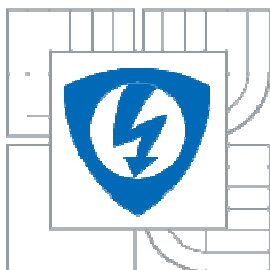


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

SEGMENTACE OBRAZŮ MAGNETICKÉ REZONANCE

SEGMENTATION OF MAGNETIC RESONANCE IMAGES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

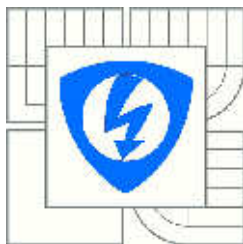
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

PAVEL HANÁK

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. MARTIN HAVLÍČEK

BRNO 2010



**VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií**

Ústav radioelektroniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Elektronika a sdělovací technika

Student: Pavel Hanák

ID: 98587

Ročník: 3

Akademický rok: 2009/2010

NÁZEV TÉMATU:

Segmentace obrazů magnetické rezonance

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se se základními i pokročilejšími postupy segmentace obrazu. Prostudujte jejich možnosti při aplikaci na obrazová data pořízená tomografem magnetické rezonance.

Zaměřte se zejména na metodu segmentace Level Set, případně její adaptivní verzi. Zmíněnou metodu aplikujte za účelem automatického rozpoznávání bílé a šedé kůry mozkové ve strukturálních obrazových datech magnetické rezonance.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] JAN, J. Medical Image Processing, Reconstruction and Restoration - Concepts and Methods, Taylor & Francis Group, 2006.

[2] YOO, T.S. Insight into Images: principles and practice for segmentation, registration and image analysis, A K Peters, Ltd., 2004.

Termín zadání: 8.2.2010

Termín odevzdání: 28.5.2010

Vedoucí práce: Ing. Martin Havlíček

prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

LICENČNÍ SMLOUVA

POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

1. Pan/paní

Jméno a příjmení: Pavel Hanák
Bytem: Buková 58, Protivanov, 798 48
Narozen/a (datum a místo): 19. března 1987 v Prostějově

(dále jen „autor“)

a

2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií
se sídlem Údolní 53, Brno, 602 00
jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:
prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida, předseda rady oboru Elektronika a sdělovací technika
(dále jen „nabyvatel“)

Čl. 1

Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- ☐ disertační práce
- ☐ diplomová práce
- ☒ bakalářská práce
- ☐ jiná práce, jejíž druh je specifikován jako
(dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP: Segmentace obrazů magnetické rezonance

Vedoucí/ školitel VŠKP: Ing. Martin Havlíček

Ústav: Ústav radioelektroniky

Datum obhajoby VŠKP: _____

VŠKP odevzdal autor nabyvateli* :

- ☒ v tištěné formě – počet exemplářů: 2
- ☒ v elektronické formě – počet exemplářů: 2

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

* hodící se zaškrtněte

Článek 2

Udělení licenčního oprávnění

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
 - ☒ ihned po uzavření této smlouvy
 - ☐ 1 rok po uzavření této smlouvy
 - ☐ 3 roky po uzavření této smlouvy
 - ☐ 5 let po uzavření této smlouvy
 - ☐ 10 let po uzavření této smlouvy
(z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/ 1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

Článek 3

Závěrečná ustanovení

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne: 28. května 2010

.....
Nabyvatel

.....
Autor

ABSTRAKT

Cílem práce bylo na základě obrazů magnetické rezonance vytvořit program pro detekci šedé a bílé kůry mozkové, za pomoci různých segmentačních algoritmů. Nejprve pomocí zvolených základních metod (např. detekce hrany), poté aplikací pokročilejších metod (např. narůstání oblastí). Po vyzkoušení těchto metod se práce zabývá nejpokročilejší metodou, mezi které patří metoda level set.

KLÍČOVÁ SLOVA

Segmentace, magnetická rezonance, šedá kůra mozková, bílá kůra mozková, prahování, narůstání oblasti, štěpení a spojování, rozvodí, level set metoda.

ABSTRACT

The aim of the study was based on magnetic resonance images to create a program for detection of gray and white matter by using different segmentation algorithms. First, using a selection of basic techniques, then application of advanced methods. After trying these methods, the paper deals with the most advanced method, which include the level set method.

KEYWORDS

Segmentation, magnetic resonance, grey matter, white matter, thresholding, region growing, splitting and merging, watershed, level set method.

HANÁK, P. *Segmentace obrazů magnetické rezonance*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2010. 35 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Martin Havlíček.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Segmentace obrazů magnetické rezonance jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: 28.května 2010

.....

(podpis autora)

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu bakalářské práce ing. Martinovi Havlíčkovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne: 28. května 2010

.....

(podpis autora)

OBSAH

1	OBRAZOVÁ SEGMENTACE	9
1.1	Úvod	9
1.1.1	MRI (Magnetická rezonance)	10
2	ZÁKLADNÍ METODY SEGMENTACE	11
2.1	Detekce bodu (Point detection)	11
2.2	Detekce čáry (Line detection).....	11
2.3	Detekce hrany (Edge detection).....	12
3	GRADIENTNÍ OPERÁTORY	13
3.1	Prewittova detekční maska	14
3.2	Cannyho detekční maska	15
3.3	Prahování (Thresholding)	15
3.3.1	Základ globálního prahování	16
3.3.2	Lokální prahování	17
3.3.3	Základ adaptivního prahování	17
3.3.4	Dynamické prahování	17
4	SEGMENTACE ZALOŽENÁ NA OBLASTI	18
4.1	Narůstání oblasti (region growing)	18
4.2	Štěpení a spojování oblasti (region splitting and merging)	18
5	SEGMENTACE PODLE MORFOLOGICKÉHO ROZVODÍ (WATERSHED)	20
5.1	Základní pojmy	20
5.2	Konstrukce hráze	20
6	ÚVOD DO METODY LEVEL SET	21
6.1	Metoda level set	21
6.1.1	Znaménková funkce vzdálenosti (Signed distance function)	26
6.2	Segmentace používající Level sets	27

7	VÝSLEDKY SEGMENTACE APLIKOVANÉ NA OBRAZ ZÍSKANÝ Z FMRI (ZÁKLADNÍ METODY).....	29
	7.1 Prahování (Thresholding).....	30
	7.2 Nárůst oblasti (Region growing)	31
	7.3 Štěpení a spojování (Splitting and merging)	31
	7.4 Rozvodí (Watershed).....	32
	7.5 Level set metoda.....	32
8	ZÁVĚR.....	33
9	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	35

1 Obrazová segmentace

1.1 Úvod

Zdravá mozková tkáň může být obecně klasifikována do tří druhů tkání, na základě obrazu magnetické rezonance (*magnetic resonance*, MR). Je to šedá kůra mozková (*grey matter*, GM), bílá kůra mozková (*white matter*, WM) a mozkomíšní tekutina (*cerebro-spinal fluid*, CSF). Toto třídění může být vykonáno ručně podle dobré kvality obrazu T1, jednoduše výběrem vhodného obrazového rozmezí, které obklopí většinu tkáně. Avšak tato ruční volba hranic je vysoce subjektivní (jednostranná).

Segmentace rozděluje obraz do jeho složek oblastí nebo objektů. Hladina, do které je rozdělení přenášeno, závisí na problému, který je řešen. To znamená, že by se měla segmentace zastavit, když byly izolovány v aplikaci cílové objekty. Například, při automatické kontrole elektrotechnických rozvaděčů, je v zájmu analyzování obrazů produktu s cílem určování přítomnosti nebo nepřítomnosti zvláštních anomálií, jako chybějící součásti nebo rozbité spojovací cesty.

Segmentace netriviálních obrazů je jeden z nejtěžších úkolů při zpracování obrazu. Přesnost segmentace určuje eventuální úspěch či neúspěch počítačově analyzovaných procedur. Segmentaci užívají i v armádě, kde infračerveným snímáním detekují objekty se silným vyzařováním tepla, jako jsou zařízení a jednotky v pohybu.

Algoritmy segmentace obrazu jsou obecně založeny na jedné ze dvou základních vlastností hodnot intenzity: diskontinuita (nespojitosť) a podobnost. V první kategorii, je snaha o rozdělení obrazu založeného na prudkých změnách v intenzitě, jako jsou hrany v obraze. Hlavní snahy v druhé kategorii jsou založeny na rozdělování obrazu do oblastí, které jsou podobné podle souboru předem definovaných kritérií. Prahování, růst oblasti, rozdělování a spojování oblastí jsou příklady metod v této kategorii.

Úkolem bylo seznámit se se základními i pokročilejšími postupy segmentace obrazu a prostudování jejich možností při aplikaci na obrazová data fMRI (funkční magnetické rezonance).

Tato práce začíná s rozvojem metod vhodných pro detekci diskontinuity (nespojitosť) šedé úrovně, jako jsou body, čáry a hrany (okraje). Kromě detekce hran bude diskutováno o metodách pro spojování hran segmentů a pro „soustředění“ hran do oblasti hranic. Detekce hran vyžaduje zavedení různých technik prahování. Prahování je také základní přístup k segmentaci, a to zejména v aplikacích, kde je rychlost důležitým faktorem. Dále je popisován morfologický přístup k segmentaci, nazývaného jako rozvodí (watershed) segmentace. Tento přístup je obzvlášť atraktivní, protože kombinuje několik pozitivních atributů segmentace založených na technikách, které již byly zmíněny. Poslední část práce bude věnována metodě level set, která je z výše uvedených metod nejpokročilejší.

1.1.1 MRI (Magnetická rezonance)

Zobrazování magnetickou rezonancí (MRI), nebo nukleární magnetickou rezonancí (NMRI), jsou především lékařské zobrazovací techniky nejběžněji používané v radiologii na vizualizaci struktury a funkce těla. Poskytuje detailní snímky těla v každé rovině (sféře). MRI poskytuje mnohem větší kontrast mezi různými měkkými tkáněmi v těle, než počítačová tomografie (CT), takže je zvláště užitečná v neurologické (mozek), muskuloskeletální, kardiovaskulární a onkologickém (rakoviny) zobrazování. Na rozdíl od CT, používá neionizujícího záření, ale používá silného magnetického pole, které spojuje nukleární magnetizací atomy vodíku na vodu v těle. [3]



Obr. 1: Přístroj pro získávání snímků, tzv. MRI (magnetická rezonance) [3]

2 Základní metody segmentace

Zde jsou uvedeny tři základní metody segmentace obrazu.

Jsou to:

- *detekce bodu,*
- *detekce čáry,*
- *detekce hran (okraje)*

Základem pro úspěšnou segmentaci je vytvoření masky pro daný obraz. Nyní bude přikročeno ke stručnému popisu jednotlivých metod. Stručnému proto, jelikož jsou pro nás zadaný úkol zcela nevhodné.

2.1 Detekce bodu (Point detection)

Detekce izolovaných bodů v obraze představuje jednoduchý přístup. Říká se, že bod byl nalezen na místě, na kterém je střed masky, je-li

$$|R| \geq T, \tag{1}$$

kde T je nezáporný práh a R je odezva masky. V podstatě, tato formulace měří vážené rozdíly mezi středovým bodem a jeho sousedními body. Myšlenka spočívá v tom že, izolovaný bod (bod, jehož úroveň šedé je značně odlišný od jeho pozadí a který je umístěn v homogenní či téměř homogenní oblasti) bude zcela odlišný od svého okolí a proto bude snadno detekovatelný tímto typem masky. Maska koeficientů sčítá k nule, což naznačuje, že odezva masky bude nulová v oblasti šedé konstantní úrovně. [1]

2.2 Detekce čáry (Line detection)

Další přístupem je detekce čáry. Zde mohou být použity čtyři typy masek, pomocí kterých lze detekovat obraz v různých směrech, jakožto horizontálně, vertikálně, $+45^\circ$ a nebo -45° . S konstantním pozadím by následovala maximální odezva, kdyby čára prošla střední řadou masky. Tyto směry mohou být stanoveny také poukázáním na to, že

preferovaný směr každé masky je vážený s větším koeficientem (tj. 2) než u ostatních možných směrů. Koeficienty v každé masce se sčítají k nule, ukazují nulovou odezvu z masek v oblastech konstantní šedé úrovně. Tyto masky probíhají jednotlivě obrazem. Jestliže je snaha o detekci všech čar v obraze, ve směru definovaném danou maskou, maska se jednoduše spustí obrazem a prahuje absolutní hodnotu výsledku.

2.3 Detekce hrany (Edge detection)

Přestože detekce bodu a čar jsou jistě důležité v jakékoliv segmentaci, detekce hran je zdaleka nejčastějším přístupem pro detekci smysluplných nespojitostí v šedé úrovni.

V praxi, optice, vzorkování a ostatním získávání obrazu, nedokonalosti obnáší, že hrany jsou rozmazané, přičemž míra rozmazání je stanovena faktory, jako je kvalita obrazu pořízená systémem, vzorkovací frekvence a podmínky osvětlení, za kterých je obrázek pořízen. Výsledkem toho je, že hrany jsou více modelovány jakoby ve tvaru „ramplike“ (rampy). Sklon rampy je nepřímo úměrný stupni rozostření na hraně. „Tloušťka“ hrany se určuje podle délky rampy, jako je přechod z počáteční úrovně na konečnou šedou úroveň. Tato délka se určuje podle sklonu, což je dáno mírou rozostření. Z toho plyne, že rozmazané hrany mají tendenci být silné a ostré hrany mají tendenci být tenké.

Tvar lze určit také podle první a druhé derivace. První derivace je kladná v místech přechodu do rampy a z rampy, ve směru, zleva doprava podél tvaru; ta je konstantní pro body v rampě a nulová v oblastech konstantní šedé úrovně. Druhá derivace je kladná při přechodu spojeném s temnou stranou hrany, záporná při přechodu spojeném se světlou stranou hrany a nulová podél rampy a v oblastech konstantní šedé úrovně. Znaménka těchto derivací by byly obrácené pro hranu, která přechází ze světlé do tmavé. [1]

Z toho plyne, že velikost první derivace může být použita k detekování přítomnosti hrany v bodě obrazu (tj. k zjištění, zdali je bod na „rampě“ (šikmé ploše)). Obdobně platí, že znaménkem druhé derivace se může zjistit, zda se jedná o pixely ležící na světlé nebo tmavé straně hrany. Na vědomí musí být však vzaty dvě další vlastnosti druhé derivace kolem hrany:

- 1) Produkuje dvě hodnoty pro každou hranu v obraze (nežádoucí vlastnost)
- 2) Imaginární přímka spojující krajní kladné a záporné hodnoty druhé derivace by procházelo nulou blízko středu hrany

Tato vlastnost *zero-crossing* („křížení nulou“) druhé derivace je docela užitečná pro lokalizování center silné hrany.

3 Gradientní operátory

Derivace prvního řádu digitálního obrazu jsou založeny na různých aproximacích 2-D gradientu. Gradient obrazu $f(x, y)$ v místě (x, y) je definován jako vektor

$$\nabla f = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Důležitým množstvím v detekci hran je velikost tohoto vektoru, označeným ∇f , definovaná vztahem [1]

$$\nabla f = \text{mag}(\nabla f) = [G_x^2 + G_y^2]^{1/2} \quad (3)$$

Toto množství udává maximální míru zvýšení $f(x, y)$ na jednotku vzdálenosti ve směru ∇f . Je to běžná (avšak ne přesně správná) praxe uvažovat ∇f také za *gradient*. Směr gradientního vektoru je také důležitým množstvím. Nechť $\alpha(x, y)$ reprezentuje směr úhlu vektoru ∇f v souřadnicích (x, y) . Pak, z analýzy vektoru,

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{G_y}{G_x} \right), \quad (4)$$

kde úhel se měří s ohledem na osu x. Směr hrany (okraje) v (x, y) je kolmý na směr gradientu vektoru v tomto bodě. Výpočet gradientu obrázku je založen na získávání partiálních derivací $\partial f / \partial x$ a $\partial f / \partial y$ v každém umístění pixelu. Jeden z nejjednodušších způsobů jak realizovat partiální derivaci prvního řádu v bodě z_5 je použít *Roberts cross-gradientní operátory*. [1]

Masky o velikosti 2 x 2 jsou komplikované, protože nemají čistý střed. Proto se užívají masky o velikosti 3 x 3.

z_1	z_2	z_3		
z_4	z_5	z_6	-1	0
z_7	z_8	z_9	0	1

0	-1
1	0

Obr. 2: Použití Robertovy masky ve směru $\pm 45^\circ$

Dalšími detekčními maskami, které používají k detekci okraje (hrany) gradient, jsou:

- *Sobelova detekční maska*
- *Prewittova detekční maska*
- *Laplacianova detekční maska*
- *Cannyho detekční maska*

Popis je věnován pouze dvěma maskám, ostatní nejsou pro tuto část práce až tak důležité.

3.1 Prewittova detekční maska

Prewittův hranový detektor rovněž používá masky k aproximaci číselně první derivace G_x a G_y . Parametry této funkce jsou identické s Sobelovými parametry. Prewittův detektor je o něco jednodušší na provedení než Sobelův detektor, ale má tendenci produkovat poněkud více zašuměné výsledky. [1]

-1	-1	-1	-1	0	1
0	0	0	-1	0	1
1	1	1	-1	0	1

Obr. 3: Prewittova detekční maska ve směru x a y

Rozdíl mezi první a třetí řadou obrazu oblasti 3 x 3, se blíží k derivaci ve směru x a rozdíl mezi třetím a prvním sloupcem k derivaci ve směru y. Za zmínku stojí, že koeficienty v obou maskách sčítají k nule, což naznačuje, že jejich odezva je 0 v oblastech konstantní šedé úrovně, jak je očekáváno od derivace operátoru. Tyto masky se používají k získávání gradientních komponentů G_x a G_y .

3.2 Cannyho detekční maska

Hledá hrany na základě lokálního maxima gradientu $f(x, y)$. Gradient se počítá s využitím derivace Gaussovského filtru. Tato metoda využívá dva prahy k odhalení silných a slabých hran, a na výstupu, bere v potaz slabé hrany pouze tehdy, jsou-li spojeny se silnými hranami. Proto tato metoda pravděpodobněji detekuje opravdu slabé hrany.

z_1	z_2	z_3	Maska obrazu
z_4	z_5	z_6	
z_7	z_8	z_9	

-1	-2	-1	-1	0	1	Sobel
0	0	0	-2	0	2	
1	2	1	-1	0	1	

-1	-1	-1	-1	0	1	Prewitt
0	0	0	-1	0	1	
1	1	1	-1	0	1	

-1	0	0	-1	0	Roberts
0	1	1	0	0	

Obr. 4: Detekční masky a derivace prvního řádu, které realizují [1]

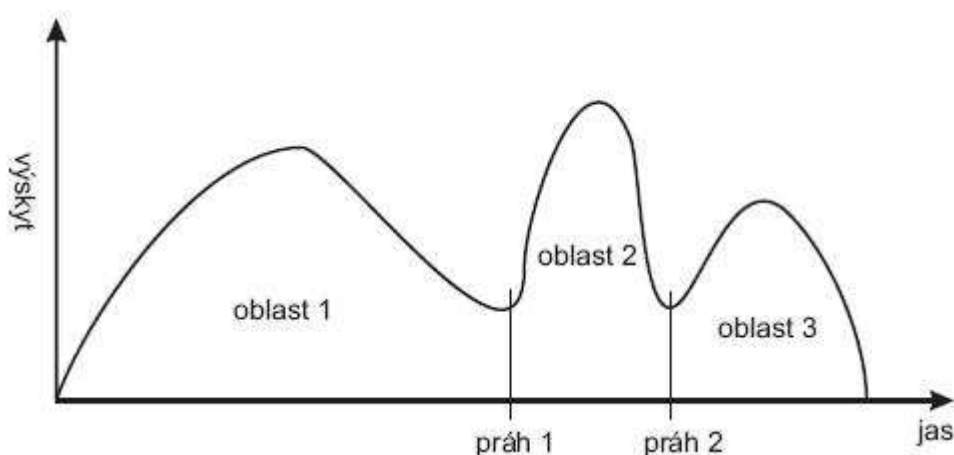
3.3 Prahování (Thresholding)

Prahování (Thresholding) patří do základních segmentačních metod. Všechny body v obrazu s nižší intenzitou, než je zvolený práh, jsou přiřazeny do první oblasti, body s vyšší intenzitou do druhé. Metoda je vhodná pro obrazy s rozlišitelnými oblastmi (tmavá, světlá). Výhodou je rychlost a jednoduchost, nevýhodou citlivost na šum a

nutnost nastavovat hodnoty prahu. Základem pro prahování obrazu je správná volba prahu. Od toho se pak odvíjí kvalita prahovaného obrazu. Hodnotu prahu lze nastavovat buď automaticky, nebo manuálně pomocí histogramu.

Když T závisí pouze na $f(x, y)$ (to je pouze na hodnotách šedé úrovně), práh se nazývá *globální*. Je-li T závislé na obou $f(x, y)$ a $p(x, y)$, práh se nazývá *lokální*. Pokud je navíc T závislé na prostorových souřadnicích x a y , práh se nazývá *dynamický* nebo *adaptivní*.

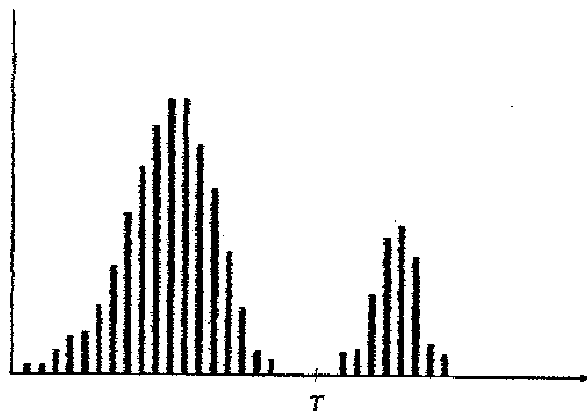
Prahování také dokáže rozdělit obraz podle toho, zda se jedná o objekt nebo o pozadí. Jestliže nějaký bod $(x, y) > T$, je tento bod nazván *objektem* (*object point*). Pokud je tomu naopak, pak se bod nazývá *pozadí* (*background point*). [1]



Obr. 5: Prahování s využitím dvou prahů (převzato z [2])

3.3.1 Základ globálního prahování

Jedním ze způsobů, jak vybrat práh, je vizuální kontrola obrazu histogramu. Histogram na obr. 4. má zjevně dva odlišné režimy; výsledkem je snadné zvolení prahu T , který je odděluje. Jiný způsob výběru T je pokus omyl, volení různých prahů dokud jeden z nich nebude ukazovat dobré výsledky, podle úsudku pozorovatele. Toto je zvláště účinné v interaktivním prostředí, jako je to, které umožňuje uživateli změnit práh pomocí *widget* (*grafické kontroly*).



Obr. 6: Histogram volby prahu

3.3.2 Lokální prahování

Globální metody prahování mohou selhat, pokud je nevyrovnané osvětlení pozadí. Běžná praxe v takových situacích je zpracovat obraz vyrovnaním osvětlení a pak použít globální práh pro předzpracování obrazu.

3.3.3 Základ adaptivního prahování

Zobrazování faktorů, jako je nerovnoměrné osvětlení, může přeměnit dokonale segmentovatelný histogram do histogramu, který nemůže být rozdělený efektivně jednoduchým globálním prahem. Přístupem k takové situaci je rozdělení původního obrazu do podobrazů a poté použít různé prahy k segmentování každého podobrazu. [1]

3.3.4 Dynamické prahování

Dynamický práh automaticky nastavuje jas pro každou část obrázku, v závislosti na jasu jeho pozadí. Dynamické prahování používá jiný práh pro každý pixel. [1]

4 Segmentace založená na oblastí

Je to segmentační technika, která je založená přímo na hledání oblastí.

Do této skupiny segmentace patří:

- *region growing* (narůstání oblastí)
- *splitting and merging* (štěpení a spojování)

4.1 Narůstání oblastí (region growing)

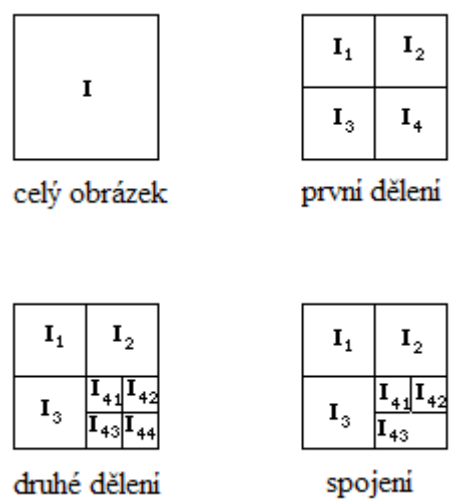
Jak jeho název naznačuje, narůstání oblastí je procedura, která seskupuje pixely nebo podoblasti do větších oblastí na základě předem určených kritérií pro růst. Základním přístupem je začít s výběrem bodů semen (tzv. seed), z nichž potom rostou oblasti spojováním každého semene sousedních pixelů podobných vlastností (např. specifické rozsahy úrovně šedé). Výběr souboru jednoho nebo více startovacích bodů může být často založen na povaze problému. Když nejsou k dispozici apriorní informace, jeden způsob je vypočítat v každém pixelu stejný soubor vlastností, které budou použity k rozdělení pixelů do regionů během procesu narůstání. Jestliže výsledek těchto výpočtů ukazuje shluky hodnot, pixely jejichž vlastnosti jsou umístěny v blízkosti střediska těchto shluků, mohou být použity jako semena. Při výběru podobných kritérií závisí nejen na úvaze problému, ale také, jaký typ obrazových dat je k dispozici. Narůstání oblastí by mělo skončit, když už žádné pixely nesplňují kritéria pro zařazení do dané oblasti. [1]

4.2 Štěpení a spojování oblastí (region splitting and merging)

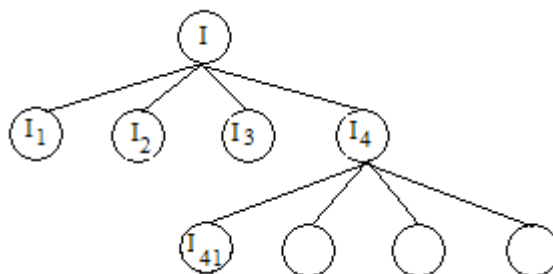
Metoda je založena na podobných vlastnostech jako v případě narůstání oblastí. Jde o iterační proces, který je zcela automatický.

Nechť I reprezentuje oblast vstupního obrazu a výběr výroku P . Jedním z přístupů pro segmentaci je rozdělení obrazu do menších a menších kvadrantů oblasti, dokud se dá region I_i dělit. Jestliže P se rovná *FALSE* pro nějaký kvadrant, rozdělíme daný kvadrant na menší kvadrant a tak se postupuje, dokud lze kvadranty dělit. Tato konkrétní metoda štěpení se nazývá *quadtree* (celý proces štěpení by se dal znázornit pomocí stromu, jak je uvedeno na obr. 8). Oblasti (kvadranty) mají tvar čtverce (viz. obr. 7).

Spojování funguje na stejném principu jako štěpení, akorát, že opačným způsobem. [1]



Obr. 7: Oblasti (kvadranty) štěpení



Obr. 8: Proces štěpení (quadtree)

5 Segmentace podle morfologického rozvodí (Watershed)

5.1 Základní pojmy

Pojem „watershed“ je založen na představě obrazu ve třech rozměrech: dvě prostorové souřadnice versus úroveň šedé. V takové „topografické“ interpretaci jsou uváženy tři typy bodů: (a) body patřící do regionálního minima; (b) body ve kterých kapka vody, je-li umístěna v poloze některého z těchto bodů, by jistě spadla na jednotlivé minimum; a (c) body ve kterých by voda stejně pravděpodobně padala na víc než jedno takové minimum. Pro konkrétní regionální (oblastní) minimum, množina bodů splňující podmínku (b) se nazývá *the catchment basin (povodí)* nebo *watershed (rozvodí)* minima. Body, které splňují podmínku (c) tvoří hřeben čar na topografickém povrchu a jsou označovány jako *divide lines (rozhraní čar)* nebo *watershed lines (rozvodí čar)*.

Hlavním cílem algoritmů segmentace založené na těchto základních pojmech je nalezení rozvodí čar. Základní myšlenka je jednoduchá: Předpokládá se, že jáma je děrovaná v každém minimu oblasti a že byla celá topografie zaplavena z níže stoupající vody, rovnoměrně přes otvory. Když se stoupající voda z různých povodí chystá sloučit, je postavena hráz, aby zabránila sloučení. Zaplavování se nakonec dostane do stádia, kdy jsou pouze vrcholy hrází viditelné nad povrchem hladiny vody. Tyto hráze odpovídají rozdělení čar rozvodí (watershedu). Proto jsou hranice (nepřetržitě) extrahovány (vytahovány) segmentačním algoritmem rozvodí (watershed). [1]

Gradientní velikost obrazu se často používá k zpracování stupně šedi obrazu, před použitím watershed transformace pro segmentaci. Gradientní velikost obrazu má vysoké hodnoty pixelu podél hrany objektu a nízké hodnoty pixelu všude jinde.

5.2 Konstrukce hráze

Konstrukce hráze je založená na binárních obrazech, které jsou členy 2-D prostoru celých čísel $\mathbb{Z}^2$. Nejjednodušší cesta ke konstrukci hrází oddělující binární soubory bodů je použít morfologické dilatace (rozšíření).

Dilatace je jedním ze dvou hlavních operátorů v oblasti matematické morfologie, druhá je eroze. Používá se obvykle na binární obrázky, ale existují verze, které pracují na černobílých obrázcích. Základní účinek operátoru na binární obrázek je, že postupně rozšiřuje hranice regionů předních pixelů (tj. zpravidla bílé pixely). Tak se oblasti předních pixelů rozrůstají, zatímco se díry uvnitř těchto regionů zmenšují. [1]

6 Úvod do metody level set

Tato část bude věnována metodě level set, která je nejpokročilejší dosud popisovanou metodou v této práci a která byla náplní bakalářské práce.

6.1 Metoda level set

Metoda level set vyvíjí konturu (ve dvou rozměrech) nebo povrch (ve třech rozměrech) implicitně, manipulací funkce vyšších dimenzí, zvanou level set funkce $\phi(x,t)$. Rozvíjející se kontura nebo povrch, lze získat z nulové úrovně (*zero level set*) $\Gamma(x,t) = \{\phi(x,t) = 0\}$. Výhodou použití této metody je, že topologické změny, jako štěpení a spojování kontury nebo povrchu, jsou zajišťovány implicitně, jak je možno vidět na obr. 12. Metoda level set, od jeho představení Osherem a Sethianem [4], spatřila široké uplatnění ve zpracování obrazu, počítačové grafiky (rekonstrukce povrchu) a fyzikální simulace (zejména simulace tekutiny).

Vývoj kontury nebo povrchu se řídí rovnicí level set. Řešení inklinovalo parciální diferenciální rovnici (PDE), která je počítána iteračně aktualizací ϕ v každém časovém intervalu. [5][6] [7]

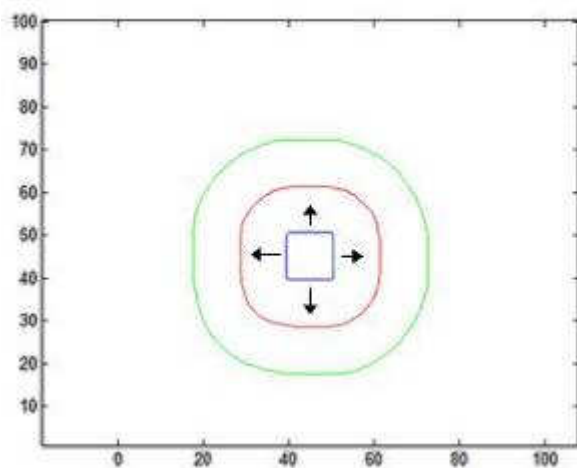
Tento přístup uvádí několik výhod oproti obvyklým parametrickým aktivním konturám. Jednou z výhod je, že kontury reprezentované level set funkcí se mohou během evoluce přerušit, nebo naopak sloučit. Tyto topologické změny jsou ovládány automaticky.

Typy evolučních sil [8]:

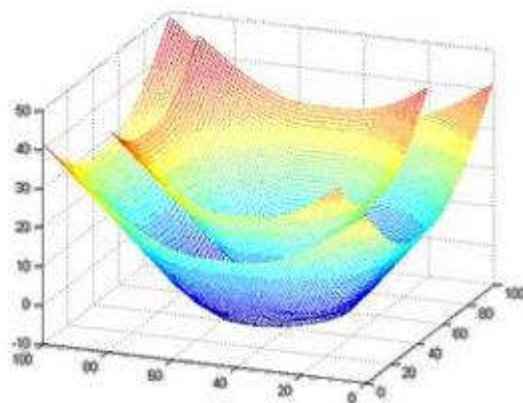
- síla v normálovém směru ke křivce

$$\frac{\partial f}{\partial t} + V_N |\nabla f| = 0, \text{ kde } V_N = 1 \quad (5)$$

- všechny level sets $f(x,y)$ se vyvíjí, viz. obr. 9a
- pouze ladíme nulovou úroveň (zero level set), viz. obr. 9b



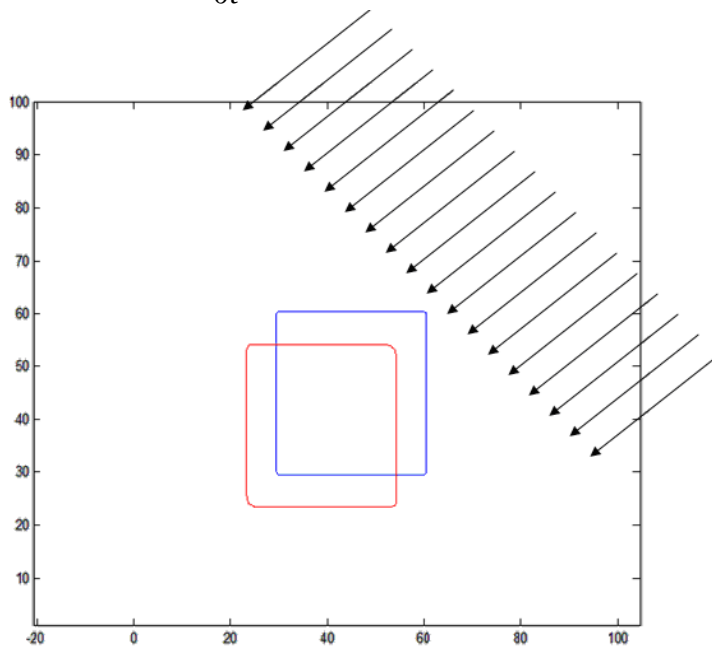
Obr. 9: a) vyvíjející se level sets



b) ladění zero level set

➤ vnější pole vektorů

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{S} \cdot \nabla f = 0 \quad (6)$$

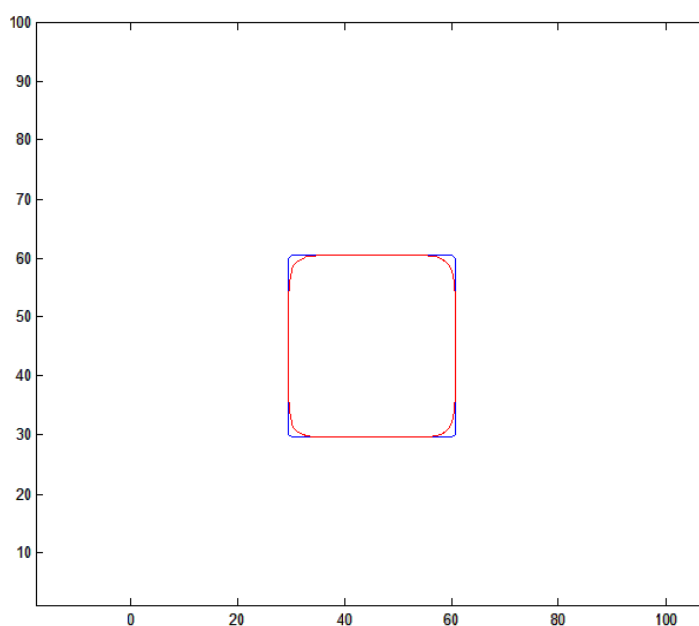


Obr. 10: Vnější pole vektorů [8]

- síla založená na zakřivení křivky

$$\frac{\partial f}{\partial t} = b\kappa|\nabla f| \quad (7)$$

- zakřivení rovných čar je nulové
- pouze jsou vyhlazeny rohy (hrany)



Obr. 11: Zakřivení křivky [8]

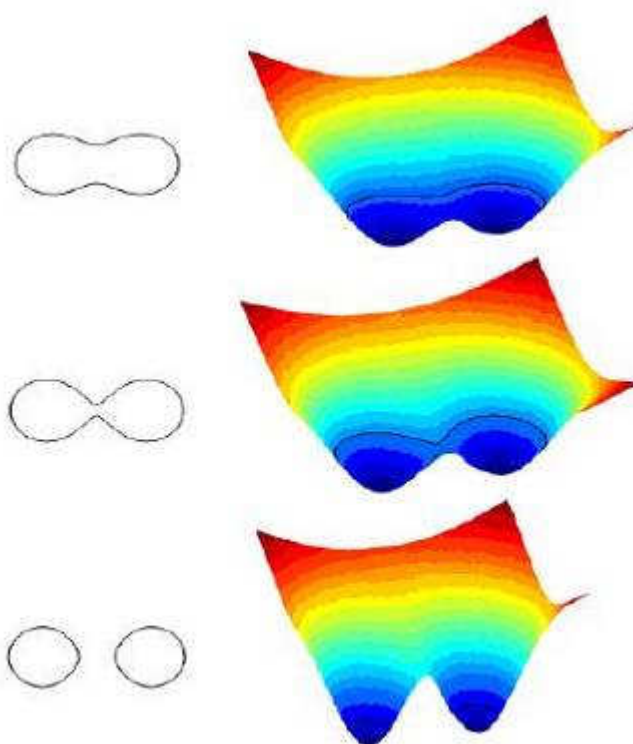
Parciální diferenciální rovnice (PDE) [8]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \underbrace{\vec{S} \cdot \nabla f}_{\text{Vector Field Based}} + \underbrace{V_N |\nabla f|}_{\text{In Normal Direction}} = \underbrace{b\kappa |\nabla f|}_{\text{Curvature Based}} \quad (8)$$

Obecná forma level set rovnice definovaná vztahem [7]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -|\nabla \phi| \cdot F . \quad (9)$$

Ve výše uvedené level set rovnici, F je rychlostní termín, který popisuje vývoj level set funkce. Manipulací F se může ovlivňovat level set do různých oblastí nebo tvarů, daného zejména inicializací level set.



Obr. 12: Vztah mezi funkcí level set (vlevo) a konturou (vpravo). Je vidět vyvíjející se plochu rozdělující konturu [7]

Level set metoda patří mezi deformovatelné modely, tzv. aktivní kontury. Aktivní kontury se dělí na dva případy, jako jsou parametrické aktivní kontury a geometrické aktivní kontury, do nichž patří právě level set metoda.

Parametrické aktivní kontury, určují hranice mezi jednotlivými tkáněmi deformací vnitřních a vnějších sil za účelem minimalizace celkové energie. Vnější síly

popisují, jak dobře křivka vystihuje významné prvky v obraze, především jak přesně prochází místy s nejvyšším gradientem. Vnitřní síly udržují křivku hladkou.

Level set metody minimalizují celkovou energii na základě minimálních vzdáleností [10].

Teorie level set poskytuje rámec pro sledování vývoje (evoluce) uzavřené křivky v rovině, danou rychlostí křivky podle normálového směru. Parametrické vyjádření křivky je nevhodné pro mnoho aplikací, neboť morfologické změny pohybujících se kontur, jako je dělení a spojování, jsou dost obtížné na manipulaci. [9]

V klasické level set metodě je potřeba, aby se rozvíjející level set funkce udržela v blízkosti znaménkové vzdálenostní funkce, tzv. signed distance function. To se docílí technikou zvanou reinicializace.

Reinicializace se často používá právě k udržení level set funkce v blízkosti znaménkové vzdálenostní funkce, v průběhu evoluce.

Rovnice pro reinicializaci, definovaná vztahem [8]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{sign}(\phi_0)(1 - |\nabla \phi|), \quad (10)$$

kde ϕ_0 je funkcí, která má být neinicializována a $\text{sign}(\phi_0)$ je znaménková funkce.

Pokud ϕ_0 není hladké, nebo je strmější na jedné, či druhé straně, může být zero level set posunuta nesprávně od původní funkce. Pokud je tedy level set funkce daleko od znaménkové vzdálenostní funkce, není možné provést reinicializaci těchto funkcí.

Z praktického hlediska, proces reinicializace může být docela komplikovaný a náročný.

Pro praktickou část, která byla testována v Matlabu, byl použit skript od autora Chunming Li, který nepoužívá reinicializace.

Autor uvádí novou variační formulaci pro geometrické aktivní kontury, která udržuje level set funkci v blízkosti znaménkové vzdálenostní funkce, proto zde není potřeba výše zmiňovaná reinicializace. Tato formulace se skládá z termínu vnitřní energie, která penalizuje odchylku level set funkce od vzdálenostní funkce a termínu vnější energie, který řídí pohyb nulové úrovně level set funkce směrem k požadovaným obrazovým rysům, jako jsou např. hranice objektu.

Výsledkem evoluce level set funkce je gradient toku, který minimalizuje celkovou energii.

Navržená level set metoda bez reinicializace má tyto tři výhody oproti obyčejné level set metodě:

1. podstatně větší časový krok urychluje vývoj křivky.
2. level set funkce může být inicializována obecnými funkcemi, které jdou efektivněji vytvořit a jsou snadnější k užití v praxi, než obecně používaná vzdálenostní funkce.
3. Chunming Liho formulace evoluce metody level set říká, že může být snadněji realizována jednoduchým konečným rozdílem schématu, který je výpočetně efektivnější.

Geometrické aktivní kontury, mezi které patří metoda level set, jsou reprezentovány implicitně jako level set metody dvourozměrné funkce, které se vyvíjí v Eulerově rámci.

6.1.1 Znaménková funkce vzdálenosti (Signed distance function)

Transformace vzdálenosti přiřazuje hodnotu pro každý pixel (nebo voxel), kromě binárního obrazu obsahujícího hodnotu jednoho nebo více objektů, která představuje minimální vzdálenost od tohoto pixelu k nejbližšímu pixelu na hranici objektu(ů).

Matematická definice funkce vzdálenosti $D : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ pro množinu S je:

$$D(r, S) = \min |r - S|, \text{ pro všechna } r \in \mathbb{R}^3 \quad (11)$$

Znaménková transformace vzdálenosti přiřazuje znaménko hodnoty vzdálenosti jako kladné pro ty pixely mimo objekt a záporné pro ty uvnitř. Toto je znaménkové pravidlo, které bude následovat v implementaci, avšak může být použito i pravidlo opačného znaménka. Je třeba poznamenat, že hodnoty vzdálenosti závisí na zvolené metrické soustavě pro vzdálenost: některé běžné metrické vzdálenosti jsou Euklidova vzdálenost, šachovnicová vzdálenost a bloková vzdálenost. Mnoho algoritmů, které počítají s Euklidovskou vzdáleností transformují často porovnávanou přesnost pro efektivitu a charakteristiku, která mění úroveň složitosti. [7]

6.2 Segmentace používající Level sets

Pro aplikace v segmentaci obrazu, F je závislé na intenzitě pixelu nebo hodnoty zakřivení level set. Zde není žádná síla, aby vyhladila vysoké zakřivení, to má za následek „prosakování“ kontury. To vzniká, když se povrch level set vyvíjí přes anatomické hranice do jiného anatomického objektu, který nebyl určen k segmentaci. Proto je také obtížné pro objekty, které mají velmi vysoké zakřivení, jako zakřivení zatěžující podmínky, často potřebují být nastavena řádově velmi nízko, aby bylo možné toto vysoké zakřivení, které může mít za následek také prosakování.

F může být taky závislé na funkci ukazatele hrany, která je definována jako nulová hodnota na hraně a jinak je nenulová. F zpomalí level set evoluci, když se nachází na hraně. F je závislé na datech a zakřivení, funguje pouze (s váženým parametrem mezi dvěma) pro účely segmentace obrazu. Proto je přijata stejná metodika tvorby rovnice level set:

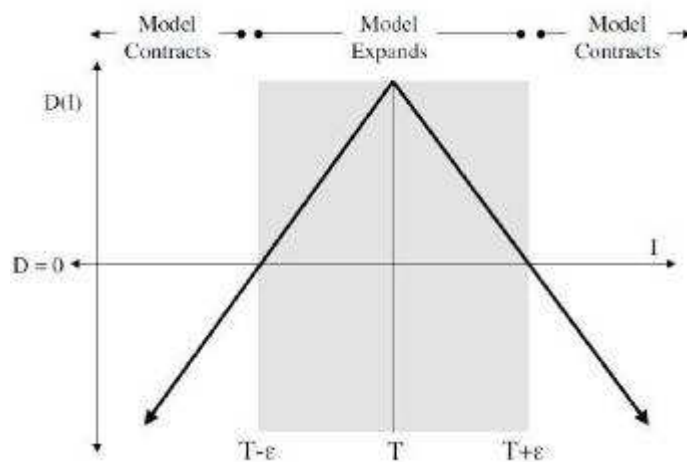
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -|\nabla \phi| \left[\alpha D(I) + (1 - \alpha) \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right], \quad (12)$$

kde data funkce $D(I)$ má sklony řešení směrem k cíleným rysům a průměr křivosti výrazu $\nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$. Výraz $(\nabla \phi / |\nabla \phi|)$ udržuje funkci level set hladkou. Váhování je mezi těmito dvěma $\alpha \in [0,1]$, a volný parametr je předem nastaven, aby kontroloval jak hladká by kontura, nebo povrch měl být.

Datová funkce $D(I)$ se chová jako hlavní „síla“, která řídí segmentaci. Činěním D pozitivního v požadovaných oblastech, nebo záporného v nežádoucích oblastech, bude model směřovat k vyhledávané segmentaci. Rychlost jednoduché funkce, která splní tento účel, použitá Lefohnem, Whitakerem a Catesem, je dána:

$$D(I) = \varepsilon - |I - T|, \quad (13)$$

která je na obr. 13. Zde T popisuje střední hodnotu intenzity oblasti, která má být segmentována a ε popisuje odchylku intenzity kolem T , která je součástí požadované segmentace. Proto pokud pixel, či voxel má hodnotu intenzity v rozmezí $T \pm \varepsilon$, bude model expandovat, jinak se zúží. [7]

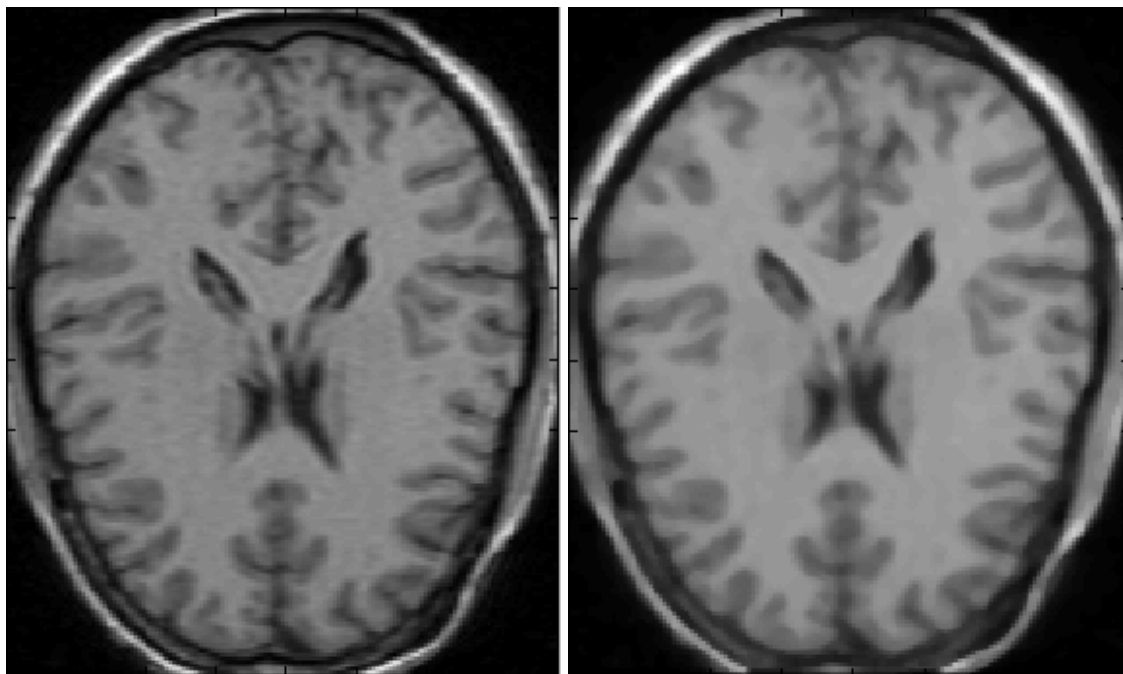


Obr. 13: Tvar rychlostní funkce [7]

Proto tři uživatelské parametry, které musí být uvedeny pro segmentaci jsou T , ε a α . Také je požadována počáteční maska pro level set funkci, která může mít podobu krychle ve třech rozměrech, nebo čtverce ve dvou rozměrech, nebo jakékoliv jiné uzavřené křivky. Obvykle uživatel zvolí sférické startovací body specifikujících střed v i, j, k prostoru a poloměr, který řídí level set k požadovanému anatomickému objektu.

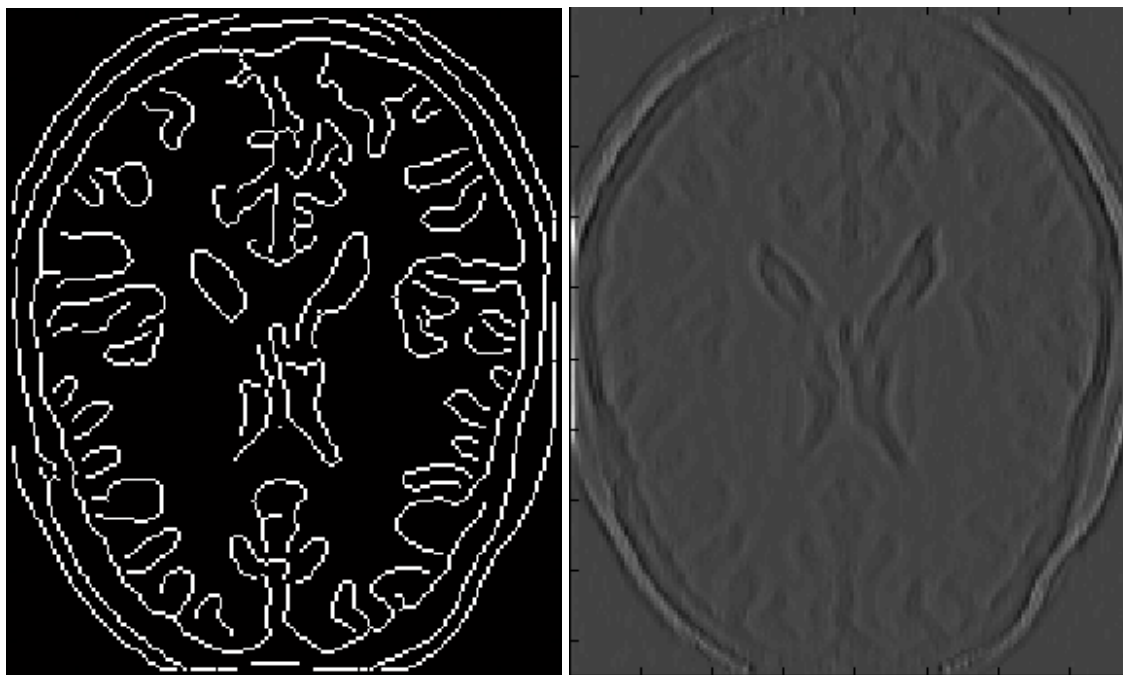
Iterace level set může být ukončena, jakmile ϕ dokonvergovalo, nebo po určitém počtu iterací.

7 Výsledky segmentace aplikované na obraz získaný z fMRI (základní metody)



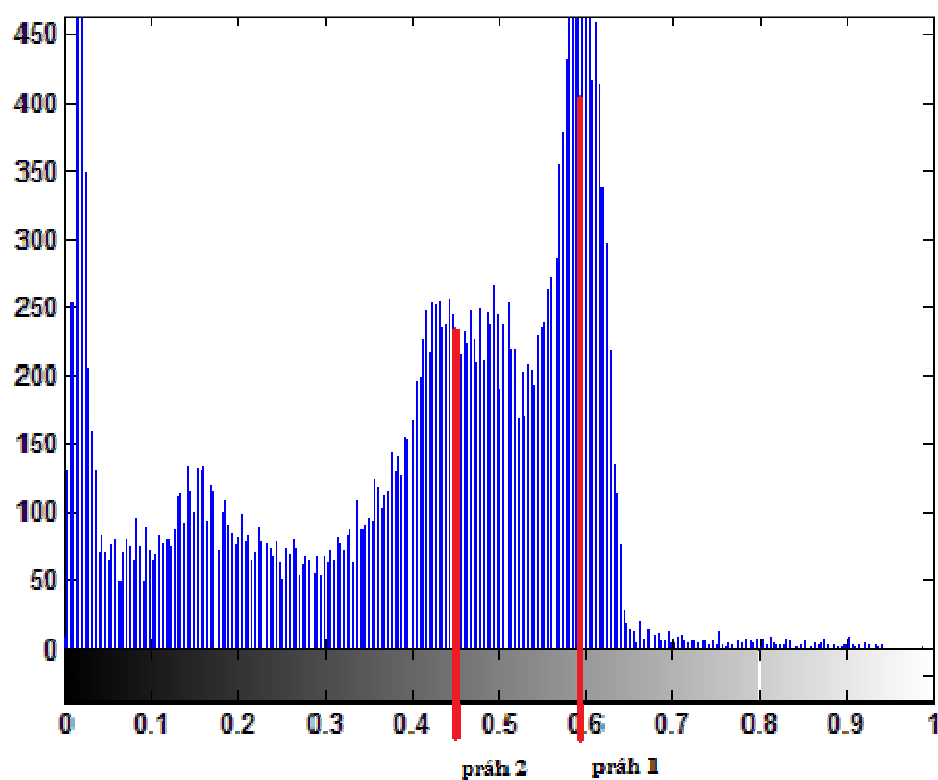
Obr. 14: a) Získaný obraz pomocí MRI (nefiltrovaný)

b) Filtrace mediánovým filtrem

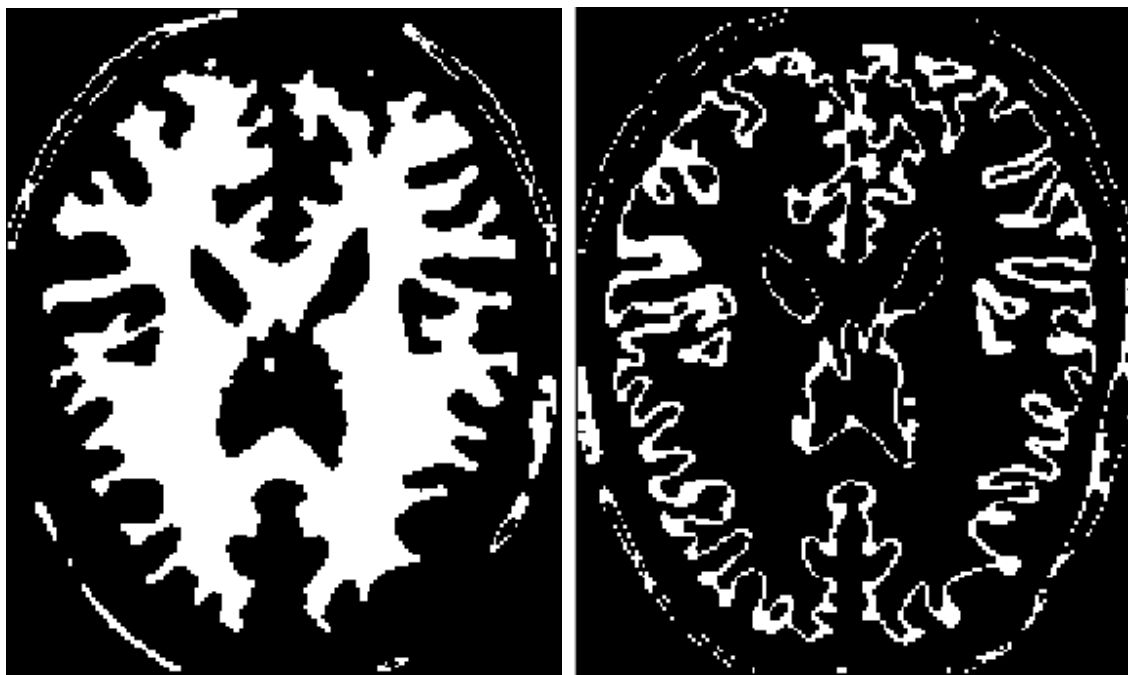


Obr. 15: a) Hranová detekce Cannyho maskou b) Detekce čáry v horizontálním směru

7.1 Prahování (Thresholding)



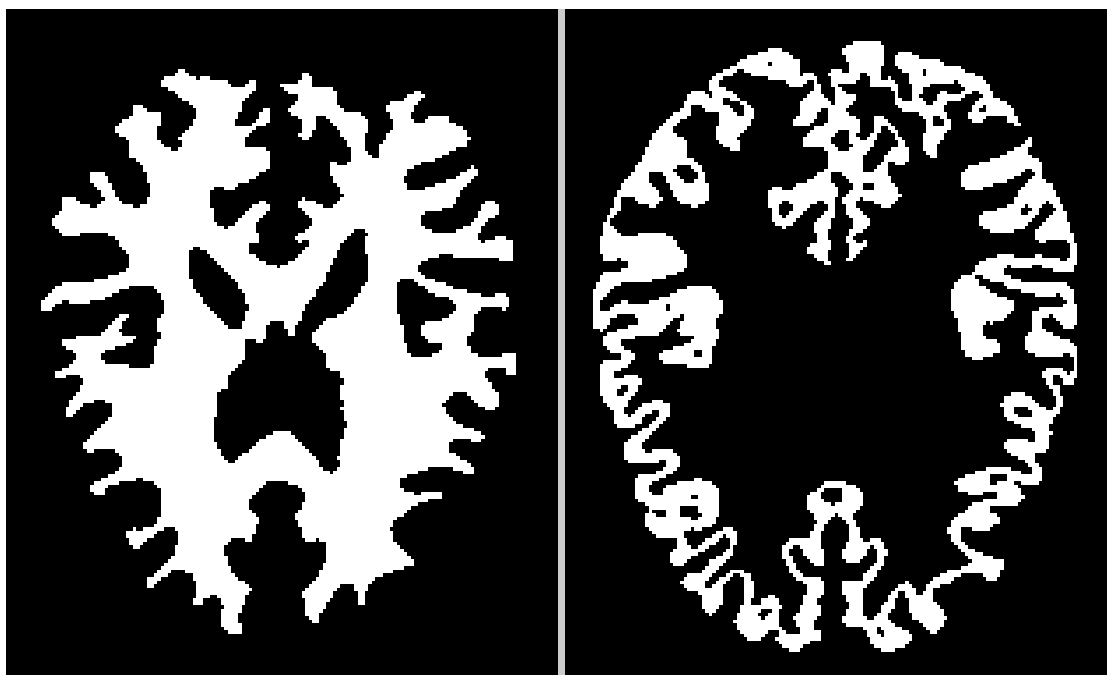
Obr. 16: Ukázka volby prahu v histogramu, práh pro detekci bílé hmoty (0,52 – 0,65) a šedé (0,42 - 0,5)



Obr. 17: a) Detekce bílé kůry mozkové

b) Detekce šedé kůry mozkové

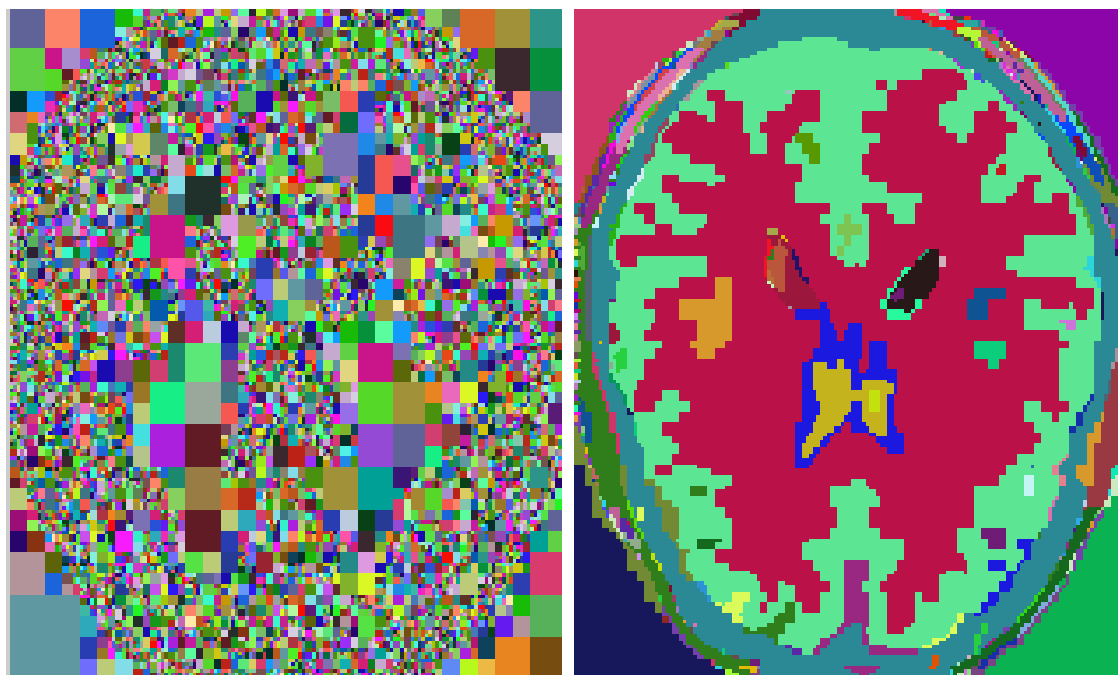
7.2 Nárůst oblasti (Region growing)



Obr. 18: a) Detekce bílé kůry mozkové

b) Detekce šedé kůry mozkové

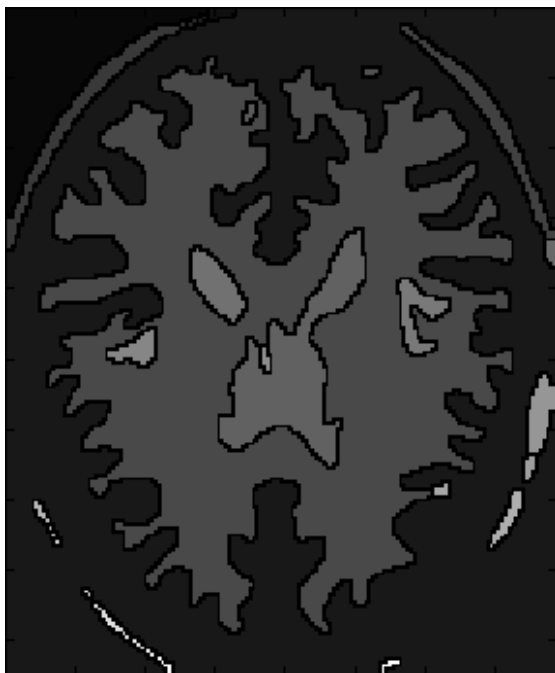
7.3 Štěpení a spojování (Splitting and merging)



Obr. 19: a) Kvadranty štěpení

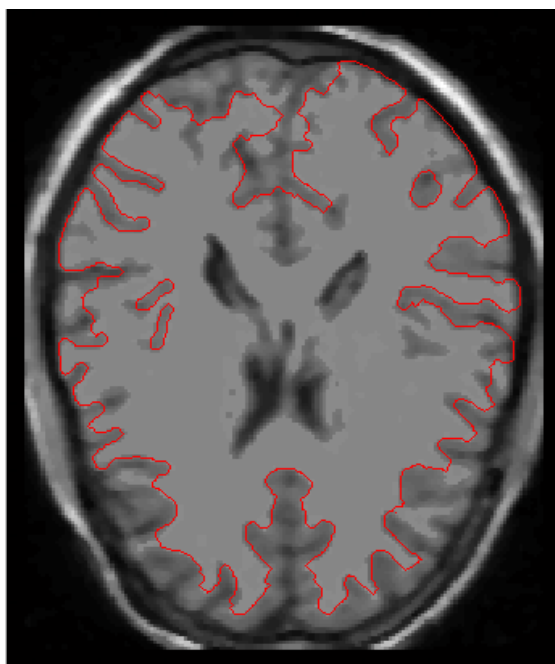
b) Výsledek štěpení a spojování

7.4 Rozvodí (Watershed)

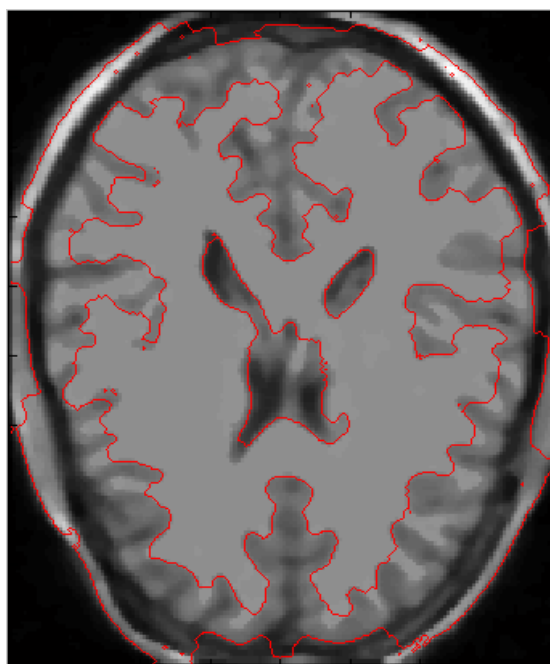


Obr. 20: Watershed segmentace

7.5 Level set metoda



Obr. 21: a) Detekce bílé kůry mozkové



b) Detekce šedé kůry mozkové

8 Závěr

Cílem práce bylo seznámení se se základními metodami segmentace obrazu magnetické rezonance a aplikací těchto metod na obraz pořízený tomografem magnetické rezonance. Následuje seznámení se s nejpokročilejší metodou segmentace, metodou level set a její aplikace za účelem rozpoznávání šedé a bílé kůry mozkové .

Práce začala výběrem vhodného obrazového materiálu (viz. obr. 14a), který byl následně upraven do takové podoby, aby se dal dále zpracovávat. To znamená, že se obraz musel nejprve vyfiltrovat. Zde se nabízely dvě možnosti filtrace, mediánová a filtrace dolní propustí. Byla zvolena filtrace mediánová (obr. 14b), neboť se zdálo, že filtrace dolní propustí nevykazuje výsledky takové kvality. Nejprve proběhl pokus o aplikaci základních metod, jako je detekce čáry (obr. 15b) nebo detekce hrany (obr. 15a). Avšak při prvním pohledu bylo zřejmé, že tyto metody nebudou právě vhodné pro detekování šedé a bílé kůry mozkové.

Tímto základní metody skončily a bylo přikročeno k pokročilejším metodám, např. prahování, nárůst oblast, štěpení a spojování a nakonec rozvodí. Tyto metody již byly více úspěšné.

Metoda prahování (obr. 17a, b) se orientuje podle histogramu, kde je zapotřebí správně zvolit práh, aby se mohla detekovat jedna z mozkových kůr. Zvolený práh pro detekci šedé kůry mozkové byl v rozmezí 0,42 – 0,5 (normováno pro rozsah 0 – 1) a práh pro detekci bílé kůry v rozmezí 0,52 – 0,65 (viz. obr. 16). Nesprávné zvolení prahu vedlo k znehodnocení výsledků aplikace.

Další segmentační metodou je nárůst oblasti. Je to iterativní algoritmus, který je zcela automatický a tudíž nevyžaduje zasahování uživatele. Jediné co bylo potřeba udělat, bylo stanovení startovacího bodu, tzv. seed. Výsledky dopadly lépe než u metody prahování, tj. nejsou zde vidět pozůstatky lebky (viz obr. 18a, b).

Štěpení a spojování se zabývá rozdělením obrazu na jednotlivé kvadranty. Algoritmus běží do té doby, dokud je schopen dělit obraz. Spojování je obdobou štěpení.

Rozvodí je metoda založená na zaplavování oblastí vodou. Z obr. 20 je jasné vidět, jak se jednotlivé oblasti zaplavují, k zaplavení dochází od nejnižších oblastí (tmavá barva) a postupně se přechází i k zaplavení vyšších oblastí. Je potřeba stanovit hranice, aby nedošlo k zaplavení celé plochy.

Metoda level set, která se řadí k nejpokročilejším metodám segmentace obrazu, vyžaduje již více znalostí než dosud popisované základní metody. K použití evoluce, která je potřebná pro správný vývoj level set funkce a bez které by se metoda neobešla, se nabízely skripty od různých autorů. S vidinou snadnější aplikace a lepší ovladatelnosti level set funkce, byla zvolena evoluce od autora Chunming Li, který vytvořil novou variační formulaci geometrických aktivních kontur, mezi které se řadí právě level set funkce.

Tato formulace spočívá v tom, že není třeba reinitializace level set funkce, která udržovala tradiční level set funkci v blízkosti vzdálenostní funkce a bez níž by metoda přestala fungovat. Nejprve byl vytvořen obraz gradientu. Dále byla inicializována level set funkce (tvar uzavřené křivky), která se vyvíjela dle toho, zda se jednalo o detekci šedé či bílé kůry mozkové. V případě detekce šedé kůry mozkové se kontura stahovala, protože byla inicializována zvnějšku obrazu mozku. Při detekci bílé kůry tomu bylo naopak. Vyvíjející se kontura se zastavila až při dosažení určité hrany pro danou kůru, která byla stanovena funkcí indikace hrany. Výhodou zvolené evoluce od výše zmiňovaného autora byla možnost volby většího časového kroku, která urychluje vývoj kontury. Po určitém počtu iterací, jejichž počet je stanoven uživatelem, dojde k ukončení metody.

Objevily se bohužel i nevýhody, které vedly k neúplnosti výsledků. I přes snahu zvýšit kontrast obou tkání pro dosažení lepších výsledků, se tomu podařilo pouze u detekce bílé kůry mozkové (obr. 21a). U šedé kůry mozkové byl výsledek téměř stejný (obr. 21b).

K aplikaci všech algoritmů bylo použito programu Matlab.

9 Seznam použité literatury

- [1] Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods. *Digital Image Processing - second edition*, Prentice Hall, Inc., 2002
- [2] Campr, P. *Získávání 3D modelů lidských tkání z obrazových dat CT*. Diplomová práce. Fakulta aplikovaných věd Západočeská univerzita v Plzni, 2005
- [3] Wikipedia, The free encyclopedia
http://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_resonance_imaging
- [4] S. Osher, J. A. Sethian. *Fronts propagating with curvaturedependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations*, J. Comp. Phys., vol. 79, 1988.
- [5] J. A. Sethian. *Level set methods and fast marching methods*, Cambridge: Cambridge University Press, 1999
- [6] Chunming Li. *Level Set Evolution Without Re-initialization: A New Variational Formulation*, Department of Electrical and Computer Engineering University of Connecticut
- [7] Mostofi, H., College, K. *Fast Level Set Segmentation of Biomedical Images using Graphics Processing Units*. Final Year Project, Department of Engineering Science, 2009
- [8] Sumengen, B. *Level Set Methods*, Vision Research Lab UCSB, 2005
- [9] Osher, S., Sethian, J.A. *Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations*, Journal of Computational Physics 79, 12-49, 1998
- [10] Janoušková, E. *Statistické metody segmentace v MRI obrazech mozku*. Bakalářská práce. Výzkumné centrum pro chemii životního prostředí a ekotoxilogii, Masarykova univerzita v Brně, 2008