



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MATEMATIKY

INSTITUTE OF MATHEMATICS

**TEORETICKÉ VLASTNOSTI A APLIKACE POKROČILÝCH
MODELŮ PLÁNOVANÉHO EXPERIMENTU**

THEORETICAL PROPERTIES AND APPLICATIONS OF ADVANCED DESIGNS OF EXPERIMENT

TEZE DIZERTAČNÍ PRÁCE

SHORT VERSION OF DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. Pavel Hrabec

ŠKOLITEL

SUPERVISOR

Ing. Josef Bednář, Ph.D.

BRNO 2019

Abstrakt

Metodologie plánovaného experimentu se v posledních desetiletích stala nedílnou součástí optimalizace výrobních procesů. Toto téma je stále aktuální zejména pro množství odlišných přístupů využívaných ke sběru a vyhodnocení dat. V různých oblastech výzkumu a vývoje se však často nebere ohled na případné nedostatky způsobené použitím zvoleného postupu, nebo dokonce předpoklady nutné pro vybraný postup. Tato práce shrnuje teoretický základ vybraných plánovaných experimentů. Popisuje některé realizace centrálního kompozitního plánu pro pět vysvětlujících proměnných z oblasti elektroerozivního drátového řezání. Nakonec porovnává různé plány experimentu pro odezvové plochy pěti vysvětlujících proměnných a popisuje jejich vlastnosti vzhledem k algoritmické selekci statisticky významných regresorů.

Abstract

The methodology of the design of experiment has become an integral part of the optimisation of manufacturing processes in recent decades. Problems regarding designs of experiments are still up to date, especially because of a variety of approaches to collecting and evaluating data. Scientists in different research and development areas often do not take into account possible shortcomings or even essential assumptions of selected design and/or its evaluation methods. This dissertation thesis summarizes theoretical bases of selected designs of experiments. Describes several applications of central composite design on responses regarding wire electrical discharge machining process. And compares different designs of experiment for response surfaces of five parameters with regards to algorithmic selection of statistically significant parameters.

klíčová slova

plánovaný experiment, metodologie odezvových ploch, faktorový plán experimentu, regresní analýza, centrální kompozitní plán, Boxův-Behnkenův plán, algoritmická selekce významných regresorů

keywords

design of experiment, response surface methodology, factorial design, regression analysis, central composite design, Box-Behnken design, algorithmic selection of significant parameters

Úvod	7
1 Elektroerozivní drátové řezání	9
2 Publikované modely používající DoE	11
2.1 Model řezné rychlosti WEDM hliníkové slitiny 7475-T7351	13
2.2 Model drsnosti povrchu P_q po WEDM čistého hliníku	15
2.3 Modely řezné rychlosti inconelu 625 pro různé orientace řezu	18
3 Vlastnosti algoritmické selekce regresorů vzhledem k DoE	23
3.1 Přehled známých nedostatků	23
3.2 Výsledky numerických simulací	24
Závěr	31
Literatura	33

V moderní průmyslové výrobě je již takřka nemožné dosáhnout zlepšení procesu bez použití pokročilých statistických metod. S nadsázkou se dá tvrdit, že všechna zlepšení, odhalitelná „pouhým okem“ nebo „expertním odhadem“ (bez použití statistiky), již byla implementována. Proto je v dnešním vysoce konkurenčním prostředí použití statistických metod pro zlepšování procesu naprostou nutností. Velmi oblíbenou statistickou metodou je plánovaný experiment (DoE). DoE je hojně využíván zejména pro svou efektivitu. Pokud se DoE navrhne „správně“, získáme „velké množství informací“ s použitím „výrazně menšího“ počtu měření (srovnáváme-li s podobnými experimenty bez použití metodologie DoE). K vyhodnocení naměřených dat jsou nejčastěji používány ověřené a známé nástroje regresní analýzy. Výsledkem, korektně vyhodnocených dat, získaných pomocí plánovaného experimentu, často bývá matematický model zvolené odezvy na sledovaných vstupních proměnných. Tento model pak umožňuje ve zvoleném slova smyslu „optimalizovat“ nastavení statisticky významných faktorů. Plánovaný experiment je stále aktuální, přestože základy této metodologie byly publikovány již v první polovině dvacátého století jedním z velikánů statistiky, R. A. Fisherem.

Stinnou stránkou obrovského rozšíření metod plánovaného experimentu je, že různé, často i velmi pokročilé plány experimentů, bývají „zneužity“ k úplně jiným účelům, než byly původně odvozeny. Nejčastějším „prohřeškem“ experimentátorů bývá selekce plánu experimentu pouze na základě minimalizace počtu potřebných měření, nehledě na další vlastnosti těchto plánů. Tento fakt lze považovat za hlavní příčinu „přehnaně horlivého“ používání Taguchiho plánů experimentu, které, mimo jiné, předpokládají naprostou neexistenci interakcí mezi hlavními faktory, což v obecném případě rozhodně neplatí.

První kapitola velice stručně popisuje proces elektroerozivního drátového řezání (WEDM), neboť toto byla nejčastější problematika, na níž bylo autorovi umožněno aplikovat znalosti plánů experimentu a jejich statistického vyhodnocení. Zbytek práce se pak věnuje plánovanému experimentu a to od „teoretických“ základů, přes aplikace, až po numerické simulace algoritmické selekce statisticky významných regresorů.

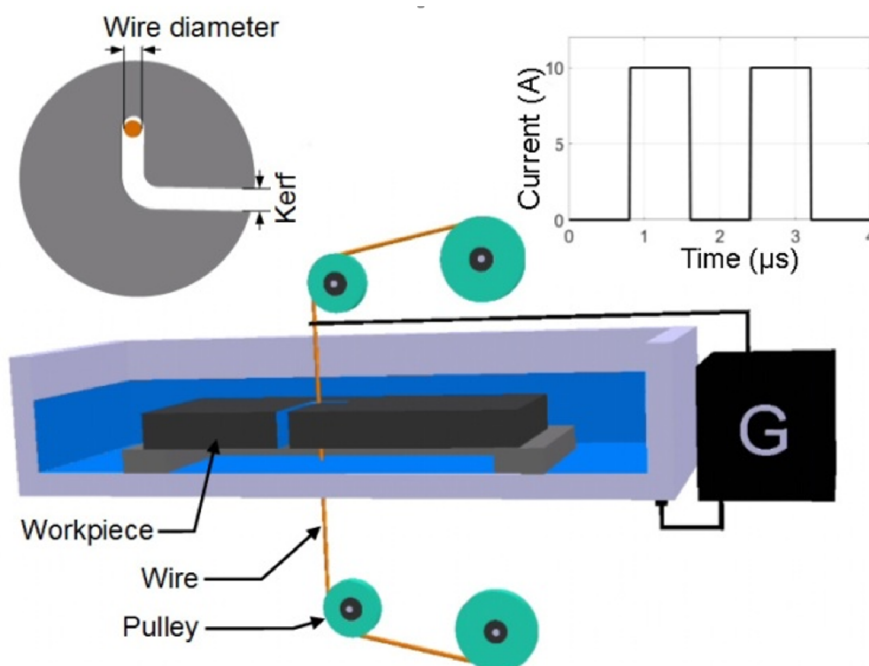
Cíle disertační práce

Cílem disertační práce bude na základě dat získaných během experimentů elektroerozivního drátového řezání vygenerovat sady „podobných“ dat, ve smyslu významnosti sledovaných faktorů a variability procesu, a na těchto datech testovat vlastnosti různých plánů experimentu, zejména těch často používaných v odborné literatuře týkající se WEDM. Cíle tedy lze rozdělit do tří hlavních bodů:

- 1) Sběr a vyhodnocení DoE aplikovaného na reálná data z procesu WEDM.
- 2) Vygenerování testovacích sad dat „podobných“ vlastností jako byly získány z procesu WEDM
- 3) Porovnání různých pokročilých plánů experimentu pro odezvové plochy. Zejména ve vztahu k algoritmické selekci regresorů.

Elektroerozivní drátové řezání

Elektroerozivní drátové řezání (WEDM) je nekonvenční technologie obrábění využívající k obrábění materiálu termoelektrických principů. Tento proces probíhá na dvou elektrodách současně při ponoření do pracovního média, kterým je vždy dielektrikum (kapalina s vysokým elektrickým odporem). V průběhu erodování je odtavován a odpařován obráběný materiál, díky působení periodických elektrických výbojů, které jsou elektrodou přiváděny na obrobek z generátoru formou impulzů o určité frekvenci a napětí. Celý proces je schematicky znázorněn na obrázku 1.1 (obrázek je převzat z [1]).



Obrázek 1.1: Schematické znázornění WEDM

Při elektroerozivním obrábění se nevyskytují klasické řezné síly, což umožňuje řezat všechny elektricky vodivé materiály bez ohledu na jejich tvrdost, houževnatost nebo mechanické vlastnosti. Obrobky je proto možné obrábět na konečné rozměry až po tepelném zpracování. Tato technologie umožňuje efektivní obrábění široké škály materiálů, jako jsou např. titanové a hliníkové slitiny, které jsou uplatněny v automobilovém a leteckém průmyslu. Elektroerozivní obrábění umožňuje obrábět měkké materiály bez jakékoliv jejich deformace, protože na obrobek nepůsobí žádné mechanické zatížení. WEDM je zásadní technologická operace v mnoha výrobních odvětvích, zejména v leteckém, automobilovém, armadním průmyslu a při výrobě lékařských nástrojů. V důsledku širokého

užití tohoto obráběcího procesu nároky na výkonnostní charakteristiky neustále rostou. Jde především o rozměrovou přesnost, rychlost úběru materiálu a chemickou a topografickou jakost obrobeného povrchu. Tyto charakteristiky jsou závislé na druhu obráběného materiálu a jeho tepelném zpracování, stavu stroje a především na volbě parametrů erodovacího procesu. V [1], [2], [3], [4], [5] a podobných studiích byly po předchozím testování zvoleny jako vysvětlující parametry pro plánovaný experiment (DoE) gap voltage (V), pulse on time (μs), pulse off time (μs), wire feed ($m \cdot min^{-1}$) a discharge current (A). Pozorovanými odezvami byly řezná rychlost ($mm \cdot min^{-1}$), různé charakteristiky drsnosti povrchu (všechny μm) a šířka mezery řezu (μm).

Plánovaný experiment - teorie

2.1. Metodologie odezvových ploch

Metodologie odezvových ploch je přirozeným rozšířením faktorových plánů. Umožňuje naplánovat experiment tak, aby odhalil i kvadratické efekty a tedy najít mnohem přesnější odezvou plochu procesu. To může hrát významnou roli při hledání optimálního nastavení parametrů s výrazným vlivem na celý proces. Kapitola je kompilátem z [8], [9], [10], [16] a [19].

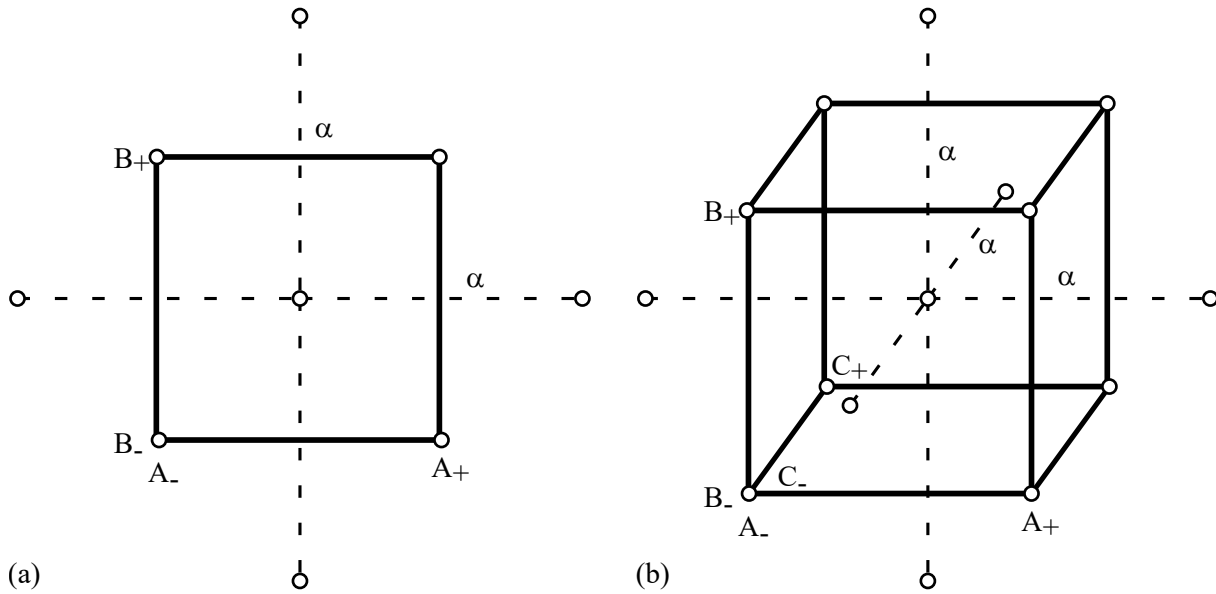
2.1.1. Centrální kompozitní plán

Centrální kompozitní plán umožňuje proložit změřenými daty odezvy polynom 2. stupně, používající všechny regresory $x_1, x_2, \dots, x_k$. Tedy pomocí metody nejmenších čtverců odhadnout koeficienty β v modelu (??)

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{i+k} x_i^2 + \sum_{i < j}^k \sum_{j=2}^k \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (2.1)$$

Pro odhad všech parametrů v tomto modelu je nutné, aby plán experimentu obsahoval minimálně $1 + 2k + k(k-1)/2$ různých bodů a alespoň tři úrovně v každé ze vstupních proměnných. Plán experimentu, který splní pouze tuto podmínku však bude satureovaný, tedy bude procházet všemi naměřenými hodnotami odezvy. Proto v takovém modelu nebude možné odhadnout variabilitu chybového členu, ani testovat statistickou významnost použitých regresorů.

Na rozdíl od faktorového plánu experimentu, centrální kompozitní plán (kvadráty) umožní výskyt minima (maxima) odezvy plochy i ve vnitřku k -rozměrné krychle. Centrální kompozitní plán experimentu je složením faktorového plánu, nebo částečného faktorového plánu s rozlišením alespoň V , s $2k$ axiálními body. Výsledný návrh tedy obsahuje $F = 2^{k-m}$ faktorových bodů, n_c centrálních bodů a $2k$ axiálních bodů. Z povahy tohoto plánu je zjevné, že experimenty je možné provádět po částech. Tedy nejprve provést faktorový plán s několika opakováními v centrálním bodě a až poté (pokud při vyhodnocení zjistíme statistickou významnost zakřivení) „doměřit“ axiální body, případně pro kontrolu přidat ještě několik opakování centrálního bodu. Centrální kompozitní plán experimentu je zobrazen na obrázku ??.



Obrázek 2.1: a) Schema centrálního kompozitního plánu pro dva faktory b) Schema centrálního kompozitního plánu pro tři faktory

Pro tři faktory bude plán experimentu tvořit krychli (s axiálními body a středem), pro k faktorů to podobně bude k -dimenzionální krychle. Axiální body jsou pak obecně vzdáleny $\pm\alpha$ od středu k -rozměrné krychle. Nejčastější volby α jsou $\sqrt[4]{F}$ a 1. Jestliže je $\alpha = 1$, leží axiální body ve středech stěn k -rozměrné krychle a axiální body se označují jako *face centered*. Bude-li vzdálenost axiálních bodů od středu $\alpha = \sqrt[4]{F}$ pak tento centrální kompozitní plán bude rotabilní. Rotabilní plán experimentu je takový, pro který je odhad rozptylu $\hat{Y}(x)$ konstantní na k -rozměrné sféře. Tato volba však nemusí být optimální (pokud je oblastí zájmu právě k -rozměrná krychle) a často v praxi ani není možná. Matice plánu pro dvoufaktorový centrální kompozitní plán pak bude

$$\begin{pmatrix} \text{konst.} & x_1 & x_2 & x_1^2 & x_2^2 & x_1x_2 \\ \hline 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\alpha & 0 & \alpha^2 & 0 & 0 \\ 1 & \alpha & 0 & \alpha^2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\alpha & 0 & \alpha^2 & 0 \\ 1 & 0 & \alpha & 0 & \alpha^2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

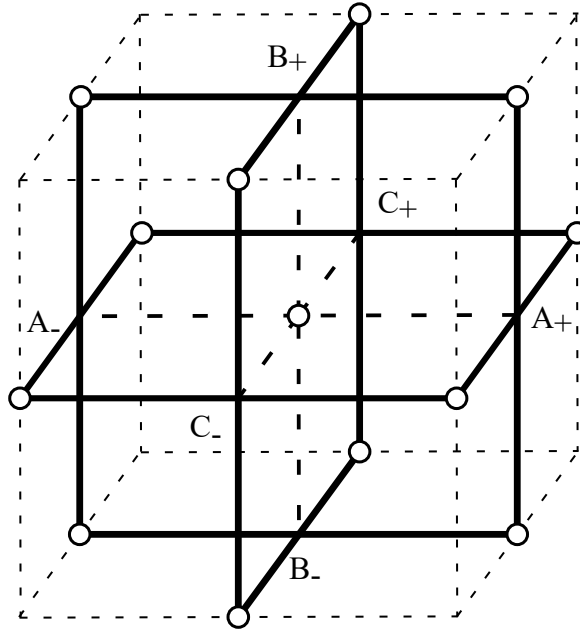
2.1.2. Boxův-Behnkenův plán

Máme-li alespoň tři vysvětlující proměnné, alternativou centrálního kompozitního plánu může být Boxův-Behnkenův plán, zejména pokud není možné použít více než tři úrovně

vysvětlujících proměnných. Cílem opět bude proložit daty pomocí metody nejmenších čtverců polynom 2. stupně popsáný v rovnici (??). Každý Boxův-Behnkenův plán je nekompletním trojúrovňovým faktorovým plánem. Na Boxovy-Behnkenovy plány pro tři až pět vysvětlujících proměnných pak lze pohlížet jako na „zkombinování“ dvojúrovňových úplných faktorových plánů experimentu pro dvě proměnné (ostatní proměnné nastavíme na „centrální hodnotu“). Pro 6, 7 a 9 vysvětlujících proměnných se Boxův-Behnkenův plán bude „skládat“ z úplných faktorových plánů pro tři proměnné. Pro deset vysvětlujících proměnných pak dokonce z faktorových plánů pro čtyři vysvětlující proměnné. V původním článku [8] autoři odvodili ještě plán experimentu pro jedenáct, dvanáct a šestnáct vysvětlujících proměnných. Označíme-li ± 1 jako vektor plus a minus jedniček seřazených tak, aby spolu v řádcích matice vytvořily všechny jedinečné kombinace. Bude matice Boxova-Behnkenova plánu pro tři vysvětlující proměnné (po přidání centrálních bodů) vypadat

$$\begin{pmatrix} konst. & x_1 & x_2 & x_3 & \dots \\ \hline 1 & \pm 1 & \pm 1 & 0 & \dots \\ 1 & \pm 1 & 0 & \pm 1 & \dots \\ 1 & 0 & \pm 1 & \pm 1 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{pmatrix}.$$

Pokud se měření pokusíme schematicky zobrazit, podobně jako pro centrální kompozitní plán, budou body pro měření ležet ve středech hran krychle (viz obrázek ??).



Obrázek 2.2: Schéma Boxova-Behnkenova plánu experimentu

Tahle vlastnost bude platit (v k -rozměrné krychli) pro $k < 6$, tedy dokud se Boxův-Behnkenův plán „skládá“ z úplných faktorových plánů pro dvě proměnné. Pro šest vysvětlujících proměnných bude matice plánu

$$\begin{pmatrix} konst. & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & \dots \\ \hline 1 & \pm 1 & \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 & \pm 1 & \dots \\ 1 & \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 & \dots \\ 1 & \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{pmatrix}.$$

Výhodou Boxových-Behnkenových plánů je, že jsou i bez použití další hodnoty ($\pm\alpha$ pro centrální kompozitní plán) vysvětlujících proměnných „téměř“ rotabilní a pro čtyři nebo sedm vysvětlujících proměnných jsou „přesně“ rotabilní.

2.1.3. Algoritmické selekce statisticky významných regresorů

Nedlouho po odvození testů hypotéz o podmodelech a jednotlivých regresních koeficientech vznikla snaha postavit na těchto nástrojích „automatickou“ selekci statisticky významných regresorů. Nejčastěji používané metody jsou popsány níže.

Dopředná selekce

Dopředná selekce začíná s modelem konstanty, ke kterému postupně přidává regresory s nejvyšším testovým kritériem, dokud lze přidávat. V každém kroku se tedy napočítají všechny „nadmodely“ rozšiřující stávající množinu použitých regresorů o jeden. Jestliže jsou podle výše popsaných testů hypotéz nalezeny statisticky významné regresory, které ještě nejsou zahrnuté v modelu, pak bude model obohacen o regresor s nejvyšším testovým kritériem (v absolutní hodnotě). Tento proces končí, když již žádný další regresor není na zvolené hladině významnosti statisticky významný, nebo pokud jsou přidány všechny do modelu všechny regresory. Vzhledem k „závažnosti“ chyby druhého druhu (nezahrnutí statisticky významného regresoru do modelu) někteří autoři a manuály statistických softwarů doporučují používat vyšší hladinu významnosti než je běžných 5 %.

Zpětná eliminace

Zpětná eliminace naopak začíná s plným modelem, ze kterého postupně odebírá regresory s testovým kritériem nejbližším nule. V každém kroku se napočítají všechny podmodely ochuzené o jeden regresor. Jestliže se ve stávajícím modelu necházejí statisticky nevýznamné regresory bude z modelu vyloučen ten s testovým kritériem nejbližším nule. Tento proces končí, pokud v modelu již nezůstávají žádné statisticky nevýznamné regresory na zvolené hladině významnosti.

Stepwise

Metoda stepwise (schodovitá) pak kombinuje předešlé postupy. Začíná s modelem konstanty a v každém kroku se nejdříve pokusí o dopřednou selekci. Nelze-li přidat další regresor, pokusí se naopak pomocí zpětné eliminace některý z regresorů vyloučit. Proces končí když k danému modelu není možné na základě testů hypotéz na zvolených hladinách významnosti přidat žádný regresor, ani z modelu regresor odebrat. Podobně jako při dopředné selekci bývá doporučována větší hladina významnosti než je obvyklých 5 %. Zvolená hladina významnosti pro vstup do modelu a pro vyřazení z modelu se může lišit. Hladina významnosti pro vstup však musí vždy být větší nebo rovna hladině významnosti pro vyřazení. V opačném případě by algoritmus uvízl v nekonečném cyklu.

Hierarchický model

Algoritmy popsané výše lze doplnit požadavkem na hierarchický model. Hierarchický model obsahuje i statisticky nevýznamné regresory, pokud jsou „součástí“ efektů vyšších řádů. Příkladem je zahrnutí statisticky nevýznamného lineárního členu, vyskytuje-li se ve statisticky významné interakci. Důvodem pro tento požadavek může být snaha o nalezení „nejlepší“ funkce určené statisticky významnými členy vyšších řádů. Další výhodou hierarchického modelu je zjednodušená interpretace výsledků. Pokud je totiž data nutné transformovat pro výpočet a pak zpět výsledná rovnice modelu v původním rozsahu proměnných bude díky roznásobení obsahovat větší počet členů než je v modelu statisticky významných regresorů.

Publikované modely používající DoE

V dalším budou popsány a rozšířeny studie používající DoE pro modelování odezev po WEDM. Konkrétně se jedná o experimenty sledující drsnosti povrchu po obrobení čistého hliníku [5] a řezné rychlosti různých materiálů ([4] a [3]). Podobný rozbor studií [2] a [1] je k nalezení v plné verzi dizertační práce. Vzorky byly vždy obráběny na vysoce přesném pětiosém přístroji MAKINO EU64 s elektrodou z bronzového drátu o průměru $0,25\text{ mm}$. Jako dielektrikum byla v obráběcím procesu použita deionizovaná voda. Na základě důkladné studie [17] bylo identifikováno 5 parametrů, které by měly mít největší vliv na proces WEDM. To jsou gap voltage (V), pulse on time (μs), pulse off time (μs), wire feed ($m \cdot min^{-1}$) a discharge current (A). Rozsah pozorování zmíněných parametrů byl zapsán do tabulky 2.1.

Tabulka 3.1: Maxima a minima parametrů WEDM vstupujících do DoE

parametr	gap voltage (V)	pulse on time (μs)	pulse off time (μs)	wire feed ($m \cdot min^{-1}$)	discharge current (A)
minimum	50	6	30	10	25
maximum	70	10	50	14	35

Hladina významnosti pro veškeré další testování hypotéz bylo zvolena 5 %. Jako nejvhodnější plán experimentu byl zvolen centrální kompozitní plán, skládající se z polovičního faktorového plánu pro 5 faktorů (2^{5-1}) doplněného „face centered“ axiálními body a 7 centrálními body. Celkem tedy bylo provedeno 33 experimentů. Hlavním důvodem výběru tohoto plánu byla minimalizace nákladů na experimenty. Pro 5 faktorů a více použití částečných faktorových plánů umožňuje „stlačit“ nutný počet měření pod počet nutný k implementaci Boxova-Bhenkenova plánu. Nastavení parametrů pro pozorování libovolné odezvy podle zvoleného DoE jsou shrnuta v tabulce 2.2.

Tabulka 3.2: Pozorovaná nastavení parametřů WEDM

číslo vzorku	typ bodu	gap voltage (V)	pulse on time (μs)	pulse off time (μs)	wire feed ($m \cdot min^{-1}$)	discharge current (A)
1	axiální	70	8	40	12	30
2	axiální	60	8	30	12	30
3	axiální	60	8	40	12	25
4	axiální	60	10	40	12	30
5	axiální	50	8	40	12	30
6	axiální	60	8	50	12	30
7	axiální	60	6	40	12	30
8	axiální	60	8	40	12	35
9	axiální	60	8	40	10	30
10	axiální	60	8	40	14	30
11	centrální	60	8	40	12	30
12	faktorový	50	6	30	10	35
13	faktorový	70	10	50	10	25
14	faktorový	70	10	30	10	35
15	centrální	60	8	40	12	30
16	faktorový	70	6	50	10	35
17	faktorový	70	10	50	14	35

číslo vzorku	typ bodu	gap voltage (V)	pulse on time (μs)	pulse off time (μs)	wire feed ($m \cdot min^{-1}$)	discharge current (A)
18	centrální	60	8	40	12	30
19	centrální	60	8	40	12	30
20	faktorový	70	6	50	14	25
21	faktorový	50	6	30	14	25
22	centrální	60	8	40	12	30
23	faktorový	70	10	30	14	25
24	faktorový	50	6	50	10	25
25	centrální	60	8	40	12	30
26	faktorový	50	10	50	14	25
27	faktorový	50	10	30	10	25
28	faktorový	50	6	50	14	35
29	faktorový	50	10	50	10	35
30	faktorový	70	6	30	14	35
31	faktorový	50	10	30	14	35
32	centrální	60	8	40	12	30
33	faktorový	70	6	30	10	25

Z tabulky 2.2 je zřejmé, že pořadí experimentů bylo znáhodněno a opakovaná měření probíhají alespoň v centrálním bodě. Kromě toho byl experiment rozdělen do dvou bloků. První blok tvoří prvních jedenáct pozorování (axiální body a jeden centrální bod), druhý blok tvoří 22 pozorování (faktorové body a 6 centrálních bodů). Plán experimentu podle tabulky 2.2 byl použit ke sběru dat ve všech následujících studiích.

3.1. Model řezné rychlosti WEDM hliníkové slitiny 7475-T7351

Tato sekce je shrnutím a rozšířením výsledků [4]. Cílem této sady experimentů bylo nalezení optimálního nastavení parametrů pro maximalizaci řezné rychlosti WEDM hliníkové slitiny 7475-T7351. Kromě řezné rychlosti byl během experimentů zaznamenáván i počet přetržení elektrody. Zvolený centrální kompozitní plán experimentu pro 5 vybraných parametrů je shrnut v tabulce 2.2. Pro vyloučení statisticky významných regresorů byla použita metoda „stepwise“. Výsledný model je matematicky popsán v rovnici 2.1.

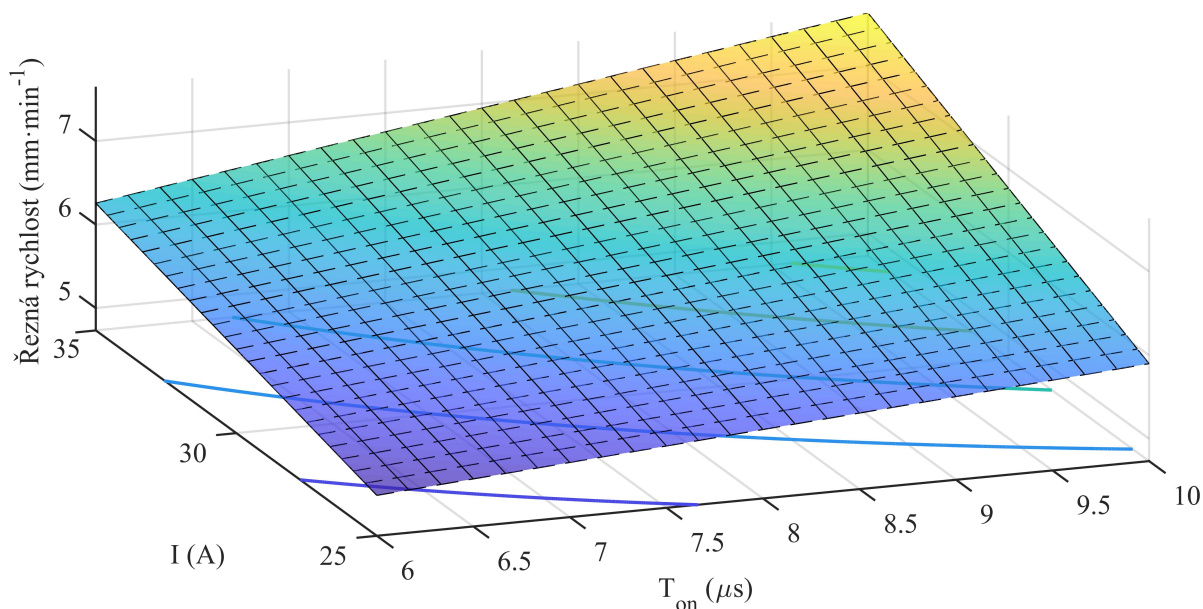
$$v_c = 8,71 - 0,0011 \cdot I - 0,267 \cdot T_{on} - 0,11222 \cdot T_{off} + 0,01750 \cdot I \cdot T_{on}, \quad (3.1)$$

kde v_c je řezná rychlost, I je discharge current, T_{on} je pulse on time a T_{off} je pulse off time. V tabulce 2.3 jsou zobrazeny příslušné p-hodnoty statisticky významných regresorů.

Tabulka 3.3: P-hodnoty použitých regresorů

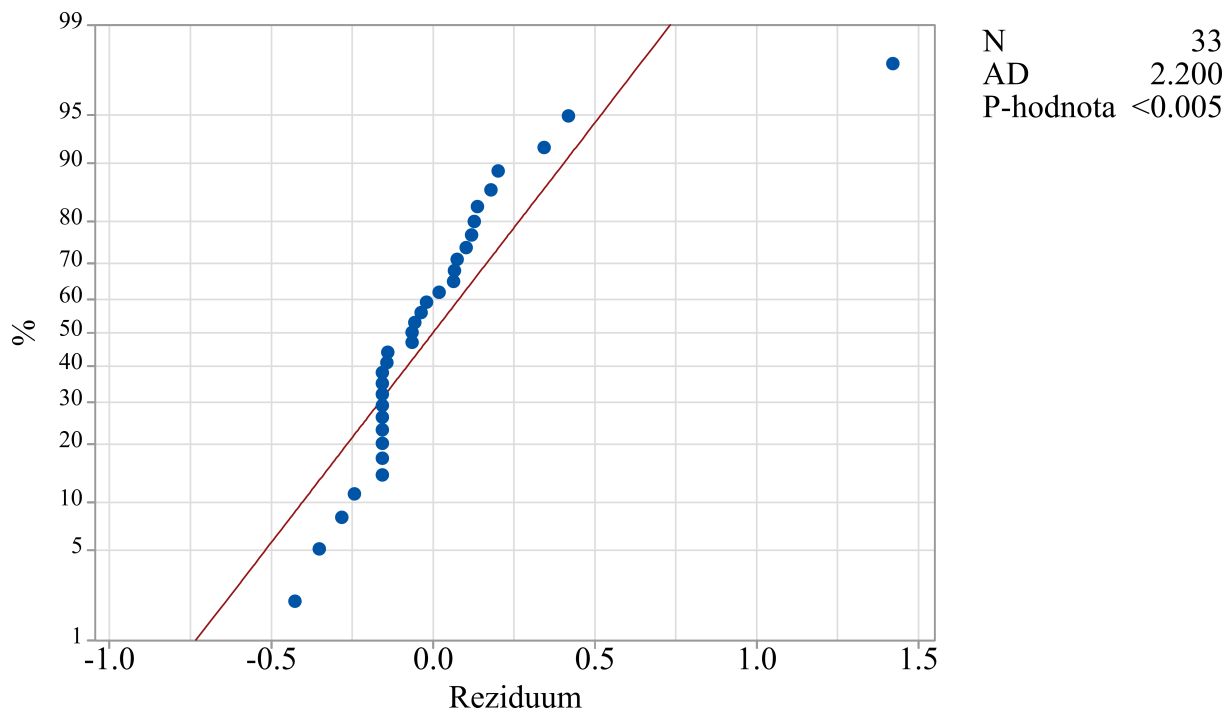
regresor	P-hodnota
Lineární část	0,000
T_{on}	0,000
T_{off}	0,000
WF	0,000
I	0,000
Interakce	0,047
$U \cdot T_{on}$	0,047

V tomto modelu tedy na řeznou rychlost nemá statisticky významný vliv gap voltage, ani wire feed. Model 2.1 popisuje 92,02 % variability odezvy (koeficient determinace). Tato vysoká hodnota je ještě podpořena podobnými hodnotami adjustovaného koeficientu determinace (90,88 %) a koeficientu determinace predikce (89,57 %). Odezvová plocha zobrazující závislost řezné rychlosti na discharge current a na pulse on time (pro pulse off time = 40 μs) je zobrazena na obrázku 2.1.



Obrázek 3.1: Odezvová plocha řezné rychlosti závislé na discharge current a pulse on time (pulse off time = 40 μs).

Predikovanému maximu řezné rychlosti ($8,7659 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$) pak odpovídá nastavení discharge current = 35 A, pulse on time = 10 μs a pulse off time 30 μs . Drobnou vadou na kráse tohoto modelu však je, že pomocí Anderson-Darlingova testu zamítáme hypotézu o normalitě reziduí (obrázek 2.2).



Obrázek 3.2: Normal probability plot reziduí modelu 2.1

To je však s největší pravděpodobností způsobeno extrémně odlehlou hodnotou jednoho z experimentů. Příslušné normované reziduum je 4,41 a pozorovaná řezná rychlost v tomto bodě je maximální. Během tohoto experimentu však došlo ke dvěma přetržením elektrody, což jednak toto pozorování činí nestandardním i z „nestatistického“ hlediska,

a zároveň neoptimálním kvůli nutnému režijnímu času. Toto měření není vhodné z výpočtů modelu odstranit, protože tím budou ztraceny všechny výhody použitého plánu experimentu spojené s ortogonalitou prediktorů. Dalším nedostatkem je zamítnutí testu adekvátnosti modelu lack of fit. Ač nebyly předpoklady regresního modelu perfektně splněny, získané optimální nastavení obráběcích parametrů výrazně zvyšuje efektivitu celého procesu.

3.2. Model drsnosti povrchu Pq po WEDM čistého hliníku

Shrnutí a rozšíření statistického vyhodnocení studie [5]. Cílem této sady experimentů bylo nalezení optimálního nastavení parametrů WEDM pro minimalizaci drsnosti obroběného povrchu čistého hliníku. Jako plán experimentu byl opět zvolen centrální kompozitní plán pro 5 faktorů popsáný v tabulce 2.2. Zvolený rozsah nastavení parametrů, i parametry samotné, jsou totožné jako v tabulce 2.1. Tabulka s plánem experimentu je taktéž totožná jako v experimentu pro hliníkovou slitinu (tabulka 2.2). Pořadí experimentů bylo znáhodněno a experiment byl rozdělen do dvou bloků. Měřeními různých charakteristik drsnosti povrchu však bylo většinou zjištěno, že na rozdíl od řezné rychlosti, zvolené vysvětlující proměnné nemají na změnu odezvy statisticky prokazatelný vliv. Výjimku tvoří charakteristika drsnosti Pq . Pq je průměrná kvadratická odchylka počítaná k základnímu profilu povrchu. Pq je měřený v jedné dimenzi, a pokud by bylo možné měřit „spojitě“, výpočet tohoto parametru by probíhal podle rovnice (2.2)

$$Pq = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l Z^2(x) dx}, \quad (3.2)$$

kde l je délka vzorkovací úsečky a $Z(x)$ funkce popisující povrch vzorku. Pro vyloučení statisticky nevýznamných regresorů byla použita zpětná eliminace. Výsledný hierarchický model je popsán rovnicí (2.3).

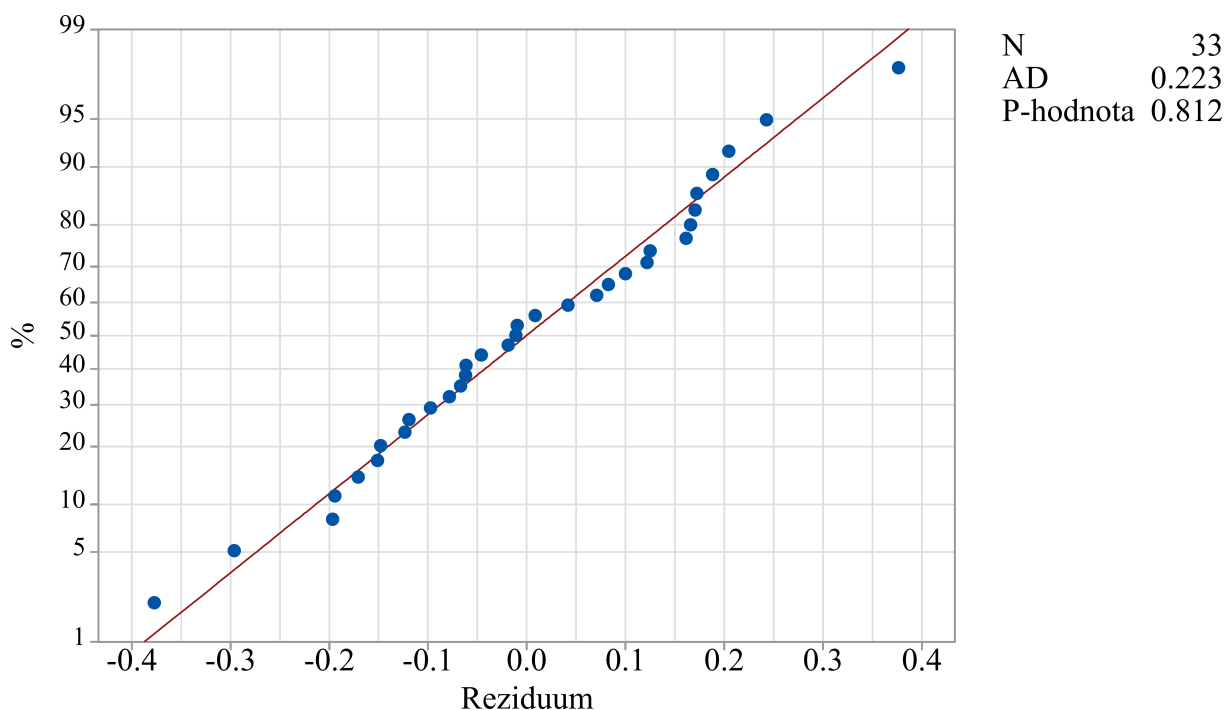
$$Pq = -3,24 + 0,0401 \cdot U + 0,360 \cdot T_{on} + 0,0679 \cdot T_{off} + 0,763 \cdot WF - 0,139 \cdot I + \\ + 0,00673 \cdot I^2 - 0,001044 \cdot U \cdot T_{off} - 0,0263 \cdot T_{on} \cdot WF - 0,01735 \cdot WF \cdot I, \quad (3.3)$$

kde U je gap voltage, T_{on} je pulse on time, T_{off} je pulse off time, WF je wire feed a I je discharge current. P-hodnoty vypočtených regresních koeficientů jsou shrnuty v tabulce 2.4.

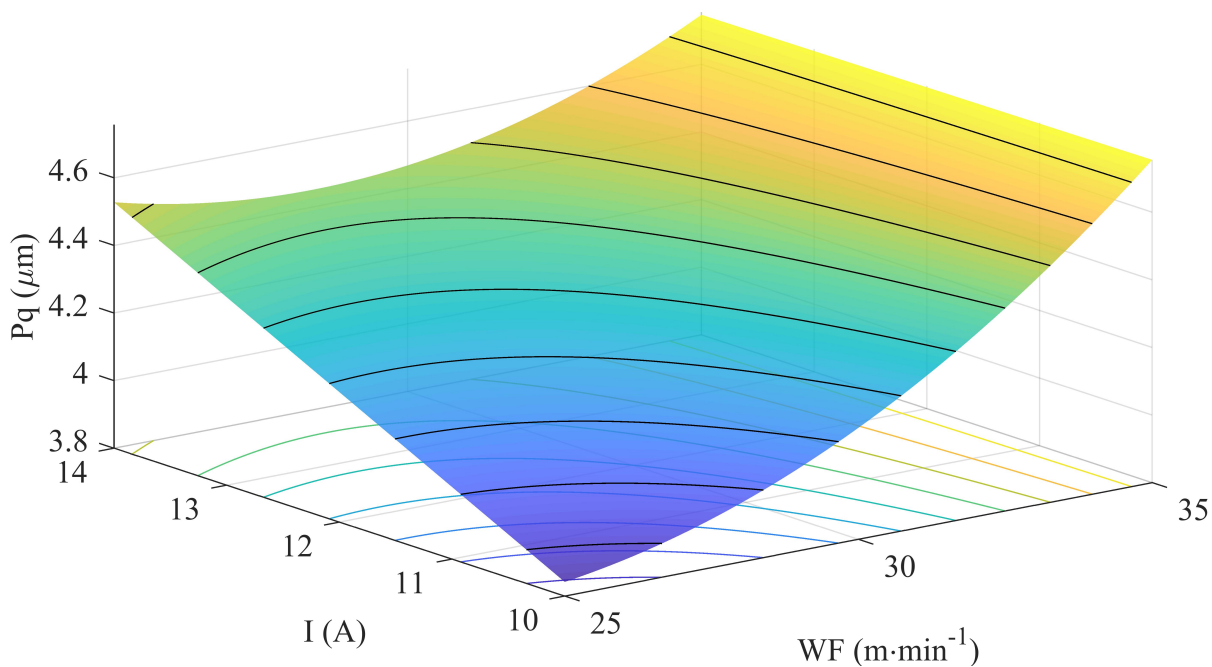
Tabulka 3.4: P-hodnoty použitých regresorů

regresor	P-hodnota
Lineární část	0,000
U	0,000
T_{on}	0,725
T_{off}	0,065
WF	0,265
I	0,173
Kvadratická část	0,022
I^2	0,022
Interakce	0,001
$U \cdot T_{off}$	0,044
$T_{on} \cdot WF$	0,043
$WF \cdot I$	0,002

Model (2.3) popisuje 76,02 % variability odezvy (měřeno koeficientem determinace). Adjustovaný koeficient determinace je 66,63 % a koeficient determinace pro predikci dokonce jen 49,81 %. Normovaná rezidua v modelu identifikují jediné odlehlé pozorování (normované reziduum 2,05). To však vzhledem k počtu provedených pokusů není přehnaným důvodem ke znepokojení. Pozitivu modelu drsnosti Pq je nezamítnutí testu adekvátnosti modelu lack of fit a nezamítnutí Andersonova-Darlingova testu o normalitě reziduí (obrázek 2.3).

Obrázek 3.3: Normplot reziduí modelu drsnosti Pq

Optimální nastavení parametrů podle modelu bude gap voltage = 40 V, pulse on time = 6 μs , pulse off time = 30 μs , wire feed = 10 $m \cdot min^{-1}$ a discharge current = 25 A. Predikovaná hodnota drsnosti Pq v toto nastavení pak je 3,86532 μm . Odezvová plocha ilustrující toto nastavení je zobrazena na obrázku 2.4.

Obrázek 3.4: Odezvová plocha znázorňující závislost Pq na wire feed a discharge current, při nastavení ostatních parametrů na hodnoty zajišťující minimum Pq

Přestože došlo k signifikantnímu zlepšení pozorované drsnosti, je vhodné upozornit, že model (2.3) obsahuje několik jen „těsně“ statisticky významných regresorů. Navíc koeficient determinace pro predikci je výrazně nižší než „čistý“ koeficient determinace, což

naznačuje možné nedostatky v prediktivních schopnostech modelu. Toto může být obzvláště nepříjemné, neboť predikované minimum drsnosti Pq se nachází v „nepoužité“ polovině faktorové části plánu experimentu, a tudíž nebylo měřeno.

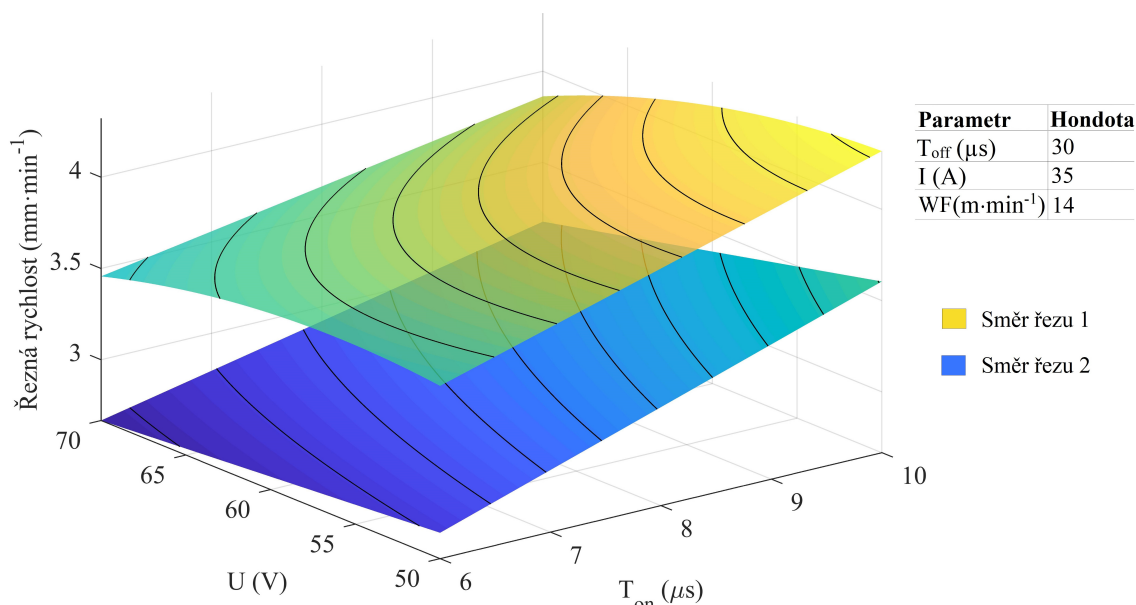
3.3. Modely řezné rychlosti inconelu 625 pro různé orientace řezu

Shrnutí a rozšíření studie [3]. Cílem této studie bylo ukázat zda existuje rozdíl v řezné rychlosti při různé orientaci řezu během WEDM slitiny inconel 625. Vybrané parametry i DoE byly totožné jako při experimentech se slitinou hliníku (2.2), v tomto případě však probíhaly dvě sady experimentů pro dvě různé orientace řezu materiálem. Proběhlo tedy dvakrát 33 experimentů. Aby bylo možné testovat rozlišitelnost řezné rychlosti podle orientace řezu, byly spočteny difference řezných rychlostí získané při stejném nastavení parametrů. Byla testována hypotéza o nulové střední hodnotě diferencí pomocí Studentova testu (párový test dvou souborů). Výsledkem bylo poměrně razantní zamítnutí této hypotézy (P-hodnota 0,000, testové kritérium 21,68). Lze tedy konstatovat, že existuje statisticky významný rozdíl mezi pozorovanými orientacemi řezu. Tento rozdíl je zjevný dokonce i „nestatisticky“, protože všechny difference mají stejné znaménko. Tento fakt lze navíc považovat za zamítnutí, ať už znaménkového nebo Wilcoxonova neparametrického testu hypotézy o nulovém mediánu. Vyšší řezné rychlosti byly pozorovány při řezu ve směru 1. Pro každou orientaci řezu pak byl sestaven matematický model. V obou případech bylo tentokrát využito metody zpětné eliminace pro identifikaci statisticky významných regresorů. Model řezné rychlosti pro první orientaci řezu je popsán rovnicí 2.4, model pro druhou orientaci řezu je popsán rovnicí 2.5.

$$\begin{aligned} v_{cD1} = & -6,34 + 0,1877 \cdot U + 0,3639 \cdot T_{on} - 0,0886 \cdot T_{off} + 0,15 \cdot WF + 0,1708 \cdot I + \\ & + 0,0009568 \cdot U^2 + 0,001032 \cdot T_{off}^2 - \\ & - 0,003750 \cdot U \cdot T_{on} - 0,001625 \cdot U \cdot I - 0,003750 \cdot T_{off} \cdot WF, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} v_{cD2} = & +2,95 + 0,0295 \cdot U + 0,007 \cdot T_{on} - 0,0426 \cdot T_{off} - 0,1913 \cdot WF - 0,0233 \cdot I + \\ & - 0,003594 \cdot U \cdot T_{on} + 0,000594 \cdot U \cdot T_{off} - 0,000938 \cdot U \cdot I + \\ & + 0,01324 \cdot T_{on} \cdot WF + 0,00531 \cdot T_{on} \cdot I - 0,002656 \cdot T_{off} \cdot WF + 0,00781 \cdot WF \cdot I, \end{aligned} \quad (3.5)$$

kde v_{cD1} a v_{cD2} jsou řezné rychlosti pro různou orientaci řezu, U je gap voltage, T_{on} je pulse on time, T_{off} je pulse off time, WF je wire feed a I je discharge current. Pro ilustraci podobnosti obou modelů je na obrázku 2.5.



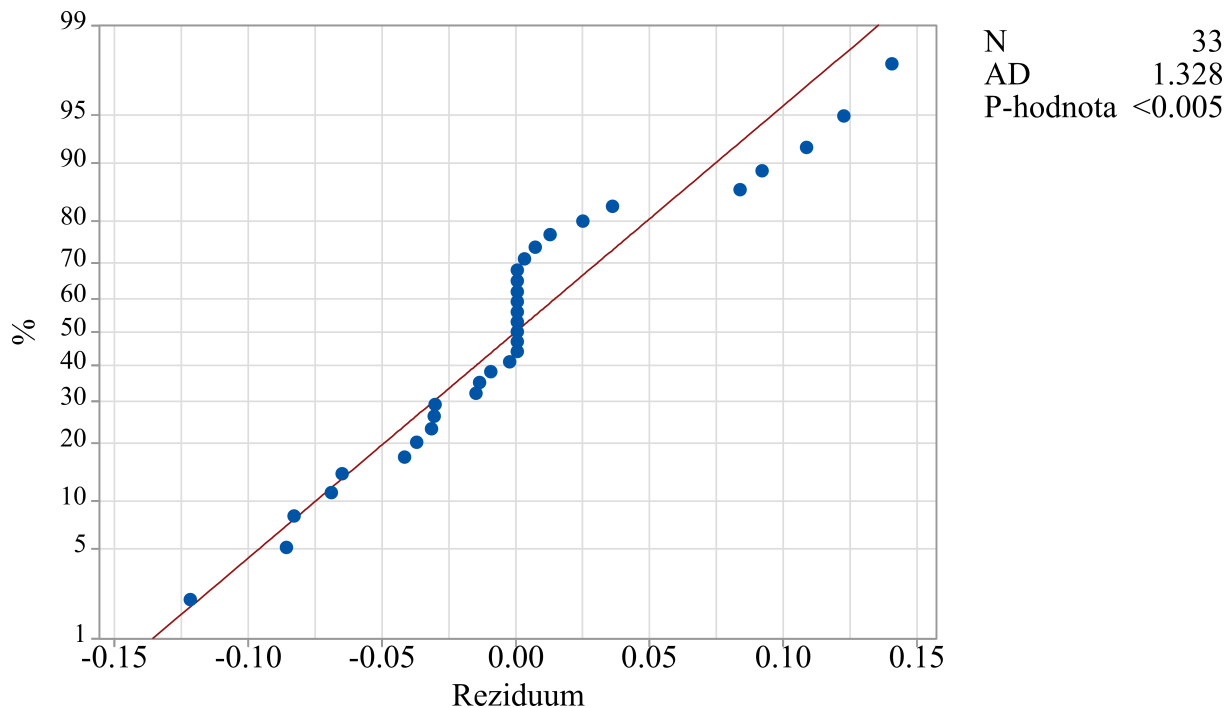
Obrázek 3.5: Závislost řezné rychlosti pro různou orientaci řezu na gap voltage a pulse on time.

V obou případech rovnice popisuje hierarchický model, tedy obsahuje i nevýznamné regresory, pokud jsou součástí nějakého členu vyššího stupně. P-hodnoty použitých regresorů jsou pro oba modely shrnuty v tabulce 2.5.

Tabulka 3.5: P-hodnoty modelů řezné rychlosti pro oba směry řezu

Směr řezu 1		Směr řezu 2	
regresor	P-hodnota	regresor	P-hodnota
Lineární část	0,000	Lineární část	0,000
U	0,000	U	0,064
T_{on}	0,000	T_{on}	0,000
T_{off}	0,000	T_{off}	0,000
WF	1,000	WF	0,000
I	0,000	I	0,000
Kvadratická část	0,031	Interakce	0,000
U^2	0,017	$U \cdot T_{on}$	0,002
T_{off}^2	0,012	$U \cdot T_{off}$	0,007
Interakce	0,000	$U \cdot I$	0,026
$U \cdot T_{on}$	0,000	$T_{on} \cdot WF$	0,013
$U \cdot I$	0,000	$T_{on} \cdot I$	0,013
$T_{on} \cdot WF$	0,000	$T_{off} \cdot WF$	0,013
		$WF \cdot I$	0,001

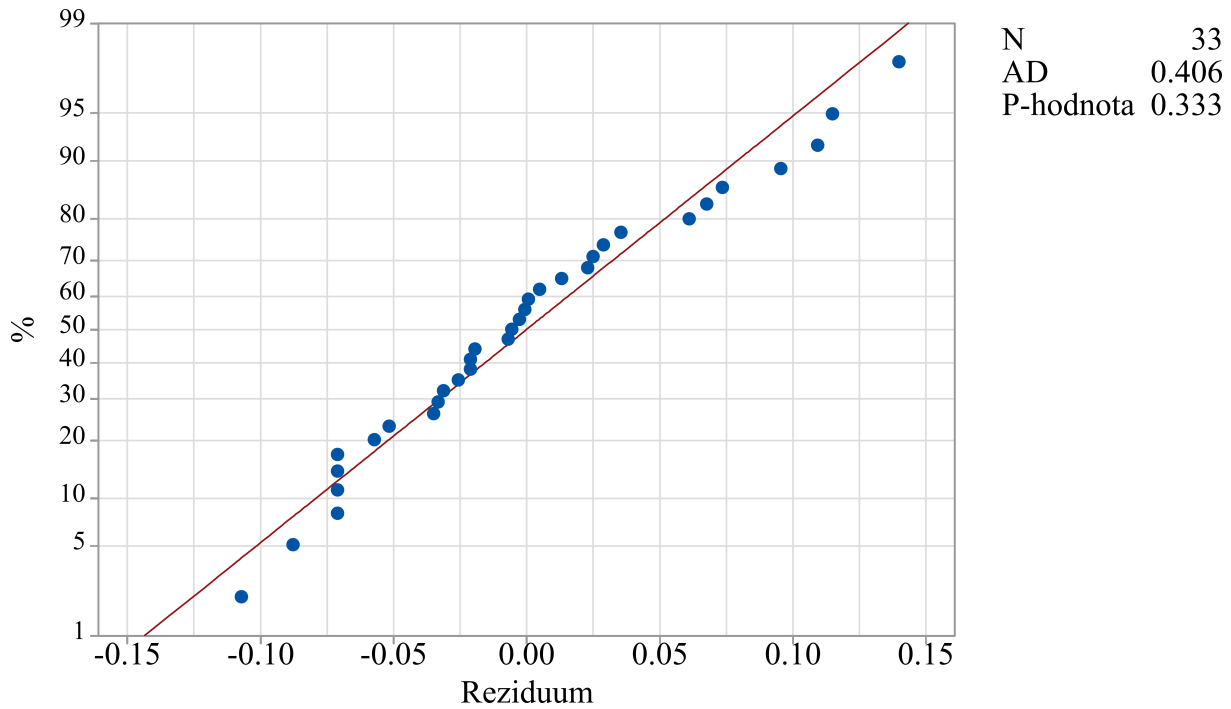
Pro rezidua modelu řezné rychlosti ve směru jedna (2.4) však Andersonův-Darlingův test opět zamítá normalitu reziduí (obrázek 2.6).



Obrázek 3.6: Normplot reziduí modelu řezné rychlosti ve směru řezu 1

Důvodem zamítnutí však je pravděpodobně 9 nulových reziduí, z nichž 7 odpovídá hodnotám v centrálním bodě. Z toho vyplývá, že během experimentu byly pozorované hodnoty řezné rychlosti ve všech centrálních bodech totožné. Jako pozitivum se mohou jevit „obrovské“ koeficienty determinace (98,8 %, adjustovaný 98,25 %, pro predikci 96,29 %). Vysoké hodnoty koeficientů determinace však způsobuje fakt, že (na rozdíl od ostatních modelů v této práci) pomocí lineárního regresního modelu lze vysvětlit veškerou variabilitu v odezvě. Protože byla pozorována nulová variabilita v centrálním bodě nelze také testovat adekvátnost modelu pomocí testu lack of fit. Chybějící variabilita v centrálním bodě pak bude příčinou zaznamenání dvou odlehlých pozorování pomocí normovaných reziduí (v obou případech jsou normovaná rezidua větší než 2). Další, spíše numerickou, zajímavostí je P-hodnota 1 faktoru wire feed. Koeficient tohoto regresoru vyšel v transformovaných souřadnicích přesně 0, tedy po transformaci zpět na původní rozsah je koeficient wire feed v regresním modelu tvořen pouze roznásobením členu z interakce. Nebýt konečnosti desetinného rozvoje číselné reprezentace v počítači, lze tuto kuriozitu považovat za „nastoupení“ jevu s pravděpodobností 0. I přes diskretizaci „počítačové“ číselné osy však jde o mimořádně nepravděpodobný jev tím spíš, že byl vypočten z „reálného“ experimentu a nikoli z matematické simulace.

Model řezné rychlosti ve směru řezu 2 pak vysvětluje 97,87 % variability (měřeno koeficientem determinace). Adjustovaný koeficient determinace je 96,59 % a koeficient determinace pro predikci 93,77 %. Takto vysoké hodnoty jsou způsobeny opět minimální pozorovanou variabilitou v centrálním bodě. Byly pozorovány pouze dvě různé hodnoty řezné rychlosti (jedna pětkrát a druhá dvakrát), které se liší o pouhých 5 setin. Tato alespoň minimální variabilita umožňuje nezamítnout Andersonův-Darlingův test normality reziduí (obrázek 2.7).

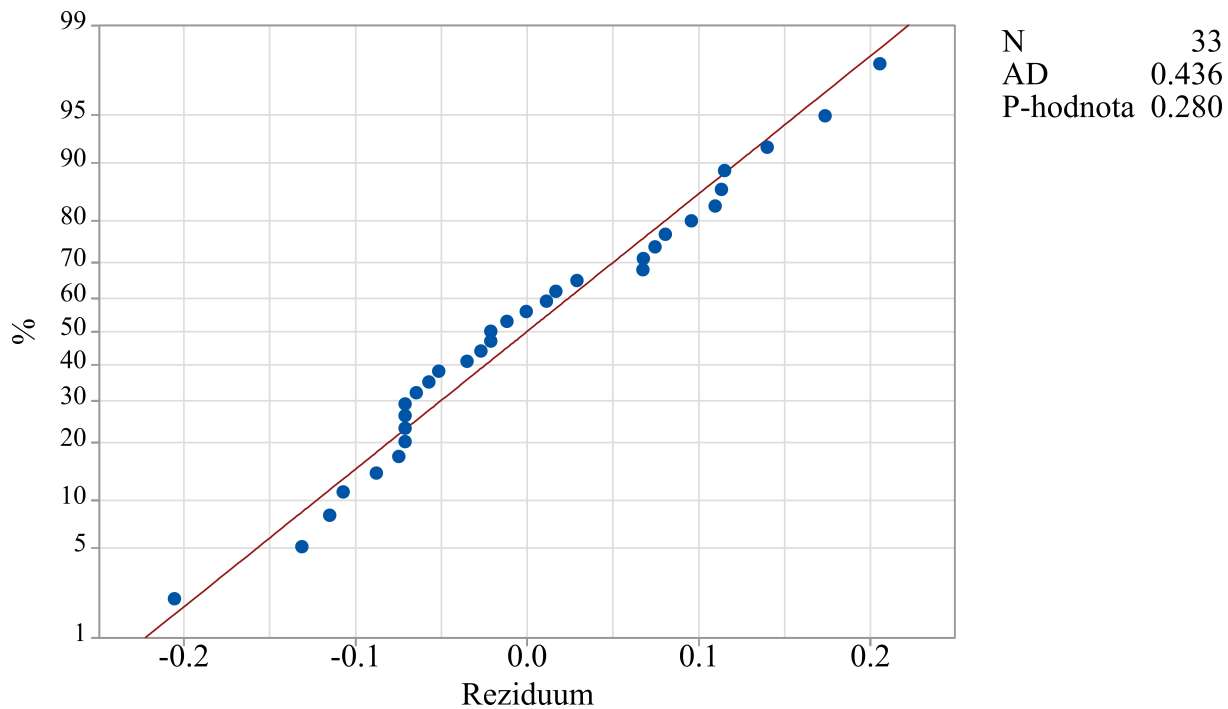


Obrázek 3.7: Normplot reziduí modelu řezné rychlosti ve směru řezu 2

Avšak právě minimální variabilita v opakovaném pozorování způsobuje relativně „těsné“ zamítnutí testu adekvátnosti modelu lack of fit (P-hodnota 0,026). Za velké plus lze považovat fakt, že se v tomto modelu nevyskytují žádná odlehlá pozorování. Další zajímavostí této sady dat je, že použití jiného způsobu selekce statisticky významných regresorů způsobí významnou změnu v celém modelu. Bude-li použita metoda stepwise, nebo dopředná selekce bude hierarchický model řezné rychlosti ve směru řezu 2 popsán rovnicí (2.6).

$$v_{cD2_{stepwise}} = 3,36 + 0,0014 \cdot U + 0,3253 \cdot T_{on} - 0,0745 \cdot T_{off} - 0,1913 \cdot WF - 0,0371 \cdot I + 0,00359 \cdot U \cdot T_{on} + 0,000594 \cdot U \cdot T_{off} + 0,00781 \cdot WF \cdot I \quad (3.6)$$

Zjevnou výhodou tohoto modelu oproti tomu získanému zpětnou eliminací (2.5) je pouze osm použitých regresorů (model (2.5) jich obsahuje 12). Všechny varianty koeficientu determinace však dosáhnou zjevně nižších hodnot (94,89 %, adjustovaný koeficient determinace 93,18 % a predikce 85,08 %). Zamítnutí testu adekvátnosti modelu bude razantnější (P-hodnota 0,001), tedy model (2.6) je ve srovnání s (2.5) horší v centrálním bodě. V modelu vytvořeném metodou stepwise pak byla pomocí normovaných reziduí detekována tři odlehlá pozorování (normované reziduum větší než 2). Normalita reziduí však zůstává zachována (obrázek 2.8).



Obrázek 3.8: Normplot reziduí modelu řezné rychlosti ve směru řezu 2 vytvořeném pomocí metody stepwise

Nastavení parametrů maximalizující řeznou rychlost je pak totožné pro oba směry řezu i pro všechny tři modely. Maximum modelů řezné rychlosti odpovídá nastavení parametrů gap voltage = 50 V, pulse on time = 10 μs , pulse off time 30 μs , wire feed = 14 $m \cdot min^{-1}$ a discharge current = 35 A. Predikovaná hodnota řezné rychlosti ve směru řezu 1 je 4,3149 $mm \cdot min^{-1}$. Ve směru řezu 2 pak podle modelu vzniklého zpětnou eliminací je predikovaná řezná rychlost 3,6007 $mm \cdot min^{-1}$ a podle modelu vzniklého metodou stepwise 3,3945 $mm \cdot min^{-1}$. Toto nastavení na rozdíl od modelu Hadfieldovy oceli statisticky nevýznamný parametr gap voltage). Ostatní parametry pak zůstávají totožné, pouze je nutné navíc zafixovat gap voltage na minimu. Rozdílné nastavení pro WEDM Hadfieldovy oceli a inconelu 625 ukazuje na přítomnost interakce mezi obráběným materiálem a nastavovanými parametry.

Vlastnosti algoritmické selekce regresorů vzhledem k DoE

4.1. Přehled známých nedostatků

Rozdíly v modelech, při odlišném způsobu selekce regresorů, autora motivovali k níže popsaným numerickým simulacím úspěšnosti výběru „správných“ regresních proměnných. Je vhodné na tomto místě podotknout, že na nedokonalosti „automatizovaných“ způsobů selekce významných proměnných bylo poukazováno již od sedmdesátých let minulého století, většinou však v souvislosti přímo se selekcí parametrů pro pozdější modelování a obvykle bez přímé vazby na odezvové plochy v DoE. Již v roce 1972 autoři studie [20] ukazují na nedodržování všech předpokladů během procedury selekce. V této studii autoři navrhuji použít pro vstup do modelu hladinu významnosti výrazně větší než 5 % (až 25 %), protože považují chybu druhého druhu (nezahrnutí významného regresoru do modelu) za „horší“. Aitkin ve své studii [6] tvrdí, že nelze vybrat „nejlepší“ model pouze pomocí testování hypotéz o regresních koeficientech. Dokonce dává větší váhu „kontextu“ a znalostem odborníků. Tehdejší hlavní výzvy a nedostatky spojené s touto problematikou shrnul v roce 1974 Cox ve studii [12]. Bendel a Afifi v [7] zkoumali různá zastavovací kritéria pro stepwise metody. Miller v roce 1984 ve své studii [15] dochází k závěru, že není možné použít stejnou sadu dat pro selekci proměnných ovlivňujících odezvu a k modelování odezvy. Texty zaměřené na tuto problematiku byly publikovány i v časopisech, jejichž hlavním zaměřením není statistika. Například studie [22], kde autoři pro selekci proměnných upřednostňují statistiky založené na teorii informace, nebo článek [13], kde autoři poukazují na zahrnutí „šumových“ proměnných do modelu metodou stepwise. Studie [18] ukazuje, že testování hypotéz o statistické významnosti proměnných je „úspěšné“, pouze pokud není použito opakovaně. Studie [21] srovnává metodu stepwise s její alternativou best subset a konstatuje nevalné výsledky při selekci vysvětlujících proměnných pro obě metody. V souvislosti s DoE je problematika zmiňována ve studii [11] v souvislosti s DoE pro směsi, které nejsou předmětem této práce. Většina zmíněných prací však pochází ještě z dob před masivním rozšířením statistických softwarů, které právě metody stepwise pro selekci regresorů často využívají a doporučují nehledě na výše popsané nedokonalosti.

4.2. Výsledky numerických simulací

Cílem následujících numerických simulací bylo porovnat rozdíly různých plánů experimentu odezvových ploch pro pět faktorů. Vzhledem k inspiraci WEDM byl zvolen uvažovaný rozsah proměnných popsáný v tabulce 3.1.

Tabulka 4.1: Maxima a minima parametrů vstupujících do DoE

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
minimum	50	6	30	10	25
maximum	70	10	50	14	35

Pro podrobnější studii byl vybrán centrální kompozitní plán obsahující poloviční faktorovou část čítající 33 měření (16 faktorových bodů, 10 face centered axiálních bodů a 7 centrálních bodů), centrální kompozitní plán využívající úplný faktorový plán pro pět vysvětlujících proměnných čítající 54 měření (32 faktorových bodů, 10 face centered axiálních bodů a 12 centrálních bodů) a Boxův-Behnkenův plán pro pět vysvětlujících proměnných skládající se ze 46 měření (z toho 6 centrálních bodů). Zde je vhodné podotknout, že oblastí, na které lze považovat model za platný v případě Boxova-Behnkenova plánu, by rozhodně neměl být pětidimenzionální interval určený extrémními hodnotami z tabulky 3.1. Po standardizaci všech vysvětlujících proměnných na interval $\langle -1; 1 \rangle$ by bylo správnější mluvit o pětidimenzionální sféře s poloměrem $\sqrt{2}$ (bez standardizace tedy pětidimenzionální elipsoid s délkami poloos určenými rozsahem vysvětlujících proměnných). Protože v plánu nejsou zahrnuty extrémní kombinace vysvětlujících proměnných, hodnoty získaného matematického modelu ve vrcholech pětidimenzionální krychle (nebo jen mimo zmíněnou sféru) jsou extrapolací mimo měřenou oblast a v praxi je velmi vhodné ověřit dalším experimentem. Pro přehlednost nebylo v následujících tabulkách znáhodněno pořadí pokusů a hodnoty vysvětlujících proměnných jsou standardizovány na rozsah $\langle -1; 1 \rangle$ (jako při statistickém vyhodnocení). Jako testovací odezva byla použita funkce popsaná rovnicí (3.1).

$$\begin{aligned}
 y = & 6,60 - 0,0297 \cdot x_1 + 0,5240 \cdot x_2 - 0,1180 \cdot x_3 - 0,4340 \cdot x_4 - 0,749 \cdot x_5 + \\
 & + 0,000556 \cdot x_3^2 - 0,005156 \cdot x_1 \cdot x_2 + 0,000844 \cdot x_1 \cdot x_3 + \\
 & + 0,002656 \cdot x_1 \cdot x_4 - 0,002344 \cdot x_2 \cdot x_3 + 0,01031 \cdot x_4 \cdot x_5.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Tato funkce byla modelem zatím nepublikované sady dat získané z procesu WEDM pomocí plánu experimentu popsáném v tabulce 2.2. Koeficient determinace tohoto modelu byl 98,00 % a reziduální směrodatná odchylka modelu S byla 0,0759584. Tato hodnota posloužila jako směrodatná odchylka při generování šumu během numerických simulací. V každé sadě experimentů bylo vytvořeno 100 000 sad dat, ze kterých byly pomocí metody stepwise vyloučeny statisticky nevýznamné regresory. Pro každý plán experimentu byla uvažována jedna, tři, pět a deset replikací celého plánu. Správným modelem se v následujícím textu rozumí model obsahující stejné regresory jako (3.1), přestože hodnoty spočtených regresních koeficientů se mohou lišit. Modely označené jako obsahující správný model pak obsahují navíc alespoň jeden regresor nepřítomný ve funkci (3.1). Relativní četnost nalezení správné regresní funkce za použití výše popsáných parametrů je shrnuta v tabulce 3.2.

Tabulka 4.2: Relativní četnosti nalezených modelů metodou stepwise s použitými hladinami významnosti 0,05 a použitou směrodatnou odchylkou získanou z reálných dat

Centrální kompozitní		relativní četnost		
částečný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,09411	0,16409	0,83591
	3	0,09160	0,16236	0,83764
	5	0,47884	0,70799	0,29201
	10	0,64401	0,97904	0,02096
Boxův-Behnkenův		relativní četnost		
plán experimentu		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,00875	0,01818	0,98182
	3	0,00891	0,01930	0,98070
	5	0,22465	0,36425	0,63575
	10	0,61094	0,96652	0,03348
Centrální kompozitní		relativní četnost		
úplný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,23828	0,37478	0,62522
	3	0,23750	0,37691	0,62309
	5	0,50275	0,73498	0,26502
	10	0,64699	0,98064	0,01936

Z četností v tabulce 3.2 je zjevné, že pro danou odezvu dosahuje nejhorších výsledků Boxův-Behnkenův plán, přestože obsahuje druhý nejvyšší počet měření. Toto tvrzení bylo testováno statistickým testem pro porovnání dvou parametrů pravděpodobnosti dvou binomických rozdělení (testování probíhalo po dvojicích). Kromě toho se ukazuje, že ani tři opakování celého experimentu nepřinesou výrazné zlepšení výsledků. Výrazné zlepšení nalezení skutečného modelu přichází až s použitím pěti celých replikací plánu experimentu, což znamená 230 měření pro Boxův-Behnkenův plán, 165 měření pro Centrální kompozitní plán s poloviční faktorovou částí a 270 měření pro Centrální kompozitní plán s úplnou faktorovou částí. Ačkoli při pěti opakováních dochází ke značnému zlepšení, stále úspěšnost ve dvou ze třech případů nedosahuje ani 50 % a ve třetím případě je jen velice těsně vyšší. Pozitivnější se může jevit četnost modelů obsahujících správný model, je však nutné podotknout, že tyto modely nesplňují předpoklady regresního modelu, neboť obsahují „šumové“ proměnné a tedy chybový člen nebude mít předpokládané rozdělení pravděpodobnosti. Alespoň trochu „uspokojivých“ výsledků dosahuje proces selekce regresorů až při deseti replikacích. Zde je však nutno podotknout, že experimentování takového rozsahu čítá stovky pokusů, což je v naprosté většině studií využívajících DoE neproveditelné, jakkoli by to mohlo být z pohledu použitých metod přínosem. Ukazuje se,

že samotný vysoký počet uvažovaných měření nemusí být výhodou, protože tři replikace centrálního kompozitního plánu s úplnou faktorovou částí čítají 162 měření, což je podobné jako pět replikací centrálního kompozitního plánu s poloviční faktorovou částí. Na základě těchto výsledků lze tedy doporučit používat pro pět nebo více faktorů spíše méně unikátních pozorování, ale ušetřené náklady vynaložit na opakování celého experimentu.

Zvýšíme-li hladinu významnosti používanou v testech během každého kroku stepwise, dostaneme po numerické simulaci výsledky shrnuté v tabulkách 3.3 (hladina významnosti 10 %) a 3.4 (hladina významnosti 25 %).

Tabulka 4.3: Relativní četnosti nalezených modelů metodou stepwise s použitými hladinami významnosti 0,1 a použitou směrodatnou odchylkou získanou z reálných dat

Centrální kompozitní		relativní četnost		
částečný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,09117	0,27897	0,72149
	3	0,09226	0,27920	0,72080
	5	0,09001	0,27851	0,72149
	10	0,38479	0,87871	0,12129
Boxův-Behnkenův		relativní četnost		
plán experimentu		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,01872	0,06716	0,93284
	3	0,01849	0,06641	0,93359
	5	0,01857	0,06573	0,93427
	10	0,31175	0,80966	0,19034
Centrální kompozitní		relativní četnost		
úplný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,17352	0,43955	0,56045
	3	0,17367	0,43946	0,56054
	5	0,17367	0,44278	0,44722
	10	0,39657	0,87519	0,12481

Tabulka 3.3 ukazuje, že zvýšení obou hladin významnosti v testech během selekce metodou stepwise nezlepšuje četnost nalezených správných modelů (kromě Boxova-Behnkenova plánu, jehož výsledky jsou však ve srovnání s alternativami stále tristní). Kromě pěti replikací celého experimentu však došlo ke zvýšení počtu nalezení nadmnožiny správných regresorů. Tento posun byl způsoben „přelitím“ pravděpodobnosti z chyby druhého druhu do chyby prvního druhu. Nepříjemné je však zjištění, že pro prudký nárůst četnosti odhalení správných modelů je tentokrát (narozdíl od nižší hladiny významnosti v tabulce 3.2) potřeba celých deset replikací plánu experimentu.

Tabulka 4.4: Relativní četnosti nalezených modelů metodou stepwise s použitými hladinami významnosti 0,25 a použitou směrodatnou odchylkou získanou z reálných dat

Centrální kompozitní		relativní četnost		
částečný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,02827	0,48073	0,51927
	3	0,02789	0,48008	0,51992
	5	0,02736	0,47962	0,52038
	10	0,08559	0,93130	0,0687
Boxův-Behnkenův		relativní četnost		
plán experimentu		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,01243	0,24244	0,75756
	3	0,01249	0,24411	0,75589
	5	0,01288	0,24334	0,75666
	10	0,06880	0,92517	0,07483
Centrální kompozitní		relativní četnost		
úplný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,04501	0,54455	0,45545
	3	0,04566	0,54953	0,45047
	5	0,04540	0,54895	0,45015
	10	0,08886	0,93287	0,06713

Při dalším navýšení použitých hladin významnosti testů hypotéz během metody stepwise (na 25 %) dojde ke snížení četnosti odhalení správného modelu, ale zároveň nastane k prudký nárůst četnosti modelů obsahujících správný model. Při deseti replikacích celého experimentu se relativní četnost vynechání části funkce tvořící závislost odezvy na vysvětlujících proměnných dokonce dostává pod 10 %. Narůstajícím problémem však je již jednou zmíněné nedodržení předpokladů o rozdělení pravděpodobnosti chybového členu v důsledku přidání „falešných“ funkcí do regresního modelu.

Dále byla simulována úspěšnost metody stepwise při popisování šumu nezávislého na vysvětlujících proměnných. Výsledky jsou shrnuty v následující tabulce

Tabulka 4.5: Relativní četnosti nezahrnutí žádného regresoru do modelu metodou stepwise z odezvy nezávislé na vysvětlujících proměnných (hladiny významnosti 0,05)

Centrální kompozitní		relativní četnost		
částečný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,33710	—	0,66290
	3	0,38336	—	0,61664
	5	0,33419	—	0,66581
	10	0,38944	—	0,61056
Boxův-Behnkenův		relativní četnost		
plán experimentu		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,30939	—	0,69061
	3	0,34616	—	0,65384
	5	0,30980	—	0,69020
	10	0,35008	—	0,64992
Centrální kompozitní		relativní četnost		
úplný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,37271	—	0,62729
	3	0,39861	—	0,60139
	5	0,37358	—	0,62652
	10	0,40354	—	0,59646

Z tabulky 3.5 je zjevné, že všechny plány experimentu si vedou podobně, pokud metoda stepwise nemá zahrnout do modelu žádný regresor. Četnosti „falešných“ závislostí v tomto případě podle autora nelze považovat za problém, protože na nevhodnost modelu by měl upozornit „nevelký“ koeficient determinace (případně jeho modifikace).

Závislost četnosti identifikace správného modelu na směrodatné odchylce je věnována tabulka 3.6. Získána byla podobným způsobem jako tabulka 3.2, jen směrodatná odchylka šumu byla zdvojnásobena.

Tabulka 4.6: Relativní četnosti nalezených modelů metodou stepwise s použitými hladinami významnosti 0,05 a dvojnásobkem směrodatné odchylky získané z reálných dat

Centrální kompozitní		relativní četnost		
částečný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,00046	0,00126	0,99874
	3	0,000044	0,00118	0,99882
	5	0,04520	0,07089	0,92911
	10	0,17269	0,25965	0,74035
Boxův-Behnkenův		relativní četnost		
plán experimentu		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,00001	0,00006	0,99994
	3	0,00001	0,00004	0,99996
	5	0,00197	0,00324	0,99676
	10	0,02097	0,03384	0,96616
Centrální kompozitní		relativní četnost		
úplný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,00731	0,01338	0,98662
	3	0,00649	0,01254	0,098746
	5	0,16275	0,24749	0,75151
	10	0,31195	0,46659	0,53341

Z tabulky 3.6 je vidět zřetelný pokles četností identifikování správného modelu i četností modelů obsahujících správný model ve srovnání s tabulkou 3.2. Vkládat do textu podobnou tabulku pro čtyřnásobek směrodatné odchylky šumu považuje autor za naprosto zbytečné, protože obsahuje pouze nuly ve všech sloupcích zmiňujících správný model. Původní směrodatná odchylka přitom tvoří pouhých 3,2 % z rozsahu použité funkce na zvolené oblasti. Tedy již při směrodatné odchylce 12,8 % z rozsahu funkce závislosti odezvy na vysvětlujících proměnných nebyl nalezen správný model prakticky nikdy.

Relativní četnosti identifikace správného modelu pomocí metody stepwise pro všechny tři uvažované plány experimentu při použití odezvy bez interakcí, ale se všemi pěti kvadratickými členy jsou zapsány do následující tabulky. Závislost odezvy na proměnných tedy byla popsána právě pěti lineárními a pěti kvadratickými členy.

Tabulka 4.7: Relativní četnosti nalezených modelů metodou stepwise s použitými hladinami významnosti 0,05 bez interakcí (5 lineárních členů, 5 kvadratických členů)

Centrální kompozitní		relativní četnost		
částečný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,00810	0,02489	0,97511
	3	0,00814	0,02462	0,97538
	5	0,19643	0,34853	0,65147
	10	0,44407	0,75241	0,24759
Boxův-Behnkenův		relativní četnost		
plán experimentu		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,20917	0,39509	0,60491
	3	0,21292	0,39851	0,60149
	5	0,58665	0,99133	0,00867
	10	0,59326	0,99994	0,00006
Centrální kompozitní		relativní četnost		
úplný plán		správný model	obsahuje správný model	zbytek
replikace	1	0,00692	0,01568	0,99432
	3	0,00745	0,01651	0,98349
	5	0,20321	0,35003	0,64997
	10	0,44992	0,75649	0,24351

Tabulka 3.7 ukazuje, že úspěšnost výběru regresorů metodou stepwise je závislá na skutečné závislosti odezvy na vysvětlujících proměnných. Pokud bude tato závislost obsahovat pouze lineární a kvadratické členy (žádné interakce), bude pro identifikování správného modelu s přehledem nejlepší Boxův-Behnkenův plán. Tento zásadní rozdíl ve výsledné regresní funkci závislé na poloze měření by bylo vhodné brát v úvahu již při výběru plánu experimentu (pokud je to možné).

Nelichotivým shrnutím této sady numerických simulací pro různé plány experimentu je fakt, že pro nalezení „skutečné“ odezvové plochy (bez šumových proměnných) je nutná buďto apriori znalost tvaru regresní funkce (čímž se výzkumník vyhne testování statistických hypotéz o významnosti regresních koeficientů), nebo výrazně větší množství pozorování než autor považuje za možné uvažovat během implementace DoE. Z provedených numerických simulací nelze obecně tvrdit, že některý z plánů experimentu je „lepší“ než ostatní (vzhledem ke schopnostem najít správnou regresní funkci metodou stepwise). Vhodnost zvoleného plánu experimentu je zjevně funkcí počtu opakování celého plánu experimentu, velikosti směrodatné odchylky chybového členu a zejména, většinou apriori neznámé, skutečné funkce závislosti odezvy na vysvětlujících proměnných.

Předložená disertační práce se podrobně zabývá různými plány experimentu a jejich vyhodnocením. Volba „vhodného“ plánu experimentu je důležitý krok při optimalizaci jakéhokoli procesu, protože přímo ovlivňuje informace, které je z tohoto experimentu možné získat, a zároveň musí brát v úvahu časové, finanční i jiné náklady na provedení experimentu.

V první kapitole je velmi zevrubně popsána nekonvenční obráběcí technologie elektroerozivního drátového řezání. Právě sběr dat podle centrálního kompozitního plánu a jejich následné vyhodnocení, většinou za účelem „optimalizace“ nastavení parametrů tohoto procesu, bylo nejčastějším přínosem autora v publikovaných studiích.

Druhá kapitola je věnována popisu běžně používaných plánů experimentu pro odezvvé plochy, tedy centrálního kompozitního plánu a Boxova-Behnkenova plánu. Závěrem jsou pak popsány obvykle využívané algoritmické postupy selekce statisticky významných regresorů.

Třetí kapitola je kompilátem a doplněním autorem vyhodnocených plánů experimentu, jenž byly publikovány ve vědeckých časopisech s příslušnou tematikou. V této kapitole byl kladen důraz spíše na „statistický“ obsah než na vazbu k reálnému experimentu, protože je vyhodnocení (na rozdíl od publikovaných modelů) doplněno o některé nedostatky, případně o celé „alternativní“ modely odezvy.

Čtvrtá kapitola pak shrnuje způsob vygenerování testovacích sad dat i samotné numerické experimenty srovnávající tři různé plány experimentu pro pět vstupních faktorů (vzhledem k algoritmické selekci statisticky významných regresorů metorou stepwise). Toto srovnání ukazuje, že při použití algoritmické selekce regresorů založené na testování statistických hypotéz, nelze vybrat vhodný plán experimentu bez značných znalostí procesu nebo bez rozsáhlého předchozího experimentování. Každý ze simulovaných plánů experimentu má (alespoň dle autora) svoje výhody i nedostatky. „Bláhovou“ nadějí autora pak je, že pro výběr plánu experimentu začnou být používána i další kriteria než jen nutný počet měření, nehledě na to, jestli jsou zmíněny v této práci.

Vlastní publikace

- [1] HRABEC, P.; BEDNÁŘ, J.; ZAHRADNÍČEK, R.; PROKEŠ, T.; MACHOVÁ, A. Statistical Analysis of the Width of Kerf Affecting the Manufacture of Minimal Inner Radius. In *Recent Advances in Soft Computing*. [v tisku] 2018. s. 1-12. ISBN: 978-3-319-58088-3.
- [2] MOURALOVÁ, K.; BENEŠ, L.; BEDNÁŘ, J.; ZAHRADNÍČEK, R.; PROKEŠ, T.; MATOUŠEK, R.; HRABEC, P. Using a Design of Experiment for a Comprehensive Analysis of the Surface Quality and Cutting Speed in WED-Machined Hadfield Steel. *Journal of Mechanical Science and Technology*, [v tisku] 2018, roč. 32, č. 11, s. 1-11. ISSN: 1976-3824.
- [3] MOURALOVÁ, K.; BENEŠ, L.; ZAHRADNÍČEK, R.; BEDNÁŘ, J.; HRABEC, P.; PROKEŠ, T.; HRDÝ, R. Analysis of cut orientation through half-finished product using WEDM. *Materials and Manufacturing Processes*, [v tisku] 2018, roč. 33, č. 16, s. 1-11. ISSN: 1532-2475.
- [4] MOURALOVÁ, K.; BENEŠ, L.; ZAHRADNÍČEK, R.; BEDNÁŘ, J.; HRABEC, P.; PROKEŠ, T.; MATOUŠEK, R.; FIALA, Z. Quality of Surface and Subsurface Layers after WEDM Aluminum Alloy 7475-T7351 Including Analysis of TEM Lamella. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, [v tisku] 2018, roč. 98, č. 9, s. 1-18. ISSN: 1433-3015.
- [5] MOURALOVÁ, K.; KOVÁŘ, J.; PROKEŠ, T.; BEDNÁŘ, J.; HRABEC, P. Optimization of WEDM settings parameters when machining pure aluminium using DoE. *MM Science Journal*, 2017, roč. 2017, č. 4, s. 2105-2108. ISSN: 1803-1269.

Citovaná literatura

- [6] AITKIN, Murray A. Simultaneous Inference and the Choice of Variable Subsets in Multiple Regression. *Technometrics*. 1974, **16**(2). DOI: 10.2307/1267942. ISSN 00401706. Dostupné také z: <https://www.jstor.org/stable/1267942?origin=crossref>
- [7] BENDEL, Robert B. a A. A. AFIFI. Comparison of Stopping Rules in Forward “Stepwise” Regression. *Journal of the American Statistical Association*. 1977, **72**(357), 46-53. DOI: 10.1080/01621459.1977.10479905. ISSN 0162-1459. Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1977.10479905>
- [8] BOX, G. E. P. a D. W. BEHNKEN. Some New Three Level Designs for the Study of Quantitative Variables. *Technometrics*. 1960, **2**(4), 455-475. DOI: 10.1080/00401706.1960.10489912. ISSN 0040-1706. Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00401706.1960.10489912>

- [9] BOX, George E. P, J. Stuart HUNTER and William Gordon HUNTER. *Statistics for experimenters: design, innovation, and discovery*. 2nd ed. Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, c2005. Wiley series in probability and statistics. ISBN 04-717-1813-0.
- [10] BOX, G. E. P. a K. B. WILSON. On the Experimental Attainment of Optimum Conditions. *Breakthroughs in Statistics*. New York, NY: Springer New York, 1992, 1992, , 270-310. Springer Series in Statistics. DOI: 10.1007/978-1-4612-4380-9_23. ISBN 978-0-387-94039-7. Dostupné také z: http://link.springer.com/10.1007/978-1-4612-4380-9_23
- [11] CORNELL, John A. Fitting a Slack-Variable Model to Mixture Data: Some Questions Raised. *Journal of Quality Technology*. 2018, **32**(2), 133-147. DOI: 10.1080/00224065.2000.11979985. ISSN 0022-4065. Dostupné také z: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00224065.2000.11979985>
- [12] COX, D. R., E. J. SNELL a William L. THOMPSON. The Choice of Variables in Observational Studies: Problems, Prevalence, and an Alternative. *Applied Statistics*. 1974, **23**(1). DOI: 10.2307/2347053. ISSN 00359254. Dostupné také z: <https://www.jstor.org/stable/10.2307/2347053?origin=crossref>
- [13] DERKSEN, Shelley a H. J. KESELMAN. Backward, forward and stepwise automated subset selection algorithms: Frequency of obtaining authentic and noise variables. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*. 1992, **45**(2), 265-282. DOI: 10.1111/j.2044-8317.1992.tb00992.x. ISSN 00071102. Dostupné také z: <http://doi.wiley.com/10.1111/j.2044-8317.1992.tb00992.x>
- [14] MI DAHLGAARD-PARK, Su, Roy ANDERSSON, Henrik ERIKSSON a Håkan TORSTENSSON. Similarities and differences between TQM, six sigma and lean. *The TQM Magazine*. 2006, **18**(3), 282-296. DOI: 10.1108/09544780610660004. ISSN 0954-478X. Dostupné také z: <http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/09544780610660004>
- [15] MILLER, Alan J. Selection of Subsets of Regression Variables. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*. 1984, **147**(3). DOI: 10.2307/2981576. ISSN 00359238. Dostupné také z: <https://www.jstor.org/stable/10.2307/2981576?origin=crossref>
- [16] MONTGOMERY, Douglas C. *Design and analysis of experiments*. 5th ed. New York: John Wiley, 2001. ISBN 04-713-1649-0.
- [17] MOURALOVA, K., R. MATOUSEK, J. KOVAR, J. MACH, L. KLAUKURKOVA a J. BEDNAR. Analyzing the surface layer after WEDM depending on the parameters of a machine for the 16MnCr5 steel. *Measurement*. 2016, **94**, 771-779. DOI: 10.1016/j.measurement.2016.09.028. ISSN 02632241. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263224116305310>
- [18] MUNDRY, Roger a Charles L. NUNN. Stepwise Model Fitting and Statistical Inference: Turning Noise into Signal Pollution. *The American Naturalist*. 2009, **173**(1), 119-123. DOI: 10.1086/593303. ISSN 0003-0147. Dostupné také z: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/593303>

- [19] MYERS, Raymond H., Douglas C. MONTGOMERY a Christine M. ANDERSON-COOK. *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments*. Fourth edition. Hoboken, New Jersey: Wiley, [2016]. ISBN 978-1-118-91601-8.
- [20] POPE, P. T. a J. T. WEBSTER. The Use of an F -Statistic in Stepwise Regression Procedures. *Technometrics*. 1972, **14**(2), 327-340. DOI: 10.1080/00401706.1972.10488919. ISSN 0040-1706. Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00401706.1972.10488919>
- [21] OLEJNIK, Stephen, Jamie MILLS a Harvey KESELMAN. Using Wherry's Adjusted R² and Mallow's C_p for Model Selection From All Possible Regressions. *The Journal of Experimental Education*. 2000, **68**(4), 365-380. DOI: 10.1080/00220970009600643. ISSN 0022-0973. Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00220970009600643>
- [22] WHITTINGHAM, MARK J., PHILIP A. STEPHENS, RICHARD B. BRADBURY a ROBERT P. FRECKLETON. Why do we still use stepwise modelling in ecology and behaviour?. *Journal of Animal Ecology*. 2006, **75**(5), 1182-1189. DOI: 10.1111/j.1365-2656.2006.01141.x. ISSN 00218790. Dostupné také z: <http://doi.wiley.com/10.1111/j.1365-2656.2006.01141.x>