VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILOVÉHO INŽENÝRSTVÍ
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

ULOŽENÍ ROTORŮ TURBODMYCHADEL NA VALIVÝCH LOŽISCÍCH
TURBOCHARGER ROTORS USING ROLLING BEARINGS

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE — **Bc. Marek Šárovec**
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — **doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.**
SUPERVISOR

BRNO 2017

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student:	**Bc. Marek Šárovec**
Studijní program:	Strojní inženýrství
Studijní obor:	Automobilní a dopravní inženýrství
Vedoucí práce:	**doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.**
Akademický rok:	2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Uložení rotorů turbodmychadel na valivých ložiscích

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce se zabývá konstrukčním návrhem a výpočtovým ověřením radiálních ložisek rotoru turbodmychadla spalovacího motoru. Nová konstrukce ložiska musí zajistit stabilitu rotoru, nízké třecí ztráty a nízkou hlučnost pro dané rozvážení kompresorové a turbínové strany. Navržené řešení musí zaručit správnou funkci turbodmychadla v celém rozsahu provozních režimů motoru. Výpočtové modelování využije existujícího výpočtového modelu valivého ložiska s uvažováním tepelně-hydrodynamických dějů. Sestavení a řešení výpočtových modelů bude provedeno v prostředí multibody programu.

Cíle diplomové práce:

1) Rešerše konstrukce uložení rotorů turbodmychadel
2) Rešerše výpočtových modelů valivého ložiska
3) Konstrukční návrh uložení rotoru
4) Stanovení dynamických vlastností rotoru v závislosti na provozních podmínkách
5) Stanovení tribologických vlastností ložiska v závislosti na provozních podmínkách
6) Vyhodnocení výhod a nevýhod ve srovnání se stávající konstrukcí uložení rotoru

Seznam literatury:

HEISLER, Heinz. Advanced engine technology. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1995. ISBN 1-56091-734-2.

STACHOWIAK, Gwidon W. a Andrew W. BATCHELOR. Engineering Tribology. 3. vyd. Boston: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005. ISBN 0-7506-7836-4.

VANCE, John M. Rotordynamics of Turbomachinery. 1. vyd. New York: Wiley, 1988. ISBN 978-0-4-1-80258-7.

STONE, Richard. Introduction to internal combustion engines. 3. vyd. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, 1999. ISBN 0768004950

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc. ředitel ústavu	doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

Abstrakt
Cílem této diplomové práce je navrhnout uložení rotoru turbodmychadla na valivých ložiskách. Diplomová práce se skládá ze dvou rešeršních kapitol zabývajících se rotorem turbodmychadla a výpočtem valivých ložisek. V další kapitole je popsána aplikace na konkrétním případě rotoru za pomoci multi body systemu Adams – View. V závěrečné kapitole jsou srovnány výsledky rotoru uloženého na ložiskách s ocelovými a keramickými valivými elementy. Dále pak srovnání valivých ložisek s kluznými ložisky, z čehož vyplývá, že díky valivým ložiskům došlo ke snížení ztrátového výkonu při maximálních otáčkách o více než 50 %.

Klíčová slova
Turbodmychadlo, rotor, valivá ložiska, tuhost, multi body system

Abstract
The main purpose of this diploma thesis is to design turbocharger rotor using rolling element bearings. The diploma thesis is compiled from two specialized search parts dealing with turbocharger rotor and rolling element bearing computation, respectively. The application of the particular rotor using the multi body system Adams – View is described in the following chapter. In the last chapter, one can find the comparison between rotor using bearing with steal and hybrid ceramic rolling element. Also, there is compariosn between rolling element bearing and journal bearing. In the maximum rotor speed, the decrease of more than 50 % in power loss, due to usage of rolling element bearing, resulted from this comparison.

Keywords
Turbocharger, rotor, rolling element bearing, stiffness, multi body system

ŠÁROVEC, Marek. *Uložení rotorů turbodmychadel na valivých ložiscích.* Brno, 2017. 71 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce doc. Ing. Pavel NOVOTNÝ, PhD.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci *Uložení rotorů turbodmychadel na valivých ložiscích* vypracoval samostatně pod vedením doc. Ing. Pavla Novotného, Ph.D., s použitím materiálů uvedených v seznamu literatury.

Bc. Marek Šárovec

Rád bych na tomto místě poděkoval vedoucímu své diplomové práce doc. Ing. Pavlu Novotnému, Ph.D., za rady, trpělivost a veškerý čas, který do mě investoval v průběhu konzultací. Dále bych rád poděkoval svým rodičům za nekonečnou podporu během mého celého studia. V neposlední řadě i Kačuli za množství positivní energie, kterou mě zásobovala při vypracování této diplomové práce.

Bc. Marek Šárovec

Obsah

Úvod **4**

1. Rotor turbodmychadla **5**
1.1. Konstrukce turbodmychadla . . . 5
1.2. Ložisková část . . . 6
1.2.1. Kluzná ložiska s rotujícím pouzdrem . . . 7
1.2.2. Kluzná ložiska se zastaveným pouzdrem . . . 8
1.2.3. Valivá ložiska . . . 9
Hybridní keramická ložiska . . . 9
1.2.4. Porovnání valivých a kluzných ložisek . . . 10
1.2.5. Mazání turbodmychadla . . . 11
1.2.6. Axiální zatížení turbodmychadla . . . 11
1.3. Dynamika rotorů . . . 12
1.3.1. Jefcottův-Lavalův model . . . 12
1.3.2. Stodolův-Greenův model . . . 13
1.3.3. Gyroskopický moment . . . 13
1.3.4. Tvary vlastních kmitů rotorů . . . 14
1.4. Stávající konstrukce rotorů s valivým uložením . . . 15

2. Výpočtový model valivého ložiska **18**
2.1. Valivá ložiska . . . 18
2.2. Dynamické vlastnosti valivých ložisek . . . 18
2.2.1. Základní předpoklady . . . 18
2.2.2. Odvození pohybových rovnic . . . 20
2.2.3. Vliv kontaktní deformace . . . 21
2.2.4. Pohybové rovnice . . . 21
2.2.5. Vibrace ložiska . . . 22
2.2.6. Ložiskové frekvence . . . 24
2.3. Výpočtový model . . . 25
2.3.1. Výpočet tuhosti kuličkového ložiska . . . 25
2.3.2. Výpočet tlumení ložiska . . . 28
2.3.3. Výpočet tlumení vnějšího olejového filmu . . . 28
2.3.4. Výpočet Hertzova tlaku na kontaktní ploše . . . 29
2.4. Výpočet tloušťky olejové vrstvy . . . 31
2.4.1. Tloušťka olejového filmu u kuličkových ložisek . . . 32
2.5. Ložiska pracující při vysokých otáčkách . . . 33
2.5.1. Odstředivá síla . . . 33
2.5.2. Gyroskopický moment . . . 34
2.6. Třecí ztráty . . . 34

3. Výpočtový model rotoru **37**
3.1. Zadané parametry . . . 37
3.1.1. Olej . . . 37
3.2. Volba ložiska . . . 38
3.2.1. Výpočet tuhosti ložiska 71900 CE/P4A . . . 39
3.2.2. Výpočet tuhosti ložiska 71900 CE/HCP4A . . . 41
3.3. Model hřídele v MKP . . . 42
3.3.1. Volba použitých prvků a materiálových vlastností . . . 42
3.3.2. Tvorba geometrie hřídele . . . 43
3.3.3. Vytvoření objemové sítě . . . 43
3.3.4. Modální analýza . . . 44
3.3.5. Vytvoření souboru pro převod hřídele z MKP do MBS . . . 45
3.4. Model rotoru v MBS . . . 46
3.4.1. Model rotoru . . . 46
3.4.2. Axiální zatížení rotoru . . . 48
3.4.3. Model valivého ložiska . . . 48
3.4.4. Import pružné hřídele . . . 53
3.4.5. Modální analýza rotoru v MBS . . . 54

4. Výsledky simulací **56**
4.1. Síly v ložiskách . . . 56
4.1.1. Srovnání ocelového a keramického ložiska . . . 56
4.2. Hertzův tlak na kontaktní ploše . . . 58
4.3. Tloušťka olejového filmu . . . 59
4.4. Ztrátový výkon a třecí moment . . . 60
4.4.1. Srovnání ocelového a keramického ložiska . . . 60
4.4.2. Srovnání valivého a kluzného ložiska . . . 61
4.5. Výchylky rotoru . . . 62
4.5.1. Srovnání výchylky u valivého a kluzného ložiska . . . 62

Závěr **64**

Literatura **66**

Seznam použitých zkratek a symbolů **68**

Seznam příloh **71**

A. Výpočet ložiska **i**

Seznam obrázků

1.1. Schéma turbodmychadla s variabilní geometrií 5
1.2. Schéma kluzného ložiska s plovoucím pouzdrem 7
1.3. Frekvenční spektrum kmitání rotoru a ložiskového pouzdra 8
1.4. Tří ploché ložisko se zatížením na plochu 8
1.5. Schéma kuličkového ložiska s tlumícím olejovým filtrem 9
1.6. Síly působící na rotor turbodmychadla 12
1.7. Jeffcotův-Lavalův rotor 12
1.8. Schéma Stodolova-Greenova rotoru 13
1.9. Vlastní tvary kmitu lineárního rotoru 14
1.10. Normalizovaná tuhost jako funkce ložiskové vůle pro VL a KLKS 15
1.11. Normalizovaná tuhost jako funkce zatížení ložiska pro VL a kKLKS 16
1.12. Normalizovaná tuhost jako funkce otáček pro VL a KLKS 17

2.1. Jednotlivé části valivého ložiska 18
2.2. Valivé ložisko modelováno jako systém elasticky spojených hmot 19
2.3. Krajní pozice valivých elementů 23
2.4. Nebezpečné frekvence valivého ložiska 24
2.5. Geometrie válečkového ložiska pro výpočet tuhosti 26
2.6. Zobrazení rychlosti tlumení struktury 28
2.7. Hertzův tlak na kontaktní ploše 29
2.8. Tvar Hertzovy kontaktní plochy pro kuličkové a válečkové ložisko 30
2.9. Ekvivalentní zatížení ložiska 35
2.10. Ztrátový výkon ložiska s těsněním a bez těsnění v závislosti na otáčkách rotoru 36

3.1. Rozměry rotoru turbodmychadla 37
3.2. Prvek typu Solid 186 42
3.3. Prvek typu MPC 184 Rigid Beam 42
3.4. Model poloviny hřídele s vazebnými uzly 43
3.5. Vlastní tvary hřídele 45
3.6. Umístění vazebných bodů pro export do MBS 46
3.7. Schéma modelu valivého ložiska 46
3.8. Model rotoru v programu Adams – View 47
3.9. Zjednodušené axiální zatížení rotoru 48
3.10. Zobrazení prvků G-force na modelu rotoru 48
3.11. Definování tuhosti a tlumení struktury valivého ložiska 49
3.12. Úprava výpočtu radiální rychlosti 50
3.13. Srovnání odstředivých sil ocelových a keramických valivých elementů ložiska 50
3.14. Závislost výchylky ložiska na kompresorové straně na otáčkách rotoru . . . 51
3.15. Závislost výchylky ložiska na turbínové straně na otáčkách rotoru 51

3.16. Závislost relativní výchylky vnějšího olejového filmu na otáčkách rotoru . . 52
3.17. Výpočet goniometrických funkcí pro rozklad sil 52
3.18. Výchylka středu ložiska na kompresorové straně rotoru v ose X 53
3.19. Waterfallův diagram 53
3.20. Modální analýza rotoru turbodmychadla 54
3.21. 1. translační mód rotoru při 90 000 min^{-1} - 120 Hz 55
3.22. 1. kónický mód rotoru při 90 000 min^{-1} - 173 Hz 55
3.23. 1. ohybový mód rotoru při 90 000 min^{-1} - 440 Hz 55
3.24. Torzní mód rotoru při 90 000 min^{-1} - 913 Hz 55

4.1. Radiální zatížení ložisek s ocelovými valivými elementy 56
4.2. Radiální zatížení ložisek s keramickými valivými elementy 57
4.3. Axiální zatížení ložisek 57
4.4. Srovnání ekvivalentního zatížení obou typů ložiska na kompresorové straně rotoru 58
4.5. Průběh Hertzova tlaku na kontaktní ploše na vnějším (p_o) a vnitřním (p_i) kroužku valivého ložiska na kompresorové straně rotoru 58
4.6. Průběh Hertzova tlaku na kontaktní ploše na vnějším (p_o) a vnitřním (p_i) kroužku valivého ložiska na turbínové straně rotoru 59
4.7. Průběh centrální (h_c) a minimální (h_min) tloušťky olejového filmu ve vnějším (o) a vnitřním (i) kroužku valivého ložiska na kompresorové straně rotoru 59
4.8. Průběh centrální (h_c) a minimální (h_min) tloušťky olejového filmu ve vnějším (o) a vnitřním (i) kroužku valivého ložiska na turbínové straně rotoru 60
4.9. Třecí moment způsobený vnitřním třením oleje 60
4.10. Třecí moment způsobený zatížením ložiska 61
4.11. Srovnání ztrátového výkonu při použití ložisek s ocelovými a keramickými valivými elementy 61
4.12. Srovnání celkového ztrátového výkonu při použití kluzných a valivých ložisek 62
4.13. Porovnání výchylky nosu kompresorového kola 63
4.14. Porovnání výchylky nosu turbínového kola 63

Seznam tabulek

1.1. Srovnání materiálových vlastností nitridu křemičitého a AISI-M50 10
1.2. Srovnání charakteristik kluzného a valivého ložiska 10

2.1. Třecí koeficient valivých ložisek 34
2.2. Koeficienty X a Y pro výpočet ekvivalentního zatížení 35
2.3. Hodnoty koeficientu f_L 35
2.4. Třecí koeficienty pro ložisková těsnění 36

3.1. Tenzor setrvačnosti kompresorového kola vzhledem k těžišti 37
3.2. Tenzor setrvačnosti turbínového kola vzhledem k těžišti 37
3.3. Základní údaje ložiska 71900 CE/P4A 38
3.4. Základní údaje ložiska 71900 CE/HCP4A 39
3.5. Geometrie valivého ložiska 71900 CE/P4A 39
3.6. Geometrie valivého ložiska 71900 CE/HCP4A 41
3.7. Srovnání výsledků modální analýzy hřídele 44

Úvod

Turbodmychadla jsou v dnešní době snižování objemů (downsizing) a snižování otáček (downspeeding) motoru nedílnou a zároveň velmi podstatnou součástí každého nově vyrobeného motoru. A protože jsou emisní předpisy stále přísnější, je potřeba hledat nové způsoby, díky kterým budou motory schopny plnit tyto limity.

Jedním ze způsobů je využití ložisek s valivým elementem v uložení rotoru turbodmychadla. Protože díky downspeedingu začínají na svou hranici přicházet kluzná ložiska s plovoucím pouzdrem, která jsou dnes standardem v uložení rotorů turbodmychadel. Nejslabší mechanickou vlastností tohoto uložení je právě vysoké tření a z toho plynoucí nižší účinnost při nízkých otáčkách. Tato negativní vlastnost je také spojena s nižší teplotou oleje a tím pádem vyšší viskozitou, která způsobuje pomalejší rozběh turbodmychadla. Pro dosáhnutí požadovaného výkonu tedy není možné plně využít výkonu turbodmychadla a je nutné zvýšit dodávku paliva. Toto zvýšení množství spáleného paliva pak logicky vede k zvýšení emisí CO_2 a NO_x.

Naproti tomu ložiska s valivým elementem nejsou téměř závislá na provozní teplotě oleje a jsou tak schopny pracovat s výrazně nižším třením již od nízkých otáček. Což logicky vede k zvýšení účinnosti turbodmychadla napříč širokým spektrem pracovních otáček. Další výhodou valivého uložení je rychlejší přechodová odezva, která vede ke snížení efektu zvaný turbo lag.

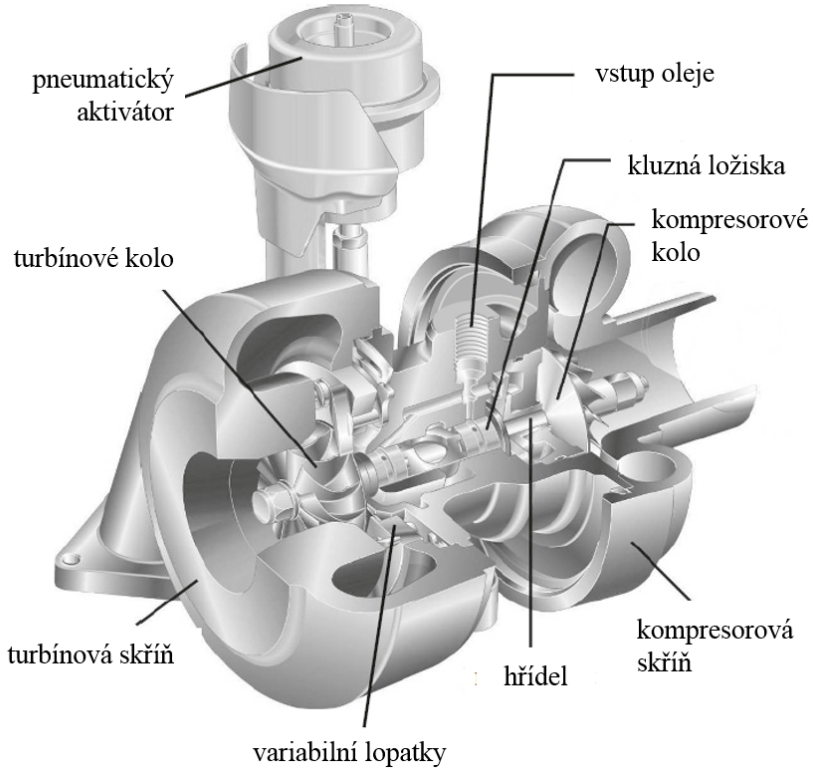
Právě návrhem uložení rotoru turbodmychadla s valivými ložisky se zabývá tato diplomová práce.

1. Rotor turbodmychadla

Po spálení paliva ve válci motoru zůstává ve výfukových plynech stále vysoké množství energie ve formě entalpie, jelikož je jejich teplota stále vysoká. U vznětových motorů dosahuje hodnot 820–850 °C a u motorů zážehových 950–1050 °C. Bez přeplňování by tato energie unikla bez využití do okolí. Z toho důvodu se používají turbodmychadla, která na turbíně přeměňují energii výfukových plynů v energii mechanickou, která se na kompresoru využije k zvýšení tlaku vzduchu na saní.

1.1. Konstrukce turbodmychadla

Na obrázku 1.1 jsou vidět jednotlivé části turbodmychadla, jehož tělo se skládá ze tří základních částí – turbínová, kompresorová a ložisková část.



Obrázek 1.1: Schéma turbodmychadla s variabilní geometrií [1]

Na rotorech turbodmychadla se používají odstředivé kompresory. Jedná se o jednostupňový kompresor, který zvládá vysoké hmotnostní průtoky při relativně nízkém tlakovém poměru. K tomu, aby mohl efektivně pracovat, potřebuje vysokou úhlovou rychlost, a proto se hodí na přímé spojení s turbínou na výfukové plyny. Kompresorová část rotoru

turbodmychadla se obvykle vyrábí z hliníkových slitin, jež vykazují dostatečnou pevnost a především nízkou hmotnost [2].

Turbíny turbodmychadel, poháněné energií z výfukových plynů, se dělí do dvou skupin na radiální a axiální turbíny. Radiální turbína vypadá podobně jako odstředivý kompresor, s tím rozdílem, že nemají radiální výstup nýbrž radiální vstup. Radiální turbíny se běžně používají u osobních a nákladních vozů. Naproti tomu axiální turbíny se běžně používají u větších turbodmychadel používaných v lokomotivách, lodích nebo u stacionárních motorů. Turbínové kolo se kvůli vysoké tepelné odolnosti vyrábí ze slitiny niklu a oceli. Turbínová skříň z litiny s kuličkovým grafitem [2].

Vzhledem k velikému rozsahu pracovních otáček u motorů osobních automobilů je třeba kontrolovat přeplňovací tlak. Nejsnazší cestou je kontrolovat výkon turbíny za pomocí obtokového ventilu (wastegate nebo bypass). Druhou možností, jak kontrolovat přeplňovací tlak, je za pomoci variabilní geometrie turbíny, která funguje na principu nastavitelných lopatek (VGT) nebo nastavitelných trysek (VNT). V praxi se častěji vyskytuje VGT, protože mají vysokou účinnost napříč širokým spektrem otáček [1].

Jelikož se tato diplomová práce zabývá valivým uložením rotoru turbodmychadla, postačí nám pro výpočtový model pouze základní charakteristiky turbínového a kompresorového kola. Jedná se o hmotnost a moment setrvačnosti.

Další část diplomové práce se hlouběji zabývá poslední částí turbodmychadla – ložiskovou částí.

1.2. Ložisková část

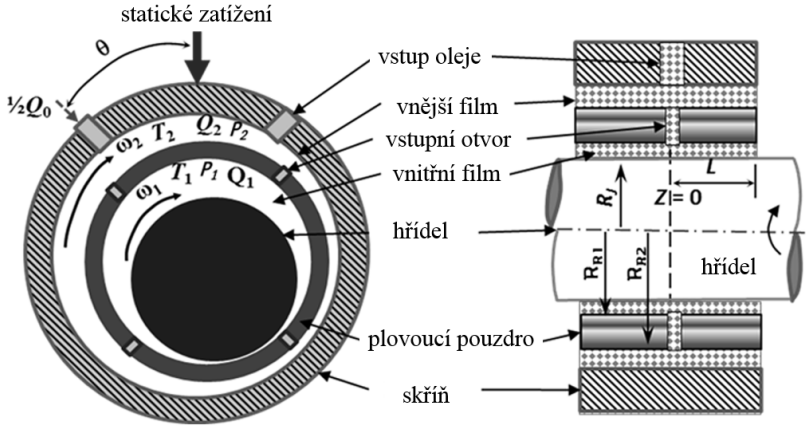
Při navrhování uložení rotorů turbodmychadla existuje pět základních pravidel:

- hlavní funkcí radiálních ložisek je udržet rotor stabilní napříč všemi pracovními otáčkami turbodmychadla
- radiální ložiska musí mít dostačující tlumící efekt, aby byla zachována stabilita rotoru, a aby byl potlačen hluk vznikající z nevyvážení
- tření v ložisku by mělo být zredukováno na minimální hodnotu, aby se co nejvíce snížila odezva turbodmychadla a snížily emise CO_2 a NO_X
- radiální ložiska by měla mít dostatečně dlouhou životnost a minimálním opotřebením
- pořizovací cena ložiska by měla být co nejnižší při zachování dostatečné kvality a životnosti

Tři typy ložisek se běžně používají u rotorů turbodmychadel osobních a nákladních automobilů. Jedná se o kluzná ložiska s rotujícím pouzdrem, kluzná ložiska se zastaveným pouzdrem a o valivá ložiska. O jednotlivých typech uložení rotoru pojednávají následující podkapitoly [3].

1.2.1. Kluzná ložiska s rotujícím pouzdrem

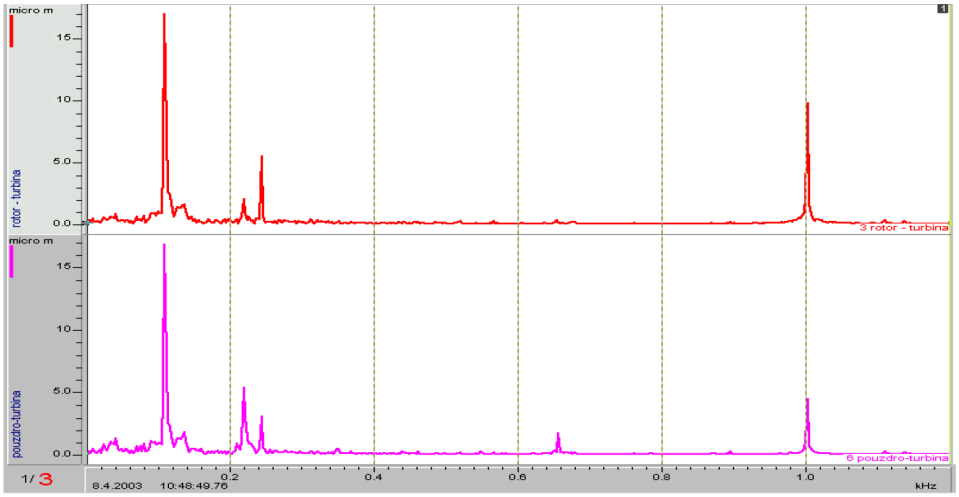
Kluzná ložiska s rotujícím pouzdrem jsou nejjednodušším řešením uložení rotoru, proto se také často využívá u malých turbodmychadel. V podstatě se jedná o plovoucí pouzdro, které je vloženo do mezery mezi hřídelí a stacionární ložiskovou skříní. Pouzdro běžně rotuje mezi 15–30 % rychlosti hřídele a je uloženo mezi dvěma olejovými vrstvami. Vnitřní olejová vrstva má dva rotující povrchy s rozdílnými otáčkami – hřídel (ω_1) a pouzdro (ω_2). Oproti tomu vnější olejový film má pouze jeden rotační povrch – pouzdro (ω_2). Vzhledem k tomu, že vnitřní film má mnohem vyšší povrchovou rychlost a nižší šířku, je pracovní teplota oleje výrazně vyšší než u vnějšího filmu [4].



Obrázek 1.2: Schéma kluzného ložiska s plovoucím pouzdrem [5]

Poměr šířek jednotlivých vrstev $C_2/C_1 = 1{,}5 - 4{,}0$ je rozhodující parametr při návrhu ložisek. Optimální hodnota závisí na pracovních podmínkách, poměru poloměrů rotujících povrchů $R_{R2}/R_{R1} = 1{,}5 - 1{,}75$ a poměru axiálních rozměrů ložiska $L_2/L_1 \approx 1$. Nízký poměr šířek způsobí zpomalení pouzdra, což sice vede ke zvýšení stability rotoru, ale zároveň i ke zhoršení mazání. Na druhé straně vysoký poměr šířek zvýší rychlost pouzdra, což vede ke zvýšení vibrací a snížení stability rotoru [4].

Měrné zatížení ložisek rotorů turbodmychadel se pohybuje v desetinách MPa. Což se projevuje sklonem k nestabilitě typu "oil whirl", která je vyvolána působením vysokých vedlejších prvků matice tuhosti válcového ložiska. Tento typ nestability se ve většině případů nachází ve vnějším olejovém filmu a projevuje se kmitáním o poloviční frekvenci než jsou otáčky pouzdra. Názorný příklad nestability typu "oil whirl" je zřejmý z frekvenčního spektra pouzdra a rotoru zobrazeném na obrázku 1.3. V tomto spektru je zcela dominantní frekvenční složka okolo 110 Hz, což je zhruba poloviční hodnota otáček pouzdra.

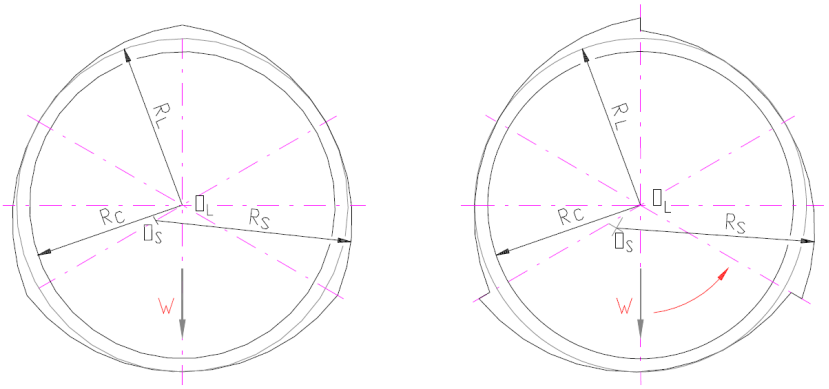


Obrázek 1.3: Frekvenční spektrum kmitání rotoru a ložiskového pouzdra [6]

1.2.2. Kluzná ložiska se zastaveným pouzdrem

Další variantou uložení rotorů turbodmychadel jsou kluzná ložiska se zastaveným pouzdrem, která byla vyvinuta k odstranění nestability. Plovoucí pouzdra na kompresorové a turbínové straně jsou spojeny v jeden celek se zamezenou rotací ($\omega_2 = 0$), ale s volným radiálním pohybem. V tom případě funguje vnitřní olejová vrstva stále jako část kluzného ložiska s jedním rotujícím povrchem. Z vnější olejové vrstvy se stává kluzný film s tlumícím účinkem. Díky tomu zde nevznikají žádné destabilizující síly a nedochází tak k nestabilitě .

V některých případech jsou zastavená pouzdra konstruována jako jedno delší ložiskové pouzdro s oběma radiálními ložisky. Výhodou této konstrukce je větší funkční plocha vnější olejové vrstvy, z čehož plyne účinnější tlumení. Nevýhodou může být nutnost použít více ploché ložisko s určitým přepětím, které je nutné k zajištění stability rotoru. Pro tento účel se však příliš nehodí často používaná dvou plochá (citrónová) geometrie, která vykazuje značné rozdíly v tuhosti a tlumení ve dvou na sebe kolmých plochách. Vzhledem k technologii výroby není vhodná ani geometrie přesazeného ložiska. Proto se nejčastěji využívá tří ploché ložisko, jehož schéma je zobrazeno na obrázku 1.4 [4, 6].

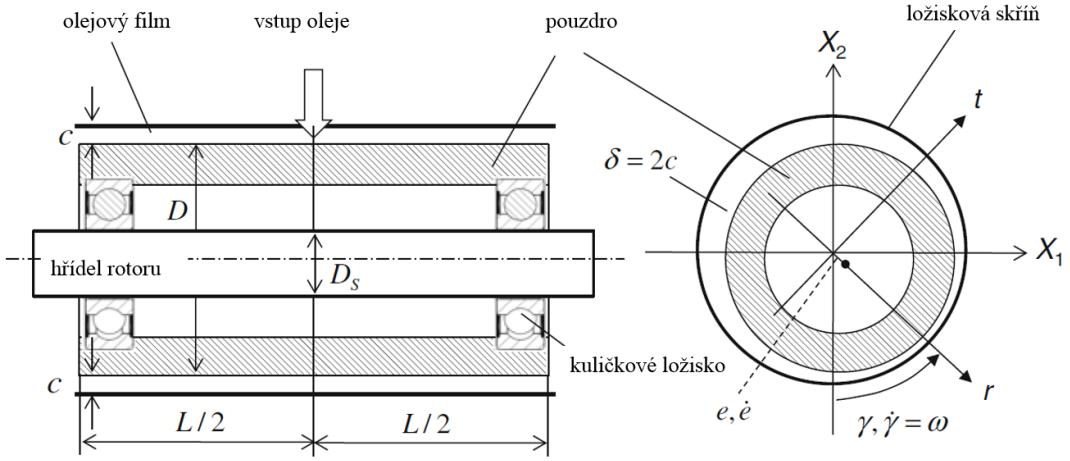


Obrázek 1.4: Tří ploché ložisko se zatížením na plochu, vlevo obousměrné, vpravo jednosměrné [6]

1.2.3. Valivá ložiska

I přes nepřeberné množství valivých ložisek se na rotorech automobilových turbodmychadel vyskytují pouze kuličková ložiska s kosoúhlým stykem nebo válečková ložiska.

Kuličková ložiska nemají téměř žádné vnitřní tlumící schopnosti díky velice malé vůli mezi jednotlivými valivými elementy a vnitřním nebo vnějším kroužkem. Z toho důvodu je potřeba přídavný tlumící prvek. V tomto případě se jedná o tlumící olejovou vrstvu (squeeze film damper). Na rozdíl od kluzných ložisek se zde na vnitřním filmu nevyskytuje nestabilita typu "oil whirl". Proto nedochází ke generování konstantního tónu. Oproti tomu se zde vyskytují násobné harmonické vibrace druhého, třetího nebo vyššího řádu. Dále mohou také vznikat asynchronní vibrace a to tehdy, když dojde defektu kuličky, klece nebo vnitřního/vnějšího kroužku ložiska.



Obrázek 1.5: Schéma kuličkového ložiska s tlumícím olejovým filtrem [3]

Jak již bylo dříve zmíněno, valivá ložiska se integrují s tlumící olejovou vrstvou o průměru D, délce L a tloušce c, které jsou zobrazeny na obrázku 1.5. Obě kuličková ložiska jsou nasazena na konci tlumící olejové vrstvy. Olejový film mezi ložiskovou skříní a tlumící vrstvou poskytuje ložisku přídavný tlumící efekt, který drží rotor ve stabilní pozici a tím redukuje hluk turbodmychadla [3].

Hybridní keramická ložiska

Valivé elementy hybridních keramických ložisek se vyrábí z nitridu křemičitého (Si_4N_4). Hlavními rozdíly tohoto materiálu ve srovnání s ocelí jsou jeho nižší hustota, vyšší tepelná odolnost, vyšší tvrdost, odolnost vůči korozi nebo nižší opotřebení. Srovnání konkrétních hodnot je uvedeno v tabulce 1.1. Při aplikaci u rotorů turbodmychadel spočívá největší výhoda při použití hybridních ložisek v [7]:

1. Nízká hustota materiálu snižuje hmotnost ložiska a odstředivé síly valivých elementů při vysokých otáčkách.
2. Kovalentní vazba snižuje tření při nedostatku oleje, k němuž dochází při vysokých otáčkách.
3. Díky vysoké tepelné odolnosti jsou ložiska schopná pracovat při vysokých teplotách.

Tabulka 1.1: Srovnání materiálových vlastností nitridu křemičitého a AISI-M50 [7]

	Keramika (nitrid křemičitý)	Ložisková ocel (AISI-M50)
Tepelná odolnost [K]	1073	673
Hustota $[g/cm^3]$	3,2	7,9
Teplotní roztažnost [1/K]	3,2 10^{-6}	10,6 10^{-6}
Tvrdost dle Vickerse [HV]	1400–1700	700–800
Youngův modul pružnosti [GPa]	320	210
Poissonovo číslo	0,29	0,3
Odolnost vůči korozi	Vysoká	Nízká

1.2.4. Porovnání valivých a kluzných ložisek

V tabulce 1.2 je vidět srovnání vlastností kluzných a valivých ložisek při použití u rotorů turbodmychadel.

Tabulka 1.2: Srovnání charakteristik kluzného a valivého ložiska [3]

	Kluzné ložisko	**Valivé ložisko**
Funkce	Oddělené radiální a axiální ložisko	Kombinované radiální a axiální ložisko
Zatížení	Radiální a axiální	Radiální a axiální
Velikost	Malý vnější průměr ložiska	Vnější průměr 2x větší
Třecí koeficient	– nízké otáčky: vysoký $\mu = 10^{-2}...10^{-1}$	– nízké otáčky: nízký $\mu = 10^{-3}...10^{-2}$
	– vysoké otáčky: nízký $\mu = 10^{-3}$	– vysoké otáčky: nízký $\mu = 10^{-3}$
Tlumící koeficient	2 x vyšší díky dvěma olejovým filmům: vnitřní olejový film (20 μm); vnější olejový film (70 μm)	Velmi nízký, malá vzdálenost mezi valivými elementy (0,5 μm); 1 olejový film (50...80μm)
Hluk	Méně hlučné: pískání vznikající nevyvážeností; konstantní tón	Hlučné: pískání vznikající nevyvážeností, vyšší harmonická složka, vlastní frekvence ložisek
Průtok oleje	Nízký	Téměř 2x větší
Životnost	Neomezená	Omezená vysoko cyklickou únavou
Poruchy	Téměř žádné opotřebení	Kontakt valivých elementů, vyšší opotřebení
Cena	Nízká	Vysoká

Hlavní výhodou valivých ložisek je nízké tření při nízkých otáčkách rotoru. Třecí koeficient kuličkového ložiska je při nízkých otáčkách 10 krát nižší než v případě kluzného ložiska. Naproti tomu při vysokých otáčkách jsou třecí koeficienty obou typů ložisek shodné. Je to způsobeno nízkou viskozitou oleje při vysokých teplotách, která vede ke snížení tření ložisek. Nicméně, účinnost ložisek není tolik důležitá ve vysokých otáčkách rotoru,

protože výkon turbíny výrazně přesahuje ztrátový výkon ložisek.

Hlavní nevýhodou valivých ložisek je jejich vysoká hlučnost. Kromě pískání způsobeného nevyvážeností jsou typickým zdrojem hluku vyšší harmonické složky (druhého, třetího nebo vyššího řádu) nebo defekt ložiska.

Valivá ložiska se proto zatím obecně používají pouze u sportovních speciálů nebo u automobilů s vysokým požadavkem na snížení emisí CO_2 [3].

1.2.5. Mazání turbodmychadla

Uložení rotoru je zásobováno tlakovým olejem, jenž se přes olejový vstup a olejové kanálky ve skříni dostává až k ložiskům. Olej má v tomto případě dvě funkce. Za prvé, síly v ložisku, které jsou generovány hydrodynamikou oleje, udržují rotor stabilní v radiálním a axiálním směru. Dále tyto síly fungují jako tlumič vibrací rotoru zabraňující jejich odezvu během vysokých amplitud v rezonančních frekvencích. Za druhé, čerstvý olej snižuje tření v ložiskách vznikající tepelnou konvekcí v axiálním směru a tepelnou kondukcí mezi dvěma olejovými filmy v radiálním směru přes ložiskové pouzdro.

Chladící funkce oleje drží efektivní teplotu oleje v ložiskách na co nejnižší hodnotě, čímž udržuje tuhost ložisek a tlumící koeficient na vysoké hodnotě při vysokých otáčkách [3].

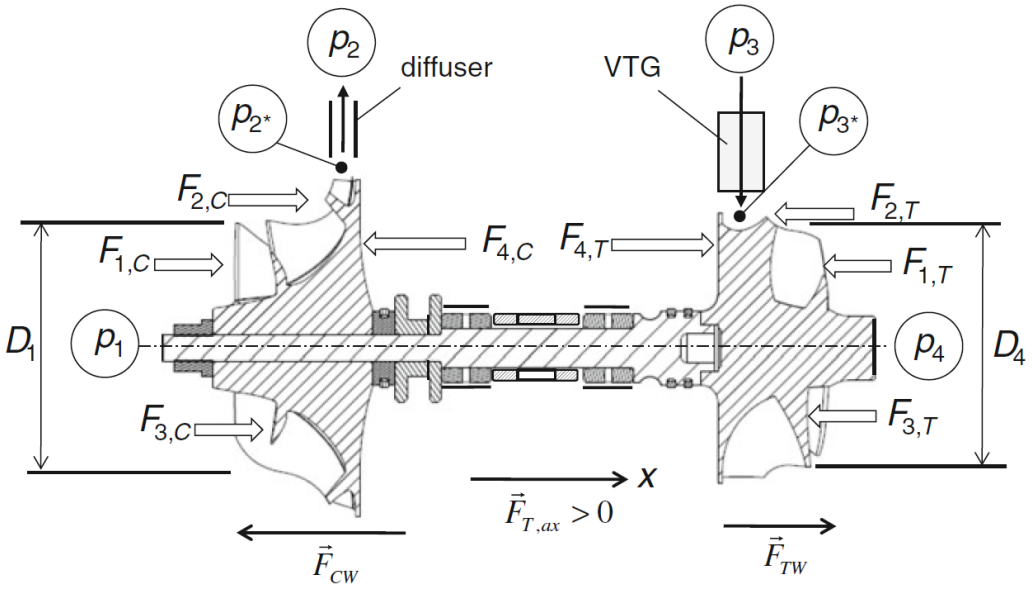
1.2.6. Axiální zatížení turbodmychadla

Axiální zatížení rotoru je způsobeno rozdílnými tlaky, které působí na kompresorové a turbínové kolo. Dále pak silou, která je tvořena prouděním v kolech v axiálním směru. Jelikož turbodmychadla pracují v širokém spektru otáček, závisí axiální zatížení i na otáčkách rotoru.

Existují dva způsoby, jak spočítat axiální zatížení rotoru. Prvním způsobem je za pomoci CFD, což přináší velice přesné výsledky, nicméně se jedná o výpočtově vysoce náročnou metodu. Druhým způsobem je za pomoci Newtonova druhého zákonu, který je v porovnání s první metodou výrazně méně výpočtově náročný a vykazuje poměrně přesné výsledky. Rozdíl výsledků mezi oběma metodami, vycházející z testů automobilových turbodmychadel, je nižší než 10 %.

Standardně síly působící na kompresorové kolo jsou vyšší než síly působící na turbínové kolo, protože průměr kompresorového kola je obecně větší než poloměr turbíny. Proto výsledné axiální zatížení působí od kompresorového kola ve směru síly $F_{T,ax}$ z obrázku 1.6 [3].

Pro obě metody jsou ovšem nutné znalosti geometrie kompresorového a turbínového kola. Vzhledem k tomu, že se jedná o výrobcem velice přísně utajované charakteristiky, nejsou při vypracování této diplomové práce známé. Proto dojde k výraznému zjednodušení axiálního zatížení rotoru.



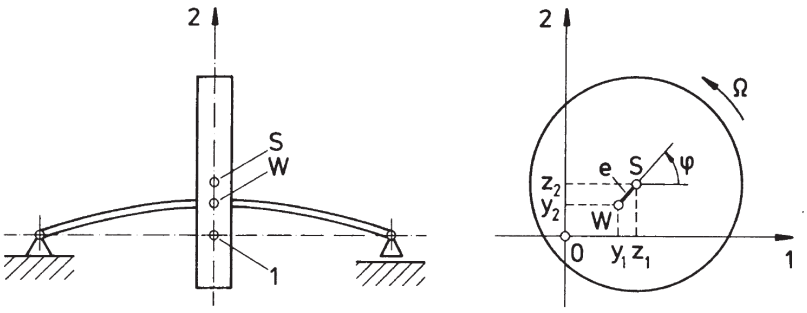
Obrázek 1.6: Síly působící na rotor turbodmychadla [3]

1.3. Dynamika rotorů

1.3.1. Jefcottův-Lavalův model

Základním modelem rotoru je rotor s nehmotnou hřídelí, která je uložena na tuhých ložiscích. Rotor má dále ve svém středu připevněný tuhý kotouč. Takový to model se nazývá Jeffcottův nebo Lavalův rotor. Hřídel je kruhového průřezu s konstantním průměrem po své celé délce. Druhou možností je symetrické rozdělení průměru na obou polovinách hřídele.

Středový kotouč je připevněný v rovině kolmé na osu hřídele. Jeho těžiště S se shoduje s těžištěm hřídele W, případně je radiálně posunuté o excentricitu e. Disk se pohybuje pouze ve své rovině.



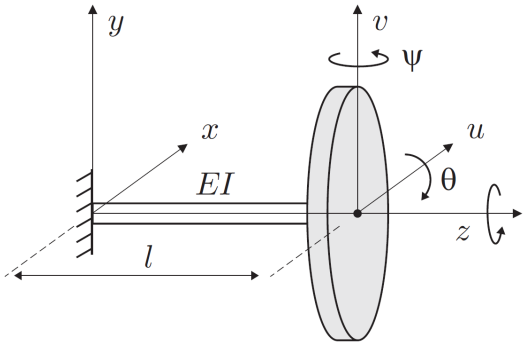
Obrázek 1.7: Jeffcotův-Lavalův rotor [8]

Jeffcotův model má celkem dva stupně volnosti, posuv v rovině kotouče a rotace kolem jeho osy. Pohybové rovnice vycházejí z použití Newtonova druhého pohybového zákonu.

Jeffcotův model s tuhými ložisky má pouze jednu vlastní frekvenci, která je nezávislá na otáčkách hřídele [8].

1.3.2. Stodolův-Greenův model

Tento model se skládá z tuhého kotouče, který je připevněný na jednom z konců nehmotné, pružné hřídele kruhového průřezu. Těžiště kotouče leží v ose rotace, tudíž nemá žádnou excentricitu, a proto nevyvolává nevývahu. Kromě posunutí kotouče v ose z je nutné brát v potaz i rotaci kolem radiální osy a zohlednit tak moment setrvačnosti a gyroskopický efekt.



Obrázek 1.8: Schéma Stodolova-Greenova rotoru [9]

Stodolův model má celkem čtyři stupně volnosti a vykazuje čtyři vlastní frekvence, které jsou závislé na otáčkách hřídele [8].

1.3.3. Gyroskopický moment

V turbodmychadlech má turbínové a kompresorové kolo výrazně větší průměr než je průměr hřídele. Z toho důvodu je třeba brát při výpočtech dynamiky rotoru v potaz gyroskopický efekt, speciálně pak při vysokých otáčkách. Gyroskopický efekt je založen na teorii momentu hybnosti, která vyjadřuje, že časová změna momentu hybnosti je rovna všem momentům působících na rotor [3].

$$\boldsymbol{M}_P = \left(\frac{d\boldsymbol{L}}{dt}\right)_P \tag{1.1}$$

kde $\boldsymbol{M}_P$ je výsledný momentový vektor v referenčním bodě P a
$\boldsymbol{L}_P$ je vektor momentu hybnosti v bodě P.

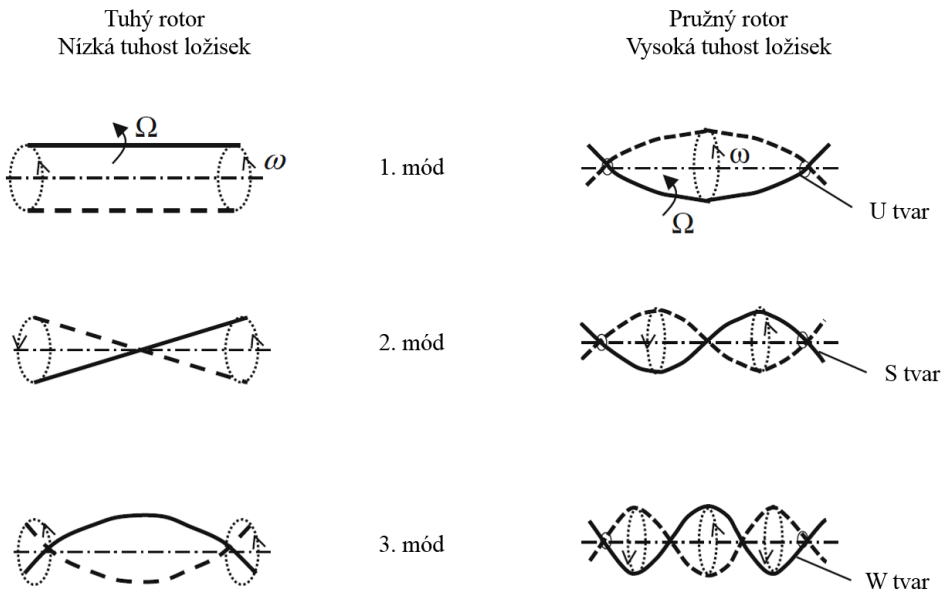
Gyroskopický moment způsobí, že kritická rychlost turbodmychadla je ve vysokých otáčkách vyšší než by tomu bylo v případě rotoru bez gyroskopického efektu.

1.3.4. Tvary vlastních kmitů rotorů

U automobilových turbodmychadel dosahují amplitudy torzních kmitů poměrně malých rozměrů v porovnání s amplitudami příčného ohybu, které jsou způsobeny nevývahou rotoru, a které dosahují nejvyšších hodnot při vysokých otáčkách rotoru. Z toho důvodu se při analýze dynamiky rotoru berou v úvahu pouze stupně volnosti příčného posuvu.

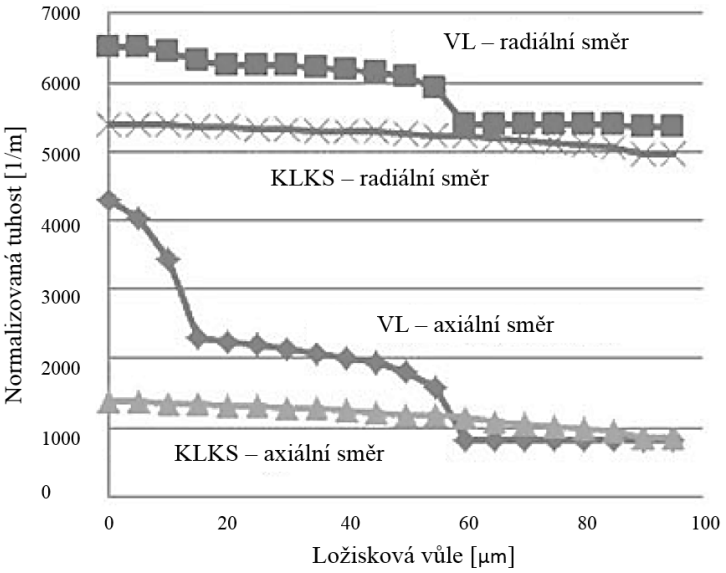
Odezva vibrací rotoru lineárního systému se skládá z několika harmonických částí s vlastními frekvencemi a vlastními módy. Naproti tomu odezva vibrací nelineárního systému obsahuje kromě harmonické složky také složky subharmonické a superharmonické frekvence. Z toho důvodu se tvar vibračního módu nelineárního systému skládá z kombinace módu harmonických a neharmonických vibrací.

Vlastní módy rotoru jsou zobrazeny na obrázku 1.9. V nízkých otáčkách se rotor považuje za tuhý, neboť 80 % energie je nakumulovaná v ložiscích. První mód má válcový tvar způsobený vířením o rychlosti ω uvnitř ložiskové vůle. Druhý mód je konický, jelikož kompresorové kolo se vychyluje opačným směrem než kolo turbínové. Třetí mód tuhého rotoru je ohybový mód, protože ve vysokých otáčkách se obě kola ohýbají shodným směrem.



Obrázek 1.9: Vlastní tvary kmitu lineárního rotoru [3]

Ve vysokých otáčkách vzroste síla nevývahy kvadraticky ($F_{Un} = U\Omega^2$), což má za následek zvýšení koeficientu tuhosti ložiska. Díky tomu se sníží energie kumulovaná v ložiscích a z rotoru se, při úhlové rychlosti Ω, stává rotor pružný. První ohybový mód má tvar písmene U, neboť kompresorové a turbínové kolo jsou vychýleny ve shodném směru. S nárůstem otáček se kompresorové kolo vychyluje opačným směrem než turbínové kolo, čímž vzniká druhý ohybový mód pružného rotoru ve tvaru S. Třetí ohybový mód má tvar písmena W a obě kola se vychylují stejným směrem [3].



Obrázek 1.10: Normalizovaná tuhost jako funkce ložiskové vůle VL a KLKS [10]

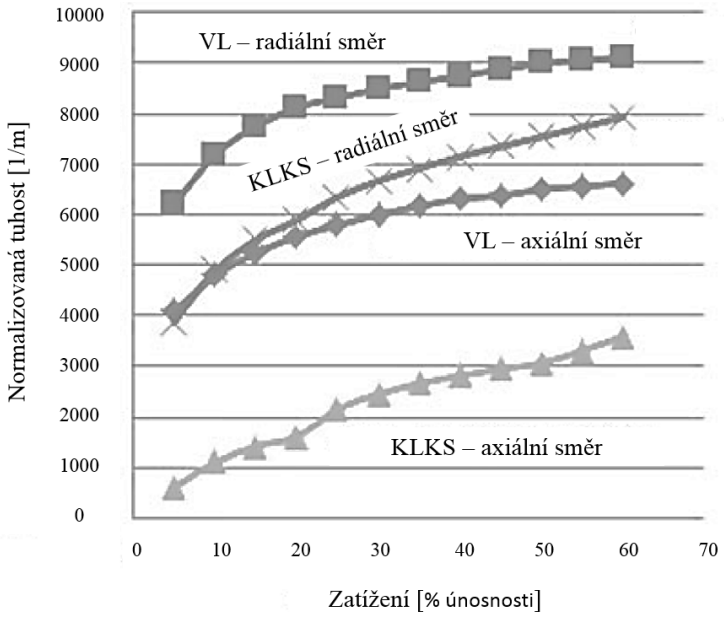
1.4. Stávající konstrukce rotorů s valivým uložením

Tato kapitole se zabývá srovnáním dvou typů ložisek, které připadají v úvahu při návrhu rotoru turbodmychadla, jak již bylo zmíněno v kapitole 1.2.3. V tomto konkrétním případě válečková ložiska (VL) zastupuje ložisko s označením NU 216. Kuličkové ložisko s kosoúhlým stykem (KLKS) pak zastupuje ložisko s označením 7216 ACD. Oba typy mají shodný průměr díry 80 mm. Tuhost ložiska je zkoumána jako funkce tří klíčových návrhových parametrů ložiska: vnitřní ložiskové vůle, vnějšího zatížení a otáček. Veškeré výpočty byly provedeny v programu SKF Simulator. Pro lepší zobrazení je tuhost ložiska normalizovaná statickou únosností ložiska, která je 72 kN pro typ 7126 ACD a 150 kN pro NU 216 [10].

Tuhost jako funkce ložiskové vůle

Ložisková vůle je velice důležitá při výpočtu celkové tuhosti ložiska. Všeobecně platí, že větší vůle napomáhá relativní výchylce kroužku, což vede ke snížení tuhosti. Naopak menší vůle způsobí zvýšení tuhosti. V následující části jsou ložiska zmíněná výše zatížena radiální silou 10 000 kN a otáčky jsou 10 000 min^{-1}.

Z obrázku 1.10 je vidět, že u VL je pro malé vůle tuhost v obou směrech téměř shodná. Se zvyšující se vůlí pak především v axiálním směru dochází k výraznému snížení tuhosti. Avšak v radiálním směru je tuhost stále vysoká, což vede k mnohem vyššímu zatížení, které je potřeba k deformaci kroužků ložiska k získání požadované výchylky. Tento fakt je velice důležitý pro dynamiku rotoru, jelikož ve skutečnosti radiální tuhost u VL obvykle určuje ohybové módy hřídele. Naproti tomu tuhost KLKS je v obou směrech v podstatě konstantní při změně vnitřní vůle [10].



Obrázek 1.11: Normalizovaná tuhost jako funkce zatížení ložiska pro VL a KLKS [10]

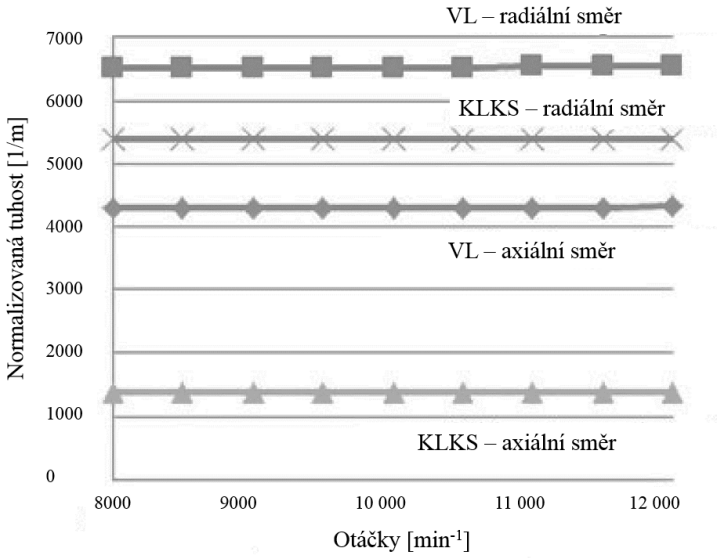
Tuhost jako funkce zatížení ložiska

Na obrázku 1.11 je zobrazena tuhost ložiska jako funkce zatížení. Ložiska mají nominální vůli dle katalogu a otáčky jsou 10 000 min^{-1}. Zatížení je vyjádřeno v procentech únosnosti ložiska. Z grafu je patrné, že tuhost ložiska roste nelineárně se zatížením. Díky větší kontaktní ploše má VL vyšší tuhost ve srovnání s KLKS.

Tuhost jako funkce otáček

Limitujícím faktorem pro maximální otáčky ložiska je obvykle odstředivá síla valivých elementů. Ve vysokých otáčkách vytvářejí valivé elementy výraznou odstředivou sílu na kroužek ložiska, což zvyšuje jeho zatížení. Na obrázku 1.12 je zobrazena normalizovaná tuhost v závislosti na otáčkách ložiska, které má nominální katalogovou vůli a působí na něj radiální zatížení o velikosti 10 kN.

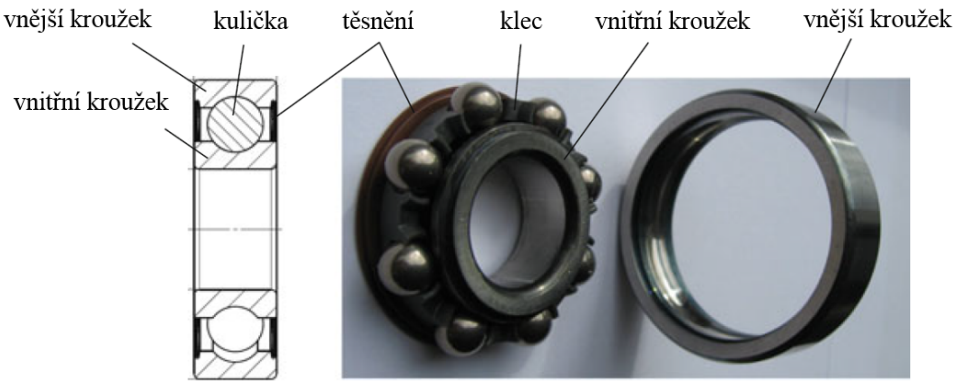
Stejně jako u předchozích obrázků je patrná vyšší tuhost ložiska v radiálním směru. Stejně tak vyšší tuhost v případě VL. Pro všechny případy platí, že tuhost je napříč zvolenými otáčkami v podstatě konstantní, jelikož odstředivé síly jsou v porovnání s celkovým zatížení malé [10].



Obrázek 1.12: Normalizovaná tuhost jako funkce otáček pro VL a KLKS [10]

2. Výpočtový model valivého ložiska

2.1. Valivá ložiska



Obrázek 2.1: Jednotlivé části valivého ložiska [11]

Valivá ložiska se skládají z několika částí, které jsou zobrazeny na obrázku 2.1. Valivý element, v tomto případě kulička, je umístěn v polyamidové kleci a pohybuje se mezi vnitřním a vnějším kroužkem. Pro udržení maziva v těle ložisku a pro ochranu proti nečistotám se používají ložisková těsnění na obou stranách ložiska. Díky rotaci kuliček se mazivo rozpustí v olej, který vytvoří olejový film mezi kuličkami a oběma kroužky. Šířka olejového filmu závisí na vnějších silách, viskozitě oleje, teplotě a otáčkách rotoru. Minimální tloušťka olejového filmu je v řádu stovek nanometrů.

2.2. Dynamické vlastnosti valivých ložisek

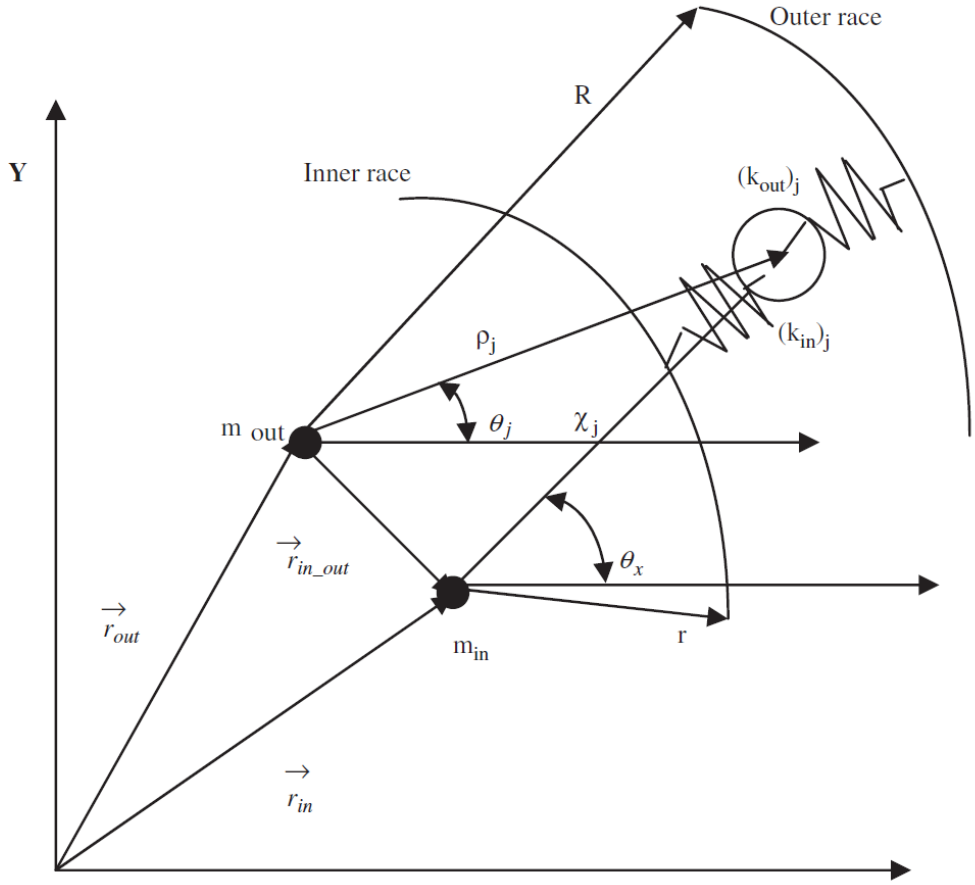
Obecně vykazují rotory uložené na valivých ložiskách nelineární chování, které je způsobeno několika prvky. Za prvé se jedná o nelineární Hertzovu sílu na kontaktní ploše valivého elementu, za druhé se jedná o ložiskovou vůli, která má za úkol kompenzovat teplotní roztažnost. V neposlední řadě vlnitostí povrchu při vysokých otáčkách rotoru. Nejzákladnějším případem vibrací valivého ložiska je zvýšení tuhosti uložení vlivem rotace klece ložiska. V následujících odstavcích se uvažuje valivé ložisko s čistě radiálním zatížením.

2.2.1. Základní předpoklady

V této kapitole bude popsán matematický model pro analýzu vibrací ložiska s valivým elementem. Pro zjištění vibrační charakteristiky je schéma uložení následující. Vnější kroužek

ložiska je pevně přichycen k tuhé ložiskové skříni, vnitřní kroužek je připevněn na hřídel rotoru.

V matematickém modelu je ložisko považováno za systém pružin a hmotností, v němž se valivý element chová jako nelineární kontaktní pružina, jak je patrné z obrázku 2.2. Vzhledem k tomu, že Hertzovy síly působí pouze v okamžiku, kdy dochází k deformaci kontaktní plochy, pružiny jsou uvažovány pouze v případě stlačení. Jinými slovy řečeno, pružiny jsou zohledněny pouze v případě, kdy je jejich okamžitá délka kratší než jejich délka v nezatíženém stavu.



Obrázek 2.2: Valivé ložisko modelováno jako systém elasticky spojených hmot [12]

V reálném případě je systém rotor - ložisko velice komplikovaným a náročným modelem. Proto jsou pro zvýšení efektivity a jednoduchosti matematického modelu definovány tyto předpoklady [12]:

1. Deformace vychází z Hertzovy teorie elasticity. Jsou uvažovány malé elastické deformace valivého elementu a ložiskových kroužků. Plastické deformace nejsou zohledněny.

2. Pohyb valivých elementů, vnitřního a vnějšího kroužku a rotoru probíhá pouze v rovině ložiska.

3. Úhlová rychlost klece je konstantní.

4. Valivé elementy se neotáčí kolem svojí osy.

5. Ložiska pracují za isotermálních podmínek. Zanedbávají se tedy veškeré termální efekty způsobené změnou teploty, mezi které patří změna viskozity oleje, zvětšení valivých elementů a kroužků nebo snížení odolnosti materiálu.

6. Není uvažováno prokluzování mezi válečky a kroužky ložiska. Dochází tak k dokonalému odvalování s tím, že výslednou translační rychlost má střed válečku.

7. Tlumení valivých elementů je velice malé a probíhá jen díky tření a malému množství oleje. Odhad tlumení valivého ložiska je velice náročný, protože dominantní externí tlumící síly pohltí tlumení ložiska samotného.

8. Klec ložiska zajišťuje konstantní úhlovou vzdálenost β mezi valivými elementy, a proto se neuvažuje žádná interakce mezi valivými elementy.

$$\gamma = \frac{2\pi}{Z}, \tag{2.1}$$

kde Z je počet valivých elementů.

2.2.2. Odvození pohybových rovnic

Pohybové rovnice popisující dynamické chování modelu rotoru s ložisky se můžou odvodit za pomoci Lagrangeovy rovnice pro sadu nezávislých obecných souřadnic [12]:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{p}} - \frac{\partial T}{\partial p} + \frac{\partial V}{\partial p} = f, \tag{2.2}$$

kde T je kinetická energie,
V je potenciální energie,
$\boldsymbol{p}$ je vektor souřadnic obecných stupňů volnosti a
f je vektor obecných sil.

Kinetickou a potenciální energii je možné ještě dále rozdělit na energii jednotlivých částí systému. Tímto způsobem se získají jednotlivé energie pro valivé elementy, vnitřní a vnější kroužek a pro rotor. Rovnice pro kinetickou energii je ve tvaru [12]:

$$T = T_{r.e.} + T_{i_race} + T_{o_race} + T_{rotor}, \tag{2.3}$$

kde jednotlivé indexy označují v tomto pořadí valivé elementy, vnitřní a vnější kroužek a rotor.

Potenciální energie vychází z deformace valivých elementů na vnitřním kroužku a deformace odvozená na základě Hertzovy teorie elasticity. Jedná se o součet energie valivých elementů, kroužků ložiska, pružin a rotoru a je zapsána ve tvaru [12]:

$$V = V_{r.e.} + V_{i_race} + V_{o_race} + V_{springs} + V_{rotor}, \tag{2.4}$$

kde $V_{r.e.}$, V_{i_race}, V_{o_race} a V_{rotor} jsou potenciální energie získané polohou jednotlivých elementů. $V_{springs}$ je pak potenciální energie získaná z nelineárního kontaktu mezi valivými prvky a kroužky.

2.2.3. Vliv kontaktní deformace

Kontakt mezi valivými prvky a kroužky ložiska se vyšetřuje jako nelineární pružina s tuhostí založenou na Hertzově teorii elasticity. Rovnice potenciální energie kontaktní deformace pružiny je [12]:

$$V_{spring} = \sum_{j=1}^{N_b} \frac{1}{2} k_{in} \delta_{in}^2 + \sum_{j=1}^{N_b} \frac{1}{2} k_{out} \delta_{out}^2. \tag{2.5}$$

Deformace v bodě kontaktu j-tého prvku a vnitřního kroužku je rovna [12]:

$$\delta_{in} = [(r + \rho_r) - \kappa_j]. \tag{2.6}$$

Pokud je $(r+\rho_j) > \kappa_j$ dochází ke kompresi a vratná síla působí. Pokud je $(r+\rho_j) < \kappa_j$ nedochází ke kompresi a vratná síla se rovná nule.

Podobně jako v rovnici 2.6 deformace v bodě kontaktu j-tého prvku a vnějšího kroužku je spočtena na základě následujícího vztahu [12]:

$$\delta_{out} = [(R - (\rho_j + \rho_r)]. \tag{2.7}$$

I zde platí, že pokud $R < (\rho_j + \rho_r)$ dochází ke kompresi a vratná síla působí. V opačném případě, pokud $R > (\rho_j + \rho_r)$ nedochází ke kompresi a vratná síla se rovná 0.

Pokud je brána v potaz i vnitřní radiální vůle (γ_0), což je rozdíl mezi imaginárními kružnicemi, které opisují valivé elementy a vnější kroužek, vycházejí rovnice kontaktní deformace ve tvaru [12]:

$$\delta_{in} = [(r + \rho_r + \gamma_0) - \kappa_j] \tag{2.8}$$

$$\delta_{out} = [(R - (\rho_j + \rho_r + \gamma_0)]. \tag{2.9}$$

2.2.4. Pohybové rovnice

Výsledné pohybové rovnice pro systém rotor a valivé ložiska jsou pro souřadný systém x,y ve tvaru [12]:

$$(m_{in} + m_{rotor})\ddot{x}_{in} - \sum_{j=1}^{Z} k_{in}[\delta_{in}]_+ + \frac{(x_{out} - x_{in}) - \rho_j \cos\theta_j}{\kappa_j} = F_u \sin(\omega t) \tag{2.10}$$

$$(m_{in}+m_{rotor})\ddot{y}_{in}+(m_{in}+m_{rotor})g-\sum_{j=1}^{Z} k_{in}[\delta_{out}]_+ + \frac{(y_{out} - y_{in}) - \rho_j \sin\theta_j}{\kappa_j} = W + F_u \cos(\omega t). \tag{2.11}$$

kde
m_{in}	je hmotnost vnitřního kroužku,
m_{rotor}	je hmotnost rotoru,
x_{in}, y_{in}	jsou souřadnice středu vnitřního kroužku,
x_{out}, y_{out}	jsou souřadnice středu vnějšího kroužku,
g	je tíhové zrychlení,
Z	je počet valivých elementů,
k_{in}	je tuhost vnitřního kroužku,
$\delta_{in,\ out}$	je deformace v bodě kontaktu val. el. a ložiskových kroužků,
ρ_j	je radiální pozice j-tého prvku,
θ_j	je úhlová rychlost j-tého valivého elementu
κ_j	je pozice j-tého val. el. vzhledem ke středu vnitřního kroužku
W	je statické zatížení,
F_u	jé nevývaha rotoru,
ω	jsou otáčky rotoru a
t	je čas.

Toto je systém $(Z + 2)$ druhých řádu, nelineárních diferenciálních rovnic. Na uložení nepůsobí žádná externí radiální síla a žádná vnější hmotnost není připojena na vnější kroužek ložiska. Znaménko "+" v indexu těchto rovnic vyjadřuje, pokud je výraz v závorkách vyšší než nula, je valivý element při úhlové rychlosti θ_j zatížen vratnou silou. V opačném případě, pokud je výraz v závorkách negativní nebo roven nule, je vratná síla rovna nule. Pro vyvážený rotor je nevývaha rotoru F_u rovna nule.

2.2.5. Vibrace ložiska

Krjučkov jako první sepsal rovnice popisující vibrace tuhého rotoru uloženého ve valivých ložiskách. Z těchto rovnic vychází, že frekvence vibrací rotoru, uloženého na ideálních valivých ložiskách s vnitřní vůlí, je shodná s frekvencí vibrací ložiska. Vibrace v ložisku vznikají z několika důvodu [13]:

- specifická konstrukce a pracovní režim valivého ložiska
- micro a macro geometrické vady valivých elementů
- porucha částí ložiska
- negativní dopad vnějšího prostředí

Konstrukce ložiska má vliv na vznik vibrací ve všech výše zmíněných případech, nicméně pouze v prvním případě vibrace přímo způsobuje. Tento typ vibrací se nazývá strukturální vibrace a jsou tvořeny specifickým principem funkce ložiska a nelze se jim vyvarovat ani v případě dokonale vyrobeného ložiska. Ve třech dalších případech jsou vibrace způsobeny nedokonalostmi ve výrobě a takové vibrace lze redukovat, případně se jim úplně vyhnout.

Trajektorie pohybu vyváženého tuhého rotoru uloženého na valivých ložiskách s vnitřní vůlí a idealizovanou geometrií lze popsat dle rovnice [13]:

$$y = \Delta sin\left(\frac{f_{bp}}{2}t\right), \tag{2.12}$$

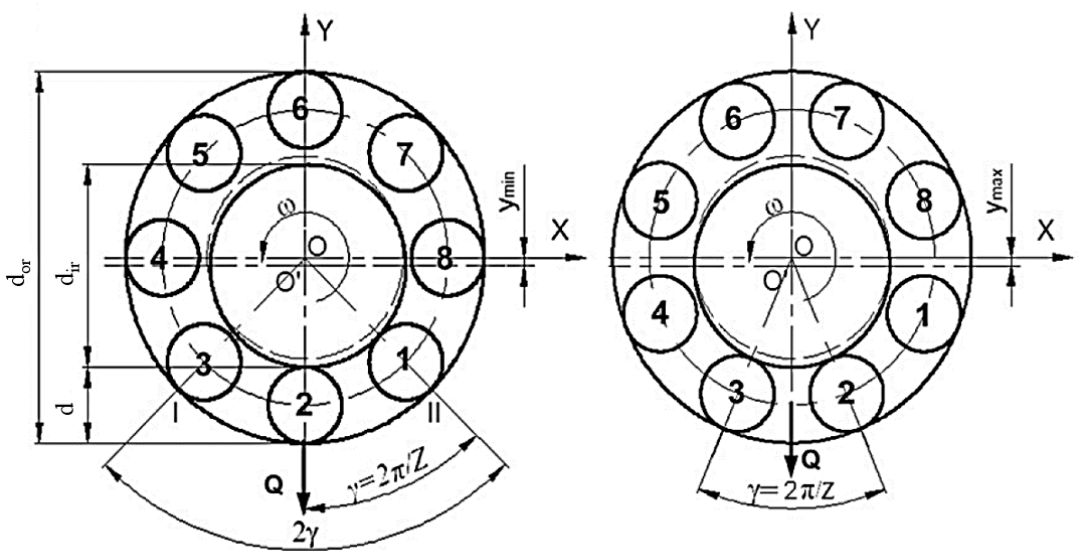
kde frekvence ložiska je vypočtena jako [13]:

$$f_{bp} = \frac{Z}{2}\omega\left(1 - \frac{d}{d_e}\cos\beta\right), \tag{2.13}$$

kde d_e je rozteč valivých prvků.

Úhel kontaktu β vychází z rovnice [13]:

$$\tan\beta = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)} - 1\right). \tag{2.14}$$



Obrázek 2.3: Krajní pozice valivých elementů [13]

V závislosti na těchto základních rovnicích vibruje střed průřezu rotoru v uložení konstantně. Tyto vibrace mohou být popsány rovnicí sinusoidy. Frekvence těchto vibrací je shodná s frekvencí vibrací ložiska a její amplituda je rovna Δ, která vychází z rozdílu krajních pozic rotoru v ložisku, viz obrázek 2.3. Amplituda je vypočtena z rovnice [13]:

$$\Delta = y_{max} - y_{min} = \frac{e}{2}\left(\frac{1}{cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)} - 1\right), \tag{2.15}$$

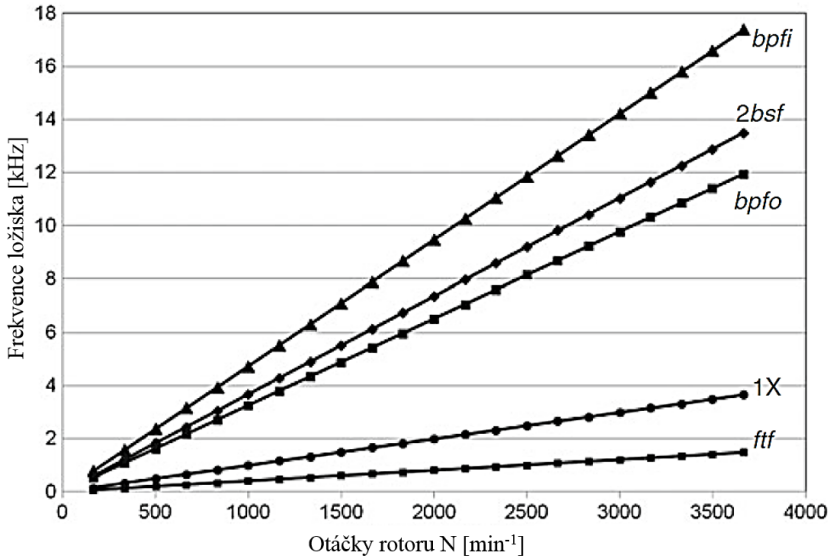
kde e značí vnitřní radiální vůli.

Z této rovnice je zřejmé že amplituda vibrací rotoru závisí na velikosti vnitřní vůle a úhlovém rozestupu jednotlivých valivých elementů. Jelikož je tento úhlový rozestup přímo závislý na počtu valivých elementů, je možné tvrdit, že amplituda rotoru je přímo závislá na počtu valivých elementů ložiska. Ostatní charakteristiky ložiska nemají na tuto amplitudu vliv. V případě nízkého vnějšího zatížení budou mít ložiska se shodným počtem valivých prvků a stejně velikou vnitřní vůlí stejnou hodnotu vibrací, bez vlivu rozměru ložiska.

Z rovnice 2.12 vychází časový průběh vibrací rotoru uloženého na ideálních ložiskách. Pomocí Rychlé Fourierovy transformace (Fast Fourier Transformation) je získaný signál převeden na frekvenční spektrum. V tom případě by velikost vzorkovací frekvence měla být minimálně desetkrát vyšší než předpokládaná maximální hodnota frekvence [13].

2.2.6. Ložiskové frekvence

Defekty ložisek s valivým elementem, mezi které patří například defekty vnitřního nebo vnějšího kroužku, klece nebo valivých elementů, generují asynchronní vibrace vyššího řádu, a proto je vhodné se jim v pracovních otáčkách rotoru vyhnout. Výpočet těchto nebezpečných frekvencí vychází z geometrie ložiska (d - průměr valivého elementu, d_e - roztečný průměr ložiska, β - kontaktní úhel), počtu valivých elementů (Z) a otáček rotoru (N) [11].



Obrázek 2.4: Nebezpečné frekvence valivého ložiska [11]

Na obrázku 2.4 můžeme vidět, že frekvence $bpfi$, $2bsf$, a $bpfo$ jsou superharmonické a frekvence ftf je subharmonická.

- **Frekvence odpovídající závadě klece** (ftf)
  Je způsobena defektem ložiskové klece při otáčkách rotoru N v min^{-1} [11]:

$$ftf = \frac{N}{120}\left(1 - \frac{d\cos\beta}{d_e}\right) \tag{2.16}$$

- **Frekvence odpovídající závadě vnitřního kroužku** $(bpfi)$
  Generuje se v případě, kdy kulička nebo váleček projde přes poškozený vnitřní kroužek [11]:

$$bpfi = \frac{ZN}{120}\left(1 + \frac{d\cos\beta}{d_e}\right) \tag{2.17}$$

- **Frekvence odpovídající závadě vnějšího kroužku** ($bpfo$)
  Generuje se v případě, kdy kulička nebo váleček projde přes poškozený vnější kroužek [11]:
$$bpfo = \frac{ZN}{120}\left(1 - \frac{d\cos\beta}{d_e}\right) \tag{2.18}$$

- **Frekvence odpovídající závadě valivého elementu** ($2bsf$)
  Vzniká v případě, kdy se poškozený valivý element otáčí rychleji než kroužky ložiska [11]:
$$2bsf = \frac{N}{60}\left(\frac{d_e}{d}\right)\left[1 - \left(1 - \frac{d\cos\beta}{d_e}\right)^2\right] \tag{2.19}$$

- **Nesprávné brinellování**
  Frekvence a intenzita hluku generovaná touto závadou závisí na počtu otěru a jeho hloubce ve valivém prvku nebo kroužku. Aby se předešlo této závadě, instaluje se v axiálním směru plochá pružina s vhodným přepětím.

2.3. Výpočtový model

Náhrada valivého ložiska je modelována jako systém elasticky spojených hmot s definovanou tuhostí a tlumením. Tuhost je uvažována pouze pro strukturu ložiska, jelikož vnější olejový film výrazně neovlivňuje celkovou tuhost. Tlumení je následně rozděleno do dvou kategorií. Na tlumení struktury ložiska a na tlumení vnějšího olejového filmu. Výpočtem těchto ložiskových charakteristik se zabývají následující odstavce.

2.3.1. Výpočet tuhosti kuličkového ložiska

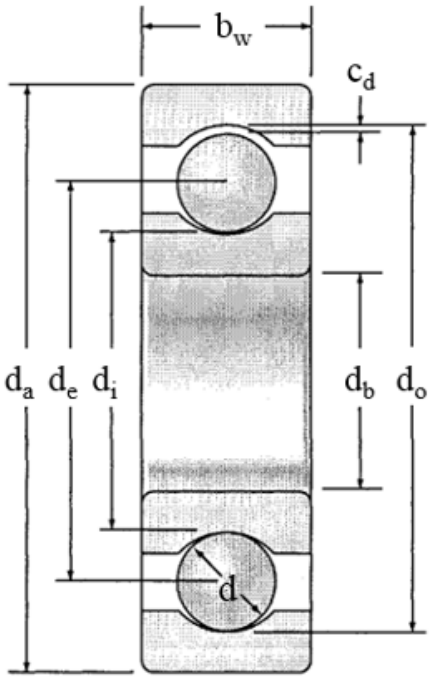
Klasické Hertzovo řešení pro deformace valivého ložiska vyžaduje výpočet několika charakteristik ložiska. Mezi tyto charakteristiky patří redukovaný modul pružnosti E_{eff}, konformita kroužku R_r, redukované poloměry R_x,R_y a R, parametr elipticity k nebo kompletní eliptické integrály prvního a druhého řádu F a ε. Geometrie ložiska vychází z obrázku 2.5. Výše zmiňované charakteristiky se získají z následujících rovnic [14]:

Redukovaný modul pružnosti E_{eff}:
$$E_{eff} = \frac{2}{\left(\frac{1-\upsilon_a^2}{E_a}\right) + \left(\frac{1-\upsilon_b^2}{E_b}\right)}, \tag{2.20}$$

kde E_a a E_b jsou moduly pružnosti kroužků (a) a valivého elementu (b) a
υ_a a υ_b jsou Poissonovy konstanty pro kroužky (a) a pro valivé elementy (b).

Rozteč ložiska:
$$d_e = \frac{1}{2}(d_o + d_i), \tag{2.21}$$

kde d_o je průměr vnější drážky a
d_i je průměr vnitřní drážky.



Obrázek 2.5: Geometrie válečkového ložiska pro výpočet tuhosti [14]

Konformita kroužku:

$$R_r = \frac{r}{d}, \tag{2.22}$$

kde r je poloměr drážky kroužku a
d je průměr valivého elementu.

Redukované poloměry:

$$R_x = \frac{d(d_e - dcos\beta)}{2d_e}, \tag{2.23}$$

kde d je průměr valivého elementu,
d_e je rozteč ložiska a
β je úhel kontaktu.

$$R_y = \frac{R_r d}{2R_r - 1} \tag{2.24}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} \tag{2.25}$$

$$\alpha_r = \frac{R_y}{R_x} \tag{2.26}$$

Parametr elipticity:

$$k_e = \alpha_r^{2/\pi} \tag{2.27}$$

Eliptické integrály:

$$F = \frac{\pi}{2} + q_a \; ln\alpha_r, \tag{2.28}$$

kde $q_a = \frac{\pi}{2} - 1$.

$$\varepsilon = 1 + \frac{q_a}{\alpha_r} \tag{2.29}$$

Pomocí těchto vztahů je určena maximální deformace ve středu kontaktu v případě, kdy na ložisko působí konstantní zatížení [14].

$$\delta_m = F \left[\frac{9}{2\varepsilon R} \left(\frac{W_S}{\pi k_e E_{eff}} \right)^2 \right]^{1/3} \tag{2.30}$$

kde k je parametr elipticity [-],
E_{eff} je redukovaný modul pružnosti [Pa],
W_S radiální zatížení ložiska [N],
F a ε jsou eliptické integrály [-] a
R je redukovaný poloměr [m].

Z tohoto vztahu je získán vztah pro výpočet síly, který je v obecném tvaru v rovnici 2.31. Do tohoto vztahu je ale nutné dosadit celkovou tuhost valivého ložiska, která je spočtena za pomoci vztahů 2.33 a 2.34.

$$W_S = K {\delta_m}^{3/2}, \tag{2.31}$$

kde K je tuhost ložiska.

V případě kuličkového ložiska s kosoúhlým stykem je tuhost vypočtena zvlášť pro vnitřní a vnější kroužek ze vztahu:

$$k = \pi k_e E_{eff} \sqrt{\left(\frac{1}{F} \right)^3 \frac{2\varepsilon R}{9}}. \tag{2.32}$$

Tuhost jednoho elementu ložiska se spočítá ze sériového spojení dvou pružin a je rovna:

$$k_s = \frac{k_{IR} k_{OR}}{k_{IR} + k_{OR}}, \tag{2.33}$$

kde k_{IR} je tuhost vnitřního kroužku,
k_{OR} je tuhost vnějšího kroužku.

V posledním kroku je nutné spočítat celkovou tuhost ložiska, která vychází ze vztahu:

$$K = \sum_{i=0}^{N/2} k_s \sin\left(\frac{360}{Z} \right), \tag{2.34}$$

kde Z je počet valivých elementů.

2.3.2. Výpočet tlumení ložiska

Tlumení struktury je vyjádřeno pomocí poměrného tlumení, které vychází z následujícího vzorce [15]:

$$\theta_s = 2\Omega_0 m_{red} \xi, \tag{2.35}$$

kde Ω_0 vlastní frekvence ekvivalentního systému,
m_{red} je redukovaná hmotnost a
ξ je relativní tlumení (0,01 - 0,3).

Vlastní frekvence ekvivalentního systému je spočtena z rovnice [15]:

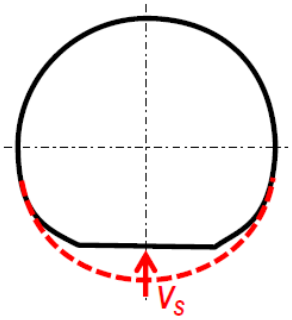
$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{\phi_S}{m_{red}}}, \tag{2.36}$$

kde $\phi_S = \frac{W_S}{\delta_m}$.

Tlumící síla se následně vypočte ze vztahu [15]:

$$W_{SD} = \theta_s v_s, \tag{2.37}$$

kde v_s je rychlost deformace.



Obrázek 2.6: Zobrazení rychlosti tlumení struktury [15]

2.3.3. Výpočet tlumení vnějšího olejového filmu

Další neznámou charakteristikou je tlumení vnějšího olejového filmu. Vzhledem k tomu, že šířka pouzdra je výrazně větší než jeho průměr, je vnější olejový film modelován jako nekonečně dlouhé ložisko, v jehož olejovém filmu nedochází ke kavitaci. Výpočet tlumení vychází z rovnice [3]:

$$F_d = \begin{pmatrix} F_r \\ F_t \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} d_{rr} & 0 \\ 0 & d_{tt} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{e} \\ e\dot{\gamma} \end{pmatrix}, \tag{2.38}$$

kde d_{rr} je tlumící koeficient v normálovém směru,
d_{tt} je tlumící koeficient v tangenciálním směru,
$\dot{e}$ je rychlost výchylky pouzdra a
$\dot{\gamma}$ je rychlost víření oleje ($\dot{\gamma} = 0$ pro nerotující pouzdro).

V našem případě je uvažováno nerotující pouzdro, tím pádem se tlumící síla zjednoduší pouze na její normálovou složku. Zajímá nás pak tedy pouze výpočet normálového tlumícího koeficientu, který vychází z následující rovnice [3]:

$$d_{rr} = 12\pi\mu L \left(\frac{D}{\delta}\right)^3 \left[\frac{1}{(1-\varepsilon_t^2)^{3/2}}\right], \tag{2.39}$$

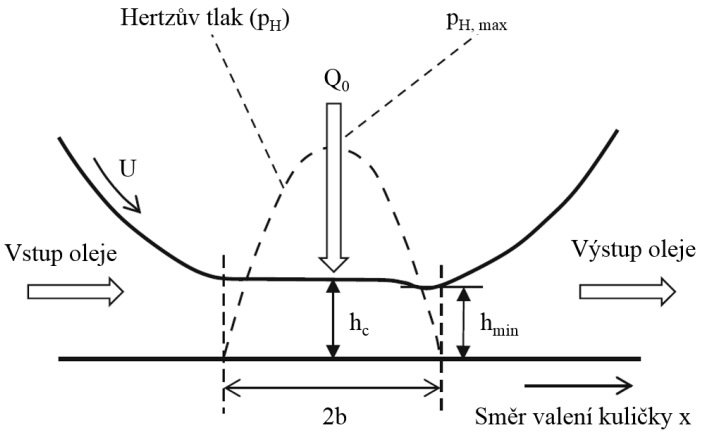
kde μ je dynamická viskozita oleje,
δ je radiální vůle tlumiče (viz obrázek 1.5),
L je šířka pouzdra,
D je průměr pouzdra a
ε_t je relativní excentricita vnějšího olejového filmu ($\varepsilon_t = e/c$).

Výsledná tlumící síla vnějšího olejového filmu je vypočtena z rovnice [3]:

$$F_r = -d_{rr}\dot{e} = -12\pi\mu L \left(\frac{D}{\delta}\right)^3 \left[\frac{1}{(1-\varepsilon_t^2)^{3/2}}\right] c\dot{\varepsilon}. \tag{2.40}$$

2.3.4. Výpočet Hertzova tlaku na kontaktní ploše

Hertzův tlak na kontaktní ploše mezi valivým elementem a ložiskovými kroužky způsobuje elastickou deformaci valivých prvků. Tloušťka olejového filmu je na kontaktní ploše konstantní h_c a na výstupu z konstantní plochy se snižuje na hodnotu h_{min}. Hertzův tlak výrazně zvyšuje svoje hodnoty směrem do středu kontaktní plochy, má tedy parabolický průběh s maximálním tlakem $p_{H,max}$ ve středu kontaktní plochy, jak je vidět na obrázku 2.7. Maximální hodnoty Hertzova tlaku se v závislosti na vnějším zatížení pohybují v rozmezí 1,5–3,2 GPa. Kulička ložiska se přitom začíná plasticky deformovat v 4,2 GPa [11].



Obrázek 2.7: Hertzův tlak na kontaktní ploše [11]

Výpočet Hertzova tlaku závisí na mnoha parametrech, mezi které patří například zatížení ložiska, maximální síla působící na nejnižší valivý element Q_0, materiál kuličky/-válečku a kroužků nebo geometrie kontaktní plochy. Geometrie kontaktní plochy se liší u

kuličkových a válečkových ložisek, jak je zobrazeno na obrázku 2.8. Kontaktní plocha u kuličkového ložiska má tvar elipsy s rozměry hlavní a vedlejší poloosy a a b. Maximální Hertzův tlak je vypočten z rovnice [16]:

$$p_{H,max} = \frac{3W}{2\pi ab}, \tag{2.41}$$

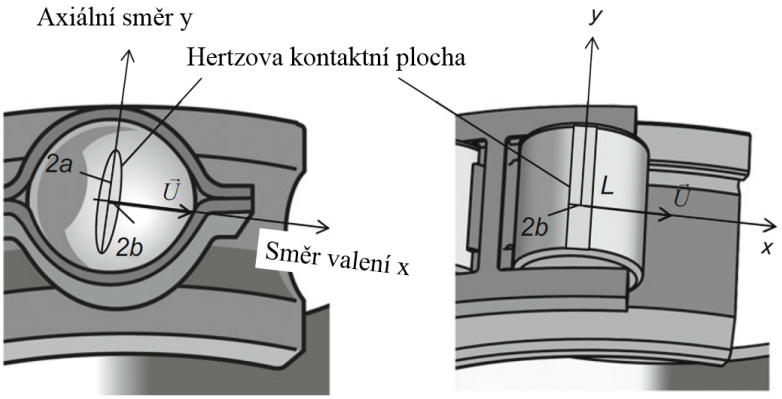
kde W je radiální zatížení ložiska.

Hlavní a vedlejší poloosa eliptického kontaktu se vypočte ze vztahů [14]:

$$a = 2\left(\frac{6k_e^2\varepsilon WR}{\pi E_{eff}}\right)^{1/3}, \tag{2.42}$$

$$b = 2\left(\frac{6\varepsilon WR}{\pi k_e E_{eff}}\right)^{1/3}, \tag{2.43}$$

kde W je radiální zatížení ložiska,
R je redukovaný poloměr ložiska,
k_e je parametr elipticity,
ε je eliptický integrál a
R je redukovaný modul pružnosti.



Obrázek 2.8: Tvar Hertzovy kontaktní plochy pro kuličkové a válečkové ložisko [11]

2.4. Výpočet tloušťky olejové vrstvy

Tloušťka olejového filmu hraje významnou roli ve výpočtu životnosti, opotřebení, tření a tlumení ložiska. Závisí na mnoha parametrech mezi které patří viskozita oleje, teplota oleje nebo struktura povrchu valivých prvků a kroužků.

Jak je zřejmé z obrázku 2.7, vyskytují se na kontaktní ploše dvě tloušťky olejového filmu – h_{min} a h_c. Tloušťka olejového filmu mezi kuličkami a kroužky závisí na rychlostním (U') a zatěžovacím (W') součiniteli kuliček, součiniteli materiálu (G') a na součiniteli elipticity (k_e) Hertzovy kontaktní plochy. Obecně platí [11]:

- Čím rychleji kulička rotuje tím větší olejový film se vytváří mezi kuličkou a kroužkem ložiska. Proto tloušťka olejového filmu roste se součinitelem rychlosti.
- Čím vyšší viskozita oleje, tím větší olejová vrstva se vytváří na kontaktní ploše. Viskozita oleje se zvyšuje exponenciálně s koeficientem tlaku a viskozity, který souvisí se součinitelem materiálu.
- Naproti tomu čím větší ekvivalentní radiální zatížení působí na kuličku, tím menší olejová vrstva vzniká.
- Pokud je velikost vedlejší osy elipsy kontaktní plochy $2b$ výrazně nižší než hlavní osa elipsy $2a$ v axiálním směru y ($2b << 2a$), nevytvoří se žádný olejový film na kontaktní ploše, jelikož velice malá kontaktní plocha povede k vysokému Hertzovu tlaku.

Součinitel rychlosti

Bezrozměrný parametr rychlosti U' je definován jako [11]:

$$U' = \frac{\mu_0 U}{E_{eff} R_x}; R_x \equiv R_{IR;OR,x}, \tag{2.44}$$

kde μ_0 je dynamická viskozita oleje při atmosferickém tlaku.

Střední obvodová rychlost U na kontaktu kuličky a kroužku se vypočítá z rovnice [11]:

$$U = \frac{\pi N d_e}{120}\left[1 - \left(\frac{d}{d_e}\cos\beta\right)^2\right] \cdot 10^{-3}, \tag{2.45}$$

kde N jsou otáčky rotoru za minutu
d_e je rozteč valivých elementů a
d je průměr valivého elementu.

Součinitel zatížení

Bezrozměrný součinitel zatížení je pro kuličková ložiska definován jako [11]:

$$W' = \frac{W}{E_{eff} R_x^2}; R_x \equiv R_{IR;OR,x}, \tag{2.46}$$

kde W je maximální ekvivalentní normálové zatížení působící pod Hertzovou kontaktní plochou.

Součinitel elipticity

Součinitel elipticity kontaktní plochy je definován z rovnice [11]:

$$k_e = \frac{a}{b} = 1{,}0339 \left(\frac{R_y}{R_x}\right)^{\frac{2}{\pi}}; R_x \equiv R_{IR;OR,x}; R_y \equiv R_{IR;OR,y} \tag{2.47}$$

kde a a b jsou hlavní a vedlejší osy eliptické kontaktní zóny.

Součinitel materiálu

Bezrozměrný součinitel materiálu G' je definován jako [11]:

$$G' = \alpha_{EHL} E_{eff}, \tag{2.48}$$

kde α_{EHL} je koeficient tlaku a viskozity (tzv. Barusův koeficient) pro elastickohydrodynamické mazání.

$$\alpha_{EHL} \approx 5{,}1 \cdot 10^{-9} Z(\ln \mu_0 + 9{,}67), \tag{2.49}$$

kde μ_0 je dynamická viskozita oleje při atmosferickém tlaku.

Součinitel Z je vypočten z rovnice [11]:

$$Z \approx [7{,}81(H_{40} - H_{100})]^{1,5} F_{40}, \tag{2.50}$$

kde

$$H_{40} = \log_{10}(\log_{10} \mu_{40} + 1{,}2), \tag{2.51}$$

$$H_{100} = \log_{10}(\log_{10} \mu_{100} + 1{,}2), \tag{2.52}$$

$$F_{40} = 0{,}885 - 0{,}864 H_{40}, \tag{2.53}$$

kde dynamické viskozity μ_{40} a μ_{100} v $mPa \cdot s$ jsou při teplotách oleje 40 °C a 100 °C.

2.4.1. Tloušťka olejového filmu u kuličkových ložisek

Minimální tloušťka olejového filmu h_{min} pro elastohydrodynamické mazaní na eliptické kontaktní ploše vychází z řešení Reynoldsovy rovnice a rovnice elasticity [14]:

$$H_{min} = \frac{h_{min}}{R_x} = 3{,}63 U'^{0,68} G'^{0,49} W'^{-0,073} [1 - e^{-0,68 k_e}]. \tag{2.54}$$

Centrální tloušťka olejového filmu h_c pro eliptickou kontaktní plochu je vypočtena z rovnice [14]:

$$H_c = \frac{h_c}{R_x} = 2{,}69 U'^{0,67} G'^{0,53} W'^{-0,067} [1 - 0{,}61 e^{-0,73 k_e}]. \tag{2.55}$$

2.5. Ložiska pracující při vysokých otáčkách

Dynamické zatížení se objevuje mezi valivými elementy a kroužky ložiska díky rychlosti otáčení ložiska a rychlosti otáčení valivých prvků kolem své osy. U ložisek pracujících při nízkých otáčkách jsou tato dynamická zatížení zanedbatelná v porovnání s externím zatížení. Při vysoko rychlostních aplikacích ovšem hrají významnou roli odstředivé síly a gyroskopické momenty, což bude mít za následek změnu rozdělení zatížení na valivých elementech. U válečkových ložisek budou mít odstředivé síly za následek zvýšení kontaktní deformace na vnějším kroužku. U kuličkových ložisek způsobí tyto dynamické efekty zvýšení kontaktního úhlu na vnitřním kroužku a snížení kontaktního úhlu na vnějším kroužku [17].

2.5.1. Odstředivá síla

Pro kuličková ložiska obecně vychází odstředivá síla vznikající rotací kolem středu ložiska z rovnice:

$$F_c = \frac{\pi^3 \rho}{10800} d^3 n_m^2 d_e, \tag{2.56}$$

kde ρ je hustota,
d je průměr valivého elementu,
n_m jsou otáčky valivého elementu a
d_e je rozteč valivých elementů.

V případě ložisek s ocelovými kuličkami se vztah zjednoduší na [17]:

$$F_c = 2{,}26 \cdot 10^{-11} d^3 n_m^2 d_e, \tag{2.57}$$

Pro ocelové válečkové ložisko se odstředivá síla vypočte z rovnice [17]:

$$F_c = 3{,}39 \cdot 10^{-11} d^2 l_t n_m^2 d_e, \tag{2.58}$$

kde l_t je délka válečku.

V rovnicích výše se objevují otáčky valivého elementu kolem osy ložiska, které se při zanedbání skluzu valivého elementu vypočtou ze vztahu [16]:

$$n_m = \frac{1}{2}[n_i(1-\gamma) + n_o(1+\gamma)], \tag{2.59}$$

kde n_i jsou otáčky vnitřního kroužku,
n_o jsou otáčky vnějšího kroužku a
$\gamma = d \cdot cos(\beta)/d_e$.

Vzhledem k tomu, že jsme u základních předpokladů (kapitola 2.2.3) stanovili otáčky valivého elementu kolem své osy za nulové, není odstředivá síla vznikající rotací valivého elementu kolem vlastní osy uvažována.

2.5.2. Gyroskopický moment

Gyroskopický moment způsobený valivými prvky je možné ve většině případů zanedbat, což vede pouze k minimálním ztrátám na přesnosti výpočtu. V našem případě bude jeho hodnota nulová, jelikož není předpokládána žádná rotace valivého elementu kolem své vlastní osy.

2.6. Třecí ztráty

Celkový třecí moment působící na ložisko je tvořen zatížením ložiska, vnitřním třením oleje a ložiskovým těsněním. Je vypočten z rovnice [18]:

$$M_T = M_P + M_L + M_S, \tag{2.60}$$

kde M_P je moment způsobený radiálním a axiálním zatížení,
M_L je moment způsobený vnitřním třením oleje a
M_S je moment způsobený třením mezi těsněním a prvky ložiska.

Moment způsobený zatížení M_P [N mm] vychází z rovnice [18]:

$$M_P = 0{,}5\mu P_m d_e, \tag{2.61}$$

kde μ je koeficient tření ložiska,
P_m je ekvivalentní zatížení ložiska a
d_e je rozteč ložiska [mm].

Třecí koeficient pro daný typ ložiska μ se získá z následující tabulky:

Tabulka 2.1: Třecí koeficient valivých ložisek [18]

Typ ložiska	Třecí koeficient, μ
Kuličkové ložisko	0,0015
KLKS	
Jednořadé	0,0020
Dvouřadé	0,0024
Válečkové ložisko	
S klecí	0,0011
Plný počet valivých el.	0,0020

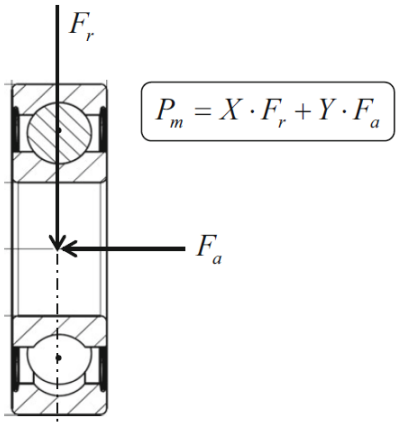
Ekvivalentní zatížení ložiska vychází ze vztahu [11]:

$$P_m = XF_r + YF_a. \tag{2.62}$$

Koeficienty X a Y se přibližně získají z tabulky 2.2.

Třecí moment způsobený vnitřním třením oleje M_L [N mm] je uvažován pro ložiska pracující ve vysokých otáčkách. Tento moment závisí na viskozitě lubrikantu, rychlosti a množství oleje a je nezávislý na zatížení ložiska. Pro $\nu \cdot N \geq 2000$ jeho výpočet vychází ze vztahu [16]:

$$M_L = 10^{-7} f_L (\nu \cdot N)^{2/3} d_e^3, \tag{2.63}$$



Obrázek 2.9: Ekvivalentní zatížení ložiska [11]

Tabulka 2.2: Koeficienty X a Y pro výpočet ekvivalentního zatížení [16]

	Jednořadá ložiska		Dvouřadá ložiska	
	X	Y	X	Y
Kuličková ložiska	0,6	0,5	0,6	0,5
KLKS				
$\alpha = 15°$	0,5	0,47	1	0,94
$\alpha = 20°$	0,5	0,42	1	0,84
$\alpha = 25°$	0,5	0,38	1	0,76
$\alpha = 30°$	0,5	0,33	1	0,66

kde ν je kinematická viskozita oleje $[mm^2/s]$,
N jsou otáčky ložiska $[min^{-1}]$,
d_e je rozteč valivých elementů $[mm]$ a
f_L je faktor závisející na druhu ložiska a způsobu mazaní (viz tabulka 2.3).

Tabulka 2.3: Hodnoty koeficientu f_L [16]

	Mazivo	Mazání olejovou mlhou	Olejová lázeň	Olejová tryska
Kuličkové ložisko	0,75–2	1	2	4
KLKS	2	1,7	3,3	6,6
Válečkové ložisko	0,6–1	1,5–2,8	2,2–4	2,2–4

V případě, kdy je ložisko konstruováno s ložiskovým těsněním, je nutné uvažovat i třecí ztráty způsobené tímto těsněním. Třecí moment těsnění M_S [N mm] je pro dvě těsnění dle SKF vypočten z rovnice [18]:

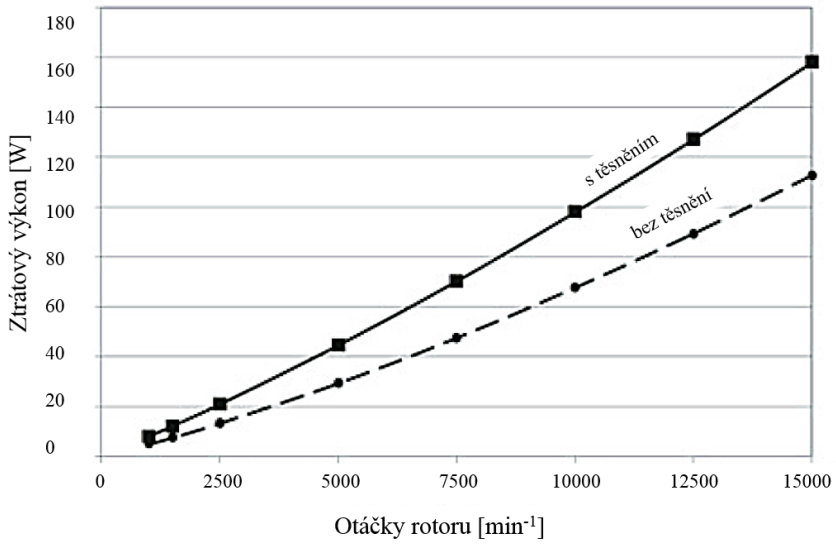
$$M_S = \left(\frac{d+D}{f_1}\right)^2 + f_2, \tag{2.64}$$

kde d je průměr díry ložiska $[mm]$,
D je vnější průměr hřídele $[mm]$ a
f_1,f_2 jsou koeficienty (viz tabulka 2.4).

Tabulka 2.4: Třecí koeficienty pro ložisková těsnění [18]

	f_1	f_2
Kuličkové ložisko, KLKS	20	10
Válečkové ložisko	10	50

Na obrázku 2.10 je vidět rozdíl ve ztrátovém výkonu ložiska v případě použití ložiskového těsnění a bez těsnění. Daný příklad je pro kuličkové ložisko 6305 s ekvivalentním radiálním zatížením $P_m = 6500$ N a teplotou oleje 120 °C.



Obrázek 2.10: Třecí výkon ložiska s těsněním a bez těsnění v závislosti na otáčkách rotoru [11]

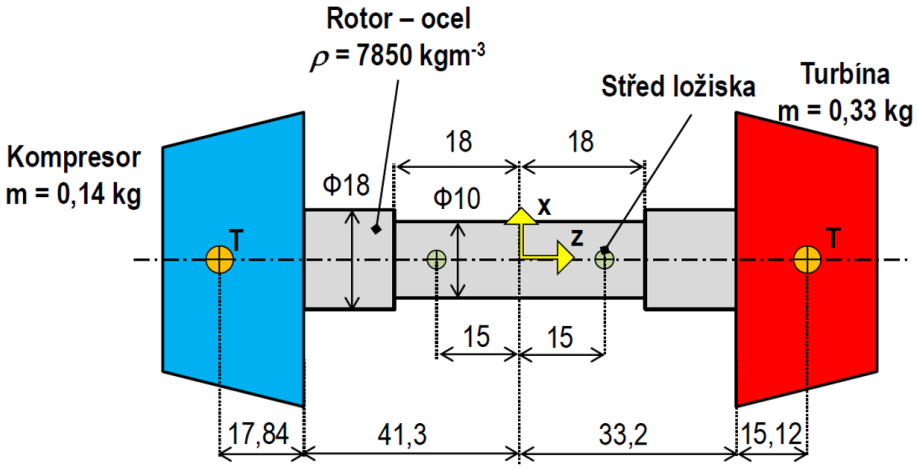
Celkový ztrátový výkon ložiska P_T [W] je vypočten z rovnic uvedených výše a otáček rotoru N $[min^{-1}]$ [11]:

$$P_T = 10^{-3} M_T \omega = 10^{-3}(M_P + M_L + M_S)\left(\frac{2\pi N}{60}\right). \tag{2.65}$$

3. Výpočtový model rotoru

3.1. Zadané parametry

V diplomové práci bylo zadáno turbodmychadlo pro užitkové automobily s maximálními otáčkami 120 000 min^{-1}. Rotor bude pro zjednodušení modelován s pružnou hřídelí a tuhým kompresorovým a turbínovým kolem. Pro účely simulace jsou proto relevantní rozměry hřídele. V případě kol je známa poloha těžiště, hmotnost a tenzory setrvačnosti.



Obrázek 3.1: Rozměry rotoru turbodmychadla

Tabulka 3.1: Tenzor setrvačnosti kompresorového kola vzhledem k těžišti [$kg\ mm^2$]

45,8	0	0
0	45,8	0
0	0	45,7

Tabulka 3.2: Tenzor setrvačnosti turbínového kola vzhledem k těžišti [$kg\ mm^2$]

81,7	0	0
0	81,7	0
0	0	103

3.1.1. Olej

Pro simulaci byl použit olej Castrol Edge 0W30 s teplotou 120 °C. Dynamická viskozita oleje při této teplotě je rovna $\mu = 0{,}006986\ Pa\ s$.

3.2. Volba ložiska

Při volbě ložiska je vycházeno z volně dostupného katalogu SKF. Úkolem bylo najít kuličkové ložisko s kosoúhlým stykem (KLKS) nebo válečkové ložisko (VL) s průměrem díry 10 mm, které je schopné pracovat při otáčkách 120 000–140 000 min^{-1}. Vzhledem k velice malému průměru hřídele se výběr ložiska v prvním kroku zredukoval pouze na KLKS, neboť VL s takovýmto průměrem díry se v katalogu vůbec neuvádí. Výhodou KLKS je, že jsou schopné pracovat pod radiálním i axiálním zatížením, díky čemuž není nutné modelovat na rotoru axiální ložisko.

KLKS se dle katalogu SKF vyrábí se třemi kontaktními úhly – 15°, 18° a 25° s tím, že nižší kontaktní úhly jsou vhodné pro vysoké otáčky a vyšší kontaktní úhly se hodí pro aplikace s větším axiálním zatížením. Další dělení ložisek spočívá ve velikosti valivých elementů a to do skupin s označením B, D, E a W. V případě desingu s označením D jsou kuličky výrazně větších rozměrů, což vede k vyšší únosnosti ložiska. Třídy s označením E, W a B mají větší počet menších kuliček, což vede ke snížení únosnosti a snížení odstředivých sil při vysokých otáčkách. Dle katalogu SKF je třída E nejvhodnější pro vysokorychlostní aplikace, jelikož ve srovnání s třídou B má vyšší únosnost a na rozdíl od třídy W se vyrábí s kontaktním úhlem 15° [19].

Vzhledem k tomu, že jsou ložiska turbodmychadla mazána olejem a pracují ve velmi vysokých otáčkách, je nutné hledat ložisko bez ložiskového těsnění.

Vzhledem k výše zmíněným faktům bylo z katalogu SKF vybráno ložisko s označením 71900 CE/P4A. Jedná se o ocelové ložisko s kontaktním úhlem 15° spadající do třídy E.

Tabulka 3.3: Základní údaje ložiska 71900 CE/P4A

Průměr díry	10 mm
Průměr vnějšího kroužku	22 mm
Průměr valivého elementu	3,175 mm
Počet valivých elementů	11
Šířka ložiska	6 mm
Dynamická únosnost	2030 N
Statická únosnost	815 N
Maximální rychlost pro olejové mazání	155 000 min^{-1}
Hmotnost ložiska	0,009 kg

Tento typ ložiska se také vyrábí v provedení s keramickými valivými elementy s označením 71900 CE/HCP4A. Srovnání výsledků při použití ocelového a hybridního keramického ložiska bude provedeno v této diplomové práci.

Tabulka 3.4: Základní údaje ložiska 71900 CE/HCP4A

Průměr díry	10 mm
Průměr vnějšího kroužku	22 mm
Průměr valivého elementu	3,175 mm
Počet valivých elementů	11
Šířka ložiska	6 mm
Dynamická únosnost	2000 N
Statická únosnost	815 N
Maximální rychlost pro olejové mazání	185 000 min^{-1}
Hmotnost ložiska	0,008 kg

3.2.1. Výpočet tuhosti ložiska 71900 CE/P4A

Při výpočtu tuhosti zvoleného ložiska se vychází ze vztahů uvedených v sekci 2.3. Ze vztahů vyplývá, že tuhost kuličkového ložiska s kosoúhlým stykem je konstantní se změnou zatížení, a proto nebylo nutné celý výpočet provádět přímo v programu Adams – View. Tuhost ložiska byla spočítána v programu Matlab, jehož výpočtový skript je přiložený v příloze diplomové práce. Geometrie ložiska byla získána z CAD modelu, který je volně dostupný na webových stránkách SKF.

Tabulka 3.5: Geometrie valivého ložiska 71900 CE/P4A

Průměr vnitřního drážky d_i	12,834 mm
Průměr vnější drážky d_o	19,194 mm
Průměr valivého elementu d	3,175 mm
Počet valivých elementů Z	11
Poloměr vnitřní drážky r_i	1,59 mm
Poloměr vnější drážky r_o	1,59 mm
Kontaktní úhel β	15°
Modul pružnosti kroužků E_a	$2{,}1{\cdot}10^{11}$ Pa
Modul pružnosti valivého elementu E_b	$2{,}1\cdot10^{11}$ Pa
Poissonovo číslo kroužků υ_a	0,3
Poissonovo číslo valivého elementu υ_b	0,3

Rozteč ložiska:

$$d_e = \frac{1}{2}(d_o + d_i) = 0{,}016014\ m$$

Konformita kroužku:

$$R_{r,o} = R_{r,i} = \frac{r}{d} = 0{,}500787$$

Redukovaný poloměr vnějšího kroužku:

$$R_{x,o} = \frac{d(d_e + dcos\beta)}{2d_e} = 0{,}001892\ m$$

$$R_{y,o} = \frac{R_{r,o}d}{2R_{r,o} - 1} = 1{,}009650\ m$$

$$R_o = \frac{R_{y,o}R_{x,o}}{R_{y,o} + R_{x,o}} = 0{,}001888\ m$$

$$\alpha_{r,o} = \frac{R_{y,o}}{R_{x,o}} = 533{,}78$$

Redukovaný poloměr vnitřního kroužku:

$$R_{x,i} = \frac{d(d_e - dcos\beta)}{2d_e} = 0{,}001283\ m$$

$$R_{y,i} = \frac{R_{r,i}d}{2R_{r,i} - 1} = 1{,}009650\ m$$

$$R_i = \frac{R_{y,i}R_{x,i}}{R_{y,i} + R_{x,i}} = 0{,}001282\ m$$

$$\alpha_{r,i} = \frac{R_{y,i}}{R_{x,i}} = 786{,}65$$

Parametr elipticity:

$$k_o = \alpha_{r,o}^{2/\pi} = 54.48$$

$$k_i = \alpha_{r,i}^{2/\pi} = 69.74$$

Eliptické integrály:

$$F_o = \frac{\pi}{2} + q_a\ ln\alpha_{r,o} = 5{,}1554$$

$$F_i = \frac{\pi}{2} + q_a\ ln\alpha_{r,i} = 5{,}3767$$

$$\varepsilon_o = 1 + \frac{q_a}{\alpha_{r,o}} = 1{,}0011$$

$$\varepsilon_i = 1 + \frac{q_a}{\alpha_{r,i}} = 1{,}0007$$

Redukovaný modul pružnosti:

$$E_{eff} = \frac{2}{\left(\frac{1 - \upsilon_a^2}{E_a}\right) + \left(\frac{1 - \upsilon_b^2}{E_b}\right)} = 2{,}3077 \cdot 10^{11}\ Pa$$

Tuhost vnějšího kroužku:

$$k_{OR} = \pi k_o E_{eff} \sqrt{\left(\frac{1}{F_o}\right)^3 \frac{2\varepsilon_o R_o}{9}} = 6{,}9160 \cdot 10^{10}\ N\ m^{-1}$$

Tuhost vnitřního kroužku:

$$k_{IR} = \pi k_i E_{eff} \sqrt{\left(\frac{1}{F_i}\right)^3 \frac{2\varepsilon_i R_i}{9}} = 6{,}8475 \cdot 10^{10}\ N\ m^{-1}$$

Celková tuhost jednoho elementu ložiska:

$$k_s = \frac{k_{IR}k_{OR}}{k_{IR} + k_{OR}} = 3{,}4408 \cdot 10^{10}\ N\ m^{-1}$$

Celková tuhost ložiska:

$$K = \sum_{i=0}^{Z/2} k_s \sin\left(i\frac{360}{Z}\right) = 1{,}0590 \cdot 10^{11}\ N\ m^{-1}$$

3.2.2. Výpočet tuhosti ložiska 71900 CE/HCP4A

Změna u hybridního keramického ložiska ve srovnání s ocelovým ložiskem je v modulu pružnosti a v poissonově číslu valivých elementů. Jejich hodnoty pro hybridní ložisko jsou uvedeny v tabulce níže. Neuvedené hodnoty nutné pro výpočet jsou shodné s hodnotami ocelového ložiska uvedenými v tabulce 3.5 .

Tabulka 3.6: Geometrie valivého ložiska 71900 CE/HCP4A

Modul pružnosti kroužků E_a	$2{,}1{\cdot}10^{11}$ Pa
Modul pružnosti valivého elementu E_b	$3{,}2\cdot10^{11}$ Pa
Poissonovo číslo kroužků υ_a	0,3
Poissonovo číslo valivého elementu υ_b	0,29

Výpočet tuhosti hybridního keramického ložiska bude shodný s výpočtem ocelového ložiska až po výpočet eliptického integrálu. Proto zde již tyto kroky nebudou po druhé opakovány. Výpočet tuhosti tak začne od výpočtu redukovaného modulu pružnosti.

Redukovaný modul pružnosti:

$$E_{eff} = \frac{2}{\left(\frac{1-\upsilon_a^2}{E_a}\right) + \left(\frac{1-\upsilon_b^2}{E_b}\right)} = 2{,}7795 \cdot 10^{11}\ Pa$$

Tuhost vnějšího kroužku:

$$k_{OR} = \pi k_o E_{eff} \sqrt{\left(\frac{1}{F_o}\right)^3 \frac{2\varepsilon_o R_o}{9}} = 8{,}3299 \cdot 10^{10}\ N\ m^{-1}$$

Tuhost vnitřního kroužku:

$$k_{IR} = \pi k_i E_{eff} \sqrt{\left(\frac{1}{F_i}\right)^3 \frac{2\varepsilon_i R_i}{9}} = 8{,}2475 \cdot 10^{10}\ N\ m^{-1}$$

Celková tuhost jednoho elementu ložiska:

$$k_s = \frac{k_{IR} k_{OR}}{k_{IR} + k_{OR}} = 4{,}1443 \cdot 10^{11}\ N\ m^{-1}$$

Celková tuhost ložiska:

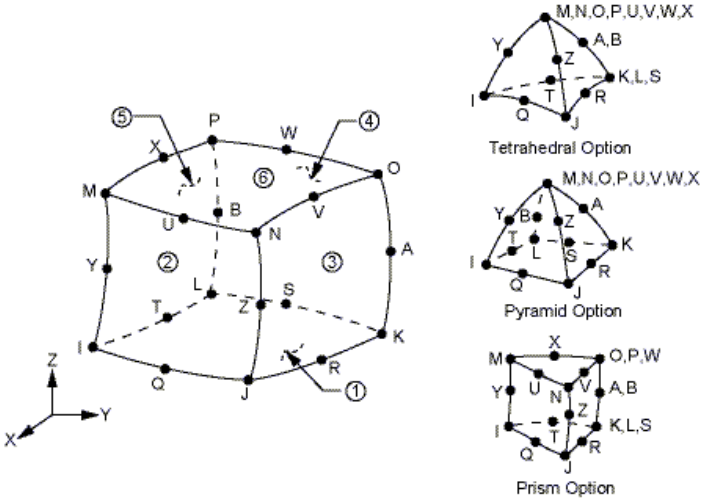
$$K = \sum_{i=0}^{Z/2} k_s \sin\left(i\frac{360}{Z}\right) = 1{,}2754 \cdot 10^{11}\ N\ m^{-1}$$

3.3. Model hřídele v MKP

Model pružné hřídele byl vytvořen v programu Ansys Mechanical APDL ve verzi 16.

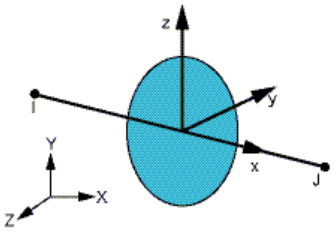
3.3.1. Volba použitých prvků a materiálových vlastností

Pro tvorbu sítě hřídele rotoru byl vybrán prvek Solid 186, který se běžně používá pro 3D modelování tuhých těles. Tento prvek je definován celkem 20-ti uzly s třemi stupni volnosti (posuvy v ose x, y a z) pro každý uzel, které jsou zobrazeny na obrázku 3.2. Tento prvek byl vybrán na úkor prvku Solid 185 pro dosažení vyšší přesnosti analýzy.



Obrázek 3.2: Prvek typu Solid 186 [20]

Další prvek využitý při tvorbě pružné hřídele je prvek MPC 184 Rigid Beam, který slouží pro vytvoření vazebných bodů použitých pro převod tělesa do MBS. Jelikož je následně možné pracovat v MBS pouze s vazebnými uzly vytvořenými pomocí prvku MPC 184.



Obrázek 3.3: Prvek typu MPC 184 Rigid Beam [20]

Vlastnosti materiálu byly definovány následovně:

- E = 2,1 $\cdot 10^{11}$ Pa
- μ = 0,3
- $\rho = 7850\ kg\ m^{-3}$

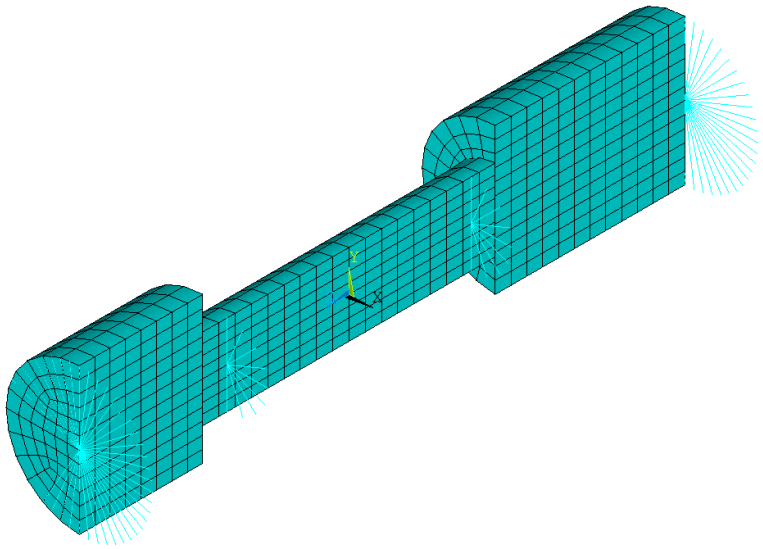
3.3.2. Tvorba geometrie hřídele

Geometrie hřídele byla díky své jednoduchosti vytvořena přímo v software Ansys Mechanical APDL. Pro vytvoření maximálně pravidelné sítě s těžištěm co nejblíže k ose, byl v prvním kroku vytvořen pouze čtvrtinový model hřídele, který byl po vytvoření konečně prvkové sítě zrcadlen na celkový model hřídele.

3.3.3. Vytvoření objemové sítě

Při vytvoření objemové sítě pomocí prvku Solid 186 byla velikost zvolena obecně na 2 mm. Tato síť byla poté zrcadlena pro vytvoření kompletního modelu hřídele. Následně bylo nutné sloučit uzly, které díky zrcadlení vznikly na stejném místě, pomocí funkce Merge Items. Tato funkce nám sloučila uzly, jež od sebe ležely méně než 0,1 mm, aby následně při řešení nedošlo k rozdělení tělesa na menší části.

V dalším kroku byly vytvořeny vazební uzly, za pomoci prvku MPC 184 a materiálu se zanedbatelnou hustotu, tak aby nedošlo k ovlivnění výsledků. Prvek MPC 184 byl v každé pozici propojen pouze s uzly umístěnými na obvodě tělesa. Celkem byly vytvořeny 4 vazebné body, jeden na každém konci hřídele sloužící k připojení kompresorového a turbínového kola. Další dva vazebné body byly vytvořeny pod ložisky pro uchycení modelu valivého ložiska. Umístění vazebných uzlů je zobrazeno na obrázku 3.4.



Obrázek 3.4: Model poloviny hřídele s vazebnými uzly

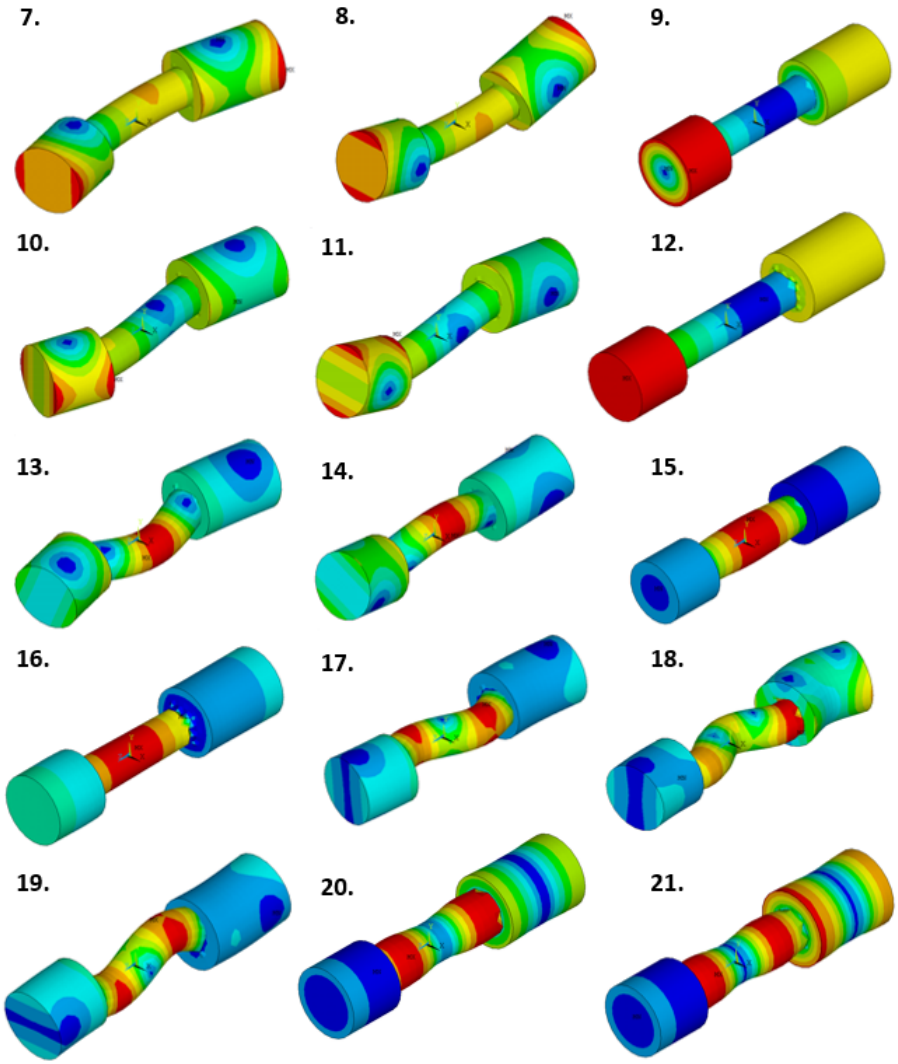
3.3.4. Modální analýza

Modální analýza byla provedena na modelu bez vazebných uzlů a na modelu s vazebnými uzly tak, aby bylo možné určit vliv těchto vazebných uzlů na výsledky analýzy. Pro účely této modální analýzy bylo spočteno celkem 21 vlastních tvarů, jejichž vlastní frekvence naleznete v tabulce 3.7.

Tabulka 3.7: Srovnání výsledků modální analýzy hřídele

Vlastní mód	Vlastní frekvence hřídele bez MPC elementů [Hz]	Vlastní frekvence hřídele s MPC elementy [Hz]	Rozdíl [%]
7	4613,0	4636,2	0,500
8	4613,0	4636,2	0,500
9	7286,9	7287,4	0,007
10	10641,0	10702,0	0,570
11	10641,0	10702,0	0,570
12	17360,0	17472,0	0,641
13	24190,0	24211,0	0,087
14	24190,0	24211,0	0,087
15	34027,0	34031,0	0,012
16	44345,0	44670,0	0,728
17	49245,0	49286,0	0,083
18	49245,0	49286,0	0,083
19	65474,0	65476,0	0,003
20	72896,0	72899,0	0,004
21	73885,0	73994,0	0,147

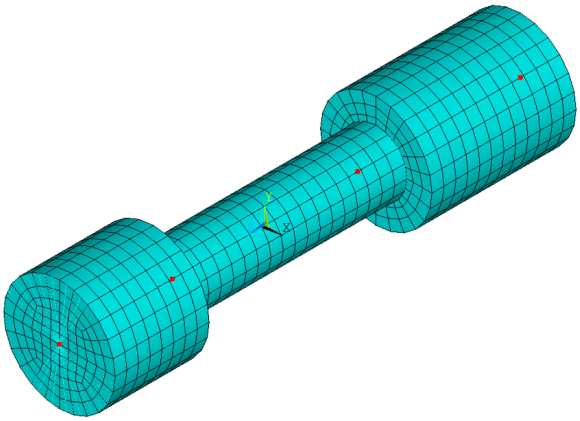
Z výsledků modální analýzy je patrné, že rozdíl mezi oběma simulovanými modely je minimální, vytvořené prvky MPC 184 výsledky výrazně neovlivňují a s modelem lze dále pracovat. Pro ilustraci jsou vlastní tvary hřídele vykresleny na obrázku 3.5.



Obrázek 3.5: Vlastní tvary hřídele

3.3.5. Vytvoření souboru pro převod hřídele z MKP do MBS

Aby bylo možné pracovat s modelem pružné hřídele v programu Adams – View, je nutné exportovat vytvořené těleso do MNF. Při tvorbě tohoto souboru je nutné vybrat dříve vytvořené vazebné body, tak aby se s nimi dalo dále pracovat v MBS. Umístění vazebních bodů je zobrazeno na obrázku 3.6 červenými tečkami. Při výběru výstupních jednotek je vybrána možnost SI, jelikož rozměry a materiálové charakteristiky byly po celou dobu definovány v jednotkách SI. V dalším kroku je nutné vybrat počet vlastních módů tělesa, s nimiž se bude dále pracovat. Výsledkem je soubor s koncovkou MNF, který je následně importován do programu Adams – View.



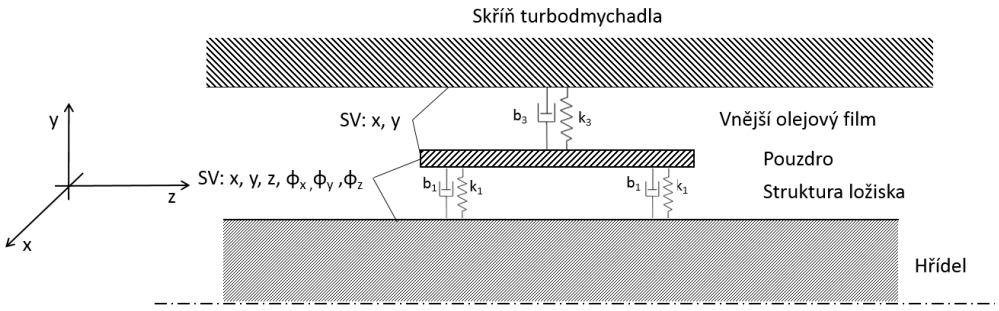
Obrázek 3.6: Umístění vazebných bodů pro export do MBS

3.4. Model rotoru v MBS

3.4.1. Model rotoru

V prvním kroku byl celý rotor turbodmychadla modelován jako tuhé těleso. V tomto kroku bylo nutné nastavit výpočtový model valivého ložiska, aby bylo možné tento model následně použít při simulaci s pružnou hřídelí a tuhými koly. V následujících odstavcích se proto budu zabývat kompletně tuhým rotorem.

Vzhledem k jednoduchosti jednotlivých částí modelu, byly všechny části vytvořeny v prostředí programu Adams – View. Kompresorové a turbínové kolo bylo modelováno pomocí prvku Frustrum a byly u nich definovány momenty setrvačnosti a poloha těžiště. Kola jsou ke hřídeli připojeny pomocí vazby Fixed, která odebírá šest stupňů volnosti. V dalším kroku bylo vymodelováno pouzdro vnějšího olejového filmu jako dutý válec o průměrech 22 a 24 mm. Průměr 22 mm odpovídá vnějšímu průměru vybraného valivého ložiska.



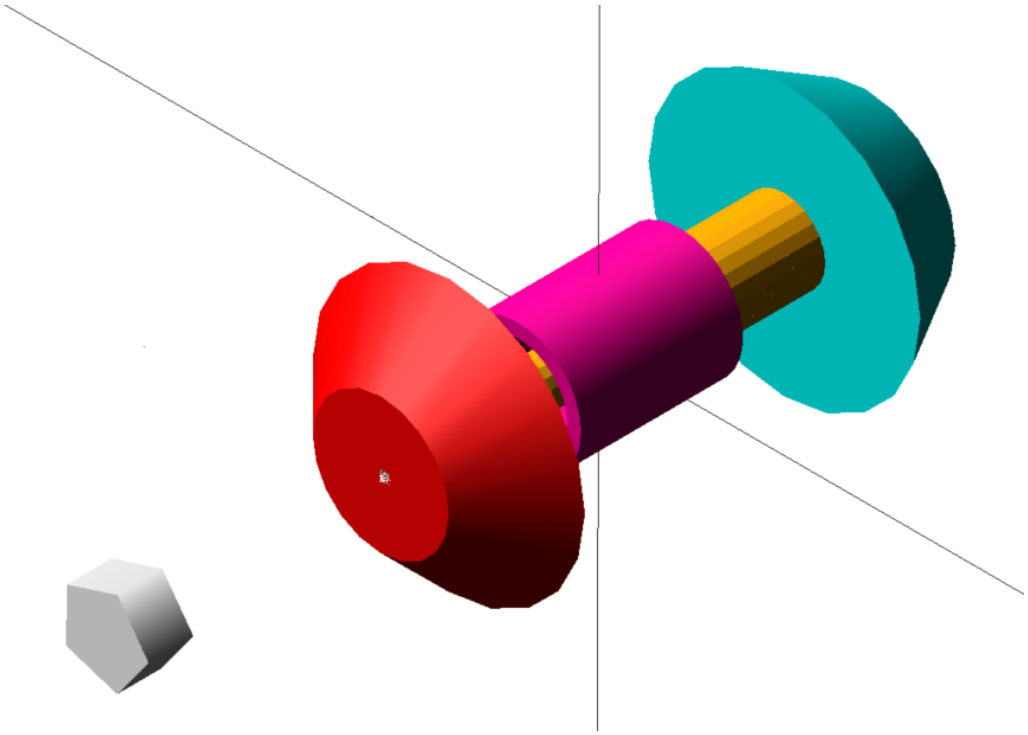
Obrázek 3.7: Schéma modelu valivého ložiska

Pouzdro je zavazbeno ke skříni turbodmychadla pomocí dvou vazeb typu Primite Joint, jedná se o vazbu Orientation, která odebírá 3 rotace, a vazbu Inplane, která odebírá jeden stupeň volnosti, v tomto případě posuv v ose z. Proto má pouzdro tlumiče pouze dva stupně volnosti a to posuvy v ose x a y. Schéma zavazbení rotoru je zobrazeno na obrázku

3.7. Celkově se model skládá ze 4 těles s celkem 8 stupni volnosti.

Dále bylo nutné vymodelovat nevývahu rotoru. K tomuto účelu posloužilo přidání hmotných bodů o hmotnosti 1 g na nosy obou kol ve vzdálenosti 1 mm ve směru osy x. Hmotné body jsou zavazbeny ke kolům pomocí vazby Atpoint.

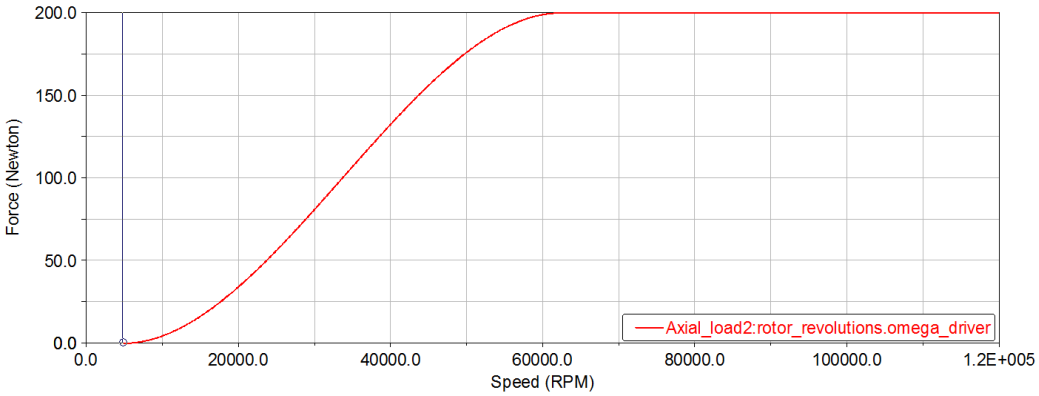
V posledním kroku byl vytvořen pohon turbodmychadla, který byl vymodelován jako samostatné těleso uchycené rotační vazbou. K rotoru je pohon připojen pomocí torzní pružiny s vhodně zvolenou tuhostí a tlumením, tak aby se výrazně nezměnily dynamické vlastnosti rotoru. Simulace rotoru bude probíhat v rozmezí otáček 5 000 až 120 000 min^{-1}. Model rotoru vytvořený v prostředí Adams–View je zobrazen na obrázku 3.8



Obrázek 3.8: Model rotoru v programu Adams – View

3.4.2. Axiální zatížení rotoru

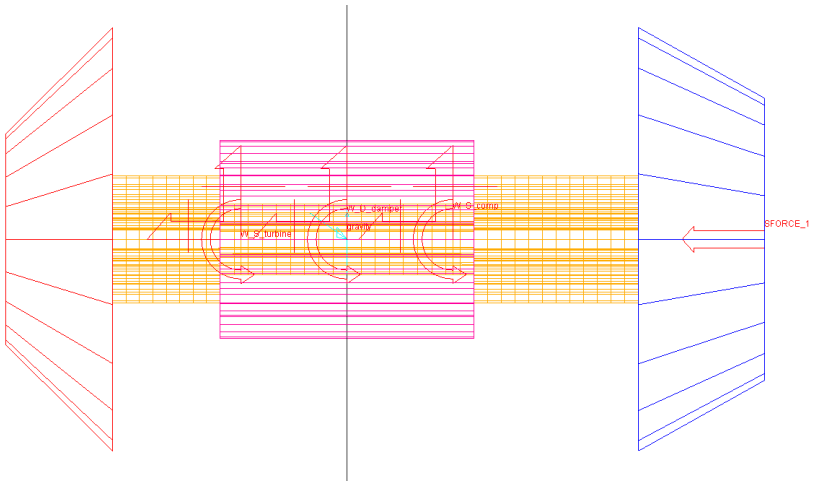
Jak bylo uvedeno v části 1.2.6, došlo k výraznému zjednodušení axiálního zatížení. Rotor byl zatížen v axiálním směru pomocí prvku S-Force, díky kterému je možné vytvořit obecnou sílu působící v jednom směru. Tato síla byla definována pomocí funkce STEP ve tvaru STEP(time, 0, 0, 1, 200). Směr této síly je ve směru od kompresorového k turbínovému kolu. Výsledný průběh axiálního zatížení rotoru je zobrazen na obrázku 3.9.



Obrázek 3.9: Zjednodušené axiální zatížení rotoru

3.4.3. Model valivého ložiska

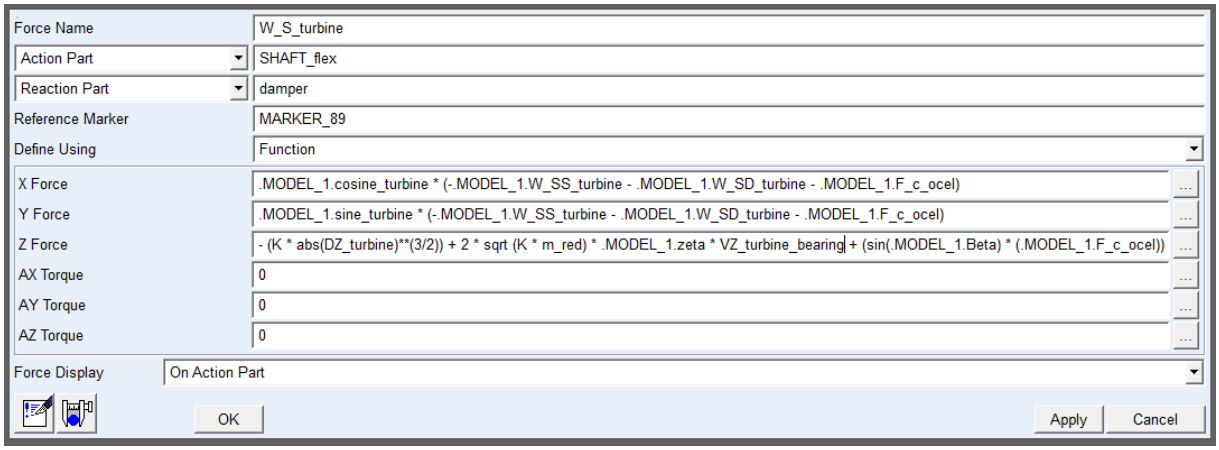
Náhrada valivého ložiska je modelována jako soustava pružiny a tlumiče, jak již bylo zmíněno v kapitole 2.3. Je tedy nutné definovat tuhost a tlumení, k čemuž poslouží prvek obecné síly G-force, jejichž umístění v modelu odpovídá návrhu z obrázku 3.10.



Obrázek 3.10: Zobrazení prvků G-force na modelu rotoru

G-force je prvek, který je definován pomocí tří posuvných sil a tří sil rotačních. V našem případě jsou zadány pouze tři síly posuvu ve směru os x, y a z. Způsob zadání prvku G-force u ložiska na turbínové straně rotoru je zobrazen na obrázku 3.11.

Z obrázku 3.11 vyplývá, že síla v ose x je v tomto případě zadána pomocí celkem čtyř parametrů. Pro ukázku byl vybrán případ ložiska na turbínové straně rotoru. Jedná se o



Obrázek 3.11: Definování tuhosti a tlumení struktury valivého ložiska

síly W_SS_turbine, W_SD_turbine, F_c a goniometrické funkce.

Tuhost struktury ložiska

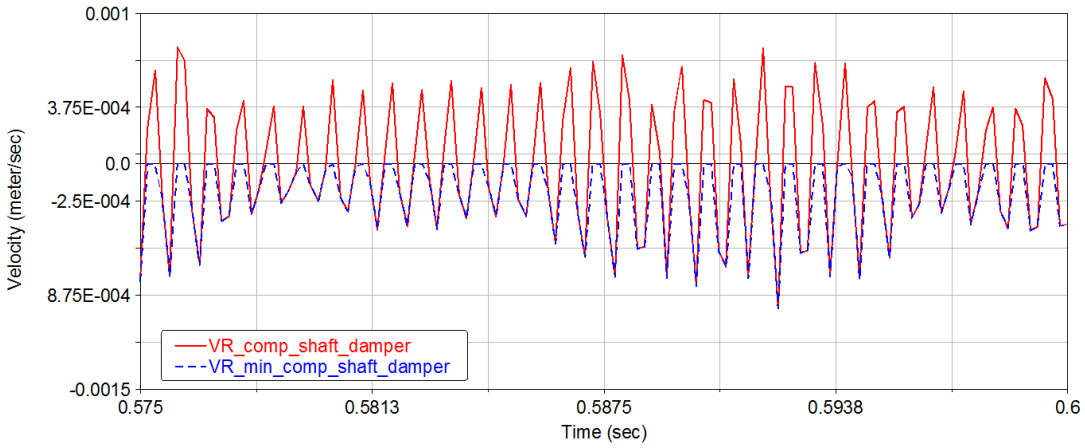
Síla W_SS_turbine odpovídá tuhosti struktury valivého ložiska a je vypočtena dle vztahu 2.31, v němž se vyskytuje jedna proměnná, která se mění v průběhu simulace. V tomto případě je proměnnou posuv δ_m, což je posuv středu ložiska na hřídeli od středu ložiska v pouzdru. Tento posuv odpovídá deformaci ložiska v průběhu simulace, která se vypočte ze vztahu:

$$\delta_m = \sqrt{dx^2 + dy^2} \tag{3.1}$$

kde dx je výchylka středu ložiska umístěného na hřídeli a v pouzdru v ose x a
dy je výchylka středu ložiska umístěného na hřídeli a v pouzdru v ose y.

Tlumení struktury ložiska

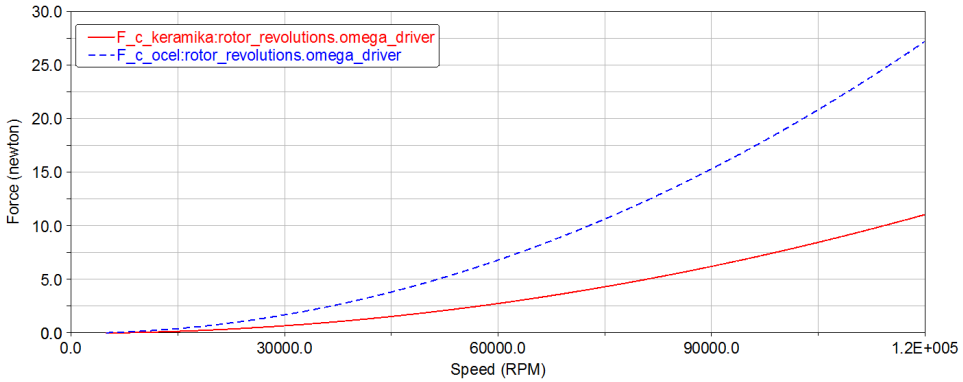
Druhým parametrem je síla od poměrného tlumení struktury valivého ložiska W_SD_turbine, jež se vypočítá ze vztahu 2.37. V tomto vztahu se vyskytuje několik proměnných, nicméně většina z nich je již definována při výpočtu tuhosti ložiska. Jedinou proměnnou, kterou je třeba vymodelovat je rychlost tlumení – v_s. Tato rychlost je vypočtena jako radiální rychlost posuvu markeru středu ložiska umístěného na hřídeli od markeru umístěného na pouzdře. Tlumící síla ovšem působí pouze v případě, kdy dochází ke stlačení imaginární pružiny, výše zmíněné markery se k sobě přibližují a radiální rychlost je tak menší než nula. Tento jev byl zohledněn pomocí funkce MIN, která převede veškeré kladné hodnoty radiální rychlosti na nulu. Srovnání těchto radiálních rychlostí je vykresleno na obrázku 3.12. Pro výpočet tlumící síly byla použita rychlost označená VR_min_turbine_shaft_damper. Koeficient relativního tlumení byl zvolen 5 %.



Obrázek 3.12: Úprava výpočtu radiální rychlosti

Odstředivá síla valivých elementů ložiska

Třetím parametrem je odstředivá síla valivých elementů, jejíž výpočet vychází ze vztahu 2.56. Vzhledem k tomu, že se ve výpočtu odstředivé síly vyskytují otáčky valivého elementu, bylo nutné celý výpočet provést přímo v programu Adams. Průběh odstředivé síly v závislosti na otáčkách je zobrazen na obrázku 3.13. Pro ilustraci je vykresleno srovnání odstředivé síly ocelového a keramického valivého elementu.



Obrázek 3.13: Srovnání odstředivých sil ocelových a keramických valivých elementů ložiska

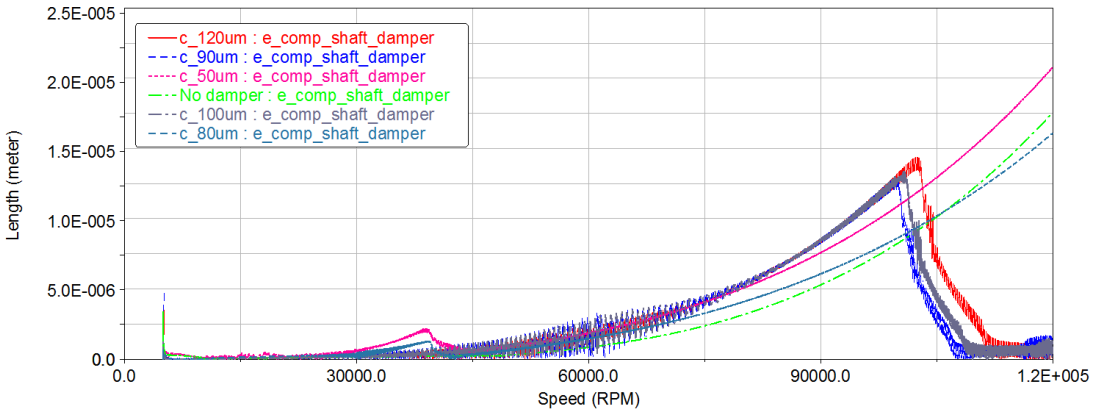
Tlumení vnějšího olejového filmu

Výpočet tlumení vnějšího olejového filmu vychází ze vztahu 2.40, do kterého byla doplněna dynamická viskosita oleje Castrol Edge 0W30 při teplotě 120 °C. Rychlost tlumení byla opět definována za pomoci radiální rychlosti, v tomto případě je ovšem radiální rychlost uvažována v obou směrech, tak aby olejový film mohl tlumit v obou směrech. Délka pouzdra je rovna šířce uložení obou ložisek $L = 36\ mm$. Průměr pouzdra byl zvolen $D = 24\ mm$.

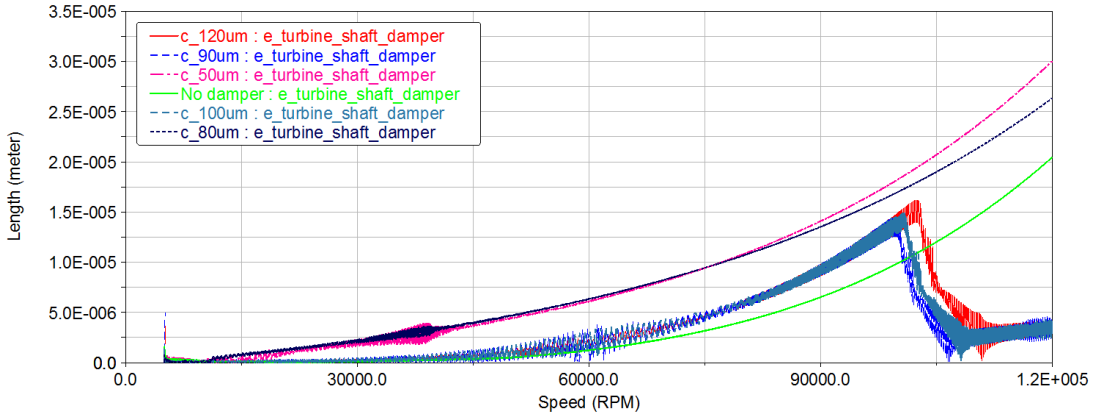
V dalším kroku bylo nutné zvolit velikost vůle, tak aby bylo dosaženo co nejúčinnějšího tlumení. Rotor byl simulován s velikostí vnitřní vůle 50 μm, 80 μm, 90 μm, 100 μm a 120 μm. Výsledné výchylky na ložiskách jsou zobrazeny na obrázcích níže, ze kterých je

patrné, že vnější olejový film plní svoji tlumící funkci od velikosti vůle 90 μm. Při nižších hodnotách vůle je výchylka ložisek dokonce vyšší než v případě rotoru bez tlumiče (v grafech označen "No damper"), což je způsobeno tím, že ložisko a pouzdro se vychylují opačným směrem, čímž se zvyšuje celková deformace ložiska.

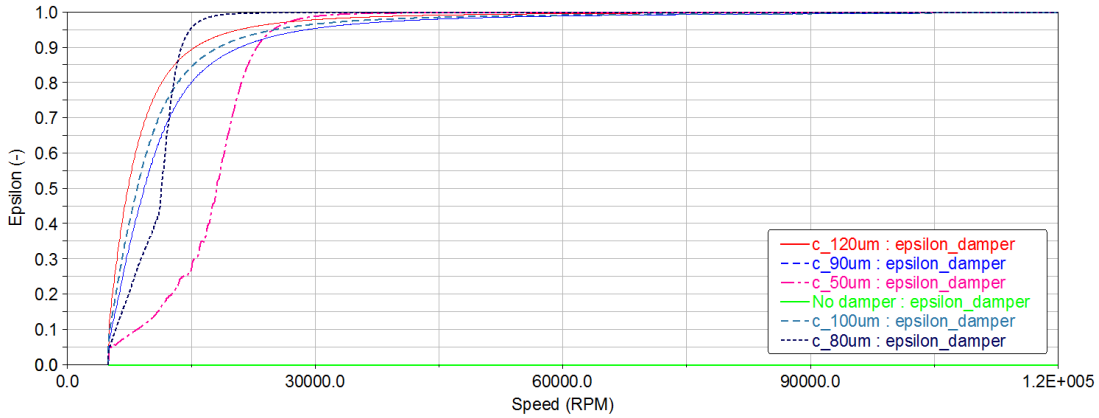
Protože výchylky ložisek dosahují při dalším zvětšení olejové vrstvy podobných hodnot, bylo vzhledem ke snaze o co nejmenší olejovou vrstvu, zvolena pro další simulace vůle vnějšího olejového filmu 90 μm.



Obrázek 3.14: Závislost výchylky ložiska na kompresorové straně na otáčkách rotoru



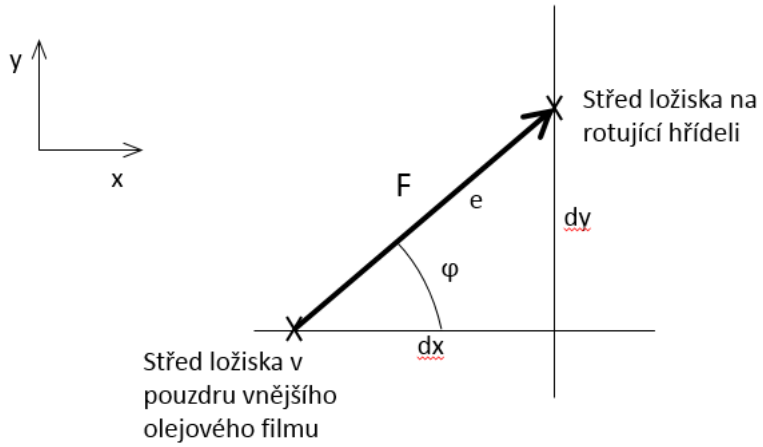
Obrázek 3.15: Závislost výchylky ložiska na turbínové straně na otáčkách rotoru



Obrázek 3.16: Závislost relativní výchylky vnějšího olejového filmu na otáčkách rotoru

Rozklad sil do radiálních směrů X a Y

Posledním neznámým parametrem v definici prvku G-force z obrázku 3.11 jsou goniometrické funkce sinus a cosinus. Tyto funkce slouží k rozkladu celkových sil tuhosti a tlumení do složek v ose x a y. Také zajistí, že všechny síly budou při rotaci hřídele ve skříni směřovat stejným směrem. Způsob jejich výpočtu je ilustrován na obrázku 3.17.



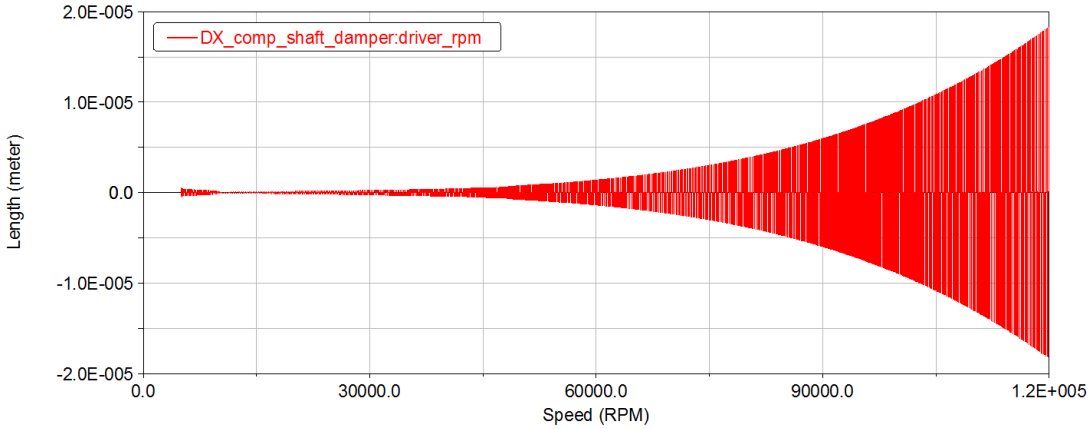
Obrázek 3.17: Výpočet goniometrických funkcí pro rozklad sil

Axiální síla

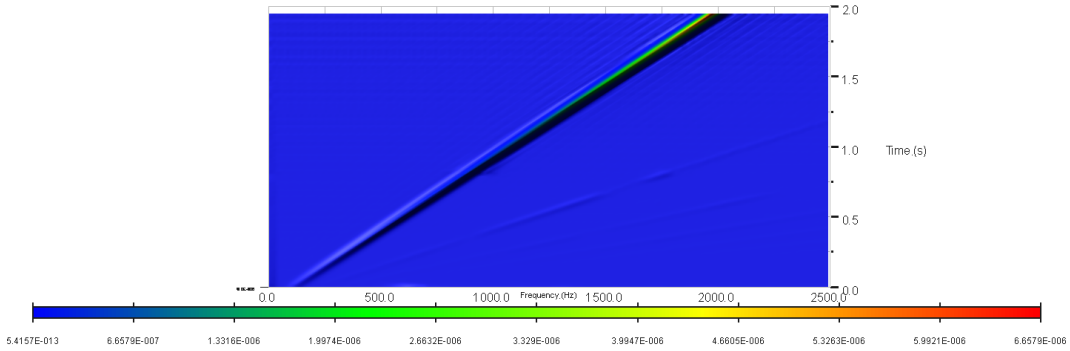
Axiální síla v ložiskách je modelována stejným způsobem, jako tomu je v případě sil radiálních. Skládá se ze tří složek – složka tuhosti, tlumení a složka odstředivé síly. Nicméně u prvních dvou složek je namísto radiální výchylky použita výchylka ve směru osy z. U odstředivé síly byla celková odstředivá síla vynásobena sin(15), což odpovídá kontaktnímu úhlu ložiska, tak aby byla zohledněna složka odstředivé síly v ose z. Výpočet axiální síly ložiska je patrný z obrázku 3.11.

Ověření funkčnosti modelu

V následujícím kroku proběhlo ověření správného chování rotoru za pomoci vykreslení Waterfallova diagramu. Diagram byl vykreslen u rotoru bez vnějšího olejového filmu z posuvu středu kompresorového ložiska v ose x. Průběh tohoto posuvu je vykreslen na obrázku 3.18. Na Waterfallově diagramu je nejvýraznější otáčková frekvence, která odpovídá simulovanému rozjezdu rotoru z 5000 na 120 000 min^{-1}. Také jsou pak dále zřejmé násobné otáčkové frekvence druhého a třetího řádu.



Obrázek 3.18: Výchylka středu ložiska na kompresorové straně rotoru v ose X



Obrázek 3.19: Waterfallův diagram

Takto ověřený model je připraven na import pružné hřídele, jejíž tvorba byla popsána v kapitole 3.3.

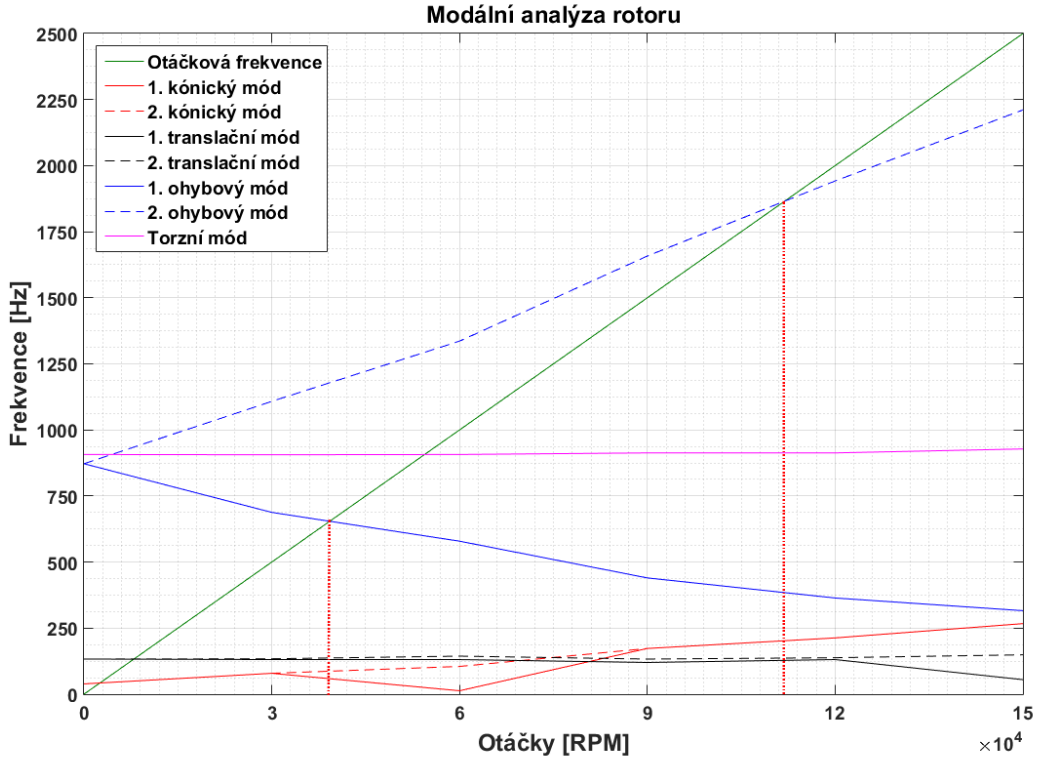
3.4.4. Import pružné hřídele

Model pružné hřídele je importován na místo modelu tuhé hřídele pomocí funkce ”Rigid to Flex” v záložce ”Flexible bodies”. V druhém kroku je nutné správně definovat nahrazení markerů tuhého tělesa za vazebné uzly vytvořené v programu Ansys APDL. Po importu sítě pružné hřídele je třeba zkontroloval, zda-li odpovídá hmotnost, poloha těžiště a momenty setrvačnosti.

3.4.5. Modální analýza rotoru v MBS

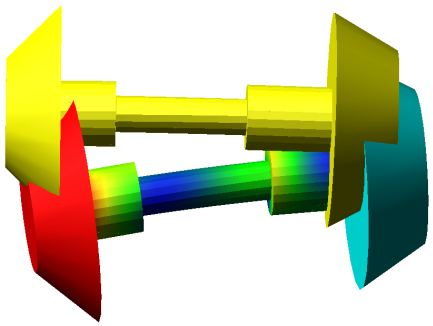
Modální analýza rotoru turbodmychadla byla provedena na zjednodušeném modelu valivých ložisek. Zjednodušení spočívalo v nahrazení G-forces prvkem Linear Bushing s konstantní tuhostí. Tuhost byla vypočítána ze sériového spojení tuhosti valivého ložiska a tuhosti vnějšího olejového filmu dle rovnice 2.33. Tuhost vnějšího olejového filmu byla lineárně aproximována pro hodnotu $\varepsilon = 0{,}5$. Celková hodnota modifikované tuhosti použité u prvků Linear Bushing je $k = 2{,}0077\ 10^5 Nm^{-1}$.

Výsledky modální analýzy rotujícího rotoru jsou vidět na obrázku 3.20, ze kterého je patrné, jak vlivem gyroskopického momentu dochází k rozdvojení kónického, ohybového a translačního módu rotoru. V průniku jednotlivých větví s otáčkovou frekvencí, které jsou vyznačeny červenými vertikálními úsečkami, se předpokládá rezonance rotoru.

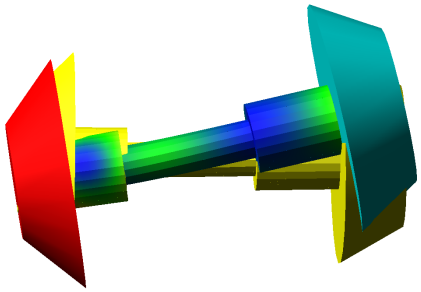


Obrázek 3.20: Modální analýza rotoru turbodmychadla

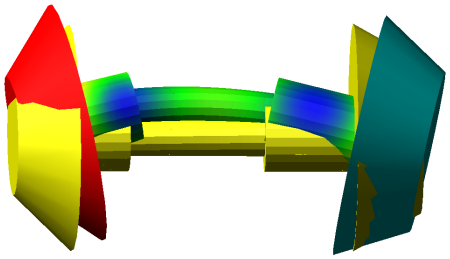
Vlastní tvary rotoru při rychlosti 90 000 min^{-1} jsou zobrazeny na následujících obrázcích. Nedeformovaný rotor je vykreslen žlutou barvou.



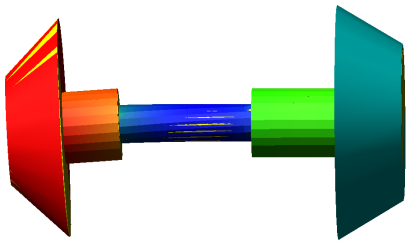
Obrázek 3.21: 1. translační mód rotoru při 90 000 min^{-1} - 120 Hz



Obrázek 3.22: 1. kónický mód rotoru při 90 000 min^{-1} - 173 Hz



Obrázek 3.23: 1. ohybový mód rotoru při 90 000 min^{-1} - 440 Hz



Obrázek 3.24: Torzní mód rotoru při 90 000 min^{-1} - 913 Hz

4. Výsledky simulací

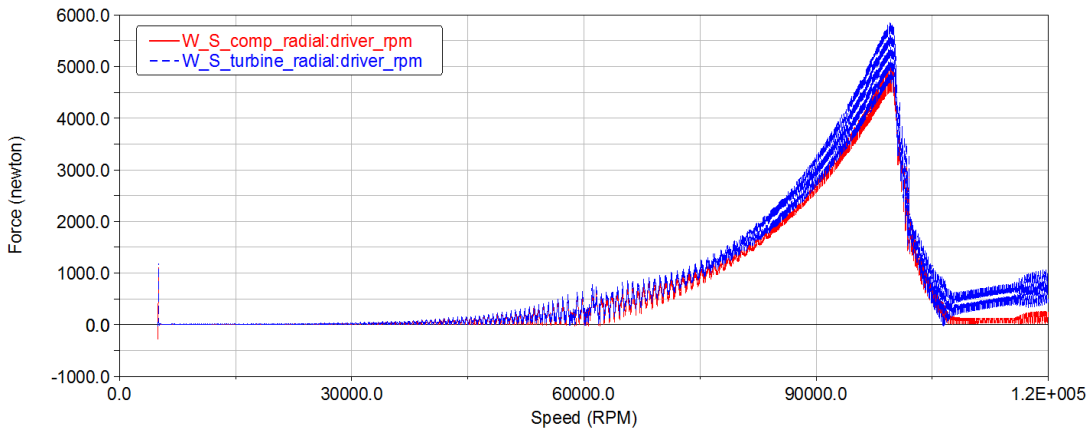
V této kapitole jsou vykresleny výsledky Hertzova tlaku, předpokládané tloušťky olejového filmu ve valivém ložisku, ztrátového momentu a třecího výkonu získané simulací rozjezdu turbodmychadla z 5 000 min^{-1} na 120 000 min^{-1} během 4 sekund. Je provedeno srovnání některých z výše uvedených charakteristik u ložiska s ocelovými valivými elementy (71900 CE/P4A) a s keramickými elementy (71900 CE/HCP4A). Dále je provedeno srovnání třecích výkonů a výchylek rotoru mezi uložením na valivých a kluzných ložiskách.

Hřídel rotoru byla během simulace uvažována jako tuhé těleso, jelikož se u pružné hřídele nepodařilo nasimulovat celý rozběh rotoru až po 120 000 min^{-1}. Po dosáhnutí první ohybové frekvence rotoru došlo k pádu simulace. Tento fakt ovšem nebude mít velký vliv na konečné výsledky, neboť se rotor chová do první ohybové frekvence v obou případech shodně. Od první ohybové frekvence jsou výsledky zatíženy chybou, která však neovlivní maximální hodnoty deformací ložisek. U pružné hřídele by pouze došlo ke změně průběhu deformací, jelikož v oblasti rezonancí by narostla výchylka.

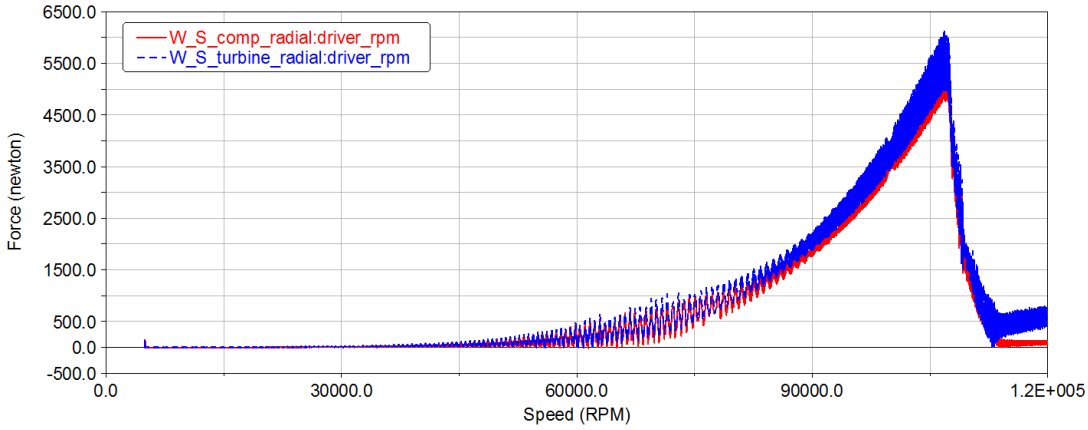
4.1. Síly v ložiskách

4.1.1. Srovnání ocelového a keramického ložiska

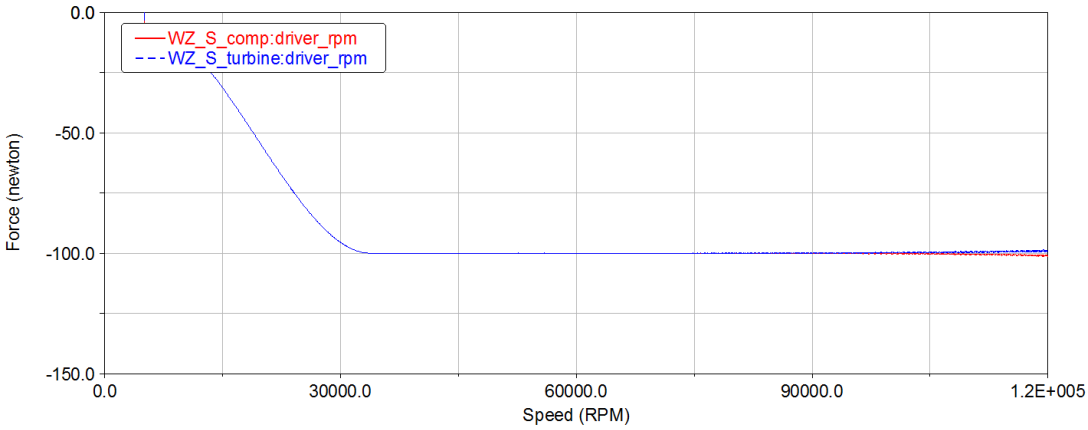
Zatížení KLKS je spočteno ze vztahu 2.31, ze kterého vychází, že síly v ložiskách rostou s 1,5 mocninou deformace ložiska. Na obrázcích níže je vidět srovnání radiálního zatížení ložiska s ocelovými valivými elementy a hybridního keramického ložiska.



Obrázek 4.1: Radiální zatížení ložisek s ocelovými valivými elementy



Obrázek 4.2: Radiální zatížení ložisek s keramickými valivými elementy

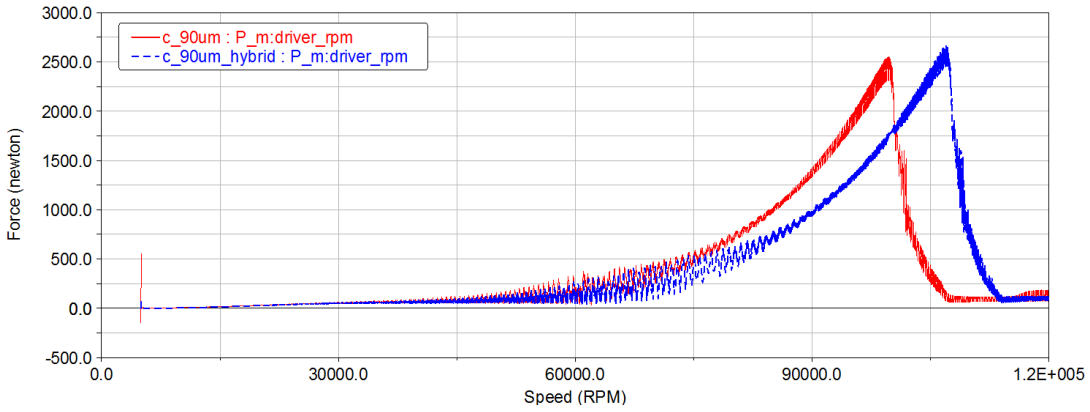


Obrázek 4.3: Axiální zatížení ložisek

Z obrázků je zřejmé, že radiální síla ložiska na turbínové straně rotoru dosahuje vyšších hodnot než radiální síla na kompresorové straně, což je způsobeno tím, že těžiště rotoru neleží ve středu rotoru, nýbrž je vychýleno v ose z o 12,4 mm směrem k turbínovému kolu.

Na obrázku 4.3 je vidět axiální zatížení ložisek, které je shodné v případě obou typů ložisek, a proto je zde vykresleno pouze jednou. Z jeho průběhu je zřejmé, že se obě ložiska podílejí na zachycení axiální síly stejným dílem.

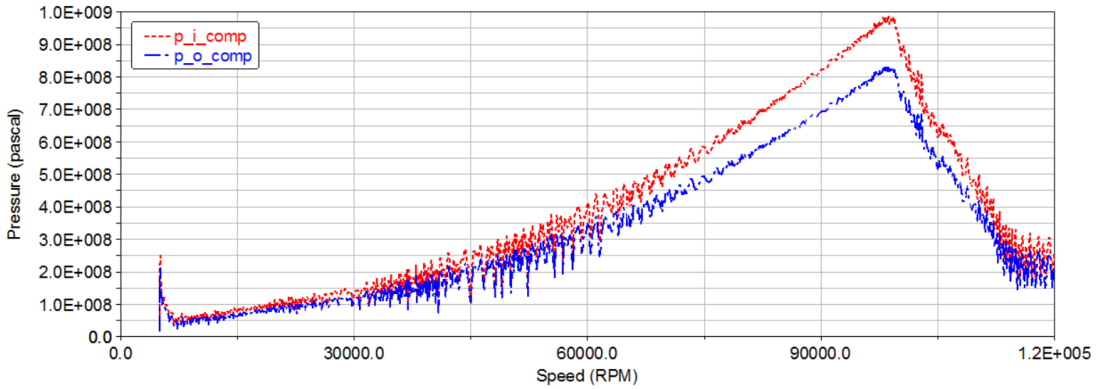
Obrázek 4.4 ukazuje srovnání ekvivalentního zatížení ocelového (c_90um) a hybridního keremického (c_90um_hybrid) ložiska na kompresorové straně rotoru, které bylo spočteno dle vztahu 2.62. Z průběhu sil vyplývá, že hybridní ložisko dosahuje nižších zatížení při shodných otáčkách rotoru, což způsobuje jeho vyšší tuhost. Také je zřejmé, že vnějšího olejový film začne tlumit v případě hybridního ložiska až ve vyšších otáčkách, což je způsobeno lehce odlišným průběhem výchylky vnějšího olejového filmu.



Obrázek 4.4: Srovnání ekvivalentního zatížení obou typů ložiska na kompresorové straně rotoru

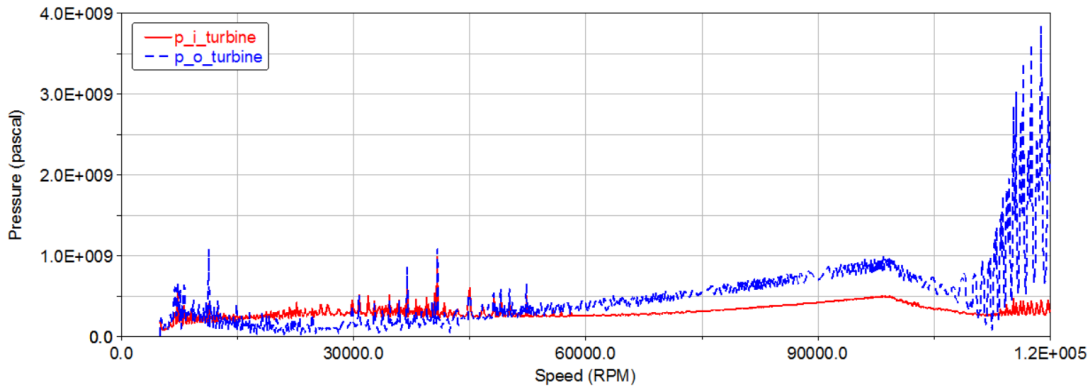
4.2. Hertzův tlak na kontaktní ploše

Hertzovy tlaky na kontaktní ploše valivých ložisek byly vypočteny pro ocelové ložisko s označením 71900 CE/P4A dle vzorců z kapitoly 2.3.4 a jejich průběh na vnitřním a vnějším kroužku obou ložisek je vykreslen na obrázcích níže. Z grafů je vidět, jak Hertzův tlak roste úměrně s deformací ložiska. Svého maxima dosáhne při maximální deformaci ložiska.



Obrázek 4.5: Průběh Hertzova tlaku na kontaktní ploše na vnějším (p_o) a vnitřním (p_i) kroužku valivého ložiska na kompresorové straně rotoru

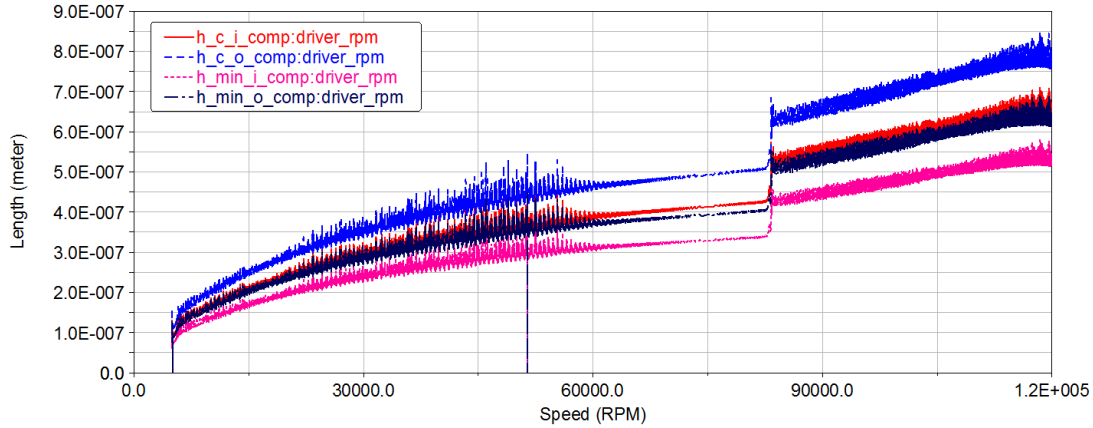
Vzhledem k tomu, že maximální hodnota tlaku nepřekračuje hodnotu 4,2 GPa, nedochází tak k plastické deformaci částí valivého ložiska.



Obrázek 4.6: Průběh Hertzova tlaku na kontaktní ploše na vnějším (p_o) a vnitřním (p_i) kroužku valivého ložiska na turbínové straně rotoru

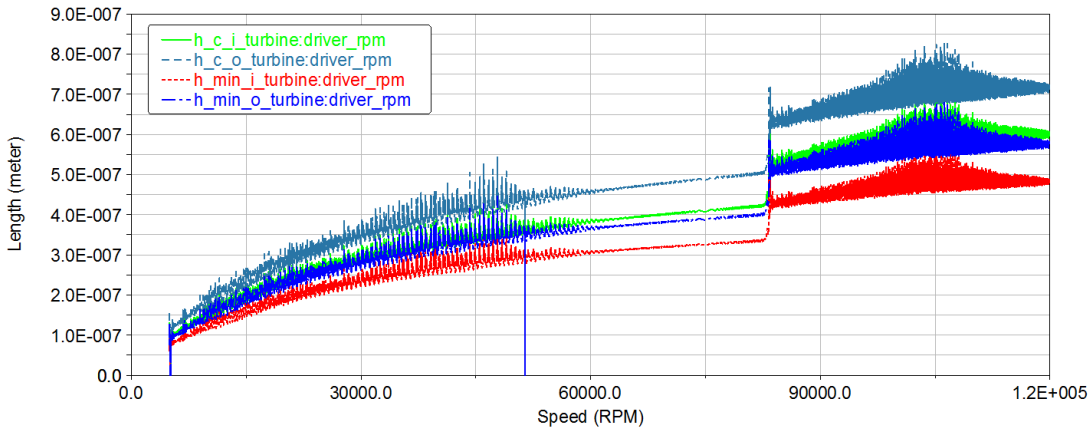
4.3. Tloušťka olejového filmu

Průběhy minimální a centrální tloušťky olejového filmu na vnitřním a vnějším kroužku valivých ložisek byly vypočteny pro ocelové ložisko s označením 71900 CE/P4A a jsou zobrazeny na obrázcích 4.7 a 4.8.



Obrázek 4.7: Průběh centrální (h_c) a minimální (h_min) tloušťky olejového filmu ve vnějším (o) a vnitřním (i) kroužku valivého ložiska na kompresorové straně rotoru

Z průběhu je patrné, že největší vliv na tloušťku olejového filmu má rychlost otáčení, když se tloušťka zvyšuje s rostoucími otáčkami rotoru. Dále je patrný výrazný nárůst tloušťky po 80 000 min^{-1}, kdy dojde ke snížení radiální síly v ložisku vlivem tlumení vnějšího olejového filmu. Vyšší centrální hodnota tloušťky olejového filmu vznikne u ložiska na kompresorové straně, jelikož toto ložisko dosahuje nižšího radiálního zatížení.



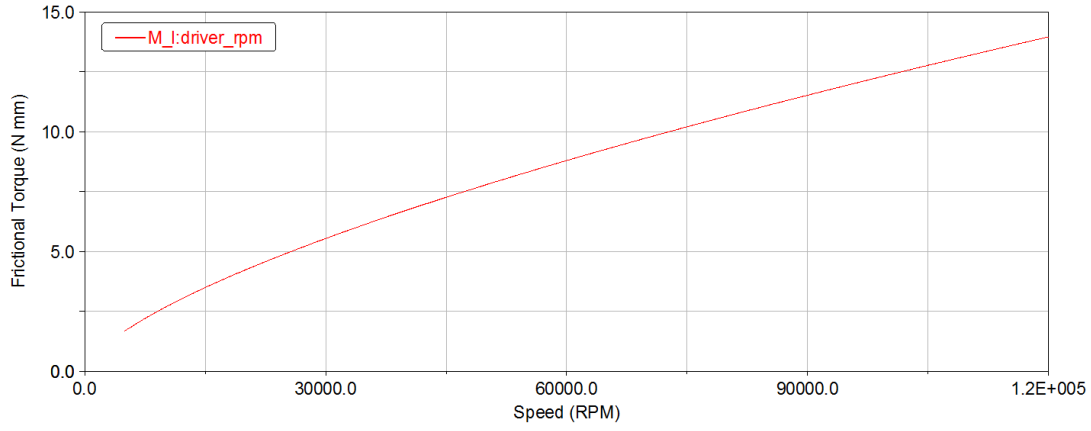
Obrázek 4.8: Průběh centrální (h_c) a minimální (h_min) tloušťky olejového filmu ve vnějším (o) a vnitřním (i) kroužku valivého ložiska na turbínové straně rotoru

4.4. Ztrátový výkon a třecí moment

Ztrátový výkon se počítá dle vztahů uvedených v kapitole 2.6 s tím, že byl uvažován třecí moment vznikající od zatížení ložiska a od vnitřního tření oleje. Koeficienty pro výpočet byly dosazeny dle tabulek pro KLKS s kontaktním úhlem 15°. Při volbě koeficientu $f_L =$ 1,7 bylo zvoleno mazání olejovou mlhou, aby bylo dosaženo co nejnižšího třecího momentu.

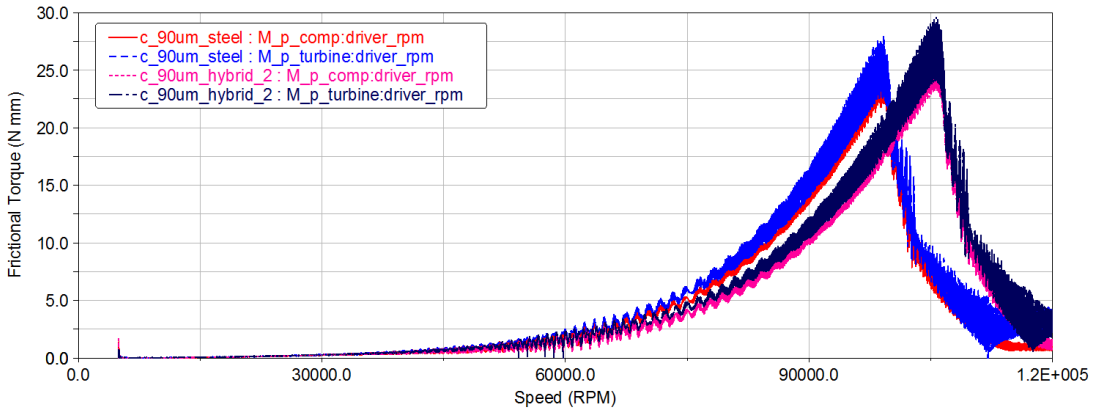
4.4.1. Srovnání ocelového a keramického ložiska

Celkový třecí moment je vypočten jako součet třecího momentu vznikajícího od zatížení a třecího momentu způsobeného vnitřním třením oleje. Druhý třecí moment má shodný průběh v případě obou typů ložisek, který je zobrazen na obrázku 4.9. Z jeho průběhu je patrné, jak roste v závislosti na otáčkách až na maximální hodnotu 14 $N\ mm$

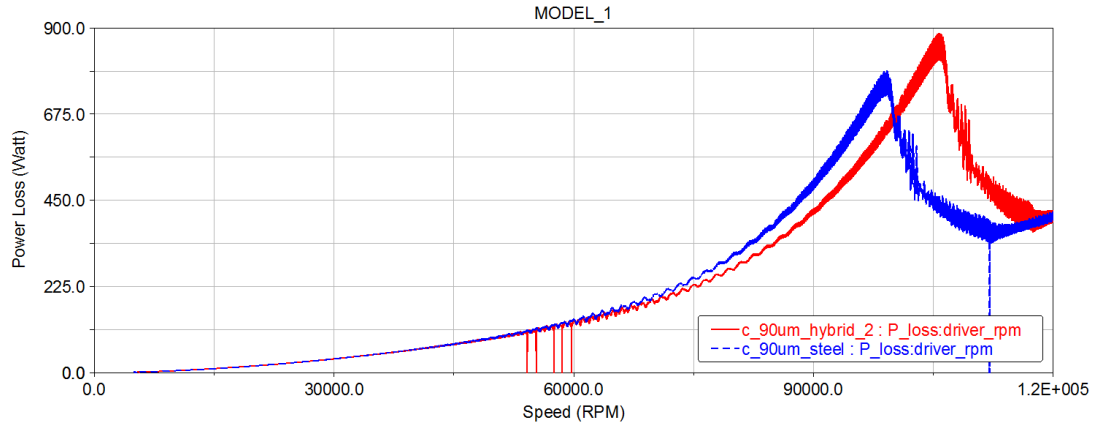


Obrázek 4.9: Třecí moment způsobený vnitřním třením oleje

V případě třecího momentu vznikajícího od zatížení ložiska se jejich průběh liší pro každý typ ložiska. Z obrázku 4.10 je vidět, že ocelové ložisko dosahuje nepatrně nižšího maximálního třecího momentu než hybridní ložisko. Stejně tak je zřejmé, že na turbínovém ložisku je vyšší moment než na ložisku kompresorovém, což je způsobené vyšším radiálním zatížením ložiska na turbínové straně.



Obrázek 4.10: Třecí moment způsobený zatížením ložiska



Obrázek 4.11: Srovnání ztrátového výkonu při použití ložisek s ocelovými a keramickými valivými elementy

Z hlediska ztrátového výkonu tak lépe vychází ocelové ložisko, u kterého je celkový ztrátový výkon nižší než v případě hybridního ložiska.

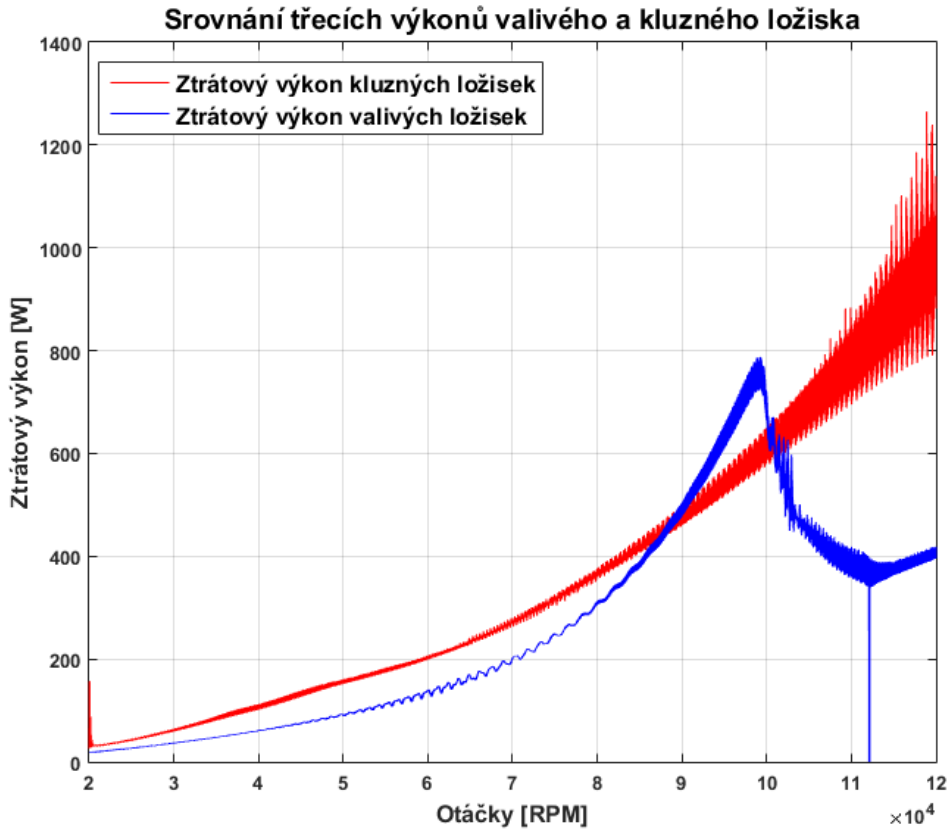
4.4.2. Srovnání valivého a kluzného ložiska

Při srovnání výsledků valivého a kluzného ložiska byly použity výsledky získané simulací ložiska s ocelovým valivým elementem společně s výsledky kluzného ložiska získané z:

NOVOTNÝ, Pavel. *Analýza dynamiky rotoru turbodmychadla.* Závěrečná zprava projektu Centrum kompetence automobilového průmyslu Josefa Božka. 2015.

Jelikož výsledky kluzného ložiska byly získány v datové podobě, jsou tyto grafy vykresleny pomocí programu Matlab R2015a.

Obrázek 4.12 ukazuje, že valivá ložiska mají nižší ztrátový výkon zhruba až do 90 000 min^{-1}, což je způsobeno nižším koeficientem tření při nízkých otáčkách rotoru a nižší výchylkou ložisek. V oblasti mezi 90 000–100 000 min^{-1} mají valivá ložiska vyšší ztráty díky vysokému radiálnímu zatížení. Od vyšších otáček již působí tlumení vnějšího olejového filmu, radiální síla se významně snižuje a dochází tak k výraznému poklesu ztrátového výkonu. Při maximálních otáčkách dosahuje ztrátový výkon kluzných ložisek 2 - 3 krát vyšších hodnot.



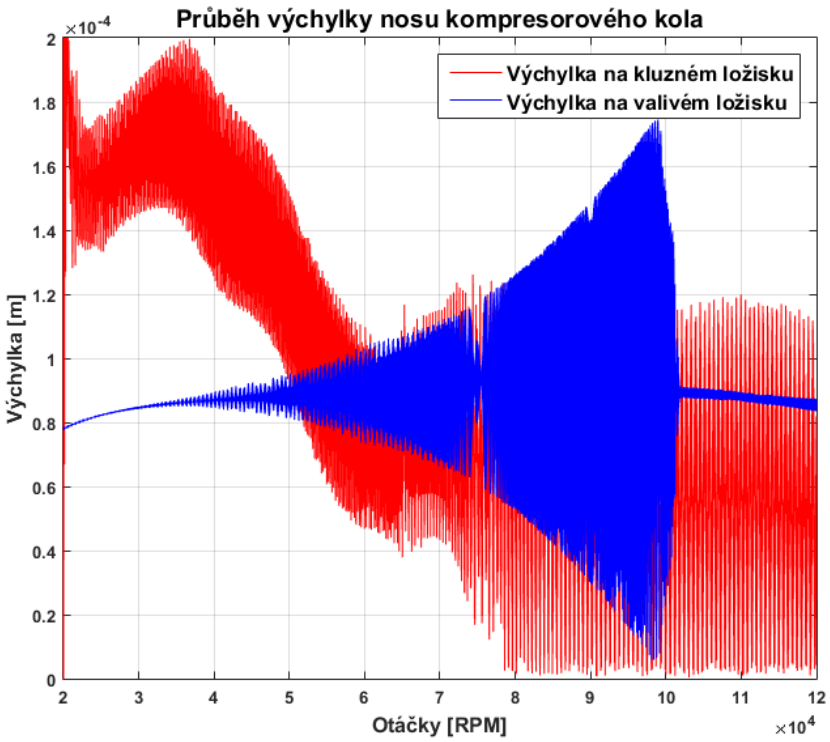
Obrázek 4.12: Srovnání celkového ztrátového výkonu při použití kluzných a valivých ložisek

4.5. Výchylky rotoru

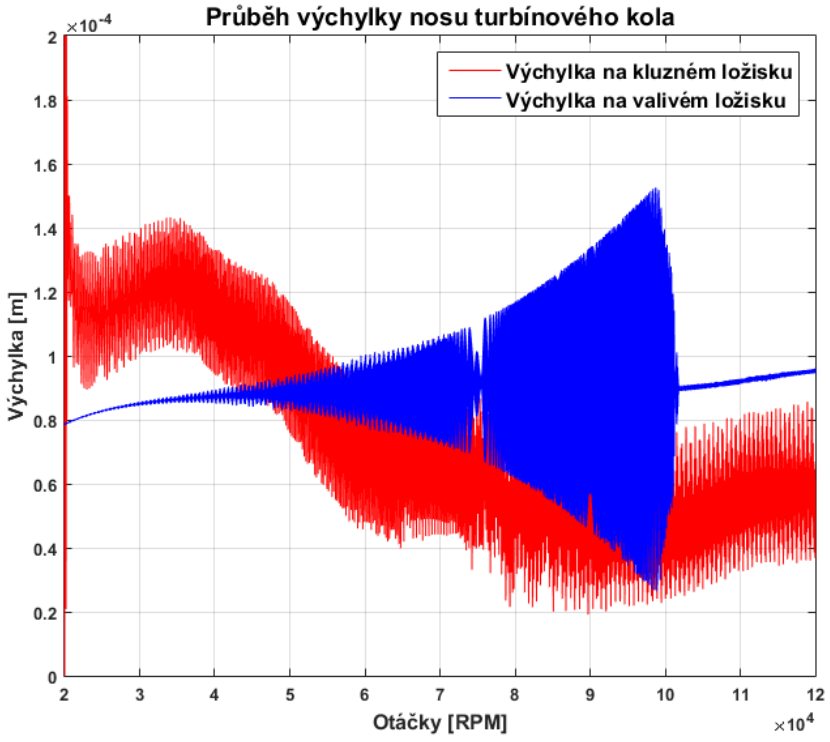
4.5.1. Srovnání výchylky u valivého a kluzného ložiska

V této části jsou srovnány výchylky nosů oběžných kol rotoru uloženého na kluzných a valivých (71900 CE/P4A) ložiskách. Při konstrukci turbodmychadel se jedná o velice důležitý parametr, na jehož základě se navrhují vůle mezi skříní a oběžnými koly. Výchylka kompresorového kola byla měřena ve vzdálenosti 100 mm od geometrického středu hřídele ve směru osy z, u turbínového kola pak ve vzdálenosti 73 mm.

Na obrázcích 4.13 a 4.14 je zobrazeno, že rotor uložený na valivých ložiskách má v nižších otáčkách nižší výchylku než rotor uložený na kluzných ložiskách. Se zvyšujícími otáčkami se vlivem deformace valivých elementů zvyšuje výchylka rotoru uloženého na valivých ložiskách. U turbínového kola dosahuje výchylka rotoru s kluznými ložisky nižších hodnot při vysokých otáčkách. Tento jev vyplývá z faktu, že vnější olejový tlumič pracuje téměř po celou dobu rozjezdu ve své krajní poloze. Z toho důvodu neklesne výchylka nosu oběžných kol ve vyšších otáčkách pod 90 μm, což odpovídá vůli vnější olejové vrstvy.



Obrázek 4.13: Porovnání výchylky nosu kompresorového kola



Obrázek 4.14: Porovnání výchylky nosu turbínového kola

Závěr

V rešeršní části této diplomové práce byly uvedeny základní poznatky související s konstrukcí turbodmychadel a s dynamikou rotorů. Zároveň zde byly zmíněny první výsledky obecných rotorů uložených na valivých ložiskách. V druhé polovině rešeršní části byly zjednodušeně rozebrány dynamické vlastnosti valivých ložisek a následně byly uvedeny vztahy nutné pro modelování valivých ložisek.

Na základě těchto znalostí byla vybrána kuličková ložiska s kosoúhlým stykem s ocelovými valivými elementy (71900 CE/P4A) a s hybridními keramickými elementy (71900 CE/HCP4A). Jejich celkové tuhosti, které jsou konstantní se změnou zatížení, byly spočítány za pomoci programu Matlab. Dále byl vytvořen výpočtový model v programu Adams – View, který byl posléze simulován s oběma typy ložisek. Jako první byla provedena modální analýza modelu využívající pružnou hřídel, tuhá oběžná kola a lineární náhradu valivého ložiska. Z výsledků této modální analýzy byly určeny předpokládané kritické otáčky, při kterých dojde k rezonanci rotoru.

Srovnání dynamických vlastností rotoru využívající nelineární výpočtový model valivého ložiska uloženého v pouzdru s vnějším olejovém filmu, tuhou hřídel i oběžná kola bylo provedeno v závěrečné kapitole této diplomové práce.

Při srovnání ztrátového výkonu běžného a hybridního valivého ložiska dosahuje nižší maximální hodnoty běžné valivé ložisko, jak je vidět na obrázku 4.11. Vyplývá to z nižšího maximálního radiálního zatížení ložiska u rotoru se shodnou hodnotou vůle vnějšího olejového filmu. Hlavní výhodou použití hybridního ložiska tak zůstává vyšší tepelná odolnost, díky které je schopno pracovat při výrazně vyšších teplotách než v případě ložisek vyrobených pouze z oceli.

Z výsledků simulací ocelového valivého ložiska vychází, že rotor při výpočtu Hertzových tlaků na kontaktní ploše nepřesáhne mez pružnosti materiálu ocelového valivého ložiska a nedojde tak k plastické deformaci.

V dalším kroku bylo provedeno porovnání výsledků rotoru uloženého na kluzných ložiskách společně s rotorem pracujícím na valivých ložiskách s ocelovými elementy. Hlavním sledovaným parametrem byl opět ztrátový výkon. Z obrázku 4.12 vyplývá, že s výjimkou oblasti otáček 90 000–100 000 min^{-1} dosahuje valivé ložisko nižších třecích ztrát. Jedním z důvodů snížení třecího výkonu je schopnost KLKS snášet radiální a axiální zatížení, což vede k absenci axiálního ložiska, které je z pohledu ztrátového výkonu kritickou částí uložení na kluzných ložiskách. Snížením ztrátového výkonu dojde k významnému navýšení celkové účinnosti turbodmychadla a pokles tření při nízkých otáčkách povede ke zrychlení

odezvy turbodmychadla.

Další výhodou uložení na valivých ložiskách je snížení množství oleje nutného k jeho funkci. Rotory uložené na valivých ložiskách totiž pracují pouze s jednou olejovou vrstvou, zatímco kluzná ložiska mají olejové vrstvy dvě. Samotné mazání valivých elementů ložiska pak není tolik náročné na množství oleje.

Ze srovnání výchylek nosů rotorů vyplývá, že rotor uložený na kluzných ložiskách dosahuje při vysokých otáčkách nižší výchylky než rotor uložený na valivých ložiskách. Tento fakt vyplývá z tloušťky vnějšího olejového filmu, která je stanovena na 90 μm. V případě, kdyby vnější olejový film pracoval s nižší vůlí, dosáhla by výchylka nosů nižší hodnot a bylo by možné navrhnout nižší vůle mezi oběžnými koly a skříní rotoru. Nižší vůle vnějšího olejového filmu by bylo možné navrhnout při použití oleje s vyšší viskozitou, čímž by se zvýšili tlumící schopnosti této olejové vrstvy. Na druhou stranu by se zvýšil třecí moment vznikající vnitřním třením oleje, jelikož vnější a vnitřní (mezi valivými elementy) olejový film pracují se stejným typem oleje, což by způsobilo celkový nárůst ztrátového výkonu.

Pro ověření výsledků simulace by bylo vhodné sestavit a experimentálně otestovat daný rotor s uložením na valivých ložiskách. Ze získaných výsledků následně zkalibrovat navržený výpočtový model, tak aby výsledky odpovídaly co nejvíce skutečnosti.

Pro další zpřesnění modelu by bylo vhodné upravit výpočtový model valivého ložiska, aby přímo v něm byly vymodelovány valivé elementy. Pak by bylo možné, v závislosti na tloušťce olejového filmu, přesněji dopočítat třecí moment vznikající vnitřním třením oleje a zároveň zohlednit tuhost a tlumení tohoto olejového filmu do výpočtového modelu valivého ložiska.

Literatura

[1] ISERMANN, Rolf. *Engine modeling and control: modeling and electronic management of internal combustion engines*. Heidelberg: Springer, 2014. 637 s. ISBN 978-3-642-39933-6.

[2] HEYWOOD, John B. *Internal combustion engine fundamentals*. New York: McGraw-Hill, 1988. 930 s. McGraw-Hill series in mechanical engineering. ISBN 978-0-07-028637-5.

[3] NGUYEN-SCHÄFER, Hung. *Rotordynamics of automotive turbochargers* [online]. 2015 [cit. 2016-10-21]. ISBN 978-3-319-17643-7. Dostupné z: `http://public.eblib.com/choice/publicfullrecord.aspx?p=2095899`.

[4] CHEN, Wen Jeng. Rotordynamics and bearing design of turbochargers. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2012, vol. 29, s. 77–89. ISSN 08883270. Dostupné z: doi:10.1016/j.ymssp.2011.07.025.

[5] TAMUNODUKOBIPI, Daniel, Chang HO KIM a Yong-Bok LEE. Dynamic Performance Characteristics of Floating-Ring Bearings With Varied Oil-Injection Swirl-Control Angles. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. 2014, vol. 137, no. 2, s. 021002. ISSN 0022-0434. Dostupné z: doi:10.1115/1.4027912.

[6] ŠIMEK, Jiří. *Uložení a dynamika rotorů turbodmychadel* [online]. [Cit. 2016-10-22]. Dostupné z: `http://www.techlab.cz/`.

[7] TANIMOTO, Kiyoshi, Kazuhisa KAJIHARA a Kunio YANAI. Hybrid Ceramic Ball Bearings for Turbochargers. In: 2000. Dostupné z: doi:10.4271/2000-01-1339.

[8] KRÄMER, Erwin. *Dynamics of Rotors and Foundations* [online]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1993 [cit. 2016-10-30]. ISBN 978-3-662-02800-1. Dostupné z: `http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-02798-1`.

[9] PREUMONT, André. *Twelve lectures on structural dynamics*. Dordrecht: Springer, 2013. 305 s. Solid mechanics and its applications. ISBN 978-94-007-6383-8.

[10] LANDI, Giacomo, Travis SHIVE a Fabrizio MANDRILE. Rotor-Dynamic Computer Simulations of Rolling Bearing in High-Speed Rotating Machinery. In: *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*: [online]. Cham: Springer International Publishing, 2015 [cit. 2016-11-8], s. 1889–1898. ISBN 978-3-319-06589-2. Dostupné z: `http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-06590-8_156`.

[11] NGUYEN-SCHÄFER, Hung. *Computational design of rolling bearings*. Cham: Springer, 2016. 235 s. ISBN 978-3-319-27130-9.

[12] HARSHA, S.P. Nonlinear dynamic analysis of a high-speed rotor supported by rolling element bearings. *Journal of Sound and Vibration*. 2006, vol. 290, no. 1, s. 65–100. ISSN 0022460X. Dostupné z: doi:10.1016/j.jsv.2005.03.008.

[13] TOMOVIC, Radoslav, Vojislav MILTENOVIC, Milan BANIC a Aleksandar MILTENOVIC. Vibration response of rigid rotor in unloaded rolling element bearing. *International Journal of Mechanical Sciences* [online]. 2010 [cit. 2016-11-13], vol. 52, no. 9, s. 1176–1185. ISSN 00207403. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijmecsci.2010.05.003. Dostupné z: `http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020740310001311`.

[14] HAMROCK, Bernard J., Steven R. SCHMID a Bo O. JACOBSON. *Fundamentals of fluid film lubrication*. 2nd ed. New York: Marcel Dekker, 2004. 699 s. Mechanical engineering. ISBN 978-0-8247-5371-9.

[15] NOVOTNÝ, Pavel. *Valivá ložiska*. Brno:Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství, 2015. Podklady k předmětu Výpočtové modely.

[16] HARRIS, Tedric A. a Michael N. KOTZALAS. *Essential Concepts of Bearing Technology*. 5th ed. Boca Raton, FL: CRC/Taylor & Francis, 2007. 2 s. ISBN 978-0-8493-7183-7.

[17] HARRIS, Tedric A. a Michael N. KOTZALAS. *Advanced Concepts of Bearing Technology*. 5th ed. Boca Raton, FL: CRC/Taylor & Francis, 2007. 2 s. ISBN 978-0-8493-7182-0.

[18] KHONSARI, Michael M. a E. Richard BOOSER. *Applied tribology: bearing design and lubrication*. 2nd ed. Chichester, England ; Hoboken, NJ: Wiley, 2008. 566 s. Tribology series. ISBN 978-0-470-05711-7.

[19] GROUP, SKF. *SKF Products: Bearings, units and housings.* [online]. [Cit. 2016-4-12]. Dostupné z: `http://www.skf.com/group/products/index.html`.

[20] ANSYS, Inc. *Ansys Product Help*. Release 15.

[21] SOFTWARE, MSC. *Adams View 2014, User Manual*.

[22] NOVOTNÝ, Pavel. *Analýza dynamiky rotoru turbodmychadla*. 2015. Závěrečná zprava projektu Centrum kompetence automobilového průmyslu Josefa Božka.

Seznam použitých zkratek a symbolů

CFD	Computational fluid dynamics
KLKS	Kuličkové ložisko s kosoúhlým stykem
MNF	Model neutral file
MBS	Multi body system
MKP	Metoda konečných prvků
VL	Válečkové ložisko

a	Délka hlavní poloosy eliptického kontaktu $[mm]$
b	Délka vedlejší poloosy eliptického kontaktu $[mm]$
C_o	Základní statická únosnost ložiska $[N]$
d	Průměr valivého elementu ložiska $[mm]$
D	Průměr pouzdra vnějšího olejového filmu $[mm]$
d_e	Rozteč ložiska $[mm]$
d_i	Průměr vnitřní drážky ložiska $[mm]$
d_o	Průměr vnější drážky ložiska $[mm]$
d_{rr}	Tlumící koeficient v normálovém směru
d_{tt}	Tlumící koeficient v tangenciálním směru
e	Výchylka pouzdra $[mm]$
E	Modul pružnosti $[Pa]$
E_{eff}	Redukovaný modul pružnosti $[Pa]$
F	Eliptický integrál prvního druhu
F_a	Axiální zatížení ložiska $[N]$
F_c	Odstředivá síla $[N]$
F_r	Radiální zatížení ložiska $[N]$

G'	Součinitel materiálu
h_c	Centrální tloušťka olejového filmu $[mm]$
h_{min}	Minimální tloušťka olejového filmu $[mm]$
k	Tuhost $\left[N/m^{3/2}\right]$
K	Celková tuhost ložiska $\left[N/m^{3/2}\right]$
k_e	Parametr elipticity
k_s	Tuhost jednoho elementu ložiska $\left[N/m^{3/2}\right]$
L	Šířka pouzdra vnějšího olejového filmu $[mm]$
M	Třecí moment $[N\ mm]$
m_{red}	Redukovaná hmotnost $[kg]$
N	Otáčky rotoru $[min^{-1}]$
n_m	Otáčky valivého elementu $[min^{-1}]$
P_m	Ekvivalentní zatížení ložiska $[N]$
r	Poloměr drážky kroužku $[mm]$
R	Redukovaný poloměr $[mm]$
$p_{H,max}$	Maximální Hertzův tlak $[Pa]$
P_t	Ztrátový výkon $[W]$
T	Kinetická energie $[J]$
U'	Rychlostní součinitel valivého elementu
V	Potenciální energie $[J]$
v_s	Rychlost deformace valivého elementu $[m/s]$
W	Radiální zatížení ložiska $[N]$
W'	Zatěžovací součinitel valivého elementu
Z	Počet valivých elementů
α_{EHL}	Barusův koeficient
β	Kontaktní úhel ložiska $[^o]$
γ	Úhlová vzdálenost valivých elementů $[rad]$
$\dot{\gamma}$	Rychlost víření oleje $[m/s]$

δ	Radiální vůle vnějšího olejového filmu $[mm]$
δ_m	Maximální deformace ložiska $[mm]$
ε	Eliptický integrál druhého druhu
ε_t	Relativní excentricita vnějšího olejového filmu
θ_s	Poměrné tlumení struktury
μ	Dynamická viskozita oleje $[Pa \cdot s]$
ν	Kinematická viskozita oleje $[mm^2/s]$
ξ	Relativní tlumení $[\%]$
ρ	Hustota $[kg/m^3]$
υ	Poissonova konstanta
Ω_0	Vlastní frekvence ekvivalentního systému $[Hz]$

Seznam příloh

Skript pro MATLAB

- `Vypocet_loziska.m` – Skript v Matlabu pro výpočet valivého ložiska