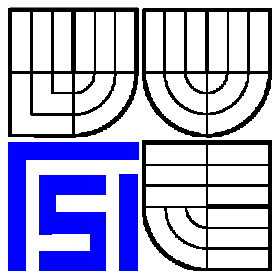


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO
INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

NÁVRH KLIKOVÉHO MECHANISMU LETECKÉHO VZNĚTOVÉHO MOTORU

CRANKTRAIN DESIGN OF AIRCRAFT DIESEL ENGINE

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. KATEŘINA JOSEFÍKOVÁ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. PAVEL NOVOTNÝ, Ph. D.

BRNO 2010

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je návrh klikového mechanismu pro vznětový letecký motor. Dále pak vhodné vyvážení klikového mechanismu, pevnostní kontrola klikového hřídele a výpočet torzních kmitů. Vypracovat výkresovou dokumentaci klikového hřídele.

Klíčová slova: letecký motor, klikový hřídel, vyvažování, torzní kmitání

Abstrakt

The purpose of this thesis is design of a crank mechanism for diesel aircraft engine. Next then appropriately balance crank mechanism, strength tests and calculation of crankshaft torsional vibration. Developing of drawings documentation of crankshaft.

Key words: aircraft engine, crankshaft, balancing, torsion vibration

JOSEFÍKOVÁ, K. *Návrh klikového mechanismu leteckého vznětového motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 126 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně, pod vedením vedoucího diplomové práce pana doc. Ing. Pavla Novotného, Ph.D. a s použitím uvedené literatury.

V Brně dne:

Podpis:

Poděkování

Děkuji tímto doc. Ing. Pavla Novotného, Ph.D. za cenné rady a připomínky při vypracování diplomové práce. Také chci poděkovat svým rodičům a všem, kteří mě ve studiu podporovali.

Obsah

1	Úvod	8
2	Letecké vznětové motory - historie	9
2.1	Vývoj v Německu	9
2.2	Vývoj ve Spojených státech	10
2.3	Vývoj ve Velké Británii	12
2.4	Vývoj ve Francii a dalších zemích	13
3	Letecké vznětové motory – současnost	16
4	Síly působící v klikovém mechanismu	19
4.1	Síly způsobené tlakem plynů	19
4.2	Setrvačné síly	19
4.2.1	Redukce hmoty ojnice	20
4.2.2	Setrvačné síly hmotností pohybujících se přímočaře	21
4.2.3	Setrvační síly hmotností rotujících spolu s klikou	21
4.3	Výsledné síly působící v klikovém mechanismu	21
5	Varianty uspořádání a vyvážení klikového hřídele	24
5.1	Kliková hřídel s přesazením ojnicích čepů	25
5.1.1	Vyvážení setrvačných sil rotačních a posuvných	25
5.1.2	Vyvážení momentů setrvačných sil rotačních a posuvných	26
5.2	Klikový hřídel bez přesazení ojnicích čepů tzv. motor twin	30
5.2.1	Vyvážení setrvačných sil rotačních a posuvných	30
5.2.2	Vyvážení momentů setrvačných sil rotačních a posuvných	31
5.3	Klikový hřídel s přesazením ojnicích čepů tzv. boxer	31
5.4	Provedení klikového hřídele	33
6	Konstrukční návrh klikového hřídele	35
6.1	Volba materiálu	35
6.2	Kontrolní pevnostní výpočet	35
6.2.1	Kontrolní pevnostní výpočet hlavního čepu	36
6.2.2	Kontrolní pevnostní výpočet ojnicího (klikového) čepu	37
6.2.3	Kontrolní pevnostní výpočet klikového ramene	40
6.2.4	Výsledky kontrolního výpočtu	41
7	Torzní kmitání klikového hřídele	42
7.1	Náhradní torzní soustava	42
7.1.1	Redukce hmot	42
7.1.2	Redukce délek	43
7.1.3	Výpočet torzních tuhostí	45
7.2	Vlastní torzní kmitání soustavy	45
7.3	Vynucené torzní kmitání	48
7.3.1	Harmonická analýza budícího momentu	48
7.3.2	Rezonanční otáčky	49
7.3.3	Vydatnost rezonancí	50
7.3.4	Torzní výchylky v rezonanci	53
7.3.5	Přídavné torzní napětí v rezonanci	54
	Seznam použitých zdrojů	57
	Seznam použitým zkratkách a symbolů	58

1 Úvod

Jako letecké pohonné jednotky jsou v dnešní době používány pístové motory a plynové turbíny. Pro pohon lehkých sportovních letounů jsou to pak pístové motory spalující letecký benzin (Avgas).

V posledních letech se vývoj leteckých motorů soustředí na vznětové motory. Obecně jsou vznětové motory spolehlivější a mnohem lépe se hodí pro dlouhodobý chod. To je důvod, proč jsou široce používány například v kamionech. Pokusy vyrábět vznětové motory pro pohon letadel byly již v 30. letech minulého století. Z důvodu špatného poměru výkon/hmotnost nebylo jejich používání rozšířeno. Nicméně, rozvoj nových technologií v posledních několika letech vedl ke zlepšení v oblasti vznětových motorů a lepšímu poměru výkon/hmotnost. V porovnání se zážehovými motory mají vznětové motory vynikající měrnou spotřebu paliva. Z těchto důvodů se mnoho společností zaměřilo na vývoj vznětových motorů.

Tato diplomová práce se zabývá návrhem klikového mechanismu leteckého vznětového motoru. Je provedeno vhodné vyvážení a pevnostní kontrola klikového hřídele.

2 Letecké vznětové motory - historie

Vznětové motory mají v letectví dlouhou historii sahající až do počátku 20. století. Byly používány pro pohon vzducholodí a jako pohon letadel byly zkoušeny na konci 20. a ve 30. letech.

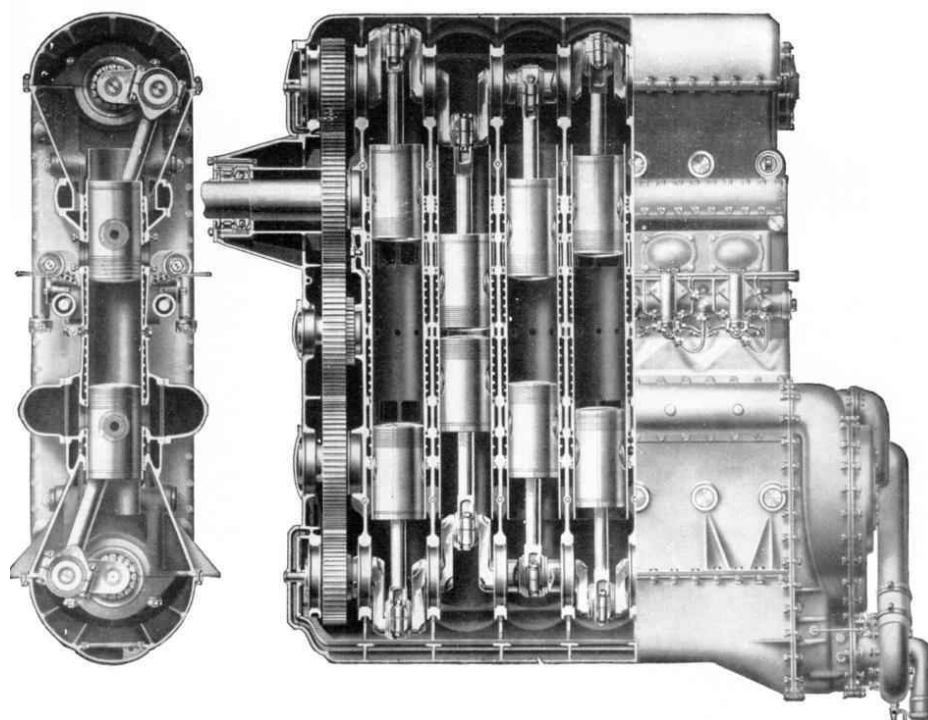
2.1 Vývoj v Německu

Vývoj leteckých motorů v Německu začal v roce 1910. Lehké letecké motory se vyvíjely z těžkých průmyslových a lodních motorů.

První dva vznětové motory Junkers konstruované pro letadla byly 4-válcový MO-3 dokončený v roce 1913 a 6-válcový MO-8 dokončený v roce 1914. Dalším experimentálním motorem byl šestiválcový FO-2 z roku 1916 o jmenovitém výkonu 500 hp při 2400 min^{-1} . V roce 1926 byl na mezinárodní letecké výstavě v Berlíně představen motor FO-3, který vyvíjel 830 hp při 1200 min^{-1} .

Motor Jumo 204 vstoupil do služby v roce 1932. Jeho výkon byl 770 hp při 1800 min^{-1} . Výroba byla ukončena v roce 1935 ve prospěch motoru Jumo 205, který byl nejslavnější ze série vznětových motorů.

Jumo 205 je dvoutaktní letecký vznětový motor s protiběžnými písty. Má celkem 6 válců, 12 pístů a 2 klikové hřídele. Spalovací prostor je vytvořen mezi protiběžnými písty.



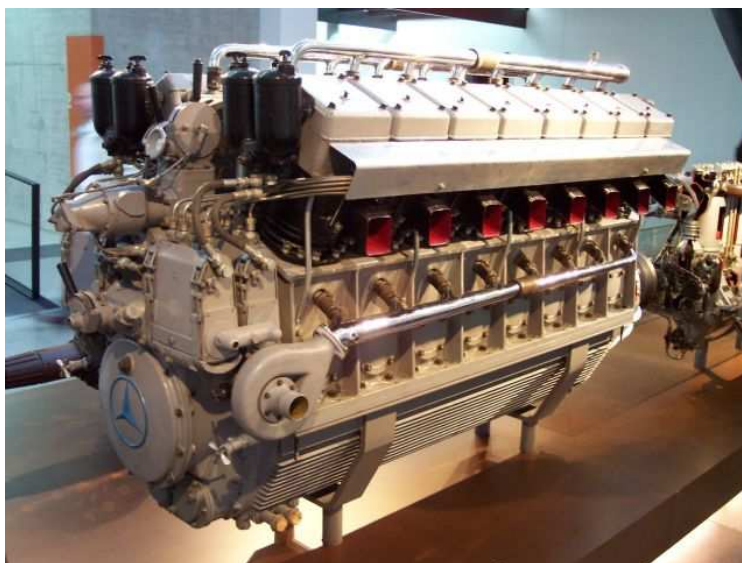
Obr. 1. *Junkers Jumo 205 [7]*

Další letecký vznětový motor vyrobený v Německu je BMW 114 vyvinutý v roce 1935. Jednalo se o čtyřdobý, 9-válcový, vzduchem chlazený radiální motor o výkonu 650 hp při 2200 min^{-1} .



Obr. 2. BMW 114 [10]

Existuje ještě třetí typ vznětového motoru vyrobeného v Německu. Jedná se o Mercedes-Benz DB 602 použitý pro pohon vzducholoď. Šlo o 16-válcový, vodou chlazený, čtyřdobý motor o výkonu 1320 hp při 1650 min^{-1} .



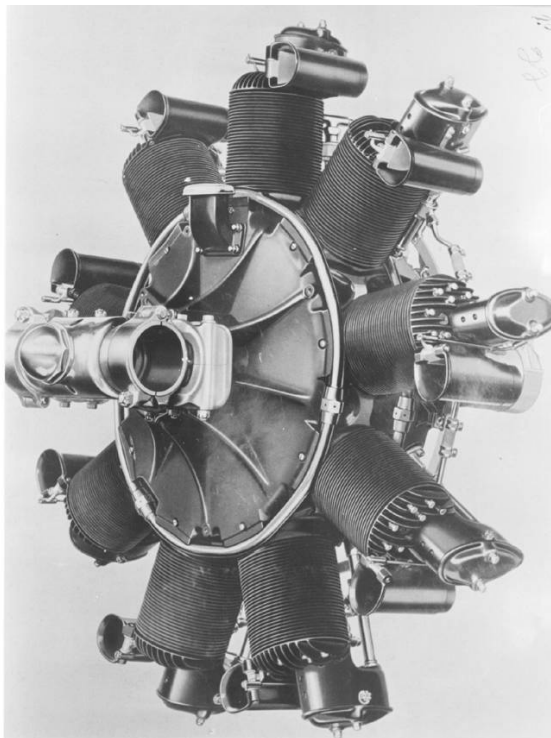
Obr. 3. Mercedes-Benz DB 602 [9]

2.2 Vývoj ve Spojených státech

První veřejné představení motoru Junkers FO-3 v roce 1926, vytvořilo široký celosvětový zájem o vznětové motory. Ve Spojených státech byla většina vznětových motorů koncipována jako čtyřdobé, vzduchem chlazené radiální motory.

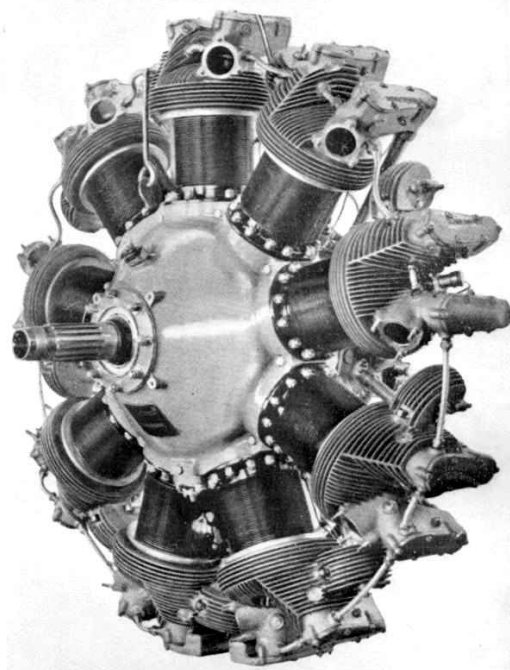
Firma Packard Motor Car začala v roce 1928 vyvíjet první vznětový motor, DR-980, určený speciálně pro pohon letadla. Šlo o vzduchem chlazený 9-válec o objemu téměř 16litrů. Tento motor byl schopný vyvinout výkon 225 hp při 1900 min^{-1} . Letadlo Bellanca, poháněné

vznětovým radiální motorem Packard, vytvořilo 28. května 1931 nový světový rekord v setrvání letadla ve vzduchu po dobu 84 hodin a 32 minut aniž by doplnilo palivo.



Obr. 4. Packard DR-980 [7]

V době kdy motor Packard upadl v zapomnění, nastoupily na jeho místo jiné vznětové motory podobné konstrukce. Jedním z nich byl motor společnosti Guiberson Diesel Engine. Práce na prvním vznětovém leteckém motoru Guiberson byla zahájen v roce 1930. V listopadu 1931 Guiberson A-980 prošel vládní zkouškou a získal A.T.C č. 79 s hodnocením výkonu 185 hp při 1925 min⁻¹.

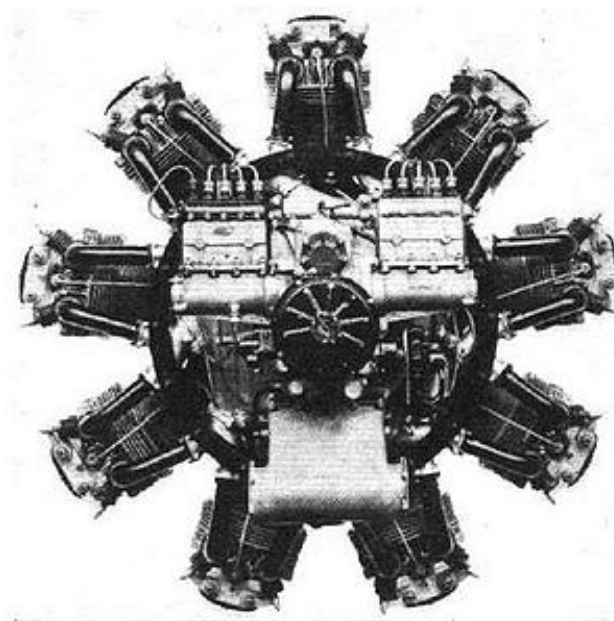


Obr. 5. Guiberson A-980 [7]

2.3 Vývoj ve Velké Británii

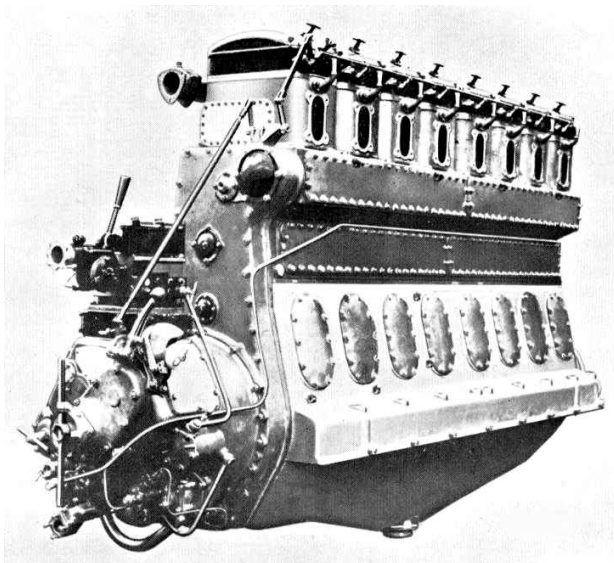
V roce 1927 začala společnost Bristol Aeroplane pracovat na vývoji leteckého vznětového motoru.

Bristol Phoenix byl experimentální 9-válcový, vzduchem chlazený vznětový motor, připomínající soudobý zážehový motor Bristol Jupiter VIII F. Bylo postaveno pouze několik kusů v letech 1928 až 1932. Několik motorů bylo namontováno v letounu typu Westland Wapiti, který 11. května 1934 stanovil světový výškový rekord 8368 m.



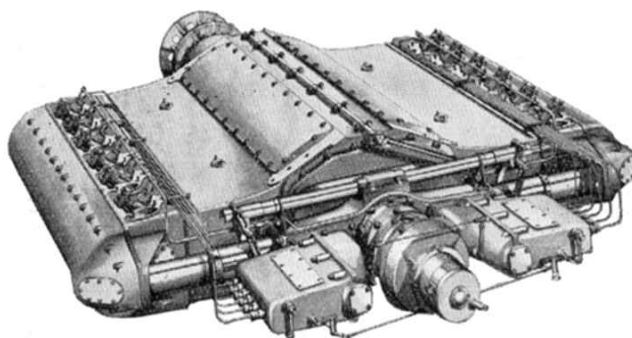
Obr. 6. Britol Phoenix [7]

Beardmore Tornádo byl osmiválcový řadový vznětový letecký motor postavený v roce 1929, používaný v britské vzducholodi R101. Motor byl vytvořen spojením dvou 4-válcových jednotek používaných pro kolejová vozidla do osmiválcového motoru, jeho výkon byl 585 hp při 900 min⁻¹.



Obr. 7. Beardmore Tornádo [7]

Beardmore také navrhl zajímavou koncepci horizontálního motoru s protilehlými válci pro zabudování uvnitř křídla. Tento vodou chlazený 12-válec měl vyvinout výkon 500 hp při 1750min^{-1} . Vývoj tohoto motoru nebyl nikdy dokončen.



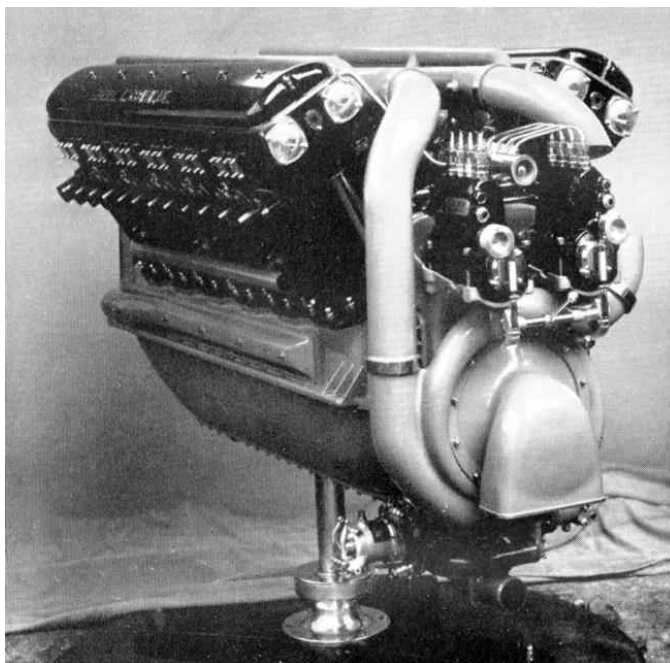
Obr. 8. Navrhovaný 12-válcový motor Beardmore [7]

V roce 1935 získala firma D. Naper & Sons licenci na výrobu verze motoru Junkers Jumo 204 a 205 s protiběžnými písty a nazvala ji Culverin. Šest válců bylo uspořádáno vertikálně. Dva klikové hřídele byly umístěny v horní a spodní části motoru. Sací a výfukové porty jsou řízeny písty. Motor produkoval 720 hp při 1700min^{-1} . Technické údaje jsou velmi podobné motoru Junkers.

Rolls-Royce se, na začátku 30. let, snažil původní zážehový motor Condor přestavět na vznětový. Motor měl 12 válců do V a produkoval 480 hp při 1900min^{-1} .

2.4 Vývoj ve Francii a dalších zemích

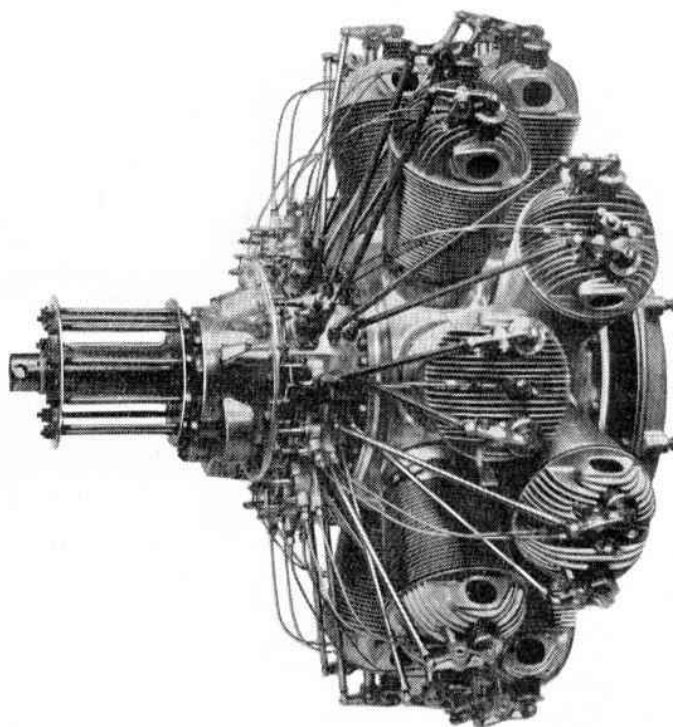
Motor navržený francouzským konstruktérem L. Coatalen a představený v roce 1936 na pařížské Aero Show, byl vznětový 12-válec do V (60°) o objemu 36 litrů. Výstupní výkon je 550 koní při 2000 při suché hmotnosti 1210 kg.



Obr. 9. Vznětový motor Coatalen [7]

Společnost Clerget postavila více čtyřdobých vznětových motorů než kterákoliv jiná společnost ve Francii. Již v roce 1930 vyvinula radiální vzduchem chlazený 9-válec, známý jako model 9-A o výkonu 100 hp při 1800 min^{-1} . Od roku 1930 bylo postaveno několik modelů a na nějaký čas firma Hispano-Suiza převzala vývojové práce. Později ministerstvo letectva převzalo veškerý vývoj Clerget a pomáhal mu v budování větších 14-válců. Jeden z těchto motorů, známý jako Clerget 14 F-01 o výkonu 940 hp při 2400 min^{-1} byl v roce 1937 testován v letounu Potez 25 a vystoupal do výšky 25.114 stop.

Nejnovější Clerget vyvíjel velký vodou chlazený 16-válec, známý jako 16-H, který byl testován v roce 1939.

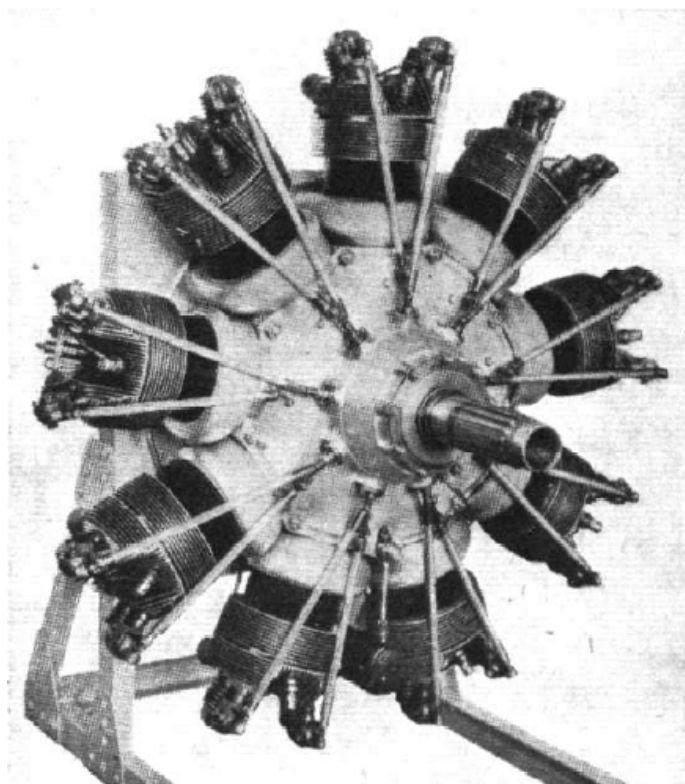


Obr. 10. Radiální motor Clerget [7]

Také Francie získala licenci na výrobu motorů Junkers Jumo 205 v roce 1935. Tuto licenci získala společnost CLM. Vyrobila několik motorů známých jako Lille 6 AS o výkonu 600 hp při 2200 min^{-1} .

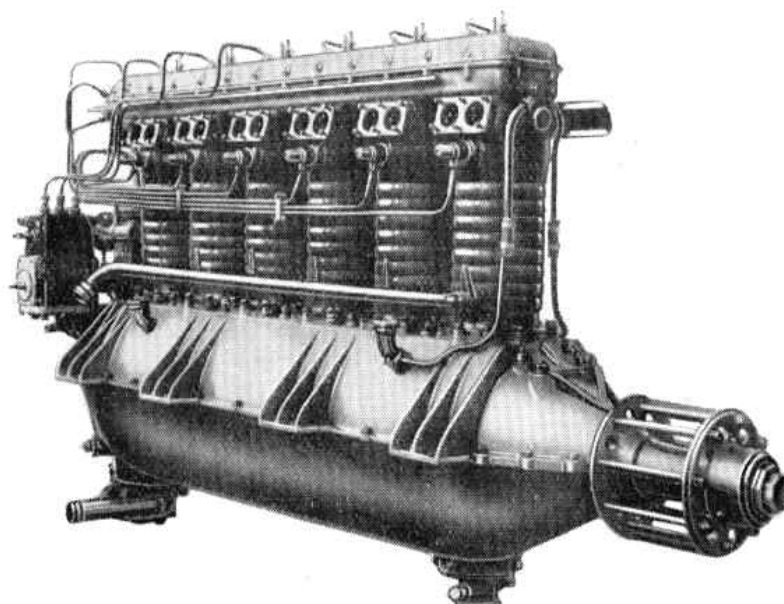
Další francouzský vznětový motor, Salmson SH 18 byl postaven podle Szydlowskeho licence. Šlo o dvoudobý radiální vznětový motor, vodou chlazený 18-válec uspořádaný ve dvojici. Výstupní výkon byl 600 hp při 1700 min^{-1} .

Československé letecké motory ZOD-240A a ZOD-260 byly vznětové, vzduchem chlazené, radiální dvoudobé letecké motory. Verze ZOD-240A byla původní verzí tohoto motoru, následovala verze ZOD-260, jako další vývojový typ. Motor vyvinula a vyráběla firma Československá zbrojovka v Brně. Počátek vývoje tohoto motoru je možno vysledovat v roce 1930. V červenci 1933 se rozběhl první prototyp. Ten disponoval výkonem 240 hp (ZOD-240A). Z tohoto byl později odvozen motor ZOD-260, který měl výkon 260 hp. Tento byl následně krátkou dobu vyráběn.



Obr. 11. Motor ZOD-260 [8]

Itálie také patřila mezi země, které dosáhly dobrých výsledků ve vývoji vznětových motorů. V roce 1930 společnost Fiat postavila řadový 6-válcový vodou chlazený motor o výkonu 220 hp při 1700 min^{-1} .



Obr. 12. Fiat AN1 [7]

3 Letecké vznětové motory – současnost

V posledních několika letech se vývoj leteckých motorů více či méně soustředí na vznětové motory, které jsou použity v letadlech specifické konstrukce. Velká část návrhů jsou dvoutaktní motory, některé s protiběžnými písty inspirované originálním designem Junkers.

Vznětové motory jsou schopné používat palivo JET (Avtur). Toto palivo je snadno dostupné a může být vyrobeno s obnovitelných zdrojů, které přispívají k lepšímu životnímu prostředí. V neposlední řadě mají vznětové motory vynikající měrnou spotřebu paliva v porovnání se zážehovými motory.

Britská společnost Diesel Air Limited vyvinula 100 hp vznětový motor inspirovaný designem Junkers. Jde o 2-válcový pístový motor se dvěma písty na válec a spalovacím prostorem mezi protiběžnými písty. To eliminuje potřebu hlavy, vačkového hřídele a s tím související ventily. Jde o horizontální koncepci se dvěma klikovými hřídeli spojenými ozubeným soukolím a centrální výstupní hřídelí.



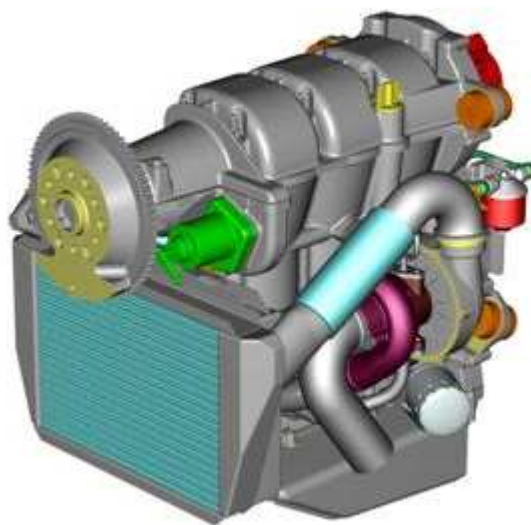
Obr. 13. Dair 100 [11]

Relativně nováčkem na trhu vznětových leteckých motorů je Gemini 100, o výkonu 100 hp, který je podobný motoru Dair. Opět jde o horizontální koncepci s centrální výstupní hřídelí. Nicméně oproti motoru Dair je 3-válcový. V roce 2009 byl uveden motor Gemini 125, který je přeplňovanou verzí Gemini 100.

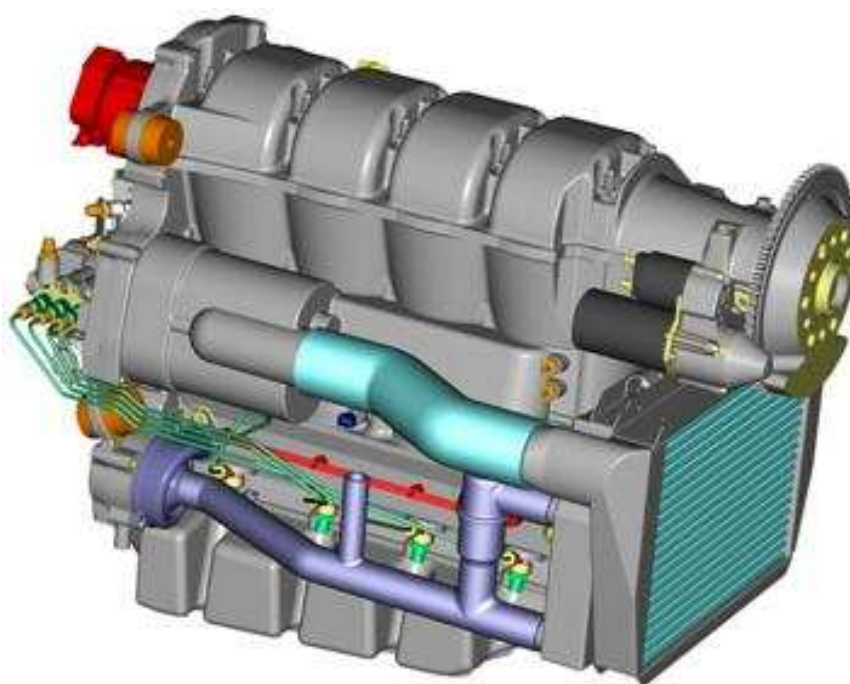


Obr. 14. Gemini 100 [12]

Společnost Wilksch Airmotive vyvíjí 3-válcový, dvoudobý, kapalinou chlazený motor WAM-120 s obrácenou konfigurací o výkonu 120 hp a zároveň dvoudobý, vznětový, kapalinou chlazený 4-válec o výkonu 160 hp, taktéž obrácené konfigurace.



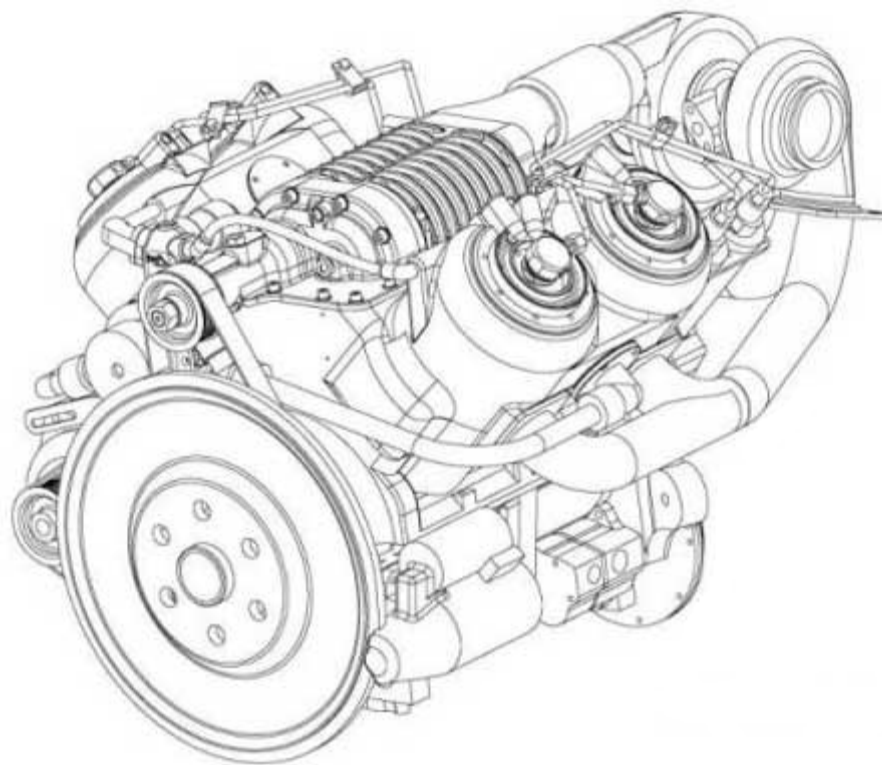
Obr. 15. WAM-120 [14]



Obr. 16. WAM-160 [14]

Americká společnost Raptor Turbo Diesel v současné době vyvíjí vznětový motor Raptor 105. Je to ideální motor pro všechny lehké sportovní letouny. Jedná se o čtyřdobý řadový přeplňovaný motor.

Americká společnost DeltaHawk Engines v současné době produkuje motory řady V-4 o výkonech 160, 180 a 200 hp. Jedná se o přeplňované, dvoudobé vznětové motory.



Obr. 17. DeltaHawk V-4 [13]

4 Síly působící v klikovém mechanismu

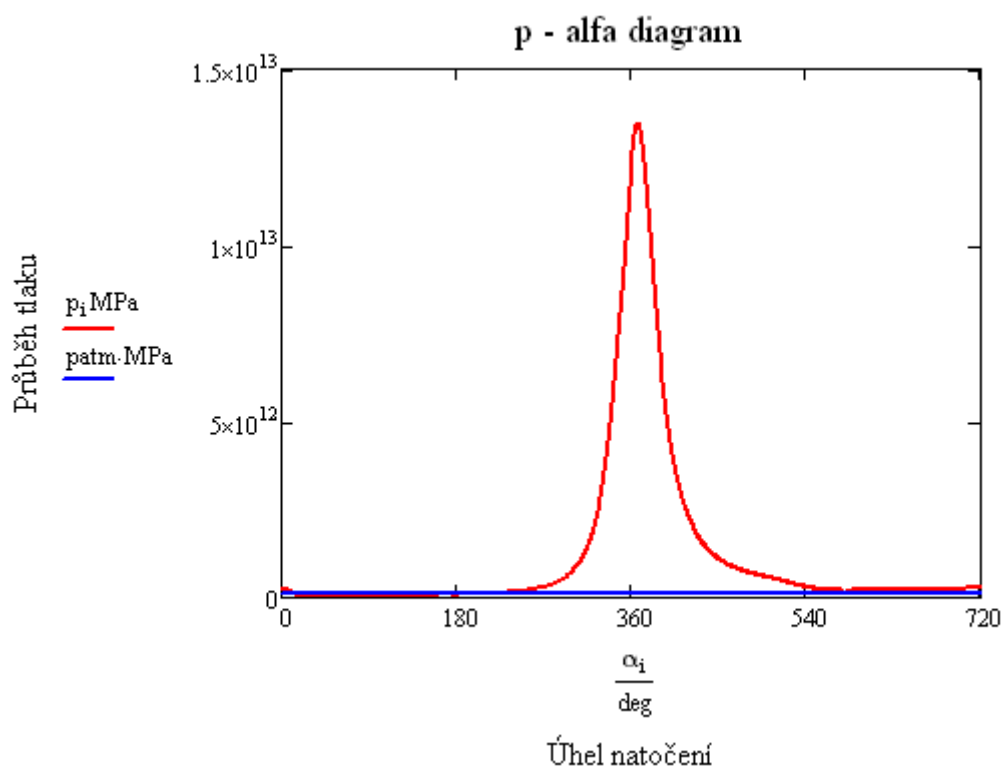
Na klikové ústrojí spalovacího motoru působí dva druhy sil. Jsou to síly vyvolané tlakem plynů tzv. primární síly a síly setrvačné tzv. sekundární síly.

4.1 Síly způsobené tlakem plynů

Síla vyvolaná tlakem plynů na píst vychází z rovnice:

$$F_p = \frac{\pi D^2}{4} (p - p_0) \quad [N], \quad (1)$$

kde D je průměr válce. Průběh absolutního tlaku p ve válci v závislosti na úhlu otočení klikového hřídele se získá z indikátorového diagramu který je na *Obr. 18*. Tlak působící na vnitřní stranu dna pístu p_0 bereme jako tlak vnějšího prostředí ve výpočtové výšce.



Obr. 18. Závislost průběhu tlaků plynů na píst na úhlu pootočení klikového hřídele

4.2 Setrvačné síly

Při otáčení klikového hřídele ojnice vykonává složitý rotační pohyb. Hlava ojnice vykonává spolu s klikovým čepem otáčivý pohyb. Naproti tomu oko ojnice spolu s pístním čepem koná pohyb přímočarý v ose válce. Proto je nutné hmotu ojnice redukovat a setrvačnou sílu ojnice tak nahradit setrvačnými silami redukováných hmot ojnice [2]:

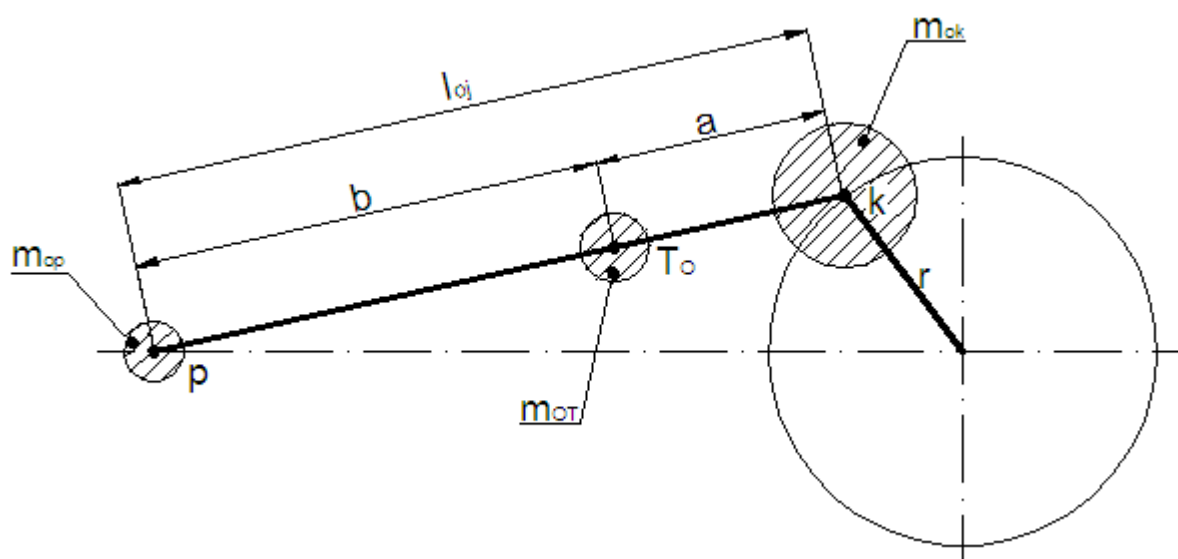
Setrvačnou silou té části ojnice, která koná přímočarý pohyb a je redukována do osy pístního čepu a má zrychlení pístu.

Setrvačnou silou části ojnice, která je redukována do klikového čepu s kterým se otáčí a má tedy jeho odstředivé zrychlení.

4.2.1 Redukce hmoty ojnice

Redukci hmoty ojnice provedeme tím způsobem, že si hmotu ojnice nahradíme myšlenou soustavou hmotných bodů. Velikost i poloha hmotných bodů se určí tak, aby jejich statické i dynamické účinky byly navenek zcela rovnocenné s účinky nahrazovaného tělesa. Aby tento požadavek byl splněn, musí náhradní hmotné body vyhovovat těmto podmínkám [3]:

- součet hmot náhradních bodů se musí rovnat hmotě celého tělesa,
- náhradní hmotný systém musí mít stejné těžiště jako nahrazované těleso,
- náhradní hmotný systém i nahrazované těleso musí mít stejný moment setrvačnosti vzhledem k těžišti.



Obr. 19. Redukce hmoty ojnice

Část hmoty ojnice, redukována do osy pístního čepu a konající posuvný pohyb spolu s pístem, určíme z rovnice:

$$m_{op} = m_o \cdot \frac{a_t}{l_{oj}} \quad [\text{kg}], \quad (2)$$

kde m_o je hmotnost ojnice.

Část hmoty ojnice, redukována do osy klikového čepu, konající rotační pohyb, určíme z rovnice:

$$m_{ok} = m_o - m_{op} \quad [\text{kg}]. \quad (3)$$

4.2.2 Setrvačné síly hmotností pohybujících se přímočaře

Takto se pohybuje hmota celé pístní skupiny m_p a části ojnice redukované do oka pístního čepu m_{op} . Posuvná hmota je soustředěna v ose pístního čepu.

Celková setrvačná síla hmot pohybujících se přímočaře má pak tvar:

$$P_p = -(m_p + m_{op}) \cdot a \quad [N], \quad (4)$$

kde a je zrychlení pístní skupiny.

Setrvačnou sílu P_p , právě tak jako zrychlení pístu, lze považovat za složenou ze dvou složek: ze setrvačné síly prvního řádu a ze setrvačné síly řádu druhého [2].

$$P_{pI} = -m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha \quad [N], \quad (5)$$

$$P_{pII} = -m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha \quad [N], \quad (6)$$

kde r je poloměr klikového hřídele, ω úhlová rychlost otáčení klikového hřídele, λ klikový poměr a α úhel otočení kliky.

4.2.3 Setrvační síly hmotností rotujících spolu s klikou

Takto se pohybuje hmota zalomení klikového hřídele a část hmoty ojnice redukovaná do klikového čepu.

Celková setrvačná síla rotujících hmot je dána rovnicí:

$$P_R = (m_{ok} + m_{kred}) \cdot r \cdot \omega^2 \quad [N], \quad (7)$$

kde m_{kred} je redukovaná hmota kliky:

$$m_{kred} = m_k \cdot \frac{\varsigma}{r} \quad [kg], \quad (8)$$

kde ς je vzdálenost těžiště kliky od osy otáčení a r je poloměr kliky a m_k je hmota kliky.

4.3 Výsledné síly působící v klikovém mechanismu

Jak již bylo uvedeno na klikové ústrojí působí dva druhy sil:

- Síla od tlaků plynů
- Setrvačná síla posuvných hmot

Výsledná síla na píst je tedy dána součtem obou sil:

$$F_{CO} = F_p + P_p \quad [N], \quad (9)$$

Protože je osa ojnice skloněna vzhledem k ose válce, nemůže být celková síla přenášena jen ojnící. Rozkládá se do dvou směrů, a to na normálovou složku, která působí kolmo na stěnu válce:

$$N_p = F_{co} \cdot \operatorname{tg} \beta \quad [N], \quad (10)$$

a dále pak na sílu působící ve směru osy ojnice

$$F_o = \frac{F_{co}}{\cos \beta} \quad [N], \quad (11)$$

kde β je úhel vychýlení ojnice od osy válce.

Síla F_o se přenáší ojnící na klikový čep hřídele, zatímco síla N_p určuje velikost tření mezi pístem a válcem, a tím způsobuje opotřebení těchto částí. Krom toho síla N_p vzbuzuje moment snažící se překloupit motor kolem osy klikového hřídele na stranu opačnou smyslu otáčení [2].

Přenesenou sílu F_o můžeme rozložit na složku radiální:

$$F_R = F_o \cdot \cos(\alpha + \beta) \quad [N] \quad (12)$$

a složku tangenciální:

$$F_T = F_o \cdot \sin(\alpha + \beta) \quad [N]. \quad (13)$$

Radiální síla prochází vždy osou otáčení, proto je tangenciální síla jediná, která vyvozuje kroutící moment na hřídeli:

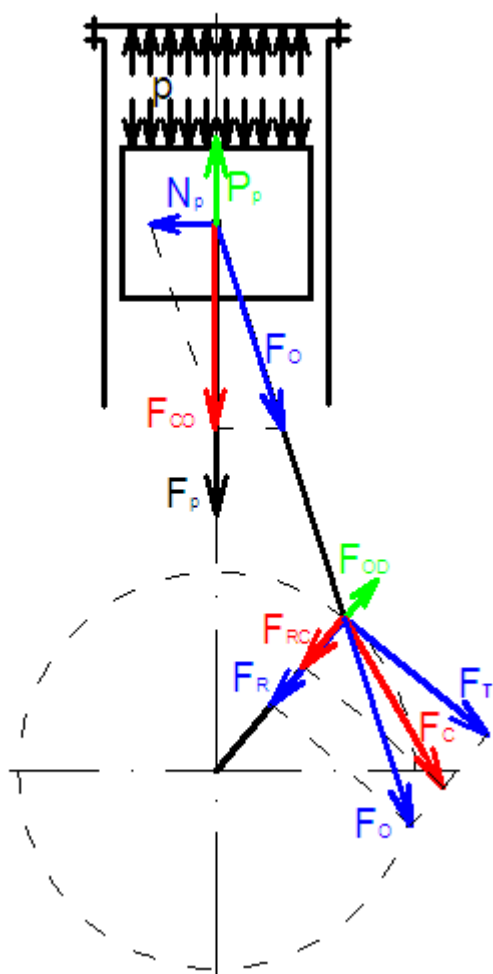
$$M_K = F_T \cdot r \quad [Nm]. \quad (14)$$

Ve směru ramene kliky působí kromě radiální síly ještě odstředivá síla rotačních částí ojnice:

$$F_{OD} = m_{ok} \cdot r \cdot \omega^2 \quad [N]. \quad (15)$$

Pro celkovou radiální sílu platí:

$$F_{RC} = F_R - F_{OD} \quad [N] \quad (16)$$



Obr. 20. *Síly působící v klikovém mechanismu*

5 Varianty uspořádání a vyvážení klikového hřídele

Vyvážení klikového hřídele se rozumí způsob odstranění nebo také zmenšení setrvačných sil a momentů vzniklých pohybem mechanismu. Jeho účelem je dosáhnout klidného chodu bez chvění [3].

Při práci v motoru působí různé síly. Lze je rozdělit do dvou skupin:

- a) Vnitřní síly, způsobené tlakem plynů, třením atd.. Tyto síly jsou vyváženy reakcemi uvnitř motoru a nepřenášejí se na uložení motoru.
- b) Vnější síly, ke kterým patří odpor vzduchu proti otáčení vrtule, setrvačné síly, tíha motoru, reakční síla při výfuku atd.. Jestliže jsou vnější síly proměnlivé, mohou způsobit pohyb motoru a vedou k dynamické nevyváženosti, která způsobuje poruchy motoru popř. se přenáší i na konstrukci letadla [2].

Úkolem dynamického vyvažování je vzájemné vyrovnání vnějších sil. Ze všech vnějších sil jsou největším zdrojem nevyváženosti síly setrvačné. Vyvážení setrvačných sil a jejich momentů lze nejnázorněji dosáhnout vhodným uspořádáním válců a zalomení klikového hřídele tak, aby se jednotlivé síly a momenty navzájem v každém okamžiku kompenzovaly. Toto přirozené vyvažování v mnoha případech nestačí a je nutné použít protizávaží, jejichž setrvačné síly vyvažují setrvačné síly motoru [3].

Vyvážení řadových víceválcových motorů

Vyvážení víceválcových motorů je závislé především na dispozici hřídele, tj. na vzájemné poloze jeho jednotlivých klik. Volbu tvaru hřídele je nutné provádět podle následujících hledisek:

- rovnoměrnosti chodu motoru,
- vyvážení setrvačných sil a jejich momentů,
- pořadí zážehů jednotlivých válců.

Rovnoměrnost chodu vyžaduje, aby zážehy v jednotlivých válcích následovali za sebou v pravidelných intervalech. Aby byla tato podmínka splněna, musí být úhel mezi klikami hřídele:

u čtyřdobých motorů:

$$\gamma = \frac{720^\circ}{i}, \quad (17)$$

u dvoudobých motorů:

$$\gamma = \frac{360^\circ}{i}, \quad (18)$$

kde i je počet válců.

Požadavek vyvážení setrvačných sil a momentů někdy odporuje požadavku na rovnoměrnost chodu. Pak je nutné zvážit, který požadavek je pro daný motor a jeho použití důležitější.

Aby namáhání hlavních ložisek klikového hřídele bylo rozloženo rovnoměrně, je třeba aby za sebou následující zážehy vznikali ve válcích od sebe pokud možno nejvzdálenějších [3].

Při vyvažování víceválcových motorů vycházíme z předpokladu, že:

- o tvary a rozměry mechanismů jednotlivých válců jsou přesně dodrženy,
- o váhy součástí těchto mechanismů jsou stejné,
- o klikový hřídel je absolutně tuhý (nepodléhá ohybovým a torzním deformacím a úhly mezi klikami jsou stálé),
- o neuvažuje se vliv tření [1].

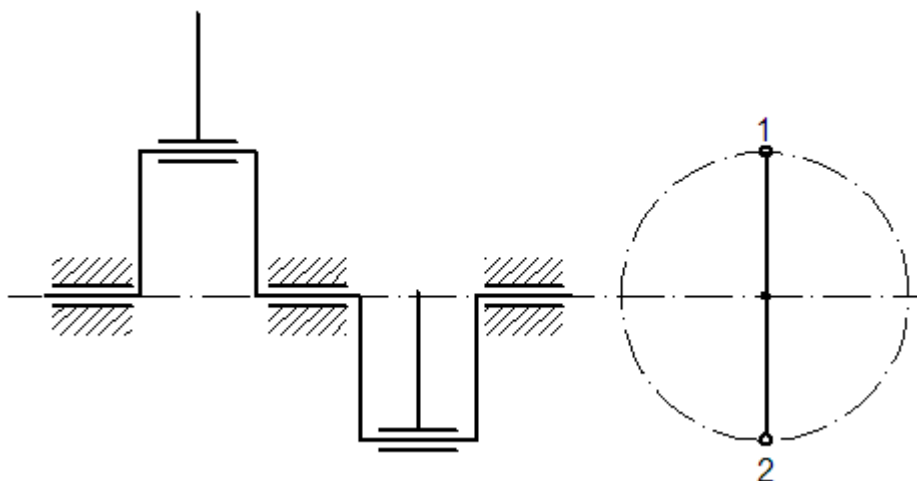
Variety uspořádání klikového hřídele

V případě dvouválcového motoru jsou možné tři varianty uspořádání:

- o klikový hřídel s přesazením ojnicích čepů,
- o klikový hřídel bez přesazení ojnicích čepů tzv. motor twin,
- o klikový hřídel s přesazením ojnicích čepů tzv. boxer

5.1 Klikový hřídel s přesazením ojnicích čepů

U tohoto uspořádání jsou oba ojnicí čepy vzájemně přesazené o 180° . Výhodou tohoto konstrukčního uspořádání bývá snadnější vyvažování hmot. Jeho nevýhodou je však nerovnoměrný interval zapalování, který je jednou 180° , pak 540° atd.



Obr. 21. Schéma uspořádání klikového hřídele

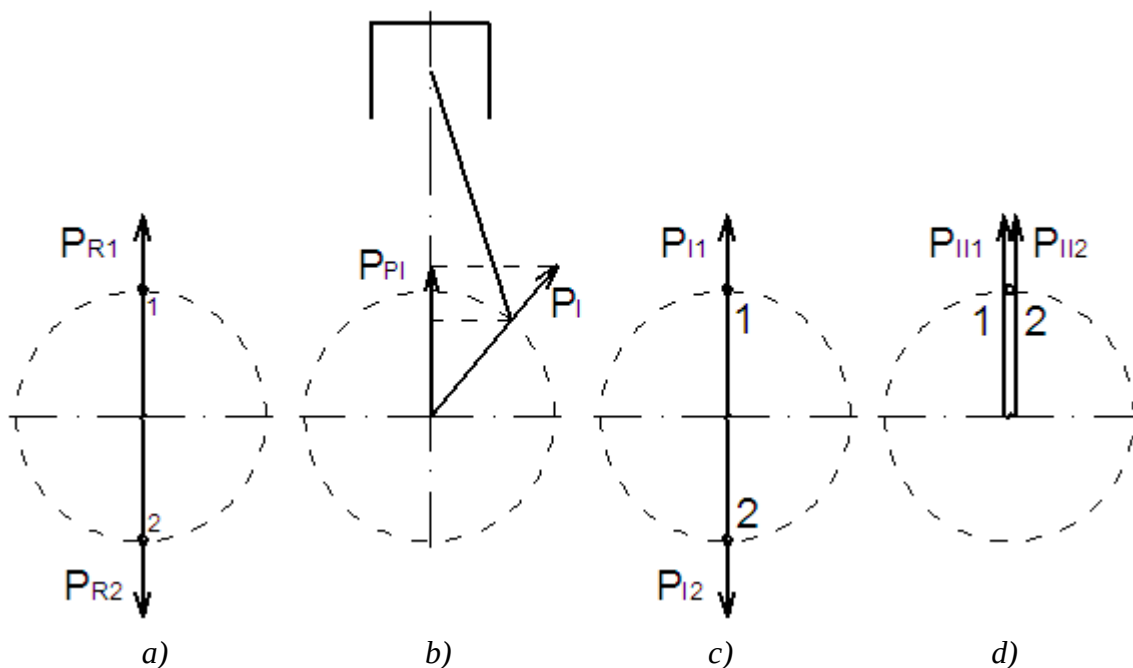
5.1.1 Vybavení setrvačných sil rotačních a posuvných

Setrvačné síly rotačních hmot mají konstantní velikost nezávislou na poloze klikového hřídele a působí vždy ve směru kliky. U víceválcových motorů se setrvačné síly působící v jednotlivých válcích překládají do těžištní roviny, která je kolmá na osu klikového hřídele. Výsledná setrvačná síla je vektorovým součtem setrvačných sil jednotlivých zalomení. Jak je vidět na obrázku (Obr. 22a) u tohoto způsobu uspořádání je výslednice nulová.

Setrvačná síla posuvných částí I. řádu je průmětem vektoru $\vec{P}_I$ o konstantní velikosti a směru působení vždy ve směru kliky, do osy válce (Obr. 22b). Tento průmět se v průběhu otáčky mění a to co do velikosti i smyslu působení. Průmět vektorového součtu do roviny os válců je výslednou setrvačnou silou I. řádu. Na obr. 22c jsou znázorněny setrvačné síly posuvných I. řádu, jejich vektorový součet je roven nule.

Při určování výsledné setrvačné síly posuvných částí II. řádu, platí obdobný postup jako u setrvačných sil I. řádu. Vektor $\vec{P}_{II}$ rotuje dvounásobnou úhlovou rychlostí. Z toho vyplývá, že s osou válce svírá dvounásobný úhel 2α . Takto vznikne fiktivní hřídel II. řádu (Obr. 22d) z které vyplývá, že se jednotlivé složky sečtou a výsledná síla je nenulová a má tvar:

$$P_{PII} = \lambda \cdot m_c \cdot r \cdot \omega^2 (\cos 2\alpha + \cos(2\alpha + 180^\circ)) = 2 \cdot \lambda \cdot m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha \quad (19)$$



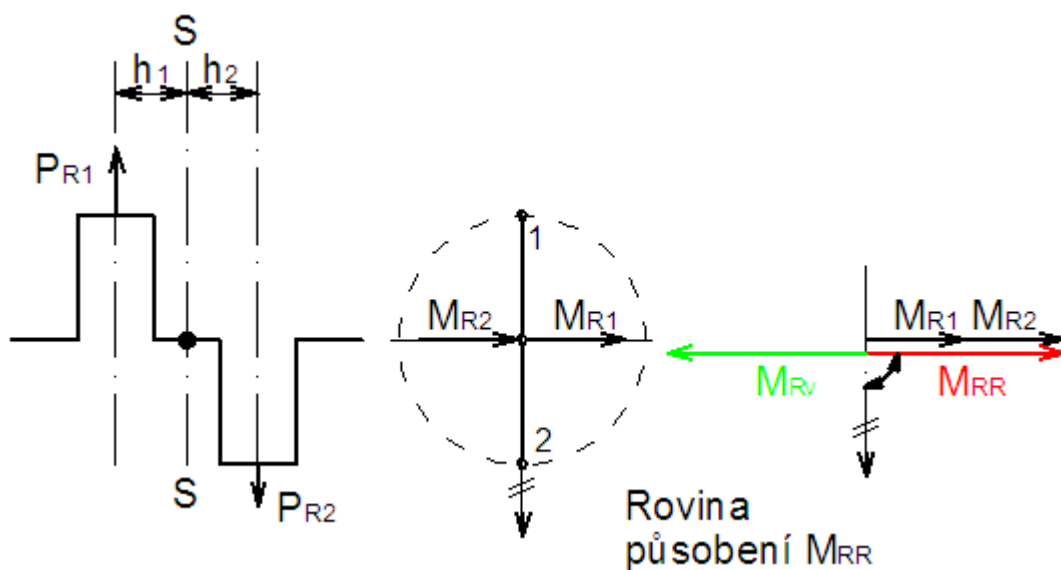
Obr. 22. a) setrvačné síly rotační b) setrvačná síla I. řádu, jako průmět rotujícího vektoru c) kliková hřídel I. řádu d) II. řádu

Tuto setrvačnou sílu lze vyvážit soustavou dvou hřídelí, uložených souměrně k ose válců a otáčejících se v opačných smyslech. Oproti klikovému hřídeli se však otáčejí dvojnásobnou rychlostí. Pro praktickou potřebu je tento způsob vyvážení značně složitý a používá se jen u jednoválcových zkušebních motorů.

5.1.2 Vyvážení momentů setrvačných sil rotačních a posuvných

Na klikový hřídel působí také momentové účinky vyvolané již zmíněnými setrvačnými silami. Tyto momenty jsou násobkem velikosti setrvačných sil a jejich vzdáleností od těžištní roviny S-S.

Při zjišťování účinků momentů od rotujících sil, působících v rovinách jednotlivých zalomení, musíme tyto momenty geometricky sčítat. Proto je vyjadřujeme jako momentové vektory, které překládáme do těžištní roviny. Výslednice těchto vektorů $\vec{M}_{RR}$ udává co do velikosti i smyslu celkový nevyvážený moment rotujících částí, který působí v rovině kolmé na tento vektor. Tento vektor rotuje úhlovou rychlostí ω , která je shodná s rychlostí hřídele. Proto je možné jej vyvážit vývažky na klikové hřídeli, které vyvozují stejně velký moment opačného smyslu $\vec{M}_{RV}$ (Obr. 23).



Obr.23. Stanovení nevyváženého momentu rotačních sil řadového motorů

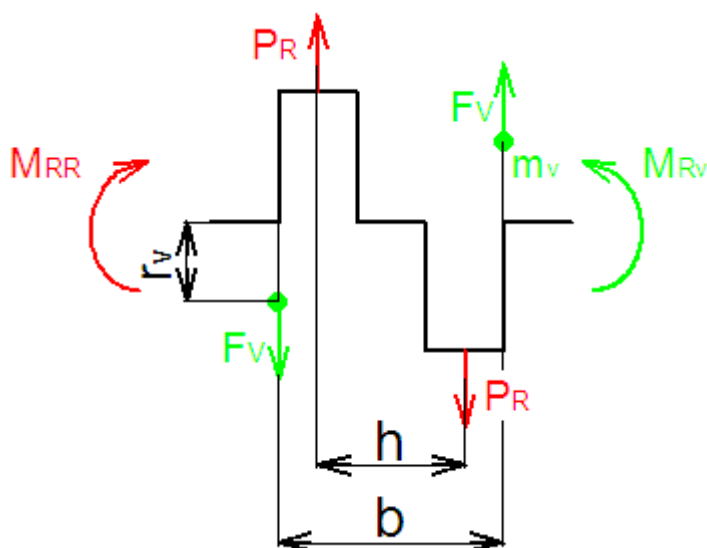
Momentové vyvážení je uveden na Obr. 24. Při tomto způsobu vyvažování se používají dva vývažky umístěné na konci klikového hřídele tak, aby jejich moment působil proti momentu od odstředivých sil. Vychází se z momentové rovnováhy a musí platit:

$$M_{RR} - M_{RV} = 0 \rightarrow M_{RR} = M_{RV} \quad (20)$$

dále pak,

$$(m_{ok} + m_{red}) \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h = m_v \cdot r_v \cdot \omega^2 \cdot b, \quad (21)$$

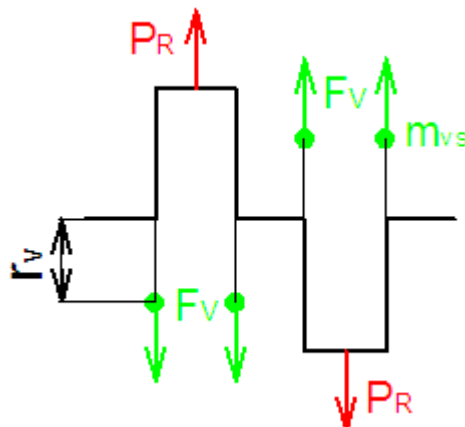
kde m_v je hmota vývažku, r_v je poloměr na kterém jsou vývažky umístěny, b je rameno působení setrvačných sil vývažků a h je rameno působení setrvačných sil rotačních.



Obr. 24. Momentové vyvážení celkového momentu setrvačných sil rotačních

Dalším způsobem pro odstranění nevyváženého momentu setrvačných sil rotačních je tzv. silové vyvážení. Při tomto způsobu se umístí dva vývažky na každé zalomení a vyvažuje se tak každá síla zvlášť. Dosahuje se lepších průběhů ohybových momentů, na druhou stranu

toto vyvážení značně zvyšuje hmotnost celého hřídele, což je u leteckého motoru nevhodné. Silové vyvážení je uvedeno na Obr. 25.

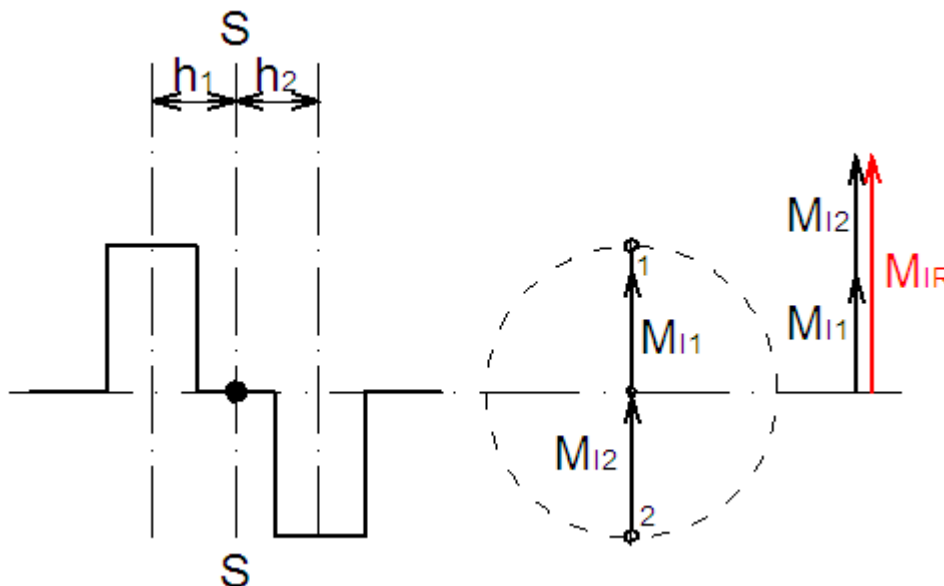


Obr. 25. Silové vyvážení celkového momentu setrvačných sil rotačních

Kompromisem mezi momentovým a silovým vyvážením je vyvážení kombinované. Část momentu setrvačných sil rotačních se vyváží momentově a část silově.

Setrvačné síly I., II. a případně vyšších řádů odvozují momenty, které působí v rovině os válců a snaží se natočit motorem kolem horizontální přímky, kolmé k této rovině. Tato přímka leží v těžištní rovině. Smysl natačení se mění se smyslem působení výsledného momentu M_{IR} , M_{IIRR} [1].

Momenty setrvačných sil posuvných, působících v rovině os válců překládáme do těžištní roviny a tam je graficky skládáme. Pro zjednodušení uvažujeme momenty pootočené, jejichž vektor leží v rovině příslušné kliky a rotuje s klikovým hřídelem stejnou úhlovou rychlostí.

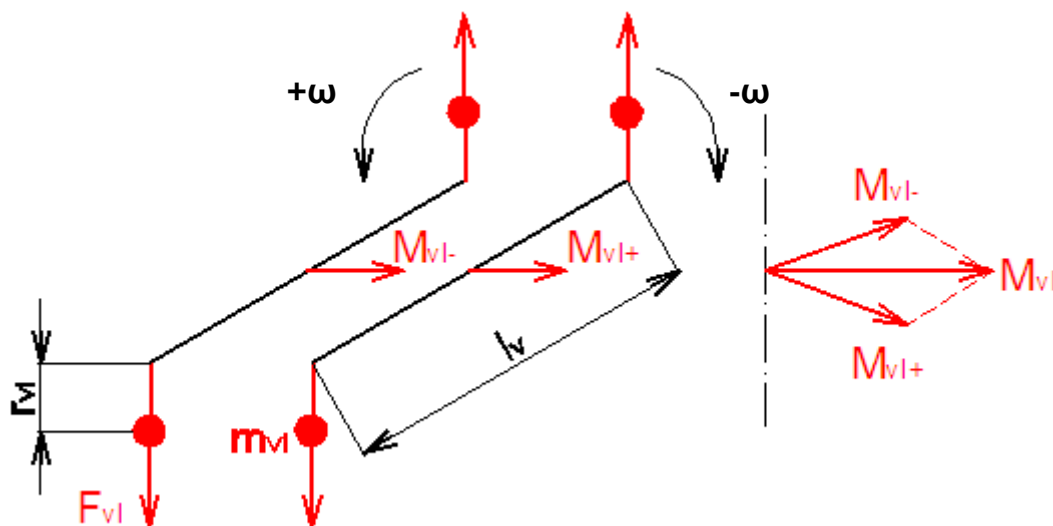


Obr. 26. Vyvážení momentů setrvačných sil posuvných I. řádu

Výslednice momentů setrvačných sil posuvných I. řádu vychází nenulová (Obr.26.) a má tvar:

$$M_{IR} = m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \cos \alpha \quad [Nm]. \quad (22)$$

Tento moment lze vyvážit dvojicí vyvažovacích hřídelí otáčejících se v opačném smyslu úhlovou rychlostí klikového hřídele. Pro zjednodušení konstrukce a snížení hmotnosti je možné jeden vyvažovací hřídel, otáčející se ve stejném smyslu jako klikový hřídel, s ním ztotožnit.



Obr. 27. Vyvážení momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu

Momentová rovnice vývažků je:

$$M_{vI} = 2 \cdot m_{vI} \cdot r_{vI} \cdot l_v \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha \quad (23)$$

Musí platit momentová rovnováha:

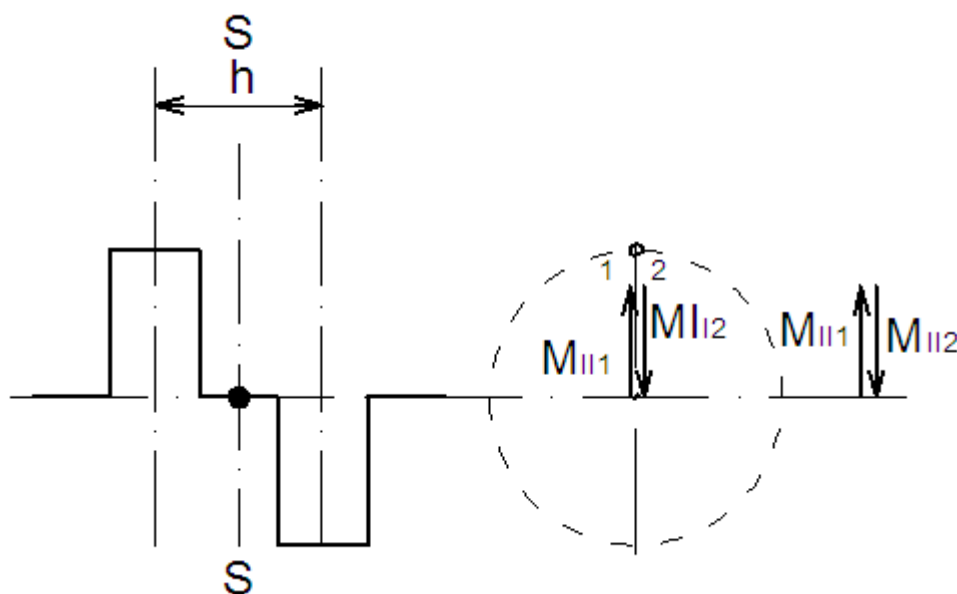
$$M_{vI} = M_{IR}, \quad (24)$$

po dosazení rovnic (22) a (23) dostaneme:

$$2 \cdot m_{vI} \cdot r_{vI} \cdot l_v \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha = m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \cos \alpha, \quad (25)$$

kde m_{vI} je hmotnost vývažků, r_{vI} poloměr těžiště vývažků a l_v rameno vývažků.

Při stanovení výsledného neváženého momentu M_{IIR} setrvačných sil II. řádu se postupuje stejně jako, při zjišťování výsledného momentu M_{IR} setrvačných sil I. řádu s tím rozdílem, že se nevychází ze skutečného nýbrž z myšleného hřídele se zdvojenými úhly ramen [1].

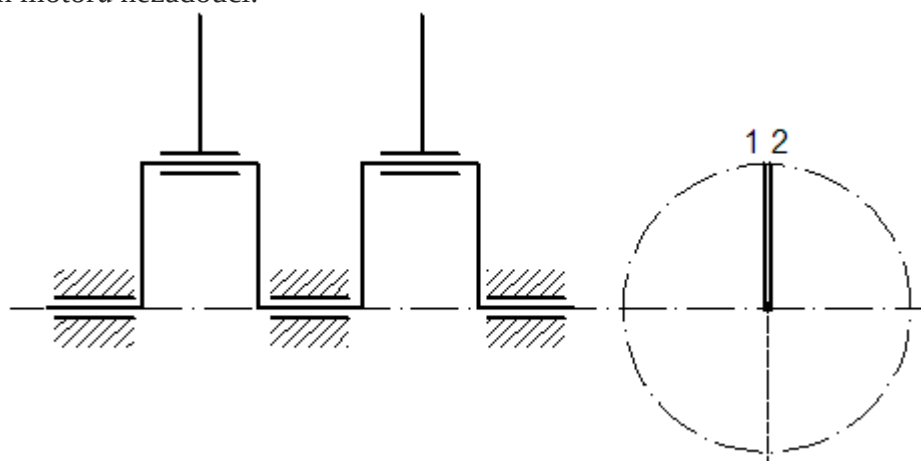


Obr. 28. Vyvážení momentů setrvačných sil posuvných částí II. řádu

Jak je patrné z Obr. 28 výslednice setrvačných sil posuvných II. řádu je rovna nule.

5.2 Klikový hřídel bez přesazení ojnicích čepů tzv. motor twin

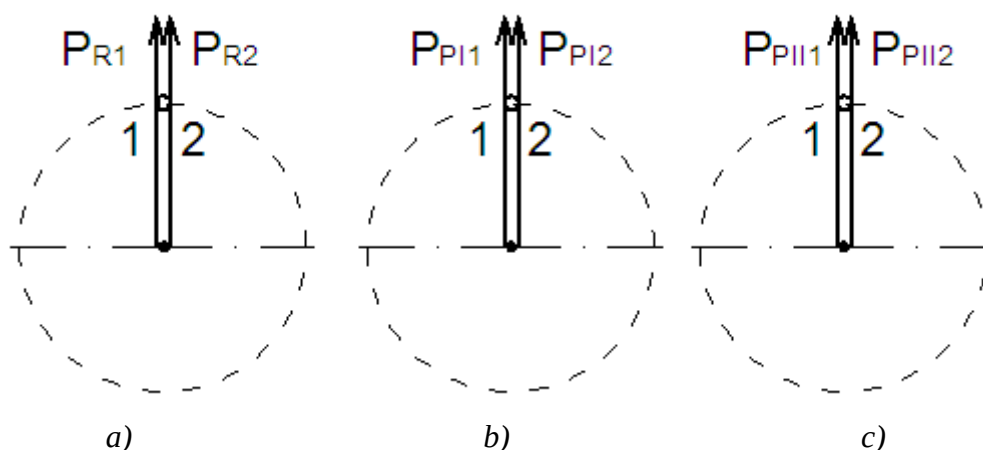
U tohoto typu uspořádání jsou oba ojnicí čepy klikové hřídele uloženy ve stejné výšce. Kliková hřídel může být uložena ve třech i ve dvou ložiscích. Výhodou tohoto typu konstrukce je rovnoměrný interval zapalování. Jeho nevýhoda spočívá v tom, že pro dosažení potřebného vyvážení hmot na klikové hřídeli jsou zapotřebí velká a těžká protizávaží, toto je u letadlových motorů nežádoucí.



Obr. 29. Schéma uspořádání klikového hřídele

5.2.1 Vyvážení setrvačných sil rotačních a posuvných

Jak již bylo uvedeno, setrvačné síly rotační působící ve směru jednotlivých zalomení se překládají do těžištní roviny a výsledná síla je vektorovým součtem jednotlivých sil. Z Obr.30a je jasné, že u tohoto způsobu uspořádání se síly na jednotlivých zalomeních sečtou.

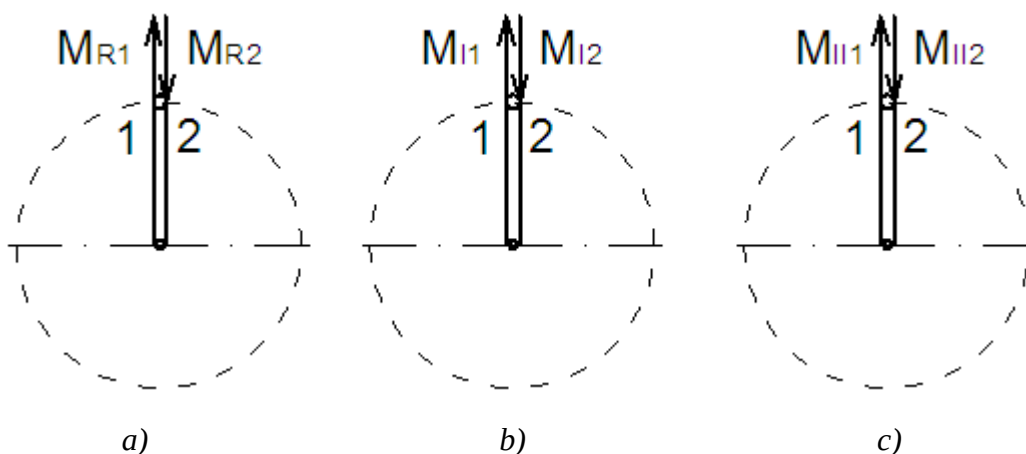


Obr. 30. a) setrvačné síly rotační b) kliková hřídel I. řádu d) II. řádu

Z Obr. 30b a Obr. 30.c je zřejmé že výslednice setrvačných sil posuvných částí I. a II. řádu jsou také nenulové.

5.2.2 Vyvážení momentů setrvačných sil rotačních a posuvných

Jednotlivé momenty setrvačných sil rotačních i posuvných překládáme do těžištní roviny a tam je graficky skládáme. Pro zjednodušení uvažujeme momenty pootočené, jejichž vektor leží v rovině příslušné kliky a rotuje s klikovým hřídelem stejnou úhlovou rychlostí.

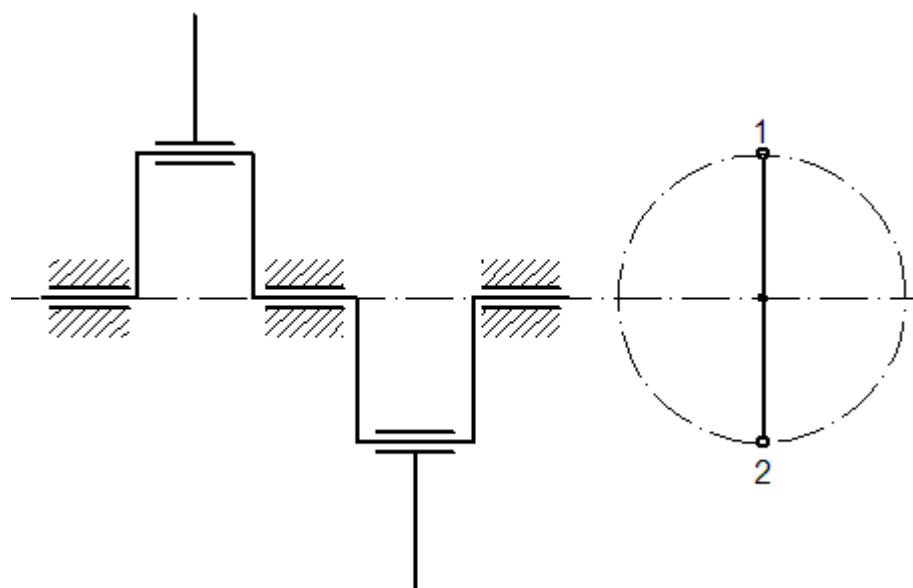


Obr. 31. Momenty setrvačných sil a) rotačních b) posuvných částí I. řádu d) II. řádu

Z Obr. 31 je zřejmé že všechny momenty setrvačných sil vychází nulové.

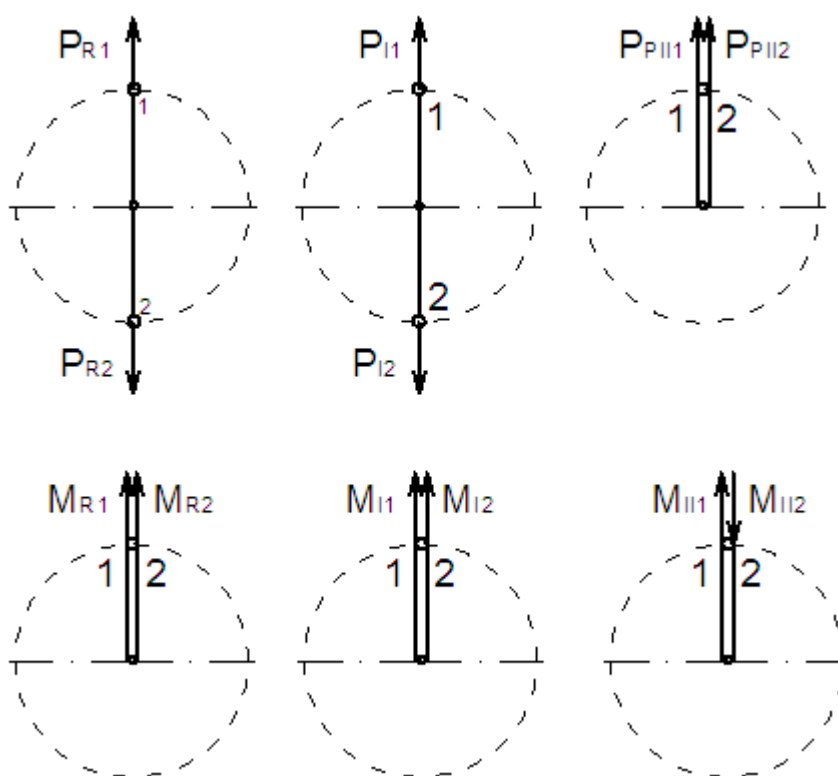
5.3 Klikový hřídel s přesazením ojnicích čepů tzv. boxer

Tento typ konstrukce spojuje výhody motoru twin tj. stejný interval zapalování a přednosti pomaloběžných vznětových motorů tj. dobré vyvážení hmot. Ojnicí čepy jsou vzájemně přesazeny o 180° , kliková hřídel je málo citlivost na torzní kmitání.



Obr. 32. Schéma uspořádání klikového hřídele motoru typu boxer

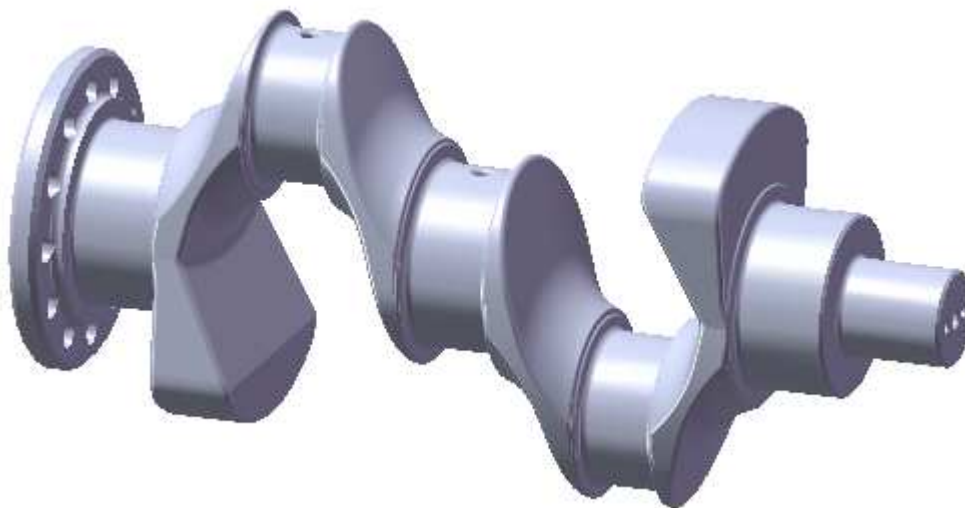
Výsledné setrvačné síly i momenty jsou stejné jako v prvním řešeném případě (klikový hřídel s přesazením ojnicích čepů).



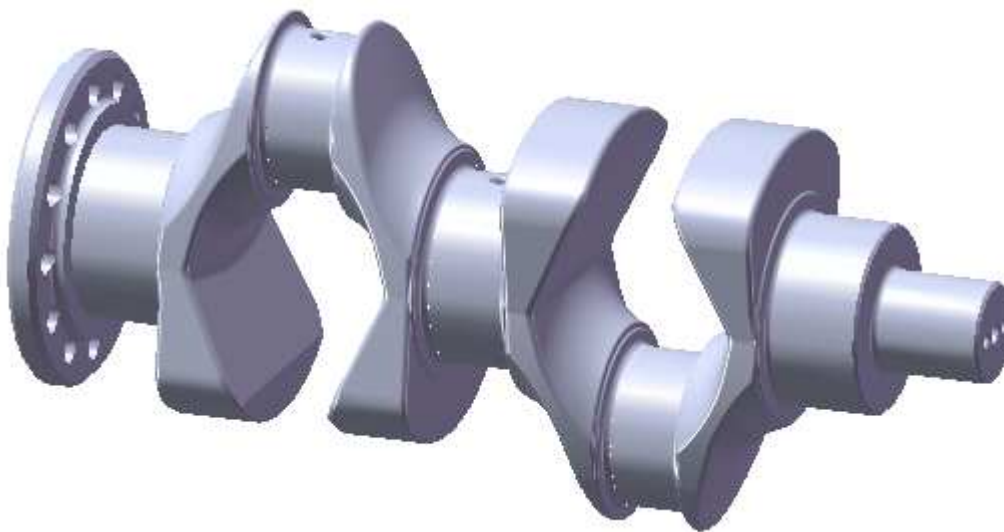
Obr.33. Vektory setrvačných sil rotačních a posuvných částí a jejich momentů

5.4 Provedení klikového hřídele

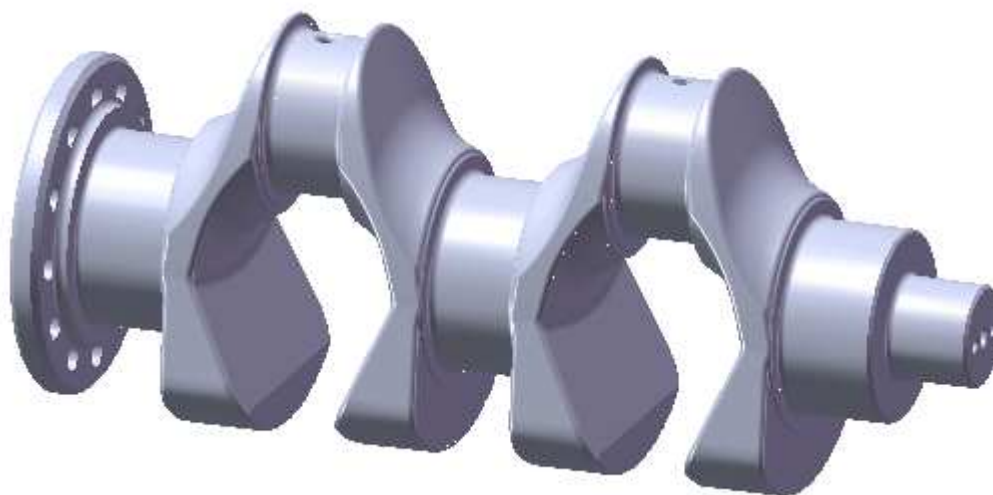
Navržené varianty koncepčního uspořádání jsou na *Obr. 34*, *Obr. 35* a *Obr. 36*. Jedná se variantu klikového hřídele s přesazením ojnicích čepů momentově a silově vyváženého a klikového hřídele bez přesazení ojnicích čepů silově vyváženého. Modely jsou vytvořeny v programu SolidWorks.



Obr. 34. Klikový hřídel s přesezením ojnicích čepů vyvážený momentově



Obr. 35. Klikový hřídel s přesezením ojnicích čepů vyvážený silově



Obr. 36. *Klikový hřídel bez přesazení ojnicích čepů*

Na letecký motor jsou kladeny požadavky nízké hmotnosti a nízké úrovně vibrací. Z tohoto důvodu se ze tří uvedených možností uspořádání jako vhodná jeví varianta momentově vyváženého klikového hřídele s přesazením ojnicích čepů. Další výpočty a konstrukční návrhy se vztahují k tomuto uspořádání klikového hřídele.

6 Konstrukční návrh klikového hřídele

Pro konstrukci klikového hřídele jsou dány rozměry hlavních a klikových čepů, osová vzdálenost válců a šířky ramen klikového hřídele. Tímto je konstrukční návrh omezen na volbu materiálu, návrh uspořádání klikového hřídele a návrh vývažků.

6.1 Volba materiálu

Klikové hřídele se nejčastěji vyrábí kované nebo odlévané. Jako materiál je vhodná uhlíková a nízkolegovaná ocel, nebo tvárná litina. Nejčastěji se setkáme s kovaným klikovým hřídelem, lité se vyskytují především v méně zatížených motorech.

Kované klikové hřídele se vyrábějí nejčastěji z materiálů 12 050, 15 131, 16 342, 16 720. Hřídel je předkovan a zušlechtěn na pevnost 650 až 800 MPa. U více zatížených motorů a motorů vznětových jsou na výrobu klikových hřídelů používány legované oceli, např. 14420, 15 260, zušlechtěné na pevnost 800 – 950 MPa. Čepy jsou kaleny na tvrdost 54 – 60 HRC [6].

Pro vlastní návrh klikového hřídele leteckého dvouválcového vznětového motoru byla zvolena nízkolegovaná ocel 15 230, která je vhodná k zušlechtování, nitridování a povrchovému kalení.

Tabulka 1. Mechanické vlastnosti oceli 15 230

Parametr	Označení	Jednotka	Hodnota
Mez pevnosti	R_m	[MPa]	980
Mez kluzu v tlaku	R_c	[MPa]	590
Mez kluzu v ohybu	R_{co}	[MPa]	708
Mez kluzu v krutu	R_{es}	[MPa]	413
Mez únavy pro tah-tlak	σ_c	[MPa]	352,8
Mez únavy pro ohyb	σ_{co}	[MPa]	470,4
Mez únavy pro krutu	τ_{ck}	[MPa]	274

6.2 Kontrolní pevnostní výpočet

Klikový hřídel je namáhán převážně na ohyb, krut a otláčení silami, které působí na jeho čepy a jsou odvozeny od přetlaků plynů na píst a setrvačných účinků zavěšené hmoty. Dále silami a momenty vyvolané torzním a ohybovým kmitáním klikového mechanismu.

Tyto síly se mění periodicky s časem a tím se mění i jejich zátěžné momenty. V kombinaci s náhlými změnami průřezů, značným množstvím míst s vrubovým účinkem (mazací otvory, přechod čepu do ramene) a prostorovým uspořádáním ramen klikového hřídele způsobují vznik nerovnoměrného napětí v jednotlivých průřezích klikového hřídele.

Současné klikové hřídele jsou značně předimenzovány. Toto je dáno tím, že se navrhuje z hlediska dostatečné tuhosti z důvodu omezení vibrací a jejich nepříznivých účinků.

Pevnostní výpočet hřídele se omezuje na to zalomení které je nejvíce namáháno. Kontrolní výpočet zanedbává deformace klikové skříně, pružnost uložení i nerovnoměrnost opotřebení jednotlivých ložisek a čepů.

6.2.1 Kontrolní pevnostní výpočet hlavního čepu

Hlavní čepy jsou namáhány krutem i ohybem. V současné době používané a konstruované klikové hřídele mají relativně krátké hlavní čepy. Proto pevnostní výpočet hlavních čepů zanedbává ohybové namáhání a uvažuje pouze krut. Toto ohybové napětí snižuje míru bezpečnosti pouze o 3 až 4 %.

Ke stanovení míry bezpečnosti hlavních čepů hřídele je třeba stanovit tzv. nabíhací momenty jednotlivých čepů a to buď graficky nebo tabulkově. Jede v podstatě o sumaci točivých momentů jednotlivých válců. Postupuje se od volného konce klikového hřídele směrem k setrvačníku. Nejvíce namáhaným hlavním čepem je pak ten, který v průběhu pracovního cyklu dosahuje maximální amplitudy změny točivého momentu.

Známe-li změnu točivého momentu podle pootočení klikového hřídele, lze pro každý hlavní čep stanovit maximální a minimální napětí v krutu:

$$\tau_{hc,max} = \frac{M_{hc,max}}{W_{\tau,hc}} \quad [MPa] \quad (26)$$

$$\tau_{hc,min} = \frac{M_{hc,min}}{W_{\tau,hc}} \quad [MPa] \quad (27)$$

kde $W_{\tau,hc}$ je průřezový modul hlavního čepu v krutu:

$$W_{\tau,hc} = \frac{\pi}{16} \cdot D_{hc}^3 \quad [m^3], \quad (28)$$

kde D_{hc} je vnější průměr hlavního čepu. Z maximální a minimální hodnoty napětí se určí střední hodnota:

$$\tau_{hc,m} = \frac{\tau_{hc,max} + \tau_{hc,min}}{2} \quad [MPa] \quad (29)$$

a amplituda jeho změny:

$$\tau_{hc,a} = \frac{\tau_{hc,max} - \tau_{hc,min}}{2} \quad [MPa] \quad (30)$$

Bezpečnostní násobek se pak stanoví podle vzorce:

$$\eta_{\tau,hc} = \frac{\tau_{ck}}{\tau_{hc,a} \cdot \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \alpha_{\tau} \cdot \tau_{hc,m}}, \quad (31)$$

kde τ_{kc} je mez únavy v krutu, $k_{\tau}=1,8$ je součinitel koncentrace napětí a

$$\varepsilon_{\tau} = \varepsilon_{\tau 1} \cdot \varepsilon_{\tau 2} \quad (32)$$

je součinem součinitele vlivu velikosti $\varepsilon_{\tau 1}=0,6$ a součinitele vlivu povrchu $\varepsilon_{\tau 2}=1$. Součinitel citlivosti k asymetrii cyklu závisí na mezi pevnosti v tahu R_m a druhu napětí viz *Tabulka 2*.

Tabulka 2. Závislost součinitele asymetrie cyklu na mezi pevnosti

R_m [MPa]	350-550	550-750	750-1000	1000-1200	1200-1400
α_{σ} [-]	0	0,05	0,1	0,2	0,25
α_{τ} [-]	0	0	0,05	0,1	0,15

Míra bezpečnosti hlavních čepů nemá být nižší než $\eta_{\tau}=2$ až 3.

6.2.2 Kontrolní pevnostní výpočet ojnicního (klikového) čepu

Ojnicní čep je namáhán ohybem a krutem. Maxima těchto namáhání se však časově nekryjí. Proto je nutné stanovit míru bezpečnosti zvlášť pro namáhání v ohybu a zvlášť v krutu, poté se určí výsledná bezpečnost jako u složeného namáhání.

Zjednodušené schéma sil a momentů, působících na jedno zalomení klikového hřídele je uvedeno na *Obr. 37*.

Namáhání na ohyb stanovujeme ve dvou rovinách:

- v rovině kliky
- v rovině kolmé na rovinu kliky

Namáhání v rovině kliky:

Z příslušných radiálních sil se určí výsledný vnitřní momentový účinek namáhající čep na ohyb v rovině zalomení, v ose válce:

$$M_{oz} = R_{Fr} \cdot \frac{1}{2} + (F_{srk} + F_{sv}) \cdot \left(\frac{1}{2} - a\right) \quad Nm, \quad (33)$$

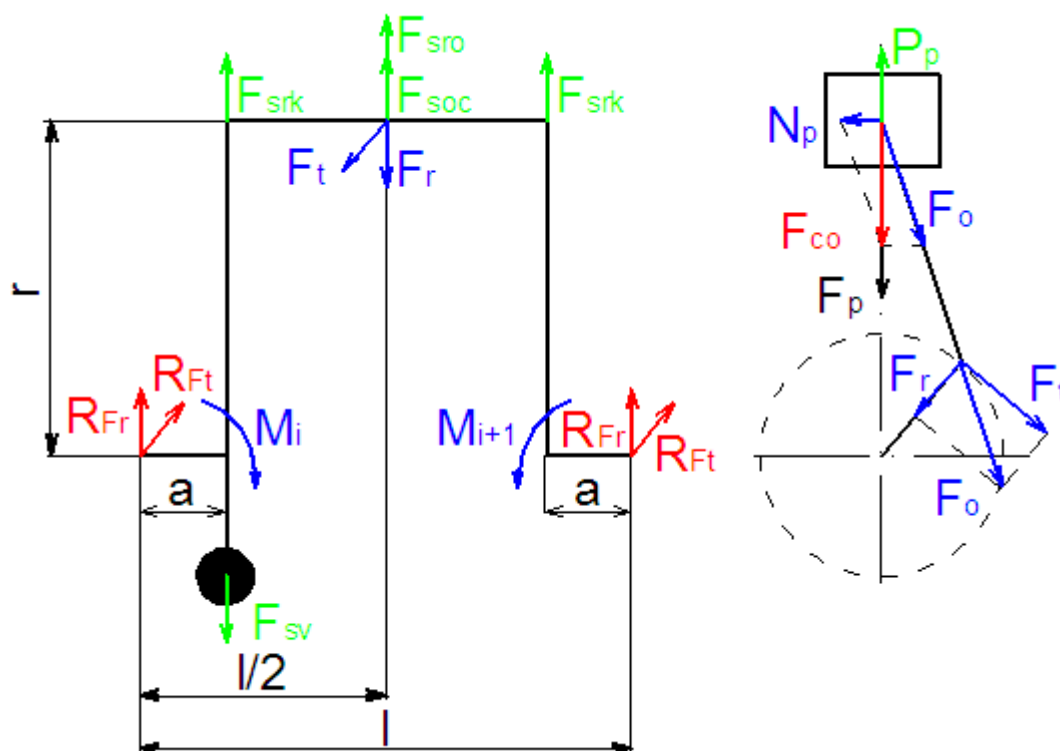
kde R_{Fr} je reakce ležící v rovině zalomení klikového hřídele:

$$R_{Fr} = \frac{F_r - F_c}{2} \quad N, \quad (34)$$

kde F_r je normálová síla od tlaků plynů a setrvačných sil, a síla F_c :

$$F_c = F_{sro} + F_{soc} + 2 \cdot F_{srk} - F_{sv} \quad N, \quad (35)$$

kde F_{sro} je odstředivá síla rotujících částí ojnice, F_{soc} je odstředivá síla ojnicního čepu, F_{srk} je odstředivá síla ramene kliky a F_{sv} je odstředivá síla vývažků.



Obr. 37. Schéma sil a momentů působících na zalomení klikového hřídele

Namáhání v rovině kolmé na rovinu kliky:

Z příslušných tangenciálních sil se určí moment, namáhající ojnicí čep na ohyb v rovině kolmé k rovině zalomení klikového hřídele:

$$M_{ot} = \frac{R_{Ft}}{2} \quad Nm, \quad (36)$$

kde R_{Ft} je reakce v uložení kliky:

$$R_{Ft} = \frac{F_t}{2} \quad N, \quad (37)$$

kde F_t je tangenciální složka síly od tlaků plynů. Celkový ohybový moment je pak:

$$M_o = \sqrt{M_{oz}^2 + M_{ot}^2} \quad Nm. \quad (38)$$

V uvažovaném průřezu vyúsťuje na povrch čepu otvor pro přívod mazacího oleje. U okraje tohoto otvoru je proto nutno počítat s koncentrací napětí a uvažovat s ohledem na únavu proměnlivý ohybový moment, působící v rovině obsahující mazací otvor. Tato rovina svírá s osou zalomení úhel ϕ . Potom je ohybový moment roven:

$$M_{o\phi} = M_{oz} \cdot \cos \phi + M_{ot} \cdot \sin \phi \quad Nm. \quad (39)$$

Z průběhu $M_{o\phi}$ se určí maximální a minimální ohybové napětí:

$$\sigma_{oc,max} = \frac{M_{o\phi,max}}{W_{\sigma oc}} \quad [MPa] \quad (40)$$

$$\sigma_{oc,min} = \frac{M_{o\phi,min}}{W_{\sigma oc}} \quad [MPa] \quad (41)$$

kde:

$$W_{\sigma oc} = \frac{\pi}{32} \cdot D_{oc}^3 \quad [m^3], \quad (42)$$

je průřezový modul ojnicního čepu v ohybu a D_{oc} je průměr ojnicního čepu. Z maximální a minimální hodnoty napětí se určí střední hodnota:

$$\sigma_{oc,m} = \frac{\sigma_{oc,max} + \sigma_{oc,min}}{2} \quad [MPa] \quad (43)$$

a amplituda jeho změny:

$$\sigma_{oc,a} = \frac{\sigma_{oc,max} - \sigma_{oc,min}}{2} \quad [MPa] \quad (44)$$

Bezpečnostní násobek vůči mezi únavy v ohybu se pak stanoví podle vzorce:

$$\eta_{\sigma,oc} = \frac{\sigma_{co}}{\sigma_{oc,a} \cdot \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \alpha_{\sigma} \cdot \sigma_{oc,m}}, \quad (45)$$

kde σ_{oc} je mez únavy v ohybu, $k_{\sigma}=2$ je součinitel koncentrace napětí a

$$\varepsilon_{\sigma} = \varepsilon_{\sigma 1} \cdot \varepsilon_{\sigma 2} \quad (46)$$

je součinem součinitele vlivu velikosti $\varepsilon_{\sigma 1}=0,7$ a součinitele vlivu povrchu $\varepsilon_{\sigma 2}=1$. Součinitel citlivosti k asymetrii cyklu viz *Tabulka 2*.

V případě určení míry bezpečnosti v krutu u ojnicních čepů s postupuje obdobně jako u čepů hlavních. Stanoví se jednotlivé průběhy nabíhacích momentů ojnicních čepů, určí se nejvíce zatížený čep, maximální a minimální točivý moment a velikost extrémních napětí ze vztahů:

$$\tau_{oc,max} = \frac{M_{oc,max}}{W_{\tau oc}} \quad [MPa] \quad (47)$$

$$\tau_{oc,min} = \frac{M_{oc,min}}{W_{\tau oc}} \quad [MPa] \quad (48)$$

Kde modul průřezu ojnicního čepu v krutu je:

$$W_{\tau oc} = \frac{\pi}{16} \cdot D_{oc}^3 \quad [m^3], \quad (49)$$

Z extrémních hodnot se pak stanoví střední hodnota a amplituda napětí. Míra bezpečnosti se pak určí pro součinitele $\varepsilon_\tau=0,6$, $k_\tau=1,8$ a α_τ viz *Tabulka 2*.

Výsledná míra bezpečnosti pro kombinované namáhání se pak určí:

$$\eta_{oc} = \frac{\eta_{\tau,oc} \cdot \eta_{\sigma,oc}}{\sqrt{\eta_{\tau,oc}^2 + \eta_{\sigma,oc}^2}}, \quad (50)$$

má mít hodnotu větší než 2 až 3.

6.2.3 Kontrolní pevnostní výpočet klikového ramene

Ramena klikového hřídele jsou namáhána proměnnými silovými účinky, které v průběhu otáčení mění svoji velikost i směr. Nejnamáhanější části ramen jsou v místech přechodů čepů do ramen, tedy v místě kde v důsledku koncentrace napětí dochází ke zvýšení velikosti napětí. Jsou namáhány ohybem v rovině zalomení a v rovině kolmé na rovinu zalomení, tahem resp. tlakem, smykem a krutem. Ohybové namáhání v rovině kolmé na rovinu zalomení a smykové namáhání zanedbáváme.

Ohybový moment namáhající rameno:

$$M_{oz} = R_{Fr} \cdot a \quad [Nm], \quad (51)$$

kde R_{Fr} je reakce ležící v rovině zalomení klikového hřídele a namáhající rameno tahem resp. tlakem.

Celkové normálové napětí od ohybu a tahu resp. tlaku je:

$$\sigma_r = \frac{M_{oz}}{W_{\sigma,r}} + \frac{R_{Fr}}{S_r} \quad [MPa], \quad (52)$$

kde $W_{\sigma,r}$ je průřezový modul klikového ramene v ohybu:

$$W_{\sigma,r} = \frac{b_r \cdot t_r^2}{6} \quad [m^3], \quad (53)$$

a S_r je plocha průřezu v místě přechodu ojnicního čepu do klikového ramene:

$$S_r = b_r \cdot t_r \quad [m^2], \quad (54)$$

kde b_r šířka klikového ramene v přechodu do ojnicního čepu a t_r tloušťka ramene v řešeném průřezu.

Stanoví se maximální a minimální hodnoty ohybového napětí $\sigma_{r,max}$ a $\sigma_{r,min}$, střední napětí $\sigma_{r,m}$ a amplituda napětí $\sigma_{r,a}$. Z těchto hodnot se pak určí míra bezpečnosti $\eta_{\sigma,r}$ pro koeficienty $\varepsilon_{\sigma 1}=0,7$, $\varepsilon_{\sigma 2}=1,2$, $k_{\sigma}=2$ a $\alpha_{\sigma}=0,05$.

Krouticí moment namáhající rameno:

$$M_{kr} = R_{Ft} \cdot a \quad [Nm], \quad (55)$$

kde R_{Ft} je tangenciální reakce v hlavním ložisku. Extrémní hodnoty napětí jsou pak:

$$\tau_{r,max} = \frac{M_{kr,max}}{W_{\tau,r}} \quad [MPa] \quad (56)$$

$$\tau_{r,min} = \frac{M_{kr,min}}{W_{\tau,r}} \quad [MPa] \quad (57)$$

kde $W_{\tau,r}$ je průřezový modul klikového ramene v kutu:

$$W_{\tau,r} = \mu \cdot b_r \cdot t_r^2 \quad [m^3]. \quad (58)$$

Velikost součinitele μ se určí lineární interpolací z *Tabulky 3*.

Tabulka 3. Velikost součinitele α v závislosti na rozměrech příčného průřezu ramene

b_r/t_r	1	1,5	1,75	2	2,5	3	4	10	100
α	0,208	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,312	0,333

Určí se střední hodnota a amplituda napětí v krutu a za použití koeficientů $\varepsilon_{\sigma 1}=0,7$, $\varepsilon_{\sigma 2}=1,2$, $k_{\sigma}=2$ se vypočítá míra bezpečnosti $\eta_{\tau,r}$.

Celková míra bezpečnosti pro kombinované namáhání klikového ramene je pak:

$$\eta_r = \frac{\eta_{\tau,r} \cdot \eta_{\sigma,r}}{\sqrt{\eta_{\tau,r}^2 + \eta_{\sigma,r}^2}} \quad (59)$$

má mít hodnotu větší než 2 až 3.

6.2.4 Výsledky kontrolního výpočtu

Výsledné míry bezpečnosti vůči kombinovanému namáhání η a míry bezpečností vůči normálovému napětí η_{σ} , smykovému napětí η_{τ} kontrolního pevnostního výpočtu jednotlivých částí zalomení jsou v *Tabulce 4*.

Tabulka 4. Dílčí a celkové míry bezpečnosti

Hlavní čep	Ojniční čep			Klikové rameno		
η_{τ}	η_{τ}	η_{σ}	η	η_{τ}	η_{σ}	η
7,892	6,268	2,437	2,271	11,106	7,312	6,107

7 Torzní kmitání klikového hřídele

Každé mechanické kmitání je vyvoláno a udržováno periodicky proměnnými silami, které působí na soustavu hmot s pružnou vazbou, tj. na soustavu schopnou kmitat. Takovou soustavou je i klikový mechanismus, u něhož jsou hmoty spojeny pružným klikovým hřídelem. Čím delší a pružnější je klikový hřídel, tím má větší pravděpodobnost kmitat. U klikových mechanismů se objevují tyto druhy kmitání:

- o kmitání podélné (osové) při čemž se hřídel periodicky osově zkracuje a prodlužuje,
- o kmitání ohybové ve směru kolmém na osu klikového hřídele,
- o kmitání torzní (kroutivé) kolem osy hřídele [3].

Nejnebezpečnější je kmitání torzní. Torzním kmitáním vzniká rychle proměnlivé zkrucování klikového hřídele, které se superponuje na statická nakroucení vlivem tangenciálních sil na klikách a na kývání hřídele jako celku, vyvolané nerovnoměrností chodu [3].

Pokud frekvence budících sil souhlasí s vlastní frekvencí hmotné soustavy, dochází k rezonancím. Příslušné kritické otáčky se projevují obvykle značným hlučením a chvěním motoru. Trvalý provoz při těchto velkých krutových namáháních může vést k únavovým lomům klikového hřídele [3].

Torzní kmitání se zpravidla řeší pro zjednodušenou, tzv. náhradní soustavu torzně kmitající soustavy klikového hřídele.

7.1 Náhradní torzní soustava

Skutečná kmitající soustava se nahrazuje soustavou náhradní, skládající se z rovného „nehmotného“ redukovaného hřídele stálého průřezu s jednotlivými hmotami s ním spojenými a rovnocennou co do pohybové energie při kmitání soustavě skutečné [2].

Délky jednotlivých úseků redukovaného hřídele se stanoví z podmínky, že jejich tuhosti se musí rovnat tuhostem nahrazovaných úseků skutečného hřídele. Pak budou i úhly zkroucení úseků redukovaného i skutečného hřídele při stejně velkých zatíženích stejné. Průřez redukovaného hřídele se nejčastěji volí rovný průřezu hlavních čepů [2].

7.1.1 Redukce hmot

Při redukci hmot se vztahuje moment setrvačnosti uvažované části klikového hřídele k ose otáčení hřídele a pokud je s ní spojena další pohybující se hmota (např. rotující část ojnice a posuvné hmoty pístní skupiny a ojnice), tato se soustředí na poloměru kliky a její moment setrvačnosti se přičte.

V případě rotujícího podílu hmotnosti ojnice m_{ok} platí vztah pro redukovaný moment setrvačnosti:

$$J_r = m_{ok} \cdot r^2 \quad [kg \cdot m^2] \quad (60)$$

Redukovaná hmota posuvně se pohybujících částí, spojených s jednou klikou se určí z podmínky rovnosti pohybové energie hmot náhradní soustavy a střední hodnoty pohybové energie skutečných posuvně se pohybujících hmot:

$$J_p = (m_p + m_{op}) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \cdot r^2 \quad [kg \cdot m^2] \quad (61)$$

kde m_p je hmota pístní skupiny a m_{op} je hmota posuvně se pohybujících částí ojnice.

Redukovaný moment setrvačnosti předního konce klikového hřídele spolu s řemenicí:

$$J_0 = J_{pk} + J_{rem} \quad [kg \cdot m^2] \quad (62)$$

kde moment setrvačnosti předního konce J_{pk} i moment setrvačnosti řemenice J_{rem} jsou určeny v programu SolidWorks.

Redukovaný moment setrvačnosti 1. zalomení klikového hřídele a s ním spojených částí klikového ústrojí:

$$J_1 = J_{zal} + J_r + J_p \quad [kg \cdot m^2] \quad (63)$$

kde J_{zal} je moment setrvačnosti jedné kliky určený v programu SolidWorks. Stejně tak pro další zalomení.

Redukovaný moment setrvačnosti zadního konce s reduktorem:

$$J_3 = J_{zk} + J_{kr1} + J_{kr2} \cdot (u^{-1})^2 \quad [kg \cdot m^2] \quad (64)$$

kde moment setrvačnosti zadního konce klikového hřídele J_{zk} a momenty setrvačnosti kol reduktoru J_{kr1} a J_{kr2} jsou opět určeny v programu SolidWorks a u je převod reduktoru.

A nakonec redukovaný moment setrvačnosti vrtule:

$$J_4 = J_v \cdot (u^{-1})^2 \quad [kg \cdot m^2], \quad (65)$$

Tabulka 5. Redukované momenty setrvačnosti klikového hřídele

Momenty setrvačnosti [$kg \cdot mm^2$]				
J_0	J_1	J_2	J_3	J_4
1620,19	5936,097	5936,097	8725,396	1171875

7.1.2 Redukce délek

Klikový hřídel nahrazujeme válcovým hřídelem s určitým redukovaným průměrem D_{red} a takovou redukovanou délkou, aby tento náhradní hřídel měl stejnou pružnost jako hřídel původní, to znamená, aby se působením téhož kroutícího momentu nakroutil o stejný úhel jako klikový hřídel. Přičemž se předpokládá, že se kroutící moment přenáší od jednoho konce

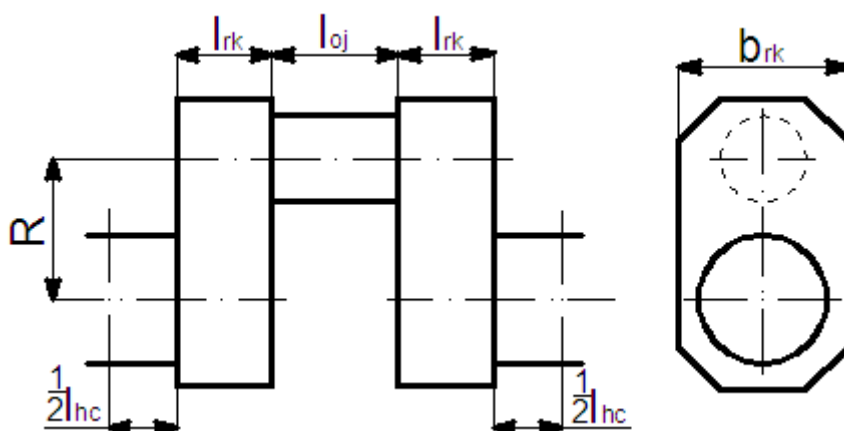
na druhý, kdežto ve skutečnosti nakrucují hřídel tangenciální síly na klikách, které způsobují jiné deformace než dvě silové dvojice na koncích hřídele [5].

Redukovanou délku lze počítat podle experimentálně sestavených vzorců, získaných na základě studia různých typů klikových hřídelů.

Pro redukci délky zalomení klikového hřídele byl použit Ker Wilsonův vzorec:

$$l_{red.z} = D_{red}^4 \cdot \left[\frac{l_{hc} + 0,4D_{hc}}{D_{hc}^4} + \frac{l_{oc} + 0,4D_{oc}}{D_{oc}^4} - \frac{r - 0,2(D_{hc} + D_{oc})}{l_{rk} \cdot b_{rk}^3} \right] \quad [m]. \quad (66)$$

Výpočty potřebné k výpočtu zjistíme podle Obr. 38. Redukovaný průměr D_{red} je stejný jako průměr hlavního čepu D_{hc} .



Obr. 38. Redukce délek zalomení klikového hřídele

Redukovaná délka na straně řemeni je spočtena podle vztahu:

$$l_{red.rem} = \frac{1}{2}l_{hc} + \frac{1}{2}l_{red.z} + \frac{D_{red}^4}{d_2^4}l_{rem} \quad [m], \quad (67)$$

kde l_{rem} je šířka řemenice a d_2 je průměr předního konce klikového hřídele.

Redukovaná délka na straně vrtule:

$$l_{red.vrt} = \frac{1}{2}l_{hc} + \frac{1}{2}l_{red.z} + \frac{D_{red}^4}{d_p^4}l_p \quad [m], \quad (68)$$

kde l_p je délka příruby a d_p je průměr roztečné kružnice otvorů pro šrouby na přírubě hnacího kola reduktoru.

Redukovaná délka vrtulového hnacího hřídele:

$$l_{red.h} = l_h \frac{D_{red}^4}{D_h^4 - d_h^4} (u^{-1})^2 \quad [m], \quad (69)$$

kde D_h je vnější průměr vrtulového hnacího hřídele, d_h je vnitřní průměr vrtulového hnacího hřídele a l_h je funkční délka vrtulového hřídele.

Tabulka 6. Redukované délky

Redukované délky [m]			
$l_{red.z}$	$l_{red.rem}$	$l_{red.vrt}$	$l_{red.h}$
0,116	0,394	0,075	0,119

7.1.3 Výpočet torzních tuhostí

Je-li modul pružnosti materiálu hřídele ve smyku G a polární moment průřezu redukovaného hřídele:

$$I_p = \frac{\pi \cdot D_{red}^4}{32} \quad [cm^4], \quad (70)$$

je torzní tuhost i -té části klikového hřídele $l_{red.i}$:

$$c_i = \frac{G \cdot I_p}{l_{red.i}} \quad [Nm \cdot rad^{-1}]. \quad (71)$$

Tabulka 7. Tuhosti redukovaných hřídelů

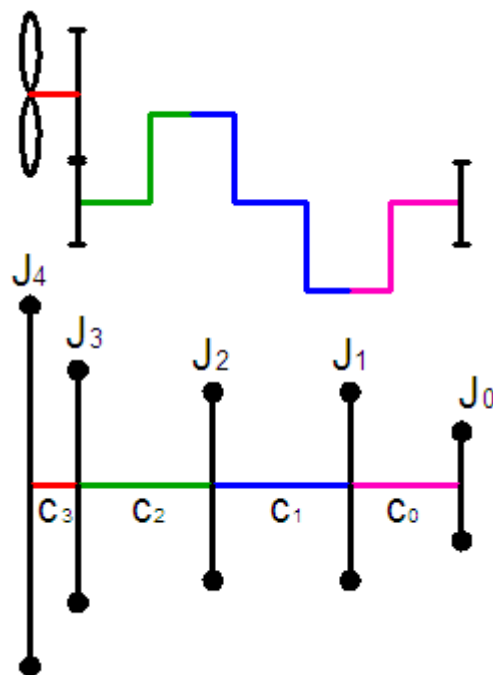
Tuhost redukovaných hřídelů [$kNm \cdot rad^{-1}$]			
c_0	c_1	c_2	c_3
261,155	887,354	1374,794	866,505

7.2 Vlastní torzní kmitání soustavy

Vlastní kmitání je druh harmonického pohybu, který je vyvolán vnějším impulsem, avšak pokračuje i po ukončení působení tohoto impulsu. Beze ztrát by toto kmitání trvalo nekonečně dlouho. Avšak díky působení pasivních odporů po určité době zaniká.

Každá soustava má vlastní kmitání obecně jiné, ale vždy přesně definované velikostí hmot (redukovaných momentů setrvačnosti) a pružných vazeb mezi hmotami (redukovaných délek). Kmitání se děje určitými rychlostmi, jimiž jsou dány frekvence kmitavých pohybů a určitou velikostí výkmitů v jednotlivých místech soustavy. Zvláště důležitá je znalost frekvence, neboť ta rozhoduje o tom, zda motor může nebo nemůže pracovat při daných pracovních otáčkách. Kdyby totiž při určitých otáčkách nastala shoda frekvence periodicky působících sil v motoru s frekvencí vlastního kmitání klikového mechanismu, nezaniklo by vlastní kmitání, ale naopak by došlo k zesilování kmitů tzv. rezonanci [3].

Model mechanické soustavy řešeného klikového hřídele je na obr. 39. Momenty setrvačnosti a torzní tuhosti modelu viz *Tabulka 5* a *Tabulka 7*.



Obr. 39. Model klikového mechanismu

U rotujících systému spalovacích motorů se vlastní kmitání superponuje na rovnoměrný točivý pohyb a je na něm nezávislé. Pohybová rovnice v maticovém má pak tvar:

$$M \cdot \ddot{q} + C \cdot \dot{q} = 0 \quad (72)$$

kde M je matice hmotnosti:

$$M = \begin{pmatrix} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 \end{pmatrix}, \quad (73)$$

C je matice tuhosti:

$$C = \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 \end{pmatrix} \quad (74)$$

a q je výchylka:

$$q = w \cdot e^{j\psi \cdot t}, \quad (75)$$

kde w je amplituda a po derivaci a dosazení do pohybové rovnice získáme tvar:

$$(C - \psi^2 M) \cdot w = 0, \quad (76)$$

kde ψ je úhlová rychlost kmitání. Rovnici vynásobíme maticí M^{-1} a tím získáme tvar:

$$(M^{-1}C - \psi^2 I) \cdot w = 0, \quad (77)$$

který porovnáme se zápisem tzv. problému vlastních čísel:

$$(A - \chi I) \cdot w = 0, \quad (78)$$

kde A je čtvercová matice:

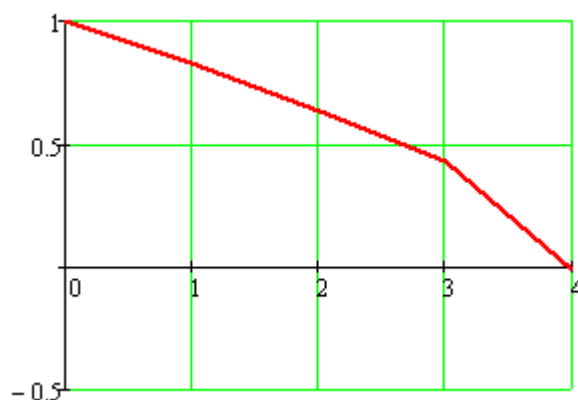
$$A = M^{-1}C, \quad (79)$$

χ je vlastní číslo:

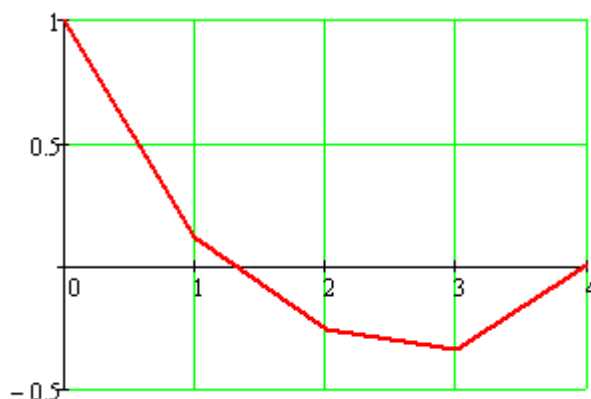
$$\chi = \psi^2 \quad (80)$$

a I je jednotková matice.

Z porovnání je zřejmé, že kořeny ψ^2 rovnice (76) jsou vlastními čísly matice A . Vlastní frekvence soustavy jsou pak rovny druhé odmocnině vlastních čísel matice A . Vlastní vektory této matice udávají vlastní tvary kmitání. V praxi se používají pouze první dva vlastní tvary Obr. 40 a Obr. 41.



Obr. 40. Tvar prvního vlastního kmitání (jedinouzlového)

**Obr. 41.** Tvar druhého vlastního kmitání (dvojuzlového)

Z úhlové frekvence vlastního kmitání se vypočte vlastní frekvence otáček podle vztahu:

$$N = \frac{\psi}{2 \cdot \pi} \quad [\text{Hz}]. \quad (81)$$

Pro vlastní kmitání klikového hřídele byly určeny první dvě vlastní frekvence a jim příslušné poměrné amplitudy. Výsledky jsou uvedeny v *Tabulce 8*.

Tabulka 8. Vlastní frekvence kmitání klikového hřídele

Vlastní frekvence [Hz]	
Jednouzlové kmitání	Dvojuzlové kmitání
N_1	N_2
829.604	1892.888

7.3 Vynucené torzní kmitání

Působí-li na torzní soustavu stále krouťící moment časově proměnný je hřídel vystaven nikoliv volnému, ale vynucenému kmitání s určitou frekvencí. Tento moment se pak nazývá budící [3].

7.3.1 Harmonická analýza budícího momentu

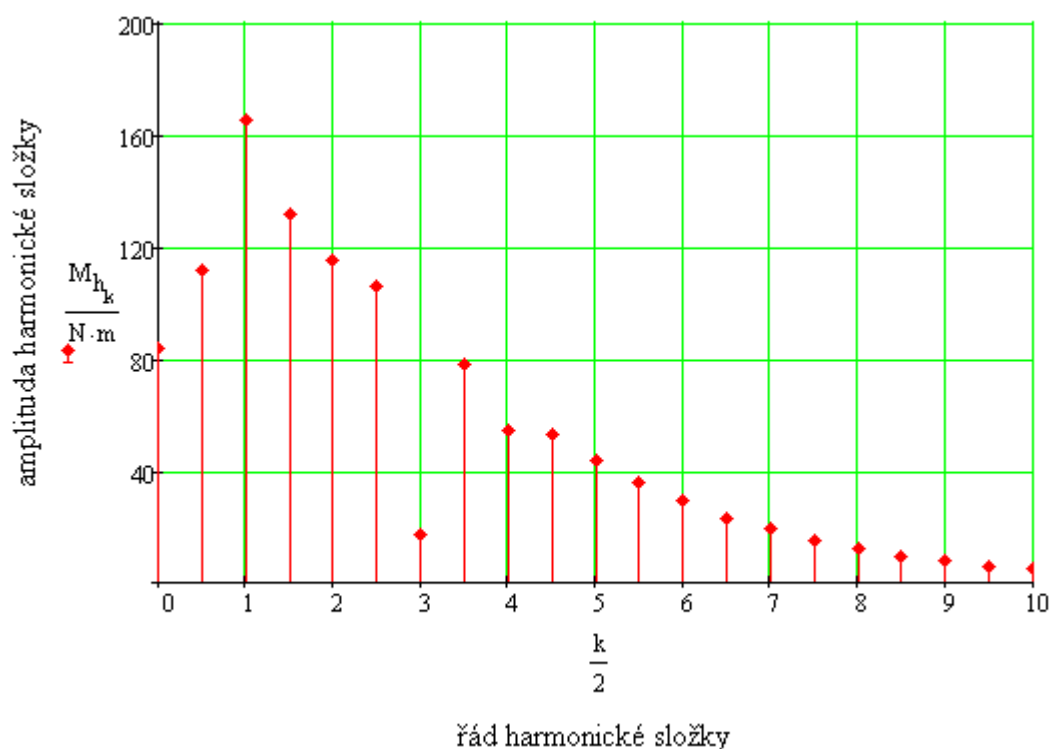
Budícím momentem torzního kmitání klikového hřídele je točivý moment M , působící na jednotlivých zalomeních. Vzhledem k tomu že průběh točivého momentu je periodickou funkcí s periodou 4π , dá se vyjádřit Fourierovou řadou, tj. součtem sinusových funkcí s různou amplitudou a frekvencí (harmonická analýza). Harmonická analýza krouťícího momentu v oboru komplexních čísel se provádí podle vzorce:

$$M_k = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left(M_i \cdot e^{j \left(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{n} \right)} \right) \quad [\text{Nm}], \quad (82)$$

kde M_k je amplituda momentu příslušné harmonické složky k , n je počet vzorů, M_i je hodnota točivého momentu vzorku i a j je imaginární jednotka.

Pro čtyřdobý motor, u kterého je perioda kroutícího momentu rovna 4π jsou harmonické složky ekvivalentní dvěma otáčkám klikového hřídele. Podle toho, kolik period má určitá harmonická složka během jedné otáčky klikového hřídele, rozeznáváme její řád κ . Řády harmonických složek jsou celočíselnými násobky jedné poloviny [5]:

$$\kappa = \frac{1}{2} \cdot k. \quad (83)$$



Obr. 42. Harmonická analýza budícího momentu

7.3.2 Rezonanční otáčky

Každá z harmonických složek řádu κ výsledného budícího momentu vyvolává nezávisle na ostatních složkách vynucené torzní kmitání klikového hřídele o frekvenci shodné s frekvencí složky. Při otáčkách motoru n má harmonická složka řádu κ frekvenci $\kappa \cdot n$. Bude-li tato frekvence souhlasit s frekvencí N vlastních torzních kmitů soustavy, nastane rezonance [3].

V rozsahu provozních otáček motoru dojde tedy k řadě rezonancí a to vždy, kdykoli bude splněna podmínka [3]:

$$\kappa \cdot n = N. \quad (84)$$

Hodnoty rezonančních otáček jednouzlového kmitání je pak:

$$n_{1res} = \frac{N_1}{\kappa} \quad [Hz] \quad (85)$$

a hodnoty rezonančních otáček dvojnouzlového kmitání pak:

$$n_{2res} = \frac{N_2}{\kappa} \quad [Hz]. \quad (86)$$

Z těchto otáček nejsou však všechny nebezpečné pro pevnost klikového hřídel, neboť velikost rezonančních výchylek závisí jednak na velikosti harmonických složek, jednak na vydatnosti rezonancí [5]. Předpokládané provozní otáčky jsou do 5500 min^{-1} , rezonanční otáčky které leží v provozních otáčkách jsou zvýrazněny v *Tabulce 8*.

Tabulka 8. Rezonanční otáčky jednouzlového a dvojuzlového torzního kmitání

Řád harmonické složky	Rezonanční otáčky [min^{-1}]	
	Jednouzlového kmitání	Dvojuzlového kmitání
$\kappa [-]$	n_{1rez}	n_{2rez}
0,5	99553	227147
1	49776	113573
1,5	33184	75716
2	24888	56787
2,5	19911	45429
3	16592	37858
3,5	14222	32450
4	12444	28393
4,5	11061	25239
5	9955	22715
5,5	9050	20650
6	8296	18929
6,5	7658	17473
7	7111	16225
7,5	6637	15143
8	6222	14197
8,5	5886	13362
9	5531	12619
9,5	5240	11955
10	4978	11357
10,5	4741	10817
11	4525	10325
11,5	4328	9876
12	4148	9464

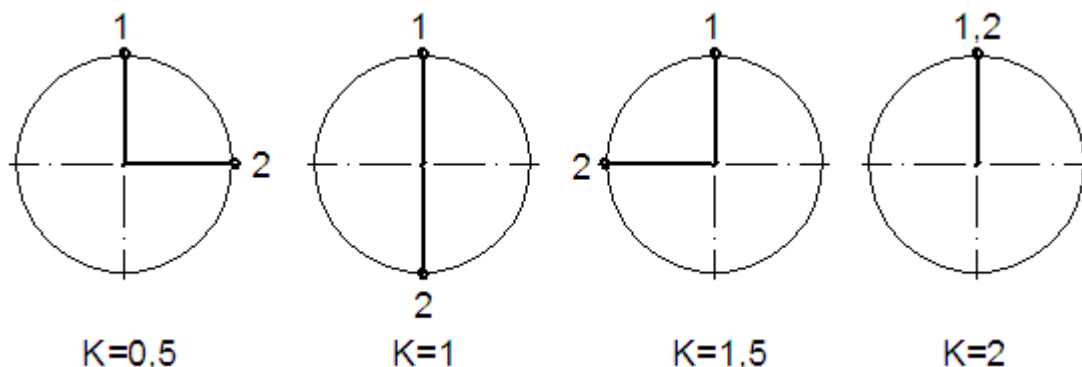
7.3.3 Vydatnost rezonancí

Při rezonančním kmitání je tvar výkmitové čáry přibližně stejný jako při vlastním torzním kmitání [5]. Rezonanční výchylky jednotlivých hmot se určí z podmínky rovnováhy práce budících momentů na jednotlivých klikách s prací tlumících odporů motore [3]. Budící momenty mají stejnou amplitudu, ale různou fázi, která se mění s řádem harmonické složky a je vyjádřena součinem:

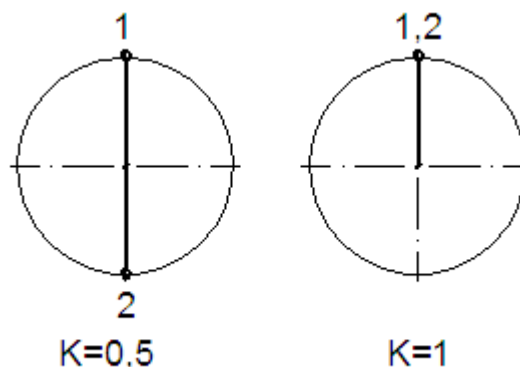
$$\nu \cdot \kappa \quad [rad], \quad (87)$$

kde v je rozestup mezi jednotlivými zážehy. Vhodnou pomůckou pro zjištění vydatnosti jednotlivých harmonických složek jsou tzv. směrové hvězdice (Obr. 43 a Obr. 44) vektorů amplitud kmitání pro jednotlivé řády κ . Podle těchto hvězdic se pak sestaví polygon z vektorů poměrných amplitud, jehož závěrnou stranou je dána vydatnost rezonance ε_κ :

$$\varepsilon_\kappa = \sqrt{\left(\sum_i a_i \cdot \sin(\kappa \cdot v_i)\right)^2 + \left(\sum_i a_i \cdot \cos(\kappa \cdot v_i)\right)^2} \quad (88)$$

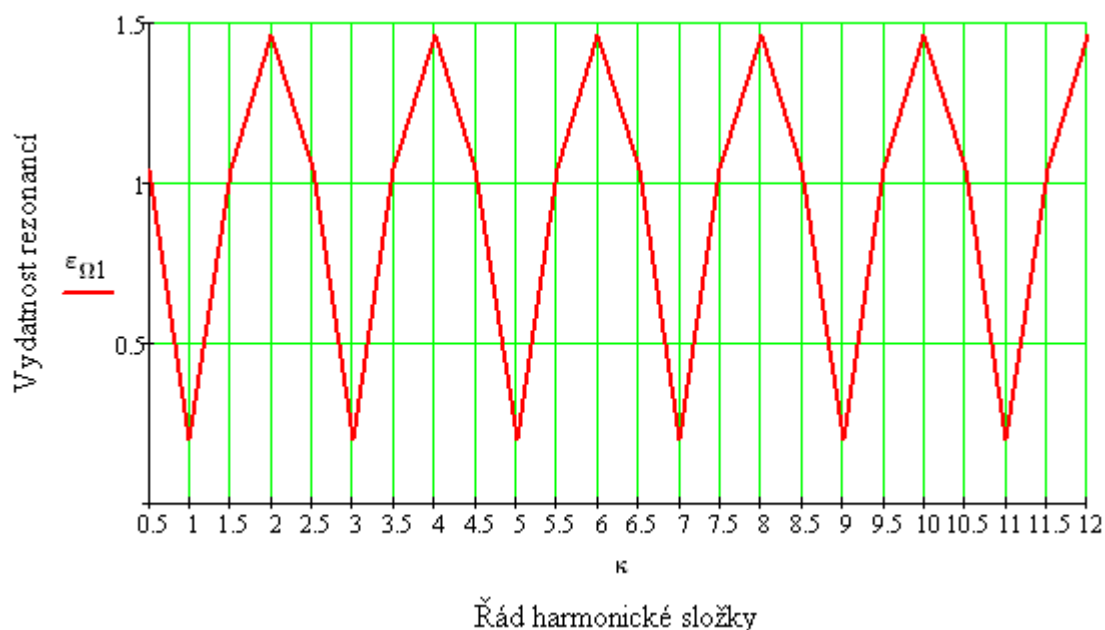


Obr. 43. Směrové hvězdice klikového hřídele s přesazením ojnicích čepů a nepravidelným intervalem zážehů



Obr. 44. Směrové hvězdice klikového hřídele s přesazením ojnicích čepů a pravidelným intervalem zážehů

Průběh vydatnosti rezonancí pro první a druhou vlastní frekvenci, pro klikový hřídel s přesazením ojnicích čepů a nepravidelným intervalem zážehů, v závislosti na řádu harmonické složky jsou na Obr. 45 a Obr. 46.

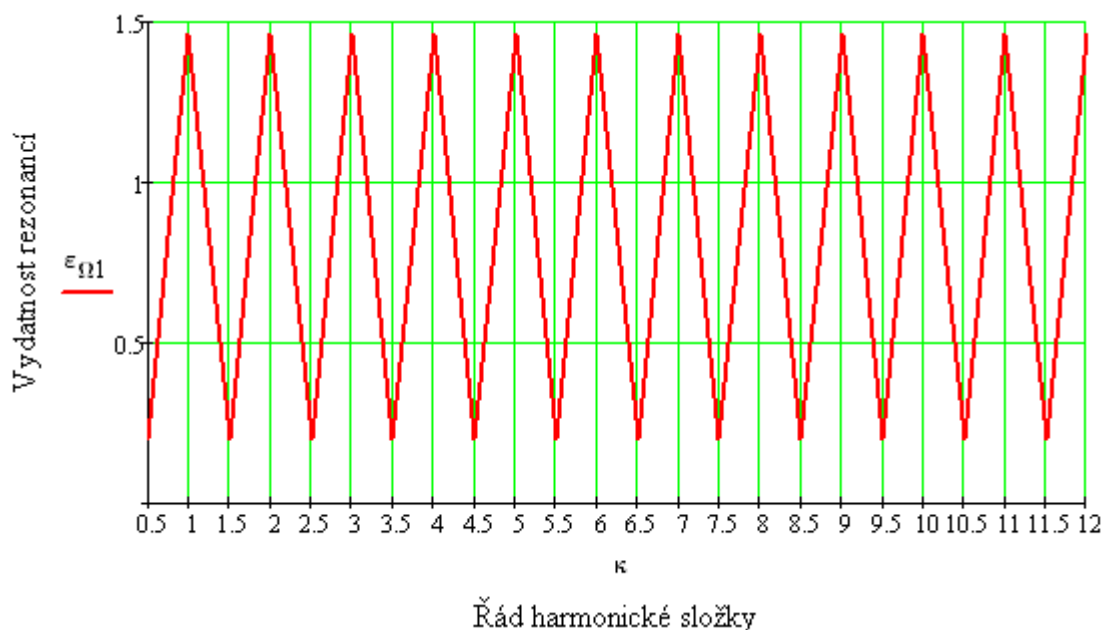


Obr. 45 Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci

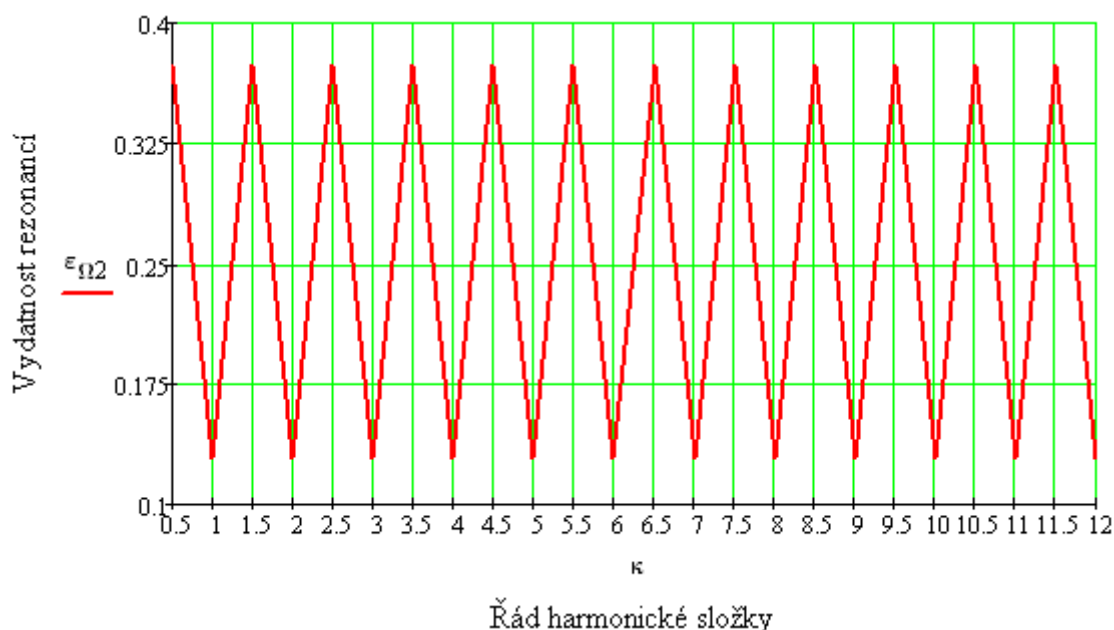


Obr. 46 Vydatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci

Průběh vydatnosti rezonancí pro první a druhou vlastní frekvenci, pro klikový hřídel s přesazením ojnicích čepů a pravidelným intervalem zážehů, v závislosti na řádu harmonické složky jsou na Obr. 47 a Obr. 48.



Obr. 47 Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci



Obr. 48 Vydatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci

7.3.4 Torzní výchylky v rezonanci

Skutečná vydatnost rezonančních kmitů je ovlivněna jednak velikostí budících momentů, jednak velikostí tlumících odporů charakterizovaných součinitelem ζ [3]. Jsou-li tlumící odpory malé, můžeme předpokládat, že v rezonanci je tvar vynuceného kmitání stejný jako tvar vlastního kmitání [4]. Uvažujeme-li dále, že jsou tlumeny pouze hmoty klikového hřídele a nikoli hmoty k němu připojené, je možné amplitudu torzních kmitů volného konce hřídele vyjádřit:

$$\phi_{\Omega 1} = \frac{M_k \cdot \varepsilon_k}{\xi \cdot \psi \cdot \sum_i (a_i)^2} \quad [\text{rad}]. \quad (89)$$

V případě leteckých motorů lze podle literatury [5] hodnotu ξ volit v rozmezí 1,5 až 3,0 $\text{Nm} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$. Volím hodnotu $\xi = 1,5 \text{ Nm} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$.

Analogicky se stanoví torzní výchylky v rezonanci i pro dvojuzlové kmitání. Pro daný klikový mechanismus však není třeba řešit, z důvodu vysokých rezonančních otáček ještě při řádu $\kappa = 12$.

Tabulka 9. Torzní výchylky volného konce klikového hřídele s nepravidelným intervalem zážehů v závislosti na řádu harmonické složky

κ	$\phi_{\Omega 1}$	κ	$\phi_{\Omega 1}$	κ	$\phi_{\Omega 1}$	κ	$\phi_{\Omega 1}$	κ	$\phi_{\Omega 1}$	κ	$\phi_{\Omega 1}$
[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$	[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$	[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$	[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$	[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$	[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$
0,5	0,743	2,5	1,026	4,5	0,486	6,5	0,261	8,5	0,109	10,5	0,043
1	7,256	3	6,89	5	3,43	7	1,499	9	0,625	11	0,25
1,5	1,471	3,5	0,154	5,5	0,39	7,5	0,17	9,5	0,069	11,5	0,028
2	8,559	4	5,045	6	2,299	8	0,973	10	0,391	12	0,158

Maximální torzní výchylka volného konce klikového hřídele s nerovnoměrným intervalem zážehu odpovídá řádu $\kappa = 1,5$, avšak v rozsahu provozních otáček je maximální torzní výchylka volného konce klikového hřídele při řádu $\kappa = 10$. Velikost přídatného napětí se určí pro tento řád.

Tabulka 10. Torzní výchylky volného konce klikového hřídele s pravidelným intervalem zážehů v závislosti na řádu harmonické složky

κ	$\phi_{\Omega 1}$	κ	$\phi_{\Omega 1}$	κ	$\phi_{\Omega 1}$	κ	$\phi_{\Omega 1}$	κ	$\phi_{\Omega 1}$	κ	$\phi_{\Omega 1}$
[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$	[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$	[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$	[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$	[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$	[-]	$\text{rad} \cdot 10^{-3}$
0,5	3,861	2,5	5,332	4,5	2,527	6,5	1,356	8,5	0,566	10,5	0,224
1	0,996	3	0,946	5	0,471	7	0,206	9	0,086	11	0,034
1,5	7,645	3,5	0,8	5,5	2,025	7,5	0,882	9,5	0,358	11,5	0,144
2	8,559	4	5,045	6	2,299	8	0,973	10	0,391	12	0,158

V případě klikového hřídel s přesazením ojnicích čepů a pravidelným intervalem zážehů odpovídá (v rozsahu provozních otáček) maximální torzní výchylka volného konce klikového hřídele řádu $\kappa = 9$. Velikost přídatného napětí se určí pro tento řád.

7.3.5 Přídatné torzní napětí v rezonanci

Torzní kmity namáhají značně klikový hřídel motoru, takže v mnohých případech je toto namáhání rozhodující pro posouzení bezpečnosti jeho provozu. Obvykle je mnohonásobně vyšší než namáhání od užitečného zatížení motoru a často je příčinou únavových lomů hřídele. Torzními kmity jsou namáhány čepy hřídele na střídavý krut a ramena na střídavý ohyb [3].

Největší krutové napětí je v místě největšího poměrného nakroucení hřídele. Toto poměrné nakroucení je dáno tečnou k výkmitové čáře a je největší v okolí vibračního uzlu [5].
Poměrné nakroucení je:

$$\Delta a_{i,i+1} = a_i - a_{i+1} \quad (90)$$

Torzní výchylky volného konce klikového hřídele $\phi_{\Omega 1}$ jsou již známé z předchozích výpočtů, výkmitová čára určená poměrnými výchylkami a tuhosti soustavy jsou také známé. Pak je možné vyjádřit střídavý torzní moment ve vyšetřovaném úseku:

$$M_{ti,i+1} = \phi_{\Omega 1} \cdot \Delta a_{i,i+1} \cdot c_{i,i+1} \quad [Nm]. \quad (91)$$

Pro výpočet poměrného nakroucení pro první vlastní frekvenci bylo počítáno s poměrnými výchylkami a_2 a a_3 . Je to úsek se největším točivým momente. Úsek obsahující uzel kmitání nebyl vybrán, protože se nachází na vrtulovém hřídeli.
Přídavné torzní napětí má pak velikost:

$$\tau_p = \frac{M_{ti,i+1}}{W_{\tau.oc}} \quad [MPa], \quad (92)$$

kde $W_{\tau.oc}$ je modul průřezu ojnicního čepu.

Přídavné maximální torzní napětí pro klikový hřídel s přesazením ojnicních čepů a nerovnoměrným intervalem zážehů vychází $\tau_p = 2,55 \text{ MPa}$ při otáčkách $n = 4978 \text{ min}^{-1}$. Pro druhý řešený případ klikového hřídele s pravidelným intervalem zážehů je přídavné torzní napětí $\tau_p = 0,785 \text{ MPa}$ při otáčkách $n = 5531 \text{ min}^{-1}$. Maximální přípustné napětí je $\tau_p = 30 \text{ MPa}$, tzn. že oba řešené případy zcela vyhovují z hlediska torzních kmitů.

8 Závěr

Cílem diplomové práce byl návrh klikového mechanismu pro vznětový letecký dvouválcový motor. Byly navrženy tři základní koncepční uspořádání klikového mechanismu. Pro tyto varianty byly dále řešeny silové a momentové účinky od setrvačných sil rotačních a posuvných, které ovlivňují celkové vyvážení a zatížení hnacího ústrojí. Dodatečné vyvažování setrvačných sil značně zvyšuje hmotnost celého ústrojí, proto bylo zvoleno koncepční uspořádání klikového hřídele s přesazením ojnicích čepů. Toto uspořádání má přirozeně vyvážené setrvačné síly rotační a setrvačné síly posuvných částí I. řádu. V případě řadového dvouválce s přesazením ojnicích čepů je nevýhodou nerovnoměrné pořadí zážehů. U tzv. uspořádání typu boxer je tato nevýhoda odstraněna. Z dvou možností vyvážení klikového hřídele (silové a momentové), byla zvolena varianta momentového vyvážení z důvodů menších hmotností vývažků.

Dále byl proveden kontrolní pevnostní výpočet klikového hřídele. Kontrolované části zcela vyhovují z hlediska pevnostního výpočtu.

Z výpočtu vlastního tvarů kmitání je patrný velký vliv vrtule jako hmotného setrvačníku, protože uzel prvního vlastního tvaru kmitání leží nepatrně od její osy symetrie. Následoval výpočet prvních dvou frekvencí vlastního kmitání mechanismu. Jako podstatná se ukázala pouze první vlastní frekvence, která zasahuje do pásma provozních otáček. Výsledné přídavné torzní napětí vychází v obou vyšetřovaných variantách poměrně malé. V případě motoru typu boxer je až trojnásobně menší než u řadového dvouválce.

Optimální varianta uspořádání klikového mechanismu leteckého vznětového dvouválce je typu boxer, která v sobě spojuje výhody pravidelného intervalu zážehů a dobré vyvážení hmot.

Seznam použitých zdrojů

- [1] RICHTER, A. *Konstrukce spalovacích motorů 1. díl. : Klikový mechanismus* . 1. vydání. Brno : VUT Brno, 1961. 401 s.
- [2] MASLENNIKOV, M. M.; RAPIPORT, M. S. *Letadlové pístové motory. Díl 2.* Praha : SNTL, 1955. 419 s.
- [3] SKALSKÝ, R.; BUKOVSKÝ, J. *Konstrukce pístových spalovacích motorů Část 1. : Dynamika, vyvažování a torzní kmity*. 1. vydání. Brno : Vojenská akademie Antonína Zápotockého, 1971. 180 s.
- [4] BORECKÝ, A. *Pevnostní kontrola částí pístových vozidlových spalovacích motorů* . 1. vydání. Brno : Vojenská technická akademie Antonína Zápotockého, 1966. 169 s.
- [5] OKTAVEC, K. *Naftové motory čtyřdobé 1.díl.* 2. vydání. Praha : SNTL, 1962. 541 s.
- [6] RAUSCHER, J.: *Vozidlové motory*. Studijní opory FSI VUT Brno
- [7] *Old Engine* [online]. 31. prosince 2006 [cit. 2009-12-13]. Dostupné z WWW: <<http://www.oldengine.org/members/diesel/Duxford/avrange.htm>>.
- [8] *Flight Archive* [online]. 13. května 2008 [cit. 2009-12-13]. Dostupné z WWW: <<http://www.flightglobal.com/pdfarchive/view/1937/1937%20-%201277.html>>.
- [9] *Wikipedia, the free encyclopedia : Daimler-Benz DB 602* [online]. 17. října 2009 [cit. 2009-12-13]. Dostupné z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/Daimler-Benz_DB_602>.
- [10] *Wikipedia, the free encyclopedia: BMW 114* [online]. 25. ledna 2009 [cit. 2009-12-13]. Dostupné z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/BMW_114>.
- [11] *Diesel Air Limited* [online]. 17. ledna 2003 [cit. 2009-12-15]. Dostupné z WWW: <<http://www.dair.co.uk/>>.
- [12] *Aircraft Maintenance Technology* [online]. 17. října 2008 [cit. 2009-12-15]. Dostupné z WWW: <<http://amtonline.com/publication/article.jsp?pubId=1&id=4434>>.
- [13] *DeltaHawk Diesel Engines* [online]. 18. září 2008 [cit. 2010-05-13]. Dostupné z WWW: <<http://www.deltahawkengines.com/aboutdeltahawk.shtml>>.
- [14] *Wilksch Airmotive Ltd* [online]. 28. května 2005 [cit. 2009-12-15]. Dostupné z WWW: <<http://www.wilksch.com/>>.

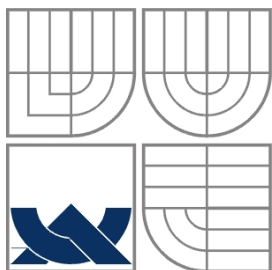
Seznam použitým zkratkách a symbolů

a	$[\text{ms}^{-2}]$	zrychlené pístu
A	$[-]$	čtvercová matice
a_i	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-2}]$	vlastní tvar torzního kmitu
a_t	$[\text{mm}]$	vzdálenost těžiště od klikového čepu
b	$[\text{mm}]$	rameno působení setrvačných sil vývažků
b_r	$[\text{mm}]$	šířka klikového ramene v přechodu do ojničního čepu
b_{rk}	$[\text{mm}]$	šířka ramene kliky
C	$[-]$	matice tuhosti
c_i	$[\text{Nm}\cdot\text{rad}^{-1}]$	tuhost i -té části
D	$[\text{mm}]$	průměr válce
d_2	$[\text{mm}]$	průměr předního konec klikového hřídele
d_h	$[\text{mm}]$	vnitřní průměr vrtulového hnacího hřídele
D_h	$[\text{mm}]$	vnější průměr vrtulového hnacího hřídele
D_{hc}	$[\text{mm}]$	průměr hlavního čepu
D_{oc}	$[\text{mm}]$	průměr ojničního čepu
d_p	$[\text{mm}]$	průměr roztečné kružnice otvorů pro šrouby na přírubě
D_{red}	$[\text{mm}]$	redukovaný průměr
F_c	$[\text{N}]$	celková odstředivá síla rotačních částí
F_{CO}	$[\text{N}]$	celková síla působící na píst
F_O	$[\text{N}]$	síla přenášená ojnicí v její ose
F_{OD}	$[\text{N}]$	odstředivá síla rotačních částí ojnice
F_p	$[\text{N}]$	síla vyvolaná tlakem plynů
F_R	$[\text{N}]$	radiální síla
F_{RC}	$[\text{N}]$	celková radiální síla
F_{sco}	$[\text{N}]$	odstředivá síla ojničního čepu
F_{srk}	$[\text{N}]$	odstředivá síla ramene kliky
F_{sro}	$[\text{N}]$	odstředivá síla rotačních částí ojnice
F_{sv}	$[\text{N}]$	odstředivá síla vývažku
F_T	$[\text{N}]$	tangenciální síla
G	$[\text{MPa}]$	modul pružnosti ve smyku
h	$[\text{mm}]$	rozteč válců
i	$[-]$	počet válců
I	$[-]$	jednotková matice
I_p	$[\text{m}^4]$	polární moment setrvačnosti redukovaného hřídele
J_0	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	redukovaný moment setrvačnosti předního konce
J_1	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	redukovaný moment setrvačnosti zalomení
J_3	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	redukovaný moment setrvačnosti zadního konce s reduktorem
J_4	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	redukovaný moment setrvačnosti vrtule
J_{kr1}	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	moment setrvačnosti hnacího kola reduktoru
J_{kr2}	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	moment setrvačnosti hnaného kola reduktoru
J_p	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	redukovaný moment setrvačnosti posuvných částí
J_{pk}	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	moment setrvačnosti předního konce
J_r	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	redukovaný moment setrvačnosti rotačních částí
J_{rem}	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	moment setrvačnosti řemenice
J_v	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	moment setrvačnosti vrtule
J_{zal}	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	moment setrvačnosti zalomení
J_{zk}	$[\text{kg}\cdot\text{mm}^2]$	moment setrvačnosti zadního konce

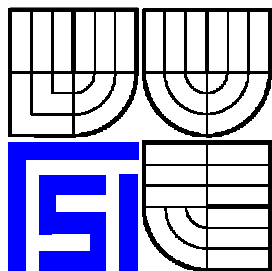
k	[-]	dvojnásobek řádu harmonické složky
k_{σ}	[-]	součinitel koncentrace napětí v ohybu
k_{τ}	[-]	součinitel koncentrace napětí v krutu
l_h	[mm]	funkční délka vrtulového hřídele
l_{hc}	[mm]	délka hlavního čepu
l_{kr}	[mm]	délka ramene kliky
l_{oc}	[mm]	délka ojnicního čepu
l_{oj}	[mm]	délka ojnice
l_p	[mm]	délka příruby
$l_{red,h}$	[mm]	redukovaná délka vrtulového hnacího hřídele
$l_{red,rem}$	[mm]	redukovaná délka na straně řemenice
$l_{red,vrt}$	[mm]	redukovaná délka na straně vrtule
$l_{red,z}$	[mm]	redukovaná délka jednoho zalomení
l_{rem}	[mm]	Šířka řemenice
l_v	[mm]	rameno vývažků
M	[-]	matice hmotnosti
m_c	[kg]	celková hmota posuvně se pohybujících částí
$M_{hc,max}$	[Nm]	maximální kroutící moment na nejvíce zatíženém hlavním čepu
$M_{hc,min}$	[Nm]	minimální kroutící moment na nejvíce zatíženém hlavním čepu
M_i	[Nm]	diskrétní hodnota točivého momentu vzorku
M_{IIR}	[Nm]	výsledný moment setrvačných sil posuvných II. řádu
M_{IR}	[Nm]	výslednice momentů setrvačných sil posuvných
m_k	[kg]	hmota kliky
M_k	[Nm]	amplituda momentu příslušející harmonické složce k
M_K	[Nm]	kroutící moment
M_{kr}	[Nm]	kroutící moment namáhající rameno
$M_{kr,max}$	[Nm]	maximální kroutící moment namáhající rameno
$M_{kr,min}$	[Nm]	minimální kroutící moment namáhající
m_{kred}	[kg]	redukovaná hmota kliky
m_o	[kg]	hmota ojnice
$M_{oc,max}$	[Nm]	maximální kroutící moment na nejvíce zatíženém ojnicním čepu
$M_{oc,min}$	[Nm]	minimální kroutící moment na nejvíce zatíženém ojnicním čepu
m_{ok}	[kg]	hmota redukovaná do osy pístního čepu
m_{op}	[kg]	hmota redukovaná do osy pístního čepu
M_{ot}	[Nm]	ohybový moment v rovině kolmé na rovinu kliky
M_{oz}	[Nm]	ohybový moment v rovině zalomení
$M_{o\phi}$	[Nm]	ohybový moment v rovině vyústění mazacího otvoru
m_p	[kg]	hmota pístní skupiny
m_r	[kg]	celková hmota rotačních částí
M_{RR}	[Nm]	výsledný moment odstředivých sil rotačních částí
M_{RV}	[Nm]	vyvažovací moment
M_t	[Nm]	torzní moment
m_v	[kg]	hmota vývažku
m_{vl}	[kg]	hmota vývažku
M_{VI}	[Nm]	vyvažovací moment
n	[min ⁻¹]	otáčky motoru
N	[Hz]	vlastní frekvence
n_{1res}	[min ⁻¹]	rezonanční otáčky jednouzlového kmitání
n_{2res}	[min ⁻¹]	rezonanční otáčky dvojnouzlového kmitání

N_P	[N]	normálová síla
p	[MPa]	absolutní tlak ve válci
p_0	[MPa]	tlak vnějšího prostoru
P_P	[N]	celková setrvačná síla hmot pohybujících se přímočaře
P_{PI}	[N]	setrvačná síla I. řádu
P_{PII}	[N]	setrvačná síla II. řádu
P_R	[N]	celková setrvačná síla rotujících hmot
r	[mm]	poloměr klikového hřídele
R_c	[MPa]	mez kluzu v tlaku
R_{co}	[MPa]	mez kluzu v ohybu
R_{es}	[MPa]	mez kluzu v krutu
R_{Fr}	[N]	reakce v rovině zalomení
R_{Ft}	[Nm]	reakce v uložení kliky
R_m	[MPa]	mez pevnosti
r_v	[mm]	poloměr vývažku
r_{vl}	[mm]	poloměr vývažku
S_r	[mm ²]	průřez klikového ramene v přechodu do ojnicního čepu
t_r	[mm]	tloušťka ramene v řešeném průřezu
u	[-]	převod reduktoru
v	[°]	rozestup mezi jednotlivými zážehy
w	[-]	vlastní vektor
$W_{\sigma,oc}$	[m ³]	průřezový modul ojnicního čepu v ohybu
$W_{\tau,hc}$	[m ³]	průřezový modul hlavního čepu v krutu
$W_{\tau,oc}$	[m ³]	průřezový modul ojnicního čepu v krutu
$W_{\tau,r}$	[m ³]	průřezový modul klikového ramene v krutu
α	[°]	úhel otočení klikového hřídele
α_σ	[-]	součinitel k asymetrii cyklu v ohybu
α_τ	[-]	součinitel k asymetrii cyklu v krutu
β	[°]	úhel vychýlení ojnice od osy válce
γ	[-]	rozestup zážehů
ε_k	[-]	vydatnost rezonancí
ε_σ	[-]	součinitel velikosti, povrchu a tepelného zpracování
$\varepsilon_{\sigma 1}$	[-]	součinitel vlivu velikosti na ohyb
$\varepsilon_{\sigma 2}$	[-]	součinitel vlivu povrchu na ohyb
ε_τ	[-]	součinitel velikosti, povrchu a tepelného zpracování
$\varepsilon_{\tau 1}$	[-]	součinitel vlivu velikosti na krut
$\varepsilon_{\tau 2}$	[-]	součinitel vlivu povrchu na krut
η_{oc}	[-]	celková míra bezpečnosti ojnicního čepu
η_r	[-]	celková míra bezpečnosti klikového ramene
$\eta_{\sigma,oc}$	[-]	míra bezpečnosti ojnicního čepu v ohybu
$\eta_{\sigma,r}$	[-]	míra bezpečnosti klikového ramene v ohybu
$\eta_{\tau,hc}$	[-]	míra bezpečnosti hlavního čepu v krutu
$\eta_{\tau,oc}$	[-]	míra bezpečnosti ojnicního čepu v krutu
$\eta_{\tau,r}$	[-]	míra bezpečnosti klikového ramene v krutu
κ	[-]	hlavní řád harmonické složky
λ	[-]	klikový poloměr
μ		součinitel pro krut nekruhového průřezu
ξ	[Nm·s·rad ⁻¹]	velikost tlumících odporů
ρ	[mm]	vzdálenost těžiště od osy rotace

σ_c	[MPa]	mez únavy pro tah-tlak
σ_{co}	[MPa]	mez únavy pro ohyb
$\sigma_{oc,a}$	[MPa]	amplituda ohybového napětí na ojnicím čepu
$\sigma_{oc,m}$	[MPa]	střední hodnota ohybového napětí na ojnicím čepu
$\sigma_{oc,max}$	[MPa]	maximální napětí v ohybu na ojnicím čepu
$\sigma_{oc,min}$	[MPa]	minimální napětí v ohybu na ojnicím čepu
τ_{ck}	[MPa]	mez únavy pro krutu
$\tau_{hc,a}$	[MPa]	amplituda smykového napětí na hlavním čepu
$\tau_{hc,m}$	[MPa]	střední hodnota smykového napětí na hlavním čepu
$\tau_{hc,max}$	[MPa]	maximální napětí v krutu na hlavním čepu
$\tau_{hc,min}$	[MPa]	minimální napětí v krutu na hlavním čepu
$\tau_{oc,max}$	[MPa]	maximální napětí v krutu na ojnicím čepu
$\tau_{oc,min}$	[MPa]	minimální napětí v krutu na ojnicím čepu
τ_p	[MPa]	přídavné torzní napětí
$\tau_{r,max}$	[MPa]	maximální napětí v krutu na rameni
$\tau_{r,min}$	[MPa]	minimální napětí v krutu na rameni
Φ	[°]	úhel roviny vyústění mazacího otvoru s rovinou zalomené
$\Phi_{\Omega 1}$	[rad]	torzní výchylka
χ	[-]	vlastní číslo
ψ	[s ⁻¹]	vlastní úhlová frekvence
ω	[s ⁻¹]	úhlová rychlost otáčení klikového hřídele



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO
INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

NÁVRH KLIKOVÉHO MECHANISMU LETECKÉHO VZNĚTOVÉHO MOTORU

CRANKTRAIN DESIGN OF AIRCRAFT DIESEL ENGINE

PŘÍLOHY K DIPLOMOVÉ PRÁCI

DIPLOMA THESIS APPENDICES

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. KATEŘINA JOSEFÍKOVÁ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. PAVEL NOVOTNÝ, Ph. D.

BRNO 2010

Obsah

Redukce hmoty ojnice	65
Redukce hmoty kliky.....	65
Kinematika klikového mechanismu	66
Dráha pístu.....	66
Rychlost pístu	67
Zrychlení pístu.....	67
Grafické zobrazení průběhu veličin.....	68
Vykreslení p - alfa diagramu válcové jednotky motoru	70
p - alfa diagram.....	71
Průběh sil přenášených pístním čepem.....	72
Síly působící na píst ve směru osy válce	72
Primární síly	72
Sekundární síly	72
Síly přenášené pístním čepem	73
Průběh bočních sil na píst.....	74
Průběh radiálních a tangenciálních sil, kroutící moment na jednom zalomení	74
Radiální, tangenciální a celkové síly	74
Radiální síly	74
Tangenciální síly	76
Průběh kroutícího momentu jednoho válce	76
Střední indikovaný výkon jednoho válce	77
Průběhy kroutícího momentu na hlavních a ojničních čepch.....	77
Fázově posunuté kroutící momenty na jednotlivých zalomeních KH.....	77
Průběh kroutícího momentu na hlavních čepch za jednotlivými zalomeními kliky.....	79
Kroutící momenty na jednotlivých ojničních čepch.....	80
Vyvážení klikového hřídele.....	82
Kliková hřídel s přesazením ojničních čepů.....	82
Výslednice odstředivých sil rotačních částí.....	82
Výslednice setrvačných sil posuvných částí I.řádu	82
Výslednice setrvačných sil posuvných částí II.řádu	83
Výslednice momentů odstředivých sil rotačních částí	84
Momentové vyvážení	84
Silové vyvážení	85
Výslednice momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu	86
Výslednice momentů setrvačných sil posuvných částí II. řádu.....	87
Kliková hřídel s bez přesazení ojničních čepů	88
Výslednice odstředivých sil rotačních částí.....	88
Výslednice setrvačných sil posuvných částí I.řádu	88
Výslednice setrvačných sil posuvných částí II.řádu.....	88
Výslednice momentů odstředivých sil rotačních částí	88
Výslednice momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu	88
Výslednice momentů setrvačných sil posuvných částí II. řádu.....	89
Silové vyvážení	89
Kontrolní pevnostní výpočet	90
Kontrolní pevnostní výpočet hlavního čepu.....	90
Kontrolní pevnostní výpočet ojničního čepu.....	91
Výpočet ojničního čepu na krut.....	91

Výpočet ojnicního čepu na ohyb	92
Kontrolní pevnostní výpočet klikového ramene.....	97
Výpočet ramene klikového hřídele na krut.....	97
Výpočet ramene klikového hřídele zatíženého ohybem a tahem-takem	99
Torzní kmitání klikového hřídele	101
Vlastní torzní kmitání	101
Výpočet redukovaných momentů setrvačnosti.....	101
Výpočet redukovaných délek	102
Výpočet torzních tuhostí.....	104
Výpočet frekvencí vlastního kmitání.....	105
Vynucené torzní kmitání	108
Fourierova analýza točivého momentu v komplexním oboru	108
Rezonanční otáčky motoru	110
Klikový hřídel s přesazením ojnicních čepů a nerovnoměrným intervalem zážehu	111
Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci.....	111
Vydatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci.....	114
Výpočet torzních výchylek v rezonanci pro první vlastní frekvenci.....	116
Výpočet torzních výchylek v rezonanci pro druhou vlastní frekvenci.....	117
Přídavné torzní napětí v rezonanci při první vlastní frekvenci.....	119
Klikový hřídel s přesazením ojnicních čepů a pravidelným intervalem zážehu	119
Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci.....	119
Vydatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci.....	121
Výpočet torzních výchylek v rezonanci pro první vlastní frekvenci.....	123
Výpočet torzních výchylek v rezonanci pro druhou vlastní frekvenci	124
Přídavné torzní napětí v rezonanci při první vlastní frekvenci.....	126

Bc.

Redukce hmoty ojnice

hmota ojnice: $m_o := 0.6713\text{kg}$

délka ojnice: $l_{oj} := 156\text{mm}$

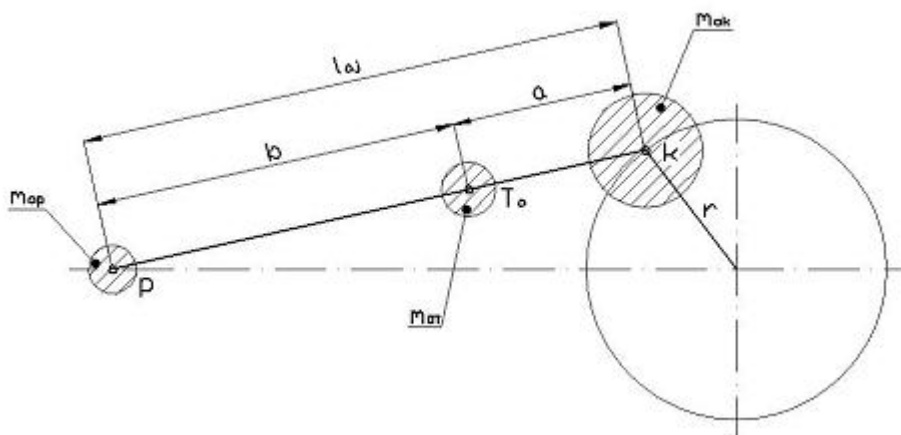
vzdálenost těžiště ojnice od klikového čepu: $a_t := 40.43\text{mm}$

Část hmoty ojnice, redukováná do osy pístního čepu:

$$m_{op} := m_o \cdot \frac{a_t}{l_{oj}} \quad m_{op} = 0.174\text{kg}$$

Část hmoty ojnice, redukováná do osy klikového čepu:

$$m_{ok} := m_o - m_{op} \quad m_{ok} = 0.497\text{kg}$$



Redukce hmoty kliky

hmota kliky:

$$m_k := 1.653\text{kg}$$

vzdálenost těžiště kliky od osy otáčení:

$$\rho := 0.02605\text{m}$$

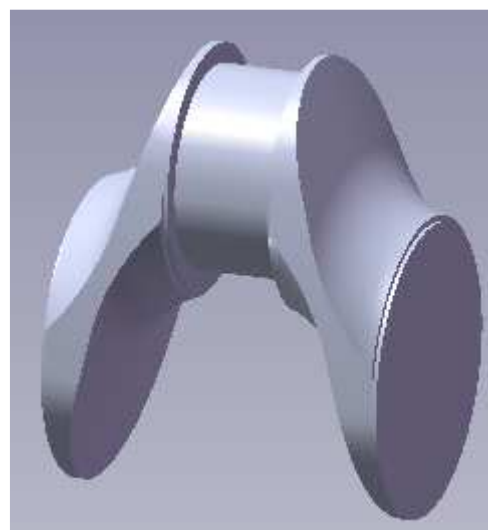
poloměr kliky:

$$r := 0.045\text{m}$$

$$m_{kred} := m_k \cdot \frac{\rho}{r}$$

$$m_{kred} = 0.957\text{kg}$$

Předběžný model zalomení klikového hřídele



Kinematika klikového mechanismu

Počet válců

$$i_v := 2$$

I1 :=

	0
0	45
1	156
2	18
3	0.884
4	0.174
5	0.497
6	0
7	4.5·10 ³

Rameno kliky

$$r := I1_0 \text{ mm}$$

$$r = 45 \text{ mm}$$

Délka ojnice

$$l := I1_1 \text{ mm}$$

$$l = 156 \text{ mm}$$

Kompresní poměr

$$\varepsilon := I1_2$$

$$\varepsilon = 18$$

Hmotnost pístní skupiny

$$m_p := I1_3 \text{ kg}$$

$$m_p = 0.884 \text{ kg}$$

Redukovaná hmotnost
posuvných částí ojnice

$$m_{op} := I1_4 \text{ kg}$$

$$m_{op} = 0.174 \text{ kg}$$

Redukovaná hmotnost
rotačních částí ojnice

$$m_{ok} := I1_5 \text{ kg}$$

$$m_{ok} = 0.497 \text{ kg}$$

Redukovaná hmotnost
v těžišti ojnice

$$m_3 := I1_6 \text{ kg}$$

$$m_3 = 0 \text{ kg}$$

Dráha pístu

Klikový poměr

$$\lambda := \frac{r}{l}$$

$$\lambda = 0.288$$

Vyjádřením základního vztahu pro dráhu pístu, jeho rozkladem do nekonečné řady a zanedbáním členů 3. a vyšších řádů získáme výsledný vztah:

$$s(\alpha) := r \cdot \left[(1 - \cos(\alpha)) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha)) \right]$$

Vztah pro dráhu pístu je možno rozdělit na 1. a 2. harmonickou složku

$$s1(\alpha) := r \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

$$s2(\alpha) := r \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha))$$

Amplituda 1. a 2. harmonické složky

$$S1_{\max} := r$$

$$S1_{\max} = 45 \text{ mm}$$

$$S2_{\max} := r \cdot \frac{\lambda}{4}$$

$$S2_{\max} = 3.245 \text{ mm}$$

Rychlost pístu

$$n := 4500 \text{ min}^{-1}$$

Při výpočtu rychlosti pístu je potřeba znát úhlovou rychlost klikové hřídele

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot n \qquad \omega = 28274.334 \text{ min}^{-1}$$

rychlost pístu

$$v(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \left(\sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha) \right)$$

$$v1(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$$

$$v2(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha)$$

Amplituda 1. a 2. harmonické složky

$$v1_{\max} := r \cdot \omega \qquad v1_{\max} = 21.206 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v2_{\max} := r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad v2_{\max} = 3.059 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zrychlení pístu

$$a(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2\alpha))$$

$$a1(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

$$a2(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2\alpha)$$

Amplituda 1. a 2. harmonické složky

$$a1_{\max} := r \cdot \omega^2 \qquad a1_{\max} = 9992.974 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a2_{\max} := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \qquad a2_{\max} = 2882.589 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Grafické zobrazení průběhu veličin

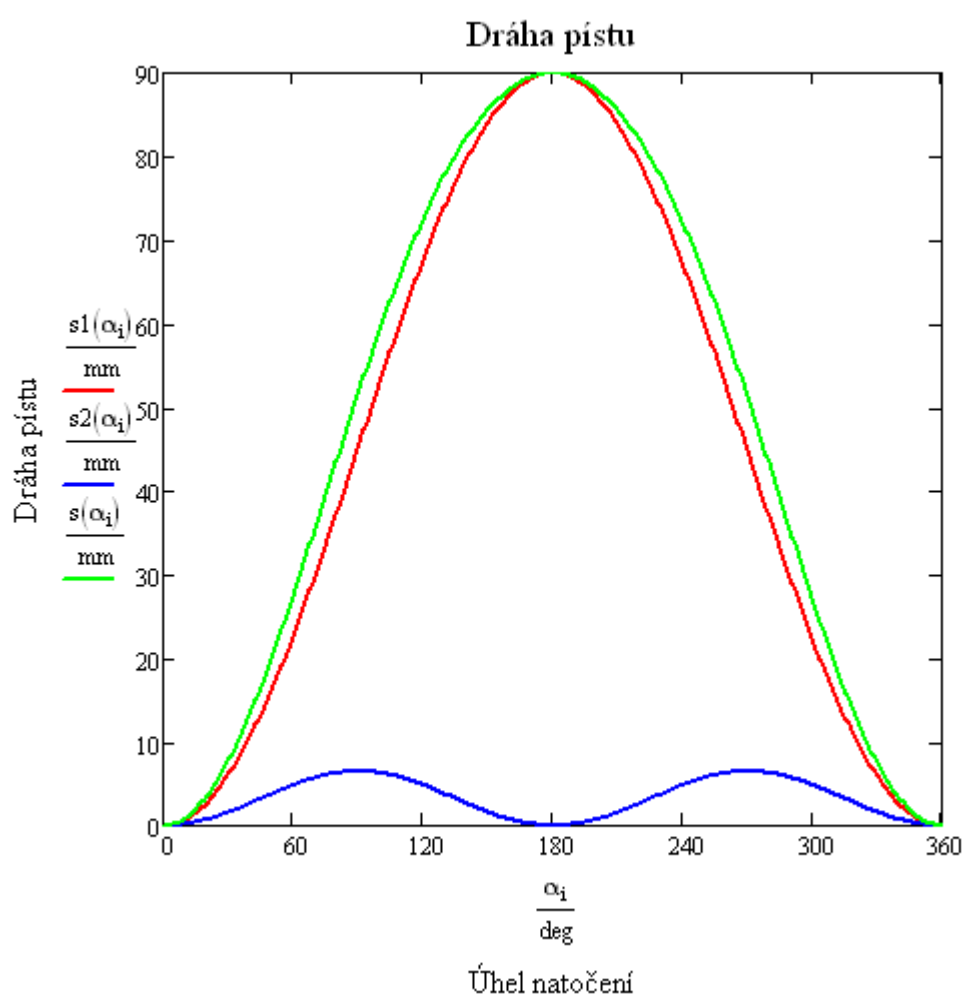
$\text{krok} := 1 \cdot \text{deg}$

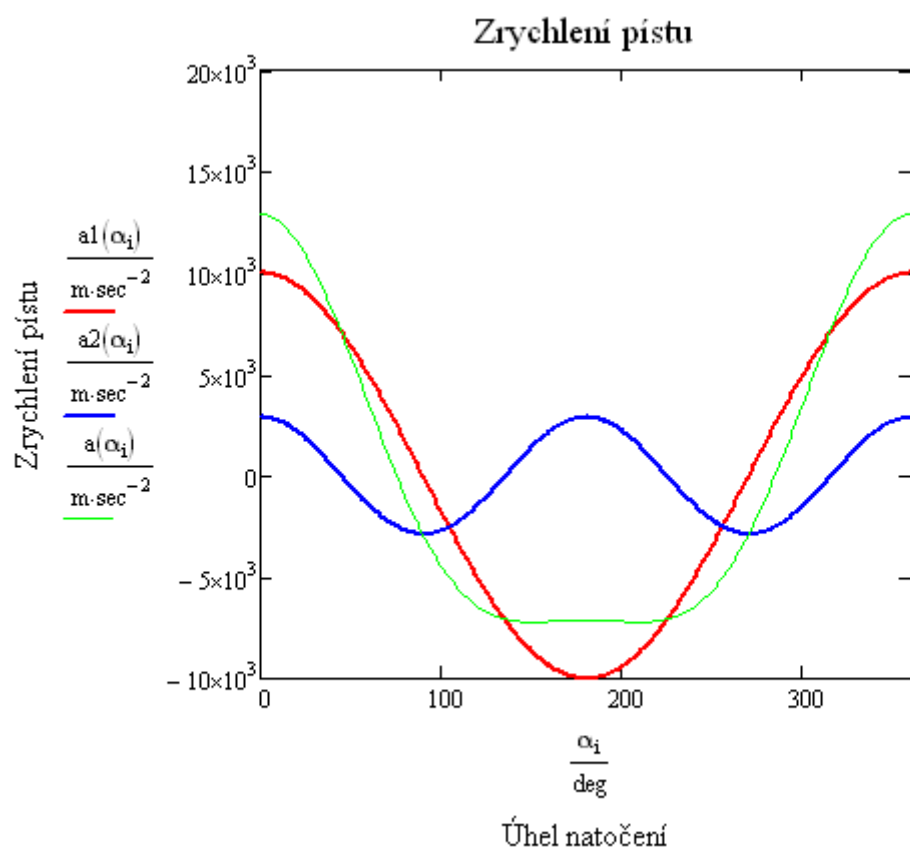
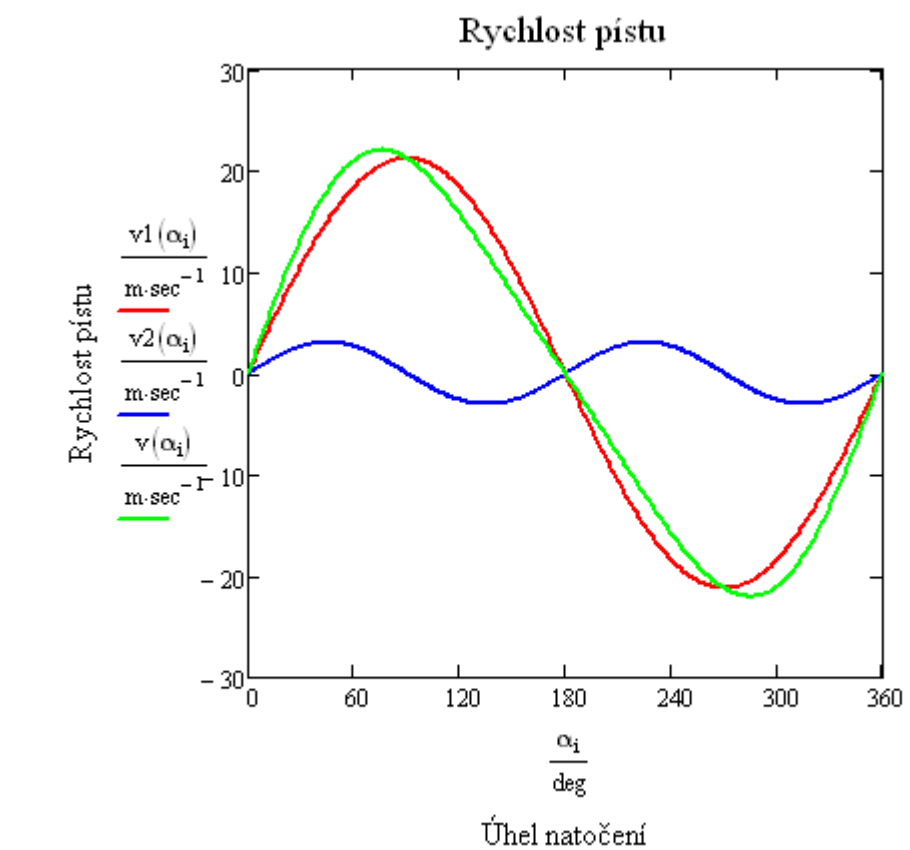
$\text{imax} := \frac{360 \text{ deg}}{\text{krok}}$

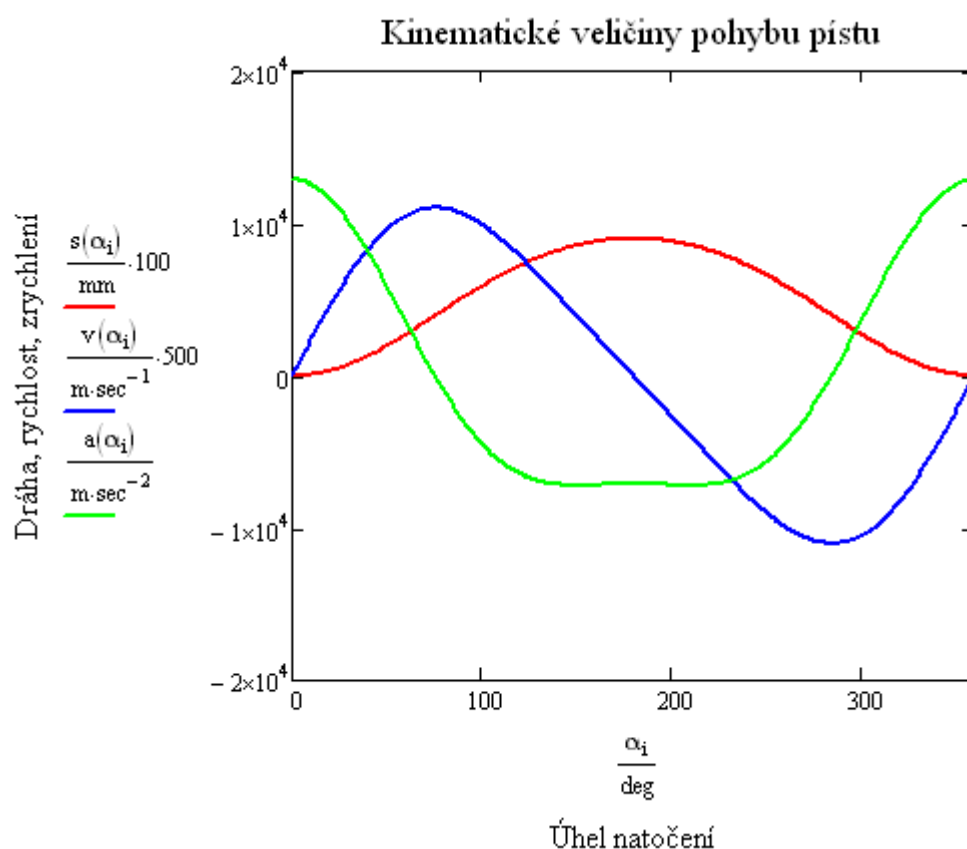
$\text{imax} = 360$

$i := 0.. \text{imax}$

$\alpha_i := i \cdot \text{krok}$







Vykreslení p - alfa diagramu válcové jednotky motoru

p_ind :=

	0
0	$7.2 \cdot 10^3$
1	2.628
2	2.556
3	2.474
4	...

$$I_2 := \frac{p_{ind}}{10}$$

	0
0	720
1	0.263
2	0.256
3	0.247
4	0.238
5	0.228
6	0.217
7	0.205
8	0.192
9	0.179
10	0.165
11	0.15
12	0.136
13	0.122
14	0.109
15	...

I2 =

$\text{MPa} := 1000000\text{Pa}$

I3 :=

	0
0	0.1

$\text{patm} := \text{I3 MPa}$

$\text{patm} = 0.1 \cdot \text{MPa}$

počet uložených hodnot

$\text{np} := \text{I2}_0$

$\text{np} = 720$

krok snímání hodnot

$\text{krok} := \frac{720}{\text{np}} \text{deg}$

$\text{krok} = 1 \cdot \text{deg}$

$i := 0.. \text{np} - 1$

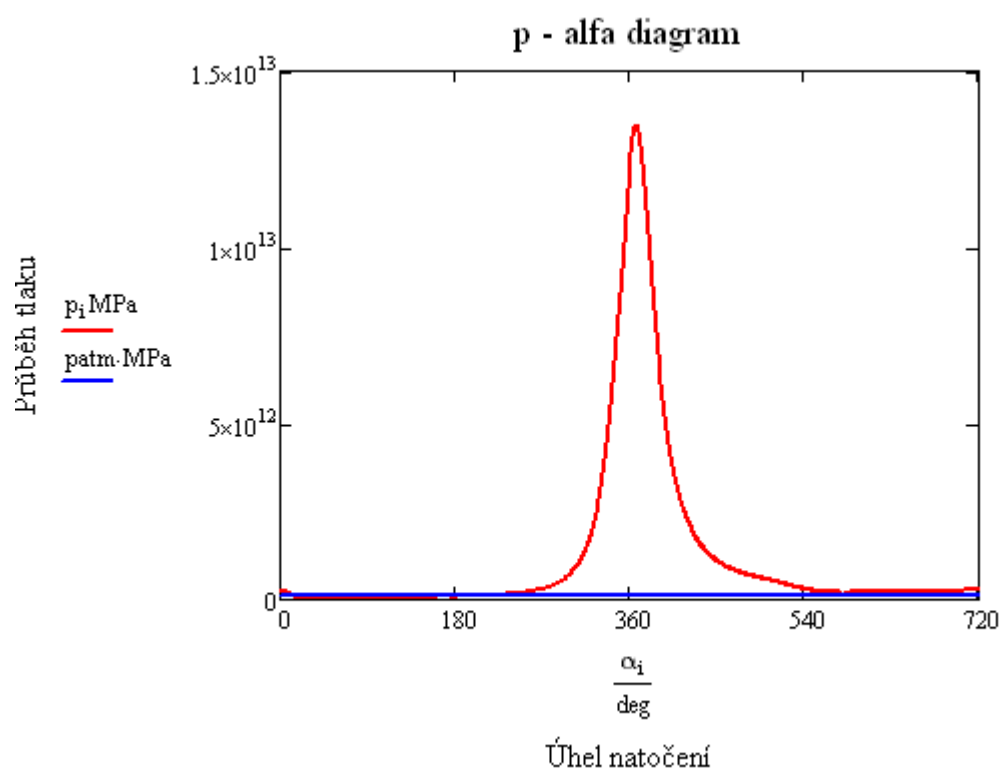
$\alpha_i := i \cdot \text{krok}$

$\text{np} - 1 = 719$

načtení tlaků

$p_i := \text{I2}_{i+1} \text{ MPa}$

p - alfa diagram



Průběh sil přenášených pístním čepem

Síly působící na píst ve směru osy válce

Primární síly

Plocha pístu

$$S_p := \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$S_p = 44.179 \text{ cm}^2$$

primární síly

$$F_{p_i} := (p_i - p_{atm}) \cdot S_p$$

Sekundární síly

Úhlová rychlost otáčení klikového hřídele $\omega = 471.239 \text{ sec}^{-1}$

Zrychlení pístu

Klikový poměr $\lambda = 0.288$

Zrychlení pístu $a_i := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha_i) + \lambda \cdot \cos(2\alpha_i))$

Setrvačné síly

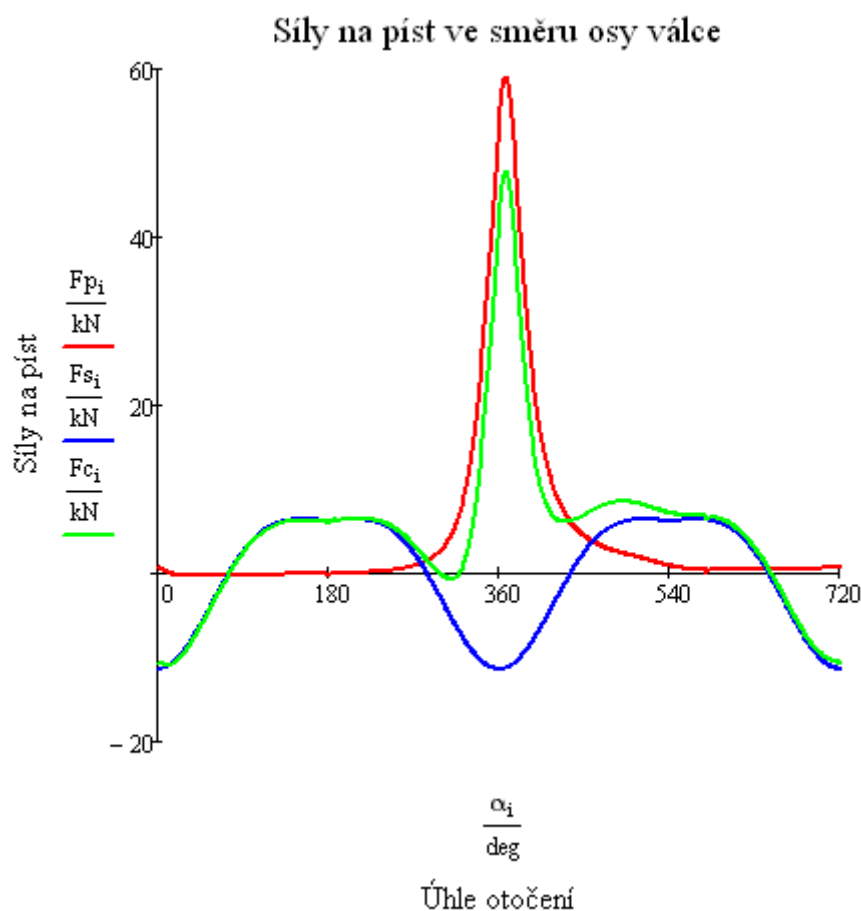
$$F_{s_i} := (-m_p) \cdot a_i$$

Celkové síly působící na píst

$$F_{c_i} := F_{p_i} + F_{s_i}$$

$F_{p_i} =$

719.255	N
687.579	
651.176	
610.355	
565.328	
516.245	
463.293	
406.766	
347.204	
285.429	
222.541	
159.905	
99.013	
41.382	
-11.592	
...	



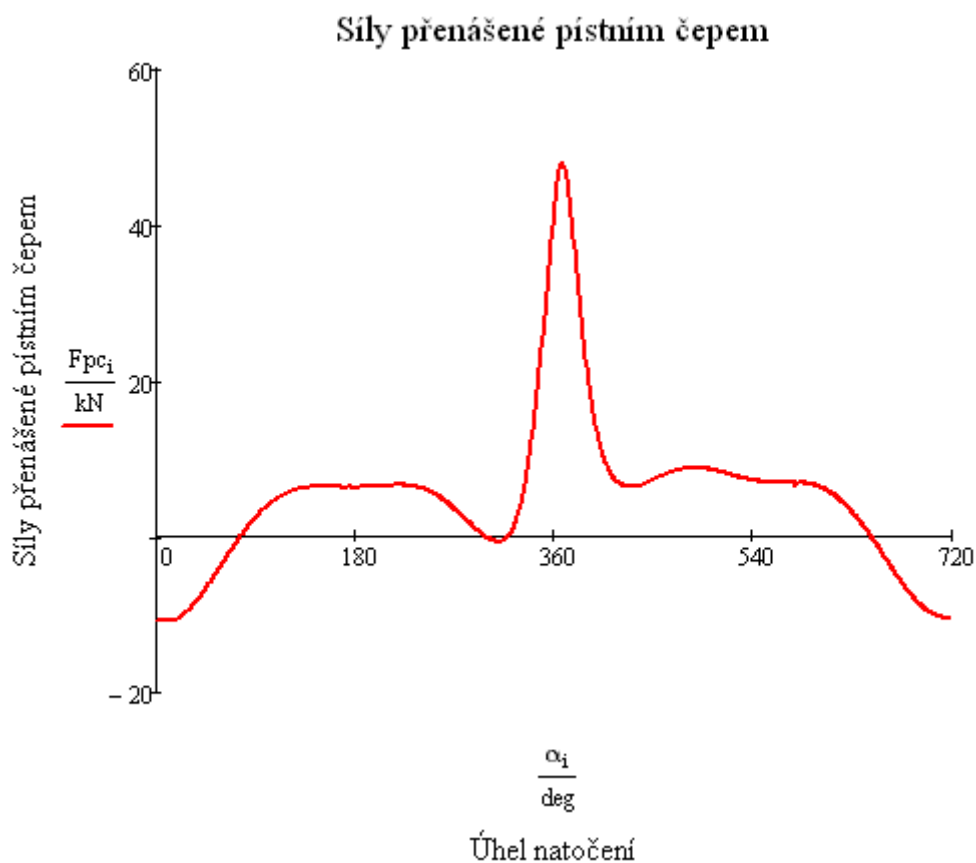
Síly přenášené pístním čepem

Úhel odklonu ojnice

$$\beta_i := \arcsin(\lambda \cdot \sin(\alpha_i))$$

Síly přenášené pístním čepem

$$F_{pc_i} := \frac{F_{c_i}}{\cos(\beta_i)}$$



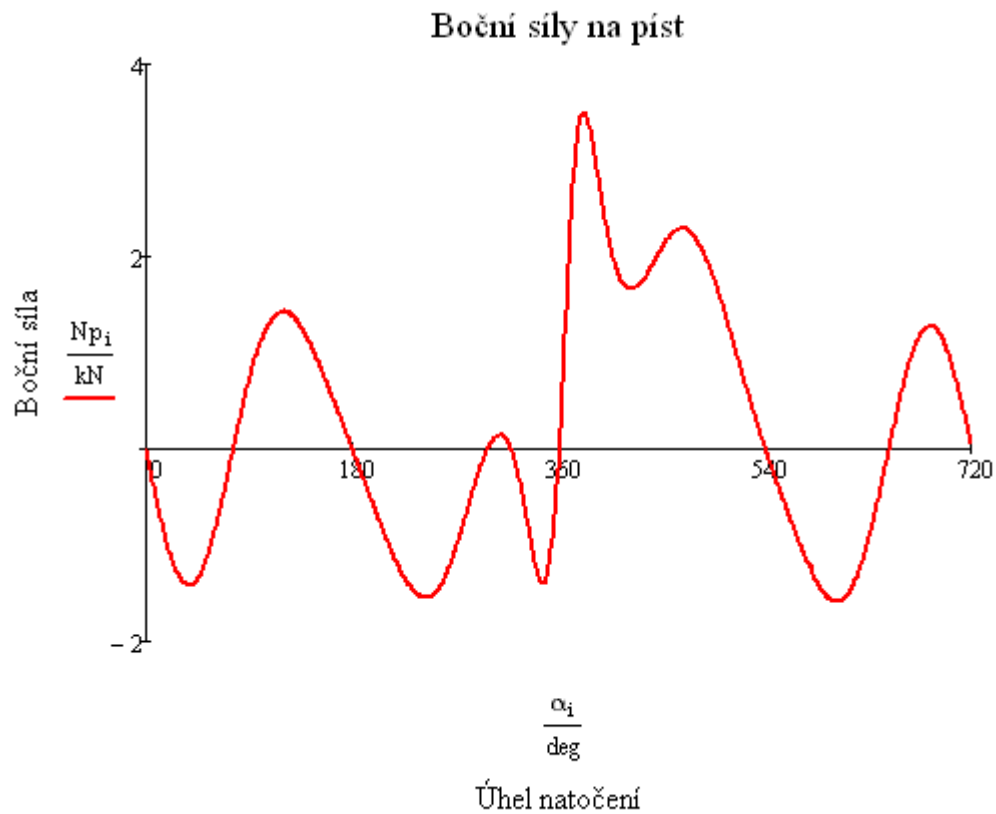
Extrémní hodnoty

$$\min(F_{pc}) = -10.888 \text{ kN}$$

$$\max(F_{pc}) = 47.849 \text{ kN}$$

Průběh bočních sil na píst

$$Np_i := \tan(\beta_i) Fc_i$$



Extrémní hodnoty

$$\max(Np) = 3.501 \text{ kN}$$

$$\min(Np) = -1.588 \text{ kN}$$

Průběh radiálních a tangenciálních sil, kroutící moment na jednom zalomení

Radiální, tangenciální a celkové síly

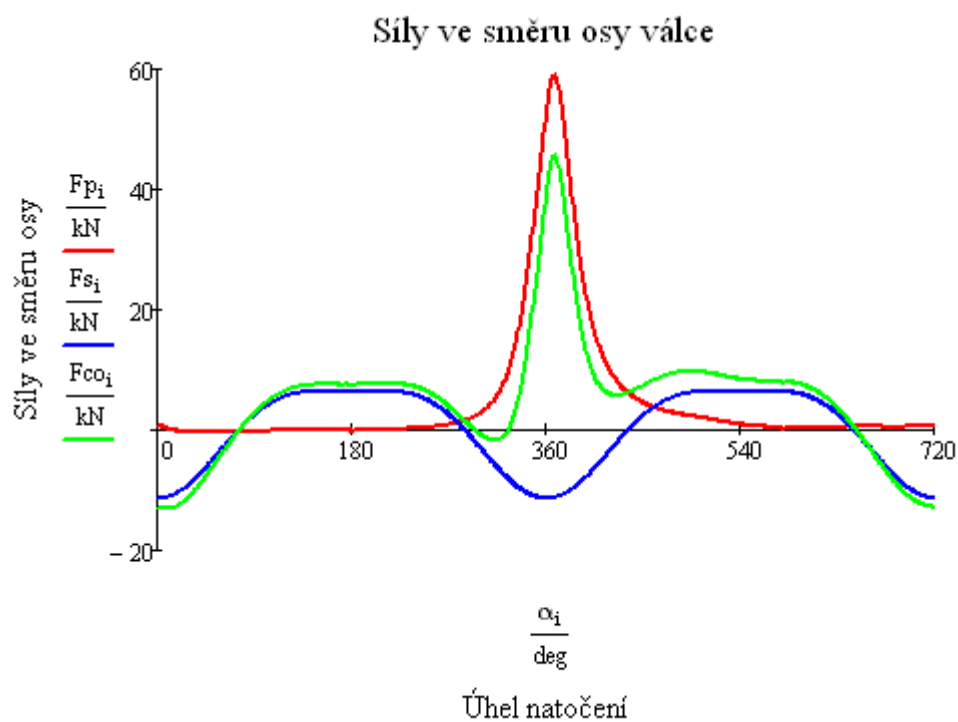
Radiální síly

Setrvačné síly posuvných částí

$$Fs2_i := -m_{op} \cdot a_i$$

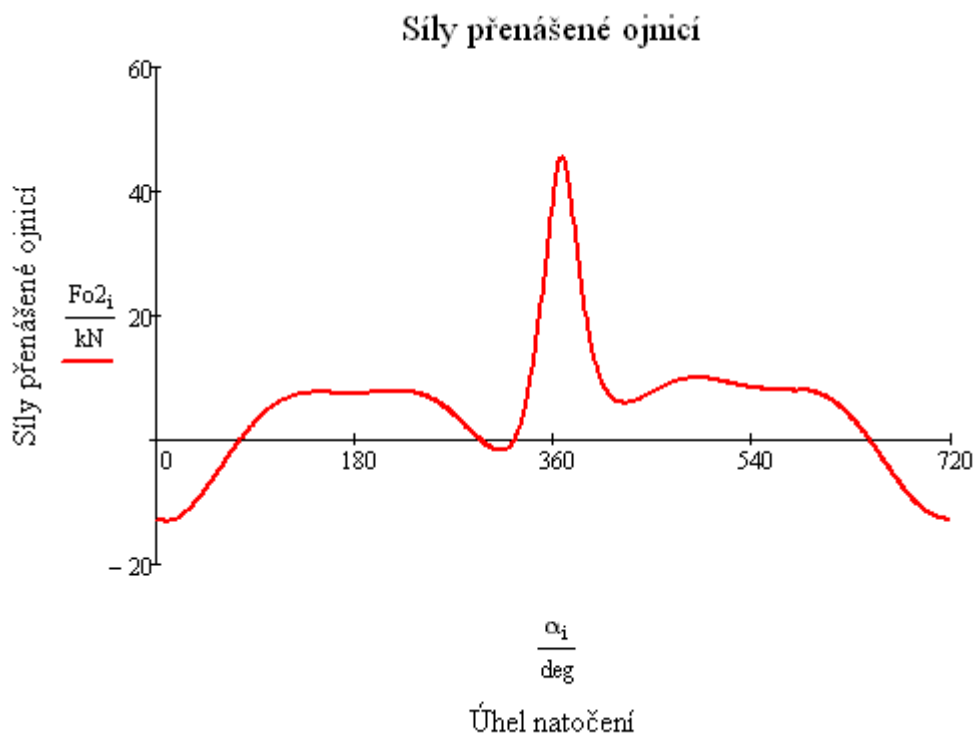
Celkové síly ve směru osy válce

$$Fco := Fp + Fs + Fs2$$



Síly přenášené ojnicí:

$$Fo2_i := \frac{Fco_i}{\cos(\beta_i)}$$



Radiální složka síly od ojnice

$$Fr_i := Fo2_i \cdot \cos(\alpha_i + \beta_i)$$

Odstředivá síla rotačních částí ojnice

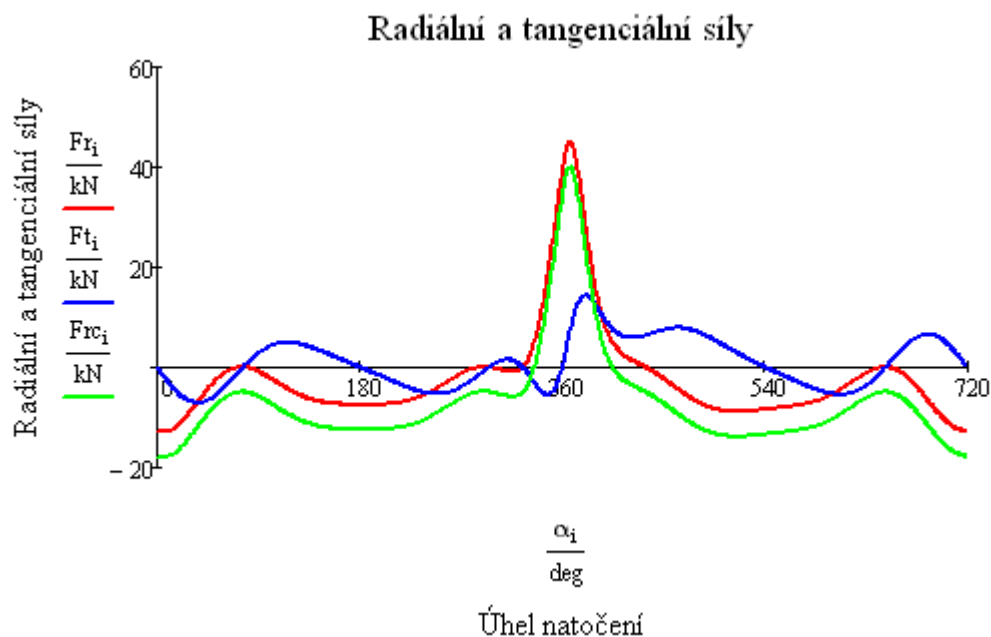
$$Fod := m_{ok} \cdot r \cdot \omega^2$$

Celková radiální síla

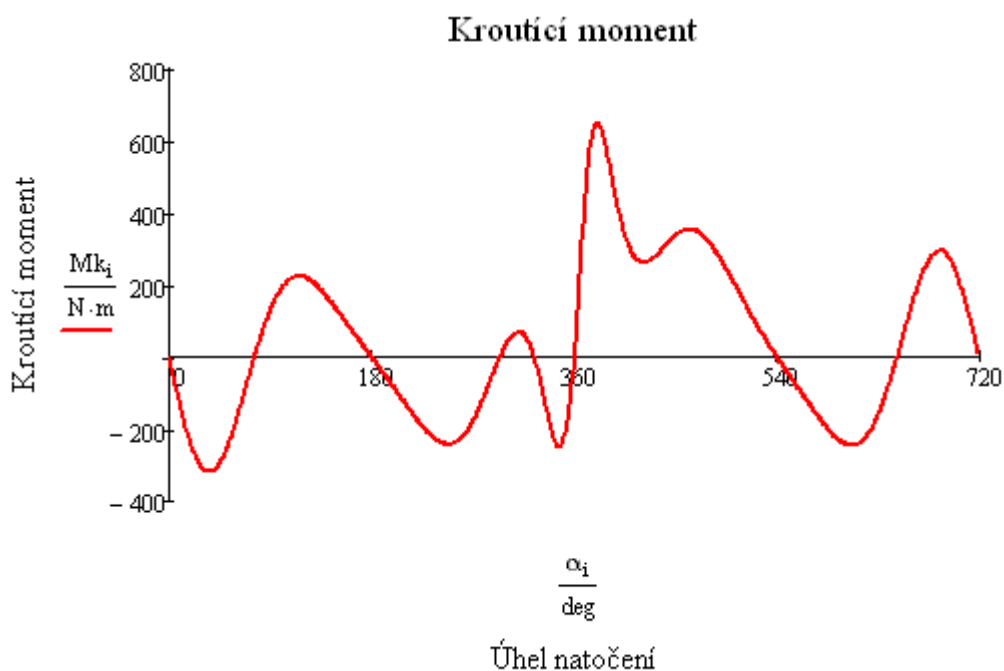
$$Frc_i := Fr_i - Fod$$

Tangenciální síly

$$Ft_i := (Fo2_i \cdot \sin(\alpha_i + \beta_i))$$

**Průběh kroutícího momentu jednoho válce**

$$Mk_i := Ft_i \cdot r$$



Střední indikovaný výkon jednoho válce

Střední indikovaný moment jednoho válce

$$M_{kis} := \text{mean}(M_k)$$

$$M_{kis} = 41.616 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Střední indikovaný výkon jednoho válce

$$P_{is} := M_{kis} \cdot \omega$$

$$P_{is} = 19.611 \text{ kW}$$

Průběhy kroutícího momentu na hlavních a ojnicích čepech

Fázově posunuté kroutící momenty na jednotlivých zalomeních KH

$$n_p := 720$$

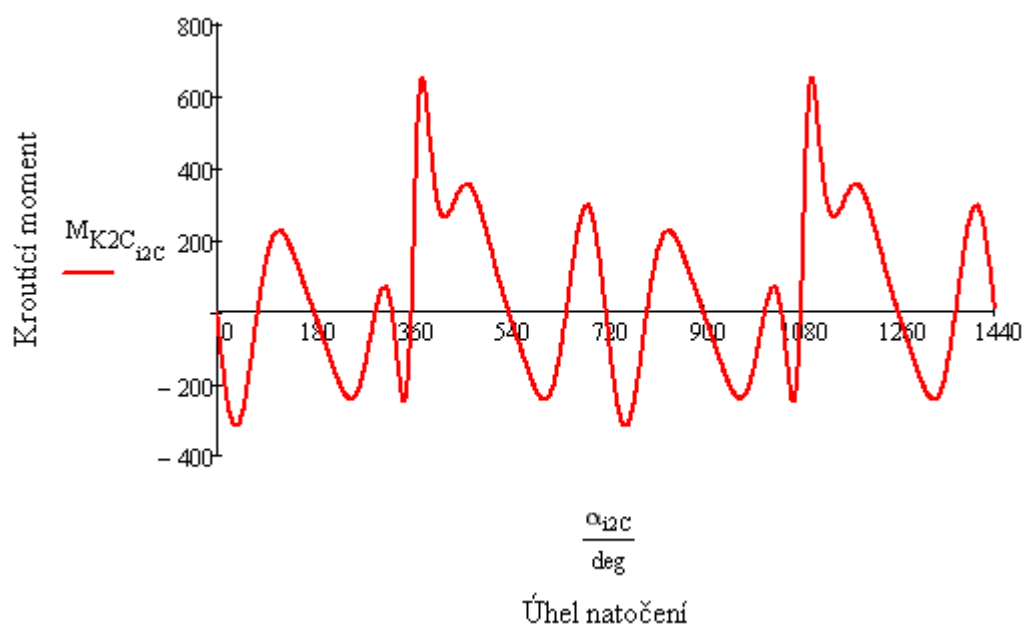
$$\alpha_c := 720 \text{ deg}$$

$$i2c := 0..2 \cdot n_p - 1$$

$$M_{K2C_i} := M_{k_i}$$

$$M_{K2C_{i+n_p}} := M_{k_i}$$

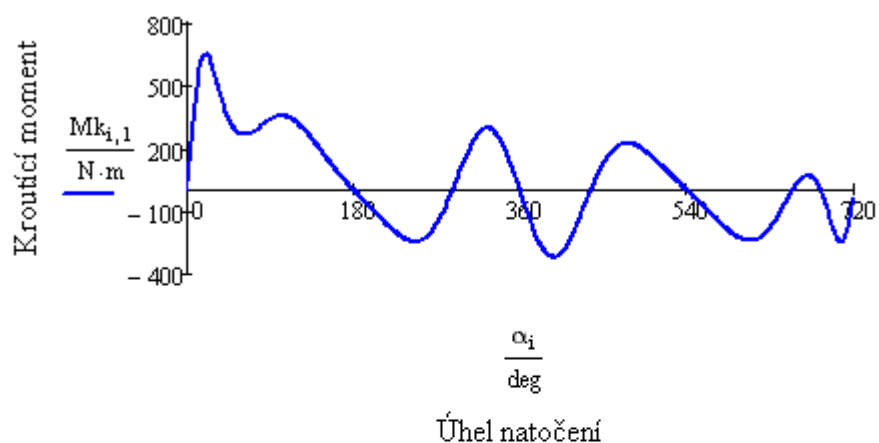
$$\alpha_{i+n_p} := \alpha_c + \alpha_i$$



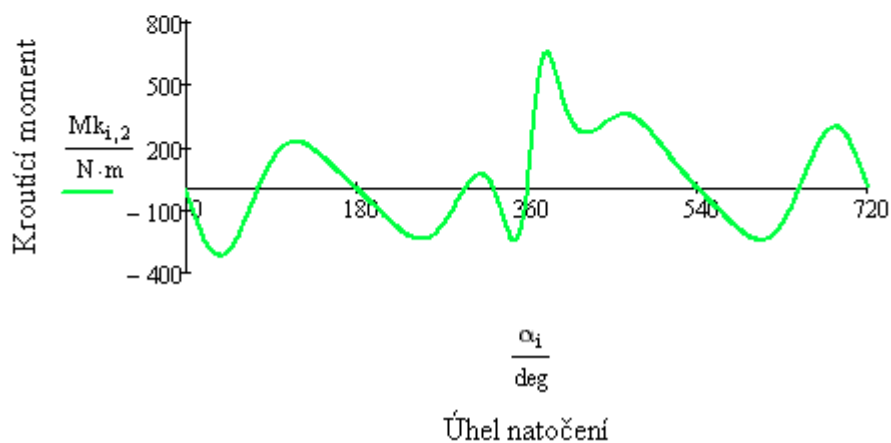
$$M_{k_{i,1}} := M_{K2C_{i+360}}$$

$$M_{k_{i,2}} := M_{K2C_{i+0}}$$

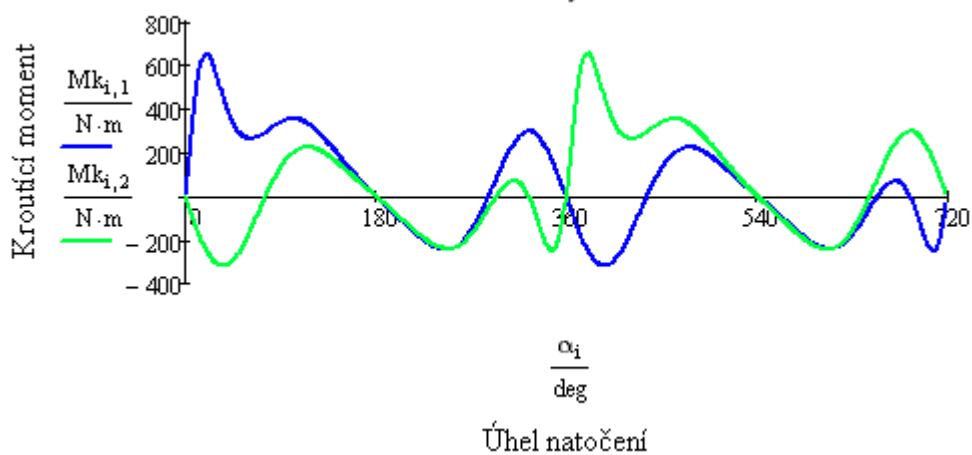
1. Válec



2. Válec



Všechny válce



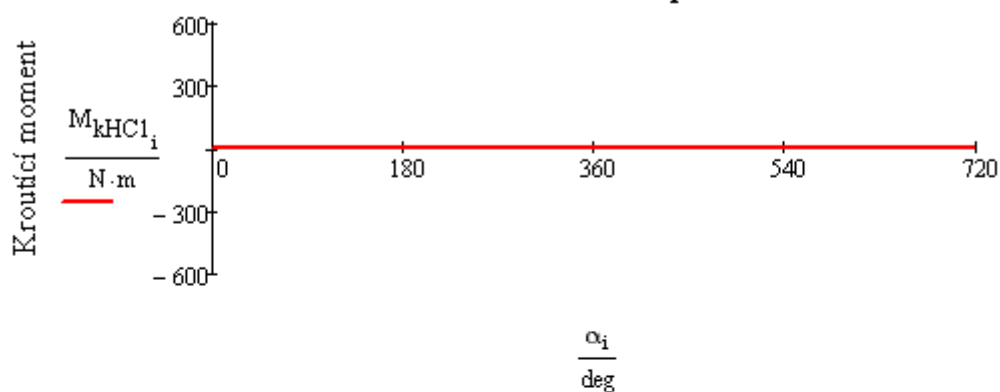
Průběh krouticího momentu na hlavních čepích za jednotlivými zalomeními kliky

$$M_{kHC1_i} := 0 \text{ N} \cdot \text{m}$$

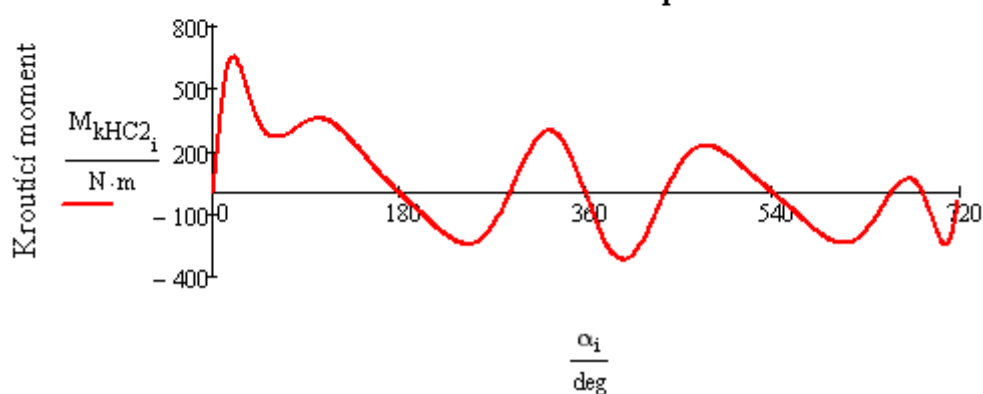
$$M_{kHC2_i} := M_{k_i,1}$$

$$M_{kHC3_i} := M_{k_i,2} + M_{kHC2_i}$$

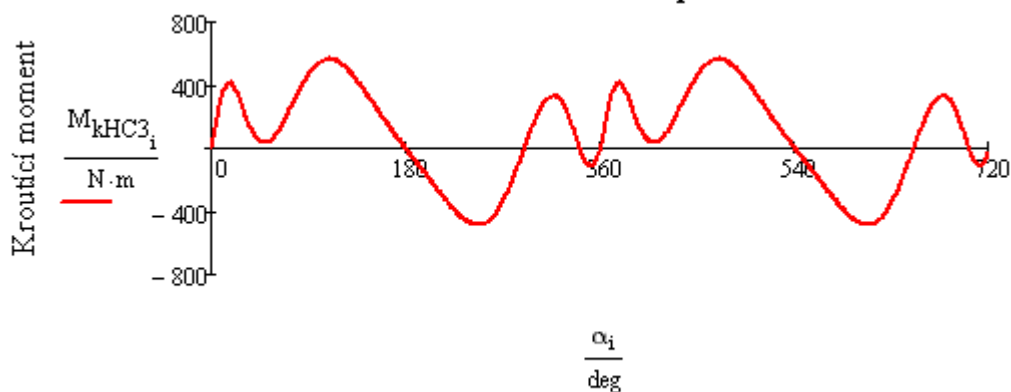
1. Hlavní čep



2. Hlavní čep



3. Hlavní čep

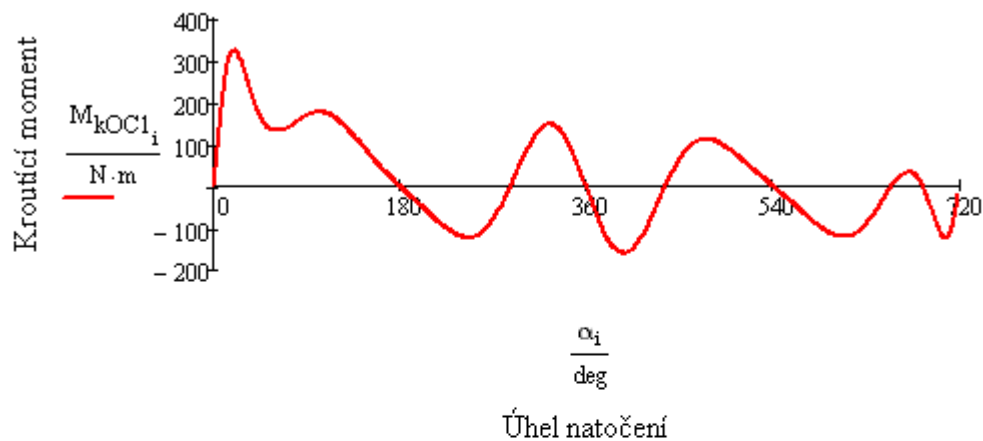


Kroutící momenty na jednotlivých ojnicích čepch

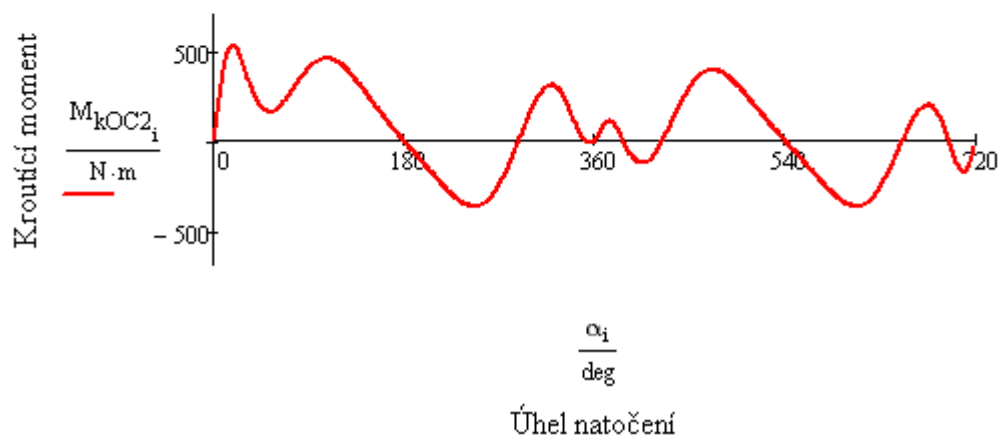
$$M_{kOC1_i} := \frac{M_{k_i,1}}{2}$$

$$M_{kOC2_i} := M_{kHC2_i} + \frac{M_{k_i,2}}{2}$$

1. Ojnicí čep



2. Ojnicí čep



Nejvíce zatížený hlavní čep

Maximální hodnoty:

$$M_{kHC1.max} := \max(M_{kHC1})$$

$$M_{kHC1.max} = 0 \cdot N \cdot m$$

$$M_{kHC2.max} := \max(M_{kHC2})$$

$$M_{kHC2.max} = 649.389 N \cdot m$$

$$M_{kHC3.max} := \max(M_{kHC3})$$

$$M_{kHC3.max} = 565.801 N \cdot m$$

Minimální hodnoty:

$$M_{\text{kHC1.min}} := \min(M_{\text{kHC1}})$$

$$M_{\text{kHC1.min}} = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC2.min}} := \min(M_{\text{kHC2}})$$

$$M_{\text{kHC2.min}} = -319.365 \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC3.min}} := \min(M_{\text{kHC3}})$$

$$M_{\text{kHC3.min}} = -487.563 \text{N} \cdot \text{m}$$

Největší zatížení

$$M_{\text{kHCextr1}} := M_{\text{kHC1.max}} - M_{\text{kHC1.min}}$$

$$M_{\text{kHCextr1}} = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHCextr2}} := M_{\text{kHC2.max}} - M_{\text{kHC2.min}}$$

$$M_{\text{kHCextr2}} = 968.754 \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHCextr3}} := M_{\text{kHC3.max}} - M_{\text{kHC3.min}}$$

$$M_{\text{kHCextr3}} = 1053.364 \text{N} \cdot \text{m}$$

Maximální zatížení 3 hlavního čepu N.m

Nejvíce zatížený ojnicí čep

Maximální hodnoty:

$$M_{\text{kOC1.max}} := \max(M_{\text{kOC1}})$$

$$M_{\text{kOC1.max}} = 324.694 \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kOC2.max}} := \max(M_{\text{kOC2}})$$

$$M_{\text{kOC2.max}} = 528.913 \text{N} \cdot \text{m}$$

Minimální hodnoty:

$$M_{\text{kOC1.min}} := \min(M_{\text{kOC1}})$$

$$M_{\text{kOC1.min}} = -159.682 \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kOC2.min}} := \min(M_{\text{kOC2}})$$

$$M_{\text{kOC2.min}} = -366.526 \text{N} \cdot \text{m}$$

Největší zatížení:

$$M_{\text{kOCextr1}} := M_{\text{kOC1.max}} - M_{\text{kOC1.min}}$$

$$M_{\text{kOCextr1}} = 484.377 \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kOCextr2}} := M_{\text{kOC2.max}} - M_{\text{kOC2.min}}$$

$$M_{\text{kOCextr2}} = 895.439 \text{N} \cdot \text{m}$$

Vyvážení klikového hřídele

Kliková hřídel s přesazením ojnicích čepů

Celková hmota posuvně se pohybujících částí: $m_c := m_p + m_{op}$ $m_c = 1.058\text{kg}$

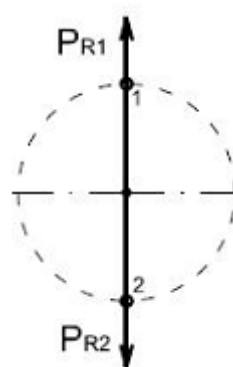
Celková hmota rotačních částí: $m_T := m_{ok} + m_{kred}$ $m_T = 1.454\text{kg}$

Výslednice odstředivých sil rotačních částí

$$P_{r1} := m_T \cdot r \cdot \omega^2 \quad P_{r1} = 14528.819\text{N}$$

$$P_{r2} := m_T \cdot r \cdot \omega^2 \quad P_{r2} = 14528.819\text{N}$$

$$P_r := P_{r1} - P_{r2} \quad P_r = 0\text{N}$$



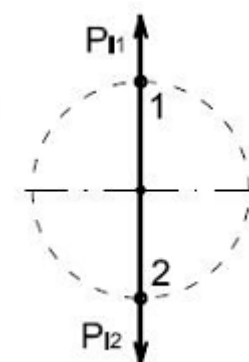
Výslednice setrvačných sil posuvných částí I.řádu

$$P_{pI1} := m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

$$P_{pI2} := m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 180\text{deg})$$

$$P_{pI} := P_{pI1} + P_{pI2}$$

$$\max(P_{pI}) = 0\text{N}$$



Výslednice setrvačných sil posuvných částí II.řádu

$$P_{PII} := \lambda \cdot m_C \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(2 \cdot \alpha) + \cos(2 \cdot \alpha + 180))$$

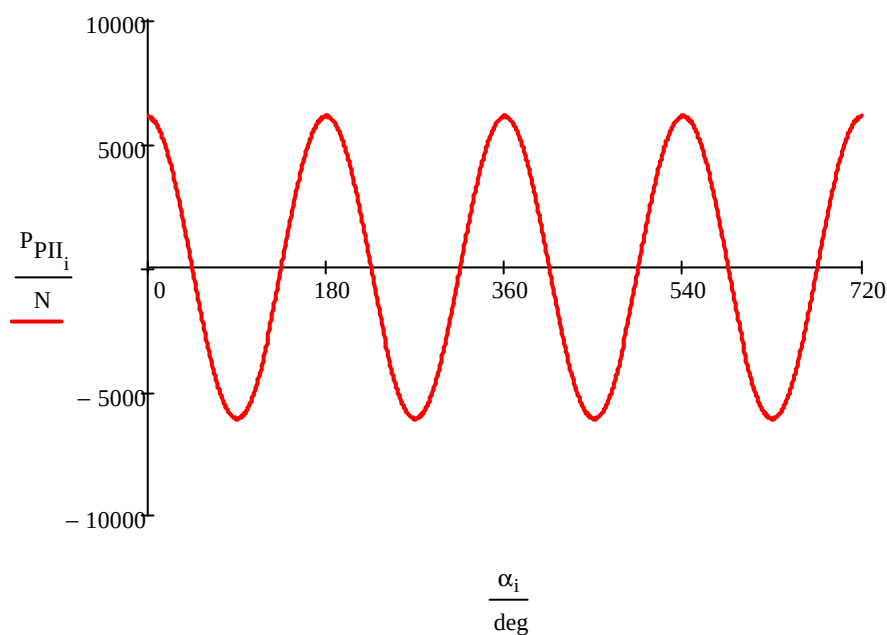
$$P_{PII_i} := 2 \cdot \lambda \cdot m_C \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha_i)$$

$$P_{PII\max} := \max(P_{PII})$$

$$P_{PII\max} = 6098.405N$$

$$P_{PII\min} := \min(P_{PII})$$

$$P_{PII\min} = -6098.405N$$



Vzdálenost těžiště vývažku od středu protiběžných kol: $r_{PII} := 0.025m$

odhad velikosti vyvažovací hmoty $m_{PII} := 1kg$

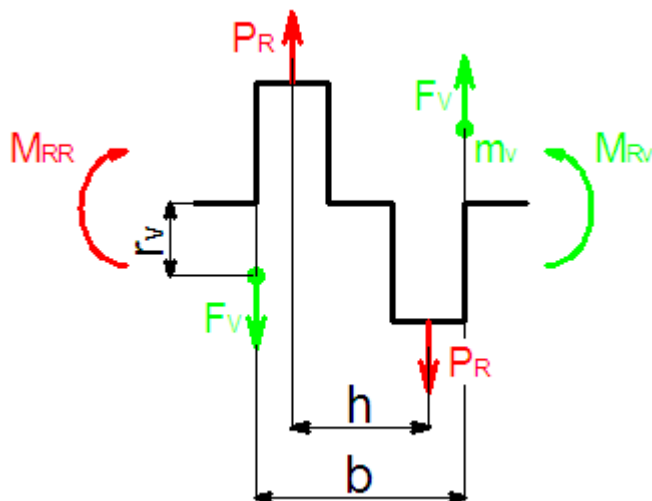
$$m_{PII} := \text{root}\left[2 \cdot m_{PII} \cdot r_{PII} \cdot (2 \cdot \omega)^2 - P_{PII\max} \cdot m_{PII}\right]$$

Hmota vývažku: $m_{PII} = 0.137kg$

Výslednice momentů odstředivých sil rotačních částí

$$h := 0.114\text{m}$$

$$M_{\text{Ir}} := (m_{\text{ok}} + m_{\text{kred}}) \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h$$

tento moment nutno vyvážit $M_{\text{Ir}} = 1656.285\text{N}\cdot\text{m}$ **Momentové vyvážení**Poloměr těžiště vývažku: $r_v := 0.038\text{m}$ Rameno vývažku: $b := 0.168\text{m}$ Odhad velikost vyvažovací hmoty pro vyvážení momentů I. řádu: $m_v := 1\cdot\text{kg}$

$$m_v := \text{root}\left(m_v \cdot r_v \cdot \omega^2 \cdot b - M_{\text{Ir}} \cdot m_v\right)$$

Hmota vývažku: $m_v = 1.168\text{kg}$ Hmota všech vývažků $m_{\text{vc}} := 2 \cdot m_v$ $m_{\text{vc}} = 2.337\text{kg}$ Skutečná hmota vývažku: $m_s := 0.568\text{kg}$ Skutečná hmota všech vývažků: $m_{\text{sc}} := 2 \cdot m_s$ $m_{\text{sc}} = 1.136\text{kg}$

$$m_{\%} := \frac{m_{\text{sc}}}{m_{\text{vc}}} \quad m_{\%} = 48.617\%$$

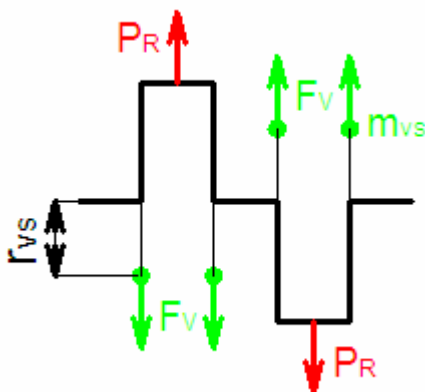
Vyvážený moment: $M_v := m_s \cdot r_v \cdot \omega^2 \cdot b$

$$M_v = 805.237\text{N}\cdot\text{m}$$

$$M_{\%} := \frac{M_v}{M_{\text{Ir}}} \quad M_{\%} = 48.617\%$$

Silové vyvážení

$$F_{od} := m_T \cdot r \cdot \omega^2$$



Poloměr těžiště vývažku: $r_{VS} := 0.0345r$

Odhad velikost vyvažovací hmoty pro vyvážení momentů I. řádu: $m_{VS} := 1 \cdot \text{kg}$

$$m_{VS} := \text{root}\left(2 \cdot m_{VS} \cdot r_{VS} \cdot \omega^2 - F_{od}, m_{VS}\right)$$

Hmota vývažku: $m_{VS} = 0.948 \text{ kg}$

Hmota všech vývažků $m_{VCS} := 4 \cdot m_{VS}$ $m_{VCS} = 3.793 \text{ kg}$

Skutečná hmota vývažku: $m_{SS} := 0.460 \text{ kg}$

Skutečná hmota všech vývažků: $m_{SSC} := 4 \cdot m_{SS}$ $m_{SSC} = 1.84 \text{ kg}$

$$m_0\% := \frac{m_{SSC}}{m_{VCS}} \quad m_0\% = 48.513\%$$

Výslednice momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu

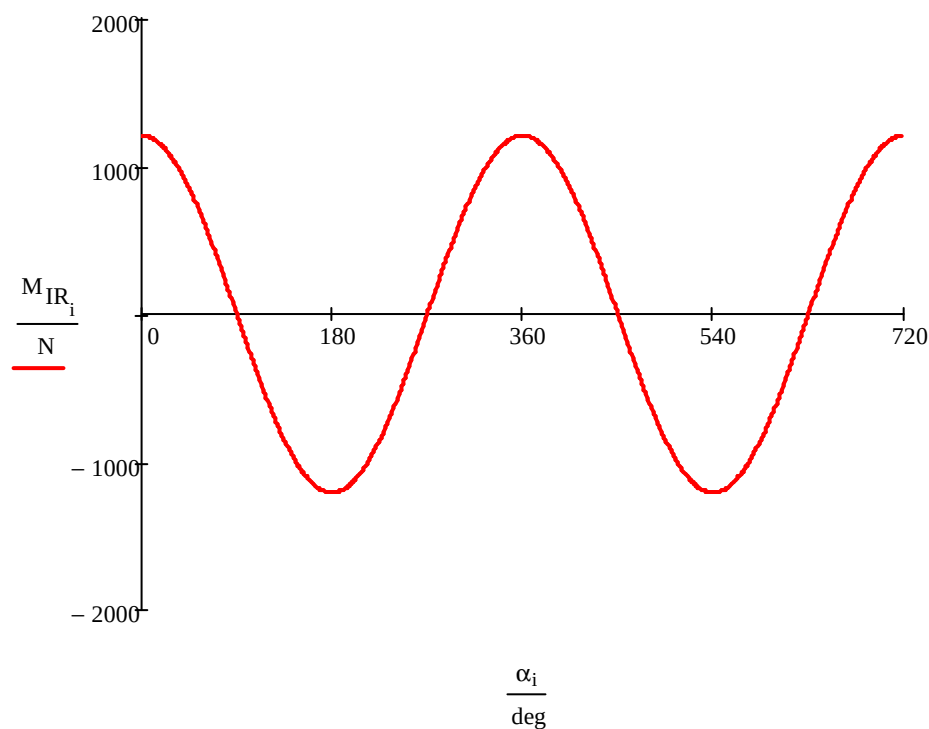
$$M_{IR_i} := m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \cos(\alpha_i)$$

$$M_{I\max} := \max(M_{IR})$$

$$M_{I\max} = 1205.045 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{I\min} := \min(M_{IR})$$

$$M_{I\min} = -1205.045 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Poloměr těžiště vývažku:

$$r_{vI} := 0.04 \text{ m}$$

Rameno vývažku:

$$l_v := 0.168 \text{ m}$$

Odhad velikost vyvažovací hmoty pro vyvážení momentů I. řádu: $m_{vI} := 1 \cdot \text{kg}$

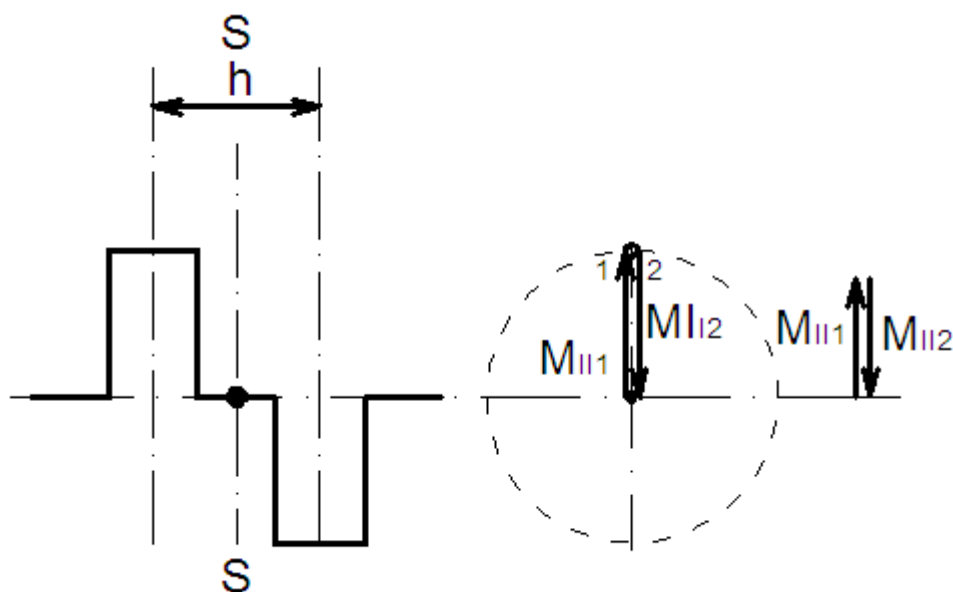
$$m_{vI} := \text{root}\left(2 \cdot m_{vI} \cdot r_{vI} \cdot \omega^2 \cdot l_v - M_{I\max}, m_{vI}\right)$$

Hmota vývažku:

$$m_{vI} = 0.404 \text{ kg}$$

Výslednice momentů setrvačných sil posuvných částí II. řádu

$$M_{II} := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$



$$M_{II_1} := 2 \cdot \lambda \cdot m c r \cdot \omega^2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha_i) \cdot h - 2 \cdot \lambda \cdot m c r \cdot \omega^2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha_i) \cdot h$$

$$\max(M_{II}) = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Kliková hřídel s bez přesazení ojnicích čepů**Výslednice odstředivých sil rotačních částí**

$$P_{r1} := m_r \cdot r \cdot \omega^2 \quad P_{r1} = 14528.819\text{N}$$

$$P_{r2} := m_r \cdot r \cdot \omega^2 \quad P_{r2} = 14528.819\text{N}$$

$$P_r := P_{r1} + P_{r2} \quad P_r = 29057.638\text{N}$$

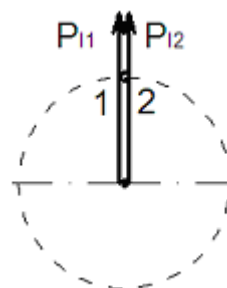
**Výslednice setrvačných sil posuvných částí I.řádu**

$$P_{PI1} := m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

$$P_{PI2} := m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 0\text{deg})$$

$$P_{PI} := P_{PI1} + P_{PI2}$$

$$\max(P_{PI}) = 21141.137\text{N}$$

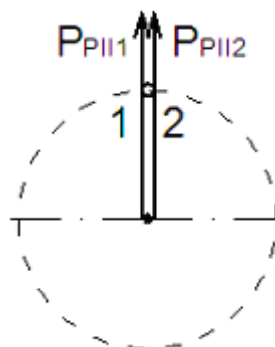
**Výslednice setrvačných sil posuvných částí II.řádu**

$$P_{PII1} := \lambda \cdot m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$$

$$P_{PII2} := \lambda \cdot m_c \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha + 0\text{deg})$$

$$P_{PII} := P_{PII1} + P_{PII2}$$

$$\max(P_{PII}) = 6098.405\text{N}$$

**Výslednice momentů odstředivých sil rotačních částí**

Rameno působení sil:

$$h := 0.114\text{m}$$

$$M_{rr} := P_{r1} \cdot \frac{h}{2} - P_{r2} \cdot \frac{h}{2}$$

$$M_{rr} = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Výslednice momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu

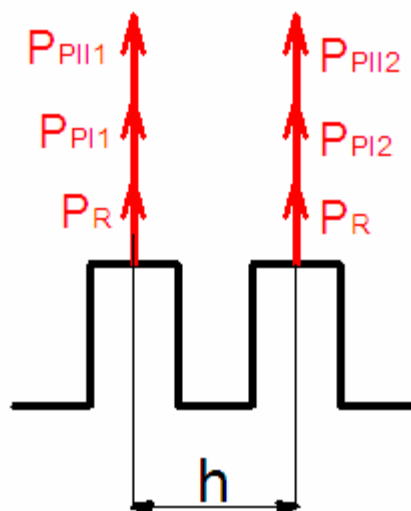
$$M_{IR} := P_{PI1} \cdot \frac{h}{2} - P_{PI2} \cdot \frac{h}{2}$$

$$\max(M_{IR}) = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Výslednice momentů setrvačných sil posuvných částí II. řádu

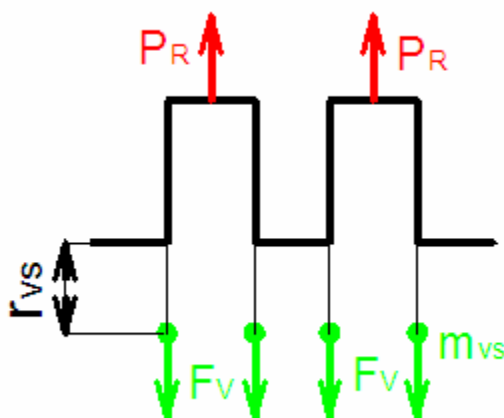
$$M_{II} := P_{PII1} \cdot \frac{h}{2} - P_{PII2} \cdot \frac{h}{2}$$

$$\max(M_{II}) = 0 \cdot N \cdot m$$



Silové vyvážení

$$F_{odv} := m_T \cdot r \cdot \omega^2$$



Poloměr těžiště vývažku: $r_{vcs} := 0.0345r$

Odhad velikost vyvažovací hmoty pro vyvážení momentů I. řádu: $m_{vcs} := 1 \cdot kg$

$$m_{vcs} := \text{root}\left(2 \cdot m_{vs} \cdot r_{vs} \cdot \omega^2 - F_{od}, m_{vs}\right)$$

Hmoty vývažku: $m_{vs} = 0.948kg$

Hmoty všech vývažků $m_{vcs} := 4 \cdot m_{vs}$ $m_{vcs} = 3.793kg$

Skutečná hmota vývažku: $m_{ssc} := 0.460kg$

Skutečná hmota všech vývažků: $m_{ssc} := 4 \cdot m_{ss}$ $m_{ssc} = 1.84kg$

$$m_0 := \frac{m_{ssc}}{m_{vcs}} \quad m_0 = 48.513\%$$

Kontrolní pevnostní výpočet**Kontrolní pevnostní výpočet hlavního čepu**

Průměr hlavního čepu:

$$D_{hc} := 60 \text{ mm}$$

Průřezový modul hlavního čepu v krutu:

$$W_{thc} := \frac{\pi}{16} \cdot D_{hc}^3$$

$$W_{thc} = 4.241 \times 10^{-5} \cdot \text{m}^3$$

Maximální tangenciální napětí v nejvíce namáhaném 3. hlavním čepu:

$$\tau_{hc,max} := \frac{M_{kHC3,max}}{W_{thc}}$$

$$\tau_{hc,max} = 13.341 \text{ MPa}$$

Minimální tangenciální napětí v nejvíce namáhaném 3. hlavním čepu:

$$\tau_{hc,min} := \frac{M_{kHC3,min}}{W_{thc}}$$

$$\tau_{hc,min} = -11.496 \text{ MPa}$$

Střední hodnota napětí:

$$\tau_{hc,m} := \frac{\tau_{hc,max} + \tau_{hc,min}}{2}$$

$$\tau_{hc,m} = 0.922 \text{ MPa}$$

Amplituda napětí:

$$\tau_{hc,a} := \frac{\tau_{hc,max} - \tau_{hc,min}}{2}$$

$$\tau_{hc,a} = 12.418 \text{ MPa}$$

Součinitel vlivu velikosti:

$$\varepsilon_{\tau 1} := 0.6$$

Součinitel vlivu povrch:

$$\varepsilon_{\tau 2} := 1$$

$$\varepsilon_{\tau} := \varepsilon_{\tau 1} \cdot \varepsilon_{\tau 2}$$

Součinitel koncentrace napětí:

$$k_{\tau} := 1.8$$

Součinitel citlivosti k asymetrii cyklu:

$$\alpha_{\tau} := 0$$

Mez únavy v krutu:

$$\tau_{ck} := 294 \text{ MPa}$$

Míra bezpečnosti hlavních čepů:

$$\eta_{\tau} := \frac{\tau_{ck}}{\tau_{hc,a} \cdot \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \alpha_{\tau} \cdot \tau_{hc,m}}$$

$$\eta_{\tau} = 7.892$$

Kontrolní pevnostní výpočet ojničního čepu

Výpočet ojničního čepu na krut

Průměr ojničního čepu:

$$D_{oc} := 50 \text{ mm}$$

Průřezový modul ojničního čepu v krutu:

$$W_{\tau oc} := \frac{\pi}{16} \cdot D_{oc}^3$$

$$W_{\tau oc} = 2.454 \times 10^{-5} \cdot \text{m}^3$$

Maximální smykové napětí v nejvíce namáhaném 2. ojničním čepu:

$$\tau_{oc,max} := \frac{M_{kOC2,max}}{W_{\tau oc}}$$

Minimální smykové napětí v nejvíce zatíženém 2. ojničním čepu:

$$\tau_{oc,min} := \frac{M_{kOC2,min}}{W_{\tau oc}}$$

$$\tau_{oc,min} = -14933606.99 \text{ Pa}$$

Střední hodnota napětí:

$$\tau_{oc,m} := \frac{\tau_{oc,max} + \tau_{oc,min}}{2}$$

$$\tau_{oc,m} = 3.308 \text{ MPa}$$

Amplituda napětí:

$$\tau_{oc,a} := \frac{\tau_{oc,max} - \tau_{oc,min}}{2}$$

$$\tau_{oc,a} = 18.242 \text{ MPa}$$

Součinitel vlivu velikosti:

$$\varepsilon_{\tau 1} := 0.7$$

Součinitel vlivu povrch:

$$\varepsilon_{\tau 2} := 1$$

$$\varepsilon_{\tau} := \varepsilon_{\tau 1} \cdot \varepsilon_{\tau 2}$$

Součinitel koncentrace napětí:

$$k_{\tau} := 1.8$$

Součinitel citlivosti k asymetrii cyklu:

$$\alpha_{\tau} := 0$$

Mez únavy v krutu:

$$\tau_{ok} := 294 \text{ MPa}$$

Míra bezpečnosti ojnicích čepů:

$$\eta_{\text{toc}} := \frac{\tau_{\text{ck}}}{\tau_{\text{oc.a}} \cdot \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \alpha_{\tau} \cdot \tau_{\text{oc.m}}} \quad \eta_{\text{toc}} = 6.268$$

Výpočet ojnicního čepu na ohyb

Hmota ojnicního čepu: $m_{\text{oj}} := 0.350\text{kg}$

Poloha těžiště ojnicního čepu: $r_{\text{oj}} := 0.045\text{m}$

Hmota ramene kliky: $m_{\text{rk}} := 0.649\text{kg}$

Poloha těžiště ramene: $r_{\text{rk}} := 0.021\text{m}$

Rotační hmota ojnice: $m_{\text{ok}} = 0.497\text{kg}$

Odstředivá síla ramene kliky bez vývažku: $F_{\text{srk}} := m_{\text{rk}} \cdot r_{\text{rk}} \cdot \omega^2$ $F_{\text{srk}} = 3026.539\text{N}$

Odstředivá síla ojnicního čepu: $F_{\text{soc}} := m_{\text{oj}} \cdot r_{\text{oj}} \cdot \omega^2$ $F_{\text{soc}} = 3497.541\text{N}$

Odstředivá síla rotujících částí ojnice: $F_{\text{sro}} := m_{\text{ok}} \cdot r \cdot \omega^2$ $F_{\text{sro}} = 4.967\text{kN}$

Odstředivá síla vývažků: $F_{\text{sv}} := m_{\text{s}} \cdot r_{\text{v}} \cdot \omega^2$ $F_{\text{sv}} = 4.793\text{kN}$

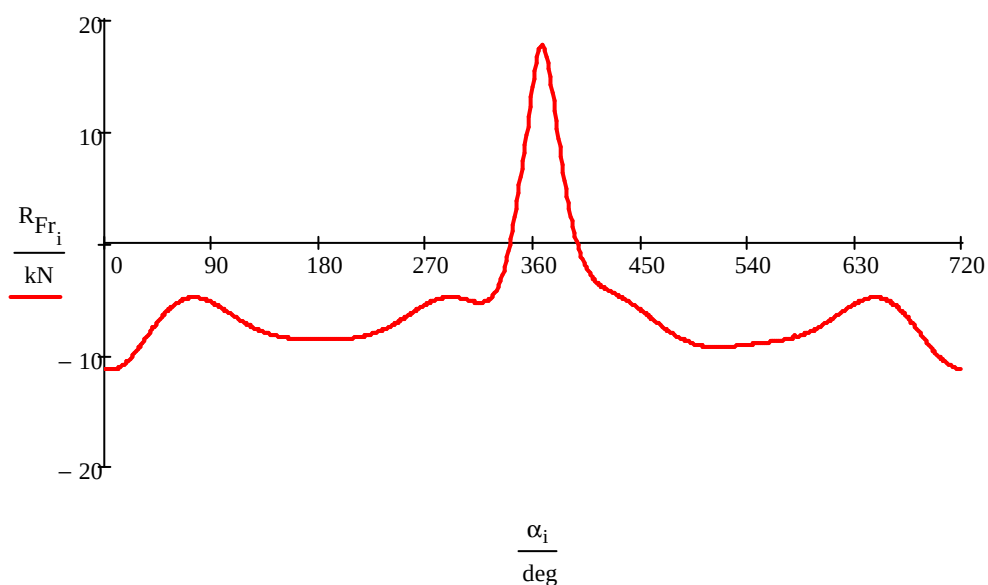
Odstředivá síla ojnicního čepu:

$$F_{\text{oc}} := 2F_{\text{srk}} + F_{\text{soc}} + F_{\text{sro}} - F_{\text{sv}} \quad F_{\text{oc}} = 9724.052\text{N}$$

Reakce ležící v rovině zalomení klikového hřídele:

$$R_{F_{r_1}} := \frac{F_{r_1} - F_{\text{oc}}}{2} \quad \max(R_{F_r}) = 17.652\text{kN}$$

$$\min(R_{F_r}) = -11.337\text{kN}$$



Vzdálenosti působících sil:

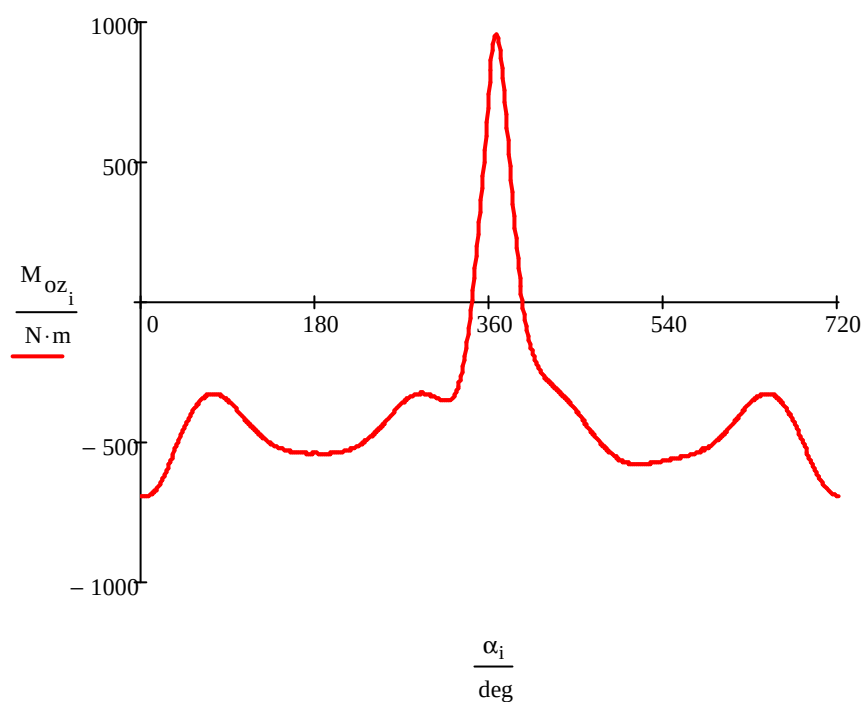
$$l := 0.114 \text{ m}$$

Vzdálenost ramene kliky od středu hlavního čepu:

$$a := 0.02925 \text{ m}$$

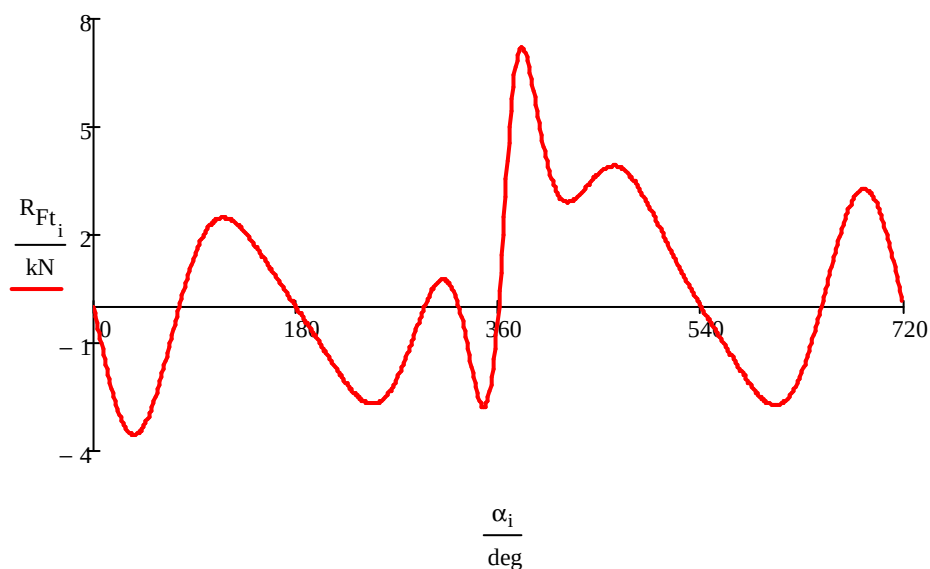
Ohybový moment v rovině zalomení klikového hřídele:

$$M_{Oz_i} := R_{Fr_i} \cdot \frac{l}{2} + (F_{srk} - F_{sv}) \cdot \left(\frac{l}{2} - a \right)$$



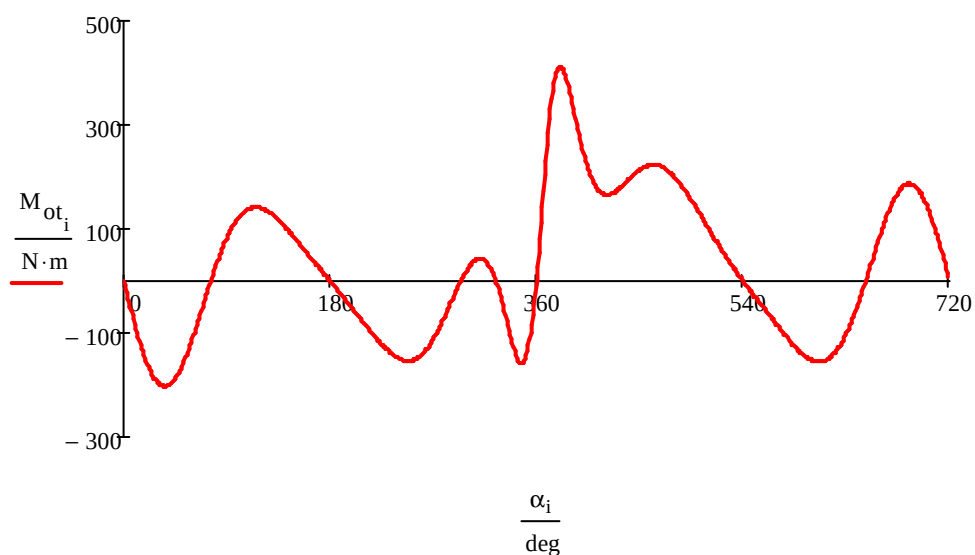
Reakce v rovině kolmé na rovinu zalomení:

$$R_{F_{t_i}} := \frac{F_{t_i}}{2}$$



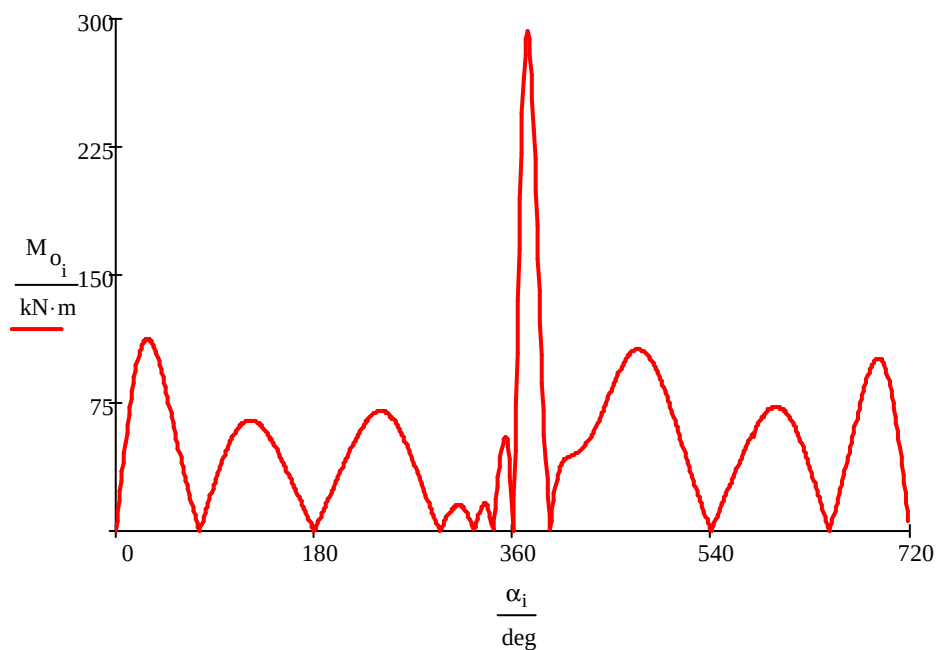
Moment ohýbající klikový čep v rovině kolmé k rovině zalomení:

$$M_{ot_i} := R_{F_{t_i}} \cdot \frac{l}{2}$$



Celkový ohybový moment:

$$M_{o_i} := \sqrt{(M_{ot_i})^2 + (M_{oz_i})^2}$$

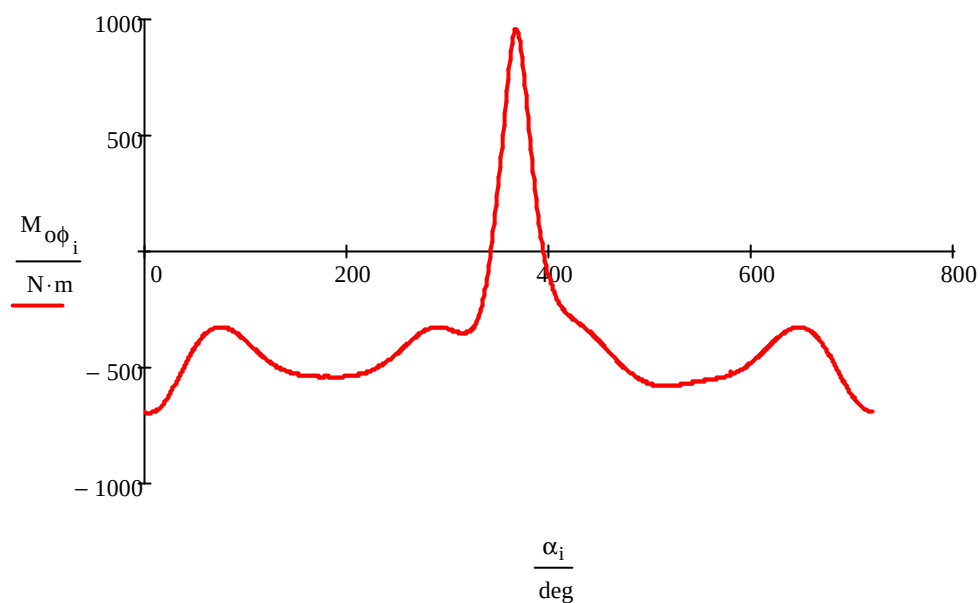


Úhel odklonu mazacího otvoru od roviny zalomení:

$$\phi := 0\text{deg}$$

Celkový ohybový moment působící v rovině mazacího otvoru:

$$M_{o\phi_i} := M_{oz_i} \cdot \cos(\phi) + M_{ot_i} \cdot \sin(\phi)$$



Maximální ohybový moment:

$$\max(M_{o\phi}) = 957.155 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Minimální ohybový moment:

$$\min(M_{o\phi}) = -695.237 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Průřezový modul ojnicního čepu:

$$W_{\sigma oc} := \frac{\pi}{32} \cdot D_{oc}^3$$

$$W_{\sigma oc} = 1.227 \times 10^{-5} \cdot \text{m}^3$$

Maximální ohybové napětí v ojnicním čepu:

$$\sigma_{oc,max} := \frac{\max(M_{o\phi})}{W_{\sigma oc}}$$

$$\sigma_{oc,max} = 77.996 \text{ MPa}$$

Minimální ohybové napětí v ojnicním čepu:

$$\sigma_{oc,min} := \frac{\min(M_{o\phi})}{W_{\sigma oc}}$$

$$\sigma_{oc,min} = -56.653 \text{ MPa}$$

Střední hodnota napětí:

$$\sigma_{oc,m} := \frac{\sigma_{oc,max} + \sigma_{oc,min}}{2}$$

$$\sigma_{oc,m} = 10.671 \text{ MPa}$$

Amplituda napětí:

$$\sigma_{oc,a} := \frac{\sigma_{oc,max} - \sigma_{oc,min}}{2}$$

$$\sigma_{oc,a} = 67.325 \text{ MPa}$$

Součinitel vlivu velikosti:

$$\varepsilon_{\sigma 1} := 0.7$$

Součinitel vlivu povrch:

$$\varepsilon_{\sigma 2} := 1$$

$$\varepsilon_{\sigma} := \varepsilon_{\sigma 1} \cdot \varepsilon_{\sigma 2}$$

Součinitel koncentrace napětí:

$$k_{\sigma} := 2$$

Součinitel citlivosti k asymetrii cyklu:

$$\alpha_{\sigma} := 0.05$$

Mez únavy v ohybu:

$$\sigma_{oc} := 470 \text{ MPa}$$

Míra bezpečnosti hlavních čepů:

$$\eta_{\sigma oc} := \frac{\sigma_{oc}}{\sigma_{oc,a} \cdot \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \alpha_{\sigma} \cdot \sigma_{oc,m}} \quad \eta_{\sigma oc} = 2.437$$

Celková míra bezpečnosti:

$$\eta_{oc} := \frac{\eta_{\tau oc} \cdot \eta_{\sigma oc}}{\sqrt{\eta_{\tau oc}^2 + \eta_{\sigma oc}^2}} \quad \eta_{oc} = 2.271$$

Kontrolní pevnostní výpočet klikového ramene

Výpočet ramene klikového hřídele na krut

Maximální hodnota tangenciální síly:

$$\max(F_t) = 14.431 \text{ kN}$$

Minimální hodnota tangenciální síly:

$$\min(F_t) = -7.097 \text{ kN}$$

Reakce v ložisku:

$$R_{Ft_i} := \frac{F_{t_i}}{2} \quad \begin{aligned} \max(R_{Ft}) &= 7.215 \text{ kN} \\ \min(R_{Ft}) &= -3.548 \text{ kN} \end{aligned}$$

Maximální kroutící moment namáhající rameno:

$$M_{kr,max} := \max(R_{Ft}) \cdot a \quad M_{kr,max} = 211.051 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Minimální kroutící moment namáhající rameno:

$$M_{kr,min} := \min(R_{Ft}) \cdot a \quad M_{kr,min} = -103.794 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Šířka klikového ramene v přechodu do ojnicního čepu: $b_T := 70 \text{ mm}$ Tloušťka ramene v řešeném průřezu: $t_T := 28 \text{ mm}$

$$\frac{b_r}{t_r} = 2.5$$

b_r/t_r	1	1,5	1,75	2	2,5	3	4	10	100
α	0,208	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,312	0,333

Součinitel pro výpočet průřezu modulu klikového ramene v krutu:

$$\mu := 0.25\alpha$$

Průřezový modul klikového ramene v krutu:

$$W_{\tau} := \mu \cdot b_r \cdot t_r^2$$

$$W_{\tau} = 1.416 \times 10^{-5} \cdot \text{m}^3$$

Maximální napětí v krutu:

$$\tau_{r,\max} := \frac{M_{kr,\max}}{W_{\tau}}$$

$$\tau_{r,\max} = 14.906 \text{ MPa}$$

Minimální napětí v krutu:

$$\tau_{r,\min} := \frac{M_{kr,\min}}{W_{\tau}}$$

$$\tau_{r,\min} = -7.331 \text{ MPa}$$

Střední hodnota napětí:

$$\tau_{r,m} := \frac{\tau_{r,\max} + \tau_{r,\min}}{2}$$

$$\tau_{r,m} = 3.788 \text{ MPa}$$

Amplituda napětí:

$$\tau_{r,a} := \frac{\tau_{r,\max} - \tau_{r,\min}}{2}$$

$$\tau_{r,a} = 11.118 \text{ MPa}$$

Součinitel vlivu velikosti:

$$\varepsilon_{\tau 1} := 0.7$$

Součinitel vlivu povrch:

$$\varepsilon_{\tau 2} := 1.2$$

$$\varepsilon_{\tau} := \varepsilon_{\tau 1} \cdot \varepsilon_{\tau 2}$$

Součinitel koncentrace napětí:

$$k_{\tau} := 2$$

Součinitel citlivosti k asymetrii cyklu:

$$\alpha_{\tau} := 0$$

Mez únavy v krutu:

$$\tau_r := 210 \text{ MPa}$$

Míra bezpečnosti hlavních čepů:

$$\eta_{\tau} := \frac{\tau_r}{\tau_{r,a} \cdot \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \alpha_{\tau} \cdot \tau_{r,m}} \quad \eta_{\tau} = 7.933$$

Výpočet ramene klikového hřídele zatíženého ohybem a tahem-takem

Maximální hodnota normálové síly:

$$\max(F_r) = 45.028 \text{ kN}$$

Minimální hodnota tangenciální síly:

$$\min(F_r) = -12.95 \text{ kN}$$

Průřez klikového ramene v přechodu do ojnicního čepu:

$$S_r := b_r \cdot t_r \quad S_r = 1960 \text{ mm}^2$$

Průřezový modul klikového ramene v ohybu:

$$W_{\sigma r} := \frac{b_r \cdot t_r^2}{6} \quad W_{\sigma r} = 1.416 \times 10^{-5} \cdot \text{m}^3$$

Maximální napětí v ohybu:

$$\sigma_{r,\max} := \frac{\max(F_r) - F_{oc}}{4} \left(\frac{a}{W_{\sigma r}} + \frac{1}{S_r} \right) \quad \sigma_{r,\max} = 32.728 \text{ MPa}$$

Minimální napětí v ohybu:

$$\sigma_{r,\min} := \frac{\min(F_r) - F_{oc}}{4} \left(\frac{a}{W_{\sigma r}} + \frac{1}{S_r} \right) \quad \sigma_{r,\min} = -21.02 \text{ MPa}$$

Střední hodnota napětí:

$$\sigma_{r,m} := \frac{\sigma_{r,max} + \sigma_{r,min}}{2}$$

$$\sigma_{r,m} = 5.854 \text{ MPa}$$

Amplituda napětí:

$$\sigma_{r,a} := \frac{\sigma_{r,max} - \sigma_{r,min}}{2}$$

$$\sigma_{r,a} = 26.874 \text{ MPa}$$

Součinitel vlivu velikosti:

$$\varepsilon_{\sigma 1} := 0.7$$

Součinitel vlivu povrch:

$$\varepsilon_{\sigma 2} := 1.2$$

$$\varepsilon_{\sigma} := \varepsilon_{\sigma 1} \cdot \varepsilon_{\sigma 2}$$

Součinitel koncentrace napětí:

$$k_{\sigma} := 2$$

Součinitel citlivosti k asymetrii cyklu:

$$\alpha_{\sigma} := 0.05$$

Mez únavy v ohybu:

$$\sigma_r := 370 \text{ MPa}$$

Míra bezpečnosti hlavních čepů:

$$\eta_{\sigma r} := \frac{\sigma_r}{\sigma_{r,a} \cdot \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \alpha_{\sigma} \cdot \sigma_{r,m}}$$

$$\eta_{\sigma r} = 5.756$$

Celková míra bezpečnosti:

$$\eta_r := \frac{\eta_{\tau} \cdot \eta_{\sigma r}}{\sqrt{\eta_{\tau}^2 + \eta_{\sigma r}^2}}$$

$$\eta_r = 4.659$$

Torzní kmitání klikového hřídele

Vlastní torzní kmitání

Výpočet redukovaných momentů setrvačnosti

Momenty setrvačnosti:

Moment setrvačnosti předního konce klikového hřídele: $J_{pk} := 158 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$

Moment setrvačnosti řemenice: $J_{rem} := 1462.19 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$

Moment setrvačnosti 1. zalomení: $J_{zal1} := 3836.37 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$

Moment setrvačnosti 2. zalomení: $J_{zal2} := 3836.37 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$

Moment setrvačnosti zadního konce: $J_{zk} := 906.48 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$

Moment setrvačnosti hnacího kola reduktoru: $J_{kr1} := 1861.33 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$

Moment setrvačnosti hnaného kola reduktoru: $J_{kr2} := 19125.14 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$

Moment setrvačnosti vrtule: $J_v := 3796875 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$

Redukované momenty setrvačnosti:

Redukovaný moment setrvačnosti rotačních částí: $J_r := m_{ok} \cdot r^2$

$$J_r = 1006.425 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

Redukovaný moment setrvačnosti posuvných částí: $J_p := (m_p + m_{op}) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \cdot r^2$

$$J_p = 1.093 \times 10^3 \cdot \text{kg} \cdot \text{mm}^2$$

Převod reduktoru: $u := 1.8$

Redukovaný moment setrvačnosti předního konce: $J_0 := J_{pk} + J_{rem}$

$$J_0 = 1620.19 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

Redukovaný moment setrvačnosti 1. zalomení: $J_1 := J_{zal1} + J_r + J_p$

$$J_1 = 5936.097 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

Redukovaný moment setrvačnosti 2. zalomení:

$$J_2 := J_{zal2} + J_r + J_p$$

$$J_2 = 5936.097 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

Redukovaný moment setrvačnosti zadního konce
s reduktorem:

$$J_3 := J_{zk} + J_{kr1} + J_{kr2} (u - 1)^2$$

$$J_3 = 8670.631 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

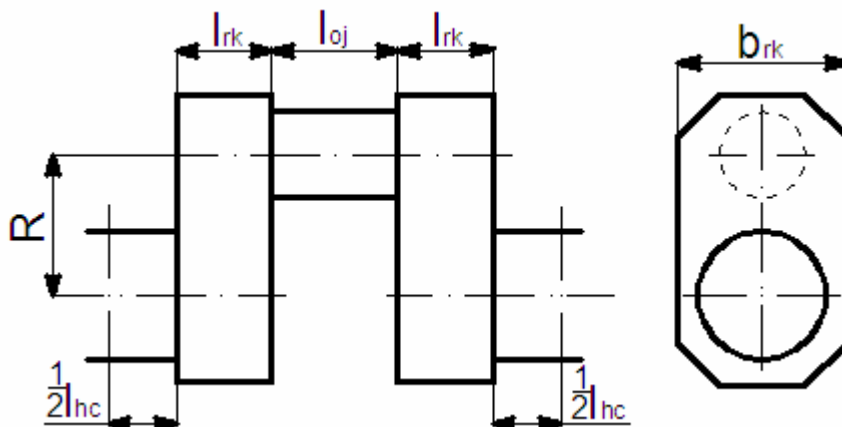
Redukovaný moment setrvačnosti vrtule:

$$J_4 := J_v \cdot (u - 1)^2$$

$$J_4 = 1171875 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

Výpočet redukovaných délek

Redukovaná délka jednoho zalomení:



Redukovaný průměr se volí stejný jako průměr hlavního čepu:

$$D_{red} := D_{hc}$$

Délka hlavního čepu:

$$l_{hc} := 0.0285\pi$$

Délka ojničního čepu:

$$l_{oc} := 0.0255\pi$$

Délka ramene kliky:

$$l_{rk} := 0.028\pi$$

Šířka ramene kliky:

$$b_{rk} := 0.070\pi$$

$$l_{red,z} := D_{red}^4 \cdot \left[\frac{l_{hc} + 0.4 D_{hc}}{D_{hc}^4} + \frac{l_{oc} + 0.4 D_{oc}}{D_{oc}^4} - \frac{r - 0.2(D_{hc} + D_{oc})}{l_{rk} \cdot b_{rk}^3} \right]$$

$$l_{red,z} = 0.116 \text{ m}$$

Redukovaná délka na straně řemenice:

Šířka řemenice:

$$l_{\text{rem}} := 26 \text{ mm}$$

Průměr předního konce klikového hřídele:

$$d_2 := 32 \text{ mm}$$

$$l_{\text{red.rem}} := \frac{1}{2} \cdot l_{\text{hc}} + \frac{1}{2} \cdot l_{\text{red.z}} + l_{\text{rem}} \cdot \frac{D_{\text{red}}^4}{d_2^4} \quad l_{\text{red.rem}} = 0.394 \text{ m}$$

Redukovaná délka na straně vrtule:

Délka příruby:

$$l_p := 9.5 \text{ mm}$$

Průměr roztečné kružnice otvorů pro šrouby na přírubě hnacího kola reduktoru:

$$d_p := 83 \text{ mm}$$

$$l_{\text{red.vrt}} := \frac{1}{2} \cdot l_{\text{hc}} + \frac{1}{2} \cdot l_{\text{red.z}} + l_p \cdot \frac{D_{\text{red}}^4}{d_p^4} \quad l_{\text{red.vrt}} = 0.075 \text{ m}$$

Redukovaná délka vrtulového hnacího hřídele:

Vnější průměr vrtulového hnacího hřídele:

$$D_h := 45 \text{ mm}$$

Vnitřní průměr vrtulového hnacího hřídele:

$$d_h := 25 \text{ mm}$$

Funkční délka vrtulového hřídele:

$$l_h := 110 \text{ mm}$$

$$l_{\text{red.h}} := l_h \cdot \frac{D_{\text{red}}^4}{D_h^4 - d_h^4} \cdot (u - 1)^2 \quad l_{\text{red.h}} = 0.119 \text{ m}$$

Výpočet torzních tuhostí

Polární moment setrvačnosti redukovaného hřídele:

$$I_p := \frac{\pi \cdot D_{\text{red}}^4}{32}$$

$$I_p = 1.272 \times 10^{-6} \cdot \text{m}^4$$

Modul pružnosti ve smyku:

$$G := 80769 \text{ MPa}$$

Torzní tuhost předního konce klikového hřídele:

$$c_0 := \frac{G I_p}{l_{\text{red.rem}}}$$

$$c_0 = 261.155 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzní tuhost zalomení klikového hřídele:

$$c_1 := \frac{G I_p}{l_{\text{red.z}}}$$

$$c_1 = 887.354 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzní tuhost klikového hřídele na straně vrtule:

$$c_2 := \frac{G I_p}{l_{\text{red.vrt}}}$$

$$c_2 = 1374.794 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzní tuhost vrtulového hnacího hřídele:

$$c_3 := \frac{G I_p}{l_{\text{red.h}}}$$

$$c_3 = 866.505 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Výpočet frekvencí vlastního kmitání

Matice hmotnosti:

$$M := \begin{pmatrix} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 \end{pmatrix}$$

Matice tuhosti:

$$C := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 \end{pmatrix}$$

$$A := M^{-1} \cdot C$$

$$\chi := \text{eigenvals}(A)$$

vektor vlastních frekvencí: $\psi := \sqrt{\chi}$

$$\chi = \begin{pmatrix} 5.644 \times 10^8 \\ 2.619 \times 10^8 \\ 1.415 \times 10^8 \\ 2.717 \times 10^7 \\ 3.226 \times 10^{-10} \end{pmatrix} \frac{1}{s^2}$$

$$\psi = \begin{pmatrix} 2.376 \times 10^4 \\ 1.618 \times 10^4 \\ 1.189 \times 10^4 \\ 5.213 \times 10^3 \\ 1.796 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \frac{1}{s}$$

modální matice:

$$w := \text{eigenvcs}(A)$$

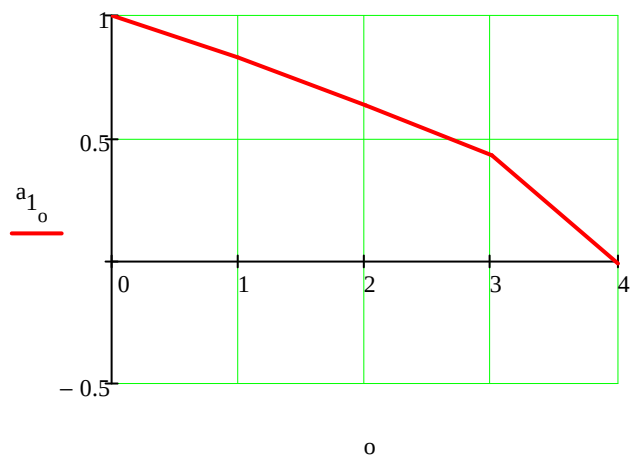
$$w^T = \begin{pmatrix} 0.139 & -0.348 & 0.823 & -0.427 & 0.001 \\ 0.803 & -0.502 & -0.006 & 0.321 & -0.001 \\ 0.915 & 0.112 & -0.23 & -0.311 & 0.002 \\ 0.663 & 0.552 & 0.418 & 0.283 & -0.008 \\ 0.447 & 0.447 & 0.447 & 0.447 & 0.447 \end{pmatrix}$$

$$o := 0..4$$

Tvary vlastních torzních výchylek:

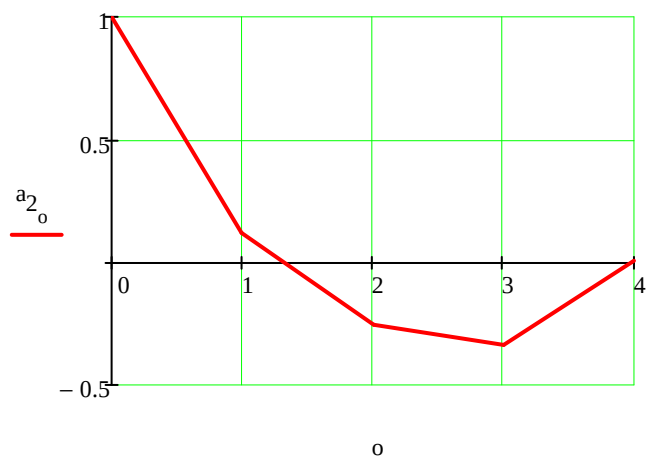
První tvar vlastních torzních výchylek:

$$a_{1_o} := \frac{w_{o,3}}{w_{0,3}} \quad a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.831 \\ 0.631 \\ 0.427 \\ -0.012 \end{pmatrix}$$



Druhý tvar vlastních torzních výchylek:

$$a_{2_o} := \frac{w_{o,2}}{w_{0,2}} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.122 \\ -0.252 \\ -0.339 \\ 0.002 \end{pmatrix}$$



Vlastní frekvence:

První vlastní úhlová frekvence:

$$\psi_3 = 5212.558 \frac{1}{s}$$

$$N_1 := \frac{\psi_3}{2 \cdot \pi}$$

$$N_1 = 829.604 \text{ Hz}$$

Druhá vlastní úhlová frekvence:

$$\psi_2 = 11893.365 \frac{1}{s}$$

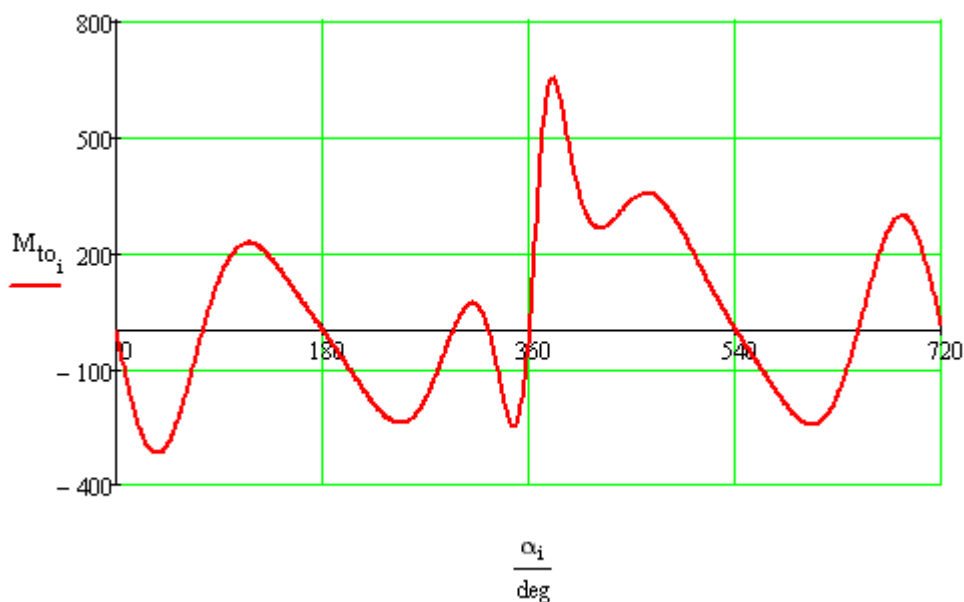
$$N_2 := \frac{\psi_2}{2 \cdot \pi}$$

$$N_2 = 1892.888 \text{ Hz}$$

Vynucené torzní kmitání

Fourierova analýza točivého momentu v komplexním oboru

$$M_{to_i} := F_{t_i} \cdot r$$



$$n := 720$$

$$k := 0..24$$

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

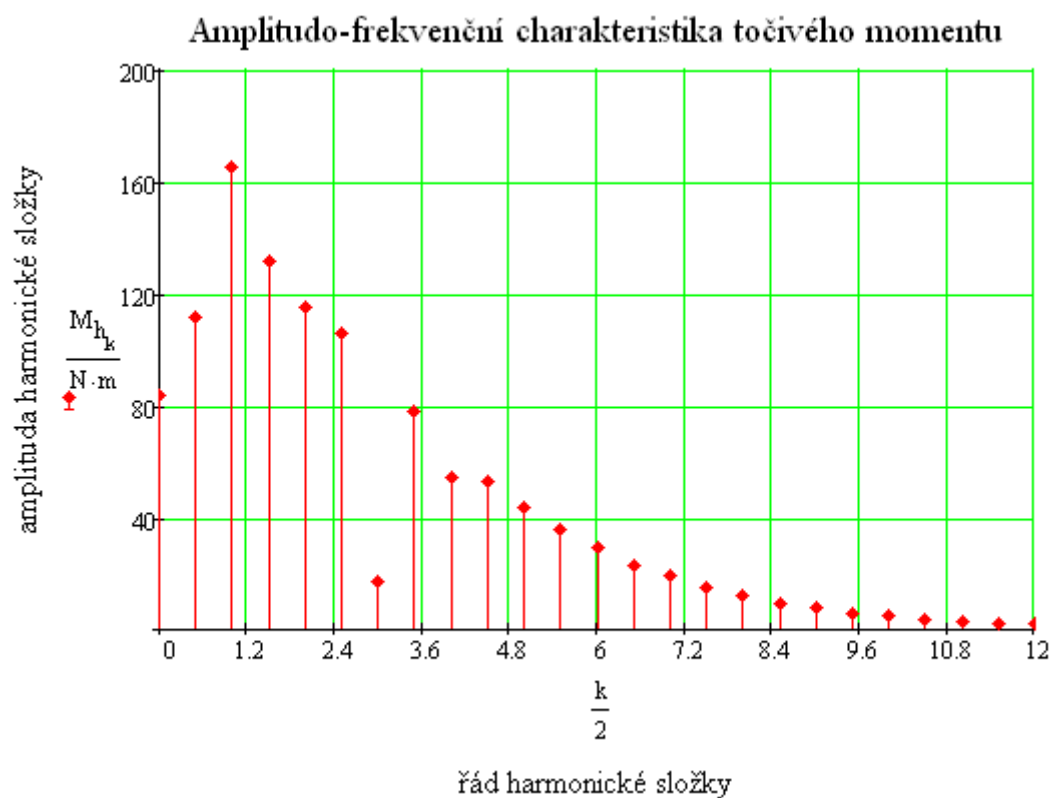
$$h_k := \frac{2}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left[M_{to_i} \cdot e^{\left(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{n} \right) \cdot j} \right]$$

Reálná složka: $a_{h_k} := \text{Re}(h_k)$

Imaginární složka: $b_{h_k} := \text{Im}(h_k)$

Absolutní složka: $M_{h_k} := |h_k|$

$\kappa =$	$\frac{k}{2} =$	$\frac{\text{Re}(h_k)}{N \cdot m} =$	$\frac{\text{Im}(h_k)}{N \cdot m} =$	$\frac{ h_k }{N \cdot m} =$
0	0	83.232	0	83.232
0.5	0.5	-85.749	-71.491	111.642
1	1	45.27	158.478	164.817
1.5	1.5	-13.017	-131.049	131.694
2	2	0.726	-114.936	114.938
2.5	2.5	11.137	-105.433	106.02
3	3	-11.203	-13.109	17.244
3.5	3.5	15.602	-76.047	77.631
4	4	-15.657	52.178	54.477
4.5	4.5	16.158	-50.248	52.782
5	5	-14.007	41.352	43.66
5.5	5.5	13.567	-32.672	35.377
6	6	-11.87	26.724	29.242
6.5	6.5	11.001	-20.266	23.06
7	7	-9.125	16.693	19.024
7.5	7.5	8.432	-12.362	14.964
8	8	-6.84	10.107	12.204
8.5	8.5	6.22	-7.344	9.624
9	9	-5.042	5.842	7.717
9.5	9.5	4.444	-4.062	6.021
10	10	-3.568	3.243	4.821
10.5	10.5	3.174	-2.172	3.846
11	11	-2.589	1.712	3.103
11.5	11.5	2.224	-0.988	2.434
12	12	-1.815	0.807	1.986



Rezonanční otáčky motoru

Rezonanční otáčky pro 1. vlastní frekvenci: $n_{1rez}(\kappa) := \frac{N_1}{\kappa}$

Rezonanční otáčky pro 2. vlastní frekvenci: $n_{2rez}(\kappa) := \frac{N_2}{\kappa}$

$\kappa := 0.5, 1.. 12$

$\kappa =$	$\frac{n_{1rez}(\kappa)}{\min} - 1 =$	$\frac{n_{2rez}(\kappa)}{\min} - 1 =$
0.5	99553	227147
1	49776	113573
1.5	33184	75716
2	24888	56787
2.5	19911	45429
3	16592	37858
3.5	14222	32450
4	12444	28393
4.5	11061	25239
5	9955	22715
5.5	9050	20650
6	8296	18929
6.5	7658	17473
7	7111	16225
7.5	6637	15143
8	6222	14197
8.5	5856	13362
9	5531	12619
9.5	5240	11955
10	4978	11357
10.5	4741	10817
11	4525	10325
11.5	4328	9876
12	4148	9464

Klikový hřídel s přesazením ojnicích čepů a nerovnoměrným intervalem zážehu

Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci

$i_o := 1..2$ $i_o =$ $\kappa_k := 0.5 \cdot k$

1
2

$j := 0..1$

rozestupy mezi zážehy jednotlivých válců:

(první člen nemá význam, pouze pro potřebu výpočtu)

$$\underline{\alpha}_k := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 180 \end{pmatrix} \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 0.5; 2.5; 4.5; 6.5; 8.5; 10.5$

$$\varepsilon_1 := \sqrt{\left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{1_{io}} \cdot \sin(\kappa_1 \cdot v_{io}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{1_{io}} \cdot \cos(\kappa_1 \cdot v_{io}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_1 = 1.044$$

Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 1; 3; 5; 7; 9; 11$

$$\varepsilon_2 := \sqrt{\left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{1_{io}} \cdot \sin(\kappa_2 \cdot v_{io}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{1_{io}} \cdot \cos(\kappa_2 \cdot v_{io}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_2 = 0.201$$

Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 1.5; 3.5; 5.5; 7.5; 9.5; 11.5$

$$\varepsilon_3 := \sqrt{\left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{1_{io}} \cdot \sin(\kappa_3 \cdot v_{io}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{1_{io}} \cdot \cos(\kappa_3 \cdot v_{io}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_3 = 1.044$$

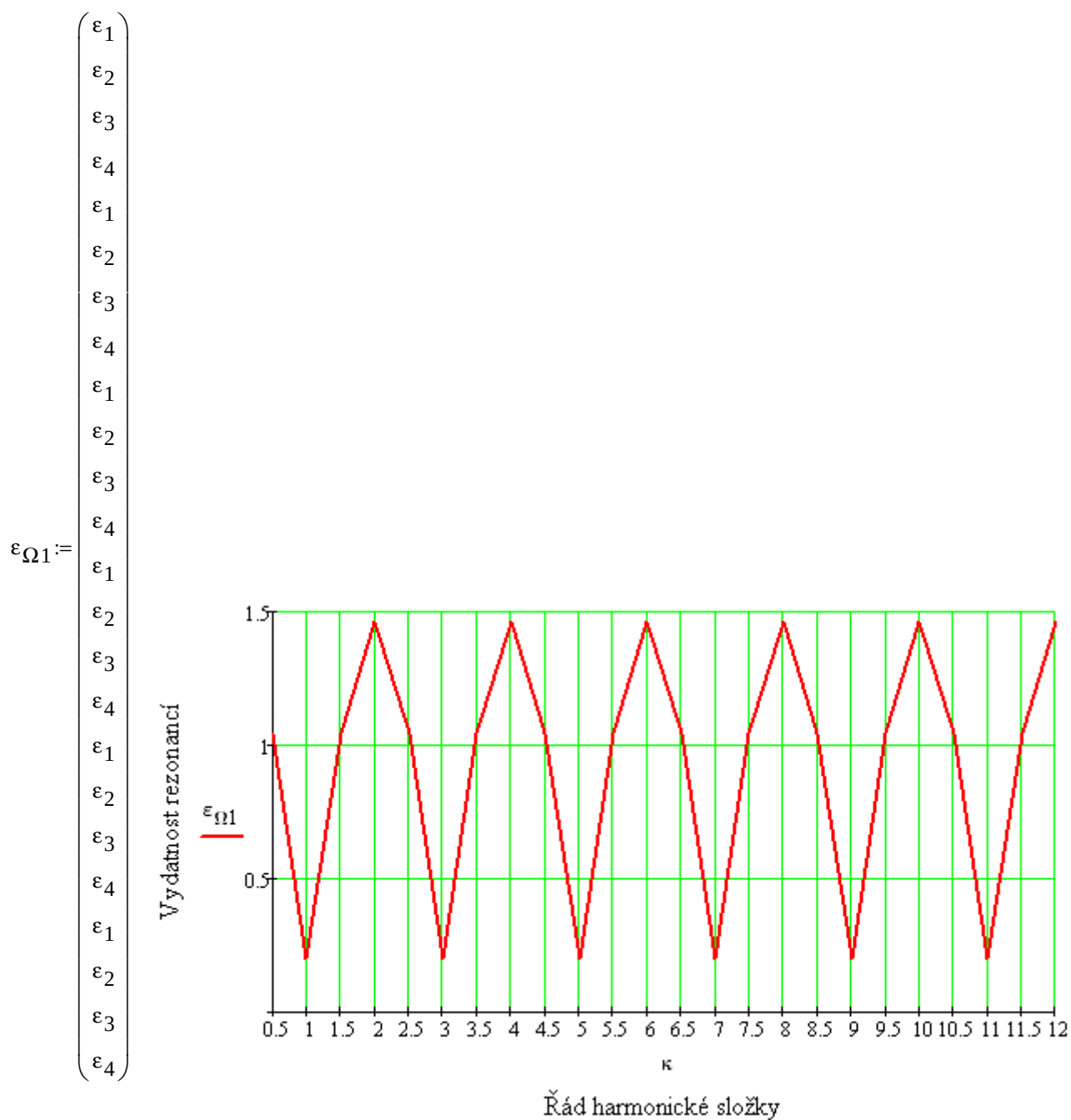
Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 2; 4; 6; 8; 10; 12$

$$\varepsilon_4 := \sqrt{\left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{1_{io}} \cdot \sin(\kappa_4 \cdot v_{io}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{1_{io}} \cdot \cos(\kappa_4 \cdot v_{io}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_4 = 1.462$$

$j := 0..23$

$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$



Vydatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

$$j := 0..1$$

úhel natočení jednotlivých klikových ramen vůči sobě: $\alpha_k := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 180 \end{pmatrix} \text{deg}$
(první člen nemá význam, pouze pro potřebu výpočtu)

Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 0.5; 2.5; 4.5; 6.5; 8.5; 10.5$

$$\varepsilon'_1 := \sqrt{\left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{2_{i_o}} \cdot \sin(\kappa_1 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{2_{i_o}} \cdot \cos(\kappa_1 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon'_1 = 0.28$$

Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 1; 3; 5; 7; 9; 11$

$$\varepsilon'_2 := \sqrt{\left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{2_{i_o}} \cdot \sin(\kappa_2 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{2_{i_o}} \cdot \cos(\kappa_2 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon'_2 = 0.374$$

Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 1.5; 3.5; 5.5; 7.5; 9.5; 11.5$

$$\varepsilon'_3 := \sqrt{\left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{2_{i_o}} \cdot \sin(\kappa_3 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{2_{i_o}} \cdot \cos(\kappa_3 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon'_3 = 0.28$$

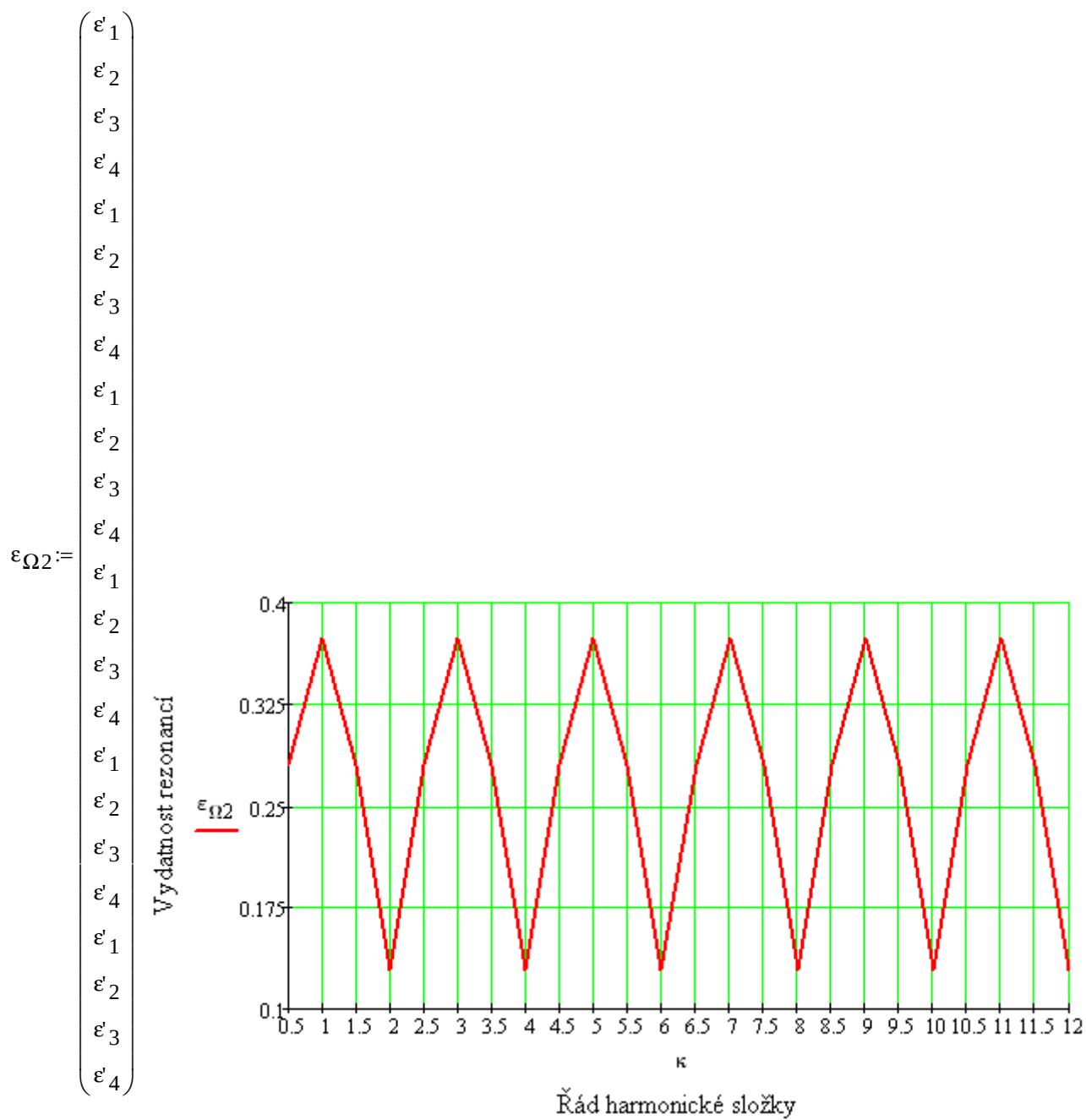
Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 2; 4; 6; 8; 10; 12$

$$\varepsilon'_4 := \sqrt{\left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{2_{i_o}} \cdot \sin(\kappa_4 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{2_{i_o}} \cdot \cos(\kappa_4 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon'_4 = 0.129$$

$j := 0..23$

$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$



Výpočet torzních vychylek v rezonanci pro první vlastní frekvenci

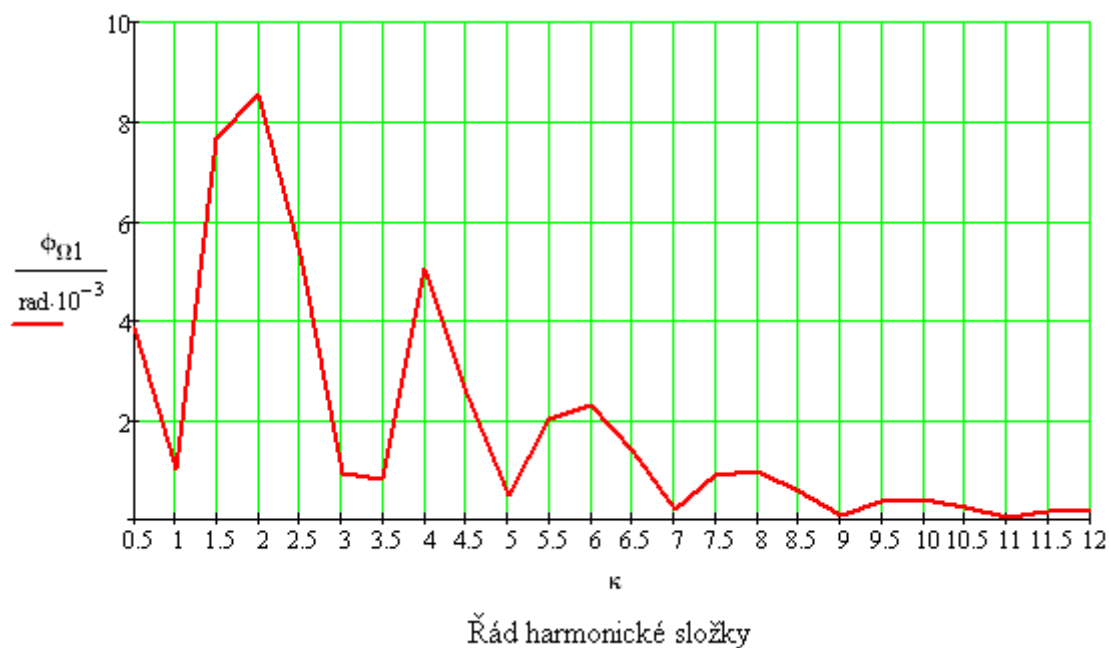
Velikost tlumících odporů:

$$\xi := 1.5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzní vychylky v rezonanci pro první vlastní frekvenci

$$\phi_{\Omega 1_j} := \frac{M_{h_j} \cdot \varepsilon_{\Omega 1_j}}{\psi_3 \cdot \xi \cdot \left(\sum_o a_1 \right)}$$

$\kappa_j =$	$\frac{\phi_{\Omega 1_j}}{\text{rad} \cdot 10^{-3}} =$
0.5	3.861
1	0.996
1.5	7.645
2	8.559
2.5	5.332
3	0.946
3.5	0.8
4	5.045
4.5	2.527
5	0.471
5.5	2.025
6	2.299
6.5	1.356
7	0.206
7.5	0.882
8	0.973
8.5	0.566
9	0.086
9.5	0.358
10	0.391
10.5	0.224
11	0.034
11.5	0.144
12	0.158



Výpočet torzních výchylek v rezonanci pro druhou vlastní frekvenci

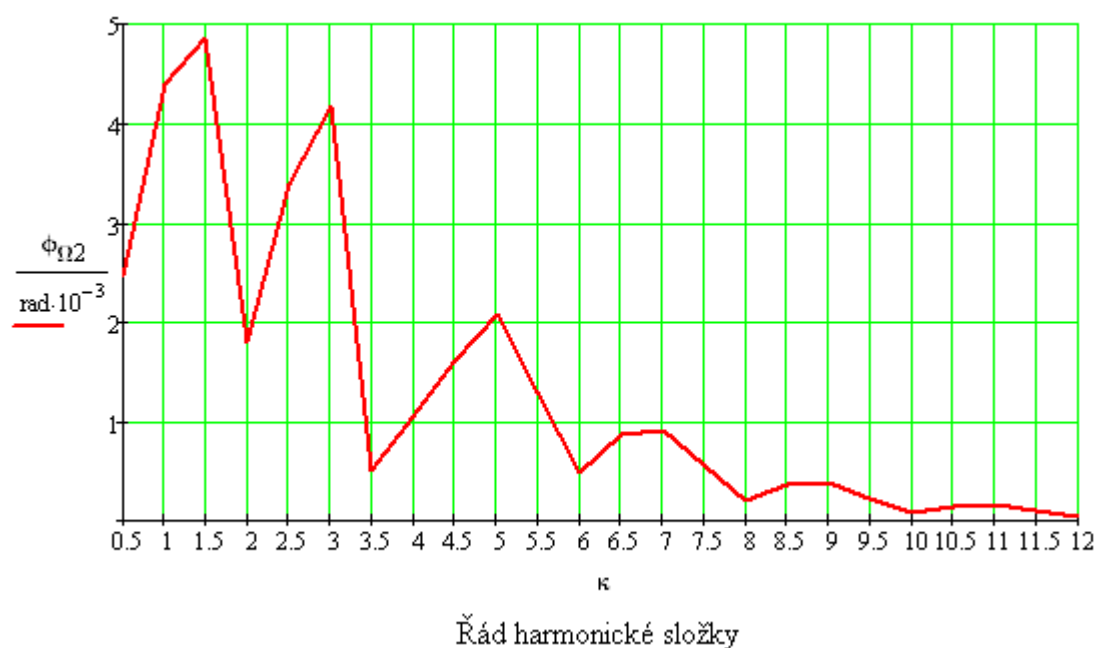
Velikost tlumících odporů:

$$\xi_{AA} := 1.5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzní výchylky v rezonanci pro první vlastní frekvenci

$$\phi_{\Omega 2_j} := \frac{M_{h_j} \cdot \varepsilon_{\Omega 2_j}}{\psi_2 \cdot \xi \cdot \left(\sum_o a_2 \right)}$$

$\kappa_j =$	$\frac{\phi_{\Omega 2_j}}{\text{rad} \cdot 10^{-3}} =$
0.5	2.45
1	4.392
1.5	4.851
2	1.79
2.5	3.383
3	4.171
3.5	0.508
4	1.055
4.5	1.603
5	2.076
5.5	1.285
6	0.481
6.5	0.861
7	0.907
7.5	0.56
8	0.203
8.5	0.359
9	0.379
9.5	0.227
10	0.082
10.5	0.142
11	0.151
11.5	0.091
12	0.033



Přídavné torzní napětí v rezonanci při první vlastní frekvenci

$$\Delta a_{2.3} := a_{1_2} - a_{1_3}$$

$$\Delta a_{2.3} = 0.204$$

$$M_{t2.3} := \phi_{\Omega_{1_{20}}} \cdot \Delta a_{2.3} \cdot c_2$$

$$M_{t2.3} = 62.588 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\tau_p := \frac{M_{t2.3}}{W_{\tau_{0c}}}$$

$$\tau_p = 2.55 \text{ MPa}$$

Klikový hřídel s přesazením ojnicích čepů a pravidelným intervalem zážehu**Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci**

$$i_o := 1..2$$

$$i_o =$$

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

1
2

$$j := 0..1$$

rozestupy mezi zážehy jednotlivých válců:

(první člen nemá význam, pouze pro potřebu výpočtu)

$$\underline{v} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 360 \end{pmatrix} \text{ deg}$$

Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 0.5; 1.5; 2.5; 3.5; 4.5; 5.5; 6.5; 7.5; 8.5; 9.5; 10.5; 11.5$

$$\varepsilon_{1v} := \sqrt{\left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{1_{i_o}} \cdot \sin(\kappa_1 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{1_{i_o}} \cdot \cos(\kappa_1 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_1 = 0.201$$

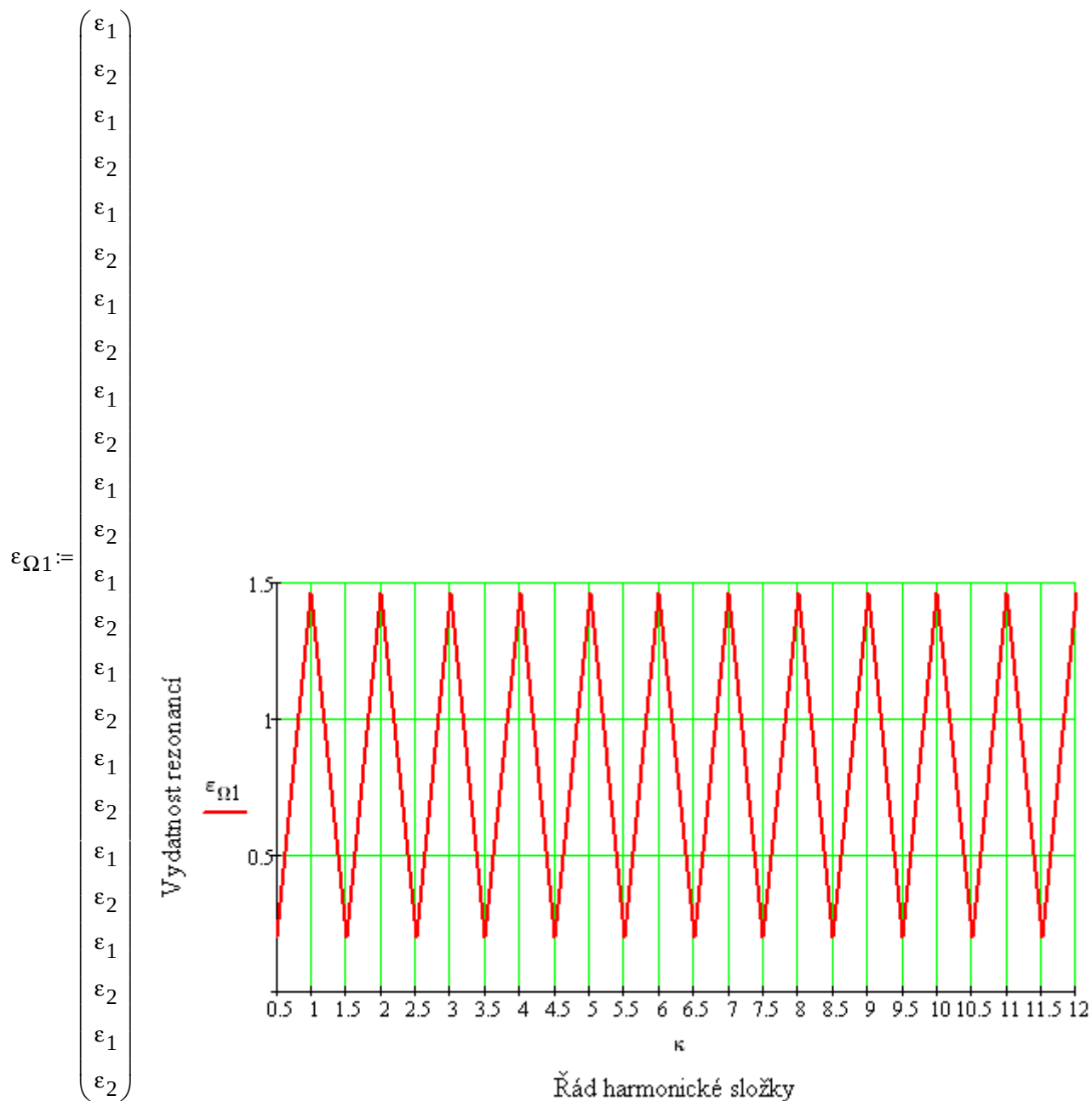
Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12$

$$\varepsilon_{2v} := \sqrt{\left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{1_{i_o}} \cdot \sin(\kappa_2 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{i_o=1}^2 \left(a_{1_{i_o}} \cdot \cos(\kappa_2 \cdot v_{i_o}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_2 = 1.462$$

$j := 0..23$

$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$



Vydatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

$$j := 0..1$$

rozestupy mezi zážehy jednotlivých válců:
(první člen nemá význam, pouze pro potřebu výpočtu)

$$\mathbf{v}_k := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 360 \end{pmatrix} \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 0.5; 2.5; 4.5; 6.5; 8.5; 10.5$

$$\varepsilon'_{1k} := \sqrt{\left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{2io} \cdot \sin(\kappa_1 \cdot v_{io}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{2io} \cdot \cos(\kappa_1 \cdot v_{io}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon'_1 = 0.374$$

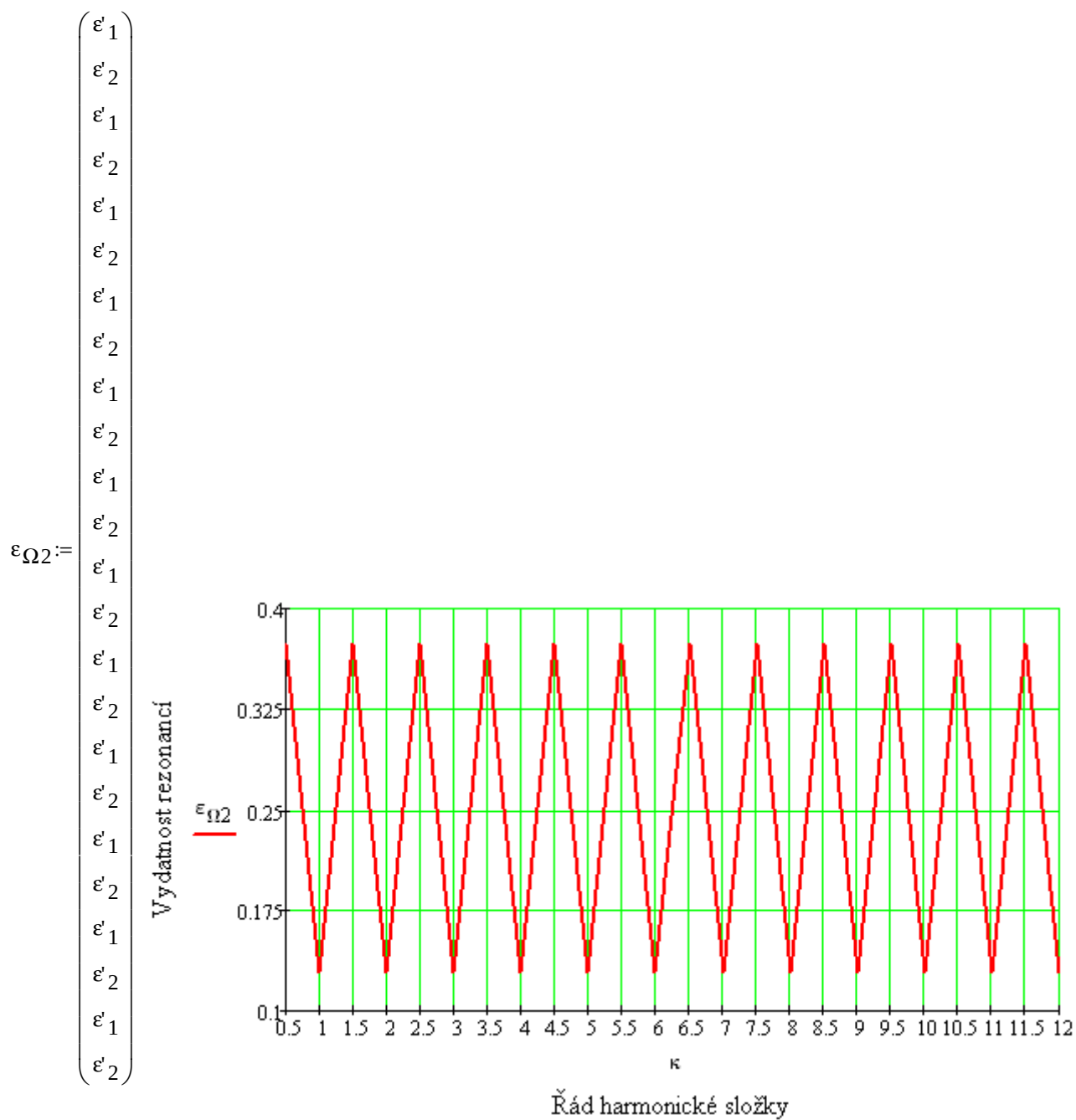
Vydatnost rezonance pro řád: $\kappa = 1; 3; 5; 7; 9; 11$

$$\varepsilon'_{2k} := \sqrt{\left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{2io} \cdot \sin(\kappa_2 \cdot v_{io}) \right) \right]^2 + \left[\sum_{io=1}^2 \left(a_{2io} \cdot \cos(\kappa_2 \cdot v_{io}) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon'_2 = 0.129$$

$j := 0..23$

$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$



Výpočet torzních výchylek v rezonanci pro první vlastní frekvenci

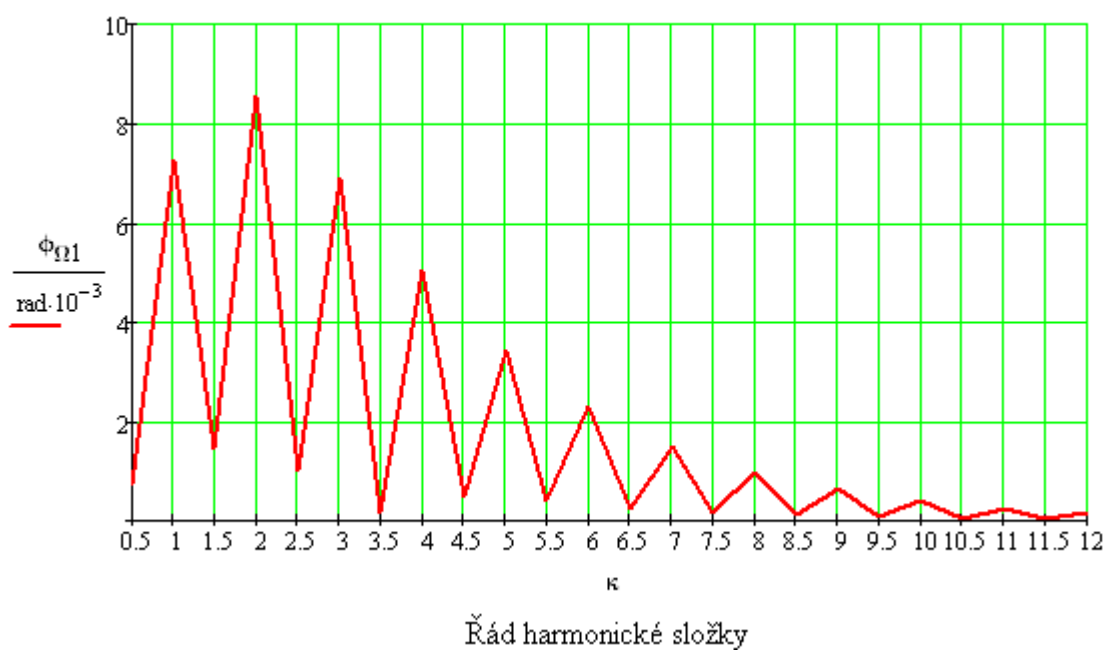
Velikost tlumících odporů:

$$\xi_{AA} := 1.5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzní výchylky v rezonanci pro první vlastní frekvenci

$$\phi_{\Omega 1_j} := \frac{M_{h_j} \cdot \varepsilon_{\Omega 1_j}}{\psi_3 \cdot \xi_j \cdot \left(\sum_o a_1 \right)}$$

$\kappa_j =$	$\frac{\phi_{\Omega 1_j}}{\text{rad} \cdot 10^{-3}} =$
0.5	0.743
1	7.256
1.5	1.471
2	8.559
2.5	1.026
3	6.89
3.5	0.154
4	5.045
4.5	0.486
5	3.43
5.5	0.39
6	2.299
6.5	0.261
7	1.499
7.5	0.17
8	0.973
8.5	0.109
9	0.625
9.5	0.069
10	0.391
10.5	0.043
11	0.25
11.5	0.028
12	0.158



Výpočet torzních výchylek v rezonanci pro druhou vlastní frekvenci

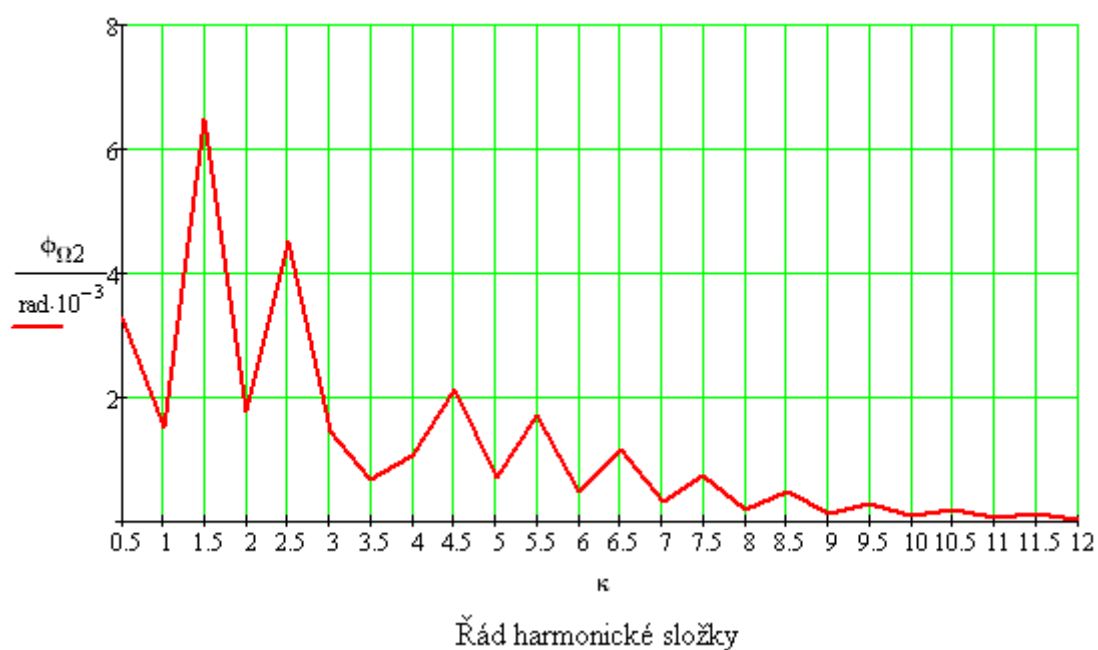
Velikost tlumících odporů:

$$\xi_{\omega\omega} := 1.5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzní výchylky v rezonanci pro první vlastní frekvenci

$$\phi_{\Omega_j^2} := \frac{M_{h_j} \cdot \varepsilon \cdot \Omega_j^2}{\psi_2 \cdot \xi \cdot \left(\sum_o a_{2_o} \right)}$$

$\kappa_j =$	$\frac{\phi_{\Omega 2_j}}{\text{rad} \cdot 10^{-3}} =$
0.5	3.274
1	1.517
1.5	6.484
2	1.79
2.5	4.522
3	1.441
3.5	0.678
4	1.055
4.5	2.143
5	0.717
5.5	1.718
6	0.481
6.5	1.15
7	0.313
7.5	0.748
8	0.203
8.5	0.48
9	0.131
9.5	0.304
10	0.082
10.5	0.19
11	0.052
11.5	0.122
12	0.033



Přídavné torzní napětí v rezonanci při první vlastní frekvenci

$$\Delta a_{2,3} := a_{1_2} - a_{1_3}$$

$$\Delta a_{2,3} = 0.204$$

$$M_{t2,3} := \phi_{18} \cdot \Delta a_{2,3} \cdot c_2$$

$$M_{t2,3} = 19.268 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\tau_p := \frac{M_{t2,3}}{W_{\tau 0c}}$$

$$\tau_p = 0.785 \text{ MPa}$$