delta f = 0,02034505$ Hz.

Vlastné frekvencie závesov sú určené ako vrcholy vo frekvenčnom spektre (Obr. 4)

Obr. 4 Frekvenčné spektrum závesu Z1.

Vlastné frekvencie sú uvedené v Tab. 1. Maximálna prvá vlastná frekvencia je 5,107 Hz, minimálna 4,537 Hz.

Tab. 1 Prvé vlastné frekvencie závesov lávky pre chodcov v Napajedlách.

Záves	Frek. [Hz]	Záves	Frek. [Hz]	Záves	Frek. [Hz]	Záves	Frek. [Hz]
Z1	5,107	Z5	5,086	Z9	4,537	Z13	4,557
Z2	5,046	Z6	5,086	Z10	4,781	Z14	4,557
Z3	5,005	Z7	4,985	Z11	5,005	Z15	4,871
Z4	4,924	Z8	4,883	Z12	4,618	Z16	4,598

Výpočet síl v závesoch

Sily v závesoch (Tab. 2) sú stanovené z prvých vlastných frekvencií priečného kmitania závesov za predpokladu, že záves nie je nijak poškodený (F_{100} , parametre A_{100} , I_{100}), prípadne, že je oslabený o 15 % (F_{85} , parametre A_{85} , I_{85}), viď [4]. Pre výpočet je použitý vzťah pre netlmený obojstranne votknutý nosník (4).

Tab. 2 Vypočítané sily v závesoch.

Záves	F ₁₀₀ [kN]	F ₈₅ [kN]	Záves	F ₁₀₀ [kN]	F ₈₅ [kN]	Záves	F ₁₀₀ [kN]	F ₈₅ [kN]	Záves	F ₁₀₀ [kN]	F ₈₅ [kN]
Z1	83,6	71,1	Z5	82,9	70,5	Z9	65,7	55,8	Z13	66,3	56,3
Z2	81,6	69,4	Z6	82,9	70,5	Z10	73,1	62,1	Z14	66,3	56,3
Z3	80,3	68,2	Z7	79,6	67,7	Z11	80,3	68,2	Z15	73,1	62,1
Z4	77,6	66,0	Z8	76,3	64,9	Z12	68,1	57,9	Z16	67,5	57,4

Maximálna sila pre plný prierez závesu je 83,6 kN (záves Z1), minimálna 65,7 kN (záves Z9).

Maximálna sila pre prierez závesu oslabený o 15 % je 71,1 kN (záves Z1), minimálna 55,8 kN (záves Z9).

Stanovenie oslabenej plochy prierezu

Vzhľadom ku geometrii konštrukcie (rovnaká dĺžka a uhol použitých závesov, spôsob ukotvenia v hlavných nosníkoch a uloženie na pylóny, symetria okolo pozdĺžnej osi) sú závesy v ideálnom prípade namáhané rovnakou silou. Je teda možné zaviesť predpoklad o konštantnej sile F_s v závesoch a stanoviť mieru oslabenia priečného rezu.

Výpočet oslabenej plochy A_{osl} prierezu (Tab. 3) bol prevedený za predpokladu sily $F_s = 68,6$ kN rovnkej minimálnej sile v lane stanovenej zo vzťahu pre netlmenú strunu (1) pre záves s minimálnou frekvenciou - Z09.

Tab. 3 Vypočítaná oslabená plocha prierezu závesu.

Záves	A_{osl} [mm ²]	ΔA [%]	Záves	A_{osl} [mm ²]	ΔA [%]	Záves	A_{osl} [mm ²]	ΔA [%]	Záves	A_{osl} [mm ²]	ΔA [%]
Z1	289,9	21,1	Z5	292,3	20,4	Z9	367,3	0,0	Z13	364,1	0,9
Z2	296,9	19,2	Z6	292,3	20,4	Z10	330,8	9,9	Z14	364,1	0,9
Z3	301,8	17,8	Z7	304,2	17,2	Z11	301,8	17,8	Z15	330,8	9,9
Z4	311,8	15,1	Z8	317,1	13,7	Z12	354,5	3,5	Z16	357,6	2,6

Zhodnotenie výsledkov

Z tabuľky vlastných frekvencií (Tab. 1) je viditeľný rozdiel medzi maximálnou a minimálnou prvou vlastnou frekvenciou v hodnote 0,57 Hz, čo zodpovedá 11,16 %.

Tento rozdiel vlastných frekvencií sa prejaví rozdielom maximálnej a minimálnej sily až o 21,5 % (pri výpočte s uvažovaním korózie aj bez).

Celkovo sa možná hodnota síl v závesoch pohybuje medzi 55,8 kN (minimum s uvažovaním korózie) a 83,6 kN (maximum bez korózie). Vzhľadom k minimálnej sile je rozdiel síl takmer 50 %.

Minimálna náhradná plocha prierezu závesu, vychádza (viz 2) v závese s maximálnou frekvenciou (Z1). Maximálny rozdiel medzi nepoškodenou a oslabenou plochou prierezu je 21,1 %. Pre záves s minimálnou frekvenciou (Z9) je náhradná plocha prierezu totožná s nepoškodenou, tento výsledok vychádza zo zavedeného predpokladu pre výpočet A_{osl} .

Na základe správy spoločnosti INWIRO [4], prevedených výpočtov a analýzy optimálneho statického pôsobenia konštrukcie, je možné predpokladať, že zmena vlastných frekvencií skôr indikuje oslabenie priečneho rezu, než redistribúciu síl v závesoch. Odhad oslabenej plochy prierezu do 21 % korešponduje s odhadnutou koróziou lán (15% na voľných úsekoch). Korózia v mieste koncoviek napomáha vytvoreniu klbového uloženia. To je pri výpočte oslabenia uvažované implicitne vzhľadom k použitiu vzťahu pre netlmenú strunu.

Správna interpretácia výsledkov je nutná v prípade zistenia kritickej hodnoty korózie jednotlivých lán a potrebe ich výmeny. Na základe stanovených odhadov oslabenej plochy prierezu je možné stanoviť poradie výmeny závesov. Aby nedošlo k preťaženiu najviac oslabených závesov pri výmene, poradie výmeny by bolo dané hodnotou vlastnej frekvencie od najvyššej k najnižšej.

5 ZÁVER

Z experimentálneho stanovenia síl a oslabenej plochy prierezu závesov je možné stanoviť niekoľko záverov.

Pomocou vzťahov medzi vlastnou frekvenciou závesu, prierezovými a materiálovými charakteristikami a silou v závese je možné stanoviť hodnotu predpínacej sily aj odhadnúť oslabenie priečneho rezu. Pre stanovenie oboch veličín je potreba zavedenia doplnujúcich predpokladov o stave kontrolovaných závesov.

Nesprávne zavedenie predpokladov a použitie vzťahov medzi jednotlivými veličinami môže viesť k paradoxným záverom. Výpočet sily v závese alebo prípadne oslabenie prierezovej plochy závesu je preto potreba uvažovať s ohľadom na predpokladané správanie a namáhanie konštrukcie v čase diagnostického prieskumu.

Pod'akovanie

Teoretické podklady pre prezentované výsledky boli získané za finančnej podpory z prostriedkov štátneho rozpočtu prostredníctvom TA ČR v rámci projektu CK01000042 „Upřesnění zbytkové únosnosti předpjatých mostů“.

Použité zdroje

- [1] BREPTA, Rudolf, František TUREK a Ladislav PŮST. Mechanické kmitání. Praha: Sobotáles, 1994. Česká matice technická (Sobotáles). ISBN 80-901-6848-5. Citace 2
- [2] GEIER, Roman, Guido DE ROECK a Johannes PETZ. Cable Force Determination for the Danube Channel Bridge in Vienna. Structural Engineering International. 03/2005n. 1.
- [3] NEČAS, Michael. Měření napětí v táhlech pomocí vlastních frekvencí. Praha, 2010. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [4] Inspekční zpráva č. 044-2021, Nedestruktivní kontrola ocelových lan, INWIRO s.r.o., 26.4.2021
- [5] SMITH, Steven W. The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing [online]. [cit. 2021-

- 12-5]. Dostupné z: <http://www.dspguide.com/pdfbook.htm>
- [6] BILOŠOVÁ, Alena. Aplikovaný mechanik jako součást týmů konstruktérů a vývojářů [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2012 [cit. 2019-08-28]. ISBN 978-80-248-2758-2. Dostupné z: <http://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebniopory/978-80-248-2758-2.pdf>
- [7] Prof. Ing. Stanislav Kmet', CSc. Novodobé lanové a membránové konstrukce, časopis Stavitelství, <https://www.asb-portal.cz/stavebnictvi/novodobe-lanove-a-membranove-konstrukce>