# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

# FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

# ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

# HYDRAULICKÝ NÁVRH INDUCERU PALIVOVÉHO ČERPADLA PRO RAKETOVÝ MOTOR

HYDRAULIC DESIGN OF INDUCER FUEL PUMP FOR ROCKET ENGINE

DIPLOMOVÁ PRÁCE MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR Bc. Jan Kadlec

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR

Ing. David Štefan, Ph.D.

BRNO 2021



# Zadání diplomové práce

Ústav:	Energetický ústav
Student:	Bc. Jan Kadlec
Studijní program:	Strojní inženýrství
Studijní obor:	Fluidní inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. David Štefan, Ph.D.
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### Hydraulický návrh induceru palivového čerpadla pro raketový motor

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Inducer je nezbytnou součástí čerpadel, u kterých by hrozil vznik kavitace na vstupu do oběžného kola. Vlivem kavitace by došlo k výraznému snížení hydraulického výkonu a tudíž i provozuschopnosti samotného čerpadla. Z toho důvodu je potřeba před oběžné kolo vložit inducer, který zvýší vstupní tlak a tím zamezí vzniku kavitace.

Pomocí analyticko–empirických vztahů bude navržena geometrie induceru. Následně pomocí CFD výpočtu bude provedena korekce s ohledem na správnou funkci rotujícího celku inducer + oběžné kolo.

#### Cíle diplomové práce:

Cílem diplomové práce je hydraulický návrh induceru pro danou geometrii čerpadla. CFD výpočet jak samotného induceru, tak i celku inducer + oběžné kolo.

#### Seznam doporučené literatury:

GÜLICH, J. F. Centrifugal Pumps. 3. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2014. ISBN 978-3-6-2-40113-8.

BLÁHA, J. a K. BRADA. Příručka čerpací techniky. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1997. ISBN 80-0--01626-9.

KLUSÁK, O. Návrh induceru před oběžným kolem odstředivého čerpadla. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 102 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D. ředitel ústavu doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

# Abstrakt

Cílem této diplomové práce je hydraulický návrh induceru pro danou geometrii čerpadla. První část práce se věnuje rešerši hlavních a důležitých pojmů, ke kterým je ve zbytku práce odkazováno. Následuje část, která se zabývá dvoudimenzionálním 2D návrhem induceru na základě doporučení mnoha odborných zdrojů, kdy hlavním výstupem je matematický popis geometrie induceru, podle něhož je následně vytvořen samotný 3D CAD model. Poslední část se zabývá *CFD* analýzou induceru a také soustavy čerpadla s inducerem, kdy v této částí jsou určeny hlavní a důležité hydraulické vlastnosti ať už pro samotný inducer, nebo pro danou soustavu. V neposlední řadě jsou zmíněny i možnosti, jak danou geometrii induceru i nadále vylepšit.

### Klíčová slova

Inducer, *CFD* analýza, vysokootáčkové čerpadlo, tekutý kyslík, kavitace v hydrodynamických strojích

### Abstract

The aim of this masters thesis is hydraulic design of inducer for given pump geometry and operating parameters. The first part of this thesis deals with cavitation problematic in hydrodynamic pumps. Next section describes two-dimensional design of the inducer and according to that, the *3D CAD* model of inducer is made. The later part deals with thorough *CFD* analysis and determination of the main hydraulic parameters of inducer itself and also with whole pump completed with this inducer. The last section is devoted to inducer design improvement.

### Key words

Inducer, CFD analysis, high speed pump, liquid oxygen, cavitation in hydrodynamic machine

# **Bibliografická citace**

KADLEC, Jan. *Hydraulický návrh induceru palivového čerpadla pro raketový motor* [online]. Brno, 2021 [cit. 2021-04-09]. Dostupné z: <u>https://www.vutbr.cz/studenti/zav-</u> <u>prace/detail/129540</u>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav. Vedoucí práce David Štefan

# Čestné prohlášení autora

Čestně prohlašuji, že moji diplomovou práci na téma "Hydraulický návrh induceru palivového čerpadla pro raketový motor" jsem vypracoval samostatně pod vedením Ing. Davida Štefana, Ph.D s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této práce.

V Brně dne 20. května 2021

.....

Bc. Jan Kadlec

# Poděkování

Rád bych tímto poděkoval vedoucímu diplomové práce panu Ing. Davidu Štefanovi, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a podnětné návrhy při vypracování této práce.

# Obsah

1	Úve	od		8
2	Kap	palny	ý kyslík LOX	9
3	Vli	v ka	vitace na hydrodynamické stroje	. 10
	3.1	Fyz	ikální podstata kavitace	. 10
	3.2	Fyz	ikální vlastnosti kapalin s ohledem na kavitaci	. 11
	3.3	Úči	nky kavitace na hydrodynamické stroje	.13
	3.3.	.1	Kavitační opotřebení	.13
	3.3.	.2	Tlakové pulzace a vibrace	. 13
	3.3.	.3	Termodynamický účinek	.13
4	Čer	padl	a a kavitace	.15
	4.1	Sac	í měrná energie čerpadla	.16
	4.1	.1	Vnější charakteristika a měrná sací energie	.16
	4.1	.2	Vnitřní charakteristika a kavitační deprese	. 17
	4.1	.3	NPSH parametry	. 17
	4.2	Eul	erova čerpadlová rovnice a rychlostní trojúhelníky	. 18
	4.3	Mě	rná energie soustavy čerpadlo plus inducer	. 19
	4.4	Vzr	nik kavitace na lopatkách	. 20
	4.5	Spá	rová kavitace	. 22
5	Náv	vrh i	nduceru	.23
	5.1	Úvo	od do návrhu induceru	.23
	5.2	Para	ametry čerpadla bez induceru	.24
	5.3	Tla	kový přírůstek za inducerem	. 24
	5.3	.1	Tlakové číslo	.24
	5.3	.2	Předběžný výpočet tlakového čísla $\psi$	.26
	5.4	Din	nenzování vstupní průtočné plochy $A_1$	. 27
	5.4	.1	Rychlostní číslo	. 27
	5.4	.2	Brumfieldovo kritérium	. 27
	5.4	.3	Sací specifické otáčky	. 29
	5.4	.4	Strategie určení optimální vstupní plochy A1	. 29
	5.5	Vst	upní část induceru a náběžná hrana	. 30
	5.6	Zuž	ení průtočného kanálu	. 32
	5.7	Výs	stupní část induceru a odtoková hrana	. 33
	5.8	Výt	počet předpokládané výšky induceru	. 36

Energeticky FSI VUT v	ý ústav Bo Brně Hydraulický návrh induceru palivového čerpadla pro ra	r. Jan Kadlec ketový motor
5.9 Bé	zierova křivka pro výpočtové proudnice	
5.10	Návrh geometrie lopatky	
5.10.1	Konformní zobrazení	
5.10.2	Konformní transformace radiálně-axiální mříže	41
5.10.3	Kvadratická změna tangens doplňkového úhlu střední čáry lopatky	
5.11 (	Ostatní parametry induceru	47
5.11.1	Počet lopatek	47
5.11.2	Úhel opásání a axiální délka	47
5.11.3	Tloušťka lopatky	47
5.11.4	Mezera mezi koncem lopatky a komorou induceru	
5.11.5	Tvar náběžné hrany	
5.11.6	Náběžná hrana v axiálním pohledu	
5.12	Гabulka s důležitými parametry induceru	
6 CFD v	ýpočet samotného induceru	51
6.1 Úv	rod	51
6.2 Jec	Inotlivé geometrie	51
6.2.1	Geometrie induceru	51
6.2.2	Geometrie vstupního a výstupního potrubí	
6.3 Vý	početní sítě	55
6.3.1	Výpočetní síť induceru	55
6.3.2	Výpočetní síť vstupního potrubí	
6.3.3	Výpočetní síť výstupního potrubí	
6.3.4	Souhrn výpočetních sítí	
6.4 Jec	lnofázový CFD výpočet	
6.4.1	Výpočetní domény a rozhraní	
6.4.2	Nastavení okrajových podmínek	61
6.4.3	Nastavení řešiče	
6.4.4	Rezidua, konvergence a y <sup>+</sup>	
6.4.5	Výkonnostní charakteristika induceru (Q-H graf)	64
6.5 Dv	oufázový CFD výpočet kavitačních vlastností	
6.5.1	Podobnost s jednofázovým výpočtem	
6.5.2	Nastavení dvoufázového výpočtu	
6.5.3	Výsledky z dvoufázového výpočtu	
7 CFD at	nalýza čerpadlo s inducerem	70
8 Zhodno	ocení designu induceru	73

/		, , 0
Sez	znam použitých symbolů a zkratek	. 78
Sez	znam použitých zdrojů	. 82
Sez	znam použitých příloh	. 86

# 1 Úvod

Hydrodynamická čerpadla patří mezi stěžejní součásti leteckých a kosmických pohonů, protože zajišťují s vysokou spolehlivostí přenos paliva nebo okysličovadla z palivových nádrží do spalovací komory motoru.

Při této aplikaci ovšem musí pracovat při velmi složitých podmínkách, kdy jsou na ně kladeny vysoké nároky z hlediska výkonnostních parametrů, a to vše při zachování co nejmenších rozměrů a minimální hmotnosti. V neposlední řadě je také od čerpadel vyžadováno, aby byly schopné pracovat i při provozních stavech, kdy je na vstupu nízká hodnota statického tlaku, což s sebou nese riziko vzniku kavitace a jejich doprovodných jevů, které mohou následně dosti výrazně ovlivnit funkci čerpadel.

Poslední požadavek na sací schopnosti je pro samotnou konstrukci čerpadel velmi těžké splnit. Z toho důvodu se osvědčila při vývoji těchto nekonvenkčních čerpadel instalace induceru, což je ve výsledku speciálně navržené předřazené lopatkové kolo axiální konstrukce, které má lepší sací schopnosti než samotné oběžné kolo čerpadla (*zkratka OK*), a tudíž je schopné mu i v případě nízkých vstupních tlaků dodávat dostatečný přírůstek statického tlaku tak, aby nebyla ohrožena funkce čerpadla a snížení jeho výkonnostních parametrů. Stručně řečeno, při nízkých vstupních tlacích je hlavní funkcí induceru zvýšení statického tlaku před samotným oběžným kolem čerpadla za účelem redukce kavitace a zlepšení výkonnostních parametrů čerpadla.

Tato práce se věnuje návrhu speciálního vysokootáčkového induceru, který by společně s *OK* měl sloužit k dopravě tekutého kyslíku, tedy okysličovadla do spalovací komory raketového motoru. Jedná se v tomto případě o kryogenní čerpadlo, kde právě díky velmi vysokým otáčkám je možné dosáhnout velmi malých geometrických rozměrů a nízkých hmotností.

Návrh induceru a oběžného kola čerpadla jsou dvě spojité úlohy, které jsou navzájem propojené, a proto nelze řešit návrh induceru zvlášť, ale je vždy nutné validovat jednotlivé konstrukční úvahy s konstrukcí *OK* a ověřit jejich proveditelnost.

Výsledkem by mělo být nejenom ověření dosažených parametrů pro inducer, ale i pro následnou soustavu čerpadlo s inducerem, přičemž návrh *OK* není součástí této diplomové práce, ale je předmětem výzkumného projektu v rámci programu *TRIO* Ministerstva průmyslu a obchodu ČR s názvem "Výzkum elektricky poháněného palivového čerpadla pro raketové motory nové generace" (*viz.[1]*).

# 2 Kapalný kyslík LOX

Kapalný kyslík, často označovaný pod zkratkou *LOX (liquid oxygen,)* je kryogenní namodralá kapalina, která našla široké uplatnění v moderním průmyslu. Využití nachází jako okysličovadlo pro spalovací procesy, hutní výrobu nebo při úpravách pitné vody. [2]

Fyzikálně-chemické vlastnosti kyslíku				
Chemický vzorec	<b>O</b> <sub>2</sub>	[-]		
Molekulová hmotnost	31,9988	$[g.mol^{-1}]$		
Bod tání	-218,4	[°C]		
(při tlaku 101,3 kPa)				
Bod varu	-182,97	[°C]		
(při tlaku 101,3 kPa)				
Kritická teplota	-118,9	[°C]		
Kritický tlak	5,043	[MPa]		
Hustota kapalného kyslíku (při bodu varu)	1 142	[kg.m <sup>-3</sup> ]		
Vlastnosti te	Vlastnosti tekutého kyslíku při 90 K			
Hustota kapalného kyslíku	1 146	[kg.m <sup>-3</sup> ]		
Dynamická viskozita	195	[µPa.s]		
Tlak nasycených par	101	[kPa]		

Tabulka 1 Fyzikální a chemické vlastnosti kyslíku [2], [3], [4]

Hlavní předností *LOX* je kromě velmi dobrých oxidačních vlastností také poměrně levná výroba, kdy může být získáván kondenzací atmosférického vzdušného kyslíku, absorpcí na molekulových sítech nebo elektrolytickým rozkladem vody. [2]

Velké nebezpečí při použití *LOX* vychází ze samotné přednosti této látky, a tím je vysoká reaktivita. Rizika hrozící při manipulaci s kapalným kyslíkem jsou značná, kdy jako hlavní z nich lze uvést skutečnost, že *LOX* reaguje prakticky se všemi organickými látkami a zároveň silně oxiduje i některé málo legované oceli. Navíc se jedná o kryogenní látku, tudíž se musí počítat i s tranzitním chováním kovů a náchylnosti na křehký lom. [2]

Pří návrhu hydrodynamických strojů operující s touto kapalinou je tedy nutné dbát zvýšené pozornosti na volbu materiálu *(vhodný například Inconel 718)* a také na jeho čistotu. Důležité je totiž zabránit nechtěnému kontaktu organických a jiných silně oxidujících látek ulpívajících na stroji jako důsledek například výroby *(mazivo atd.)*. [2]

# **3** Vliv kavitace na hydrodynamické stroje

# 3.1 Fyzikální podstata kavitace

Kavitací se označuje fyzikální jev způsobený vznikem a následným vývojem velmi malých plynných kavitačních bublin uvnitř kapaliny často za normálních neboli pokojových podmínek v důsledku poklesu absolutního statického tlaku. Z fázového diagramu vyplývá, že skupenství látky je závislé na dvou veličinách, a to na tlaku p a teplotě T. Při kavitaci hraje dominantní roli právě velikost statického tlaku, který může při proudění kapaliny v určitých místech hydrodynamického stroje výrazně poklesnout, a tím způsobit změnu skupenství z kapalného na plynné, tedy vypařování. Neobvyklé to může být například pro s vodou pracující hydrodynamické stroje, kde není výjimkou, že dochází k vypařování vody v určitých místech stroje i při pokojových teplotách. [5]

Pokles tlaku při proudění kapaliny lze demonstrovat na zákonu zachování mechanické energie pro proudění ideální, ustálené kapaliny při zanedbání rozdílu geodetických výšek a ztrát. [6]



Obrázek 1 Kontrolní oblast na proudnici

$$\frac{v_{\rm A}^2}{2} + \frac{p_{\rm A}}{\rho} = \frac{v_{\rm B}^2}{2} + \frac{p_{\rm B}}{\rho} \tag{3.1}$$

Tímto je definovaná zjednodušená Bernoulliho rovnice (3.1) pro libovolně uzavřenou kontrolní oblast na proudnici, kde součet tlakové a kinetické energie definované v bodě A se rovná součtu tlakové a kinetické energie v bodě B. [6]

Z rovnice (3.1) jasně vyplývá, že se zvyšující se rychlostí  $v_B$ , která může být dána například menším příčným průřezem  $S_B$ , klesá zároveň velikost tlaku  $p_B$  tak, aby rovnost energií zůstala zachována. V případě, že v daném místě B velikost statické tlaku  $p_B$  v důsledku rychlosti  $v_B$ klesne pod určitou hodnotu blízkou tlaku sytých par ( $p_w$  nebo  $p_v$ ), tak dojde k přerušení kohezních sil kapaliny a k lokálnímu výparu vody v místě nízkého tlaku ve formě velmi malých kavitačních bublin. Tyto kavitační bubliny jsou posléze unášeny proudem do oblasti vyššího tlaku, kde dochází ke zpětné kondenzaci par a vlivem okolního vyššího tlaku k takzvané implozi či anihilaci, tedy k velmi rychlému zániku kavitační bubliny, kdy tento zánik má v okolí stěny následující průběh (viz Obrázek 2). To je způsobené tím, že asymetrické tlakové pole působící na povrch kavitační bubliny zapříčiňuje větší urychlení části povrchu, což má za následek chování, které lze přirovnat k vystřelení "kavitačního projektilu", přičemž frekvence vzniku a zániku takovýchto bublin může být v kavitační oblasti velmi vysoká (*řádově zhruba v jednotkách kHz*) a je hlavním mechanismem vedoucí ke kavitačnímu opotřebení a degradaci stěn hydrodynamických strojů. [5], [6]



Obrázek 2 Zánik kavitační bubliny v blízkosti stěny [6]

Důsledky kavitace u hydrodynamických strojů jsou značné a kromě výjimečných případů prakticky vždy nežádoucí.

# 3.2 Fyzikální vlastnosti kapalin s ohledem na kavitaci

Kromě parametrů statického tlaku a teploty ovlivňují vznik a vývoj kavitace také fyzikální vlastnosti dané kapaliny.

Prvním je povrchové napětí, které se vzrůstající tendencí zpomaluje růst kavitační bubliny a zároveň také zrychluje její zánik, tedy působí hlavně při počátku a zániku kavitační dutiny. [5]

Další veličinou je viskozita, která se zvyšující se hodnotou teoreticky zpomaluje růst kavitační bubliny. Tato rovnost však neplatí vždy, protože zároveň se zvyšující se viskozitou roste tlaková ztráta, a tím dochází ke snižování tlaku uvnitř kapaliny, což má přesně opačný efekt. Z často protichůdných experimentálních výsledků ovšem plyne, že vliv viskozity na kavitaci není stále ještě přesně objasněn a je nadále předmětem mnoha experimentálních studií. [5]

Kavitace je z velké části ovlivněna čistotou samotné kapaliny neboli přítomností cizorodých látek ať už ve formě plynu, jiné kapaliny, či pevných částeček. Ke kavitaci dochází obecně při překonání kohezních sil mezi molekulami, kdy nastává porušení soudržnosti samotné kapaliny. Kohezní síly jsou projevem pevnosti kapaliny a pro absolutně čistou vodu podle Bogačeva je pevnost kapaliny přibližně *1013 MPa*. Reálná kapalina obsahující nejrůznější příměsi má podle Zeldoviče pevnost nižší, a to asi *202 MPa*, avšak zjištěná experimentální data pevnosti vody se pohybují výrazně níže, a to v rozmezí  $10^4$  až  $10^6$  *Pa*. Největší měrou přispívají ke snížení pevnosti kapaliny právě volně nerozpuštěné plyny, které jsou zárodkem pro kavitační jádra. Pevné částečky nebo obecněji fázová rozhraní mezi kapalinou a pevnou látkou nemají vliv na pevnost kapaliny v případě, že toto rozhraní je schopné přenášet větší síly nežli kohezní. [5], [7]

Závislost růstu plynné bubliny na jejím počátečním poloměru  $R_0$  může být zobrazeno v grafu (*viz Obrázek 3*), kdy je patrné rozdělení na dvě oblasti, a to na oblast stabilního a nestabilního růstu bubliny. Bublina o počátečním poloměru  $R_0$  roste stabilně se snižujícím se tlakem p(T), dokud poloměr bubliny  $R_b$  nedosáhne kritické hodnoty  $R_{krit}$ . V případě, že poloměr bubliny nepřekročí kritickou mez  $R_{krit}$ , tak v momentě opětovného zvýšení tlaku se kapalina smrští na původní rozměr  $R_0$ . Pokud ovšem poloměr bubliny překročí kritickou hodnotu  $R_{krit}$ , tak poté již dochází k nestabilnímu, explozivnímu růstu nyní už kavitační bubliny. Hodnoty  $R_{krit}$  pro různé počáteční poloměry  $R_0$  se nacházejí na křivce, která se s rostoucím počátečním poloměrem asymptoticky blíží tlaku nasycených par. [5], [7]



Obrázek 3 Stabilita bubliny v závislosti na počátečním poloměru  $R_0$  [7]

Z obrázku je zřejmé, že s vyšším obsahem plynné fáze v pracovní kapalině roste také velikost tlaku, při kterém dochází ke kavitaci, na hodnotu sytých par. [5], [7]

V praxi se ovšem až na určité výjimky tento vliv čistoty kapaliny většinou zanedbává a jako hodnota tlaku zapříčiňující vznik kavitace  $p_k$  je uvažován tlak sytých par při dané teplotě  $p_v$ .

$$p_k \cong p_{\nu}(T) \tag{3.2}$$

# 3.3 Účinky kavitace na hydrodynamické stroje

Vznik nežádoucích kavitačních oblastí při provozu hydrodynamického stroje je doprovázen snížením jeho provozních parametrů jako je účinnost, měrná energie či průtok. Kavitace má však vliv nejen na aktuální parametry, ale působí na funkčnost čerpadla nebo turbíny i v delším časovém měřítku, zvláště pokud se jedná o dlouhodobý kontinuální provoz.

### 3.3.1 Kavitační opotřebení

Kavitační opotřebení nebo také kavitační eroze je pravděpodobně tím nejzásadnějším projevem kavitace v hydrodynamických strojích hlavně v případě jejich kontinuálního dlouhodobého provozu. Důsledky jsou totiž při plně rozvinuté kavitaci vážné až fatální pro provoz samotného zařízení. Podstatou jevu je takzvané vydrolování materiálu a jeho následné unášení proudem kapaliny. Největší podíl na kavitačním opotřebení má mechanický účinek hydraulických rázů z vyzařovaných tlakových vln způsobený kolapsem kavitačních bublin (*viz Obrázek 2*). To má za následek vznik elastickoplastických deformací části povrchové vrstvy a její náchylnost na vznik únavových trhlin a následnému vydrolování. [5], [8]

Dalším procesem, který přispívá k rozrušení materiálu, je účinek žhavého plynu v bublině. Experimentálně bylo zjištěno, že teplota plynu a páry uvnitř kavitační bubliny při jejím zániku může krátkodobě dosahovat až *10 000 K* a tedy přispívat k narušení povrchu materiálu. [8]

V neposlední řadě ke kavitačnímu opotřebení dochází také díky účinku elektrochemických procesů. Při kolapsu kavitační bubliny, který má za následek vznik tlakové vlny, jež následně naráží do povrchu materiálu, vzniká lokální ohřátí části povrchu, což má za následek vznik termoelektrického článku vyvolávající elektrochemickou korozi povrchové vrstvy. [8]

### **3.3.2** Tlakové pulzace a vibrace

Vibrace a zvýšený hluk je doprovodným důsledkem kavitace v hydrodynamických strojích. Při bezkavitačním a optimálním běhu čerpadla by měl být slyšet pouze šum zapříčiněný prouděním kapaliny a třením hřídele v ložiskách a ucpávkách. Při kavitaci však dochází k hluku vyvolaný tlakovými rázy vznikající při zániku kavitačních bublin v blízkosti obtékaných stěn. Přitom frekvence doprovodného zvuku se pohybuje v rozmezí *10 Hz* až *3 MHz* v závislosti na typu a velikosti kavitační oblasti. [5]

Intenzita hluku a s ním související vznik vibrací snižuje životnost stroje a při dosažení maximální amplitudy nebo vlastní frekvence součásti ohrožuje samotnou bezpečnost stroje.

### 3.3.3 Termodynamický účinek

Při vzniku a zániku kavitační bubliny v kapalině dochází k fyzikálnímu jevu nazývanému termodynamický účinek kavitace, který je sice obecně zanedbatelný pro proudění vody při venkovních teplotách, nikoliv však pro kryogenní kapaliny a pro kapaliny při vysokých teplotách včetně vody ( $100 \ ^{\circ}C \ a \ vice$ ). [5], [9]

Hlavním principem daného jevu je, že v důsledku kavitační oblasti dochází k lokálním změnám teploty kapaliny, kdy v okolí místa vzniku kavitačních bublin je možno pozorovat lokální snížení teploty a v místě zániku naopak lokální zvýšení teploty. [5], [8]

Velmi zjednodušenou podstatou lokálního ochlazení kapaliny je, že při vzniku kavitační bubliny dochází ke změně skupenství, tedy k přeměně kapaliny na plyn. K této fázové přeměně je ovšem vyžadována energie ve formě latentního tepla. Zanedbá-li se nyní zvýšení teploty kapaliny vlivem tření o lopatky, lze říci, že při proudění tekutiny uvnitř hydrodynamického stroje se tepelná energie kapaliny nemění, tudíž teplo není kapalině nikterak dodáváno. Za tohoto předpokladu je energie nutná k fázové přeměně odebrána

ze samotné kapaliny, což vede ke snížení teploty kapaliny v blízkosti oblasti vzniku kavitačních bublin. Jinými slovy řečeno, dojde k lokálnímu snížení teploty. [5], [8]

Následná imploze neboli kondenzace kavitační bubliny se díky unášivému proudu odehrává již v jiných místech než samotná tvorba. Při rychlé implozi kavitační bubliny se lokálně naopak zvyšuje teplota jednak v důsledku přeměny kinetické energie kapaliny na deformační práci, jednak také zahřívajícím se plynem uvnitř kapaliny, který se nestíhá difundovat do okolní kapaliny. [5]

Pro kapaliny ovšem platí, že se snižující se teplotou hodnota kavitačního tlaku klesá. V konečném důsledku lokální snížení teploty vlivem termodynamického účinku vylepšuje kavitační vlastnosti hydrodynamického stroje, kdy ovšem toto zlepšení je poměrně těžké predikovat, protože to závisí nejenom na termodynamických vlastnostech kapalin, ale také na velikosti kavitační oblasti. [5]

Pro návrh induceru pracujícího s tekutým kyslíkem při kryogenních teplotách lze předpokládat, že hodnota tlaku  $p_k$  zapříčiňující vznik kavitace bude pravděpodobně nižší než hodnota tlaku nasycených par  $p_v$  pro uvažovanou teplotu hlavního proudu tekutiny.

$$p_k \le p_v(T) \tag{3.3}$$

Jedním z vodítek jak odhadnout termodynamický účinek kavitace na hydrodynamický stroj je pomocí veličiny pod anglickým názvem *TSH* (*Thermodynamic Suppression Head*), která je daná do souvislosti s veličinou  $NPSH_A$  (*kap. 4.1.3*), kdy ze zápisu vztahu je patrné, že veličina *TSH* zvyšuje čistou sací výšku v systému. [9]

$$NPSH_{available+TSH} = NPSH_{available} + TSH$$
(3.4)

Přičemž pro výpočet *TSH* jsou následně použité semi-empirické poměrně rozsáhlé vztahy, které dávají do souvislosti termodynamické vlastnosti pracovní kapaliny a provozní podmínky stroje. Více se lze k této problematice dočíst ve zdroji [9].

Nicméně vzhledem k tomu, že termodynamický účinek zlepšuje kavitační vlastnosti induceru, jedná se v konečném důsledku o pozitivní efekt, který není v této diplomové práci při *CFD* výpočtu zohledněn z důvodu své složitosti a obtížnému získání podrobnějších informací.

# 4 Čerpadla a kavitace

Jedním ze stěžejních úkolů při návrhu hydrodynamických čerpadel je snaha omezit, nebo dokonce i úplně zamezit vzniku kavitace uvnitř pracujícího stroje. Kavitace je u čerpadel zvláště nebezpečná z toho důvodu, že vzniká na počátku přenosu energie v místě vstupu kapaliny do oběžného kola, tedy hlavně v okolí náběžné hrany lopatek (*viz Obrázek 4*). Z tohoto důvodu jsou kavitační vlivy na hydraulické vlastnosti čerpadel obecně vyšší, než je tomu například u přetlakových hydrodynamických turbín, kde kavitace naopak vzniká nejčastěji až na výstupu z lopatkového kola. Přesné chování a kavitační vlastnosti čerpadla se určují z kavitačních zkoušek nastíněných v této kapitole. [5], [10]

Diplomová práce je zaměřena na návrh induceru, což je prakticky axiální oběžné lopatkové kolo umístěné před sáním oběžného kola čerpadla, které se zde instaluje právě za účelem zvýšení statického tlaku, a tím pádem k částečné nebo úplné redukci kavitace. [5]

Inducer není nic jiného než víceméně axiální hydrodynamické čerpadlo, a proto je žádoucí zde zmínit i obecnou problematiku kavitace u čerpadel a její vliv na provozní podmínky stroje.



Obrázek 4 Kavitační opotřebení na vstupu do lopatkového kola [11]

### 4.1 Sací měrná energie čerpadla

Vliv kavitace na provoz čerpadel je potřeba nějakým způsobem kvantifikovat, a proto za tímto účelem byla definováná experimentální zkouška provozu čerpadla při variabilním vstupním tlaku podle normy ČSN 110055 - kavitační protokol čerpadla. Výsledkem zkoušky jsou parametry, které definují mezní stavy chodu čerpadla a slouží i pro porovnání různých druhů čerpadel. Následujícími kavitačními veličinami jsou definovány i výsledky z CFD analýzy tak, aby bylo následně možné jednoduché ověření CFD výpočtu a experimentu. [10]

#### 4.1.1 Vnější charakteristika a měrná sací energie

Vnější charakteristika čerpadla uvádí veličinu zvanou měrná sací energie  $Y_s$ , která je definovaná následujícím vztahem. [10]

$$Y_{s} = \frac{(-p_{ms})}{\rho} + gy_{s}$$
(4.1)

V této rovnici (4.1) je manometrický tlak  $p_{ms}$  definován rozdílem barometrického tlaku  $p_b$  a absolutního tlaku  $p_s$ , přičemž podtlaky se zde dosazují se zápornou hodnotou. [10]

$$p_{ms} = p_b - p_s \tag{4.2}$$

Samotné určení měrné energie čerpadla Y vychází z okrajových podmínek podle vztahu (4.3). Měřící trať je zobrazena níže (viz Obrázek 5), kdy samotné měření probíhá při postupném snižování tlaku v dolní nádrži p' a také k adekvátnímu snížení tlaku v nádrži horní p'' tak, aby byl zachován konstantní tlakový rozdíl (4.4) a konstantní měrná energie čerpadla Y. Během měření se udržují ještě konstantní otáčky n, geodetická výška hladin  $H_g$  a průtok Q. [10]

$$Y = \frac{(p'' - p')}{\rho} + gH_g + Y_z \tag{4.3}$$

$$(p'' - p') = konst.$$
 (4.4)

Dojde-li vlivem kavitace při měření k poklesu měrné energie Y o smluvní hodnotu, je na základě naměřeného podtlaku  $p_{ms}$  určena hodnota kritické měrné sací energie  $Y_{s-krit}$ . Pro bezkavitační provoz čerpadla je pak zvolená takzvaná dovolená měrná sací energie  $Y_{s-dov}$ , která je menší než  $Y_{s-krit}$ , kdy z této veličiny je následně vypočítána dovolená geodetická sací výška čerpadla  $H_{gs}$ . [10]

$$Y_{s-krit} > Y_{s-dov} \tag{4.5}$$

$$H_{gs} = \frac{Y_{sdov}}{g} \tag{4.6}$$

Určení vnější kavitační charakteristiky je důležité pro projektování a instalaci čerpadla.



Obrázek 5 Schéma měřící traťě pro určení Y a Y<sub>s</sub>[10]

#### 4.1.2 Vnitřní charakteristika a kavitační deprese

Vnitřní kavitační charakteristika je naopak důležitá pro samotnou konstrukci čerpadla a je definována parametrem kavitační deprese  $\Delta y$ , jež vyjadřuje energii kapaliny na vstupu ( $p_s$ ,  $c_1$ ) do čerpadla vůči tlakové energii kapaliny při tlaku sytých par  $p_v$ . V kritickém bodě (*při dosažení*  $Y_{s-krit}$ ) je kavitační deprese definovaná následujícím vztahem (4.7). [5], [10]

$$\Delta y_{krit} = \frac{(p_s - p_v)}{\rho} + \frac{c_1^2}{2}$$
(4.7)

#### 4.1.3 NPSH parametry

Ekvivalentem ke kavitační depresi a sací měrné energii lze najít v anglické i německé literatuře pod označemí *NPSH (Net Positive Suction Head)*, která je však vztažená k energii výšky sloupce kapaliny. [10]

Přepočet mezi *NPSH* a  $\Delta y$  je uveden v rovnici (4.8), přitom přepočítává-li se kritická kavitační deprese  $\Delta y_{krit}$ , pak se označuje tento parametr dolním indexem *R*, což je zkratka anglického slova "required". [10]

$$NPSH_R = \frac{\Delta y_{krit}}{g} \tag{4.8}$$

V praxi se lze velmi často setkat i s označením *NPSH*<sub>3</sub>, což blížeji definuje to, že kritický bod je určen poklesem měrné energie o *3 %*. [18]

Obdobou pro  $Y_s$  je naopak  $NPSH_A$ , kde index A je zkratkou anglického slovíčka "available", tedy dostupný, kdy pro tento parametr existuje více definicí podle toho, jaké všechny vlivy (*označené { } v následující rovnici*) jsou do výpočtu  $NPSH_A$  započítány. [18]

$$NPSH_A = \frac{(p_s - p_v)}{\rho \cdot g} + \{y_s\} + \left\{\frac{c_1^2}{2 \cdot g}\right\}$$
(4.9)

### 4.2 Eulerova čerpadlová rovnice a rychlostní trojúhelníky

Z Bernoulliho rovnice odvozená Eulerova čerpadlová rovnice je základní a jednoduchá rovnice sloužící k výpočtu měrné energie čerpadla *Y*. [12]

$$\frac{Y}{\eta_h} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \tag{4.10}$$

Na základě proudění v relativním prostoru lopatkového kola lze absolutní rychlost *c* vyjádřit pomocí vektorového součtu (4.11), kdy *u* značí unášivou rychlost a *w* relativní rychlost. [12]

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u} \tag{4.11}$$

Dále také absolutní rychlost c může být rozložena do směru unášivého  $c_u$  a meridiálního  $c_m$ . [12]

$$c = \sqrt{c_m^2 + c_u^2} \tag{4.12}$$

Pro přehlednost jsou jednotlivé definované rychlosti vykreslovány do formy takzvaných vstupních a výstupních rychlostních trojúhelníků, kdy z následujících obrázků si lze lépe představit, které rychlosti mají dominantní vliv na velikost měrné energie Y podle rovnice (4.10).



Obrázek 6 Rychlosti v relativním prostoru čerpadla [13]



Obrázek 7 Rychlostní trojúhelníky na vstupu a výstupu z čerpadla [13]

### 4.3 Měrná energie soustavy čerpadlo plus inducer

Konstrukce induceru není ve výsledku nic jiného než axiální hydrodynamické čerpadlo. Jsou-li obecně dvě čerpadla zapojená sériově za sebe, jak je tomu v případě čerpadla s inducerem, tak jejich celková měrná energie, kterou tato soustava generuje, je rovná součtu přírůstku měrné energie od induceru  $Y_i$  a oběžného kola čerpadla  $Y_{OK}$ . [12], [14]

$$Y_{soustava} = Y_i + Y_{OK} \tag{4.13}$$

Jednotlivé přírůstky měrné energie si lze vyjádřit pomocí Eulerovy čerpadlové rovnice (4.10), kde dolní index 1 označuje rychlosti před inducerem, index 2 za inducerem, tedy zároveň před oběžným kolem a v neposlední řadě index 3, který označuje rychlosti za *OK*. Poté jednotlivé přírůstky *Y* lze napsat následovně. [12], [14]

$$\frac{Y_i}{\eta_{h,i}} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} \tag{4.14}$$

$$\frac{Y_{OK}}{\eta_{h,OK}} = u_3 c_{u3} - u_2 c_{u2} \tag{4.15}$$

U induceru lze předrotaci proudu kapaliny zanedbat a vztah zjednodušit.

$$c_{u1} \approx 0 \tag{4.16}$$

$$\frac{Y_i}{\eta_{h,i}} = u_2 c_{u2} \tag{4.17}$$

Stejnou podmínku již nelze uvážit pro následné oběžné kolo, protože předrotaci proudu vytváří sám předřazený inducer na svém výstupu, a proto pro celkovou měrnou energii soustavy platí vztah (4.18). [12], [14]

$$Y_{soustava} = \eta_{h,i} (u_2 c_{u2}) + \eta_{h,OK} (u_3 c_{u3} - u_2 c_{u2})$$
(4.18)

Dalším upravením se získá rovnice v následujícím tvaru.

$$Y_{soustava} = \eta_{h,OK} (u_3 c_{u3}) - (\eta_{h,OK} - \eta_{h,i}) (u_2 c_{u2})$$
(4.19)

Pro názornost je zde vyjádřena Eulerova čerpadlová rovnice pracující bez induceru. V tomto případě lze zanedbat předrotaci proudu před oběžným kolem čerpadla, protože zde není žádný inducer, který by proud vody roztáčel, tudíž lze napsat rovnici podobně jako v předchozím případě pro inducer.

$$Y_{OK} = \eta_{h,OK}. (u_3 c_{u3}) \tag{4.20}$$

Z porovnání rovnic (4.19) a (4.20) lze vidět, že celková měrná energie soustavy čerpadla s inducerem je stejná jako pro čerpadlo samotné pouze tehdy, jsou-li si blízké hydraulické účinnosti induceru  $\eta_{h,i}$  a oběžného kola  $\eta_{h,OK}$ . Většinou je ovšem účinnost induceru menší, proto by inducer měl být navrhnut tak, aby zvýšil o dostatečnou hodnotu statický tlak před *OK* kvůli redukci kavitace. Zároveň by ovšem neměl generovat zbytečně velký tlakový přírůstek, protože v tom případě přebírá část energie oběžného kola, které pracuje s vyšší účinnosti, což v konečném důsledku znamená snižování jednak měrné energie soustavy a také snižování celkové hydraulické účinnosti. [12], [14]

Z tohoto důvodu se doporučuje, aby tlakový přírůstek induceru byl zhruba kolem 10 % tlakového přírůstku následného oběžného kola čerpadla. Při této hodnotě se i větší rozdíl mezi

účinností induceru a *OK* neprojeví příliš na celkové účinnosti a měrné energii soustavy. Současně by takovýto tlakový přírůstek měl být dostatečný pro redukci kavitace před oběžným kolem čerpadla. [15], [19]

### 4.4 Vznik kavitace na lopatkách

Kavitačním opotřebením u čerpadel je nejčastěji postihnutá náběžná hrana lopatky (*viz Obrázek 4*), protože v těchto místech je zpravidla statický tlak nejnižší, což je zapříčiněné tím, že oběžné kolo nebylo schopno zatím předat měrnou energii kapalině. Zároveň i v okolí náběžné hrany jsou poměrně vysoké rychlosti, které opět vedou ke vzniku kavitace (*viz kap. 3.1*). [5]

V závislosti na průtoku Q dochází ke změně místa a tvoření kavitační oblasti. Vezme-li se do úvahy ideální stav, kdy kapalina natéká do prostoru čerpadla bez předrotace proudu, tedy ve směru kolmo k unášivé rychlosti u, je velikost absolutní složky rychlosti c závislá pouze na velikosti průtoku Q. [12]

$$c_1 = c_{m1} = \frac{Q}{A_1} = c_0 \tag{4.21}$$

Jestliže jsou otáčky *n* konstantní, pak i unášivá rychlost  $u_1$  je stále stejná. Mění-li se ovšem průtok Q, pak se zákonitě mění i velikost absolutní rychlosti  $c_1$  a s ní i úhel kapaliny  $\beta_0$ , zatímco úhel lopatky  $\beta_1$  zůstává stejný (*viz. Obrázek 8*). Pro rozdíl mezi úhly  $\beta_0$  a  $\beta_1$  se zavádí pojem deviace proudu nebo také úhel náběhu proudu na lopatce. V neposlední řadě lze použít i pojem incidence *i*, což vychází z anglické literatury. [5], [16]

$$i = \beta_1 - \beta_0 \tag{4.22}$$



Obrázek 8 Vstupní relativní rychlosti v závislosti na průtoku [5]

Z obrázku lze vypozorovat, že při malém průtoku Q a nízkých hodnotách vstupního tlaku  $p_1$  v okolí náběžné hrany může vzniknout kavitační oblast na sací straně lopatky S, protože úhel relativní rychlosti proudu  $\beta_0$  je menší než vstupní úhel lopatky  $\beta_1$ . S rostoucím průtokem dochází k růstu absolutní rychlosti c, a tím ke zvětšování úhlu  $\beta_0$ . V momentě, kdy je  $\beta_0$  přibližně rovný  $\beta_1$ , tak může dojít ke vzniku kavitační oblasti na obou stranách lopatky. Pří nadále se zvyšujícím se průtoku se kavitační oblast následně přehoupne už pouze na tlakovou stranu lopatky T. [5]

Tento vliv průtoku na vznik kavitační oblasti lze dobře znázornit na grafu  $Q - \Delta y_{poč}$ (viz Obrázek 9). S rostoucím průtokem Q se postupně vznik kavitační oblasti přesouvá ze sací na tlakovou stranu lopatky. Křivky počáteční kavitační deprese  $\Delta y_{poč}$  oddělují jednotlivé kavitační oblasti. [5]



Obrázek 9 Kavitační oblasti v závislosti na průtoku pro klasické čerpadlo [10]

Na konstrukci čerpadla jsou většinou kladeny nároky na požadovanou dopravní výšku H při zachování maximální hydraulické účinnosti  $\eta_h$ . Pro inducery jsou však tyto nároky jiné, kdy hlavním předpokladem je to, aby inducer dokázal pracovat při nižších vstupních tlacích než samotné čerpadlo. Zároveň by měla být kavitační oblast v blízkosti náběžné hrany stabilní, tedy aby neoscilovala mezi sací a tlakovou stranou, ale ideálně se držela na sací straně lopatky, kde neblokuje tolik vstup do induceru, a nezpůsobuje tím v takové míře víření proudu. [16]

Z tohoto důvodu je pro inducery důležité při návrhu volit hodnotu několikastupňové  $(2^{\circ}az 5^{\circ})$  kladné incidence na konci lopatky, která zaručí, že i při vyšších průtocích se kavitační oblast bude nacházet na chtěné sací straně lopatky. Zároveň kladná incidence se spolupodílí na ohybu proudu v induceru a na vzrůstu dopravní výšky *H* ve větší míře, než tomu je u klasických čerpadel, protože obecně inducery se navrhují na menší tlakový spád. Dokonce některé typy induceru vytvářejí tlakový přírůstek pouze díky kladné incidenci. [14], [16]

Pro konstrukci induceru jsou typické dlouhé lopatky, které zaručují, že kavitační bubliny budou mít dostatek času k implozi a nebudou již tolik ovlivňovat parametry následného *OK*. Dále díky menšímu tlakovému spádu mohou být lopatky tenčí, což znamená nižší blokaci proudu a i menší náchylnost induceru na kavitaci. V konečném důsledku je tedy inducer schopný pracovat při nižších vstupních tlacích než samotné oběžné kolo čerpadla. [16]

# 4.5 Spárová kavitace

Spárová kavitace se vyskytuje u čerpadel s otevřenými oběžnými lopatkovými koly, mezi které inducery patří. Vlivem spáry mezi koncem lopatky a pevnou nepohybující se komorou induceru dochází k proudění mezi sací a tlakovou stranou lopatky z důvodu tlakového gradientu. Protože rozdíl tlaku mezi dvěma stranami lopatky je veliký, jsou zde i velké rychlosti kapaliny. Proudění skrz tuto spáru následně zapříčiňuje i vznik takzvaných válcových vírů před lopatkou, které mají hlavní vliv na pokles statického tlaku, a tím pádem i na vznik spárové kavitace v této oblasti. [5]

Největší vliv na spárovou kavitaci má právě velikost vůle mezi koncem lopatky a komorou induceru, proto je nutné volit velikost spáry co nejmenší. Zároveň je ale třeba respektovat výrobní a provozní tolerance tak, aby nedošlo k zadření lopatkového kola. [5]



Obrázek 10 Spárová kavitace [5]

# 5 Návrh induceru

# 5.1 Úvod do návrhu induceru

Kvalitní hydrodynamický návrh induceru se neobejde bez dostatečných znalostí a zkušeností z daného oboru. Díky tomu, že se jedná o problém značně komplexní, bylo zapotřebí provést rozsáhlou rešerši na dané téma a seznámit se s různými doporučeními a postupy pro optimální design induceru.

Základem při návrhu jsou informace nabyté během hodin *MS1 a MS2 Tekutinové stroje* vyučované na Odboru fluidního inženýrství Viktora Kaplana na *VUT FSI*. Dále jakýmsi odrazovým můstkem informací se stala kniha *Centrifugal Pumps* od nakladatelství Springer ([17]), která díky své rozsáhlosti pokrývá prakticky celou problematiku odstředivých čerpadel včetně inducerů a jedná se tedy o velmi kvalitní nástroj pro každého začínajícího, ale i zkušeného "čerpadláře".

Hlavním specifikem induceru navrhovaného v této diplomové práci jsou extrémně vysoké otáčky 50 000 min<sup>-1</sup>, a tím pádem i velmi malé geometrické rozměry. Protože takovéto konstrukce vysokootáčkových inducerů a čerpadel nejsou stále příliš běžné, kdy díky technologickému pokroku jsou záležitostí hlavně posledních desetiletí, musí se při návrhu zohlednit i podstatně novější veřejné publikace a vědecké články, které se zabývají návrhem, experimentálním testováním a doporučením pro konstrukci vysokootáčkových inducerů a čerpadel.

Jako základ při návrhu slouží takzvaný dvoudimenzionální 2D návrh vycházející často ze vztahů popisující zjednodušeně proudění uvnitř induceru na základě potenciálního proudění, kdy částečně jsou některé tyto vztahy upraveny o různé empirické koeficienty. Samotný výpočet tohoto 2D modelu induceru probíhá v programu Microsoft Excel, kdy výstupem je matematický popis navržené lopatky.

V následujících kapitolách je na základě výše uvedených odborných zdrojů a postupů vypracován 2D návrh požadovaného induceru.



Obrázek 11 Vývojový diagram návrhu induceru

# 5.2 Parametry čerpadla bez induceru

Konstrukce induceru je logicky úzce spjatá s konstrukcí oběžného kola čerpadla a nelze tedy danou úlohu řešit zcela odděleně. Základní parametry čerpadla bez induceru jsou vypsány v následující tabulce.

Parametry čerpadla bez induceru				
Médium	LOX	Tekuty	Tekutý kyslík	
Teplota média	Т	90	K	
Hustota média	ρ	1146	kg/m <sup>3</sup>	
Vstupní tlak	<i>p</i> <sub>2</sub>	10	bar	
Výstupní tlak	<i>p</i> <sub>3</sub>	60	bar	
Hmotnostní průtok	m	7,77	kg/s	
Otáčky	n	50 000	min <sup>-1</sup>	
Dopravní výška	Н	435	т	

Tabulka 2 Parametry čerpadla

Z tabulky si nelze nevšimnout, že nároky na konstrukci jsou opravdu veliké. Vyjma velmi vysokých otáček n je i velikost dopravní výšky H poměrně signifikantní, alespoň jak by se na první pohled mohlo zdát (*viz kap.5.3.2*).

Velikost dopravní výšky oběžného kola čerpadla H je rozhodující pro navrhovanou dopravní výšku induceru  $H_i$ , protože inducer přebírá část požadované dopravní výšky (*zhruba 10 % z H*) za účelem zvýšení statického tlaku před *OK*, což vede k redukci kavitace uvnitř oběžného kola. Přitom hlavním principem je, že  $NPSH_{R,i}$  induceru je obecně menší nežli  $NPSH_{R,OK}$  oběžného kola čerpadla. [18]

Díky tomu, že oběžné kolo a inducer jsou většinou na společné hřídeli a na stejném proudovém kanálu, je jasné, že parametry jako hmotností průtok m a otáčky n jsou pro obě lopatková kola stejná.

# 5.3 Tlakový přírůstek za inducerem

### 5.3.1 Tlakové číslo

Pro výpočet přírůstku celkového tlaku  $\Delta p_t$  a statického tlaku  $\Delta p_s$  za inducerem je praktické použít bezrozměrnou veličinu zvanou tlakové číslo  $\psi$  (pressure head rise) a statické tlakové číslo  $\psi_s$  (static pressure head rise), které jsou ve většině případů definovány následovně. [20]

$$\psi = \frac{H.g}{u_1^2} \tag{5.1}$$

$$\psi_s = \frac{H_s.\,g}{u_1^2} \tag{5.2}$$

Nutno však zmínit, že v některých "zrádných" případech tyto bezrozměrné koeficienty mohou být formulovány jako dvojnásobné a je tedy nutné se vždy přesvědčit nebo definovat, s jakými koeficienty se v dané práci pracuje. [20]

$$\psi = 2.\frac{H.g}{u_1^2} \tag{5.3}$$

$$\psi_s = 2.\frac{H_s.g}{u_1^2} \tag{5.4}$$

V této diplomové práci se operuje pouze s první definicí uvedeného koeficientu (5.1) a (5.2), kdy i porovnání designu induceru podle tlakového čísla (*viz Obrázek 12*) je odkazováno k první definici.







Obrázek 12 Příklady designu induceru podle  $\psi$  ([9], upraveno)

Na základě této veličiny můžeme rozdělit inducery na inducery s malým tlakovým číslem ( $\psi < 0,15$ ), jejichž konstrukce většinou odpovídá variantě a,b,c,d. Dále na inducery s velkým tlakovým číslem ( $\psi > 0,15$ ), které jsou zobrazené na obrázku jako varianta e a f. Z uvedených příkladů je patrné, že pro dosažení vyššího koeficientu  $\psi$  je vhodné inducer navrhnout tak, že průměr náboje  $d_n$  není konstantní, ale s rostoucí axiální vzdáleností od náběžné hrany se zvětšuje. Toto konfuzorové profilování náboje vede ke zrovnoměrnění výstupního tlakového pole, protože zlepšuje proudění v blízkosti náboje, kde proud tekutiny má menší energii oproti jiným částem průtočného kanálu. Navíc z rychlostních trojúhelníku je patrné, že při menší průtočné ploše na výstupu  $A_2$ , která vede k vyšší výstupní rychlosti  $c_{m2}$ , je možné dosáhnout vyššího přírůstku měrné energie Y při zachování adekvátních výstupních úhlů  $\beta_2$ . [9]

Nutno ale říci, že výstupní průměr náboje induceru je velmi často určen konstrukcí čerpadla za inducerem, a proto toto dělení nemusí být vždy pravidlem.

#### 5.3.2 Předběžný výpočet tlakového čísla $\psi$

Na základě zadaných parametrů čerpadla (*viz kap. 5.2*) lze předběžně určit pro navrhovaný inducer tlakové číslo  $\psi$ , kdy je známo, že velikost dopravní výšky induceru by měla být kolem 10 % dopravní výšky samotného čerpadla. [19], [22]

$$H_{inducer} = 0, 1. H_{\check{c}erpadlo} = 44 m \tag{5.5}$$

Velikost unášivé rychlosti  $u_1$  na průměru induceru  $d_1$  je dána geometrií na vstupu a otáčkami, kdy v následující *kapitole 5.5.1* je určena její hodnota.

$$u_1 = 83,775 \ [\text{m.s}^{-1}] \tag{5.6}$$

Výsledné tlakové číslo  $\psi$  by se tedy mělo pohybovat v okolí hodnoty 0,06.

$$\psi = \frac{H.g}{u_1^2} \approx 0,06 \tag{5.7}$$

Ovšem tato hodnota je pro inducer poměrně malá a ukázalo se, že je velmi těžké ji splnit, aniž by to nemělo za následek snížení účinnosti induceru  $\eta_h$ , a tím pádem i výrazné snížení měrné energie *Y* soustavy čerpadla s inducerem. Proto pro navrhovaný inducer bude tato hodnota mírně vyšší, protože z analýzy vědeckých článků a mnoha příkladů konstrukce vysokootáčkových inducerů bylo vypozorováno, že velikost tlakového čísla  $\psi$  se pohybuje většinou výše (5.8) než v předchozím případě vypočítaná hodnota (5.7). [20], [21]

$$\psi > 0,07 \tag{5.8}$$

S nižší hodnotou  $\psi$  je pravděpobně obtížnější dimenzovat inducer s dostatečnou účinností. Zároveň se ovšem nejedná o jediný důvod, proč je inducer nakonec dimenzovaný na mírně vyšší než doporučený tlakový přírůstek. Dalším důvodem je také poměrně strmá *Q-H* charakteristika navrhovaného induceru (*viz. kap. 6.4.5*), která je pravděpodobně způsobená jednak daní za vysoké otáčky *n*, jednak také díky progresivně se zužujícímu průtočnému kanálu, který je následkem požadavků pro optimální konstrukci čerpadla.

# 5.4 Dimenzování vstupní průtočné plochy A<sub>1</sub>

### 5.4.1 Rychlostní číslo

Rychlostní číslo  $\varphi_1$  (*flow coefficient*) je další obecný bezrozměrný koeficient, který slouží k lepšímu porovnání jednotlivých konstrukcí čerpadel. [20]

Definice rychlostního čísla  $\varphi_1$  pro vstupní část induceru je uvedena v rovnici (5.9).

$$\varphi_1 = \frac{c_{m1}}{u_1} \tag{5.9}$$

Toto číslo  $\varphi_1$  udává poměr mezi střední meridiální rychlostí  $c_{m1}$  na vstupu do induceru a velikostí unášivé rychlosti na maximálním poloměru  $u_1$ . Výpočet těchto veličin včetně velikostí vstupní průtočné plochy  $A_1$  je pro přehlednost uvedeno v (*viz Tabulka 3*). [19]

Rychlostní číslo je velmi důležité při návrhu induceru, protože definuje velikost vstupní průtočné plochy  $A_I$ . Cílem je tedy úprava vstupního průměru induceru  $d_I$  tak, aby bylo dosaženo zvoleného rychlostního čísla  $\varphi_I$ .

Přitom optimální rychlostní číslo pro daný inducer je poměrně obtížné zvolit a je závislé na mnoha faktorech. Obvykle se  $\varphi_1$  pro palivové kryogenní inducery s velmi vysokými nároky na nízkou hodnotu *NPSH<sub>R</sub>* pohybují v následujícím rozmezí. [23]

$$0,05 < \varphi_1 < 0,14 \tag{5.10}$$

Přitom pro běžné průmyslové inducery velikost  $\varphi_1$  může být i vyšší.

#### 5.4.2 Brumfieldovo kritérium

V předchozí kapitole uvedné rozpětí  $\varphi_I$  je dáno *Brumfieldovým kritériem*, které dává do souvislosti rychlostní číslo  $\varphi_I$  induceru a jeho sací schopnosti vyjádřené buď pomocí *NPSH<sub>R</sub>*, nebo také veličinou zvanou sací specifické otáčky  $n_{ss}$  nebo  $N_{ss}$  (suction specific speed). Kritérium bylo odvozeno na základě experimentálních výsledků při testech inducerů, nicméně je třeba zmínit, že informace z dohledaných zdrojů nejsou úplné a není například příliš jasné, pro jaký typ kapaliny je následující graf Brumfieldova kritéria určen. To je pravděpodobně způsobeno tím, že toto kritérium bylo odvozeno v 60.letech v publikacích, pro které je velmi těžké dohledat elektronickou verzi. Autoři článků zabývající se designem induceru se na Brumfieldovo kritérium sice odkazují, avšak podrobnější popis většinou chybí. Nicméně lze očekávat, že graf závislosti  $\varphi_I$  na *NPSH<sub>R</sub>* (viz Obrázek 13) je odvozen pro vodu. [23]

Co je však důležité z Brumfieldova kritéria vyčíst, je to, že s nižšími rychlostními čísly lze dosáhnout lepších sacích vlastností induceru. [23]



Obrázek 13 Brumfieldovo kritérium ([35], upraveno)

Na základě tohoto kritéria je tedy možné předběžně porovnat sací schopnosti induceru. Přitom z grafu lze vypozorovat, že čím menší je rychlostní číslo  $\varphi_I$ , tím větší jsou sací specifické otáčky, a tím pádem inducer dosahuje menší hodnoty  $NPSH_R$ . Inducer má tedy vyšší sací schopnosti. [23]

Klasické konstrukce inducerů jsou však limitovány hodnotou ( $\varphi_1 < 0.05$ ), protože při nižší velikosti rychlostního čísla vznikají silné proudové nestability. Inducery s ( $\varphi_1 < 0.05$ ) jsou více náchylné na vznik zpětného proudění na vstupu, a navíc díky nižším vstupním úhlům (souvisí s malou hodnotou  $\varphi_1$ ) se snižuje vstupní průtočná plocha  $A_1$  mezi lopatkami a vytváří se tím větší blokace proudu. Díky tomu je pak proudění více citlivé na vznik kavitační oblasti za náběžnou hranou, což přináší do systému velkou nestabilitu. Nicméně konstrukce takovýchto inducerů není v nutných případech nemožná, avšak je zapotřebí společně s inducerem navrhnout úpravy, jako je například recirkulačního zařízení (více viz zdroj[24]). [23], [24]

Vyšší hodnoty rychlostního čísla pro inducery nejsou nikterak omezené. Brumfieldovo kritérium je vypovídající hlavně pro inducery, u kterých jsou požadovány velmi dobré sací schopnosti, tedy pro letecké a raketové inducery. Industriální inducery, kde tyto nároky nejsou zas až tak velké, mohou mít hodnotu  $\varphi_1$  i vyšší. [25]

#### 5.4.3 Sací specifické otáčky

Sací specifické otáčky  $n_{ss}$  (suction specific speed) je bezrozměrný parametr popisující "sací" schopnost čerpadla nebo induceru vzhledem k otáčkám stroje n, průtoku Q a  $NPSH_R$ . Vyskytují se například právě v grafickém zobrazení Brumfieldova kritéria (viz Obrázek 13), přitom je nutné si dát pozor, že podobně jako je tomu u tlakového čísla  $\psi$ , tak i zde lze narazit na dvě definice těchto koeficientů. [20]

První z nich je "evropský", který se označuje jako  $n_{ss}$  a vychází z jednotek SI. [20]

$$n_{ss} = n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{NPSH_3^{0.75}} \ [rpm, m^3 \cdot s^{-1}, m] \tag{5.11}$$

Druhý je "americký" koeficient N<sub>ss</sub>, který vychází z amerických imperiálních jednotek. [20]

$$N_{ss} = n. \frac{\sqrt{Q}}{_{NPSH_R^{0.75}}} \ [rpm, gpm, ft]$$
(5.12)

Přičemž je nutné dávat pozor, ke kterému typu  $NPSH_R$  jsou dané specifické otáčky počítány. V běžné praxi ovšem je rozšířená podmínka určení  $NPSH_R$  podle 3% poklesu měrné energie *Y*. [20]

$$NPSH_3 = NPSH_R \tag{5.13}$$

Přepočet mezi těmito dvěma koeficienty je přibližně následující. [20]

$$n_{ss} = 0,0194 . N_{ss} \tag{5.14}$$

#### 5.4.4 Strategie určení optimální vstupní plochy A1

V předchozích kapitolách bylo uvedeno několik parametrů ( $\psi$ ,  $\varphi_1$ ,  $n_{ss}$ ), které jsou důležité pro prvotní design induceru. Vstupní průtočná plocha  $A_1$  je přitom ovlivněna všemi těmito parametry.

Strategie určení optimální  $A_1$  je následující. Na základě první zvolené iterované hodnoty vstupního průměru induceru  $d_1$  je přibližně určen vstupní průměr náboje  $d_{n1}$  (5.16). Poté již plocha  $A_1$  může být dopočítána, a díky této hodnotě mohou být dále určeny důležité parametry  $\varphi_1$ ,  $\psi$ ,  $n_{ss}$ . Jako první je tlakové číslo  $\psi$ , které by se pro dané  $d_1$  mělo pohybovat v uvedeném rozmezí (*viz kap.5.3.2*). Další krok spočívá v určení hodnoty  $\varphi_1$  a na základě této hodnoty podle Brumfieldova kritéria určení hodnoty  $n_{ss}$ , ze které je možné poté odhadnout *NPSH*<sub>3</sub> navrženého induceru. Jednoduchý vývojový diagram tohoto iteračního procesu je zobrazen na obrázku (*viz Obrázek 14*).

Jako optimální hodnota rychlostního čísla se při návrhu induceru v této diplomové práci ukázala hodnota kolem 0,1. Při této hodnotě jsou zaručené velmi dobré sací schopnosti, zároveň velikost tlakové čísla vychází v obvyklém intervalu.

$$\varphi_1 \cong 0,1 \tag{5.15}$$



*Obrázek 14 Diagram návrhu vstupní průtočné plochy A*<sub>1</sub>

# 5.5 Vstupní část induceru a náběžná hrana

Náběžná hrana induceru byla navrhnuta na základě obecných hydrodynamických vztahů vycházejících ze zjednodušeného 2D modelu proudění uvnitř lopatkového kola. Nedílnou součástí takového předběžného návrhu čerpadla je určení rychlostních trojúhelníků na náběžné a odtokové hraně lopatky pro jednotlivé proudnice lopatkového kola. Vztahy pro výpočet důležitých veličin jsou uvedeny pohromadě (*viz Tabulka 3*), přičemž tabulka je především odvozena na základě literatury [25] a z poznatků z hodin předmětu Tekutinové stroje I,II vyučovaného na Odboru fluidního inženýrství VUT.

Praktické doporučení uvedené v literatuře [25] odkazují především na návrh průmyslových inducerů používaných v běžné praxi. Cílem této diplomové práce je ovšem návrh induceru značně atypické konstrukce pro velmi vysoké otáčky (50 000 rpm), a s tím související velmi malé rozměry lopatkového kola. Z toho důvodu bylo nalezeno několik vědecko-technických článků, které se zabývají konstrukcí speciálních vysokootáčkových inducerů. Některé poznatky uvedené v těchto článcích a technických zprávách byly využity při návrhu induceru v této diplomové práci.

Velikost vstupního průměru d<sub>1</sub> je již určena z předchozích iterací optimální vstupní průtočné plochy  $A_I$ . Na základě empirických znalostí z literatury je dobré ověřit, že průměr náboje  $d_{nI}$  není menší než 15 % z  $d_I$ . [25]

$$\frac{d_{n1}}{d_1} = 0.15 \tag{5.16}$$

Veličiny na náběžné hraně lopatky			
Průměr náboje na vstupu	$0,15\approx\frac{d_{n1}}{d_1}$	-	
Průtočná plocha na vstupu	$A_1 = \frac{\pi}{4}(d_1 - d_{n1})^2$	$m^2$	
Unášivá rychlost	$u_1 = \pi d_1 \left(\frac{n}{60}\right)$	$m.s^{-1}$	
Meridiální složka absolutní rychlosti	$c_{m1} = \frac{Q}{A_1}$	$m.s^{-1}$	
Rychlostní číslo	$\varphi_1 = \frac{c_{m1}}{u_1}$	$m.s^{-1}$	
Relativní rychlost	$w_1 = \sqrt{c_{m1}^2 + (u_1 - c_{u1})^2}$	$m.s^{-1}$	
Unášivá složka absolutní rychlosti pro $\alpha_1 = 90^{\circ}$	$c_{u1} = 0$	$m.s^{-1}$	
Úhel vody při vstupu	$\beta_0 = \arctan\left(\frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}}\right)$	[°]	
Incidence	$i = \beta_1 - \beta_0$	[°]	
Úhel lopatky pro <i>i</i> -tou proudnici	$\beta_{1,i} = \frac{d_1}{d_{1,i}} \tan(\beta_1)$	[°]	

Tabulka 3 Veličiny na náběžné hraně [25]

Velikost incidence na náběžné hraně lopatky je volena dle zkušeností konstruktéra. Güllich v knize Centrifugal Pumps navrhuje rozmezí mezi  $2^{\circ}$  až  $4^{\circ}$ , nicméně je toto doporučení určené hlavně pro běžné průmyslové inducery. [25]

Pro vysokootáčkové konstrukce inducerů s tekutým kyslíkem je doporučená hodnota poměru incidence k úhlu lopatky na náběžné hraně, a to o velikosti přibližně 0,425. [19]

$$\frac{i}{\beta_1} = \frac{\beta_1 - \beta_0}{\beta_1} = 0,425 \tag{5.17}$$

Úhel lopatky  $\beta_{I,i}$  na všech *i*-tých proudnicích může být určen na základě vztahu (5.18), tudíž pro všechny proudnice je poměr incidence *i* k  $\beta_I$  stejný.

$$\beta_{1,i} = \frac{\beta_{1,i}}{(1 - 0.425)} \tag{5.18}$$

Nebo je možné na základě literatury [25] určit velikost incidence na maximálním poloměru lopatky a následně určení úhlu  $\beta_{I,i}$  na všech proudnicích je přepočítáno pomocí funkce tangens. [25], [26]

$$\beta_{1,i} = \frac{d_1}{d_{1,i}} \tan(\beta_1)$$
(5.19)

Inducery s tímto průběhem úhlu  $\beta_1$  na náběžné hraně se v anglické literatuře označují jako takzvané "Helical" inducery. [26]

# 5.6 Zužení průtočného kanálu

Volba výstupního průměru  $d_{n2}$  náboje závisí na posouzení několika velice důležitých faktorů.

Prvním je pevnostní faktor, kdy hřídel induceru musí být schopná vydržet namáhání přenesené od lopatek při proudění tekutiny v průtočném kanálu *(nejčastěji kroutící moment*  $M_k$ ). Pokud je inducer s čerpadlem na jedné hřídeli, znamená to, že zatížení na hřídel bude nejen od čerpadla, ale i od induceru, a proto je výstupní průměr náboje induceru  $d_{n2}$  vhodné volit tak, aby dimenzovaná společná hřídel mohla být připevněna k lopatkovému kolu induceru bez konstrukčních potíží. [9]

Dále také díky úvaze, že nejvyšší hodnota statického tlaku působí na konci lopatky, což souvisí se zvýšením tlaku uvnitř induceru, tak z tohoto důvodu je za jistých okolností pravděpodobně vhodné za účelem snížení ohybového momentu, zvýšit výstupní průměr náboje  $d_{n2}$  tak, aby se zredukovaly ohybové síly působící na místo, kde je lopatka vetknutá do náboje (*viz Příloha A*).

Dalším faktorem, který ovlivňuje volbu výstupního průměru náboje  $d_{n2}$ , je velikost tlakového čísla. Z obrázku (*viz Obrázek 12*) je patrné, že konstrukce induceru s vyšší hodnotou  $\psi$  mají obvykle zvětšující se poloměr náboje v axiálním směru, tedy od náběžné až po odtokovou hranu. V případě, že hodnota koeficientu  $\psi$  je vyšší než 0,15, pak se jedná už víceméně o nutnost a takové inducery musejí mít většinou poměrně progresivně se zužující průtočný kanál. [9]

Na základě porovnání podobných induceru s rozdílnými tvary náboje uvedených konkrétně ve článcích [21] a [27] lze vypozorovat, že inducery s konstantním nábojem, dosahují většinou menší hydraulické účinnosti v provozním bodě než inducery se zvětšujícím se nábojem. To je pravděpodobně dáno lepšími hydraulickými vlastnostmi induceru, protože pokud kontura náboje je v axiálním řezu definovaná jako proudnice, pak přírůstek měrné energie a tlaku na takovéto proudnici v blízkosti náboje je někdy i několikanásobně nižší než ve středu nebo na konci lopatky a částečně je tento problém eliminován díky zvyšujícímu se průměru náboje. Nicméně je zapotřebí uvést, že se jedná o úvahu na základě 2D proudění.

Na druhou stranu ovšem zvětšením průměru náboje  $d_n$  s sebou nese určité riziko, že průběh dopravní výšky na velikosti průtoku bude podstatně strmější, než je tomu u inducerů s konstantním průměrem náboje. Domněnka autora je taková, že čím je průtočná plocha  $A_2$  na výstupu menší, tak tím větší je případná změna meridiální složky absolutní rychlost  $c_{m2}$  na průtoku. Jelikož výstupní úhly lopatky  $\beta_2$  a unášivé rychlosti  $u_2$  jsou dané, znamená to, že s rostoucí  $c_{m2}$  se snižuje i velikost unášivé složky absolutní rychlosti  $c_{u2}$ , čímž se snižuje měrná energie induceru na základě Eulerovy čerpadlové rovnice. Se snižující se průtočnou plochou je tato závislost logicky ještě více umocněna, nicméně toto pravděpodobně nemusí být "železné" pravidlo, ale je to vyvozeno z jednoduché úvahy na základě vlastního návrhu a z porovnání inducerů v uvedených článcích [21] a [27].

V neposlední řadě o výstupním průměru náboje rozhoduje navazující oběžné kolo čerpadla, kdy pokud je například navrhováno na určitý průměr hřídele, poté je logicky značně jednodušší výstupní průměr náboje induceru koncipovat na již definovaný průměr hřídele čerpadla.

V této diplomové práci má však hlavní vliv na výstupní poloměr náboje  $R_{n2}$  právě konstrukce oběžného kola čerpadla, která se vyvíjí společně s inducerem. Na základě několika konzultací bylo rozhodnuto, že pro optimální poměr vstupní a výstupní meridiální rychlosti  $c_m$  oběžného kola čerpadla je zapotřebí, aby výstupní meridiální rychlost induceru  $c_{m2}$  se pohybovala
v okolí hodnoty 19  $m.s^{-1}$ . Z tohoto důvodu je výstupní průtočná plocha  $A_2$  zmenšená a průměr náboje  $d_n$  induceru se zvyšuje s axiální vzdáleností od náběžné hrany.

$$d_{n1} < d_{n2} \tag{5.20}$$

Dále se také ukázalo, že pro lepší meridiální tvar průtočného kanálu následného OK je vhodnější, pokud průměr na vstupu do čerpadla bude co nejmenší. Z tohoto důvodu je výstupní průměr induceru  $d_2$  snížen o přibližně dva milimetry oproti vstupnímu průměru  $d_1$ , což se může zdát jako zanedbatelná úprava, nicméně na konstrukci následného čerpadla toto má poměrně signifikantní vliv (*viz Obrázek 16*).

$$d_1 > d_2 \tag{5.21}$$

#### 5.7 Výstupní část induceru a odtoková hrana

Rychlostní trojúhelníky na odtokové hraně lopatky jsou definovány přírůstkem měrné energie *Y*, která zaručí požadovaný přírůstek statického tlaku za inducerem, jinak řečeno před oběžným kolem čerpadla.

Původní návrh induceru počítal s metodou konstantní měrné energie podle Eulerovy čerpadlové rovnice, a to na všech patnácti výpočtových proudnicích mezi nábojem a komorou induceru. [25]

$$Y_i = u_{2,i}.c_{u2,i} = konstantní$$
(5.22)

Nicméně tato metoda se ukázala jako ne zcela praktická pro všechny typy induceru, protože v některých případech je velmi těžké na všech proudnicích, obzvláště na těch v blízkosti náboje, dosáhnout stejný přírůstek tlakové energie jako na proudnicích uprostřed nebo na konci lopatky. Zvlášť pokud poloměr náboje  $R_n$  je konstantní nebo má jenom mírnou změnu. V případě, že se jedná o inducer se snížující se průtočnou plochou *(konfuzorový průtočný kanál)*, tak i zde dochází k tomu, že úhly  $\beta_{2,i}$  na odtokové hraně vycházejí větší než u následující uvedené metody, což způsobuje komplikace při dosažení stejného úhlu opásání  $\phi$  pro všechny proudnice. Navíc v případě navrhovaného induceru by musel být průtočný kanál zúžen poměrně dost radikálně tak, aby vycházely "rozumné" výstupní úhly lopatky. Z těchto několika důvodů se ukázala tato metoda jako nevhodná pro inducer navrhovaný v této diplomové práci.

Proto byla zvolena podstatně jednodušší metoda (*tzn. "Helical" inducer*), kdy výstupní úhly  $\beta_2$  podél odtokové hrany jsou dopočítány pomocí funkce tangens. Tato metoda se ukázala jako podstatně schůdnější varianta pro následný výpočet v konformním zobrazení, kdy je jednodušší dosáhnout stejného úhlu opásání  $\phi$  na všech proudnicích oproti metodě Y=konst. V neposlední řadě díky této metodě není zapotřebí tolik zúžený průtočný kanál. Na druhou stranu je ovšem jasné, že tlakové pole za inducerem bude nyní více nesourodé, což může být problém pro interakci s oběžným kolem. [26]

$$\beta_{2,i} = \frac{d_2}{d_{2,i}} \tan(\beta_2)$$
(5.23)

Nicméně tato metoda se hojně používá s dobrými výsledky i pří návrhu vysokootáčkových *LOX* inducerů, a proto nakonec i díky výše uvedeným výhodám byla zvolena tato metoda průběhu úhlu  $\beta_2$  na odtokové hraně. [21]

Schéma strategie výpočtu rychlostních trojúhelníků na odtokové hraně je zobrazeno na následujícím obrázku.



Obrázek 15 Strategie výpočtu úhlů na odtokové hraně

Průměr induceru se s vzrůstající axiální délkou L od náběžné hrany pozvolna snižuje až na výstupní průměr induceru  $d_2$ , kdy toto mírné snížení má pozitivní vliv na konstrukci následného oběžného kola čerpadla. Průměr náboje  $d_n$  se ovšem od náběžné hrany v axiálním směru zvyšuje, a to hlavně opět z důvodu požadavků na konstrukci čerpadla, jak už bylo zmíněno v předchozí kapitole. Tyto hodnoty  $(d_2, d_{n2})$  jsou tedy určeny a výpočet může pokračovat dále.

Na základě uvážení je zvolena hodnota úhlu  $\beta_2$  na lopatce a následně podle funkce tangens a průměru  $d_2$  jsou vypočítány úhly  $\beta_{2,i}$  na všech poloměrech odtokové hrany.

$$\beta_{2,i} = \frac{d_2}{d_{2,i}} \tan(\beta_2)$$
(5.24)

Dalším krokem je vypočítání hodnoty středního deviačního úhlu  $\delta_2$ , tedy rozdílu úhlu relativního proudu kapaliny a výstupního úhlu lopatky na odtokové hraně.

$$\delta_2 = \beta_{2,i} - \beta_{k,i} \tag{5.25}$$

Jelikož predikce této hodnoty je na základě 2D proudění velice obtížná, kdy k této problematice není příliš mnoho informací. Sice existují jisté modely vycházející z Carterova pravidla pro výpočet deviačního úhlu kompresoru, avšak tyto modely se příliš neosvědčily hlavně proto, že konstrukce navrhovaného induceru je poměrně atypická. Zároveň je ovšem třeba říci, že velikost deviačního úhlu  $\delta_2$  v případě inducerů není velká, což je dáno axiálním prouděním uvnitř tenkých a dlouhých lopatek induceru (*viz Graf 7*), kdy někteří autoři dokonce vliv  $\delta_2$  úplně zanedbávají. Z toho důvodu je nakonec jako vztah pro výpočet středního deviačního úhlu  $\delta_2$  zvolen vztah pro klasické průmyslové inducery z knihy *Centrifugal Pumps*, který dává celkem realistické odhady [25], [28]

$$\delta_2 = \left(2 + \frac{\beta_{2B} - \beta_{1B}}{3}\right) \left(\frac{t}{L}\right)^{1/3}$$
(5.26)

Kde *t* je podíl obvodu induceru lomeno počet lopatek *N*.

$$t = \frac{\pi \cdot d_1}{N} \tag{5.27}$$

S predikovaným středním deviačním úhlem  $\delta_2$  jsou následně vypočítány úhly  $\beta_{k,i}$  pro všechny proudnice na odtokové hraně. [25]

$$\beta_{2,k,i} = \beta_{2,i} - \delta_2 \tag{5.28}$$

Jsou-li známé úhly relativní rychlosti  $\beta_{2,k,i}$  tekutiny na odtokové hraně, pak je možné následně určit všechny složky rychlostního trojúhelníku (*viz Tabulka 4*).

Veličiny na odtokové hraně lopatky			
Vstupní průměr	$d_2 < d_1$	[ <i>m</i> ]	
Průměr náboje	$d_{n2} > d_{n1}$	[m]	
Průtočná plocha na výstupu	$A_2 = \frac{\pi}{4} (d_2 - d_{n2})^2$	$[m^2]$	
Unášivá rychlost	$u_{2,i} = \pi d_{2,i} \left(\frac{n}{60}\right)$	$[m.s^{-1}]$	
Meridiální složka absolutní rychlosti	$c_{m2} = rac{Q}{A_2}$	$[m.s^{-1}]$	
Rychlostní číslo na výstupu z induceru	$\varphi_2 = \frac{c_{m2}}{u_2}$	$[m.s^{-1}]$	
Průběh úhlu lopatky na odtokové hraně	$\beta_{2,i} = \frac{d_2}{d_{2,i}} tan(\beta_2)$	[°]	
Střední velikost deviačního úhlu	$\delta_2=\Big(2+rac{oldsymbol{eta}_2-oldsymbol{eta}_1}{3}\Big)\Big(rac{t}{L}\Big)^{1/3}$	[°]	
Relativní úhel tekutiny	$\boldsymbol{\beta}_{2,k,i} = \boldsymbol{\beta}_{2,i} - \boldsymbol{\delta}_2$	[°]	
Unášivá složka absolutní rychlosti	$c_{u2,i} = u_{2,i} - \frac{c_{m2}}{tg(\boldsymbol{\beta}_{2,i})}$	$[m.s^{-1}]$	
Relativní rychlost	$w_2 = \sqrt{c_{m2}^2 + (u_2 - c_{u2})^2}$	$[m.s^{-1}]$	
Přírůstek měrné energie na proudnici	$Y_i = \eta_h \cdot u_{2,i} \cdot c_{u2,i}$	$[m.s^{-1}]$	

Tabulka 4 Veličiny na odtokové hraně [25]

## 5.8 Výpočet předpokládané výšky induceru

Predikce přírůstku dopravní výšky za inducerem je odvozena na základě Eulerovy čerpadlové rovnice a Bernoulliho rovnice. Sice existují i přesnější modely (*viz [30]*), které nakonec nebyly při návrhu použity jednak kvůli své vyšší komplexnosti, jednak pak díky ne vždy volnému přístupu, kdy některé články s popisem metody jsou zpoplatněny nebo je uveřejněna pouze část výpočtu. V neposlední řadě také z důvodu následné těžké ověřitelnosti, kdy například výpočet uvedený v knize [25] obsahuje vztahy, pro které je těžké určit, pro jaký rozsah parametrů mají svoji platnost. Navíc je otázkou, jak moc jsou tyto modely v dnešní době ještě potřebné s ohledem na již běžně dostupné a rychlé *CFD* výpočty. [25], [30]

Z tohoto důvodu byl zvolen postup značně obecný, poměrně jednoduchý a snadno ověřitelný. Zároveň se dá očekávat, že nynější predikce se více či méně budou lišit od vypočítaných parametrů v *CFD* analýze, avšak tyto hodnoty by si měly být blízké a při první iteraci je získán odhad, o kolik se predikovaná a vypočítaná *CFD* hodnota liší, kdy tento odhad lze následně použít při další úpravě induceru.

Přírůstek měrné energie na libovolné proudnici  $Y_i$  (nejedná se tedy přímo o celkovou měrnou energii induceru) je tedy vyjádřen Bernoulliho rovnicí při zanedbání ztrátové měrné energie  $Y_z$  a potenciální měrné energie  $Y_p$  mezi dvěma uvažovanými body na proudnici. [14]

$$Y_i = \frac{p_{s2i} - p_{s1i}}{\rho} + \frac{c_{2i}^2 - c_{1i}^2}{2}$$
(5.29)

Přírůstek měrné energie Y uvnitř hydraulického stroje je dán také Eulerovou čerpadlovou rovnicí při uvažování hydraulických ztrát  $\eta_h$ . [12]

$$\frac{Y_i}{\eta_h} = u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u} \tag{5.30}$$

Vstupní unášivá složka absolutní rychlosti  $c_{1u}$  se uvažuje pro inducer jako nulová, tudíž vztah je zjednodušen.

$$c_{1u} = 0 \tag{5.31}$$

$$\frac{Y_i}{\eta_h} = u_2 c_{2u} \tag{5.32}$$

$$Y_i = u_2 c_{2u} \eta_h \tag{5.33}$$

Hydraulická účinnost  $\eta_h$  je na základě podobných vysoko<br/>otáčkových inducerů odhadnuta na 60 %. [21]

$$\eta_h = 0.6 \tag{5.34}$$

Upravená Eulerova čerpadlová rovnice je dosazena do Bernoulliho rovnice, přitom na jedné straně je vyjádřen rozdíl měrné energie statického tlaku. [14]

$$\frac{p_{s2i} - p_{s1i}}{\rho} = Y_i - \frac{c_{2i}^2 - c_{1i}^2}{2}$$
(5.35)

$$\frac{p_{s2i} - p_{s1i}}{\rho} = u_{2i}c_{2ui}\eta_h - \frac{c_{2i}^2 - c_{1i}^2}{2}$$
(5.36)

Následně absolutní rychlost lze rozepsat v závislosti na jejich složkách v unášivém a meridiálním směru. [14]

$$c = \sqrt{c_m^2 + c_u^2}$$
(5.37)

Na základě předchozího uvážení (bez předrotace proudu) platí nulová rychlost cu1.

$$c_{u1} = 0$$
  
 $c_1 = c_{m1}$ 
(5.38)

Rovnice (5.36) tedy může být napsána následovně.

$$\frac{\Delta p_{si}}{\rho} = \frac{p_{s2i} - p_{s1i}}{\rho} = u_{2i}c_{2ui}\eta_h - \frac{c_{u2i}^2}{2} - \frac{c_{m2i}^2}{2} + \frac{c_{m1i}^2}{2}$$
(5.39)

Tímto je vyjádřena velikost statického tlaku na libovolné *i*-té proudnici, protože vstupní a výstupní rychlostní trojúhelníky jsou již určené na základě předchozích kapitol.

Výpočet rozdílu celkového tlaku  $\Delta p_t$  je podstatně jednodušší a je dán rovnicí (5.40). [14]

$$Y_i = \frac{p_{t,i}}{\rho} = u_{2,i} c_{2u,i} \eta_h \tag{5.40}$$

$$p_{t,i} = \rho u_{2,i} c_{2u,i} \eta_h \tag{5.41}$$

Výpočet lopatek navrhovaného induceru a tlakového přírůstku je definován celkem na patnácti výpočtových proudnicích v rozmezí mezi nábojem a koncem lopatky, kdy pro všechny tyto proudnice je vypočítán přírůstek statického  $\Delta p_s$  a celkového tlaku  $\Delta p_t$ . Poté je pomocí numerické intergrace určeno tlakové číslo  $\Psi$  a tlakové číslo statického tlaku  $\Psi_s$ . [29]

$$\Psi = \frac{1}{\Omega^2 r_2^2 \dot{m}} \int_{r_{n_2}}^{r_2} (p_{t_2} - p_{t_1}) c_{m_2} 2\pi r dr$$
(5.42)

$$\Psi_{s} = \frac{1}{\Omega^{2} r_{2}^{2} \dot{m}} \int_{r_{n2}}^{r_{2}} (p_{s2} - p_{s1}) c_{m2} 2\pi r dr$$
(5.43)

Predikovaná dopravní výška H a statická dopravní  $H_s$  může poté být vypočítaná z rovnice pro bezrozměrné koeficienty. [18]

$$H = \frac{\Psi \cdot u_2^2}{g}$$
$$H_s = \frac{\Psi_s \cdot u_2^2}{g}$$

## 5.9 Bézierova křivka pro výpočtové proudnice

Průběh změny poloměru náboje  $R_n$  na axiální délce L induceru je definován Bézierovou křivkou třetího řádu, která je určena dvěma krajními body  $P_{(0)}$  a  $P_{(3)}$ , kde křivka začíná a končí. Dále je také definována dvěma body řídícími  $P_{(1)}$  a  $P_{(2)}$ , ke kterým je křivka v krajních bodech tečná. Výhodou této křivky je možnost definování vstupního  $\alpha_I$  a výstupního úhlu  $\alpha_2$  tekutiny v meridiálním směru (*viz Obrázek 16*), a díky tomu možnost menší změny průtočné plochy v blízkosti vstupu a výstupu z induceru. Jedná se tedy o praktické i hydraulicky efektivní proložení kontury náboje a proudnic (*viz Obrázek 21*). [31]



Obrázek 16 Náboj definovaný Bézierovou křivkou (červená kontura )

Jako krajní body jsou zvoleny již předem určené rozměry  $R_{n1}$  a  $R_{n2}$ . Zároveň řídící body jsou zvoleny tak, aby spojnice řídícího a koncového bodu byly buď pod malým úhlem  $\alpha$ , nebo ve vodorovné pozici. Tím je zaručeno jednak lepší vstupní a výstupní proudění kapaliny dále také, jak už bylo zmíněno, menší změna průtočné plochy v blízkosti náběžné a odtokové hrany lopatky.

Bézierova křivka třetího řádu, někdy též Bézierova kubika, je obecně předepsána následujícím parametrickým vztahem, kde Q v tomto případě nevyjadřuje průtok, ale jedná se o obecný předpis. [31]

$$Q(t) = \sum_{i=0}^{3} {3 \choose i} t^{i} (1-t)^{3-i} P_{(i)}$$
(5.44)

Nebo lze použít i maticový předpis. [31]

$$Q(t) = \begin{bmatrix} t^3 t^2 t \ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$
(5.45)

Avšak je možné si tuto křivku vyjádřit i v polynomickém tvaru pro jednotlivé souřadnice v meridiálním směru z a r.

Vyjádření pro souřadnici z.

$$z(t) = (-z_0 + 3z_1 - 3z_2 + z_3)t^3 + (3z_0 - 6z_1 + 3z_2)t^2 + (-3z_0 + 3z_1)t + z_0$$
(5.46)  
Vyjádření pro souřadnici r

 $r(t) = (-r_0 + 3r_1 - 3r_2 + r_3)t^3 + (3r_0 - 6r_1 + 3r_2)t^2 + (-3r_0 + 3r_1)t + r_0$ (5.47) Rovnice lze dále zjednodušit, kdy členy v závorkách, které jsou souřadnicemi řídících bodů, se vyjádří jako konstanty *A*,*B*,*C*. Rovnice (5.46) a (5.47) poté dostanou následující tvar.

$$z(t) = A_z t^3 + B_z t^2 + C_z t + z_0$$
(5.48)

$$r(t) = A_r t^3 + B_r t^2 + C_r t + r_0$$
(5.49)

Bézierovou křivkou třetího řádu je proložena nejen kontura náboje, ale také výpočtové proudnice (*viz Obrázek 21*) uvnitř průtočného kanálu, které slouží k následnému výpočtu průběhu změny úhlu lopatky  $\beta_B$  mezi náběžnou a odtokovou hranou pomocí konformního zobrazení.

# 5.10 Návrh geometrie lopatky

#### 5.10.1 Konformní zobrazení

Konformní zobrazení slouží k analytickému přenesení 2D geometrie zobrazené na libovolně definované ploše do jiné zvolené plochy. Výhodou této transformace je, že se při ní zachovávají úhly mezi odpovídajícími si směry stran a zároveň i poměrné vzdálenosti. [32]

Při návrhu hydraulických lopatkových strojů je konformního zobrazení využito pro převod libovolné ať už čistě axiální, radiální, či radialně-axiální lopatkové mříže na přímou mříž. [32]



Obrázek 17 Tranformace lopatkové mříže na přímou mříž [33]

Následující matematické odvození není sice složité, ale za to může být poměrně nepřehledné a zprvu těžké na pochopení. Z toho důvodu je hned v úvodu shrnuta strategie výpočtu tak, aby bylo dopředu nastíněno, proč je takto postupováno.

Cílem následujících kapitol konformního zobrazení je vyjádření si střední čáry lopatky v závislosti na souřadnicích  $(r,z,\phi)$ . Definované střední čáry lopatky jsou v meridiálním řezu lopatkovým kolem zadané výpočtovými proudnicemi (*viz Obrázek 21*), jsou tedy známé souřadnice *r*, *z* a také  $\sigma$ , nikoliv však souřadnice úhlu opásání  $\phi$ , kterou lze získat právě díky konformní transformaci. Křivka střední čáry lopatky ležící na rotační ploše (*viz Obrázek 17*) může být tedy definovaná analytickým přepočtem z komplexní roviny  $\zeta$ .

Průběh transformace je takový, že na základě souřadnic r a  $\sigma$  je určen analytický vztah výpočtu souřadnice  $\xi$  v komplexní rovině  $\zeta$  podle daného typu mříže (*viz kap.5.10.2*). Následně je na základě již známých souřadnic  $\xi$  a úhlům lopatek na náběžné a odtokové hraně ( $\beta_1 \ a \ \beta_2$ ) určen další analytický vztah pro výpočet souřadnice  $\eta$  podle zvolené metody (*viz kap. 5.10.3*). Je-li křivka určená v komplexní rovině  $\zeta$ , pak již může být transformovaná zpět na rotační plochu, a tím může být získána neznámá souřadnice úhlu opásání  $\phi$ .

#### 5.10.2 Konformní transformace radiálně-axiální mříže

Na základě přechozího 2D návrhu se uvažuje zužující se, konfuzorový průtočný kanál, jehož stěny jsou popsány Bézierovou křivkou třetího řádu, která popisuje i jednotlivé výpočtové proudnice. Je tedy nutné při tomto návrhu induceru uplatnit transformaci radiálně-axiální lopatkové mříže na přímou mříž.

Jedna z podmínek konformního zobrazení je zachování odpovídajících si úhlů mezi odpovídajícími si směry stran, proto pro úhel alfa  $\alpha$  (*viz Obrázek 17*) musí platit následující vztah. [32], [33]

$$tg\alpha = \frac{d\eta}{d\xi} = \frac{(r+dr)d\phi}{d\sigma} = \frac{r.d\phi + dr.d\phi}{d\sigma} = \frac{r(\sigma).d\phi}{d\sigma}$$
(5.50)

Součin dvou diferenciálů je ve vztahu (5.50) zanedbán, protože jeho hodnota je vůči předešlému členu minimální.

$$dr.\,d\phi \approx 0\tag{5.51}$$

Další podmínkou konformního zobrazení je zachování poměrů odpovídajících si stran, proto tedy platí, že  $\eta$  je lineární funkcí  $\phi$ . [32], [33]

$$\eta = K.\phi + k_1 \tag{5.52}$$

Zároveň v komplexní rovině  $\zeta$  je každý profil lopatky pootočený o rozteč t. [32], [33]

$$\Delta \phi = \frac{2.\pi}{N} \tag{5.53}$$

$$\eta + t = K \cdot \left(\phi + \frac{2 \cdot \pi}{N}\right) + k_1 \tag{5.54}$$

Derivací rovnice (5.52) podle  $d\phi$  lze získat diferenciální rovnici (5.55).

$$d\eta = K.\,d\phi\tag{5.55}$$

Následně je tato rovnice dosazena do rovnice (5.50) a upravena.

$$tg\alpha = \frac{d\eta}{d\xi} = \frac{r(\sigma).\,d\phi}{d\sigma}$$
$$\frac{d\xi}{d\sigma} = \frac{d\eta}{r(\sigma).\,d\phi} = \frac{K.\,d\phi}{r(\sigma).\,d\phi} = \frac{K}{r(\sigma)} \tag{5.56}$$

Z rovnice je vyjádřena funkce souřadnice  $\xi$ .

$$d\xi = \frac{K}{r(\sigma)} d\sigma \tag{5.57}$$

Poté je provedena integrace této funkce.

$$\xi = \int \frac{K}{r(\sigma)} d\sigma \tag{5.58}$$

Po odečtení rovnice (5.54) od (5.52) lze získat hodnotu konstanty K. [32], [33]

$$\eta + t = K \cdot \left(\phi + \frac{2 \cdot \pi}{N}\right) + k_1$$

$$\eta = K \cdot \phi + k_1 / (-1)$$

$$t = K \cdot \frac{2 \cdot \pi}{N}$$

$$K = \frac{N \cdot t}{2 \cdot \pi}$$
(5.59)

Určení konstanty  $k_1$  vychází z okrajové podmínky, kdy na vstupní hraně lopatky je úhel opásání  $\phi = 0$ , tedy i souřadnice  $\eta$  pro vstupní hranu lopatky je  $\eta = 0$ . Poté po dosazení do rovnice (5.52) vyjde koeficient  $k_1$  jako nulový. [32], [33]

$$0 = K \cdot 0 + k_1$$
  

$$k_1 = 0 (5.60)$$

Rovnice (5.52) se tedy po zjištění koeficientů  $k_1$  a K dá upravit na následující tvar.

$$\eta = \frac{N.t}{2.\pi}.\phi \tag{5.61}$$

Nyní lze rovnici (5.58) rozepsat podle mezí integrálu pro souřadnici  $\sigma$ , kdy je stanoveno, že integrál se počítá od souřadnice  $\sigma_0$ , plus je zavedena i souřadnice  $\sigma_1$ . Integrál určený mezemi  $\sigma_0 \sigma_1$  může následně být zjednodušen na konstantu  $k_2$ . [32], [33]

$$\xi = \int_{\sigma 0}^{\sigma 1} \frac{K}{r(\sigma)} d\sigma + \int_{\sigma 1}^{\sigma} \frac{K}{r(\sigma)} d\sigma = k_2 + \int_{\sigma 1}^{\sigma} \frac{K}{r(\sigma)} d\sigma$$
(5.62)

Pro náběžnou hranu lopatky jsou na základě zvyklostí zavedeny okrajové podmínky. [32]

$$\sigma = \sigma_1 \tag{5.63}$$

$$\xi_1 = -\frac{h}{2} \tag{5.64}$$

Kde veličina *h* se označuje jako hloubka mříže, přičemž její hodnota může být libovolně zvolená *(např. h=100)*. Jsou-li tyto okrajové podmínky dosazeny do rovnice výše (5.62), poté konstanta  $k_2$  je určena následujícím vztahem. [32], [33]

$$k_2 = -\frac{h}{2} \tag{5.65}$$

Koeficienty  $k_2$  a K byly vyjádřeny vztahy již v předchozích krocích, proto rovnice (5.62) může být rozepsána do následujícího tvaru.

$$\xi = -\frac{h}{2} + \frac{N.t}{2.\pi} \int_{\sigma_1}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r}$$
(5.66)

Dále je možné opět na základě zvyklostí určit okrajové podmínky pro odtokovou hranu lopatky. [32], [33]

$$\sigma = \sigma_2 \tag{5.67}$$

$$\xi_2 = +\frac{h}{2} \tag{5.68}$$

Po dosazení výše uvedených okrajových podmínek je rovnice (5.62) v následujícím tvaru.

$$\xi_2 = +\frac{h}{2} = -\frac{h}{2} + \frac{N.t}{2.\pi} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma}{r}$$
(5.69)

Vyjádřený určitý integrál se nazývá konstanta mříže a označuje se jako  $a^*$ , přitom tuto veličinu lze spočítat numerickou integrací. [32], [33]

$$a^* = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma}{r} \tag{5.70}$$

Hloubka mříže h poté může být určena také konstantou mříže  $a^*$ .

$$h = \frac{N \cdot t}{2 \cdot \pi} a^* \tag{5.71}$$

Kdy na základě již odvozeného vztahu je získán koeficient *K*.

$$K = \frac{h}{a^*} = \frac{N.t}{2.\pi}$$
(5.72)

Rozteč t v komplexní rovině  $\zeta$  nelze předběžně určit, je proto výhodnější si vyjádřit koeficient K v závislosti na veličině  $a^*$  a h. Tím pádem už všechny neznámé jsou vyřešeny a rovnice je řešitelná na základě okrajových podmínek.

$$\xi = h. \left(\frac{1}{a^*} \cdot \int_{\sigma_1}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r(\sigma)} - \frac{1}{2}\right)$$
(5.73)

Rovnice (5.73) je tedy finální tvar, který již může být použitý pro výpočet souřadnice  $\xi$  na základě veličin vycházející ze souřadnic r a  $\sigma$  a v neposlední řadě veličiny h, pro kterou je možné si zvolit libovolnou hodnotu.

Jako poslední krok je dosazení rovnice (5.72) do (5.61), čímž je získán vztah, který je následně užitečný při přepočtu ze souřadnic  $\eta$  na  $\phi$ .

$$\eta = \frac{h}{a^*} \cdot \phi \tag{5.74}$$

#### 5.10.3 Kvadratická změna tangens doplňkového úhlu střední čáry lopatky

Dalším krokem v konformní transformaci je definování vztahu pro souřadnici  $\eta$ , která je funkcí souřadnice  $\xi$ . [12], [33]

$$\eta = f(\xi) \tag{5.75}$$

Důležitou vlastností konformního zobrazení je, že se při transformaci zachovávají úhly odpovídajících si stran, pak tedy střední čára profilu v komplexní rovině  $\zeta$  má stejné tečné úhly jako na rotační ploše (viz *Obrázek 17*). Tím pádem úhly na střední čáře mezi náběžnou a odtokovou hranou mohou být definovány v komplexní rovině a poté převedeny na rotační plochu, přičemž je zaručeno, že tyto úhly zůstanou stejné. [12], [33]

Při návrhu lopatky jsou známy úhly  $\beta_1$  a  $\beta_2$  po délce hran, které určují střední čáru profilu v krajních bodech (*viz Obrázek 18*). Jakým způsobem se ale bude křivka vyvíjet mezi krajními body závisí na metodě, která je pro výpočet zvolena. Přitom platí, že pro optimální návrh lopatky je nutné se vyhnout vzniku inflexního bodu funkce mezi okrajovými body, protože to by v konečném důsledku znamenalo, že maximální hodnota úhlu  $\beta_B$  by nebyla na náběžné nebo odtokové hraně, ale uprostřed lopatky, což je nežádoucí, protože to vede k nechtěné deformaci lopatky. [12]

První metodou je takzvaná *lineární změna doplňkového úhlu*  $\bar{\beta}$  na souřadnici  $\xi$ . Hlavní předností této metody je jednoduchá definice, kdy funkce změny doplňkového úhlu je proložena lineární funkcí, u které odpadá kontrola inflexního bodu. Nevýhoda naopak tkví v nemožnosti volby maximální hodnoty  $\eta_{max}$ , a tedy i maximálního úhlu opásání  $\phi_{max}$ . S touto metodou je ale velmi obtížné dosáhnout stejného úhlu opásání na všech definovaných středních čarách profilu lopatky. Z tohoto důvodu tato metoda nebyla využita při návrhu lopatky induceru, a proto zde není uvedena ani její matematická definice. [12]

Druhou metodou je kvadratická změna tangens doplňkového úhlu lopatky  $\bar{\beta}$  na střední čáře profilu, při níž lze volit libovolný úhel opásání  $\phi_{max}$ , což je určitě velká výhoda oproti předešlé metodě a je to koneckonců hlavní důvod, proč je tato metoda zvolena v diplomové práci při návrhu lopatek induceru. Inflexní bod zde však může vzniknout i uvnitř lopatky, proto je nutné hlídat při návrhu derivaci výsledné funkce  $f(\xi)$  a přesvědčit se, že se inflexní bod pohybuje mimo krajní body.



*Obrázek 18 Změna doplňkového úhlu*  $\overline{\beta}$  *v závislosti na*  $\xi$  [14]

Změna doplňkového úhlu  $\overline{\beta}$  je předepsána kvadratickou funkcí  $\eta$  na  $\xi$ . Poté lze napsat následující definici. [12], [33]

$$tg\bar{\beta} = \frac{d\eta}{d\xi} = a\xi^2 + b\xi + c \tag{5.76}$$

Integrací se získá vztah pro výpočet souřadnice  $\eta$  v závislosti na  $\xi$ , zároveň je třeba určit další neznámý koeficient *d*.

$$\int_{\eta 0}^{\eta} d\eta = \int_{-h/2}^{\xi} (a\xi^2 + b\xi + c) d\xi$$
 (5.77)

$$\eta - \eta_0 = \left[\frac{a}{3}\xi^3\right]_{-\frac{h}{2}}^{\xi} + \left[\frac{b}{2}\xi^2\right]_{-\frac{h}{2}}^{\xi} + \left[c\xi\right]_{-\frac{h}{2}}^{\xi} + d$$
(5.78)

Nyní lze dosadit levou okrajovou podmínku do rovnice (5.78), a tím určit koeficient *d* vzniklý integrací, který nakonec je nulový, protože se při dosazení vyruší levá, ale i částečně pravá strana rovnice. [12], [33]

$$\eta = \eta_0 \quad \xi = -\frac{h}{2} \tag{5.79}$$

Koeficient d vzniklý při integraci je tedy rovný nule.

$$0 = \frac{a}{3} \left[ \left( -\frac{h}{2} \right)^3 - \left( -\frac{h}{2} \right)^3 \right] + \frac{b}{2} \left[ \left( -\frac{h}{2} \right)^2 - \left( -\frac{h}{2} \right)^2 \right] + c \left[ \left( -\frac{h}{2} \right) - \left( -\frac{h}{2} \right) \right] + d$$

$$d = 0$$
(5.80)

Zbývající koeficienty *a*, *b*, *c* jsou určeny dosazením dalších okrajových podmínek, kdy nejdříve je dosazena pravá okrajová podmínka do rovnice (5.78). [12], [33]

$$\eta = \eta_{max} \quad \xi = +\frac{h}{2} \tag{5.81}$$

Rovnice (5.78) s dosazenou okrajovou podmínkou.

$$\eta_{max} - \eta_0 = \frac{a}{3} \left[ \left( \frac{h}{2} \right)^3 - \left( -\frac{h}{2} \right)^3 \right] + \frac{b}{2} \left[ \left( \frac{h}{2} \right)^2 - \left( -\frac{h}{2} \right)^2 \right] + c \left[ \left( \frac{h}{2} \right) - \left( -\frac{h}{2} \right) \right]$$

Následně koeficient a může být vyjádřen v závislosti na c.

$$a = 12.\frac{\eta_{max} - \eta_0 - c.h}{h^3}$$
(5.82)

Z 2D návrhu lopatky jsou známy již vstupní a výstupní úhly lopatky, proto lze předepsat velikost doplňkových úhlů v okrajových bodech. [12], [33]

$$\xi_1 = -\frac{h}{2}, \quad \bar{\beta} = \overline{\beta_1} \tag{5.83}$$

$$\xi_1 = +\frac{h}{2}, \quad \bar{\beta} = \overline{\beta_2} \tag{5.84}$$

Dosazením těchto okrajových podmínek do rovnice (5.76) vzniknou dvě různé rovnice.

$$tg\overline{\beta_1} = a\left(-\frac{h}{2}\right)^2 + b\left(-\frac{h}{2}\right) + c \tag{5.85}$$

$$tg\overline{\beta_2} = a\left(\frac{h}{2}\right)^2 + b\left(\frac{h}{2}\right) + c \tag{5.86}$$

Při odečtení těchto dvou rovnic je získán vztah pro koeficient b.

$$tg\overline{\beta_1} - tg\overline{\beta_2} = -b.h \tag{5.87}$$

$$b = \frac{tg\overline{\beta_2} - tg\overline{\beta_1}}{h} \tag{5.88}$$

Po sečtení dvou rovnic výše je získán naopak vztah pro koeficient c.

$$tg\overline{\beta_1} + tg\overline{\beta_2} = a.\left(\frac{h^2}{2}\right) + 2c \tag{5.89}$$

$$c = \frac{tg\overline{\beta_2} + tg\overline{\beta_1}}{2} - a\frac{h^2}{4}$$
(5.90)

Dalším krokem je sloučení rovnic pro a a c, kdy po úpravě jsou tyto koeficienty už definovány známými veličinami.

$$c = \frac{3}{2} \cdot \frac{\eta_{max} - \eta_0}{h} - \frac{tg\overline{\beta_2} + tg\overline{\beta_1}}{4}$$
(5.91)

$$a = 3.\frac{tg\overline{\beta_2} + tg\overline{\beta_1}}{h^2} - \frac{6}{h}(\eta_{max} - \eta_0)$$
(5.92)

S definovanými koeficienty a, b, c, d již vztah (5.78) přechází do finálního tvaru. [12],[34]

$$\eta = \eta_0 + \frac{a}{3} \left[ \xi^3 + \left(\frac{h}{2}\right)^3 \right] + \frac{b}{2} \left[ \xi^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2 \right] + c \left[ \xi + \left(\frac{h}{2}\right) \right]$$
(5.93)

Kdy koeficienty a, b, c jsou definovány na základě okrajových podmínek a podmínek plynoucí z 2D výpočtu.

Jak již bylo zmíněno, pří návrhu lopatky kvadratickou metodou změny doplňkového úhlu se musí oproti lineární metodě dávat pozor na vznik inflexního bodu, tedy bodu největšího doplňkového úhlu  $\bar{\beta}$  tak, aby tento inflexní bod byl na jednom konci lopatky, a ne uprostřed, což je většinou nežádoucí. [12]

Inflexní bod lze zjistit derivací kvadratické funkce podle ξ.

$$\frac{d(a\xi^2 + b\xi + c)}{d\xi} = 0 = 2a\xi + b$$
(5.94)

Následně je možné zjistit polohu inflexního bodu na souřadnici  $\xi$ .

$$\xi = \frac{-b}{2a} \tag{5.95}$$

## 5.11 Ostatní parametry induceru

## 5.11.1 Počet lopatek

Počet lopatek N je pro inducery variabilní a závisí na konstruktérově uvážení. Obecné pravidlo říká, že inducer by měl mít 2 až 4 lopatky, přičemž nejčastější varianta v praxi je inducer se třemi lopatkami. [9]

$$N = 2 a \check{z} 4 lopatky \tag{5.96}$$

Navrhovaný inducer v této diplomové práci má lopatky tři, kdy hlavním rozhodujícím parametrem je vizuální kontrola, kdy podle hustoty či řídkosti lopatkové mříže je určen vhodný počet lopatek v uvedeném rozmezí výše. Třílopatkový inducer by měl mít navíc i lepší vlastnosti, co se týká dynamiky rotoru, proto padla volba právě na třílopatkový inducer. [9], [25]

#### 5.11.2 Úhel opásání a axiální délka

Z předchozího výpočtu jsou dány úhly na náběžné hraně a odtokové hraně lopatky. Tyto úhly definují úhel opásání  $\phi_{max}$ , kdy sice částečně tento úhel díky metodě konformní transformace s kvadratickou změnou tangens doplňkového úhlu  $\overline{\beta}$  lze upravovat, avšak kvůli inflexnímu bodu, který je udržován vně souřadnice lopatky v konformní transformaci ( $\xi, \eta$ ), je toto rozmezí úhlu opásání omezené na určitý interval.

Díky tomu je axiální délka *L* lopatky definovaná právě velikostí úhlu opásání  $\phi_{max}$ , kdy lopatky musejí být dlouhé, aby případná kavitační bublina měla dostatek času v mezilopatkovém prostoru zaniknout. Zároveň ovšem nemohou být příliš dlouhé, protože v tom případě se vlivem viskozity snižuje hydraulická účinnost a lopatky kladou vyšší nároky na náboj a hřídel induceru. [25]

Pro navrhovaný inducer se třemi lopatkami se v této diplomové práci ukázala jako optimální hodnota úhlu opásání  $\phi_{max}$  kolem 400° či spíše menší.

$$\phi_{max} \approx 400^{\circ} \tag{5.97}$$

## 5.11.3 Tloušťka lopatky

Tloušťka lopatky v jednotlivých místech induceru je optimálně dána následným MKP výpočtem, který lze najít v (*viz Příloha A*). Na konci lopatky v radiálním směru je možné mít tloušťku lopatky nižší než v blízkosti náboje, kde je lopatka vetknutá, a tím pádem zde hrozí vyšší riziko lomu v důsledku vysoké napjatosti.

Pro první inicializaci řešení je na základě doporučení pro industriální inducery zvoleno rozmezí pro poměr tloušťky lopatky  $t_B$ k poloměru induceru v následujícím intervalu. [19]

$$\frac{t_B}{R_1} = 0,016 - 0,022 \tag{5.98}$$

#### 5.11.4 Mezera mezi koncem lopatky a komorou induceru

Spára mezi koncem lopatky a komorou, ve kterém je inducer uložen, má poměrně značný vliv na hydraulické vlastnosti. Lepší hydraulické vlastnosti ( $\eta_h$  *a statický tlak*) hlavně při nižších průtocích jsou dosaženy s menší velikostí spáry, nicméně je nutné vzít v potaz také výrobní nepřesnosti, a tedy i minimální reálný rozměr spáry. Doporučení zní, že plocha ohraničená spárou v axiálním pohledu by neměla být větší nežli 3 % celkové průtočné plochy. [19], [34]

Je však otázkou, jestli toto pravidlo lze použít i v případě navrhovaného induceru, kde díky malým geometrickým rozměrům by velikost spáry musela být menší nežli 0,2 mm. Z toho důvodu je na základě porovnání s [34] zvolená mírně výšší hodnota, a to o velikosti 0,4 mm, kde podíl spáry na průtočné ploše je přibližně 5 %.

$$s = 0,4 mm$$
 (5.99)

#### 5.11.5 Tvar náběžné hrany

Z experimentálních výsledků vychází, že čím ostřejší náběžná hrana lopatky, tím lepší hydraulické vlastnosti induceru. Na druhou stranu náběžná hrana je tím pádem více náchylná na třepot, proto i zde je nutné najít určitý kompromis. [16]

Při návrhu náběžné hrany lopatky v programu BladeGen je nakonec zvolena ostrá eliptická náběžná hrana lopatky *(poměr stran elipsy je 8)*, která zaručuje lepší kvalitu sítě při následné tvorbě v programu TurboGrid než v případě seříznuté náběžné hrany.



Obrázek 19 Tvar náběžné hrany a jeho vliv na inducer ([16], upraveno)

#### 5.11.6 Náběžná hrana v axiálním pohledu

Pro optimální kavitační vlastnosti je vhodné, pokud náběžná hrana je zaoblená ve směru proudění (*viz Obrázek 20*), kde zelenou barvou je zobrazena kontura náběžné hrany lopatky v axiálním směru. Pro definování této kontury se ukázala jako vhodná volba takzvaná Fermatová spirála, u které je možné snadno volit maximální úhel zaoblení, jenž je totožný se souřadnicí opásání  $\phi$ . Dále také na základě exponentu *x* lze jednoduše měnit tvar náběžné hrany. [36]

$$r^x = a^x \phi \tag{5.100}$$

Zaoblení náběžné hrany ovšem není z 2D výpočtu konečné a je ještě zvětšeno při tvorbě lopatky v programu BladeGen, protože je velmi obtížné získat při konformní transformaci totožné úhly opásání  $\phi$  pro všechny výpočtové proudnice při větších úhlech zaoblení.



Obrázek 20 Zaoblení náběžné hrany lopatky v axiálním, čelním pohledu

# 5.12 Tabulka s důležitými parametry induceru

Důležité parametry výsledného induceru navrhnutého podle předchozích kapitol.

Parametry induceru - 2D výpočet					
Médium	LOX		Tekuty	Tekutý kyslík	
Teplota média		Т	90	[K]	
Hustota média		Р	1146	$[kg/m^3]$	
Hmotnostní průtok		m	7,77	[kg/s]	
Objemový průtok		Q	0,00678	$[m^3.s^{-1}]$	
Otáčky induceru		n	50 000	$[ot.min^{-1}]$	
Počet lopatek		Ν	3	[-]	
Průměr induceru na vstupu		$d_I$	32	[mm]	
Průměr induceru na výstupu		$d_2$	30	[mm]	
Náboj na vstupu		$d_{n1}$	8	[mm]	
Náboj na výstupu		$d_{n2}$	19	[mm]	
Rychlostní číslo podle 2D výpočtu		$\varphi_{I}$	0,107	[-]	
Tlakové číslo podle 2D výpočtu		Ψ	0,104	[-]	
Úhel opásání	9	$b_{max}$	363	[°]	
Sací specifické otáčky US	N <sub>ss</sub>		27 000	[-]	
Sací specifické otáčky SI	n <sub>ss</sub>		523	[-]	
Minimální čistá sací výška	NPSH <sub>R</sub>		15,6	[m]	
Axiální délka	L		22	[mm]	
Velikost spáry	S		0,4	[mm]	
Úhel lopatky u náboje	$\beta_1$	38,3 °	$\beta_2$	23,12 °	
Úhel lopatky na konci	$\beta_1$	11,2 °	$\beta_2$	14,9 °	

Tabulka 5 Parametry induceru na základě 2D výpočtu

# 6 CFD výpočet samotného induceru

# 6.1 Úvod

Na základě analytického 2D výpočtu je následně provedená *CFD* analýza samotného induceru, z níž jsou získány hlavní charakteristiky a ověřena funkčnost navrhnuté geometrie. Nutno dodat, že se jedná o iterativní proces, jehož výsledkem je optimální geometrie induceru, která je následně vstupem pro *CFD* výpočet celkové soustavy inducer plus oběžné kolo.

# 6.2 Jednotlivé geometrie

## 6.2.1 Geometrie induceru

Geometrie induceru je vypracovaná v modul BladeGen v prostředí programu Ansys Workbench 2019 R3. Analytický výpočet probíhal celkem na patnácti výpočtových proudnicích, které současně i definují střední čáry lopatky v meridiálním řezu. Pro generování tvaru lopatek je však použito pouze osm proudnic, což je dostatečný počet vzhledem k tomu, že zakřivení axiálních lopatek není v radiálním ani axiálním směru nikterak tvarově složité.



Obrázek 21 Meridiální pohled induceru v programu BladeGen

Výsledkem analytického 2D výpočtu v Excelu díky metodě konformního zobrazení jsou souřadnice *r* a *z*, které slouží k definování výpočtových proudnic v meridiálním řezu. Dále souřadnice úhlu opásání  $\phi$  a meridiální délky  $\sigma$ , které naopak definují průběh změny úhlu lopatky  $\beta_B$  s axiální délkou *L*, přičemž souřadnice  $\sigma$  je označena v BladeGenu písmenem *M*. Tyto souřadnice jsou následně ve formě textového souboru nahrány do prostředí programu BladeGen.

$$d\sigma = dM = \sqrt{(dr)^2 + (dz)^2} \tag{6.1}$$

$$M = \int_0^k dM \, dk \tag{6.2}$$

Výhodou výpočtu souřadnic již v Excelu na základě konformního zobrazení je ten, že je dosaženo hladké geometrie lopatek, kdy se úhel lopatky  $\beta_B$  s axiální délkou *L* mění rovnoměrně a zároveň je zaručeno, že nejvyšší hodnota  $\beta_B$  se nachází buď na náběžné, nebo na odtokové hraně, a ne uprostřed, jak je někdy běžné pro méně propracované návrhy lopatek.

Geometrie lopatek je tedy definována meridiálním řezem (*viz Obrázek 21*). Dále průběhem úhlu opásání  $\phi$  v závislosti na meridiální souřadnici *M* (*viz Obrázek 22*), kdy v BladeGenu je na základě jiné konvence souřadnice  $\phi$  označena jako souřadnice *Theta*.



Obrázek 22 Souřadnice Theta a M pro proudnici u náboje

V neposlední řadě je definovaná poměrná tloušťka lopatky taktéž na meridiální souřadnici *M*, avšak pouze pro první a poslední krajní proudnice.



Obrázek 23 Definování tloušťky lopatky pro proudnici u náboje

Průběh tlouštky lopatky je definován na základě *MKP* výpočtu, který je podrobněji popsán v (*viz Příloha A*).

Sklon náběžné hrany je určen také přímo v programu BladeGen, a to pomocí úsečky, která je přibližně pod úhlem  $16,3^{\circ}$  vůči radiální ose (*viz Obrázek 21*). Účelem této modifikace je zlepšení kavitačních vlastností na vstupu do induceru, tedy nižší *NPSH*<sub>R</sub> charakteristika. Toto

zkosení ovšem i mírně pozměňuje úhly lopatek  $\beta_I$  na náběžné hraně, avšak díky tomu, že průběh změny úhlu  $\beta_B$  na axiální délce *L* není nikterak velký, je tato změna malá.



Obrázek 24 Model induceru z bočního pohledu



Obrázek 25 Přední pohled na lopatky induceru

#### 6.2.2 Geometrie vstupního a výstupního potrubí

Průměr vstupní trubky je dán vstupním průměrem induceru  $d_1$ . Zároveň délka je zvolena tak, aby okrajové podmínky *CFD* analýzy neovlivňovaly proudění uvnitř induceru, a proto délka vstupního a výstupního potrubí je desetinásobkem průměru potrubí.



Obrázek 26 Vstupní a výstupní potrubí

Tvar náboje na vstupu do inducery by mohl být definován v modulu BladeGen spolu s celkovou geometrií induceru, protože je ale následně problém pro takovouto geometrii induceru vytvořit síť v modulu Turbogrid, je vhodnější vstupní část náboje udělat odděleně, a to v rámci domény vstupního potrubí (*viz Obrázek 27*).





Obrázek 27 Část náboje vytvořená ve vstupním potrubí

Vstupní část náboje má jednoduchý kulovitý tvar. Otázkou totiž je, jak by se případné úpravy tvaru na vstupu pozitivně odrazily na výsledných parametrech. Dále je nutné brát v úvahu i jednoduchost výroby při takto malých rozměrech, proto nakonec je zvolena tato varianta kulového náboje na vstupu.

Výstupní potrubí je dáno geometrií induceru na výstupu, přičemž délka je opět určena jako desetinásobek výstupního průměru  $d_2$  kvůli okrajovým podmínkám (*viz Obrázek 26*).

# 6.3 Výpočetní sítě

## 6.3.1 Výpočetní síť induceru

Výpočetní síť induceru je vytvořena v modulu TurboGrid, jenž je přímo určený pro vytváření strukturovaných výpočetních sítí lopatkových strojů.



Obrázek 28 Strukturovaná síť v programu TurboGrid

Spára mezi lopatkami a komorou induceru je nakonec definovaná až v TurboGridu, přestože by mohla být vytvořena již v modulu BladeGen. Z praktického hlediska je ale na základě zkušeností v této diplomové práci lepší, pokud je geometrie spáry definovaná společně s výpočetní sítí.

Pro *CFD* analýzu je důležité, aby mezní vrstva v blízkosti obtékané stěny byla správně aproximovaná stěnovou funkcí *(pokud se tedy používá model turbulence v kombinaci se stěnovou funkcí, tak jak je plánováno v této práci)*. Z tohoto důvodu musí být dosaženo dostatečné jemnosti sítě v blízkosti stěn, přičemž parametr, který informuje, zdali je jemnost sítě v těchto oblastech dostatečná, se nazýva  $y^+$  a jeho hodnota se určí až po provedení *CFD* výpočtu.

Optimální hodnota  $y^+$  závisí na výpočetní metodě, avšak pro *k*- $\varepsilon$  model turbulence, podle kterého je v této diplomové práci úloha počítaná, je v následujícím rozmezí  $y^+$ .

$$30 < y^+ < 150 \tag{6.3}$$

Lokálně je však možná i hodnota výrazně vyšší, a to až  $y^+ = 500$ .

Pro dosažení této optimální hodnoty je zvolena určitá velikost první buňky v normálovém směru ke stěně, která zaručuje, že při daném průtoku hodnota parametru  $y^+$  bude v ideálním rozmezí.

velikost první buňky = 
$$0,0035 mm$$
 (6.4)

Výstupem modulu TurboGrid je již strukturovaná hexahedrální výpočetní síť, kdy tato síť může být dále upravena pomocí celé řady různých nástrojů, které poskytuje tento modul. Přitom účelem těchto úprav je zlepšení kvality sítě tak, aby byla zaručena dobrá konvergence následného výpočtu.



Obrázek 29 Strukturovaná síť v Blade to Blade pohledu

Kvalita sítě je v TurboGridu definovaná různými parametry, přitom optimálně by tyto hodnoty neměly příliš překročit maximální doporučenou hodnotu pro jednotlivé parametry.

Mesh Measure	Value	% Bad	
Minimum Face Angle	14.7802 [degree]	0.0004	۱.
Maximum Face Angle	166.252 [degree]	0.0224	1
Maximum Element Volume Ratio	11.7888	0.0000	4
Minimum Volume	3.10428e-16 [m^3]	0.0000	4
Maximum Edge Length Ratio	791.311	0.0000	4
Maximum Connectivity Number	10	0.0000	4

Obrázek 30 Mesh Statistic v BladeGen

#### 6.3.2 Výpočetní síť vstupního potrubí

Výpočetní síť vstupního potrubí je opět vytvořena s ohledem na dosažení optimální hodnoty parametru  $y^+$ . Z tohoto důvodu je provedena klasická dekompozice kruhového potrubí viz následující obrázek.



Obrázek 31 Dekompozice sítě pro vstupní potrubí s nábojem

Z obrázku je patrné, že se jedná opět o síť strukturovanou, která je tvořena hexahedrálními buňkami. Díky tomu je kvalita sítě, vyjádřena například pomocí parametru "*skewnees*", poměrně dobrá (*viz Tabulka* 6).

Na jednotlivých hranách bočních fragmentů je předepsán počet segmentů pomocí funkce "*edge sizing*" a díky další funkci "*bias*" je zaručená dostatečně malá velikost buňěk v blízkosti stěny.

Tvar náboje na vstupu je modelován ve vstupním potrubí, a nikoliv přímo v BladeGenu, jak už bylo v předchozí kapitole zmíněno, proto v okolí náboje je provedena dekompozice výpočetní domény tak, aby to odpovídalo požadavkům na hodnotu parametru  $y^+$ .



Obrázek 32 Řez výpočetní síťí v blízkosti špičky náboje

#### 6.3.3 Výpočetní síť výstupního potrubí

Síťování výstupního potrubí je poměrně snadné. Opět je výpočetní síť vytvořena s ohledem na dosažení optimální hodnoty  $y^+$ , kdy pomocí funkce "*edge sizing*" a funkce "*bias*" je dosaženo zjemnění sítě v blízkosti stěn. Zároveň lze vidět, že velikost buněk se v axiálním směru zvyšuje od strany, kde výpočetní doména navazuje na výpočetní doménu induceru.



Obrázek 33 Výpočetní síť výstupního potrubí

Díky poměrně jednoduché dekomopozici je dosažena síť s dobrou kvalitou (viz Tabulka 6).

## 6.3.4 Souhrn výpočetních sítí

*CFD* analýza probíhá v programu *CFX*, proto je zde uvedený jako hlavní parametr počet uzlů. Celková výpočetní doména se vejde do studentské licence, tedy méně než *512 000* uzlů, což je výhodné hlavně z hlediska výpočetního času, kdy součástí *CFD* analýzy induceru je mnoho dvoufázových výpočtů, které mají obecně horší konvergenci a delší výpočetní časy.

Zároveň díky tomu, že inducer je následně počítán spolu s čerpadlem na jemnější síti, tak nemá příliš cenu zvyšovat výpočetní čas pro samotnou konstrukci induceru. V příloze práce (*viz Příloha B*) lze přitom najít studii vlivu sítě na výkonnostní parametry induceru, kde se ukázalo, že síť je dostatečně velká pro výpočet dopravní výšky a účinnosti induceru.

Vstupní potrubí		
Počet uzlů	168 528	
Тур	Hexahedrální	
Skewness	0,60	
Výstupní potrubí		
Počet uzlů	119 280	
Тур	Hexahedrální	
Skewness	0,14	
Inducer		
Počet uzlů	215 490	
Тур	Hexahedrální	
Výpočetní doména celkem		
Počet uzlů celkově	503 298	

Tabulka 6 Souhrn výpočetních sítí

# 6.4 Jednofázový CFD výpočet

Pro výpočet závislosti dopravní výšky H na průtoku Q je zvolen jednofázový CFD výpočet v modulu CFX v prostředí programu Ansys Workbench 2019 R3.

Přestože kavitace se objevuje na náběžné hraně už při návrhovém průtoku, což je způsobeno velkou incidencí (*viz Příloha C.5*), tak tato kavitační oblast nemá tak velký vliv na hodnotu dopravní výšky pro uvedené rozmezí průtoků Q.

Z tohoto důvodu je nakonec zvolen časově méně náročnější, jednodušší a rychleji konvergující jednofázový výpočet.

#### 6.4.1 Výpočetní domény a rozhraní

Jednotlivé výpočetní sítě jsou poskládány dohromady, přičemž mezi styčnými plochami musí být podrobněji definováno rozhraní (*interface*).

Domény vstupního a výstupního potrubí se nepohybují. Naopak výpočetní doména induceru rotuje 50 000 otáčkami za minutu.

Pohyb výpočetních domén		
Vstupní potrubí Nepohybuje se		
Inducer	Rotační pohyb	
Výstupní potrubí	Nepohybuje se	

Tabulka 7 Definice pohybu výpočetních domén

Lopatkové kolo induceru je rotačně symetrické, tudíž se počítá pouze pro 1/3 lopatkového kanálu, kdy zde na symetrické plochy je aplikováno rozhraní takzvané rotační periodicity.



Obrázek 34 Rozhraní (Interface) ve výpočetní doméně

Pro rozhraní mezi doménami vstupního potrubí a induceru je definováno obecné spojení "*General Connection"* a "*Mixing-Plane"*, protože se ale setkává 1/3 lopatkové kola s celým průřezem potrubí, tak je nutné zde definovat také takzvané "*pitch angles"*. Pro rozhraní induceru a výstupního potrubí je tato definice identická.

TurboGrid při definici spáry mezi lopatkou a komorou induceru vytvoří dělící plochu, kterou poté *CFX* Solver přednastaví jako nepropustnou stěnu. Z toho důvodu je i zde nutné definovat rozhraní pro tuto oblast spáry.

Rozhraní pro 1/3 domény lopatkového kola		
Rotační periodicita – Rotationa	ll Periodicity	
Rozhraní vstupní potrubí -	inducer	
Obecné spojení – General Co	onnection	
Stage (Mixing-Plane)		
Pitch Angle – Inducer	<i>120</i> °	
Pitch Angle – Vstupní potrubí 360°		
Rozhraní inducer – výstupní potrubí		
Obecné spojení – General Connection		
Stage (Mixing-Plane)		
Pitch Angle – Inducer	<i>120</i> °	
Pitch Angle – Výstupní potrubí 360°		
Spára mezi lopatkou a komorou		
Obecné spojení – General Connection		

Tabulka 8 Přehled jednotlivých rozhraní (Interfaces)

#### 6.4.2 Nastavení okrajových podmínek

Důležitým krokem pro *CFD* výpočet je správné určení okrajových podmínek. Navrhovaná soustava čerpadla s inducerem by měla po většinu času pracovat při konstantním vstupním tlaku z palivové nádrže a pouze v momentě nedostatku paliva nebo při škrcení v obvodu před čerpadlem, by mělo docházet ke snížení vstupního tlaku do soustavy. Zároveň i data z jednofázového výpočtu slouží jako inicializační data pro dvoufazový výpočet. Z tohoto důvodu je žádoucí, aby okrajové podmínky pro počítanou Q-H charakteristiku byly podobné s okrajovými podmínkami pro dvoufazový výpočet  $NPSH_R$  induceru.



Obrázek 35 Okrajové podmínky pro výpočetní doménu

Na vstupu do výpočtové domény je předepsán konstantní vstupní statický tlak o velikosti *10 bar*, dále intenzita turbulecne 5 % a v neposlední řadě kvůli větší robustnosti výpočtu je na základě doporučení zvolen nulový gradient rychlosti pro vstupní okrajovou podmínku, což znamená, že ve všech místech průtočné plochy na vstupu bude rychlost stejná.

Pro výstup z domény je předepsána okrajová podmínka hmotnostního průtoku, která se následně mění tak, aby byla získána hodnota dopravní výšky H pro jednotlivé průtoky Q mimo návrhový bod.

Pro neprůtočné plochy jako jsou lopatky, stěny potrubí, náboj atd. je předepsána okrajová podmínka ulpívání tekutiny pro hladkou stěnu. Domény vstupního a výstupního potrubí se nikterak nepohybují. Výpočetní doména induceru vykonává rotační pohyb o velikosti 50 000 otáček za minutu, proto některé neprůtočné plochy mají definovanou tuto úhlovou rychlost.

Speciální pozornost je nutné věnovat spáře mezi lopatkou a komorou induceru, protože zatímco lopatky a náboj rotují uvedenou úhlovou rychlostí, komora induceru nikoliv. Z tohoto důvodu je zde definovaná ještě dodatečná podmínka rychlosti na stěně takzvaná "*Counter Rotating Wall*".

Vstupní okrajov	vá podmínka			
Inlet – statický tlak				
Typ okrajové podmínky $p_s = 10 \ bar$				
Intenzita turbulence	5%			
Směr proudu	Nulový gradient			
Výstupní okrajová podmínka				
Outlet - hmotnostní průtok				
Typ okrajové podmínky $m = 7,77 \ kg.s^{-1} \dots (volitelne)$				
Neprůtočné plochy				
Wall				
Podmínka Ulpívání kapaliny				
Drsnost stěny	Hladká			
Pohyb	Rotační/v klidu			
Skříň ind	luceru			
Wall				
Podmínka	Ulpívání kapaliny			
Drsnost stěny	Hladká			
Pohyb	Rotační			
Rychlost na stěne	Counter Rotating Wall			

Tabulka	9	Okrajové	podmínky
---------	---	----------	----------

#### 6.4.3 Nastavení řešiče

Jak již bylo zmíněno, *CFD* výpočet je počítán v programu *CFX Solver* jako stacionární, tedy časově neměnná jednofázová úloha.

Jako výpočetní model je zvolen dvourovnicový model turbulence k- $\varepsilon$ , který na základě Boussinesqovi hypotézy uzavírá časově středované Navier-Stokesovy rovnice takzvané *RANS* rovnice. Tento model je následně doplněný o "*Scalable*" stěnovou funkcí (*Scalable Wall Function*).

Fyzikální veličiny pro tekutý kyslík jsou do *CFX* řešiče importovány z materiálové knihovny, přičemž jsou upraveny tak, aby odpovídali tekutému kyslíku při 90 K (viz Tabulka 1).

Nastavení CFX řešiče		
Typ výpočtuStacionární, jedno		
Pracovní médium	Kapalný kyslík	
Výpočetní model	k-ɛ	
Stěnová funkce	Scalable	
Advection Scheme	High Resolution	
Turbulence Numerics	High Resolution	

Tabulka	10	Nastavení	CFX	řešič	e
Tabulka	10	Nastavení	CFX	řešič	

#### **6.4.4** Rezidua, konvergence a $y^+$

Rezidua se pro všechny počítané body průtoku při jednofázovém výpočtu pohybují pod hodnotou  $10^{-5}$ , kdy některé dokonce i pod hodnotou  $10^{-6}$ . Výjimkou jsou pouze rezidua v *CFX* označená jako *RMS W-Mom*, které při vysokých průtocích dosahují pouze přesnosti menší než  $10^{-4}$ . Celkově je ale díky kvalitní síti konvergence jednofázového výpočtu rychlá.

Hodnota  $y^+$  se na většině stěn pohybuje v uvedeném doporučeném rozmezí (6.3), výjimkou je pouze malá oblast napojení mezi vstupním potrubím a inducerem, kde hodnota  $y^+$  výrazně vybočuje mimo uvedené ideální rozmezí, nicméně se stále drží pod uváděnou maximální horní hranicí pro *k*- $\varepsilon$  model a jedná se pouze o lokální ovlivnění. Snahy o zjemnění sítě a lepší napojení v této oblasti však vedly k zhoršení celkové kvalitě sítě, proto nakonec problémová oblast byla bez větších úprav zachována, protože se ukázalo, že nemá příliš velký vliv na konvergenci výpočtu.



*Obrázek 36 Parametr*  $y^+$  *pro maximální průtok 120% Q* 

#### 6.4.5 Výkonnostní charakteristika induceru (Q-H graf)

Pomocí jednofázového výpočtu jsou vypočítány základní výkonnostní parametry induceru, jako je dopravní výška H, hydraulická účinnost  $\eta_h$ , výška pro přírůstek statického tlaku  $H_s$  a v neposlední řadě tlakové číslo  $\psi$ .

Definice veličin z CFD výpočtu		
Dopravní výška	$H=\frac{\Delta p_{celkov \acute{y}}}{\rho. g}$	[m]
Účinnost	$\eta_h = \frac{Q.\rho.g.H}{\Omega.M_k}$	[-]
Kroutící moment	$M_k = 3. (torque_z)$	[N.m]
Statická výška	$H_s = rac{\Delta p_{statick\acute{y}}}{ ho. g}$	[m]
Tlakové číslo	$m{\psi}=rac{\Delta p_{celkov \acute{y}}}{ ho. u_1^2}$	[-]
Statické tlakové číslo	$\psi_s = rac{\Delta p_{staticky}}{ ho. u_1^2}$	[-]
Rychlostní číslo	$\varphi_1 = \frac{Q/A_1}{u_1}$	[-]

Definice těchto vztahů z CFD výpočtu jsou uvedeny v následující tabulce.

Výsledné výkonnostní veličiny pro jednotlivé průtoky jsou zaneseny do následujícího grafu.



Graf 1 Výkonnostní charakteristiky induceru

Hydraulická účinnost induceru je v návrhovém bodě rovna přibližně 60 %, což není vysoká hodnota. Na druhou stranu to zhruba odpovídá účinnostem, které byly dosaženy u podobných vysokootáčkových inducerů v článku [21], kde výpočty a experimenty probíhaly na čtyřech inducerech operujících s vodou a při 20 000 otáčkách za minutu. Pro srovnání zde navržený inducer byl spočítán i pro vodu, kdy účinnost pro návrhový průtok vyšla kolem 45 %. V neposlední řadě je nutné si také uvědomit, že úloha je počítána modelem turbulence k- $\varepsilon$ , který není příliš vhodný pro proudění, kdy může dojít k odtržení mezní vrstvy, tudíž hodnota krouticího momentu, která vstupuje do výpočtu účinnosti, nemusí být v konečném důsledku tak přesná a je pravděpodobné, že pokud by byl zvolený například model turbulece k- $\omega$  SST, tak by se výsledná účinnost se pravděpodobně mírně lišila. V blízkosti optima by však měl být vliv zvoleného modelu turbulence velmi malý.

Z výsledného grafu je patrná poměrně strmá Q-H charakteristika, kdy již při 120 % návrhového průtoku inducer prakticky přestává generovat přírůstek statického tlaku. Z toho důvodu je nakonec inducer konstruovaný na mírně větší přírůstek tlaku, tedy cca 15 % dopravní výšky čerpadla, než by na základě obecného doporučení (*cca 10 %*) měl být, protože při doporučené hodnotě by maximální rozsah Q byl ještě nižší nežli 120 % průtoku.

Nicméně i tato strmá charakteristika je společná pro vysokootáčkové inducery, proto pravděpodobně nějaké větší zlepšení této charakteristiky bude velmi obtížné dosáhnout. Možné vysvětlení této skutečnosti, bylo již zmíněno (*viz kap. 5.6*).

Pro lepší porovnání s článkem [21] jsou na následujícím grafu zobrazeny bezrozměrné veličiny tlakového čísla  $\psi, \psi_s v$  závislosti na rychlostním čísle  $\varphi_1$ .



Graf 2 Charakteristika na základě bezrozměrných veličin

Obrázky s vizualizací proudění jsou kvůli své rozsáhlosti uvedeny v příloze (viz Příloha C).

# 6.5 Dvoufázový CFD výpočet kavitačních vlastností

## 6.5.1 Podobnost s jednofázovým výpočtem

Pomocí dvoufázového (*kapalná a plynná fáze*) *CFD* výpočtu jsou určeny kavitační charakteristiky typu kavitační deprese  $\Delta y$  a *NPSH*<sub>3,R</sub> samotného induceru.

Z postupu v kapitole (*viz kap. 4.1*) je zřejmé, že při experimentálním měření dochází ke snižování statického tlaku na vstupu  $p_1$  do induceru a zároveň k měření měrné energie Y nebo dopravní výšky H čerpadla, kdy v momentě poklesu Y či H o smluvní hodnotu nejčastěji 3 % je určená kritická hodnota vstupního tlaku  $p_{krit}$ .

Tento experimentální postup lze simulovat i v *CFD* úloze, kdy na vstupní okrajovou podmínku je předepisována různá hodnota statického tlaku a na základě výpočtu je poté určena *Y* nebo *H* čerpadla/induceru. Protože při *CFD* výpočtu je velmi těžké zachytit přímo bod 3% poklesu *Y* nebo *H*, není v této analýze *NPSH*<sub>3</sub> vypočítán přímo pro provozní bod, ale na základě proložení křivky z vypočítaných bodů (*viz. Graf 3*).

Výpočetní sítě zůstávají stejné pro jednofázový a dvojfázový výpočet (viz kap. 6.3). Jiné je tedy pouze nastavení výpočtu a definice okrajových podmínek a v neposlední řadě také inicializace.

#### 6.5.2 Nastavení dvoufázového výpočtu

Pro dvoufázový výpočet je logicky nutné definovat nejenom vlastnosti kapalné složky, ale i té plynné. Z materiálové knihovny jsou proto importovány data pro kapalný a plynný kyslík, dále je třeba definovat hodnotu tlaku sytých par, která je při 90 K uváděna jako 101 kPa, kdy úloha je řešená izotermicky, tedy zanedbává se termodynamický účinek kavitace, který byl zmíněn na začátku diplomové práce (*viz kap. 3.3.3*).

Pro nastavení řešiče je nutné definovat i vzájemné působení fází (*Interphase Transfer*) a přenos hmoty mezi fázemi (*Mass Transfer*) na volbu kavitace. Zároveň se pro lepší konvergenci výpočtu ukazuje volba "*turbulence numerics*" jako "*first order*", tedy první řád.

Nastavení CFX řešiče		
Typ výpočtu	Stacionární, dvoufázový	
Pracovní médium	Kapalný a plynný kyslík	
Výpočetní model	k-ε	
Stěnová funkce	Scalable	
Advection Scheme	High Resolution	
Turbulence Numerics	First Order	
Interphase Transfer	Mixture Model	
Mass Transfer	Cavitation	
Saturation pressure	101 kPa	

Tabulka 11 Nastavení dvoufázového výpočtu

V neposlední řadě je nutné upravit také okrajové podmínky, kdy pro vstup je kromě statického tlaku nutné definovat také procentuální objemové zastoupení jednotlivých fází, které je v tomto případě 100 % kapaliny a 0 % plynné fáze.

Na výstupní okrajovou podmínku je naopak důležité předepsat takzvaný "Bulk Mass Flow Rate", který označuje hmotnostní průtok pro obě skupenství.

Vstupní okrajová podmínka	
Inlet – statický tlak	
Typ okrajové podmínky	$p_s$ = 10 bar (volitelné)
Intenzita turbulence	5%
Směr proudu	Nulový gradient
Kapalný kyslík	Volume fraction = 1
Plynný kyslík	Volume fraction $= 0$
Výstupní okrajová podmínka	
Outlet - hmotnostní průtok (Bulk Mass Flow Rate)	
Typ okrajové podmínky	$m = 7,77 \ kg.s^{-1}$ (volitelné)

Tabulka 12 Změna okrajových podmínek pro dvoufázový výpočet

Velkým problémem se ukazuje při dvoufázovém výpočtu inicializace řešení. Obecně dvoufázový výpočet hůře a déle konverguje a není tak robustní jako jednodušší jednofázový výpočet, proto tedy data z jednofázového výpočtu jsou využity pro inicializaci dvoufázového výpočtu. Nicméně i přes horší konvergenci se všechny residua dostaly pod úroveň  $10^{-4}$ , přičemž většina z nich i pod  $10^{-5}$ , zapotřebí k tomu bylo ovšem zhruba šestkrát více iterací oproti jednofázovému výpočtu (12 000 oproti 2 000).

Velkým problémem při inicializaci a spuštění samotného výpočtu je přítomnost velmi malé spáry mezi koncem lopatky a komorou induceru. Přestože jsou pro inicializaci použité data z jednofázového výpočtu, tak pokusy rozběhnout dvoufázový výpočet již s přítomností průtočné spáry se ukázaly jako neúspěšné a *CFX řešič* hlásil přítomnost "*floating point*" a vysokého *Machova čísla* již při prvních iteracích, a tím znemožňoval pokračování výpočtu.

Nakonec se ukázal schůdný následující postup, kdy dvoufázový výpočet byl spuštěn s inicializačními daty z jednofázového výpočtu, zároveň plocha, která definuje spáru, byla nahrazena neprůtočnou stěnou. Zhruba po pár stovkách iterací byl již dvoufázový výpočet zastaven a teprve tehdy byla definována průtočná spára na konci lopatky induceru. Výpočet s takovou inicializací, již probíhá fyzikálně správně a konverguje.

## 6.5.3 Výsledky z dvoufázového výpočtu

Na základě dvoufázového výpočtu je spočítána  $NPSH_3$  charakteristika pro jednotlivé průtoky. Jak už bylo zmíněno, tak provozní bod, při kterém dojde k 3% poklesu dopravní výšky, není spočítán přímo, avšak je odhadnut na základě okolních vypočítaných provozních bodů v *CFD* analýze.

Jakým způsobem je tedy získána hodnota  $p_{kritický}$  a *NPSH*<sub>3</sub>, je zobrazeno na následujícím grafu, kde je počítáná hodnota *H* pro různé vstupní tlaky  $p_1$ . V místě, kde se protíná křivka 3% poklesu dopravní výšky *(červená)* a křivka proložení spočtených bodů *(modrá)*, nalezneme hodnotu kritického tlaku  $p_{krit}$ .



Graf 3 Strhávací charakteristika pro inducer při 100 % průtoku Q.

Z grafu a výsledků *CFD* analýzy se potvrzuje, že inducer dokáže pracovat při výrazně nižším tlaku  $p_{krit}$  než navržené oběžné kolo čerpadla. Hodnota kritického tlaku pro inducer  $p_{krit}$  na základě *CFD* výpočtu vychází přibližně 2,4 bar, což je výrazně méně než pro samotné *OK*, pro které je na základě jednofázového výpočtu určen minimální kritický vstupní tlak o velikosti 4 bar (viz [38]), kdy tato hodnota je odhadnuta z vizuální kontroly kavitačních oblastí v čerpadle, tudíž kritický tlak  $p_{krit}$  může být pravděpodobně ještě o trochu vyšší.

Na následujícím grafu je zobrazena závislost kritického tlaku  $p_{krit}$  na procentuálním průtoku Q, kdy je patrné, že při nárůstu průtoku dochází k růstu  $NPSH_3$  a kritického tlaku  $p_{krit}$ , což je ale u induceru běžný jev a tato charakteristika není nijak strmá.


Graf 4 Závislost kritického tlaku pkrit a NPSH3 na průtoku

Na grafu je ukázána také hodnota *NPSH*<sub>3</sub>, která je odhadnuta na základě Brumfieldova kritéria. Odhad je celkem přesný, nicméně je otázkou, zdali tomu tak opravdu je s ohledem na málo dostupné informace k Brumfieldově kritériu nebo se jedná o dílo náhody.

### 7 CFD analýza čerpadlo s inducerem

CFD výpočet kompletní sestavy čerpadla s inducerem již nebyl předmětem této práce, ale byl prováděn v rámci výzkumného projektu programu *TRIO* Ministerstva průmyslu a obchodu CR s názvem "Výzkum elektricky poháněného palivového čerpadla pro raketové motory nové generace". Autor diplomové práce pouze dodal model induceru a výpočetní síť, přičemž úprava oběžného kola čerpadla a vzájemné napojení induceru s OK už nebyly v jeho režii.

Jak už bylo zmíněno dříve, tak inducer nelze navrhovat zcela samostatně, ale je potřeba zaručit následnou souhru s *OK*. Z toho důvodu je vhodné zde výsledky kompletní simulace pro přehlednost uvést.

Tlakové pole za inducerem je poměrně rovnoměrné, proto se umístění induceru nachází velmi blízko samotné konstrukci oběžného kola, protože zde nejsou potřeba uklidňující délky, které by stabilizovaly proudění mezi lopatkovými koly. Axiální rozteč mezi odtokovou hranou induceru a oběžným kolem čerpadla je tedy zvolena přibližně *4 mm*, kdy tato rozteč souvisí také s dimenzací spáry těsnícího kruhu oběžného kola na straně krycího disku. Tvar meridiánu kompletní sestavy čerpadla s inducerem je znázorněn na obrázku (*viz Obrázek 37*), dále celková *3D* geometrie výpočetní domény je zobrazena na obrázku (*viz Obrázek 38*).



Obrázek 37 Napojení induceru a čerpadla v meridiálním řezu



Obrázek 38 Napojení induceru na čerpadlo

Na základě jednofázového stacionárního výpočtu je určena dopravní výška, hydraulická účinnost a hodnota minimálního vstupního kritického tlaku pro čerpadlo s inducerem.

Původní návrh čerpadla bez induceru počítal s průměrem oběžného kola o velikosti 40 mm. Stejný průměr měla i první verze čerpadla s inducerem, kdy se ovšem ukázalo, že hodnota dopravní výšky nebyla dostatečná, a proto tato verze musela být upravena. Průměr oběžného kola tedy vzrostl o 1,7 mm na hodnotu 41,7 mm, přičemž touto úpravou celková hydraulická účinnost mírně klesla, avšak stále je poměrně vysoká.

U obou verzí se ukázalo, že inducer výrazně pomohl zlepšit kavitační parametry, kdy původní návrh čerpadla bez induceru měl kritickou hodnotu vstupního tlaku mezi 4 až 4,5 bary (viz [38]). Pro čerpadlo s inducerem je hodnota kritického minimálního vstupního tlaku odhadnuta mezi 2 až 2,5 bary na základě *CFD* analýzy pro čerpadlo s inducerem. Přitom je prakticky jisté, že hodnota minimálního kritického tlaku čerpadla s inducerem je stejná jako pro inducer samotný, kdy tato hodnota  $p_{krit}$  byla stanovena o velikosti přibližně 2,4 baru (viz kap.6.4.5).

Porovnání jednotlivých verzí			
Čerpado s induceru a původním průměrem oběžného kola			
Průměr oběžného kola	$D_2$	40 mm	
Dopravní výška	Н	461 m	
Hydraulická účinnost	$\eta_h$	89,2 %	
Minimální vstupní tlak	$p_{min}$	$\approx 2 \ bar$	
Čerpadlo s inducerem a upraveným oběžným kolem			
Průměr oběžného kola	$D_2$	41,7 mm	
Dopravní výška	Н	476 m	
Hydraulická účinnost	$\eta_h$	85 %	
Minimální vstupní tlak	Pmin	$\approx 2 \ bar$	

Tabulka 13 Porovnání verzí čerpadla s a bez induceru.

Na následující sérii obrázku (viz Obrázek 39) jsou vykresleny oblasti, kde je statický tlak nižší než tlak fázové přeměny kapalného kyslíku na plynný, a tudíž v této oblasti dojde s vysokou pravděpodobností k výskytu kavitace.

*CFD* analýza je počítáná s využitím *"mixing plane interface"*, kdy na vstupu dochází k obvodovému středování v místě rozhraní mezi vstupní trubkou a lopatkovým kanálem induceru. Důsledkem toho je, že při vyšším poklesu tlaku *(2 až 3 bary)* tato oblast není zcela dobře vykreslena.



Obrázek 39 Oblasti potenciální kavitace pro různé vstupní tlaky

Ze série obrázků je více než jasné, že inducer redukuje vznik kavitačních oblastí na vstupu do radiálního oběžného kola. Původní návrh čerpadla byl limitovaný hodnotou vstupního tlaku o velikosti cca *4 bary*, kdy instalace induceru pomohla snížit  $p_{krit}$  přibližně o *2 bary* a je tedy zřejmé, že čerpadlo s inducerem má své opodstatnění.

### 8 Zhodnocení designu induceru

*CFD* analýza samotného induceru i kompletní sestavy ověřila správnou funkčnost a proveditelnost tohoto řešení, nicméně prostor pro zlepšení a další vývoj v této oblasti je stále veliký.

Zcela jistě by se dala ještě vylepšit vstupní část induceru za účelem redukce oblasti zpětného proudění, která se před inducerem nachází (viz Obrázek 40 a Obrázek 41).



Obrázek 40 Vektory axiální rychlosti zachycující zpětné proudění na vstupu



Obrázek 41 Kontura turbulentní kinetické energie

Ta má totiž za následek blokaci proudu, a tím pádem deformaci rychlostního profilu meridiální/axiální rychlosti na vstupu do induceru (viz Graf 5), který je získán z CFD analýzy.



Meridiální/Axiální rychlost cm1

Graf 5 Meridiální rychlost od náboje po konec lopatky

Jak je vidět, oblast zpětného proudění způsobuje na konci lopatky výrazné snížení axiální rychlosti, což má za následek naopak zvýšení rychlosti  $c_{m1}$  v blízkosti středního poloměru a náboje. V konečném důsledků to vede k pozměnění relativního úhlu kapaliny  $\beta_0$ , čímž se prakticky výrazně sníží navrhovaná kladná incidence.



Relativní úhel kapaliny a lopatky na náběžné hraně

Graf 6 Relativní úhel kapaliny a úhly lopatky na náběžné hraně

Při porovnání s článkem [19] se ovšem ukazuje, že tato oblast zpětného proudění není ničím výjimečná a vychází pro navrhovaný inducer ještě relativně uspokojivě.

Otázkou tedy je, jak moc by případné úpravy pomohly zlepšit ať už kavitační vlastnosti, nebo hydraulickou účinnost induceru, kdy v úvahu připadá více možností.

Prvním z nich je úprava náběžné hrany, kdy by konstrukci induceru mohlo prospět větší zaoblení náběžné hrany nebo její axiální sklon (*viz kap.5.11.6*), což je pro raketové a palivové inducery běžné (*viz [22]*).

Další možností je instalace prstenců před vstup do induceru, které podle článku [37] zlepšují poměrně výrazně hydraulickou účinnost induceru pro návrhový bod, ale hlavně i při nižších průtocích.

V neposlední řadě stojí za zvážení i instalace stabilizačního kanálu se zpětným prouděním podle článku [24], i když zde se ukázala implementace tohoto zařízení pro návrhový bod jako diskutabilní a má pravděpodobně smysl jenom pro inducery pracující i mimo optimální bod.

Největší prostor pro vylepšení induceru je tedy podle názoru autora hlavně v optimalizaci vstupní části. Možná by si v pozdější části projektu inducer zasloužil nějaký více propracovanější matematický model lopatky, avšak i současná konstrukce se celkem osvědčila, kdy například z analýzy turbulentní kinetické energie a porovnání relativních úhlů kapaliny na odtokové hraně, je zřejmé, že lopatky vodí kapalinu více než dostatečně při minimální vířivosti uvnitř průtočného kanálu.

# Relativní úhel kapaliny a lopatky na odtokové hraně induceru





# 9 Závěr

Cílem diplomové práce byl hydraulický návrh induceru pro danou geometrii oběžného kola a ověření funkčnosti této geometrie pomocí *CFD* výpočtového modelování, a to nejen pro samotný inducer, ale také pro celkovou sestavu čerpadla s inducerem.

Hlavním cílem instalace induceru před oběžné kolo čerpadla je snížení minimálního vstupního tlaku, při kterém ještě nedojde vlivem kavitace ke značnému snížení provozních parametrů čerpadla. Je tedy jasné, že konstrukce induceru úzce souvisí se vznikem kavitace v hydrodynamických strojích, a proto byla úvodní část práce věnována teorii vzniku kavitace a jejího vlivu na proudění uvnitř hydrodynamických čerpadel.

Na tuto kapitolu následně navázala část týkající se dvoudimenzionálního návrhu induceru, ve které je představen metodický návod, jak postupovat při vývoji induceru o libovolných parametrech a s velmi dobrými sacími schopnostmi. Pro tuto kapitolu je charakteristické, že zde byly na základě odborné literatury a vědeckých článků shrnuty poznatky důležité pro optimální konstrukci induceru, kdy následným výstupem z této části je matematický popis geometrie, podle které byl následně vypracován *3D* model induceru.

Za účelem verifikace designu induceru byla vypracovaná podrobná CFD analýza samotného induceru, kdy na základě stacionární jednofázové úlohy byla určena charakteristika dopravní výšky a účinnosti v závislosti na velikosti průtoku. Pro návrhový průtok inducer generuje dopravní výšku o velikosti zhruba 67 m při hydraulické účinnosti blízké 60 %. Charakterika Q-H induceru je poměrně strmá a inducer přestává dodávat statický tlak již pro 120 % návrhového průtoku. Nicméně je pravděpodobné, že velký podíl na této charakteristice mají právě vysoké otáčky induceru, a proto případné úpravy za účelem zlepšení této charakteristiky budou velmi složité.

Pro určení kavitačních vlastností induceru byla vypracována naopak dvoufázová stacionární úloha, jejíž výstupem je závislost kritického vstupního tlaku a veličiny  $NPSH_R$  na rozsahu průtoku. Z analýzy bylo potvrzeno, že inducer dokáže pracovat při nižším vstupním tlaku než samotné oběžné kolo čerpadla. Zároveň je schopné zajistit požadovaný přírůstek statického tlaku, který redukuje vznik kavitace uvnitř OK, jak se následně ukázalo z celkové CFD výpočtové analýzy čerpadla s inducerem. Pro oběžné kolo čerpadla byla odhadnuta minimální nebo také kritická hodnota vstupního tlaku mezi 4 až 4,5 bar, a to na základě vizuální kontroly kavitační oblasti v OK. Hodnota vstupního tlaku při kterém dojde k 3% poklesu dopravní výšky pro inducer, byla stanovena na 2,4 bar, kdy se následně při celkové CFD analýze čerpadla s inducerem ukázalo, že tato hodnota minimálního vstupního tlaku je společná i pro soustavu čerpadla. Z výsledků je tedy patrné, že instalace induceru před oběžné kolo čerpadla má smysl, a díky tomu došlo k výraznému snížení minimálního kritického vstupního tlaku o zhruba 2 bary.

Ačkoliv samotná hydraulická účinnost induceru nebyla vysoká, ukázalo se, že celková hydraulická účinnost čerpadla s inducerem se na základě stacionárního *CFD* výpočtu pohybovala kolem poměrně dobrých 84 %. Dosažení vysoké hydraulické účinnosti ale není při návrhu tohoto čerpadla klíčové.

V závěrečné části práce byly předestřeny i návrhy na další zlepšení konstrukce induceru, které se většinou zabývají redukcí oblasti zpětného proudění vznikající na vstupu do lopatkového kola. Dále je i možné, že by k dosažení vyšší hydraulické účinnosti přispěl nějaký sofistikovanější model návrhu geometrie lopatky nebo detailnější analýza a následná úprava náběžné hrany induceru s ohledem na velikost incidence.

Navrhovaný inducer je součástí návrhu čerpadla, který je předmětem výzkumného projektu v rámci programu *TRIO* Ministerstva průmyslu a obchodu ČR s názvem "Výzkum elektricky poháněného palivového čerpadla pro raketové motory nové generace" (*viz [1]*). Cílem tohoto poměrně ambiciózního projektu je návrh vysokootáčkového palivového čerpadla pracující s kryogenním tekutým kyslíkem. Lze očekávat, že finální verze čerpadla s inducerem se dočká ještě řady konstrukčních úprav, kdy některé mohou být reakcí až na experimentální testování čerpadla. Nicméně současná navrhovaná konstrukce čerpadla s inducerem se na základě *CFD* výpočtu osvědčila a splnila hlavní požadavky na ni kladené.

# Seznam použitých symbolů a zkratek

### Použité symboly

Značka	Jednotka	Popis veličiny
a,b,c,d	-	Koeficienty kvadratické funkce
A <sub>1</sub> ,A <sub>2</sub>	$m^2$	Vstupní a výstupní průtočná plocha
a <sup>*</sup>	-	Konstanta mříže
$c_{1,} c_{2}$	$m.s^{-1}$	Absolutní složka rychlosti proudu na vstupu a výstupu
$c_{m1}, c_{m2}$	$m.s^{-1}$	Meridiální složka absolutní rychlosti na vstupu a výstupu
$c_{u1}, c_{u2}$	$m.s^{-1}$	Unášivá složka absolutní rychlosti na vstupu a výstupu
$d_1, d_2$	т	Vstupní a výstupní průměr induceru
$d_{n1}$ , $d_{n2}$	т	Vstupní a výstupní průměr náboje induceru
g	$m.s^{-2}$	Tíhové zrychlení
Н	т	Dopravní výška
H <sub>OK</sub>	т	Dopravní výška oběžného kola čerpadla
H <sub>i</sub>	т	Dopravní výška induceru
Hg	т	Geodetická výška rozdílu hladin
Hgs	т	Dovolená sací výška čerpadla
h	-	Hloubka mříže
i	0	Incidence na náběžné hraně
$K, k_{1,} k_{2}$	-	Koeficient konformního transformace
L	т	Axiální délka lopatky induceru
Μ	-	Souřadnice meridiální délky křivky (rovná se $\sigma$ )
m	$kg.s^{-1}$	Hmotnostní průtok
Ν	-	Počet lopatek
N <sub>ss</sub>	-	"americké" sací specifické otáčky
n <sub>ss</sub>	-	"evropské" sací specifické otáčky
NPSH <sub>A</sub>	т	Net suction positive head available
NPSH <sub>R</sub>	т	Net suction positive head required

NPSH <sub>R,OK</sub>	т	Oběžné kolo - Net suction positive head required
NPSH <sub>R,i</sub>	т	Inducer - Net suction positive head required
NPSH <sub>3</sub>	т	Net suction positive head (drop 3 %)
n	rpm	Otáčky za minutu
P <sub>(0)</sub> ,P <sub>(3)</sub>	-	Krajní body Bézierovy křivky 3. řádu
P <sub>(1)</sub> ,P <sub>(2)</sub>	-	Řídící body Bézierovy křivky 3. řádu
p <sub>1</sub> , p <sub>1</sub>	Pa	Vstupní a výstupní statický tlak za inducerem
p′	Pa	Tlak v dolní nádrži
p"	Pa	Tlak v horní nádrži
р <sub>А</sub> , р <sub>В</sub>	Pa	Tlak v bodě A a B
p <sub>b</sub>	Pa	Barometrický tlak
p <sub>k</sub>	Pa	Tlak při kterém dochází ke kavitaci
Pkrit	Pa	Kritický vstupní tlak (snížení Y o 3 %)
p <sub>ms</sub>	Pa	Manometrický tlak na sacím hrdle čerpadla
p <sub>s</sub>	Pa	Absolutní tlak na vstupu do čerpadla
p <sub>v</sub> , p <sub>w</sub>	Pa	Tlak nasycených par
$\Delta p_s$	Pa	Přírůstek statického tlaku
$\Delta p_t$	Pa	Přírůstek celkového tlaku
Q	$m^{3}.s^{-1}$	Objemový průtok
Q	-	Obecný předpis Bézierovy křivky
R <sub>1</sub> ,R <sub>2</sub>	т	Vstupní a výstupní poloměr induceru
R <sub>0</sub>	т	Počáteční poloměr kavitační bubliny
R <sub>b</sub>	т	Poloměr kavitační bubliny
R <sub>krit</sub>	т	Kritický poloměr kavitační bubliny
$R_{n1}, R_{n2}$	т	Vstupní a výstupní poloměr náboje induceru
r	т	Radiální souřadnice
S <sub>A</sub> , S <sub>B</sub>	$m^2$	Průtočná plocha v místě A a B
S	mm	Velikost spáry
Т	Κ	Termodynamická teplota

FSI VUT v Brně Hydraulický návrh induceru palivového čerpadla pro raketový motor				
t	-	Podíl obvodu induceru vůči počtu lopatek N		
t	-	Parametr Bézierovy parametrické křivky		
t	-	Rozteč v komplexní rovině		
$u_{1,}$ $u_{2}$	$m.s^{-1}$	Unášivé rychlosti na vstupu a výstupu		
v <sub>A</sub> , v <sub>B</sub>	$m.s^{-1}$	Rychlost proudu v místě A a B		
Y	$J.kg^{-1}$	Měrná energie čerpadla		
Y <sub>OK</sub>	$J.kg^{-1}$	Měrná energie oběžného kola čerpadla		
Y <sub>i</sub>	$J.kg^{-1}$	Měrná energie induceru		
Y <sub>s</sub>	$J.kg^{-1}$	Měrná sací energie čerpadla		
$Y_{s\text{-dov}}$	$J.kg^{-1}$	Dovolená měrná sací energie čerpadla		
Y <sub>s-krit</sub>	$J.kg^{-1}$	Kritická měrná sací energie čerpadla		
Y <sub>p</sub>	$J.kg^{-1}$	Potenciální měrná energie		
y <sub>s</sub>	т	Vzdálenost středu sacího hrdla od vodorovné osy čerpadla		
Δy	$J.kg^{-1}$	Kavitační deprese nebo také čistá sací měrná energie		
$\Delta y_{krit}$	$J.kg^{-1}$	Kritická kavitační deprese		
$\Delta y_{poč}$	$J.kg^{-1}$	Kavitační deprese pro počátek kavitace		
W <sub>1</sub> , W <sub>2</sub>	$m.s^{-1}$	Relativní rychlost na náběžné a odtokové hraně		
$ar{eta}$	o	Doplňkový úhel $\bar{\beta} = 90^\circ - \beta$		
$\beta_0$	o	Úhel náběhu kapaliny na náběžnou hranu		
$\beta_1$	o	Úhel lopatky na náběžné hraně		
$\beta_2$	o	Úhel lopatky na odtokové hraně		
$\beta_{\rm B}$	o	Proměnlivý úhel lopatky mezi odtokovou a náběžnou hranou		
$\beta_k$	0	Úhel kapaliny na odtokové hraně		
ρ	kg.m <sup>-3</sup>	Hustota		
$\eta_{\rm h}$	-	Hydraulická účinnost		
ψ	-	Tlakové číslo		
ψs	-	Statické tlakové číslo		
$\phi_1$	-	Rychlostní číslo		

Energetický ústavBc. Jan KadlecFSI VUT v BrněHydraulický návrh induceru palivového čerpadla pro raketový motor

φ <sub>max</sub>	o	Úhel opásání
φ	-	Souřadnice
σ	-	Souřadnice meridiální délky (rovná se M)
ζ	-	Komplexní rovina
ξ	-	Souřadnice v komplexní rovině ζ
η	-	Souřadnice v komplexní rovině ζ

### Indexy

1	Prostor před inducerem
2	Prostor za inducerem a zároveň před oběžným kolem čerpadla
3	Prostor za oběžným kolem čerpadla
i	i-té proudnice
i	Inducer
ОК	Oběžné kolo čerpadla

### Použité zkratky

A,B	Veličiny v bodě A a B
CAD	Computer Aided Design
CFD	Computer Fluid Dynamics
CFX	Název CFD programu
Inconel 718	Slitina na bázi niklu a chromu
NPSH	Net Positive Suction Head
OK	Oběžné kolo čerpadla
S	Sací strana lopatky
Т	Tlaková strana lopatky
TSH	Thermodynamic Suppression Head

### Seznam použitých zdrojů

- [1] MINISTERSTVO PRŮMYSLU A OBCHODU. Výzkum elektricky poháněného palivového čerpadla pro raketové motory nové generace: FV40386. TA ČR Starfos [online]. [cit. 2021-5-18]. Dostupné z:https://starfos.tacr.cz/cs/project/FV40386
- [2] DVOŘÁKOVÁ, Ing. Ludmila, Ing. Marie ČÍŽKOVÁ, Ing. Tomáš ZMYDLENÝ, Ing. Tomáš KLIMEK, Ing. Vít TUČEK a Jiří HANZAL. DOKUMENT 01/06. Kyslík. Praha: Česká asociace technických plynů, 2006, 26 s. Dostupné také z: https://catp.eu/wp-content/uploads/files/publikace/catp\_01-06-cz.pdf
- [3] Oxygen Density and Specific Weight. *Engineering ToolBox* [online]. 2018 [cit. 2021-04-10]. Dostupné z: https://www.engineeringtoolbox.com/oxygen-O2-density-specific-weight-temperature-pressure-d\_2082.html
- [4] Oxygen Dynamic and Kinematic Viscosity. *Engineering ToolBox* [online]. 2018 [cit. 2021-04-10]. Dostupné z: https://www.engineeringtoolbox.com/oxygen-O2-dynamic-kinematic-viscosity-temperature-pressure-d\_2081.html
- [5] NOSKIEVIČ, Jaromír. *Kavitace v hydraulických strojích a zařízeních*. Praha: SNTL Nakladatelství technické literatury, 1990, 333 s. : il., tabulky. ISBN 80-03-00206-0.
- [6] FIALOVÁ, S. Přednášky k předmětu: *Fluidní inženýrství*. Brno: Vysoké učení technické, Fakulta strojního inženýrství, 2019.
- [7] MLKVIK, Marek, Róbert OLŠIAK a Branislav KNÍŽAT. *Rozrušovanie pevných materiálov pomocou kavitácie*. V Bratislave: Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2015, 99 stran : iustrace, fotografie. ISBN 978-80-227-4323-5.
- [8] BRDIČKA, Miroslav, Oldřich TARABA a Ladislav SAMEK. *Kavitace: diagnostika a technické využití*. Praha: SNTL, 1981, 332 s. : obr.
- [9] JAKOBSEN, J. K. a R. B., Jr KELLER. NASA. Liquid rocket engine turbopump inducers: Design criteria for liquid rocket engine turbopump inducers [online]. 1971, 116 s. [cit. 2021-04-15]. ID 19710025474.

Dostupné z: https://ntrs.nasa.gov/citations/19710025474. NASA-SP-8052.

- [10] BLÁHA, Jaroslav a Karel BRADA. *Příručka čerpací techniky*. Praha: ČVUT, 1997, 289 s. : il. ; 21 cm. ISBN 80-01-01626-9.
- [11] Pump cavitation what happens and what causes it? *Rodelta* [online]. [cit. 2021-04-15]. Dostupné z: https://www.rodelta.com/pump-cavitation/
- [12] HALUZA, M. Přednášky k předmětu: *Tekutinové stroje I*. Brno: Vysoké učení technické, Fakulta strojního inženýrství, 2019.
- [13] KRATOCHVÍL, Jaromír. Hydromechanika: Teorie rotačních lopatkových strojů. SPS-KO: Střední průmyslová škola strojírenská a Jazyková škola [online]. Kolín: Ing. Jaromír Kratochvíl, 202n. 1., 2021 [cit. 2021-04-16]. Dostupné z: https://www.spsko.cz/wp-content/uploads/2020/09/28\_Teorie\_rotacnich\_lopatkovych\_stroju.pdf. Studijní materiály.
- [14] KLUSÁK, O. Návrh induceru před oběžným kolem odstředivého čerpadla. Brno:Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 102 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.

- [15] MURRAY, William L., Matthew W. STEINER, Joseph NEAL a Steven HUNT. Design and Analysis of a High Speed, High Pressure Peroxide/RP-1 Turbopump. 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference [online]. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014, 2014-07-28, 15 [cit. 2021-4-16]. ISBN 978-1-62410-303-2. Dostupné z: doi:10.2514/6.2014-3499
- [16] BRENNEN, Christopher E. (Christopher Earls). *Hydrodynamics of pumps*. Cambridge: Cambridge University Press, 2013, xv, 270 stran : ilustrace. ISBN 978-1-107-40149-5.
- [17] GÜLICH, Johann Friedrich. *Centrifugal Pumps*. Second edition. Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2010, 966 s. 2. ISBN 978-3-642-12823-3.
- [18] GÜLICH, Johann Friedrich. Pump types and performance data. GÜLICH, Johann Friedrich. *Centrifugal Pumps*. Second edition. Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2010, s. 30. 2. ISBN 978-3-642-12823-3.
- [19] VEGGI, Lucrezia, Julian D. PAUW, Bernd WAGNER a Oskar J. HAIDN. A Study on the Design of LOx Turbopump Inducers. *ISROMAC 2017: 17th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery* (*ISROMAC 2017*), *Dec 2017* [online]. Maui, Hawaii, , 10 [cit. 2021-5-18]. HAL Id : hal-02397965, version 1. Dostupné z: http://isromac-isimet.univlille1.fr/upload\_dir/finalpaper17/44.ISROMAC2017\_Veggi\_reviewed\_30102017.pdf
- [20] GÜLICH, Johann Friedrich. Pump hydraulics and physical concepts. GÜLICH, Johann Friedrich. *Centrifugal Pumps*. Second edition. Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2010, s. 76. 2. ISBN 978-3-642-12823-3.
- [21] GWIASDA, Björn, Matthias MOHR a Martin BÖHLE. Investigations of Inducers Operating With High Rotational Speed. *Journal of Fluids Engineering* [online].
  2019, 141(4) [cit. 2021-04-19]. ISSN 0098-2202. Dostupné z: doi:10.1115/1.4041730
- [22] MURRAY, William L., Matthew W. STEINER, Joseph NEAL a Steven HUNT. Design and Analysis of a High Speed, High Pressure Peroxide/RP-1 Turbopump. 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference [online]. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014, 2014-07-28, , - [cit. 2021-04-16]. ISBN 978-1-62410-303-2. Dostupné z: doi:10.2514/6.2014-3499
- [23] JAPIKSE, David. Overview of Industrial and Rocket Turbopump Inducer Design [online]. California Institute of Technology, Pasadena, CA USA., 17. květen 2001, [cit. 2021-03-11]. Dostupné z: https://caltechconf.library.caltech.edu/101/. Fourth International Symposium on Cavitation.
- [24] LUNDGREEN, R., D. MAYNES, S. GORRELL a K. OLIPHANT. Increasing Inducer Stability and Suction Performance With a Stability Control Device. *Journal of Fluids Engineering* [online]. 2019, 141(1) [cit. 2021-04-19]. ISSN 0098-2202. Dostupné z: doi:10.1115/1.4040098
- [25] GÜLICH, Johann Friedrich. Inducers. *Centrifugal Pumps*. Second edition. Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2010, s. 11. 2. ISBN 978-3-642-12823-3.

- [26] BRAMANTI, Cristina, Angelo CERVONE a Luca D'AGOSTINO. A Simplified Analytical Model for Evaluating the Noncavitating Performance of Axial Inducers. 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference [online]. Reston, Virigina: American Institute of Aer[28]onautics and Astronautics, 2007, 2007-07-08, , - [cit. 2021-04-20]. ISBN 978-1-62410-011-6. Dostupné z: doi:10.2514/6.2007-5514
- [27] MEJRI, I, F BAKIR, S KOUIDRI, R NOGUERA a R REY. Hub shape effects on the inducers performance under cavitation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part A, Journal of power and energy* [online]. London, England: SAGE Publications, 2006, 220(3), 217-237 [cit. 2021-04-20]. ISSN 0957-6509. Dostupné z: doi:10.1243/09576509JPE137
- [28] DOORNE, Casimir W.H van. Flow and Cavitation in Inducers. Delft, 1998, 102 s. Dostupné také z: https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:f65f17f1-816c-4914-9eea-1145bdcb7f4a/datastream/OBJ/download. Magisterská práce. Delft University of Technology, Department of Applied Physics. Vedoucí práce Prof.dr.ir. H.E.A van den Akker. Kramers Laboratorium voor Fysische Technologie Prins Bernhardlaan 6.
- [29] D'AGOSTINO, Luca, Lucio TORRE, Angelo PASINI a Angelo CERVONE. On the preliminary design and noncavitating performance prediction of tapered axial inducers.(Author abstract)(Technical report). *Journal of Fluids Engineering* [online]. American Society of Mechanical Engineers, 2008, **130**(11), 111303 [cit. 2021-04-20]. ISSN 0098-2202. Dostupné z: doi:10.1115/1.2979007
- [30] D'AGOSTINO, Luca, Lucio TORRE, Angelo PASINI, Damiano BACCARELLA, Angelo CERVONE a Andrea MILANI. A Reduced Order Model for Preliminary Design and Performance Prediction of Tapered Inducers: Comparison with Numerical Simulations. 44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference [online]. Reston, Virigina: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008, 2008-07-21, , - [cit. 2021-04-20]. ISBN 978-1-60086-992-1. Dostupné z: doi:10.2514/6.2008-5119
- [31] OPLETAL, Pavel. Aplikace pro výuku 2D křivek [online]. Brno, 2008 [cit. 2021-5-18]. Dostupné z: http://hdl.handle.net/11012/55447. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta informačních technologií. Ústav počítačové grafiky a multimédií. Vedoucí práce Jiří Venera.
- [32] FLEISCHNER, Petr a Miroslav NECHLEBA. *Hydromechanika lopatkových strojů*. Brno: VUT, 1976, 254 s.
- [33] KŮREČKA, J. *Zlepšeni hydraulickych vlastnosti virovych turbin*. Brno: Vysoke učeni technicke v Brně, Fakulta strojniho inženyrstvi, 2016. 54 s. Vedouci diplomove práce doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.
- [34] FU, Yanxia, Jianping YUAN, Shouqi YUAN, Giovanni PACE a Luca D'AGOSTINO. Effect of Tip Clearance on the Internal Flow and Hydraulic Performance of a Three-Bladed Inducer. *International Journal of Rotating Machinery* [online]. 2017, 2017, 1-10 [cit. 2021-4-26]. ISSN 1023-621X. Dostupné z: doi:10.1155/2017/2329591

- [35] OLIPHANT, Kerry. LNG TRANSFER PUMPS: IMPROVING OPERATION: HIGH SUCTION PERFORMANCE PUMP INDUCERS CAN ELIMINATE CAVITATION. *Turbomachinery International* [online]. 2012, únor 2012, , 2 [cit. 2021-4-26]. Dostupné z: https://www.yumpu.com/en/document/read/33930045/pumps-lng-transfer-pumpsconcepts-nrec
- [36] JAREŠOVÁ, Miroslava a Jaroslav ZHOUF. Spirály a jejich význam v praxi. JEDNOTA ČESKÝCH MATEMATIKŮ A FYZIKŮ. Rozhledy matematickofyzikální [online]. 2009, 84(3), 16 [cit. 2021-4-27]. ISSN 0035-9343. Dostupné z: http://hdl.handle.net/10338.dmlcz/146312
- [37] SONG, Wen-wu, Li-chao WEI, Jie FU, Jian-wei SHI, Xiu-xin YANG a Qian-yu XU. Analysis and control of flow at suction connection in high-speed centrifugal pump. Advances in mechanical engineering [online]. London, England: SAGE Publications, 2016, 9(1) [cit. 2021-5-18]. Dostupné z: doi:10.1177/1687814016685293
- [38] Návrh hydrauliky a CFD výpočet palivového čerpadla na tekutý kyslík v rámci projektu MPO FV-TRIO, číslo dokumentu VUT-EU 13303-QR-11-20, autoři David Štefan, Pavel Rudolf, František Pochylý, Brno, 2020

# Seznam použitých příloh

Příloha A	MKP výp	oočet zatížení lopatek	87
	A.1 Úvo	d a limitace MKP výpočtu	87
	A.2 Nast	tavení MKP výpočtu	87
	A.3 Výsl	ledky MKP výpočtu	89
Příloha B	Vliv velik	xosti výpočetní sítě	92
Příloha C	C Vizualizace proudění		94
	C.1 Přír	růstek tlaku	94
	C.2 Pole	e statického tlaku za inducerem	95
	C.3 Axiá	ální rychlosti za inducerem	96
	C.4 Tlak	kove pole v okolí náběžné hrany induceru	97
	C.5 Kav	ritace na náběžné hraně	<i>98</i>

# Příloha A MKP výpočet zatížení lopatek

#### A.1 Úvod a limitace MKP výpočtu

Při proudění tekutiny kolem lopatek dochází přirozeně k jejich tlakovému zatížení, a proto je důležité navrhnout tloušťku lopatek tak, aby bezpečně odolávaly těmto tlakovým silám. Na druhou stranu ovšem příliš velká tloušťka lopatek se negativně promítne na hydraulické účinnosti a také na vlastnostech při proudění uvnitř induceru. Z toho důvodu je zde vypracovaná jednoduchá úprava tloušťky lopatky tak, aby zaručovala dostatečnou pevnost a zároveň nebyla příliš naddimenzovaná, a tím nezhoršovala hydraulické vlastnosti induceru.

Při obtékání lopatek tekutinou, obzvláště mimo návrhový bod, vznikají i nestacionární jevy, které jsou však v této diplomové práci zanedbány, a to vzhledem k tomu, že z hlediska funkčnosti induceru se nepředpokládá dlouhodobý provoz. Je tedy otázkou, jestli by případné únavové trhliny měli dostatek času k inicializaci a propagaci, ačkoliv i tato skutečnost by v další části vývoje induceru neměla být zanedbána a měla by být ověřena příslušným nestacionárním *MKP* výpočtem. V této diplomové práci je ovšem *CFD* úloha počítána pouze stacionárně, což znamená, že nejsou vypočítané hodnoty pro proměnné tlakové pole.

Materiál, ze kterého bude inducer s největší pravděpodobností vyroben, je slitina pod označením *Inconel 718.* Zde zároveň leží i hlavní limitující faktor následujícího *MKP* výpočtu, protože pro daný materiál se nepodařilo z veřejných i neveřejných zdrojů dohledat materiálové charakteristiky pro kryogenní teploty při teplotách 90 K. Proto následující výpočet je počítán pro materiálové charakteristiky *Inconelu 718* při pokojových teplotách  $(20^{\circ} Celsia)$  s tím, že při následném finálním návrhu induceru, již budou známy tyto materiálové charakteristiky a *MKP* výpočet induceru poté bude validován i pro zjištěné hodnoty.

#### A.2 Nastavení MKP výpočtu

*3D* model induceru je nahrán do modulu Static Structural v prostředí programu Ansys Workbench 2019 R3 a z příslušné knihovny je k němu přiřazen materiál Inconel 718.

Stacionární *MKP* výpočet obecně nemá takové nároky na kvalitu výpočetní sítě jako v případě *CFD* úlohy, proto při síťování byla opuštěna myšlenka dekompozice výpočetní domény a generovaní strukturované hexahedrální sítě. Zjemnění sítě pomocí funkce "*edge sizing*" je provedeno v okolí napojení lopatky na náboj, tedy v místě vetknutí, protože zde se dají očekávat případná nejvyšší napětí. Dále je předepsaná i maximální velikost elementu pro lopatky a v neposlední řadě také mírně jiná velikost pro tělo náboje.



Obrázek 42 Výpočetní síť pro MKP výpočet

Data pro tlakového pole působící na lopatku jsou získána z *CFD* analýzy pro návrhový průtok, kdy je zároveň předepsaná podmínka statického tlaku *10 bar* na vstupu, což by mělo odpovídat ideálním provozním podmínkám. Tyto data jsou následně exportována v textovém souboru do Static Structural modulu a jsou přeneseny na všechny tři lopatky.



Obrázek 43 Import tlakového pole na inducer

Dále pro model induceru je nastavena rychlost otáčení 50 000 otáček za minutu a pro zadní konec náboje podmínka vetknutí tedy "*Fixed Support"*. Zatížení od tíhových sil je v úloze zanedbáno.



Obrázek 44 Vetknutí na náboji induceru (modrá plocha)

MKP Výpočetní síť			
Počet uzlů	225856		
Počet elementů	129944		
Okrajové podmínky	Fixed Support		
	Rotational Velocity		
	Imported Pressure		

#### A.3 Výsledky MKP výpočtu

Z výsledků MKP výpočtu je patrné, že největší koncentrátor napětí se nachází blízko za náběžnou hranou na tlakové straně lopatky, a to u náboje, tedy v místě vetknutí lopatky.



Obrázek 45 Zatížení lopatek induceru

Při bližším pohledu je ale zřejmé, že zde existuje takzvaný singulární bod, kdy s rostoucí jemností sítě se hodnota maximálního napětí neustále zvyšuje. Z toho důvodu není přímo vypovídající maximální hodnota, ale hodnota napětí v okolí této kritické oblasti z hlediska namáhání.



Obrázek 46 Detail oblasti s maximálním napětí

Je-li celkové napětí vztažené k hodnotě meze kluzu materiálu (Re = 485 MPa), lze určit takzvaný koeficient bezpečnosti (*safety factor*) v jednotlivých místech.



Obrázek 47 Koeficient bezpečnosti

V případě zanedbání vlivu singulárního bodu se minimální koeficient bezpečnosti pohybuje kolem hodnoty *3* tedy s dostatečnou "rezervou".

Navrhovaný inducer operuje při kryogenních teplotách, kdy materiál je náchylný na křehký lom z důvodu poklesu houževnatosti, a proto by se při návrhu lopatek mělo dbát zvýšené pozornosti na hodnoty napětí v tahu působící na lopatky a verifikovat tyto hodnoty s případnou maximální hodnotou pevnosti v tahu pro daný materiál při definované kryogenní teplotě. Napětí v tahu může být vyjádřeno veličinou "*Maximal Principal Stress"*.



Obrázek 48 Maximum Principal Stress

Z *MKP* výpočtu zatížení lopatek je nanejvýš patrné, že nejvíce namáhaná část lopatky je přední část tlakové strany. Z tohoto důvodu je tloušťka lopatky v BladeGenu upravena tak, aby lépe odpovídala zatížení lopatky při provozu viz následující obrázky.





Obrázek 50 Tloušťka lopatky (BladeGen) definovaná na věnci induceru

### Příloha B Vliv velikosti výpočetní sítě

Vliv velikosti výpočetní sítě na hodnotu sledovaných parametrů jako je účinnost a dopravní výška je proveden na čtyřech výpočetních sítí o různé velikosti, kdy všechny čtyři sítě jsou počítané jako stacionární jednofázová úloha pomocí k- $\varepsilon$  modelu turbulence (*viz kap. 6.4*).

Vliv velikosti výpočetní sítě					
Násobek zvolené sítě	0,7	1	1,8	2,5	
Počet uzlů	393 173	503 298	898 792	1 272 360	
Hodnota dopravní výšky [m]	60,47	68,36	66,1	66,35	
Hodnota účinnosti [%]	57,4	59,1	58,2	59,6	
Maximální hodnota reziduí	10-6	10-5	10-4	10-3	

Tabulka 14 Vliv velikosti sítě na počítané parametry



Graf 8 Závislosti H,  $\eta_h$  a hodnoty reziduí na velikosti sítě

Z výsledků je zjevné, že nižší velikost sítě není dostačující pro korektní predikci parametrů induceru jako je dopravní výška H a hydraulická účinnost  $\eta_h$ . Nicméně s rostoucím počtem uzlů se již hodnota dopravní výšky ustálí na určité hodnotě blízké 67 m, kdy pro použitou síť o velikosti přibližně 500 tisíc uzlů vychází hodnota H mírně vyšší než pro hodnoty H počítané na větších sítích. Hodnota hydraulické účinnosti se s rostoucí velikostí sítě mírně zvyšuje, avšak i zde je vidět menší "skok" účinnosti pro zvolenou síť.

Vysvětlení tohoto jevu může souviset s tím, že s zvyšující se jemností sítě dochází k detailnějšímu modelování proudění uvnitř induceru, čímž jsou zachycené i menší víry vznikající při proudění uvnitř lopatkového kanálu. Pokud je zároveň výpočet počítán

stacionárně, pak se tento vliv malých nestacionárních vírů promítne do horší konvergence výpočtu, a s tím související i vyšší hodnotě dosažených rezíduí, což se nakonec ukázalo i při samotném výpočtu.

Proto nakonec byla zvolená síť o velikosti *500 tisíc* uzlů, která predikuje dopravní výšku již poměrně přesně, zároveň zaručuje dobrou konvergenci i dvojfázového výpočtu. V neposlední řadě je daná síť poměrně malá, což výrazně zkracuje výpočetní čas a také to umožňuje počítat inducer na studentské licenci programu Ansys.

Nakonec je třeba zmínit, že inducer bude počítán ještě spolu s oběžným kolem, kdy díky vzájemnému ovlivnění těchto dvou lopatkových kol inducer dosahuje mírně jiných hodnot účinnosti a dopravní výšky než při samotném chodu bez oběžného kola. Z toho důvodu nemá příliš smysl zvyšovat náročnost a přesnost *CFD* analýzy pro samotný inducer, protože v konečném důsledku je stejně až hlavní *CFD* analýza celkové soustavy čerpadla s inducerem, která následně už pak může být počítána na násobně větších sítích pomocí nestacionárního výpočtu.

### Příloha C Vizualizace proudění

#### C.1 Přírůstek tlaku



Q = 100 % = 6,78 l/s

Q = 120 % = 8,13 l/s

-



-



#### C.2 Pole statického tlaku za inducerem

Zobrazení výpočetní plochy za inducerem

#### ANSYS 2020 R2 ANSYS 2020 R2 Axialni rychlost 1.35e+01 Axialni rychlost 1.60e+01 1.24e+01 1.47e+01 1.13e+01 1.33e+01 1.01e+01 1.20e+01 9.00e+00 1.07e+01 7.88e+00 9.33e+00 6.75e+00 8.00e+00 5.63e+00 6.67e+00 4.50e+00 5.33e+00 3.38e+00 4.00e+00 2.25e+00 2.67e+00 1.13e+00 1.33e+00 0.00e+00 0.00e+00 [m s^-1] [m s^-1] Q = 60 % = 4,07 l/sQ = 80 % = 5,42 l/sANSYS 2020 R2 ANSYS Axialni rychlost 2.00e+01 Axialni rychlost 2.60e+01 1.83e+01 2.38e+01 1.67e+01 2.17e+01 1.50e+01 1.95e+01 1.33e+01 1.73e+01 1.17e+01 1.52e+01 1.00e+01 1.30e+01 8.33e+00 1.08e+01 6.67e+00 8.67e+00 5.00e+00 6.50e+00 3.33e+00 4.33e+00 1.67e+00 2.17e+00 0.00e+00 0.00e+00 [m s^-1] [m s^-1] Q = 100 % = 6,78 *l/s* Q = 120 % = 8,13 *l/s* ANSYS 2020 R2 2020 R 1.

#### C.3 Axiální rychlosti za inducerem

Zobrazení výpočetní plochy za inducerem

0.005

0.01 (m

#### C.4 Tlakove pole v okolí náběžné hrany induceru





### Tlak nasycených par tekutého kyslíku je 101 kPa pro 90 K

**Span = 0,9** 

Span = 0,95

### C.5 Kavitace na náběžné hraně

