

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**

ÚSTAV ELEKTROENERGETIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

DEPARTMENT OF ELECTRICAL POWER ENGINEERING

USTÁLENÝ CHOD VEDENÍ 110kV

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

LUBOŠ LEINWEBER

BRNO 2008

LICENČNÍ SMLOUVA

POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

1. Pan/paní

Jméno a příjmení:

Bytem:

Narozen/a (datum a místo):

(dále jen „autor“)

a

2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií,

se sídlem Údolní 244/53, 602 00 Brno,

jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:

.....

(dále jen „nabyvatel“)

Čl. 1

Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- ☐ disertační práce
 - ☐ diplomová práce
 - ☐ bakalářská práce
 - ☐ jiná práce, jejíž druh je specifikován jako
- (dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP:

Vedoucí/ školitel VŠKP:

Ústav:

Ústav elektroenergetiky

Datum obhajoby VŠKP:

VŠKP odevzdal autor nabyvateli v*:

- ☐ tištěné formě – počet exemplářů

* hodící se zaškrtněte

☐ elektronické formě – počet exemplářů

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

Článek 2

Udělení licenčního oprávnění

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
 - ☐ ihned po uzavření této smlouvy
 - ☐ 1 rok po uzavření této smlouvy
 - ☐ 3 roky po uzavření této smlouvy
 - ☐ 5 let po uzavření této smlouvy
 - ☐ 10 let po uzavření této smlouvy
 (z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/ 1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

Článek 3

Závěrečná ustanovení

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne:

.....

Nabyvatel

.....

Autor

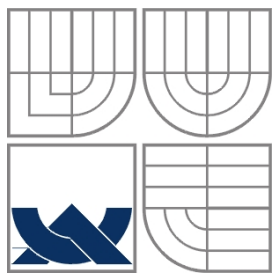
Bibliografická citace práce:

LEINWEBER, L. Ustálený chod vedení 110 kV. Bakalářská práce. Brno: Ústav elektroenergetiky FEKT VUT v Brně, 2008, 49 stran.

Prohlašuji, že jsem svou **bakalářskou práci** vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Zároveň bych na tomto místě chtěl poděkovat vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Vladimíru Blažkovi, CSc. za cenné rady a připomínky k mé práci, poskytnutou literaturu a svým rodičům za podporu během celé doby mého studia.

.....



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ



Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií

Ústav elektroenergetiky

Bakalářská práce

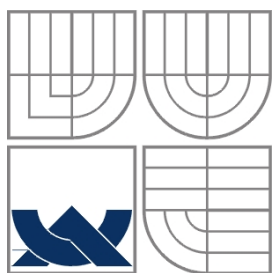
Ustálený chod vedení 110kV

Petr Provázek

vedoucí: doc. Ing. Vladimír Blažek, DrSc.

Ústav elektroenergetiky, FEKT VUT v Brně, 2008

Brno



BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



Faculty of Electrical Engineering and Communication

Department of Electrical Power Engineering

Bachelor's Thesis

Stabilized operation of a 110kV power line

by

Luboš Leinweber

Supervisor: doc. Ing. Vladimír Blažek, DrSc.

Brno University of Technology, 2008

Brno

ABSTRAKT

Moje práce se zabývá parametry dlouhého vedení velmi vysokého napětí (vvn) 110 kV se zadanými výstupními parametry (jmenovité napětí, $\cos\varphi$, činný výkon a délku vedení) a to jak z teoretické části, tak i z části praktické, kterou jsem provedl výpočtem ze zadaných hodnot parametrů vedení a to podélnou reaktancí a příčnou admitancí.

Výpočet jsem provedl nejprve přibližný, pomocí náhradních dvojbranů (T, Π , Γ , Steinmetz), pomocí dvojbranu nakrátko, naprázdno a poté jsem provedl přesné řešení a nahrazení pomocí řady. Tyto typy výpočtu jsem popsal v teoretické části. Výsledky jsem porovnal a určil, která metoda se mi zdá být nejpřesnější.

KLÍČOVÁ SLOVA: dvojbran T, Π , Γ , Steinmetz ; jmenovité napětí ; činný výkon ; $\cos\varphi$; přesné řešení ; nahrazení pomocí řady

ABSTRACT

My work is dealing with parameters long high voltage (vvn)110kV with wanted output parameters(voltage rating , $\cos\varphi$, aktive power and size of power line) namely in theoretic part as well as in practic part , which I made from required parameter values of power line concretely by direct-axis reactance and shunt admittance.

At first I did the approximate calculation by reserve T-networks (T , Π , Γ , Steinmetz), by short T-network , idle T-networks and after that I made perfect conclusion and elaboration by the help of lines. I described these kind of calculation in the theoretic part. I compared the results and I determinated which method was te best.

KEY WORDS: T-network T , Π , Γ , Steinmetz ; voltage rating ; aktive power ; $\cos\varphi$; perfect conclusion ; elaboration by the help of lines

Obsah

Seznam obrázků.....	11
Seznam tabulek.....	12
Seznam symbolů a zkratk.....	13
1. Úvod.....	14
2. Elektrické parametry prvků elektrických sítí	15
3. Elektrické vedení vvn a zvn v ustáleném stavu	16
3.1 Základní rovnice pro prostorové rozložení napětí a proudu podél vedení.....	16
3.2 Přesné řešení.....	19
4. Čtyřpóly.....	21
4.1 Základní typy čtyřpólů.....	21
4.2 Odvození podmínek pro souměrný čtyřpól.....	24
4.3 Blondelův princip (stav naprázdno a nakrátko).....	25
5. Řešení vedení vvn pomocí čtyřpólů.....	26
5.1 Článek typu „ T “	26
5.2 Článek typu „ Π “	28
5.3 Článek typu „ Γ “	31
5.4 Nesouměrné čtyřpóly	32
5.5 Steinmetzův článek	34
6. Výpočet.....	37
6.1 Řešení pomocí Π článku.....	38
6.1 Řešení pomocí T článku.....	39
6.1 Řešení pomocí Γ článku.....	40
6.1 Řešení pomocí Steinmetzova článku.....	41
6.1 Řešení vedení při chodu nakrátko	43
6.1 Řešení vedení při chodu naprázdno.....	44
6.1 Řešení pomocí přesného výpočtu.....	45
6.1 Řešení pomocí nahrazení řadou.....	47
7. Závěr.....	49
8. Použitá literatura.....	50

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 4-1 Souměrný čtyřpól	22
Obrázek 5-1 Článek typu „ T “	26
Obrázek 5-2 Fázorový diagram článku typu „ T “	28
Obrázek 5-3 Článek typu „ Π “	29
Obrázek 5-4 Fázorový diagram článku typu „Π “	31
Obrázek 5-5 Článek typu „Γ “	31
Obrázek 5-6 Fázorový diagram článku typu „Γ “	32
Obrázek 5-7 Článek „ T “ , „ Π “ a „Γ “	33
Obrázek 5-8 Steinmetzův náhradní článek	35
Obrázek 5-9 Fázorový diagram Steinmetzova náhradního článku	37

Seznam tabulek

Tab. 1-1 Tabulka vypočtených hodnot.....	49
--	----

Seznam symbolů a zkratek

R	rezistence
L	indukčnost
G	konduktance
C	kapacita
X	induktivní reaktance
B	kapacitní susceptance
Z	podélná reaktance
Y	příčná admitance
R _k	rezistence na km délky
X _k	induktivní reaktance na km délky
B _k	kapacitní susceptance na km délky
G _k	konduktance vedení na km délky
I ₁	vstupní proud
I ₂	výstupní proud
I _k	proud nakrátko
I ₁₀	proud naprázdno
U ₁	vstupní napětí
U ₂	výstupní napětí
U _k	napětí nakrátko
U ₁₀	napětí naprázdno
U _f	fázová hodnota napětí
U _s	sdružená hodnota napětí
P	činný výkon
S	zdánlivý výkon
Q	jalový výkon
cosφ	účinník
η	účinnost přenosu
γ	činitel šíření
Z _v	vlnová impedance

1. Úvod

Má práce pojednává o ustáleném chodu dlouhého vedení vvn a vypočtení jeho vstupních parametrů, tzn. že se na danou problematiku budeme koukat z pohledu dodavatele elektrické energie, tj. elektrárny, která musí dodat požadovanou elektrickou energii. Postupovat budeme různými způsoby řešení.

2. Elektrické parametry prvků elektrických sítí

Než se začneme zabírat řešením vvn a zvn, musíme znát jeho parametry. Rozeznáváme základní čtyři parametry :

Rezistenci - R

Indukčnost - L

Tyto parametry jsou ve směru příčném

Konduktance - G

Kapacitu – C

Tyto parametry jsou ve směru podélném

Při řešení ustálených stavů v soustavách se střídavým proudem o frekvenci 50hz se zavádí odvozené parametry:

$$\text{Induktivní reaktance :} \quad X = \omega L = 2\pi \cdot f \cdot L \quad (2.1)$$

$$\text{Kapacitní susceptance :} \quad B = \omega C = 2\pi \cdot f \cdot C \quad (2.2)$$

$$\text{Podélná impedance :} \quad Z = R + j \cdot X \quad (2.3)$$

$$\text{Příčná admitance :} \quad Y = G + j \cdot B \quad (2.4)$$

Parametry vedení je zvykem vyjadřovat v jednotkách na 1 km délky, tzn. Že různě dlouhé vedení bude mít jinou hodnotu rezistence, po vynásobením příslušné rezistence na kilometr danou délkou dostaneme hledanou rezistenci vedení :

Má práce pojednává o ustáleném chodu dlouhého vedení vvn a vypočtení jeho vstupních parametrů, tzn. že se na danou problematiku budeme koukat z pohledu dodavatele elektrické energie, tj. elektrárny, která musí dodat požadovanou elektrickou energii. Postupovat budeme různými způsoby řešení.

$R_k = [\Omega/\text{km}]$ – rezistence vedení na kilometr délky

$R = R_k \cdot l$ $[\Omega]$ – hledaná rezistence vedení

$X_k = [\Omega/\text{km}]$ – induktivní reaktance vedení na kilometr délky

- v případě, že bychom neměli zadanou přímo induktivní reaktanci, ale jen indukčnost L , vypočítáme induktivní reaktanci podle známého vztahu $X_k = 2\pi \cdot f \cdot L_k$

$X = X_k \cdot l$ $[\Omega]$ – hledaná induktivní reaktance vedení

$B_k = [\text{S}/\text{km}]$ – kapacitní susceptance vedení na kilometr délky

- v případě, že bychom neměli zadanou přímo kapacitní susceptanci, ale jen kapacitu C , vypočítáme induktivní reaktanci podle známého vztahu $B_k = 2\pi \cdot f \cdot C_k$

$B = B_k \cdot l$ $[\text{S}]$ – hledaná kapacitní susceptance vedení

$G_k = [\text{S}/\text{km}]$ – konduktance vedení kilometr délky

$G = G_k \cdot l$ $[\text{S}]$ – hledaná konduktance vedení

Z těchto vztahů tedy plyne, že :

- a) podátná impedance vedení na jednotku délky je

$$\mathbf{z_k} = R_k + j \cdot X_k \quad [\Omega/\text{km}] \quad (2.5)$$

- b) příčná admitance vedení na jednotku délky je

$$\mathbf{y_k} = G_k + j \cdot B_k \quad [\text{S}/\text{km}] \quad (2.6)$$

Parametry venkovních vedení jsou závislé na materiálu, konstrukci vodičů (dráty, lana, dvoumateriálová lana ...), izolaci a uspořádání vodičů v hlavě stožáru.

3. Elektrické sítě vvn a zvn v ustáleném stavu

Sítě 400kV a 220kV mají charakter přenosových vedení. Délky úseků vedení dosahují často stovek kilometrů a přenášený výkon se počítá ve stovkách MW. Sítě 110 kV mají charakter distribučních vedení. Rozlehlost těchto sítí a velikost napětí neumožňuje použít při řešení ustáleného stavu tak velká zjednodušení jako u sítí vn a nn. Proudů v příčném směru přenosu (konduktancí a kapacitami vodičů) jsou řádově srovnatelnými s proudy odběrů a mají tedy podstatný vliv na ztráty výkonu a úbytku napětí. Rozdíly fázorů napětí v uzlech sítí jsou také podstatně větší než u nižších napěťových stupňů (v absolutní hodnotě i fázovém posunu). Pro výpočet odběrů a zdrojů z výkonu tedy nelze použít jmenovité napětí nebo jiné, pro všechny uzly stejné napětí.

Parametry jsou podél jednotlivých vedení rozloženy homogenně. V důsledku homogenně rozložených parametrů se proud i napětí mění podél vedení. Přenos energie střídavým proudem souvisí s šířením elektromagnetických vln v prostoru vedení. Protože délky vedení vvn a zvn jsou malé proti délce vlny a napětí a proudu a velké vůči vzdálenosti vodičů, vlnové procesy se v ustáleném stavu neuvažují. Úloha rozdělení napětí a proudu se řeší přibližně pomocí náhradních obvodů se soustřednými parametry stanovením efektivních hodnot napětí a proudu na začátku případně na konci vedení. Přesné řešení poměrů v síti poskytují Maxwellovy rovnice.

3.1. Základní rovnice pro prostorové rozložení napětí a proudu podél vedení

Vedení budeme uvažovat jako článkové, kde každý prvek představuje nekonečně malý element vedení s délkou dx , má rovnoměrně rozložené parametry

Za předpokladu, že :

- a) parametry vedení se považují pro určitou úlohu za konstanty
- b) napětí a proudy mají sinusový průběh (základní harmonické)
- c) analýzu vedení provedeme podle symbolického počtu, čímž se zjednoduší řešení diferenciální rovnice

lze pro prvek ve vzdálenosti x od počátku psát podle KZ :

$$-\bar{U}(x) + \bar{Z}_{11} \cdot \bar{I}(x) \cdot dx + \left[\bar{U}(x) + \frac{d\bar{U}(x)}{dx} dx \right] = 0 \rightarrow -\frac{d\bar{U}(x)}{dx} = \bar{Z}_{11} \cdot \bar{I}(x) \quad (3.1)$$

$$\bar{I}(x) - \frac{d\bar{I}(x)}{dx} dx = \bar{I}(x) + \bar{U}(x) \cdot \bar{Y}_{q1} \cdot dx \rightarrow -\frac{d\bar{I}(x)}{dx} = \bar{Y}_{q1} \cdot \bar{U}(x) \quad (3.2)$$

kde $\mathbf{Z}_{l1}$ je podélná impedance a $\mathbf{Y}_{q1}$ je příčná admitance na vedení, tvořené dvěma paralelními příčkovými vodiči délky $l \rightarrow \infty$ ve vzdálenosti $d \ll l$

Derivujeme-li jednu z rovnic podle x a dosadíme do druhé rovnice, dostaneme telegrafní rovnici pro ustálený chod (a sinusový průběh) v symbolickém tvaru

$$\frac{d^2 \bar{U}(x)}{dx^2} = \gamma^2 \bar{U}(x) \quad (3.3)$$

$$\frac{d^2 \bar{I}(x)}{dx^2} = \gamma^2 \bar{I}(x) \quad (3.4)$$

$$\text{kde } \gamma = +\sqrt{\bar{Z}_{l1} \cdot \bar{Y}_{l1}} = \alpha + j \cdot \beta \quad (3.5)$$

je zatím jen formální zkratka. Rovnice (3.3) a (3.4) jsou lineární, diferenciální, homogenní rovnice druhého řádu v komplexním tvaru pro harmonickou změnu napětí a proudu s kruhovou frekvencí ω . Řešením rovnice (3.3) je

$$\bar{U}(x) = \bar{K}_1 \cdot e^{-\gamma x} + \bar{K}_2 \cdot e^{+\gamma x} \quad (3.6)$$

kde komplexní konstanty $\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2$ určíme z okrajových podmínek. Derivace předchozí rovnice podle x , vložená do rovnice (3.1) poskytne řešení :

$$\bar{I}(x) = \bar{K}_1 \cdot \bar{Y}_v \cdot e^{-\gamma x} + \bar{K}_2 \cdot \bar{Y}_v \cdot e^{+\gamma x} \quad (3.7)$$

Pro vedení konečné délky jsou zpravidla dány veličiny na začátku vedení ($x=0$, index 1) a na konci vedení ($x=l$, index 2). Pomocí nichž vyjádříme konstanty $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$ a aplikujeme na rovnice (3.6) a (3.7)

a) zadáno : $\mathbf{U}(0) = \mathbf{U}_1$, $\mathbf{I}(0) = \mathbf{I}_1$ hledáme :

$$\bar{U}(x) = f_1(\bar{U}_1, \bar{I}_1) \quad , \quad \bar{I}(x) = f_2(\bar{U}_1, \bar{I}_1)$$

pro $x = 0$ dostáváme z rovnic (3.6) a (3.7)

$$\bar{U}_1 = \bar{K}_1 + \bar{K}_2 \quad \rightarrow \quad \bar{K}_1 = \frac{1}{2}(\bar{U}_1 + \bar{Z}_v \cdot \bar{I}_1) \quad (3.8)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{Y}_v \cdot \bar{K}_1 - \bar{Y}_v \cdot \bar{K}_2 \rightarrow \bar{K}_1 = \frac{1}{2}(\bar{U}_1 - \bar{Z}_v \cdot \bar{I}_1) \quad (3.9)$$

Vložíme vypočtené hodnoty $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$ do rovnice (3.6) a (3.7) a současně uvážíme

$$\frac{1}{2}(e^{-\gamma x} + e^{+\gamma x}) = \cosh \gamma x \quad \frac{1}{2}(e^{-\gamma x} - e^{+\gamma x}) = \sinh \gamma x \quad (3.10)$$

dostaneme pro formálních úpravách pro napětí a proud v libovolném místě vedení :

$$\bar{U}(x) = \bar{U}_1 \cosh \gamma x - \bar{I}_1 \cdot \bar{Z}_v \sinh \gamma x \quad \bar{U}(x) = \bar{U}_1 \bar{D}(x) - \bar{I}_1 \bar{B}(x) \quad (3.11)$$

$$\bar{I}(x) = -\bar{U}_1 \cdot \bar{Y}_v \sinh \gamma x - \bar{I}_1 \cdot \cosh \gamma x \quad \bar{I}(x) = -\bar{U}_1 \bar{C}(x) - \bar{I}_1 \bar{A}(x) \quad (3.12)$$

Význam komplexních konstant $\mathbf{A}(x), \mathbf{B}(x), \mathbf{C}(x), \mathbf{D}(x)$ je dán porovnáním stejnohlých členů.

Platí :

$$\mathbf{A}(x) \cdot \mathbf{D}(x) - \mathbf{B}(x) \cdot \mathbf{C}(x) = 1 \quad (3.13)$$

b) zadáno $\mathbf{U}(l) = \mathbf{U}_2, \mathbf{I}(l) = \mathbf{I}_2$ hledáme

$$\bar{U}(x) = f_3(\bar{U}_2, \bar{I}_2) \quad , \quad \bar{I}(x) = f_4(\bar{U}_2, \bar{I}_2)$$

pro $x = l$ dostáváme z rovnic (3.6) a (3.7)

$$\bar{U}_2 = \bar{K}_1 \cdot e^{-\gamma l} + \bar{K}_2 \cdot e^{+\gamma l} \rightarrow \bar{K}_1 = \frac{1}{2}e^{\gamma l} (\bar{U}_2 + \bar{Z}_v \cdot \bar{I}_2) \quad (3.14)$$

$$\bar{I}_2 = \bar{Y}_v \cdot \bar{K}_1 \cdot e^{-\gamma l} - \bar{Y}_v \cdot \bar{K}_2 \cdot e^{+\gamma l} \rightarrow \bar{K}_2 = \frac{1}{2}e^{-\gamma l} (\bar{U}_2 + \bar{Z}_v \cdot \bar{I}_2) \quad (3.15)$$

Analogicky jako v předchozím případě dostaneme použitím rovnic (3.6) a (3.7) a (3.10)

po úpravě pro proud a napětí v libovolném místě vedení :

$$\bar{U}(x) = \bar{U}_2 \cosh \gamma(l-x) - \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_v \sinh \gamma(l-x) \quad \bar{U}(x) = \bar{U}_2 \bar{A}(l-x) - \bar{I}_2 \bar{B}(l-x) \quad (3.16)$$

$$\bar{I}(x) = \bar{U}_2 \cdot \bar{Y}_v \sinh \gamma(l-x) + \bar{I}_2 \cdot \cosh \gamma(l-x) \quad \bar{I}(x) = \bar{U}_2 \bar{C}(l-x) + \bar{I}_2 \bar{D}(l-x) \quad (3.17)$$

3.2. Přesné řešení

Vycházíme-li z předpokladu, že známe U_2 a I_2 , tzn. parametry na konci vedení (u odběratele), budou vypadat rovnice takto :

$$\bar{U} = \bar{U}_2 \cdot \frac{1}{2} (e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) + \bar{Z}_v \bar{I}_2 \cdot \frac{1}{2} (e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}) \quad (3.18)$$

$$\bar{I} = \bar{U}_2 \cdot \frac{1}{\bar{Z}_v} \cdot \frac{1}{2} (e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}) + \bar{I}_2 \cdot \frac{1}{2} (e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) \quad (3.19)$$

V případě, že tomu bude naopak a budeme znát poměry na začátku vedení, budou rovnice vypadat :

$$\bar{U}_2 = \bar{U}_1 \cdot \cosh \gamma l - \bar{I}_1 \bar{Z}_v \sinh \gamma l \quad (3.20)$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \cosh \gamma l - \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_v} \sinh \gamma l \quad (3.21)$$

Tyto rovnice udávají hodnotu napětí a proudu v bodě, který je od spotřebitele ve vzdálenosti x . Když volíme, že $x = l$ (celková délka), přičemž platí :

$$\sinh \alpha = \frac{1}{2} (e^{\alpha} - e^{-\alpha}) = \alpha + \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} + \dots = \alpha + \frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha^5}{120} \dots \quad (3.22)$$

$$\cosh \alpha = \frac{1}{2} (e^{\alpha} + e^{-\alpha}) = 1 + \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} + \dots = 1 + \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{24} \dots \quad (3.23)$$

kde α je konstanta útlumu $\alpha = \ln \frac{U_1}{U_2}$

Potom lze psát výsledný tvar rovnice přesného řešení dlouhých střídavých vedení :

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 \cdot \cosh \gamma l + \bar{I}_2 \bar{Z}_v \cdot \sinh \gamma l \quad (3.24)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{U}_2 \frac{1}{\bar{Z}_v} \cdot \sinh \gamma l + \bar{I}_2 \cdot \cosh \gamma l \quad (3.25)$$

a tedy Blondelovy konstanty :

$$\begin{aligned}
 \bar{A} &= \cosh \sqrt{\bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K} \cdot l = \left(1 + \frac{\bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K \cdot l^2}{2} + \frac{\bar{Z}_K^2 \cdot \bar{Y}_K^2 \cdot l^4}{24} + \dots \right) \\
 \bar{B} &= \bar{Z}_v \cdot \sinh \sqrt{\bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K} \cdot l = \bar{Z}_v \cdot l \left(1 + \frac{\bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K \cdot l^2}{6} + \frac{\bar{Z}_K^2 \cdot \bar{Y}_K^2 \cdot l^4}{24} + \dots \right) \\
 \bar{C} &= \frac{1}{\bar{Z}_v} \sinh \sqrt{\bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K} \cdot l = \bar{Y}_K \cdot l \left(1 + \frac{\bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K \cdot l^2}{6} + \frac{\bar{Z}_K^2 \cdot \bar{Y}_K^2 \cdot l^4}{120} + \dots \right) \\
 \bar{D} &= \bar{A}
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

4. Čtyřpóly

4.1. Základní vlastnosti čtyřpólu

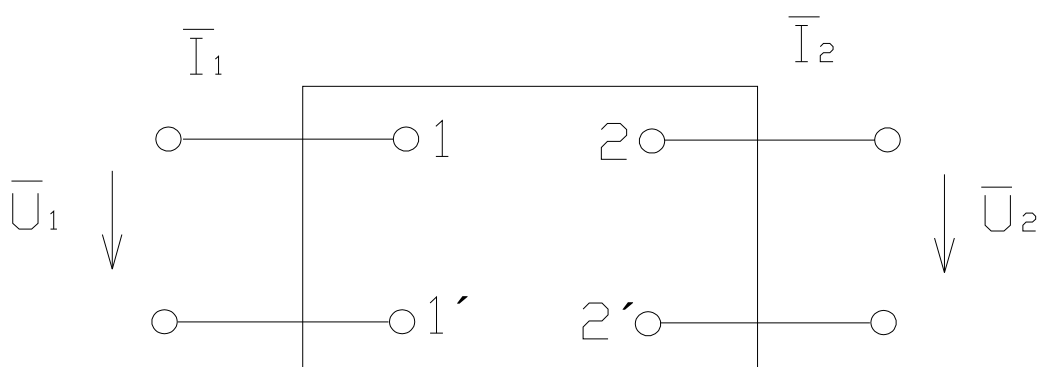
Čtyřpól je libovolně složité zapojení, které s vnějškem souvisí dvěma páry svorek - (obvykle vstupní a výstupní). Pomocí čtyřpólu lze nahradit většinu zapojení el. zařízení v silnoproudé elektrotechnice (generátor, trafo, vedení, motor atd.).

Čtyřpóly lze obecně dělit na :

- a) Lineární a nelineární - podle toho, zda obsahují výhradně lineární nebo nejméně jeden nelineární prvek .
- b) Aktivní a pasivní - kde aktivní obsahují alespoň jeden aktivní prvek (zdroj) nebo Pasivní, které za žádných okolností nejsou schopny dodávat el. energii, přičemž na výstupu je vždy menší energie než na vstupu.
- c) Souměrné a nesouměrné – podle své vnitřní stavby, kde při souměrné se funkce nezmění, zaměníme-li vstup za výstup. Pokud jsou jeho vlastnosti ze strany vstupu různé od výstupu, potom hovoříme o soustavách nesouměrných.

Podle metody obvodových proudů obdržíme pro „n“ nezávislých obvodů el. sítě následující soustavu rovnic :

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_1 &= \bar{Z}_{11} \cdot \bar{I}_1 + \bar{Z}_{12} \cdot \bar{I}_2 + \bar{Z}_{13} \cdot \bar{I}_{31} + \dots \bar{Z}_{1n} \cdot \bar{I}_n \\
 \bar{U}_2 &= \bar{Z}_{21} \cdot \bar{I}_1 + \bar{Z}_{22} \cdot \bar{I}_2 + \bar{Z}_{23} \cdot \bar{I}_{31} + \dots \bar{Z}_{2n} \cdot \bar{I}_n \\
 &\vdots \\
 \bar{U}_n &= \bar{Z}_{n1} \cdot \bar{I}_1 + \bar{Z}_{n2} \cdot \bar{I}_2 + \bar{Z}_{n3} \cdot \bar{I}_{31} + \dots \bar{Z}_{nn} \cdot \bar{I}_n
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$



obr. 4-1 souměrný čtyřpól

Pro čtyřpól dle obrázku 4-1 lze rovnici 4.1 přepsat na tvar :

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \bar{Z}_{11} \cdot \bar{I}_1 + \bar{Z}_{12} \cdot \bar{I}_2 \\ -\bar{U}_2 &= \bar{Z}_{21} \cdot \bar{I}_1 + \bar{Z}_{22} \cdot \bar{I}_2\end{aligned}\quad (4.2)$$

Podle Cramerova pravidla obdržíme pro proud v „k-tém“ obvodu výraz :

$$\bar{I}_K = \frac{\Delta_{K1}}{\Delta} \cdot \bar{U}_1 + \frac{\Delta_{K2}}{\Delta} \cdot \bar{U}_2 + \dots + \frac{\Delta_{Kn}}{\Delta} \cdot \bar{U}_n \quad (4.3)$$

kde :

$$k = 1, 2, 3 \dots n$$

Δ = determinant soustavy

Δ_{kn} = minory soustavy

Determinant soustavy rovnice (4.2)

$$\Delta = \bar{Z}_{11} \cdot \bar{Z}_{22} - \bar{Z}_{12} \cdot \bar{Z}_{21} \quad (4.4)$$

takže podle rovnice (4.3) lze pro čtyřpól psát :

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \frac{\Delta_{11}}{\Delta} \cdot \bar{U}_1 - \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \cdot \bar{U}_2 \\ \bar{I}_2 &= \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \cdot \bar{U}_1 - \frac{\Delta_{22}}{\Delta} \cdot \bar{U}_2\end{aligned}\tag{4.5}$$

Zavedeme-li, že $\Delta_{21} = \Delta_{12}$ a eliminací „ U_1 “ a „ I_1 “ z rovnice (4.5) :

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{21}} \cdot \bar{U}_2 + \frac{\Delta}{\Delta_{21}} \cdot \bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 &= \frac{1}{\Delta_{21}} \cdot \bar{U}_2 + \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{21}} \cdot \bar{I}_2\end{aligned}\tag{4.6}$$

a jestliže v rovnicích (4.6) označíme tzv. konstanty :

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{21}} [-] \quad ; \quad \bar{B} = \frac{\Delta}{\Delta_{21}} [\Omega] \\ \bar{C} &= \frac{1}{\Delta_{21}} [S] \quad ; \quad \bar{D} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{21}} [-]\end{aligned}$$

můžeme potom rovnici (4.6) přepsat takto :

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \bar{A} \cdot \bar{U}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 &= \bar{C} \cdot \bar{U}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2\end{aligned}\tag{4.7}$$

Mezi konstantami pasivního čtyřpólu platí :

$$\bar{A}\bar{D} - \bar{B}\bar{C} = 1\tag{4.8}$$

a záměnou vstupního a výstupního napětí dostaneme :

$$\begin{aligned}\bar{U}_2 &= \bar{D}\bar{U}_1 - \bar{B}\bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 &= -\bar{C}\bar{U}_1 + \bar{A}\bar{I}_1\end{aligned}\tag{4.9}$$

4.2. Odvození podmínek pro souměrný čtyřpól

Podle definice souměrného čtyřpólu se jeho funkce nezmění, jestliže zaměníme vstup a výstup, při čemž funkční vlastnosti lze vyjádřit příslušnými impedancemi naprázdno a nakrátko.

Čtyřpól napájený ze vstupní strany :

a) stav naprázdno ($\bar{I}_2 = 0$) :

$$\begin{aligned}\bar{U}_{10} &= \bar{A} \cdot \bar{U}_2 \\ \bar{I}_{10} &= \bar{C} \cdot \bar{U}_2\end{aligned}\tag{4.10}$$

b) stav nakrátko ($\bar{U}_2 = 0$)

$$\begin{aligned}\bar{U}_{1K} &= \bar{B} \cdot \bar{I}_2 \\ \bar{I}_{1K} &= \bar{D} \cdot \bar{I}_2\end{aligned}\tag{4.11}$$

Čtyřpól napájený z výstupní strany :

a) stav naprázdno ($\bar{I}_1 = 0$)

$$\begin{aligned}\bar{U}_{20} &= \bar{D} \cdot \bar{U}_1 \\ \bar{I}_{20} &= \bar{C} \cdot \bar{U}_1\end{aligned}\tag{4.12}$$

b) stav nakrátko ($\bar{U}_1 = 0$)

$$\begin{aligned}\bar{U}_{2K} &= \bar{B} \cdot \bar{I}_1 \\ \bar{I}_{2K} &= \bar{A} \cdot \bar{I}_1\end{aligned}\tag{4.13}$$

Podílem rovnic (4.10), (4.11), (4.12) a (4.13) získáme impedanci a po jejich srovnání podmínku pro souměrný čtyřpól :

$$\bar{Z}_{10} = \frac{\bar{U}_{10}}{\bar{I}_{10}} = \frac{\bar{A}}{\bar{C}} \quad ; \quad \bar{Z}_{1K} = \frac{\bar{U}_{1K}}{\bar{I}_{1K}} = \frac{\bar{B}}{\bar{D}}\tag{4.14}$$

$$\bar{Z}_{20} = \frac{\bar{U}_{20}}{\bar{I}_{20}} = \frac{\bar{D}}{\bar{C}} \quad ; \quad \bar{Z}_{2K} = \frac{\bar{U}_{2K}}{\bar{I}_{2K}} = \frac{\bar{B}}{\bar{A}}\tag{4.15}$$

tedy, je-li čtyřpól souměrný, musí být jeho vstupní i výstupní impedance totožné :

$$\bar{Z}_{10} = \bar{Z}_{20} \quad ; \quad \frac{\bar{A}}{\bar{C}} = \frac{\bar{D}}{\bar{B}} \quad \rightarrow \quad \bar{A} = \bar{D} \quad (4.16)$$

$$\bar{Z}_{1K} = \bar{Z}_{2K} \quad ; \quad \frac{\bar{B}}{\bar{D}} = \frac{\bar{A}}{\bar{C}} \quad \rightarrow \quad \bar{A} = \bar{D} \quad (4.17)$$

Pasivní čtyřpól obecně je určen podle rovnice (4.8) třemi konstantami

$$\bar{A}\bar{D} - \bar{B}\bar{C} = 1$$

a pasivní čtyřpól souměrný pouze dvěma konstantami, protože lze psát :

$$\bar{A}\bar{D} - \bar{B}\bar{C} = \bar{A}^2 - \bar{B} \cdot \bar{C} = 1 \quad (4.18)$$

4.3. Blondelův princip (stav naprázdno a nakrátko)

Blondelův princip lze ukázat dosazením rovnic (3.10) (3.11) do rovnice (3.7) :

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= \bar{A} \cdot \bar{U}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 = \bar{U}_{10} + \bar{U}_{1K} \\ \bar{I}_1 &= \bar{C} \cdot \bar{U}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2 = \bar{I}_{10} + \bar{I}_{1K} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Z rovnice (3.19) je zřejmé, že obecný stav napětí a proudu lze považovat jakou součet stavů, které by nastaly, kdyby spotřebič byl postupně naprázdno a nakrátko.

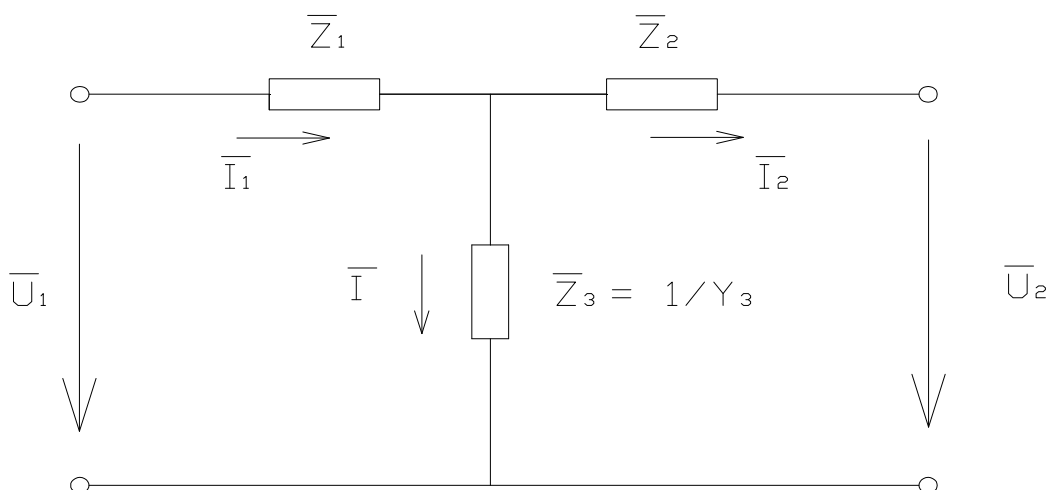
5. Řešení vedení vvn pomocí čtyřpólů

Každý čtyřpól je možné vytvořit z libovolného zapojení různého počtu R,L,C prvků. Způsob zapojení potom určuje jeho vlastnosti. V praxi obvykle řešíme tyto úlohy postupnou redukcí obvodu až na základní tvar, tzv. článek typu „T“, „Π“ a „Γ“. Článek typu „T“ a „Π“ řešíme jako souměrné čtyřpóly, článek „Γ“ řešíme jako článek nesouměrný když „T“ a „Π“ mohou být také nesouměrné.

Při výpočtech známe obvykle poměry na konci vedení a k nim dopočítáváme vstupní parametry. K výpočtu vstupních (i výstupních) veličin používáme tzv Blondelových konstant, které si pro každý článek vyjádříme – jsou to konstanty $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ a $\bar{D}$.

5.1. Článek typu „T“

Jak je vidět ze schématu, podélná impedance je rozdělená na dvě poloviny a je koncentrovaná na začátku a na konci vedení. Příčná admittance je soustředěna doprostřed vedení. Na konci vedení se požaduje konstantní napětí $\bar{U}$ a proud $\bar{I}$. Impedance dlouhého vedení způsobuje úbytky napětí ΔU a admittance úbytek proudu $\bar{I}'$, který protéká pomyslným kondenzátorem uprostřed vedení do země, proto má proud $\bar{I}'$ kapacitní povahu.



obrázek 5-1 Článek "T"

Odvození rovnic vstupního proudu a napětí :

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_0 = \bar{I}_2 + \bar{Y}_3 (\bar{U}_2 + \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}_2) = \bar{U}_2 \cdot \bar{Y}_3 + \bar{I}_2 (1 + \bar{Z}_2 \cdot \bar{Y}_3) \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= \bar{I}_1 \cdot \bar{Z}_1 + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_2 + \bar{U}_2 = \bar{Z}_1 \cdot \bar{Y}_3 \cdot \bar{U}_2 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{I}_2 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 \cdot \bar{Y}_3 \cdot \bar{I}_2 + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_2 + \bar{U}_2 \\ &= \bar{U}_2 (1 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{Y}_3) + \bar{I}_2 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 \cdot \bar{Y}_3) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Z rovnic (5.1) a (5.2) můžeme získat Blondelovy konstanty :

$$\begin{aligned} \bar{A} &= (1 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{Y}_3) \\ \bar{B} &= (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 \cdot \bar{Y}_3) \\ \bar{C} &= \bar{Y}_3 \\ \bar{D} &= (1 + \bar{Z}_2 \cdot \bar{Y}_3) \end{aligned} \quad (5.3)$$

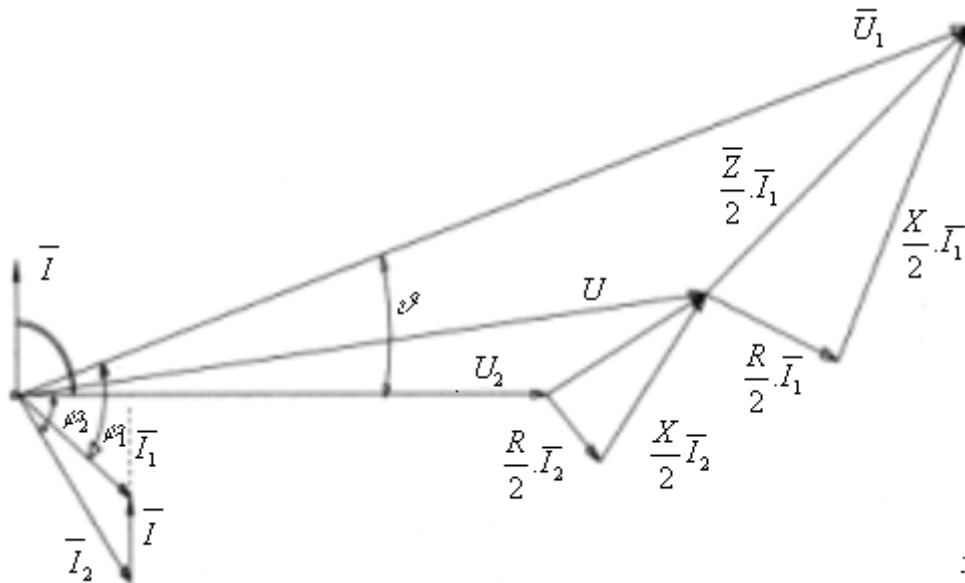
a naopak :

$$\begin{aligned} \bar{Y}_3 &= \bar{C} \\ \bar{Z}_1 &= \frac{\bar{A} - 1}{\bar{Y}_3} = \frac{\bar{A} - 1}{\bar{C}} \\ \bar{Z}_2 &= \frac{\bar{D} - 1}{\bar{Y}_3} = \frac{\bar{D} - 1}{\bar{C}} \end{aligned} \quad (5.4)$$

V případě souměrného „ T “ článku platí :

$$\begin{aligned} \bar{Z}_1 &= \bar{Z}_2 = \frac{\bar{Z}}{2} \quad ; \quad \bar{Y}_3 = \bar{Y} \quad ; \quad \bar{A} = \bar{D} \\ \bar{A} &= \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{2} \right) \\ \bar{B} &= \bar{Z} \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{4} \right) \\ \bar{C} &= \bar{Y} \\ \bar{D} &= \bar{A} = \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{2} \right) \end{aligned}$$

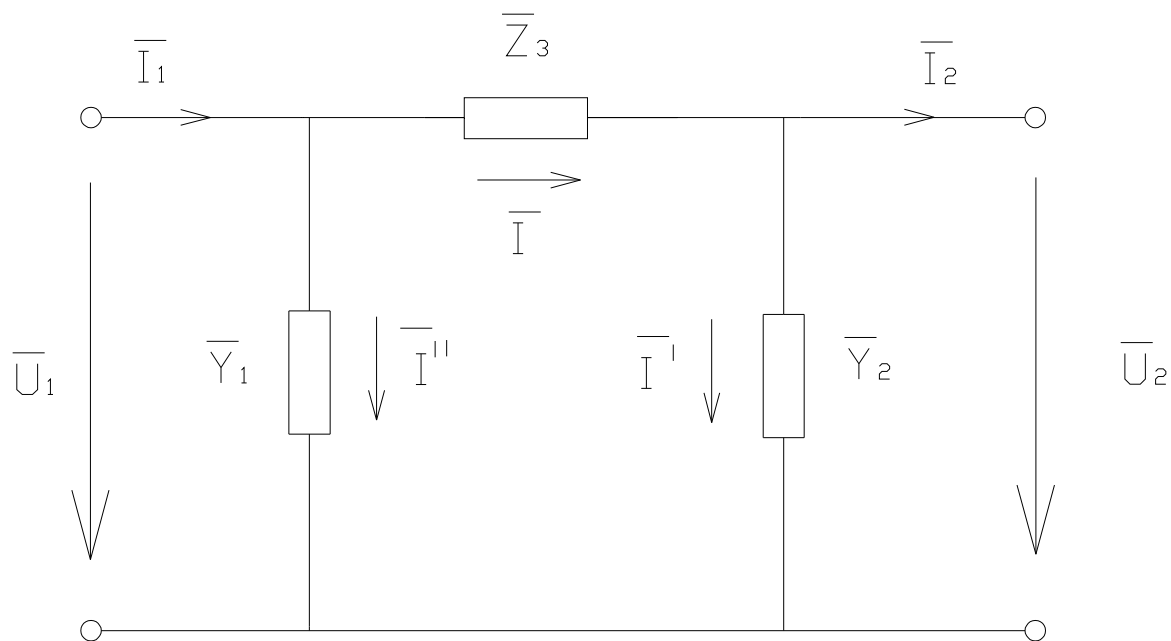
Při konstrukci jsme zanedbali svod ($G=0$)



Obrázek 5-2 Fázorový diagram článku typu „ T “

5.2. Článek typu „ Π “

Častější než článek „T“ je článek „Π“, který je tvořen tak, že se podélnou impedancí $\mathbf{Z}$ celého vedení představujeme za koncentrovanou v prostředku vedení a příčnou admitanci celého vedení rozdělenou na dvě poloviny, teda po $\frac{\mathbf{Y}}{2}$ a tyto poloviční soustředné admitance umístěné na začátku a na konci vedení. Napětí na začátku vedení se rovná napětí na konci vedení s připočtením impedančního úbytku napětí.



obrázek 5-3 Článek "Π"

Odvození rovnic vstupního proudu a napětí :

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_0 = \bar{I}_2 + \bar{Y}_3 (\bar{U}_2 + \bar{Z}_2 \cdot \bar{I}_2) = \bar{U}_2 \cdot \bar{Y}_3 + \bar{I}_2 (1 + \bar{Z}_2 \cdot \bar{Y}_3) \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= \bar{I}_1 \cdot \bar{Z}_1 + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_2 + \bar{U}_2 = \bar{Z}_1 \cdot \bar{Y}_3 \cdot \bar{U}_2 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{I}_2 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 \cdot \bar{Y}_3 \cdot \bar{I}_2 + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_2 + \bar{U}_2 \\ &= \bar{U}_2 (1 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{Y}_3) + \bar{I}_2 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 \cdot \bar{Y}_3) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Z rovnic (5.5) a (5.6) určíme Blondelovy konstanty :

$$\begin{aligned} \bar{A} &= (1 + \bar{Z}_3 \cdot \bar{Y}_2) \\ \bar{B} &= \bar{Z}_3 \\ \bar{C} &= (\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_1 \cdot \bar{Y}_2 \cdot \bar{Z}_3) \\ \bar{D} &= (1 + \bar{Z}_3 \cdot \bar{Y}_1) \end{aligned} \quad (5.7)$$

a naopak :

$$\begin{aligned}
 \bar{Z}_3 &= \bar{B} \\
 \bar{Y}_1 &= \frac{\bar{D}-1}{\bar{Z}_3} = \frac{\bar{D}-1}{\bar{B}} \\
 \bar{Y}_2 &= \frac{\bar{A}-1}{\bar{Z}_3} = \frac{\bar{A}-1}{\bar{B}}
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

V případě souměrného „ Π “ článku platí :

$$\begin{aligned}
 \bar{Y}_1 &= \bar{Y}_2 = \frac{\bar{Y}}{2} \quad ; \quad \bar{Z}_3 = \bar{Z} \quad ; \quad \bar{A} = \bar{D} \\
 \bar{A} &= 1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{2} \quad ; \quad \bar{C} = \bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{4} \right) \\
 \bar{B} &= \bar{Z} \quad ; \quad \bar{D} = \bar{A} = 1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{2}
 \end{aligned}$$

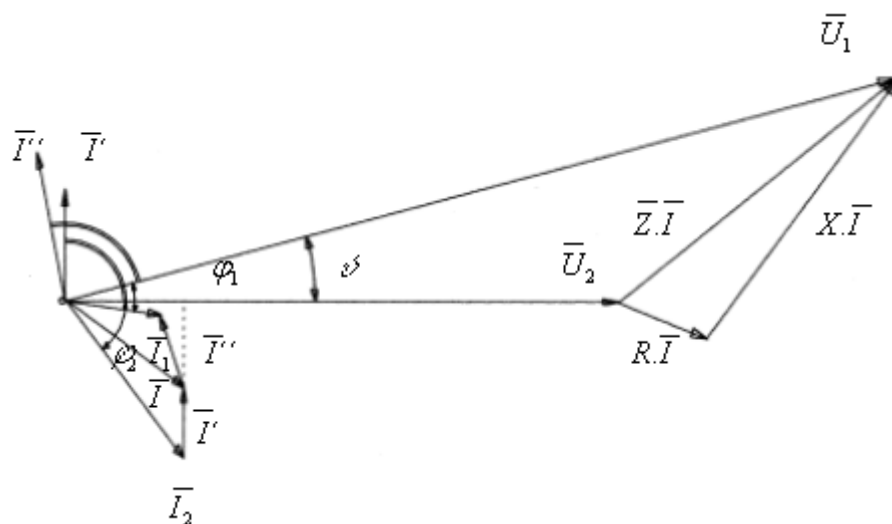
Porovnáme-li „ T “ a „ Π “ článek, dostaneme :

$$\begin{aligned}
 \bar{A}_\Pi &= \bar{A}_T \\
 \bar{B}_T &= \bar{B}_\Pi \cdot \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{4} \right) \\
 \bar{C}_\Pi &= \bar{C}_T \cdot \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{4} \right)
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

a převod článku z „ Π “ na „ T “ :

$$\begin{aligned}
 (\bar{Z}_1)^T &= \left(\frac{\bar{Z}_2 \cdot \bar{Z}_3}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} \right)^\Pi \\
 (\bar{Z}_2)^T &= \left(\frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_3}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} \right)^\Pi \\
 (\bar{Z}_3)^T &= \left(\frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} \right)^\Pi
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

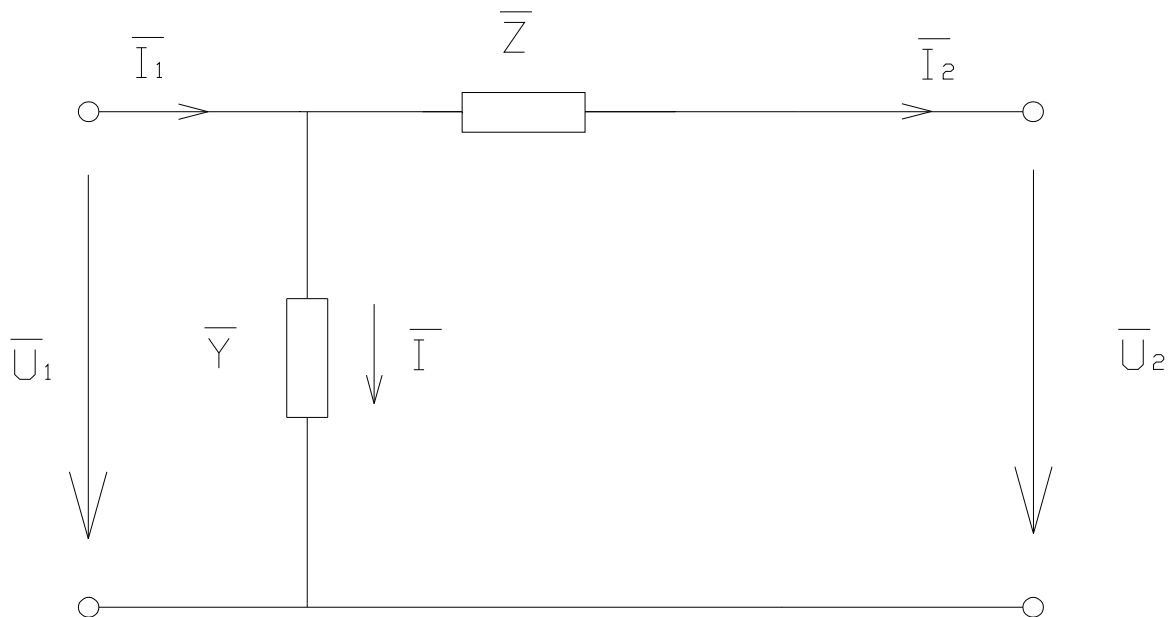
Při konstrukci jsme zanedbali svod ($G=0$)



Obrázek 5-4 Fázorový diagram článku typu „II“

5.3. Článek typu „Γ“

Z obrázku 4-3 je vidět, že celková příčná admitance se soustřeďuje na začátku vedení a celková podélná impedance se soustřeďuje uprostřed vedení.



obrázek 5-5 Článek „Γ“

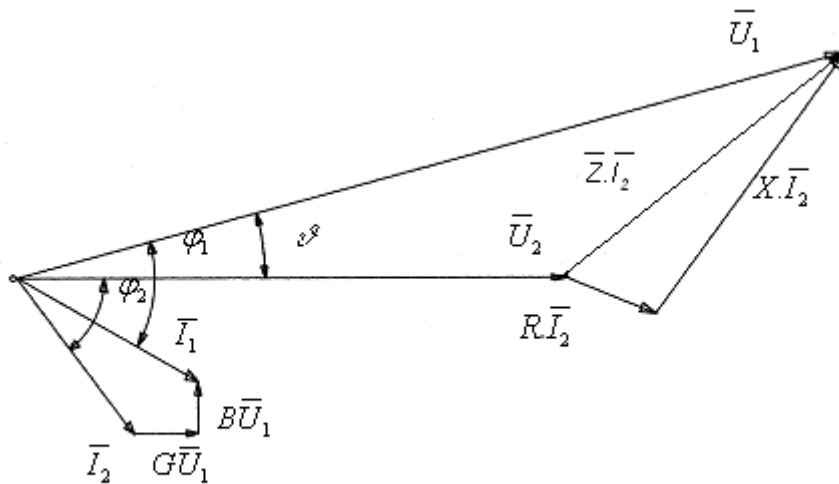
Jak už bylo uvedeno na začátku, článek je nesouměrný, pro tento článek budou platit tyto konstanty :

$$\begin{aligned}\bar{A} &= 1 \\ \bar{B} &= \bar{Z} \\ \bar{C} &= \bar{Y} \\ \bar{D} &\neq \bar{A} \quad ; \quad \bar{D} = 1 + \bar{Z} \cdot \bar{Y}\end{aligned}\tag{5.11}$$

a tím pádem budou vstupní hodnoty proudu a napětí vypadat následovně :

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \bar{U}_2 + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z} \\ \bar{I}_1 &= \bar{U}_2 \cdot \bar{Y} + \bar{I}_2 (1 + \bar{Z} \cdot \bar{Y})\end{aligned}\tag{5.12}$$

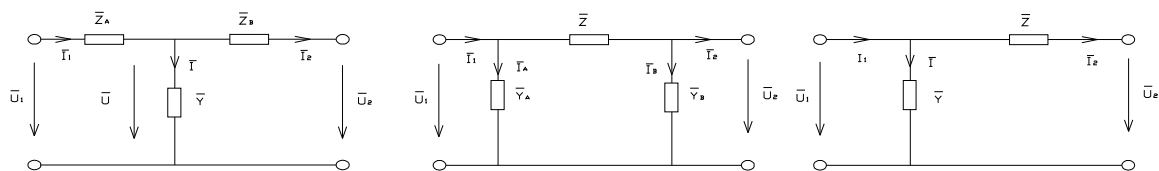
Při konstrukci názorového diagramu jsme alespoň v jednom případě svod nezanedbali a ukázali, jak by FD vypadal při $G \neq 0$



Obrázek 5-6 Fázorový diagram článku typu „ Γ “

5.4. Nesouměrné čtyřpóly

Vedení, které nemá po svojí celé délce stejné parametry, nelze považovat za homogenní a tudíž jeho náhradu lze potom provést nesouměrným čtyřpólem, kde platí, že $\bar{A} \neq \bar{D}$



Obrázek 5-7 články „T“, „Π“ a „Γ“

a) pro „T“ článek platí :

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \bar{U}_2 + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_B + (\bar{I}_1 + \bar{I}_2) \bar{Z}_A \\ \bar{I}_1 &= \bar{U}_2 \cdot \bar{Y} = (\bar{U}_2 + \bar{Z}_B \cdot \bar{I}_2) \bar{Y}\end{aligned} \quad \text{- dosazením s úpravou -}$$

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 (1 + \bar{Z}_A \cdot \bar{Y}) + \bar{I}_2 (\bar{Z}_A + \bar{Z}_B + \bar{Z}_A \cdot \bar{Z}_B \cdot \bar{Y}) \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}_2 + \bar{I} = \bar{I}_2 + (\bar{U}_2 + \bar{Z}_B \cdot \bar{I}_2) \bar{Y} \\ \bar{I}_1 &= \bar{U}_2 \bar{Y} + \bar{I}_2 (1 + \bar{Z}_B \cdot \bar{Y})\end{aligned} \quad (5.14)$$

b) pro „Π“ článek platí :

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 (1 + \bar{Y}_B \cdot \bar{Z}) + \bar{I}_2 \bar{Z} \quad (5.15)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{U}_2 (\bar{Y}_A + \bar{Y}_B + \bar{Y}_A \cdot \bar{Y}_B \cdot \bar{Z}) + \bar{I}_2 (1 + \bar{Y}_A \bar{Z}) \quad (5.16)$$

c) pro „Γ“ článek platí :

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 + \bar{I}_2 \bar{Z} \quad (5.17)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{U}_2 \bar{Y} + \bar{I}_2 (1 + \bar{Z} \cdot \bar{Y}) \quad (5.18)$$

Obecně potom platí, že charakteristickou impedancí nelze definovat tak, aby platila pro dva směry provozu. Lze ale definovat dvě obrazové impedance :

$$\text{vstupní strana : } \bar{Z}_A = \sqrt{\bar{Z}_{10} \cdot \bar{Z}_{1K}} = \sqrt{\frac{\bar{B}}{\bar{C}} \cdot \frac{\bar{A}}{\bar{D}}} \quad (5.19)$$

$$\text{výstupní strana : } \bar{Z}_B = \sqrt{\bar{Z}_{20} \cdot \bar{Z}_{2K}} = \sqrt{\frac{\bar{B}}{\bar{C}} \cdot \frac{\bar{D}}{\bar{A}}} \quad (5.20)$$

$$\text{při čemž činitel souměrnosti : } \bar{s} = \sqrt{\frac{\bar{Z}_A}{\bar{Z}_B}} = \sqrt{\frac{\bar{A}}{\bar{D}}} \quad (5.21)$$

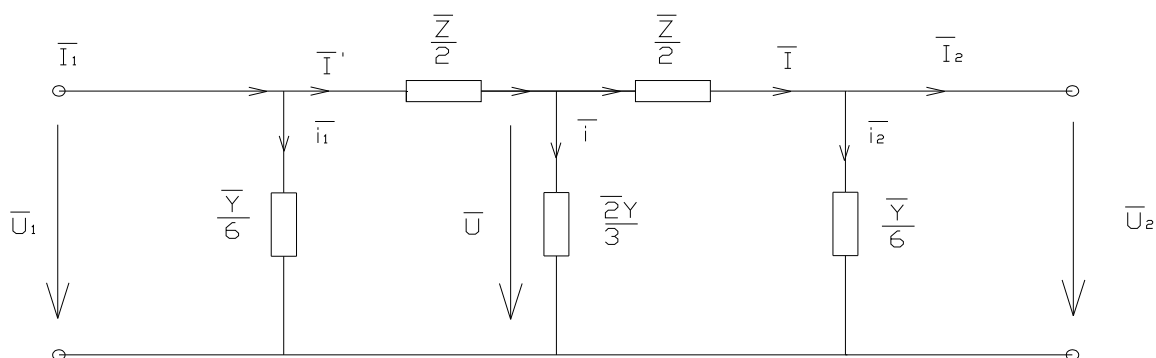
$$\begin{aligned} \bar{Z}_A &= \bar{s} \cdot \bar{Z}_v \\ \text{takže také platí : } \bar{Z}_B &= \frac{1}{\bar{s}} \cdot \bar{Z}_v \end{aligned} \quad (5.22)$$

5.5. Steinmetzův článek

Články „T“ a „Π“ jsou zjednodušené proti skutečným parametrům ve vedení, protože konstanty jsou ve skutečnosti podél vedení rovnoměrně rozložené a ne soustředěné. Proto můžeme zaznamenat různé odchylky od přesného výpočtu. Můžeme je ale počítat s dostatečnou přesností do délky 500 km, potom použijeme přesnější Steinmetzovu metodu.

Při přesné metodě nesoustředíme konstanty vedení, ale předpokládáme, že podélná impedance a příčná admitance jsou rovnoměrně rozloženy po celé délce l , takže elementy na délku vedení dx jsou všechny čtyři konstanty ve svých elementech zastoupené. Takovéto řešení vede k diferenciální rovnicím a hyperbolickým funkcím.

Steinmetzův článek je kombinací „T“ a „Π“ článku a jeho princip je v tom, že podélná impedance se rozdělí na dvě poloviny a soustředí se jednak na začátek, a jednak na konec vedení. Příčná admitance se rozdělí tak, že se po jedné šestině soustředí na začátek a na konec vedení a čtyři šestiny, tj. dvě třetiny se soustředí doprostřed vedení



obrázek 5-8 Steinmetzův náhradní článek

Článek vznikl spojením „T“ a „Π“ článků, svod zanedbáme :

$$\begin{aligned} G_K &= 0 \\ \bar{Y}_K &= G_K + jB_K \approx jB_K \end{aligned} \quad (5.23)$$

Výpočet je proveden pro jednu fázi – hodnoty napětí jsou tedy fázové. Z obrázku 4-5 lze odvodit :

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 + \frac{\bar{Z}_K \cdot l}{2} (\bar{I}_2 + \bar{i}_2) + \frac{\bar{Z}_K \cdot l}{2} (\bar{I}_2 + \bar{i}_2 + \bar{i}) \quad (5.24)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I} + \bar{i} + \bar{i}_1 = \bar{I}_2 + \bar{i}_2 + \bar{i}_1 + \bar{i} \quad (5.25)$$

kde:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{I}' + \bar{i}_1 \quad ; \quad \bar{i}_1 = \bar{U}_1 \cdot \frac{1}{6} \bar{Y}_K \cdot l \quad ; \quad \bar{i} = \bar{U} \frac{2}{3} \bar{Y}_K \cdot l \\ \bar{I}' &= \bar{I} + \bar{i} \quad ; \quad \bar{i}_2 = \bar{U}_2 \cdot \frac{1}{6} \bar{Y}_K \cdot l \\ \bar{I} &= \bar{I}_2 + \bar{i}_2 \quad ; \quad \bar{U} = \bar{U}_2 + \frac{1}{2} \bar{Z}_K \cdot l \cdot (\bar{I}_2 + \bar{i}_2) \end{aligned} \quad (5.26)$$

Dosazením vztahů (5.26) a dosazením do vztahů (5.24) a (5.25) a jejich úpravou dostaneme :

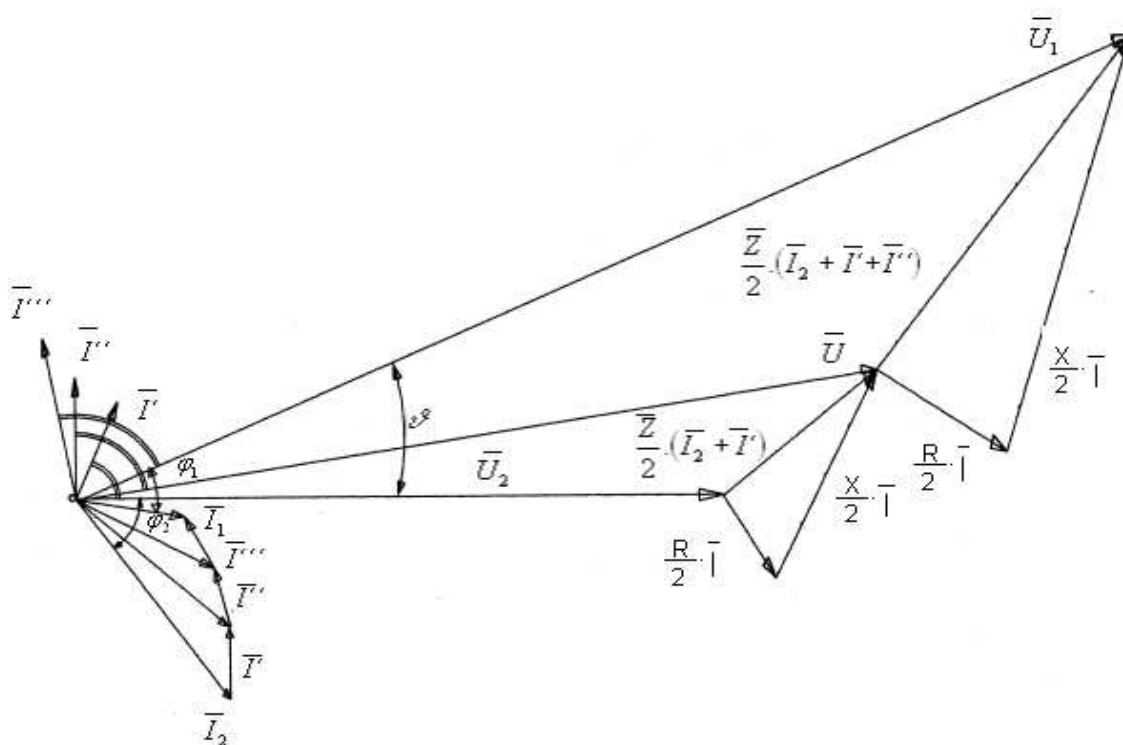
$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 \left[1 + \frac{\bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K \cdot l^2}{2} + \frac{\bar{Z}_K^2 \cdot \bar{Y}_K^2 \cdot l^4}{36} \right] + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_K \cdot l \left[1 + \frac{\bar{Z}_K^2 \cdot \bar{Y}_K^2 \cdot l^2}{6} \right] \quad (5.27)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{U}_2 \cdot \bar{Y}_K \cdot l \left[1 + \frac{5 \cdot \bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K \cdot l^2}{36} + \frac{\bar{Z}_K^2 \cdot \bar{Y}_K^2 \cdot l^4}{216} \right] + \bar{I}_2 \left[1 + \frac{\bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K \cdot l^2}{2} + \frac{\bar{Z}_K^2 \cdot \bar{Y}_K^2 \cdot l^4}{36} \right] \quad (5.28)$$

A odtud Blondelovy konstanty pro Steinmetzův článek :

$$\begin{aligned} \bar{A} = \bar{D} &= 1 + \frac{\bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K \cdot l^2}{2} + \frac{\bar{Z}_K^2 \cdot \bar{Y}_K^2 \cdot l^4}{36} \\ \bar{B} &= \bar{Z}_K \cdot l \left[1 + \frac{\bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K \cdot l^2}{6} \right] \\ \bar{C} &= \bar{Y}_K \cdot l \left[1 + \frac{5 \cdot \bar{Z}_K \cdot \bar{Y}_K \cdot l^2}{36} + \frac{\bar{Z}_K^2 \cdot \bar{Y}_K^2 \cdot l^4}{216} \right] \end{aligned} \quad (5.29)$$

Při konstrukci jsme zanedbali svod ($G=0$)



Obrázek 5-9 Fázorový diagram Steinmetzova náhradního článku

6. Výpočet

Na konci trojfázového transponovaného vedení se jmenovitým napětím $U_n = 110 \text{ kV}$, délky $l = 150 \text{ km}$ a se zadanými parametry je odebíraný činný výkon 20 MW při účinníku $0,8$ ind.. Zadané parametry jsou :

$$R_k = 0,21 \Omega / \text{km}$$

$$X_k = 0,416 \Omega / \text{km}$$

$$B_k = 2,74 \cdot 10^{-6} \text{ S} / \text{km}$$

$$G_k = 0,04 \cdot 10^{-6} \text{ S} / \text{km}$$

Spočítáme si dané parametry pro naše vedení, tzn. pro naši délku :

$$R = R_k \cdot l = 150 \cdot 0,21 = 31,5 \Omega$$

$$X = X_k \cdot l = 150 \cdot 0,416 = 62,4 \Omega$$

$$B = B_k \cdot l = 150 \cdot 2,74 \cdot 10^{-6} = 0,411 \cdot 10^{-3} \text{ S}$$

$$G = G_k \cdot l = 150 \cdot 0,04 \cdot 10^{-6} = 0,6 \cdot 10^{-5} \text{ S}$$

takže výsledná impedance a admitance bude :

$$\bar{Z} = R + jX = (31,5 + j62,4) \Omega$$

$$\bar{Y} = G + jB = (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3}) \text{ S}$$

Ze zadaných parametrů můžeme ještě spočítat efektivní hodnotu proudu na konci vedení, který budeme potřebovat pro řešení článků pomocí Blondelových konstant :

$$I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} U_s \cdot \cos \varphi} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 110 \cdot 10^3 \cdot 0,8} = 131,216 \text{ A}$$

Abychom dostali proud v komplexním tvaru, přepočítáme jej podle vztahu :

$$I_\epsilon = I_2 \cdot \cos \varphi = 131,216 \cdot 0,8 = 104,974 \text{ A}$$

$$I_j = I_2 \cdot \sin \varphi = 131,216 \cdot 0,6 = 78,73 \text{ A}$$

Takže výsledný proud (musíme uvažovat induktivní povahu proudu) bude vypadat :

$$\bar{I}_2 = I_\epsilon - jI_j = (104,974 - j78,73) \text{ A}$$

6.1 Řešení pomocí II článku

Pro všechny články budeme na začátku nejprve vypočítat tzv. Blondelovy konstanty

$$\bar{A} = 1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{2} = 1 + \frac{(31,5 + j62,4) \cdot (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3})}{2} = 0,98727 + j0,00666$$

$$\bar{B} = \bar{Z} = (31,5 + j62,4)\Omega$$

$$\begin{aligned}\bar{C} &= \bar{Y} \cdot \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{4}\right) = (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3}) \cdot \left(1 + \frac{(31,5 + j62,4)(0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3})}{4}\right) = \\ &= (0,4593 \cdot 10^{-5} + j0,4084 \cdot 10^{-3})S\end{aligned}$$

$$\bar{D} = \bar{A} = 0,98727 + j0,00666$$

Nyní můžeme vypočítat poměry na začátku vedení :

$$\begin{aligned}\vec{U}_{1f} &= \bar{A}\bar{U}_{2f} + \bar{B}\bar{I}_2 = (0,98727 + j0,00666) \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (31,5 + j62,4) \cdot (104,974 - j78,73) = \\ &= (70919,5 + j4493,3494) \text{ V} = \underline{\underline{(71061,7023 \angle 3,625^\circ) \text{ V}}}\end{aligned}$$

$$U_{1S} = U_{1f} \cdot \sqrt{3} = 71061,7023 \angle 3,625^\circ \cdot \sqrt{3} = \underline{\underline{123082,4789 \angle 3,625^\circ \text{ V}}}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{U}_{2f} + \bar{D}\bar{I}_2 = \\ &= (0,4593 \cdot 10^{-5} + j0,4084 \cdot 10^{-3}) \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (0,98727 + j0,00666) \cdot (104,974 - j78,73) = \\ &= (104,453 - j51,091)A = \underline{\underline{116,278 \angle -26,064^\circ A}}\end{aligned}$$

Celkový fázový posun bude :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 3,625^\circ + 26,064^\circ = 29,689^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0,869$$

Příkon na začátku vedení tedy bude :

$$P_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 71061,7023 \angle 3,625^\circ \cdot 116,278 \angle -26,064^\circ \cdot 0,869 = \underline{\underline{21,541 \text{ MW}}}$$

$$Q_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 71061,7023 \angle 3,625^\circ \cdot 116,278 \angle -26,064^\circ \cdot 0,4953 = \underline{\underline{12,278 \text{ MVar}}}$$

$$\bar{S}_1 = 3\bar{U}_{1f}^* \cdot \bar{I}_1 = 3 \cdot 71061,7023 \angle 3,625^\circ \cdot 116,278 \angle -26,064^\circ = \underline{\underline{24,789 \angle -22,439^\circ \text{ MVA}}}$$

Účinnost přenosu tedy bude :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{20 \cdot 10^6}{21,541 \cdot 10^6} \cdot 100 = \underline{\underline{92,846\%}}$$

6.2 Řešení pomocí T článku

Při řešení pomocí článku T budeme postupovat stejně, akorát se nám změní Blondelovy konstanty :

$$\bar{A} = 1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{2} = 1 + \frac{(31,5 + j62,4) \cdot (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3})}{2} = 0,98727 + j0,00666$$

$$\begin{aligned} \bar{B} &= \bar{Z} \cdot \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{4} \right) = (31,5 + j62,4) \cdot \left(1 + \frac{(31,5 + j62,4)(0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3})}{4} \right) = \\ &= (31,0917 + j62,1077) \Omega \end{aligned}$$

$$\bar{C} = \bar{Y} = (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3}) \text{ S}$$

$$\bar{D} = \bar{A} = 0,98727 + j0,00666$$

Poměry na začátku vedení :

$$\begin{aligned} \bar{U}_{1f} &= \bar{A}\bar{U}_{2f} + \bar{B}\bar{I}_2 = (0,98727 + j0,00666) \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (31,0917 + j62,1077) \cdot (104,974 - j78,73) = \\ &= (70854,97 + j4494,23) \text{ V} = \underline{\underline{(70996,06 \angle 3,63^\circ) \text{ V}}} \end{aligned}$$

$$U_{1s} = U_{1f} \cdot \sqrt{3} = 70996,06 \angle 3,63^\circ \cdot \sqrt{3} = \underline{\underline{122968,7861 \angle 3,63^\circ \text{ V}}}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C}\bar{U}_{2f} + \bar{D}\bar{I}_2 =$$

$$\begin{aligned} &(0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3}) \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (0,98727 + j0,00666) \cdot (104,974 - j78,73) = \\ &= (104,543 - j50,926) \text{ A} = \underline{\underline{116,287 \angle -25,972^\circ \text{ A}}} \end{aligned}$$

Celkový fázový posun bude :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 3,63^\circ + 25,972^\circ = 29,602^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0,869$$

Příkon na začátku vedení tedy bude :

$$P_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 70996,06 \angle 3,63^\circ \cdot 116,287 \angle -25,972^\circ \cdot 0,869 = \underline{\underline{21,532 \text{ MW}}}$$

$$Q_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 71061,7023 \angle 3,625^\circ \cdot 116,278 \angle -26,064^\circ \cdot 0,4953 = \underline{\underline{12,267 \text{ MVar}}}$$

$$\bar{S}_1 = 3\bar{U}_{1f}^* \cdot \bar{I}_1 = 3 \cdot 70996,06 \angle 3,63^\circ \cdot 116,287 \angle -25,972^\circ = \underline{\underline{24,768 \angle -22,342^\circ \text{ MVA}}}$$

Účinnost přenosu tedy bude :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{20 \cdot 10^6}{21,532 \cdot 10^6} \cdot 100 = \underline{\underline{92,885\%}}$$

6.3 Řešení pomocí Γ článku

Blondelovy konstanty :

$$\bar{A} = 1$$

$$\bar{B} = \bar{Z} = (31,5 + j62,4)\Omega$$

$$\bar{C} = \bar{Y} = (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3})S$$

$$\bar{D} = 1 + \bar{Z} \cdot \bar{Y} = 1 + (31,5 + j62,4) \cdot (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3}) = 0,9746 + j0,01328$$

Poměry na začátku vedení :

$$\begin{aligned} \bar{U}_{1f} &= \bar{A}\bar{U}_{2f} + \bar{B}\bar{I}_2 = \frac{110000}{\sqrt{3}} + (31,0917 + j62,1077) \cdot (104,974 - j78,73) = \\ &= (71727,926 + j4070,382) \text{ V} = \underline{\underline{(71843,362 \angle 3,247^\circ) \text{ V}}} \end{aligned}$$

$$U_{1s} = U_{1f} \cdot \sqrt{3} = 71843,362 \angle 3,247^\circ \cdot \sqrt{3} = \underline{\underline{124436,3532 \angle 3,247^\circ \text{ V}}}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{U}_{2f} + \bar{D}\bar{I}_2 = \\ (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3}) \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (0,9746 + j0,01328) \cdot (104,974 - j78,73) &= \\ = (103,735 - j49,297)A &= \underline{\underline{114,853 \angle -25,418^\circ A}}\end{aligned}$$

Celkový fázový posun bude :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 3,247^\circ + 25,418^\circ = 28,665^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0,877$$

Příkon na začátku vedení tedy bude :

$$P_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 71843,362,362 \angle 3,247^\circ \cdot 114,853 \angle -25,418^\circ \cdot 0,877 = \underline{\underline{21,709 MW}}$$

$$Q_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 71061,7023 \angle 3,625^\circ \cdot 116,278 \angle -26,064^\circ \cdot 0,4805 = \underline{\underline{11,894 MVar}}$$

$$\bar{S}_1 = 3\bar{U}_{1f}^* \cdot \bar{I}_1 = 3 \cdot 71843,362,362 \angle 3,247^\circ \cdot 114,853 \angle -25,418^\circ = \underline{\underline{24,754 \angle -22,171^\circ MVA}}$$

Účinnost přenosu tedy bude :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{20 \cdot 10^6}{21,709 \cdot 10^6} \cdot 100 = \underline{\underline{92,127\%}}$$

6.4 Řešení pomocí Steinmetzova článku

Blondelovy konstanty :

$$\begin{aligned}\bar{A} &= 1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{2} + \frac{\bar{Z}^2 \cdot \bar{Y}^2}{36} = \\ &= 1 + \frac{(31,5 + j62,4) \cdot (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3})}{2} + \frac{(31,5 + j62,4)^2 \cdot (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3})^2}{36} = \\ &= (0,98728 + j0,006416) \\ \bar{B} &= \bar{Z} \cdot \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{6} \right) = (31,5 + j62,4) \cdot \left(1 + \frac{(31,5 + j62,4)(0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3})}{4} \right) = \\ &= (31,2278 + j62,2052)\Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{C} &= \bar{Y} \left(1 + \frac{5 \cdot \bar{Z} \cdot \bar{Y}}{36} + \frac{\bar{Z}^2 \cdot \bar{Y}^2}{216} \right) = \\ &= 0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3} \left(1 + \frac{5(31,5 + j62,4) \cdot (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3})}{36} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(31,5 + j62,4)^2 \cdot (0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3})^2}{216} \right) \\ &= (0,5127 \cdot 10^{-5} + j0,4095 \cdot 10^{-3}) \\ \bar{D} = \bar{A} &= (0,98728 + j0,0066416)\end{aligned}$$

Poměry na začátku vedení :

$$\begin{aligned}\vec{U}_{1f} &= \bar{A}\bar{U}_{2f} + \bar{B}\bar{I}_2 = (0,98728 + j0,0066416) \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (31,2278 + j62,2052) \cdot (104,974 - j78,73) = \\ &= (70881,493 + j4492,547) \text{ V} = \underline{\underline{(71023,51 \angle 3,623^\circ) \text{ V}}}\end{aligned}$$

$$U_{1s} = U_{1f} \cdot \sqrt{3} = 71023,51 \angle 3,623^\circ \cdot \sqrt{3} = \underline{\underline{123016,3279 \angle 3,623^\circ \text{ V}}}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{U}_{2f} + \bar{D}\bar{I}_2 = \\ &= (0,5127 \cdot 10^{-5} + j0,4095 \cdot 10^{-3}) \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (0,98728 + j0,0066416) \cdot (104,974 - j78,73) = \\ &= (104,492 - j51,031) \text{ A} = \underline{\underline{116,228 \angle -26,0293^\circ \text{ A}}}\end{aligned}$$

Celkový fázový posun bude :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 3,623^\circ + 26,0293^\circ = 29,6523^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0,869$$

Příkon na začátku vedení tedy bude :

$$P_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 71843,362,362 \angle 3,247^\circ \cdot 114,853 \angle -25,418^\circ \cdot 0,877 = \underline{\underline{21,521 \text{ MW}}}$$

$$Q_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 71061,7023 \angle 3,625^\circ \cdot 116,278 \angle -26,064^\circ \cdot 0,4947 = \underline{\underline{12,251 \text{ MVar}}}$$

$$\bar{S}_1 = 3\bar{U}_{1f}^* \cdot \bar{I}_1 = 3 \cdot 71843,362,362 \angle 3,247^\circ \cdot 114,853 \angle -25,418^\circ = \underline{\underline{24,764 \angle -22,4063^\circ \text{ MVA}}}$$

Účinnost přenosu tedy bude :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{20 \cdot 10^6}{21,521 \cdot 10^6} \cdot 100 = \underline{\underline{92,932\%}}$$

6.5 Řešení vedení při chodu nakrátko

Pro řešení použijeme článek typu T, jehož parametry jsou vypočteny výše. Pro vedení nakrátko musí platit :

$$\bar{U}_{1k} = 110kV, \quad \bar{U}_{2k} = 0, \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_{1k}, \quad \bar{I}_2 = \bar{I}_{2k}, \quad \bar{S}_{2k} = 0, \quad \bar{P}_{2k}$$

Proud na začátku vedení vypočteme ze vztahu :

$$\bar{I}_{1k} = \frac{\bar{D}}{\bar{B}} \cdot \bar{U}_{1k} = \frac{0,98727 + j0,00666}{31,0917 + j62,1077} \cdot \frac{110 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = (409,555 - j804,5103) A = \underline{\underline{902,7583 \angle -63,02^\circ A}}$$

Známe proud a napětí na začátku vedení, můžeme tedy vypočítat zdánlivý, jalový a činný výkon :

$$\begin{aligned} \bar{S}_{1k} &= \sqrt{3} \bar{U}_{1k}^* \cdot \bar{I}_{1k} = \sqrt{3} \cdot 110 \cdot 10^3 \cdot 902,7583 \angle -63,02^\circ = (78,032 - j153,279) MVA = \\ &= \underline{\underline{171,998 \angle -63,02^\circ MVA}} \end{aligned}$$

$$P_{1k} = 78,032 MW$$

$$Q_{1k} = 153,279 MVar$$

Z trojúhelníku výkonů můžeme určit účinník :

$$\cos \varphi_{1k} = \frac{P_{1k}}{|S_{1k}|} = \frac{78,032 \cdot 10^6}{|78,032 - j153,279| \cdot 10^6} = \underline{\underline{0,4536}}$$

6.6 Řešení vedení při chodu naprázdno

Pro řešení použijeme opět článek typu T.

Nejdříve vypočteme proud v příčné větvi :

$$\bar{I}_0 = \frac{\bar{Y}}{2} \cdot \bar{U}_{2f} = \frac{0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \frac{110 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = (0,1915 + j13,051) A = \underline{\underline{13,052 \angle 89,16^\circ A}}$$

Nyní můžeme vypočítat proud a napětí na začátku obvodu :

$$\begin{aligned} \bar{U}_{f10} &= \bar{U}_{2f} + \bar{I}_0 \cdot \bar{Z} = \frac{110 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} + 13,052 \angle 89,16^\circ \cdot (31,5 + j62,4) = (62700,148 + j422,995) V = \\ &= \underline{\underline{62701,575 \angle 0,386^\circ V}} \end{aligned}$$

$$\bar{U}_{s10} = \bar{U}_{f10} \cdot \sqrt{3} = 62701,575 \angle 0,386^\circ \cdot \sqrt{3} = \underline{\underline{108602,3136 \angle 0,386^\circ}}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{10} &= \bar{I}_0 + \bar{U}_{f10} \cdot \frac{\bar{Y}}{2} = 13,052 \angle 89,16^\circ + 62701,575 \angle 0,386^\circ \cdot \frac{0,6 \cdot 10^{-5} + j0,411 \cdot 10^{-3}}{2} = \\ &= (0,2926 + j25,936) A = \underline{\underline{25,938 \angle 89,35^\circ A}} \end{aligned}$$

A tedy výkony budou :

$$\begin{aligned} \bar{S}_{10} &= 3 \cdot \bar{U}_{f10}^* \cdot \bar{I}_{10} = 3 \cdot 62701,575 \angle -0,386^\circ \cdot 25,938 \angle 89,35^\circ = (88216,4645 + j4878262,787) VA = \\ &= \underline{\underline{4,879 \angle 88,964^\circ MVA}} \end{aligned}$$

$$P_{10} = 88,216 kW$$

$$Q_{10} = 4,878 MVar$$

Z trojúhelníku výkonů můžeme určit účinník :

$$\cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{|S_{10}|} = \frac{88,216 \cdot 10^3}{|88216,4645 + j4878262,787|} = \underline{\underline{0,01808}}$$

6.7 Řešení pomocí přesného výpočtu

Nejprve si určíme činitel šíření a vlnovou impedanci pro pozdější určení hyperbolických funkcí :

$$\bar{\gamma}l = \sqrt{(R_k + j\omega L_k) \cdot (G_k + j\omega C_k) \cdot l^2} = \sqrt{(0,21 + j0,416) \cdot (2,74 + j0,04) \cdot 10^{-6} \cdot 150^2} =$$

$$= 0,14371 + j0,08988 = \underline{\underline{0,169505 \angle 32,025^\circ}}$$

$$\bar{Z}_v = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\bar{Z}_k}{2} \Delta x \pm \sqrt{\frac{\bar{Z}_k}{2} \Delta x + \frac{\bar{Z}_k}{\bar{Y}_k}} \right] \rightarrow Z_v = + \sqrt{\frac{\bar{Z}_k}{\bar{Y}_k}} = \sqrt{\frac{0,21 + j0,416}{(2,74 + j0,04) \cdot 10^{-6}}} = \underline{\underline{412,377 \angle 31,189^\circ}}$$

Nyní si můžeme určit hyperbolické funkce a budeme vycházet z faktu, že $\gamma = \alpha \pm j\beta$:

$$\cosh \gamma l = \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} = \dots = \cos \beta l \cdot \cosh \alpha l + j \sin \beta l \cdot \sinh \alpha l =$$

$$= \cos 0,089886 \cdot \cosh 0,14371 + j \sin 0,089886 \cdot \sinh 0,14371 =$$

$$= \underline{\underline{1,0062653 + j0,0129445}}$$

$$\sinh \gamma l = \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} = \dots = \cos \beta l \cdot \sinh \alpha l + j \sin \beta l \cdot \cosh \alpha l =$$

$$= \cos 0,089886 \cdot \sinh 0,14371 + j \sin 0,089886 \cdot \cosh 0,14371 =$$

$$= \underline{\underline{0,143623 + j0,0906935}}$$

Blondelovy konstanty :

$$\bar{A} = \cos \bar{\gamma}l = 1,0103428 + j0,000226229$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_v \cdot \sin \bar{\gamma}l = 412,377 \angle 31,189^\circ \cdot (0,143623 + j0,0906935) = (31,2983 + 62,6656) \Omega$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_v} \cdot \sin \bar{\gamma}l = \frac{1}{412,377 \angle 31,189^\circ} \cdot (0,143623 + j0,0906935) = (5,112864 + 421,48773) \cdot 10^{-6} \text{ S}$$

$$\bar{D} = \bar{A} = \cos \bar{\gamma}l = 1,0103428 + j0,000226229$$

Nyní můžeme vypočítat vstupní napětí a proud :

$$\bar{U}_{1f} = \bar{A}\bar{U}_{2f} + \bar{B}\bar{I}_2 = (1,0062653 + j0,0129445) \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (31,2983 + 62,6656) \cdot (104,974 - j78,73) =$$

$$= (72124,5352 + j4935,665) \text{ V} = \underline{\underline{72293,218 \angle 3,915^\circ \text{ V}}}$$

$$\bar{U}_{1s} = \bar{U}_{1f} \cdot \sqrt{3} = 72293,218 \angle 3,915^\circ = \underline{\underline{125215,526 \angle 3,915^\circ}}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{U}_{2f} + \bar{D}\bar{I}_2 = \\ (5,112864 + 421,48773) \cdot 10^{-6} \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (1,0062653 + j0,0129445) \cdot (104,974 - j78,73) = \\ &= (106,9755 - j51,09633)A = \underline{\underline{118,552 \angle -25,531^\circ A}}\end{aligned}$$

Celkový fázový posun bude :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 3,915^\circ + 25,531^\circ = 29,446^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0,871$$

Příkon na začátku vedení tedy bude :

$$P_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 72293,218 \angle 3,915^\circ \cdot 118,552 \angle -25,531^\circ \cdot 0,871 = \underline{\underline{22,395 MW}}$$

$$Q_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 72293,218 \angle 3,915^\circ \cdot 118,552 \angle -25,531^\circ \cdot 0,561 = \underline{\underline{12,639 MVar}}$$

$$\bar{S}_1 = 3\bar{U}_{1f}^* \cdot \bar{I}_1 = 3 \cdot 72293,218 \angle 3,915^\circ \cdot 118,552 \angle -25,531^\circ = \underline{\underline{25,711 \angle -21,616^\circ MVA}}$$

Účinnost přenosu tedy bude :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{20 \cdot 10^6}{22,395 \cdot 10^6} \cdot 100 = \underline{\underline{89,305\%}}$$

6.8 Řešení pomocí nahrazení řadou

Vypočteme hyperbolické funkce :

$$\begin{aligned}\bar{\gamma}l &= \sqrt{(R_k + j\omega L_k) \cdot (G_k + j\omega C_k) \cdot l^2} = \sqrt{(0,21 + j0,416) \cdot (2,74 + j0,04) \cdot 10^{-6} \cdot 150^2} = \\ &= 0,14371 + j0,08988 = \underline{\underline{0,169505 \angle 32,025^\circ}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \bar{\gamma}l &= 1 + \frac{(\gamma l)^2}{2!} + \frac{(\gamma l)^4}{4!} + \frac{(\gamma l)^6}{6!} + \dots \\ &= 1 + \frac{(0,14371 + j0,08988)^2}{2} + \frac{(0,14371 + j0,08988)^4}{24} + \frac{(0,14371 + j0,08988)^6}{720} = \\ &= \underline{\underline{1,00625675 + j0,01295807}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin \bar{\gamma}l &= \bar{\gamma}l + \frac{(\gamma l)^3}{3!} + \frac{(\gamma l)^5}{5!} + \frac{(\gamma l)^7}{7!} + \dots \\ &= (0,14371 + j0,08988) + \frac{(0,14371 + j0,08988)^3}{6} + \frac{(0,14371 + j0,08988)^5}{120} + \frac{(0,14371 + j0,08988)^7}{5040} = \\ &= \underline{\underline{0,143623 + j0,0906875}}\end{aligned}$$

Určíme Blondelovy konstanty :

$$\bar{A} = \cos \bar{\gamma}l = 1,00625675 + j0,01295807$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_v \cdot \sin \bar{\gamma}l = 412,377 \angle 31,189^\circ \cdot (0,143623 + j0,0906875) = (31,2996 + 62,6635) \Omega$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_v} \cdot \sin \bar{\gamma}l = \frac{1}{412,377 \angle 31,189^\circ} \cdot (0,143623 + j0,0906875) = (5,064587 + 409,27556) \cdot 10^{-6} S$$

$$\bar{D} = \bar{A} = \cos \bar{\gamma}l = 1,00625675 + j0,01295807$$

Nyní můžeme vypočíst vstupní napětí a proud :

$$\begin{aligned}\bar{U}_{1f} &= \bar{A}\bar{U}_{2f} + \bar{B}\bar{I}_2 = (1,00625675 + j0,01295807) \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (31,2996 + 62,6635) \cdot (104,974 - j78,73) = \\ &= (72125,02817 + j4936,7687)V = \underline{\underline{72293,7851 \angle 3,916^\circ V}}\end{aligned}$$

$$\bar{U}_{1S} = \bar{U}_{1f} \cdot \sqrt{3} = 72293,7851 \angle 3,916^\circ = \underline{\underline{125216,509 \angle 3,916^\circ}}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{U}_{2f} + \bar{D}\bar{I}_2 = \\ (5,064587 + j409,277556) \cdot 10^{-6} \cdot \frac{110000}{\sqrt{3}} + (1,00625675 + j0,01295807) \cdot (104,974 - j78,73) &= \\ = (106,9726 - j51,8697)A &= \underline{\underline{118,884\angle -25,868^\circ A}}\end{aligned}$$

Celkový fázový posun bude :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 3,916^\circ + 25,868^\circ = 29,784^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0,867$$

Příkon na začátku vedení tedy bude :

$$P_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 72293,7851\angle 3,916^\circ \cdot 118,884\angle -25,868^\circ \cdot 0,867 = \underline{\underline{22,354MW}}$$

$$Q_1 = 3\bar{U}_{1f} \cdot \bar{I}_1 \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 72293,218\angle 3,915^\circ \cdot 118,552\angle -25,531^\circ \cdot 0,496 = \underline{\underline{12,807MVA_r}}$$

$$\bar{S}_1 = 3\bar{U}_{1f}^* \cdot \bar{I}_1 = 3 \cdot 72293,7851\angle 3,916^\circ \cdot 118,884\angle -25,868^\circ = \underline{\underline{25,784\angle -21,952^\circ MVA}}$$

Účinnost přenosu tedy bude :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{20 \cdot 10^6}{22,354 \cdot 10^6} \cdot 100 = \underline{\underline{89,469\%}}$$

7. Závěr

Cílem mé práce bylo zjištění vstupních parametrů dlouhého vedení vvn pomocí různých metod a to konkrétně řešení pomocí článků Γ , Π , T , a Steinmetzova článku, dále přesným řešením, náhrada řadou a obvod nakrátko a naprázdno.

V mém případě jsem řešil problém z pohledu dodavatele (elektrárny), takže jsem měl zadané výstupní parametry, které po nás žádá odběratel a zjišťovali jsme vstupní parametry vedení, jako jsou jmenovité napětí, jmenovitý proud, činný výkon, $\cos\varphi$. Tím jsme defakto zjistili např. úbytek napětí, který na vedení vznikne, účinnost přenosu atd. Ve všech případech byl $\cos\varphi$ menší než 0,9, což způsobuje velký jalový výkon a s ním spojený velký úbytek dodaného činného výkonu, přijatelný $\cos\varphi$ je kolem 0,95, což se provádí jeho kompenzací, ale to nebylo úkolem mé práce.

Pro srovnání všech metod výpočtu jsem výsledky tabeloval a následně porovnal.

Tab. 1-1 Tabulka vypočtených hodnot

metoda	U_{1s} [V]	I_1 [A]	S [MVA]	P [MW]	$\cos\varphi$ [-]	η [%]
T článek	122968,7861 $\angle$ 3,63°	116,287 $\angle$ -25,972°	24,768 $\angle$ -22,342°	21,532	0,869	92,885
Π článek	123082,4789 $\angle$ 3,625°	116,278 $\angle$ -26,064°	24,789 $\angle$ -22,439°	21,541	0,869	92,846
Γ článek	124436,3532 $\angle$ 3,247°	114,853 $\angle$ -25,418°	24,754 $\angle$ -22,171°	21,709	0,877	92,127
Steinmetz	123016,3279 $\angle$ 3,623°	116,228 $\angle$ -26,023°	24,764 $\angle$ -22,406°	21,521	0,869	92,932
přesný výpočet	125215,526 $\angle$ 3,915°	118,552 $\angle$ -25,531°	25,711 $\angle$ -21,616°	22,395	0,871	89,305
náhrada řadou	125216,509 $\angle$ 3,916°	118,884 $\angle$ -25,868°	25,784 $\angle$ -21,952°	22,354	0,867	89,469
nakrátko	110000 $\angle$ 0°	902,7583 $\angle$ -63,02°	171,998 $\angle$ -63,02°	78,032	0,453	
naprázdno	108602,3136 $\angle$ 0,386°	25,938 $\angle$ 89,35°	4,879 $\angle$ 88,964°	0,088216	0,01808	

Je vidět, že při výpočtech pomocí článků je nejméně přesný článek Γ , další články se ve výsledcích liší jen nepatrně. Chyby mohou být také způsobeny zaokrouhlováním, protože např. při vyčíslování Blondelovy konstanty C , která je velmi malá, se musí brát v potaz hodně desetinných míst, aby byl výsledek co nejpřesnější. U metody přesného výpočtu a náhrady řadou jsou výsledky totožné a pro praktické využití by jsme braly tyto výpočty jako výchozí a nejpřesnější.

8. Použitá literatura :

- [1] HODINKA, M. *Elektrické sítě I.*, Vydavatel : Vysoké učení technické v Brně, leden 1980, 286 stran
- [2] FRANC, L. *Výroba a rozvod elektrické energie.* Vydalo : Slovenské vydavateľstvo technickej literatury, srpen 1951, 616 stran
- [3] BLAŽEK, V., SKALA, P., *Distribuce elektrické energie.* Vydalo : Vysoké učení technické v Brně, 138 stran
- [4] BLAŽEK, V., PAAR, M., *Přenosové sítě.* Vydalo : Vysoké učení technické v Brně, 67 stran