VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

MAGNETICKÁ POLE PRO BIOMEDICÍNSKÉ EXPERIMENTY

MAGNETIC FIELDS FOR BIOMEDICAL EXPERIMENTS

DIPLOMOVÁ PRÁCE MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR Bc. JAN OTÝPKA

BRNO 2010



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

MAGNETICKÁ POLE PRO BIOMEDICÍNSKÉ EXPERIMENTY

MAGNETIC FIELDS FOR BIOMEDICAL EXPERIMENTS

DIPLOMOVÁ PRÁCE MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE Bc. JAN OTÝPKA AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE doc. Dr. Ing. MIROSLAV PATOCKA, SUPERVISOR

BRNO, 2010



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor Silnoproudá elektrotechnika a výkonová elektronika

Student: Otýpka Jan, Bc **Ročník:** 2

ID: 78326 *Akademický rok:* 2009/10

NÁZEV TÉMATU:

MAGNETICKÁ POLE PRO BIOMEDICÍNSKÉ EXPERIMENTY

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Popište novinky v programu Autodesk Inventor 2010.

- 2. Zhodnoťte kompatibilitu CAD programů z hlediska tvorby výkresové dokumentace.
- 3. Vytvořte model asynchronního motoru v programu Autodesk Inventor 2010.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Termín zadání: 1.10.2009

Termín odevzdání: 20.05.2010

Vedoucí projektu: doc. Dr. Ing. Miroslav Patočka

doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc. předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor semestrální práce nesmí při vytváření semestrální práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

Abstrakt

V práci se zabývám řešením magnetických polí pro využití v oboru biomedicíny. Toto řešení zahrnuje volbu správného geometrického uspořádání cívky pro generování magnetického pole s homogenním rozložením magnetické indukce v co největším možném prostoru. V práci jsou srovnány tři typy cívek tj. solenoid, toroid a Helmholtzovou cívkou. U Helmholtzovy cívky a solenoidu je pak provedený rozbor magnetické indukce ve vnitřním prostoru cívek. Další část je věnována elektrické rezonanci v LC obvodu. Ta je potom využitá pro vznik pulsního magnetického pole v Helmholtzově cívce. Jsou zde shrnuty teoretické a praktické poznatky pro návrh a konstrukci rezonančního měniče. Konec je pak věnován měření obvodových veličin a ověření teoretických poznatků.

Abstract

In this work deals with magnetic fields for use in biomedicine. This solution involves the choice of the correct geometric arrangement of coils for generating magnetic field with a homogeneous distribution of magnetic induction of the widest possible area. The paper compares thre traditional types of coils, solenoid, toroid and Helmholtz coil. For Helmholtz and solenoid coil and is then carried out an analysis of the magnetic flux density in the inner space. Next part is devoted to electrical resonance in the LC circuit. This is then utilized for the development of pulsed magnetic field in the Helmholtz coil. It summarizes the theoretical and practical knowledge to design and construction of resonant converters. The end is devoted to the measurement of circuit parameters and verification of theoretical knowledge.

Klíčová slova

Solenoid; toroid; Helmholtzová cívka; napětí; proud; elektrický odpor; ztráty; siločára; rozptyl; tranzistor; dioda; relé; transformátor; cívka; magnetická indukce; vinutí; metoda konečných prvků pro magnetizmus; nulová dioda; sát; brána; zdroj; rezonance; frekvence

Keywords

Solenoid; toroid; helmholtz coil; electric voltage; electric current; electric rezistance; losses; flux line; leakage; transistor; diode; relay; inductor; magnetic induction; winding; finite element eethod eagnetics; zero diode; drain; gate; source; resonance; frequency

Bibliografická citace

Otýpka, J. Magnetická pole pro biomedicínské experimenty, Brno: FEKT VUT v Brně, 2010. 78s

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci na téma: Magnetická pole pro biomedicínské experimenty vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne Podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce Doc.Dr.Ing. Miroslavu Patočkovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne

Podpis autora



Obsah

1 ÚVOD1	3
2 MAGNETISMUS1	4
2.1 SOLENOID:1	4
2.2 TOROID:1	15
2.3 HELMHOLTZOVÁ CÍVKA:1	6
2.3.1 ZÁKLADNÍ USPOŘÁDANÍ:	7
2.3.2 PRVNÍ MODIFIKACE1	9
2.3.3 DRUHÁ MODIFIKACE2	20
2.4 NÁVRH HELMHOLTZOVY CÍVKY:2	21
2.5 MAGNETICKÉ POLE V PROSTORU HELMHOLTZOVY CÍVKY2	23
3 REZONANCE:	29
3.1 KMITY V <i>LC</i> OBVODU	30
3.2 Elektromechanická analogie	34
3.3 REZONANCE V LC OBVODU:	35
3.4 Energetická bilance Rezonančního LC obvodu:	38
3.5 ČINITEL JAKOSTI OBVODU:	39
3.5.1 Sériový rezonanční obvod:	10
3.5.2 PARALELNÍ REZONANČNÍ OBVOD	13
3.6 Rezonanční měnič:4	19
3.6.1 IDEÁLNÍ REZONANČNÍ LC OBVOD	19
3.6.2 REÁLNÝ REZONANČNÍ LC OBVOD	51
3.7 VELIČINY V REZONANČNÍM MĚNIČI S HELMHOLTZOVOU CÍVKOU, NÁVRH SPÍNACÍHO OBVODU	J: 55
4 ŘÍDICÍ JEDNOTKA A NAPÁJENÍ REZONANČNÍHO OBVODU5	57
4.1 Řídicí jednotka:	57
4.2 NÁVRH ODPÍNACÍHO OBVODU:6	50
4.2.1 VÝPOČET NÁVRHU ODPÍNACÍHO OBVODU:6	52
5 MĚŘENÍ NA REZONANČNÍM OBVODU:6	54
5.1 PRAVIDLA PRO NASTAVENÍ REZONANCE V LC OBVODU:6	65
5.2 Měření na osciloskopu- průběhy veličin v řídící jednotce a na rezonančním	
OBVODU:	55
5.3	66
6 ZÁVĚR	/2
LITERATURA	/4
PŘÍLOHY7	15



SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 2.1 Solenoid a průběhy magnetické indukce v ose x a y	14
Obr 2.2 Průběh magnetické indukce v ose x u solenoidu	15
obr. 2.3 Toroid vinutý jen jedním směrem	16
Obr.2.4 Toroid vinutý v obou směrech	16
Obr.2.5. Názorná ukázka určení výsledného směru magnetické indukce B _c	17
<i>Obr.2.6 Vektorové odvození magnetické indukce B_c</i>	17
Obr.2.7 Provedení první modifikace Helmholtzovy cívky	19
Obr.2.8: Provedení druhé modifikace Helmholtzovy cívky	20
Obr. 2.9 Průběh magnetické indukce v ose x pro druhou modifikaci Helmholtzovy cívky	23
Obr.2.10 Magnetické pole nekonečně tenkého závitu(teoretický předpoklad, ve kterém je	e závit
prezentován určitými rozměry z důvodu lepší představy řešení problému)	24
Obr. 2.11 Magnetické pole nekonečně tenkého vodiče(rozměry vodiče jsou použity z n	avrhu
$Helmholtzovy \ civky - R = 150 mm).$	24
<i>Obr.2.12: Magnetické pole jednoho závitu tvořeného vodičem o průměru d</i> ₁	25
<i>Obr.2.13: Magnetické pole jednoho závitu tvořeného vodičem o průměru d₂</i>	25
Obr.2.14: Magnetické pole v celém obejmu a okolí Helmholtzovy cívky	26
Obr.2.17: Řešeni magnetické indukce mimo rovinu závitu u Helmholtzovy cívky	28
Obr.3.1 Mechanické kmity v soustavě oscilujícího tělesa a pružiny	29
Obr.3.2 LC obvod v počátečním okamžiku [HRW- elektromagnetizmus]	31
Obr.3.3 LC obvod ve stavu, kdy se přelévá energie z kondenzátoru do cívky	31
[HRW- elektromagnetizmus]	31
Obr.3.4 Nvní je veškerá energie přeměněná na magnetické pole cívky	32
[HRW- elektromagnetizmus]	32
Obr.3.5 Elektrické kmity v LC obvodu [HRW- elektromagnetizmus]	32
Obr.3.6 Elektrické kmity v LC obvodu[HRW- elektromagnetizmus]	32
Obr.3.7 Elektrické kmity v LC obvodu[HRW- elektromagnetizmus]	33
Obr.3.8 Elektrické kmity v LC obvodu[HRW- elektromagnetizmus]	33
Obr.3.9 Elektrické kmity v LC obvodu[HRW- elektromagnetizmus]	33
Obr3.10 Sériový rezonanční obvod a fázorové diagramy popisující tři různé stavy	40
<i>Obr. 3.11 Kmitočtová charakteristika impedance Z sériového rezonančního obvodu</i>	41
Obr.3.13 Rezonance v paralelním obvodu RLC	43
Obr.3.14 Reálný rezonanční obvod	44
<i>Obr.3.16 Průběh impedance reálného paralelního obvodu – vypočtený průběh</i>	46
<i>Obr.3.17 Průběh impedance reálného paralelního obvodu – změřený průběh</i>	46
Obr 3 18 Průhěh argumentu o reálného paralelního obvodu	47
Obr 3 19 Rezonanční obvod s pulsním napájením	48
Obr 3 20 Průběh spínání tranzistory při průchody napětí nyloy y ideálního LC rezona	nčního
obvodu hez nřekmitu natětí AU	50
Obr 3.21 Průběh spínání tranzistoru při průchodu napětí pulou u ideálního IC rezona	50 1čního
obvodu s nřekmitem natětí AU	51
Obr 3 22 Drivbåh proudu givkou rezongnåniko obvodu pri tlumenich kmitech	
Obr 3 23 Průhěh napětí na kondenzátoru vazonaněního obvodu při tlumených kmitech	<i>32</i> 57
Obr 3.24 Dwibéh spinání tranzistom, při průchodu napětí vylou v reálného LC vezerove	J2
our.5.24 Fruden spinant tranzistoru pri prucnoau napeti nulou u realneno LC rezonar	
odvodu bez prekmitu nateti ΔU	33



Obr.3.25 Průběh spínání tranzistoru při průchodu napětí nulou u reálného LC rezonančního	
obvodu s překmitem natětí ΔU	
Obr. 4.2: Teoretické průběhy veličin v rezonančním obvodu a řízení	
Obr.4.4a: Schéma odpinacího obvodu60	
Obr. 4.4b: Schéma odpínacího obvodu61	
Obr. 5.1: Schéma zapojení pro měření na rezonančním obvodu s měničem	
Obr. 5.2: Výstupní signál z AKO	
Obr.5.3 Napětí na bázi emitorvého sledovače	
Obr.5.4: Řídicí napětí na "Bázi-Gate" spínacího tranzistoru	
Obr. 5.5: Průběh proudu napětí n tranzistoru, dole pak je vidět řídící signál měřený na řídící	ſ
elektrodě gate- detail67	
Obr.5.6: Průběh proudu napětí n tranzistoru, dole pak je vidět řídící signál měřený na řídící	ſ
elektrodě gate	
Obr.5.7: Průbeh napětí na rezonančním obvodu a proudu tranzistoru při velmi malé střídě	
spínaní- nedochází k překmitu napětí68	
Obr.5.8 Průběh napětí a proud v rezonančním obvodu měřeno Rogowského cívkou při plném	
$zatíženi(U_d = 120V) - měřil Ing. Cípín$	
Obr.5.9 Schéma cívky a propusti pro měření magnetické indukce70	
<i>Obr.5.10: Napětí rezonačního obvodu a indukované napětí $u_1(t)$ v cívce</i>	
Obr.5.11. Napětí rezonačního obvodu a indukované napětí u ₂ (t) na výstupu RC- členu71	
Konstrukční návrh Helmholtzovy cívky- pohled zepředu75	
Konstrukční návrh Helmholtzovy cívky- pohled shora76	



SEZNAM TABULEK



SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

a	Vzdálenost mezi cívkami	m
B_{cl}	Přírůstek magnetické indukce od cívky1	Т
B_{c2}	Přírůstek magnetické indukce od cívky 2	Т
B_r	Přírůstek magnetické indukce	Т
d	průměr vodiče	mm
d_{cm}	Fiktivní průměr vodiče s ohledem na skinefekt	mm
f	Frekvence	Hz
f_0	Rezonanční frekvence	А
G	Vodivost	S
$h_{^{12,E}}$, eta	Proudový zesilovací činitel	-
Ι	Elektrický proud	А
I_d	Napájecí el. proud ve střední hodnotě	А
I _{Dmax}	Napájecí proud do elektrody drain	А
I _{ijnekt}	Injektovaný proud do rez. obvodu	А
Ihrad	Proud hradlem	А
I _{Gmax}	Maximální proud tekoucí do elektrody Gate	А
L	Indukčnost cívky	Н
N	Počet závitů	-
q,Q	Elektrický náboj	С
Q	Činitel kvality rezonančního obvodu	-
R	Odpor vinutí cívky	Ω
R_r	Rezonanční odpor	Ω
r	Poloměr cívky	m
R	Poloměr cívky	m
S	Průřez cívky	mm2
S_{cm}	Fiktivní průřez vodiče s ohledem na skin efekt	mm2
Т	Perioda signálu	S
u(t)	Napětí v čase	V
U_d	Střední hodnota napájecího napětí	V



U_{DS}	Napětí mezi elektrodou drain a source	V
$u_{CE}(t)$	Napětí mezi kolektorem a emitorem	V
W	Energie	J
W_k	Kinetická energie	J
W_p	Potenciální energie	J
W_{mg}	Energie magnetického pole	J
W_{el}	Energie elektrického pole	J
x	Dráha, vzdálenost	m
Y	Admitance rezonančního obvodu	S
Ζ	Impedance obvodu	Ω
Z_0	Impedance rezonančního obvodu	Ω
φ	Fázový posuv	rad
ω	Úhlová rychlost	rad/s
Οr	Rezonanční úhlová rychlost	rad/s
τ	Časová konstanta elektomagnetických dějů	S
σ	Proudová hustota	A/mm2
δ_{cm}	Hloubka vniku proudu při skinefektu	mm
Φ	Magnetický tok	Wb
Фтах	Hodnota maximálního magnetického toku	Wb
μ_0	Permeabilita vakua	H/m



1 Úvod

Před nedávnou dobrou jsem se dostal před problém navrhnout řízení pro generování magnetických polí pro biomedicínské experimenty. Těmito experimenty je myšlen výzkum růstu rakovinných buněk, umístěných v pulsním magnetickém poli.

Účelem práce je navrhnout zařízení s konstrukcí cívky tak, aby bylo magnetické pole generované cívkou homogenní, v co možná největším prostoru. Výhodou využití homogenního magnetického pole je, že vzorek je namáhán rovnoměrně. Výsledky prezentované výzkumem chováni buněk v tomto homogenním poli pak budou dosti věrohodné. Práce je rozdělená do pěti kapitol.

V druhé kapitole se zabývám nejdříve srovnáním jednotlivých typů cívek (solenoid, toroid a Helmholtzova cívka), porovnávám jejích vlastnosti a vhodnost pro dané účely. Následně pak řeším konstrukční návrh cívky a provádím simulaci průběhu magnetické indukce v ose cívky a následně i jejím vnitřním objemu pomocí programu Matlab a FEMM..

Třetí kapitola je věnována elektromagnetické rezonanci v LC obvodu. Ta je využita ke generování pulsního pole uvnitř cívky. Pro uvedení do problematiky se nejdříve věnuji mechanické rezonanci u kmitů oscilujícího tělesa na pružině. Přes elektromechanickou analogii přecházím k elektrickým kmitům v rezonančním LC obvodu a následně uvádím dynamiku jevů vznikajících při rezonanci. Dále se pak věnuji srovnáním a vhodnosti volby rezonančního měniče před původně uvažovaným IV-kvadrantovým měničem z pohledu energetické bilance sériového a paralelního řazení akumulačních prvků a návrhem spínacího tranzistoru pro injektování proudu do rezonančního obvodu.

Čtvrtá kapitola je věnována řízení tranzistoru a napájení měniče. Při návrhu řídící jednoty tranzistoru vycházím z toho, že je nutné pro omezení přepínacích ztát nastavit frekvenci a délku impulsu takovou, aby tranzistor spínal a injektoval proud při nulovém napětí. Napájení měniče má pak zajistit ochranu tranzistoru proti náhlému impulsu napětí při připojení napájení.

Pátá kapitola se věnuje měření na rezonančním měniči. Zde jsou pak ověřeny teoretické předpoklady s měřenými průběhy veličin v celém rezonančním měniči a stanoveny podmínky pro požadované řízení spínání tranzistoru.



2 MAGNETISMUS

Jak již název kapitoly napovídá, je zde řešen návrh cívky pro generování plsního magnetického pole pro biomedicinské experimenty. Požadavkem je, aby byla magnetické pole v co největším objemu konstantní, tedy že je magnetická indukce rozložena homogenně. Tento předpoklad je důležitý z toho důvodu, aby na zkoumaný vzorek působilo pole co možná nejrovnoměrněji. Pak již lze v homogenním magnetickém poli umístit vzorek kdekoliv i mimo osu cívky. Toto kritérium je pak při konstrukci vzduchové cívky dosti důležité, neboť nám pak experiment může poskytnout věrohodné výsledky. Proto tedy porovnejme jednotlivé cívky s ohledem na prostorové rozložení magnetické indukce:

2.1 Solenoid:

- Siločáry magnetické indukce v ose x solenoidní cívky procházejí jejím středem a uzavírají se přes vnější okolí. Tato teorie předpokládá, že uvnitř cívky je homogenní magnetické pole, což ovšem není pravdivé. Toto magnetické pole je v podélném směru deformováno (zeslabováno) rozptylovými toky jednotlivých závitů, jenž působí proti tomuto poli. Magnetická indukce *B* pak bude dosahovat nejvyšší hodnotu ve středu cívky a směrem ke koncům cívky bude klesat viz. *Obr. 2.1 a 2.2.*. Pole v ose cívky x pak bude mít tvar zvonové křivky bez požadované konstantní hodnoty B ve středové části osy. Pole v příčném směru pak bude v ose y nejmenší a směrem k závitům bude vzrůstat, což je ovšem v rozporu s požadavkem na homogenitu pole v konkrétním objemu viz. Zadání a O*br.2.1*. Vzorek umístěný v tomto poli pak bude vystaven ve svém prostorovém rozložení různým účinkům magnetického pole.
- Solenoidní cívka byla již prověřena experimentem za nevyhovující.



Obr. 2.1 Solenoid a průběhy magnetické indukce v ose x a y



Obr 2.2 Průběh magnetické indukce v ose x u solenoidu

Průběh magnetické indukce je pak odvozen podle vztahu 2.3.8, viz kapitola Helmholtzová cívka.

2.2 Toroid:

- pokud uvažujeme toroidní cívku navinutou velmi těsně umístěnými závity v jednom směru vinutí, pak bude vně toroidu určitý měřitelný vektor magnetické indukce *B* ve směru kolmém na podložku, na které je toroid umístěn. Tento vektor magnetické indukce je způsoben rozptylovým tokem, jenž je ovšem velmi malý a pro naše účely se tudíž nehodí a nemá prostorově homogenní rozložení magnetické indukce.
- Pokud ovšem bude cívka vinutá i nazpátek oproti předchozímu případu, bude vně toroidu magnetické pole nulové. Rozptylové toky se zpětným vinutím zruší.
- Tento typ cívky je opět nevyhovující díky svým vlastnostem.



Obr.2.4 Toroid vinutý v obou směrech

2.3 Helmholtzová cívka:

- jedná se o dvojici solenoidních cívek umístěných od sebe na vzdálenost *a* ve směru osy *x* viz. obr.1.6. Toto uspořádání slouží k vytvoření homogenního pole v poměrně velkém prostoru, jenž je právě vhodné pro laboratorní účely. Pole těchto cívek je sice relativně slabé, což ovšem není na závadu.
- Helmholtzovy cívky lze zhotovit ve dvou modifikacích oproti základnímu uspořádání.



2.3.1 Základní uspořádaní:

Je již popsáno výše. V literatuře [1] se pak pro odvození magnetické indukce B v podélné ose cívky x vychází z Boitova-Savartova zákona. Předpokladem tedy je, že průměr vodiče, jímž prochází proud, je zanedbatelný oproti rozměrům vyšetřovaného prostoru, dále pak musíme brát v úvahu, že vodič se nachází v homogenním a lineárním prostředí. Zákon pak má tvar křivkového integrálu, v němž je křivka l určená tvarem vodiče.

$$d\vec{B}_r = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \Longrightarrow d\vec{B}_r = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$
(2.3.1)

Pro N závitů protékaných proudem I:

$$B_{r} = \frac{\mu_{0}NI}{4\pi} \int_{l} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^{3}} = \frac{\mu_{0}NI}{4\pi} \int_{l} \frac{dl \cdot r \cdot \sin 90^{\circ}}{r^{3}} = \frac{\mu_{0}NI}{4\pi \cdot r^{2}} \int_{l} dl = \frac{\mu_{0}NI}{4\pi \cdot r^{2}} 2\pi R = \frac{\mu_{0}NI}{2 \cdot r^{2}} R$$



Obr.2.5. Názorná ukázka určení výsledného směru magnetické indukce B_c





Diferenciální přírůstky dB_r vektoru magnetické indukce lze rozložit podle *Obr.2.5* na složky kolmé k ose x, které se díky kruhové symetrii navzájem zruší, a na složky rovnoběžné s osou x, které se sčítají a jejichž celková velikost bude:

$$B_{c}(x) = B_{r} \frac{R}{r} = \frac{\mu_{0} N I R^{2}}{2 \cdot r^{3}} = \frac{\mu_{0} N I R^{2}}{2 (R^{2} + x^{2})^{3/2}}$$
(2.3.2)

Pole v ose cívek bude superpozicí polí B_{c1} , B_{c2} generovaných jednotlivými cívkami 1 a 2 :

$$B(x) = B_{c1}(x) + B_{c2}(x)$$

Pokud uvažuji cívky posunuté proti středu o +a/2 vpravo a -a/2 vlevo, můžu psát pro magnetickou indukci:

$$B(x) = B_{c1}(x) + B_{c2}(x) = \frac{\mu_0 NIR^2}{2\left[R^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{\mu_0 NIR^2}{2\left[R^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$
(2.3.3)

Neboli:

$$B(x/R) = \frac{\mu_0 NI}{2 \cdot R} \left\{ \left[1 + \left(\frac{x}{R}\right)^2 - \frac{a}{R} \frac{x}{R} + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{R}\right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} + \left[1 + \left(\frac{x}{R}\right)^2 + \frac{a}{R} \frac{x}{R} + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{R}\right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \right\}$$
(2.3.4)

- Prostor homogenního pole má poměrně malou šířku, závity nesmí být tlusté a nemělo by jích být příliš mnoho. Poměrně malá délkový odchylka od osy cívky ve vertikálním směru způsobí relativně velký pokles indukce B.
- Pokud jsou závity umístěny těsně na sobě tak se u vinutí projeví velké parazitní mezizávitové kapacity
- Nedostatky vzniklé základním uspořádáním lze částečné potlačit změnou konstrukce, která spočívá v rovnoměrném rozprostření vinutí každé cívky s průměrem *R* a zvolenou šířkou cívek *R* ve směru osy *x*. Tímto uspořádáním cívek by měla být potlačená parazitní kapacita mezi jednotlivými závity a vinutí může být jednovrstvé.
- Pole je v relativní vzdálenosti x/R přesně homogenní. Ovšem velikost prostoru ve kterém je toto pole homogenní je poměrně dost malé a velikost magnetické indukce nedosahuje takové velikosti jako u dalších modifikací.



2.3.2 První modifikace

Nedostatky vzniklé základním uspořádáním lze částečné potlačit změnou konstrukce, jenž spočívá v rovnoměrném rozprostření vinutí každé cívky s průměrem *R* a zvolenou šířkou cívek *R* ve směru osy *x*. Tímto uspořádáním cívek by měla být potlačená parazitní kapacita mezi jednotlivými závity a vinutí může být jednovrstvé. Každé vinutí je rozděleno na pětici cívek s rozestupy o(+*a*/2 + *kR*/4) vpravo a o(-*a*/2 - *kR*/4) vlevo vůči středu, kde *k* = 0,1,2,3,4 jak je patrno na *Obr. 2.7*. Výsledné pole je pak tvořeno příspěvkem od každé cívky.



Obr.2.7 Provedení první modifikace Helmholtzovy cívky Pak můžu psát pro indukci B(x) v mezeře a:

$$B(x) = \sum_{k=0}^{4} \frac{\mu_0 N I R^2}{2 \left[R^2 + \left(x - \frac{a}{2} - \frac{kR}{4} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} + \sum_{k=0}^{4} \frac{\mu_0 N I R^2}{2 \left[R^2 + \left(x + \frac{a}{2} + \frac{kR}{4} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$
(2.3.5)

Neboli:

$$B(x/R) = \frac{\mu_0 NI}{2 \cdot R} \sum_{k=0}^{4} \left\{ \left[1 + \left(\frac{x}{R}\right)^2 - \frac{a}{R} \frac{x}{R} + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{R}\right)^2 - \frac{k}{2} \frac{x}{R} + \frac{k}{4} \frac{a}{R} + \frac{k^2}{16} \right]^{-\frac{3}{2}} + \left[1 + \left(\frac{x}{R}\right)^2 - \frac{a}{R} \frac{x}{R} + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{R}\right)^2 + \frac{k}{2} \frac{x}{R} + \frac{k}{4} \frac{a}{R} + \frac{k^2}{16} \right]^{-\frac{3}{2}} \right\}$$
(2.3.6)



Pole je v relativní vzdálenosti x/R přesně homogenní. Ovšem velikost prostoru ve kterém je toto pole homogenní je poměrně dost malé oproti druhé modifikaci a velikost magnetické indukce nedosahuje takové velikosti jako u základního uspořádání a druhé modifikace.

2.3.3 Druhá modifikace

- Tato modifikace odstraňuje nevýhody dvou předešlých uspořádání. Úprava spočívá v tom, že každé vinutí o poloměru *R* je rozprostřeno ve směru osy x na zvolenou šířku *R/2*.Pak i při velkém počtu závitů muže být vinutí jednovrstvé a bude mít malou parazitní kapacitu. Pro účely výpočtu je každé z obou rozprostřených vinutí nahrazeno pěticí dílčích cívek s rozestupy *R/8*. takže pro každou dílčí cívku, ale s tím, že *k*-tá prává cívka je vůči středu posunutá o (+a/2 + kR/8) a *k*-tá levá cívka je posunutá o (-a/2 - kR/8), kde *k* = 0,1,2,3,4.



Obr.2.8: Provedení druhé modifikace Helmholtzovy cívky Takže pak bude magnetická indukce v mezeře a vypadat následovně:

$$B(x) = \sum_{k=0}^{4} \frac{\mu_0 N I R^2}{2 \left[R^2 + \left(x - \frac{a}{2} - \frac{kR}{8} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} + \sum_{k=0}^{4} \frac{\mu_0 N I R^2}{2 \left[R^2 + \left(x + \frac{a}{2} + \frac{kR}{8} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$
(2.3.7)
$$B(x/R) = \frac{\mu_0 N I}{2 \cdot R} \sum_{k=0}^{4} \left\{ \left[1 + \left(\frac{x}{R} \right)^2 - \frac{a}{R} \frac{x}{R} + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{R} \right)^2 - \frac{k}{4} \frac{x}{R} + \frac{k}{8} \frac{a}{R} + \frac{k^2}{64} \right]^{-\frac{3}{2}} + \left[1 + \left(\frac{x}{R} \right)^2 - \frac{a}{R} \frac{x}{R} + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{R} \right)^2 + \frac{k}{4} \frac{x}{R} + \frac{k}{8} \frac{a}{R} + \frac{k^2}{64} \right]^{-\frac{3}{2}} \right\}$$
(2.3.8)



Tímto uspořádáním dosahujeme poměrně velkého prostoru mezi cívkami, kde je magnetické pole homogenní a má vyšší hodnotu magnetické indukce než u prvního uspořádaní. Dále toto uspořádání umožňuje zvýšit amperzávity i při malých podélných rozměrech rozprostřených cívek a při malé parazitní kapacitě vinutí. Pro účely návrhu tedy uvažujme druhou modifikaci.

2.4 Návrh Helmholtzovy cívky:

Pro výpočet nejdříve musím uvažovat hloubku vniku proudu pro zvolenou frekvenci f=150 kHz. Tato frekvence byla zvolena na základě doporučení vedoucího.

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \approx \frac{65}{\sqrt{f}} = \frac{65}{\sqrt{150 \cdot 10^3}} = 0,1678 \,\mathrm{mm}$$
(2.4.1)

Nyní můžu určit průměr a průřez vodiče s ohledem na skinnefekt, z nějž bude cívka vinutá:

$$d_{cm} = 2 \cdot \delta_{cm} = 2 \cdot 0,1678 = 0,336 \,\mathrm{mm} \tag{2.4.2}$$

$$S_{cm} = \frac{\pi \cdot d_{cm}^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0.336^2}{4} = 8.87 \cdot 10^{-2} \,\mathrm{mm}^2$$
(2.4.3)

Proudová hustota by neměla překročit hodnotu $\sigma = 6 \text{ A/mm}^2$. Nyní můžeme určit proud, jenž budeme dodávat do cívky:

$$I = S_{cm} \cdot \sigma = 8,87 \cdot 10^{-2} \cdot 6 = 0,5309 \,\mathrm{A}$$
(2.4.4)

Konstrukční návrh cívky:

Volím R = 0,15 m, pak můžu určit počet závitů N a indukčnost cívky L:

$$N = \frac{0.5R}{d_{cm}} = \frac{0.5 \cdot 0.15}{0.336 \cdot 10^{-3}} = 223 \text{ závitů}$$
(2.4.5)

$$L \approx 4.1 \cdot 10^{-6} \frac{(2N)^2 R^2}{0.9R + 1.65R} = 4.1 \cdot 10^{-6} \frac{(2 \cdot 223)^2 0.15^2}{0.9 \cdot 0.15 + 1.65 \cdot 0.15} = 0.0479 \,\mathrm{H}$$
(2.4.6)

$$X_{L} = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 150 \cdot 10^{3} \cdot 0,0479 = 45,2k\Omega$$
(2.4.7)

Potřebné napětí k protlačení proudu I = 0.53A:

$$U = I \cdot X_L = 0,5309 \cdot 45,2k = 24 \,\mathrm{kV} \tag{2.4.8}$$

K protlačení proudu 0,5309A o frekvenci f = 150kHz potřebuji přiložit na svorky cívky napětí U = 24 kV. Tato hodnota napětí je příliš velká a konstrukčně neproveditelná z důvodu extrémního nárůstu $\frac{du(t)}{dt}$. Proto se snažím tak velkou hodnotu napětí eliminovat snížením impedance obvodu, respektive snížením počtu závitů cívky. To má za následek zvýšení proudu cívkou, tudíž i zvýšení průřezu vodiče. Zvýšení proudu již nepředstavuje tak velký problém, neboť se dá jeho velikost rozdělit mezi tranzistory, jenž budou zapojeny v paralelních větvích.



Potom pro finální úpravu volím N = I

Pak indukčnost cívky bude :

$$L \approx 4,1 \cdot 10^{-6} \frac{(2N)^2 R^2}{0,9R + 1,65R} = 4,1 \cdot 10^{-6} \frac{(2 \cdot 1)^2 0,15^2}{0,9 \cdot 0,15 + 1,65 \cdot 0,15} = 9,647 \cdot 10^{-7}$$
(2.4.9)

$$X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 150 \cdot 10^3 \cdot 9,647 \cdot 10^{-7} = 0,909\Omega$$
(2.4.10)

$$I_{N=1} = N \cdot I_{N=223} = 223 \cdot 0,531 = 118,413 \,\mathrm{A} \Longrightarrow I = 120 \,\mathrm{A}$$
(2.4.11)

$$U = I \cdot X_L = 118,413 \cdot 0,909 = 107,63 \,\mathrm{V} \Longrightarrow U = 110 \,\mathrm{V}$$
(2.4.12)

Zatím jsem uvažoval konstrukční řešení s IV. kvadrantovým měničem. Pokud ovšem budu mít k dispozici měnič s rezonančním obvodem, budu muset pak pro výpočet magnetické indukce v podélné ose x uvažovat proud o hodnotě $I_{Lmax} = 182A$ viz. kapitola Rezonance.

Indukce *B* bude v mezeře a na podélné ose *x* bude pro zvolené R = 0,15m :

$$B(0) = 0.656 \cdot \frac{I \cdot N}{R} \mu_0 = 0.656 \cdot \frac{183 \cdot 1}{0.15} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} = 1.005 \cdot 10^{-3} \,\mathrm{T}$$
(2.4.13)

Pro konstrukci cívky pak uvažuji druhou modifikaci. Helmholtzová cívka se potom bude skládat ze dvou jednotlivých cívek tvořené dvěmi závity. Tyto cívky potom budou spojeny propojkami, takže každou cívkou poteče vždy ½ proudu, což nám zajistí požadovaný počet ampérzávitů.. Navenek se bude celá konstrukce chovat jako by byla tvořena jen jedním závitem.

Šířka prostoru mezi cívkami *a* je tedy volena:

$$a = 0.65 \cdot R = 0.65 \cdot 150 = 97.5 \text{mm} = 0.0975 \text{m}$$
 (2.4.14)

Cívka je samonosná z profilového vodiče o průřezu o 35mm^2 a rozměry 35 x1mm. Délka jedné z cívek pak bude:

$$0.5R = 0.5 \cdot 150 = 75 \text{mm} = 0.075 \text{m} \tag{2.4.15}$$

Délka cívky pak bude:

$$l = 1,65R = 1,65 \cdot 150 = 247,5mm = 0,02475m$$
 (2.4.16)

Provedení cívky je na obr. viz Příloha. Jako materiál je pro výrobu použit hliník. Proudová hustota pak bude:

$$\sigma = \frac{I}{S} = \frac{183}{35} = 5,23A/mm^2$$
(2.4.17)

S ohledem na skinefekt musím uvažovat průřez o něco menší viz. Vztah 2.4.1. Plocha, jíž bude procházet proud bude:

$$S_{skin} = S_{pod} + S_{p\bar{r}i\bar{c}} = 2 \cdot 35 \cdot \delta + 2 \cdot (1 - 2\delta) \cdot \delta =$$

= 2 \cdot 35 \cdot 0,1678 + 2 \cdot (1 - 2 \cdot 0,1678) \cdot 0,1678 = 11,96mm² (2.4.18)



Proudová hustota redukovaná o skinefekt pak je:

$$\sigma_{skin} = \frac{I}{S_{skin}} = \frac{183}{11,96} = 15,29A/mm^2$$
(2.4.19)

což je proudová hustota v cívce při plném zatížení. U této hodnoty již může docházet k značnému zahřívání hliníku a nežádoucímu ohřevu zkoumaného vzorku. Proto je rozumnější omezit proud tím, že snížíme napájecí napětí na hodnotu, která nám rezonančním obvodem protlačí daleko menší proud. Pro vytvoření rezonančního obvodu je na propojku naletováno 19 svitkových kondenzátorů o velikosti $0,1\mu$ F. Dvacátý kondenzátor je připojen paralelně k tranzistoru a zároveň slouží jako filtrační kondenzátor pro kompenzaci indukčnosti přívodů. Pro konstrukci je pak změřená indukčnost L = 935nH a s kondenzátory vytváří rezonanční obvod kmitající na kmitočtu f = 111,6kHz.

2.5 Magnetické pole v prostoru Helmholtzovy cívky

Pokud budeme uvažovat výpočet magnetického pole v podélné ose cívky *x* vyjdeme ze vztahu 2.3.8. tj. druhá modifikace. Při výpočtu nemusíme uvažovat skin-efekt, neboť výsledek bude kvalitativně stejný jako pro výpočet při daleko menší frekvenci u níž se skin-efekt uplatní daleko méně (skin-efekt je vhodné uvažovat pro výpočet tepelného pole cívky). Potom průběh magnetické indukce v ose *x* Helmholtzovy cívky pro námi zvolené rozměry je při průchodu proudu maximální hodnotou na obr.1.11 :







Pro vyšetření magnetického pole v ose y, tedy v prostoru směrem k závitům je v literatuře [1] a [2] uvedeno několik možností výpočtu. Pro zjednodušení je vhodné uvažovat nejdříve výpočet magnetického pole v rovině závitu o nulovém průřezu umístěného ve vakuu.



Obr.2.10 Magnetické pole nekonečně tenkého závitu(teoretický předpoklad, ve kterém je závit prezentován určitými rozměry z důvodu lepší představy řešení problému)

Závit si nyní v řezu můžeme představit jako dva rovnoběžné vodiče. Proudy tekoucí v každém vodiči mají opačné směry, takže magnetické pole tvořené těmito proudy mají ve všech bodech mezi vodiči stejný směr. Toto tvrzení se dá dokázat pravidlem pravé ruky viz *Obr.2.10.* Pak jednotlivé příspěvky magnetické indukce *B* v ose y jsou od vodiče *a* a vodiče *b* dány podle principu superpozice:

$$B_{x}(y) = B_{a,x}(y) + B_{b,x}(y) = \frac{\mu_{0}I}{2\pi(r+y)} + \frac{\mu_{0}I}{2\pi(r-y)} = \frac{\mu_{0}I}{\pi(r^{2}-y^{2})}$$
(2.5.1)

Všimneme si, že vztah 2.5.1 nerespektuje šířku vodiče, neboť ta je 2d = 0. Takže pokud se budeme s bodem *p* přibližovat k vodiči, bude rapidně vzrůstat magnetická indukce, neboť se bude (r^2-y^2) blížit k nule. Při r = y pak bude funkce nespojitá viz. *Obr. 2.11.* a v tomto bodě pak bude dosahovat magnetická indukce hodnot $\pm \infty$ T. Záleží na tom z jaké strany se budeme po funkci $B_x(y)$ přibližovat k nekonečně tenkému vodiči.



Obr. 2.11 Magnetické pole nekonečně tenkého vodiče(rozměry vodiče jsou použity z návrhu Helmholtzovy cívky – R = 150mm)



Pokud ovšem budeme uvažovat vodič s reálným průměrem tj. d>>0 a d<<r, pak bude průběh magnetické indukce v rovině osy y mít průběh na *Obr 2.12* a *2.13*.



Obr.2.12: Magnetické pole jednoho závitu tvořeného vodičem o průměru d $_1$



Obr.2.13: Magnetické pole jednoho závitu tvořeného vodičem o průměru d₂

Na uvedených obrázcích vidíme průběh magnetické indukce v závislosti na průměru vodiče a na vzdálenosti *y* od středu závitu. Dál je zřejmé, že magnetické pole na *Obr. 2.12* je generováno vodičem, jímž prochází stejně velký proud jako na *Obr.2.13*. Ovšem průměr vodiče je $d_1 << d_2$. Předpokladem je, že všechny tyto úvahy musí vyhovět IV. Maxwellově rovnici:

(2.5.2)
(2.5.3)

To znamená, že magnetický tok vystupující z cívky se musí uzavírat jejím vnějším okolím a vstupovat do spodní strany cívky.

Pokud ovšem budeme uvažovat řešení magnetického pole mimo rovinu závitu, tedy v prostoru kolem něj, bude řešení daleko složitější. Proto u řešení magnetického pole Helmholtzovy cívky musíme zavést předpoklad, který říká, že pokud je magnetické pole o indukci *B* homogenní v určité časti podélné osy *x*, pak bude toto pole homogenně rozprostřeno i v ose *y* a bude mít stejnou velikost jako v ose *x*. Tuto úvahu pak můžeme pro výše uvedené konstrukční uspořádaní ověřit pomocí simulace v programu FEMM (finite element method magnetic). Výsledné magnetické pole Helmholtzovy cívky je rozloženo homogenně v požadovaném prostoru viz. *Obr. 2.14*:





Obr.2.14: Magnetické pole v celém obejmu a okolí Helmholtzovy cívky

Magnetické pole v ose x pak bude mít podobný průběh v závislosti na vzdálenosti x od středu cívky tak, jako vypočtené magnetické pole podle rovnice 2.3.8 a Obr. 2.9. Při simulaci musíme brát v úvahu, že proud tekoucí každou cívkou je $I_{Lmax}/2$ tedy 91A. magnetické pole se svou hodnotou bude sice odlišovat od magnetického pole vypočteného, ovšem bude homogenně rozloženo ve stejném prostoru.



Obr.2.15: Magnetické pole v ose x získané simulací v programu FEMM



Obr.2.16: Magnetické pole v ose y získané simulací v programu FEMM

Aritmetický výpočet by se dal provést jedině tak, že by se cívka nahradila fiktivními závity, tvořenými vodiči o různých průměrech umístěných přímo nad sebou nebo i přes sebe viz. *Obr.2.17*. Tento fakt by pak umožnil řešit velikost magnetického pole ve zvolené rovině *y* s využitím superpozice a uvažováním jednotlivých příspěvků od každého závitu. Otázkou je, jak velký průměr fiktivních závitů by se měl volit a jestli by byl výpočet proveditelný aritmeticky nebo by se potom z důvodu složitosti výpočtu musely využít numerické metody výpočtu. Tuto problematiku zatím nechávám otevřenou z důvodu, že magnetické pole šlo simulovat v programu FEMM.







3 REZONANCE:

Rezonance je fyzikální jev, který můžeme pozorovat v systémech, v nichž je možná výměna dvou druhů energií [2],[3]. Z jiného pohledu je rezonanci možno pozorovat při nuceném kmitání (kmity jsou ovlivňovány vnější budící silou), kdy vhodně působící malá síla může způsobit velké změny v kmitání systému. Vhodným působením pak považujeme to, že budící síla působí se stejnou frekvencí jako je vlastní frekvence pozorovaného systému.



Obr.3.1 Mechanické kmity v soustavě oscilujícího tělesa a pružiny

Pro vysvětlení nejdříve prezentuji příklad z mechaniky, neboť mechanické kmity si dovede představit skoro každý. Mějme tedy kmitající systém sestávající z kmitajícího tělesa a pružiny. Pro energii *W* oscilujícího tělesa a pružiny můžeme v libovolném okamžiku psát:

$$W = W_K + W_P = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$
(3.1)

$$W_K = \frac{1}{2}mv^2 \tag{3.2}$$

$$W_P = \frac{1}{2}kx^2 \tag{3.3}$$

 W_K nám v tomto vztahu představuje kinetickou energii pohybujícího se tělesa, W_P je potenciální energie pružiny, která se natahuje a smršťuje. V tomto idealizovaném případě je zanedbáno tření, tudíž se nám celková energie W v čase nemění i když rychlost v a délka x ano. Pak tedy změna energie W v čase t bude rovna 0, proto můžeme psát:

$$\frac{dW}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 \right) = mv \cdot \frac{dv}{dt} + kx \cdot \frac{dx}{dt} = 0$$
(3.4)



Kde
$$v = \frac{dx}{dt}$$
 (3.5)
a tedy $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$

po úpravě dostaneme:

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0 \tag{3.6}$$

Nyní jsme obdrželi základní diferenciální rovnici popisující kmity v soustavě oscilujícího tělesa a pružiny. Pokud budeme uvažovat i tření o vzduch v systému musíme stanovit podmínky, kdy budou v soustavě tlumené kmity nebo dojde k rezonanci. Jak je patrné, tak diferenciální rovnice pro tuto soustavu je II. řádu a vystupuje v ní výchylka z rovnovážné polohy x a její druhá derivace podle času. První člen v rovnici nám udává informaci o síle působící z každém okamžiku na závaží druhý člen pak silu, kterou působí pružina na závaží. Řešením této rovnice je pak:

$$x(t) = X_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) \tag{3.7}$$

3.1 Kmity v LC obvodu

Ještě než se budeme věnovat rezonančnímu ději v LC obvodu s odvozením diferenciálních rovnic, rád bych rozebral děj, jenž se odehrává mezi kapacitou a indukčností.

Pokud máme obvody složené z prvků *R*, kondenzátoru *C* a cívky *L*, při jejich zapojeních RC a RL budou vždy obvodové veličiny jako je proud a napětí vzrůstat nebo klesat exponenciálně s určitou časovou konstantou danou právě těmito prvky $\tau_C = RC$ a $\tau_L = L/R$.

Ovšem když budeme uvažovat zapojení jen z prvků LC, ať už paralelní nebo sériové, nebudou mít pak proud, napětí a el. náboj exponenxiální průběh v čase, nýbrž se jejich hodnoty budou harmonicky měnit. Pak můžeme říci, že obvod osciluje a změny elektrického a magnetického pole za elektromagnetické kmity. Při těchto elektromagnetických kmitech dochází k přeměně elektrické energie v magnetickou a naopak. Pokud budeme uvažovat pro začátek ideální případ, kdy se nemaří část energie na odporu cívky a v dielektriku kondenzátoru (kondenzátory v dnešní době můžeme považovat za ideální), bude akumulovaná energie v kondenzátoru:

$$W_{el}(t) = \frac{1}{2}Cu^{2}(t) = \frac{1}{2}\frac{Q^{2}(t)}{C}$$
(3.1.1)

a energie v cívce je:

$$W_{mg}(t) = \frac{1}{2}Li^{2}(t)$$
(3.1.2)



Nyní předpokládejme, že počáteční náboj q na kondenzátoru C je v maximální hodnotě a počáteční proud i v cívce je roven nule. Zde teď vidíme, že je energie v kondenzátoru W_{el} maximální při amplitudě napětí u_C a energie magnetického pole cívky je nulová viz. Obr. 3.2.



Obr.3.2 LC obvod v počátečním okamžiku [HRW- elektromagnetizmus]

Kondenzátor se začne vybíjet přes cívku L, tou začne vzrůstat proud *i*, jak je patrno na obr.2. Kladný náboj se pohybuje proti směru hodinových ručiček a způsobí nám průtok proudu i ve vodiči. Pro tento proud pak můžeme psát:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \tag{3.1.3}$$



Obr.3.3 LC obvod ve stavu, kdy se přelévá energie z kondenzátoru do cívky [HRW- elektromagnetizmus]

Při vybíjení kondenzátoru, kdy se přelévá elektrická energie z dielektrika kondenzátoru do cívky a zde se přeměňuje na magnetickou energii W_{mg} . Kondenzátor nakonec předá veškerou energii do cívky v níž se pak přemění na magnetické pole, čímž ztratí veškerý náboj.V tomto okamžiku je magnetické pole v cívce největší, neboť proud *i* tekoucí touto cívkou je roven maximální hodnotě.





Obr.3.4 Nyní je veškerá energie přeměněná na magnetické pole cívky [*HRW- elektromagnetizmus*]

Jelikož je náboj na kondenzátoru nulový a proud dále teče proti směru otáčení hodinových ručiček, směr magnetického pole cívky nedovolí, aby náhle zanikl. Proud tedy přenáší kladný náboj z horní elektrody kondenzátoru na dolní, jak je vidět na obr. 3.5



Obr.3.5 Elektrické kmity v LC obvodu [HRW- elektromagnetizmus]

Energie magnetického pole cívky se nyní přelévá zpět do kondenzátoru, v němž vzrůstá elektrické pole. Proud postupně během přenosu klesá a až přenese veškerou energii, tak na okamžik zanikne. Děj je v podstatě stejný jako na *Obr.3.2* ovšem s tím rozdílem, že kondenzátor je nabit na opačnou polaritu.



Obr.3.6 Elektrické kmity v LC obvodu[HRW- elektromagnetizmus]



Kondenzátor se začíná znova vybíjet, jenže nyní elektrické pole tlačí náboj jiným směrem, tudíž proud teče do cívky ve směru otáčení hodinových ručiček, jak je vidět na *Obr. 3.7.*



Obr.3.7 Elektrické kmity v LC obvodu[HRW- elektromagnetizmus]

Hodnota proudu opět vzrůstá na maximální hodnotu. Magnetické pole v cívce je tímto proudem buzeno a přesně kopíruje jeho průběh v čase, takže i ono je teď ve své amplitudě.



Obr.3.8 Elektrické kmity v LC obvodu[HRW- elektromagnetizmus]

Nakonec se začne energie z cívky přelévat opět do kondenzátoru, její pole klesá až úplně zanikne, děj se dostane do původního stavu na obr.1. Vše nám pak již doplňuje *Obr. 3.9*.



Obr.3.9 Elektrické kmity v LC obvodu[HRW- elektromagnetizmus]



V ideálním stavu bez uvažování elektrického odporu probíhá děj přeměny energie mezi elektrickým polem kondenzátoru a magnetickým polem cívky tak, že nám kmity v obvodu mohou trvat do nekonečna, neboť energie se na ničem a nikde nemaří.

V reálném LC obvodu ovšem přelévání energií mezi kondenzátorem a cívkou nebude nikdy trvat nekonečně dlouho, neboť se určitá část této energie přemění v odporu cívky na teplo. Proto kmity v soustavě za nějaký čas zaniknou. Pak můžeme hovořit o tom, že nám odvod kmitá **tlumenými kmity**.

3.2 Elektromechanická analogie

Abychom mohli elegantněji přejít od mechanických kmitů u soustavy oscilujícího tělesa na pružině k elektromagnetickým kmitům v LC obvodu, využijeme k tomu určité vzájemné podobnosti. Všimněme si tedy, že u mechanických kmitů se vyskytují dva druhy energie. A to kinetická energie pohybujícího se tělesa a potenciální energie uložená v stlačené nebo natažené pružině viz. rovnice 3.1, 3.2, 3.3. Pokud se podíváme do předchozí kapitoly na elektromagnetické kmity , všimneme si určité podobnosti při porovnání rovnic pro energii elektrického pole a potenciální energie a energii magnetického pole a kinetickou, neboli porovnáním rovnic 3.2 s 3.1.1 a 3.3 s 3.1.2. Z těchto uvedených rovnic je zřejmá analogie mezi mechanickými a elektrickými kmity. Dále si všimněme, že náboj q odpovídá v mechanice výchylce vzdáleností x a jejich první derivace podle času jsou proud i a rychlost v. Následně pak můžeme vyjádřit indukčnost L, která má v mechanice ekvivalent v hmotnosti m, a kapacita C, jenž odpovídá poddajnosti pružiny c_p neboli převrácené hodnotě tuhosti pružiny k. Zde uvádím několik analogii:

Mechanika:

Elektrotechnika:

$$\frac{1}{c_p} = k \to \frac{1}{C}$$
$$x \to q$$

 $m \rightarrow L$

$$v = \frac{dx}{dt} \to i = \frac{dq}{dt}$$

$$F = m\frac{dv}{dt} \rightarrow u = L\frac{di}{dt}$$

$$W_{K} = \frac{1}{2}mv^{2} \rightarrow W_{mg} = \frac{1}{2}Li^{2}$$

$$W_p = \frac{1}{2}kx^2 \rightarrow W_{el} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$



$$\frac{1}{k} = \frac{x}{F} \to C = \frac{q}{u}$$

Frekvence kmitů v soustavě oscilujícího tělesa na pružině je:

$$f_{0} = \frac{1}{2\pi \sqrt{m \cdot c_{p}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$
(3.2.1)

A frekvence elektrických kmitu v LC obvodu je:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{3.2.2}$$

3.3 Rezonance v LC obvodu:

Jak bylo v předešlých kapitolách uvedeno, dochází v LC obvodu k výměně energie mezi elektrickým polem kondenzátoru a magnetickým polem cívky. Obvod při jednorázové dodávce energie kmitá nucenými kmity. V obvodu dochází při rezonanci k velkým výchylkám obvodových veličin, jenž mnohonásobně překračují napájecí napětí nebo proud(pokud se jedná o obvod sériový nebo paralelní). Pokud vyjdeme z elektromechanické analogie tak můžeme pro energii kmitu psát:

$$W = W_{mg} + W_{el} = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$
(3.3.1)

$$W_{mg} = \frac{1}{2}Li^2$$
(3.3.2)

$$W_{el} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$
(3.3.3)

Nyní předpokládejme, že odpor vinutí cívky je nulový a energie v ní se přeměňuje jen na magnetické pole. Takže se energie W při výměně mezi kondenzátorem a cívkou nemaří, tudíž ji můžeme prohlásit v čase t za stálou. Tuto situaci nám popisuje:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2(t) + \frac{1}{2} \frac{q^2(t)}{C} \right) = Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = 0$$
(3.3.4)

kde:

$$i = \frac{dq}{dt}$$


$$\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$$
 dosazením do 3.3.4 pak získáme:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 (3.3.5)$$

Nyní jsme obdrželi diferenciální rovnici, jenž nám popisuje kmity v *LC* obvodu. Pokud se podíváme detailně na rovnici, tak první člen této rovnice nám udává, jak velké napětí bude při vytváření magnetického pole cívky, resp. při průchodu proudu cívkou v čase. Druhý člen rovnice nám dává informaci o velikosti napětí na kondenzátoru v čase při přeměně magnetického pole na elektrické a naopak tak, aby platil zákon zachování energie.

Řešení této rovnice pak je:

$$q(t) = Q_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) \tag{3.3.6}$$

$$Q_m$$
 – je amplituda náboje

 ω - úhlová rychlost

 φ - počáteční fáze

Pro proud pak můžeme psát:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega \cdot Q_m \sin(\omega t + \varphi)$$
(3.3.7)

kde
$$I_{Lm} = \omega \cdot Q_m = \omega \cdot U_{Cm} \cdot C = U_d \cdot \omega \cdot C$$
 (3.3.8)

$$i(t) = -I \cdot \sin(\omega t + \varphi) \tag{3.3.9}$$

Pro úhlovou rychlost platí Thomsonův vtah:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{3.3.10}$$

Pro elektrickou energii uloženou v dielektriku kondenzátoru v LC obvodu můžeme psát:

$$W_{el} = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{Q_m^2}{2C} \cos^2(\omega t + \varphi)$$
(3.3.11)

Pak pro magnetickou energii uloženou v cívce platí:

$$W_{mg} = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\omega^2 Q_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

Pokud osadíme do rovnice za ω ze vztahu 3.2.2, tak obdržím:



$$W_{mg} = \frac{Q_m^2}{2C} \sin^2(\omega t + \varphi)$$
(3.3.12)

Pokud budeme uvažovat reálný *LC* obvod v němž probíhá rezonanční děj, tak musíme do našeho schématu včlenit odpor *R*. Tento odpor nám pak představuje činný odpor cívky a přívodů, na kterých se energie přeměňuje průchodem proudu na teplo. Kmity v obvodu pak budou tlumeny a obvod bude kmitat tlumenými kmity. Takže změna energie v LC obvodu v čase bude rovna ztrátovému výkonu, jenž je přeměněn na teplo odporem R:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2(t) + \frac{1}{2} \frac{q^2(t)}{C} \right) = Li \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = -R \cdot i^2$$
(3.3.13)

Pak po úpravě:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Rovnice má pak řešení:

$$q(t) = Q_m \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \cos(\omega_r t + \varphi) = Q_m \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \cos(\omega_r t + \varphi)$$
(3.3.14)

Kde :

$$\tau = \frac{L}{K}$$

Proud získáme první derivaci náboje q:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\omega_r \tau \cdot Q_m \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega_r t + \varphi) = -I_m \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin(\omega_r t + \varphi)$$
(3.3.15)

kde:

$$I_m = \omega_r \cdot \tau \cdot Q_m = \omega_r \cdot \tau \cdot U_{Cm} \cdot C \tag{3.3.16}$$

Napětí na kondenzátoru bude:

$$u_C(t) = \frac{Q_m}{C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \cos(\omega_r t + \varphi)$$
(3.3.18)

Pro úhlovou rychlost můžeme vyjít ze vztahu admitance paralelního rezonančního obvodu:

$$\overline{Y} = \frac{1}{R + j\omega_r L} + j\omega_r C = \frac{R}{R^2 + \omega_r^2 L^2} + j\left(\omega_r C - \frac{\omega_r L}{R^2 + \omega_r^2 L^2}\right)$$



Při rezonanci je pak imaginární složka admitance rovna nule:

$$\omega_{r}C - \frac{\omega_{r}L}{R^{2} + \omega_{r}^{2}L} = 0$$

$$\omega_{r} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^{2}} = \sqrt{\frac{1}{935 \cdot 10^{-9} \cdot 2,17 \cdot 10^{-6}} - \left(\frac{4,06 \cdot 10^{-3}}{935 \cdot 10^{-9}}\right)^{2}} = (3.3.19)$$

$$= 701223rad / s \Rightarrow f = 111603Hz$$

Všimněme si, že:

- podle rovnice 3.3.15 nám kmity v tlumeném *RLC* obvodu po nějakém čase ustanou.
 Energie ať už elektrického nebo magnetického pole klesá po exponenciální křivce.
 K tomu, abychom nadále udrželi kmity v tlumeném obvodu, potřebujeme do něj
 dodávat výkon ze zdroje, který bude krýt právě tyto ztráty. Tím dosáhneme rezonance
 i v tomto tlumeném obvodu, ovšem kmity již nebudou bezeztrátové.
- úhlová rychlost tlumených kmitů ω_r je nižší než úhlová rychlost ω v ideálním rezonančním obvodu. Je to dáno časovou konstantou R/L. Tato časová konstanta způsobí, že se perioda kmitů v tlumeném obvodu prodlouží, tudíž se vrchol rezonanční křivky posune směrem doleva, tj. na nižší kmitočet. Tento fakt vnáší do konstrukce rezonančního měniče jeden důležitý poznatek a to ten, že měnič je napájen impulsy energie s frekvencí, která je menší než v ideálním rezonančním obvodu právě o R/L.

3.4 Energetická bilance Rezonančního LC obvodu:

Využití rezonančního obvodu k vytvoření magnetického pole v Helmholtzově cívce má jednu výhodu oproti klasickému IV. kvadrantovému měniči. Při využití IV. kvadrantového měniče by byla celá koncepce zařízení nesmírně energeticky náročná, což by pak vedlo k složitějšímu návrhu a zvedla by se jak cena zařízení, tak i cena provozu. Využitím rezonančního obvodu tvořeného Helmholtzovou cívkou a kondenzátorem získáme obvod jehož energetická náročnost je řádově 100x menší než v případě využití IV. kvadrantového měniče. Zdroj do obvodu dodává jen činný výkon, neboť zdroj "cítí", že má na výstupu připojenou činnou zátěž tvořenou rezonančním odporem R. U rezonančního obvodu využíváme dvou základních vlastností [3],[4]:



1. Pro elektrické veličiny uvnitř obvodu platí rezonanční impedance Z_0 . Pro proud v obvodu platí:

$$I_{L \max} = \frac{U}{Z_0} = \omega \cdot Q_m = \omega \cdot U_{Cm} \cdot C = U_d \cdot \omega \cdot C =$$
$$= U_d \cdot \sqrt{\frac{1}{LC}} \cdot C = U_d \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{U_d}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$$
(3.4.1)

neboli pro reálný obvod:

$$I_{L \max} = \frac{U}{Z_0} = \omega \cdot Q_m = \omega \cdot U_{Cm} \cdot C = U_d \cdot \omega \cdot C = U_d \cdot \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2} \cdot C =$$
$$= U_d \cdot \sqrt{\frac{C}{L} - \left(\frac{RC}{L}\right)^2} = \frac{U_d}{\sqrt{\frac{L}{C} - \left(\frac{L}{RC}\right)^2}} \cong \frac{U_d}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$$
(3.4.2)

Maximální hodnota proudu je pak dána v rezonančním obvodu poměrem L a C. V paralelním rezonančním obvodu pak bude proud mnohonásobně vyšší než je odebíraný proud ze zdroje.

2 Napájecí zdroj má na svorkách velkou vstupní impedanci tvořenou čistě rezonančním odporem *R_r*, jenž představuje ztrátový odpor cívky. Napájecí zdroj pak přes tento odpor protlačí Q-krát menší proud než je proud v cívce při rezonanci.

3.5 Činitel jakosti obvodu:

Již v předešlém textu jsem se zmínil o činiteli jakosti. Tento činitel udává, kolikanásobně se v obvodu zvýší napětí U_r nebo proud I_r oproti napájení. Činitel jakosti je definován jako napětí na indukčnosti nebo kapacitě k napětí na činném odporu a jeho hodnota je bezrozměrná:

$$Q = \frac{U_L}{U_r} = \frac{\omega_r L \cdot I_r}{R \cdot I_r} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{\frac{1}{\sqrt{LC}}L}{R} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R}$$
[-] (3.5.2)

Výraz pod odmocninou udává charakteristický odpor rezonančního obvodu a je roven indukční nebo kapacitní reaktanci:

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \qquad [\Omega]$$
(3.5.3)



Činitel jakosti rezonančního obvodu je roven 2π násobku maximu akumulované energie v obvodu mezi indukčností a kapacitou k joulově ztrátě vzniklé za jeden kmit střídavého proudu I_r při rezonanci.

$$Q = 2\pi \cdot \frac{Maximumakumulovak energineza jedenkmit}{Jouleovaztrátaenergieběhem jednohokmitu} = 2\pi \cdot \frac{\frac{1}{2}L \cdot I_{Lmax}^2}{U_d \cdot I_d \cdot T}$$
(3.5.4)

nebo:

$$Q = 2\pi \cdot \frac{Maximumakumulova\acute{n} energineza jedenkmit}{Jouleovaztrátaenergieběhem jednohokmitu} = 2\pi \cdot \frac{\frac{1}{2} \frac{U_{Cmax}^2}{C}}{U_d \cdot I_d \cdot T}$$
(3.5.5)

Vztah 3.5.4 je pro paralelní rezonanci a vztah 3.5.5 zas pro sériovou rezonanci.

3.5.1 Sériový rezonanční obvod:

Pro určení podmínek vzniku rezonance v sériovém rezonančním obvodu vycházíme z komplexní impedance obvodu podle obr. 3.10:

$$\overline{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$
(3.5.1.1)



Obr3.10 Sériový rezonanční obvod a fázorové diagramy popisující tři různé stavy



ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií Vysoké učení technické v Brně

Modul pak je:

$$\left|Z\right| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{3.5.1.2}$$

Argument impedance jak je:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$
(3.5.1.3)

Chování sériového rezonančního obvodu s Helmholtzovou cívku o L = 935 nH, $C = 2,17\mu$ F a odporem hliníku R = 4,06 m Ω vystihuje kmitočtová charakteristika impedance a argumentu φ :

Průběh impedance seriového obvodu v závislosti na f



Obr. 3.11 Kmitočtová charakteristika impedance Z sériového rezonančního obvodu



Obr.3.12 Průběh argumentu φ na kmitočtu u sériového rezonančního obvodu

Jelikož je odpor *R* nezávislý na kmitočtu, tak při $\omega = \omega_r$ *je* Z = R proto i $\varphi = 0$ a induktivní a kapacitní reaktance jsou nulové. Pokud ovšem bude $\omega < \omega_r$, uplatní se kapacitní část reaktance ($X_C > X_L$) a argument φ bude záporný v rozsahu 0 až - $\pi/2$. Naopak vzroste-li frekvence $\omega > \omega_r$, začne převládat induktivní část reaktance, tedy ($X_L > X_C$) argument φ je kladný a pohybuje se v rozmezí 0 až $\pi/2$.

Charakteristickou vlastností rezonančního obvodu je poměrně malá vstupní impedance Z = R (v ideálním případě Z = 0), což má za následek, že musíme obvod napájet ze zdroje proudu. Napětí na rezonančním obvodu pak bude Q- krát menší než napětí na prvcích L a C. Při využití sériového rezonančního obvodu v měniči je nutné brát na zřetel na to, že celkový proud, který proteče obvodem s malou impedancí, pak bude zatěžovat i spínací tranzistor. Pro názornou představu velikost odporu R cívky je 4m Ω , potřebný proud pro vytvoření magnetického pole je 100A, takže napětí zdroje potřené k protlačení tak velkého proudu je jen 0,4V. Tranzistor tak spíná napájecí napětí zdroje tak i napětí na rezonančním obvodu při napětí 0,8V. Jelikož spínat tak velký proud jedním tranzistorem při tak velkém kmitočtu je dosti komplikované, muselo by se proto využít několika paralelné řazených tranzistorů. Provedení rezonančního obvodu pomocí sériového řazení prvků LC není zrovna nejvhodnější, lze tedy využít jen jednoho spínacího prvku viz. kapitola Paralelní rezonanční obvod.



3.5.2 Paralelní rezonanční obvod

Pro určení podmínek vzniku rezonance v sériovém rezonančním obvodu vycházíme z komplexní impedance obvodu podle obr. 3.13

$$\overline{Y} = G + \frac{1}{j\omega L} + \omega C = G + \left(\omega C - j\frac{1}{\omega L}\right)$$
(3.5.2.1)

Modul pak je:

$$\left|Y\right| = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \tag{3.5.2.1}$$

Argument impedance jak je:





Obr.3.13 Rezonance v paralelním obvodu RLC

Tento model obvodu se dá využít pro prvotní nastínění řešení rezonančního obvodu. Obvod na Obr.3.14 pak bude mít praktické využití pro řešeni reálného rezonančního obvodu tvořeného Helmholtzovou cívkou.



ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií Vysoké učení technické v Brně



Obr.3.14 Reálný rezonanční obvod

Reálný rezonanční obvod je tvořen cívkou se sériově řazeným odporem R a indukčností L a to vše je pak paralelně připojeno ke kondenzátoru. Odpor R zde sice zahrnuje ztráty v cívce, resp. ve vodičích cívky. Mimo to je i kondenzátor dosti ztrátový. Pro admitanci obvodu můžeme psát:

$$\overline{Y} = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C \tag{3.5.2.3}$$

Abychom oddělili reálnou část admitance paralelního obvodu od imaginární, tak musíme zlomek rozšířit o "1" tj.vynásobit komplexně sdruženým jmenovatelem. Dostaneme pak:

$$\overline{Y} = \frac{1}{R + j\omega L} \cdot \frac{R - j\omega L}{R - j\omega L} + j\omega C = \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\omega C$$

Pak obdržíme reálnou a imaginární část admitance oddělenou:

$$\overline{Y} = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right)$$
(3.5.2.4)

Při rezonanci nám zanikne imaginární část admitance:

$$\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} = 0$$

Odtud pak můžu vyjádřit rezonanční kmitočet:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2} \tag{3.5.2.5}$$

44



ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií Vysoké učení technické v Brně

Modul pak je:

$$|Y| = \sqrt{\left(\frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)^2}$$
(3.5.2.6)

Argument:

$$\varphi = \arctan \frac{\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}}{\frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2}}$$
(3.5.2.7)

Průběh modulu impedance obvodu pak je:

$$|Z| = |Y| = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)^2}}$$
(3.5.2.8)

Chování paralelního rezonančního obvodu s Helmholtzovou cívku o L = 935 nH, C = 2,17 μ F a odporem hliníku R = 4,06 m Ω vystihuje kmitočtová charakteristika admitance impedance a argumentu φ :



Obr.3.15 Průběh admitance reálného paralelního rezonančního obvodu





Obr.3.18 Průběh argumentu *\varphi* reálného paralelního obvodu

Všimněme si vztahu 3.5.2.4, z něhož plyne pro $\omega = \omega_r$ je Z = R_r tedy levé části zlomku, která je oproti sériové rezonanci tvořena i indukčností L a celý zlomek je pak závislý na frekvenci. Pravá část zlomku je pak nulová. Pokud ovšem bude $\omega < \omega_r$, uplatní se induktivní část vodivosti takže ($B_L > B_C$) a φ bude záporný v rozsahu 0 až - $\pi/2$. Pakliže vzroste frekvence $\omega > \omega_r$, začne převládat kapacitní část reaktance, tedy ($B_C > B_L$) argument φ je kladný a pohybuje se v rozmezí 0 až $\pi/2$.

Při připojení paralelního rezonančního obvodu k napájecímu zdroji má pak zdroj při

 $\omega = \omega_r$ připojenou velkou impedanci (u ideálních prvků *L* a *C* je $Z_r = \infty$), takže přiložené napětí protlačí touto impedancí malý proud (napájíme ze zdroje napětí). Takže hodnota napájecího proudu je jiná než hodnota proudu v rezonančním obvodu při výměně energie mezi kondenzátorem a cívkou, pro kterou platí

$$I_{L \max} = \frac{U_d}{Z_0} = \frac{U_d}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$$
(3.5.2.9.)

Proud uvnitř obvodu je tedy dán napájecím napětím U_d a vnitřní impedancí Z_0 rezonančního obvodu, jenž je dána velikostí akumulačních prvků L a C. Tato impedance je pak podstatně menší než rezonanční impedance Z_r . Takže velikost střední hodnoty proudu, jenž napájí rezonanční obvod je:



$$I_{d} = \frac{U_{d}}{Z_{r}} = \frac{U_{d}}{\frac{R^{2} + \omega^{2}L^{2}}{R}}$$
(3.5.2.10)

Neboli můžeme říci, že velikost proudu ve střední hodnotě I_d je Q- krát menší než maximální výchylka proudu I_{Lmax} uvnitř rezonančního obvodu tekoucího cívkou L podle vztahu 1.5.2 nebo 1.5.4.



Obr.3.19 Rezonanční obvod s pulsním napájením

Z konstrukčního hlediska je tedy tranzistor, jenž spíná s frekvencí $f = f_r$ a střídou cca 10% namáhán proudem I_d resp. jej dimenzujeme na maximální hodnotu tohoto proudu viz.kapitola Veličiny v rezonančním měniči s Helmholtzovou cívkou, návrh spínacího obvodu. Velikost napětí na tranzistoru pak je $2U_d$ a to je dáno napětím zdroje a napětím na rezonančním obvodu podle rovnice :

 $u_{CE}(t) = u_d(t) + u_r(t)$ (3.5.2.11)

a pro maximální hodnoty to je :

$$U_{CE} = U_d + U_r = 2U_d$$

kde $U_d = U_r$

Výhodou tedy je, že ze při konstrukci využijeme jen jeden tranzistor, který bude spínat proud I_{dmax} a to při $u_{CE}(t) = 0$. Je tedy lepší spínat menší proud při nule napětí a součástku mít dimenzovanou na vyšší napájecí napětí, nežli mít součástku dimenzovanou na velký proud a velmi malé napětí jak tomu bylo v předchozí kapitole. Výhodou je tedy menší zatížitelnost tranzistoru.



3.6 Rezonanční měnič:

Rezonanční měniče se ve výkonové elektronice využívají převážně k omezení spínacích ztrát, neboť moderní měniče pracují na dosti vysokých kmitočtech a tím se zvyšuje celkový podíl ztrát v měniči. Tomu se dá do určité míry zabránit tak, že se k výkonovým prvkům tedy tranzistorům, přiřadí *LC* odvod. Ten je pak připojen buď při průchodu proudu nulou a nebo při průchodu napětí nulou . Speciálně se tento obvod připojuje při komutaci jednotlivých výkonových prvků měniče. Výsledkem je snížení strmosti náběžné a sestupné hrany výstupního napětí měniče, čemuž se taky v praxi říká měkké spínání.

V tomto případě je využita rezonance k tomu, abychom dosáhli co možná nejvyšší magnetické indukce. Obvod je naladěn tak, aby proud dosahoval svého maxima při konkrétním kmitočtu v obvodu *LC*. Jelikož konstrukce cívky není provedena klasickým způsobem tj. solenoid a toroid, ale je využitá Helmholtzová cívka s dosti specifickými vlastnostmi, vhodnými pro tyto účely výzkumu viz. kapitola Magnetismus. K Helmholtzové cívce i indkukčnosti L = 935nH je připojena kondenzátorová baterie a obvod je naladěn na frekvenci, která odpovídá vztahu 3.3.19. Do tohoto obvodu je pak injektován tranzistorem proud, jehož střední hodnota je Q-krát menší, než maximální hodnota proudu cirkulující v rezonančním LC obvodu.

Napětí v rezonančním LC obvodu má sinusový průběh a kmitá v rozmezí $\pm U_d$ s určitým překmitem na kondenzátorech ΔU (tento překmit může být i nulový). Napětí na spínacím tranzistoru pak je $2U_d + 2 \Delta U$. Jelikož tranzistor MOSFET má ve své struktuře zabudovanou parazitní nulovou diodu, která nám způsobí to, že pokud se na ní objeví záporné napětí $-\Delta U$, tak nám tento zákmit "ořízne" a na tranzistoru bude po krátký okamžik nulové napětí. Tohoto okamžiku využíváme ke spínání tranzistoru, neboť tím omezíme přepínací ztráty a zamezíme odtékaní proudu zpět do zdroje. Při sepnutí tranzistoru se do rezonančního LC obvodu injektuje proud, který nám pokryje ztráty v obvodu cívky a proud odvedený zpět do zdroje přes nulovou diodu. Pro názornost uvádím průběh dodávky energie do LC obvodu pro ideální rezonanční obvod, v němž neuvažuji odpor cívky (a zanedbávám ztráty v dielektriku) a pro reálný obvod.

3.6.1 Ideální rezonanční LC obvod

Pro zjednodušení budeme zpočátku uvažovat spínání při $\Delta U=0$ tj. na tranzistoru se nám neobjeví záporný zákmit. Zdroj má na výstupu připojenou impedanci rovnou nekonečnu, tudíž můžeme prohlásit, že zdroj pracuje naprázdno a do zátěže v ustáleném stavu nedodává proud. Dále se pak v tomto režimu neuplatní nulová dioda tranzistoru MOSFET. Dochází pak jen k načerpání el. energie ze zdroje do LC obvodu resp. se načerpá určitá část energie do cívky v podobě magnetické energie. Pro maximální hodnotu proudu platí:

$$I_{injektL} = \frac{1}{L} \int_{0}^{t} u_{d}(t) dt$$
 (3.6.1.1)

Proud se do obvodu injektuje za dobu 3-5 period, záleží na jak dlouho bude tranzistor sepnut. Platí potom přímá úměra, že čím delší čas, tím vyšší proud (náboj) se do obvodu nateče. Proud tranzistorem bude v tomto režimu dosahovat vysokých hodnot, což by mohlo vést ke zničení





Obr.3.20 Průběh spínání tranzistoru při průchodu napětí nulou u ideálního LC rezonančního obvodu bez překmitu natětí ΔU

Pokud bude délka časového intervalu kdy se injektuje proud od cívky 1 μ s u mého obvodu, bude maximální hodnota proudu injektovaná do obvodu $I_{injekL}=128A$, takže proud by dosáhl ustálené hodnoty již při druhém sepnutí tranzistoru. Při dalším spínání by se již žádná energie do rezonančního obvodu neinjektovala a obvod by kmital netlumenými kmity.

V případě, že se na tranzistoru objeví záporný překmit natětí ΔU , zareaguje nulová dioda a tento překmit svede do zdroje, takže na tranzistoru bude na krátký okamžik nulové napětí. Část náboje se pak z rezonančního obvodu odvede přes nulovou diodu zpět do zdroje do okamžiku, než sepne tranzistor viz. Obr. 3.21.



Obr. 3.21 Průběh spínání tranzistoru při průchodu napětí nulou u ideálního LC rezonančního obvodu s překmitem natětí ΔU

Náboj q_2 reprezentuje energii, jenž byla odvedena z rezonančního obvodu zpět do zdroje. Náboj q_1 pak je náboj dodaný zdrojem na krytí odvedené energie a je roven náboji q_2 , tak aby platil zákon zachování energie. Proud dodávaný ze zdroje je při krytí odvedené energie daleko menší než proud při prvotním sepnutí tranzistoru. Výkonová ztráta na tranzistoru je nulová, neboť tranzistor spíná při nule napětí.

3.6.2 Reálný rezonanční LC obvod

Nyní budeme uvažovat reálný rezonanční obvod a tak jako v předchozím bodě budeme uvažovat nejdříve situaci, kdy se nám na tranzistoru neobjeví překmit napětí - ΔU . Takže při připojení reálného rezonančního obvodu k zdroji nám ze zdroje teče proud, jehož maximální hodnota je I_{Dmax} = 19,35A (velikost injektovaného proudu je dána střídou řídícího signálu a ta je volena kolem 10%). K ustálení dojde za několik period, kdy bude hodnota proudu již rovna maximu proudu v rezonančním obvodu tj. I_{Lmax} = 175A proud se ustálí za dobu:

$$t_{ust} = \frac{I_{L\max}}{I_{D\max}}T = \frac{I_{L\max}}{I_{D\max}}\frac{1}{f} = \frac{175}{19,35} \cdot \frac{1}{111,6 \cdot 10^3} = 81\mu s$$
(3.6.2.1)

Pokud bychom v ustáleném stavu odpojili napájení a nechali obvod kmitat tlumenými kmity, klesnul by proud a napětí v rezonančním obvodu podle vztahu 3.3.15 a 3.3.18, čemuž odpovídají průběhy proudu a napětí viz. Obr. 3.22 a Obr. 3.23.





Jak je z obrázku patrno, proud a napětí nám v rezonančním obvodu zaniknou za cca 1ms. Injektovaný proud ze zdroje slouží ke krytí ztrát tak, aby nedošlo k zániku rezonančního děje. Jelikož tranzistor spíná v pulsech se střídou, musíme určit nejkratší možnou délku pulsu, aby proud v rezonančním obvodu nezanikl. Injektace proudu do cívky je dána energií, jenž je zmařena při spínání tranzistoru - spínací ztráty, v přívodech, v dielektriku kondenzátoru a ve vinutí cívky. Délka pulsu tedy bude přímo úměrná zmařené energii:

$$i(t) = I_0 + \frac{1}{L} \int U_d dt = \frac{U_d}{L} t$$
(3.6.2.2)

$$W_{d} = U_{d} \cdot Q = U_{d} \cdot \int_{0}^{t_{in}} i(t)dt = U_{d} \cdot \int_{0}^{t_{in}} \frac{U_{d}}{L} \cdot t \cdot dt = \frac{U_{d}^{2}}{L} \cdot \frac{t_{on}^{2}}{2}$$
(3.6.2.3)

$$P_d = \frac{W_d}{T} = W_d \cdot f = \frac{U_d^2}{L} \cdot \frac{t_{on}^2}{2} \cdot f$$
(3.6.2.4)

Délka nejkratší doby injektace proudu do obvodu potom je:

$$t_{on} = \frac{1}{U_d} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P_d \cdot L}{f}}$$
(3.6.2.5)

Pro změřený ztrátový výkon 80W, frekvenci 111,6kHz a napájecí napětí $U_d = 120$ V je nejkratší doba injektace $t_{on} = 0,305$ µs. Proud a napětí na tranzistoru mají v tomto případě tvar viz. Obr. 3.24,



Obr.3.24 Průběh spínání tranzistoru při průchodu napětí nulou u reálného LC rezonančního obvodu bez překmitu natětí ΔU



kde náboj q_2 představuje disipační energii a náboj q_1 je náboj dodávaný zdrojem pro vykrytí této ztráty. V obr.3.24 není plocha q_2 rovna ploše náboje q_1 . Je to z toho důvodu, že interval t_{on} si můžeme libovolně zvolit a proud, který nám zde teče do rezonančního obvodu bude přímo úměrný ztrátám a tedy i délce pulsu, takže plocha q_1 může přesahovat plochu disipačního náboje q_2 , ale pokud vyjdeme ze zákona zachování energie, tak by tyto plochy měly být stejné.

Pokud budeme uvažovat stav, kdy dojde k překmitu napětí ΔU na rezonančním obvodu, bude situace stejná jak v případě ideálním, jen s tím malým rozdílem, že zdroj musí krýt kromě náboje q_2 odvedeného nulovou diodou ještě náboj q_{ztr} představující ztrátovou energii viz. Obr.3.25.



Obr.3.25 Průběh spínání tranzistoru při průchodu napětí nulou u reálného LC rezonančního obvodu s překmitem natětí ΔU

Délka nejkratšího intervalu sepnutí tranzistoru pak bude vyšší, a to o výkon P_{d2} , jenž byl odveden přes nulovou diodu. Velikost výkonu se potom dá určit měřením a podle toho nastavíme i střídu výstupního signálu. Výhodou záporného překmitu je, že při spínání tranzistoru je po dobu vedení proudu nulové napětí rezonančního obvodu, takže výkonová ztráta při přepínání je v podstatě zanedbatelná oproti předchozímu případu, kdy při průchodu proudu tranzistorem bylo na tranzistoru napětí. Průběh nárůstu proudu uvažuji lineární z důvodu toho, že proud nejdříve teče do cívky rezonančního obvodu, kde vytváří magnetické pole a následně se pak přelévá do kondenzátoru, zde je jíž průběh "sinusový".



3.7 Veličiny v rezonančním měniči s Helmholtzovou cívkou, návrh spínacího obvodu:

V předchozích kapitolách byla shrnuta teorie rezonančního děje, z níž potom plynou důsledky, které využíváme pro konstrukci měniče pracujícího s paralelním rezonančním obvodem. Při návrhu tranzistoru vycházíme z toho, že proud tekoucí tranzistorem by měl být lineární viz. např. obr. 23. Proud v rezonančním obvodu je dán vztahem 3.4.1 a jeho velikost při plném zatížení tj. $U_d = 120$ V je:

$$I_{L \max} = \frac{U_d}{Z_0} = \frac{U_d}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{120}{\sqrt{\frac{935 \cdot 10^{-9}}{2,175 \cdot 10^{-6}}}} = 183A$$
(3.7.1)

kde L = 935nH a C = 2,175µF

Pak střední hodnota proudu tekoucí ze zdroje a injektovaná tranzistorem je dán vztahem 3.5.2.10:

$$I_{d} = \frac{U_{d}}{Z_{r}} = \frac{U_{d}}{\frac{R^{2} + \omega^{2}L^{2}}{R}} = \frac{120}{\frac{(4.06 \cdot 10^{-3})^{2} + (2 \cdot \pi \cdot 111, 6 \cdot 10^{3} \cdot 935 \cdot 10^{-9})}{4.06 \cdot 10^{-3}}} = 1,13A$$

Tato hodnota je pak Q-krát menší než-li hodnota maximálního proudu v rezonančním obvodu, což vyhovuje předpokladu a velkost činitele kvality je při frekvenci f = 111,6kHz:

$$Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot L}{R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 111, 6 \cdot 10^3 \cdot 935 \cdot 10^{-9}}{4,06 \cdot 10^{-3}} = 161,5$$
(3.7.2)

proud I_d je:

$$I_d = \frac{I_{L \max}}{Q} = \frac{183}{161,5} = 1,13A \tag{3.7.3}$$

Nyní známe střední hodnotu proudu tekoucího tranzistorem. Abychom určili i jeho maximální hodnotu, vyjdeme ze vztahu pro střední hodnotu:

$$I_{st\tilde{r}} = \frac{1}{T} \int_{0}^{t} i(t) \cdot dt \tag{3.7.4}$$

Jelikož je nárůst proudu lineární, viz. Obr. 3.26, je střední hodnota dána vztahem:

$$I_{st\bar{r}} = \frac{1}{T} \int_{0}^{t} k \cdot t \cdot dt = \frac{k}{T} \left[\frac{t^2}{2} \right]_{0}^{t}$$
(3.7.5)



ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií Vysoké učení technické v Brně

56



napětí bude zkresleno nabíjením kapacity G-S, což vede k zdlouhavému otevírání tranzistoru a

ten je pak zbytečně namáhán. Návrh řídící jednotky bude uveden v následující kapitole.



4 Řídicí jednotka a napájení rezonančního obvodu

4.1 Řídicí jednotka:

Řídicí signál pro tranzistor kmitá s frekvencí 111,6k Hz s co možná nejkratším spínacím impulsem (se střídou pod 10%). Jelikož při řešení problému, jak zkonstruovat řídící jednotku tak, aby byl spínací signál co možná nejkratší, jsme omezeni parametry použitých součástek. Danými parametry jsou spínací a vypínací čas tranzistoru, parazitní kapacity a indukčnosti součástek a přívodních vodičů. Struktura řídící jednotky je založena na použití řady CMOS, která má tu výhodu, že čím vyšší bude napájecí napětí, tím rychlejší bude čas spínání. Napájecí hladiny napětí CMOS-ových součástek jsou 5, 10 a 15 V, a pro co nejlepší funkci volím napětí 15V. Pro generování impulsů je využit obvod 4047, jenž může být zapojen jako astabilní klopný obvod a generuje obdélníkové impulsy se střídou 50% a frekvencí 111,6kHz. Nastavení frekvence signálu se provádí nastavením RC členu, připojeného na piny IO 1, 2, 3. Vhodné nastavení RC členu je uvedeno výrobcem v datasheetu a velikost kapacity C = 430 pF a $R = 9,28 \text{k}\Omega$ - (odpor R je sestaven z pevného odporu $R_1 = 6k8$ a pak vysokootáčkového trimru s přesným nastavení o hodnotě 5k Ω). Hodinový signál je vyveden z astabilního klopného obvodu z pinu 13 a přiveden na pin 8 do monostabilního klopného obvodu, kde je opět využito univerzálního klopného obvodu 4047. Monostabilní KO reaguje na náběžnou hranu vstupního signálu tím, že vygeneruje na vstup zákmit, jehož délku nastavíme opět pomocí *RC* členu (C = 330pF, $R = 10k\Omega$). Výstupní signál z MKO je ještě mírně zkreslen nabíjením kapacity v RC členu. Proto je pro vytvarování využito mezistupně tvořeného z rychlých invertorových hradel zapojených paralelně. Tímto mezistupeněm dojde k zaostření náběžné a sestupné hrany signálu z invertovaného stupně MKO. Z invertujících hradel přichází signál na koncový stupeň tvořený emitorovým sledovačem NPN -BC 639 a PNP – BC 640 (po úpravě nahrazeny tranzistory BD 711 a BD 712). Signál je tímto koncovým stupněm oddělen od řídící elektroniky a zesílí jej proudově na námi požadovanou úroveň. Odporem R_G (zvoleno z katalogu 5 Ω pro tranzistor IRFP350) nastavíme pracovní bod spínacího tranzistoru podle pokynů výrobce, čímž zajistíme, aby byl tranzistor správně buzen do Gate a bylo na něm co možná nejmenší napětí $U_{DS}(U_{CE})$ v sepnutém stavu. Odpor R_G je úmyslně volen co možná nejmenší z důvodu omezení nabíjecího a vybíjecího děje kapacity G-S. Pokud by byl odpor R_G příliš velký (řádově jednotky Ω), byl by i signál jdoucí do Gate ovlivněn nabíjecím dějem a signál by již nebyl obdélníkový, ale naopak nabíhal by a klesal po částech "exponenciál". Pro zajištění správné funkce celého řízení spínání musíme zajistit, aby koncový stupeň a spínací tranzistor byly odolné proti rušení, Toho se dá dosáhnou snížením indukčnosti přívodu tím, že tranzistor koncový stupeň a odpor R_G jsou spojeny co možná nejkratším geometrickým uspořádáním. Dále pak je řídící obvod chráněn dvojicí ochranných diod. Ty zajišťují odvod náboje z kapacity tranzistoru G-S zpět do zdroje, čímž chrání řídící obvody a zlepšují vypínací děj tranzistoru.





Výpočet špičkového proudu pro buzení tranzistoru. Řídící signál má při spínání úroveň 0V nebo +15V, takže špičkový proud tekoucí do Gate spínacího tranzistoru pak je přes odpor R_G :

$$I_{G\max} = \frac{U_{CE}}{R_G} = \frac{15}{5} = 3A \tag{4.1.1}$$

V prvotním návrhu byla uvažována dvojce tranzistorů BC639 a BC640, tyto tranzistory jsou ovšem konstruovány na proud max. 1A, takže proto je nahrazuji dvojicí tranzistorů BD711 a BD712. Vnucený činitel proudového zesílení h_{21E} pak bude:

$$h_{21E} = \frac{I_{DS}}{I_G} = \frac{19,35}{3} = 6,45 \tag{4.1.2}$$

Proud tekoucí přes invertující stupeň pak je určen z datasheatu pro tranzistory BD711 a 712, $\beta = h_{21E} = 40$ proud tekoucí přes invertovací hradla je:

$$I_{hrad} = \frac{I_{G\max}}{\beta} = \frac{3}{40} = 75mA$$
(4.1.3)

Jelikož je jedno hradlo koncipováno na proud maximálně 20mA a je těchto hradel zapojeno 6, tak mám dosti velkou rezervu proudu při buzení emitorového sledovače.

Pozn.:

Pozor při nastavování rezonančního kmitočtu. Obvod 4047 je velmi choulostivý na velikosti napájecího napětí. Pokud jsme nastavili rezonanční kmitočet při napájení ze stabilizovaného zdroje U = 15V a následně přenesli toto nastavení pro napájení ze stabilizátoru L78S15, může dojít při chodu tranzistoru k jeho destrukci, neboť napájecí napětí je v určité toleranci dané výrobcem (+/- 0,3V) a nastavená frekvence se pak může lišit. Proto je vhodné nastavit frekvenci znova. Pro přehlednost jen uvádím tabulku závislosti frekvence AKO v závislosti na napájecím napětí f = f(U):







Obr. 4.4b: Schéma odpínacího obvodu

Aby napětí U_d v rezonančním LC obvodu nebylo skokové a nepoškodilo spínací tranzistor, je mezi usměrňovač a filtrační kondenzátor umístěn nabíjecí výkonový rezistor vytvářející s filtrační kapacitou RC člen, na němž je dán nárůst napětí rovnicí:

$$u(t) = U_D \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{4.2.1}$$

kde $\tau = R_{Nab} \cdot C$

Jelikož nabíjecí děj proběhne za čas cca $3\tau = 3 \cdot R_{Nab} \cdot C = 3 \cdot 33 \cdot 3 \cdot 470 \cdot 10^{-6} = 93 \text{ ms},$ napájecí napětí se ustálí na hodnotě 100V a výkonovým rezistorem bude procházet proud, jehož efektivní hodnota způsobí na nabíjecím odporu výkonovou ztrátu:

$$P_{Ztr} = R_{nab} \cdot I_{ef}^2 = 33 \cdot 0.58^2 = 11.1 \,\mathrm{W}$$
(4.2.2)

která bude přeměněná na teplo. Abychom tomuto nežádoucímu maření výkonu zabránili, přemostíme po uplynutí námi zvoleného časového intervalu tento nabíjecí rezistor. Přemostění nám zajistí obvod na obr. 15. Odpínací obvod je tvořen RC-členem s časovou konstantou $\tau = R \cdot C = 4,7$ s. Tento RC-člen je připojen na vstup smittova klopného obvodu s hysterezí, který má tu vlastnost, že při přiloženém vstupním napětí přesahujícím jeho histerezní napětí U_H se obvod překlopí a vygeneruje na vstupu signál odpovídající vstupnímu signálu ovšem bez šumu. Pokud napětí nepřesáhne hranici histerezního napětí U_H , je přicházející signál vyhodnocen jako rušivý šum, tudíž na něj obvod nereaguje a překlopí se až tehdy, kdy napětí překročí hranici U_H . Tohoto využíváme pro zpoždění signálu přicházejícího k tranzistorům BC639, jenž ovládají dvě relé, jenž připojují celý systém k napájení a také zajišťují přemostění nabíjecího obvodu.

Při sepnutí spínače S1 je nejdříve připojeno napájení pro řídící jednotku a odpínací obvod s výstupy +15V a +24V. Řídící jednotka začíná generovat impulsy, ovšem na tranzistoru není ještě přiloženo napětí U_D . Tranzistor je tedy připraven na spínání a je zabezpečen proti zničení. Při připojení napájení jen nabíjecí časová konstanta R_1C_1 - členu v odpínacím obvodu. Výstup je pak přiveden na dvojici schmittových hradel. Hradlo má histerezní napětí $U_H = 1,8V$ a při nabíjení v RC-členu na hodnotu 15 v sepne za cca 0,6 s viz. výpočet návrhu odpínacího obvodu.



Tím je připojeno napájecí napětí pro rezonanční LC odvod a začíná nabíjení přes nabíjecí rezistor. Po uplynutí času 93 ms je již na spínacím tranzistoru plné napětí a tranzistor již 11160-x sepnul. Ze schmittova klopného obvodu je napájen R_2C_2 – člen, jenž přes další dvojici schmittových klopných obvodů přemostí nabíjecí rezistor za 1,2 s od sepnutí spínače S1. Po této proceduře je již systém plně připraven k dlouhodobému provozu.

4.2.1 Výpočet návrhu odpínacího obvodu:

Výpočet času překlopení smittoveho hradla v obvodu 40106: víme, že průběh napětí v R_1C_1 – členu je exponenciální a má tvar podle rovnice:

$$u(t) = U_{CC} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{4.2.1.1}$$

a ustálí se na hodnotě 15 V. Pokud budeme tento průběh nabíjecího napětí srovnávat s histerezním napětím $U_H = 1,8V$, můžeme pak určit čas, kdy nám překlopí smittův klopný obvod.



Obr.4.5 Grafické znázornění doby překlopení Schmittova hradla



ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií Vysoké učení technické v Brně

Vyjdeme z rovnice:

$$U_{H} = U_{CC} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\frac{U_{H}}{U_{CC}} = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\frac{U_{H}}{U_{CC}} - 1 = -e^{-\frac{t}{\tau}} / \ln$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln\left(1 - \frac{U_{H}}{U_{CC}}\right) \Rightarrow t_{on} = -\tau \cdot \ln\left(1 - \frac{U_{H}}{U_{CC}}\right) = -4,7 \cdot \ln\left(1 - \frac{1,8}{15}\right) \cong 0,6s$$
(4.2.1.2)

Napájení LC rezonančního obvodu bude připojeno za 0,6s a nabíjecí rezistor bude přemostěn za dobu $2t_{on} = 1,2s$.

Nastavení pracovního bodu pro tranzistor BC639:

- požadavek je, aby tranzistor pracoval ve spínacím režimu, tj, bude muset pracovat s vnuceným proudovým zesilovacím činitelem $h_{2IE} = \beta = 10-30$ tak, aby byl co nejvíce buzen do báze, což bude mít na následek velmi malé napětí U_{CE} .

Výkon potřebný na sepnutí a udržení spínacího kontaktu relé Finder 40.31 je 0,5W. Z toho určíme proud, neboť cívka relé bude napájená 24V.

$$I_{\text{Re}I} = \frac{S}{U_{CC}} = \frac{0.5}{24} = 21 \,\text{mA}$$
(4.2.1.3)

Proud kontrolní LED diodou volíme 10mA a odpor, jenž nastaví pracovní bod svítivé diody pak bude dán rozdílem napětí mezi napájením a svítivou diodou:

$$R_4 = \frac{U_{CC} - U_{LED}}{I_{LED}} = \frac{24 - 2.2}{10 \cdot 10^{-3}} = 2.18k \approx 2k2 - volime$$
(4.2.1.4)

Celkový proud tranzistorem bude pak dán proudem relé a proudem diodou a bude:

$$I_C = I_{\text{Rel}} + I_{\text{LED}} = 21 \cdot 10^{-3} + 10 \cdot 10^{-3} = 31 \text{ mA}$$

Tranzistoru do báze vnutíme proud IB = 2mA, čímž budeme mít zajištěno to, že tranzistor bude ve spínacím režimu a bude pracovat s proudovým zesilovací činitelem h_{21E} = 15. Do obvodu je pak ještě vřazen mezi bázi a emitor rezistor R_3 , jenž zajišťuje rychlé spínání tím, že odvede náboj Q z kapacity mezi bází a emitorem. Výpočet odporů R_3 a R_4 :

$$R_4 = R_{BE} = \frac{U_{BE}}{I_R} = \frac{0.6}{0.2 \cdot 10^{-3}} = 3000\Omega \Longrightarrow volime \ 3k3$$
(4.2.1.5)

Proud I_R volíme vždy tak aby by 10% z proudu do báze.

$$R_{3} = \frac{U_{vyst} - U_{BE}}{I_{1}} = \frac{14 - 0.6}{2 \cdot 10^{-3} + 0.2 \cdot 10^{-3}} = 6090\Omega \Longrightarrow volime \ 5k6 \tag{4.2.1.6}$$

z důvodu lepšího buzení báze.



5 Měření na rezonančním obvodu:

Měření na rezonančním obvodu s měničem nám dává několik důležitých informací o chování reálného rezonančního obvodu a hlavně o správném nastavení rezonančního kmitočtu. Abychom se vyhnuli možnému poškození spínacího tranzistoru je napájecí napětí voleno $U_{2ef} = 30$ V. Po usměrnění bude střední hodnota :

$$U_d = \sqrt{2}U_{2ef} = \sqrt{2} \cdot 30 = 42,43V \tag{5.1}$$

Pro nastavení rezonančního kmitočtu je využito schéma na obr.5.1



Obr. 5.1: Schéma zapojení pro měření na rezonančním obvodu s měničem

Napájení je zprostředkováno pomocí autotransformátoru. Hodnota napájecího napětí je tedy $U_{2ef} = 30$ V, proud a napětí jsou přivedeny na Graetzův můstek, kde jsou dvoucestně usměrněny. Proud z usměrňovače teče přes magnetoelektrický přístroj snímající střední hodnotu proudu. Odpor R_{reg} zajišťuje omezení rychlého nárůstu proudu. Proud je přiveden na další usměrňovač s vyhlazovací kapacitou. Umístění ampérmetru mezi dva usměrňovače má pak jednu důležitou vlastnost a to tu, že oddělíme indukčnost ampérmetru od indukčnosti rezonančního obvodu. Následně je proud injektován spínacím tranzistorem do rezonančního obvodu. Proud tekoucí tranzistorem je snímám vysokofrekvenční Hallovou sondou. Ta je umístěna do obvodu tak, aby měřila jen proud spínacího tranzistoru a ne nabíjecí proud tekoucí z vyhlazovacího kondenzátoru a tranzistoru přímo do rezonančního obvodu.



5.1 Pravidla pro nastavení rezonance v LC obvodu:

- 1. Při měření proudu a nastavení rezonanční frekvence spínaní tranzistoru bude odebíraný proud při $\omega = \omega_r$ ve střední hodnotě nejmenší. To se detekuje tak, že pokud budu měnit frekvenci výstupního signálu z AKO pomocí trimru, bude ručička přístroje při přibližovaní se rezonančnímu kmitočtu ukazovat stále menší hodnoty proudu.
- 2. Důležité je taky nastavit správnou střídu spínání tranzistoru. Pokud budeme střídu rozšiřovat byť jen o pár procent než je mnou zvolená střída spínání tj. s = 10%, bude i injektovaný proud do rezonančního obvodu vyšší, takže se zvýší i dodána energie do obvodu. Zvýšení dodané energie do obvodu pak způsobí, že napětí na kondenzátoru překročí hodnotu U_d a napětí na tranzistoru pak má tendenci překmitnout $2U_d$. Pokud tedy napětí na tranzistoru "podkmitne" pod nulu, viz. kapitola rezonanční měnič, zareaguje nulová dioda a odvede část energie zpět do zdroje. Na tranzistore je v tomto okamžiku nulové napětí. Úkolem tedy je nastavit takovou střídu, při které bude napětí na tranzistoru nulové viz *Obr.5.5*. Pokud začnu střídu naopak snižovat, nedojde k "podkmitu" napětí na tranzistoru, respektive napětí na kondenzátoru v rezonančním obvodu bude menší než hodnota napájecího napětí U_d a tranzistor bude spínat do napětí cca 5-10V (podle nastavení střídy). Tento jev je charakteristický tím, že injektovaný proud bude mít tvar velmi ostré špičky a při spínaní se nám zvýší přepínací ztráty *Obr.5.7*. Na magnetoelektrickém přístroji toto již nepoznáme. Odebíraný proud bude v obou případech co možná nejmenší pro $\omega = \omega_r$.

5.2 Měření na osciloskopu- průběhy veličin v řídící jednotce a na rezonančním obvodu:



Obr. 5.2: Výstupní signál z AKO



Obr.5.4: Řídicí napětí na "Bázi-Gate" spínacího tranzistoru



Obr. 5.5: Průběh proudu napětí n tranzistoru, dole pak je vidět řídící signál měřený na řídící elektrodě gate- detail

Všimněme si malého poklesu proudu tranzistoru - je to zobrazeno v kolečku. V tomto bodě je pak detailně vidět, jak parazitní nulová dioda předává proud tranzistoru a ten pak vede po zbytek řídícího pulsu. Maximální velikost proudu injekotvaného do rezonančního obvodu je $I_{Dmax} = 4A$. Kmity patrné na obr. 3.24 po odeznění řídícího signálu jsou způsobeny rušením, takže se jedná o šum, který můžeme ignorovat. Pro přehlednost ještě uvádím makroskopický obrázek kmitu, kde je na sinusoidě napětí tranzistoru patrné zvlnění. Toto zvlnění je způsobeno kmity na parazitní indukčnosti přívodů. Jelikož je frekvence kmitu 4-krát vyšší než frekvence napětí v rezonančním obvodu, můžeme pak určit i jejich parazitní indukčnost. Ta je pak 16-krát menší než indukčnost Helmholtzovy cívky dle vztahu :

$$4\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$L = \frac{1}{C \cdot 16 \cdot \omega_r^2} = \frac{1}{16 \cdot 2,175 \cdot 10^{-6} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 111,6 \cdot 10^3)^2} = 5.84 \cdot 10^{-8} H$$
(5.2)







Všimněme si, že při užší střídě, kdy je délka řídícího signálu cca 0,4 μ s, je odebíraný proud sice menší $I_{Dmax} = 3,5$ A, ovšem výkonová ztráta na spínacím tranzistoru bude podstatně vyšší než u reakce nulové diody (předpokladem je že při nulovém napětí na tranzistoru je ztráta nulová). Dále pak je vidět, že vypínací děj trvá daleko déle než děj spínací, což vede k již zmíněnému zvýšení ztrát.

 $t_{on} = 0,4\mu s - d\acute{e}lka$ spínacího impulsu

$$t_{off} = 0,6\mu$$

Změřená střední hodnota odebíraného proud $I_d = 0,23A$ při napětí na tranzistoru obvodu sníženém o úbytky napětí na usměrňovačích $U_d = 30V$.

$$W_{on} \cong \frac{1}{4} U_d \cdot I_d \cdot t_{on} = \frac{1}{4} \cdot 30 \cdot 0.23 \cdot 0.4 \cdot 10^{-6} = 6.9 \cdot 10^{-7} J$$
(5.3)

$$W_{off} \cong \frac{1}{4} U_d \cdot I_d \cdot t_{off} = \frac{1}{4} \cdot 30 \cdot 0.23 \cdot 0.6 \cdot 10^{-6} = 1,035 \cdot 10^{-6} J$$
(5.4)

$$P_{pr} = f \cdot (W_{on} + W_{off}) = 111,6 \cdot 10^3 \cdot (6,9 \cdot 10^{-7} + 1,035 \cdot 10^{-6}) = 0,19W$$
(5.5)

Měření napětí, proudu a magnetické indukce v rezonančním obvodu:



Obr.5.8 Průběh napětí a proud v rezonančním obvodu měřeno Rogowského cívkou při plném zatížení($U_d = 120V$) – měřil Ing. Cípín



Pro měření magnetické indukce v prostoru cívky je využita cívka navinutá na kostře o průměru 90mm. Na výstupu cívky pak je umístěná RC propust, viz. Obr.3.28, o útlumu 10 dB. Její dolní mezní kmitočet je volen asi 10-krát menší, než kmitočet magnetického pole v Helmholtzově cívce. Tento kmitočet je volen proto tak nízký, aby výstupní napětí bylo derivací magnetického toku v cívce a platilo:

$$u_2(t) = N \frac{d\phi(t)}{dt}$$
(5.6)

Tedy:

$$\phi(t) = \frac{1}{N} \int u_2(t) dt = \frac{1}{N} \int U_{2m} \cdot \sin(\omega t) dt = \frac{U_{2m}}{\omega N} \cdot \left[-\cos(\omega t)\right]$$

$$B$$

$$N = 10$$

$$W = 10$$

$$U_2(t)$$

$$U_1(t)$$

$$U_2(t)$$

$$U_2(t)$$

$$U_2(t)$$

$$U_2(t)$$

$$U_2(t)$$

Obr.5.9 Schéma cívky a propusti pro měření magnetické indukce

Pro zvolený odpor R = 100k je kapacita C:

$$\tau = \frac{k}{2 \cdot \pi \cdot f_r} = \frac{10}{2 \cdot \pi \cdot 111, 6 \cdot 10^3} = 1,43 \cdot 10^{-5} s$$
(5.8)

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{1.43 \cdot 10^{-5}}{100 \cdot 10^3} = 0.143 \cdot 10^{-9} F \Longrightarrow 150 \, pF \tag{5.9}$$




Nyní můžeme určit velikost magnetického toku a magnetické indukce při napětí na rezonančním odvodu $U_{rmax} = 30V$

$$U_{2max} = 1,9V$$

Magnetický tok pak je:

$$\phi_{\max} = \frac{U_{2m}}{N\omega} = \frac{1.9}{10 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 111.4 \cdot 10^3} = 1.705 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$$
(5.10)

Magnetická indukce pak bude v cívce při průchodu maximem rovna:

$$B_{\max} = \frac{\phi_{\max}}{S} = \frac{1,705 \cdot 10^{-6}}{\frac{\pi \cdot 0,09^2}{4}} = 2,68 \cdot 10^{-4} \,\mathrm{T}$$
(5.11)

Což odpovídá teoretickému předpokladu, neboť při napětí 4-krát vyšším by byla magnetická indukce čtyřnásobná.

6 ZÁVĚR

- 1. Pro generování pulsního magnetického pole byla využita Helmholtzová cívka konstruována podle druhé modifikace. Toto konstrukční uspořádání má zajistit poměrně velký prostor s homogenně rozloženým magnetickým polem. Magnetická indukce potom oscilovala v cívce s frekvencí f = 111,6kHz o amplitudě 1mT. Magnetická indukce poté byla určena v podélné ose x pomocí simulací provedených v programu Matlab viz. Obr.1.11 a v celém prostoru Helmholtzovy cívky pomocí 2D programu FEMM obr.1.16. Výsledky obou simulaci jsou sice co se týká vypočtených hodnot odlišné, ale co do kvalitativního zhodnocení jsou průběhy magnetické indukce tvarově shodné. V konci kapitoly je jen nastíněno možné analytické řešení výpočtu magnetické indukce.
- 2. Druhá část je věnována způsobu, jak docílit oscilujícího magnetického pole v Helmholtzově cívce pomocí rezonačního děje. Výhoda rezonačního obvodu oproti prvotně uvažovanému řešení, kde by byl využit IV. kvadrantový měnič, je v jeho malé energetické náročnosti. Následně je potom srovnáván rezonanční obvod v sériovém a paralelním provedení. Jelikož konstrukční požadavky na sériový rezonanční obvod (teče jím velký proud) jsou vyšší (vyšší proud více součástek), je vhodné zvolit pro konstrukci paralelní rezonanční obvod (menší proudová náročnost kladená na součástky). Je to taky i z praktického důvodu, neboť kondenzátory jsou naletovány na propojky, které spojují obě cívky, což ušetří i prostor v okolí cívky. Výhodou paralelního obvodu je, že pro $\omega = \omega_r$ je jeho impedance $Z = R_r$ dosti velká, takže obvod odebírá relativně malý proud. V našem případě teče do rezonančního obvodu proud $I_d = 1,13A$ při maximálním zatížení.



V kapitole rezonanční měnič je řešen teoretický předpoklad pro spínaní spínacího tranzistoru. Jsou zde uvedeny podmínky pro udržení rezonačního děje v tlumeném *LC* obvod. Následně je pak číselně proveden rozbor veličin v obvodu při plném zatížení pro napájecí napětí $U_d = 120$ V. Proud cívkou v rezonančním obvodu bude oscilovat s frekvencí f = 111,6kHz a jeho amplituda bude dosahovat až 183A. Maximální hodnota proudu tekoucího ze zdroje bude dosahovat 22,5A. Spínací tranzistor, jenž vyhověl těmto požadavkům, byl zvolen MOSFET typ: IRFP350. Pokud budeme uvažovat schopnost buněk přizpůsobit se na konkrétní generované magnetické pole, musíme brát v úvahu, že frekvence rezonančního obvodu je neměnná. Takže přeladěním na jiný kmitočet dojde k rozladění rezonančního obvodu, začne se odebírat ze zdroje vyšší proud a dojde ke zničení spínacího tranzistoru. Jedinou možností, jak zabránit přizpůsobení buněk na konkrétní hodnotu magnetické indukce v cívce, je pozvolna zvyšovat napájecí napětí, čím zvýšíme i magnetickou indukci v cívce.

- 3. V kapitole řídící jednotka a napájení měniče je shrnuto řízení spínaní tranzistoru IRFP350. Napájecí obvod zajišťuje ochranu tranzistoru před náhlým skokovým nárůstem napětí při připojení tranzistoru k napájení. Řídící jednotka pak generuje impulsy s možností nastavení frekvence signálu a jeho střídy. Impulsy o frekvenci 111,6kHz a střídě cca 10% (délka pulsu 800-900ns) jsou přivedeny na spínací tranzistor. Nastavení frekvence a střídy je již shrnuto v další kapitole.
- 4. Poslední kapitola je věnována měření na měniči s rezonančním obvodem. Je zde shrnuta problematika nastavení správného kmitočtu a střídy tak, aby tranzistor spínal a injektoval proud při nulovém napětí. Následně je provedena analýza všech veličin v obvod a řízení. Obr. 3.25 se shoduje s teoretickým předpokladem, kdy je tranzistor spínán do nulového napětí. Proudová špička při měření, kdy napájecí napětí bylo U_d na rezonančním obvodu 30V, byla $I_{Dmax} = 4A$ se zřetelným odvodem náboje přes parazitní nulovou diodu zpět do zdroje. Při měření magnetické indukce byla zjištěna amplituda magnetické indukce $B_{max} = 2,68 \cdot 10^{-4}$ T. Z obr. 3.29 je patrno, že proud cívkou je zpožďován za napětím kondenzátoru, což vyhovuje rovnici 1.4.7 nebo 1.4.15 a potvrzuje teoretický předpoklad.



LITERATURA

[1] Patočka M.: Vybrané statě z výkonové elektroniky – magnetické obvody ve výkonové elektronice, pulsní měniče s transformátorem – skripta v elektronické podobě

[2] Halliday D., Resnik R., Walker J.: Fyzika, Elektřina a magnetizmus část 3. Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUM, 2000

- [3] Bauer M.: Teoretická elektrotechnika I., VUT Brno 1971 SNTL, 412-33036
- [4] Székely J.: Teoretická elektrotechnika I., VŠD Žilina 1977, ALFA Bratislava, 63-760-77

Mikulec M., Havlíček V.: Základy teorie elektrických obvodů 1, Praha 2004, vydavatelství ČVUT

Haňka L.: Teorie elektromagnetického pole. SNTL, Praha, 1975, vydání první

Vorel P., Patočka M.: Průmyslová elektronika - skripta v elektronické podobě



ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií Vysoké učení technické v Brně

Přílohy



Konstrukční návrh Helmholtzovy cívky- pohled zepředu

