VLIV NELOKÁLNÍCH PARAMETRŮ MICROPLANE MODELU NA SIMULOVANOU ODEZVU TRÁMCE

INFLUENCE OF NON-LOCAL PARAMETERS OF MICROPLANE MODEL ON THE SIMULATED RESPONSE OF THE BEAM

Michal Vyhliďal^{*,1}

^{*}Michal.Vyhliďal@vutbr.cz

¹Vysoké ućení technické v Brně, Fakulta stavební, Veveří 331/95, Brno 602 00

Abstrakt

Príspevok sa zabyvá analýzou vlivu nelokálních parametrů Microplane modelu na simulovanou odezvu trámce z cementového kompozitu. Vliv těchto parametrů je analyzován u těles o rozměrech 40×40×160 mm se zářezem délky 12 mm a tloušťky 1 mm zkoušených v konfiguraci třibodového ohybu. Cílem práce je poukázat na vliv nelokálních parametrů microplane modelu na simulovanou lomovou odezvu i přes to, že jejich experimentální stanovení je v podstatě nemožné. Výsledky podrobné numerické analýzy ukazují, že vliv nelokálních parametrů je nezanedbatelný a obecně lze říct, že čím vyšší jejich hodnota je, tím vyšší simulovaná únosnost těles je dosažena.

Klíčová slova

Lomová zkouška, metoda konečných prvků, microplane model, nelokální parametry

Abstract

In this work, the influence of non-local parameters of microplane model for the case of specimens with nominal dimensions 40×40×160 mm with central edge notch with a depth of 12 mm and thickness of 1 mm, which are tested in three-point bending configuration, is analysed. The aim of this work is analysis of the influence of these parameters on the simulated behaviour of cement composite despite the fact that their experimental determination is basically impossible. The results of detailed numerical analysis show that the influence of non-local parameters is not negligible. In general, one can say that the higher their value is, the higher the simulated load bearing capacity of the specimens is achieved.

Key words

Fracture test, finite element method, microplane material model, non-local parameters

1 ÚVOD

Cementové kompozity, mezi které dozajista patří i beton, jakožto jejich nejznámější a nejpoužívanější zástupce, patří k široce používaným stavebním materiálům. Betonové konstrukce, jako jsou dálniční mosty, tunely, přehrady, chladicí věže jaderných elektráren, jsou součástí páteřní infrastruktury a měly by sloužit po mnoho generací. Při působícím zatížení vykazují tyto konstrukce mnohdy nelineární, přesněji kvazikřehké, chování – schopnost přenosu zatížení pokračuje i po překonání meze pružnosti až do meze pevnosti, po níž následuje pokles zatížení až do porušení, tzv. tahové změkčení [1]. Tradičně jsou betonové konstrukce navrhovány dle norem a předpisů (např. ČSN EN 1992-1-1 [2], fib Model Code 2010 [3] apod.), které jsou založeny na experimentálních a empirických vztazích vycházejících z teorie elasticity. Tento přístup je nicméně neudržitelný a v případě komplexních konstrukcí (např. složitá geometrie, nelineární kontaktní úlohy) může být i nebezpečný. Za tímto účelem je vhodné návrh ověřit výpočty pomocí metody konečných prvků s odpovídajícími materiálovými modely, které se snaží popsat materiálové chování výstižněji. Tyto modely ovšem kladou zvýšené nároky na materiálové parametry, které nejsou obsaženy v normách a jsou v mnoha případech obtížné stanovitelné i experimentálně.

Tento příspěvek se zabývá numerickou analýzou lomového chování betonového tělesa o rozměrech 40×40×160 mm se zářezem s využitím Microplane materiálového modelu [4], [5], resp. vlivu nelokálních parametrů tohoto modelu. Za tímto účelem byl analyzován 3D model vytvořený v SW Ansys, Inc [6].

2 SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ

Podstatou Microplane modelu je charakterizace konstitutivních zákonů pomocí vektorů napětí a přetvoření, namísto tenzorů druhého řádu. Původní myšlenka definice vztahů mezi vektory napětí a přetvoření působícími na plochách různé orientace vzešla z aplikace na polykrystalických kovech [7]. Prof. Bažant [8] později tento koncept rozvinul a pojmenoval jej Microplane model.

Podstata Microplane modelu

Klasické konstitutivní modely přímo pracují s prvky tenzoru napětí σ a přetvoření ε . Oproti tomu Microplane model [8] je definován jako vztah mezi napětím a přetvořením působícím na generované mikroplošce, která má libovolnou orientaci jednoznačně určenou normálovým vektorem n . Vektor přetvoření ε^n na mikroplošce je projekcí tenzoru přetvoření ε dle Rov. 1.

$$\varepsilon_i^n = \varepsilon_{ij} n_j \quad (1)$$

kde ε_i^n je vektor přetvoření na mikroplošce $[-]$, ε_{ij} složka tenzoru přetvoření $[-]$ a n_j je normálový vektor $[-]$.

Normálové přetvoření na mikroplošce je poté rovno (Rov. 2)

$$\varepsilon_N = n_i \varepsilon_i^n = n_i \varepsilon_{ij} n_j = N_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

kde ε_N je normálové přetvoření na mikroplošce $[-]$ a $N_{ij} = n_i n_j$ je normálový vektor.

Smyková přetvoření na mikroplošce ve zvolených směrech M a L jsou dána transformačními tenzory třetího řádu m a l . Vzhledem k symetrii tenzoru přetvoření je možno vztah pro smykové přetvoření ε_M a ε_L psát jako (Rov. 3 a Rov. 4):

$$\varepsilon_M = M_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (3)$$

$$\varepsilon_L = L_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (4)$$

kde ε_M a ε_L je smykové přetvoření $[-]$ a $M_{ij} = \frac{m_{inj} + m_{jni}}{2}$ a $L_{ij} = \frac{l_{inj} + l_{jni}}{2}$ jsou transformační tenzory. Ve skutečnosti jsou ε_N , ε_M a ε_L složky tenzoru přetvoření ε_{nn} , ε_{mm} a ε_{ll} s ohledem na lokální souřadný systém (n, m, l) .

Zbývající složky tenzoru přetvoření ε_{mn} , ε_{nl} a ε_{ml} nemají vliv na vektor napětí na mikroplošce s normálou n a jsou tedy zanedbány. Vzhledem k předchozím kinematickým podmínkám lze statickou ekvivalenci napětí mezi makroúrovni a mikroúrovni určit pouze přibližně za využití principu virtuálních prací, viz Rov. 5 [9]:

$$\frac{2\pi}{3} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} = \int_{\Omega} (\sigma_N \delta \varepsilon_N + \sigma_M \delta \varepsilon_M + \sigma_L \delta \varepsilon_L) d\Omega \quad (5)$$

kde integrál je přes všechny orientace mikroplošek, σ_{ij} jsou složky makroskopického tenzoru přetvoření [MPa], $\delta \varepsilon_{ij}$ složky makroskopického virtuálního tenzoru přetvoření $[-]$, σ_N , σ_M a σ_L složky tenzoru napětí na mikroplošce [MPa] a $\delta \varepsilon_N$, $\delta \varepsilon_M$ a $\delta \varepsilon_L$ odpovídající složky tenzoru přetvoření na mikroplošce $[-]$. Geometricky je možné si výše uvedené představit jako jednotkovou kouli. Vzhledem k tomu, že Microplane model využívá symetrii, je možné uvažovat pouze polovinu této koule, což je již zohledněno koeficientem $2/3$. Rov. 5 tedy říká, že virtuální práce globálního napětí (na makroúrovni) musí být rovna součtu virtuální práce lokálních napětí na mikroploškách. Vzhledem k tomu, že globální a lokální přetvoření na mikroploškách jsou propojeny kinematickým omezením, musí Rov. 5 vyhovovat pro jakýkoliv virtuální tenzor přetvoření $\delta \varepsilon_{ij}$.

Dalším krokem je dekompozice normálového přetvoření na část objemovou a deviátor dle Rov. 6.

$$\varepsilon_N = N_{ij} \varepsilon_{ij} = N_{ij} (\varepsilon_V \delta_{ij} + e_{ij}) = \varepsilon_V + N_{ij} e_{ij} = \varepsilon_V + \varepsilon_D \quad (6)$$

kde ε_V je hydrostatická část normálového přetvoření $[-]$ a ε_D deviátor $[-]$.

Posledním krokem je poté již definice fyzikálních vztahů napětí-přetvoření σ - ε na těchto mikroploškách, viz Rov. 7 a Rov. 8:

$$\sigma_V^e = K^{\text{mic}} (\varepsilon_V - \varepsilon_V^{\text{pl}}) \quad (7)$$

$$\sigma_D^e = 2G^{\text{mic}} (\varepsilon_D - \varepsilon_D^{\text{pl}}) \quad (8)$$

kde σ_V^e a σ_D^e je objemové, resp. deviatorické, efektivní napětí [MPa], K^{mic} je objemový modul pružnosti [MPa], G^{mic} je smykový modul pružnosti [MPa], $\varepsilon_V^{\text{pl}}$ a $\varepsilon_D^{\text{pl}}$ je objemové, resp. deviatorické, plastické přetvoření mikroplošky $[-]$.

Popis materiálového modelu Coupled Damage-Plasticity

Model vychází z materiálového modelu publikovaného prof. Bažantem, přičemž poškození a plasticita je zde definována pomocí plastickeho modelu Drucker–Prager [10], [11]. Z důvodu aplikace tohoto modelu je nutné Rov. 5 upravit do následujícího tvaru – Rov. 9 (zde již pro plný tvar, nikoliv pro polovinu) [12], [13], [14]:

$$\sigma = \frac{3}{4\pi} \int_{\Omega} (1 - d^{\text{mic}}) [K^{\text{mic}} V(\varepsilon_V - \varepsilon_V^{\text{pl}}) + 2G^{\text{mic}} \text{Dev}^T \cdot (\varepsilon_D - \varepsilon_D^{\text{pl}})] d\Omega \quad (9)$$

kde d^{mic} je normalizovaná funkce poškození [–], viz Rov. 11, a V a Dev jsou tenzory, které se používají k projekci makro přetvoření na mikroplošky dle dekompozice tenzoru přetvoření ε na volumetrickou $\varepsilon_V = V : \varepsilon$ a deviatorickou část $\varepsilon_D = \text{Dev} : \varepsilon$. Plastická odezva materiálu je zahrnuta v Drucker–Prager [10], [11] materiálovém modelu následující funkcí dle Rov. 10.

$$f^{\text{mic}} = \frac{3}{2} \sigma_D^e \cdot \sigma_D^e - f_1^2 f_c f_t \quad (10)$$

kde f^{mic} je kritérium tažnosti, f_1 je Drucker–Pragerova funkce plasticity se zpevněním (Rov. 11), f_c je tlaková pevnost [MPa] a f_t je tahová pevnost [MPa].

$$f_1 = \sigma_0 - \alpha \sigma_V^e + f_h \quad (11)$$

kde σ_0 je počáteční mez kluzu [MPa], α je koeficient tření [–] a f_h je funkce zpevnění, viz [6].

Poškození je modelováno Rov. 12, ve které se celkové poškození rozloží na tlakovou a tahovou část následujícím způsobem:

$$1 - d^{\text{mic}} = (1 - d_c^{\text{mic}})(1 - r_w d_t^{\text{mic}}) \quad (12)$$

kde d_c^{mic} a d_t^{mic} je tlaková, resp. tahová, část poškození [–], r_w je split weight factor [–] – viz Rov. 13.

$$r_w = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon^I \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\varepsilon^I|} \quad (13)$$

kde ε^I reprezentuje hodnotu hlavního přetvoření a $\langle \varepsilon^I \rangle$ pozitivní hodnotu hlavního přetvoření.

Jelikož modely materiálů zahrnující tahové změkčení často vykazují falešnou citlivost sítě a numerickou nestabilitu, je v tomto materiálovém modelu využita regularizovaná gradientní implicitní metoda. Implicitní regularizace gradientu zlepšuje lokální proměnnou tak, že nelokální protějšek považuje za další stupeň volnosti. Řídící rovnice jsou dány následující soustavou rovnic Rov. 14 – Rov. 16.

$$\nabla \sigma + f = 0 \quad (14)$$

$$\bar{\eta}_m - c \nabla^2 \bar{\eta}_m = \eta_m \quad (15)$$

$$\nabla \bar{\eta}_m \cdot n_b = 0 \quad (16)$$

kde σ je Cauchyho tensor napětí, f vektor objemových sil, ∇ divergence vektorového pole (Rov. 14), resp. gradient skalárního pole (Rov. 16), ∇^2 Laplaceův operátor, η_m lokální proměnná, $\bar{\eta}_m$ nelokální proměnná a n_b je normála k vnější hranici nelokálního pole.

Lokální (Rov. 17) i nelokální (Rov. 18) proměnná se skládají z tahové a tlakové části. Každý uzel má tedy dva stupně volnosti navíc.

$$\eta_m = \begin{bmatrix} \eta_{mt} \\ \eta_{mc} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\bar{\eta}_m = \begin{bmatrix} \bar{\eta}_{mt} \\ \bar{\eta}_{mc} \end{bmatrix} \quad (18)$$

kde η_{mt} a η_{mc} je tahová, resp. tlaková, část lokální proměnné a $\bar{\eta}_{mt}$ a $\bar{\eta}_{mc}$ je tahová, resp. tlaková, část nelokální proměnné.

Je zde tedy 21 nezávislých hodnot (pro každou mikroplošku) ekvivalentního přetvoření η_t^{mic} a η_c^{mic} . Tahové a tlakové složky lokální proměnné se získají homogenizací dle následující Rov. 19:

$$\begin{bmatrix} \eta_{mt} \\ \eta_{mc} \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi} \begin{bmatrix} \int_{\Omega} \eta_t^{\text{mic}} d\Omega \\ \int_{\Omega} \eta_c^{\text{mic}} d\Omega \end{bmatrix} \quad (19)$$

kde η_t^{mic} a η_c^{mic} je ekvivalentní tahové, resp. tlakové, přetvoření mikroplošky [–].

Regularizace probíhá pomocí „nad“-nelokální funkce (z anglického „over-nonlocal“) podle Rov. 20 a Rov. 21:

$$\hat{\eta}_t^{\text{mic}} = m\bar{\eta}_{mt} + (1 - m)\eta_t^{\text{mic}} \quad (20)$$

$$\hat{\eta}_c^{\text{mic}} = m\bar{\eta}_{mc} + (1 - m)\eta_c^{\text{mic}} \quad (21)$$

kde $\hat{\eta}_t^{\text{mic}}$ a $\hat{\eta}_c^{\text{mic}}$ jsou tahové, resp. tlakové, „nad“-nelokální funkce a m je nelokální materiálový parametr [–].

3 NUMERICKÁ STUDIE

Za účelem stanovení vlivu nelokálních parametrů Microplane modelu byl vytvořen 3D model poloviny zkušební tělesa o rozměrech 40×40×160 mm se zářezem délky 12 mm a tloušťky 1 mm zkoušeného v konfiguraci tříbodového ohybu, viz Obr. 1. Druhá polovina byla nahrazena podmínkou symetrie v polovině tloušťky tělesa, tj. zabráněním posunu ve směru tloušťky. Dalšími okrajovými podmínkami bylo zamezení svislého pohybu podpor a zatížení posuvem aplikovaném na horní příložku.

Obr. 1 Ilustrace sítě konečných prvků modelu trámce.

Příložky byly modelovány jako ideálně elastické, jejichž chování je vystiženo elastickými konstantami – Youngovým modulem pružnosti E [GPa] a Poissonovým číslem ν [–]. Zbylá část byla modelována pomocí Coupled Damage-Plasticity Microplane modelu s Drucker–Pragerovou podmínkou porušení, který oproti elastickému materiálu obsahuje další konstanty [15] – jednoosá pevnost v tlaku f_{uc} [MPa], biaxiální pevnost v tlaku f_{bc} [MPa], hydrostatická pevnost v tlaku f_{ut} [MPa], jednoosá pevnost v tahu f_{ut} [MPa], σ_f^c materiálový parametr Drucker–Pragerova modelu [MPa], R poměr mezi hlavní (deviatorickou) a vedlejší (objemovou) osou Drucker–Pragerova modelu [–], D materiálová konstanta zpevnění [MPa²], R_T tahová konstanta zpevnění [–], γ_{t0} a γ_{c0} prahové hodnoty poškození tahem, resp. tlakem [–], β_t a β_c konstanty tahového, resp. tlakového vývoje poškození [–] [6]. Dále materiálový model obsahuje nelokální parametry, konkrétně parametr c (parametr rozsahu nelokální interakce) a m (parametr zohledňující průměr přes daný rozsah), jejichž vliv je v tomto příspěvku studován. Prvotní odhad těchto parametrů vycházel z literatury [16], [17], [18], přičemž hodnoty parametrů byly následující – $c=6$; 8; 10; 12 a $m=1$; 1,75; 2,5. Oba tyto parametry jsou udávány jako bezrozměrné [6], nicméně parametr c je dle dostupné literatury [16], [17], [18] závislý druhé mocnině charakteristického rozměru (např. velikosti zrna kameniva apod.), a proto jeho jednotkou by měly být mm². Přehled materiálových parametrů použitých v numerickém modelu je uveden v Tab. 1.

Tab. 1 Materiálové parametry modelu.

E [GPa]	ν [–]	f_{uc} [MPa]	f_{bc} [MPa]	f_{ut} [MPa]	σ_f^c [MPa]	R [–]	D [MPa ²]	R_T [–]	γ_{t0} [–]	γ_{c0} [–]	β_t [–]	β_c [–]
43,6	0,2	31,6	36,3	3,0	–24,2	1	$4 \cdot 10^4$	1	0	$2 \cdot 10^{-5}$	$12 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^2$

Pro Microplane materiálový model bylo nutné využít speciální konečný prvek CPT 215, který má o dva stupně volnosti v každém uzlu navíc. Z důvodu existence zářezu bylo nutné zjemnit síť převážně v okolí jeho rohů, kde dosahují gradienty napětí vyšších hodnot. Doporučením je volit velikost konečného prvku menší než polovina druhé odmocniny nelokálního parametru c [6].

4 VÝSLEDKY

Grafy závislosti síly F na průhybu uprostřed rozpětí d jsou zobrazeny na Obr. 2. Je zřejmé, že s klesající hodnotou parametru c i m klesá hodnota maximální síly $F_{\max}$ a jí odpovídající hodnota průhybu d_F . Rovněž s klesající hodnotou parametru m dochází k rychlejšímu porušení vzorku (resp. k akumulaci poškození v menším objemu, viz Obr. 4), což je v grafech znázorněno vyšším sklonem sestupné větve F - d diagramu.

Obr. 2 Diagramy síly F a průhybu uprostřed rozpětí d pro různé nelokální parametry c a m .

Vliv nelokálních parametrů je možné demonstrovat i na izoplochách celkového poškození, které je definováno číselnou stupnicí od 0 (bez poškození – modrá) do 1 (poškozeno, ztrácí únosnost – červená), viz Obr. 3 a Obr. 4. Na Obr. 3 jsou zobrazeny izoplochy celkového poškození pro konstantní hodnotu $m=1,75$ a dvě hodnoty parametru c , konkrétně $c=6$ (vlevo) a $c=10$ (vpravo). Je zřejmé, že s rostoucí hodnotou parametru c dochází k akumulaci poškození ve větší oblasti, z čehož rovněž logicky plyne vyšší únosnost vyjádřená hodnotou $F_{\max}$.

Obr. 3 Izoplochy celkového poškození pro $m=1,75$ a $c=6$ (vlevo), resp. $c=10$ (vpravo).

Na Obr. 4 jsou zobrazeny izoplochy celkového poškození pro konstantní hodnotu $c=10$ a dvě hodnoty parametru m , konkrétně $m=1$ (vlevo) a $m=2,5$ (vpravo). Podobně jako na Obr. 3, dochází k akumulaci poškození ve větší oblasti při vyšší hodnotě parametru m .

Obr. 4 Izoplochy celkového poškození pro $c=10$ a $m=1$ (vlevo), resp. $m=2,5$ (vpravo).

5 ZÁVĚR

Z podrobné numerické analýzy vyplývá, že nelokální parametry výrazně ovlivňují simulovanou odezvu trámce. Obecně lze z výsledků konstatovat, že s rostoucí hodnotou obou nelokálních parametrů c i m je možné dosáhnout vyšších hodnot maximálního zatížení i odpovídajícího průhybu při tomto zatížení, což se dá očekávat a je to důsledek akumulace poškození ve větším objemu. Dále je možné z těchto výsledků odvodit, že s rostoucí hodnotou

parametru m je sestupná větev diagramu síla–průhyb méně strmá, jinými slovy tahové změkčení se odehrává ve větším objemu, což výrazně zplošťuje sestupnou větev.

I přesto, že je vliv nelokálních parametrů na lomové chování těles výrazný, dosud neexistuje jednotný přístup k jejich exaktnímu stanovení a je tudíž nutné stanovit tyto parametry na základě numerických simulací. I přes neexistenci jednoznačného vztahu definujícího tyto parametry je možné využit doporučení uvedená v literatuře [16], [17], [18], která udávají základní informaci a určují tak počáteční/nultou iteraci, z které je možné vycházet.

Poděkování

Tento příspěvek vznikl za podpory Vysokého učení technické v Brně, Fakulty stavební pod projektem juniorského specifického výzkumu FAST-J-21-7497.

Použité zdroje

- [1] KARIHALOO, B. L. Fracture mechanics and structural concrete. New York: Wiley, 1995. ISBN 04-702-4988-9.
- [2] EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures: Part 1-1 : General rules and rules for buildings. 2. Brussels: European Committee for Standardization, 2011.
- [3] FIB model code for concrete structures 2010. 2. Berlin: Ernst&Sohn, 2013. ISBN 978-3-433-03061-5.
- [4] BAŽANT, Z. P. a P. G. GAMBAROVA. Crack Shear in Concrete: Crack Band Microplane Model. *Journal of Structural Engineering*. 1984, 110(9), 2015-2035. ISSN 0733-9445. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1984)110:9(2015)
- [5] BAŽANT, Z. P. a B. H. OH. Microplane Model for Progressive Fracture of Concrete and Rock: Crack Band Microplane Model. *Journal of Engineering Mechanics*. 1985, 111(4), 559–582. ISSN 0733-9399. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9399(1985)111:4(559)
- [6] ANSYS, Inc. ANSYS 19.2 Users Guide. Swanson Analysis System, Houston, 2019.
- [7] TAYLOR, G. I. Plastic Strain in Metals. *Journal of the Institute of Metals*. 1938, 62, s. 307–324.
- [8] BAŽANT, Z. P. Imbricate Continuum and its Variational Derivation. *Journal of Engineering Mechanics*. 1984, 110(12), 1693–1712. ISSN 0733-9399. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9399(1984)110:12(1693)
- [9] LEUKART, M. a E. RAMM. A comparison of damage models formulated on different material scales. *Computational Materials Science*. 2003, 28(3–4), 749–762. ISSN 09270256. DOI:10.1016/j.commatsci.2003.08.029
- [10] DRUCKER, D. C. a W. PRAGER. SOIL MECHANICS AND PLASTIC ANALYSIS OR LIMIT DESIGN. *Quarterly of Applied Mathematics*. Brown University, 1952, 10(2), 157–165.
- [11] PRAGER, W. The Theory of Plasticity: A Survey of Recent Achievements. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. 1955, 169(1), 41–57. ISSN 0020-3483. DOI:10.1243/PIME_PROC_1955_169_015_02
- [12] ZREID, I. a M. KALISKE. An implicit gradient formulation for microplane Drucker–Prager plasticity. *International Journal of Plasticity*. 2016, 83, 252–272. ISSN 07496419. DOI:10.1016/j.ijplas.2016.04.013
- [13] ZREID, I. a M. KALISKE. A gradient enhanced plasticity–damage microplane model for concrete. *Computational Mechanics*. 2018, 62(5), 1239–1257. ISSN 0178-7675. DOI:10.1007/s00466-018-1561-1
- [14] ZREID, I. a M. KALISKE. Regularization of microplane damage models using an implicit gradient enhancement. *International Journal of Solids and Structures*. 2014, 51(19–20), 3480–3489. ISSN 00207683. DOI:10.1016/j.ijsolstr.2014.06.020
- [15] JIANG, H. aj. ZHAO. Calibration of the continuous surface cap model for concrete. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2015, 97, 1–19. DOI: 10.1016/j.finel.2014.12.002
- [16] BAŽANT, Z. P. a G. PIAUDIER-CABOT. Measurement of Characteristic Length of Nonlocal Continuum. *Journal of Engineering Mechanics*. 1989, 115(4), 755–767. ISSN 0733-9399. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9399(1989)115:4(755)
- [17] LE BELLÉGO, C., J. FRANÇOIS DUBÉ, G. PIAUDIER-CABOT a B. GÉRARD. Calibration of nonlocal damage model from size effect tests. *European Journal of Mechanics – A/Solids*. 2003, 22(1), 33–46. ISSN 09977538. DOI:10.1016/S0997-7538(02)01255-X
- [18] XENOS, D., D. GRÉGOIRE, S. MOREL a P. GRASSL. Calibration of nonlocal models for tensile fracture in quasi-brittle heterogeneous materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2015, 82, 48–60. ISSN 00225096. DOI:10.1016/j.jmps.2015.05.019