VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ENERGETICKÝ ÚSTAV
ODBOR FLUIDNÍHO INŽENÝRSTVÍ V. KAPLANA

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF POWER ENGINEERING
KAPLAN DEPARTMENT OF HYDRAULIC MACHINES

OPTIMALIZACE POTRUBNÍCH TVAROVEK
OPTIMIZATION OF AN ADAPTING PIPES

DOKTORSKÁ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE — ING. JAN SVOZIL
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — DOC. ING. JAROSLAV ŠTIGLER, PHD.
SUPERVISOR

BRNO 2010

PODĚKOVÁNÍ

V první řadě bych chtěl poděkovat **Doc. Ing. J. Štiglerovi Phd**. za odborné vedení v průběhu studia a za cenné rady a připomínky k mému psanému slovu.

Dále bych pak chtěl poděkovat **Doc. Ing. P.Rudolfovi Phd.** a **Ing. R.Klasovi Phd** za zodpovězení nespočetných dotazů spojené s programem Fluent a Gambit.

Další poděkování patří **Ing. M.Hudcovi** za provedení experimentu a vyhodnocení výsledků

A v neposlední řadě všem ostatním na ústavu Fluidního Inženýrství V.Kaplana, za ochotu při řešení těch nejůznějších problémů, které se v průběhu studia vyskytly.

Děkuji velmi a děkuji všem, bez Vás by to nešlo a nebo by to šlo mnohem hůř.

A **Kačence** za finální jazykovou korekturu

1 SUMMARY (ANNOTACE) ... 8

2 SEZNAM POUŽITÝCH VELIČIN ... 9

3 ÚVOD ... 11

4 SHRNUTÍ SOUČASNÉHO STAVU ... 12

4.1 Proudění kapaliny změnou průřezu potrubí ... 12
4.2 Proudění kapaliny ohybem ... 12
4.3 Tvarová optimalizace v mechanice tekutin ... 13
4.3.1 Optimalizace přímého difuzoru ... 14
4.3.2 Optimalizace kolenové savky ... 14

5 CÍL DIZERTAČNÍ PRÁCE ... 15

6 MATEMATICKÁ OPTIMALIZACE ... 16

6.1 Optimalizační metody ... 16
6.2 Metoda nelder-mead ... 17
6.2.1 Algoritmus metody Nelder-mead ... 17
6.3 Metoda největšího spádu (Gradientní metoda) ... 18
6.3.1 Algoritmus gradientní metody ... 19
6.4 Metoda Davidon-fletcher-powell (dfp) ... 20
6.4.1 Algoritmus metody DFP ... 20
6.5 Metoda Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) ... 21
6.5.1 Algoritmus metody BFGS ... 21
6.5.2 Algoritmus metod BFGS a DFP ... 21
6.6 Testování optimalizačních algoritmů ... 22
6.6.1 Nastavení optimalizačních algoritmů pro Rosenbrockovu funkci ... 22
6.6.2 Zhodnocení výsledků pro Rosenbrockovu funkci ... 23
6.6.3 Nastavení optimalizačních algoritmů pro N-rozměrný paraboloid ... 23
6.6.4 Zhodnocení výsledků pro N-rozměrný paraboloid ... 24
6.7 Výběr optimalizačního algoritmu ... 24

7 MODELY TURBULENCE ... 25

7.1 Pohybové rovnice tekutin ... 25
7.2 Reynoldsovy časově středované Navier-Stokesovy Rovnice ... 28
7.3 Rovnice Reynoldsových napětí ... 29
7.4 Transportní rovnice pro turbulentní kinetickou energii ... 31
7.5 Standartní k-ε model ... 32
7.6 RNG k-ε model ... 33
7.7 Realizable k-ε model ... 34
7.8 k-ω model ... 35
7.9 SST (Shear-Stress transport) k-ω model ... 36

7.10 Modelování v blízkosti stěny ... 37
7.10.1 Stěnové funkce ... 37
7.10.2 Dvouvrstvý přístup (Two-Layer-Approach) ... 38
8 TESTOVÁNÍ MODELŮ TURBULENCE ... 39
9 TVAROVÁ OPTIMALIZACE V MECHANICE TEKUTIN ... 40
9.1 Tvarová optimalizace pomocí Algoritmu BFGS ... 41
9.2 Úprava BFGS algoritmu pro distribuované výpočty ... 43
10 BÉZIEROVY KŘIVKY A PLOCHY ... 45
10.1 Bézierovy křivky ... 45
10.2 Bézierovy plochy ... 46
10.3 Problém tečného napojení Bézierových ploch a křivek ... 47
11 PŘÍČINY HYDRAULICKÝCH ZTRÁT V POTRUBNÍCH TVAROVKÁCH ... 49
12 OPTIMALIZACE ZMĚNY PRŮŘEZU ... 50
12.1 Nastavení řešiče ... 50
12.2 Výpočetní síť ... 51
12.3 Nastavení optimalizačního algoritmu ... 51
12.4 Kriteriální funkce a její vyhodnocení ... 51
12.5 Změna průřezu, 12 parametrů, po částech lineární ... 51
12.5.1 Parametrický popis geometrie ... 51
12.5.2 Nastavení optimalizačního algoritmu ... 52
12.5.3 Zhodnocení výsledků ... 52
12.6 Změna průřezu, 12 parametrů, po částech lineární, jiný výchozí bod ... 61
12.6.1 Výchozí body pro optimalizaci ... 61
12.6.2 Zhodnocení výsledků ... 61
12.7 Změna průřezu, Bézierova křivka ... 70
12.7.1 Parametrický popis geometrie ... 70
12.7.2 Nastavení optimalizačního algorytmu ... 70
12.7.3 Zhodnocení výsledků ... 71
12.8 Změna přůřezu, 12 parametrů, po částech lineární, Vyšší vstupní rychlost ... 80
12.8.1 Okrajové podmínky ... 80
12.8.2 Výpočetní síť ... 80
12.8.3 Nastavení programu Fluent ... 81
12.8.4 Nastavení optimalizačního algoritmu ... 81
12.8.5 Zhodnocení výsledků ... 81
12.9 Porovnání Optimálních tvarů difuzoru pro 4°, 5°a 6° otevření, po částech lineární parametrizace ... 89
12.10 Porovnání optimalizovaných difuzorů pro různé vstupní rychlosti ... 96
12.11 Porovnání řešení proudového pole difuzoru k-ε Realizable modelem s nerovnovážnými stěnovými funkcemi a s douvrstvím modelem ... 102
12.12 Aspekty ovlivňující optimalizaci hydraulického profilu ... 109

13PARAMETRIZACE GEOMETRIE 111

14VLIV ŘÍDÍCÍCH BODŮ PARAMETRIZACE SÍTĚ NA HODNOTY ZTRÁTOVÉHO SOUČINITELE, CITLIVOSTNÍ ANALÝZA 112

15ZÁVĚR OPTIMALIZACE ZMĚNY PRŮŘEZU 117

16OPTIMALIZACE KOLENE 118

16.1 Vliv R/D na ztrátový součinitel 118
16.2 Optimalizace dle J. Štiglera 119
16.2.1 Parametrický popis geometrie 119
16.2.2 Výpočetní síť 121
16.2.3 Nastavení řešiče 122
16.2.4 Měněné parametry sítě 122
16.2.5 Zhodnocení výsledků 122
16.3 Optimalizace kolene, 1.parametrizace 124
16.3.1 Parametrický popis geometrie 124
16.3.2 Výpočetní síť 125
16.3.3 Nastavení řešiče 125
16.3.4 Kriteriální funkce 125
16.3.5 Zhodnocení výsledků 125
16.4 Optimalizace kolene, 2.parametrizace 130
16.4.1 Parametrický popis geometrie 130
16.4.2 Výpočetní síť 130
16.4.3 Nastavení Fluentu 130
16.4.4 Optimalizační algorytmus 131
16.4.5 Kriteriální funkce 131
16.4.6 Zhodnocení výsledků 131
16.5 Optimalizace kolene, 3.parametrizace 138
16.5.1 Parametrický popis geometrie 138
16.5.2 Výpočetní síť 139
16.5.3 Nastavení řešiče 139
16.5.4 Optimalizační algorytmus 139
16.5.5 Kriteriální funkce 139
16.5.6 Zhodnocení výsledků 139

17ZÁVĚR OPTIMALIZACE KOLENE 153

18EXPERIMENT 154

18.1 seznam použité měřící techniky 154
18.2 Fyzikální konstanty měření 155
18.3 Schéma a popis měřící tratě 155
18.4 Ztrátový součinitel kolene 156
18.5 Výpočet nejistoty měření 157

18.5.1 Nejistota typu B ... *157*
18.5.2 Nejistota typu B pro průtok ... *158*
18.5.3 Nejistota typu B pro tlakovou diferenci ... *158*
18.6 Nejistota měření ztrátového součinitele ... 159
18.7 Postup měření ... 160
18.8 Výsledky Měření ... 160
18.8.1 Nelakovaná kolena ... *160*
18.8.2 Lakovaná kolena ... *161*
18.9 Porovnání CFD výpočtů a experimentu ... 162
18.10 Závěr Experiment ... 164
18.11 Analýza nedostatků expirementu ... 164
19 HODNOTY ZTRÁTOVÝCH SOUČINITELŮ CFD VÝPOČTŮ BEZ VLIVŮ PŘÍVODNÍ A ODPADNÍ VĚTVE ... 166
19.1 Ztrátoví součinitelé difuzorů ... 166
19.2 Ztrátoví součinitelé difuzoru, bez vlivu přívodní a odpadní větve ... 167
19.3 Ztrátoví součinitel kolene ... 169
19.4 Ztrátoví součinitelé kolen bez vlivu přívodní a odpadní větve ... 169
20 OPTIMALIZACE SACÍ TROUBY KAPLANOVY TURBÍNY ... 170
20.1.1 Parametrický popis geometrie ... *170*
20.1.2 Výpočetní síť ... *171*
20.1.3 Nastavení řešiče ... *171*
20.1.4 Optimalizační Algoritmus ... *171*
20.1.5 Kriteriální funkce ... *171*
20.1.6 Zhodnocení výsledků ... *172*
20.2 Porovnávní optimálního nalezeného tvaru s původní sací troubou s žebry ... 185
20.2.1 Zhodnocení výsledků ... *185*
20.3 Závěr optimalizace sací trouby kaplanovy turbíny ... 188
21 ZÁVĚR ... 189
22 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY ... 190
23 SEZNAM PUBLIKACÍ AUTORA ... 192
24 APENDIX HYDROMECHANIKA ... 193
24.1 Coriolisovo číslo ... 193
24.1.1 Coriolisovo číslo v koleni ... *193*
24.2 Pressure coefficient ... 194
24.3 Třecí koeficient Cf (Friction coefficient) ... 194
24.4 Normalizovaná helicita ... 194
24.5 Účinnost difuzoru ... 194
24.6 Kinematická viskozita ... 195
25 APENDIX PARAMETRIZACE SÍTÍ ... 196

25.1 Parametrizace dle Štiglera 196
25.2 Savka VE Střekov 199
25.2.1 Výpočet zaoblení hran 199
25.2.2 Vytvoření geometrie 202
26APENDIX MATEMATIKA 205
26.1 Norma vektoru 205
26.2 Vlastní čísla matice 205
26.3 Věta o střední integrální hodnotě 205
26.4 Relativní změna veličiny 205
26.5 Úprava členů Reynoldsových napětí 206
26.6 Odvození rovnice pro turbulentní kinetickou energii 207
27PŘÍLOHY 208
27.1 Difuzor po částech lineární 208
27.1.1 Průběhy smykových napětí a tvary površek 208
27.1.2 Průběhy Cp pro původní a optimalizovanou geometrii 215
27.1.3 Průběhy Coriolisova součinitele pro původní a optimalizovanou geometrii 221
27.2 Difuzor, po částech lianární, druhý výchozí bod 228
27.2.1 Průběhy smykových napětí a tvary površek 228
27.2.2 Průběhy Cp pro původní a optimalizovanou geometrii 235
27.2.3 Průběhy Coriolisova součinitele pro původní a optimalizovanou geometrii 241
27.3 Difuzor,Bézierova křivka 248
27.3.1 Průběhy smykových napětí a tvary površek 248
27.3.2 Průběhy Cp pro původní a optimalizovanou geometrii 254
27.3.3 Průběhy Coriolisova součinitele pro původní a optimalizovanou geometrii 261
27.4 Difuzor, po částech lineární, vyšší vstupní rychlost 267
27.4.1 Průběhy smykových napětí a tvary površek 267
27.4.2 Průběhy Cp pro původní a optimalizovanou geometrii 274
27.4.3 Průběhy Coriolisova součinitele pro původní a optimalizovanou geometrii 280
27.5 Porovnání difuzorů pro různé vstupní rychlosti 287
27.5.1 Porovnání smykových napětí a tvarů površek 287
27.5.2 Porovnání průběhů Cp 293
27.5.3 Porovnání průběhů Coriolisova čísla 300

1 SUMMARY (ANNOTACE)

Adapting pipes are a significant part of any pipe-line network and they are the sources of substantial hydraulic losses. They are designed for a manufacturing simplicity, regardless of flow.

This paper concerns with lowering of hydraulic losses of adapting pipes by means of the shape optimization.

Several methods of a mathematical optimization are tested and due to the complexity of the task and the need of the computational distribution among several computers, the gradient based algorithm is used. These methods loop together with a CFD software then automatically explore the design space.

Several optimizations of diffusers with different opening angles, shape parameterizations and boundary conditions are made for the better insight on hydraulic losses.

In three chapters there is description of development of parametric description of bend by means of Bezier surfaces. At the end optimum shape is found with hydraulic losses were decreased about 22%, which was not validated by experiment.

In the final chapter is application of developed software on the shape optimization of Kaplan draft tube.

2 SEZNAM POUŽITÝCH VELIČIN

Označení	Popis	Jednotka
$c_{(s)}$	Střední hodnota rychlosti	[m/s]
c_i	Vektor rychlosti	[m/s]
$\tilde{c}_i$	Okamžitá hodnota vektoru rychlosti	[m/s]
$\bar{c}_i$	Střední hodnota vektoru rychlosti	[m/s]
c_i'	Fluktuační složka vektoru rychlosti	[m/s]
G_i	Tíhová síla	[N]
h	Normalizovaná helicita	[1]
h	Délka kroku	[1,mm,m]
k	(měrná) Turbulentní kinetická energie	[m^2/s^2]
R	Poloměr křivosti	[m]
D	Průměr	[m]
p	Statický tlak	[Pa]
$p_{(d)}$	Dynamický tlak	[Pa]
$p_{(s)}$	Statický tlak	[Pa]
$\tilde{p}$	Okamžitá hodnota tlaku	[Pa]
$\bar{p}$	Střední hodnota tlaku	[Pa]
p'	Fluktuační složka tlaku	[Pa]
N	Dimenze optimalizačního algoritmu	[1]
t	Časový interval	[s]
t	Parametr Bézierových křivek	[1]
s	Parametr Bézierových křivek	[1]
S	Plocha	[m^2]
x	Bod v prostoru	[m]
y^+	Délkové měřítko TMV	[1]

Označení	Popis	Jednotka
Cp	Tlakový koeficient	[1]
Re	Reynoldsovo číslo	[1]
Re_y	Turbulentní Reynoldsovo číslo	[1]
Cf	Třecí koeficient	[1]

Označení	Popis	Jednotka
α	Součinitel reflexe	[1]
α	Coriolisovo číslo	[1]
β	Součinitel kontrakce	[1]
γ	Součinitel expanze	[1]
δ	Úhel otevření difuzoru	[°]
δ_{ij}	Kroneckerovo delta	[1]
ε	Chyba optimalizačního algoritmu	[1]

ε	Disipace TKE	[m^2/s^3]
η	Dynamická viskozita	[Pa.s]
$\eta_{(eff)}$	Efektivní viskozita	[Pa.s]
$\eta_{(t)}$	Turbulentní dynamická viskozita	[Pa.s]
$\eta_{(d)}$	Účinnost difuzoru	[1]
λ	Délka kroku	[1]
λ	Druhá viskozita	[Pa.s]
λ	Součinitel délkových ztrát	[1]
ξ	Ztrátový součinitel	[1]
φ	Poloha řezu	[°]
υ	Kinematická viskozita	[m^2/s]
$\upsilon_{(t)}$	Turbulentní kinematická viskozita	[m^2/s]
ω	Měrná disipace TKE	[s^{-1}]
ω	Vektor vířivosti	[s^{-1}]

Označení	Popis
TKE	Turbulentní kinetická energie
TMV	Turbulentní mezní vrstva
OK	Oběžné kolo
DFP	Davidon-Fletcher-Powell
BFGS	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
VE	Vodní elektrárna
MPO	Ministerstvo průmyslu a obchodu
CFD	Computer Fluid Dynamics

Označení	Popis
$\lvert\cdot\rvert$	Absolutní hodnota čísla
$\lvert\cdot\rvert$	Determinant matice
$\lVert\cdot\rVert$	Norma vektoru

3 ÚVOD

Potrubní tvarovky, tj. kolena a rozvětvení, jsou důležitým a nezbytným prvkem jakékoliv potrubní soustavy a jsou významnými zdroji energetických ztrát. Při průtoku kapaliny potrubními tvarovkami, dochází nejen ke ztrátě třením, ale navíc se zde projevují energetické ztráty způsobené ohybem, rozdělením či soutokem proudu kapaliny, tzv. místní (lokální) ztráty.

Potrubní tvarovky jsou často navrhované bez ohledu na charakter proudění a právě to je důvod vysokých hydraulických ztrát.

Optimalizace hydraulického tvaru, a tím pádem i snížení tlakové ztráty, může vést k úsporám energie, vynaložené na čerpání kapalin. Největší přínos by takto upravené potrubní tvarovky měly u větvených sítí, jako je např. ústřední vytápění, vodovodní sítě.

V následujících kapitolách jsou popsány prostředky, které byly použity pro tvarovou optimalizaci. Jsou zde popsány vybrané optimalizační algoritmy a jejich testování. Dále jsou uvedeny modely turbulence, které přicházejí v úvahu při modelování proudového pole. V mé práci jsou provedeny tvarové optimalizace difuzorů různých otevření, které poskytují lepší představu o tom, jak některé parametry ovlivňují výsledný tvar. Dále je provedeno několik optimalizací kolene, které se od sebe liší parametrickým popisem geometrie. Nejlepší nalezená geometrie kolene je potom ověřena pomocí experimentu. Na závěr je provedena optimalizace sací trouby Kaplanovy turbíny, která potvrzuje aplikovatelnost uvedených postupů pro praktické využití.

Při hledání optimálního tvaru tvarovek se předpokládá, že budou vyrobeny z plastu, což odbourává veškerá tvarová výrobní omezení.

Z důvodů velkého objemu výpočtů celkové časové náročnosti byla pozornost zaměřena pouze na optimalizaci kolene a rotačně symetrického difuzoru.

4 SHRNUTÍ SOUČASNÉHO STAVU

V této kapitole budou vymezeny typy potrubních tvarovek na které bude aplikována tvarová optimalizace. Bude provedena analýza jejich vlivu na proudění kapalin a na možné příčiny relativně vysokých ztrát. Na závěr je provedeno stručné shrnutí prací, které se tvarovou optimalizací v mechanice tekutin zabývají.

4.1 PROUDĚNÍ KAPALINY ZMĚNOU PRŮŘEZU POTRUBÍ

Změnou průřezu je myšleno rozšíření nebo zúžení průtočné plochy potrubí. Změna průtočné plochy může být náhlá (skokem) nebo spojitá. U spojité změny průtočné plochy mluvíme buďto o difuzoru (rozšíření) nebo o konfuzoru (zúžení).

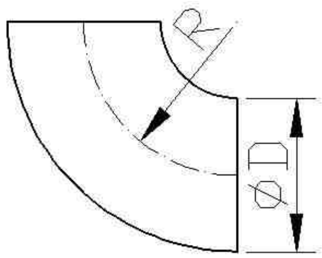
Z hlediska proudění je problematičtější rozšíření průtočné plochy, kde při nesprávném hydraulickém návrhu může dojít k odtržení mezní vrstvy nebo k oddělování vírů. Tlakové ztráty v difuzoru jsou vždy tvořeny třením kapaliny o stěnu a zvýšenou turbulencí, která je důsledek rozšíření průtočné plochy.

[7, Kolář et al., 1963]

Při průtoku kapaliny difuzorem či konfuzorem dochází k přeměně kinetické energie na tlakovou energii a obráceně. Tohoto se využívá u turbín, v podobě savek, nebo u čerpadel v podobě spirál či lopatkových difuzorů.

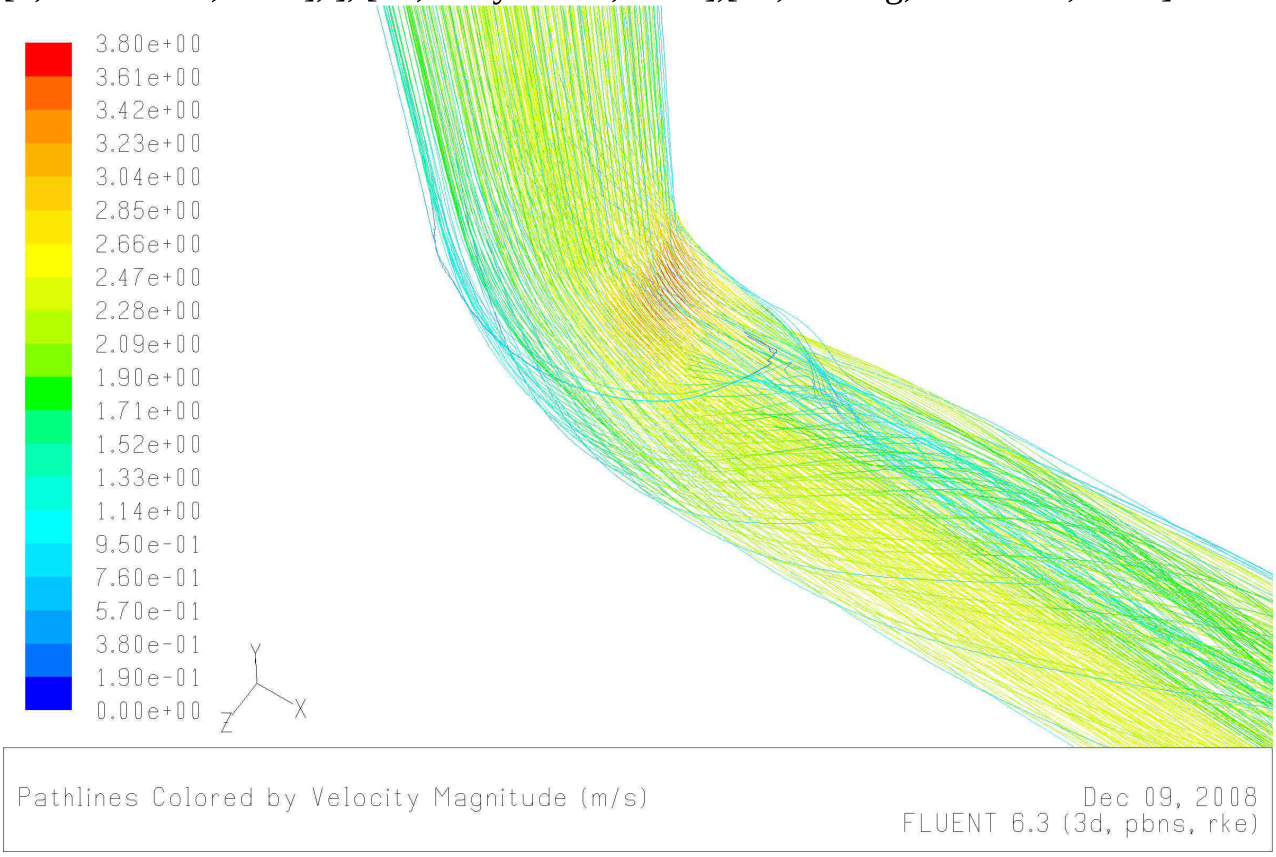
4.2 PROUDĚNÍ KAPALINY OHYBEM

Zakřivené potrubí je po přímém potrubí nejdůležitějším prvkem jakékoli potrubní soustavy. Minimální poloměr křivosti, při němž paprsek ještě plynule sleduje zakřivení potrubí, je roven dvěma průměrům D, čili R/D=2. Je-li poloměr křivosti menší než dva průměry, čili R/D<2, tak proud naráží na protější stěnu kolena nebo oblouku a zvětšení tlaku u vnější stěny a snížení tlaku u vnitřní stěny je značné [7,Kolář et al.,1963].



Každou změnou směru vzniká kromě ztráty třením navíc ztráta, kterou se celková ztráta v zakřiveném úseku potrubí zvyšuje, oproti ztrátě v přímém úseku potrubí [7,Kolář et al.,1963].

Při proudění v zakřiveném kanále působí na kapalinu odstředivá síla, která je vyrovnávána radiálním tlakovým gradientem. Částice kapaliny s větší hybností, nacházející se v blízkosti osy symetrie, se přesunují od vnitřní stany oblouku ke straně vnější. Pro splnění platnosti zákona zachování hmoty, dochází k transportu kapaliny s nižší hybností, nacházející se v mezních vrstvách u stěn, ve směru opačném. Tím vzniká příčné proudění se dvěma protiběžnými víry. [3, Desová, 2006], [7, Kolář et al.,1963], [14, Enayet et al, 1982],[15,Melling, Whitelaw, 1976]. Příčná cirkulace způsobuje výměnu energie uvnitř proudu, čímž se zvyšují energetické ztráty. Určitý podíl na ztrátách má odpor kapaliny proti rotaci v rovinách příčných průřezů, do nichž ji nutí výše popsané rozložení odstředivých sil. Proudnice v zakřivených úsecích potrubí a za nimi jsou různě deformované spirály, vytvořené složením obou pohybů, podélného proudění a příčné cirkulace, viz Obr.1 [7,Kolář et al.,1963],], [14, Enayet et al, 1982],[15,Melling, Whitelaw, 1976]



Obr.1 *Proudnice kapaliny při průtoku kolenem. Vyobrazená velikost rychlosti.*

Energetické ztráty, vznikající v koleni, se realizují nejenom v samotném koleni, ale i v přímém potrubí za kolenem (až 50 průměrů za kolenem, zjištěno podle průběhu Coriolisova čísla) [3, Desová, 2006], kdy dochází k potlačení spirálového proudění způsobené kolenem a dochází k převedení proudění na proudění s rovnoběžnými proudovými vlákny.

4.3 TVAROVÁ OPTIMALIZACE V MECHANICE TEKUTIN

Tvarovou optimalizací difuzoru se zabývá několik prací.

V článku [28, Svenningsen et al., 1996] je řešena optimalizace difuzoru pro laminární proudění. V práci [25, Madsen et al., 1997] je k tvarové optimalizaci využita metoda náhradního modelu. Dále pak v [24, Ghosh et al., 2009] je k tvarové optimalizaci difuzoru použito genetických algoritmů. V práci [27, Lim et al., 2004] je řešena tvarová optimalizace asymetrického difuzoru.V práci [30, Goel et al., 2007] je řešena optimalizace lopatkového difuzoru čerpadla a v pracích [26, Lee, et al., 2000] a [31, Gao, et al., 2006] je řešena optimalizace bezlopatkového difuzoru.

Tvarovou optimalizací sacích trub se zabývá několik publikací. Optimalizací přímé sací trouby se zabývá disertační práce [1, Rudolf, 2004]. Optimalizací kolenových savek se pak řeší práce [6, Marjavaara, 2006] a [4, EISNER, Ruprecht]

4.3.1 Optimalizace přímého difuzoru

V práci [1, Rudolf, 2004], je řešena tvarová optimalizace sací trouby vírové turbíny, což je v podstatě přímý difuzor, sestávající se ze dvou geometricky odlišných částí. Sací trouba je tvořena kuželovou částí, která je vstupní stranou savky. Kuželová část savky, po určité vzdálenosti postupně přejde v obdélníkový tvar, který je na výstupu ze savky.

Pro proudění v savce vírové turbíny je charakteristická výrazná složka tangenciální (obvodové) rychlosti.

Optimalizované parametry byly délka kuželové části a výstupní průměr kuželové části savky. Dále pak byla optimalizována jedna strana obdélníkového výstupu ze savky, přičemž druhá strana obdélníku se dopočítávala tak, aby výstupní plocha savky zůstávala stejná. Celková délka savky byla neměnný parametr. K optimalizaci byl použit algoritmus Nelder-Mead.

V původním tvaru savky se vyskytovala oblast zpětného proudění, kterou se pomocí optimalizace podařilo potlačit. Celkový nárůst regenerace tlaku Cp v důsledku optimalizace tvaru pak činil 4,9%.

4.3.2 Optimalizace kolenové savky

Optimalizací tvaru kolenové savky ze zabývají práce [6, Marjavaara, 2006] a [4, EISNER, Ruprecht].

Obě tyto práce reprezentují dva hlavní směry, které je možno při tvarové optimalizaci použít. Práce [6, Marjavaara, 2006] používá k hledání optimálního tvaru tzv. náhradní modely (surrogate models). Náhradní model získáme tak, že měníme postupně jednotlivé parametry modelu a sledujeme odezvu cílové funkce. Získáme tak soubor dat, který reprezentuje chování cílové funkce v závislosti na měněných parametrech. Tuto výslednou odezvu pak můžeme proložit plochou, nebo tyto data použít při vytváření neuronové sítě. Tyto aproximované modely následně použijeme k tomu, abychom našli optimální tvar.

Metoda náhradního modelu dává dobrou představu o tom, jak jednotlivé parametry ovlivňují cílovou funkci, na druhou stranu sestavení takového modelu je poměrně náročné, protože musíme zjistit chování každého měněného parametru v několika různých bodech. Samotné vytvoření náhradní plochy je zatížené chybou, a jestliže získáváme odezvu cílové funkce na změnu parametru pomocí prostředků CFD, chyba nám dále narůstá o nepřesnost způsobenou samotným výpočtovým modelováním.

V práci [4, EISNER, Ruprecht] je k hledání optimálního tvaru použito vhodných optimalizačních algoritmů. Stejně jako v práci [1, Rudolf, 2004], je sledována odezva cílové funkce na změnu parametrů a pomocí vhodného optimalizačního algoritmu je stanovena nová sada parametrů, u kterých se předpokládá lepší hodnota cílové funkce. Náročnost a úspěšnost této metody je závislá na použitých optimalizačních algoritmech, na přesnosti CFD modelování a na parametrickém popisu geometrie.

5 CÍL DIZERTAČNÍ PRÁCE

Cílem disertační práce je snížit energetické ztráty způsobené prouděním kapalin potrubními tvarovkami prostřednictvím vhodné změny hydraulického tvaru potrubních tvarovek.

Energetické ztráty je možné kvantifikovat pomocí ztrátového součinitele. Změny geometrie budou provedeny vhodným optimalizačním algoritmem. Hydraulické veličiny potřebné pro určení velikosti ztrátového součinitele budou zjišťovány pomocí prostředků CFD.

Budou řešeny pouze potrubní tvarovky s kruhovým průřezem. K ověření celkové koncepce a funkčnosti jednotlivých programových rutin poslouží optimalizace difuzoru.

Hlavní těžiště práce bude spočívat v optimalizaci kolen. Budou řešena pouze 90˚ kolena s konstantním průměrem a poměrem R/D<2.

6 MATEMATICKÁ OPTIMALIZACE

[2, Klapka et al., 2001], [1, Rudolf, 2004]

Matematická formulace problému optimalizace má tvar

$$\min f(x), x \in M$$

Kde:

$f : \Re^N \to \Re$ je kriteriální (cílová) funkce

$x = (x_1, ..., x_N)^T$ je vektor proměnných

$M \subset \Re^N$ je množina omezujících podmínek popsaná soustavou rovnic nebo nerovnic

Nutnou podmínkou pro existenci minima v bodě $x_{(0)}$ je

$$\nabla f(x_{(0)}) = 0$$

O tom jestli se jedná o lokální minimum, nebo pouze sedlový bod, rozhode hodnota matice druhých derivací funkce tzv. Hessián. Má-li se jednat o lokální minimum potom je Hessián pozitivně-semidefinitní.Tzn. že všechna jeho vlastní čísla jsou kladná nebo rovna nule.

$$H(f) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}$$

Vlastní čísla čtvercové matice D jsou kořeny rovnice $|\mathbf{D}-\lambda\mathbf{E}|=0$, kde |.| značí determinant a **E** jednotkovou matici. (viz.kap.26.2)

6.1 OPTIMALIZAČNÍ METODY

V této kapitole budou uvedeny jednotlivé algoritmy použitých optimalizačních funkcí. Bude provedeno jejich testování na Rosenbrockově funkci pro dva měněné parametry a pro více měněných parametrů bude provedeno testování na N-rozměrném paraboloidu.

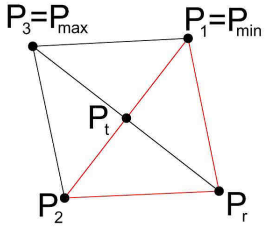
Pro následující optimalizační algoritmy obecně platí, že jejich úspěšnost je závislá na výchozím bodě, ze kterého začínáme hledat minimum. Dále je pak třeba mít na paměti, že pokud cílová funkce obsahuje více lokálních minim, tak algoritmy uvedené v následujících kapitolách jsou schopné nalézt pouze jedno z nich. Metodami schopné nalézt globální minimum funkce se v této práci nebudeme zabývat, pro jejich výpočtovou náročnost.

6.2 METODA NELDER-MEAD

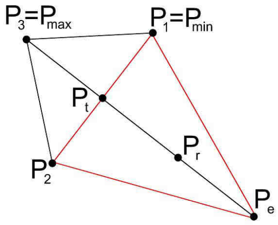
[2, Klapka et al., 2001], [1, Rudolf, 2004]

Její ideou je vybrat body $x_1,\ldots,x_{N+1}$ tak, aby tvořily simplex v protoru $\Re^N$ (pro $\Re^2$ je simplex trojúhelník, pro $\Re^3$ je symplexem čtyřstěn). Následně simplex překlápět a deformovat tak, aby na závěr obsahoval hledané minimum. Na Obr.2-Obr.5 jsou graficky naznačeny jednotlivé operace deformující simplex, které jsou prováděny při hledání minima.

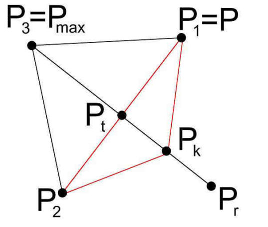
Zkušenosti ukazují, že metoda je robustní, ale pomalá, a proto vhodná pro $n \le 10$



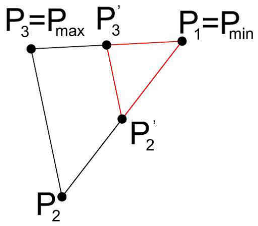
Obr.2 *Reflexe*



Obr.3 *Expanze*



Obr.4 *Kontrakce*



Obr.5 *Zmenšení simplexu*

6.2.1 Algoritmus metody Nelder-mead

[2, Klapka et al., 2001], [1, Rudolf, 2004]

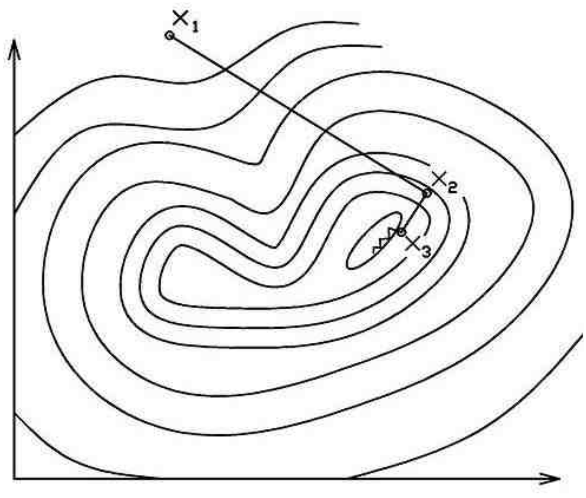
Zvolíme body $x_1,\ldots,x_{N+1} \in \Re^N$ tak, aby tvořily simplex. Dále si zvolíme koeficienty reflexe $\alpha > 0$, koeficient kontrakce $0 < \beta < 1$ a koeficient expanze $\gamma > 1$ a přesnost s jakou chceme zjistit hledané minimum $\varepsilon > 0$.

Begin	
Repeat	
$f\left(x_{(r)}\right) = \min\left(f\left(x_j\right)\right),\ j = 1,\ldots,N+1$	Bod s minimální hodnotou krit. fce
$f\left(x_{(s)}\right) = \max\left(f\left(x_j\right)\right),\ j = 1,\ldots,N+1$	Bod s maximální hodnotou krit. fce
If $\left\| f\left(x_{(s)}\right) - f\left(x_{(r)}\right)\right\| < \varepsilon$ then „konec, nalezli jsme minimum“	
$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{j=1, j\neq s}^{N+1} x_j$	Vypočteme těžiště
$\hat{x} = \bar{x} + \alpha\left(\bar{x} - x_{(s)}\right)$	Vytvoříme nový bod ve slibném směru, pomocí reflexe simplexu
If $f\left(x_{(r)}\right) > f\left(\hat{x}\right)$ then	Jestliže nově nalezený bod je lepší (má nižší hodnotu krit. fce) než dosavadní minimum
$x_{(e)} = \bar{x} + \gamma\left(\hat{x} - \bar{x}\right)$	Potom dál expandujeme symplex ve slibném směru
If $f(\hat{x}) > f\left(x_{(e)}\right)$ then $x_{(s)} = x_{(e)}$	Jestliže expandovaný bod je lepší než reflektovaný potom nejhorší bod simpelxu x_s nahradíme expandovaným bodem
If $f(\hat{x}) < f\left(x_{(e)}\right)$ then $x_{(s)} = \hat{x}$	Jestliže expandovaný bod je horší než reflektovaný potom

	nejhorší bod simplexu x_s nahradíme bodem reflektovaným
End if	
If $f\left(x_{(r)}\right) < f(\hat{x})$ then	Jestliže bod nalezený pomocí reflexe je horší než dosavadní minimum potom
If $\max\left[f\left(x_j\right)\right]\Big\|_{j=1..N+1,\, j\neq s} \geq f(\hat{x})$ then $x_{(s)} = \hat{x}$	Vyhledáme maximální hodnotu kriteriální funkce ve vrcholech simplexu vyjma toho nejhoršího. Jestliže kriteriální funkce ve druhém nejhorším vrcholu je horší než v reflektovaném bodě potom nejhorší bod nahradíme reflektovaným bodem
If $\max\left[f\left(x_j\right)\right]\Big\|_{j=1..N+1,\, j\neq s} < f(\hat{x})$ then	Jeslitže hodnota krit. fce v druhém nejhorším bodě je nižší než hodnota krit.fce v reflektovaném bodu potom
$f(x') = \min\left\{f(\hat{x}); f\left(x_{(s)}\right)\right\}$	Bod x' je roven bud reflektovanému bodu nebo nejhoršímu bodu podle toho, ve kterém je menší hodnota kriteriální funkce
$x'' = \bar{x} + \beta(x' - \bar{x})$	Bod x'' vytvoříme zkrácením expanze ve slibném směru.
If $f(x'') > f(x')$ then $x_j = x_j + \frac{1}{2}\left(x_{(r)} - x_j\right)$	Jestliže hodnota kriteriální funkce v bodě x'' je vyšší než hodnota kriteriální funkce v nejhorším bodě potom provedem zmenšení celého siplmexu směrem k bodu s nejnižší hodnout krit. fce.
If $f(x'') < f(x')$ then $x_{(s)} = x''$	Jestliže hodnota krit. fce v bodě x'' je nižší než v nejhorším potom nejhorší bod nahradíme bodem x''
End if	
Until $\left\| f\left(x_{(s)}\right) - f\left(x_{(r)}\right) \right\| < \varepsilon$	
End	

6.3 METODA NEJVĚTŠÍHO SPÁDU (GRADIENTNÍ METODA)

Tato metoda nebude použita při tvarové optimalizaci, nicméně její princip osvětlí fungování metod DFP a BFGS, které využiji ve své práci.



Obr.6 *Cik-cak efekt gradientní metody*

[2, Klapka et al., 2001], [16, Bazaraa et al, 2006]

Metoda největšího spádu je klasickou metodou minimalizace diferencovatelné funkce více proměnných.

Princip spočívá v tom, že nový bod hledáme ve směru největšího spádu, čili ve směru $-\nabla f(x)$

Metoda je náchylná k cik-cak efektu (výrazné periodické odchýlení od původního směru a následné vracení se do přibližně původnímu směru) (viz. Obr.6) a to proto, že směr $-\nabla f(x)$ je sice směrem největšího spádu, ale pouze lokálně. Pokud se tento směr záhy odklání od skutečného směru poklesu jednorozměrná optimalizace umožní pouze krátký krok. Proto u funkcí „s dlouhými a zakřivenými údolími“ (např. Rosenbrockova funkce) může metoda díky numerickému chování zcela zkolabovat. Gradientní metoda má obecnou tendenci zpomalit svůj postup v okolí minima, protože se zde gradient blíží nulovému vektoru.

6.3.1 Algoritmus gradientní metody

Zvolíme počáteční bod $x_{(k)} = x_1, \dots, x_N \in \Re^N$ a přesnost s jakou chceme zjistit hledané minimum $\varepsilon > 0$. Potom spočteme směr největšího spádu $d_k = -\nabla f\left(x_{(k)}\right)$ ve výchozím bodě $x_{(k)}$. Potom hledáme takovou délku kroku λ, aby platilo že $\min\left\{f\left(x_{(k)} + \lambda d_{(k)}\right) \middle| \lambda \geq 0\right\}$, jestliže platí, že $f\left(x_{(k)}\right) > f\left(x_{(k)} + \lambda d_{(k)}\right)$ potom $x_{(k+1)} = x_{(k)} + \lambda d_{(k)}$ a $k = k+1$, všechny kroky opakujeme tak dlouho dokud $\left\|\nabla f\left(x_k\right)\right\| < \varepsilon$

Pozn. index „k“ v závorce v tomto případě značí o kolikátou iteraci se jedná.¨

Begin	
Repeat	
$d = \dfrac{f\left(x_1, x_i + h, \dots, x_N\right) - f\left(x_{(k)}\right)}{h}$	Postupně spočítáme derivace ve všech směrech a zjistíme tak gradient $d_{(k)} = -\nabla f\left(x_{(k)}\right)$.
$\lambda = konst$	Výchozí délku kroku nastavíme na zvolenou konstantu.
Repeat	
$x_{(k+1)} = x_{(k)} + \lambda d_{(k)}$	Vytvoříme nový bod ve směru nejvyššího spádu.
If $f\left(x_{(k)} + \lambda d_{(k)}\right) > f\left(x_{(k)}\right)$ then $\lambda = \lambda / 2$	Jestliže hodnota kriteriální funkce v nově vytvořeném bodě je horší než v původním tak délku kroku zkrátíme, v tomto případě na polovinu.
Until $f\left(x_{(k)} + \lambda d_{(k)}\right) < f\left(x_{(k)}\right)$	Opakujeme to tak dlouho dokud nově vytvořený bod nemá nižší hodnotu kriteriální funkce než bod původní.
$x_{(k+1)} = x_{(k)} + \lambda d_{(k)}$	Z předchozího cyklu obdržíme délku λ takovou, že nově vytvořený bod má nižší hodnotu kriteriální funkce než výchozí.
$k = k+1$	Připočteme jedničku k indexu, nově vypočtený bod se stane výchozí a můžeme celý proces opakovat.
Until $\left\|\nabla f\left(x_{(k)}\right)\right\| < \varepsilon$	Celý proces optimalizace trvá tak dlouho, dokud velikost vektoru gradientu není menší než ε.
End	

6.4 METODA DAVIDON-FLETCHER-POWELL (DFP)

[2, Klapka et al., 2001], [16, Bazaraa et al, 2006]

Metoda DFP se řadí mezi kvazinewtonovské metody využívající sdružených směrů. Metoda se v prvním kroku chová stejně jako gradientní metoda, kde nový bod najdeme ve směru největšího spádu. V dalších krocích již nové body hledáme ve směru sdružených směrů, tzn. že spádový směr kriteriální funkce se snažíme vyjádřit ve tvaru $d_{(k)} = -D_{(k)} \nabla f\left(x_{(k)}\right)$, kde $D_{(k)}$ je symetrická, pozitivně definitní matice aproximující inverzní Hessovu matici $H(x)^{-1}$. Metoda DFP mívá numerické těžkosti, protože někdy generuje matice blízké singulární. Proto Broyden navrhl jiný tvar matice $D_{(k)}$ viz kap 6.5.

Protože rozdíl mezi metodou Davidon-Fletcher-Powell a Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno je právě pouze v matici $C_{(k)}$, která aditivně aktualizuje matici D, proto bude uveden algoritmus pro obě metody současně.

Pozn. index „k“ v závorce v tomto případě značí o kolikátou iteraci se jedná.

6.4.1 Algoritmus metody DFP

Zvolíme si počáteční bod $x_{(k)} = x_1, \ldots, x_N \in \Re^N$ a přesnost s jakou chceme zjistit hledané minimum $\varepsilon > 0$. Dále si definujeme symetrickou, pozitivně definitní matici D (jednotkovou). Jestliže platí, že $\left\|\nabla f\left(x_{(k)}\right)\right\| < \varepsilon$, potom můžeme ukončit výpočet, našli jsme minimum, v opačném případě určíme směr největšího spádu tak, že $d_{(k)} = -D_{(k)} \nabla f\left(x_{(k)}\right)$. Potom hledáme takovou délku kroku λ, aby platilo $\min\left\{f\left(x_{(k)} + \lambda d_{(k)}\right) \middle| \lambda \geq 0\right\}$, přičemž zároveň musí platit, že $f\left(x_{(k)}\right) > f\left(x_{(k)} + \lambda d_{(k)}\right)$. Je-li index k roven počtu optimalizovaných parametrů tzn k=N, potom $x_{(k+1)} = x_{(k)} + \lambda d_{(k)}$, k=1 a jdeme znovu na počátek výpočtu. V opačném případě je-li k<N, přiřadíme matici $D_{(k)}$ tuto hodnotu $D_{(k+1)} = D_{(k)} + C_{(k)}^{DFP}$, $k = k + 1$

kde

$$C_{(k)}^{DFP} = \frac{p_{(k)} p_{(k)}^T}{p_{(k)}^T q_{(k)}} - \frac{D_{(k)} q_{(k)} q_{(k)}^T D_{(k)}}{q_{(k)}^T D_{(k)} q_{(k)}}$$

$$p_{(k)} = \lambda d_{(k)} = x_{(k+1)} - x_{(k)} \qquad q_{(k)} = \nabla f\left(x_{(k+1)}\right) - \nabla f\left(x_{(k)}\right)$$

6.5 METODA BROYDEN-FLETCHER-GOLDFARB-SHANNO (BFGS)

Jak již bylo zmíněno v kap 0 rozdíl mezi metodou DFP a BFGS je pouze v matici $C_{(k)}$, která aditivně aktualizuje spádový směr.

Pozn. index „k“ v závorce v tomto případě značí o kolikátou iteraci se jedná.

6.5.1 Algoritmus metody BFGS

Postup při výpočtu nového bodu je stejný jako v případě DFP metody. Rozdíl je v posledním kroku, kdy aktualizujeme spádové směry. Tzn že matici $D_{(k)}$ aktualizujeme takto. $D_{(k+1)} = D_{(k)} + C_{(k)}^{BFGS}$

kde

$$C_{(k)}^{BFGS} = \frac{p_{(k)} p_{(k)}^T}{p_{(k)}^T p_{(k)}} \left(1 + \frac{q_{(k)}^T D_{(k)} q_{(k)}}{p_{(k)}^T q_{(k)}} \right) - \frac{D_{(k)} q_{(k)} p_{(k)}^T + p_{(k)} q_{(k)}^T D_{(k)}}{p_{(k)}^T q_{(k)}}$$

$$p_{(k)} = \lambda d_{(k)} = x_{(k+1)} - x_{(k)} \qquad q_{(k)} = \nabla f\left(x_{(k+1)}\right) - \nabla f\left(x_{(k)}\right)$$

6.5.2 Algoritmus metod BFGS a DFP

Begin	
Repeat	
$podm = 1; k = 1$	
Repeat	
If $podm = 1$ then	
$D_{(k)} = E$	V prvním kroku definujeme matici D jako jednotkovou .
$d_{(k)} = -D_{(k)} \nabla f\left(x_{(k)}\right)$	Dále definujeme spádový směr, v prvním kroku je roven gradientu funkce ve výchozím bodě.
End if	
$\lambda = konst$	Definujeme počáteční velikost kroku λ.
Repeat	
If $f\left(x_{(k)}\right) < f\left(x_{(k)} + \lambda d_{(k)}\right)$ then $\lambda = \lambda / 2$	Hledáme takovou délku kroku, aby hodnota kriteriální funkce v novém bodě byla nižší než v bodě výchozím.
Until $f\left(x_{(k)}\right) < f\left(x_{(k)} + \lambda d_{(k)}\right)$	
$x_{(k+1)} = x_{(k)} + \lambda d_{(k)}$	
If $k = N$ Then $k = 1$; $podm = 1$	Jestliže jsme provedly stejný počet kroků jako je neznámých potom,
Else $podm = 0$	
Loop while $podm = 1$	
$p_{(k)} = \lambda d_{(k)} = x_{(k+1)} - x_{(k)}$	vypočteme hodnotu vektoru p, přičemž se jedná o vektor posunutí mezi novým a původním bodem.

$q_{(k)} = \nabla f\left(x_{(k+1)}\right) - \nabla f\left(x_{(k)}\right)$	Vypočteme hodnotu vektoru q, přičemž se jedná o rozdíl gradientů v původním a novém bodě.
$D_{(k+1)} = D_{(k)} + C_{(k)}$	Aktualizujeme hodnotu matice D_j přičemž matice C_j má tvar podle toho jakou optimalizační metodu používáme.
Pro DFP metodu $C_{(k)}^{DFP} = \frac{p_{(k)} p_{(k)}^T}{p_{(k)}^T q_{(k)}} - \frac{D_{(k)} q_{(k)} q_{(k)}^T D_{(k)}}{q_{(k)}^T D_{(k)} q_{(k)}}$	
Pro Bfgs Metodu $C_{(k)}^{BFGS} = \frac{p_{(k)} p_{(k)}^T}{p_{(k)}^T p_{(k)}} \left(1 + \frac{q_{(k)}^T D_{(k)} q_{(k)}}{p_{(k)}^T q_{(k)}}\right) - \frac{D_{(k)} q_{(k)} p_{(k)}^T + p_{(k)} q_{(k)}^T D_{(k)}}{p_{(k)}^T q_{(k)}}$	
$k = k + 1$	
Until $\left\|\nabla f\left(x_{(k)}\right)\right\| < \varepsilon$	
End	

6.6 TESTOVÁNÍ OPTIMALIZAČNÍCH ALGORITMŮ

Z důvodu porovnání efektivnosti a volby toho nejvhodnějšího algoritmu, bude provedeno jejich testování na dvou případech.

Pro N=2, tj. pro 2 měněné parametry se bude jednat o Rosenbrockovu funkci $f(x_1, x_2) = 100\left(x_2 - x_1^2\right)^2 + (1 - x_1)^2$, která má minimum v bodě [1,1].

Pro N=15, tj. pro 15 měněných parametrů bude minimum hledáno na N-rozměrném paraboloidu $f(x_1, \ldots, x_N) = \sum_{i=1}^{N} (x_i + 5)^2$, kde se minimum funkce nachází v bodě $x_1, \ldots, x_N = -5$.

Bude sledováno jestli daný algoritmus našel známé minimum funkce a počet unikátních výpočtů funkčních hodnot. Tzn. že hodnoty proměnných a jim odpovídající hodnoty kriteriální funkce budou ukládány do tabulky. Jestliže se v tabulce již nachází hodnota kriteriální funkce pro danou sadu proměnných, nebude toto načtení hodnoty kriteriální funkce z tabulky považováno jako výpočet funkční hodnoty.

6.6.1 Nastavení optimalizačních algoritmů pro Rosenbrockovu funkci

Výpočet bude ukončen v případě, že $\left|x_{(\max)} - x_{(\min)}\right| < 0{,}001$, u metody Nelder-Mead a u gradientní metody, DFP a BFGS metody bude ukončení výpočtu v případě $\left\|\nabla f\left(x_{(k)}\right)\right\| < 0{,}01$. Počáteční bod pro gradientní metodu, DFP a BFGS je [2,3]. Pro metodu Nelder-Mead je počáteční simplex v bodech [2;2],[2,5;3,5],[[4;3].

U gradientní metody, metody DFP a BFGS byla provedena následující úprava. Jestliže při hledání vhodné délky kroku λ nebyla nalezena taková hodnota kroku, aby platila nerovnice $f\left(x_{(k)}\right) \geq f\left(x + \lambda d_{(k)}\right)$, potom byl výpočet ukončen a za nalezené minimum je považován poslední bod.

Pří výpočtu derivace funkce v bodě ze vztahu

$$\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2} \approx \frac{f(x_1,x_2+h)-f(x_1,x_2)}{h} \tag{6.6.1}$$

byla velikost kroku h zvolena $h = 0{,}0001$.

Koeficienty pro metodu Nelder-Mead byly zvoleny takto: koeficient reflexe $\alpha = 1$, koeficient expanze $\gamma = 2$ a koeficient kontrakce $\beta = 0{,}5$. Jako minimum Nelder-Meadovi funkce bude brán ten vrchol simplexu, kde je nejnižší hodnota funkce.

6.6.2 Zhodnocení výsledků pro Rosenbrockovu funkci

Metoda	Počet výpočtů	nalezené minimum x(1)	Nalezené mimimum x(2)
Nelder-Mead	51	0,9979438	0,99575823
Gradientní	48	0,2971295	0,7028270
DFP	132	0,9986667	0,9973835
BFGS	132	0,9998641	0,9997878

Tab. 1 *Přehled výsledků testů optimalizační algoritmů na Rosenbrockově funkci*

Jak plyne z Tab. 1 při hledání minima Rosenbrockovi funkce si nejlépe vedla metoda Nelder-Mead. Gradientní metoda se v tomto případě minimu nepřiblížila a „zhavarovala“. Metody DFP a BFGS dopadly v tomto případě stejně a našly hledané minimum po 132 výpočtech.

V případě gradientní metody, metody BFGS a DFP nedošlo k naplnění podmínky ukončení výpočtu $\left\|\nabla f\left(x_{(k)}\right)\right\| < 0{,}01$ a výpočet byl ukončen při hledání délky kroku λ. Viz kap.6.6.1.

6.6.3 Nastavení optimalizačních algoritmů pro N-rozměrný paraboloid

Metoda Nelder-Mead bude ukončena podmínkou $\left|x_{(\max)} - x_{(\min)}\right| < 0{,}01$, v případě gradientní metody, DFP a BFGS algoritmu bude podmínka ukončení výpočtu $\left\|\nabla f\left(x_{(k)}\right)\right\| < 0{,}01$.

Počáteční bod pro gradientní metodu, DFP a BFGS metodu bude v bodě $x_{1..N} = 2$. Počáteční simplex pro metodu Nelder-Mead viz.kap.6.6.3.1.

Další nastavení algoritmů je stejné jako v předchozím případě viz.kap.6.6.1.

6.6.3.1 Počáteční simplex pro Nelder-Meadovu metodu pro N=15

Počáteční bod Metody Nelder-Mead bude určen pomocí vztahů Spendley´s et al regulax simplex. Převzato z [18, Baudin, 2009].

Nejprve si definujeme parametry „p“ a „q“ pro které musí platit že $p, q > 0$

$$p = \frac{1}{N\sqrt{2}}\left(N - 1 + \sqrt{N+1}\right)$$

$$q = \frac{1}{N\sqrt{2}}\left(\sqrt{N+1} - 1\right)$$

kde N je počet měněných parametrů.

Potom si definujeme počáteční bod $x_{(i,j)}$, kde „i“ je pořadí bodu a „j“ jsou jeho složky v prostoru. Pro simplex musí platit že $i = N+1$ a $j = N$. Počáteční bod má $i = 1$, takže $x_{(i=1,\, j=1..N)} = 2$.

Další body $x_{(i=2..N+1,\, j=1..N)}$ potom definujeme takto

$$x_{(i=2..N+1,\, j=1..N)} = \begin{Bmatrix} x_{(i=1,\, j)} + lp \,|\, j = i-1 \\ x_{(i=1,\, j)} + lq \,|\, j \neq i-1 \end{Bmatrix}$$

kde l je velikost simplexu a musí platit podmínka, že $l > 0$.

6.6.4 Zhodnocení výsledků pro N-rozměrný paraboloid

Metoda	Počet výpočtů	Nalezené minimum x
Nelder-Mead	513	-5,008656
Gradientní	47	-5,00005
DFP	33	-5,00005
BFGS	33	-5,00005

Tab. 2 *Přehled výsledků testů optimalizačních algoritmů na N-rozměrném paraboloidu*

Nalezená poloha minima „x“ je průměrná hodnota ze všech složek v bodě minima.

BFGS a DFP metody shodně našly minimum po 33 výpočtech. Ukončení výpočtů u těchto metod proběhlo regulérně a na základě definované podmínky. Gradientní metoda našla minimum po 47 výpočtech a k ukončení výpočtu došlo poté, co algoritmus nebyl schopen najít vhodnou délku kroku λ. U metody gradientní, DFP a BFGS měly všechny složky bodu minima stejnou hodnotu. U metody Nelder-Mead se složky bodu s minimální hodnotou kriteriální funkce lišily.

6.7 VÝBĚR OPTIMALIZAČNÍHO ALGORITMU

Pro další tvarovou optimalizaci bude použit algoritmus BFGS. Hlavní důvod, proč je upřednostněn gradientní algoritmus před Metodou Nelder-Mead, je distribuce výpočtu na více výpočetních jednotek. Zatím co u Metody Nelder-Mead by taková distribuce výpočtu byla možná pouze v omezené míře, u gradientních metod je možné jednotlivé kroky výpočtu rozdělit na N na sobě nezávislých výpočtů.

Dalším důvodem jsou špatné výsledky metody Nelder-Mead při vyšších počtech měněných parametrů.

Přestože při vyšších počtech parametrů se DFP a BFGS metody chovají podobně, viz kap.6.6.2 a kap 6.6.4, je BFGS algoritmus považován za nejefektivnější metodu hledání volný extrémů [2, Klapka et al., 2001] a proto bude upřednostněn při tvarové optimalizaci.

7 MODELY TURBULENCE

Pro získávání proudových veličin (tlak, rychlost) je potřeba řešit pohybové rovnice reálných tekutin. V následujících kapitolách jsou odvozeny pohybové rovnice reálných kapalin jak pro proudění laminární (Navier-Stokesova rovnice), tak pro proudění turbulentní (Reynoldsovy časově středované rovnice). Dále pak jsou odvozeny transportní rovnice pro Reynoldsovo napětí a turbulentní kinetickou energii (TKE), které slouží jako výchozí rovnice při odvozování jednotlivých modelů turbulence.

Následně je uveden přehled dvourovnicových modelů turbulence, které přicházejí v úvahu při řešení proudového pole při optimalizaci tvarovek. Reynolds Stress Model (RSM) není uveden, protože jeho výpočtová náročnost jej automaticky diskvalifikuje při výpočtech proudového pole pro tvarovou optimalizaci (o 50%-60% vyšší náročnost na CPU než u dvou rovnicových modelů).

Na závěr jsou uvedeny přehledy stěnových funkcí, které je nutné použít při aplikaci k-ε modelů.

V této kapitole je pro zápis rovnic použita Einsteinova sumační symbolika.

7.1 POHYBOVÉ ROVNICE TEKUTIN

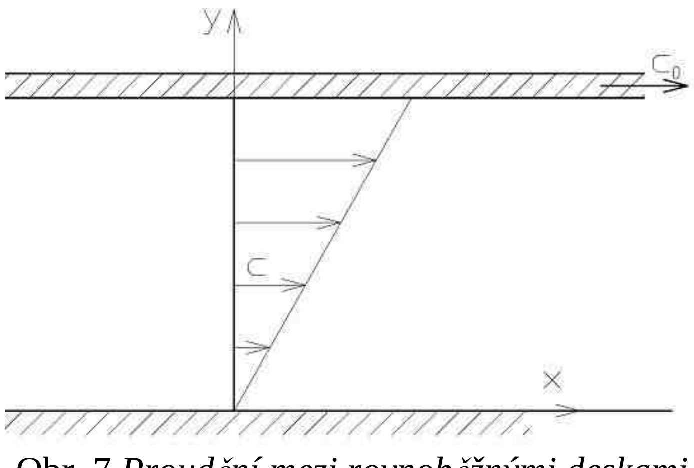
Převzato z [19, Brdička et. al, 2000].

Obecný tvar pohybové rovnice viskózní tekutiny vztažená na jednotku hmotnosti

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{\partial c_i}{\partial x_j} c_j = G_i + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{7.1.1}$$

kde tenzor napětí τ_{ij} charakterizuje silové působení uvnitř pohybující se viskózní tekutiny, musí mít tedy dvě části. Jedna z nich je ta, která platí pro dokonalou tekutinu a rovná se $-\delta_{ij} p$. Druhou část, kterou označíme τ'_{ij}, charakterizuje odpor který klade tekutina vzájemnému pohybu jejich částic. Potom můžeme psát, že

$$\tau_{ij} = -\delta_{ij} p + \tau'_{ij} \tag{7.1.2}$$



Obr. 7 *Proudění mezi rovnoběžnými deskami*

Uvažujme nyní proudění mezi dvěmi rovnoběžnými deskami. Spodní deska je v klidu a horní deska se pohybuje rychlostí c_0.(tzv. Coatovo proudění) Zavedeme souřadný systém tak, jak je naznačeno na Obr. 7. Síly vyvolané vnitřním třením, které jsou přenášeny kolmou plochou k ose „y“ (tj. myšlenou plochou mezi jednotlivými vrstvami tekutiny), jsou podle Newtonova zákona přímo úměrné $\frac{\partial c_x}{\partial y}$. Vztáhneme-li je na jednotku plochy tak, že je uvažujeme jako třecí napětí τ', můžeme Newtonův zákon psát ve tvaru

$$\tau' = \eta \frac{\partial c_x}{\partial y} \tag{7.1.3}$$

Napětí τ' působí ve směru osy x na plochu kolmou na osu y, tj. jejíž normálou je osa y. Z tenzorového hlediska musíme psát místo τ' tedy τ'_{yx} takže máme

$$\tau'_{yx} = \eta \frac{\partial c_x}{\partial y} \tag{7.1.4}$$

Obecně složky tenzoru napětí τ_{ij}' můžeme psát jako

$$\tau'_{ij} = \eta \frac{\partial c_i}{\partial x_j} \tag{7.1.5}$$

kde x_j pro j=1,2,3 jsou jednotlivé osy a c_i pro i=1,2,3 jsou jednotlivé složky rychlosti.

Přičemž tenzor $\frac{\partial c_i}{\partial x_j}$ je možné rozložit na část symetrickou a antisymetrickou. Podle základních rovnic mechaniky kontinua musí být tenzor napětí pro kteroukoli látku symetrický. Pokud tedy přepokládáme, že tenzor napětí je lineární kombinací derivací složek rychlosti podle souřadnic, může se v těchto vztazích uplatnit pouze symetrická část tenzoru $\frac{\partial c_i}{\partial x_j}$. Tj. jenom složky tenzoru rychlosti deformace

$$\tau_{ij}' \sim \dot{e}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i} \right) \tag{7.1.6}$$

Obecně můžeme psát

$$\tau'_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} \tag{7.1.7}$$

C_{ijkl} je tenzorem čtvrtého řádu, který vyjadřuje materiálové vlastnosti, v našem případě viskozitu. Tento tenzor je symetrický podle indexů „i“, „j“ a „k“, „l“ i podle dvojice indexů „ij“ a „kl“. Na základě této symetrie dostáváme, že tento tenzor musí mít pouze 21 nezávislých složek. Pokud se jedná o materiály (kapaliny), které jsou anizotropní (mají ve všech směrech různé vlastnosti), pak jsou všechny složky nezávislé a je nutné najít 21 materiálových konstant. V případě kapalin (materiálu) izotropních zůstanou pouze dva nezávislé koeficienty, které označíme λ a η. Vztah mezi τ'_{ij} a e_{ij} pak můžeme napsat

$$\tau'_{ij} = \lambda\delta_{ij}\dot{\vartheta} + 2\eta\dot{e}_{ij} = \lambda\delta_{ij}\frac{\partial c_l}{\partial x_l} + 2\eta\frac{1}{2}\left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right) \tag{7.1.8}$$

Kde λ je v tomto případě tzv. druhá viskozita, která vyjadřuje odpor kapaliny proti změně objemu. Tento odpor se výraznou měrou uplatní při nestacionárním proudění, hlavně při pulzačním proudění. Její vliv silně závisí na frekvenci tlakových pulsací. η je dynamická viskozita, která vyjadřuje odpor kapaliny proti pohybu.

Ze zkušenosti víme, že tekutiny jsou z hlediska jejich vlastností izotropními látkami. Proto pro tenzor třecích napětí pro nestlačitelnou kapalinu musí platit

$$\tau'_{ij} = 2\eta\dot{e}_{ij} = \eta\left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right) \tag{7.1.9}$$

Pro stlačitelnou kapalinu pak dostáváme, že tenzor napětí je roven

$$\tau'_{ij} = \lambda\delta_{ij}\dot{\vartheta} + 2\eta\dot{e}_{ij} = \lambda\delta_{ij}\frac{\partial c_l}{\partial x_l} + \eta\left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right) \tag{7.1.10}$$

Celkový tenzor napětí pro nestlačitelnou kapalinu vznikne dosazení rovnice (7.1.9) do rovnice (7.1.2)

$$\tau'_{ij} = -\delta_{ij}p + \eta\left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right) \tag{7.1.11}$$

A dosazením rovnice (7.1.10) do rovnice (7.1.1) konečně dostáváme pohybovou rovnici reálné kapaliny pro laminární stlačitelné kapaliny

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{\partial c_i}{\partial x_j}c_j = G_i + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\lambda\delta_{ij}\frac{\partial c_l}{\partial x_l} + \eta\left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{7.1.12}$$

Pro proudění nestlačitelné kapaliny musí platit, že $\frac{\partial c_i}{\partial x_i} = 0$. Aplikováním této rovnice na rovnici (7.1.12) dostáváme Navier-Stokesovu rovnici pro laminární proudění nestlačitelné kapaliny

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{\partial c_i}{\partial x_j}c_j = G_i - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\eta}{\rho}\frac{\partial^2 c_i}{\partial x_j^2} \tag{7.1.13}$$

7.2 REYNOLDSOVY ČASOVĚ STŘEDOVANÉ NAVIER-STOKESOVY ROVNICE

Převzato z [3, Desová, 2006]]

Středované Reynoldsovy rovnice obdržíme, když do Navier-Stokesovi rovnice (7.1.13) dosadíme okamžitou hodnotu tlaku a rychlosti, kde okamžitá hodnota veličiny je složena ze střední a fluktuační složky

$$\tilde{c}_i = \bar{c}_i + c'_i \tag{7.2.1}$$

$$\tilde{p} = \bar{p} + p' \tag{7.2.2}$$

Takže rovnice (7.1.13) bude po dosazení vypadat takto

$$\frac{\partial(\bar{c}_i + c'_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{c}_i + c'_i)}{\partial x_j}(\bar{c}_j + c'_j) = G_i - \frac{1}{\rho}\frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial x_i} + \frac{\eta}{\rho}\frac{\partial^2(\bar{c}_i + c'_i)}{\partial x_j^2} \tag{7.2.3}$$

Potom jednotlivé členy rovnice (7.2.3) středujeme přes takovou délku časového intervalu t, aby platilo že

$$\frac{1}{(T+t)-T}\int_T^{T+t}\tilde{c}_i dt_1 = \frac{1}{(T+t)-T}\left[\int_T^{T+t}\bar{c}_i + c'_i dt_1\right] = \frac{1}{(T+t)-T}\left[\int_T^{T+t}\bar{c}_i dt_1 + \int_T^{T+t}c'_i dt_1\right] = \bar{c}_i \tag{7.2.4}$$

$$\frac{1}{(T+t)-T}\int_T^{T+t}\tilde{p}dt = \frac{1}{(T+t)-T}\left[\int_T^{T+t}\bar{p} + p'dt_1 = \right]\frac{1}{(T+t)-T}\left[\int_T^{T+t}\bar{p}dt_1 + \int_T^{T+t}p'dt_1\right] = \bar{p} \tag{7.2.5}$$

Přičemž musí platit, že

$$\frac{1}{(T+t)-T}\int_T^{T+t}c'_i dt_1 = 0 \tag{7.2.6}$$

$$\frac{1}{(T+t)-T}\int_T^{T+t}p'dt_1 = 0 \tag{7.2.7}$$

Potom jednotlivé členy časově středováné Navier-Stokesovi rovnice (RANS) upravíme takto

Pozn $\frac{\partial c_i}{\partial x_j}c_j = \frac{\partial}{\partial x_j}(c_i c_j)$ tuto úpravu je možné použít pouze při proudění nestlačitelné kapaliny.

$$\int_T^{T+t}\frac{\partial \tilde{c}_i}{\partial t}dt_1 = \frac{\partial}{\partial t}\int_T^{T+t}\bar{c}_i + c'dt_1 = \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial t} \tag{7.2.8}$$

$$\int_T^{T+t} \frac{\partial \tilde{c}_i}{\partial x_j} \tilde{c}_j dt_1 = \int_T^{T+t} \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{c}_i \tilde{c}_j) dt_1 = \frac{\partial}{\partial x_j} \int_T^{T+t} ((\bar{c}_i + c'_i)(\bar{c}_j + c'_j)) dt_1 = \frac{\partial}{\partial x_j} \int_T^{T+t} \bar{c}_i \bar{c}_j + \bar{c}_i c'_j + c'_i \bar{c}_j + c'_i c'_j dt_1 =$$
$$= \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} \bar{c}_j + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{c'_i c'_j}\right)$$

(7.2.9)

$$-\frac{1}{\rho} \int_T^{T+t} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} dt_1 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_T^{T+t} \bar{p} + p' dt_1 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}$$

(7.2.10)

$$\frac{\eta}{\rho} \int_T^{T+t} \frac{\partial^2 \tilde{c}_i}{\partial x_j^2} dt_1 = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \int_T^{T+t} \bar{c}_i + c'_i dt_1 = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{c}_i}{\partial x_j^2}$$

(7.2.11)

Po úpravách jednotlivých členů (7.2.8)-(7.2.11) dostáváme Reynoldsovu středovanou rovnici

$$\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} \bar{c}_j = G_i + \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{c}_i}{\partial x_j^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{c'_i c'_j}\right)$$

(7.2.12)

Poslední člen v rovnici (7.2.12) se nazývá Reynoldsovo napětí nebo turbulentní napětí. Ačkoli je tento člen označován jako napětí, je zde nutné zdůraznit elementární odlišnost od viskózního napětí. Zatímco viskózní napětí je důsledek vazkosti kapalin a může být popsáno konstitutivními vztahy, turbulentní napětí jako takové je důsledek proudového pole. Reynoldsovo napětí zavádí 6 nových neznámých, pro které nemáme rovnice a navíc, jak bude ukázáno dále, není možné exaktně odvodit systém rovnic, který by byl potřebný pro řešení všech neznámých v rovnici (7.2.12).

7.3 ROVNICE REYNOLDSOVÝCH NAPĚTÍ

Převzato z [20, George]

Vyjdeme z rovnice pro fluktuace, kterou obdržíme odečtením rovnice (7.2.12) od rovnice (7.2.3), takže dostaneme

$$\frac{\partial c'_i}{\partial t} + \bar{c}_j \frac{\partial c'_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 c'_i}{\partial x_j^2} - c'_j \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} - c'_j \frac{\partial c'_i}{\partial x_j} + \overline{c'_j \frac{\partial c'_i}{\partial x_j}}$$

(7.3.1)

Nyní rovnici (7.3.1) vynásobíme rychlostí c'_k a časově středujeme

$$\overline{c'_k \frac{\partial c'_i}{\partial t}} + \bar{c}_j \overline{c'_k \frac{\partial c'_i}{\partial x_j}} = -\frac{1}{\rho} \overline{c'_k \frac{\partial p'}{\partial x_i}} + \frac{\eta}{\rho} \overline{c'_k \frac{\partial^2 c'_i}{\partial x_j^2}} - \overline{c'_k c'_j} \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} - \overline{c'_k c'_j \frac{\partial c'_i}{\partial x_j}} + \overline{c'_k \overline{c'_j \frac{\partial c'_i}{\partial x_j}}}$$

(7.3.2)

Protože indexy „i“ a „k“ jsou v rovnici (7.3.2) volné indexy, můžeme je prohodit a získat tak druhou rovnici

$$\overline{c_i'\frac{\partial c_k'}{\partial t}}+\bar{c}_j\overline{c_i'\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}}=-\frac{1}{\rho}\overline{c_i'\frac{\partial p'}{\partial x_k}}+\frac{\eta}{\rho}\overline{c_i'\frac{\partial^2 c_k'}{\partial x_j^2}}-\overline{c_i'c_j'}\frac{\partial \bar{c}_k}{\partial x_j}-\overline{c_i'c_j'\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}}+\overline{c_i'\overline{c_j'\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}}}$$

(7.3.3)

Poslední člen v rovnicích (7.3.2) a (7.3.3) je roven nule, protože členy $\overline{c_j'\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}},\overline{c_j'\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}}$ jsou již středované a jejich další středování dává tu samou hodnotu.Vynásobením těchto členů fluktuační složkou rychlosti a jejím středováním, se fluktuační složka rovná 0 a tím pádem i celý poslední člen. Složením rovnic (7.3.2) a (7.3.3) dohromady dostáváme rovnici pro Reynoldsovo napětí.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\overline{c_i'c_k'}\right)+\bar{c}_j\frac{\partial \overline{c_i'c_k'}}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\left[\overline{c_i'\frac{\partial p'}{\partial x_k}}+\overline{c_k'\frac{\partial p'}{\partial x_i}}\right]-\left[\overline{c_i'c_j'\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}}+\overline{c_k'c_j'\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}}\right]+$$
$$+\frac{\eta}{\rho}\left[\overline{c_i'\frac{\partial^2 c_k'}{\partial x_j^2}}+\overline{c_k'\frac{\partial^2 c_i'}{\partial x_j^2}}\right]-\left[\overline{c_i'c_j'}\frac{\partial \bar{c}_k}{\partial x_j}+\overline{c_k'c_j'}\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j}\right]$$

(7.3.4)

Jednotlivé členy rovnice (7.3.4) přepíšeme takto

$$\left[\overline{c_i'\frac{\partial p}{\partial x_k}}+\overline{c_k'\frac{\partial p}{\partial x_i}}\right]=-\overline{p'\left[\frac{\partial c_i'}{\partial x_k}+\frac{\partial c_k'}{\partial x_i}\right]}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\overline{p'c_i'}\right)\delta_{kj}+\left(\overline{p'c_k'}\right)\delta_{ij}\right]$$

(7.3.5)

$$\left[\overline{c_i'c_j'\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}}+\overline{c_k'c_j'\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}}\right]=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{c_i'c_k'c_j'}\right)$$

(7.3.6)

$$\frac{\eta}{\rho}\left[\overline{c_i'\frac{\partial^2 c_k'}{\partial x_j^2}}+\overline{c_k'\frac{\partial^2 c_i'}{\partial x_j^2}}\right]=\nu\left[\frac{\partial \overline{c_i'c_k'}}{\partial x_j^2}-2\overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}}\right]$$

(7.3.7)

Podrobnější rozbor úprav členů (7.3.5)-(7.3.7) viz kap.26.5

Rovnici (7.3.4) můžeme přepsat do tvaru

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\overline{c_i'c_k'}\right)+\bar{c}_j\frac{\partial \overline{c_i'c_k'}}{\partial x_j}}_{\check{C}len.1}=\underbrace{\overline{\frac{p'}{\rho}\left[\frac{\partial c_i'}{\partial x_k}+\frac{\partial c_k'}{\partial x_i}\right]}}_{\check{C}len.2}-\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{1}{\rho}\left[\left(\overline{p'c_i'}\right)\delta_{kj}+\left(\overline{p'c_k'}\right)\delta_{ij}\right]+\left(\overline{c_i'c_k'c_j'}\right)-\upsilon\frac{\partial \overline{c_i'c_k'}}{\partial x_j}\right\}}_{\check{C}len.3}-$$
$$-\underbrace{\left[\overline{c_i'c_j'}\frac{\partial \bar{c}_k}{\partial x_j}+\overline{c_k'c_j'}\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j}\right]}_{\check{C}len.4}-\underbrace{2\upsilon\overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}}}_{\check{C}len.5}$$

(7.3.8)

Výraz (7.3.8) představuje rovnici Reynoldsových napětí, která je výchozí rovnicí pro jednotlivé modely turbulence.

Člen.1 Vyjadřuje rychlost změny Reynoldsových napětí v závislosti na hlavním proudu **(rate of change of Reynolds stress following the mean motion).**

Člen.2 tzv „pressure-strain“ nebo také redistribuční vztah**,** který je odpovědný za přerozdělování energie mezi jednotlivými složkami trubulentního napětí.

Člen.3 představuje transport turbulentních napětí prostřednictvím tlakových a rychlostních fluktuací a viskózním napětím (viscous stress).

Člen.4 představuje produkci turbulentních napětí a jejich interakci s hlavním proudem.

Člen.5 představuje disipaci turbulentních napětí.

Ačkoli jsme se snažili snížit počet neznámých ze 6 v rovnici (7.2.12) tak rovnice (7.3.8) obsahuje 75 neznámých. Ne všechny tyto neznámé jsou nezávislé. Některé z nich se dají odvodit z jiných, nicméně naším cílem bylo snížit počet neznámých, což se nepodařilo. A toto je problém turbulence. Je jedno kolik nových rovnic odvodíme, počet neznámých bude narůstat vždy rychleji. Proto jsou snahy o zjednodušení problému přijetím některých předpokladů, jako je například Boussiensquova hypotéza o turbulentní viskozitě. [20, George]

Boussinesquova hypotéza o turbulentní viskozitě pro nestlačitelnou kapalinu má následující tvar:

$$\tau_{(t)ij} = -\rho\overline{c_i'c_j'} = \rho\upsilon_{(t)}\left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j}+\frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} \qquad (7.3.9)$$

kde

$\tau_{(t)}$	Turbulentní (Reynoldsovo) napětí
$\upsilon_{(t)}$	Turbulentní viskozita
$k=\frac{1}{2}\overline{c_i'c_i'}$	Turbulentní kinetická energie

Vztah (7.3.9) představuje analogii ke Stokesově hypotéze a zavádí turbulentní viskozitu jako skalární veličinu. Převzato z [1, Rudolf, 2004]

V následujících kapitolách budou popsány modely turbulence, jež jsou obsaženy v programu Fluent, který bude použit při výpočtech proudového pole.

7.4 TRANSPORTNÍ ROVNICE PRO TURBULENTNÍ KINETICKOU ENERGII

Převzato z [20, George]

Vyjdeme z rovnice (7.3.8), ve které položíme index k=i, dále pak uplatníme rovnici kontinuity pro nestačitelnou kapalinu $\frac{\partial c_i}{\partial x_i}=0$ při eliminaci „pressure-strain“

členu. Dále pak zavedeme turbulentní kinetickou energii (TKE), pro kterou platí že $k=\frac{1}{2}\overline{c_i'c_i'}$. Celou rovnici na závěr vydělíme 2 a obdržíme vztah

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\overline{c}_j\frac{\partial k}{\partial x_j}=\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{1}{\rho}\left(\overline{p'c_i'}\right)\delta_{ij}+\frac{\overline{c_i'c_i'c_j'}}{2}-\upsilon\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]}_{D_k}\underbrace{-\overline{c_i'c_j'}\frac{\partial \overline{c}_i}{\partial x_j}}_{P_k}\underbrace{-\upsilon\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}}_{\varepsilon} \tag{7.4.1}$$

Podrobnosti odvozeni rovnice (7.4.1) v kap. (26.6)

kde

D_k Difúze TKE tlakovými, rychlostními fluktuacemi a difůze vizkozitou

P_k Produkční člen TKE

ε Disipace TKE

V rovnici (7.4.1) je třeba modelovat difúzní člen, přičemž se modeluje jen jeho 2. a 3. část. Difúze tlakovými fluktuacemi je malá a zanedbává se. (potvrzeno DNS výpočty) [1, Rudolf, 2004]

7.5 STANDARTNÍ k-ε MODEL

Zdroj [21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide], [1, Rudolf, 2004]

Standardní k-ε je poloempirický model založen na modelování transportních rovnic pro turbulentní kinetickou energii (k) a disipačního členu (ε). Transportní rovnice pro „k" jsou odvozené z exaktní rovnice.

Při odvození k-ε modelu bylo předpokládáno plně vyvinuté turbulentní proudění a byl zanedbán efekt molekulární viskozity[1].

Transportní rovnice „k" pro nestlačitelnou kapalinu

$$\frac{\partial}{\partial t}(k)+\frac{\partial}{\partial x_i}(kc_i)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\upsilon+\frac{\upsilon_{(t)}}{\sigma_{(k)}}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]-c_i'c_j'\frac{\partial c_j}{\partial x_i}-\varepsilon \tag{7.5.1}$$

Transportní rovnice „ε" pro nestlačitelnou kapalinu

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\varepsilon c_i)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\upsilon+\frac{\upsilon_{(t)}}{\sigma_{(\varepsilon)}}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]+C_{(1\varepsilon)}\frac{\varepsilon}{k}\left(-\overline{c_i'c_j'}\frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right)-C_{(2\varepsilon)}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{7.5.2}$$

Turbulentní viskozita $\upsilon_{(t)}$ vystupující v rovnicích se spočítá jako

$$\upsilon_{(t)}=C_{(\mu)}\frac{k^2}{\varepsilon} \tag{7.5.3}$$

---

[1] Molekulární viskozita se uplatňuje v těsné blízkosti stěny, kde dochází k předávání hybnosti mezi částicemi, které kolidují se stěnou a částicemi, které jsou unášeny proudem. Efekt molekulární viskozity je patrný pouze pár milimetrů od stěny. Více info http://oceanworld.tamu.edu/resources/ocng_textbook/chapter08/chapter08_01.htm

kde $\sigma_{(k)}$, $\sigma_{(\varepsilon)}$, $C_{(1\varepsilon)}$, $C_{(2\varepsilon)}$, jsou konstanty modelu, které byly určeny na základě experimentu

$\sigma_{(k)}=1{,}0$; $\sigma_{(\varepsilon)}=1.3$, $C_{(1\varepsilon)}=1{,}44$, $C_{(2\varepsilon)}=1{,}92$

Standardní k-ε model dle rovnic (7.5.1), (7.5.2) je určen pro proudění s vysokým Reynoldsovým číslem, proto je nutné ho kombinovat se speciálním ošetřením blízko stěny. Z poměrně rozsáhlým testů je zřejmé, že se vyznačuje nadprodukcí turbulentní kinetické energie.

Pro oblasti s nižším Reynoldsovým číslem (zejména v oblasti mezní vrstvy) byly navrženy „low-Reynolds“ modifikace lišící se velikostí konstant modelu a zakomponováním tlumících funkcí. Nicméně ani tyto úpravy neodstranily klasické nedostatky a tyto modely předpovídají vyšší hodnoty třecího koeficientu, pozdější odtržení mezní vrstvy a kratší délku separační bubliny. Tyto chyby jsou patrné u proudění se silně nepříznivým tlakovým gradientem. Nedostatky standardního k-ε modelu vedly k úpravám. Nejdůležitější odvozené modely jsou RNG k-ε a Realizable k-ε. [1, Rudolf, 2004]

7.6 RNG k-ε MODEL

[21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide]

RNG k-ε byl odvozen s použitím teorie renormalizace. Model je podobný standardnímu k-ε modelu, který navíc obsahuje některá zlepšení.

- RNG k-ε model má na rozdíl od standardního modelu k-ε v transportní rovnici pro ε na pravé straně nový člen R. R je funkci tenzoru rychlosti deformace, TKE a disipace TKE, tzn. že jeho hodnota se výrazně mění s charakterem proudění, zvláště pak v oblasti smykových vrstev a zakřivení proudnic, kdy snižuje produkci turbulentní viskozity. [1, Rudolf, 2004]
- V RNG modelu je zahrnuto ovlivnění turbulence vířivostí, což má za následek zlepšení přesnosti vířivého proudění.
- Zatím co standardní k-ε model je odvozen pro vysoká Reynoldsova čísla, RNG model obsahuje analyticky odvozenou diferenciální rovnici pro efektivní viskozitu, která je vhodná pro nízké Reynoldsova čísla. Efektivní využití této rovnice nicméně závisí na vhodném modelování mezní vrstvy.

Tato zlepšení dělají RNG k-ε model přesnější a vhodnější pro širší skupinu turbulentních proudění než klasický k-ε model.

Transportní rovnice „k“ pro nestlačitelnou kapalinu má tvar

$$\frac{\partial}{\partial t}(k)+\frac{\partial}{\partial x_i}(kc_i)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha_{(k)}\frac{\eta_{(eff)}}{\rho}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right)-\overline{c_i'c_j'}\frac{\partial c_j}{\partial x_i}-\varepsilon \tag{7.6.1}$$

Transportní rovnice „ε“ pro nestlačitelnou kapalinu má tvar

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\varepsilon c_i)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\alpha_{(\varepsilon)}\frac{\eta_{(eff)}}{\rho}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]+C_{(1\varepsilon)}\frac{\varepsilon}{k}\left(-\overline{c_i'c_j'}\frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right)-C_{(2\varepsilon)}\frac{\varepsilon^2}{k}-\frac{R_{(\varepsilon)}}{\rho}$$

(7.6.2)

Kde efektivní viskozita se získává pomocí vztahu

$$d\left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon\eta}}\right) = 1{,}72 \frac{\hat{\upsilon}}{\sqrt{\hat{\upsilon}^3 - 1 + C_{(\upsilon)}}} d\hat{\upsilon}$$

(7.6.3)

Kde

$$\hat{\upsilon} = \frac{\eta_{(eff)}}{\eta}$$

$$C_{(\upsilon)} \approx 100$$

Integrováním vztahu (7.6.3) je možné získat přesný obraz o tom, jak se transport efektivní viskozity mění s efektivním Reynoldsovým číslem a dovoluje RNG modelu se lépe vypořádat s nízkým Reynoldsovým číslem v mezní vrstvě.

Kde $\alpha_{(k)}$, $\alpha_{(\varepsilon)}$, $C_{(1\varepsilon)}$, $C_{(2\varepsilon)}$ jsou konstanty modelu. $\alpha_{(k)} = \alpha_{(\varepsilon)} \approx 1{,}393$, $C_{(1\varepsilon)} = 1.42$, $C_{(2\varepsilon)} = 1.68$.

7.7 REALIZABLE k-ε MODEL

Oproti předchozím k-ε modelům obsahuje Realizable model novou formulaci turbulentní viskozity. Dále transportní rovnice pro ε, jsou odvozeny z exaktní transportní středované rovnice vířivých fluktuací *(mean-square vorticity fluctuation).*

[21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide]

Název „realizable“ má vystihnout, že model byl odvozen za jistých fyzikálně správných omezení. První z nich respektování kladné hodnoty normálových turbulentních napětí, např. pro $\overline{c_1^2}$, lze dle Boussinesquovy hypotézy psát:

$$\overline{c_1^2} = \frac{2}{3}k - 2\upsilon_{(t)}\frac{\partial c_1}{\partial x_1}$$

(7.7.1)

Při velké hodnotě rychlostního gradientu by mohla být hodnota normálové složky turbulentního napětí záporná, což je fyzikálně nemožné. Nejjednodušší způsob jak tomu zabránit, je snížením konstanty $C_{(\mu)}$ v Prandtl – Kolmogorově vztahu.

Dále musí pro turbulentní smyková napětí platit tzv Schwarzova nerovnost:

$$\overline{c_i' c_j'}^{\,2} < \overline{c_i'^2 c_j'^2}$$

(7.7.2)

I tuto podnínku lze zajistit změnou konstanty $C_{(\mu)}$ na funkci

$$C_{(\mu)} = f\left(c_{ij}, k, \varepsilon\right)$$

Dle tohoto vztahu se $C_{(\mu)}$ lokálně mění dle gradientu rychlosti a turbulentních veličin. Nekonstantnost $C_{(\mu)}$ odpovídá i výsledkům zjištěných při přímé numerické simulaci (DNS) smykových vrstev mezi paralelními deskami a v nepříznivém tlakovém gradientu. [1, Rudolf, 2004]

Jedno z omezení k-ε Realizable modelu je, že produkuje nefyzikální turbulentní napětí v situacích, kdy výpočetní oblast obsahuje rotační a stacionární oblasti (např. multiple reference frames, rotating sliding meshes).
[21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide]
Transportní rovnice „k“ pro nestlačitelnou kapalinu má tvar

$$\frac{\partial}{\partial t}(k)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\varepsilon c_j)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\upsilon+\frac{\upsilon_{(t)}}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]-c_i'c_j'\frac{\partial c_j}{\partial x_i}-\varepsilon \tag{7.7.3}$$

Transportní rovnice „ε“ pro nestlačitelnou kapalinu má tvar

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\varepsilon c_j)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\upsilon+\frac{\upsilon_{(t)}}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]+C_{(1)}S\varepsilon-C_{(2)}\frac{\varepsilon^2}{k+\sqrt{\upsilon\varepsilon}} \tag{7.7.4}$$

Kde

$$C_{(1)}=\max\left[0{,}43;\frac{\mu}{\mu+5}\right],\ \mu=S\frac{k}{\varepsilon},\ S=\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

Turbulentní viskozita se spočítá podle vztahu

$$\upsilon_{(t)}=C_{(\mu)}\frac{k^2}{\varepsilon}$$

Kde $C_{(1\varepsilon)}$, $C_{(2\varepsilon)}$, $\sigma_{(k)}$, $\sigma_{(\varepsilon)}$, jsou modelové konstanty které mají hodnotu
$C_{(1\varepsilon)}=1{,}44$; $C_{(2\varepsilon)}=1{,}9$; $\sigma_{(k)}=1{,}0$; $\sigma_{(\varepsilon)}=1{,}2$.

7.8 k-ω MODEL

Na základě dimenzionální analýzy a fyzikální představy navrhl Kolmogorov transportní rovnici pro specifickou disipaci TKE definovanou jako $\omega=\frac{\varepsilon}{k}$. Dnes nejpoužívanější forma byla navržena Wilcoxem. [1, Rudolf, 2004]

Transportní rovnice pro „k“ má tvar

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k c_i)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\eta+\frac{\eta_{(t)}}{\sigma_{(k)}}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]-\overline{c_i'c_j'}\frac{\partial c_i}{\partial x_j}-Y_{(k)} \tag{7.8.1}$$

Transportní rovnice pro „ω“ má tvar

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\omega c_i)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\eta+\frac{\eta_{(t)}}{\sigma_{(\omega)}}\right)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right]+\alpha\frac{\omega}{\kappa}\left(c_i'c_j'\frac{\partial c_i}{\partial x_j}\right)-Y_{(\omega)} \tag{7.8.2}$$

$Y_{(k)}$ a $Y_{(\omega)}$ reprezentují disipaci „k“ a „ω“. Velikost obou disipačních členů se počítá z proudových veličin.
Turbulentní viskozita se určuje podle vztahu

$$\eta_{(t)}=\alpha^*\frac{\rho k}{\omega}$$

(7.8.3)

α^* je pak funkcí modelových konstant a proudových veličin.
[21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide]

Model k-ω je vhodný pro vnitřní oblast turbulentní mezní vrstvy. Odstraňuje problém k-ε formulace, kdy poslední člen na pravé straně rovnice (7.5.2), může nekontrolovatelně růst při $k \to 0$.

Problém k-ω modelu je jeho silná citlivost na stupeň turbulence ve vnější oblasti mezní vrstvy a v jádru proudu. [1, Rudolf, 2004]

7.9 SST (SHEAR-STRESS TRANSPORT) k-ω MODEL

SST model byl navržen Mentorem tak, aby spojoval přednosti k-ω a k-ε modelu. V oblasti blízko stěny používá k-ω model, a ve vnějším proudu přepíná na k-ε model. Aby bylo možné přepínat mezi těmito dvěma modely je model k-ε přeformulován do podoby k-ω modelu $\left(\omega = \frac{\varepsilon}{k}\right)$. SST k-ω model je podobný standardnímu k-ω modelu, ale navíc obsahuje některá vylepšení. [1, Rudolf, 2004], [21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide]

- Standardní k-ω model a přetransformovaný k-ε model jsou násobené směšovací funkcí a oba modely jsou smíchány dohromady. Směšovací funkce nabývá hodnoty jedna v oblasti blízko stěny, což aktivuje k-ω model a ve zbytku oblasti je hodnota směšovací funkce nula, což aktivuje model k-ε.
- SST model včleňuje tlumený „cross-diffusion“ člen v rovnici pro „ω“, který zlepšuje transport turbulentních smykových napětí.
- Mentor také změnil definici turbulentní viskozity tak, aby byla potlačena nadprodukce turbulentních smykových napětí v proudění se silně nepříznivým tlakovým gradientem.

[1, Rudolf, 2004], [21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide]

Transportní rovnice pro k

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k c_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\eta + \frac{\eta_{(t)}}{\sigma_{(k)}}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] - \overline{c_i' c_j'}\frac{\partial c_i}{\partial x_j} - Y_{(k)}$$

(7.9.1)

Transportní rovnice pro ω

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega c_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\eta + \frac{\eta_{(t)}}{\sigma_{(\omega)}}\right)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] - \alpha\frac{\omega}{k}\overline{c_i' c_j'}\frac{\partial c_i}{\partial x_j} - Y_{(\omega)} + D_{(\omega)}$$

(7.9.2)

$Y_{(k)}$ a $Y_{(\omega)}$ reprezentují disipaci k a ω. Velikost obou disipačních členů se počítá z proudových veličin. $D_{(\omega)}$ reprezentuje tzv „cross-diffusion“ člen, který se určí podle vztahu (7.9.3)

$$D_{(\omega)} = \max\left[2\rho \frac{1}{\sigma_{(\omega,2)}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-10}\right]$$

(7.9.3)

Přepínací funkce

$$F_{(1)} = \tanh\left\{\min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0{,}09\omega y}; \frac{500\eta}{\rho y^2 \omega}\right); \frac{4\rho k}{\sigma_{(\omega,2)} D_{(\omega)} y^2}\right]\right\}^4$$

(7.9.4)

$$F_{(2)} = \tanh\left\{\max\left[2\frac{\sqrt{k}}{0{,}09\omega y}; \frac{500\eta}{\rho y^2 \omega}\right]\right\}$$

Kde „y“ je vzdálenost k nejbližší stěně.
[21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide]

7.10 MODELOVÁNÍ V BLÍZKOSTI STĚNY

Při výpočtu s modely typu k-ω řešení mezní vrstvy nepředstavuje problém, protože při použití těchto modelů je vhodné i pro mezní vrstvu. Naproti tomu při aplikaci modelů určená pro vysoká Reynoldsova čísla, jako je k-ε, musíme oblast v blízkosti stěny použít jeden ze dvou možných přístupů. [1, Rudolf, 2004]

7.10.1 Stěnové funkce

Mezní vrstva představuje oblast s velkým příčným gradientem rychlosti. Při použití metod založených na konečných objemech, vyžaduje dobrá aproximace rychlostního profilu v této oblasti hustou výpočetní síť. Z hlediska ekonomiky výpočtu je nejjednodušším řešením tuto oblast „přemostit“ tzv. stěnovou funkcí. Aby byla aplikace stěnové funkce korektní, měl by se první bod nacházet u spodní hranice logaritmické oblasti $y^+ = (30 \div 60)$.[1, Rudolf, 2004]. V literatuře [23, Ansys Fluent 12.0 User´s Guide] se uvádí interval $y^+ = (30 \div 300)$.

7.10.1.1 Standardní stěnové funkce (Standard Wall Function)

Logaritmický zákon u stěny pro střední rychlost je popsán vztahem

$$C^* = \frac{1}{\kappa}\ln\left(Ey^*\right)$$

kde

$$y^* \equiv \frac{\rho C_{(\mu)}^{1/4} k_{(p)}^{1/2} y_{(p)}}{\eta}$$

$k_{(p)}$	Turbulentní kinetická energie kapaliny v buňce P sousedící se stěnou
$y_{(p)}$	Vzdálenost bodu P od stěny
C^*	Bezrozměrná rychlost
E=9,793	Empirická konstanta
κ=0,4187	Karmánova konstanta

Použití standardní stěnové funkce není vhodné v mezní vrstvě s nepříznivým tlakovým gradientem. [21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide]

7.10.1.2 Nerovnovážné stěnové funkce (Non-Equilibrium Wall Functions)

Nerovnovážné stěnové funkce jsou vhodné pro mezní vrstvy s nepříznivým tlakovým gradientem. Oproti standardním stěnovým funkcím mají nerovnovážné stěnové funkce zvýšenou citlivost na vliv tlakového gradientu.

Logaritmický zákon pro střední rychlost u stěny je popsán vztahem

$$\frac{\tilde{C} C_{(\mu)}^{1/4} k^{1/2}}{\frac{\tau_{(\omega)}}{\rho}} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(E \frac{\rho C_{(\mu)}^{1/4} k^{1/2} y}{\eta} \right)$$

$$\tilde{C} = c - \frac{1}{2}\frac{dp}{dx}\left[\frac{y_{(\upsilon)}}{\rho\kappa\sqrt{k}} \ln\left(\frac{y}{y_{\upsilon}}\right) + \frac{y - y_{(\upsilon)}}{\rho\kappa\sqrt{k}} + \frac{y_{(\upsilon)}^2}{\eta} \right]$$

$$y_{(\upsilon)} \equiv \frac{\eta y_{(\upsilon)}^{*}}{\rho C_{(\mu)}^{1/4} k_{(p)}^{1/2}}$$

Předpis pro profil v mezní vrstvě je ještě doprovázen vztahy pro určení TKE a disipace TKE ve výpočetní buňce u stěny.

Nerovnovážné stěnové funkce jsou lepší pro proudění s kladným tlakovým gradientem, eventuelně odtržením mezní vrstvy. [21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide], [1, Rudolf, 2004]

7.10.2 Dvouvrstvý přístup (Two-Layer-Approach)

[21, Ansys Fluent 12.0 Theory Guide], [1, Rudolf, 2004]

Je založen na rozdělení proudové oblasti, na část ovlivněnou viskozitou a plně turbulentní část. Kritériem pro rozdělení je turbulentní Reynoldsovo číslo

$$\mathrm{Re}_{(y)} = \frac{y\sqrt{k}}{\upsilon}$$

Pro plně turbulentní oblast platí že $\mathrm{Re}_{(y)}>200$.

V oblasti ovlivněné viskozitou $\mathrm{Re}_{(y)}<200$, je aplikován jednorovnicový Wolfsteinuv model. Turbulentní viskozita se počítá ze vztahu

$$\eta_{(t)} = \rho C_{(\mu)} l_{(\mu)} \sqrt{k}$$

Délkové měřítko $l_{(\mu)}$ se spočítá ze vztahu

$$l_{(\mu)} = y C_{(l)}^{*} \left(1 - e^{-\mathrm{Re}_{(y)}/A_{(\mu)}}\right)$$

Disipační člen se určí podle vztahu

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_{(\varepsilon)}}$$

Kde

$$l_{(\varepsilon)} = y C_{(l)}^{*} \left(1 - e^{-\mathrm{Re}_{(y)}/A_{(e)}}\right)$$

Konstanty mají tyto hodnoty $C_{(l)}^{*} = \kappa C_{(\mu)}^{-3/4}$, $A_{(\mu)} = 70$, $A_{(\varepsilon)} = 2C_{(l)}^{*}$.

U dvouvrstvého modelu se řeší celá proudová oblast až ke stěně, což vyžaduje poměrně hustou síť s prvním prvkem v $y^+ \cong 1$.

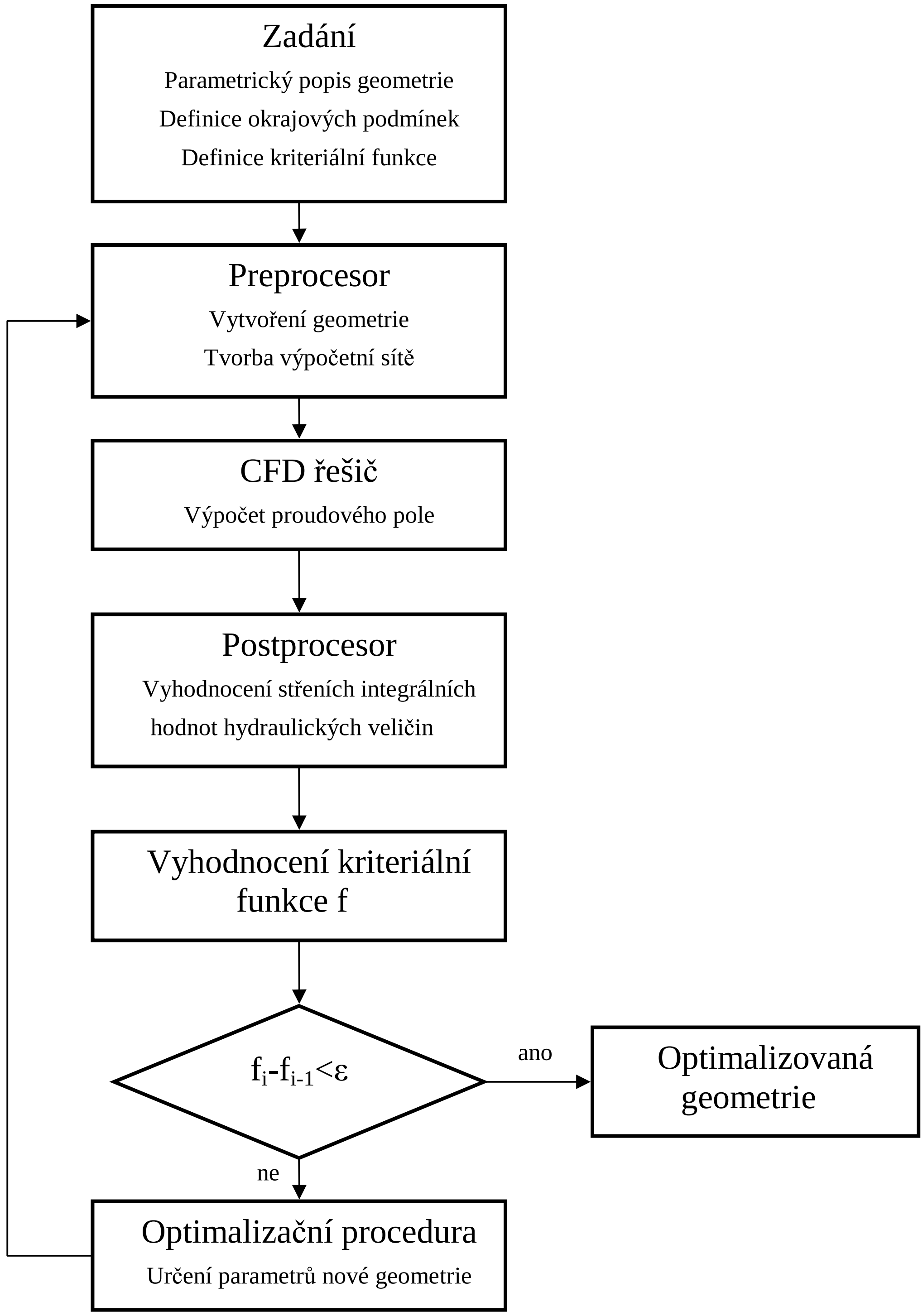
8 TESTOVÁNÍ MODELŮ TURBULENCE

Testování modelů turbulence bylo provedeno v práci [32, Kim et. al., 2005], která se zabývá testováním modelů turbulence v kombinaci s různými stěnovými funkcemi. V této práci jsou jednotlivé modely turbulence testovány při 2D proudění přes náhle jednostranné rozšíření průtočné plochy (schod) pro čistě axiální proudění. Dále byly sledovány dva případy. V prvním případě byla protější stěna přímka, v druhém případě průtočná plocha tvořena úsečkou skloněnou pod úhlem 6°. Sledovanými veličinami byly velikost oblasti zavíření a zpětné přilehnutí proudu ke stěně.

V porovnání s experimentem byly v predikci velikosti zavířené oblasti a opětovného přilnutí proudu ke stěně nejpřesnější modely k-ε Realizable a k-ε RNG, v kombinaci s nerovnovážnými stěnovými funkcemi. Dvouvrstvé stěnové funkce zase nejvěrohodněji modelovali oblast zavíření.

Na základě tohoto testování bude pro další optimalizační výpočty použit model k-ε Realizable s nerovnovážnými stěnovými funkcemi.

9 TVAROVÁ OPTIMALIZACE V MECHANICE TEKUTIN



Obr.8 *Algoritmus optimalizace*

Tvarová optimalizace se skládá z několika kroků, jak je naznačeno na Obr.8.

Nejprve je třeba si ujasnit jakého cíle vlastně chceme dosáhnout, tzn jakou kriteriální funkci chceme minimalizovat či maximalizovat, zda je naším cílem minimalizovat hydraulické ztráty nebo maximalizovat účinnost savky atd.

Dalším krokem je parametrický popis geometrie, ať už pomocí technických ploch (např. Bézierovy plochy), nebo pomocí analytických vztahů či parametrického modeláře. Je třeba mít neustále na paměti, že čím větší počet měněných parametrů tím delší je doba řešení. Proto je vhodné počet měněných parametrů mít co nejnižší. Na druhou stranu přílišné zjednodušení parametrického popisu může vést k tomu, že zlepšení kriteriální funkce bude ve výsledku velmi malé nebo žádné.

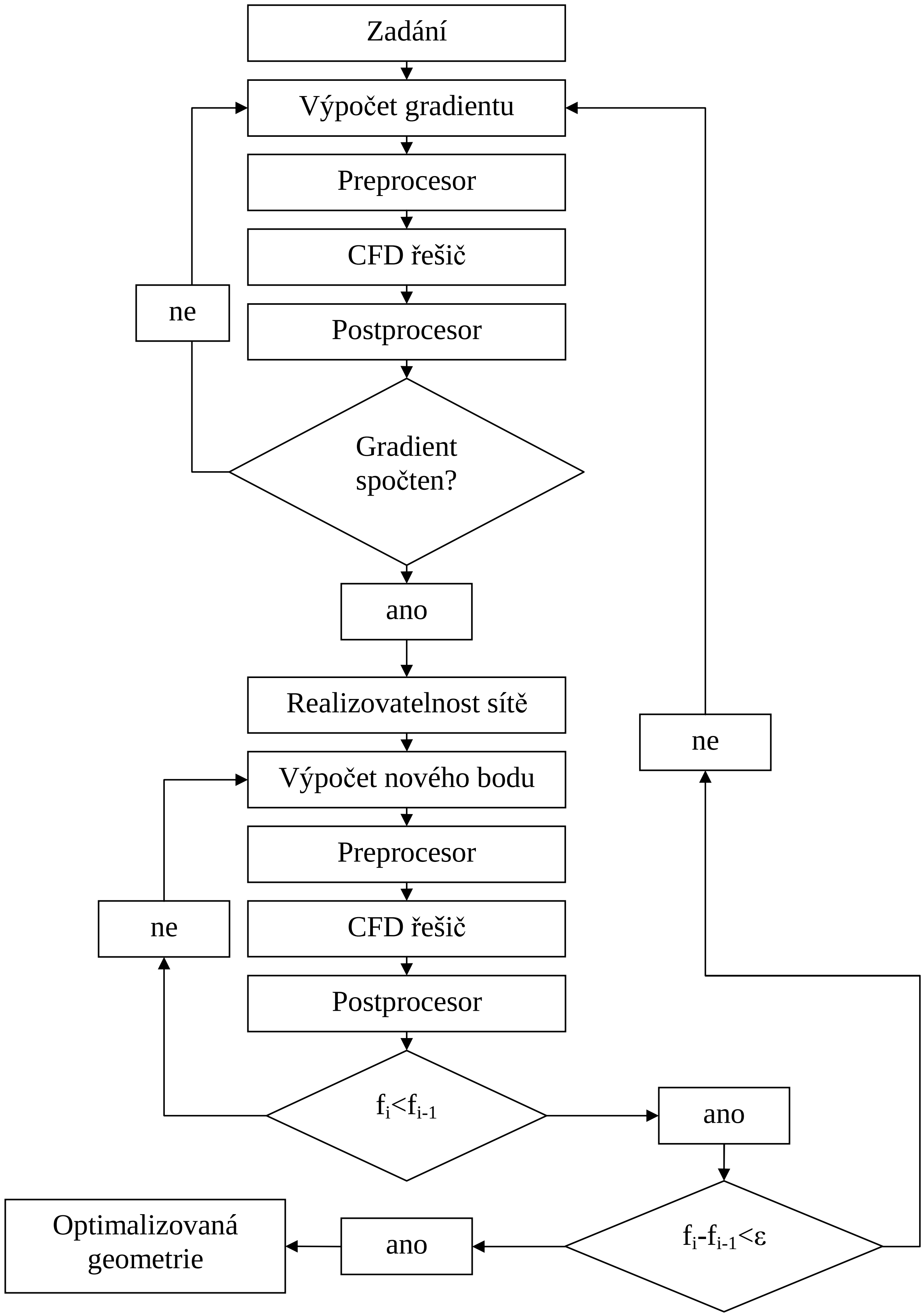
Dále je vhodné, aby požadované geometrické vlastnosti, jako například tečné napojení ploch, byly definovány pomocí analytických vztahů jako funkce měněných parametrů.

Na takto vytvořené geometrii je nutné vytvořit výpočetní síť a definovat okrajové podmínky. Tuto výpočetní síť následně importovat do CFD řešiče vyhodnotit kriteriální funkci a pomocí vhodné optimalizační metody rozhodnout o další změně geometrie, či zastavení výpočtu.

9.1 TVAROVÁ OPTIMALIZACE POMOCÍ ALGORITMU BFGS

Na Obr.9 je znázorněno schéma postupu výpočtu pro BFGS algoritmus na jedné výpočetní stanici. Z důvodu prostorové úspory nejsou jednotlivá políčka podrobněji rozepsána na obrázku, ale budou popsána níže.

Popis políčka	Vysvětlení
Zadání	Definice okrajových podmínek, kriteriální funkce, parametrický popis geometrie
Výpočet gradientu	Pro N měněných parametrů musíme spočítat N proudových polí, ze kterých budeme moci určit gradient kriteriální funkce
Preprocesor	Vytvoření geometrie, vytvoření výpočetní sítě
CFD řešič	Výpočet proudového pole
Postprocesor	Export dat potřebných pro vyhodnocení kriteriální funkce z řešiče, vyhodnocení kriteriální funkce
Gradient spočten?	Celý cyklus opakujeme tak dlouho dokud nemáme všechna potřebná data
Realizovatelnost sítě	Jelikož máme spočtený gradient můžeme určit jak bude vypadat geometrie v následujícím výpočetním bodě. Vzhledem k tomu že parametrizace geometrie funguje pouze v určitém rozsahu parametrů, je v tomto bodě možné snížit délku kroku λ tak, aby požadovanou geometrii bylo možné vytvořit
Výpočet nové bodu	Hledáme novou geometrii
$f_i<f_{i-1}$	Zjišťujeme jestli nově nalezená geometrie má nižší hodnotu kriteriální funkce, než geometrie výchozí
$f_i-f_{i-1}<\varepsilon$	Jestliže dvě po sobě následující geometrie jsou velmi podobné můžeme ukončit výpočet



Obr.9 *Optimalizace pomocí algoritmu BFGS*

9.2 ÚPRAVA BFGS ALGORITMU PRO DISTRIBUOVANÉ VÝPOČTY

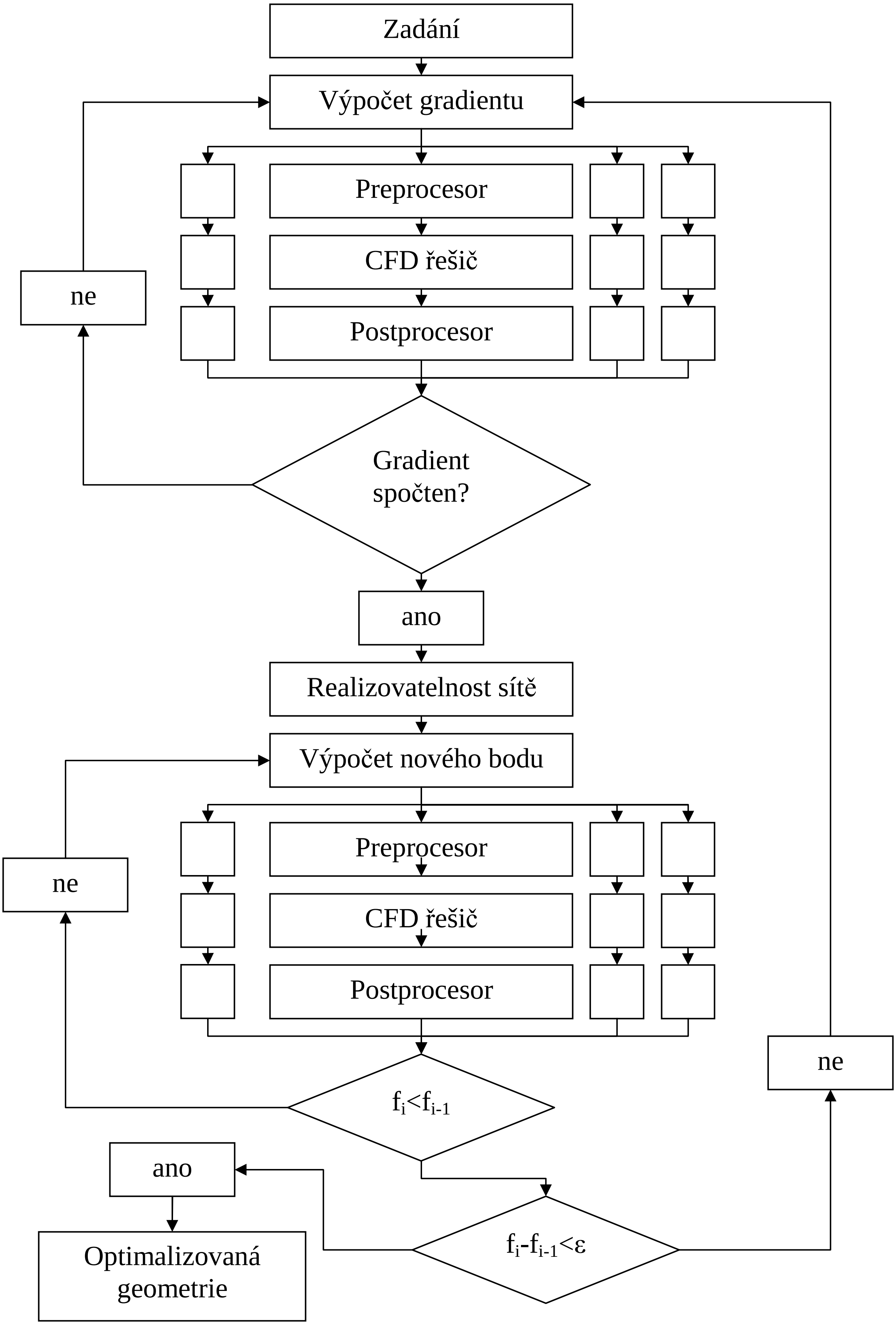
Na Obr.10 je stručné schéma optimalizačního algoritmu BFGS upraveného pro distribuované výpočty. Celá tato jednoduchá úprava spočívá v úpravě cyklu výpočtu gradientu a výpočtu nového bodu.

Při výpočtu gradientu známe výchozí bod. Tím pádem známe parametry všech úloh které musíme pro výpočet gradientu vyřešit. Velkou výhodou gradientních algoritmů je, že tyto úlohy jsou na sobě nezávislé a mohou být řešeny paralelně. Na Obr.10 je tato paralelizace úloh znázorněna prázdnými čtverečky.

Obdobně je tomu při výpočtu nového bodu. Při výpočtu nového bodu známe výchozí bod a známe vektor d(i) který násobíme délkou kroku λ. Jednotlivé nové body se od sebe liší pouze v tom, jak velká hodnota λ byla použita při jejich konstrukci. Potom už jenom stačí na jednotlivých výpočetních stanicích spočítat nové body pro dané délky kroku λ a vybrat z nich to řešení, které má nejnižší hodnotu kriteriální funkce. Jestliže všechny nové body jsou horší než body původní, potom celý proces opakujeme.

Počet výpočetních stanic, které můžeme použít pří paralelním výpočtu je neomezený, avšak je třeba mít na paměti, že není možné začít počítat nové body dokud není spočten gradient a tím pádem vektor d(i). Z tohoto vyplývá, že efektivní počet stanic je roven libovolnému celočíselnému dělení počtu měněných parametrů. Jinak řečeno, pokud máme 24 měněných parametrů, potom efektivní počty stanic jsou 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Při jiných počtech nám budou v určité části výpočtu některé stanice čekat na zkompletování výpočtu gradientu.

Řídící program zodpovědný za běh optimalizačního procesu byl naprogramován v programu Visual Basic for Application, který je nedílnou součástí programu MS Excel.



Obr.10 *Optimalizace pomocí algoritmu BFGS na více výpočetních stanicích*

10 BÉZIEROVY KŘIVKY A PLOCHY

10.1 BÉZIEROVY KŘIVKY

Převzato z [11, Alexandr]

Při parametrickém popisu některých difuzorů bude použito Bézierových křivek. Obecná Bézierova křivka n-tého stupně je popsána parametrickou rovnicí

$$Q(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i B_i^n(t) \tag{10.1.1}$$

Kde P_i jsou jednotlivé řídící body, které definují Bézierovu křivku. B_i^n je Bernstainův polynom, který je definován vztahem

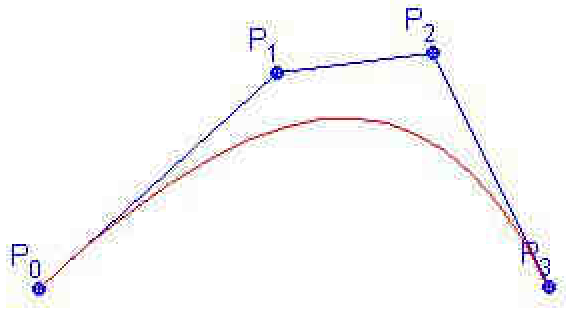
$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} \cdot t^i \cdot (1-t)^{n-i} \tag{10.1.2}$$

Kde „t“ je parametr křivek, který nabývá hodnot <0,1>. Dále pak pro Bernstainovy polynomy musí platit, že

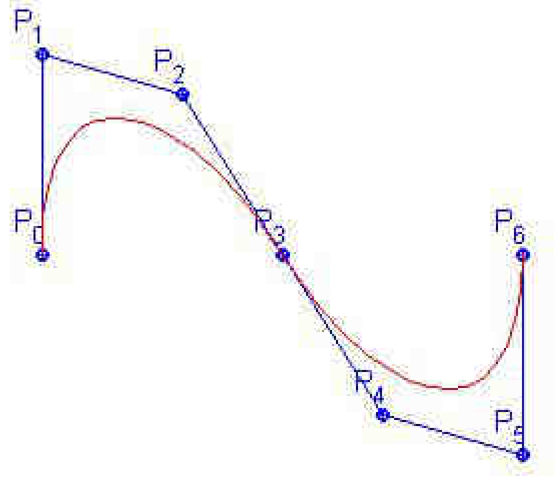
$$\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) = 1 \text{ pro } t \in \langle 0,1 \rangle$$

Bézierovy křivky mají následující vlastnosti

- Křivka prochází počátečním a koncovým bodem P_0 a P_n.(viz Obr.11 a Obr.12).
- Křivka je invariantní vůči transformaci (posunutí, změna měřítka, otáčení atd.), což znamená že transformovaný řídící polygon dá stejný výsledek jako když transformujeme každý bod z vygenerované křivky.
- Tečné vektory na počátku a konci Bézierovy křivky mají vždy směr spojnice dvou krajních bodů a velikost mají rovnou trojnásobku vzdálenosti bodů.
- Pro spojité a hladké spojení dvou Bézierových křivek musí platit, že poslední bod předchozího a první bod oblouku následujícího jsou společné, a že mají identické tečné vektory.(viz Obr.12)



Obr.11 *Bézierova kubika*



Obr.12 *Hladké napojení dvou Bézierových křivek*

10.2 BÉZIEROVY PLOCHY

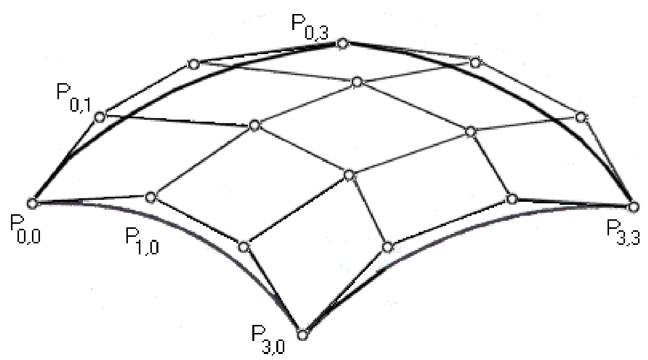
Prevzato z [12,Matematika online, 2005].

Bézierovy plochy budou použity pro parametrizaci vybraných povrchů. Obecná Bézierova plocha je definována:

$$Q(r,s) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} P_{ij} B_i^m(r) B_j^n(s) \tag{10.2.1}$$

Kde P_{ij} je tentokrát matice řídících bodů. $B_i^m(r)$, $B_j^n(s)$ jsou opět Bernsteinovy polynomy, definované pomocí rovnice (10.1.2). Parametry „r“ a „s“ opět mohou nabývat hodnot <0,1>.

Stejně jako u křivek i u ploch je požadováno, aby přechod mezi parametricky popsanou plochou a zbytkem potrubí byl hladký, tzn že požadujeme aby sousední plochy měly společnou hraniční křivku a aby na této křivce byly tečné vektory sousedících ploch rovnoběžné.

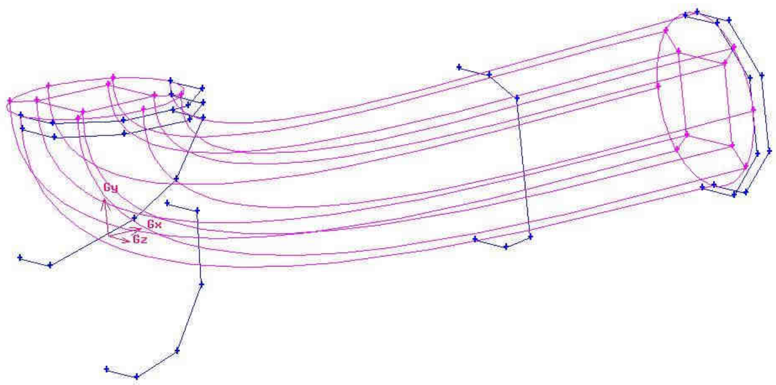


Obr. 13 *Bézierova plocha*

10.3 PROBLÉM TEČNÉHO NAPOJENÍ BÉZIEROVÝCH PLOCH A KŘIVEK

U některých parametrizací sítí kolene nebylo dodrženo tečné napojení parametricky popsané části a zbytku výpočetní oblasti. Na příkladu površky difuzoru, popsané Bézierovou křivkou, bude objasněno proč nebylo dodrženo tečné napojení.

Chceme-li tečné napojení mezi Bézierovou křivkou (či plochou) a zbytkem výpočetní oblasti, tak stačí, aby hraniční bod (či křivka) dvou ploch byly společné a aby tečné vektory dvou sousedících ploch byly na společné nositelce. Z vlastností Bézierových entit uvedených v kap.10.1 plyne, že tečný vektor na počátku a na konci Bézierovy entity má směr spojnice hraničního a prvního sousedního řídícího bodu (sousedním bodem se nemyslí bod, který má souřadnice nejblíže krajnímu, ale bod který má v rov.(10.1.1) index „i“ o 1 vetší, či menší). Takže, máme-li osu potrubí souhlasnou s osou „x“, potom stačí, když poslední a předposlední řídící bod (či body) mají všechny souřadnice stejné, jenom souřadnice „x“ se liší o konstantu (viz.Obr.14). Toto platí, pracujeme-li s velmi malým krokem parametru „t“ v rov.(10.1.1), či parametry „s“ a „t“ v rov.(10.2.1). A v tom je problém. Při vytváření výpočetní sítě, znamená menší parametr větší počet bodů. Vzhledem k tomu, že Bézierova entita je v programu Gambit vytvářena prokládáním bodů, je nežádoucí aby takto importovaná síť byla příliš hustá. Proto je parametry Bézierovy entity nutné volit v rozumné hustotě.

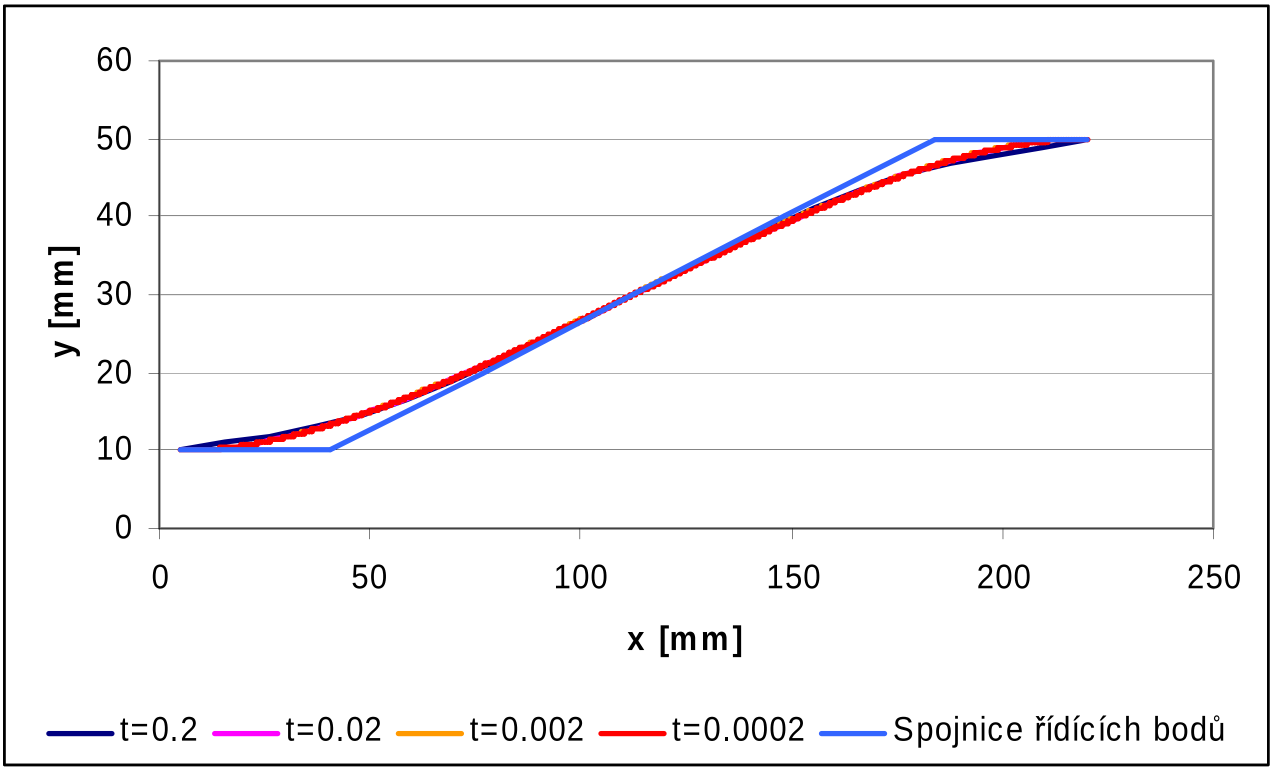


Obr.14 *Parametrický popis kolene*

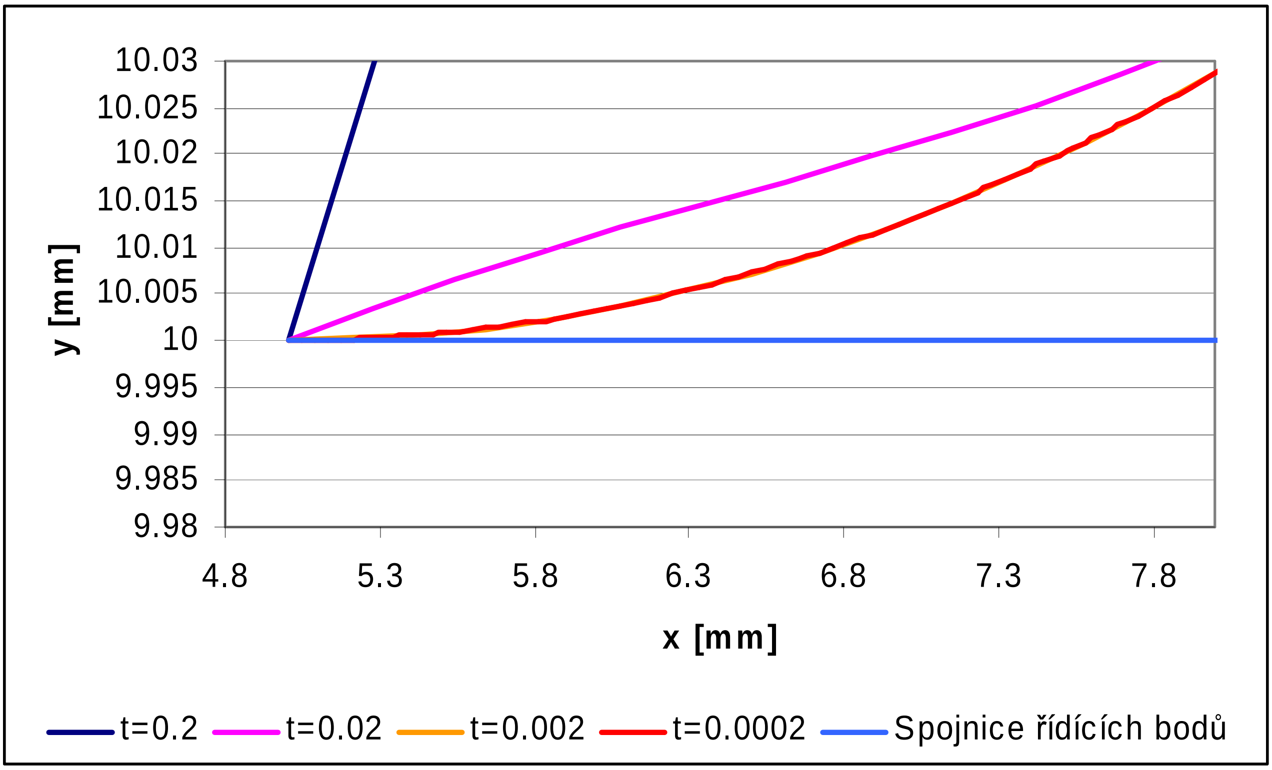
Na Graf.1 jsou vykresleny Bézierovy křivky pro různou velikost kroku parametru „t“. Je zde vidět že od kroku t=0.02 není v globálu patrnější rozdíl. Pokud si ovšem vykreslíme detail (viz Graf.2) je zde vidět veliký rozdíl, jak se křivka přibližuje ke koncovému bodu. Tyto rozdíly jsou úměrné křivosti křivky. Pro plochy platí obdobné chování.

Ačkoli by u křivek bylo ještě únosné mít velmi malý krok a tím pádem velkou hustotu bodů, u ploch se počet bodů rovná součinu počtu bodů od parametrů „s“ a „t“ z čehož plyne, že toto není ta správná cesta.

Nejsnadnější způsob jak donutit křivky (plochy) k hladkému napojení je zkopírování hraničního bodu (bodů) a posunutí je v příslušné ose o konstantu. Při vytváření křivky (plochy) pak použijeme i tyto zkopírované body.



Graf.1 *Celkový pohled na Bézierovy křivky*



Graf.2 *Detail počátku Bézierových křivek*

11 PŘÍČINY HYDRAULICKÝCH ZTRÁT V POTRUBNÍCH TVAROVKÁCH

Zdroje hydraulických ztrát můžeme rozdělit na dva úzce provázané jevy. Prvním je tření kapaliny o stěny potrubí, v důsledku čehož nám u vazké kapaliny vzniká rychlostní profil. Velikost těchto ztrát je úměrná smykovému napětí na stěnách. V níže uvedených výpočtech budeme tuto hodnotu sledovat prostřednictvím třecího součinitele Cf.

Druhým zdrojem hydraulických ztrát je energie, kterou kapalina vynaloží na změnu tvaru rychlostního profilu. Tyto změny vznikají v důsledku změny tvaru potrubí, či změny směru proudění. Změny rychlostního profilu budeme sledovat prostřednictvím hodnot Coriolisova součinitele α, který udává odchylku rychlostního profilu od profilu pístového.

Jsou-li hodnoty třecího koeficientu a Coriolisova čísla ustálené po délce potrubí, mluvíme o tzv. délkových ztrátách. Jsou-li naopak tyto hodnoty proměnné po délce potrubí mluvíme o tzv. místních ztrátách.

12 OPTIMALIZACE ZMĚNY PRŮŘEZU

Změna průřezu je nedílnou součástí většiny hydraulických strojů a má podstatný vliv na jejich funkčnost a účinnost. Nejobtížnější z hlediska návrhu hydraulického profilu je postupné rozšíření průřezu (neboli difuzor), kde při nesprávném návrhu může dojít k odtržení proudu od stěny či zavíření kapaliny, což má za následek zvýšení hydraulických ztrát a tím pádem dochází i k poklesu celkové hydraulické účinnosti stroje. Difuzory jsou nedílnou součástí čerpadel (spirála, lopatkový difuzor), kde slouží k přeměně kinetické energie kapaliny na tlakovou, kterou nezpracovalo oběžné kolo. Nebo je možné je najít za oběžnými koly turbín (sací trouba), kde zpracovávají nevyužitou kinetickou energii za oběžným kolem a tím zvyšují celkový zpracovaný spád a tím i účinnost. Proto je správný návrh hydraulického profilu difuzoru tak důležitý.

V následujících kapitolách jsou provedeny tvarové optimalizace difuzorů. Jsou zde porovnávány různé úhly otevření, různé způsoby parametrického popisu geometrie, či různé okrajové podmínky.

Optimalizace difuzoru nám poslouží především pro lepší představu o různých aspektech, které mohou mít vliv při tvarové optimalizaci. Primárním cílem tedy není najít difuzor těch nejlepších možných parametrů, ale prozkoumat vliv některých vstupních parametrů. Z toho plyne i další postup prací, kdy nejsou prováděny cílené změny v parametrickém popisu modelu turbulence či počtu měněných parametrům, které by vedli ke stále lepším výsledkům, jako je tomu v případě optimalizace kolene. Cílem je mít co nejvíce porovnatelných dat z nich se pokusit vyvodit závěry.

Všechny zde uvedené hodnoty ztrátových součinitelů či účinností v sobě obsahují i ztráty způsobené prouděním kapaliny přívodním a odpadním potrubím, pokud výslovně nebude uvedeno jinak. Stejně tak, počítáme-li poměrnou změnu veličiny (ztrátový koeficient, účinnost), jsou také počítány s vlivem přívodního a odpadního potrubí. Hodnoty ztrátových součinitelů bez vlivu přívodní a odpadní větve jsou uvedeny v kap.19.

Dále pro všechny výpočty této kapitoly platí následující hodnoty okrajových podmínek a modelů turbulence, pokud opět nebude výslovně uvedeno jinak.

12.1 NASTAVENÍ ŘEŠIČE

Pro řešení proudového pole byl použit program Fluent 6.3.23. Jako model turbulence byl použit k-ε Realizable s nerovnovážnými stěnovými funkcemi. Diskretizační schéma pro hybnost, turbulentní kinetickou energii (k) a turbulentní disipaci (ε) byl Upwind druhého řádu. Rychlostní profil na vstupu byl přepočítán na dlouhém rovném úseku potrubí a byly exportovány složky rychlosti, turbulentní kinetická energie a turbulentní disipace. Střední hodnota rychlosti na vstupu činila 2 m/s. Hodnota Reynoldsova čísla ve vstupní větvi činí přibližně 49 100. Hodnota y^+ byla ve vstupní větvi přibližně $y^+=50$ a v odpadní větvi byla hodnota přibližně $y^+=31$.

12.2 VÝPOČETNÍ SÍŤ

Výpočetní síť byla vytvořena pomocí programu Gambit 2.4.6. Výpočetní síť byla vytvořena jako strukturovaná, osově symetrická a obsahovala 12 100 buněk. Délka přívodní větve byla cca 11 vstupních průměru a délka odpadní větve se měnila v rozmezí 45-48 výstupních průměrů a to v závislosti na úhlu otevření difuzoru.

12.3 NASTAVENÍ OPTIMALIZAČNÍHO ALGORITMU

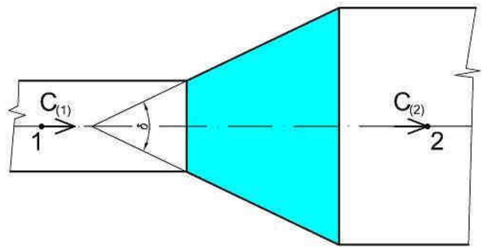
Jako optimalizační algoritmus byl použit BFGS (viz.kap.9.1). Podmínka ukončení výpočtu byla $\left\| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\| < 0.0001$. Další podmínkou ukončení výpočtu bylo, když optimalizační algoritmus nenašel takovou délku kroku λ, aby platilo, že $f\left(x_{(k)}\right) > f\left(x_{(k)} + \lambda d_{(k)}\right)$.

Pří výpočtu derivace $d = \dfrac{f\left(x_1, x_i + h, \ldots, x_n\right) - f\left(x_{(k)}\right)}{h}$ byla délka kroku h=1 mm.

12.4 KRITERIÁLNÍ FUNKCE A JEJÍ VYHODNOCENÍ

Jako kriterální funkce byla použita hodnota ztrátového součinitele odvozená z Bernoulliho rovnice pro reálnou kapalinu (viz Obr.15). Tato rovnice v sobě zahrnuje i ztráty třením po délce.

$$\xi = \frac{2}{c_{(2s)}^2}\left(\frac{\alpha_{(1)} c_{(1s)}^2 - \alpha_{(2)} c_{(2s)}^2}{2} + \frac{p_{(1)} - p_{(2)}}{\rho}\right)$$



Obr.15

Hodnoty $c_{(1s)}$ a $c_{(2s)}$ jsou střední hodnoty rychlosti po průřezu a obdobně $p_{(1)}$ a $p_{(1)}$ jsou stření hodnoty statického tlaku po průřezu.

Změny úhlu otevření difuzoru je dosahováno změnou jeho délky. Vstupní a výstupní průměry zůstávají ve všech případech stejné.

Počátek změny průtočné plochy je v bodě x=0.005m. Bod „1“ byl ve vzdálenosti $x/D_{(1)}$=6.2 před začátkem difuzoru a bod „2“ byl ve vzdálenosti $x/D_{(1)}$=88 (x=2.2m) od počátku difuzoru. Vstupní průměr činil $D_{(1)}$=0,025 m a výstupní průměr činil $D_{(2)}$=0,04m.

12.5 ZMĚNA PRŮŘEZU, 12 PARAMETRŮ, PO ČÁSTECH LINEÁRNÍ

V tomto případě je geometrie popsána 6-ti body, u nichž měníme souřadnice „x“ a „y“. Budeme sledovat změny geometrie pro různé úhly otevření difuzoru.

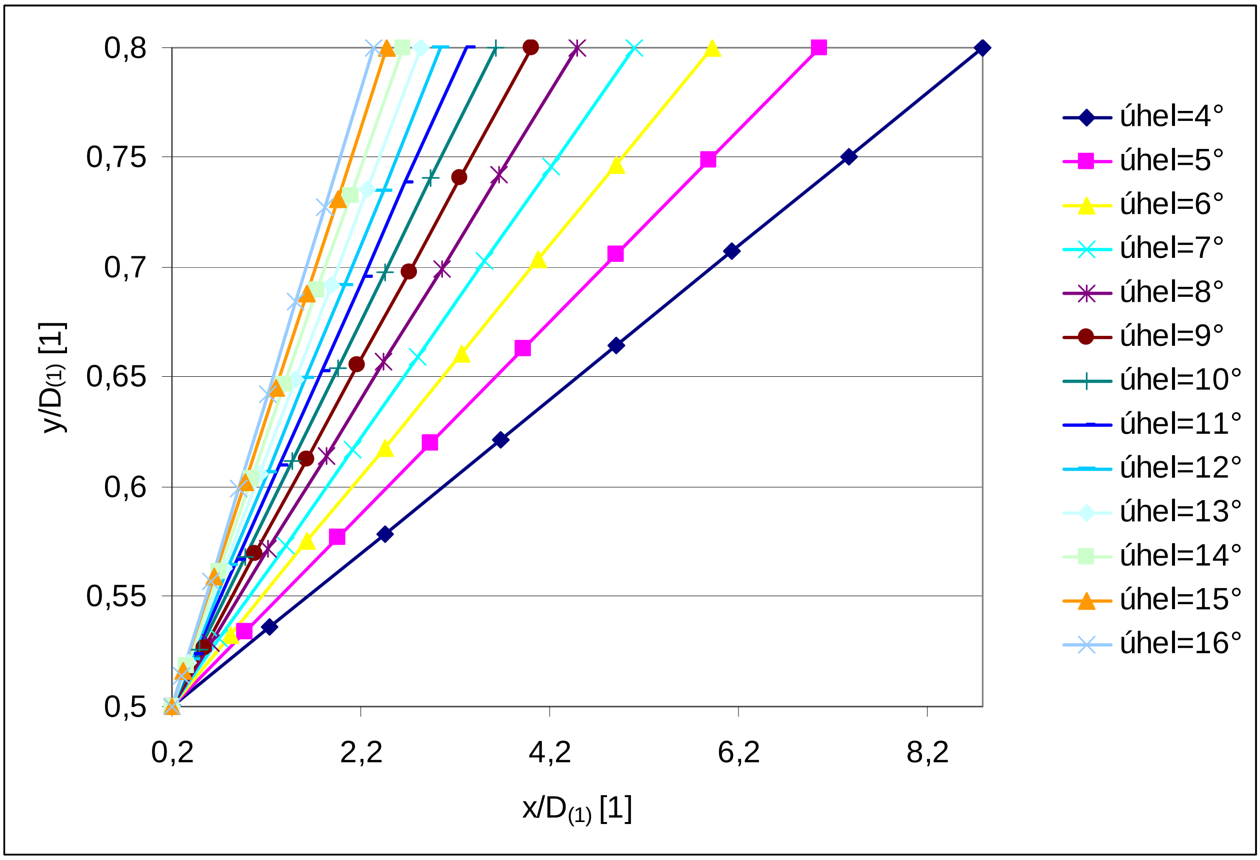
12.5.1 Parametrický popis geometrie

Jak již bylo uvedeno výše, geometrie je popsána pomocí 6-ti bodů u nichž se mění jejich poloha v rovině. Jednotlivé body jsou spojeny úsečkami. Úloha je řešena jako rotačně symetrická, takže na každý bod připadají dva měněné parametry.

Vstupní průměr difuzoru je 25mm a výstupní průměr činil 40mm, délka difuzoru je závislá na úhlu otevření.

12.5.2 Nastavení optimalizačního algoritmu

Výchozí body, ze kterých byla započata optimalizace jednotlivých úhlů otevření, jsou naznačeny na Graf.3 a jedná se tedy o přímé difuzory. Jako kriteriální funkce byla použita hodnota ztrátového součinitele odvozená z Bernoulliho rovnice pro reálnou kapalinu viz. kap.12.4.



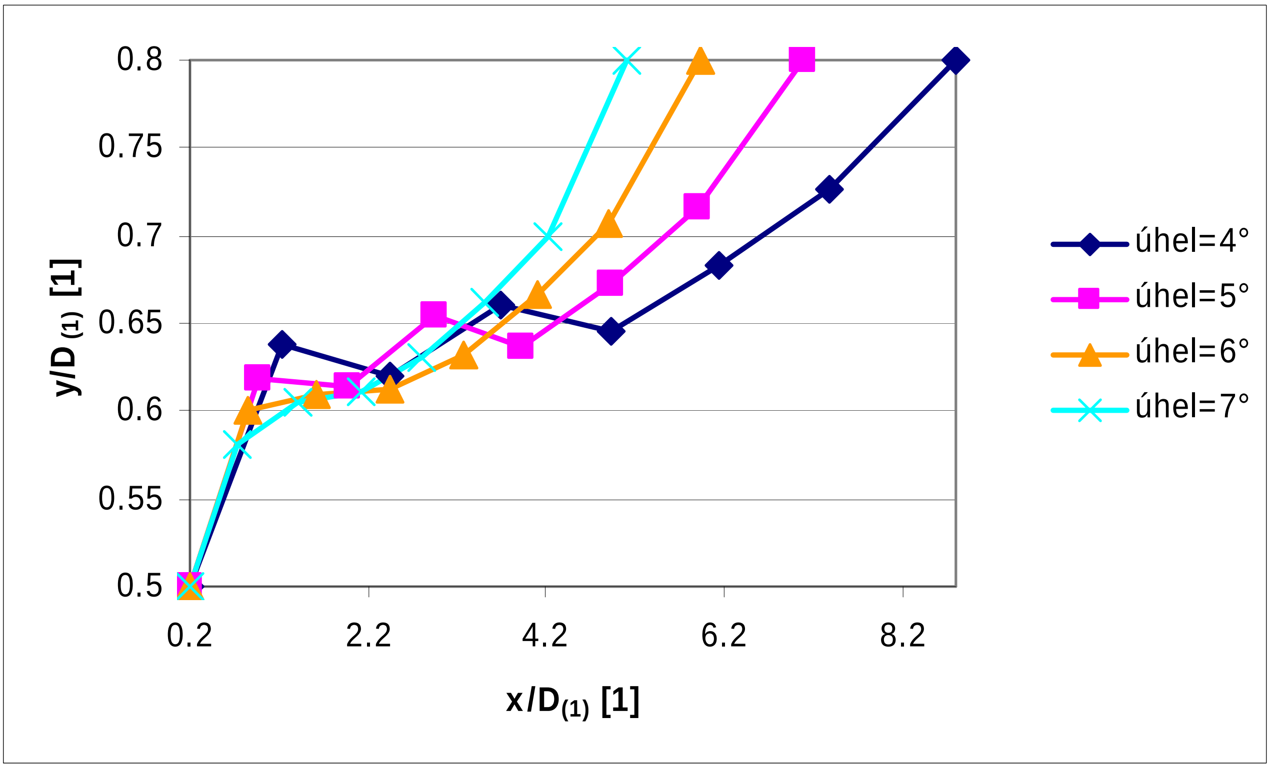
Graf.3 *Výchozí body pro optimalizační algoritmus*

12.5.3 Zhodnocení výsledků

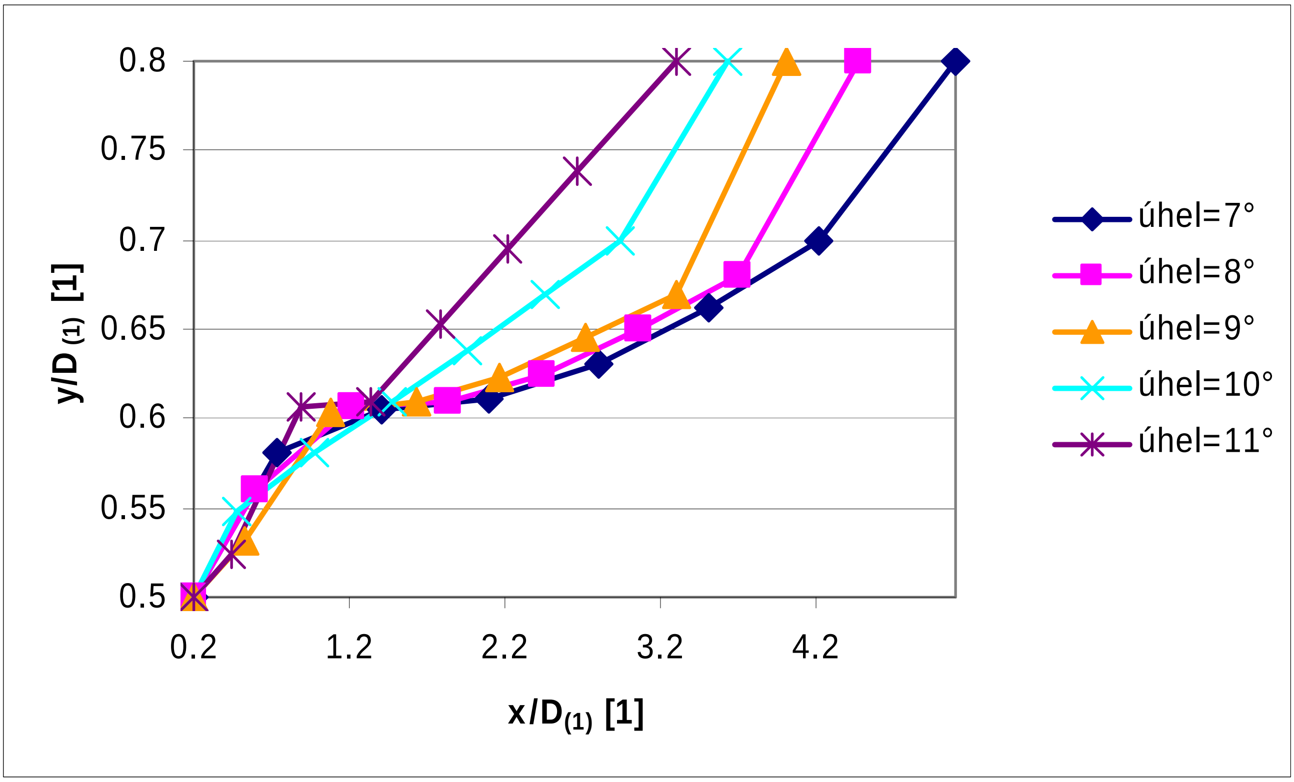
Na Graf.4 až Graf.6 jsou ukázány tvary površek jednotlivých difuzorů po optimalizaci. Vyobrazené površky odpovídají vždy minimálním nalezeným hodnotám kriteriální funkce. V některých případech byla nejnižší hodnota kriteriální funkce spočtena při výpočtu derivace.

Zvlnění tvaru površek u difuzorů s malým úhlem otevření (4° a 5°) je možné přisuzovat velké hodnotě kroku „h“ při výpočtu derivace viz. vztah (6.6.1). Máme-li difuzor, který vychází z průměru 25mm přívodního potrubí na 40mm u odpadního potrubí a řešíme-li ho osově symetricky, potom rozdíl mezi vstupním a výstupním průměrem je 7.5mm (celkem je rozdíl je 15mm, ale kvůli osové symetrii je to polovina). Změna souřadnice v radiálním směru o 1mm (h=1) potom činí cca 13.4%

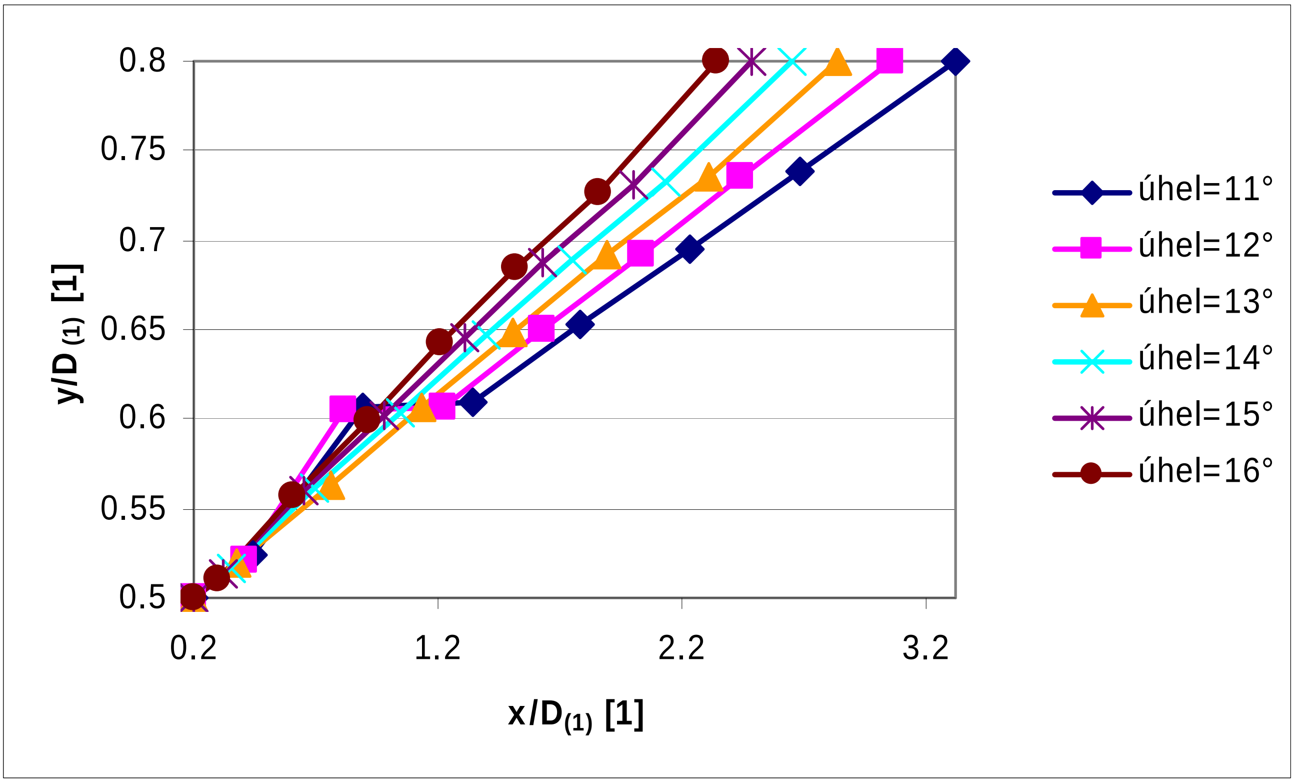
z celkové hodnoty. Z tohoto důvodu by bylo vhodné mít rozdíl vstupního a výstupního průměru větší a nebo mít menší krok „h“.



Graf.4 *Optimalizované tvary difuzoru pro otevření 4°-7°*



Graf.5 *Optimalizované tvary difuzoru pro otevření 7°-11°*



Graf.6 *Optimalizované tvary difuzoru pro otevření 11°-16°*

Úhel otevření δ [°]	Vychozi $\eta_{(d)}$ [1]	Optimum $\eta_{(d)}$ [1]	Změna účinnosti oproti výchozí geometrii [%]
4	0.578	0.589	1.906
5	0.579	0.588	1.641
6	0.576	0.585	1.547
7	0.574	0.582	1.481
8	0.571	0.578	1.391
9	0.567	0.573	1.162
10	0.564	0.569	0.938
11	0.561	0.562	0.199
12	0.558	0.558	0.112
13	0.555	0.555	0.000
14	0.553	0.553	0.002
15	0.551	0.551	0.033
16	0.548	0.549	0.124

Tab.3 *Relativní změna účinnosti v důsledku tvarové optimalizace difuzoru*

V Tab.3 jsou uvedeny změny účinnosti difuzoru v důsledku tvarové optimalizace pro různé úhly otevření. Účinnost difuzoru byla určena podle vztahu

$$\eta_{(d)} = \frac{p_{(s2)} - p_{(s1)}}{p_{(d1)} - p_{(d2)}} \qquad (12.5.1)$$

kde $p_{(d1)}$ a $p_{(d2)}$ jsou hodnoty dynamických tlaků v bodě „1“ a „2“ a $p_{(s1)}$ a $p_{(s2)}$ jsou hodnoty statických tlaků v bodě „1“ a „2“, které jsou totožné s body, ze kterých se vyhodnocovala hodnota ztrátového součinitele.

Úhel otevření δ [°]	Puvodní ξ [1]	Optimum ξ [1]	Zlepšení / Zhoršení Ztrátového součinitele [%]
4	2.6275	2.5650	2.3771
5	2.6245	2.5707	2.0497
6	2.6371	2.5866	1.9149
7	2.6523	2.6041	1.8145
8	2.6704	2.6250	1.6997
9	2.6920	2.6541	1.4096
10	2.7091	2.6791	1.1060
11	2.7264	2.7201	0.2314
12	2.7428	2.7392	0.1293
13	2.7572	2.7552	0.0718
14	2.7703	2.7681	0.0814
15	2.7831	2.7802	0.1028
16	2.7960	2.7922	0.1375

Tab.4 *Relativní změna ztrátového součinitele v důsledku tvarové optimalizace*

V Tab.4 jsou uvedeny relativní změny ztrátového součinitele v důsledku optimalizace pro jednotlivé úhly otevření. Změna ztrátového součinitele je vztažena k výchozí geometrii, pro daný úhel. Ve všech případech došlo alespoň k minimálnímu zlepšení. Nejvyšší hodnoty zlepšení jsou právě u malých hodnot otevření difuzoru. To je nejspíše způsobeno tím, že u malých úhlů otevření můžeme provádět větší tvarové změny, aniž by došlo k poklesu smykového napětí na stěně na nulu a tím pádem k odtržení mezní vrstvy a k navýšení tlakových ztrát. Viz Graf.7 až Graf.9. Poměrná změna ztrátového součinitele a účinnosti difuzoru byla určována na základě vztahu z kap.26.4.

Je zajímavé porovnat Tab.3 a Tab.4, kdy zlepšení hodnoty ztrátového součinitele nemusí nutně vést ke zlepšení účinnosti difuzoru (13° otevření).

Na Graf.7 až Graf.9 jsou znázorněny průběhy třecího koeficientu Cf (viz.kap.24.3) a tvary površek pro vybrané úhly otevření difuzoru.

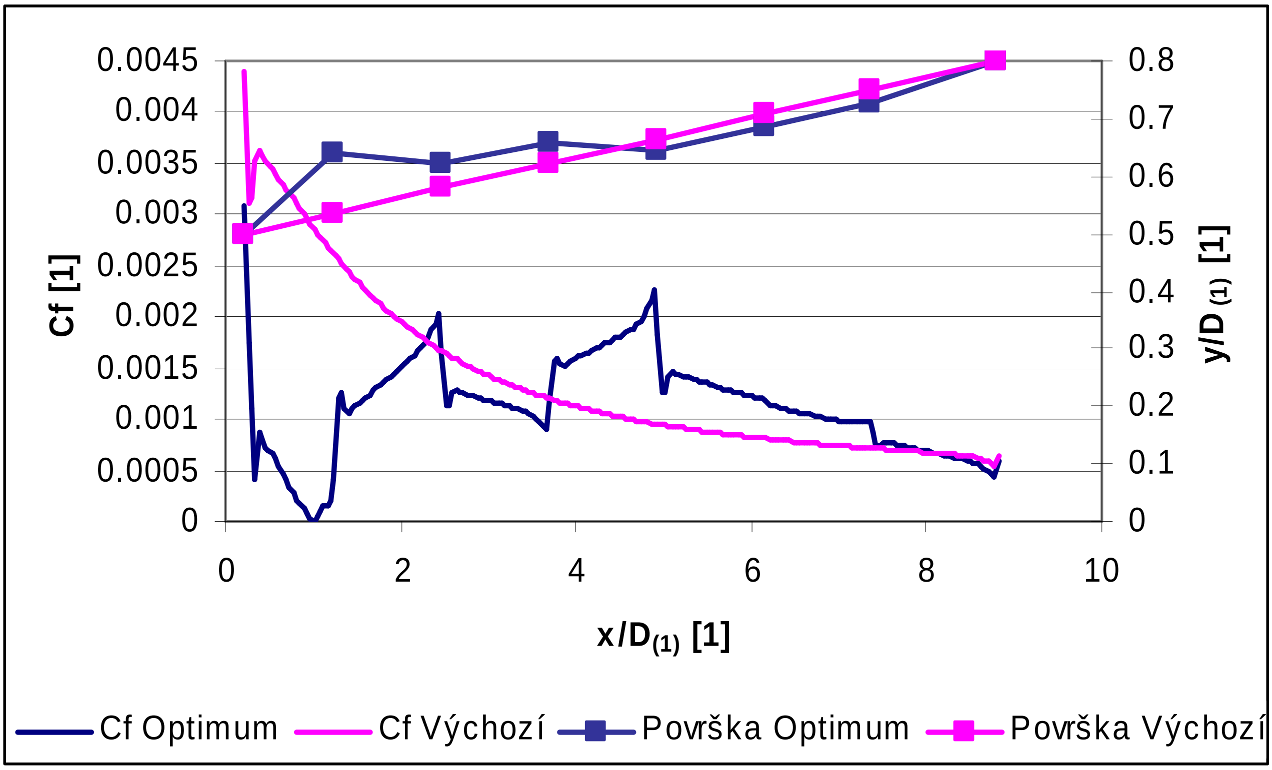
Z grafů je možné vypozorovat chování smykového napětí v závislosti na změně geometrie. Pro názorné porovnání jsou v grafech vykresleny třecí koeficienty jak pro původní (výchozí) tak pro optimální geometrii.

Z grafů je zřejmé, že parametrizace navazujícími úsečkami není ideální, neboť způsobuje skoky třecího koeficientu resp. smykového napětí na stěně. Vhodnější by byla parametrizace hladkou křivkou, např. Bézierovou křivkou. Dále je vidět, že optimalizovaná geometrie má z počátku nižší hodnoty třecího koeficientu než geometrie výchozí, přičemž největší rozdíly jsou u malých úhlů otevření. Pro úhly otevření 4°-10° pak v druhé polovině difuzoru hodnoty třecího součinitele optimalizované geometrie vždy přesáhnou hodnoty třecího součinitele původní geometrie. Od úhlu 11° otevření difuzoru pak od určitého bodu hodnoty třecího koeficientu korespondují, nebo se liší pouze minimálně. Je zajímavé, že u těch úhlů otevření, u kterých se podařilo zpočátku difuzoru alespoň minimálně snížit hodnotu třecího součinitele došlo ke zvýšení účinnosti. Pro difuzor s úhlem otevření 13° jsou křivky třecího součinitele naprosto shodné a podle Tab.3 byla změna účinnosti v důsledku optimalizace nulová.Grafy pro další úhly otevření jsou v kap.27.1.1.

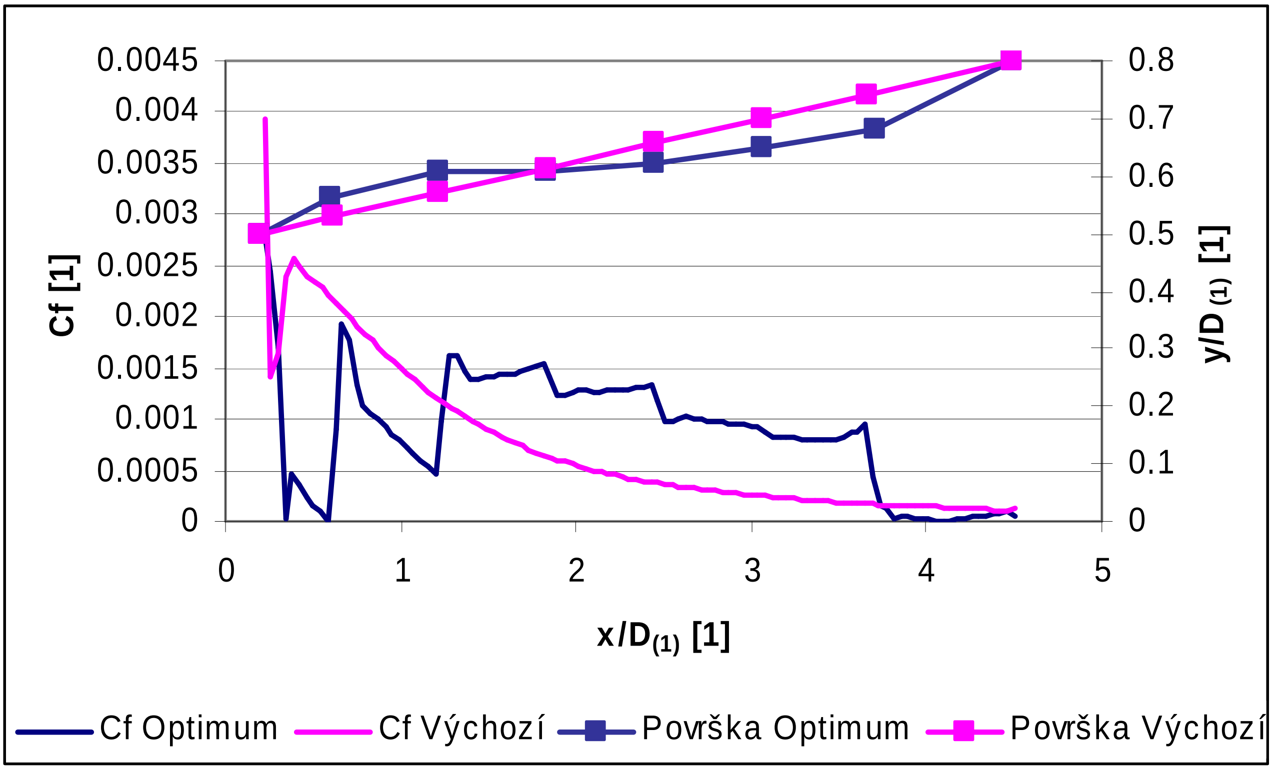
Na Graf.11 až Graf.12 jsou znázorněny průběhy Cp (Pressure coeficient) (viz.kap.24.2) pro vybrané úhly otevření. Průběhy pro všechny úhly otevření jsou uvedeny v kap.27.1.2. Vstupní rychlosti a tlaky jsou počítány v místě kde se začíná difuzor otevírat. Grafy jsou vykresleny pro průběhy Cp na ose difuzoru.

Na grafech je možné porovnat průběhy tlakových koeficientů pro původní a optimalizovanou geometrii. Na Graf.11 je znázorněn průběh tlakového koeficientu pro 8° úhel otevření difuzoru. Je vidět, že optimalizovaná geometrie zpočátku má vyšší hodnoty Cp oproti původní geometrii, ale od $x/D_1=2$ tato hodnota poklesne pod hodnoty Cp původní geometrie. Tento jev je společný v různé míře pro úhly otevření 4°-12°. Od 13° úhlu otevření, není možné pozorovat žádný rozdíl v průběhu Cp mezi původní a optimalizovanou geometrií.

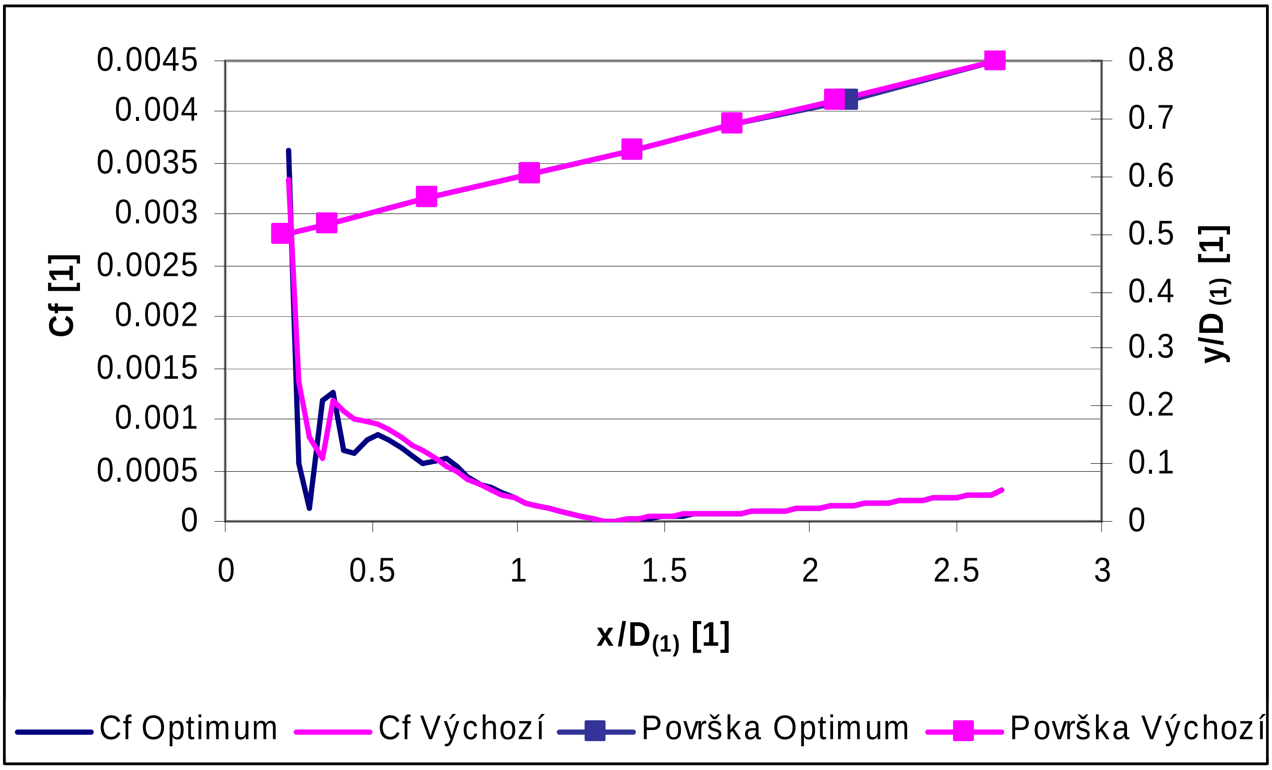
V Graf.13 až Graf.15 jsou vykresleny průběhy Coriolisova čísla pro původní a optimální geometrii, pro difuzor a část odpadního potrubí. Svislou čarou je v grafech naznačen počátek a konec difuzoru. U malých otevření difuzoru, 4°-10°, kdy došlo k výraznějšímu poklesu ztrátového součinitele podle Tab.4, je v grafech vidět výraznější rozdíl mezi optimalizovanou a původní geometrií. U otevření 11°-16° byla změna ztrátového součinitele velmi malá a stejně tak v grafech je minimální nebo vůbec žádný pozorovatelný rozdíl. Grafy pro ostatní otevření se nacházejí v kap.27.1.3.



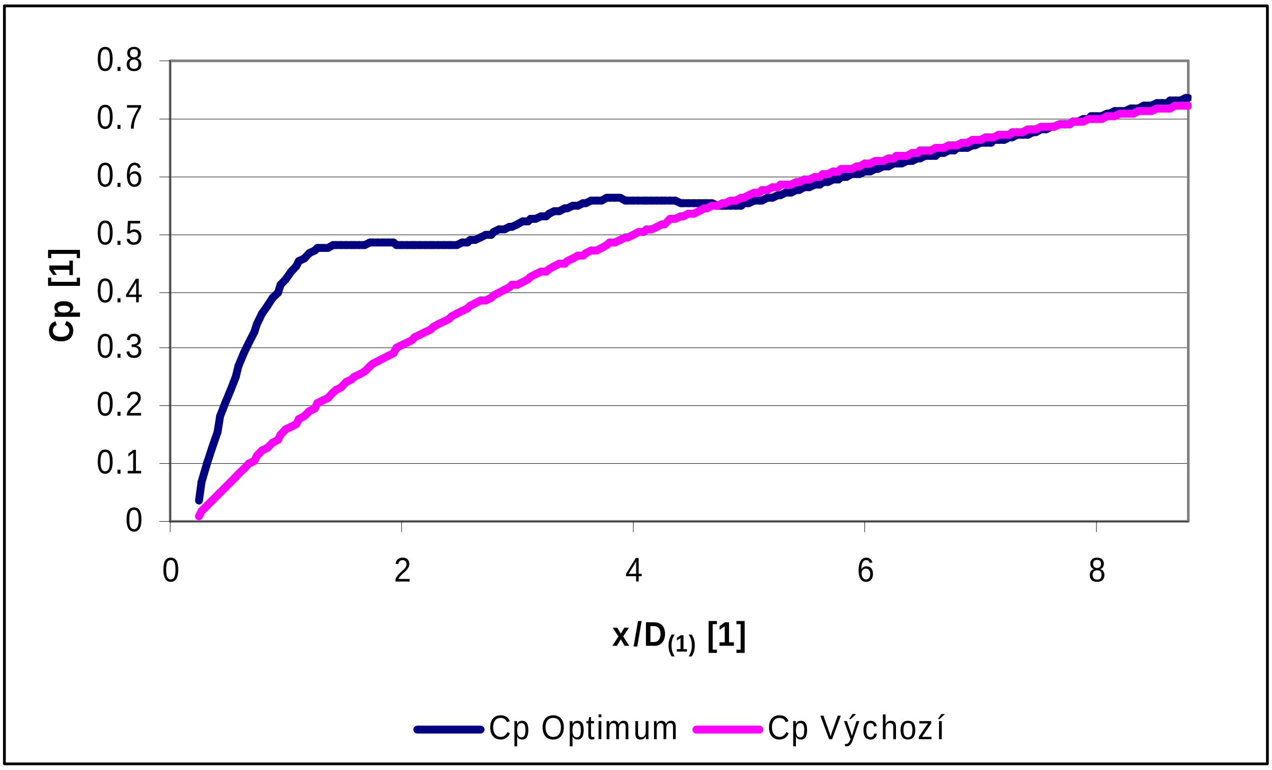
Graf.7 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 4°*



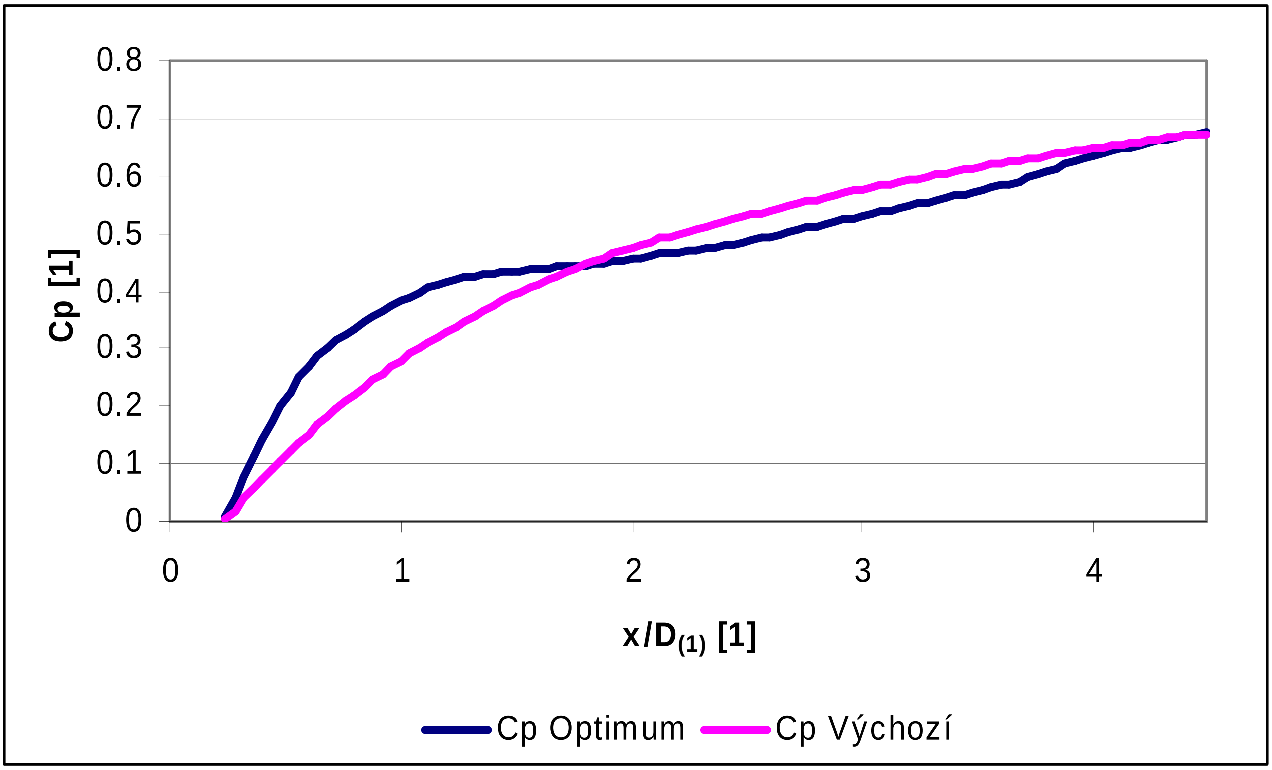
Graf.8 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 8°*



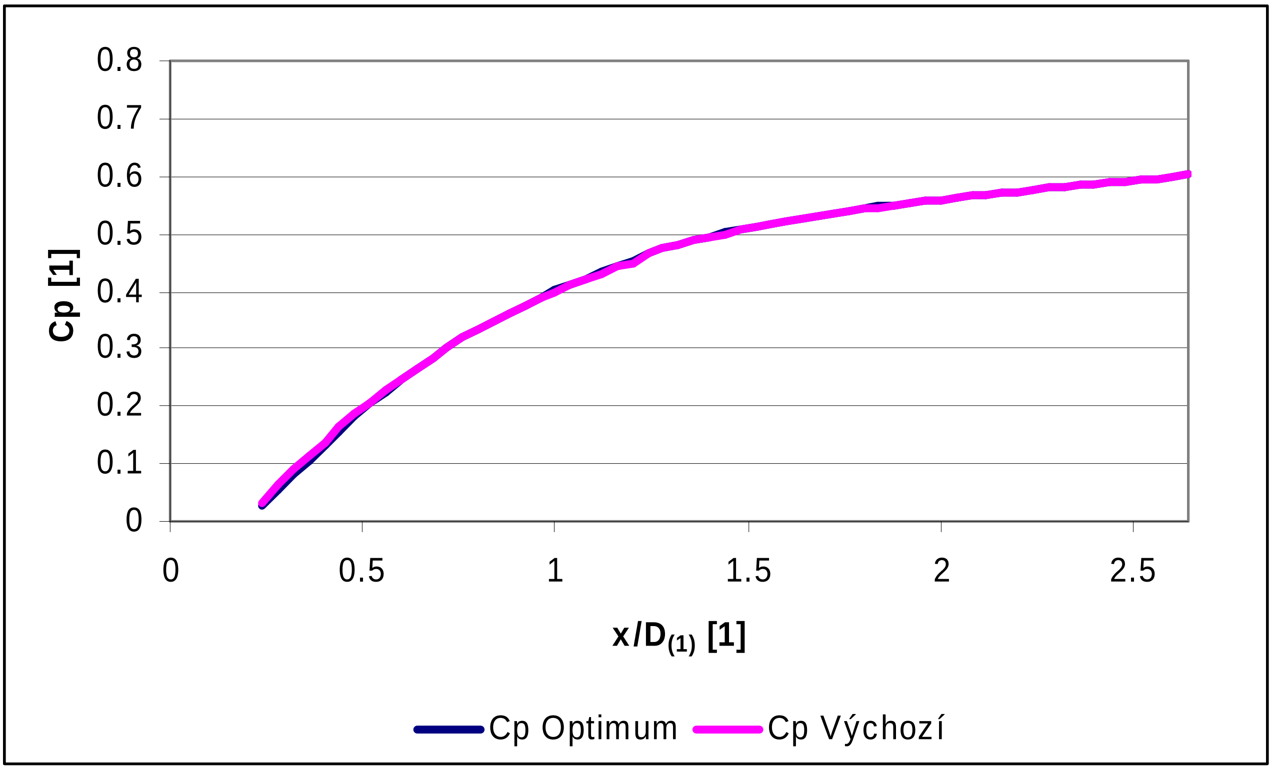
Graf.9 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 14°*



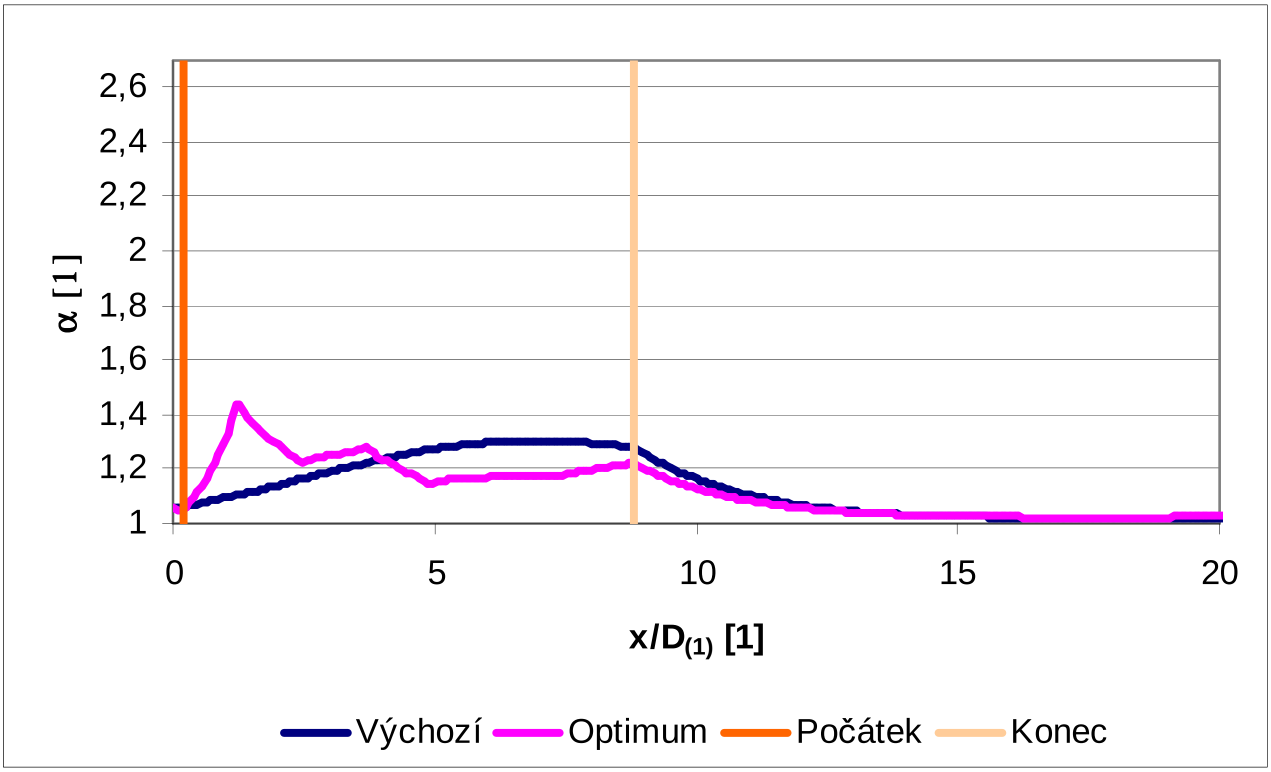
Graf.10 *Průběh Cp pro 4° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



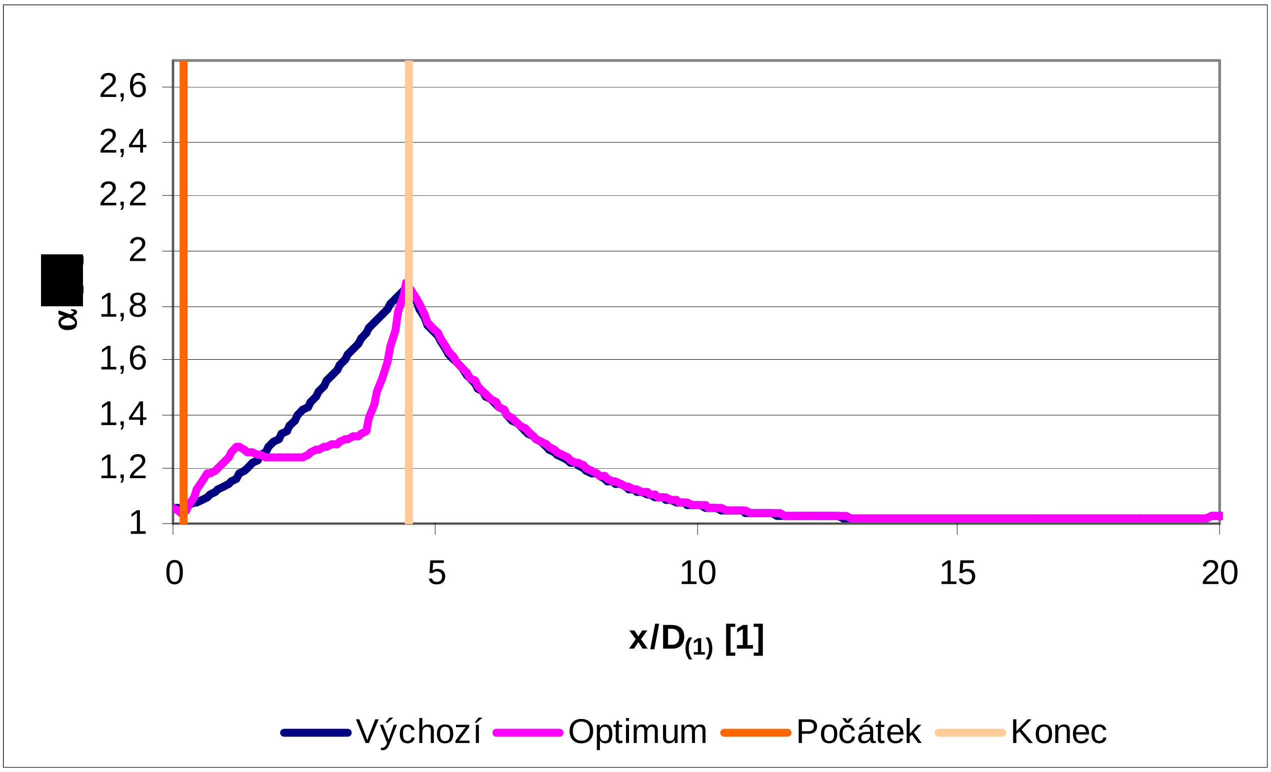
Graf.11 *Průběh Cp pro 8° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



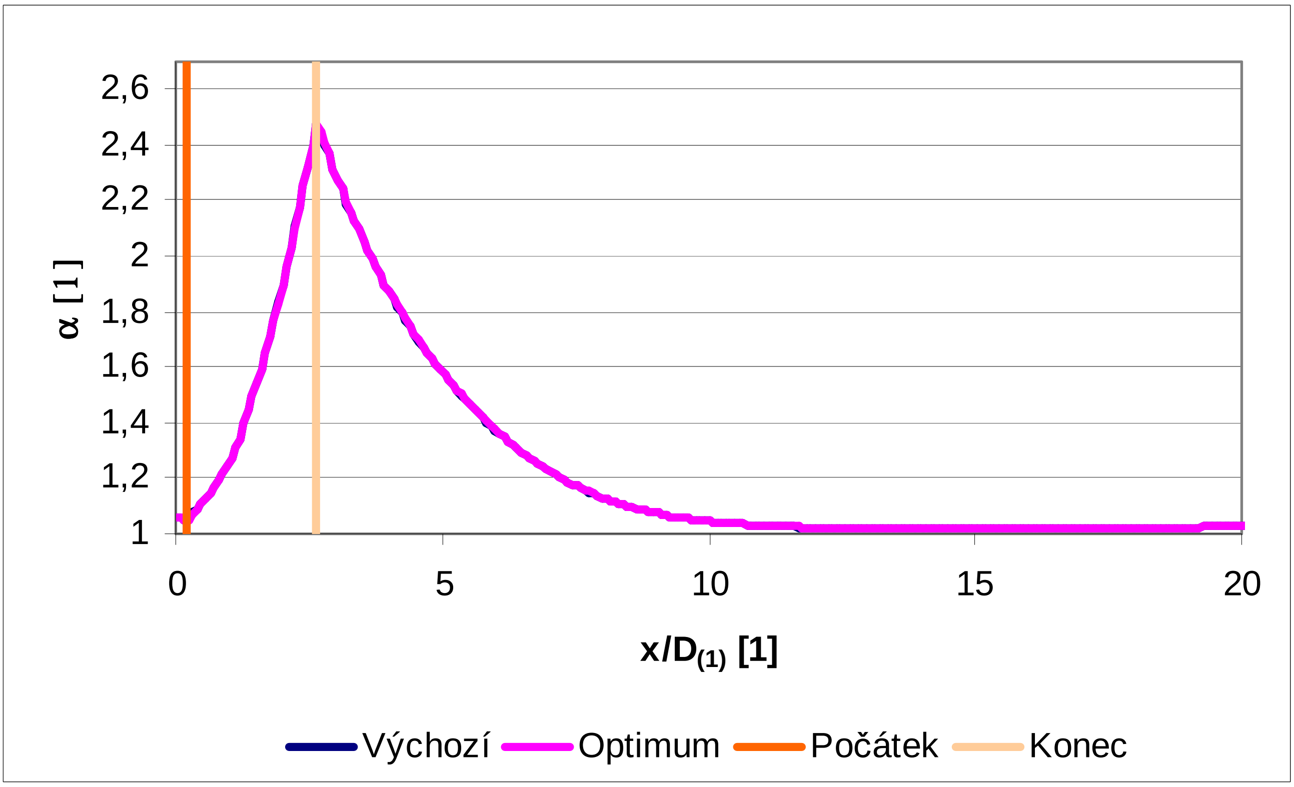
Graf.12 *Průběh Cp pro 14° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



Graf.13 *Průběh Coriolisova čísla pro 4° otevření*



Graf.14 *Průběh Coriolisova čísla pro 8° otevření*



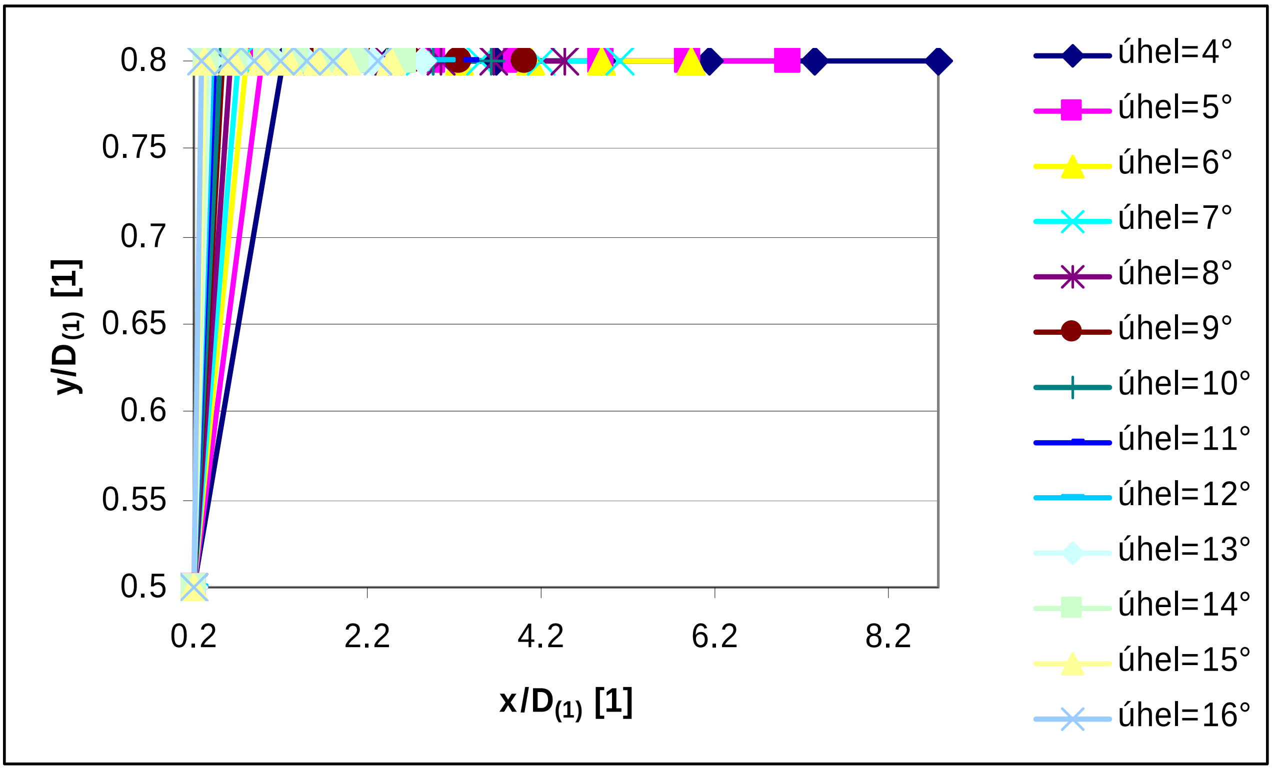
Graf.15 *Průběh Coriolisova čísla pro 14° otevření*

12.6 ZMĚNA PRŮŘEZU, 12 PARAMETRŮ, PO ČÁSTECH LINEÁRNÍ, JINÝ VÝCHOZÍ BOD

V tomto případě opět optimalizujeme po částech lineární difuzor, který má naprosto stejné parametry, výpočetní síť, nastavení fluentu a kriteriální funkci jako v kap.12.5. Rozdílný je ovšem výchozí bod ze kterého začínáme optimalizovat. Jelikož je BFGS algoritmus lokálně konvergentní, bude nám tato úloha ilustrovat jak se mohou výsledky lišit za použití jiného výchozího bodu.

12.6.1 Výchozí body pro optimalizaci

V Graf.3 jsou znázorněny výchozí body pro jednotlivé úhly otevření. V tomto případě bylo výchozím bodem náhlé otevření. Je nutné poznamenat, že jednotlivé body ze kterých je poskládána površka difuzoru byly rozpočítány po délce difuzoru tak, aby vzdálenost mezi nimi byla konstantní. To má za následek, že jednotlivé parametry výchozích geometrií jako ztráty, účinnost či průběh Cp se mohou lišit. V pravém slova smyslu se nejedná o náhlé otevření, ale o difuzor s velmi velkým úhlem otevření.



Graf.16 *Výchozí body pro optimalizační algoritmus*

12.6.2 Zhodnocení výsledků

Na Graf.17-Graf.19 jsou vyobrazeny optimální tvary poršek pro různé úhly otevření. Pro úhly 4°, 5° a 6° optimalizační algoritmus nachází ještě přijatelné tvary, pro větší úhly otevření ale naprosto selhává.

V Tab.5 jsou uvedeny změny ztrátového součinitele oproti výchozí geometrii (v tabulce označeno „Výchozí 1“). Ačkoli nám s rostoucím úhlem otevření vzrůstá i relativní změna ztrátového součinitele a pro maximální úhel otevření dosahuje skoro 50%, je potřeba mít neustále na paměti, že výchozí geometrií bylo v tomto případě náhlé otevření, které je z hlediska hydraulických ztrát maximálně nepříznivé. Porovnáme-li optimální tvary s přímým difuzorem, což byl výchozí bod pro optimalizaci v kap.12.5, (v tabulce označeno „Výchozí 2“), je vidět, že pouze pro úhly 4°, 5° a 6° otevření jsme dosáhly zlepšení. Ve všech ostatních případech jsou výsledky horší než u přímého difuzoru.

Úhel otevření δ [°]	Výchozí 1 ξ [1]	Výchozí 2 ξ [1]	Optimum ξ [1]	Zlepšení/Zhoršení 1 Ztrátového součinitele [%]	Zlepšení/Zhoršení 2 Ztrátového součinitele [%]
4	1.166	0.8289	0.789	32.329	4.810
5	1.235	0.7987	0.743	39.826	6.982
6	1.337	0.7970	0.747	44.108	6.211
7	1.435	0.8054	0.847	40.966	-5.163
8	1.565	0.8099	0.887	43.294	-9.576
9	1.670	0.8213	0.915	45.218	-11.382
10	1.815	0.8408	0.958	47.209	-13.973
11	1.943	0.8513	0.972	49.953	-14.209
12	2.072	0.8619	1.006	51.481	-16.669
13	2.237	0.8717	0.951	57.493	-9.062
14	2.292	0.8807	1.069	53.342	-21.430
15	2.569	0.9009	1.126	56.174	-24.985
16	2.634	0.9105	1.151	56.287	-26.462

Tab.5 *Relativní změna ztrátového součinitele v důsledku tvarové optimalizace difuzoru*

Úhel otevření δ [°]	Vychozí 1 $\eta_{(d)}$ [1]	Vychozí 2 $\eta_{(d)}$ [1]	Optimum $\eta_{(d)}$ [1]	Změna účinosti oproti výchozí geometrii 1 [%]	Změna účinosti oproti výchozí geometrii 2 [%]
4	0.518	0.578	0.585	12.862	1.188
5	0.501	0.579	0.589	17.368	1.709
6	0.481	0.576	0.585	21.694	1.513
7	0.462	0.574	0.566	22.456	-1.293
8	0.437	0.571	0.557	27.400	-2.412
9	0.417	0.567	0.550	32.001	-2.924
10	0.392	0.564	0.543	38.664	-3.690
11	0.368	0.561	0.539	46.596	-3.823
12	0.344	0.558	0.532	54.789	-4.557
13	0.314	0.555	0.541	72.310	-2.515
14	0.304	0.553	0.519	71.136	-6.041
15	0.256	0.551	0.511	99.575	-7.233
16	0.244	0.548	0.506	107.363	-7.762

Tab.6 *Relativní změna účinnosti v důsledku tvarové optimalizace difuzoru*

V Tab.6 jsou porovnány účinnosti difuzorů pro jednotlivé úhly otevření. Náhlé otevření je označeno jako „Výchozí 1“ a normální přímý difuzor, který sloužil jako výchozí bod v předchozí kapitole, je označen jako „Výchozí 2“. Porovnáme-li výsledky s náhlým otevřením, dostáváme zlepšení až 107% (u 16° difuzoru). Toto velmi vysoké navýšení účinnosti je způsobeno mimořádně nepříznivými proudovými podmínkami, které panují u náhlého otevření. V porovnání s přímým difuzorem již dostáváme zlepšení pouze u otevření 4°, 5° a 6°. Navíc úhel 5° má celkovou účinnost lepší, než jakou jsme obdrželi v kap.12.5. Poměrné změny veličin jsou určovány na základě vztahů z kap.26.4.

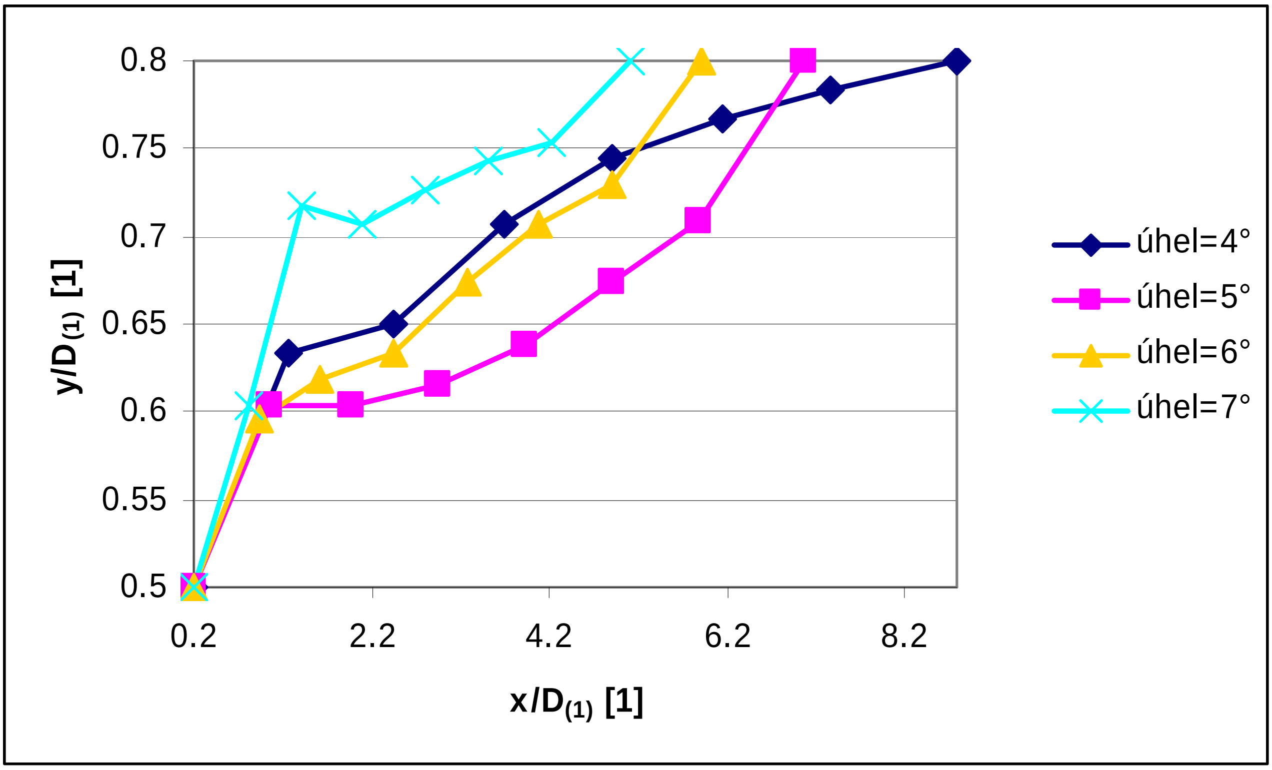
Protože smysluplné výsledky byly z tohoto výchozího bodu obdrženy pouze pro úhly otevření 4°, 5° a 6°, budou zde uvedeny výsledky pouze pro tyto úhly otevření. Grafy pro všechny úhly otevření jsou uvedeny v kap.27.2.

Na Graf.20 - Graf.22 jsou ukázány průběhy třecího součinitele (viz.kap.24.3). Je zde patrný pokles třecího součinitele, především ve vstupní části difuzoru a opět je zde charakteristický „pilovitý“ průběh třecího součinitele způsobeného po částech lineární parametrizací. Pokles hodnoty třecího součinitele u výchozí geometrie kolem bodu $x/D_{(1)} \approx 2$, který se vyskytuje u všech výchozích bodů, odpovídá stagnačnímu bodu (bod ve kterém se obrací směr proudění na proudnici).

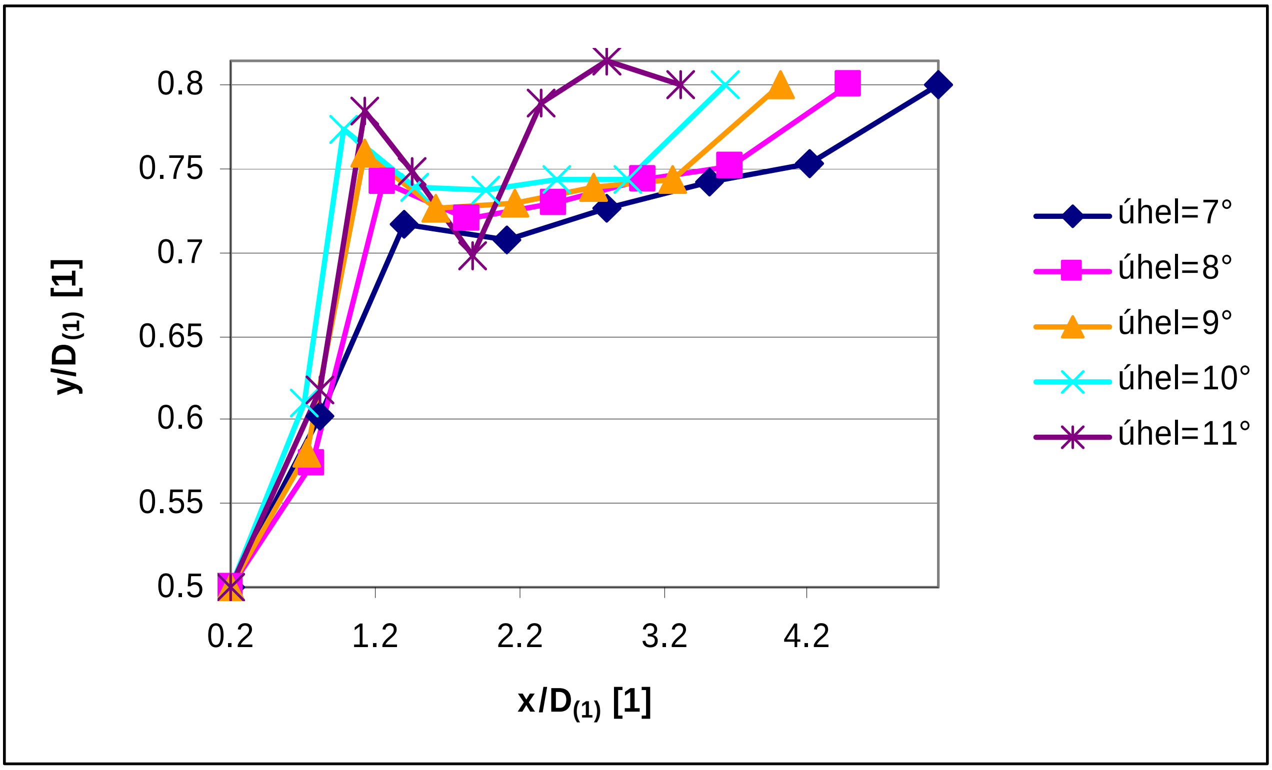
Na Graf.23 - Graf.25 jsou ukázány průběhy tlakového koeficientu Cp (viz.kap.24.2). U otevření 5° difuzoru má výchozí geometrie (náhlé otevření) lepší hodnoty Cp než optimalizovaná geometrie. Pro úhly 4° a 6°otevření nejsou rozdíly nikterak výrazné. Nicméně je zajímavé, že v kap.12.5 měly optimalizované tvary zpočátku vyšší hodnoty Cp a ty pak klesly pod hodnoty výchozí geometrie. V tomto případě je tomu naopak. Zpočátku máme u optimalizované geometrie nižší hodnoty Cp a dále v difuzoru pak dostáváme vyšší hodnoty než u výchozí geometrie. Jedna z možných příčin bude, že náhlé rozšíření zpočátku rychle přeměňuje kinetickou energii proudu na tlakovou za účasti velkých hydraulických ztrát (viz Tab.5), což se později projeví poklesem hodnot Cp pod úroveň optimalizované geometrie. Toto má sice za následek zpočátku vyšší hodnoty Cp u výchozí geometrie, ale celkovou nižší účinnost difuzoru (viz. Tab.6).

Na Graf.26 - Graf.28 jsou vyobrazeny průběhy Coriolisova čísla (viz.kap.24.1) pro difuzor a část odpadního potrubí. V grafu jsou svislými čarami naznačeny počátky a konce rozšíření.

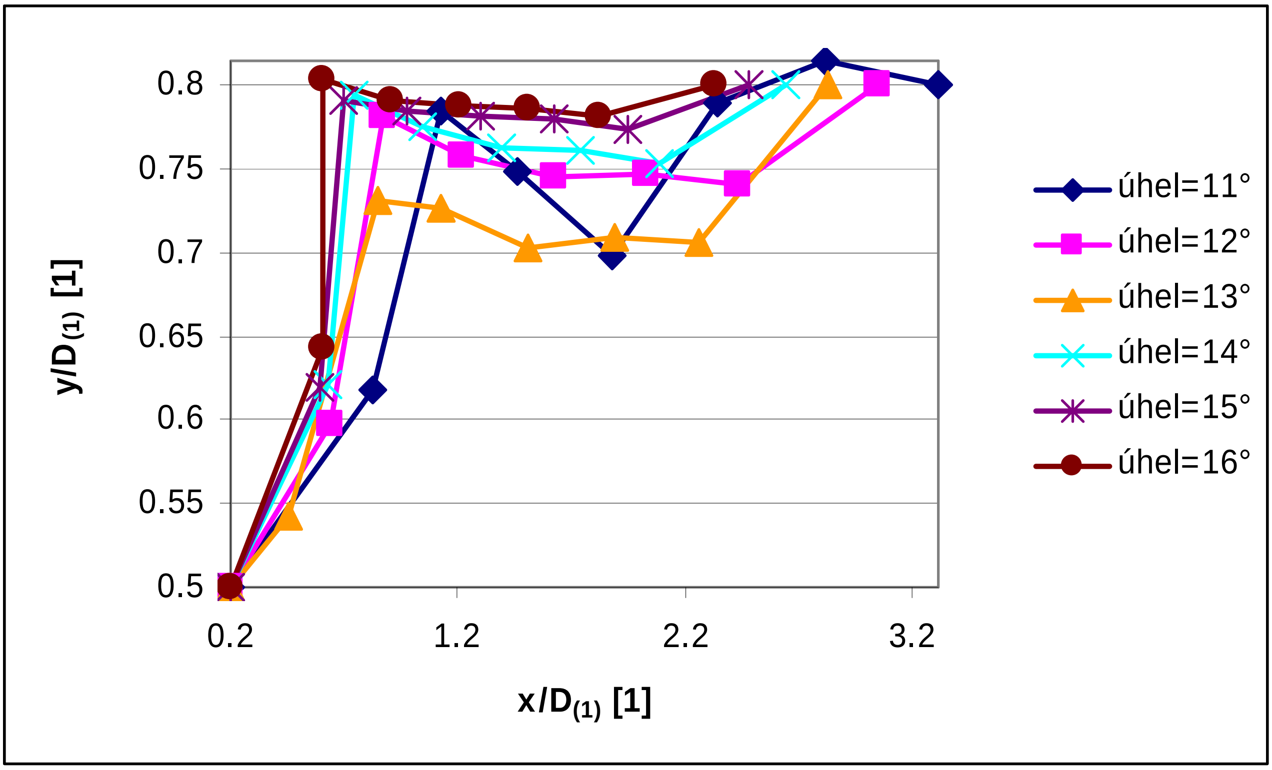
Opět se ukazuje, že snížení celkového ztrátového součinitele se promítne i do snížení hodnot Coriolisova čísla. Především dochází k poklesu extrémních hodnot v samotném difuzoru.



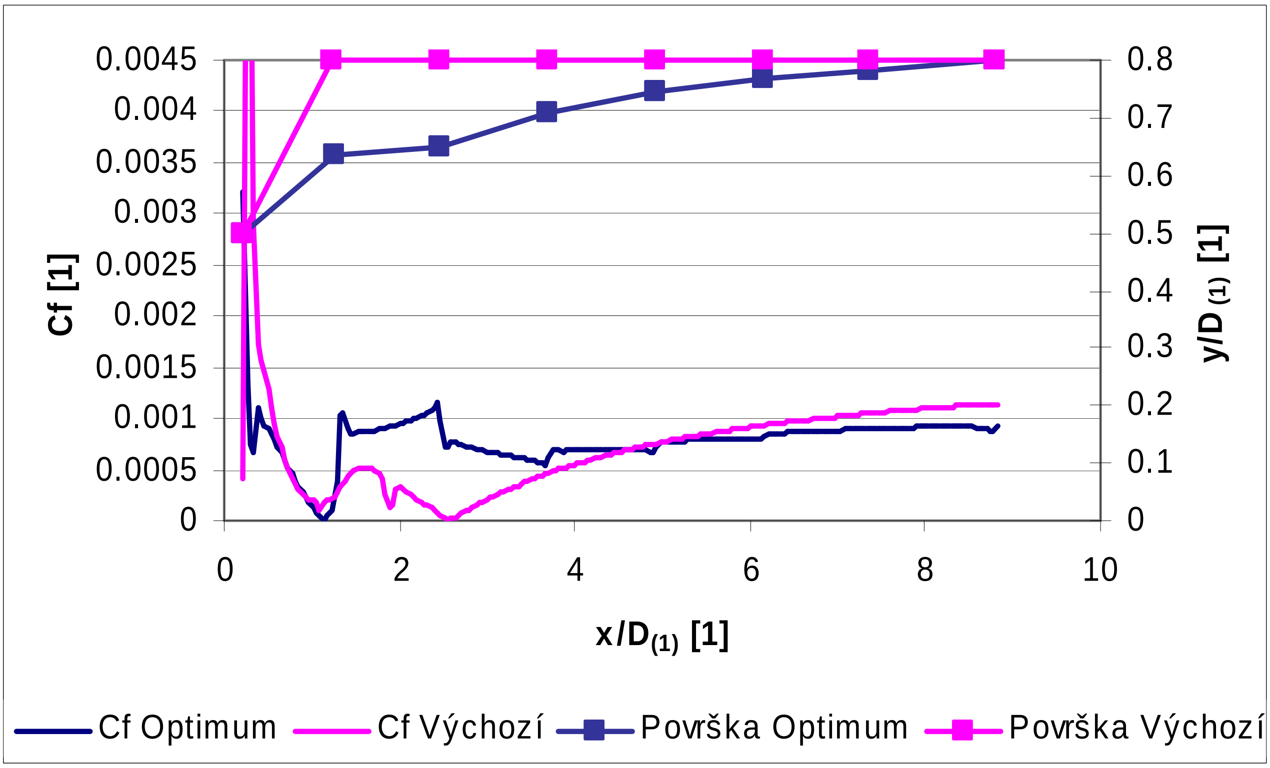
Graf.17 *Optimalizované tvary difuzoru pro otevření 4°-7°*



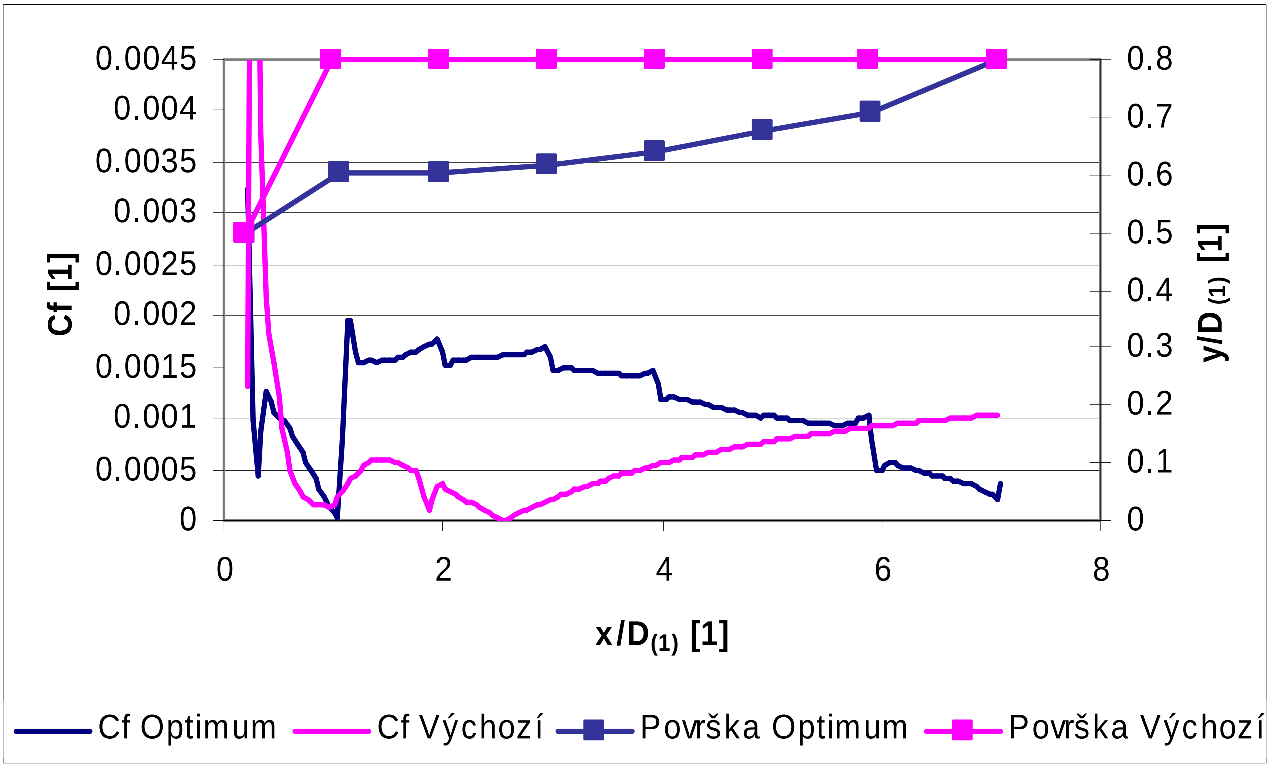
Graf.18 *Optimalizované tvary difuzoru pro otevření 7°-11°*



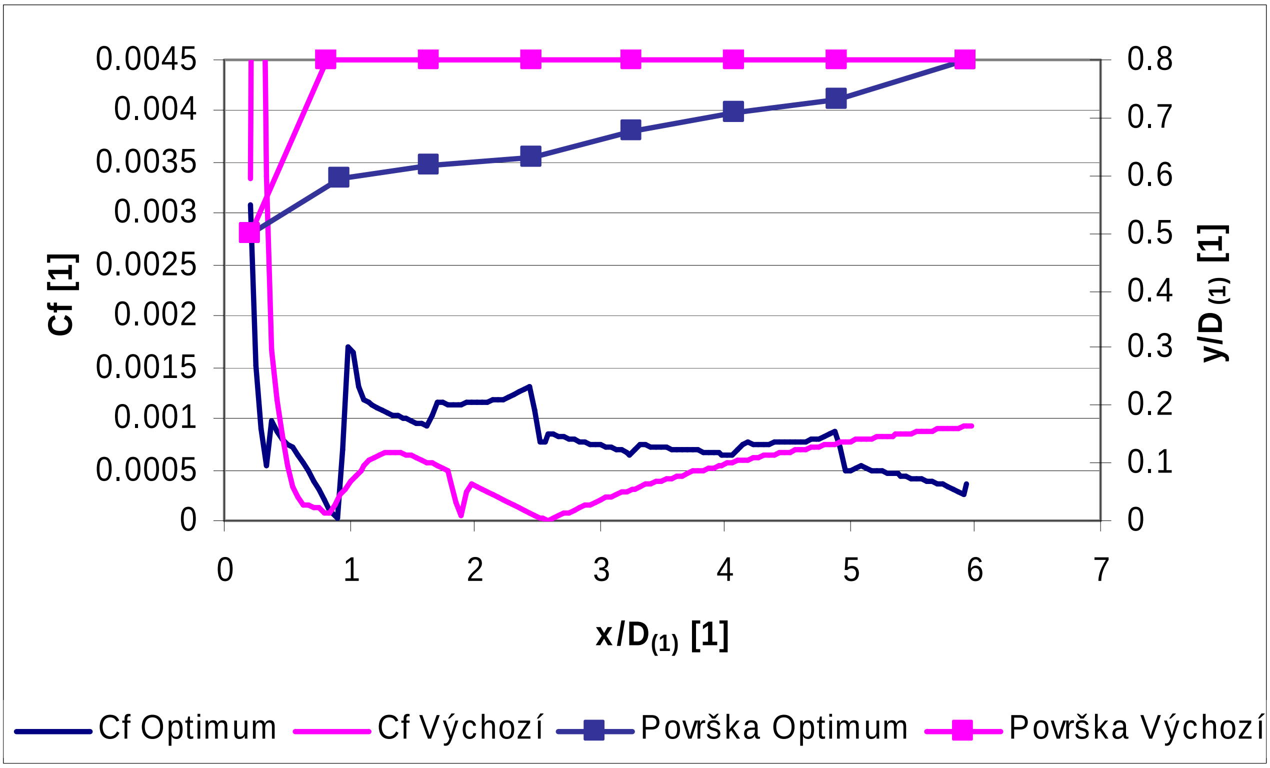
Graf.19 *Optimalizované tvary difuzoru pro otevření 11°-16°*



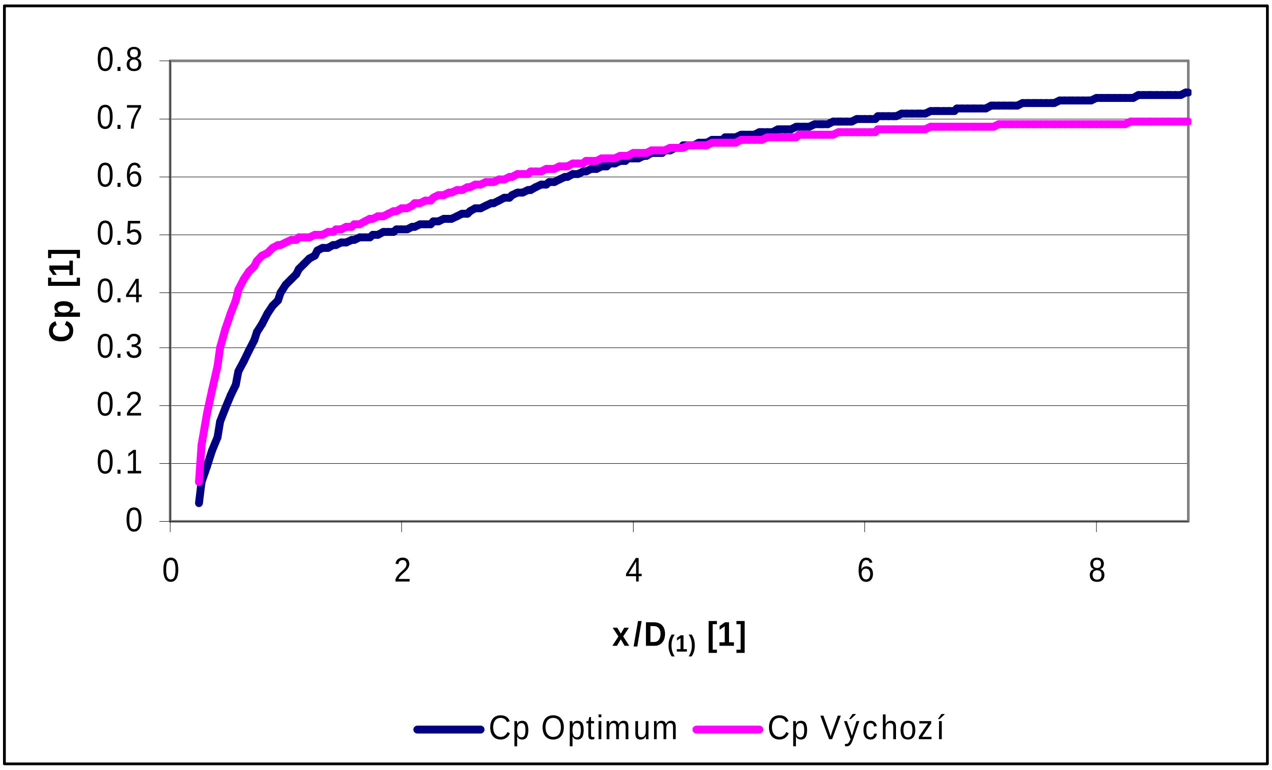
Graf.20 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 4°*



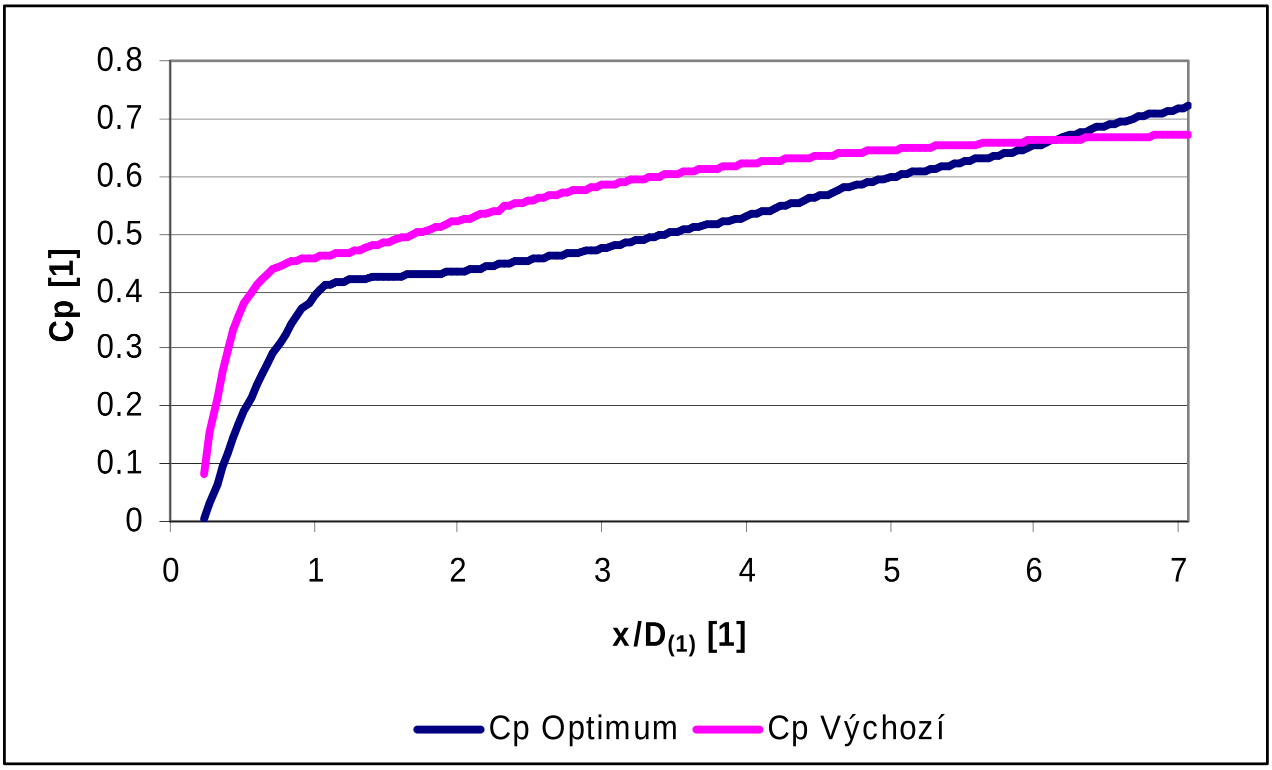
Graf.21 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 5°*



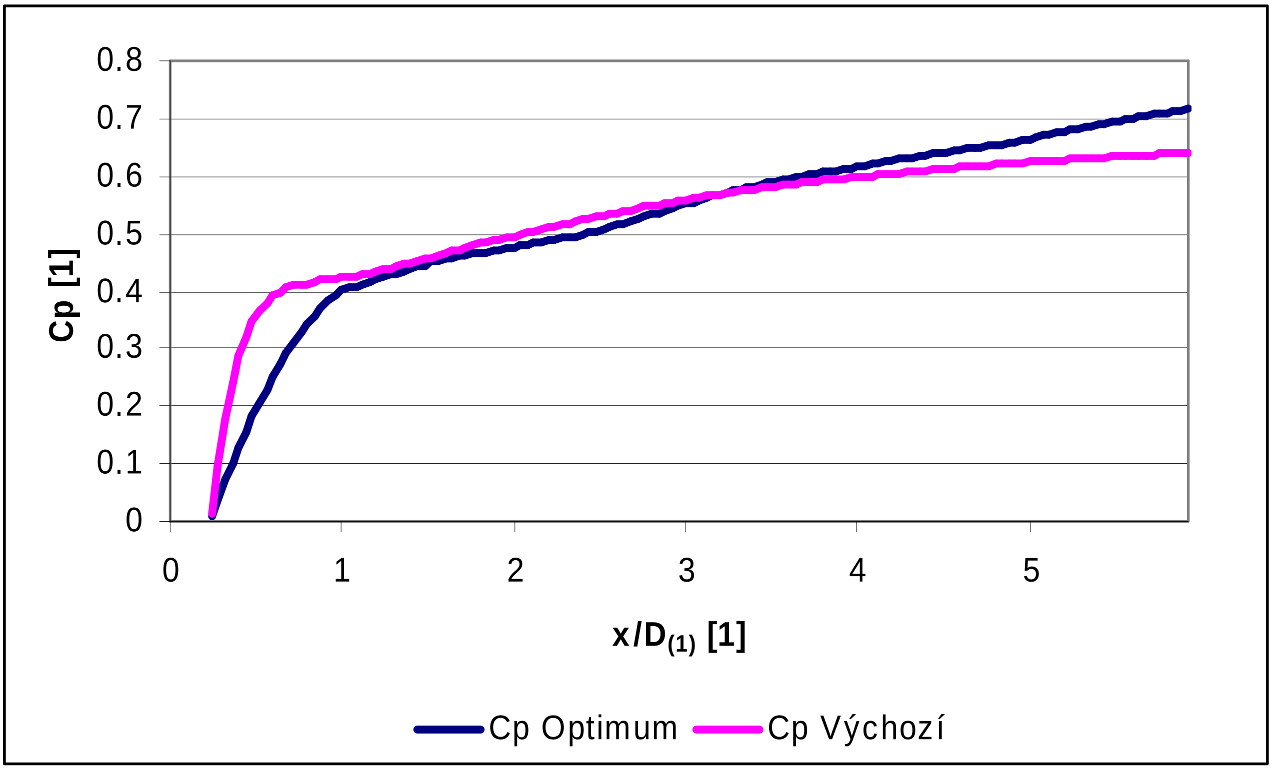
Graf.22 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 6°*



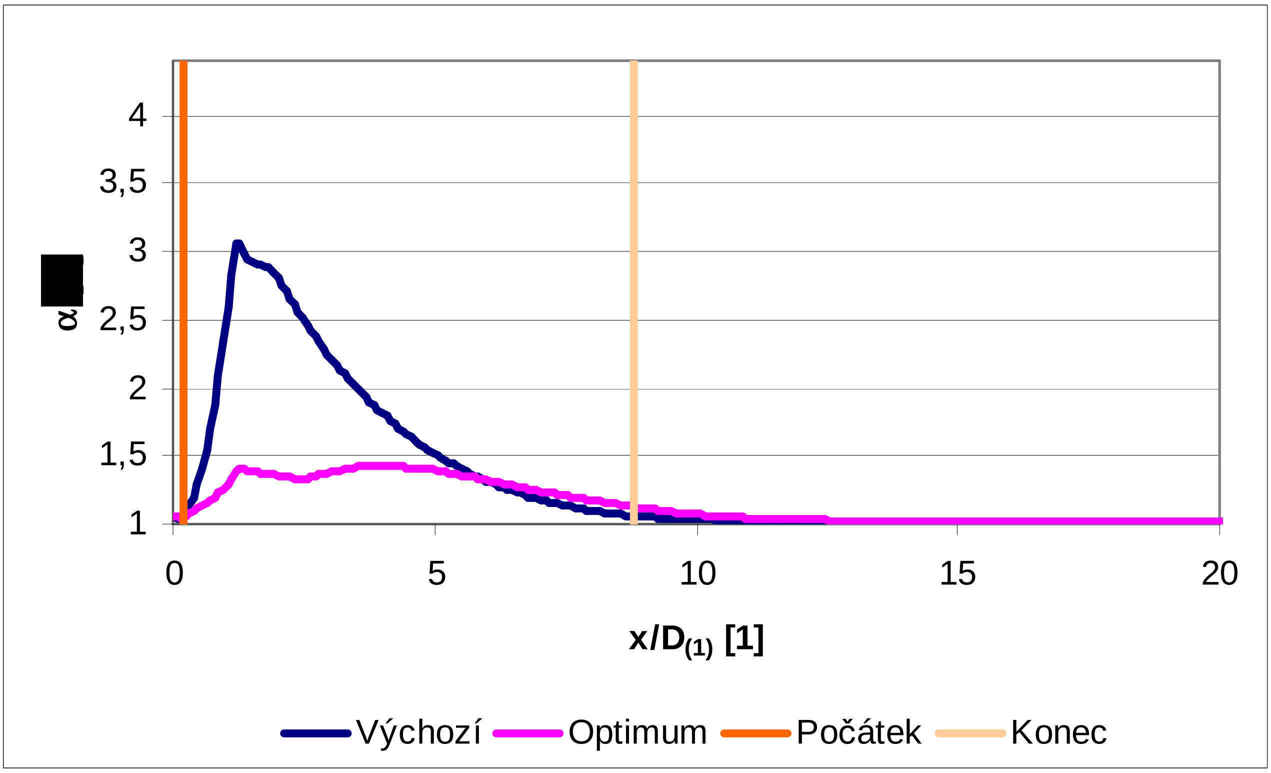
Graf.23 *Průběh Cp pro 4° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



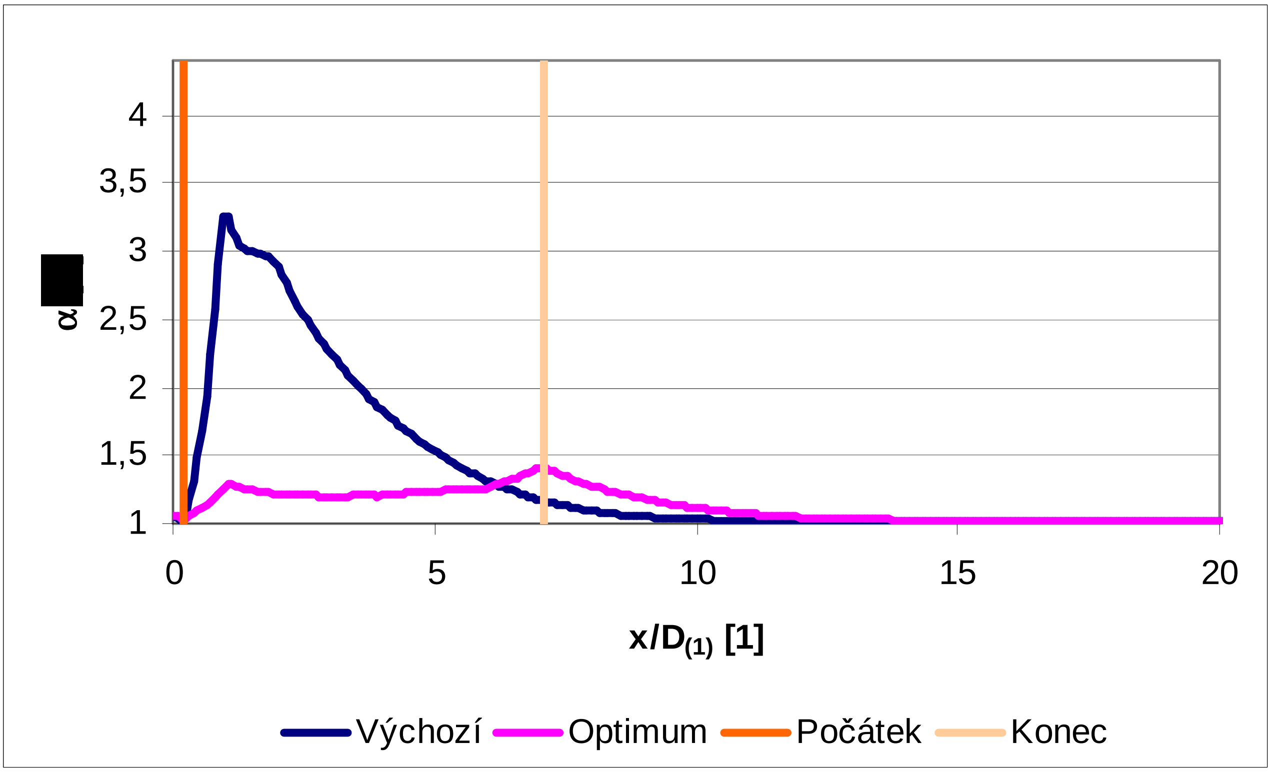
Graf.24 *Průběh Cp pro 5° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



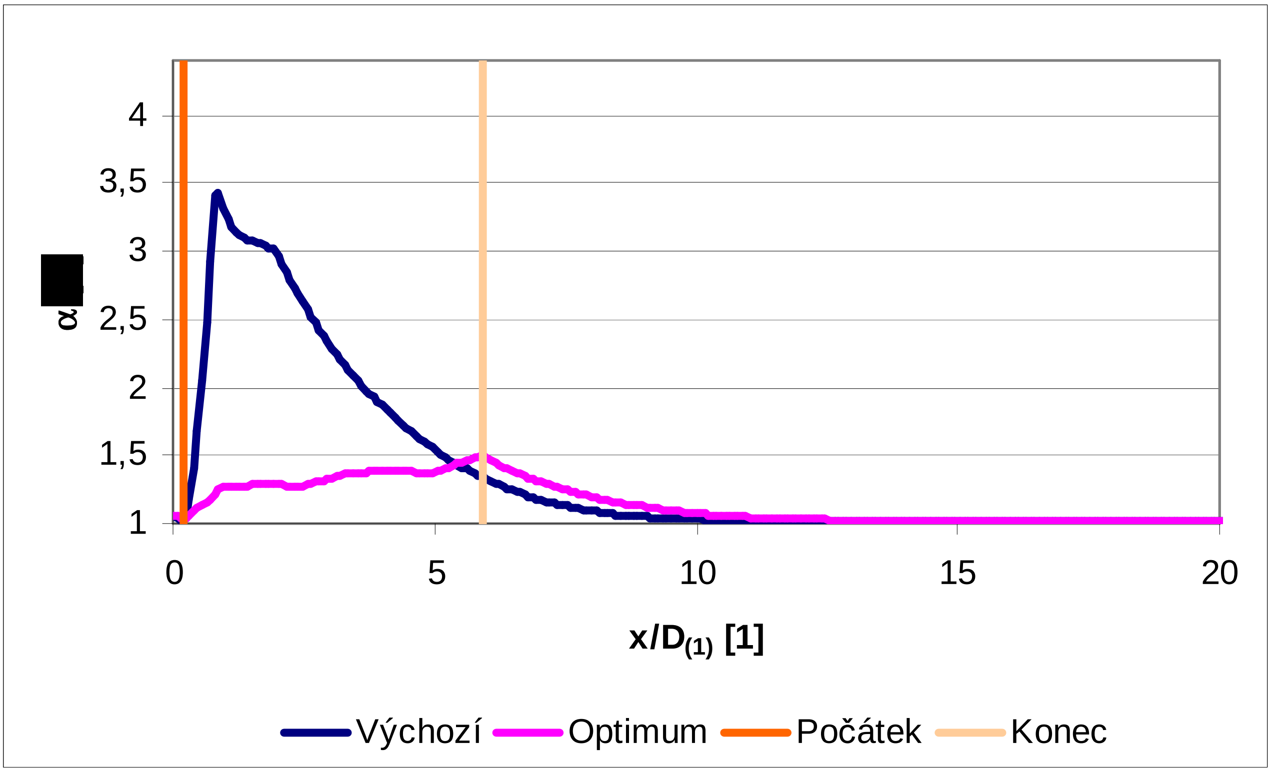
Graf.25 *Průběh Cp pro 6° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



Graf.26 *Průběh Coriolisova čísla pro 4° otevření*



Graf.27 *Průběh Coriolisova čísla pro 5° otevření*



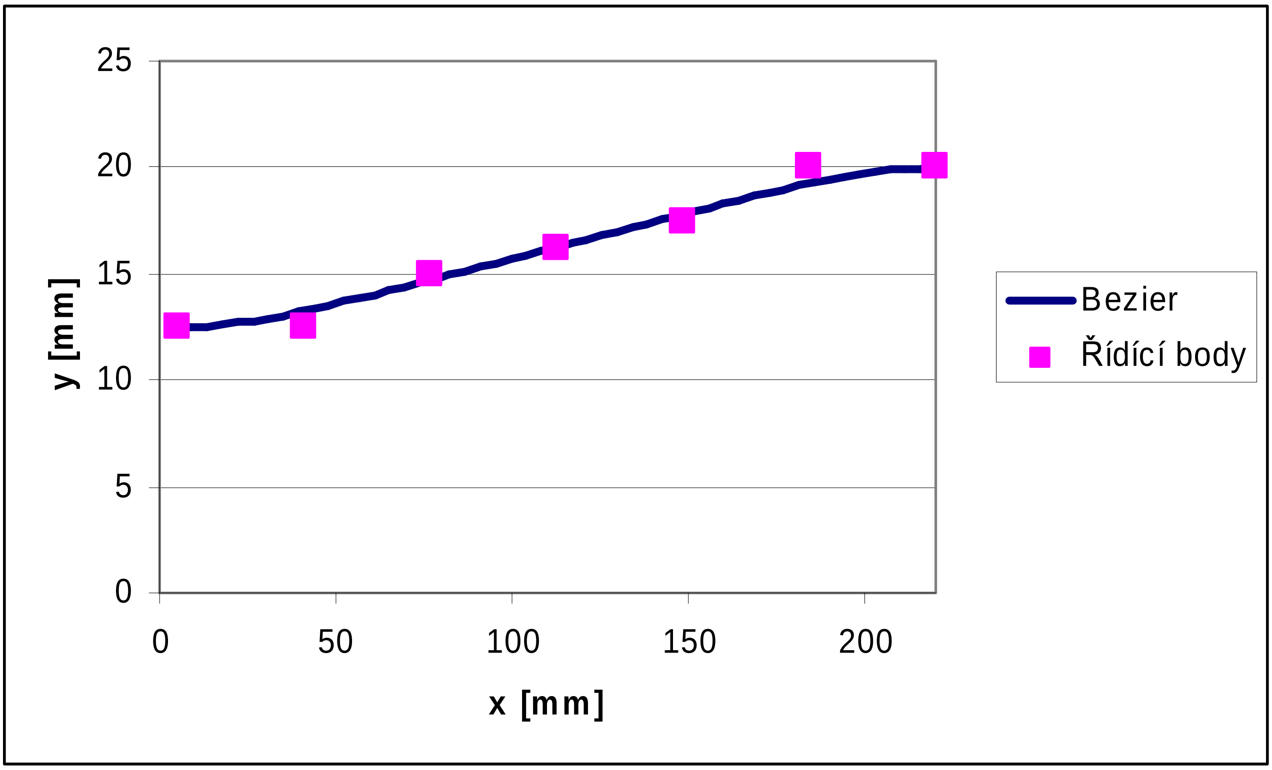
Graf.28 *Průběh Coriolisova čísla pro 6° otevření*

12.7 ZMĚNA PRŮŘEZU, BÉZIEROVA KŘIVKA

V tomto případě je površka difuzoru parametrizována pomocí Bézierovy křivky. Opět byly zjišťovány optimální tvary difuzoru pro úhly otevření 4°-16°.

12.7.1 Parametrický popis geometrie

Površka difuzoru byla popsána pomocí Bézierovy křivky (viz.kap.10.1). Bézierova křivka měla celkem 7 řídích bodů a 8 měněných parametrů. U druhého a předposledního řídícího bodu byla měněna pouze x-ová souřadnice, tedy souřadnice ve směru osy potrubí. Hraniční body křivky byly neměnné. Úhel otevření difuzoru je tvořen prostřednictvím délky difuzoru. Vstupní a výstupní průměr potrubí tedy zůstává stejný pro všechny úhly otevření.

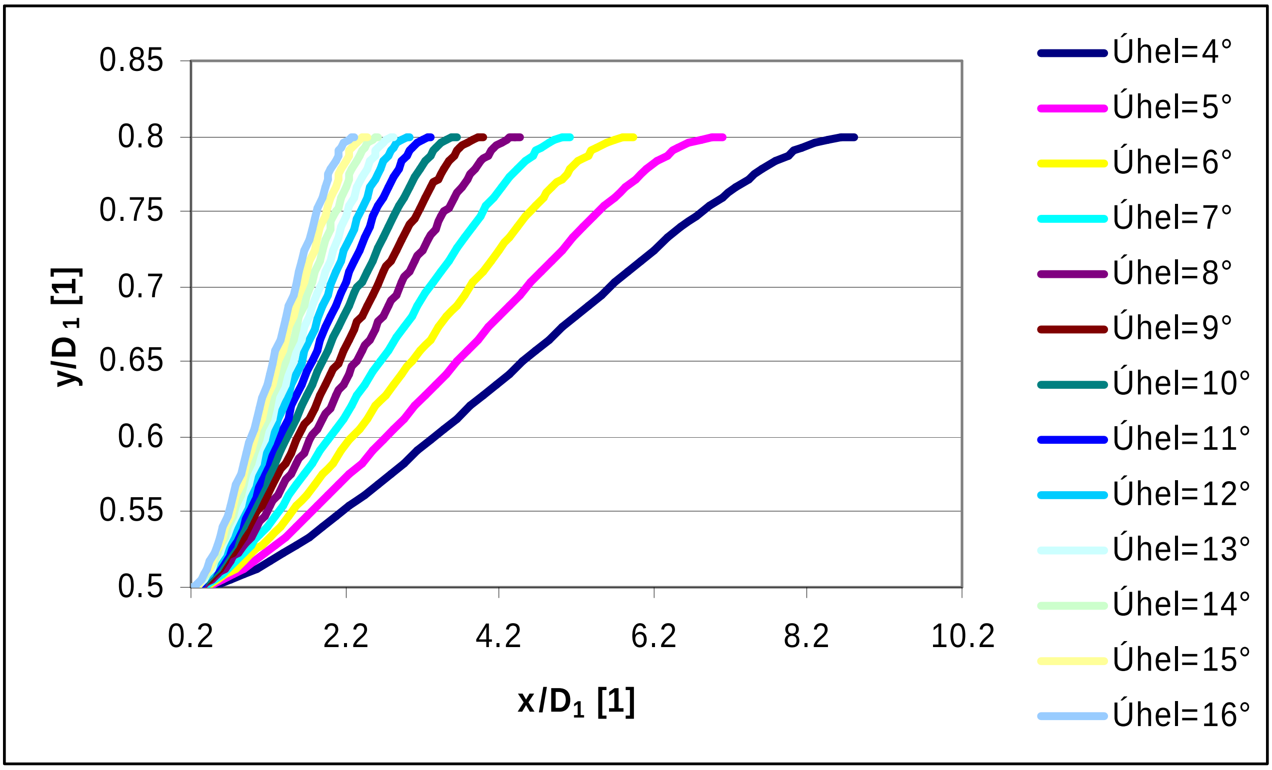


Graf.29 *Parametrizace difuzoru Bézierovou křivkou*

Površka difuzoru je vytvořena proložením bodů Bézierovy křivky a dvou extra bodů Spline křivkou. Tyto extra body se nachází na konci přívodního a počátku odpadního potrubí. Vzniknou tak, že první a poslední bod Bézierovy křivky je zkopírován a posunut o 5 mm ve směru osy potrubí. Důvod proč je vhodné vytvořit površku difuzoru i ze dvou bodů navíc je vysvětlena v kap.10.3.

12.7.2 Nastavení optimalizačního algorytmu

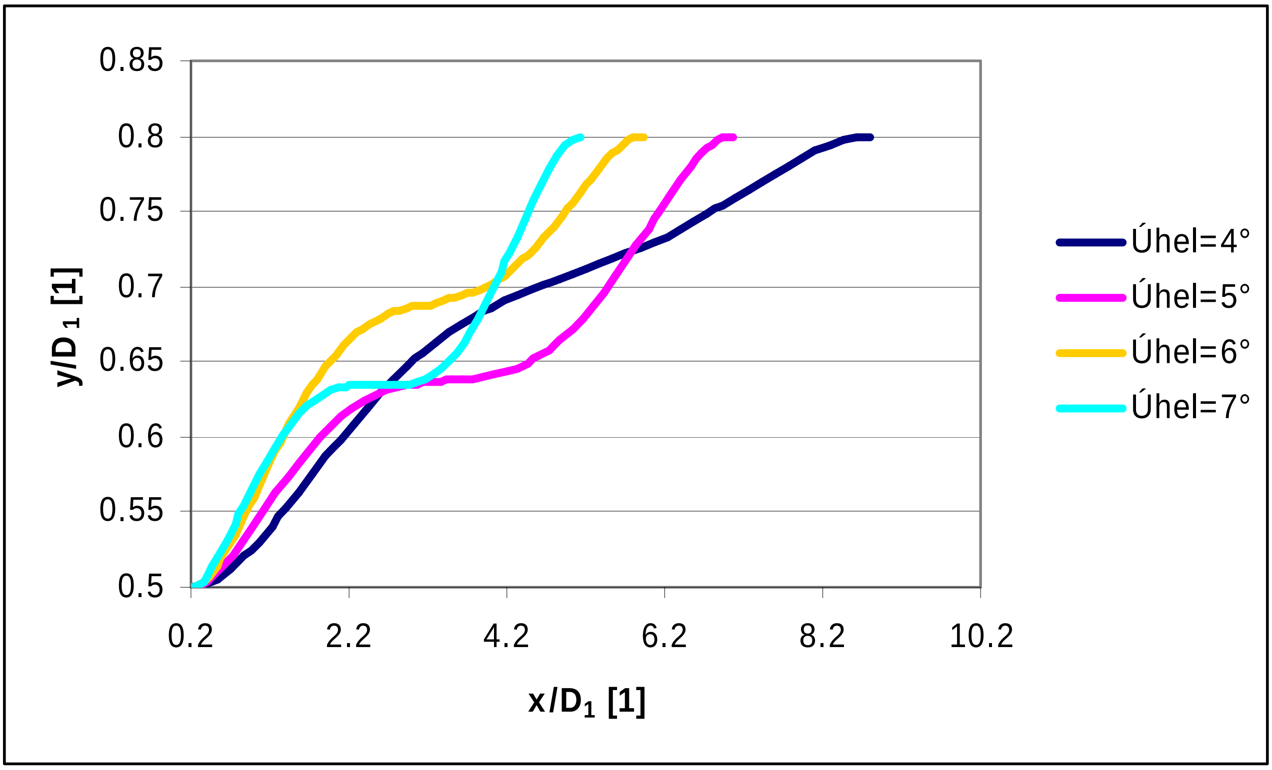
Jako optimalizační algoritmus byl použit BFGS (viz.kap.9.1). Výchozí tvary pro jednotlivé úhly otevření jsou naznačeny v Graf.30. Kriteriální funkce je popsaná v kap.12.4.



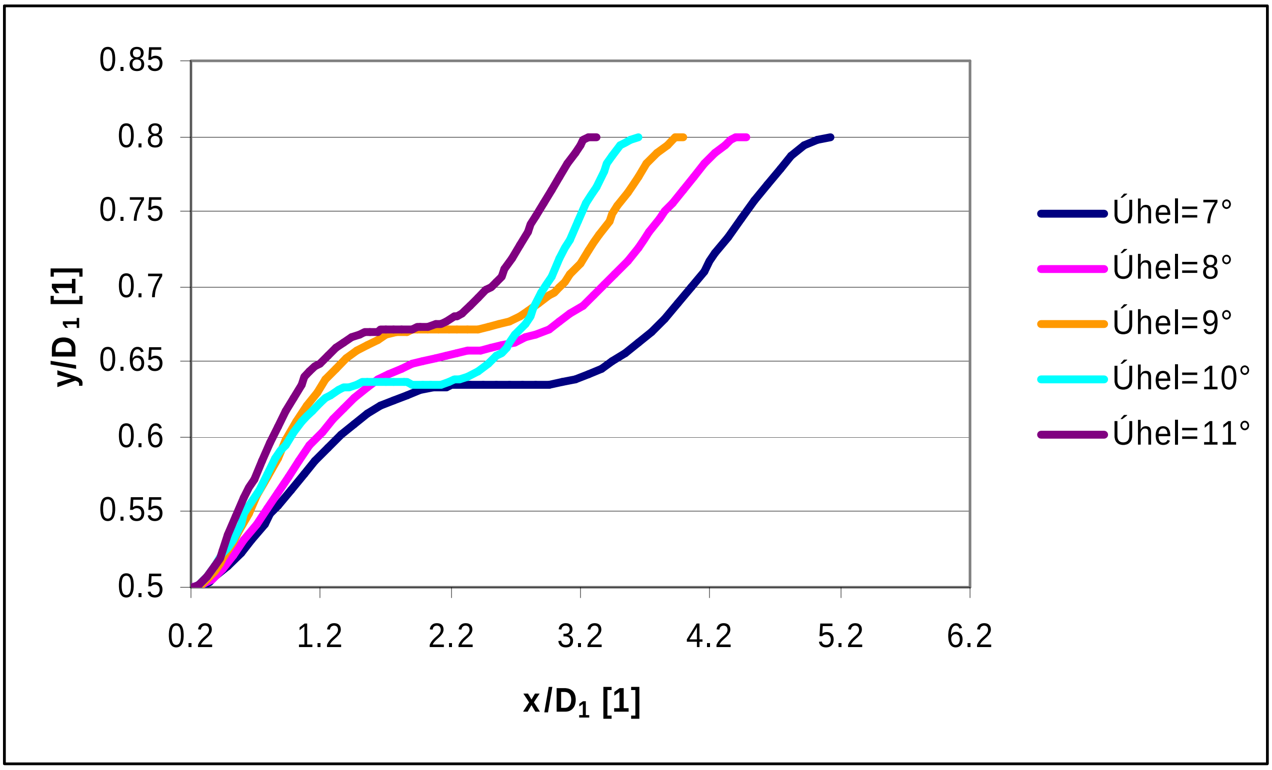
Graf.30 *Výchozí tvary pro optimalizaci difuzoru*

12.7.3 Zhodnocení výsledků

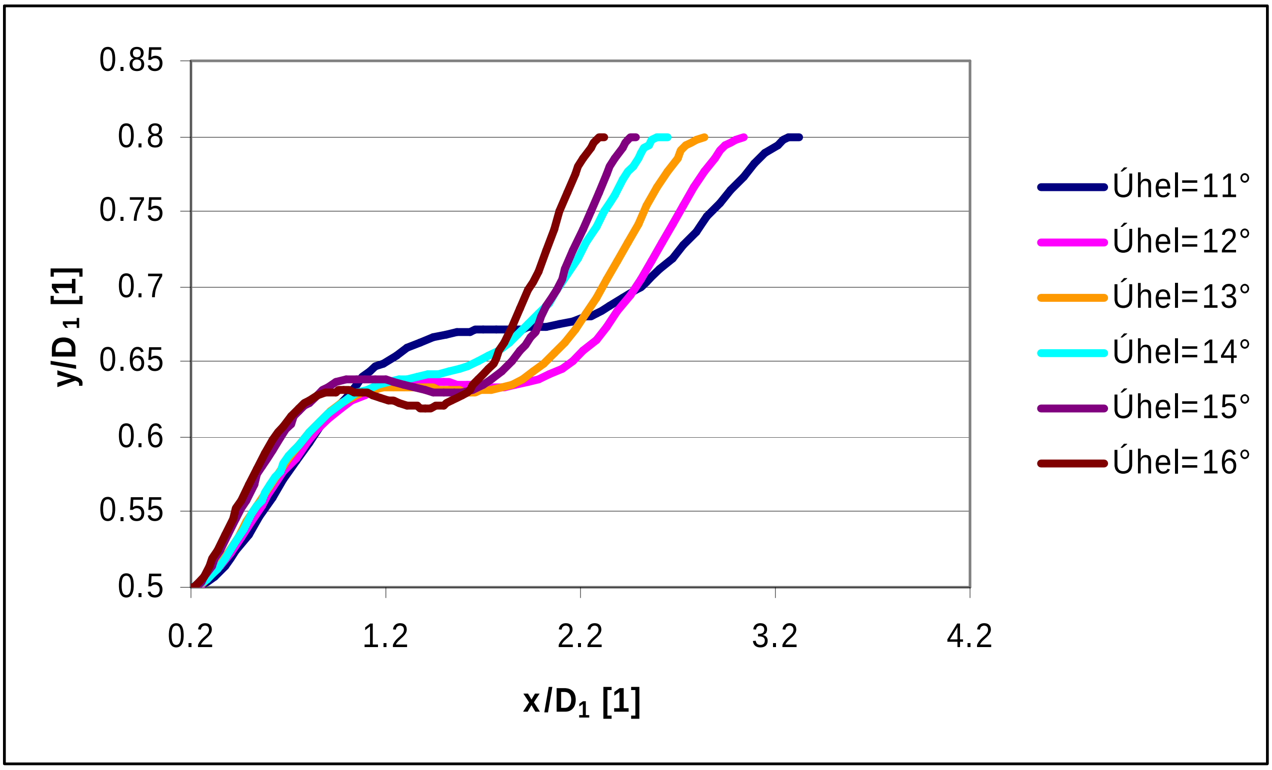
Na Graf.31 - Graf.33 jsou ukázány tvary optim, která byla nalezena pro jednotlivé úhly otevření. Je zajímavé, že pro úhly 15° a 16° otevření, dochází po prvotním rozšíření průtočné plochy k jejímu opětovnému zúžení.



Graf.31 *Nalezená optima pro úhly otevření 4°-7°*



Graf.32 *Nalezená optima pro úhly otevření 7°-11°*



Graf.33 *Nalezená optima pro úhly otevření 11°-16°*

V Tab.7 jsou uvedeny hodnoty ztrátového součinitele pro výchozí a optimální nalezenou geometrii a poměrná změna ztrátového součinitele. Jako „Výchozí 1“ je označena výchozí geometrie jejíž površka je popsána pomocí Bézierových křivek. Jako „Výchozí 2“ jsou označeny přímé difuzory daného otevření. Tyto hodnoty byly převzaty z kap.12.5, kde byl přímý difuzor výchozím bodem pro optimalizaci.

Úhel otevření δ [°]	Výchozí 1 ξ [1]	Výchozí 2 ξ [1]	Optimum ξ [1]	Zlepšení/Zhoršení 1 Ztrátové součinitele [%]	Zlepšení/Zhoršení 2 Ztrátové součinitele [%]
4	2.693	2.6275	2.624	2.540	0.122
5	2.689	2.6245	2.605	3.097	0.731
6	2.699	2.6371	2.630	2.536	0.265
7	2.711	2.6523	2.626	3.126	0.978
8	2.729	2.6704	2.651	2.884	0.740
9	2.745	2.6920	2.669	2.753	0.854
10	2.758	2.7091	2.676	2.974	1.232
11	2.775	2.7264	2.707	2.439	0.697
12	2.787	2.7428	2.713	2.680	1.093
13	2.797	2.7572	2.729	2.439	1.014
14	2.807	2.7703	2.751	2.024	0.714
15	2.817	2.7831	2.760	1.996	0.818
16	2.825	2.7960	2.782	1.509	0.488

Tab.7 *Relativní změna ztrátového součinitele v důsledku tvarové optimalizace difuzoru*

Úhel otevření	Optimum Bézier		Optimum po částech lineární		Rozdíl ξ	Rozdíl $\eta_{(d)}$
δ	ξ	$\eta_{(d)}$	ξ	$\eta_{(d)}$	Bézier-po částech lineární	Bézier-po částech lineární
[°]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
4	2,624	0,579	2,565	0,589	0,059	-0,010
5	2,605	0,582	2,568	0,589	0,037	-0,007
6	2,630	0,578	2,587	0,585	0,044	-0,008
7	2,626	0,578	2,604	0,582	0,022	-0,004
8	2,651	0,574	2,625	0,578	0,026	-0,004
9	2,669	0,571	2,654	0,573	0,015	-0,002
10	2,676	0,570	2,679	0,569	-0,003	0,001
11	2,707	0,564	2,720	0,562	-0,013	0,002
12	2,713	0,563	2,739	0,558	-0,026	0,005
13	2,729	0,560	2,755	0,555	-0,026	0,005
14	2,751	0,556	2,768	0,553	-0,018	0,004
15	2,760	0,555	2,780	0,551	-0,020	0,004
16	2,782	0,551	2,792	0,549	-0,010	0,002

Tab.8 *Porovnání optimálních hodnot ztrátových součinitelů a účinnosti, pro různé parametrizace*

V Tab.8 jsou porovnány optimální hodnoty ztrátových součinitelů a účinnosti pro různé typy parametrizace površek. Jako „optimum Bézier" jsou označeny difuzory jejichž površka je tvořena Bézierovou křivkou. „Optimum po částech lineární" jsou difuzory jejichž površka je tvořena úsečkami. Jelikož po částech lineární difuzor byl vypočten pro dva výchozí body, tak jsou v tabulce vybrána ta optima jejichž hodnota byla ze dvou výpočtů nejnižší.

Je zajímavé, že pro úhly 4°-9° je vhodnější parametrizace úsečkami. Pokud se blíže podíváme na výsledky kap.12.5 a 12.6, tak pro malé úhly otevření (4°-6°) je površka v optimálním bodě zvlněna, přesto tyto geometrie mají nižší hodnotu ztrátového součinitele, než když máme površku hladkou (tvořenou Bézierovou křivkou).

Pro úhly 10°-16° je naopak vhodnější površku difuzoru modelovat jako Bézierovu křivku. Když jsme měli površku modelovanou jako po částech lineární, tak pro tyto velké úhly otevření jsme obdrželi velmi malou, nebo téměř nulovou změnu geometrie (kap.12.5) a nebo naprosto nesmyslné výsledky (kap.12.6). Možné vysvětlení proč je vhodnější pomocí Bézierovy křivky modelovat difuzory velkých úhlů otevření, se nachází v kap.13.

Úhel otevření δ [°]	Vychozí 1 $\eta_{(d)}$ [1]	Vychozí 2 $\eta_{(d)}$ [1]	Optimum $\eta_{(d)}$ [1]	Změna účinosti oproti výchozí geometrii 1 [%]	Změna účinosti oproti výchozí geometrii 2 [%]
4	0.567	0.578	0.579	2.130	0.094
5	0.567	0.579	0.582	2.591	0.582
6	0.566	0.576	0.578	2.133	0.219
7	0.563	0.574	0.578	2.651	0.805
8	0.560	0.571	0.574	2.497	0.622
9	0.557	0.567	0.571	2.397	0.725
10	0.555	0.564	0.570	2.613	1.038
11	0.552	0.561	0.564	2.157	0.599
12	0.550	0.558	0.563	2.395	0.948
13	0.548	0.555	0.560	2.197	0.893
14	0.546	0.553	0.556	1.855	0.641
15	0.545	0.551	0.555	1.822	0.720
16	0.543	0.548	0.551	1.381	0.440

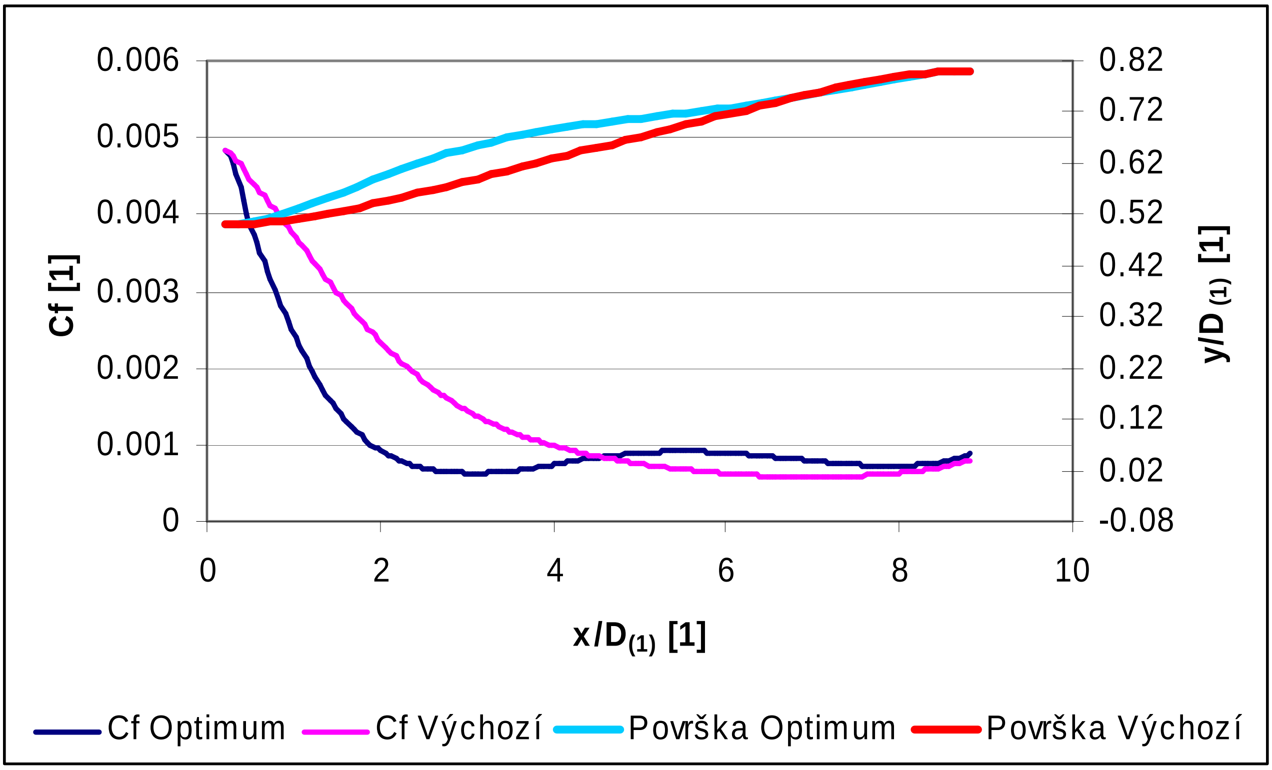
Tab.9 *Relativní změna účinnosti v důsledku tvarové optimalizace difuzoru*

V Tab.9 je provedeno porovnání účinností difuzoru s různými výchozími body parametrizace. Jako „Výchozí 1“ jsou označeny výchozí tvary difuzorů jejichž površka je tvořena Bézierovou křivkou. Jako „Výchozí 2“ jsou označeny přímé difuzory daného otevření (jsou to výchozí geometrie z kap.12.5). Optimální geometrie jsou opět porovnány jednak s výchozím bodem dané optimalizace a jednak s přímým difuzorem.

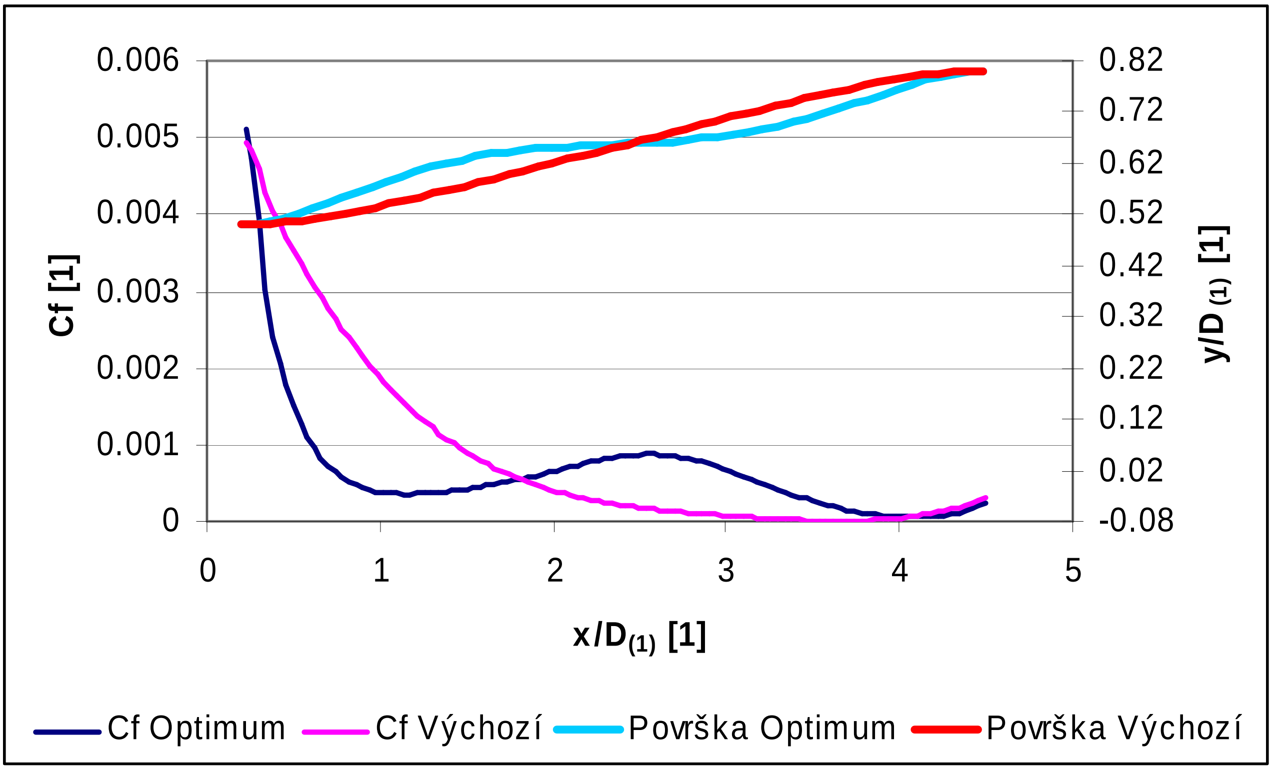
Na Graf.34-Graf.36 jsou ukázány průběhy třecího součinitele (kap.24.3) a tvary površek pro vybrané úhly otevření (ostatní úhly otevření kap.27.3.1). Opět je zde dobře patrné jak reagují hodnoty třecího součinitele na tvarové změny. Je zajímavé, že pro úhly 5°-16° se ve tvarech površek vyskytují místa, kde se vůbec nebo minimálně mění průtočná plocha a kde dochází k opětovnému nárůstu třecího součinitele po prvotním otevření.

Na Graf.37-Graf.39 jsou ukázány průběhy tlakového koeficientu (kap.24.2), pro vybrané úhly otevření (ostatní úhly otevření kap.27.3.2). Pro malé úhly otevření je zde vidět zlepšení v průběhu Cp po celé délce difuzoru. Pro větší úhly otevření jsou největší zlepšení na počátcích difuzorů. V některých případech velkých úhlů otevření (od 10°) dochází k poklesu hodnot Cp pod hodnoty výchozí geometrie.

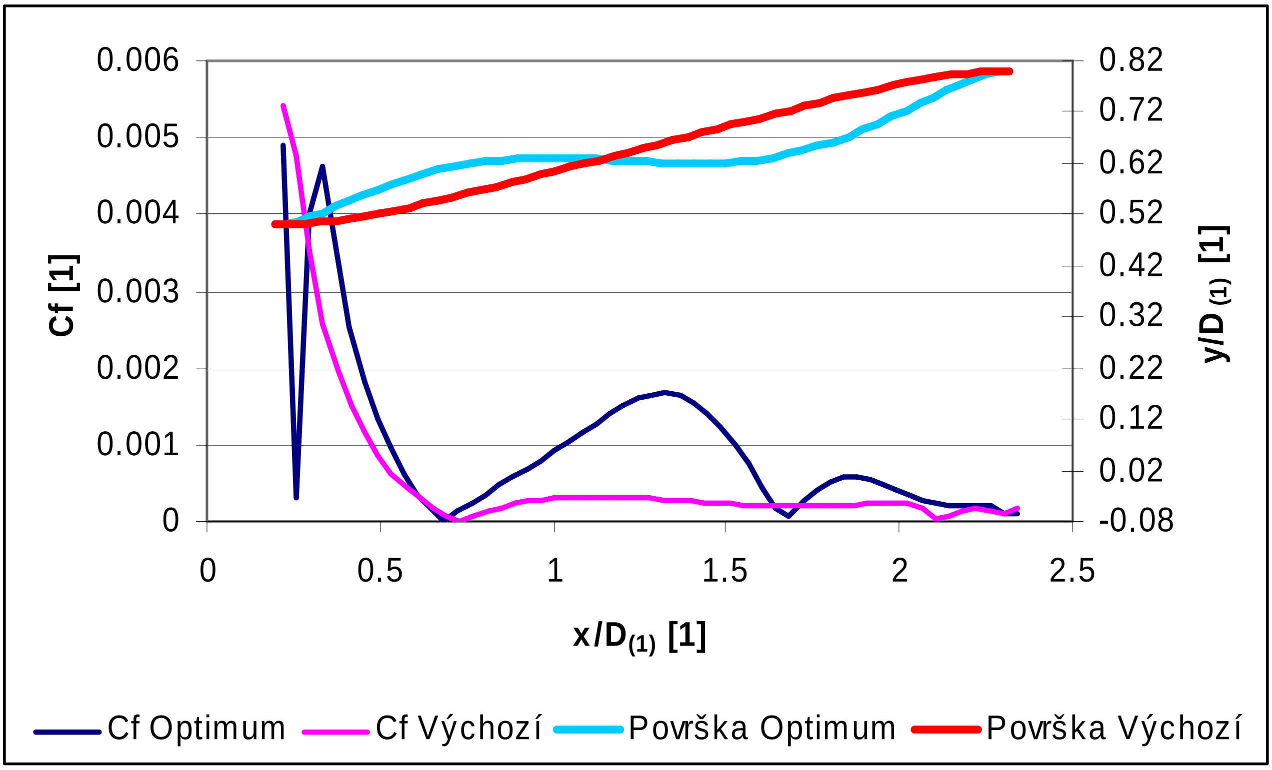
Na Graf.40 - Graf.42 jsou ukázány průběhy Coriolisova čísla (kap.24.1) pro vybrané úhly otevření (ostatní úhly otevření v kap.27.3.3). Z grafů je patrný důvod proč se na površkách difuzorů objevují střední části, kdy dochází k minimální změně průřezu nebo vůbec žádné. V těchto prostředních částech difuzorů dochází k poklesu hodnot Coriolisova čísla a zřejmě i k zrovnoměrnění rychlostního profilu po průřezu. Maximální hodnoty Coriolisova čísla na výstupu z difuzoru jsou u optimálních geometrií nižší (vyjma 4° otevření) než u geometrií výchozích.



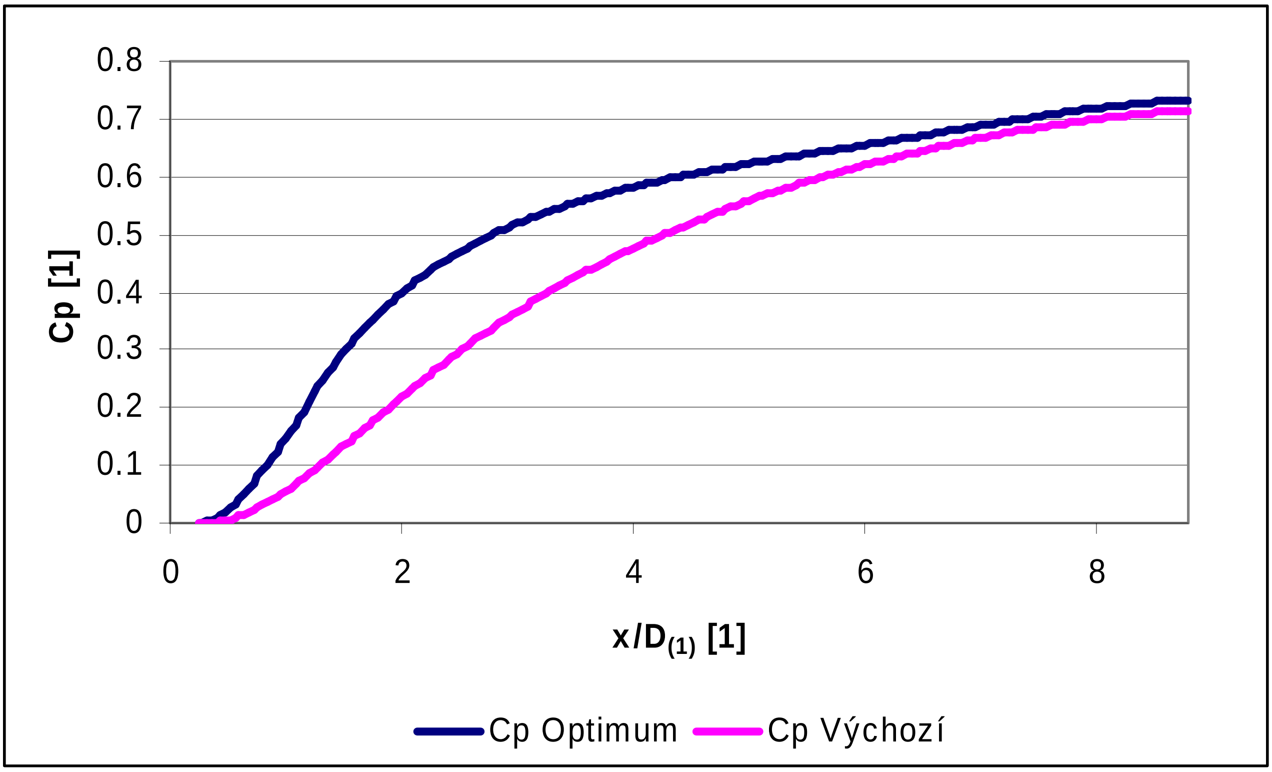
Graf.34 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 4°*



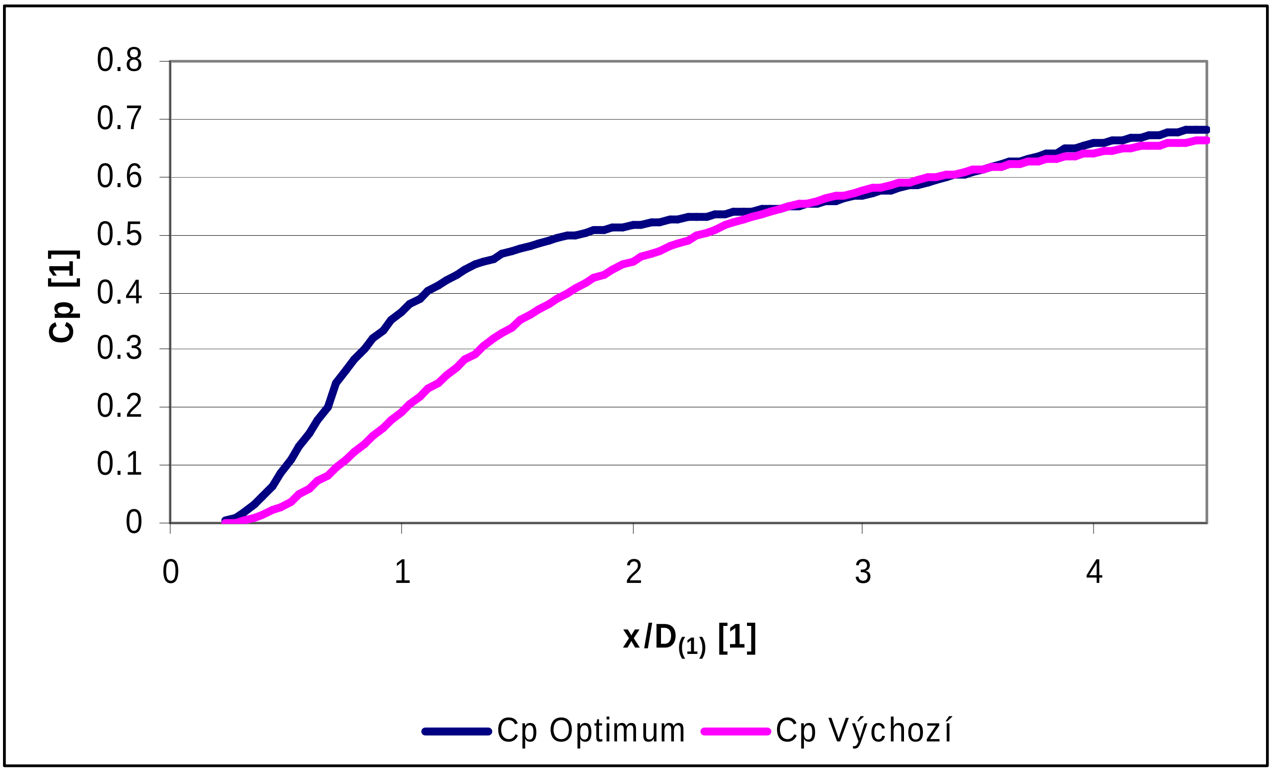
Graf.35 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 8°*



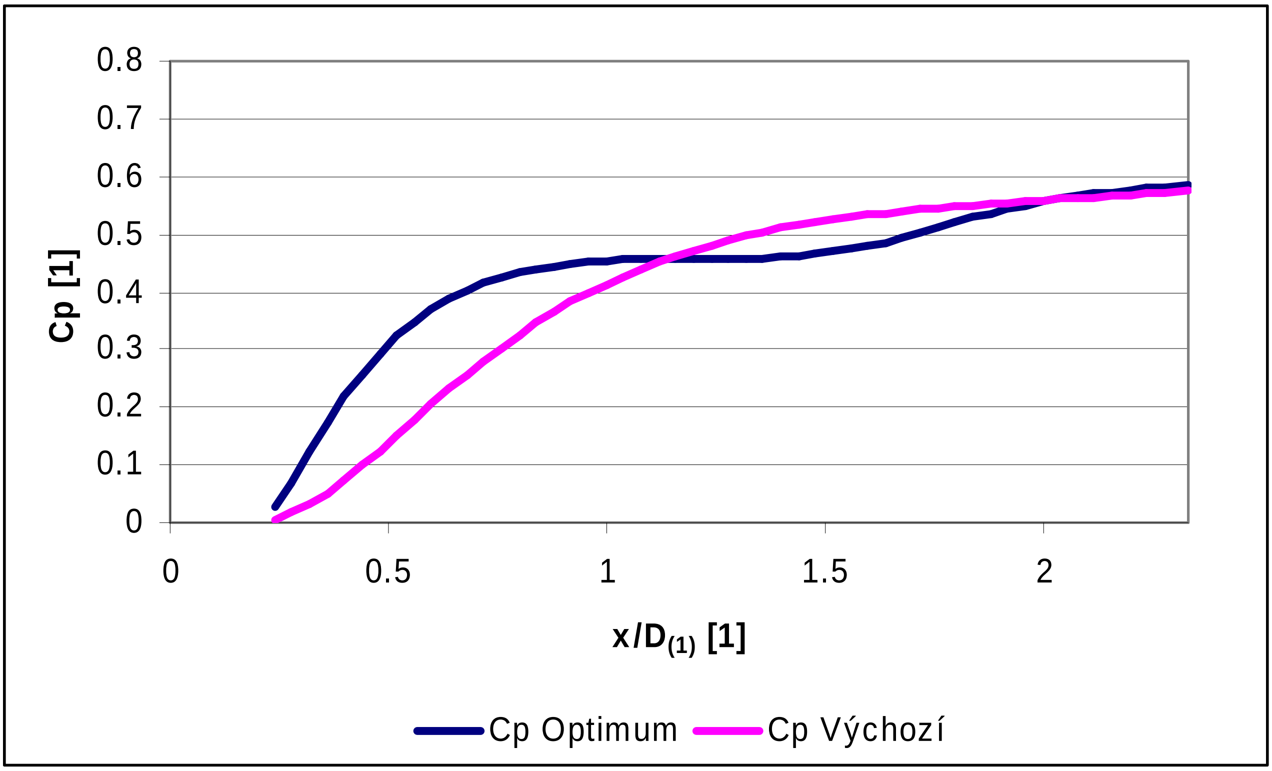
Graf.36 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 16°*



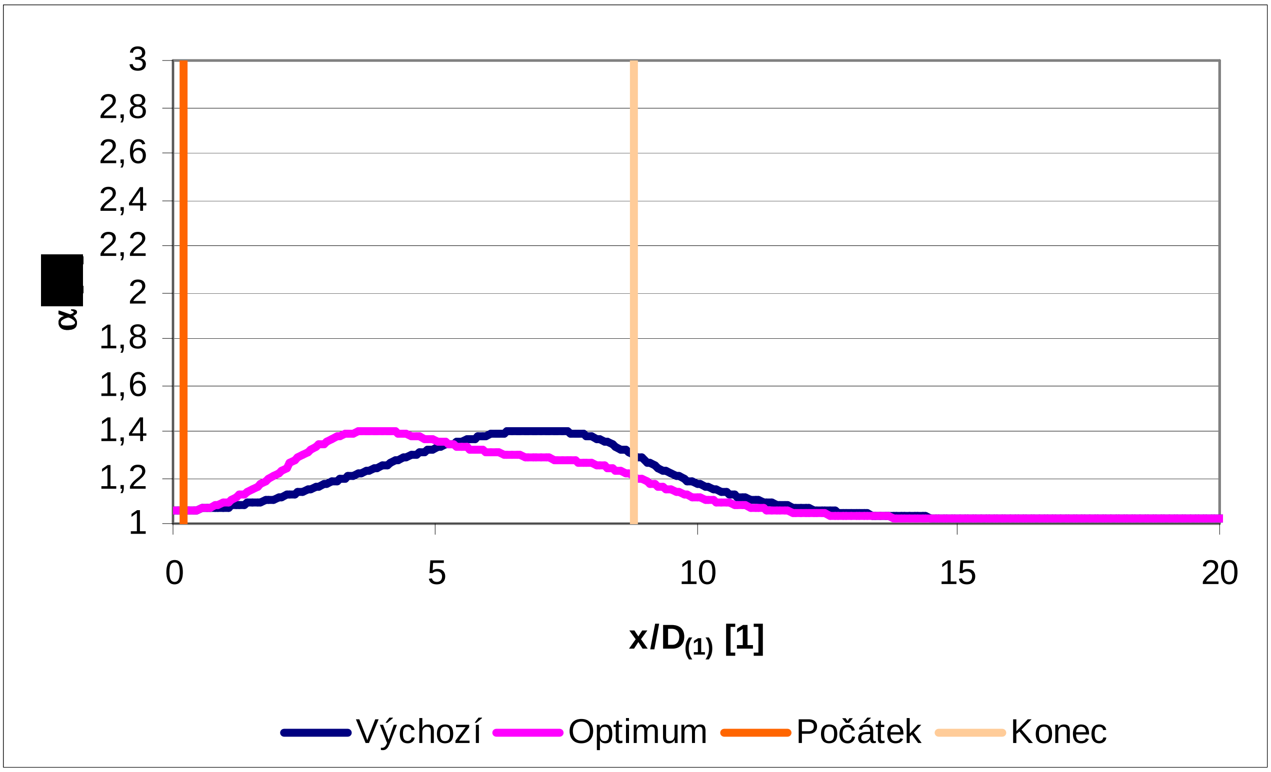
Graf.37 *Průběh Cp pro 4° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



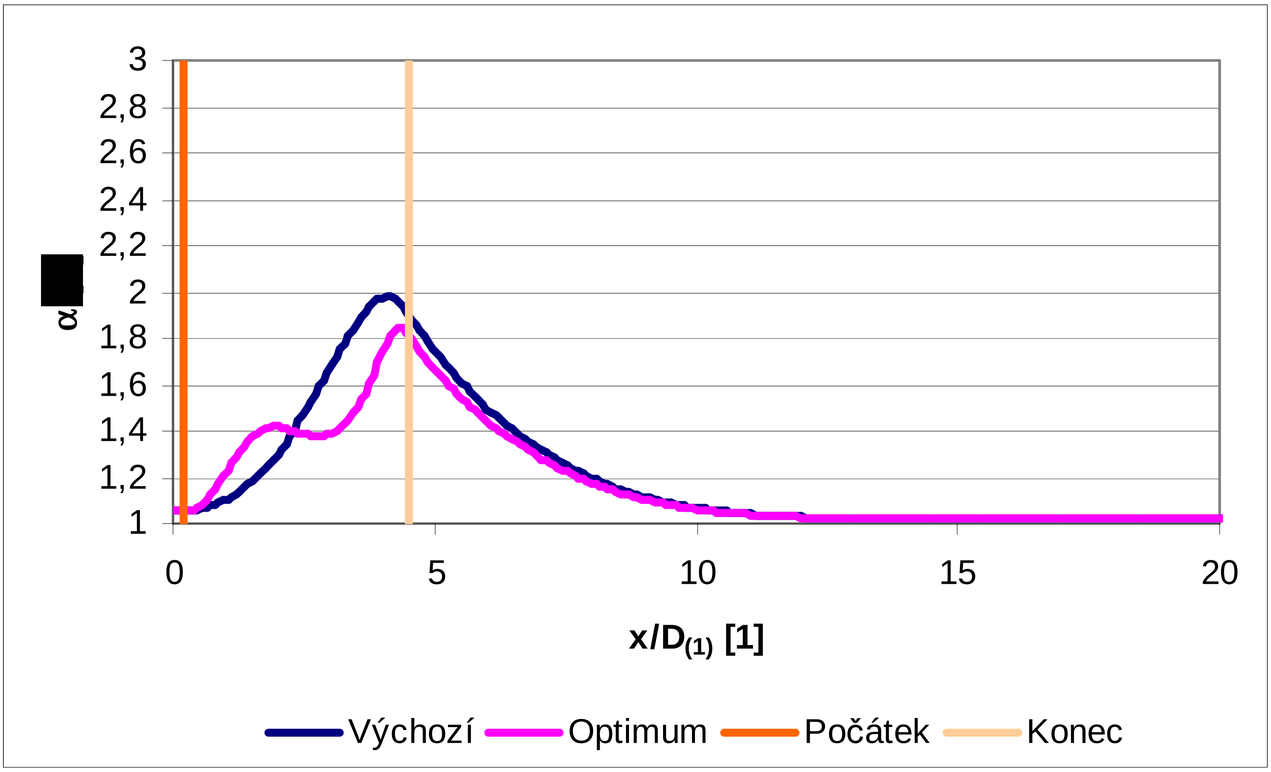
Graf.38 *Průběh Cp pro 8° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



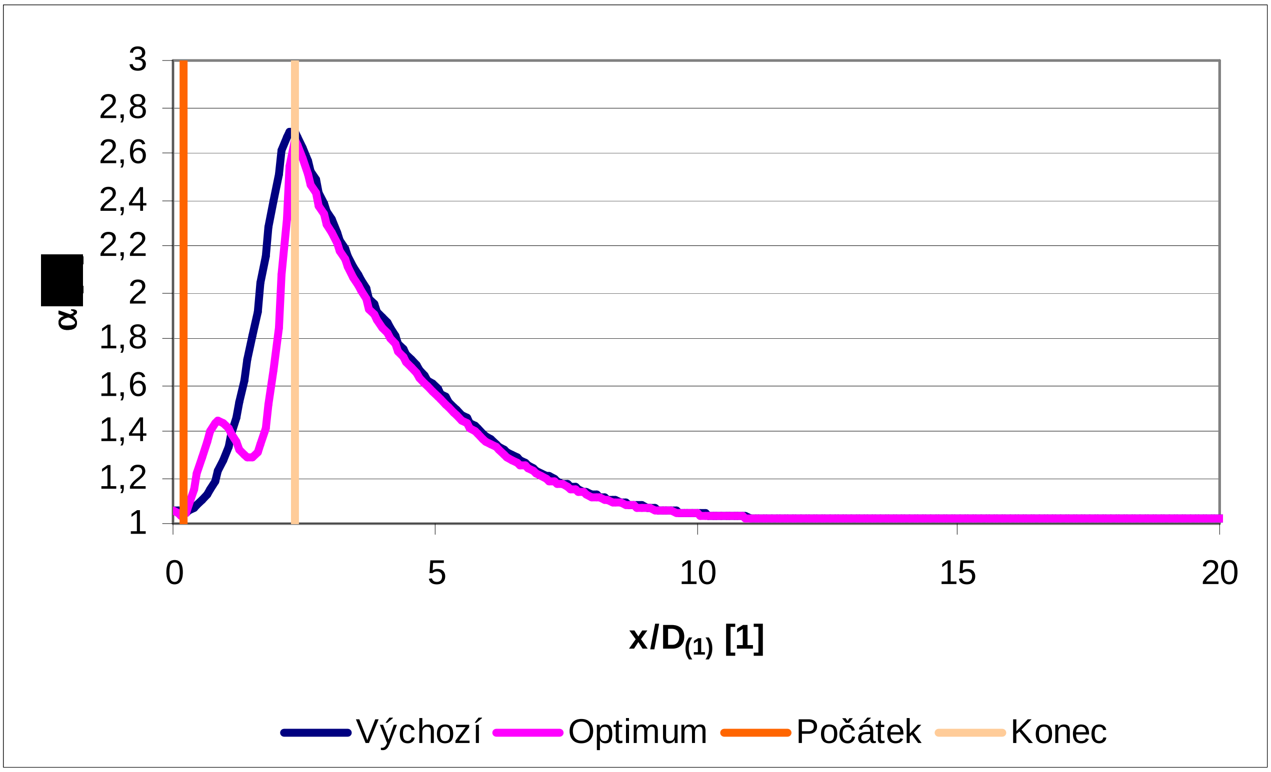
Graf.39 *Průběh Cp pro 16° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



Graf.40 *Průběh Coriolisova čísla pro 4° otevření*



Graf.41 *Průběh Coriolisova čísla pro 8° otevření*



Graf.42 *Průběh Coriolisova čísla pro 16° otevření*

12.8 ZMĚNA PŘŮŘEZU, 12 PARAMETRŮ, PO ČÁSTECH LINEÁRNÍ, VYŠŠÍ VSTUPNÍ RYCHLOST

V této kapitole se podíváme jaký vliv má při tvarové optimalizaci velikost rychlosti, respektive velikost Reynoldsova čísla.

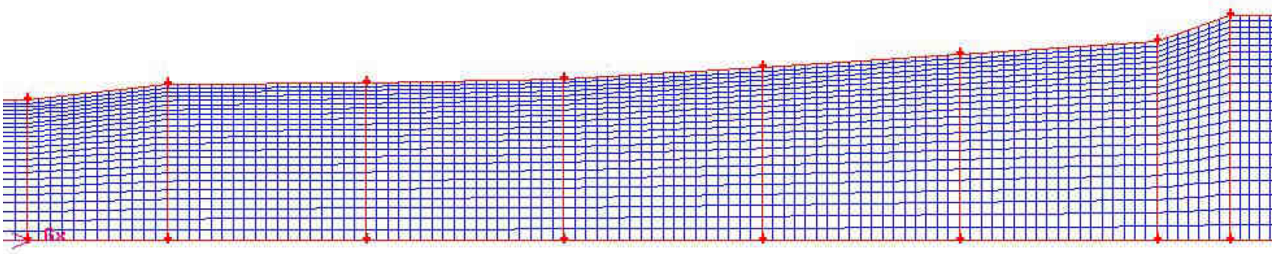
12.8.1 Okrajové podmínky

V předchozích případech tvarové optimalizace difuzoru byla střední hodnota rychlosti ve vstupní větvi 2 m/s čemuž odpovídá Reynoldsovo číslo o velikosti 49 100. Nyní bude střední hodnota rychlosti ve vstupní větvi činit 8 m/s. Tomu odpovídá přibližná hodnota Reynoldsova čísla o velikosti 196 400.

Rychlostní profil na vstupu do výpočetní oblasti byl opět předpočítán na dlouhém rovném úseku potrubí.

12.8.2 Výpočetní síť

Výpočetní síť byla vytvořena jako strukturovaná osově symetrická a obsahovala přibližně 28 600 buněk. Hodnota y^+ v přívodní větvi činila přibližně 50. V odpadní větvi byla hodnota y^+ rovna přibližně 33. Ukázka výpočetní sítě je na Obr.16.



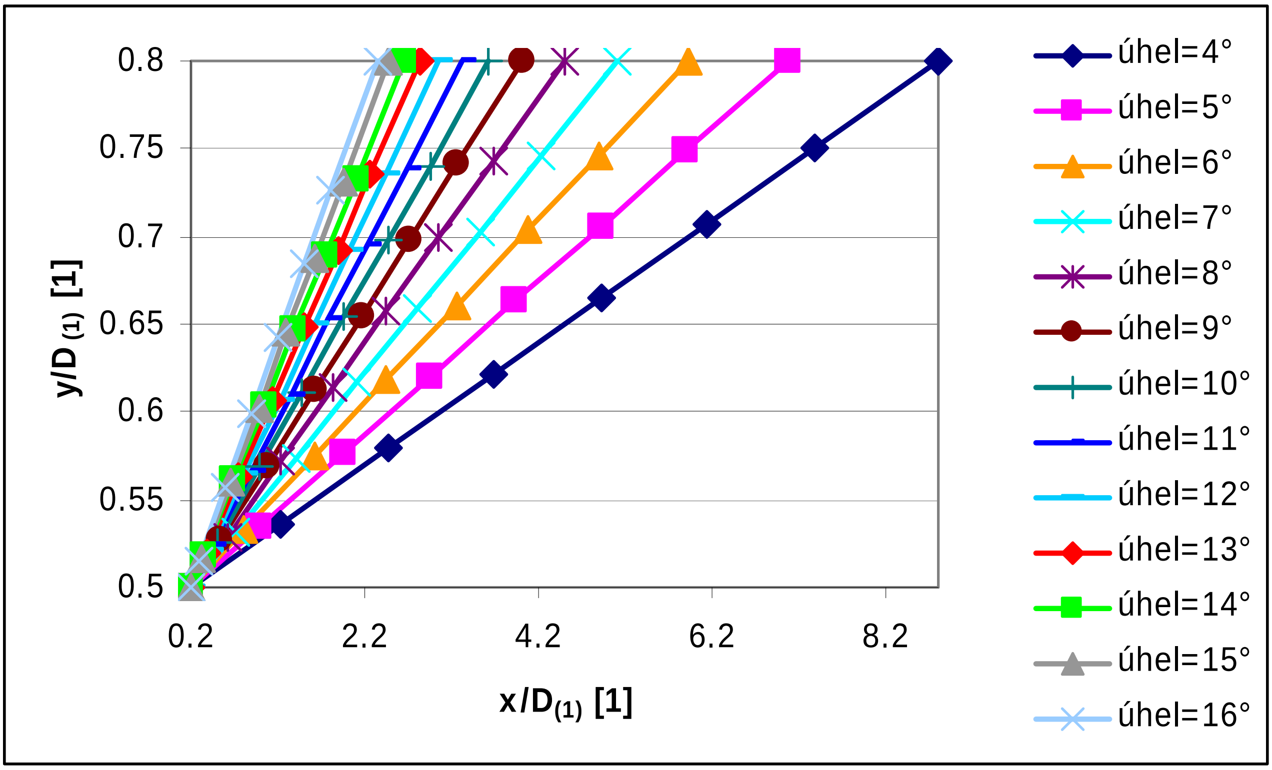
Obr.16 *Výpočetní síť*

12.8.3 Nastavení programu Fluent

Ostatní parametry výpočtu jako model turbulence, diskretizační schéma jsou stejné jako v předchozích případech.

12.8.4 Nastavení optimalizačního algoritmu

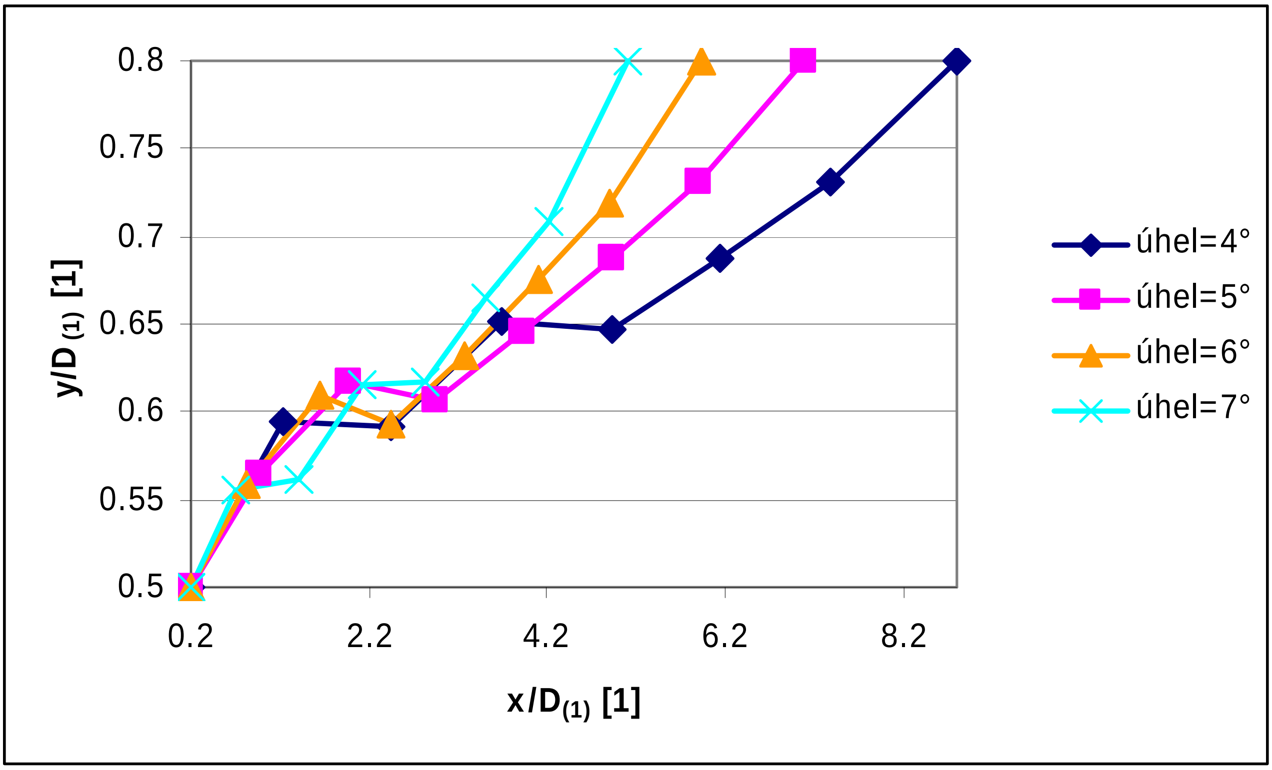
Jako optimalizační algoritmus byl použit BFGS (viz.kap.9.1). Výchozí tvary pro jednotlivé úhly otevření jsou naznačeny v Graf.43 a jedná se tedy o přímé difuzory. Popis kriteriální funkce a její vyhodnocení jsou v kap.12.4



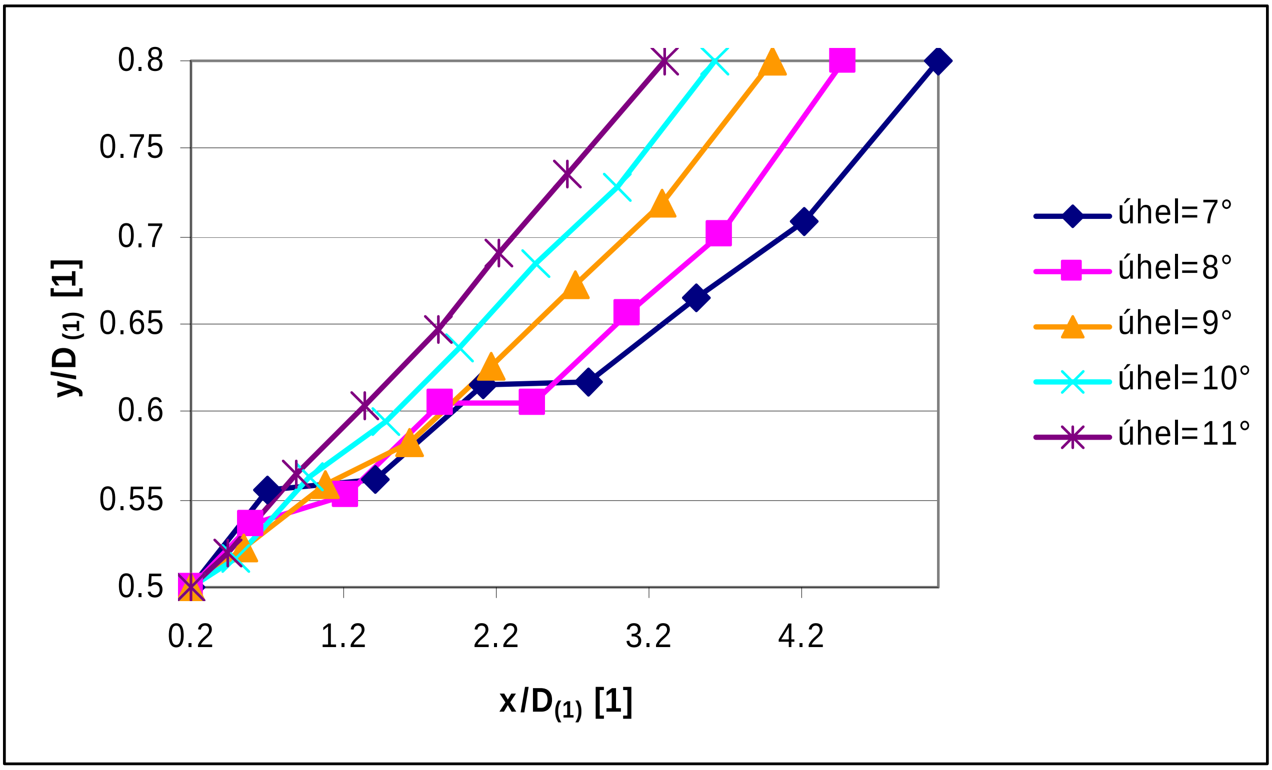
Graf.43 *Výchozí body pro optimalizaci difuzoru*

12.8.5 Zhodnocení výsledků

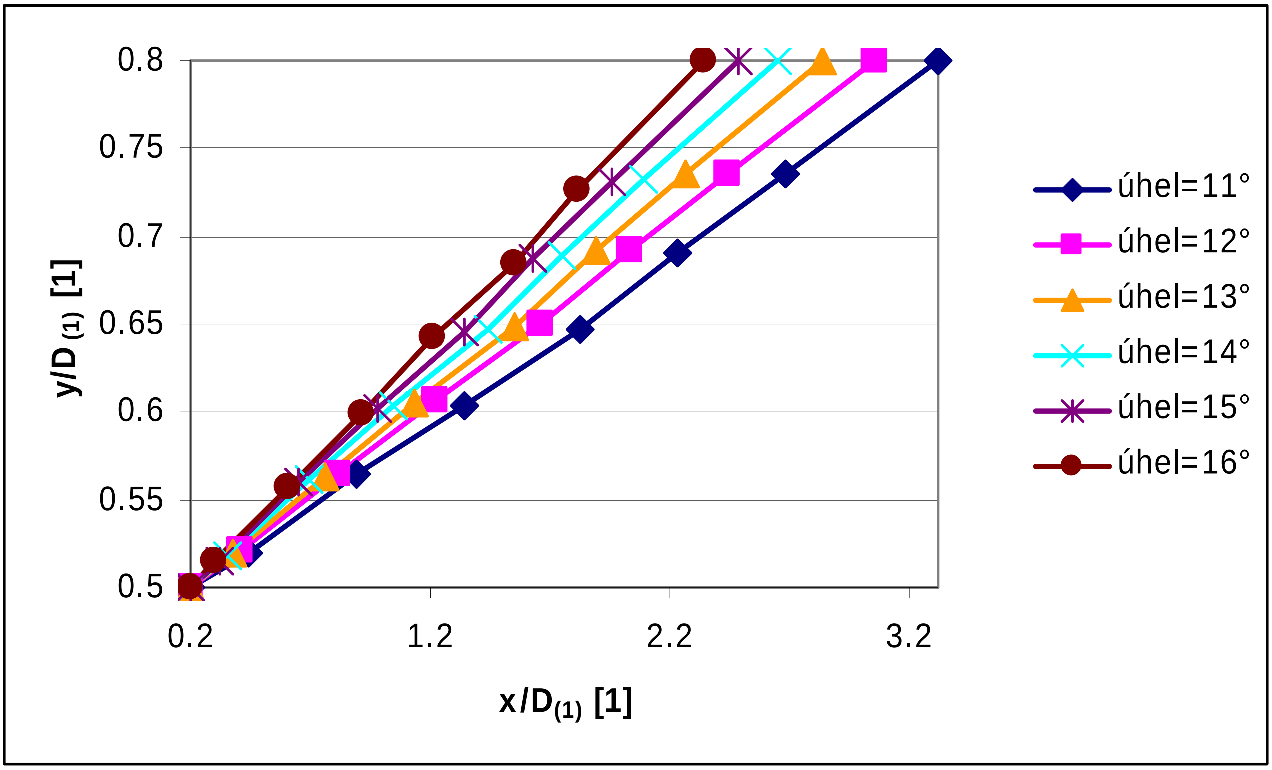
Na Graf.44 - Graf.46 jsou vyobrazeny nalezené tvary površek pro různé úhly otevření. Až do 8° úhlu otevření difuzoru se na površkách objevují místa, kde nedochází ke změně průtočné plochy vůbec, nebo jenom minimálně.



Graf.44 *Nalezená optima pro úhly otevření 4°-7°*



Graf.45 *Nalezená optima pro úhly otevření 7°-11°*



Graf.46 *Nalezená optima pro úhly otevření 11°-16°*

Úhel otevření δ [°]	Výchozí ξ [1]	Optimum ξ [1]	Zlepšení/Zhoršení Ztrátového součinitele [%]
4	2.0009	1.9727	1.4090
5	2.0049	1.9822	1.1348
6	2.0212	2.0018	0.9575
7	2.0410	2.0225	0.9034
8	2.0640	2.0514	0.6077
9	2.0915	2.0817	0.4674
10	2.1172	2.1121	0.2392
11	2.1449	2.1423	0.1194
12	2.1723	2.1706	0.0823
13	2.2015	2.1985	0.1359
14	2.2293	2.2262	0.1394
15	2.2592	2.2550	0.1867
16	2.2883	2.2839	0.1929

Tab.10 *Relativní změna ztrátového součinitele v důsledku tvarové optimalizace difuzoru*

V Tab.10 jsou uvedeny hodnoty ztrátového součinitele pro výchozí a optimální geometrii. Největších zlepšení hodnot ztrátového součinitele bylo dosaženo pro úhly do 9° otevření. Celkové hodnoty ztrátových součinitelů jsou nižší než ty, které byly obdrženy pro nižší hodnoty Reynoldsova čísla ve vstupní větvi. Tento pokles je v souladu s [7,Kolář et al.,1963], kdy obecně platí, že hodnota ztrátového součinitele klesá s rostoucím Reynoldsovým číslem.

V Tab.11 jsou uvedeny účinnosti výchozích a optimálních geometrií difuzorů (kap.24.5) pro různé úhly otevření. V posledním sloupci je spočteno relativní zlepšení účinnosti difuzoru daného otevření vůči výchozí geometrii. Tab.11 koresponduje s tabulkou ztrátových součinitelů (Tab.10), kdy největších zlepšení účinností bylo dosaženo do 9° úhlu otevření. Poměrné změny veličin byly určovány na základě vztahů z kap.26.4.

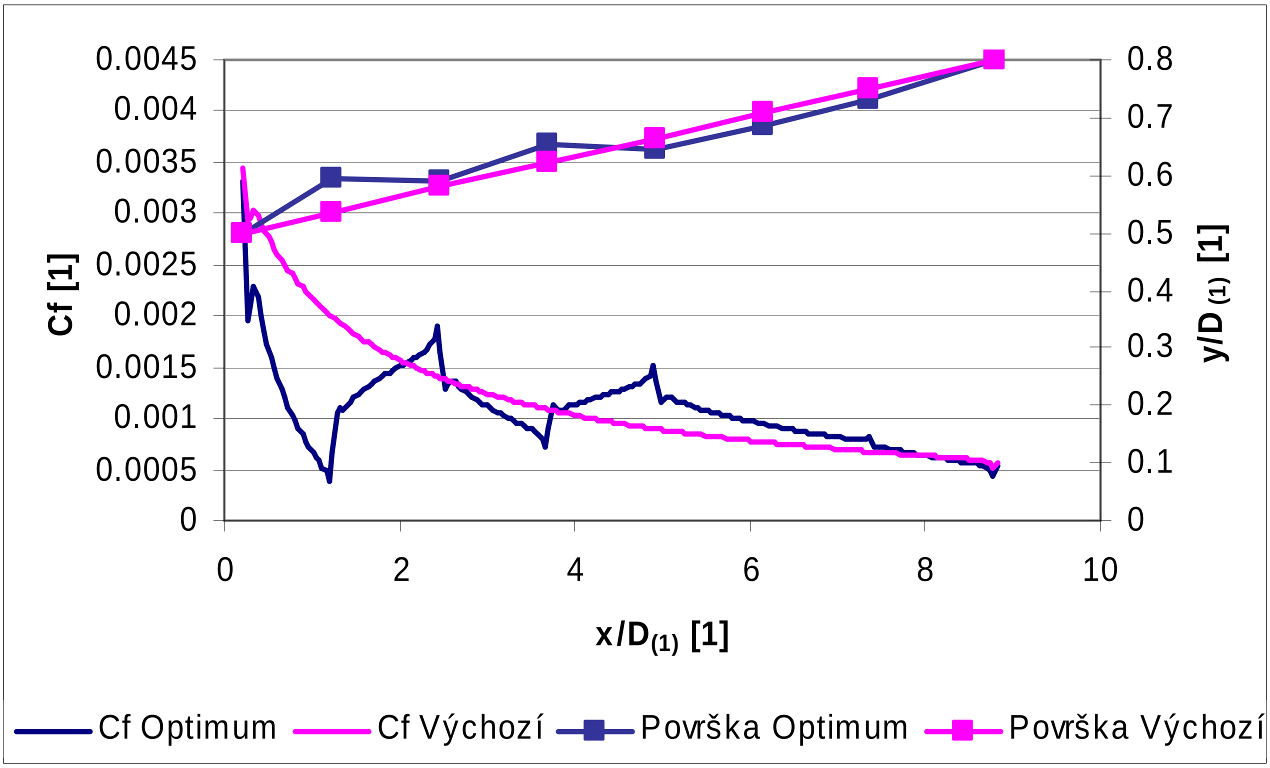
Úhel otevření δ [°]	Vychozí $\eta_{(d)}$ [1]	Optimum $\eta_{(d)}$ [1]	Změna účinosti oproti výchozí geometrii [%]
4	0.681	0.686	0.734
5	0.680	0.684	0.593
6	0.677	0.681	0.506
7	0.674	0.677	0.484
8	0.670	0.672	0.331
9	0.665	0.667	0.260
10	0.660	0.661	0.135
11	0.655	0.656	0.069
12	0.650	0.651	0.049
13	0.645	0.646	0.082
14	0.640	0.641	0.086
15	0.635	0.636	0.118
16	0.630	0.631	0.124

Tab.11 *Relativní změna účinnosti difuzoru v důsledku tvarové optimalizace*

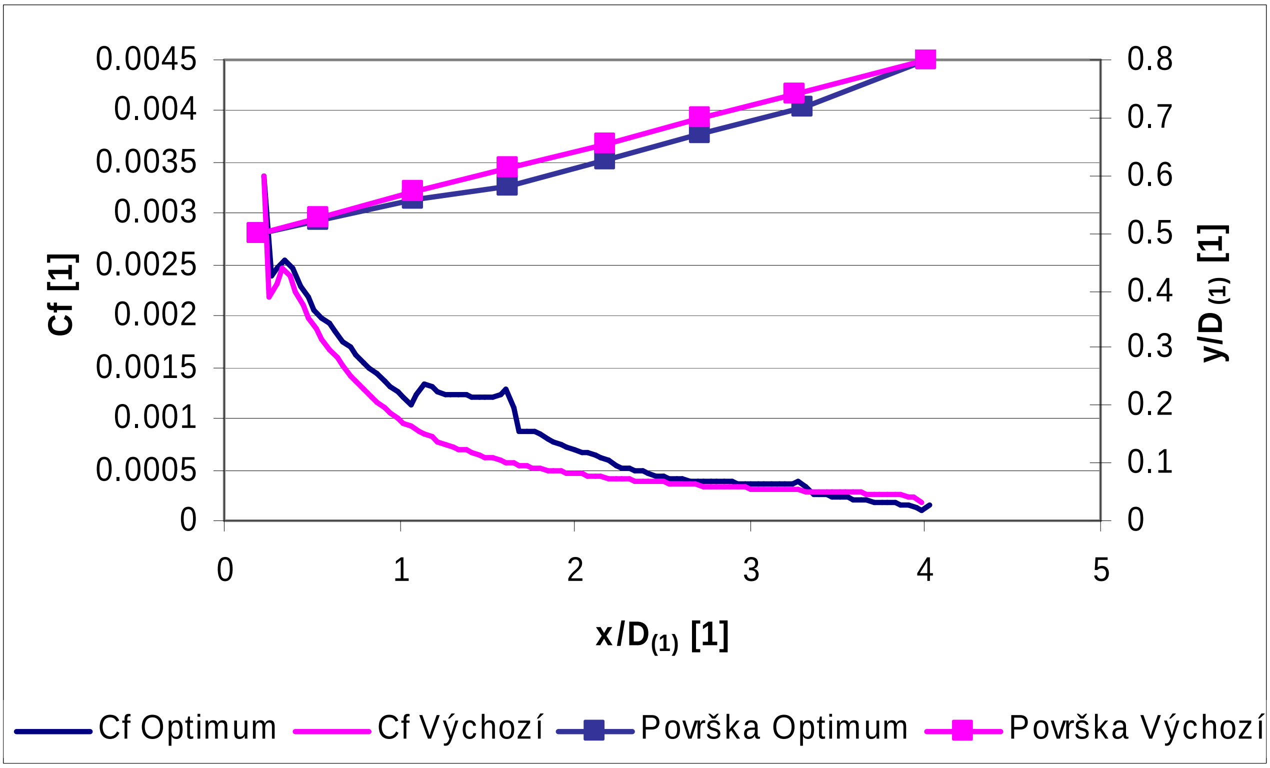
Na Graf.47 - Graf.49 jsou ukázány tvary površek a třecí koeficienty (kap.24.3) optimalizovaných a výchozích geometrií a pro vybrané úhly otevření. Opět je na grafech vidět charakteristický pilovitý tvar, který je způsoben po částech lineární parametrizací površky difuzoru. Pro úhly otevření do 10° (včetně) je vidět zlepšení hodnot třecího koeficientu u optimalizované geometrie. Pro větší úhly otevření 11° - 16° je zlepšení celkového ztrátové součinitele způsobeno alespoň minimálním zlepšením v průběhu třecího součinitele po délce difuzoru. Grafy pro ostatní úhly otevření jsou v kap.27.4.1.

Na Graf.50 - Graf.52 jsou ukázány průběhy Cp pro vybrané úhly otevření. Pro úhly otevření 4°-7° došlo alespoň k částečnému zlepšení hodnot Cp na počátku difuzoru. Velikost oblasti, kde má optimalizovaný difuzor vyšší hodnoty Cp než výchozí geometrie je tím větší, čím je nižší úhel otevření. Pro úhly 8°-11° jsou potom hodnoty Cp optimalizované geometrie nižší oproti výchozí geometrii po celé délce difuzoru. Pro úhly otevření 12°-16° jsou potom křivky Cp pro obě geometrie totožné. Grafy průběhu Cp pro ostatní úhly otevření jsou v kap.27.4.2.

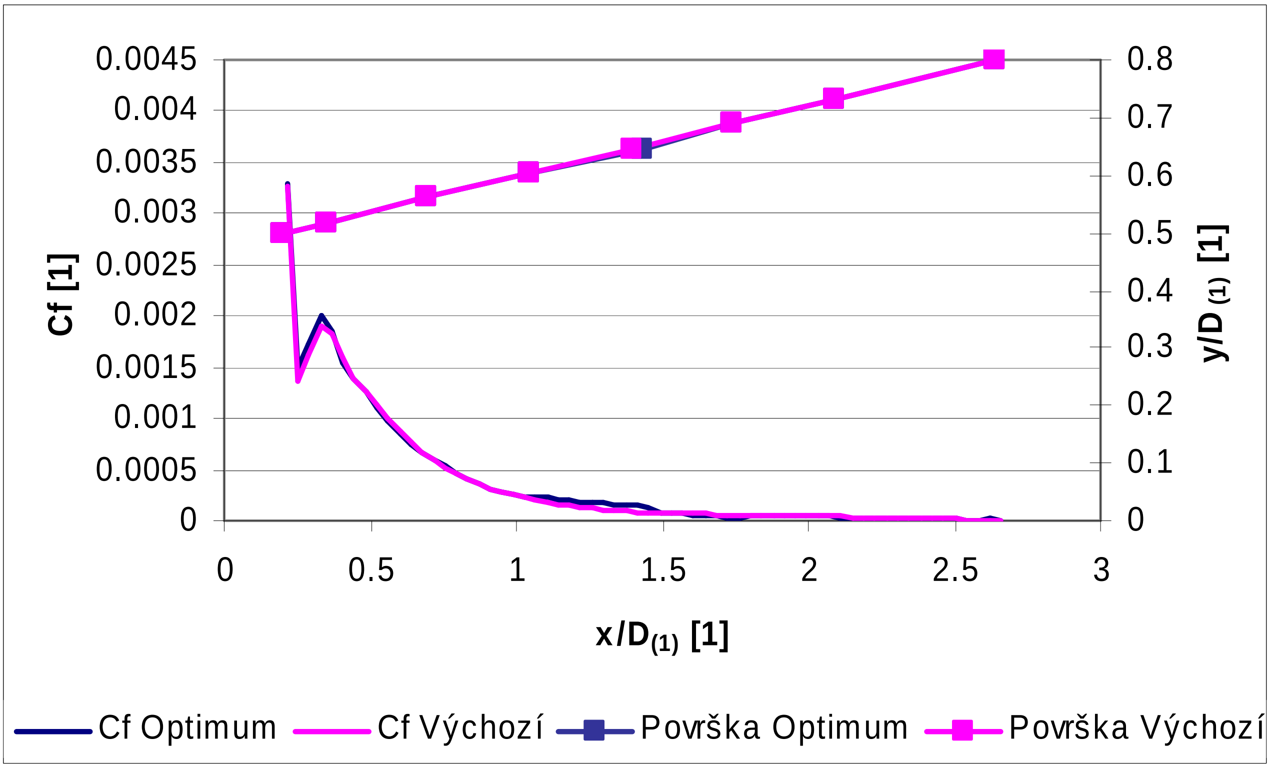
Na Graf.53 - Graf.55 jsou porovnány průběhy Coriolisova čísla výchozí a optimalizované geometrie pro vybrané úhly otevření. Jsou zde ukázány průběhy pro difuzor a část odpadního potrubí. Svislými čarami je v grafech naznačen počátek a konec difuzoru. U úhlů 4°-10°, kde došlo výraznějšímu poklesu ztrátového součinitele (Tab.10), jsou také patrné zlepšení v průběhu Corioliosova čísla. Pro úhel 4°, kde není toto zlepšení průběhu Corioliosova čísla na první pohled jednoznačné, je ale navíc výraznější zlepšení v průběhu třecího koeficientu. Průběhy Coriolisova čísla pro ostatní úhly otevření jsou v kap.27.4.3.



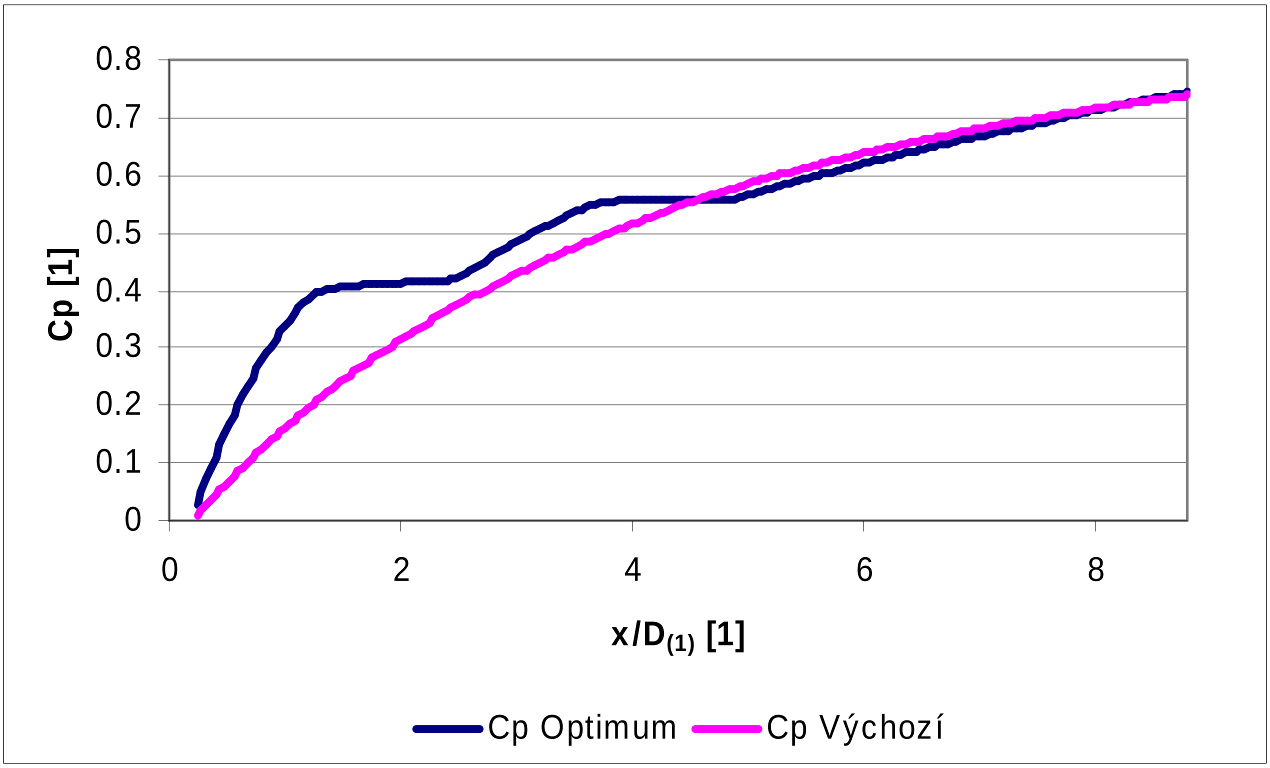
Graf.47 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 4°*



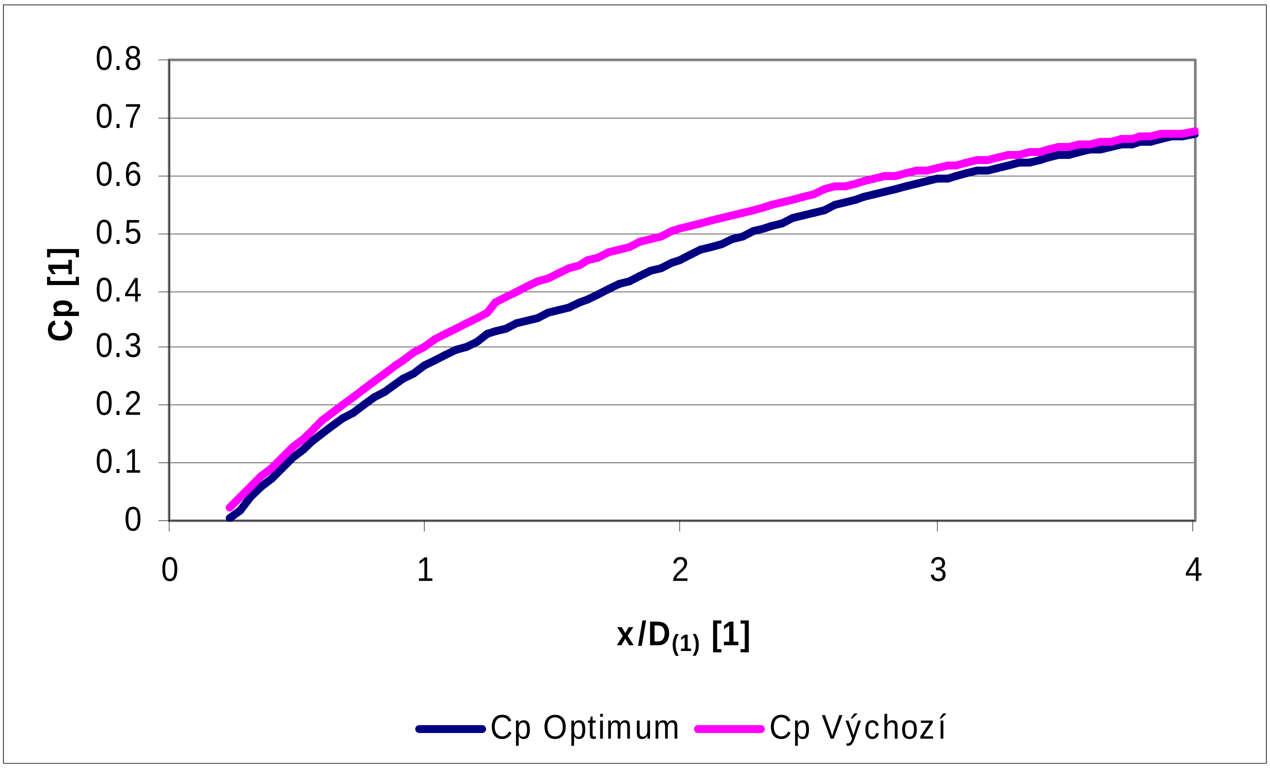
Graf.48 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 9°*



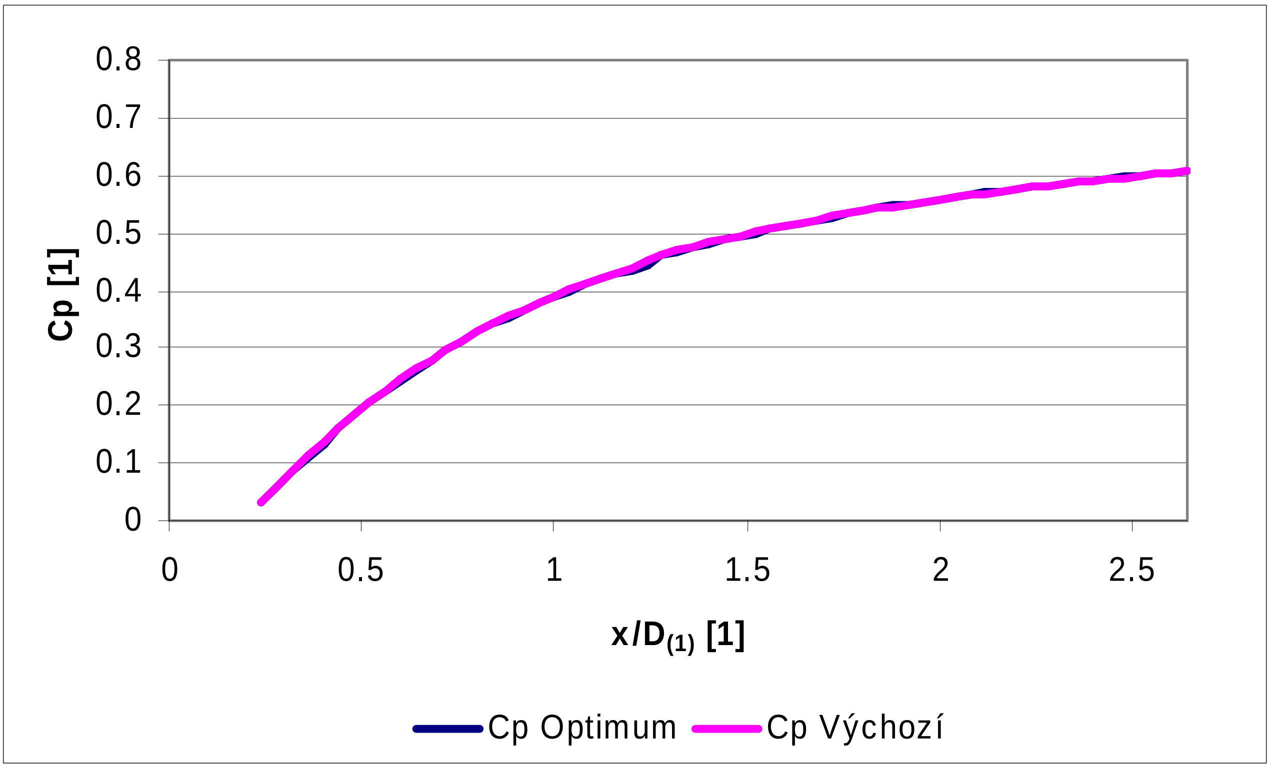
Graf.49 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 14°*



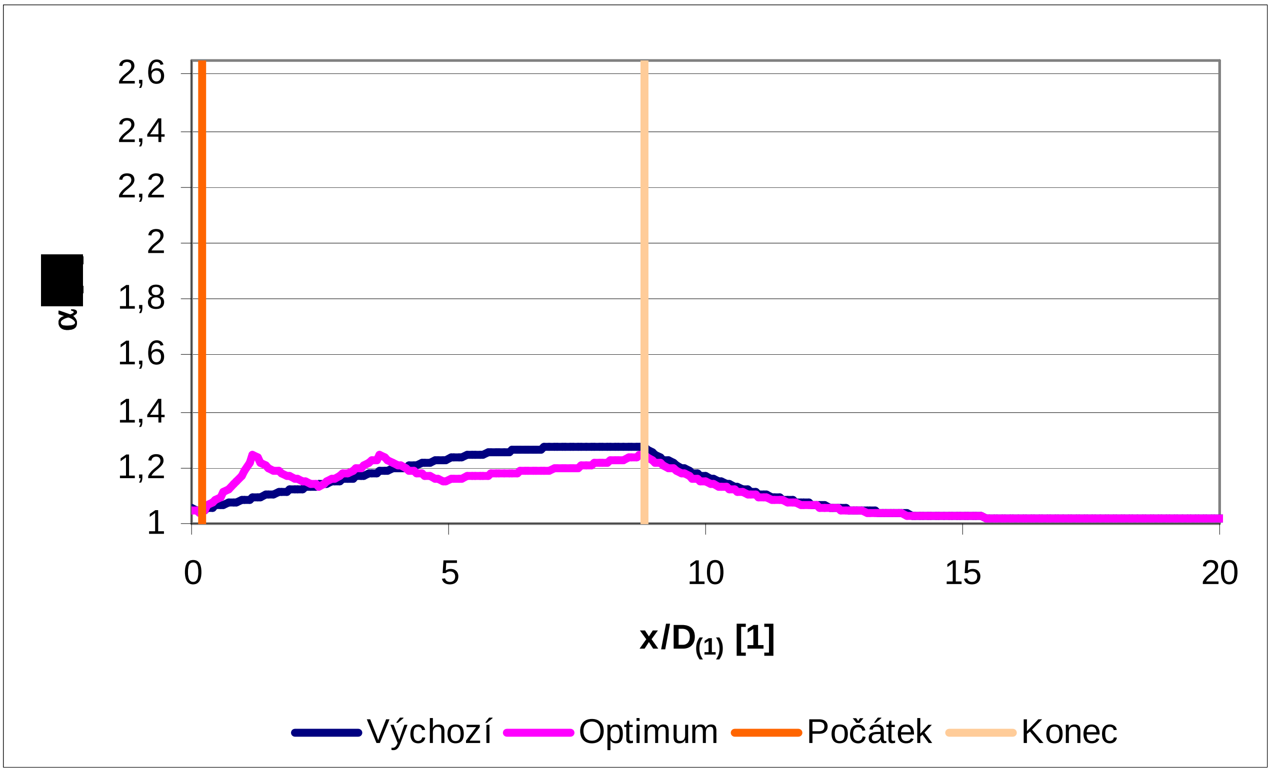
Graf.50 *Průběh Cp pro 4° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



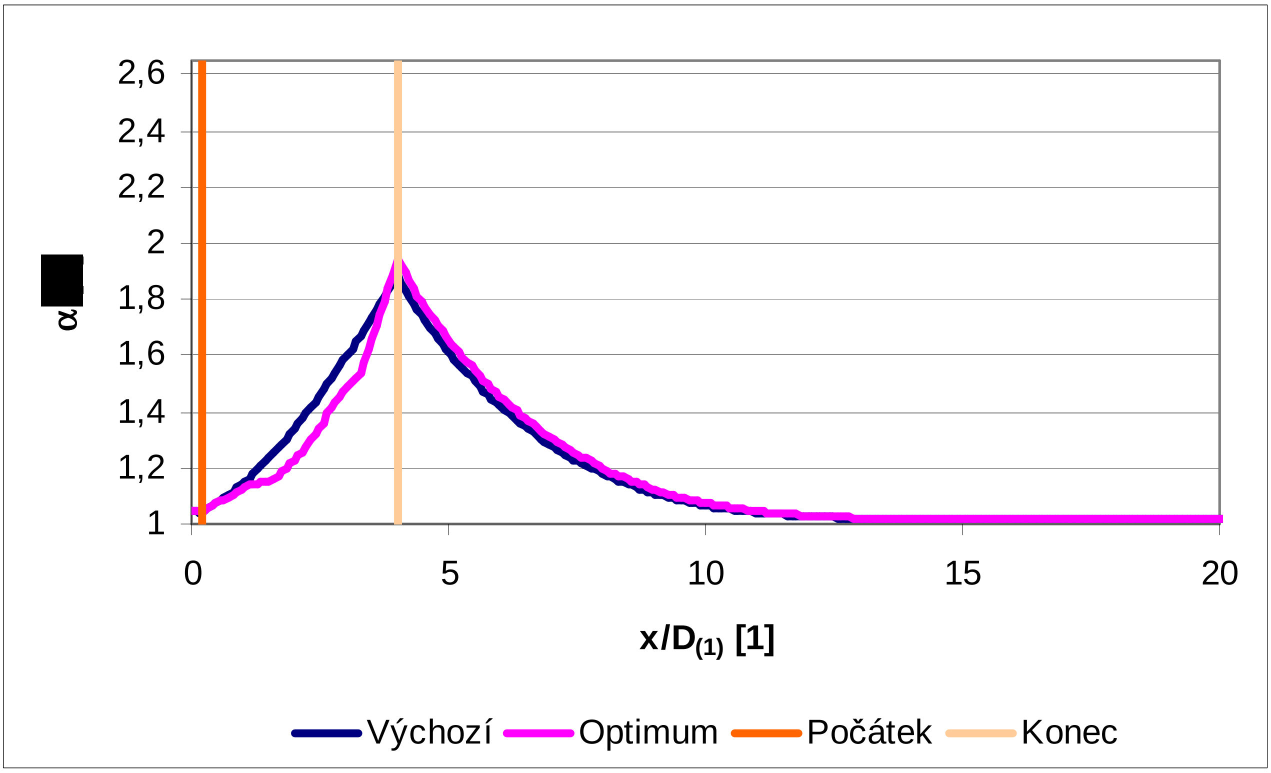
Graf.51 *Průběh Cp pro 9° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



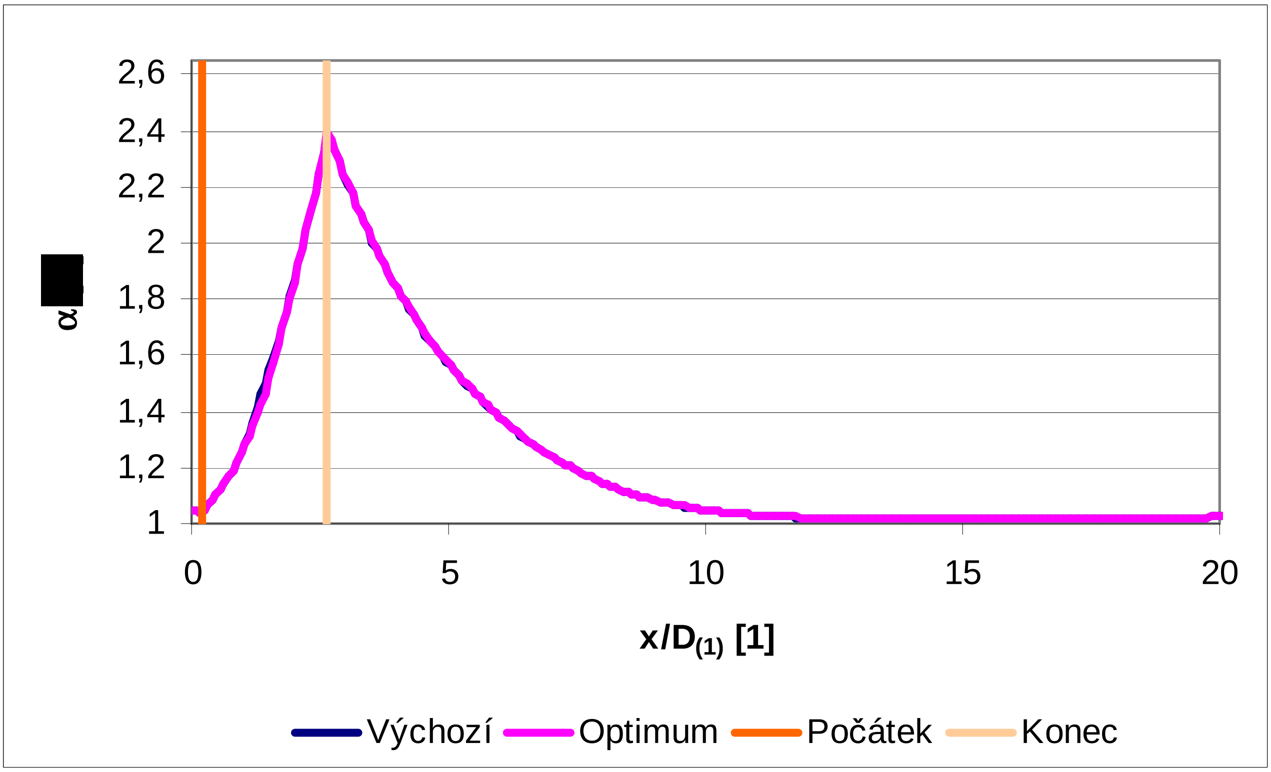
Graf.52 *Průběh Cp pro14° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



Graf.53 *Průběh Coriolisova čísla pro 4° otevření*



Graf.54 *Průběh Coriolisova čísla pro 9° otevření*



Graf.55 *Průběh Coriolisova čísla pro 14° otevření*

12.9 POROVNÁNÍ OPTIMÁLNÍCH TVARŮ DIFUZORU PRO 4°, 5°A 6° OTEVŘENÍ, PO ČÁSTECH LINEÁRNÍ PARAMETRIZACE

Difuzor po částech lineární jsme optimalizovali ze dvou výchozích bodů, a protože smysluplné výsledky pro druhý výchozí bod (kap.12.6) byly obdrženy pouze pro úhly 4°, 5° a 6° otevření, budeme porovnávat pouze tyto úhly otevření. Opět provedeme porovnání tvarů površek, průběhů třecího koeficientu a Coriolisova čísla.

Ve všech následujících grafech a tabulkách jsou jako „Optimum 1“ označena nalezené optimální řešení, kde výchozím bodem byl přímý difuzor (kap.12.5). Jako „Optimum 2“ jsou označena optimální řešení, kde výchozím bodem bylo náhlé otevření (kap.12.6).

Úhel otevření δ [°]	Optimum 1 ξ [1]	Optimum 2 ξ [1]	Rozdíl Optimum1-Optimum 2 Ztrátového součinitele [1]
4	2.5650	2.5886	-0.0235
5	2.5707	2.5685	0.0022
6	2.5866	2.5877	-0.0011

Tab.12 *Porovnání hodnot ztrátového součinitele*

Úhel otevření	Optimum 1	Optimum 2	Rozdíl Optimum1 - Optimum2
δ	$\eta_{(d)}$	$\eta_{(d)}$	$\eta_{(d)}$
[°]	[1]	[1]	[1]
4	0.58912	0.58497	0.00415
5	0.58813	0.58852	-0.00039
6	0.58532	0.58513	0.00019

Tab.13 *Porovnání hodnot účinnosti*

V Tab.12 a Tab.13 je porovnání ztrátového součinitele a účinnosti pro obě nalezená optima. Pro snadnější porovnání obou nalezených geometrií je v posledním sloupci tabulek rozdíl zobrazované veličiny.

Pro úhly otevření 4° a 6° dostáváme nižší hodnoty ztrátového součinitele a vyšší účinnost pro „Optima 1“. Pro 5° se jako lepší geometrie jeví „Optimum 2“.

V Tab.14 - Tab.16 jsou provedeny numerické integrace (pomocí lichoběžníkové metody) jednotlivých sledovaných veličin a jsou zde určeny jejich střední hodnoty ve smyslu věty o střední integrální hodnotě (viz.kap.26.3). Integrační meze odpovídají oblastem znázorněných v odpovídajících grafech.

Podíváme-li se na Graf.56 - Graf.58 a Tab.14, tak u geometrií s lepšími hodnotami ztrátového součinitele a účinnosti jsou vyšší hodnoty třecího součinitele. Naopak z Graf.59 - Graf.61 a Tab.15 je velmi dobře patrné, že lepší geometrie mají průměrně vždy horší průběhy Cp (viz.kap.24.2), než geometrie, jejichž celková účinnost a ztrátový koeficient byly horší.

Zdá se, že zásadní vliv na celkové parametry difuzorů má průběh Coriolisova čísla. Z Graf.62 - Graf.64 a Tab.16 je vidět, že geometrie s lepšími celkovými parametry mají průměrné hodnoty Coriolisova čísla nižší, než geometrie s horšími celkovými parametry.

Z tohoto plyne, že optimálního tvaru difuzoru nedosáhneme pouhou minimalizací třecího součinitele, jak se uvádí v práci [25, Madsen el al., 2000], ale je potřeba zohlednit i vliv Coriolisova čísla, respektive vliv změny tvaru rychlostního profilu.

Úhel otevření δ	Výpočet	Integrální hodnota	Střední integrální hodnota
[°]		[1]	[1]
4	Optimum 1	0.00986	0.00115
5	Optimum 1	0.00737	0.00108
6	Optimum 1	0.00594	0.00105
4	Optimum 2	0.00691	0.00081
5	Optimum 2	0.00786	0.00115
6	Optimum 2	0.00469	0.00083

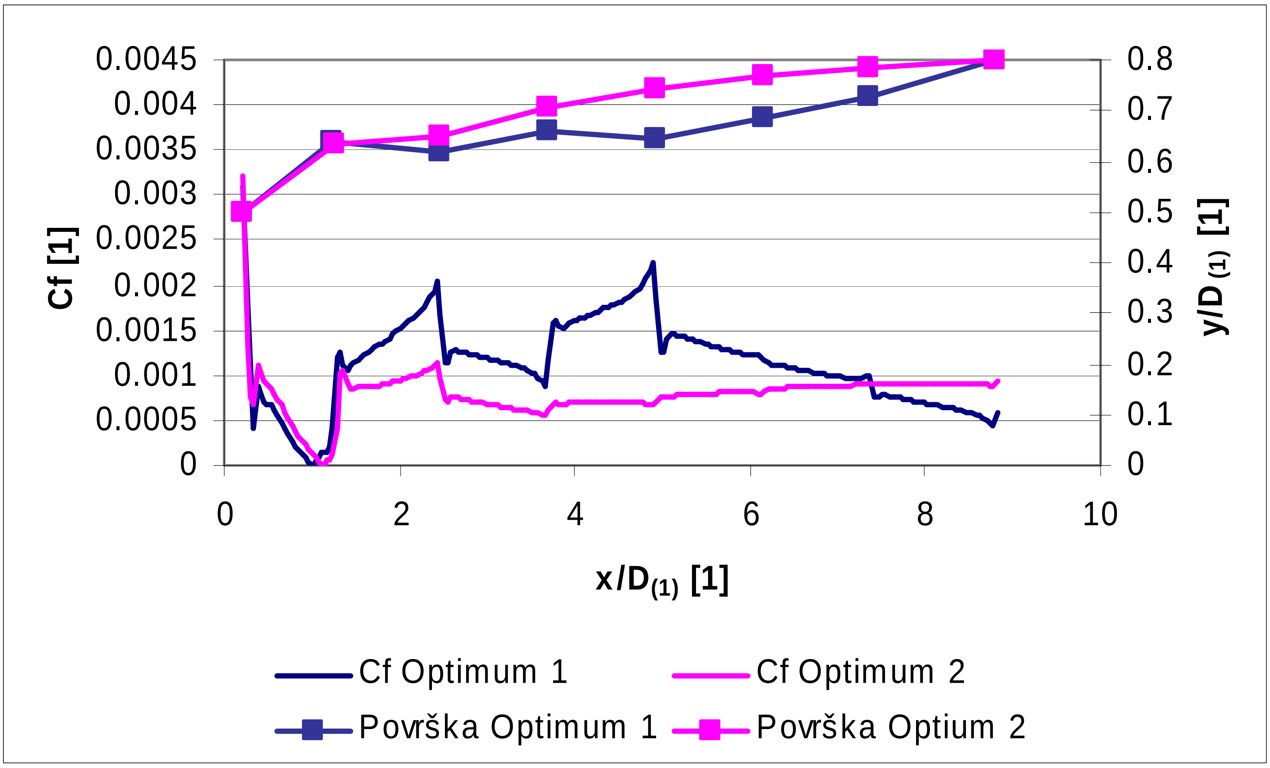
Tab.14 *Integrální hodnoty a střední integrální hodnoty třecího součinitele Cf*

Úhel otevření δ [°]	Výpočet	Integrální hodnota [1]	Střední inegrální hodnota [1]
4	Optimum 1	4.7255	0.5526
5	Optimum 1	3.6278	0.5311
6	Optimum 1	2.8610	0.5033
4	Optimum 2	5.1683	0.6044
5	Optimum 2	3.4813	0.5096
6	Optimum 2	3.0072	0.5290

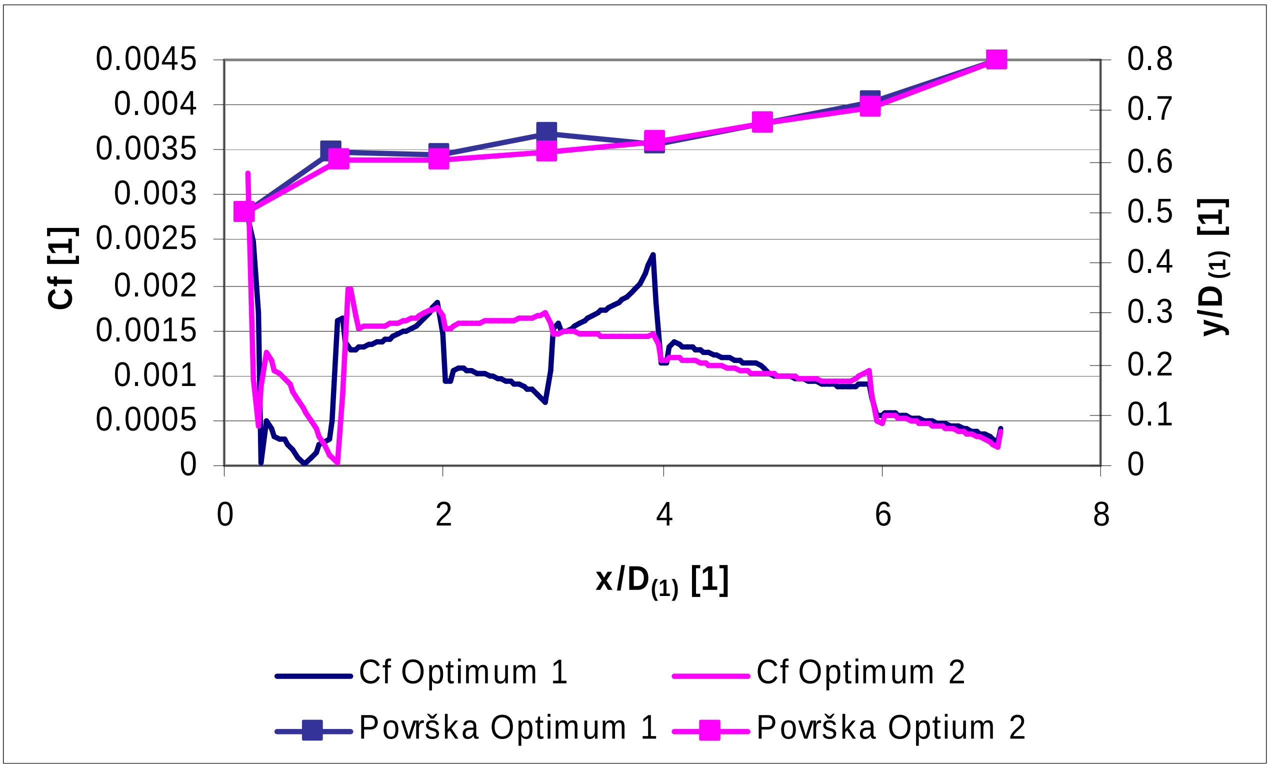
Tab.15 *Integrální hodnoty a střední integrální hodnoty tlakového koeficientu Cp*

Úhel otevření δ [°]	Výpočet	Integrální hodnota [1]	Střední integrální hodnota [1]
4	Optimum 1	22.5898	1.1295
5	Optimum 1	22.7934	1.1397
6	Optimum 1	23.0304	1.1515
4	Optimum 2	23.1442	1.1572
5	Optimum 2	22.7541	1.1377
6	Optimum 2	23.1618	1.1581

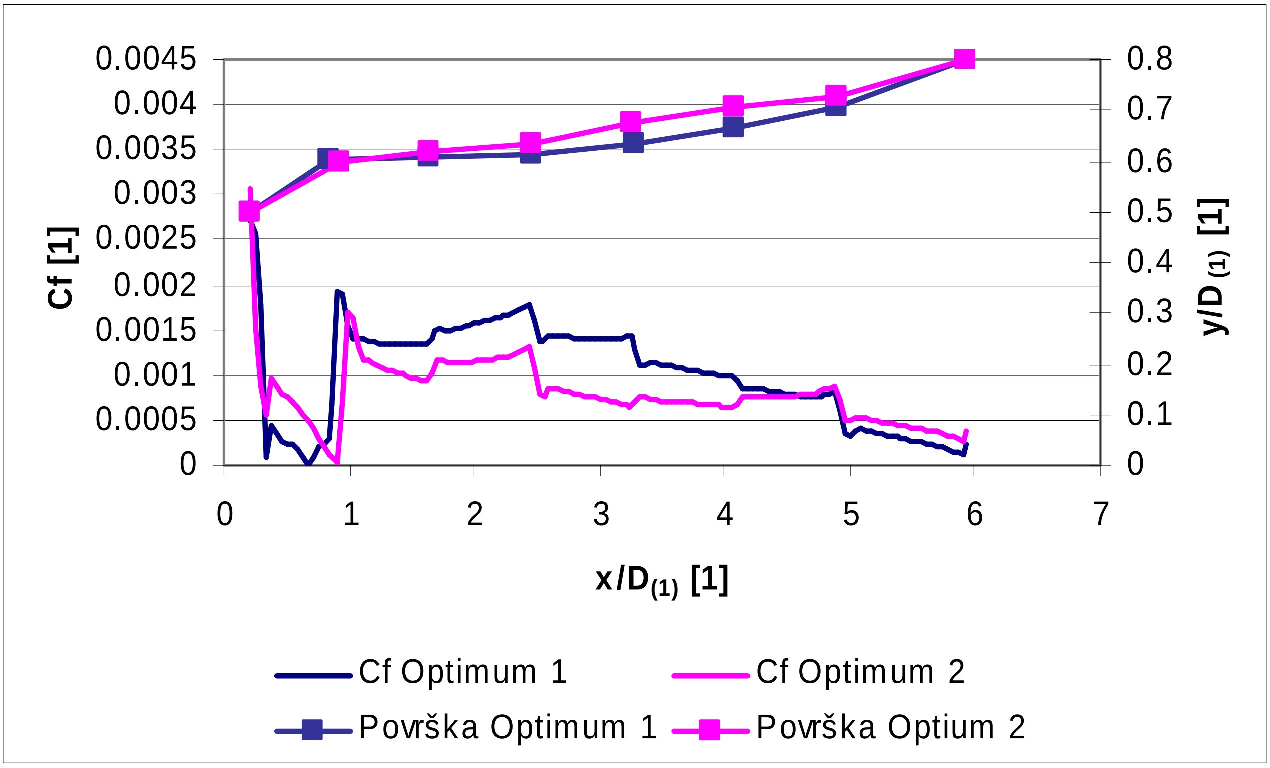
Tab.16 *Integrální hodnoty a střední integrální hodnoty Coriolisova čísla*



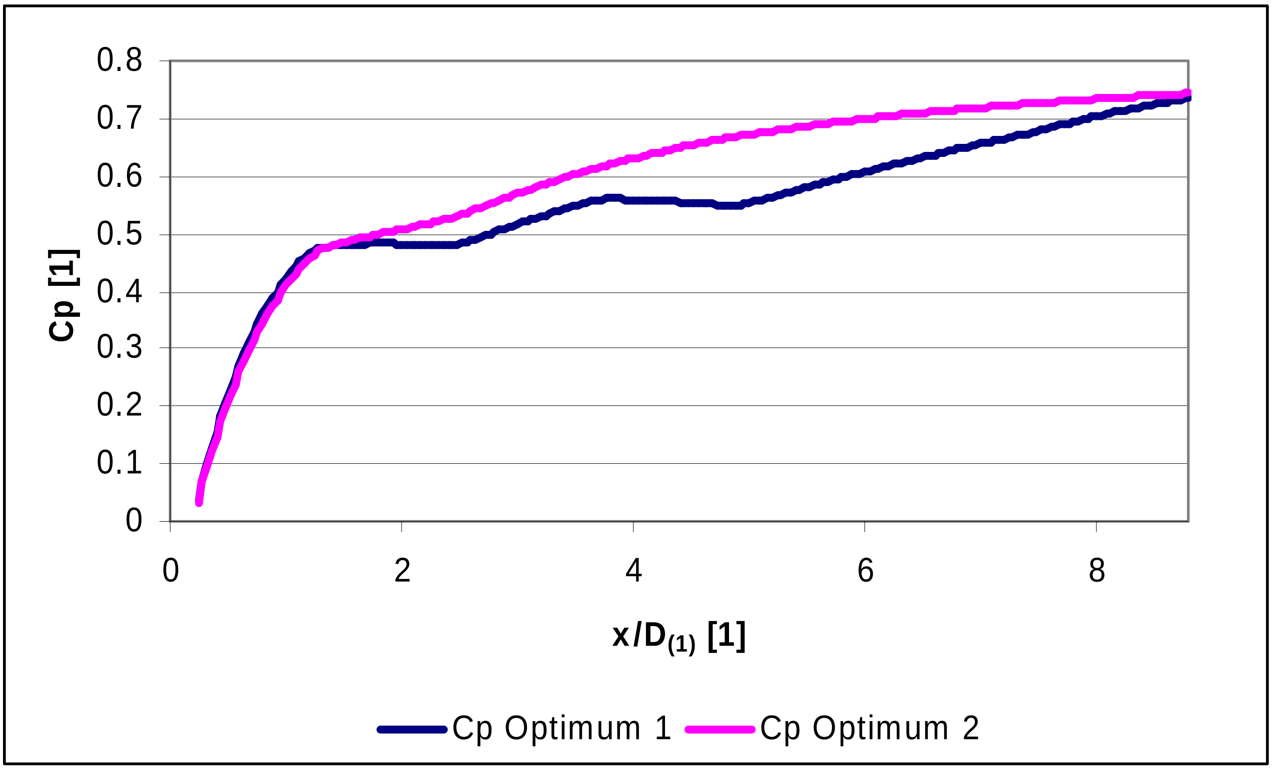
Graf.56 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky úhel otevření 4°*



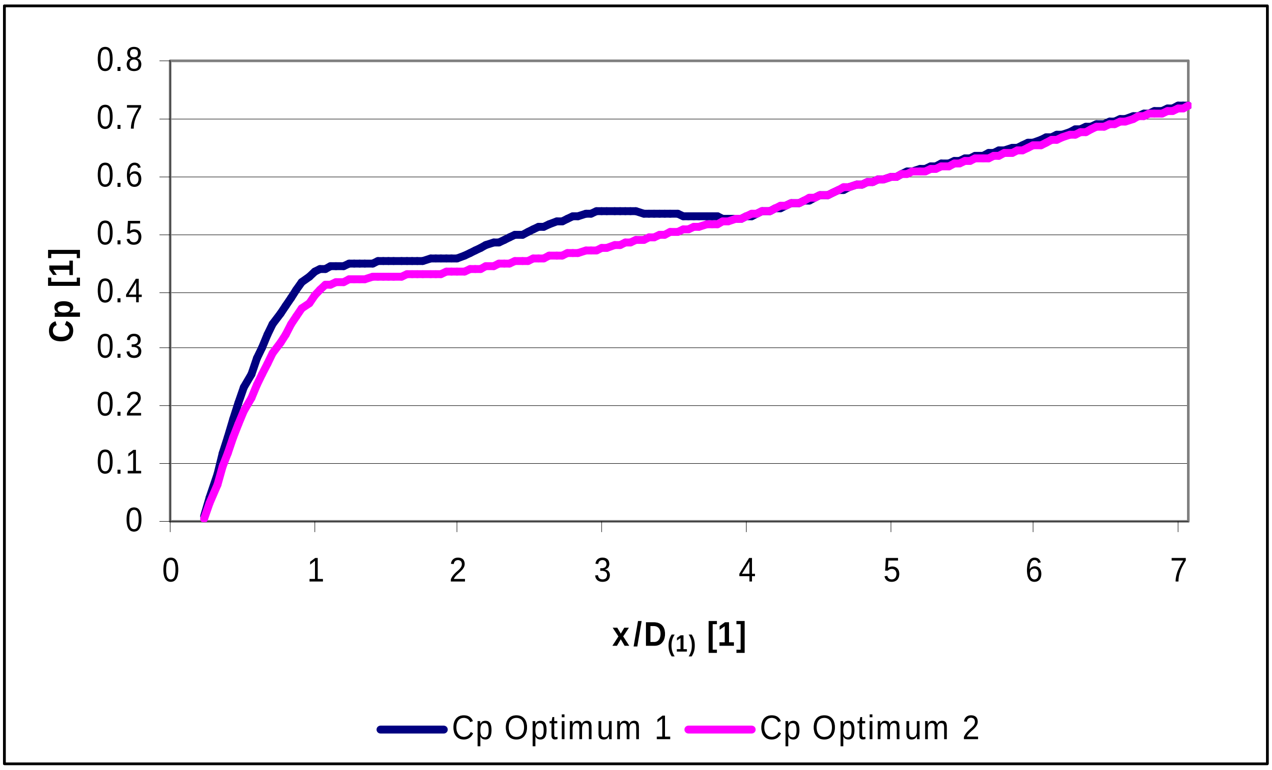
Graf.57 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky úhel otevření 5°*



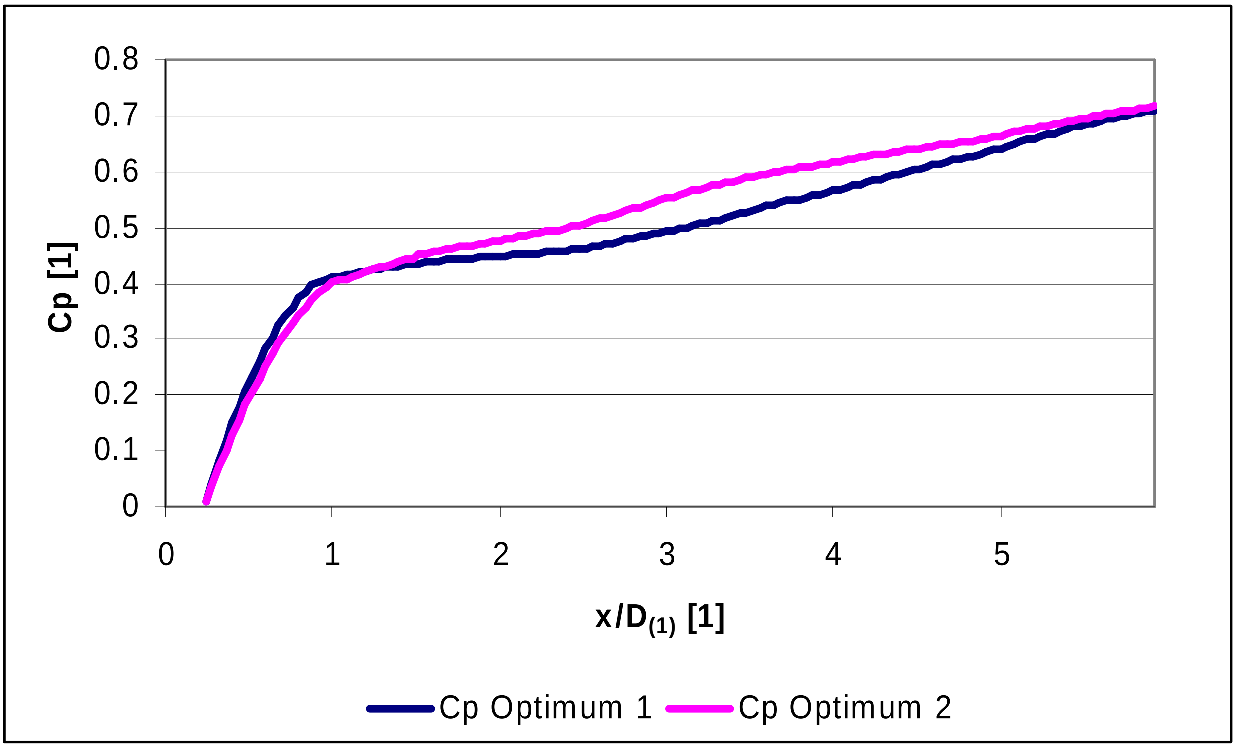
Graf.58 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky úhel otevření 6°*



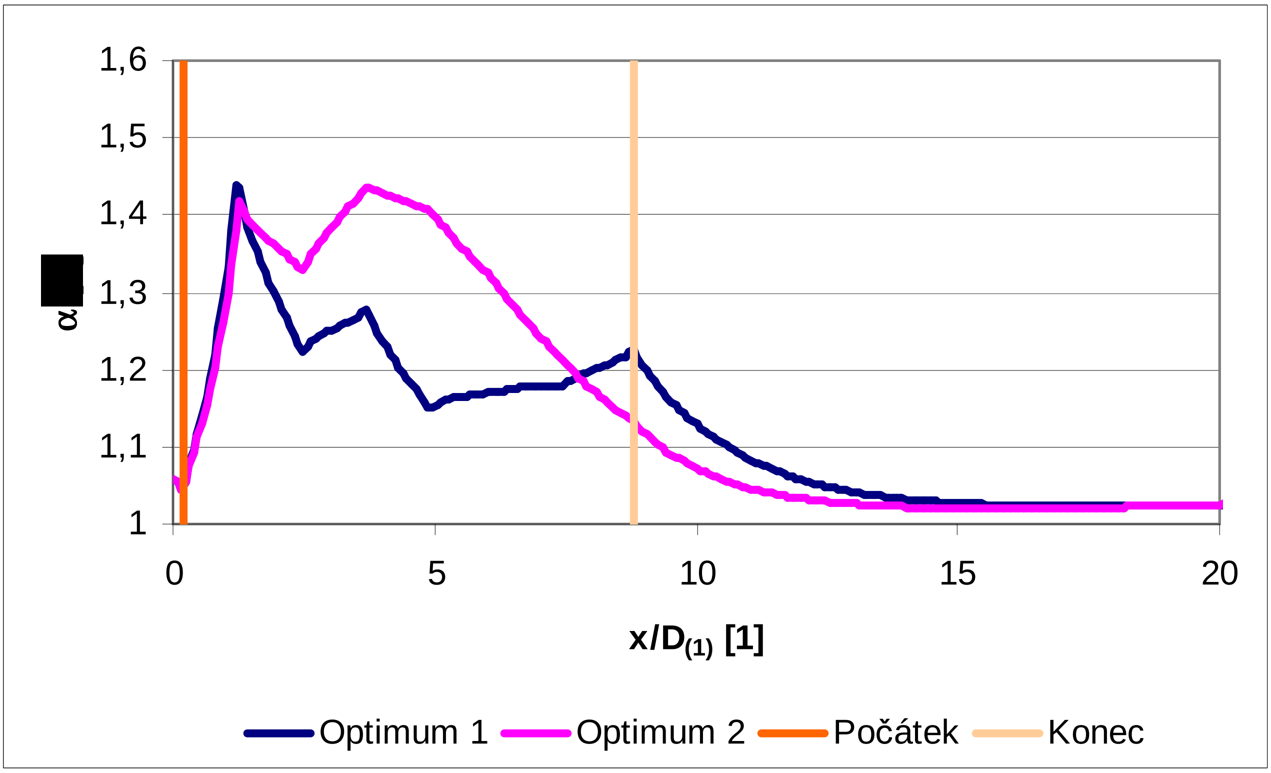
Graf.59 *Porovnání průběhu Cp pro 4° otevření difuzoru*



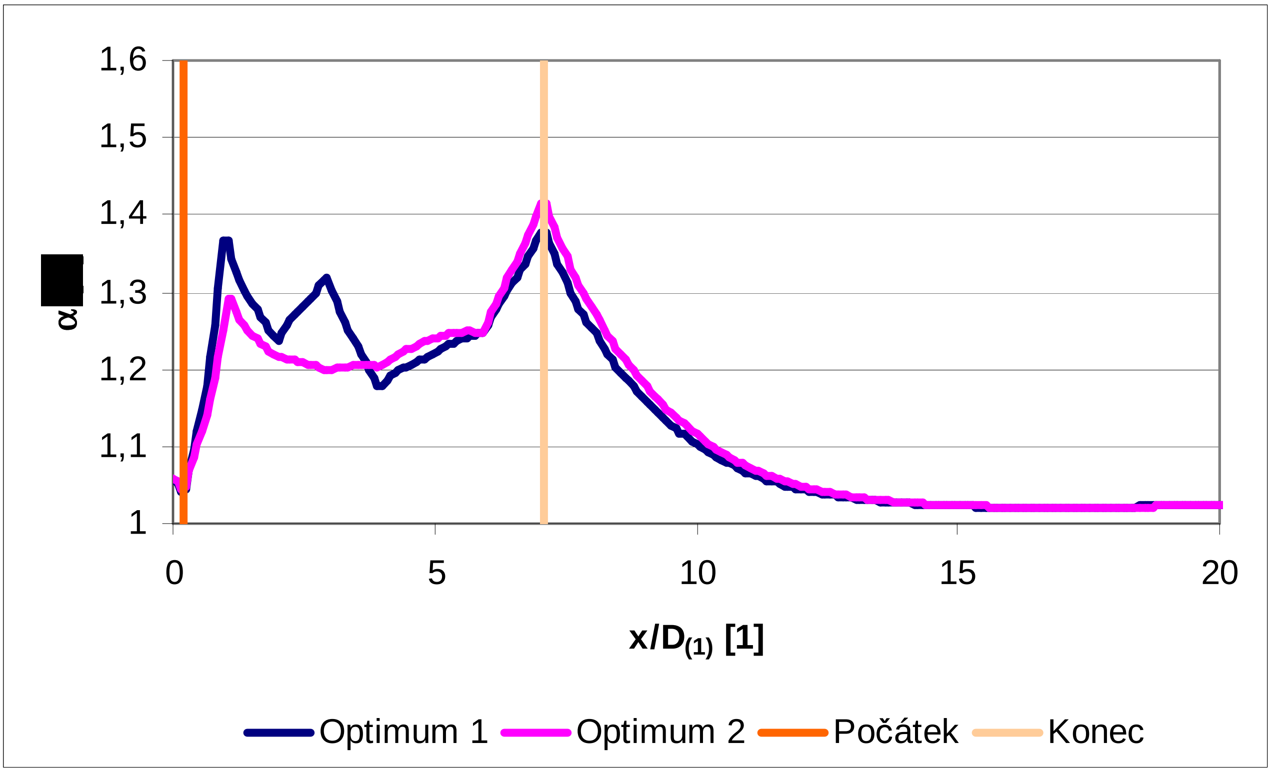
Graf.60 *Porovnání průběhu Cp pro 5° otevření difuzoru*



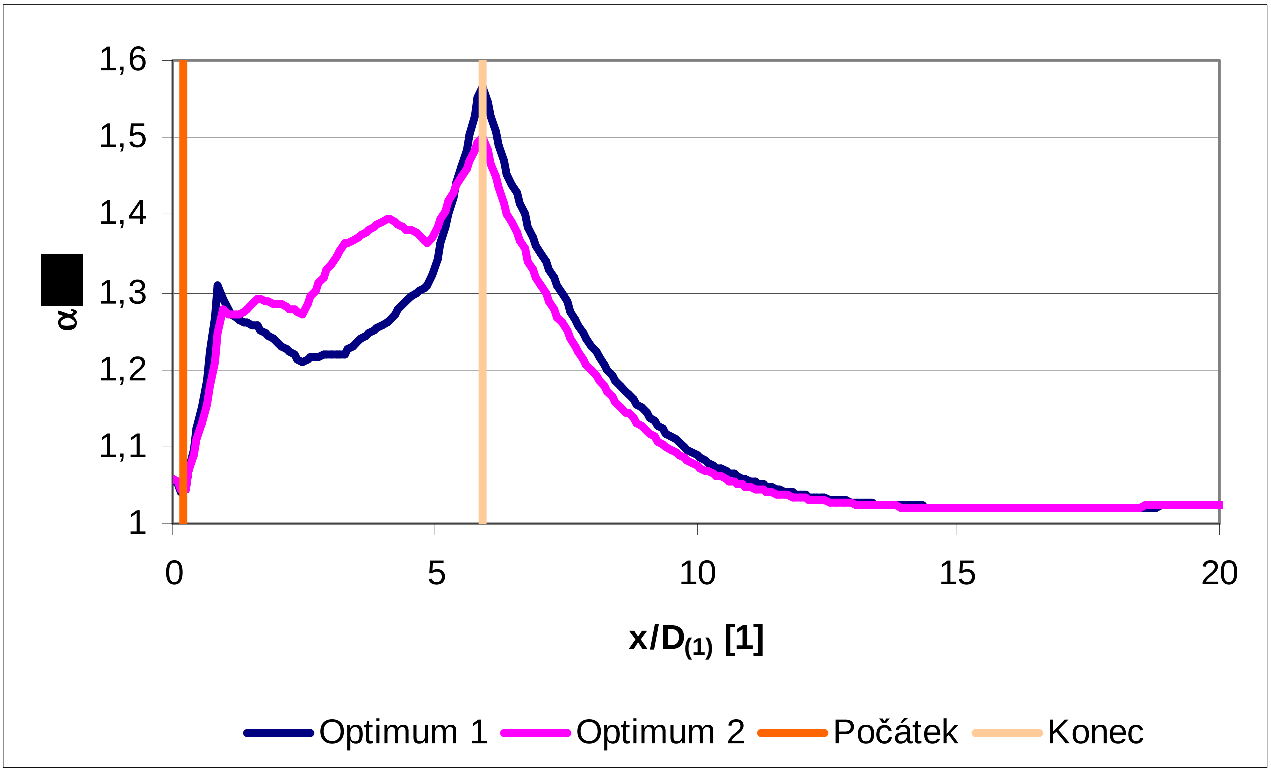
Graf.61 *Porovnání průběhu Cp pro 6° otevření difuzoru*



Graf.62 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 4° otevření*



Graf.63 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 5° otevření*



Graf.64 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 6° otevření*

12.10 POROVNÁNÍ OPTIMALIZOVANÝCH DIFUZORŮ PRO RŮZNÉ VSTUPNÍ RYCHLOSTI

V této kapitole provedeme porovnání optimálních geometrií pro různé rychlosti ve vstupní větvi, respektive pro různá Reynoldsova čísla.

Úhel otevření δ [°]	Ztrátový součinitel ξ Re=196 400 [1]	ξ Re=49 100 [1]
4	0.667	0.766
5	0.656	0.743
6	0.666	0.747
7	0.681	0.757
8	0.700	0.765
9	0.723	0.783
10	0.755	0.811
11	0.780	0.845
12	0.804	0.858
13	0.829	0.870
14	0.853	0.878
15	0.887	0.898
16	0.914	0.907

Tab.17 *Ztrátový součinitelé očistění o vliv přívodního a odpadního potrubí*

Budeme porovnávat optimální tvary geometrií difuzorů nalezených pro Re=196 400 z kap.12.8 s optimálními geometriemi nalezenými pro Re=49 100, kdy byla površka difuzoru po částech lineární. Protože pro nižší hodnotu Reynoldsova čísla byly počítány dva výchozí body, budeme porovnávat vždy ty geometrie, které z těchto dvou výpočtů byly lepší (vyšší účinnost, nižší celkový ztrátový součinitel).

Takže difuzory pro úhly otevření 4°, 6°, 7°,.., 16° budou převzaty z kapitoly 12.5 a difuzor jehož vrcholový úhel otevření je 5° bude převzat z kapitoly 12.6.

Porovnání provedeme pomocí všech doposud sledovaných veličin, Cp, Cf a Corioliosova čísla.

Na Graf.65 - Graf.67 jsou provedeny porovnání průběhů třecího koeficientu (viz kap.24.3) pro vybrané úhly otevření. Ostatní úhly otevření jsou v kap.27.5.1. Z grafů je patrné, že největší vliv Reynoldsova čísla (velikosti vstupní rychlosti) je na první polovině površky difuzoru. První úsečka tvořící površku difuzoru má u vyšších Reynoldsových čísel nižší úhel otevření, než je tomu u nižších Reynoldsových čísel. Celkově je pak možné vypozorovat, že první polovina difuzoru s vyšším Reynoldsovým číslem má menší průtočnou plochu, než je tomu u nižších Reynoldsových čísel. Druhá polovina površky difuzoru je potom víceméně shodná pro obě Reynoldsova čísla.

U nižších Reynoldsových čísel docházelo k významnějšímu tvarování površky do úhlu otevření 12° (včetně). U vyšších Reynoldsových čísel byla poslední významněji tvarovaná površka pro 10° úhlu otevření.

V Tab.18 je provedená numerická integrace plochy grafu pod třecím koeficientem a vyjádřená střední hodnota ve smyslu věty o střední integrální hodnotě (viz.kap.26.3). Integrační meze jsou v tomto případě závislé na úhlu otevření a odpovídají oblasti, ve které dochází ke změně průtočné plochy. Jinak řečeno jsou to plochy pod třecími koeficienty znázorněných v grafech. Z tabulky je patrné, že zlepšení hodnot ztrátového součinitele není způsobeno snížením hodnot třecího koeficientu.

Na Graf.68 - Graf.70 jsou porovnány průběhy Cp (kap.24.2) pro vybrané úhly otevření. Ostatní úhly otevření se nacházejí v kap.27.5.2. Průběhy Cp pro vyšší Reynoldsova čísla jsou vesměs horší (nebo stejné) než pro nižší Reynoldsova čísla.

Na Graf.71 - Graf.73 je provedeno porovnání průběhů Coriolisových čísel pro vybrané úhly otevření. Ostatní úhly otevření jsou v kap.27.5.3. Opět se ukazuje, že čím menší je plocha pod grafem Coriolisova čísla tím, menší je ztrátový součinitel rozšíření. V Tab.17 jsou uvedeni ztrátoví součinitelé rozšíření, bez vlivu přívodní a odpadní větvě (viz. kap.19). V tabulce je vidět, že všechny difuzory optimalizované pro vyšší hodnoty Reynoldsova čísla (vyjma 16° otevření) mají nižší hodnoty ztrátových součinitelů. Tomu odpovídají i grafy průběhů, kde hodnoty Coriolisových čísel pro vyšší Reynoldsova čísla jsou nižší než pro menší Reynoldsova čísla (vyjma 16° otevření) a potvrzuje to i následující tabulka.

Úhel otevření δ [°]	Re 49 100 Integrální hodnoty	Střední Integrální hodnoty	Re 196 400 Integrální hodnoty	Střední Integrální hodnoty	Rozdíl středních hodnot Re 49 100-Re 196 000
4	0.00986	0.00115	0.00928	0.00108	0.00007
5	0.00786	0.00114	0.00705	0.00102	0.00012
6	0.00594	0.00104	0.00569	0.00100	0.00004
7	0.00466	0.00095	0.00489	0.00099	-0.00005
8	0.00393	0.00092	0.00433	0.00101	-0.00009
9	0.00336	0.00089	0.00348	0.00092	-0.00003
10	0.00259	0.00075	0.00271	0.00079	-0.00004
11	0.00178	0.00057	0.00203	0.00065	-0.00008
12	0.00169	0.00060	0.00156	0.00055	0.00005
13	0.00112	0.00042	0.00131	0.00050	-0.00007
14	0.00094	0.00039	0.00107	0.00044	-0.00005
15	0.00078	0.00034	0.00092	0.00041	-0.00006
16	0.00068	0.00032	0.00078	0.00037	-0.00005

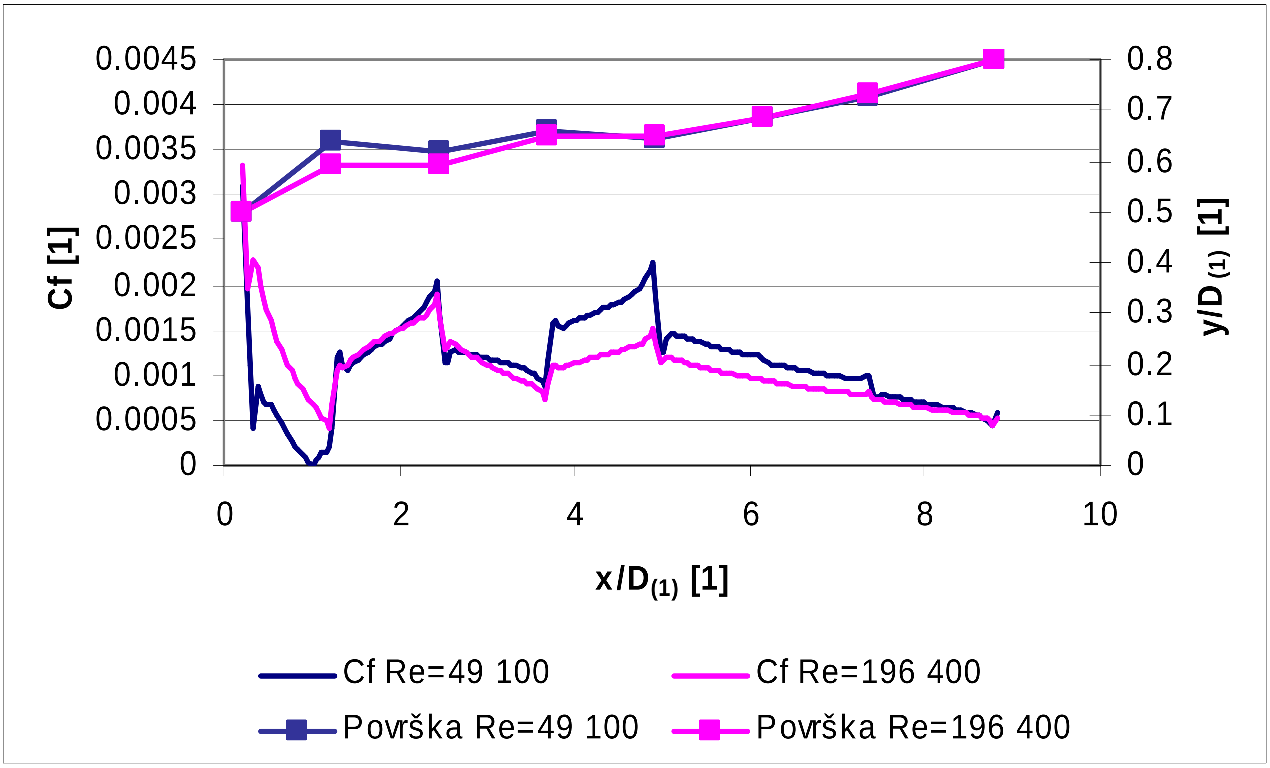
Tab.18 *Integrální a střední integrální hodnoty třecího koeficientu*

Úhel otevření δ [°]	Re 49 100 Integrální hodnota	Střední integrální hodnota	Re 196 400 Integrální hodnota	Střední integrální hodnota	Rozdíl středních hodnot Re 49 100-Re196 000
4	22.590	1.125	22.326	1.112	0.013
5	22.793	1.135	22.629	1.127	0.008
6	23.030	1.147	22.900	1.140	0.006
7	23.291	1.160	23.168	1.154	0.006
8	23.557	1.173	23.505	1.171	0.003
9	23.861	1.188	23.825	1.187	0.002
10	24.096	1.200	24.105	1.200	0.000
11	24.532	1.222	24.367	1.214	0.008
12	24.719	1.231	24.586	1.224	0.007
13	24.969	1.243	24.797	1.235	0.009
14	25.124	1.251	25.003	1.245	0.006
15	25.279	1.259	25.230	1.256	0.002
16	25.378	1.264	25.416	1.266	-0.002

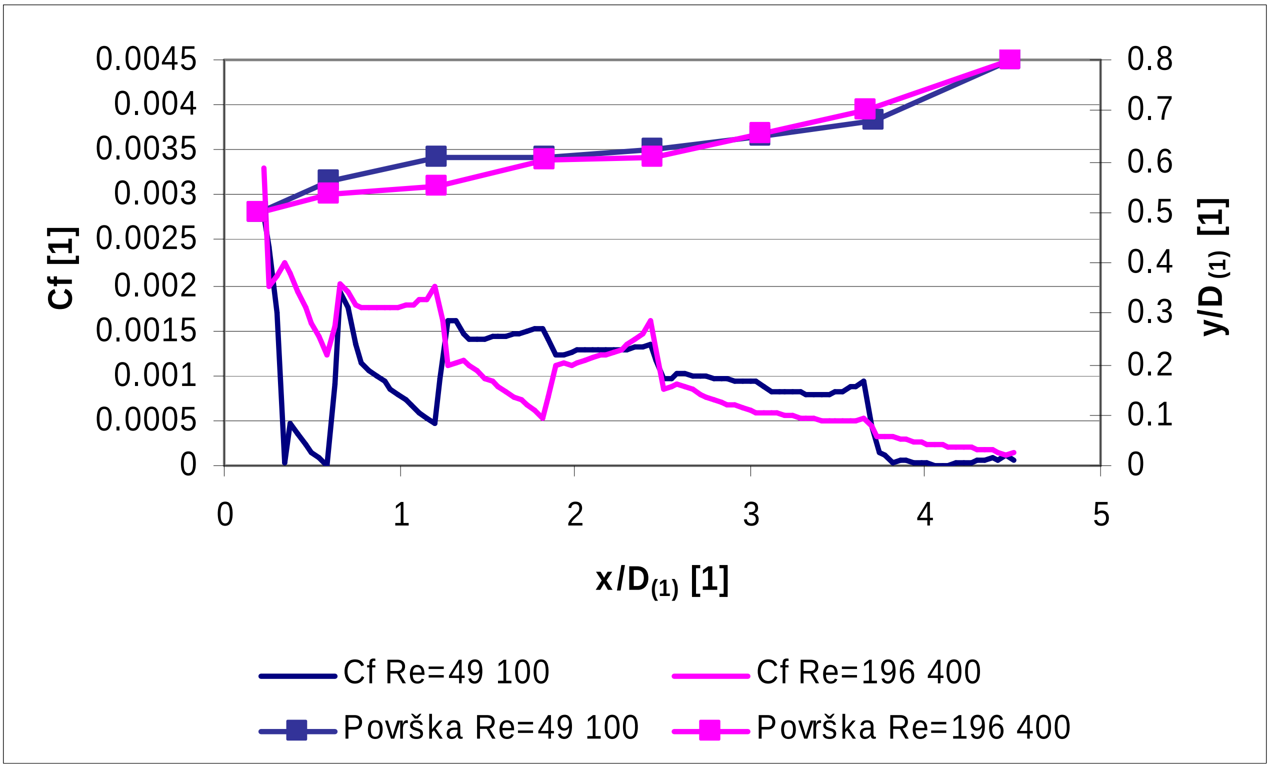
Tab.19 *Integrální a střední integrální hodnoty Coriolisových čísel*

V Tab.19 je provedena numerická integrace průběhů Coriolisových čísel pomocí lichoběžníkové metody. Střední hodnoty uvedené v tabulce jsou ve smyslu věty o střední integrální hodnotě (viz.kap.26.3). Spodní integrační mez byla $x/D_{(1)}=0$, horní integrační mez byla $x/D_{(1)}=20$ a odpovídají oblasti zobrazené v grafech.

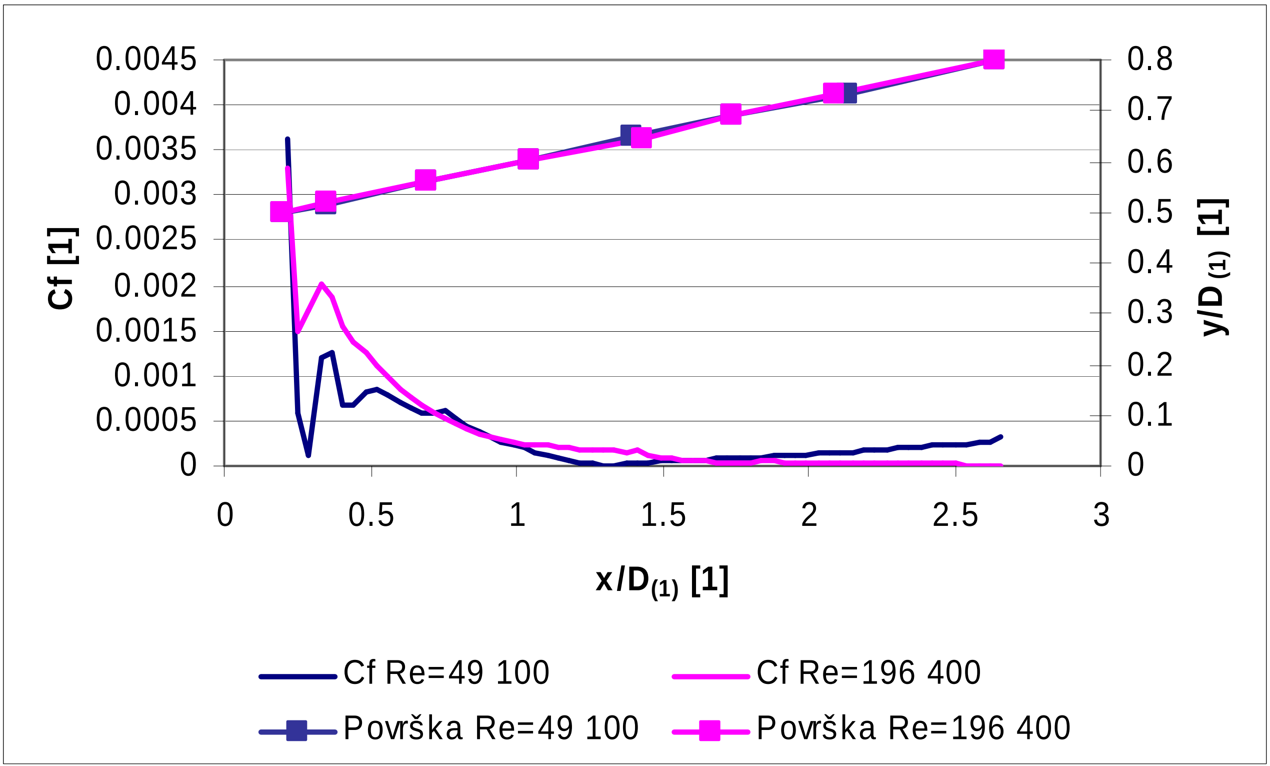
Vyšší ztrátový součinitel u 16° otevření Re=196 000, je důsledkem horšího průběhu třecího koeficientu a Coriolisova čísla (Tab.18, Tab.19) a jsou způsobeny velmi malými tvarovými změnami.(Graf.266).



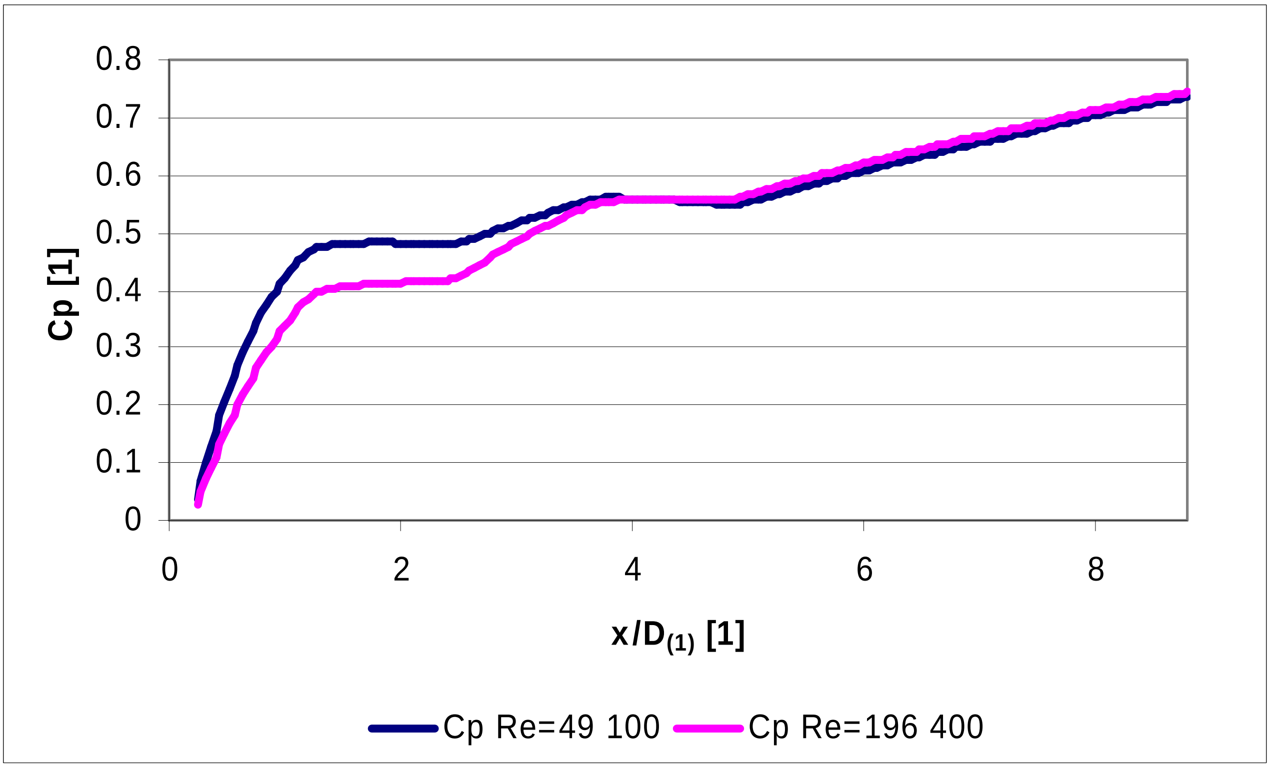
Graf.65 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky úhel otevření 4°*



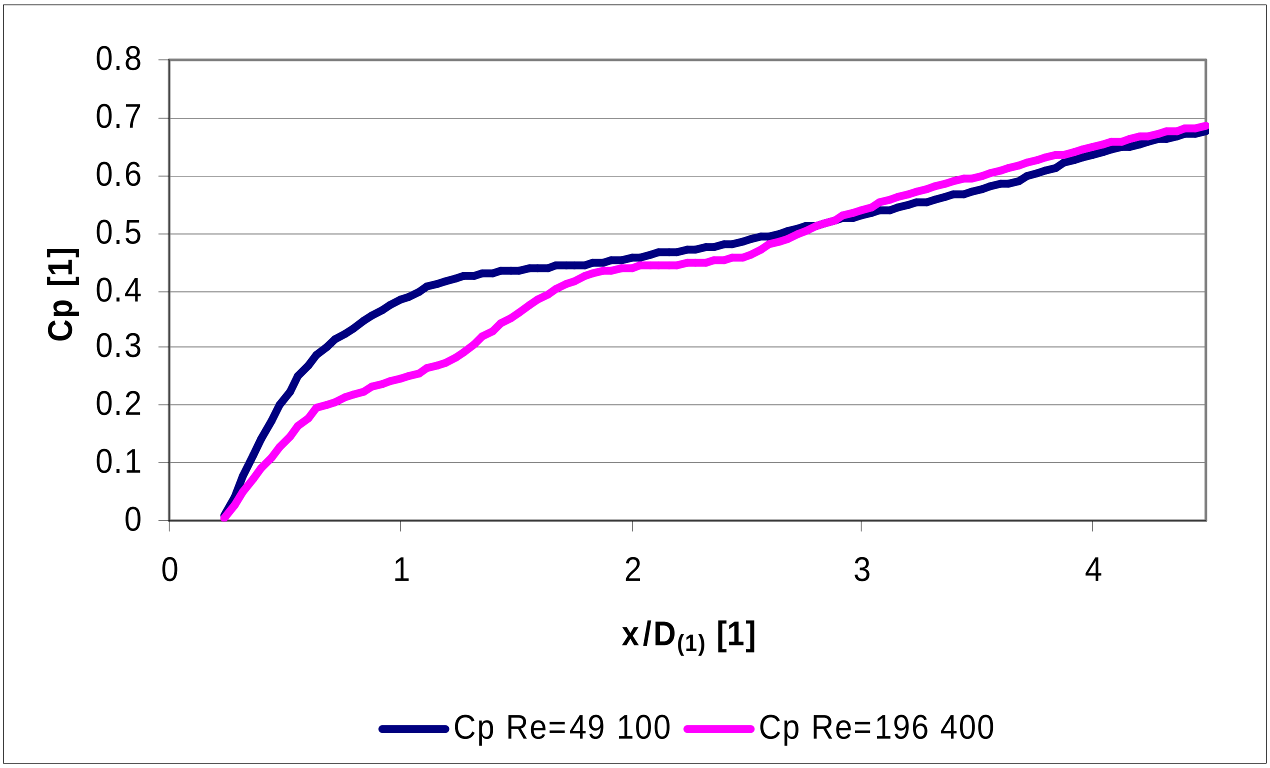
Graf.66 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky úhel otevření 8°*



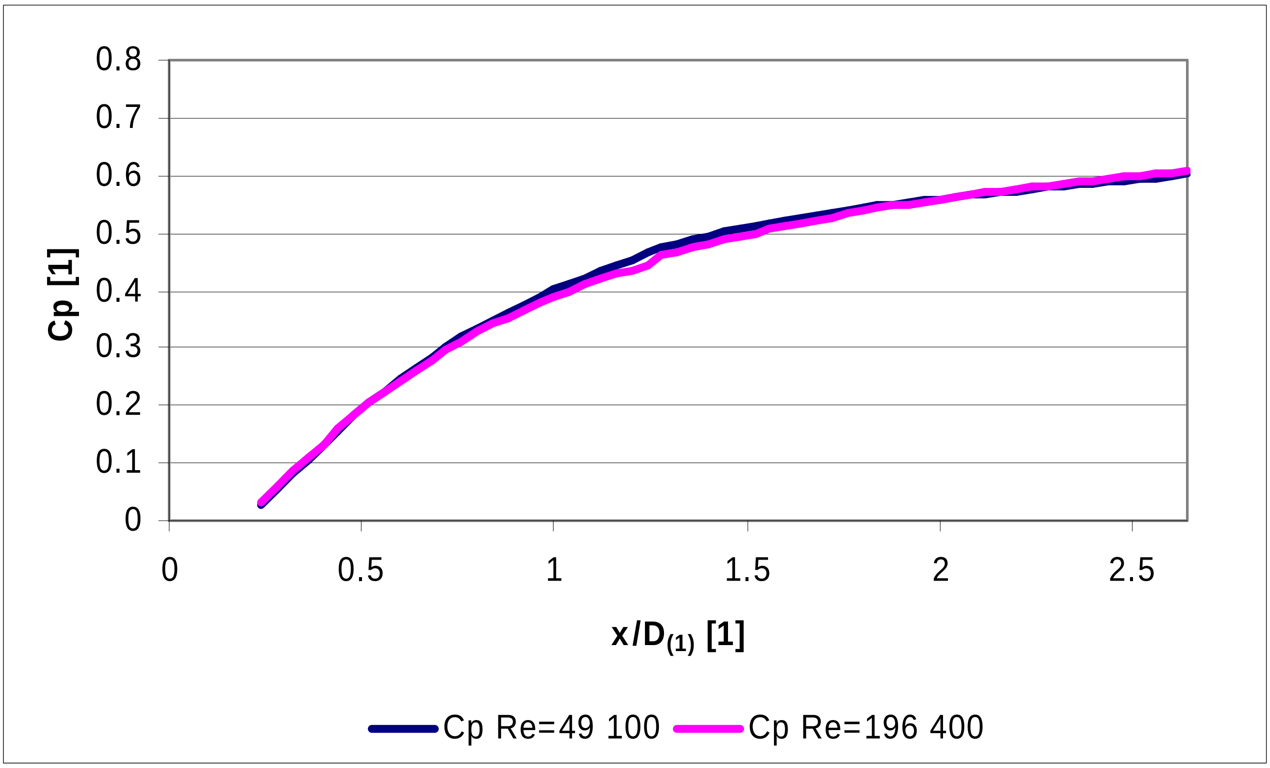
Graf.67 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky úhel otevření 14°*



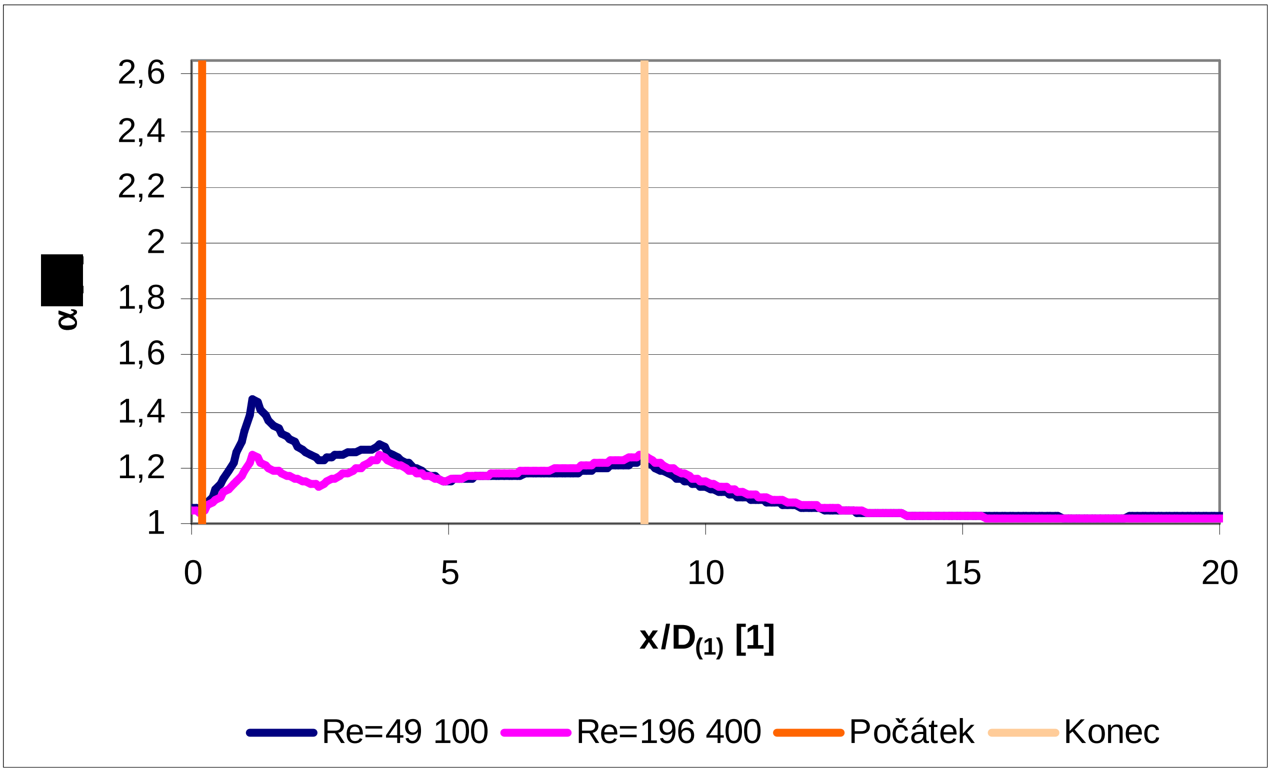
Graf.68 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 4°*



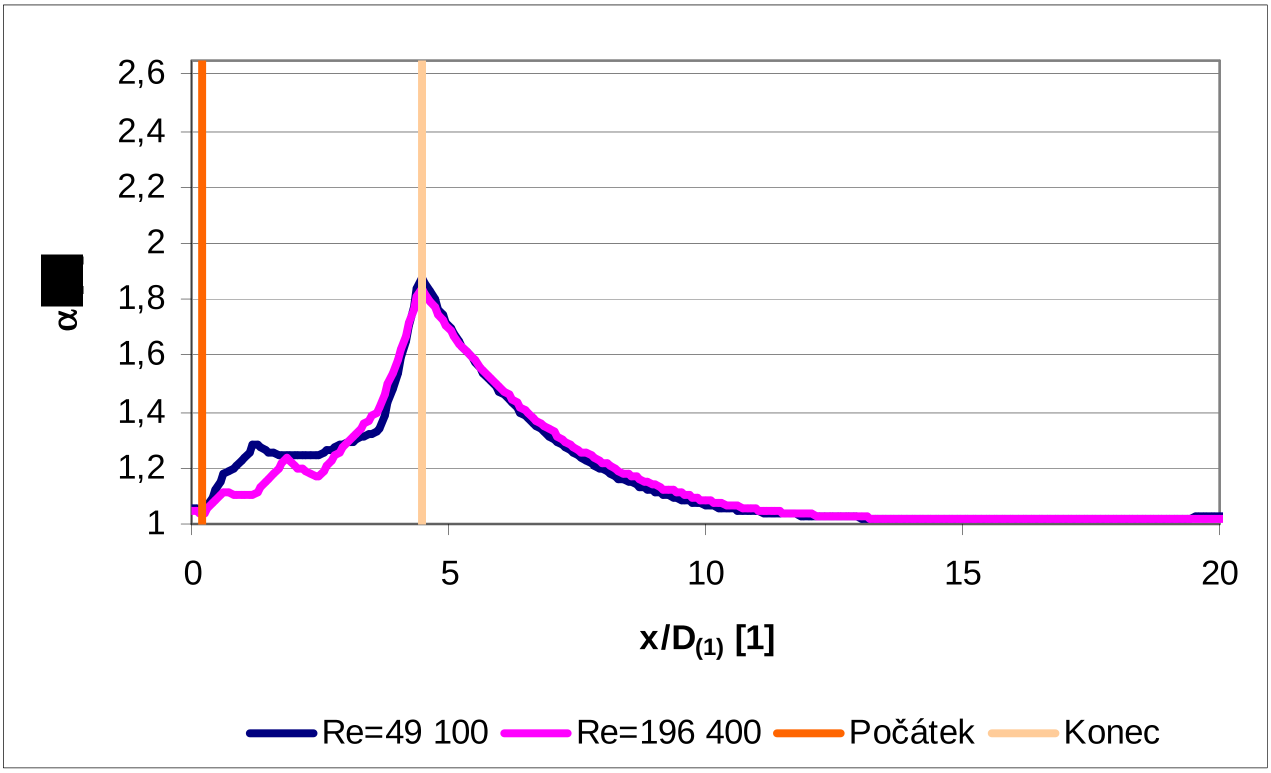
Graf.69 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 8°*



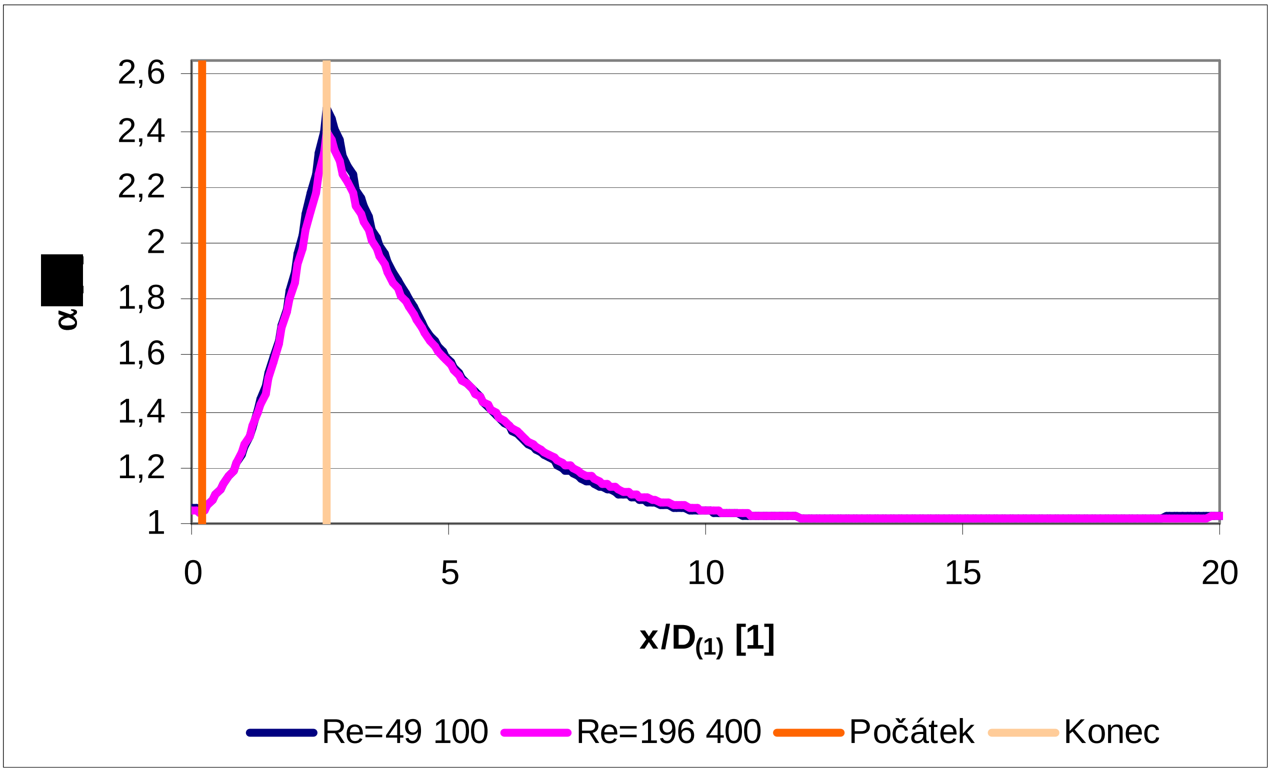
Graf.70 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 14°*



Graf.71 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 4° otevření*



Graf.72 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 8° otevření*

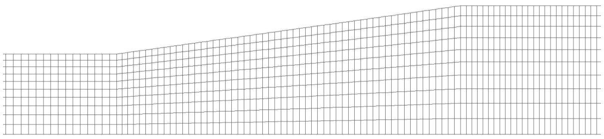
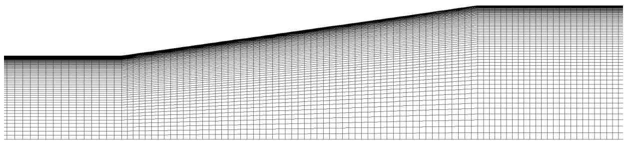


Graf.73 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 14° otevření*

12.11 POROVNÁNÍ ŘEŠENÍ PROUDOVÉHO POLE DIFUZORU K-E REALIZABLE MODELEM S NEROVNOVÁŽNÝMI STĚNOVÝMI FUNKCEMI A S DOUVRSTVÍM MODELEM

Proudová pole při optimalizaci difuzoru byla řešena pomocí k-ε Realizable modelu s nerovnovážnými stěnovými funkcemi. Pokud máme korektně aplikovat nerovnovážné stěnové funkce je potřeba, aby výpočetní síť byla hrubší vzhledem k poměrně nízkému Reynoldsovu číslu. To má za následek, že při znázornění vektorového rychlostního pole u větších otevření (nad 10°) nebylo zjevné místo odtržení mezní vrstvy a oblast, kde mělo docházet k zavíření proudění. Proto pro případ 16° otevření přímého difuzoru provedeme porovnání řešení k-ε Realizable modelu s nerovnovážnými stěnovými funkcemi a k-ε Realizable modelu s dvouvrstvým modelem.

Na obrázku Obr.17 a Obr.18 jsou ukázány výpočetní sítě pro jednotlivé stěnové funkce.

Obr.17 *Nerovnovážné stěnové funkce* Obr.18 *Dvouvrství model*

U dvouvrstvého modelu byla hodnota y^+ v přívodní větvi přibližně 0.9 a v odpadní větvi byla hodnota přibližně 0.7. Síť byla tvořena z 84 700 buněk.

U nerovnovážných stěnových funkcí byla hodnota y^+ v přívodní větvi přibližně 50 a v odpadní větvi přibližně 35. Síť byla vytvořena z 12 100 buněk.

Porovnání obou stěnových funkcí provedeme pomocí všech sledovaných veličin. Tj. průběhu Cp, Coriolisova čísla, třecího koeficientu Cf a dále provedeme porovnání proudového pole.

Na Obr.19 a Obr.20 je vyobrazeno porovnání rychlostních polí. U dvouvrstvého modelu je vidět úzká oblast zpětného proudění v mezní vrstvě, která začíná na počátku difuzoru. U Nerovnovážných stěnových funkcí je tato oblast omezena pouze na oblast přechodu difuzoru na odpadní potrubí.

Na Obr.20 a Obr.21 jsou porovnány kontury rychlosti a není zde viditelný výraznější rozdíl.

Na Obr.22 a Obr.23 je znázorněna oblast se zápornými axiálními složkami rychlosti. U dvouvrstvého modelu tato oblast začíná na počátku difuzoru. U nerovnovážných stěnových funkcí se tato oblast vůbec nevyskytuje.

Na Graf.74 je porovnání průběhu Cp. Zde se největší rozdíly vyskytují v prostřední části difuzoru. V celém průběhu má dvouvrstvý model o trochu nižší hodnoty. Na Graf.75 je porovnání Coriolisových čísel v difuzoru a v části odpadního potrubí. Dvouvrstvý model má nižší hodnoty Coriolisova čísla na přechodu difuzoru a odpadního potrubí. V odpadním potrubí jsou hodnoty Coriolisova čísla u dvouvrstvého modelu vyšší.

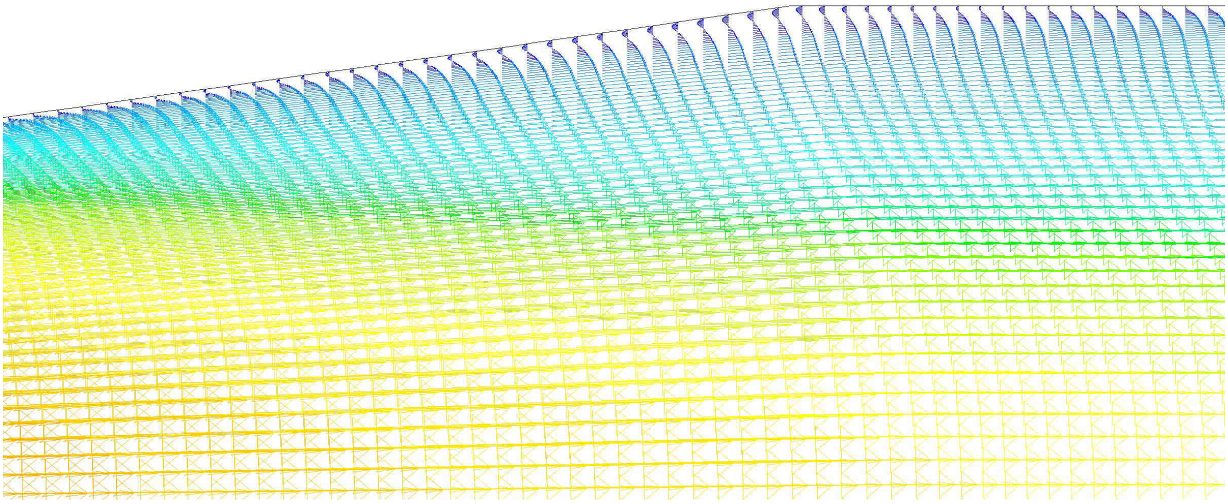
Největší rozdíly jsou viditelné na průběhu třecího koeficientu v Graf.76 (viz.kap.24.3). Dvouvrstvý model má oba poklesy třecího součinitele posunuty blíže ke vstupu difuzoru. Dále pak udává celkově vyšší hodnoty třecího koeficientu po celé délce difuzoru.

		Nerovnovážné stěnové funkce	Dvouvrstvý model	Rozdíl
$\eta_{(d)}$	[1]	0.548	0.520	0.028
ξ	[1]	2.796	3.003	-0.207

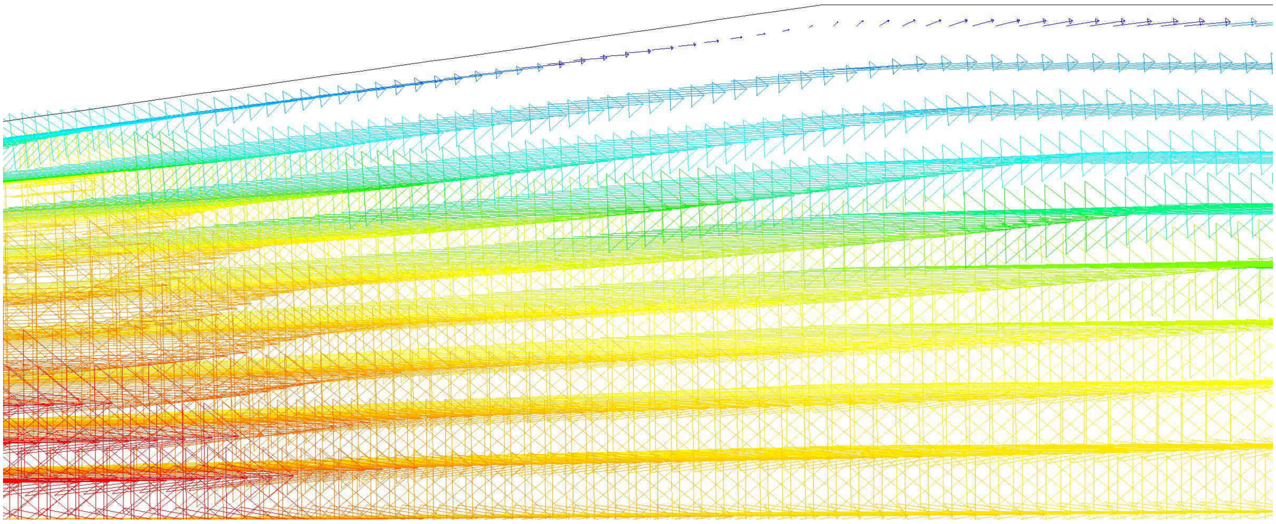
Tab.20 *Porovnání celkových veličin difuzoru*

V Tab.20 je porovnání celkových veličin difuzoru s 16° otevřením. Je vidět, že dvouvrstvý model udává celkově vyšší ztráty nižší účinnosti difuzoru, než nerovnovážné stěnové funkce.

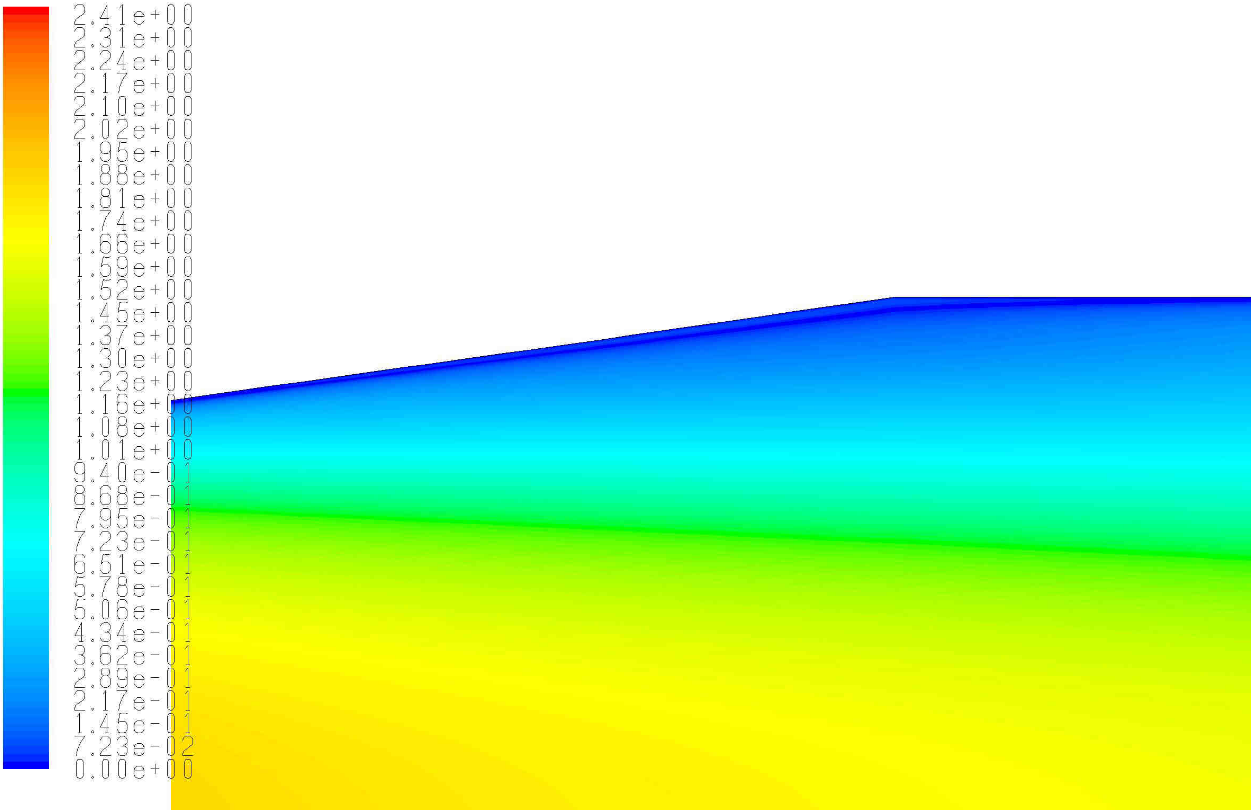
Pro takto nízké hodnoty Reynoldsova čísla (49 100 ve vstupní větvi) by nepochybně byl vhodnější dvouvrstvý model, už jenom s ohledem na modelování oblasti zpětného proudění. Nicméně, pro dvouvrstvý model je potřeba přibližně 7x hustější síť něž pro nerovnovážné stěnové funkce a vzhledem k množství provedených výpočtů se jedná o podstatnou úsporu času.



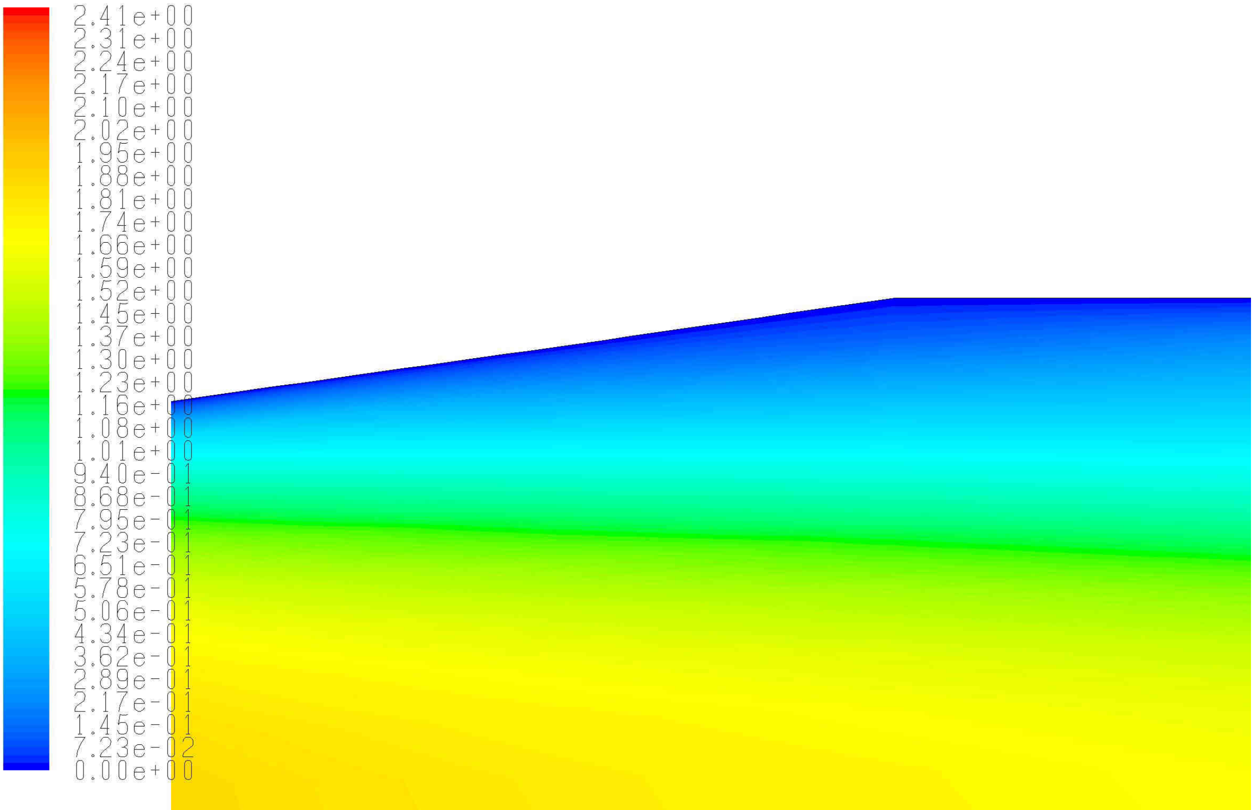
Obr.19 *Vektory rychlosti, Dvouvrstvý model*



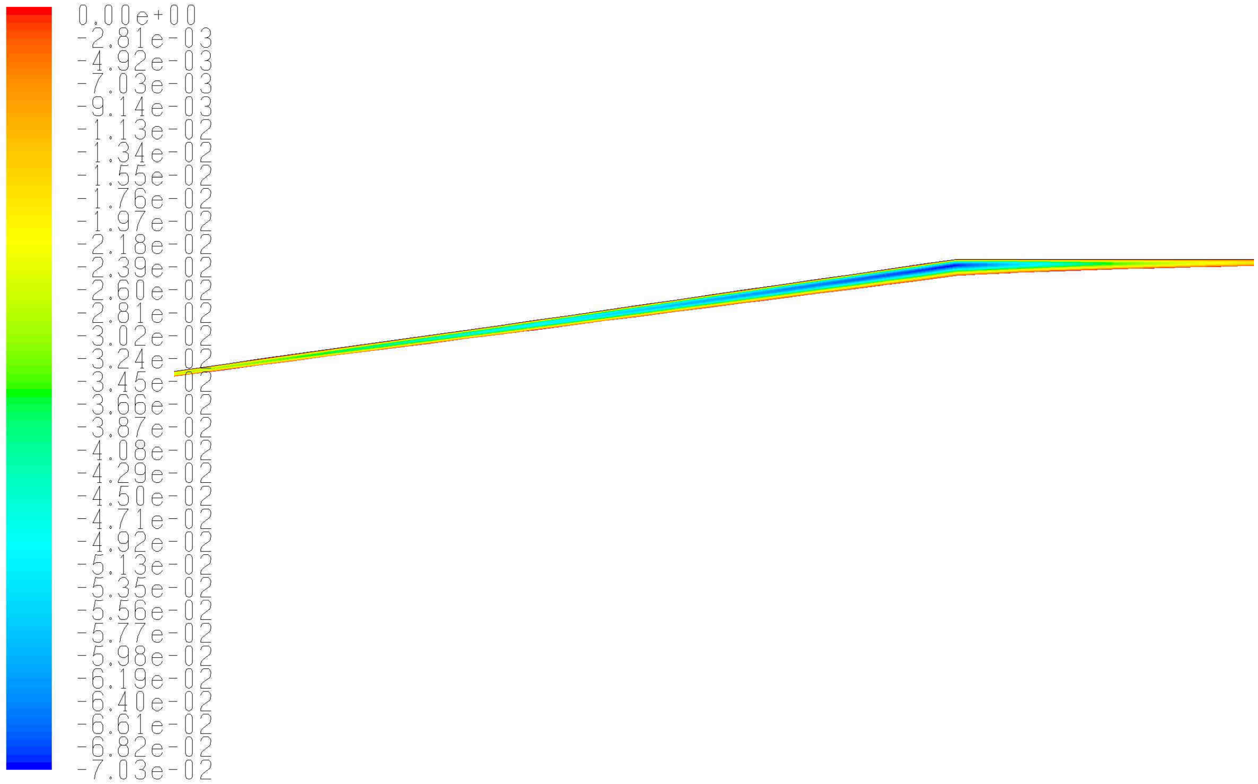
Obr.20 *Vektory rychlosti, Nerovnovážné stěnové funkce*



Obr.21 *Kontury rychlosti, Dvouvrstvý model*

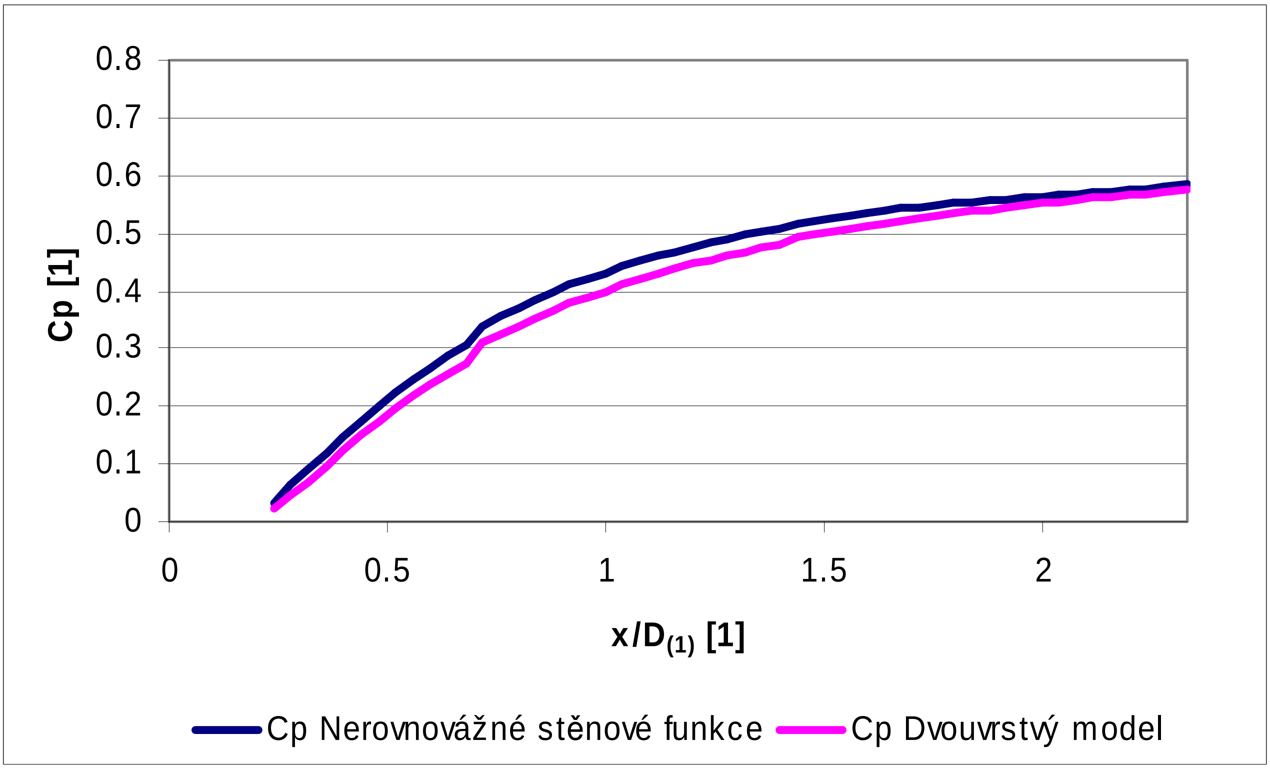


Obr.22 *Kontury rychlosti, Nerovnovážné stěnové funkce*

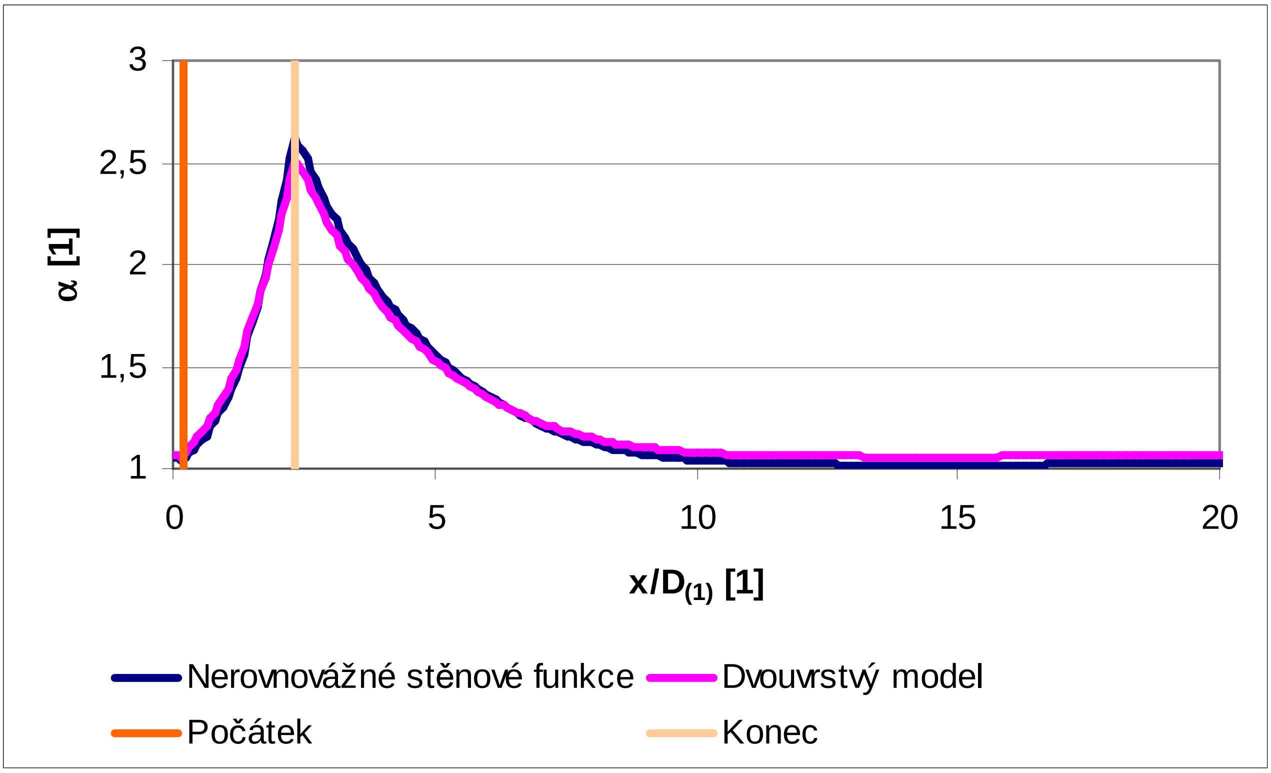


Obr.23 *Oblast zpětného proudění, Dvouvrstvý model*

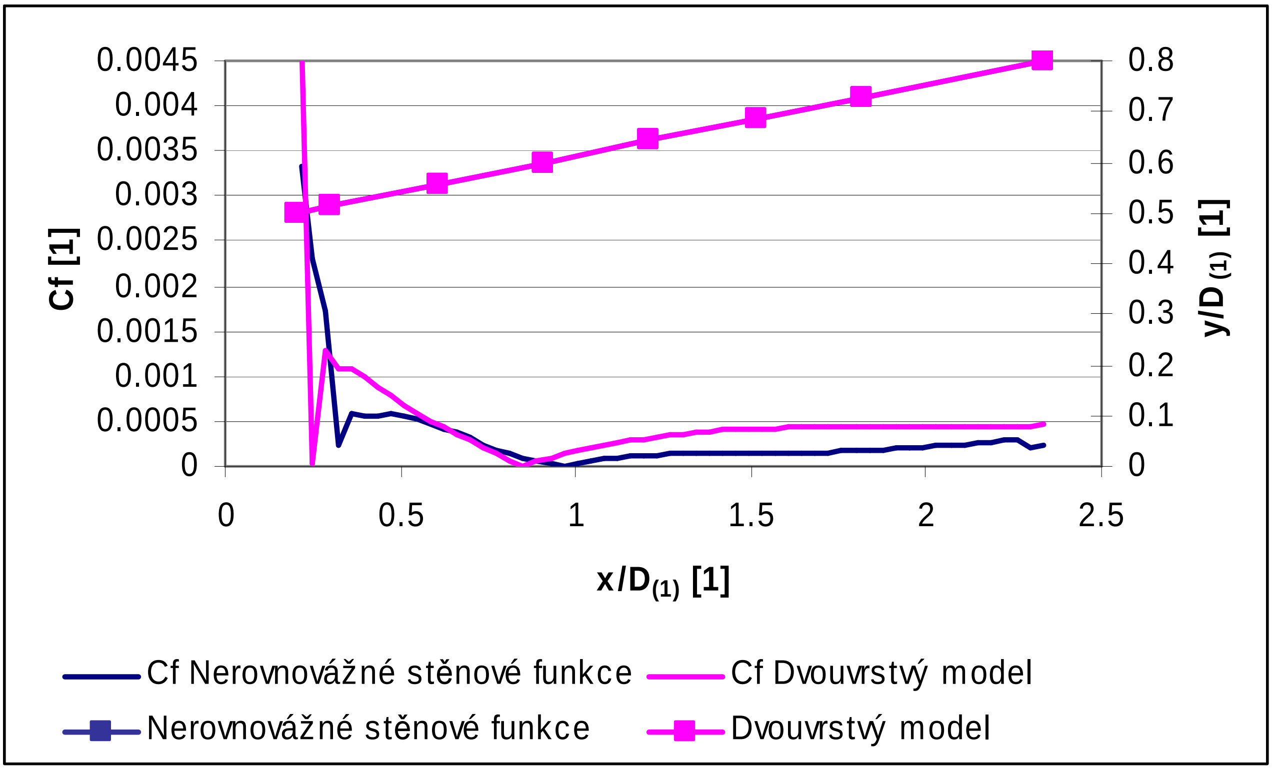
Obr.24 *Oblast zpětného proudění, Nerovnovážné stěnové funkce*



Graf.74 *Průběh tlakového koeficientu Cp*



Graf.75 *Průběh Coriolisova čísla*

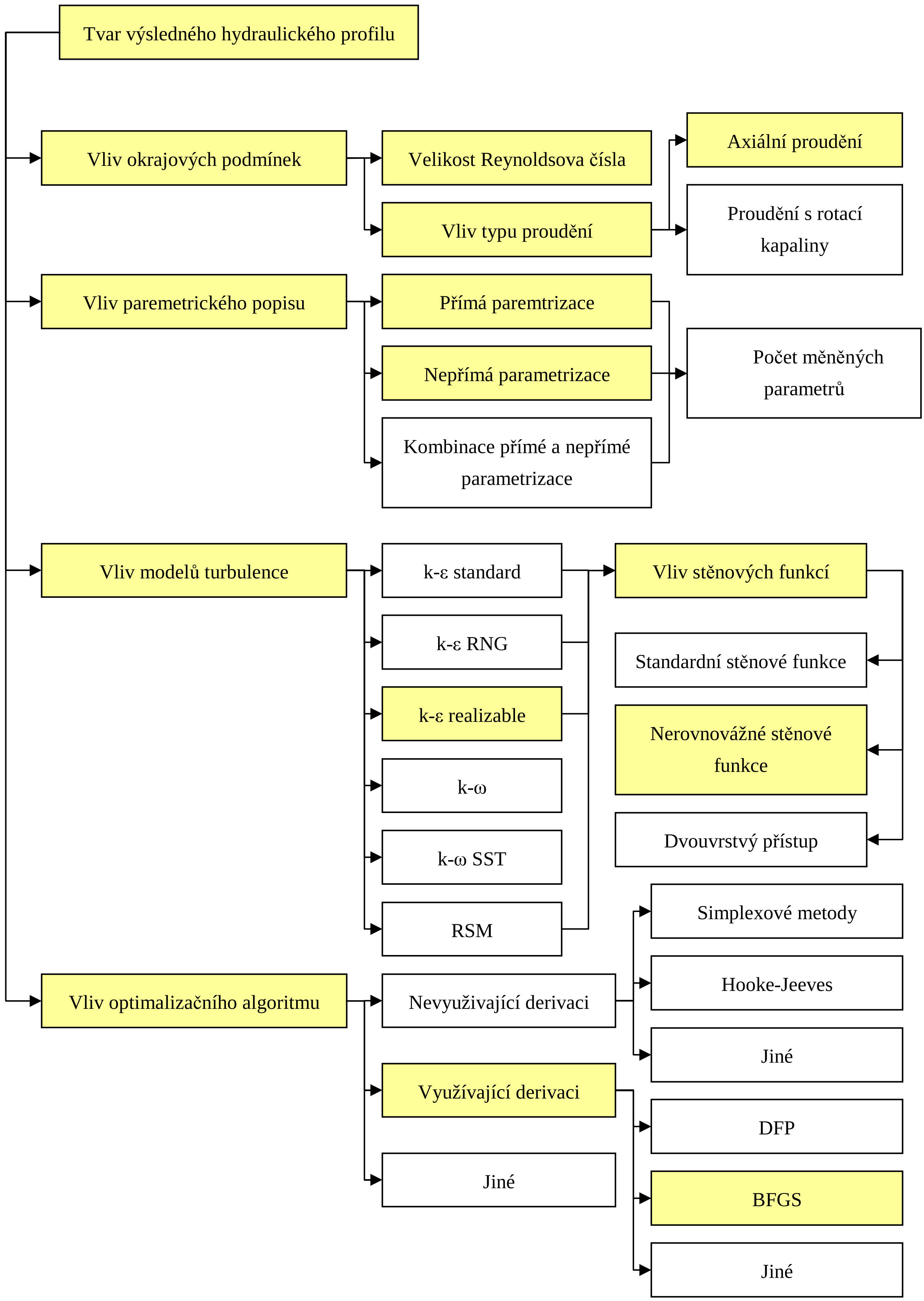


Graf.76 *Průběh Třecího koeficientu Cf a tvary površek difuzoru*

12.12 ASPEKTY OVLIVŇUJÍCÍ OPTIMALIZACI HYDRAULICKÉHO PROFILU

V předchozích kapitolách byly provedeny návrhy difuzorů s různými okrajovými podmínkami či různými typy parametrizace površky difuzoru. Následují schéma se pokusí shrnout aspekty, které mohou ovlivňovat výsledný tvar površky difuzoru. Schéma zajisté není vyčerpávající a mohou se objevit další vlivy, které ve schématu nejsou uvedeny. Některé z uvedených aspektů mohou mít rozhodující vliv či nikoliv, to by mělo být předmětem dalšího zkoumání.

Jen některými vlivy jsme se doposud zaobírali a ty, kterým jsme se v předchozích kapitolách věnovali, budou označeny barevně. Následující schéma je možné chápat obecně a je možné ho vztáhnou na optimalizace různých hydraulických profilů.



Obr.25 *Možné aspekty ovlivňující výsledný hydraulický profil*

13 PARAMETRIZACE GEOMETRIE

Parametrizaci geometrie můžeme rozdělit na dva odlišné přístupy. Jedním je přímá parametrizace a druhý je nepřímá parametrizace geometrie.

Přímou parametrizací máme na mysli, když měněné parametry přímo charakterizují danou geometrii. Např. mějme po částech lineární difuzor. Površka tohoto difuzoru je tvořena body, které se spojují úsečkami. Poloha těchto bodů v rovině jsou potom přímo měněné parametry, se kterými optimalizační algoritmus pracuje (kap.12.5, 12.6, 12.8).

Nepřímou parametrizací máme na mysli, když je tvar geometrie dopočítáván na základě měněných parametrů. Nejlepším příkladem takto parametrizované geometrie je difuzor, jehož površka je tvořena Bézierovou křivkou. Měněné parametry, se kterými pracuje optimalizační algoritmus, jsou v tomto případě řídící body Bézierovy křivky. Z těchto bodů je následně dopočítán tvar površky (kap.12.7).

Proč je toto rozdělení důležité? Ukazuje se, že přímá parametrizace je vhodnější v případech, když je možné nežádoucí proudové útvary (zavíření kapaliny, odtržení mezní vrstvy) potlačit přímou změnou polohy měněných parametrů. Tzn. že parametrizace umožňuje ve svém popisu geometrie tyto proudové útvary eliminovat, např. změnou průtočné plochy či tvarem površky. Vhodným příkladem jsou difuzory malých úhlů otevření (do 9° vrcholového úhlu).

Nepřímá parametrizace je naopak vhodnější v případech, kdy parametrický popis geometrie neumožňuje úplnou eliminaci nežádoucích proudových útvarů. Toto může nastat, když omezení parametrického popisu jsou příliš striktní (maximální zákopová hloubka u savek, maximální délka difuzoru atd.). Např. u difuzorů s velkým úhlem otevření (od 10° vrcholového úhlu).

Jedna z možných příčin proč tomu tak je, že u přímé parametrizace je vliv jednotlivých řídích bodů na geometrii jednoznačně dán. Každý z parametrů ovlivňuje svou část geometrie. Pokud ovšem potřebujeme pouze minimalizovat vliv některých proudových útvarů, bude při vhodné počáteční geometrii jakákoli částečná změna nevýhodná (kap.12.5).

U nepřímé parametrizace, a nyní budeme mít konkrétně na mysli Bézierovu křivku, je vliv jednotlivých řídících bodů na každou část geometrie nejednoznačný. Jinak řečeno, u Bézierových entit, jsou všechny body křivky ovlivněny všemi řídícími body, vyjma hraničních. Takže částečná změna polohy řídícího bodu se projeví na celé parametrizované geometrii. Tato provázanost se jeví výhodná v případech, kdy je možné pouze minimalizovat dopad nežádoucích proudových jevů (kap.12.7). Nicméně pro potvrzení této hypotézy je potřeba provést další experimenty a také je potřeba vyloučit vliv optimalizačního algoritmu.

U proudění v rovině (např. rotačně symetrické difuzory) je možné ze zkušenosti předem určit, jestli daný parametrický popis je schopen eliminovat např. odtržení mezní vrstvy či nikoli. V případě prostorového proudění se celá věc komplikuje a je velmi obtížné cokoli předvídat předem.

Výhodou přímé parametrizace je snadné omezení realizovatelnosti sítě (kap.9.1). U nepřímě parametrizace je omezení realizovatelnosti sítě poněkud obtížnější.

14 VLIV ŘÍDÍCÍCH BODŮ PARAMETRIZACE SÍTĚ NA HODNOTY ZTRÁTOVÉHO SOUČINITELE, CITLIVOSTNÍ ANALÝZA

[34, John]

V této kapitole se zaměříme na to, jak jednotlivé řídící body parametrizace sítě ovlivňují hodnoty ztrátového součinitele v průběhu optimalizace.

Vliv jednoho řídícího bodu na změnu kriteriální funkce budeme určovat ze vztahu

$$S(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \tag{12.12.1}$$

Kde x je vektor měněných parametrů a platí pro něj, že $x \in (x_1, x_2, \ldots, x_N)$. Funkce měněných parametrů $f(x)$ je v našem případě hodnota ztrátového součinitele.

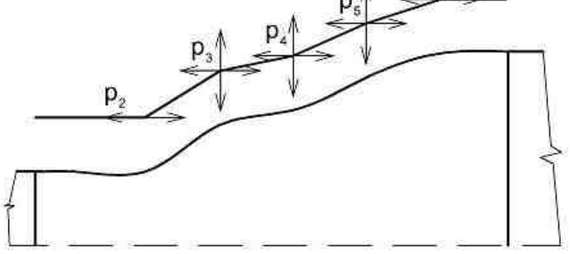
Hodnota citlivostní funkce S bude potom určována na základě rovnice

$$S(x_i) = \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} = \frac{f(x_1, x_2, x_i + h, \ldots, x_n) - f(x_1, x_2, \ldots, x_N)}{h} \tag{12.12.2}$$

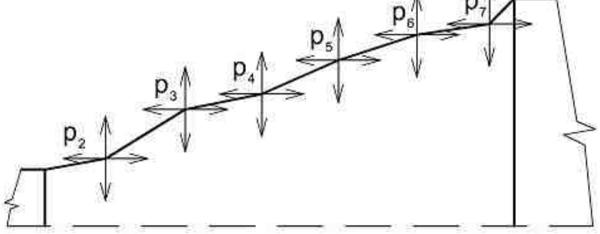
V podstatě je jedná o hodnotu vektoru $d_{(k)}$ v algoritmu BFGS bez vlivu matice D (viz.kap.6.5). Jednotlivé hodnoty citlivostní funkce „S“ budou určovány z průběhu optimalizačního procesu.

V kap.13 bylo provedeno rozdělení parametrizací výpočetních sítí na dva odlišné přístupy. Nyní se podíváme jaký vliv mají jednotlivé řídící body u přímé a nepřímé parametrizace.

Protože optimalizace difuzoru probíhaly automaticky a jejich ukončení bylo na základě předem definovaných podmínek, jsou k citlivostní analýze vhodné jenom úhly otevření 8° a 10°. V ostatních případech došlo k ukončení v jednom nebo v druhém případě po první nové geometrii. (Byla spočtena nová geometrie a určena hodnota gradientu v tomto bodě a po té vyhodnocena podmínka $\left\| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\| < 0.0001$, a nebo optimalizační algoritmus nenašel takovou délku λ kroku, aby platilo že $f(x_{(k)}) > f(x_{(k)} + \lambda d_{(k)})$).



Obr.26



Obr.27

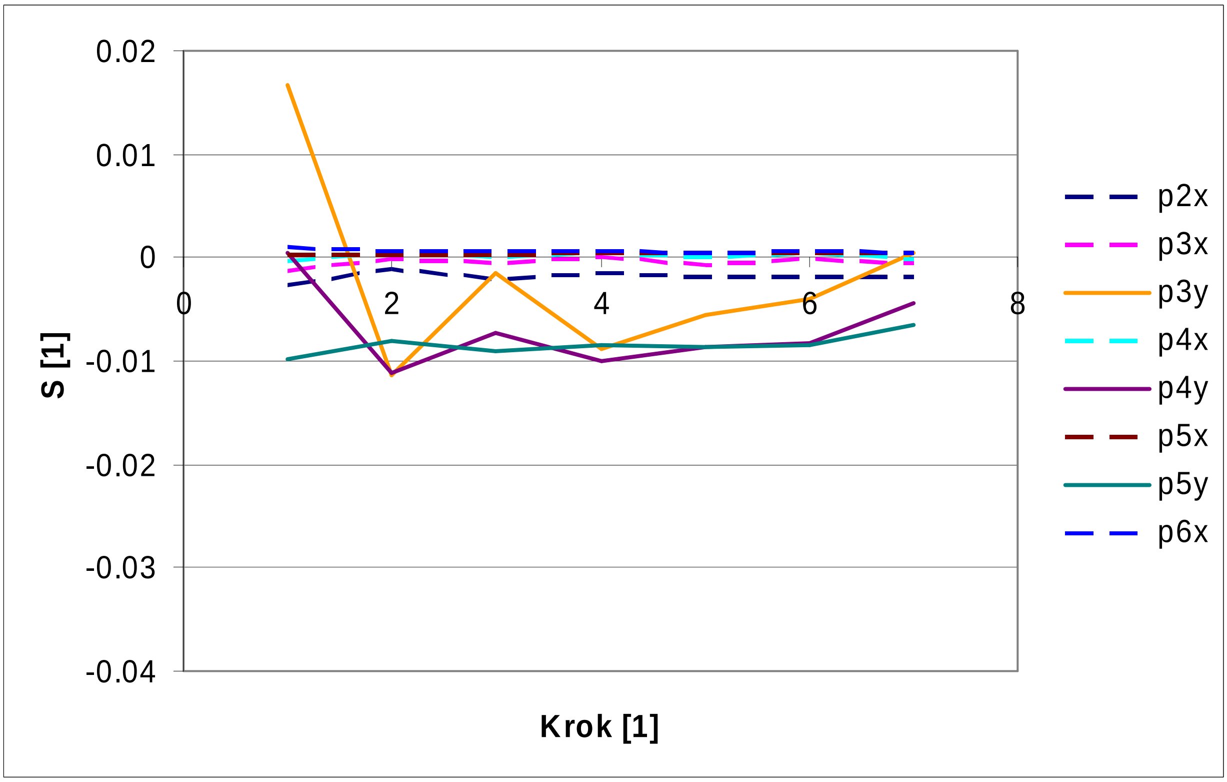
K citlivostní analýze přímé parametrizace použijeme difuzor z kap.12.5, kde parametrizace površky difuzoru byla po částech lineární a jako výchozí bod sloužil přímý difuzor. Poloha, popisek a možnost pohybu jednotlivých řídích bodů jsou naznačeny na Obr.27. Počet měněných parametrů byl 12.

Pro nepřímou parametrizaci poslouží difuzor z kap.12.7, kde površka byla popsána pomocí Bézierovy křivky a počet měněných parametrů byl 8. viz.Obr.26.

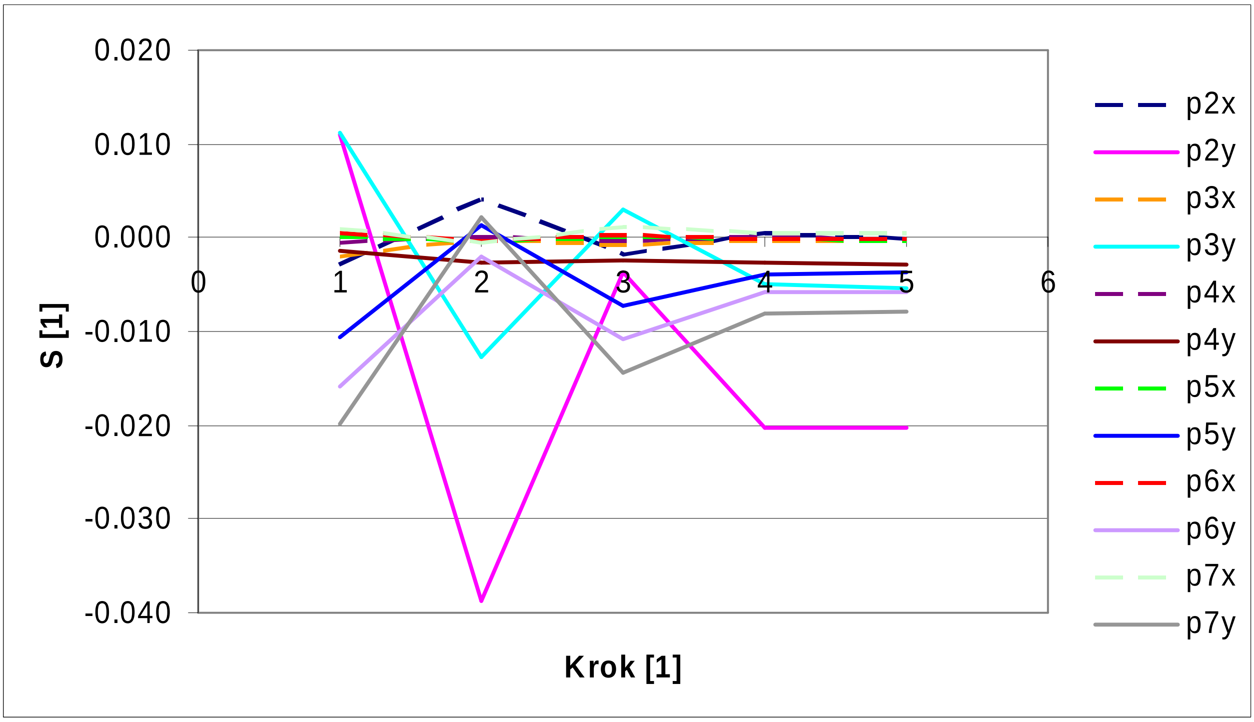
Na Graf.77 a Graf.78 jsou ukázány průběhy citlivostní funkce „S" pro 8° otevření difuzoru. Na Graf.80 a Graf.81 jsou pak průběhy pro 10° otevření difuzoru. Na všech čtyřech grafech jsou ukázány průběhy citlivostní funkce pro jednotlivé řídící body v průběhu optimalizačního procesu. Čárkovaně jsou znázorněny citlivostní funkce x-ových složek bodů. Plnou čarou jsou pak zaznačeny průběhy citlivostní funkce y-nových složek bodů. Na grafech je dobře vidět, že největší vliv na změnu ztrátového součinitele mají podle očekávání y-nové složky bodů. U 10° otevření je, u površky tvořené úsečkami, výraznější vliv x-ové souřadnice prvního řídícího bodu (p2x).

Porovnáme-li grafy stejných otevření, zjistíme, že hodnoty citlivostní funkce řídích bodů u površky tvořené Bézierovou křivkou jsou nižší, než když je površka tvořena úsečkami. Dále pak rozdíly v citlivostní funkci mezi jednotlivými řídícími body jsou v průběhu optimalizace u Beziérovi křivky daleko vyrovnanější než je tomu u površky tvořené úsečkami. To koresponduje se závěry, které byly uvedeny v kap.13.

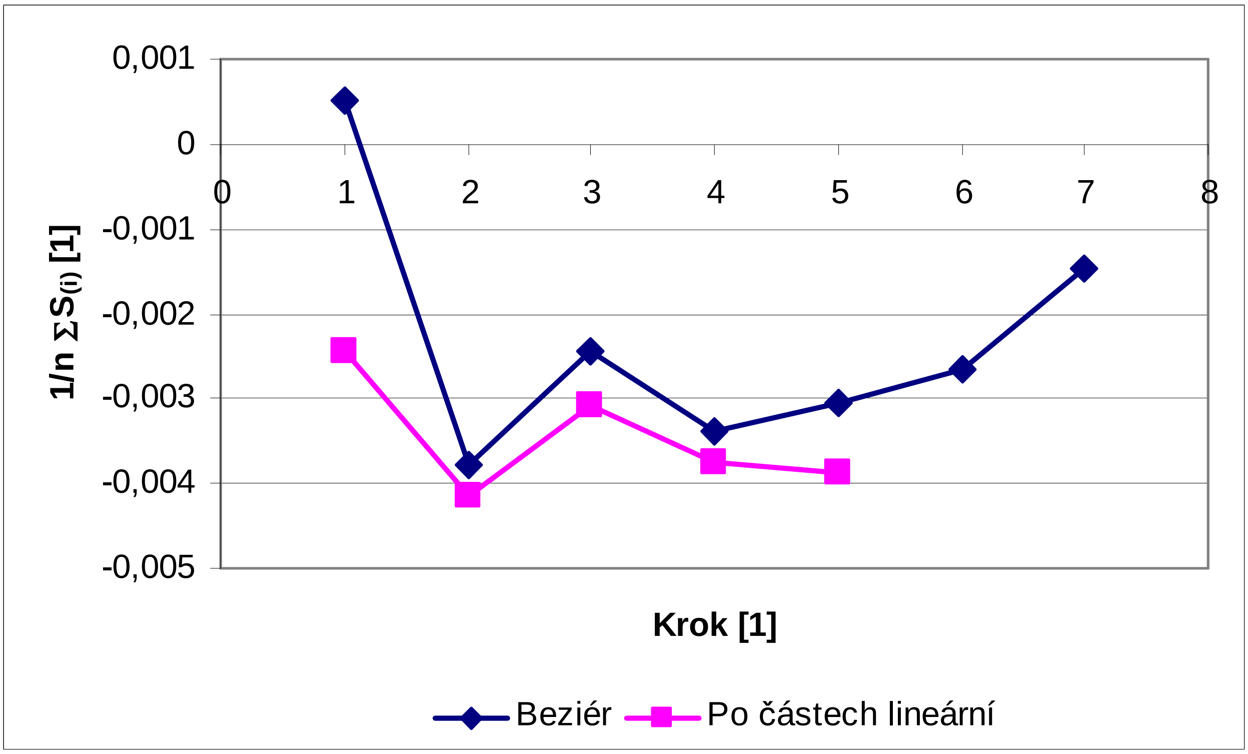
V Graf.79 a Graf.82 jsou uvedeny průměrné hodnoty citlivostní funkce všech řídících bodů dané parametrizace v určitém optimalizačním kroku. Na těchto grafech je jasně vidět, že průměrné hodnoty citlivostní funkce jsou u površky tvořené Bézierovou křivkou v obou případech nižší, než u površky tvořené úsečkami.



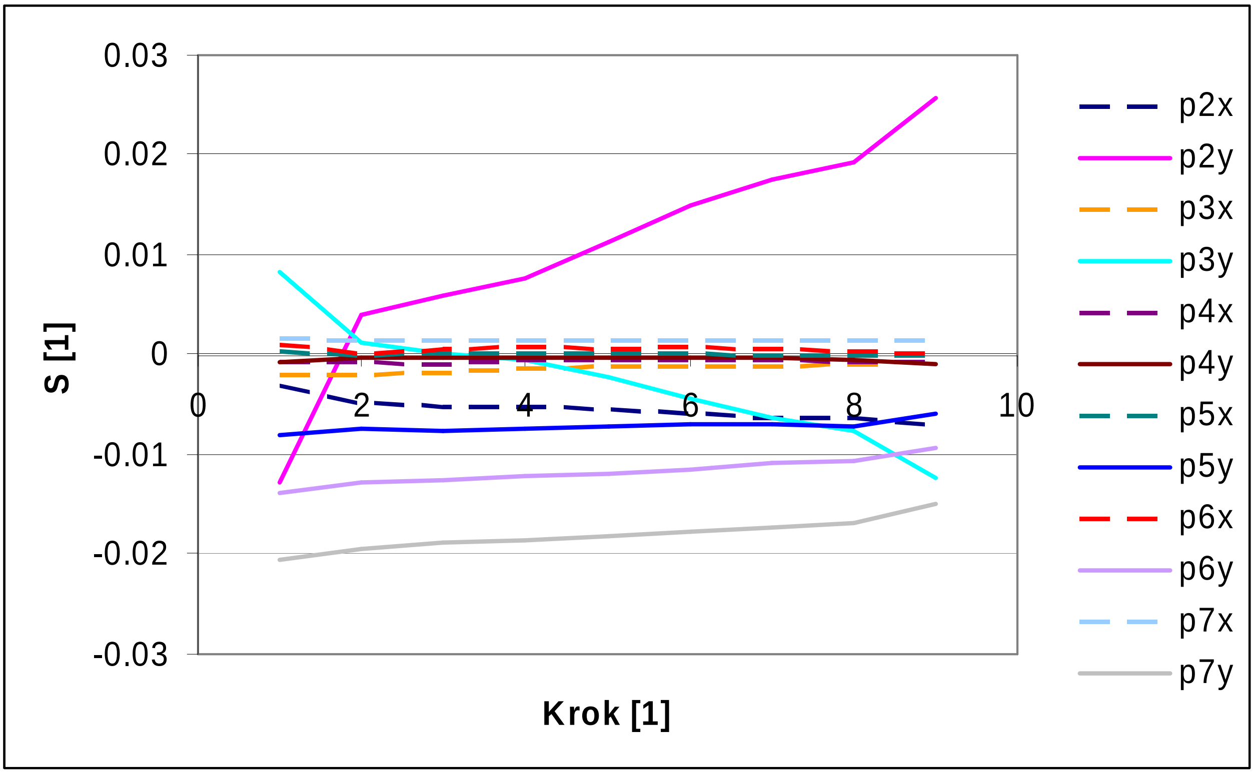
Graf.77 *Hodnoty citlivostní funkce S pro jednotlivé řídící body. Površka tvořena Bézierovou křivkou. 8° otevření difuzoru.*



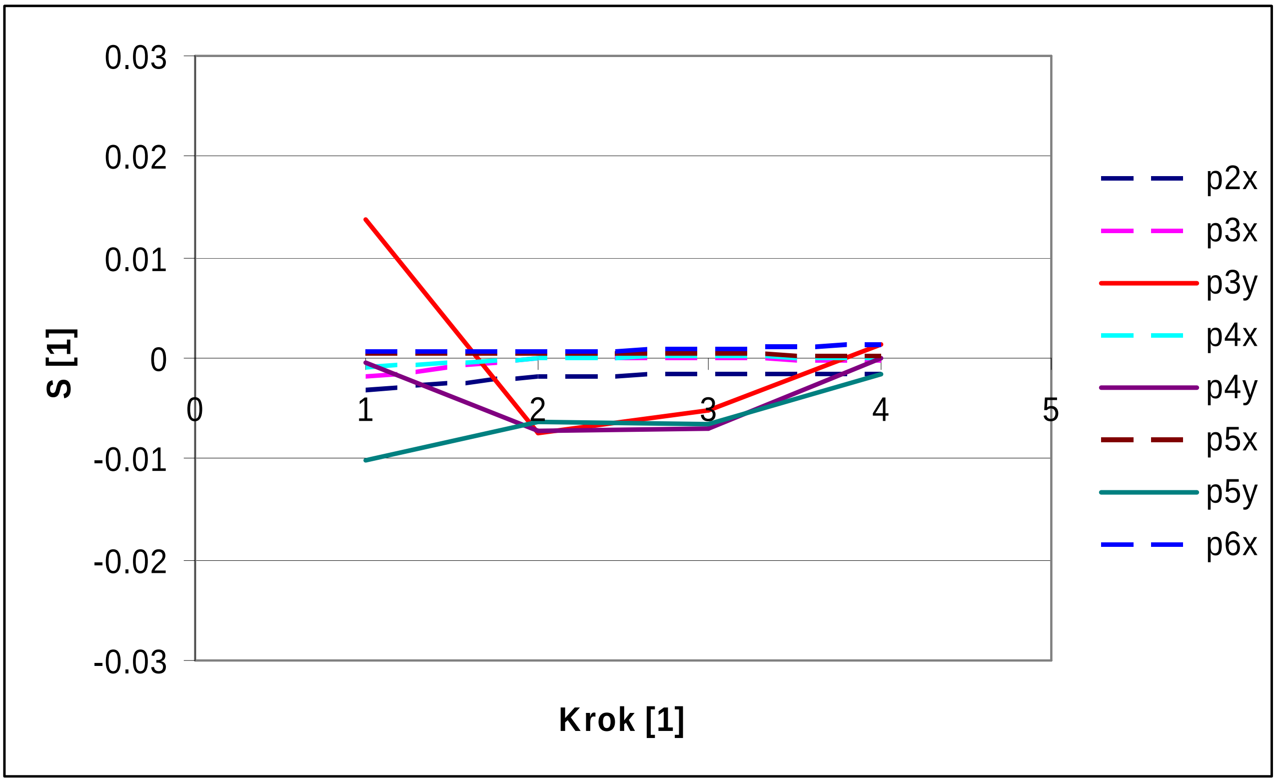
Graf.78 *Hodnoty citlivostní funkce S pro jednotlivé řídící body. Površka tvořena úsečkami. 8° otevření difuzoru*



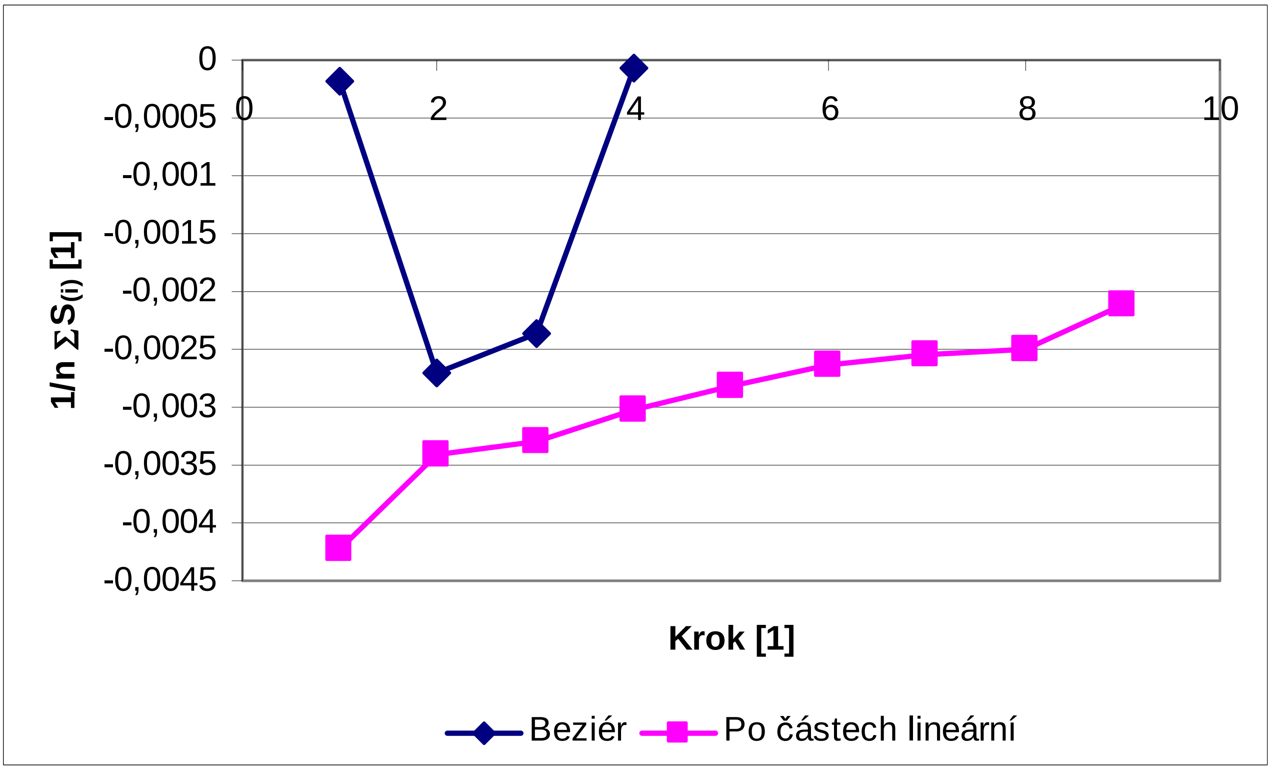
Graf.79 *Průměrné hodnoty citlivostní funkce v jednotlivých krocích optimalizačního procesu. 8° otevření difuzoru*



Graf.80 *Hodnoty citlivostní funkce S pro jednotlivé řídící body. Površka tvořena úsečkami. 10° otevření difuzoru*



Graf.81 *Hodnoty citlivostní funkce S pro jednotlivé řídící body. Površka tvořena Bézierovou křivkou. 10° otevření difuzoru.*



Graf.82 *Průměrné hodnoty citlivostní funkce v jednotlivých krocích optimalizačního procesu. 10° otevření difuzoru*

15 ZÁVĚR OPTIMALIZACE ZMĚNY PRŮŘEZU

V lit.[25, Madsen el al., 2000] je provedena optimalizace difuzoru pomocí náhradního (surrogate) modelu. Jedná se o difuzor s 15° otevřením a axiálním prouděním s hodnotou Reynoldsova čísla na vstupu větvi 100 000. Optimální tvary površky uváděné v této práci se shodují s tvary, které byly zjištěny v kap.12.7.

V článku [28, Svenningsen et al., 1996] je provedena optimalizace difuzoru pro laminární proudění pomocí simplexové metody a v článku [27, Limet et al.,2004] je provedena optimalizace asymetrického difuzoru pomocí gradientní metody.

Ve všech těchto pracích se zaměřují na maximalizaci tlakového koeficientu Cp na výstupu z difuzoru, což ve svém důsledku vede nutně ke snižování ztrátového součinitele samotného rozšíření. Bohužel ani v jedné z těchto prací není jasně napsáno, ze kterých míst byly odečítány tlaky pro vyhodnocení Cp, a proto není provedeno porovnání výsledků.

V lit. [25, Madsen el al., 2000] je uvedeno, že maximální tlakové regenerace je možné dosáhnout pokud je proudění na hranici odtržení mezní vrstvy. Jinak řečeno, minimalizací třecího koeficientu dosáhneme maximální tlakové regenerace. Pokud budeme difuzory porovnávat podle jejich účinnosti a ztrátového koeficientu, potom se toto tvrzení nepodařilo potvrdit. Naopak jak plyne z kap.12.9, kde byly porovnávány různé tvary nalezených optim, celkové lepší parametry (účinnost, ztrátový koeficient) mají ty geometrie, jejichž průběh Coriolisova čísla je rovnoměrnější. Geometrie s celkovými lepšími parametry měly naopak horší průběhy třecího koeficientu po délce difuzoru.

V kap.12.8 a 12.10 bylo také poukázáno na vliv velikosti Reynoldsova čísla při hledání optimálního tvaru površky difuzoru.

Dále se podařilo potvrdit tvrzení z kap.11, kdy ztrátový součinitel potrubní tvarovky je ovlivněn průběhy třecího koeficientu a Coriolisova čísla. V optimalizacích difuzorů se vyskytují většinou případy, kdy je zlepšení ztrátového koeficientu způsobeno zrovnoměrněním průběhu Coriolisova čísla. Opačný případ, kdy zásadní vliv má hodnota třecího koeficientu, se vyskytuje při optimalizaci kolene.

Porovnání výsledků z kap.12.5, 12.6 a 12.7 je také možné vypozorovat vliv paremetrizace površky difuzoru. Možné zdůvodnění je uvedeno v kap.13.

16 OPTIMALIZACE KOLENE

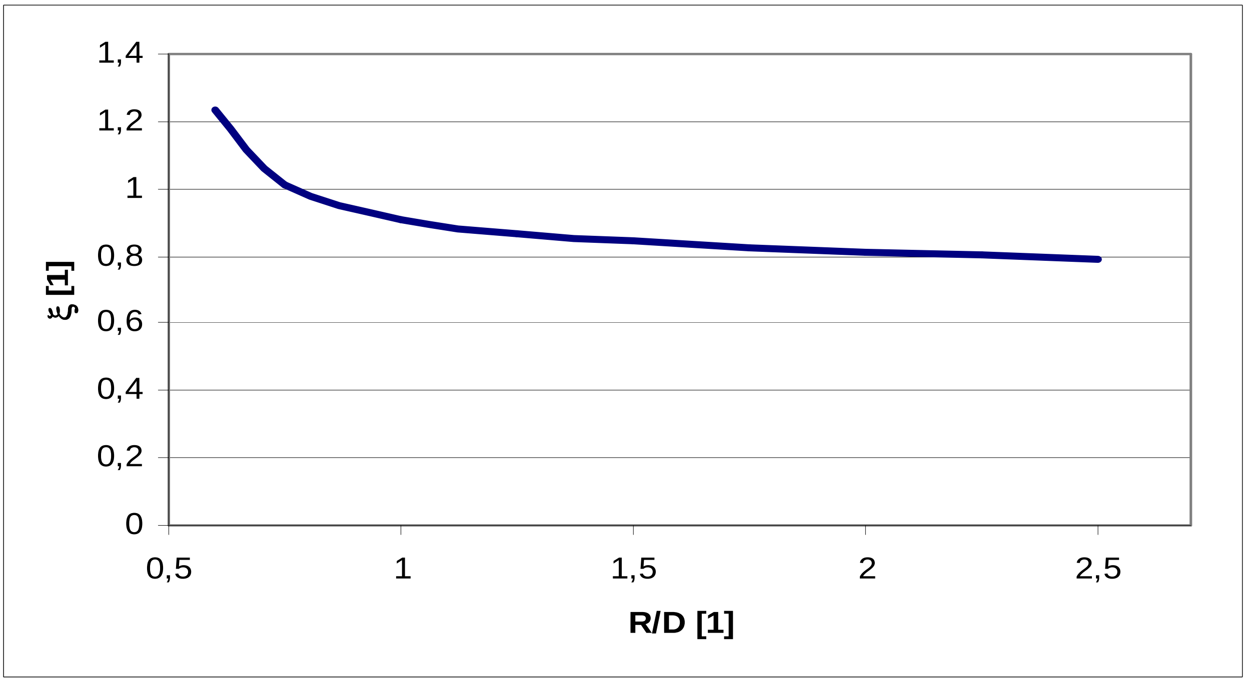
Koleno, nebo ohyb proudu, je pravděpodobně nejběžnější potrubní tvarovkou. Je možné jej najít v nejrůznější formách a podobách.V té nejryzejší podobě jako součást potrubních sítí, či v kombinaci se změnou průtočné plochy jako nedílnou součást kolenových savek, kolenových difuzorů či konfuzorů aj.

Ačkoli geometricky je koleno jednoduchý tvar, z hlediska proudění zde dochází k zajímavým jevům. Při průtoku kapaliny ohybem dochází ke vzniku dvou protiběžných vírů, které navyšují hydraulické ztráty v přilehlém potrubí. Při malých poměrech R/D dochází k odtržení proudu od stěny na vnitřní straně oblouku a vznikají tak oblasti zavíření kapaliny [7,Kolář et al.,1963].

V následujících kapitolách se tyto neblahé důsledky průtoku kapaliny kolenem pokusíme odstranit pomocí tvarových změn a snížit tak tlakové ztráty, které ohyb proudu způsobuje.

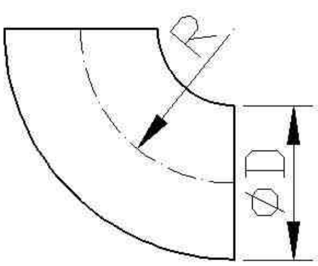
Všechny zde uvedené hodnoty ztrátových součinitelů v sobě obsahují i ztráty způsobené prouděním kapaliny přívodním a odpadním potrubím.

16.1 VLIV R/D NA ZTRÁTOVÝ SOUČINITEL



Graf.83 *Vliv R/D na ztrátový součinitel*

Nejjednodušší způsob jak snížit ztrátový součinitel v koleni, je zvětšení poměru R/D. V Graf.83 jsou spočteny hodnoty ztrátového součinitele kolene pro různé poměry R/D a jak je možné vidět s rostoucím poměrem hodnota ztrátového součinitele klesá. Graf byl sestrojen za stejných okrajových podmínek a nastavení výpočetních programů jako v kap. 16.4 a 16.5. Křivky vlivu R/D a velikosti Reynoldsova čísla na ztrátový součinitel jsou dostupné v [7, Kolář et al.,1963].



16.2 OPTIMALIZACE DLE J. ŠTIGLERA

Tento parametrický popis geometrie se liší od všech ostatních, které jsou v této práci uvedeny. V ostatních případech je geometrie popsána buďto Bézierovými plochami nebo definována pomocí jednotlivých řezů a dalších analytických vztahů. V tomto případě je popis geometrie uskutečněn pomocí křivek, které popisují spojité rozložení geometrických charakteristik v závislosti na úhlu. Jinak řečeno, jestliže máme 90° koleno, potom nám tyto křivky udávají hodnoty průřezu a poměru stran pro libovolný úhel v intervalu <0,90>.

Tento popis geometrie nebude sloužit, jako v následujících případech, pro tvarovou optimalizaci, ale poslouží k napočítání „sítě“ bodů. Tzn., že budeme zvolené parametry této geometrie měnit ve zvolených intervalech.

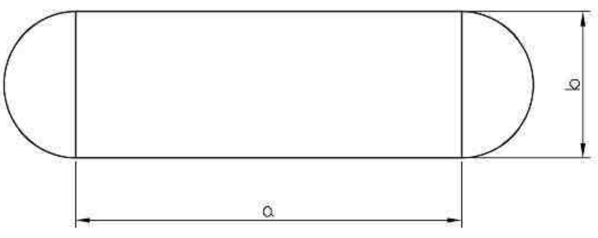
Takto vypočítaná síť bodů je vhodná pro vytvoření tzv náhradního (surrogate) modelu, ale vzhledem k časové náročnosti regresní analýzy, nebyl náhradní model vytvořen.

16.2.1 Parametrický popis geometrie

Celá geometrie kolene je popsána pomocí dvou spojitých křivek. Jedna křivka popisuje změnu průřezu a druhá křivka popisuje změnu poměru stran. Obě tyto sledované veličiny jsou určovány v závislosti na úhlu.

Při vytváření křivek popisujících rozložení sledovaných parametrů v závislosti na úhlu se měnily délka strany „b“ na vstupu, uprostřed a na výstupu kolene a úhlová poloha prostřední délky strany „b“. Dále se pak měnila délka strany „a“ uprostřed kolene a její poloha v závislosti na úhlu. Z těchto 6-ti parametrů je možné potom sestavit jednotlivé křivky, které popisují rozložení průřezu a poměru stran v závislosti na úhlu kolene.

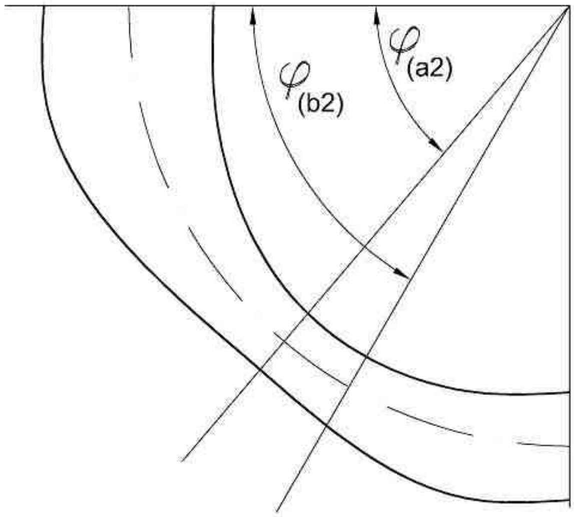
Velikost průřezu na vstupu a výstupu kolene jsou konstantní a odpovídají průřezu potrubí o průměru 50mm.



Obr.28 *Měněné parametry průřezu*

<u>Měněné parametry</u>

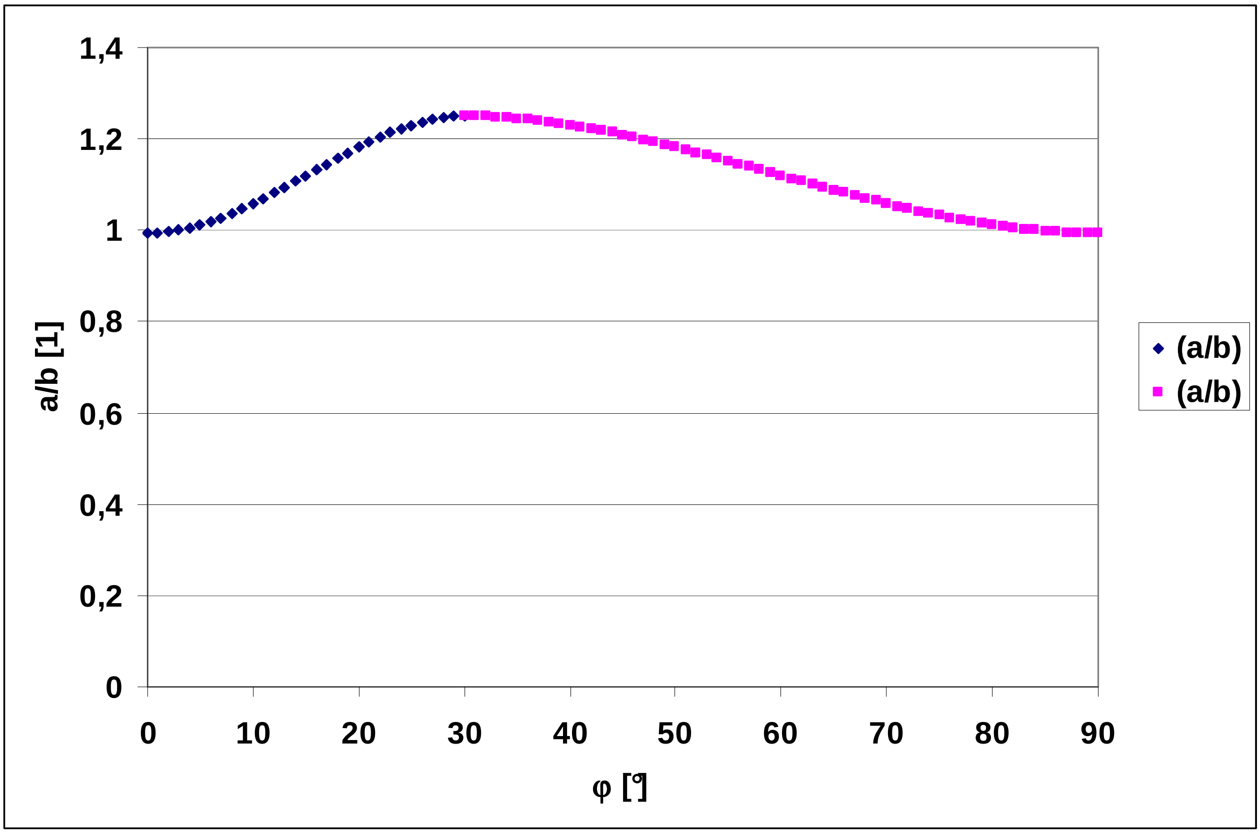
$b_{(2)}$ Délka strany uprostřed kolene
$\varphi_{(b2)}$ Poloha délky strany $b_{(2)}$
$a_{(1)}$ Délka strany na vstupu kolene
$a_{(2)}$ Délka strany uprostřed kolene
$a_{(3)}$ Délka strany na výstupu z kolene
$\varphi_{(a2)}$ Poloha délky strany $a_{(2)}$



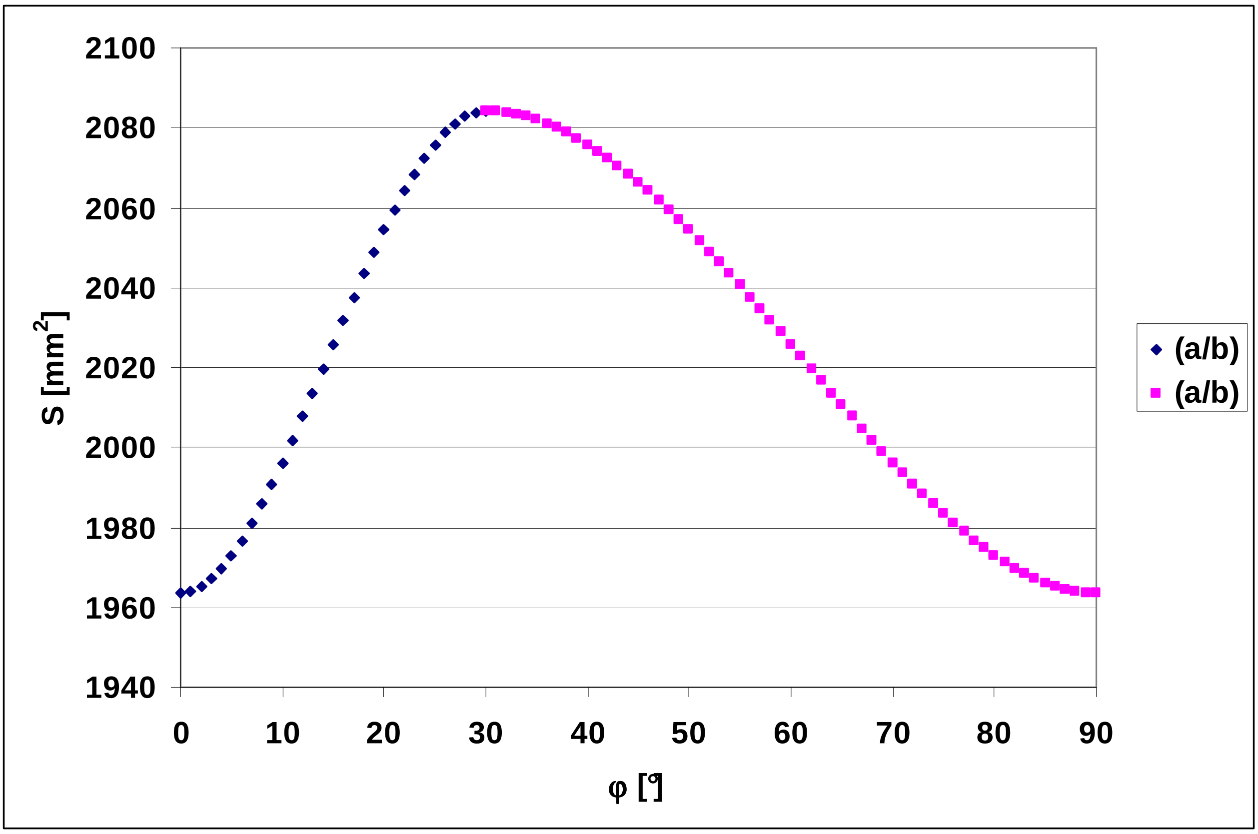
Obr.29 *Poloha prostředních délek stran*

K vytvoření křivek poměrů stran a plochy byly použity vždy dvě Bézierovy křivky třetího stupně. Průběh každé veličiny byl rozdělen na dvě části. Od počátku (tj φ=0°, viz Obr.29) do prostřední zadané hodnoty a od tohoto bodu do konce (tj φ=90°). Toto řešení je z toho důvodu, že Bézierova křivka musí procházet počátečním a koncovým bodem (viz kap.10.1). Kdybychom průběh jednoho z parametrů vytvořili pomocí jediné křivky, museli by jsme polohu prostředního řídícího bodu dopočítat.

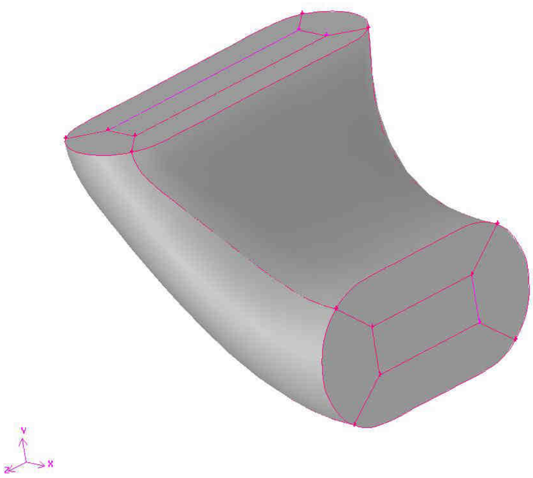
V Graf.84 a v Graf.85 jsou naznačeny průběhy poměrů stran a hodnot plochy průřezu. Dále jsou barevně vyznačeny dvě křivky, ze kterých je průběh tvořen. Na Obr.30 je vyobrazeno tělo kolene a na Obr.31 je tělo kolene včetně přechodových části na potrubí kruhového průřezu. Podrobnější popis toho, jak se tvořila geometrie a výpočetní síť je uvedena v kap.25.1.



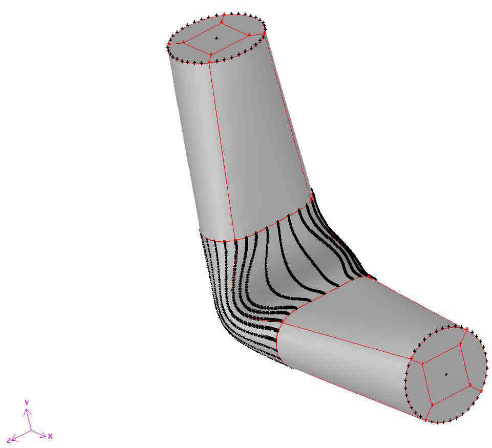
Graf.84 *Průběh poměrů stran v závislosti na úhlu*



Graf.85 *Průběh plochy průřezu v závislosti na úhlu*



Obr.30 *Tělo kolene*



Obr.31 *Tělo kolene, včetně přechodových částí*

16.2.2 Výpočetní síť

Výpočetní síť byla vytvořena jako strukturovaná a obsahovala cca 582 000 buněk. Délka přívodního potrubí činila 8 průměrů od konce přechodové části. Délka odpadního potrubí byla 57 průměrů od konce přechodové části (průměr přívodního a odpadního potrubí činil 50 mm).

16.2.3 Nastavení řešiče

Jako model turbulence byl použit k-ε Realizable s nerovnovážnými stěnovými funkcemi. Hodnota y^+_{min}=0 se nacházela v oblasti za ohybem. Hodnota y^+_{max}=128 se nacházela na rozhraní kolene a přechodové části na odpadní potrubí. Průměrná hodnota y^+ přes celou oblast činila 58,33.

16.2.4 Měněné parametry sítě

Měněné parametry při výpočtu a jejich intervaly jsou ukázány v následující tabulce.

Parametr	Interval	Krok
$b_{(2)}$	<24;40> [mm]	4 [mm]
$a_{(2)}$	<24;40> [mm]	4 [mm]
$\varphi_{(a2)}$	<30;60> [°]	6 [°]

Tab.21 *Měněné parametry*

Poloha prostřední strany $b_{(2)}$ byla totožná se stranou $a_{(2)}$, takže $\varphi_{(b2)}= \varphi_{(a2)}$. Délka vstupní a výstupní strany $a_{(1)}$ $a_{(3)}$ byla 33mm.

Poloměr křivosti činil R=40mm a průměr potrubí byl D=50mm. Poměr R/D=0,8.

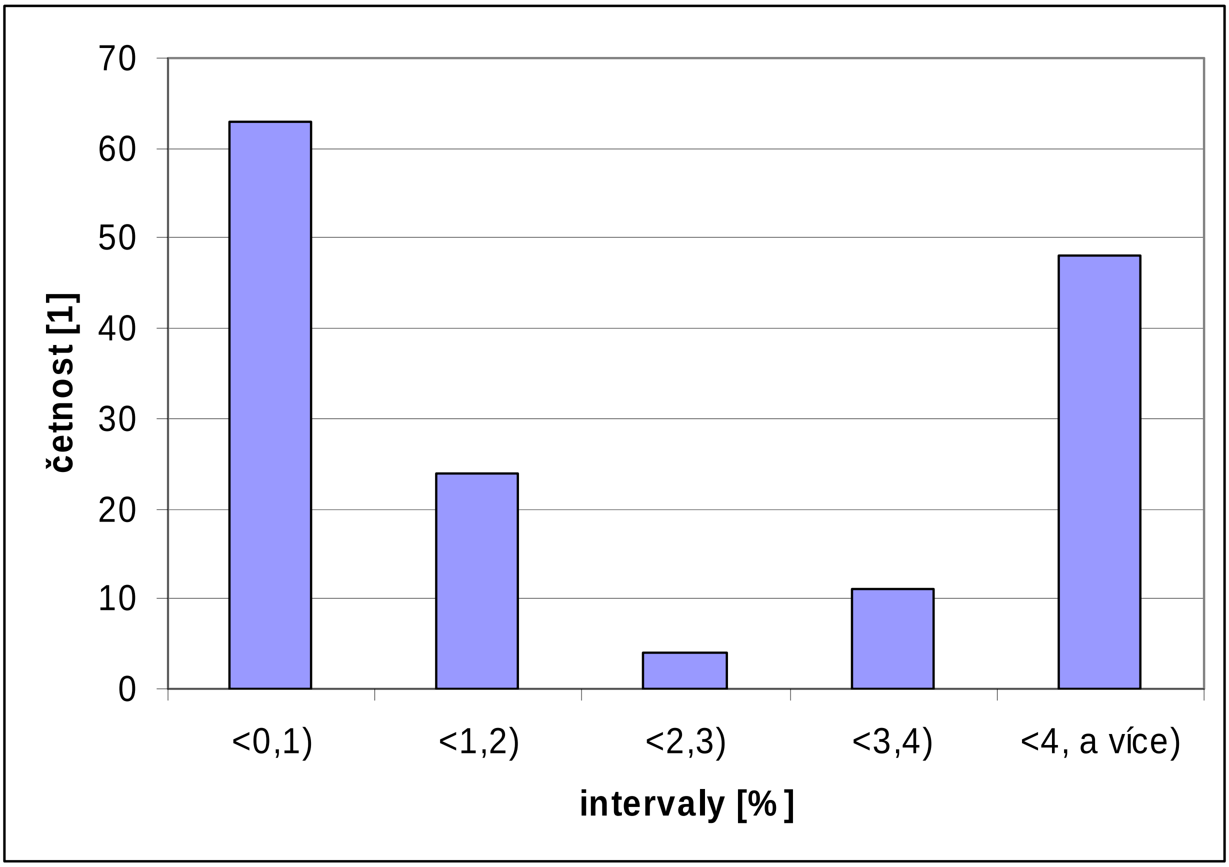
Byly zjišťovány všechny možné variace, které tyto tři parametry umožňovaly. Celkem bylo potřeba provést 5.5.6=150 výpočtů.

16.2.5 Zhodnocení výsledků

Jednou z informací, kterou z takto napočítané sítě bodů můžeme získat, je tvar kriteriální funkce, v závislosti na měněných parametrech. V následujícím grafu bude ukázáno, jak se hodnoty jednotlivých bodů liší od nalezeného minima. Celkem je 5 intervalů ve kterých sledujeme jestli rozdíl minimální nalezené hodnoty a daného bodu je menší než 1%, v intervalu <1%,2%) atd. To jak se jednotlivé body od sebe procentuelně liší, bylo určováno ze vztahu

$$Z = \left(1 - \frac{\xi_{(\min)}}{\xi}\right) \cdot 100 \tag{16.2.1}$$

Kde $\xi_{(min)}$ je nejnižší nalezená hodnota kriteriální funkce a ξ je hodnota kriteriální funkce daného bodu.



Graf.86 *Četnost jednotlivých intervalů*

Z Graf.86 je vidět, že největší skupinu tvoří body, jejichž hodnota kriteriální funkce se od minima lišila o 1% a méně. Z toho se dá usuzovat, že tvar kriteriální funkce (ztrátového součinitele) je značně plochý a že okolí minima bude mít nejspíše tvar „misky“.

Graf.84 a Graf.85 zároveň popisují rozložení plochy a poměru stran geometrie s nejnižší hodnotou ztrátového součinitele. Z grafů je patrné, že v koleni dochází k rozšíření průtočné plochy a tím pádem snížení střední rychlosti po průřezu. Tento jev se projevuje ve všech provedených optimalizací kolene (viz.kap.16.3, 16.4, 16.5).

Souřadnice minima jsou

$b_{(2)}$ [mm]	$\varphi_{(a2)}= \varphi_{(b2)}$ [°]	$a_{(1)}=a_{(3)}$ [mm]	$a_{(2)}$[mm]
32	30	33	40

Tab.22 *Parametry minima*

Rozpětí jednotlivých parametrů jejichž hodnoty ztrátového součinitele se nacházejí v intervalu <0,1)% jsou uvedeny v Tab.23.

$b_{(2)}$ [mm]	$\varphi_{(a2)} = \varphi_{(b2)}$ [°]	$a_{(2)}$[mm]
<32;40>	<30;60>	<24;40>
Tab.23 *Rozpětí parametrů geometrií nacházející se v intervalu <0,1)%*		

Vzhledem k tomu, že parametry $\varphi_{(a2)}$ a $a_{(2)}$ jsou v intervalu <0,1) % zastoupeny vždy celým intervalem ve kterém se mohly měnit, je možné usoudit, že jejich vliv na velikost ztrátového součinitele je druhotný. Jako dominantní se jeví parametr $b_{(2)}$, který reprezentuje výšku průřezu (viz.Obr.28).

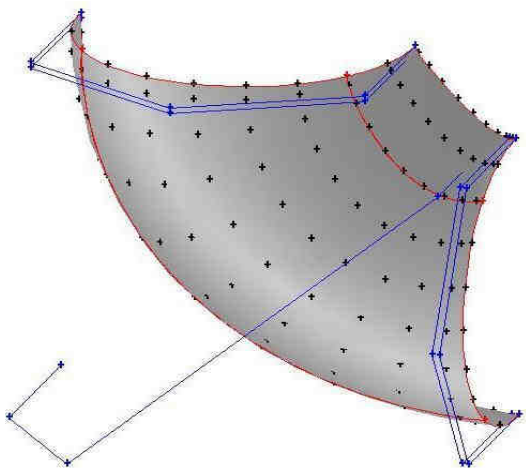
16.3 OPTIMALIZACE KOLENE, 1.PARAMETRIZACE

Tato optimalizace je pouze prvním nástřelem, který nám odhalí chyby v parametrickém popisu a poslouží jako podklad při vytváření nového, dokonalejšího, parametrického popisu.

Při první optimalizaci kolene byl použit algoritmus Nelder-mead, kde parametr reflexe α=1,2, parametr kontrakce β=0,5 a parametr expanze γ=2. Počet měněných parametrů byl 5. Z důvodu zkrácení doby výpočtu byla aplikována některá zjednodušení. V první řadě se jedná o zkrácení délky přívodního potrubí a předpočítání vstupního rychlostního profilu. Dále byla aplikována symetrie, takže koleno bylo řešeno jen na polovině osového řezu. Dále z práce [3, Desová, 2006] plyne, že koleno ovlivňuje oblast až do vzdálenosti 50-ti průměrů v odpadním potrubí. Nicméně již od 20-ti průměrů je hodnota Coriolisova čísla asi na 75% ustálené hodnoty. Z tohoto důvodu je délka odpadního potrubí zkrácena na polovinu.

16.3.1 Parametrický popis geometrie

V tomto případě byla parametricky popsaná pouze část kolena, pouze samotný ohyb (viz Obr.32). Šedou barvou je na obrázku vyznačena Bézierova plocha a modrou barvou jsou potom znázorněny řídící body (spojené úsečkami do řídích polygonů). Aby byl zachován hladký a spojitý přechod na ose symetrie, musí dva krajní body řídícího polygonu ležet na úsečce rovnoběžné s osou „z“. Z důvodů hladkého napojení ohybu na zbytek výpočetní sítě, je v místě napojení zdvojen řídící polygon. Celkem bylo 5 měněných parametrů.



Obr.32 *Parametrický popis ohybu s vyobrazením řídících bodů*

Délka přívodního potrubí byla 3,5 průměrů a délka odpadního potrubí činila 18 průměrů.

16.3.2 Výpočetní síť

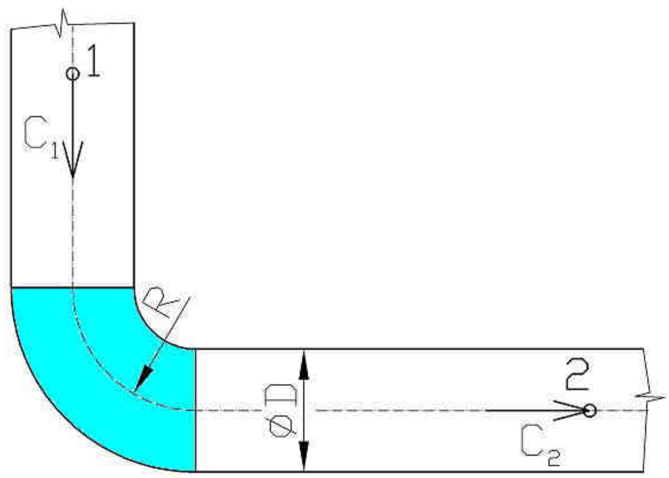
Výpočetní sít byla strukturovaná s cca 303 000 buňkami.

16.3.3 Nastavení řešiče

Jako model turbulence byl použit k-ε Realizable s nerovnovážnými stěnovými funkcemi. Jako diskretizační schéma byl použit Up-wind prvního řádu. Střední hodnota rychlosti na vstupu byla 2 m/s, což odpovídá Reynoldsovu číslu o přibližné velikosti 96 000. Průměrná hodnota $y^+ \approx 11$ byla přes celou výpočetní oblast z čehož plyne, že nerovnovážné stěnové funkce byly nekorektně aplikovány (požadovaná hodnota pro aplikování nerovnovážných stěnových funkcí je $y^+ = 30 \div 60$).

16.3.4 Kriteriální funkce

Jako kriteriální funkce byl použit ztrátový součinitel, který byl odvozen z Bernoulliho rovnice pro reálnou kapalinu viz. Obr.33. Ve ztrátovém součiniteli jsou zahrnuty i délkové ztráty. Bod 1 se nachází ve vzdálenost x/D=2,4 od počátku kolene a bod 2 ve vzdálenosti x/D=16,2 od konce kolene.



Obr.33

$$\xi = \frac{2}{c_{(2S)}^2}\left(\left(\frac{\alpha_{(1)} \cdot c_{(1S)}^2 - \alpha_{(2)} \cdot c_{(2S)}^2}{2}\right) + \left(\frac{p_{(1)} - p_{(2)}}{\rho}\right)\right) \tag{16.3.1}$$

16.3.5 Zhodnocení výsledků

		Vychozí	Optimum	Zlepšení [%]
ξ	[1]	0.682	0.654	4.102
Cf	[1]	19.513	19.335	0.912

Tab.24 *Zlepšení ztrátového a třecího koeficientu*

Optimální řešení bylo nalezeno po 98 výpočtech. Výchozí geometrie byla přibližnou aproximací normálního kolene s poměrem R/D=0,8.

Optimalizovanou geometrii budeme porovnávat s normálním pravoúhlým kolenem s poměrem R/D=0,8.

Hodnota ztrátového součinitele normálního kolene byla spočtena $\xi = 0{,}6821$. Optimalizovaný tvar měl hodnotu ztrátového součinitele $\xi = 0{,}65412$. Zlepšení činilo 4,102%. Průměrná hodnota ztrátového součinitele Cf (viz.kap.24.3) přes celou výpočetní doménu se zlepšila z hodnoty 19,513 na hodnotu 19,335, což dělá 0,912% zlepšení viz Tab.24.

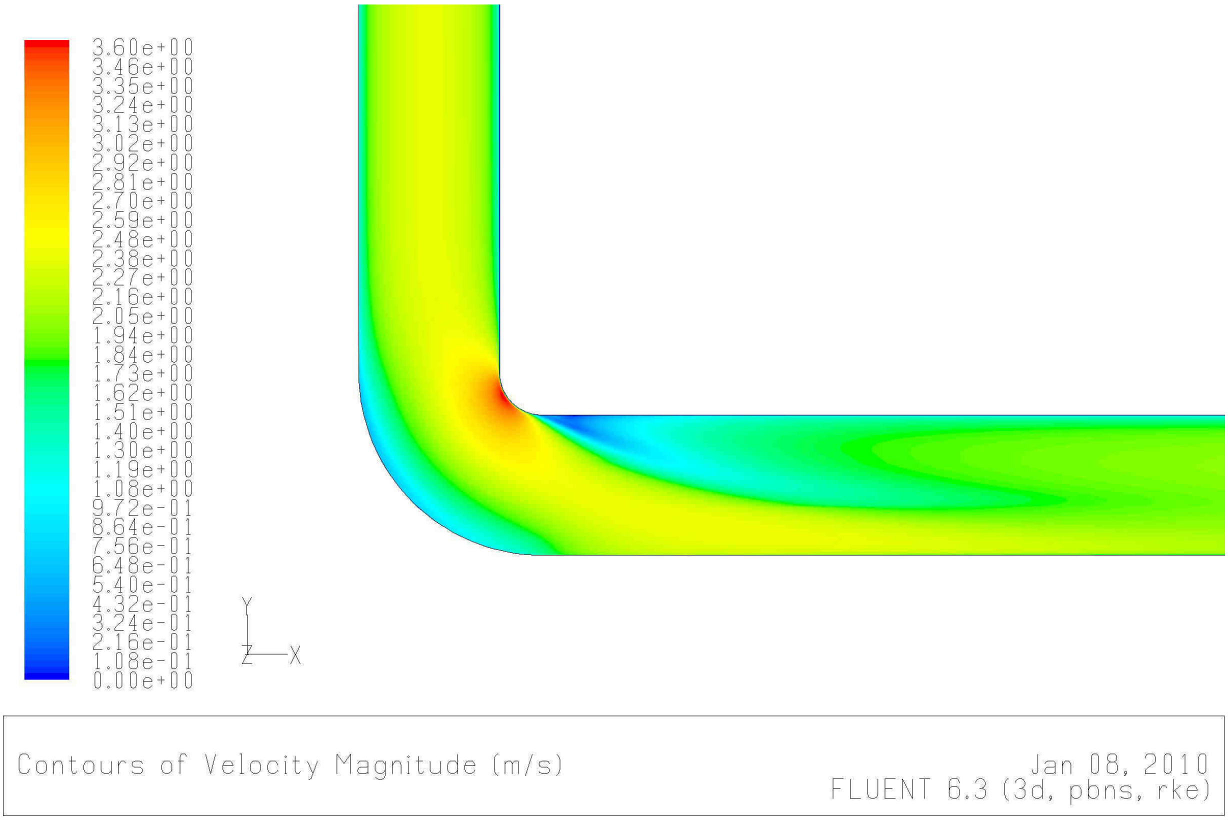
Nejlépe je zlepšení pozorovatelné na konturách a vektorech rychlosti. Kdy porovnáním obrázků Obr.34 až Obr.37 můžeme sledovat snížení maximální rychlosti v ohybu a zmenšení oblasti zpětného proudění, která se nachází těsně za ohybem.

Z tohoto vyplývá, že eliminace těchto dvou útvarů povede k dalšímu snižování ztrátového součinitele.

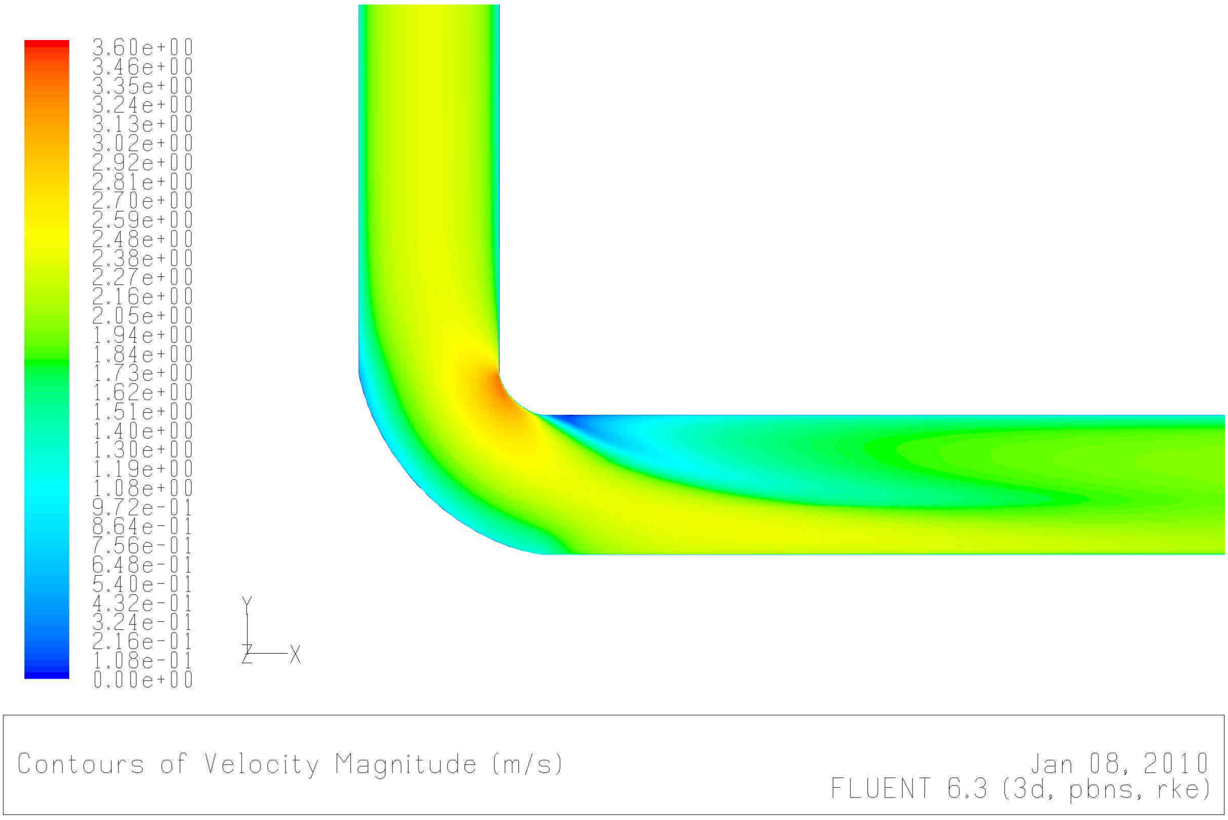
V Graf.87 jsou vyobrazeny průběhy Coriolisova čísla (viz kap.24.1) v koleni a v odpadním potrubí. Z grafu je vidět, že optimalizovaná geometrie má nižší špičku velikosti Coriolisova čísla v koleni a v počátku odpadního potrubí. Ve zbytku odpadního potrubí má optimální geometrie naopak nepatrně vyšší hodnoty

Dále je pak možné konstatovat, že takto provedená parametrizace neumožňuje nalezení lepší hodnoty ztrátového součinitele. Proto je nutné provést novou parametrizaci kolene, která umožní měnit průtočnou plochu za ohybem ve větší míře než doposud.

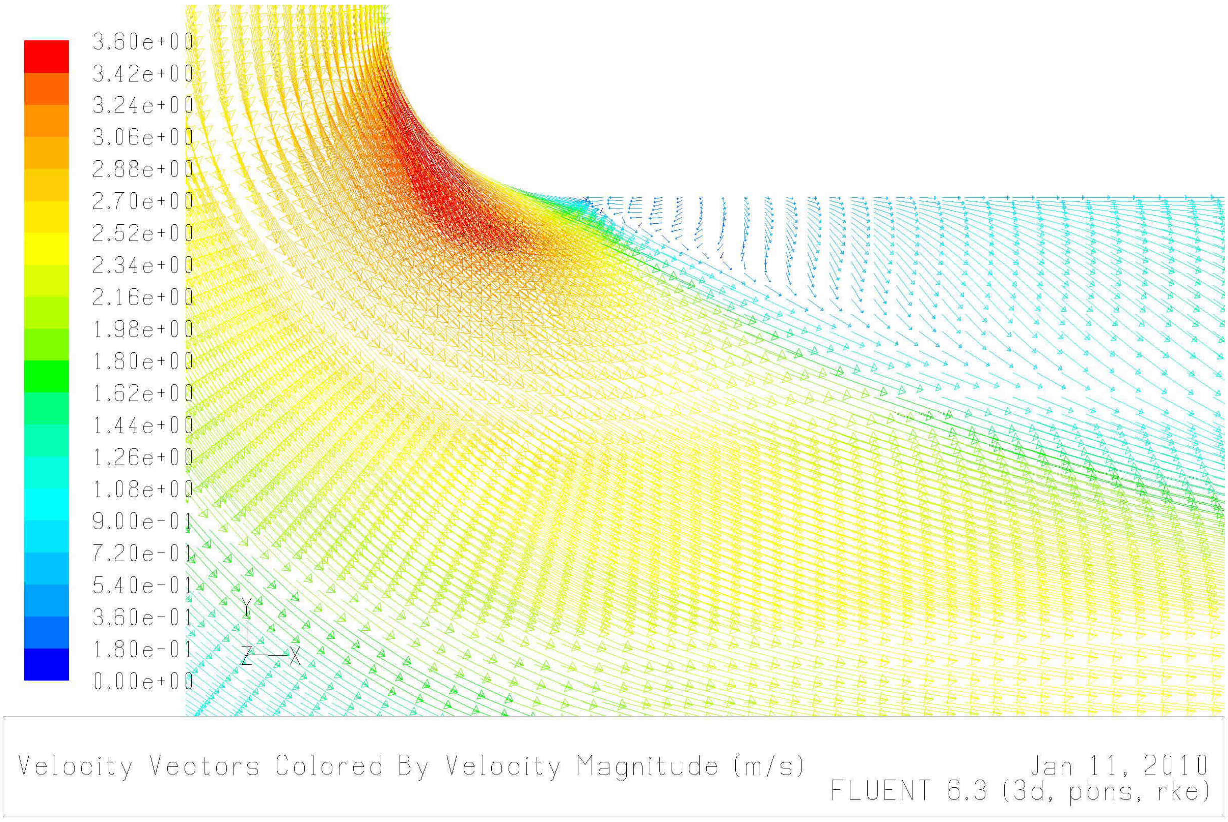
Na Obr.38 a Obr.39 je vyobrazeno porovnání optimalizované geometrie a normálního kolena s kruhovým průřezem a odpovídajícím poměrem R/D. V důsledku optimalizace došlo k posunu hran na vnitřní straně oblouku směrem ven z kolena. Naopak na vnější straně kolena došlo k posunu hran dovnitř kolene.



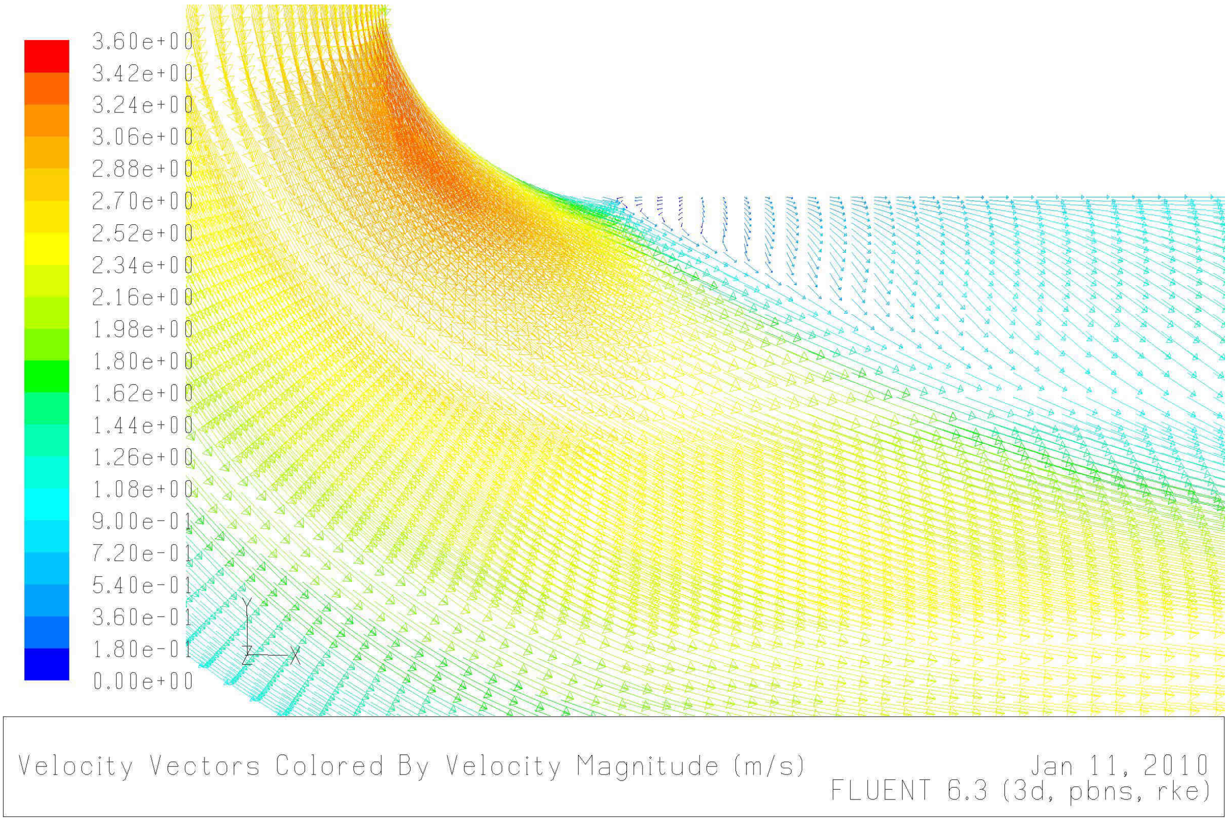
Obr.34 *Koleno, kontury rychlosti*



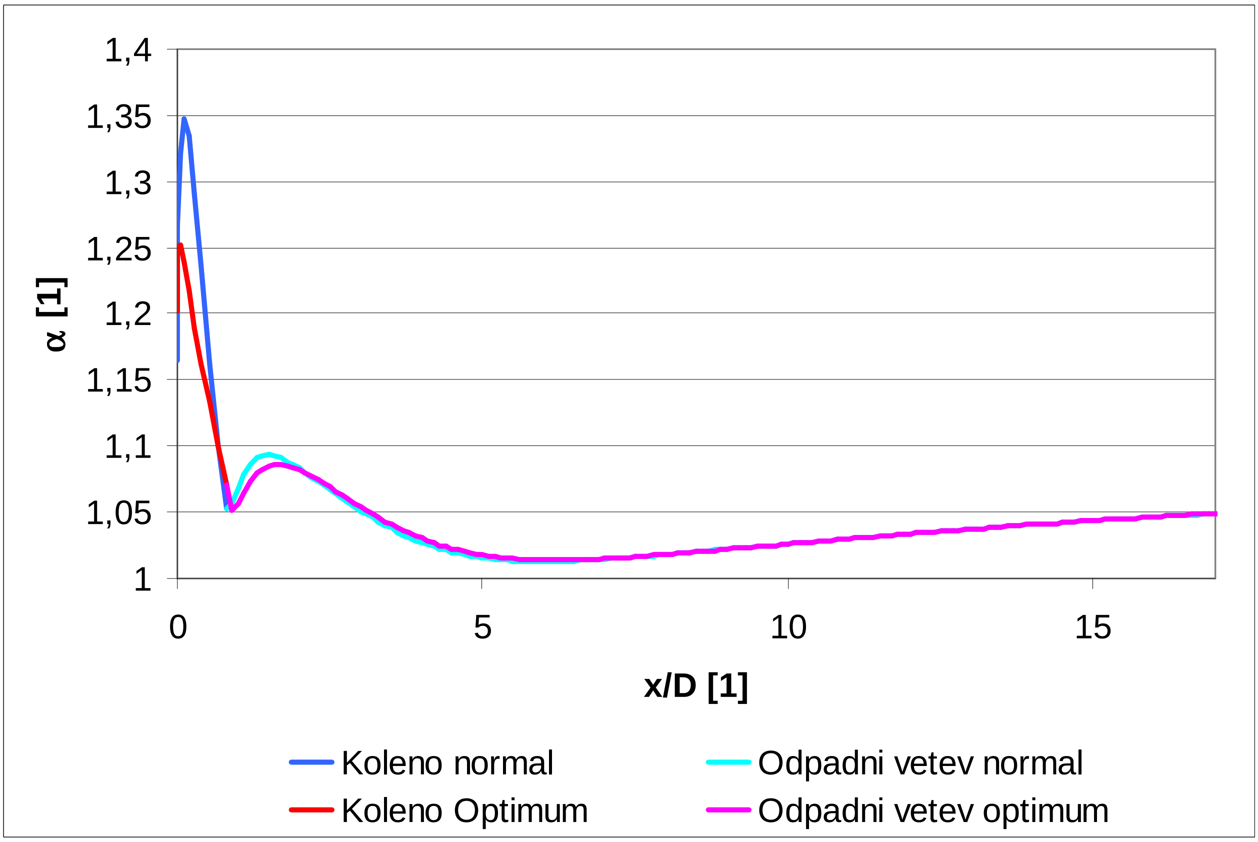
Obr.35 *Optimalizovaná geometrie, kontury rychlosti*



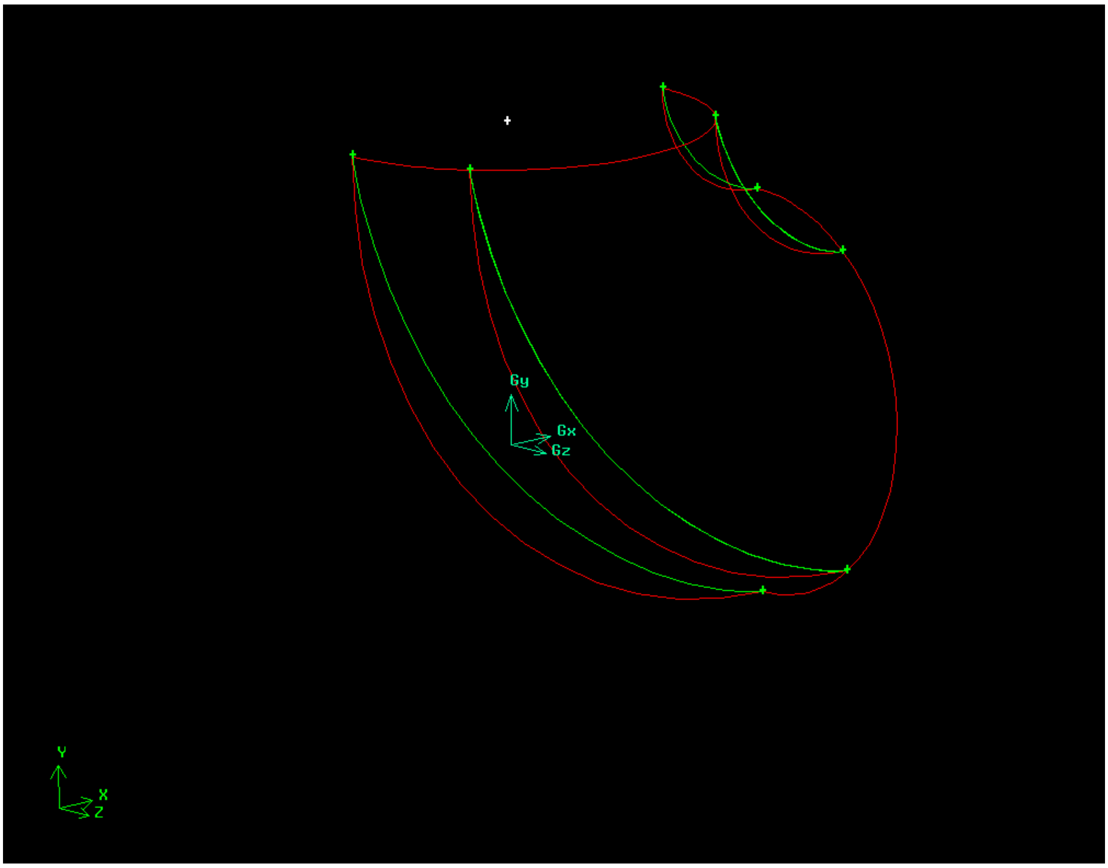
Obr.36 *Koleno, vektory rychlosti*



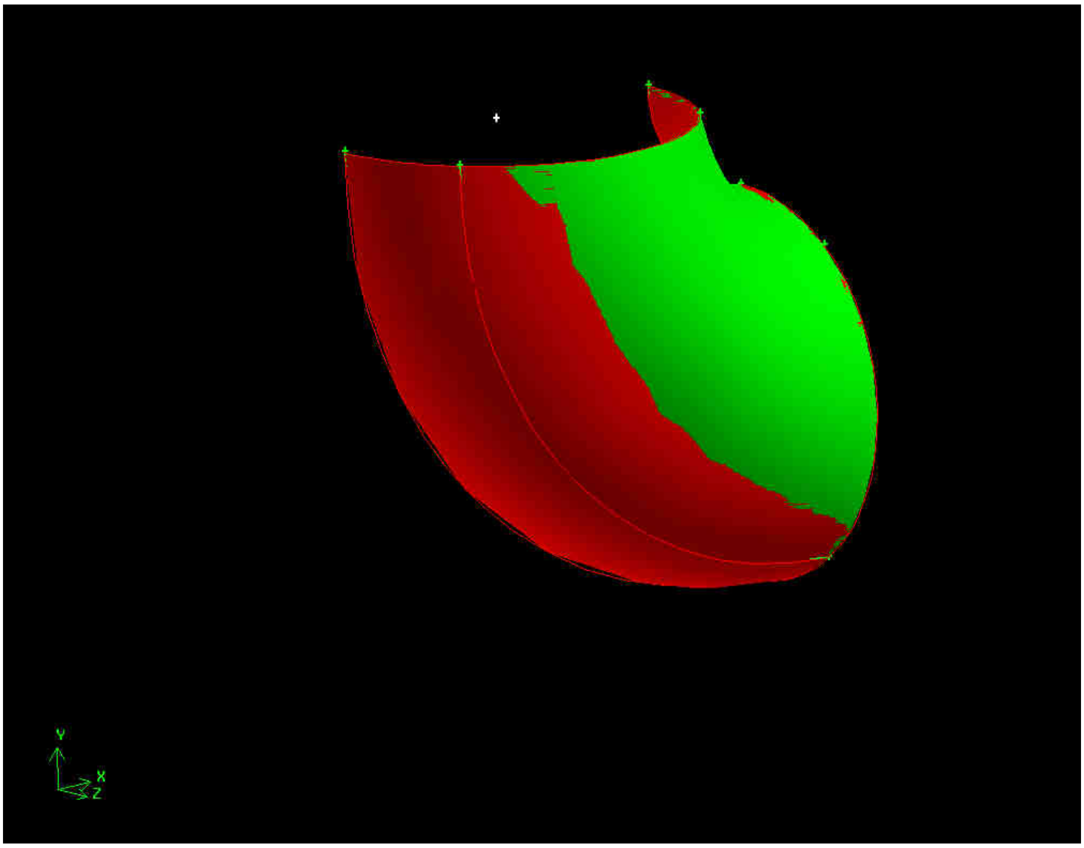
Obr.37 *Optimalizovaná geometrie, vektory rychlosti*



Graf.87 *Průběh Coriolisova čísla v koleni a v odpadním potrubí*



Obr.38 *Porovnání výchozí geometrie (červeně) a optimalizované geometrie (zeleně)*



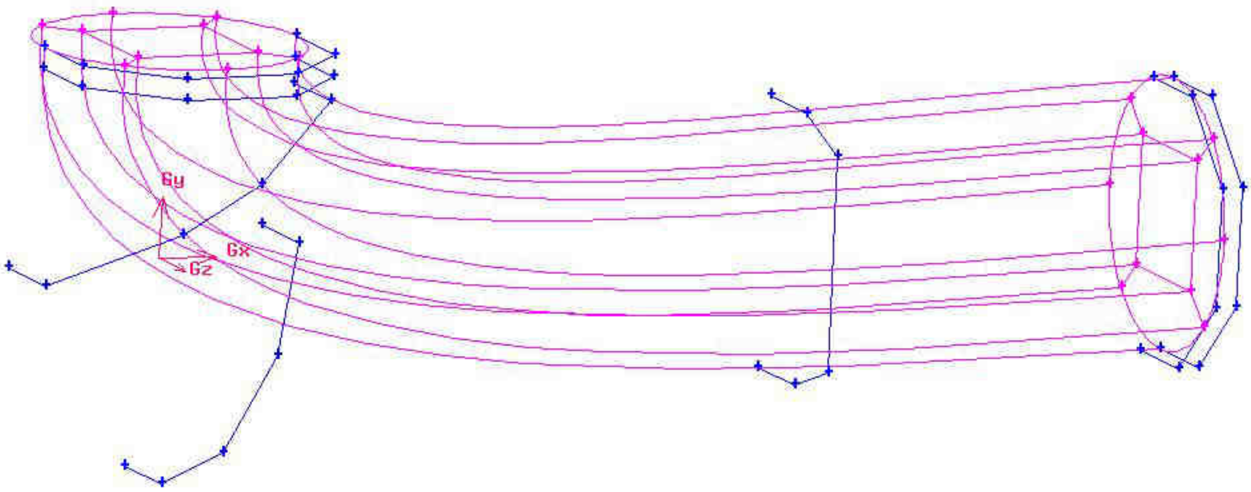
Obr.39 *Porovnání výchozí geometrie (červeně) a optimalizované geometrie (zeleně)*

16.4 OPTIMALIZACE KOLENE, 2.PARAMETRIZACE

Jak plyne z optimalizace 1.parametrizace kolene (kap.16.3), nejpravděpodobnější příčinou chabého výsledku optimalizace byla špatná parametrizace kolene. U druhé parametrizace kolene došlo k prodloužení parametrizované části o 3 průměry ve směru odpadního potrubí. Dále se zvýšil počet měněných parametrů na 33. Pro optimalizaci byl použit algoritmus BFGS pro distribuované výpočty (viz.kap.9.2).

Dále proudění již nebylo řešeno na polovině osového řezu, ale na kompletní oblasti.

16.4.1 Parametrický popis geometrie



Obr.40 *2.parametrizace kolene, řídící polygony*

Na Obr.40 je vyobrazen tvar 2.parametrizace kolene. Geometrie byla vytvořena pomocí Bézierových ploch (viz. kap.10.2). Růžově jsou naznačeny kontury objemů a modře řídící polygony (řídí body spojené do logických celků). Zdvojení řídících polygonů na vstupu a výstupu z kolene je z důvodu tečného napojení ploch na vstupní a odpadní potrubí. Průměr potrubí byl 50mm. Délka přívodního potrubí činila 8 průměrů a délka odpadního potrubí činila 36 průměrů. Obr.40 je zároveň výchozím tvarem, který byl použit při optimalizaci.

16.4.2 Výpočetní síť

Výpočetní síť byla vytvořená jako strukturovaná a obsahovala 332 800 buněk.

16.4.3 Nastavení Fluentu

Jako model turbulence byl použit model k-ε Realizable s nerovnovážnými stěnovými funkcemi. Rychlostní profil na vstupu do výpočetní oblasti byl předpočítán na dlouhém rovném úseku potrubí. Exportovány byly hodnoty složek rychlosti a hodnoty k a ε. Maximální hodnota y^+=250, průměrná hodnota přes celou výpočetní oblast činila y^+=59,33. Hodnota Reynoldsova čísla ve vstupní větvi činila přibližně 96 000, což odpovídá střední rychlosti na vstupu o velikosti 2 m/s.

16.4.4 Optimalizační algorytmus

Jako optimalizační algoritmus byl použit BFGS ve verzi pro distribuované výpočty (viz. kap.9.2).

16.4.5 Kriteriální funkce

Kriteriální funkcí byl celkový ztrátový součinitel, který byl odvozen z Bernoulliho rovnice pro reálnou kapalinu viz rov.(16.3.1) a Obr.33, kap.16.3. Bod 1 byl v tomto případě ve vzdálenosti x/D=3,2 od počátku kolene a bod 2 byl ve vzdálenosti x/D=31 od konce kolene.

16.4.6 Zhodnocení výsledků

Optimum bylo nalezeno po 179 výpočtech. Výchozí geometrie byla přibližnou aproximací pravoúhlého kolene s R/D=0.8 a prodlouženou odtokovou částí o 3 průměry.

		Koleno	Optimum	Změna [%]
ξ	[1]	0.971	0.903	6.971
Cf	[1]	15.576	15.595	-0.119

Tab.25 *Změna ztrátového a třecího koeficientu*

Optimalizovanou geometrii budeme porovnávat s normálním kolenem s poměrem R/D=0.8.

Zlepšení ztrátového součinitele oproti normálnímu kolenu činilo přibližně 7%. Třecí součinitel přes celou výpočetní doménu se naopak zhoršil o 0.1% viz. Tab.25.

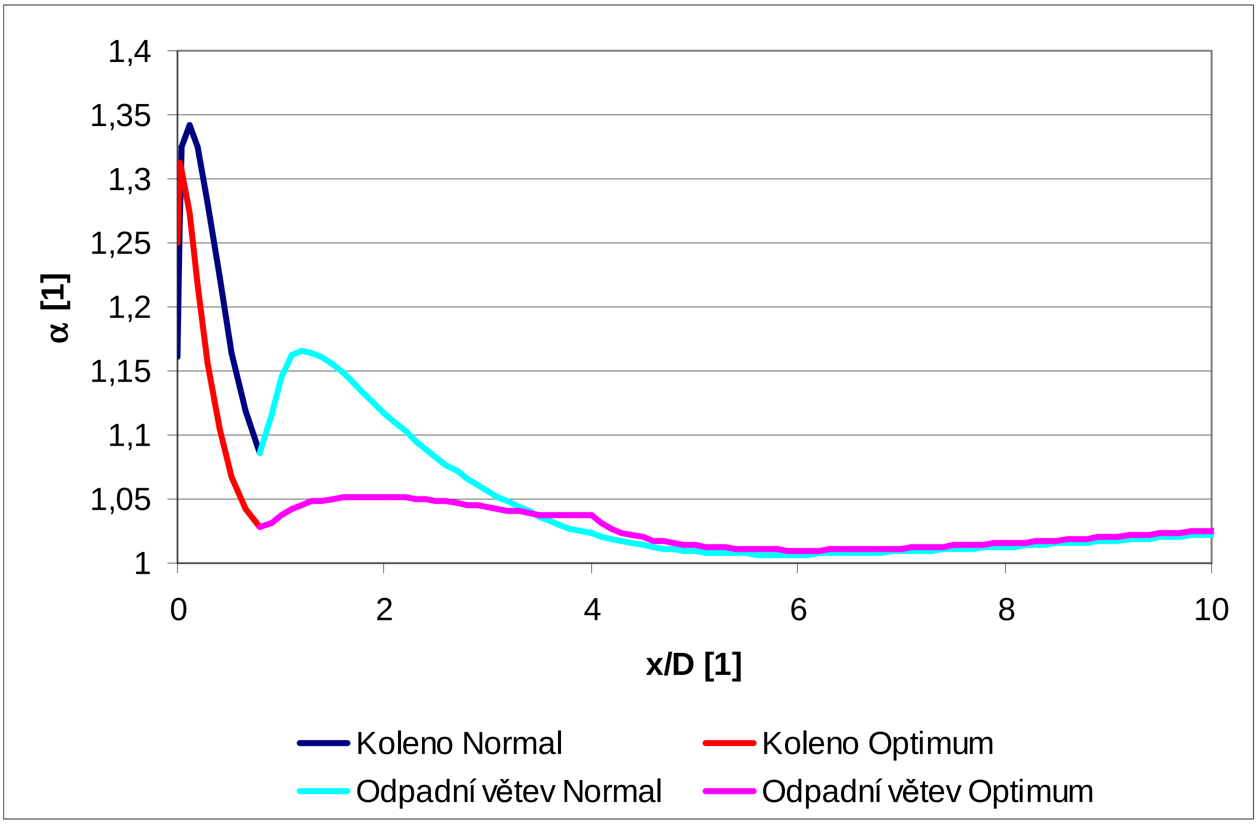
Na Obr.41 - Obr.44 je porovnání kontur a vektorů rychlosti normálního a optimalizovaného tvaru kolene. Na první pohled je patrné, že tečné napojení parametrizované části nebylo dodrženo viz kap.10.3. Dále je vidět, že optimalizací tvaru došlo k zmenšení oblasti maximální rychlosti na vnitřní straně oblouku a k potlačení oblasti zpětného proudění na vnitřní straně oblouku za ohybem. Ačkoli je oblast maximální rychlosti u vnitřní strany oblouku optimalizované geometrie menší, maximální velikost rychlosti je větší než u normálního kolene.

Na Obr.45 a Obr.46 jsou porovnány povrchové proudnice optimalizovaného kolene a normálního kolene. U normálního kolene jsou dobře patrné místa odtržení proudu za ohybem kolena, která jsou umístěna souměrně okolo osy symetrie. U optimalizované geometrie se tyto oblasti nevyskytují.

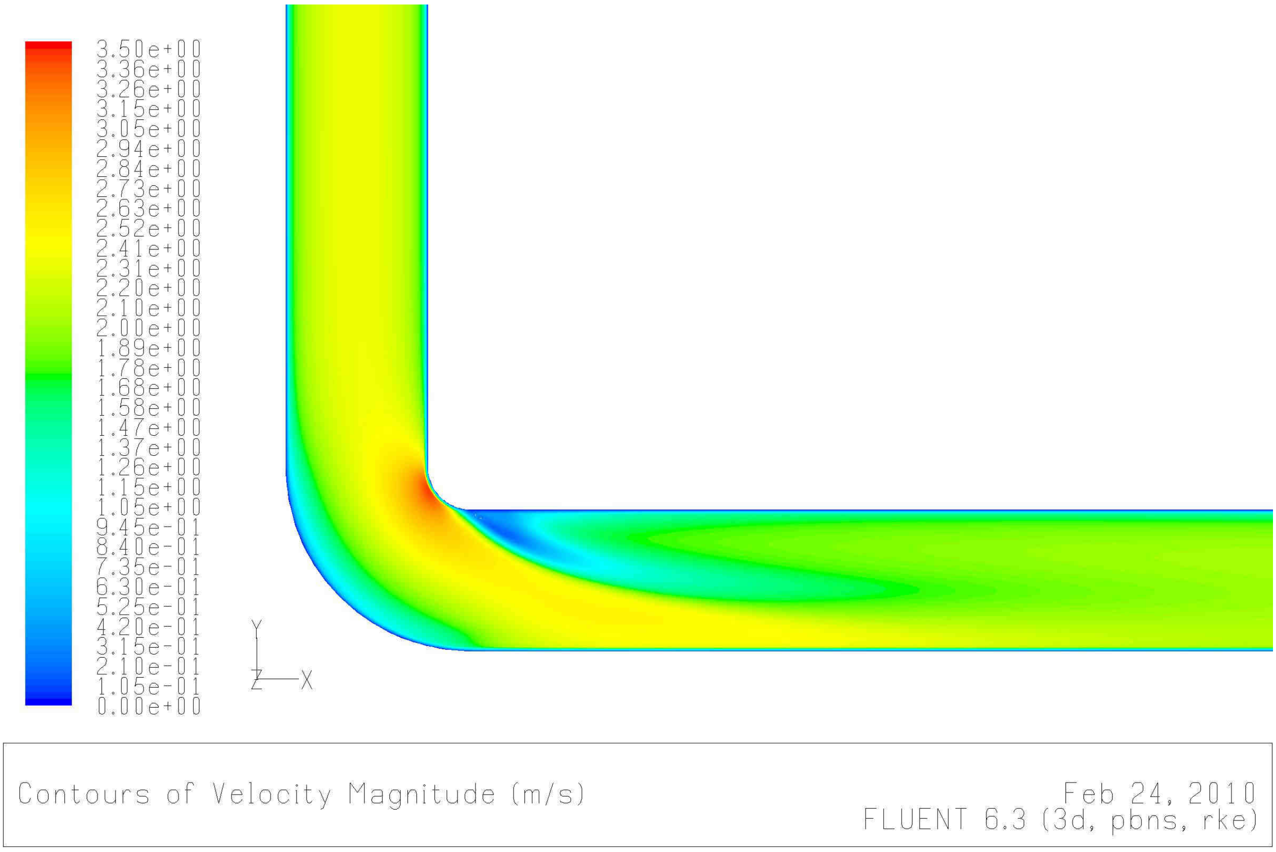
Na Obr.47 a Obr.48 jsou vyobrazeny kontury normalizované helicity (viz. kap.24.4) pro hodnoty h=±0.97. Rozdíly mezi optimalizovanou geometrií a normálním kolenem jsou v tomto případě minimální. U optimalizované geometrie je jádro víru v odpadním potrubí delší než u normálního kolene.

Na Obr.49 a Obr.50 jsou porovnány geometrie optimalizovaného tvaru a normálního kolene. U optimalizovaného kolene došlo k posunutí vnitřní a vnější strany oblouku a k prohnutí části odpadního potrubí.

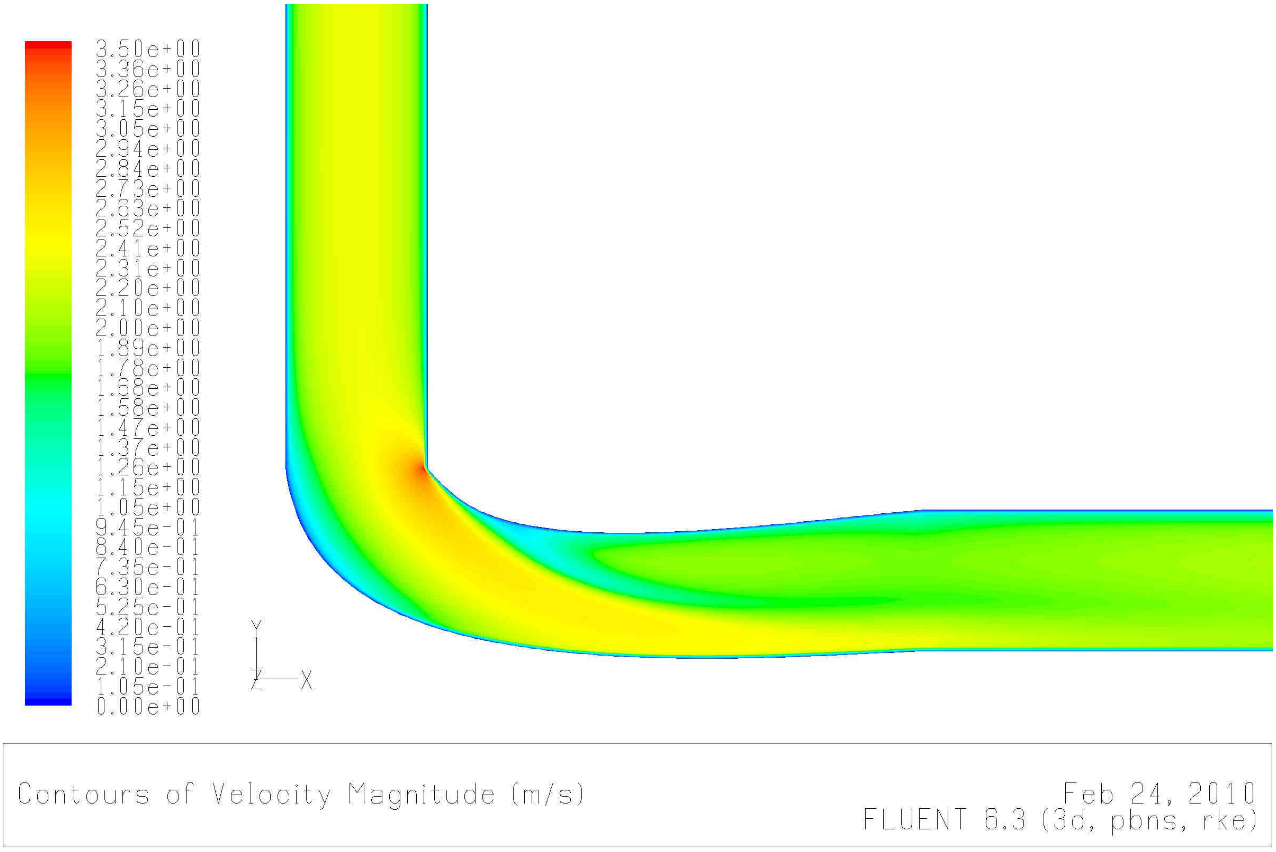
V Graf.88 je ukázán průběh Coriolisova čísla v koleni a v odpadní větvi (viz.kap.24.1). Na grafu je patrné snížení hodnoty Coriolisova čísla v koleni a v bezprostředně navazující části odpadního potrubí, čemuž odpovídá i snížení celkového ztrátového součinitele. Skok na průběhu v místě x/D=4 optimalizované geometrie odpovídá přechodu mezi parametrickou částí geometrie a zbytkem odtokové větve a je nejspíše způsoben nehladkým spojem na přechodu.



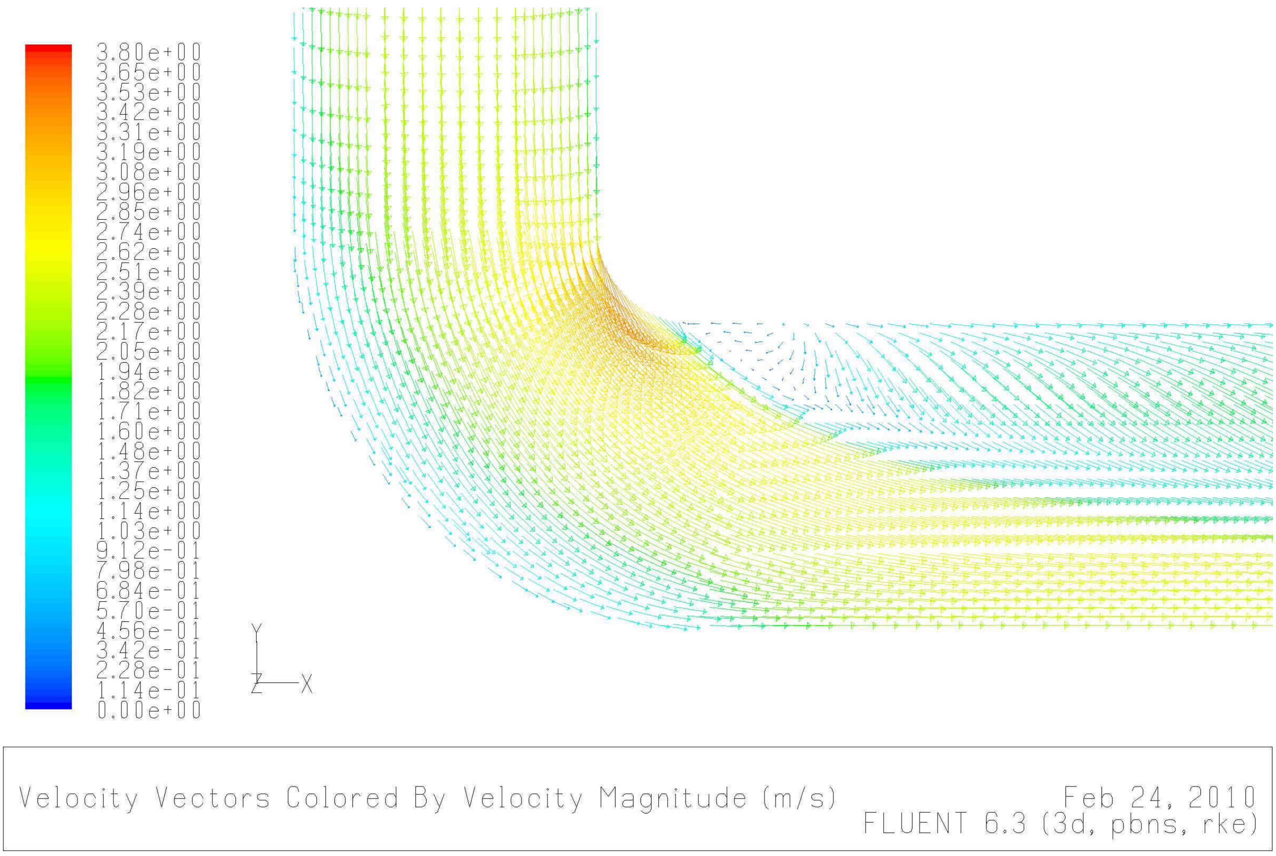
Graf.88 *Průběh Coriolisova čísla v koleni a v odpadním potrubí*



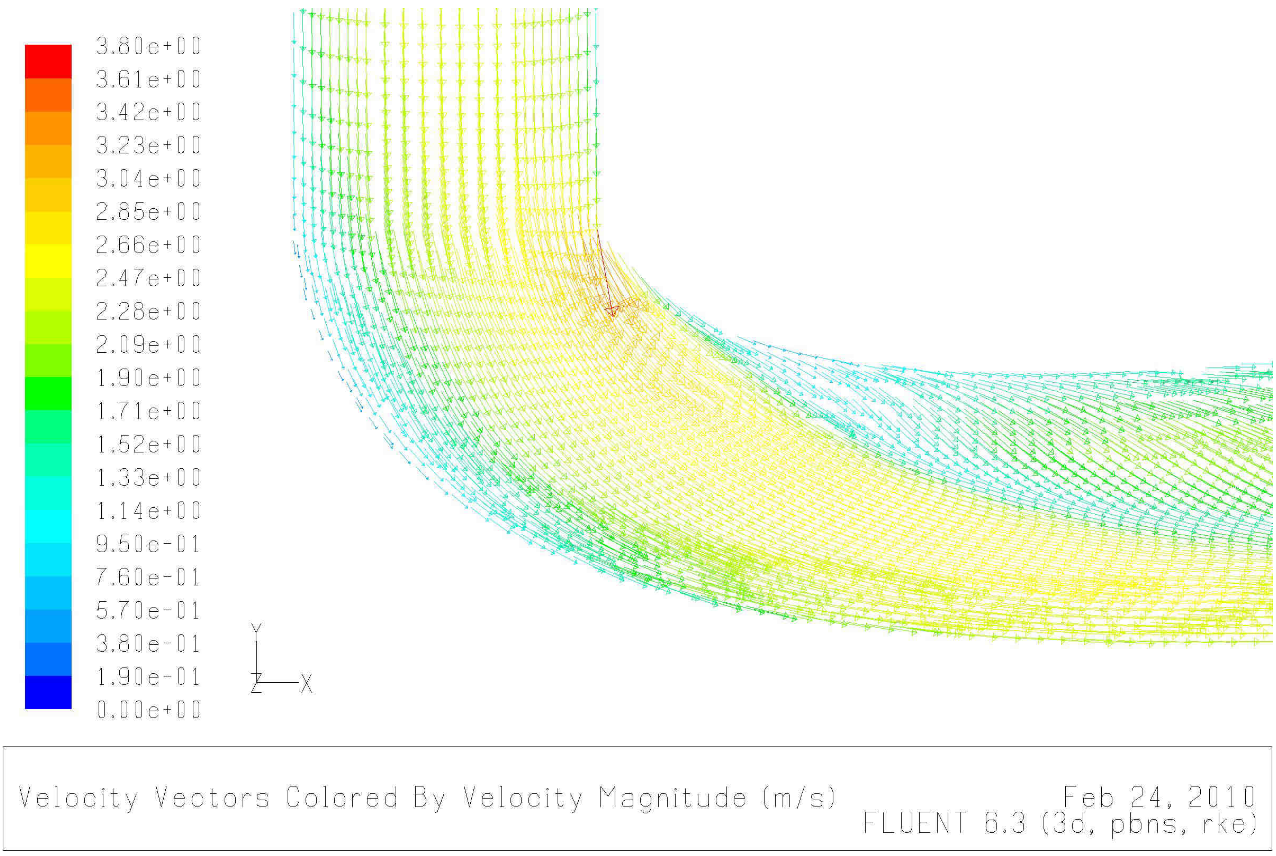
Obr.41 *Normální koleno, kontury rychlosti*



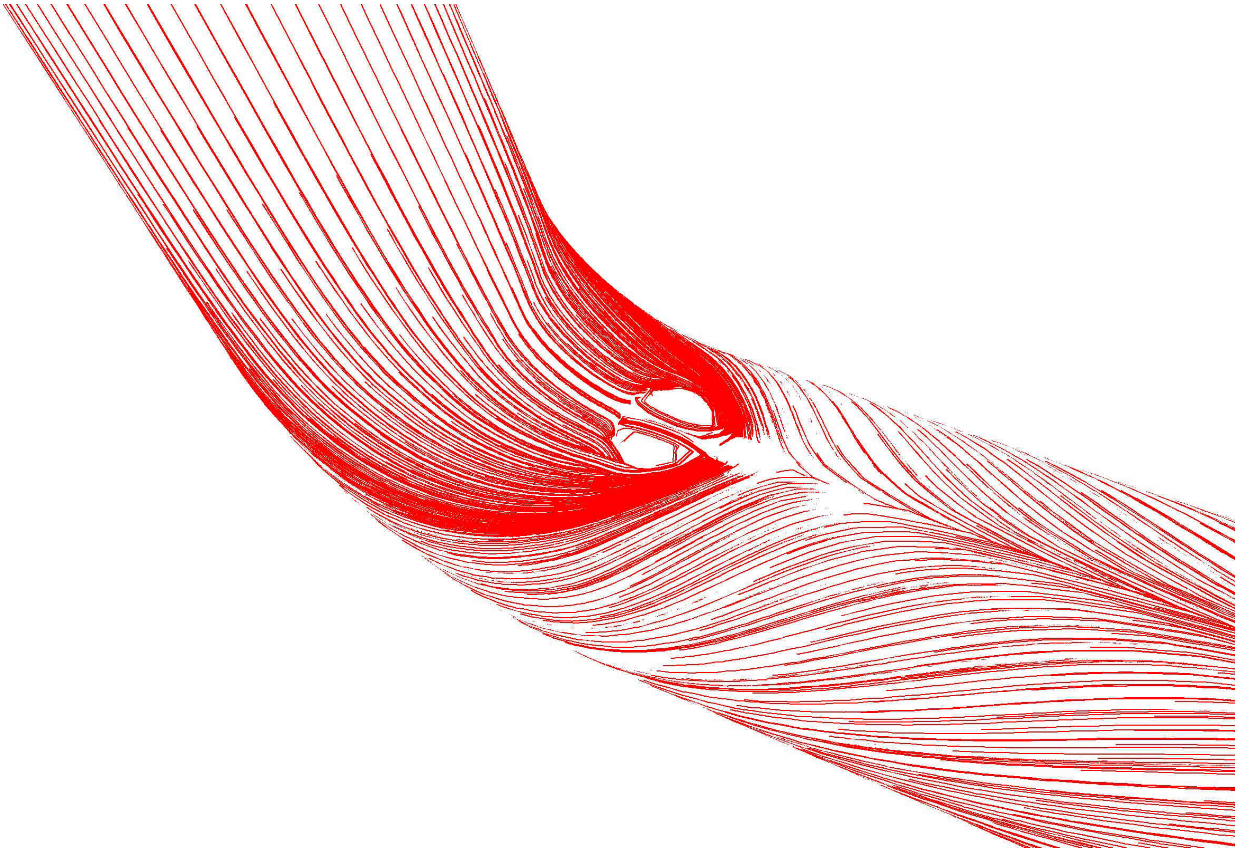
Obr.42 *Optimalizované koleno, kontury rychlosti*



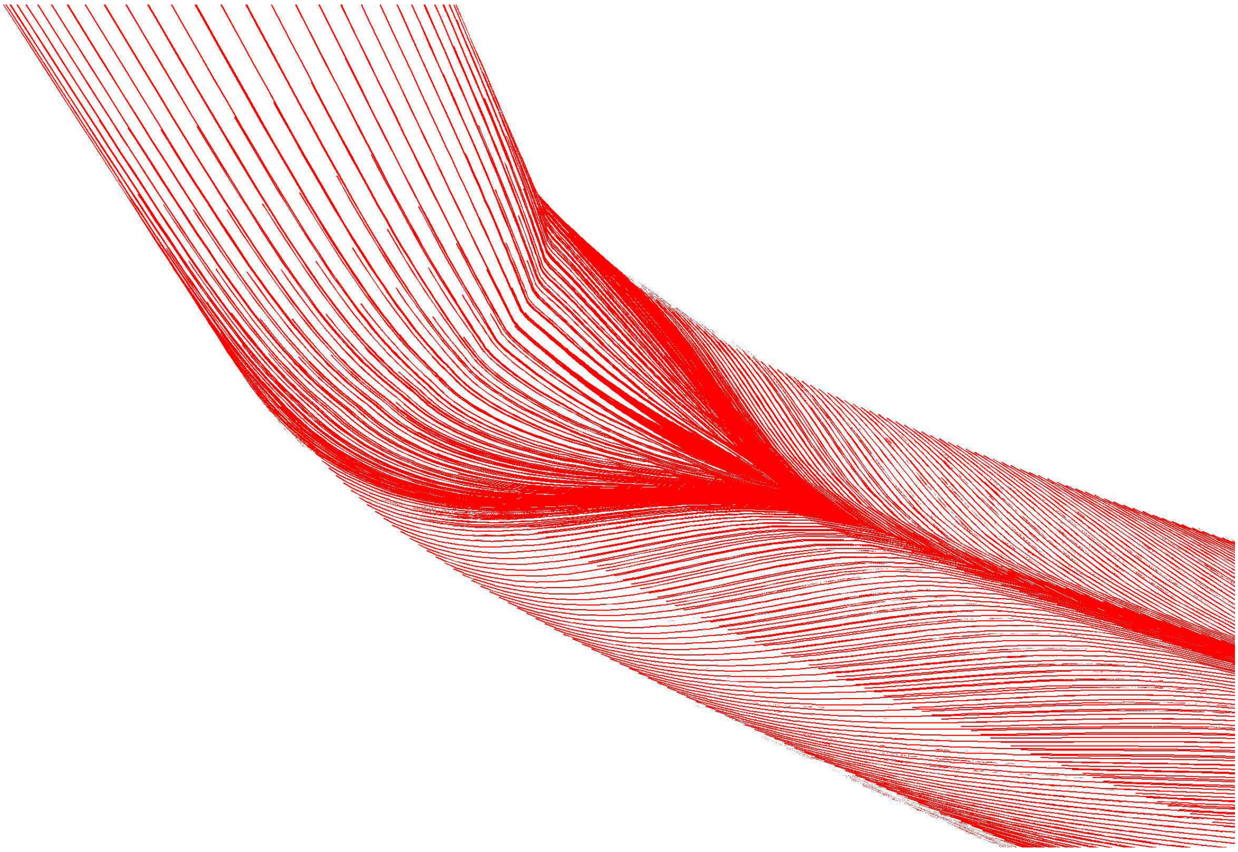
Obr.43 *Normální koleno, vektory rychlosti*



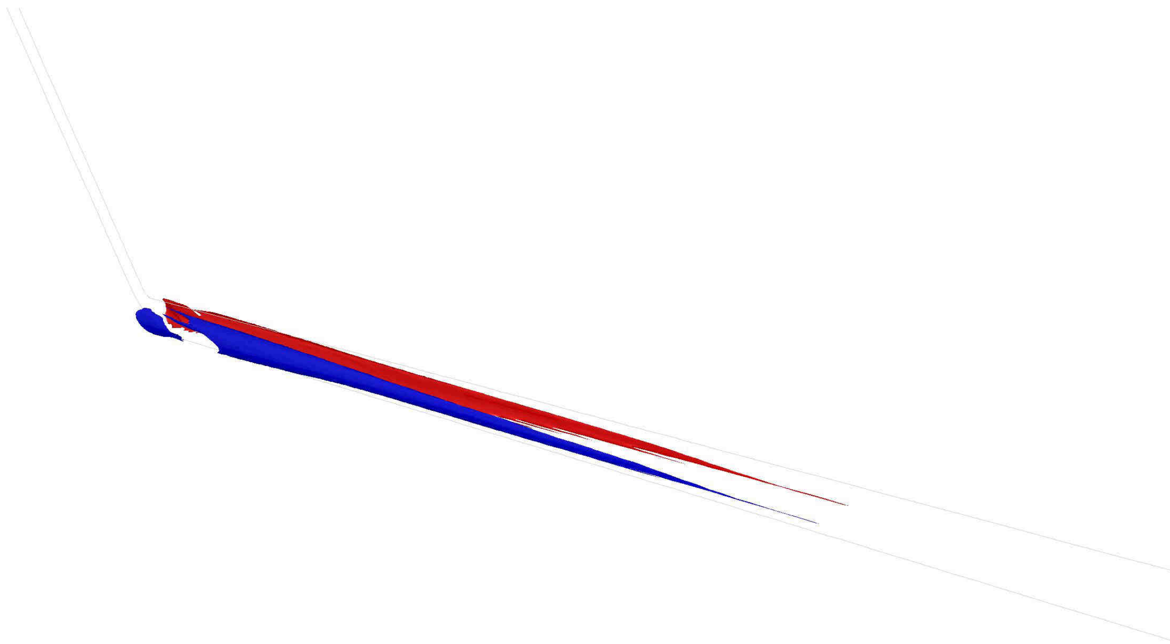
Obr.44 *Optimalizované koleno, vektory rychlosti*



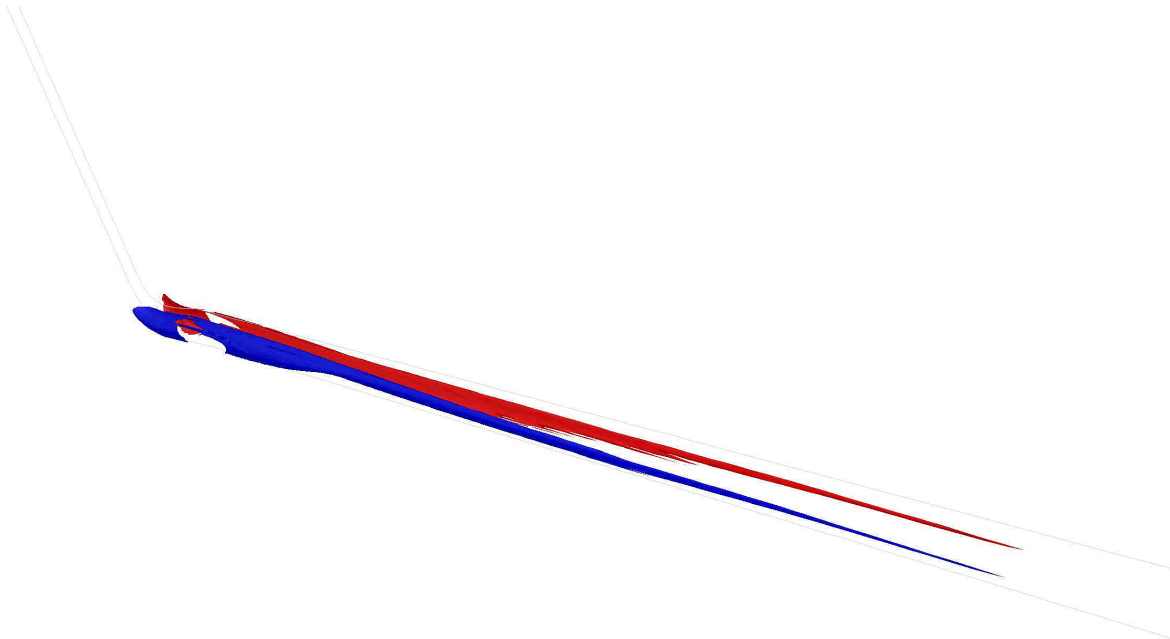
Obr.45 *Normální koleno, povrchové proudnice*



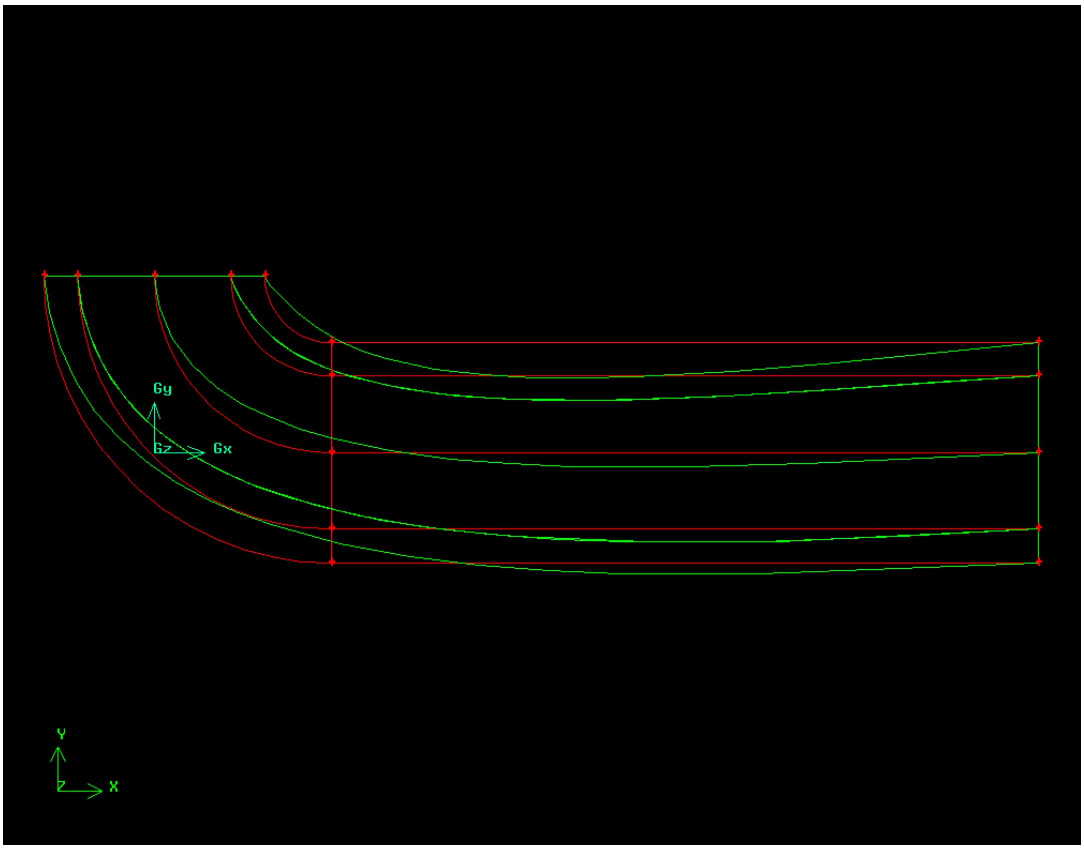
Obr.46 *Optimalizované koleno, povrchové proudnice*



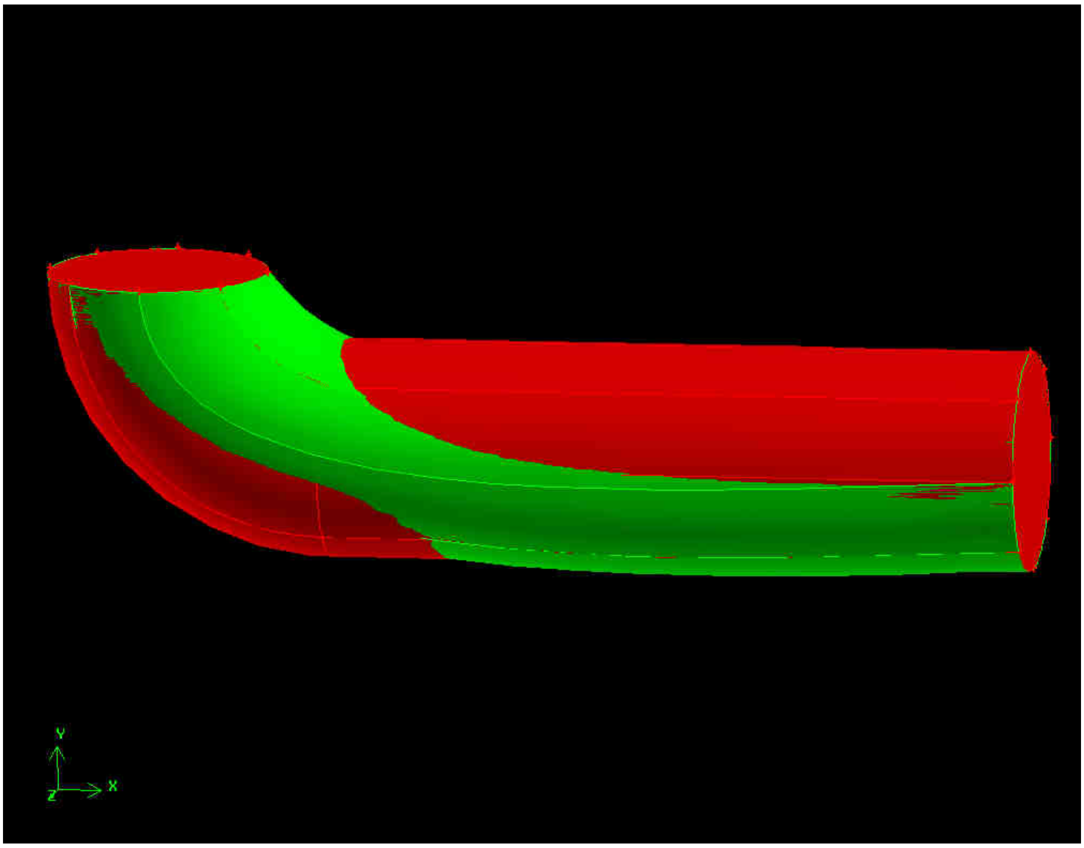
Obr.47 *Normální koleno, kontury normalizované helicity ±0. 97*



Obr.48 *Optimalizované koleno, kontury normalizované helicity ±0.97*



Obr.49 *Porovnání geometrie, zeleně optimalizovaná geometire, červeně normální koleno*



Obr.50 *Porovnání geometrie, zeleně optimalizovaná geometire, červeně normální koleno*

16.5 OPTIMALIZACE KOLENE, 3.PARAMETRIZACE

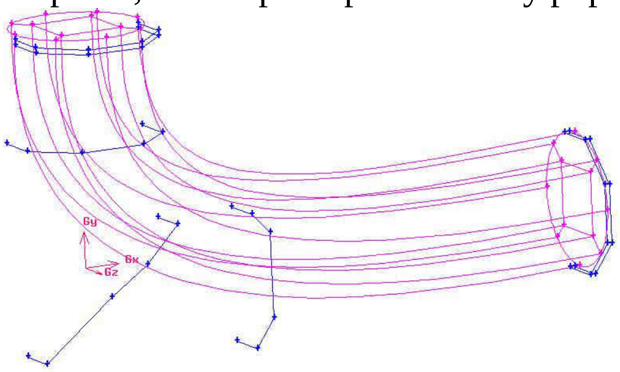
Jak je vidět na obrázcích rychlostního pole 2.parametrizace kolene (Obr.42, Obr.44), optimalizační algoritmus se snažil posunout spodní část parametrizovaného odtokového potrubí tak, aby nedocházelo k nárazu proudu kapaliny na spodní část odtokového potrubí. Z toho se dá usoudit, že parametrizovaná oblast nebyla dostatečně velká a že nebyly umožněny takové tvarové změny, které by tomuto zabránily. Dále je pak vidět, že nebylo dodrženo tečné napojení parametrizované části na přívodní a odpadní potrubí. Tento problém byl také vyřešen.

Narozdíl od 2.parametrizace, byla parametricky popsaná oblast zvětšena o 1 průměr ve směru přívodního potrubí. Dále se pak zvedl počet měněných parametrů na 36 (máme 3 kompletní řídící polygony).

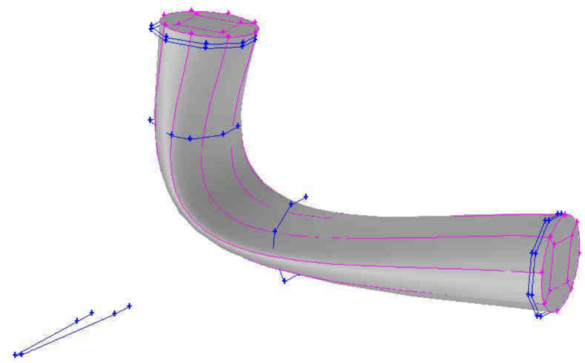
16.5.1 Parametrický popis geometrie

Geometrie parametricky popsané části kolene byla vytvořena pomocí Bézierových ploch (viz.kap.10.2). Striktně vzato se již nejedná o koleno s R/D=0,8, ale v tomto případě je poměr R/D=1,8. Aby bylo dodrženo tečné napojení parametricky popsané části kolene na zbytek výpočetní sítě, tak vyjma zdvojení řídících polygonů na vstupu a výstupu bylo provedeno následující.

První body Bézierovy plochy, které tvoří vstupní průměr do parametricky popsané části, byly zkopírovány a posunuty ve směru osy přívodního potrubí. Stejně tak u výstupního průměru, byly tyto poslední body zkopírovány a posunuty ve směru osy odpadního potrubí. Tyto nově vytvořené body, byly potom zahrnuty do ploch, tvořící plášť parametricky popsané části.



Obr.51 *Parametrizace kolene, 1.výchozí geometrie pro optimalizaci*



Obr.52 *Parametrizace kolene, 2.výchozí geometrie pro optimalizaci*

Na Obr.51 je ukázána parametricky popsaná část kolene. Modře jsou vyobrazeny řídící polygony a růžově jsou ukázány objemy, ze kterých je koleno tvořeno. Zároveň je tento tvar 1.výchozím tvarem pro optimalizaci.

Protože se optimální tvar kolene očekával ve tvaru „kobří hlavy“ a optimální tvar nalezený z první výchozí geometrie toto nesplňoval, byla optimalizace spuštěna znovu s novou výchozí geometrií. 2.výchozí geometrie je ukázána na Obr.52. Vyjma výchozí geometrie jsou všechny ostatní parametry výpočtu stejné.

16.5.2 Výpočetní síť

Výpočetní síť byla strukturovaná a byla tvořena 332 800 buňkami.

16.5.3 Nastavení řešiče

Jako model turbulence byl použit k-ε Realizable model s nerovnovážnými stěnovými funkcemi. Střední hodnota rychlosti na vstupu činila 2 m/s, čemuž odpovídá hodnota Reynoldsova čísla o přibližné velikosti 96 000.

U první parametrizace se maximální hodnota y^+=110 nacházela na vnitřní straně oblouku u vstupu do parametricky popsané části. Průměrná hodnota přes celou výpočetní oblast byla y^+=59.

U druhé parametrizace byla maximální hodnota y^+=131 a nacházela se na spodní části rozhraní parametrizované části a odpadního potrubí. Průměrná hodnota přes celou výpočetní oblast činila y^+=58.

16.5.4 Optimalizační algorytmus

Jako optimalizační algoritmus byl použit BFGS v úpravě pro distribuované výpočty (viz.kap.9.2).

16.5.5 Kriteriální funkce

Jako kriteriální funkce byl použit ztrátový součinitel odvozený z Bernoulliho rovnice pro reálnou kapalinu (viz.kap.16.3.4). Poloha bodu 1 byla ve vzdálenosti x/D=2,2 od počátku kolene, a poloha bodu 2 byla ve vzdálenosti x/D=31 od konce kolene.

16.5.6 Zhodnocení výsledků

		Koleno	1.Optimální geometrie	2.Optimální geometrie	Změna 1 [%]	Změna 2 [%]
ξ	[1]	0.809	0.750	0.829	7.375	-2.420
Cf	[1]	15.226	14.174	13.689	6.912	10.097

Tab.26 *Změna ztrátového a třecího koeficientu*

Hodnota ztrátového součinitele normálního kolene s R/D =1.8 byla spočtena na 0,8093. Protože v tomto případě máme dvě výchozí geometrie, bude jako 1.optimální geometrie označena ta, která vychází z 1.výchozí geometrie. Obdobně jako 2.optimální geometrie bude označena geometrie, která vychází z 2.výchozí geometrie

Po 125 výpočtech byl výpočet pozastaven a hodnota ztrátového součinitele 1.optimální geometrie činila 0,7496. Což činí zhruba 7% zlepšení.

Po 177 výpočtech byl ukončen výpočet z 2.výchozí geometrie. Hodnota ztrátového součinitele činila 0,82886, což je o 2,4% horší výsledek než u normálního kolene (viz.Tab.26).

Na Obr.53 - Obr.55 jsou vyobrazeny vektory rychlosti na osovém řezu pro normální a optimální geometrii. Je vidět, že u 1.optimální geometrie nedochází k tak velkému nárůstu rychlosti u vnitřní strany oblouku, jako u normálního kolene. Dále pak je v oblasti za ohybem oblast snížené rychlosti proudění, kde dochází ke zpomalení proudu, způsobené rozšířením průtočné plochy. U 2.optimální geometrie je zřetelně vidět, že počáteční zúžení mělo být z vnější strany oblouku. Tím že je zúžená vnitřní strana oblouku kolene, nedovolíme kapalině aby plynule sledovala vnitřní stranu oblouku a ta odkloněna od své přirozené cesty naráží na spodní stranu parametrizované části oblouku.

Na Obr.56 - Obr.58 jsou vyobrazeny kontury rychlosti. Je zde dobře vidět, že u normálního kolene naráží proud kapaliny na spodní část odpadního potrubí a maximum rychlosti na vstupu do odpadního potrubí se nachází na spodní straně. U 1.optimální geometrie dochází k nárazu paprsku kousek před ukončením parametricky popsané části. Dále pak rychlosti kapaliny na vstupu do odpadního potrubí jsou rovnoměrněji rozloženy než u normálního kolene. U 2.optimální geometrie je zpomalení proudu ještě výraznější než u 1.optimální geometrie. Jsou zde daleko větší oblasti s nízkou hodnotou rychlosti. Opět je zde dobře vidět jak špatně bylo zvoleno tvarování výchozí geometrie, kdy zúžení průtočné plochy mělo být z vnější strany oblouku.

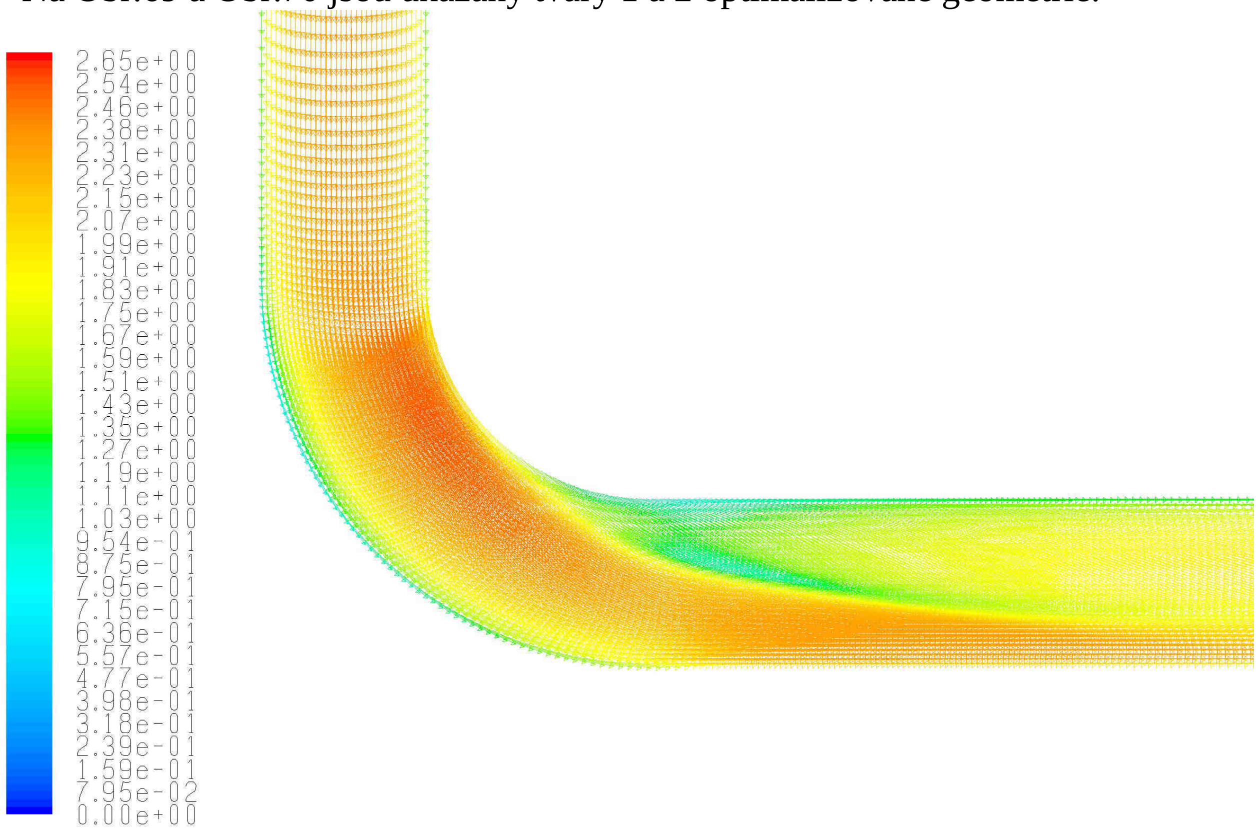
Na Obr.59 - Obr.61 jsou vyobrazeny proudnice, jejichž barva reprezentuje velikost rychlosti. Zatím co u 1.optimální geometrie a normálního kolene prochází kapalina kolenem poměrně bez větších problémů a hladce, u 2.optimální geometrie dochází k poměrně velkému rozhození proudnic a „zasukování proudu". Dále je vidět, že proudnice 1.optimální geometrie i 2 optimální geometrie, už nemají tak výrazně spirální tvar na vstupu do odpadního potrubí, jak je tomu u normálního kolene. Tuto situaci potvrzují kontury normalizované helicity (viz.kap.24.4) na Obr.62 - Obr.64, kde jsou vyobrazeny jádra vírů pro normální i obě optimalizovaná kolena. Je vidět, že u 1.optimalizované geometrie jsou jádra vírů v odpadním potrubí výrazně kratší, než u normálního kolene. U 2.optimalizované geometrie je toto potlačení ještě výraznější a odpovídá tomu i zlepšení třecího součinitele přes celou výpočtovou oblast. Zatímco u 1.optimalizované geometrie činilo toto zlepšení 7% u 2.optimalizované geometrie je to 10% oproti normálnímu kolenu (viz.Tab.26).

Na Obr.65 -Obr.67 jsou ukázány povrchové proudnice. V tomto případě nedošlo k žádné výraznější změně. U normálního kolene již nedošlo k odtržení proudu a ke zpětnému proudění za ohybem, jak tomu bylo v předchozích případech. U 1. optimalizované geometrie nedochází k odtržení proudu za ohybem. U 2.optimalizované geometrie dochází z důvodu nevhodného tvarování vstupní části k odtržení proudu ještě před ohybem kolene, což se projevilo i na povrchových proudnicích, kde jsou patrné malé spirálovité útvary, značící odtržení proudu od stěny.

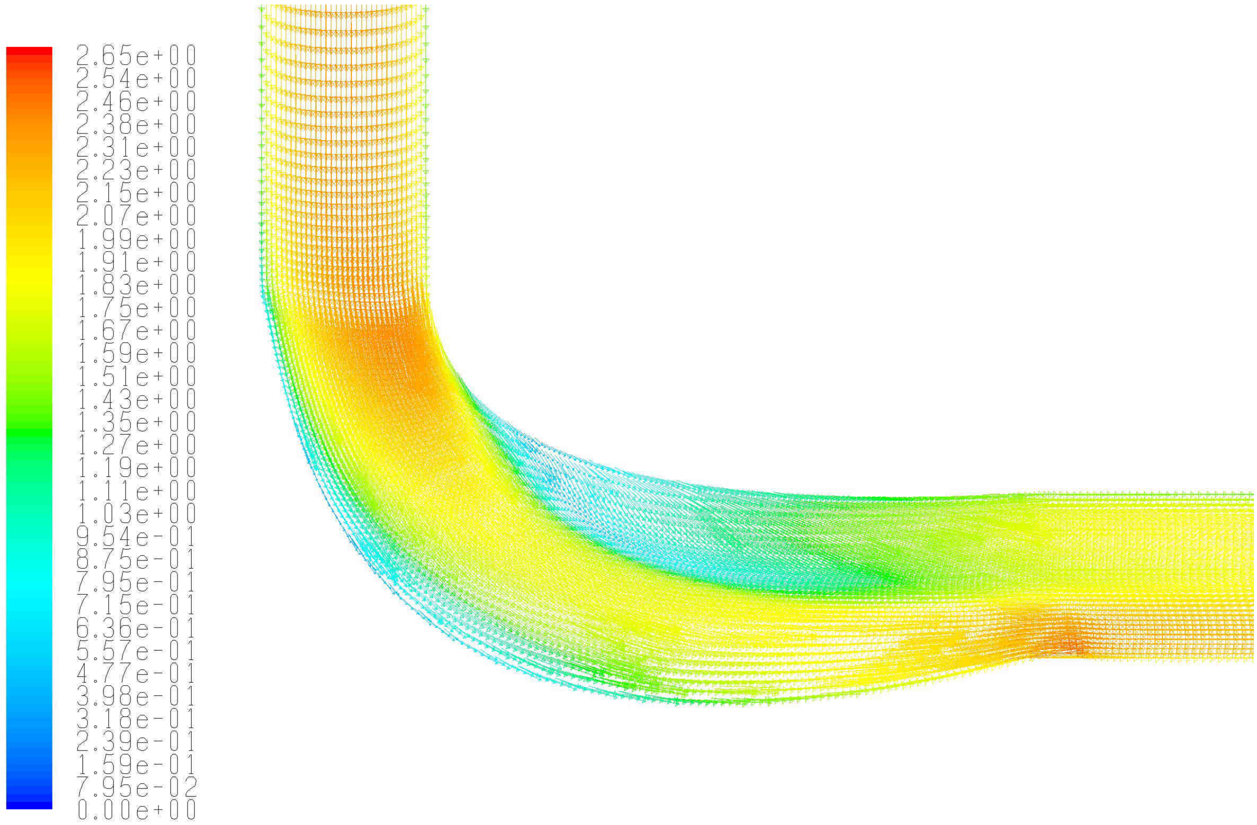
Na Graf.89 je ukázán průběh Coriolisova čísla v koleni a v odpadním potrubí (viz.kap.24.1). V předchozích případech došlo vždy alespoň k minimálnímu poklesu hodnot Coriolisova čísla optimální geometrie oproti normálnímu kolenu. V tomto případě je tomu naopak a přesto došlo u 1.optimalizovaného tvaru k 7% snížení ztrátového součinitele. Vysvětlení můžeme hledat v konturách normalizované helicity. Jak je ukázáno na Obr.62 a Obr.63. 1.optimalizovaná geometrie potlačila poměrně výrazně spirálovité víry v odpadním potrubí, to se projevilo i na celkovém třecím součiniteli Cf, který klesl přibližne o 7% (viz.Tab.26). Tímto se nám snížily třecí ztráty způsobené kolenem v odpadním potrubí. U 2.optimalizované geometrie je potlačení spirálovitých vírů a snížení hodnot třecího součinitele ještě výraznější. Je to ovšem vykoupeno velmi výrazným nárůstem hodnot Coriolisova čísla v koleni a na počátku odpadního potrubí. Tento velmi výrazný nárůst se potom významně podepisuje na hodnotách celkového ztrátového součinitele, který je o 2% vyšší než u normálního kolene.

Na Obr.68 je porovnání tvarů normálního kolene a 1.optimalizované geometrie. U 1.optimalizované geometrie je poměrně dobře patrné rozšíření průtočné plochy, které vede ke snížení střední rychlosti kapaliny na průřezu. Změny jednotlivých průřezů průtočné plochy normálního, 1.optimalizovaného a 2.optimalizovaného kolene jsou nejlépe patrné na Obr.71 - Obr.73.

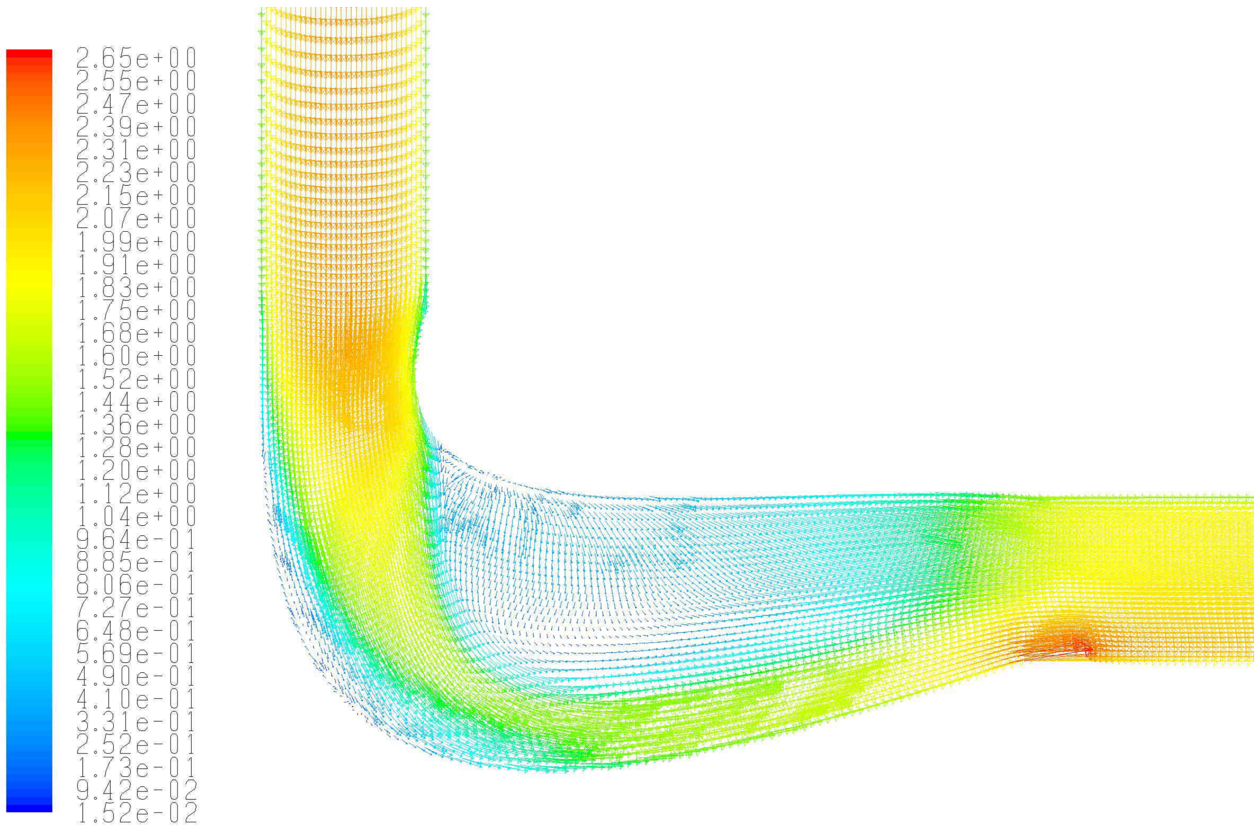
Na Obr.69 a Obr.70 jsou ukázány tvary 1 a 2 optimalizované geometrie.



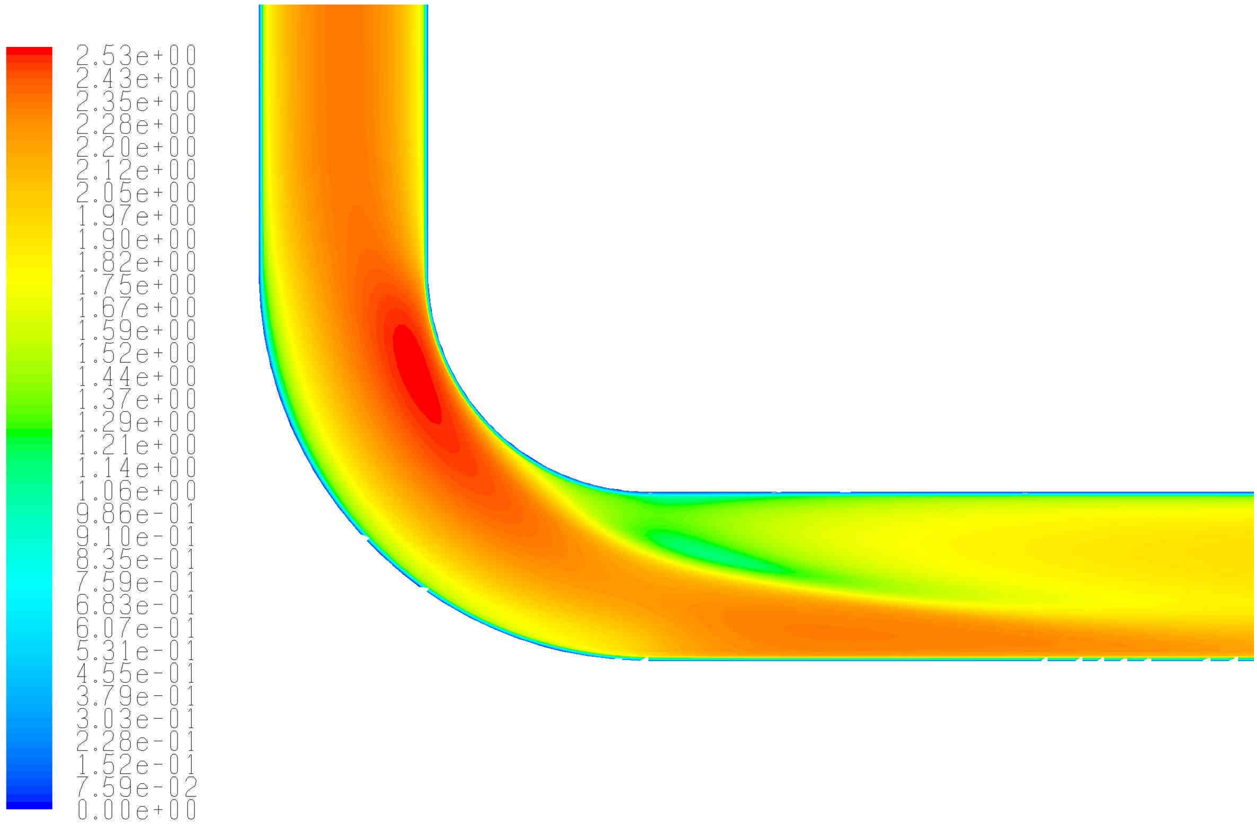
Obr.53 *Vektory rychlosti, normální koleno*



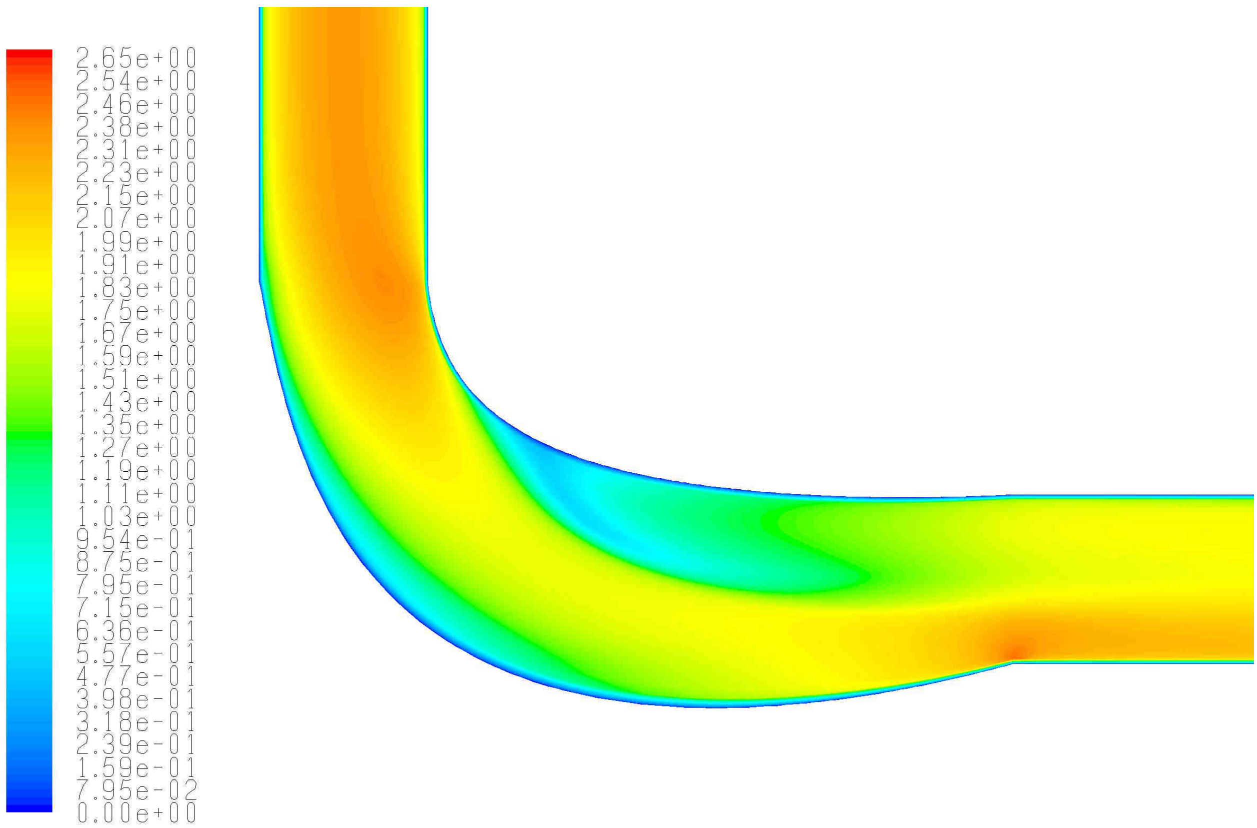
Obr.54 *Vektory rychlosti*, *1.optimální geometrie*



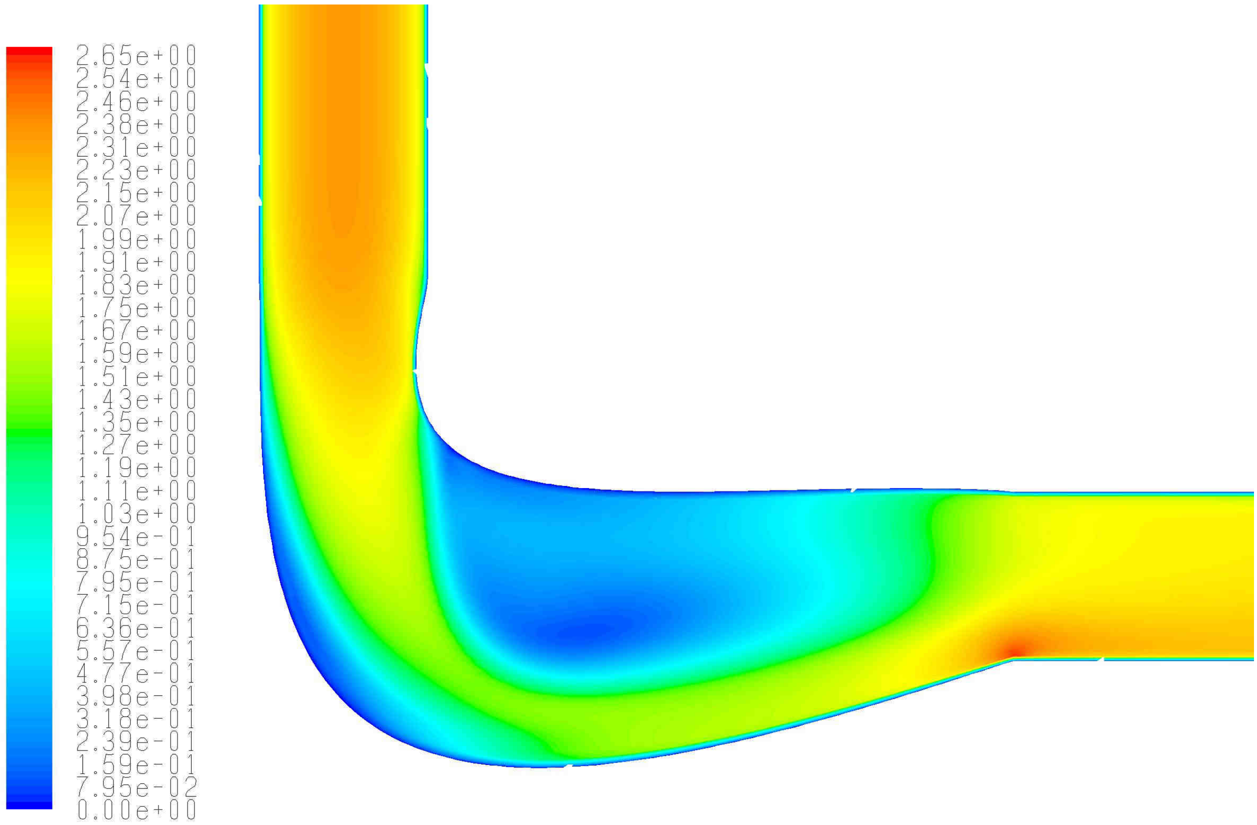
Obr.55 *Vektory rychlosti*, *2.optimální geometrie*



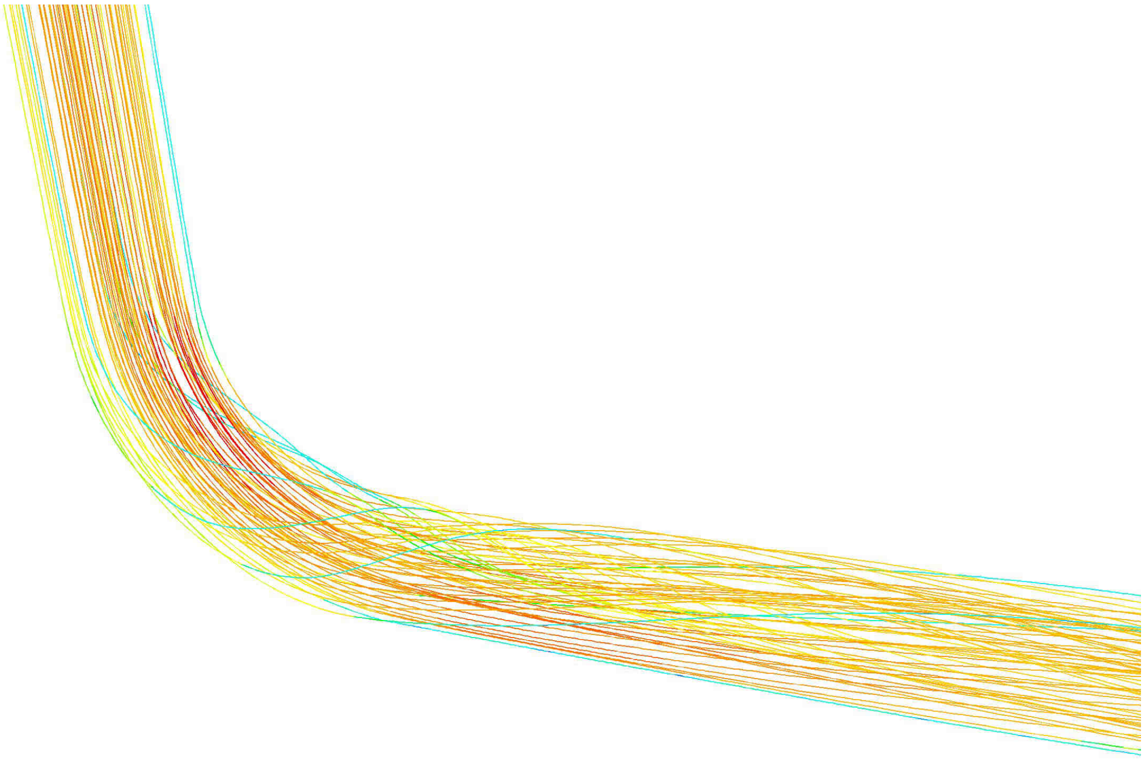
Obr.56 *Kontury rychlosti, normální koleno*



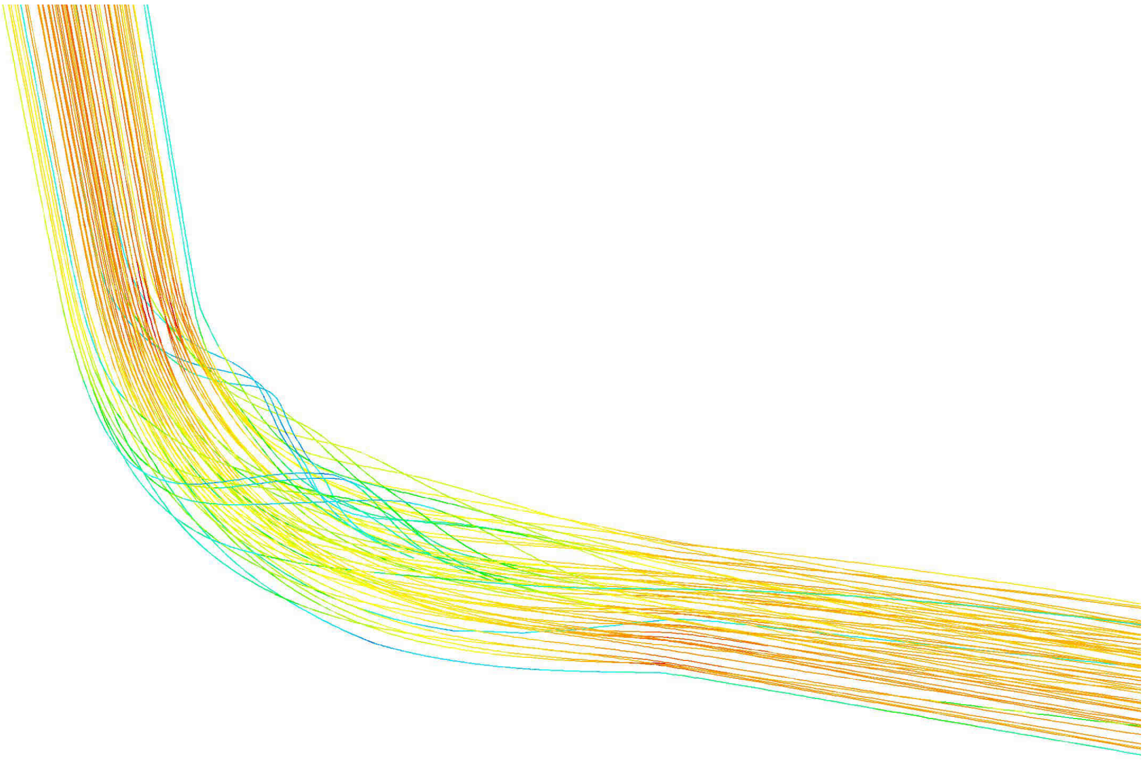
Obr.57 *Kontury rychlosti,1. optimální geometrie*



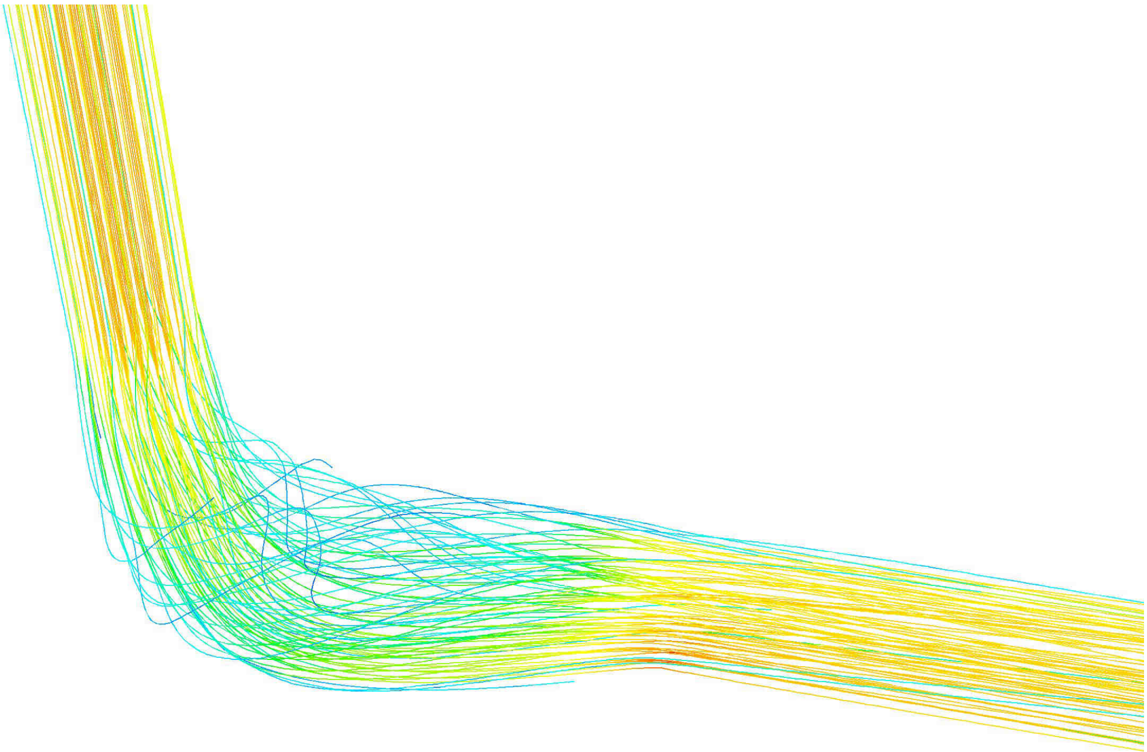
Obr.58 *Kontury rychlosti,2. optimální geometrie*



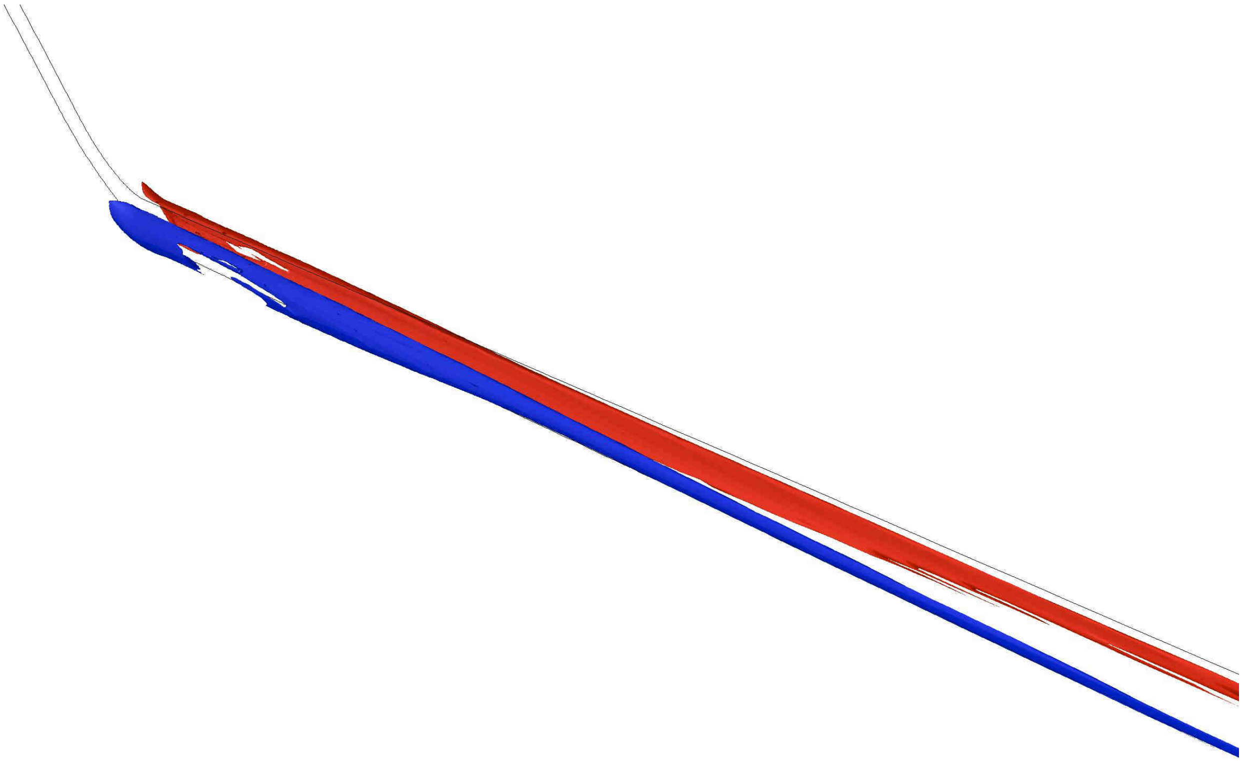
Obr.59 *Proudnice, zobrazená velikost rychlosti, normální koleno*



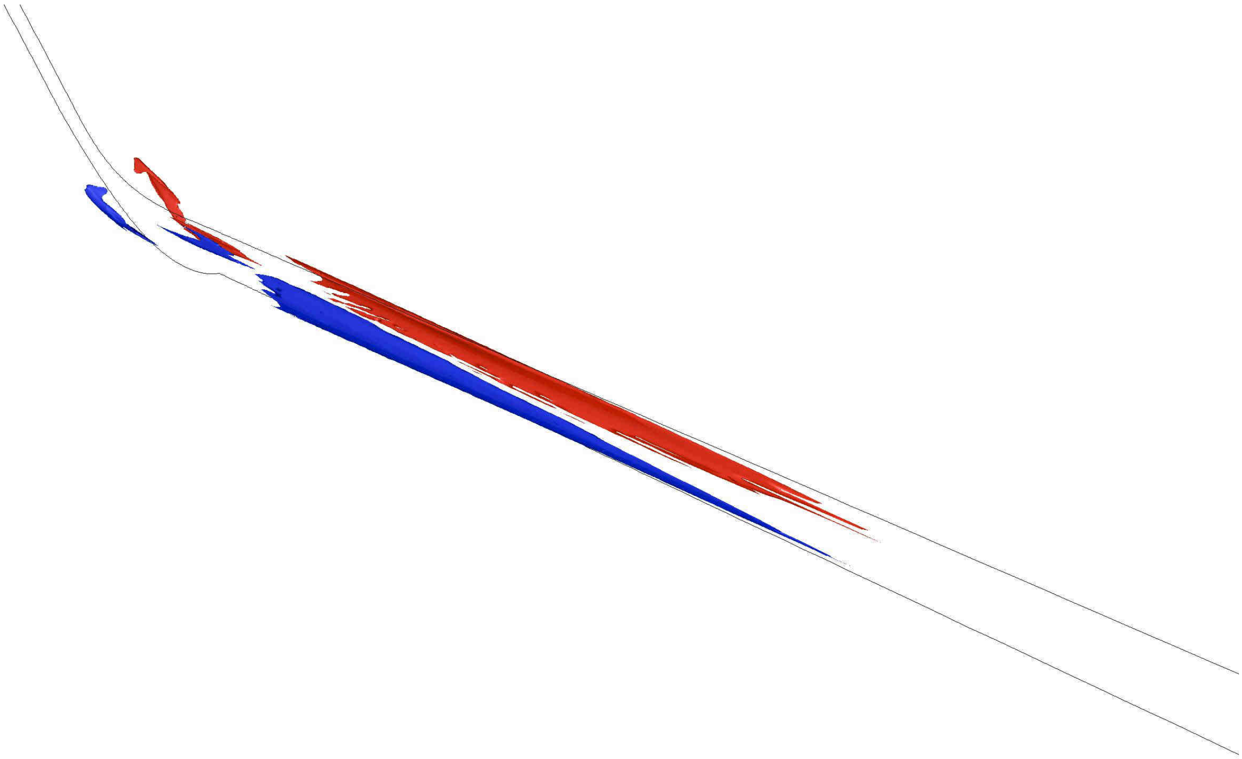
Obr.60 *Proudnice, zobrazená velikost rychlosti,1. optimální geometrie*



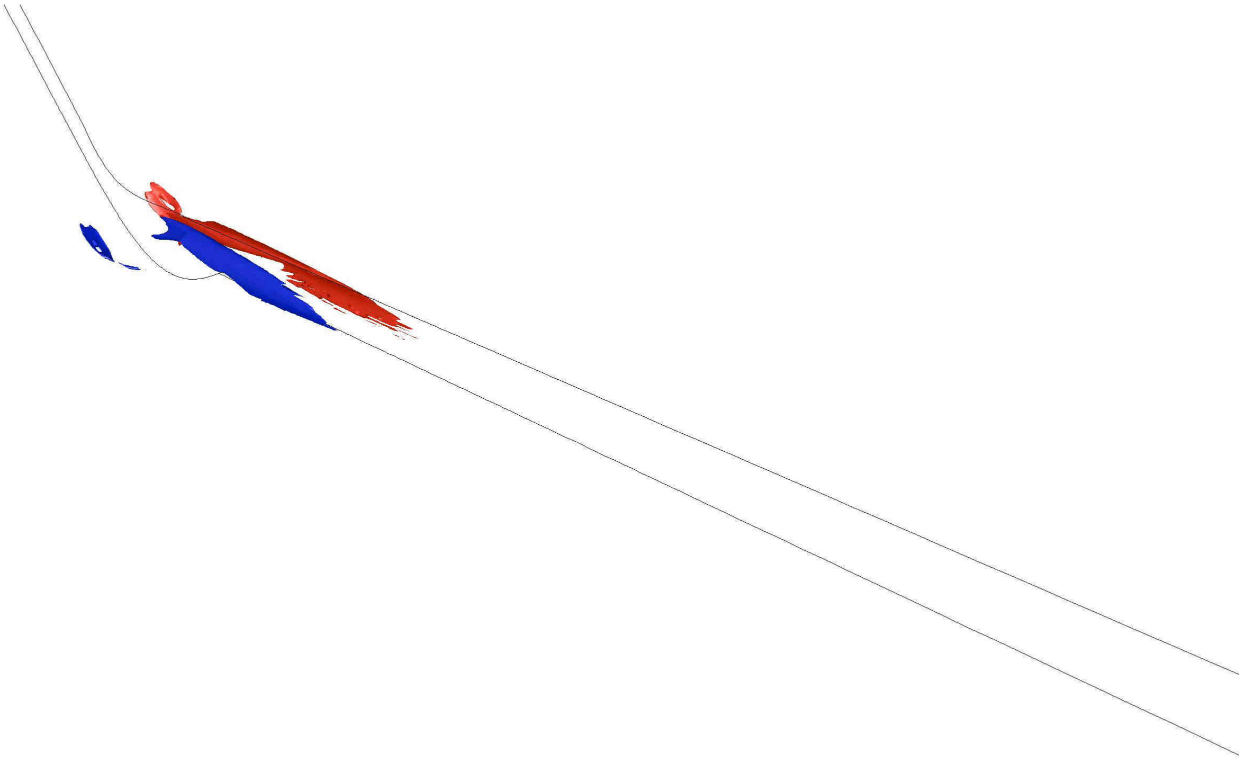
Obr.61 *Proudnice, zobrazená velikost rychlosti, 2. optimální geometrie*



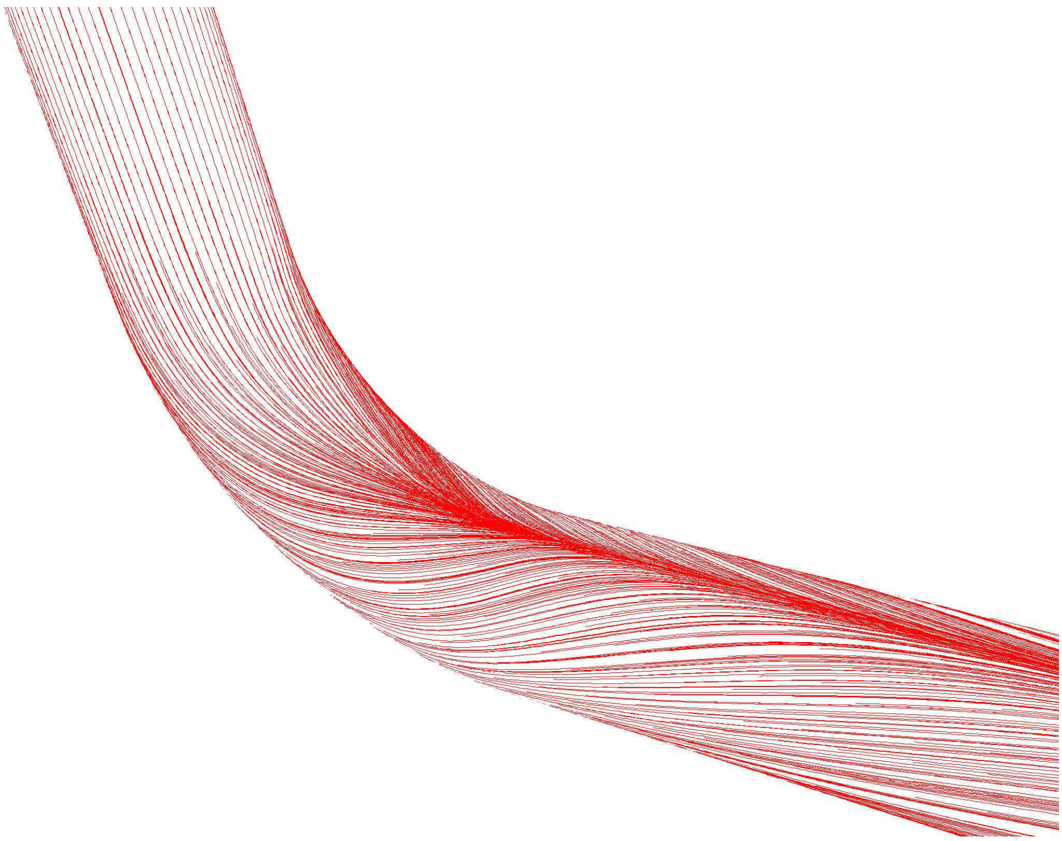
Obr.62 *Kontury normalizované helicity ±0.97, normální koleno*



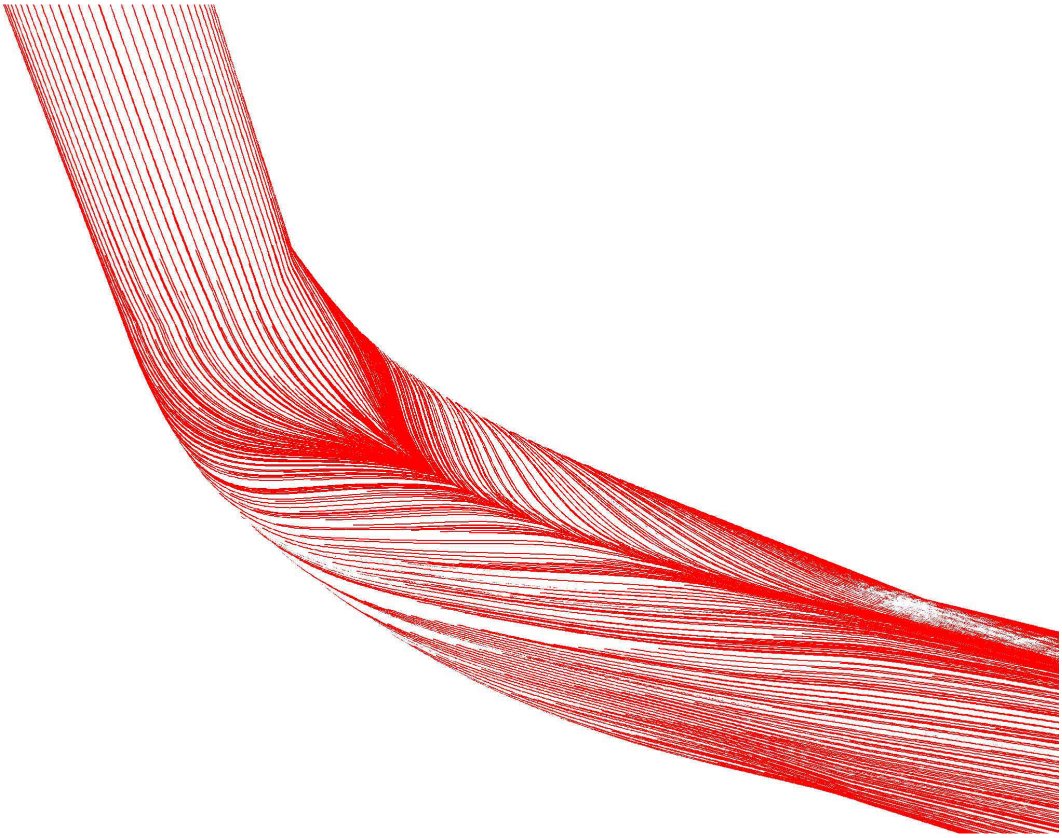
Obr.63 *Kontury normalizované helicity ±0.97, 1. optimální geometrie*



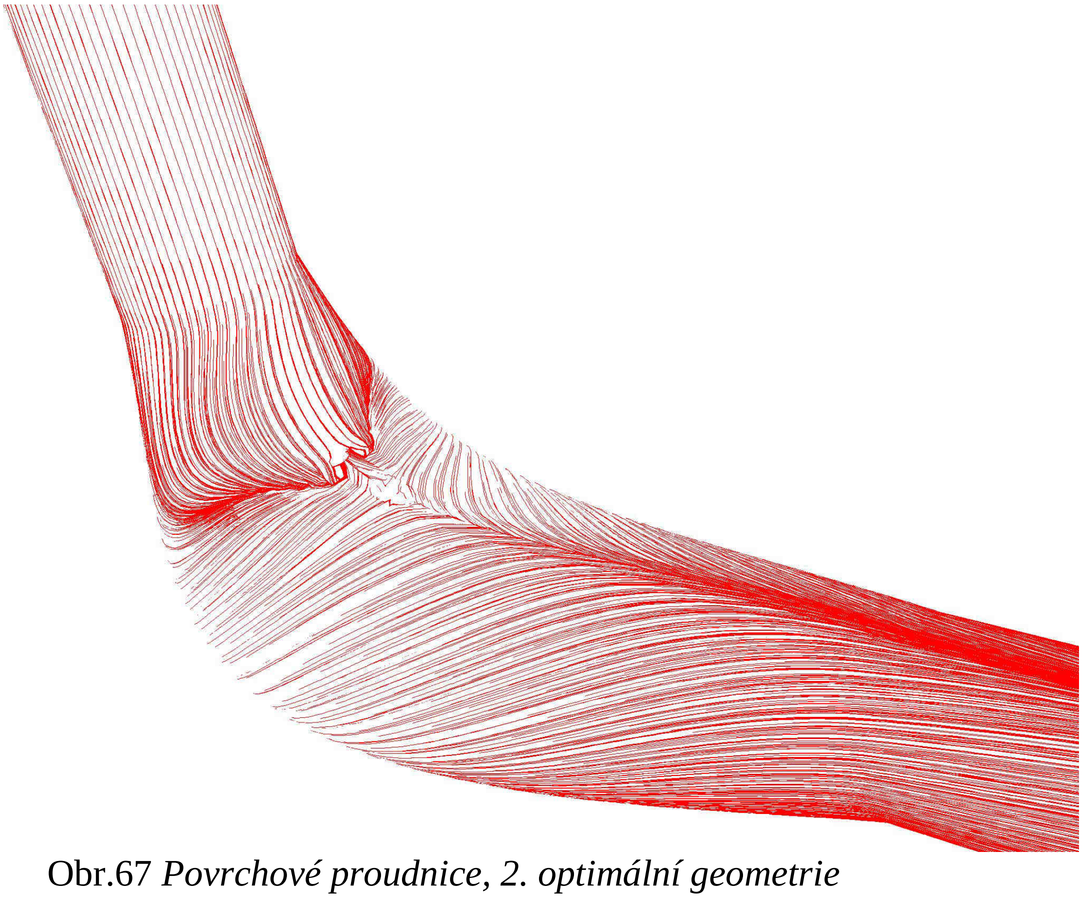
Obr.64 *Kontury normalizované helicity ±0.97, 2. optimální geometrie*



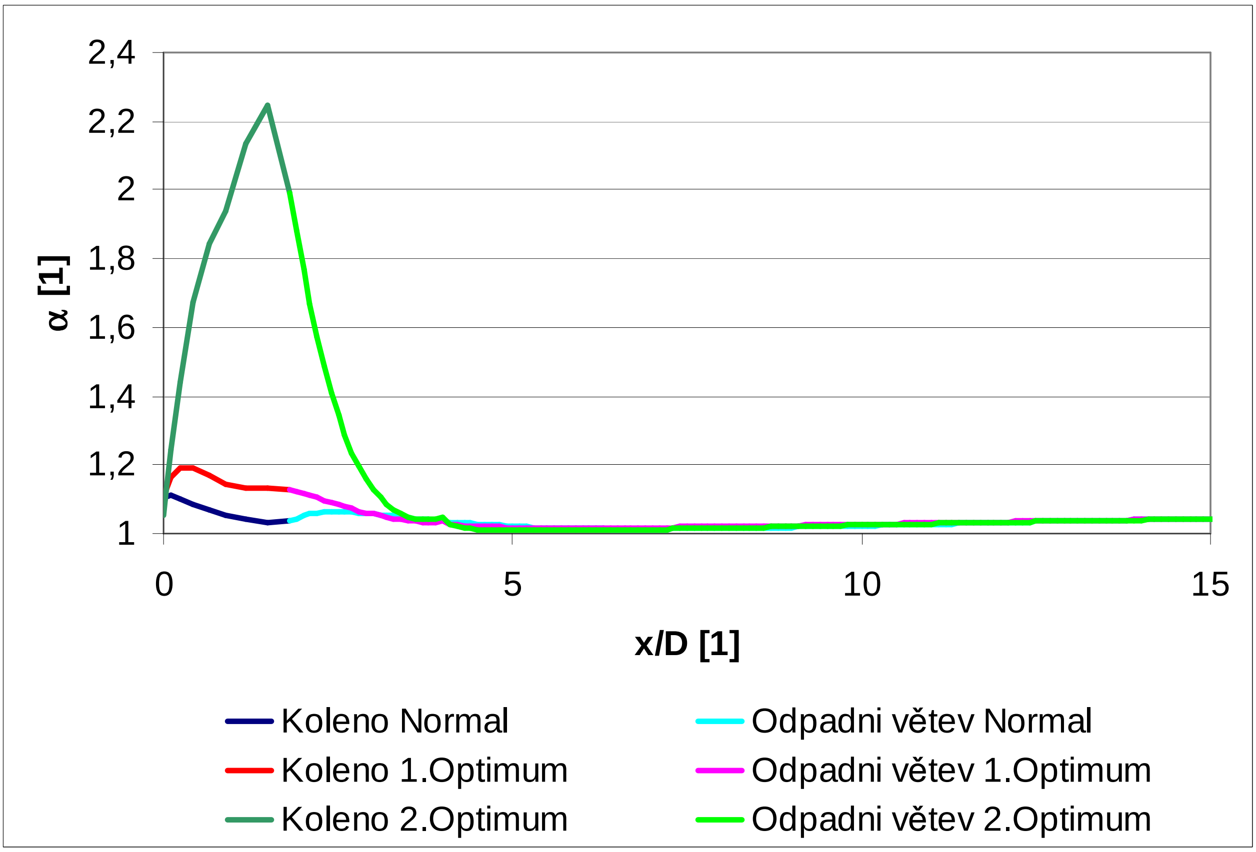
Obr.65 *Povrchové proudnice, normální koleno*



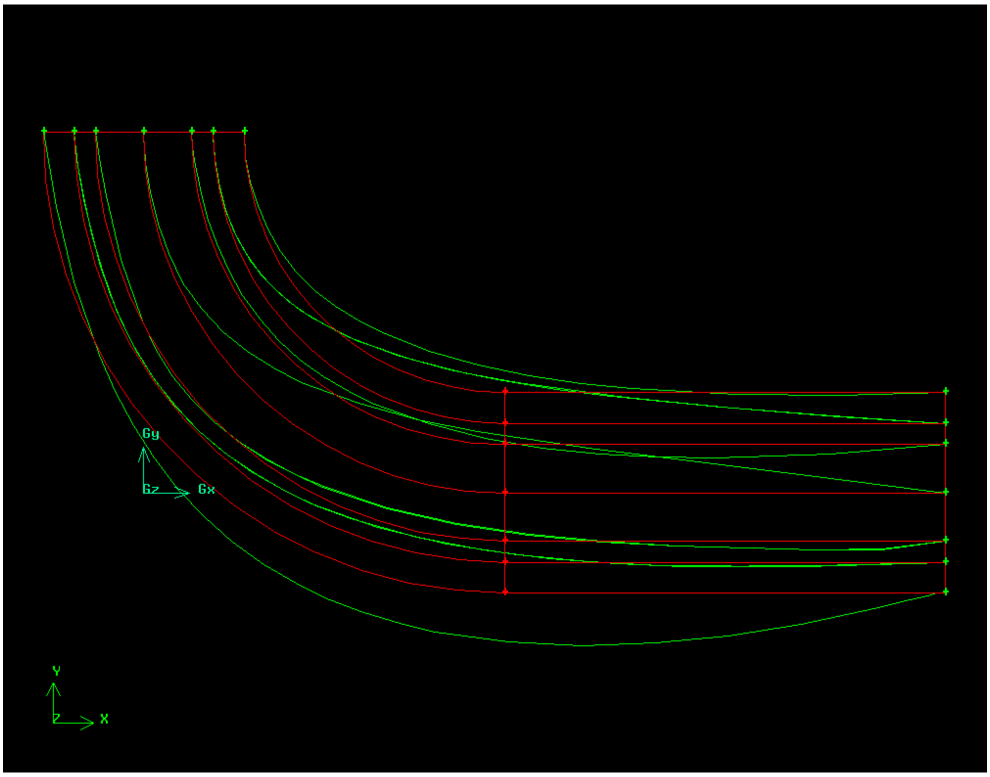
Obr.66 *Povrchové proudnice, 1. optimální geometrie*



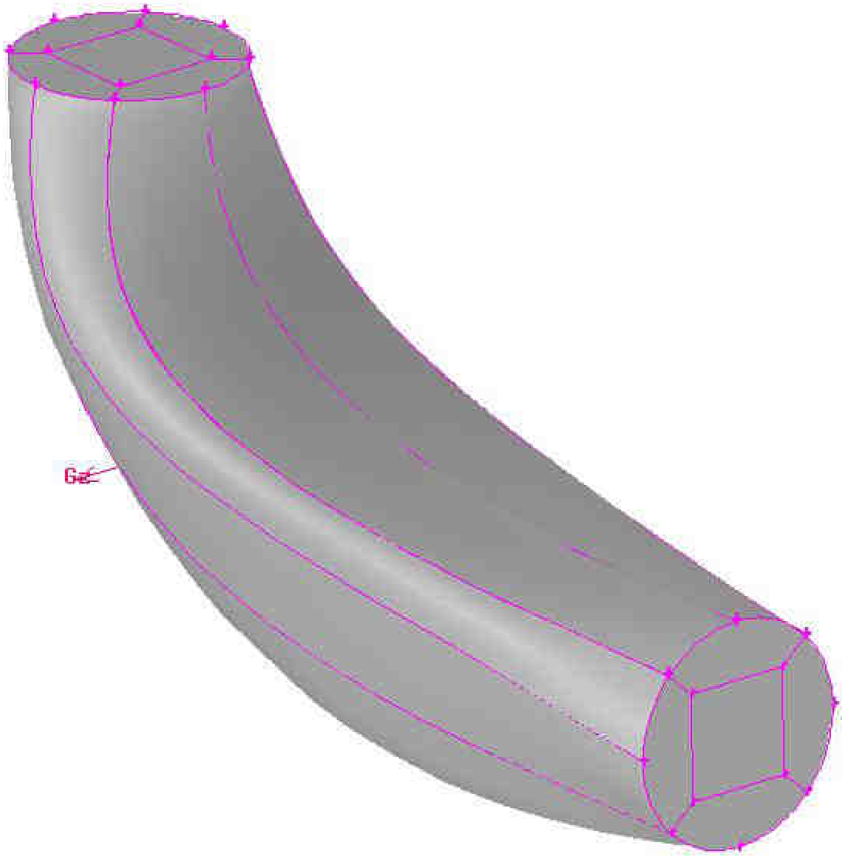
Obr.67 *Povrchové proudnice, 2. optimální geometrie*



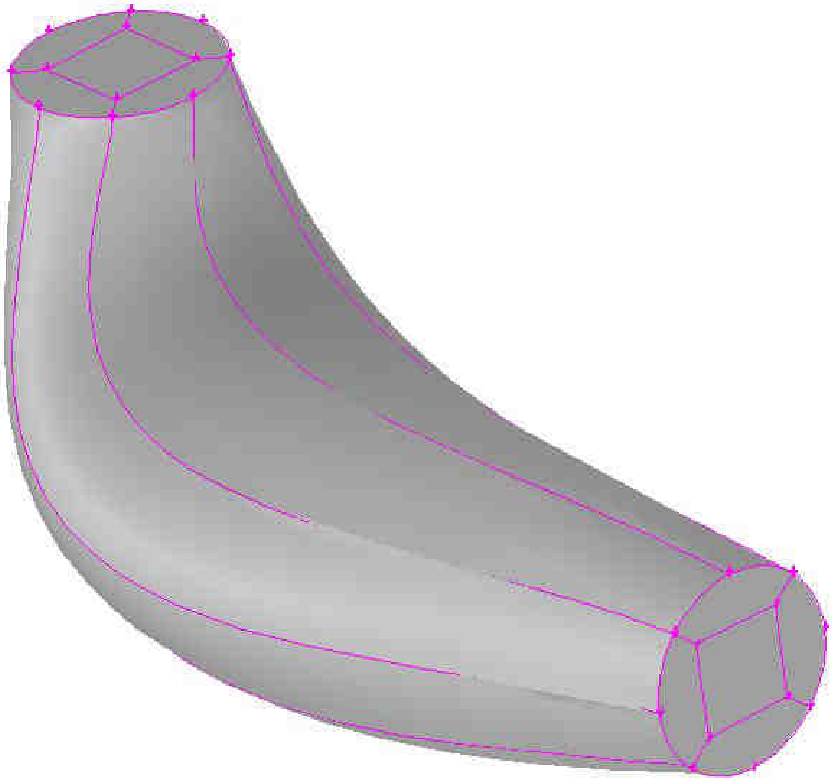
Graf.89 *Průběh Coriolisova čísla v odpadním potrubí*



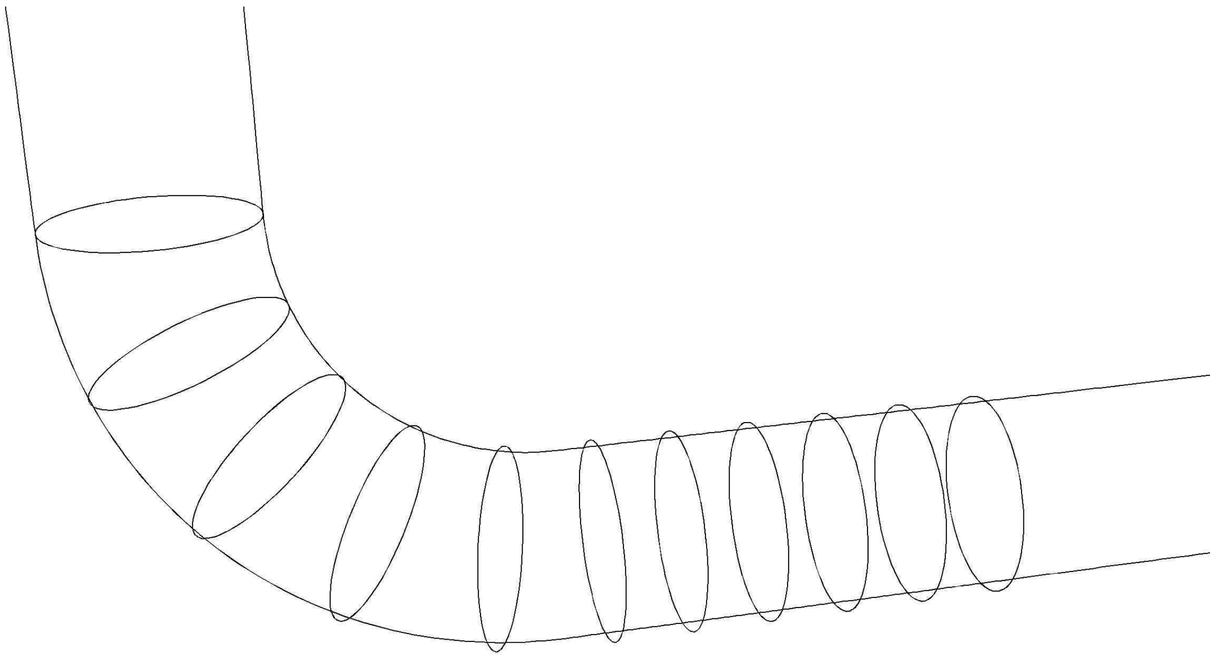
Obr.68 *Porovnání geometrie, zeleně1.optimalizovaná geometire, červeně normální*



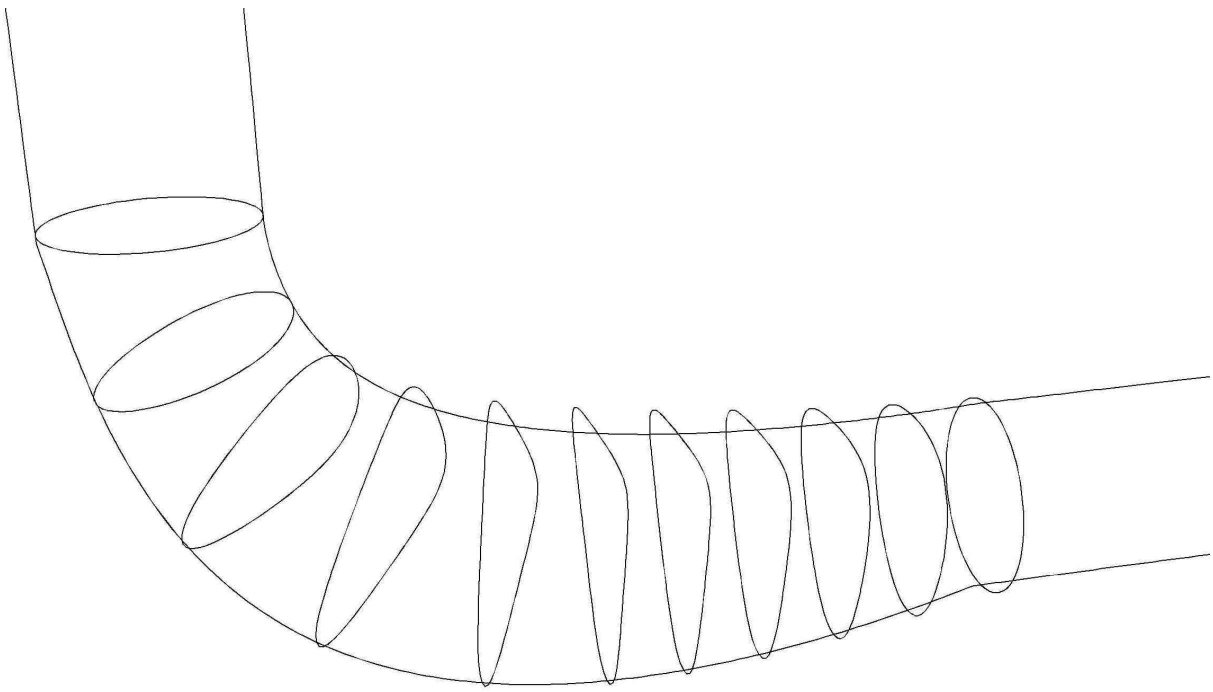
Obr.69 *1.optimalizovaná geometrie*



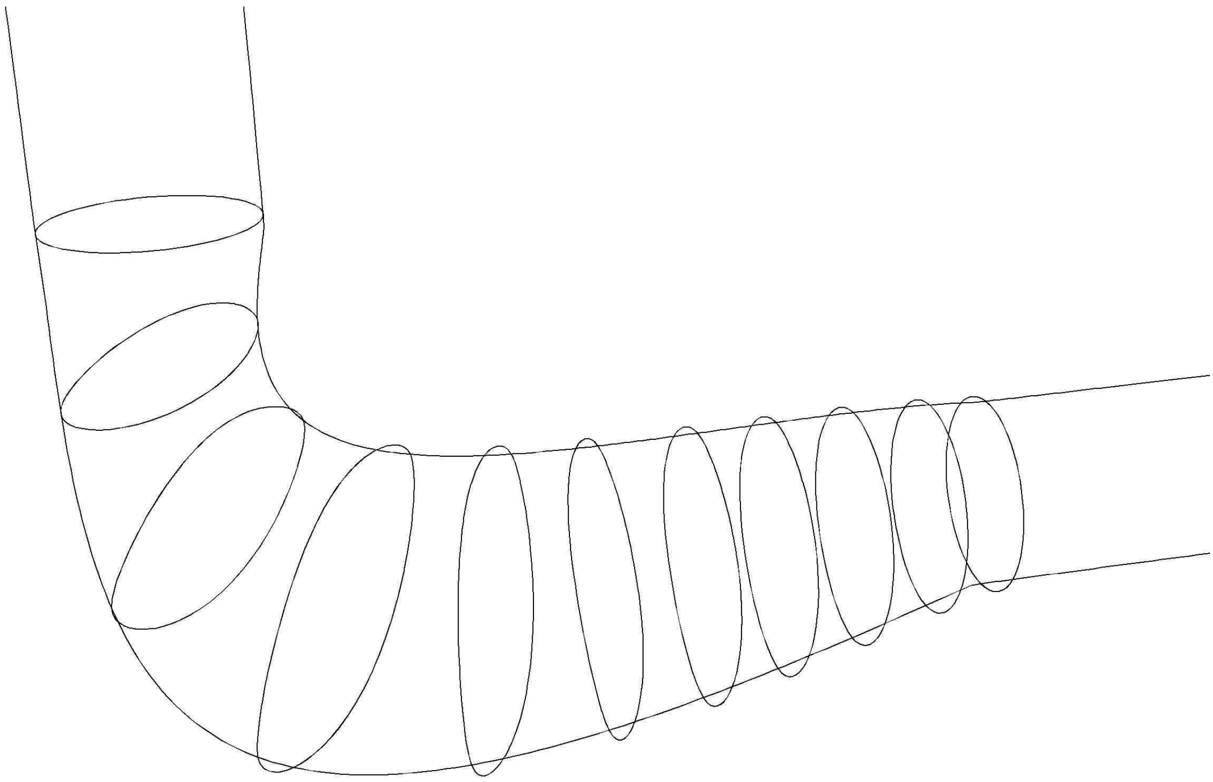
Obr.70 *2.optimalizovaná geometrie*



Obr.71 *Řezy normálního kolene*



Obr.72 *Řezy 1.optimalizovaného kolene*



Obr.73 *Řezy 2.optimalizovaného kolene*

17 ZÁVĚR OPTIMALIZACE KOLENE

Jedinou prací, kterou se podařilo nalézt, a která se zabývá optimalizací kolene byla [29, Sládek et al.]. Práce se ovšem zabývá optimalizací kolenového difuzoru pomocí simplexové metody.

Jiné práce vztahující se k tomuto tématu se nepodařilo nalézt.

V předchozích kapitolách (16.3, 16.4, 16.5) je postupně uveden vývoj parametrického popisu kolene a zhodnocení jednotlivých dosažených výsledků.

U 1. a 2. parametrizace bylo snížení ztrátového součinitele způsobeno zrovnoměrněním rychlostního profilu při průtoku kapaliny kolenem. U 3.parametrizace se podařilo potlačit spirálovité proudění kapaliny za kolenem, což vedlo ke snížení třecího koeficientu a tím pádem i ke snížení celkového ztrátového součinitele.

Tímto se podařilo identifikovat druhý způsob jakým je možné snížit hydraulické ztráty. Dále se pak potvrzuje významný vliv průběhu Coriolisova čísla po délce potrubí na celkový ztrátový součinitel.

Z 3.parametrizace dále plyne, že vliv rotace kapaliny na hydraulické ztráty je poměrně značný, a že pokud se podaří rotaci kapaliny utlumit, může to vést k podstatnému snížení tlakových ztrát.

Úspěšnost návrhu 3.parametrizace kolene je ověřena experimentem v kap.18.

Pokus o nalezení optimálního tvaru kolene ve tvaru tzv. „kobří hlavy“ selhal. Je třeba podotknout, že výchozí geometrie pro tuto optimalizaci byla velmi špatně tvarovaná. Zúžení průtočné plochy na vnitřní straně kolene je velmi nešťastné a způsobilo odklonění proudu kapaliny od přirozené cesty, a navýšení hydraulických ztrát.

18 EXPERIMENT

Pro ověření CFD výpočtů a výsledků optimalizace bylo provedeno kontrolní měření optimalizovaného kolene, které má potvrdit nebo vyvrátit dosažené snížení ztrátového součinitele.

Funkční vzorek kolene byl vyroben na 3D tiskárně. Abychom mohli vyloučit vliv materiálu na hodnoty ztrátového součinitele bylo vyrobeno nejen optimalizované koleno, ale i koleno normální, které mělo stejné připojovací rozměry jako koleno optimalizované.

18.1 SEZNAM POUŽITÉ MĚŘÍCÍ TECHNIKY

Snímač tlakové diference pro celkové a délkové ztráty

Typ	DP 705
Rozsah	0-60 kPa
Přesnost	±0,25% z rozsahu
Výstup	4-20 mA
Výrobní číslo	CB9245001
Výrobce	Camille Bauer, Newport

Souprava magnetoindukčního průtokoměru

Snímač	MQ 99-CDN50
Světlost	DN 50
Krytí	IP67
Výstelka	Pryž
Teplotní odolnost výstelky	90°C
Výrobní číslo	09543

Převodník	MQI 99-SN
Zobrazení veličin	alfanumerický displej LCD, 2 × 16 znaků s prosvětlením
Rozsah	0-20 l/s
Přesnost	±0,5% z naměřené hodnoty
Výstup	4-20 mA
Napájení	85 - 260 VAC 50/60Hz, 24 VDC
Krytí	IP67
Výrobní číslo	09543
Výrobce soupravy	ELA Brno

Snímač Teploty

Typ	TG2 Pt100
Rozsah	0-30 °C
Přesnost	±0,6 % z naměřené hodnoty
Výstup	4-20 mA
Výrobní číslo	Neuvedeno
Výrobce	SENSIT

Řídící počítač pro záznam dat

Typ	IP lite 386 SX/16 MHz
Měřící karta	PCL 812-PG
Max. chyba A/D převod	±0,015% z měřené hodnoty + 1 digit
Výrobce	KONTRON

18.2 FYZIKÁLNÍ KONSTANTY MĚŘENÍ

Pro vyhodnocení ztrátového součinitele a Reynoldsova čísla potřebujeme znát hodnoty hustoty vody a kinematické viskozity (viz.kap.24.6). Tyto hodnoty budou určovány na základě naměřené hodnoty teploty, kterou můžeme povazovat za konstantní pro každou sadu měření.

Hodnoty hustoty vody budou určovány na základě aproximačního polynomu m-tého stupně

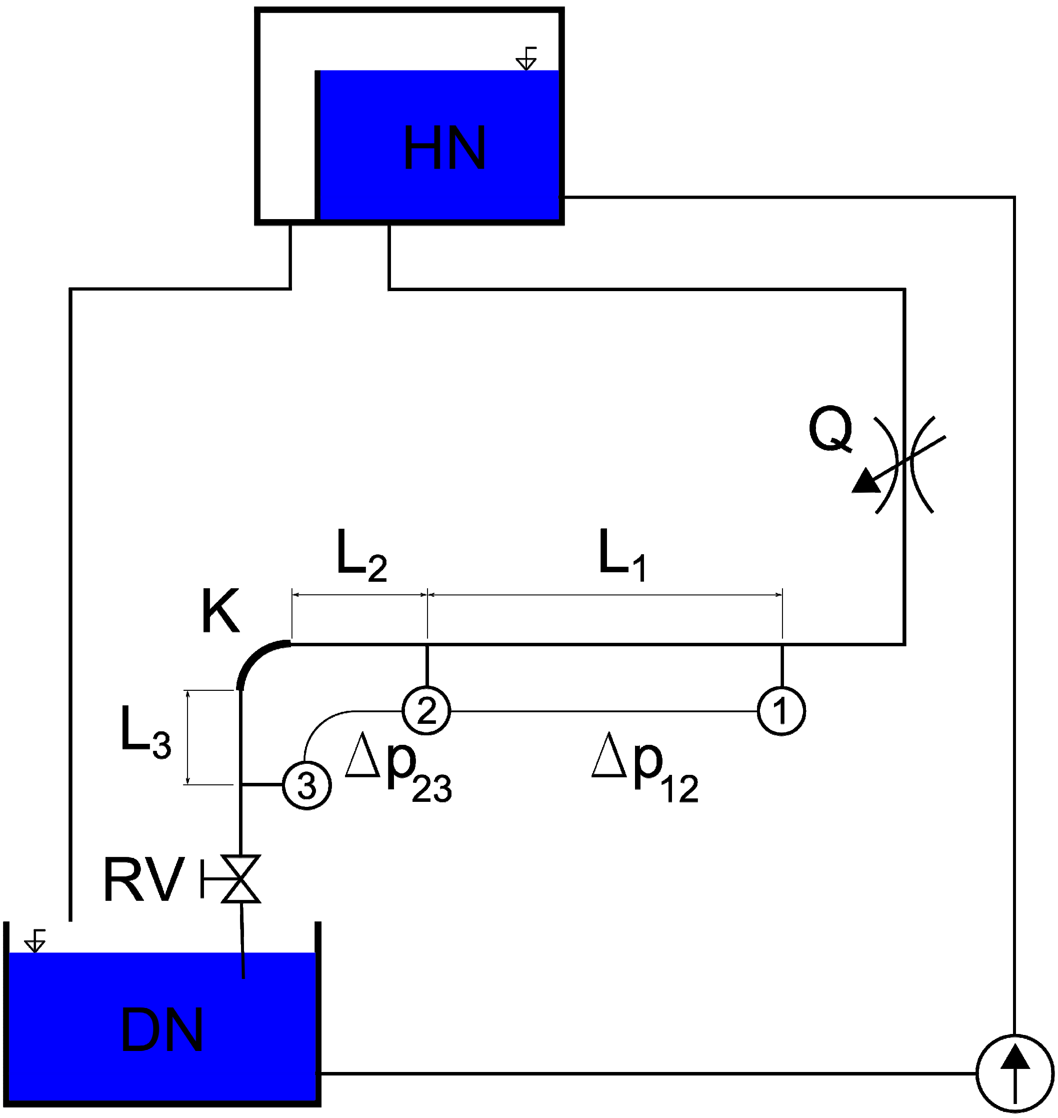
$$\rho = \sum_{i=0}^{m} \left(A_i \cdot t^i \right)$$

kde: A_i jsou konstanty polynomu, viz. následující tabulka.

A_i	$\rho \left[kg/m^3 \right]$
A_0	$1{,}002 \cdot 10^3$
A_1	$-2{,}716 \cdot 10^{-1}$
A_2	$2{,}60083 \cdot 10^{-3}$
A_3	$-5{,}89259 \cdot 10^{-5}$

18.3 SCHÉMA A POPIS MĚŘÍCÍ TRATĚ

Z horní nádrže, kde byla udržována hladina o konstantní výšce, byla kapalina samospádem vedena na průtokoměr Q, odtud pokračovala do prvního měřeného úseku, kde byla měřena tlaková diference pro určení délkových ztrát potrubí. Úsek L_1 byl dlouhý 3m. Za první měřeným úsekem následovalo samotné měření ztrátového součinitele kolene. Úsek L_2 byl 0.5m před kolenem a měl zajistit, aby první odběr tlaku nebyl ovlivněn kolenem. Úsek L_3, který následuje za kolenem byl dlouhý 2m. Potom kapalina pokračovala přes regulační uzávěr do dolní nádrže, odkud byla přečerpávána do nádrže horní. Průměr potrubí činil 0.05m. Oblast, ve které probíhalo měření byla ve vodorovné poloze.



Obr.74 *Schéma měřící tratě*

18.4 ZTRÁTOVÝ SOUČINITEL KOLENE

Ztrátový součinitel bude definován téměř obdobně jako v případě CFD výpočtů. Rozdíl spočívá v tom, že v případě CFD výpočtů jsme uvažovali Coriolisovo číslo. Tento rozdíl je ovšem zanedbatelný.

Protože měření celkového ztrátového součinitele a součinitele délkových ztrát probíhalo současně je nutné rovnici pro ztrátový součinitel kolene mírně upravit a to z toho důvodu, abychom mohli stanovit nejistoty měření. Celá měřící trať byla umístěna vodorovně, takže není uvažován rozdíl geodetických výšek.

Výchozí rovnicí bude ztrátový součinitel kolene.

$$\frac{c_{(2s)}^2}{2}+\frac{p_2}{\rho}=\frac{c_{(3s)}^2}{2}+\frac{p_3}{\rho}+\xi_k\frac{c_{(3s)}^2}{2}+\frac{\lambda L_{2,3}}{D}\frac{c_{(3s)}^2}{2} \tag{18.4.1}$$

Vyjádříme tvarový ztrátový součinitel kolene a obdržíme

$$\left(\frac{p_2 - p_3}{\rho} - \frac{\lambda L_{2,3}}{D}\frac{c_{(3s)}^2}{2}\right)\frac{2}{c_{(3s)}^2} = \xi_k$$

(18.4.2)

Tlakovou diferenci přepíšeme jako p_2-p_3=Δp_1. Protože měříme průtoky, rychlosti převedeme na průtoky pomocí rovnice kontinuity, kde se nám nemění průřez potrubí. Tak že po úpravách obdržíme vztah

$$\left(\frac{\Delta p_1}{\rho} - \frac{\lambda L_{2,3}}{D}\frac{Q^2}{2S^2}\right)\frac{2S^2}{Q^2} = \xi_k$$

(18.4.3)

Dále je nutné vyjádřit součinitel délkových ztrát z naměřených veličin na úseku L_1, takže musí platit že

$$\frac{c_{(1s)}^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{c_{(2s)}^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + \frac{\lambda L_1}{D}\frac{c_{(2s)}^2}{2}$$

(18.4.4)

Protože je průměr potrubí v měřených místech neměnný, tak z rovnice kontinuity musí platit že $c_{(1s)}$=$c_{(2s)}$. Z rovnice vyjádříme součinitel délkových ztrát a střední hodnoty rychlosti vyjádříme pomocí průtoků.

$$\left(\frac{\Delta p_2}{\rho}\right)\frac{2DS^2}{L_1 Q^2} = \lambda$$

(18.4.5)

Rovnici (18.4.5)dosadíme do rovnice (18.4.3)

$$\left(\frac{\Delta p_1}{\rho} - \frac{\Delta p_2}{\rho}\frac{2DS^2}{L_1 Q^2}\frac{L_{2,3}}{D}\frac{Q^2}{2S^2}\right)\frac{2S^2}{Q^2} = \xi_k$$

(18.4.6)

A po úpravě obdržíme vztah ztrátového součinitele samotného kolene

$$\left(\frac{\Delta p_1}{\rho} - \frac{\Delta p_2}{\rho}\frac{L_{2,3}}{L_1}\right)\frac{2S^2}{Q^2} = \xi_k$$

(18.4.7)

18.5 VÝPOČET NEJISTOTY MĚŘENÍ

Převzato z [35, Chudý et.al]

Uvažujeme nejistotu jako parametr přidružený k výsledku měření charakterizující rozptyl měřené veličiny.

18.5.1 Nejistota typu B

Standardní nejistota typu B byla stanovena pro průtok a tlakovou diferenci. Tato nejistota je složena z nejistoty snímače a nejistoty AD převodníku. Nejistota AD převodníku je složena z nejistoty lineární a nejistoty kvantováním to je nejistota 1 digitu.

18.5.2 Nejistota typu B pro průtok

Tuto nejistotu je možno vypočítat z následujícího vztahu

$$u_B(Q) = \sqrt{(u_B(Q_S))^2 + (u_b(Q_{AD}))^2}$$

kde

$u_B(Q)$	Standardní nejistota typu B průtoku	[m^3/s]
$u_B(Q_s)$	Standardní nejistota typu B průtokoměru	[m^3/s]
$u_B(Q_{AD})$	Standardní nejistota typu B AD převodníku	[m^3/s]

Standardní nejistota $u_B(Q_s)$ vyplývá z třídy přesnosti průtokoměru a předpokládaného rovnoměrného rozdělení chyby průtokoměru na hladině pravděpodobnosti 95% s koeficientem rozšíření k=2. Výpočet je dle následujícího vztahu

$$u_B(Q_s) = \frac{0{,}005 \cdot Q}{2} \quad \left[m^3/s\right]$$

Standardní nejistota $u_B(Q_{AD})$ vyplývá z nejistoty měřící karty (AD převodníku) a lze ji stanovit sečtením nejistoty 1 digitu a třídy přesnosti měřící karty. Při uvažování rovnoměrného rozdělení chyb je nutno výsledek podělit 2.

$$1 digit = \frac{0{,}02}{(4005 - 2048)} = 1{,}022 \cdot 10^{-5} \quad \left[m^3/s\right]$$

Třída přesnosti 0,015% z naměřené hodnoty, je nutno zahrnout skutečně naměřenou hodnotu proudu pro vstup 0-20mA.

Potom platí

$$u_B(Q_{AD}) = \frac{0{,}00015 \cdot Q + 9{,}76563 \cdot 10^{-6}}{2} \quad \left[m^3/s\right]$$

18.5.3 Nejistota typu B pro tlakovou diferenci

Tuto nejistotu je možno spočítat z následujícího vztahu

$$u_B(\Delta p) = \sqrt{(u_B(\Delta p_S))^2 + (u_b(\Delta p_{AD}))^2}$$

kde

$u_B(\Delta p)$	Standardní nejistota typu B tlakové diference	[m^3/s]
$u_B(\Delta p_s)$	Standardní nejistota typu B snímače	[m^3/s]
$u_B(\Delta p_{AD})$	Standardní nejistota typu B AD převodníku	[m^3/s]

Standartní nejistota $u_B(\Delta p_s)$ vyplývá z třídy přesnosti tlakového snímače a předpokládaného rovnoměrného rozdělení chyby tlakového snímače na hladině pravděpodobnosti 95% s koeficientem rozšíření k=2. Výpočet dle následujícího vztahu

$$u_B(\Delta p_s) = \frac{0{,}0025 \cdot p_{\max}}{2} \; [Pa]$$

kde p_{max} je maximální rozsah snímače 60 000 Pa

Standardní nejistota $u_B(\Delta p_{AD})$ vyplývá z nejistota měřící karty (AD převodníku) a lze ji stanovit sečtením nejistoty 1 digitu a třídy přesnosti měřící karty. Při uvažování rovnoměrného rozdělení chyb je nutno výsledek podělit 2.

$$1digit = \frac{60000}{(4005 - 2048)} = 30{,}65 \; [Pa]$$

Třída přesnosti 0,015% z naměřené hodnoty. Zde je nutno zahrnout skutečně naměřenou hodnotu proudu při výstupu 0-20mA.

Potom platí že:

$$u_B(\Delta p_{AD}) = \frac{0{,}00015 \cdot p_{\max} + 30{,}65}{2} \; [Pa]$$

18.6 NEJISTOTA MĚŘENÍ ZTRÁTOVÉHO SOUČINITELE

Budeme uvažovat nepřesnost měření pro p_1, p_2 a Q. Ostatní nepřesnosti vzhledem k jmenovaným zanedbáme. Budeme počítat pouze nejistotu typu B (systematickou) a to pouze z nepřesnosti snímačů (třída nepřesnosti snímače).Vyjdeme z rovnice pro ztrátový součinitel samotného kolene (18.4.7).

$$\xi_k = \left(\frac{\Delta p_1}{\rho} - \frac{\Delta p_2}{\rho} \frac{L_{2,3}}{L_1} \right) \frac{2S^2}{Q^2}$$

Celková nejistota měření jednoho měřeného bodu se potom rovná

$$u_{BY} = \sqrt{\left(\frac{\partial \xi_k}{\partial \Delta p_1} \cdot u_{B\Delta p1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_k}{\partial \Delta p_2} \cdot u_{B\Delta p2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_k}{\partial Q} \cdot u_{BQ} \right)^2} \qquad (18.6.1)$$

Z rovnice (18.4.7) vyjádříme derivace podle jednotlivých měřených veličin a obdržíme

$$\frac{\partial \xi_k}{\partial \Delta p_1} = \frac{2S^2}{\rho Q^2} \qquad (18.6.2)$$

$$\frac{\partial \xi_k}{\partial \Delta p_1} = -\frac{L_{2,3}}{L_1} \frac{2S^2}{\rho Q^2} \qquad (18.6.3)$$

$$\frac{\partial \xi_k}{\partial Q} = -2 \frac{\Delta p_1 2S^2}{\rho Q^3} + 2 \frac{\Delta p_1 2S^2}{\rho Q^3} \frac{L_{2,3}}{L_1} = 4 \frac{S^2}{\rho Q^3} \left(\Delta p_2 \frac{L_{2,3}}{L_1} - \Delta p_1 \right) \qquad (18.6.4)$$

Po dosazení rovnic (18.6.2), (18.6.3) a (18.6.4) do rovnice (18.6.1) obdržíme celkovou nejistotu měření ztrátového součinitele kolene daného měřeného bodu

$$u_{BY} = \sqrt{\left(\frac{2S^2}{\rho Q^2}\cdot u_{B\Delta p1}\right)^2 + \left(-\frac{L_{2,3}}{L_1}\frac{2S^2}{\rho Q^2}\cdot u_{B\Delta p2}\right)^2 + \left(4\frac{S^2}{\rho Q^3}\left(\Delta p_2\frac{L_{2,3}}{L_1} - \Delta p_1\right)\cdot u_{BQ}\right)^2} \quad (18.6.5)$$

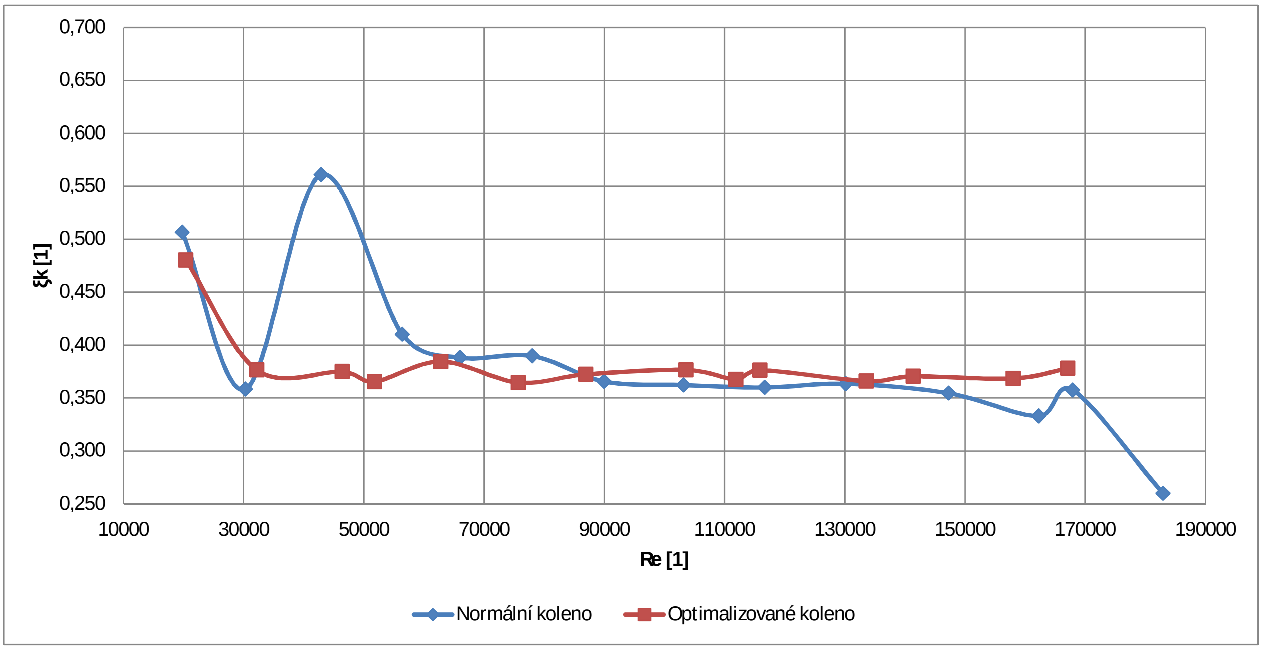
18.7 POSTUP MĚŘENÍ

Po první sadě měření byly výsledky neuspokojivé. Nebyl zjištěn rozdíl mezi optimalizovaným a normální kolenem. Jednou z možných příčin neuspokojivých výsledků byla vysoká hodnota povrchové drsnosti, kterou vykazovala kolena vyrobená na 3D tiskárně. Z tohoto důvodu bylo přistoupeno k povrchové úpravě lakováním, která měla povrchovou drsnost snížit.

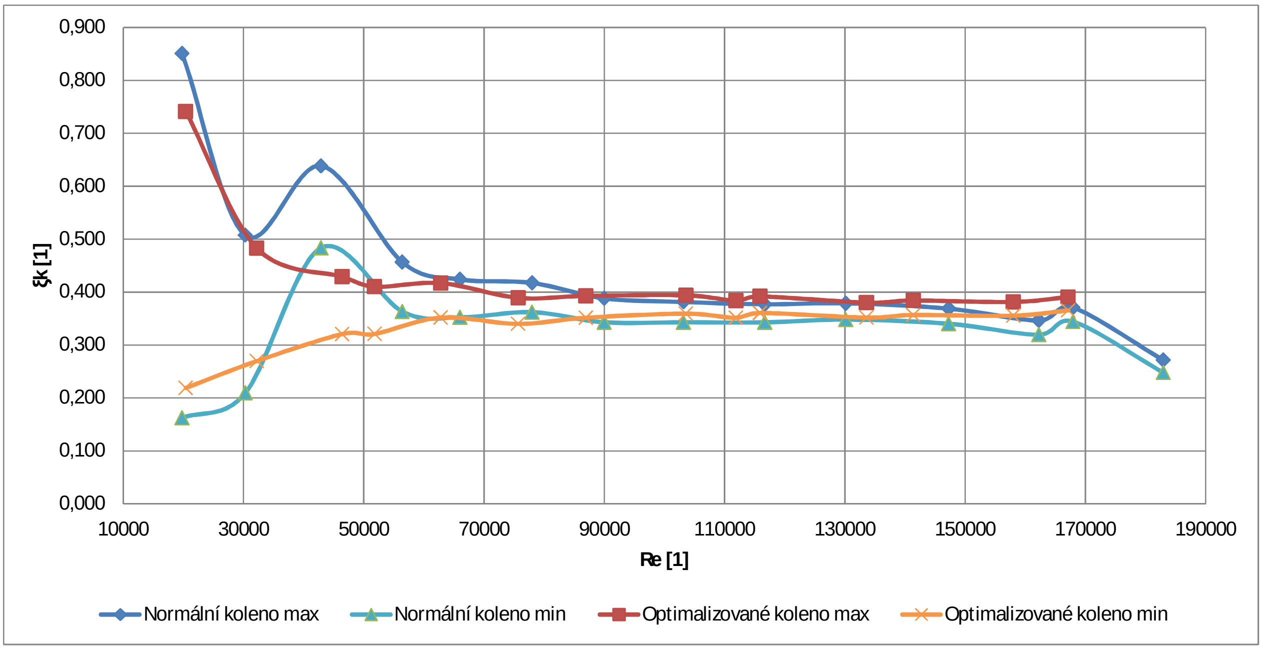
18.8 VÝSLEDKY MĚŘENÍ

V Následujících grafech je provedeno porovnání mezi normálním kolenem a optimalizovaným tvarem.

18.8.1 Nelakovaná kolena



Graf.90 *Nelakované koleno, ztrátový součinitelé, střední hodnoty*



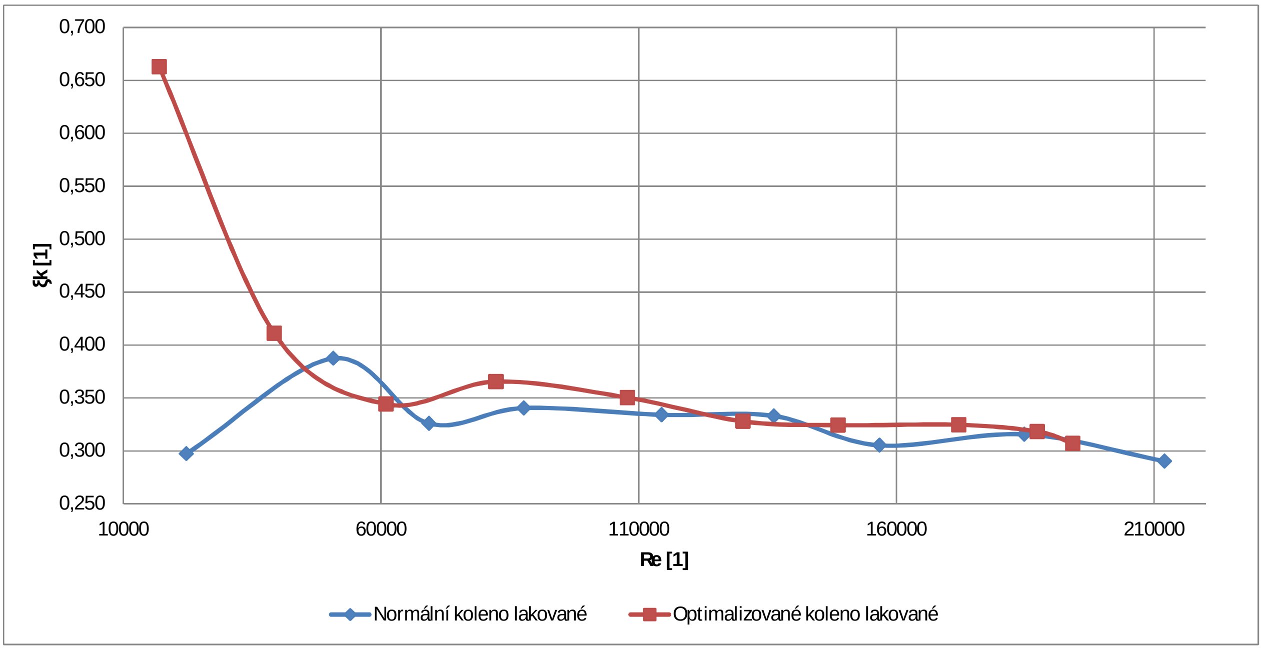
Graf.91 *Nelakované koleno, nejistoty měření*

Na Graf.90 jsou vyneseny střední hodnoty ztrátového součinitele samotného kolene. Je zde dobře patrné, že mezi optimalizovaným a normálním kolenem nejsou významné rozdíly

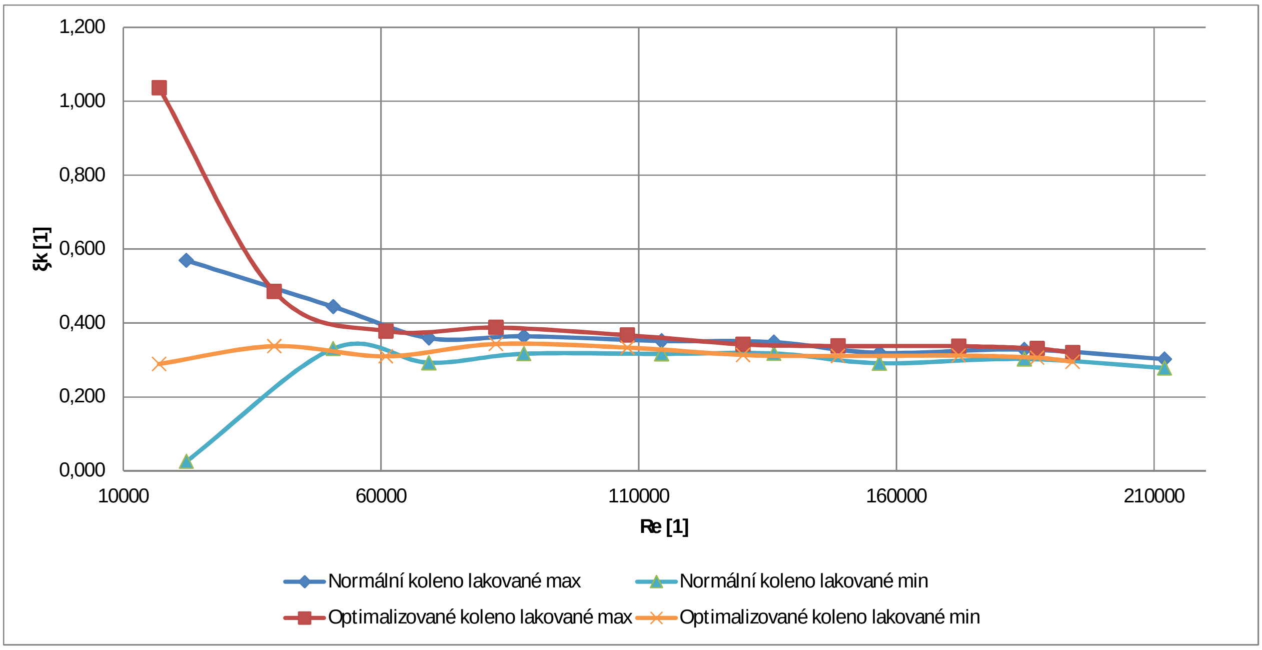
Na Graf.91 jsou potom vyneseny maximální a minimální hodnoty ztrátového součinitele. Kdy maximální hodnota se spočte jako $\xi_k + u_{BY}$ a minimální hodnota $\xi_k - u_{BY}$. Zde je dobře vidět, že i při zvážení rozptylu měřených hodnot dostáváme téměř souhlasné výsledky ztrátového součinitele normálního a optimalizovaného kolene.

18.8.2 Lakovaná kolena

Jednou z možných příčin proč se nepodařilo potvrdit snížení ztrátového součinitele je ta, že kolena vyrobená prostřednictvím 3D tiskárny vykazovala velkou povrchovou drsnost. Z toho důvodu bylo přistoupeno k povrchové úpravě, kdy průtočné části kolen byly natřeny barvou.



Graf.92 *Lakované koleno, ztrátové součinitele*



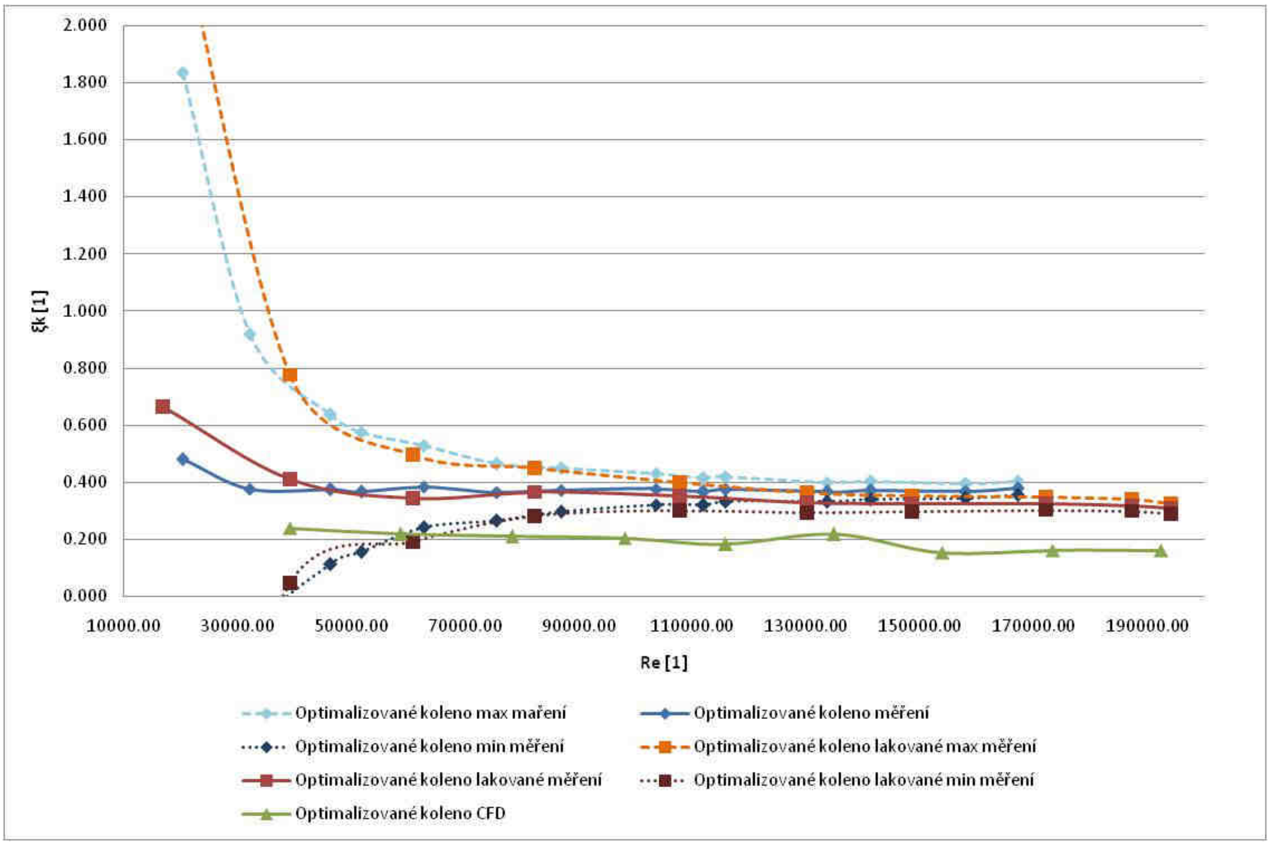
Graf.93 *Lakované koleno, nejistoty měření*

Jak je opět vidět na předchozích grafech ani tato povrchová úprava nepřinesla žádné změny a rozdíly mezi normálním kolenem a optimalizovaným jsou zanedbatelné.

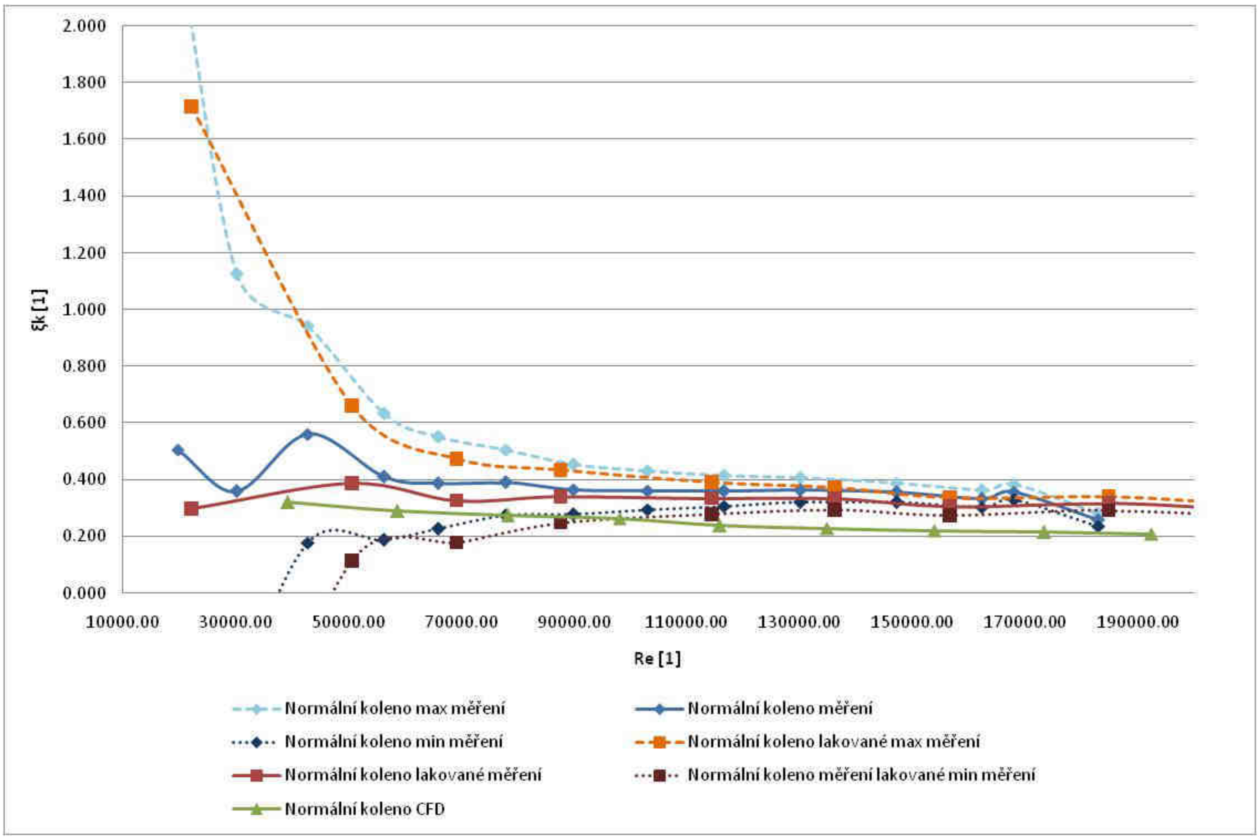
18.9 POROVNÁNÍ CFD VÝPOČTŮ A EXPERIMENTU

Na následujících grafech je provedeno porovnání CFD výpočtů a měření v laboratoři. V grafech jsou vyneseny pouze ztrátový součinitelé kolen, tzn. že jsou očištěny o vliv přívodního a odpadního potrubí.

Na grafech jsou dobře patrné rozdíly, které panují mezi výpočty a výsledky z měření. Výsledky z CFD výpočtů jsou podhodnocené oproti měření a to i v případě bereme-li v potaz nejistoty měření.



Graf.94 Optimalizované koleno, porovnání CFD výpočtů a měření



Graf.95 Normální koleno, porovnání CFD výpočtů a měření

18.10 ZÁVĚR EXPERIMENT

Experimentem se bohužel nepodařilo potvrdit výsledky získané pomocí CFD výpočtů. Rozdíly ve ztrátovém součiniteli mezi optimalizovaným a normálním kolenem jsou zanedbatelné. Dále jak je patrné z Graf.94 a Graf.95 jsou zde patrné poměrně velké rozdíly mezi výsledky z měření a z CFD výpočtů.

18.11 ANALÝZA NEDOSTATKŮ EXPIREMENTU

V prvé řadě je rozdíl mezi CFD a měřením ve způsobu vyhodnocení ztrátového součinitele. Rovnice (19.3.1) slouží pro vyhodnocení ztrátového součinitele kolene z CFD výpočtů a rovnice (18.4.7) slouží pro vyhodnocení ztrátového součinitele z experimentu.Vypustíme-li z rovnice (19.3.1), člen (α_1-α_2), obdržíme rovnici (18.4.7). Jelikož člen (α_1-α_2)<0 potom nám ztrátový vzroste asi o 0.01. Z Graf.94 a Graf.95 je patrné že minimální rozdíl mezi experimentem a CFD výpočtem je asi 0.1. Tudíž toto není rozhodující problém.

Další možnou příčinou je materiál samotného kolene, který i po povrchové úpravě lakováním vykazoval poměrně velkou povrchovou drsnost. Ta pak může mít vliv na proudění kapaliny a velikost ztrátového součinitele.

Samotná světlost optimalizovaného kolene byla přesně 50mm, zatímco přívodní a odpadní potrubí mělo reálný vnitřní průměr 49mm. Z tohoto důvodu byl přechod mezi přívodním potrubím a kolenem a odpadním potrubím a kolenem upraven tak, aby rozdílné průměry na sebe co nejplynuleji navazovali.

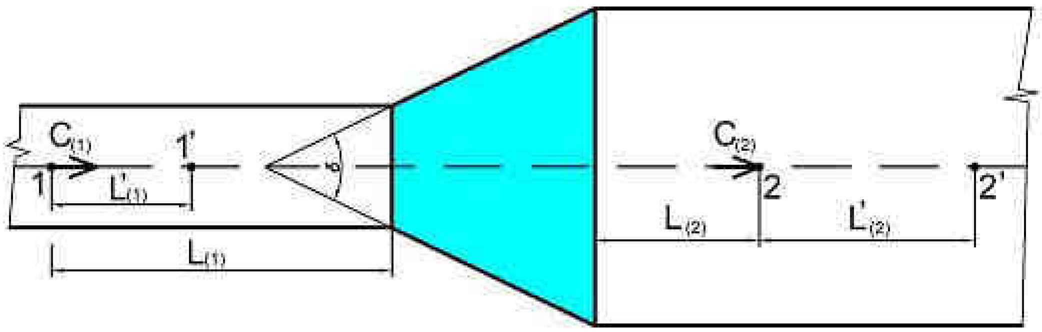
I když tyto rozdíly v průměrech nejsou nikterak velké, mohou také ovlivnit výsledné proudění v koleni a tím pádem i ztrátový součinitel.

19 HODNOTY ZTRÁTOVÝCH SOUČINITELŮ CFD VÝPOČTŮ BEZ VLIVŮ PŘÍVODNÍ A ODPADNÍ VĚTVE

V této kapitole provedeme očištění ztrátových součinitelů od vlivu přívodní a odtokové větve a vyjádříme hodnotu ztrátového součinitele samotné potrubní tvarovky.

19.1 ZTRÁTOVÍ SOUČINITELÉ DIFUZORŮ

[33, Štigler, 2007]



Obr.75

Při určování celkového ztrátového součinitele mezi body „1“ a „2“ (viz.Obr.75) jsme vycházeli z Bernoulliho rovnice pro reálnou kapalinu. Tento ztrátový součinitel v sobě zahrnuje i ztráty třením po délce potrubí. Můžeme ho vyjádřit z následující rovnice

$$\alpha_{(1)} \frac{c_{(1)}^2}{2} + \frac{p_{(1)}}{\rho} = \alpha_{(2)} \frac{c_{(2)}^2}{2} + \frac{p_{(2)}}{\rho} + \xi \frac{c_{(2)}^2}{2} \tag{19.1.1}$$

Pokud ovšem chceme vyjádřit pouze ztrátový součinitel samotné tvarovky je nutné předchozí rovnici rozšířit

$$\alpha_{(1)} \frac{c_{(1)}^2}{2} + \frac{p_{(1)}}{\rho} = \alpha_{(2)} \frac{c_{(2)}^2}{2} + \frac{p_{(2)}}{\rho} + \xi_{(G)} \frac{c_{(2)}^2}{2} + \frac{\lambda_{(1)} L_{(1)}}{D_{(1)}} \frac{c_{(1)}^2}{2} + \frac{\lambda_{(2)} L_{(2)}}{D_{(2)}} \frac{c_{(2)}^2}{2} \tag{19.1.2}$$

Kde $\lambda_{(1)}$ a $\lambda_{(2)}$ jsou součinitelé délkových ztrát v přívodní a odpadní větvi. $\xi_{(G)}$ je ztrátový součinitel samotné tvarovky bez vlivu přívodní a odpadní větve.

Rovnici (19.1.2) upravíme pomocí rovnice kontinuity a vyjádříme neznámou $\xi_{(G)}$ a dostáváme výraz

$$\left(\frac{\alpha_{(1)} c_{(1)}^2 - \alpha_{(2)} c_{(2)}^2}{2} + \frac{p_{(1)} - p_{(2)}}{\rho} \right) \frac{2}{c_{(2)}^2} - \frac{\lambda_{(1)} L_{(1)}}{D_{(1)}} \left(\frac{D_{(2)}}{D_{(1)}} \right)^4 - \frac{\lambda_{(2)} L_{(2)}}{D_{(2)}} = \xi_{(G)} \tag{19.1.3}$$

Součinitele délkových ztrát potom určíme na základě rovnic

$$\lambda_{(1)} = \frac{p_{(1)} - p'_{(1)}}{\rho} \frac{2 D_{(1)}}{c_{(1)}^2 L'_{(1)}}$$

(19.1.4)

$$\lambda_{(2)} = \frac{p_{(2)} - p'_{(2)}}{\rho} \frac{2D_{(2)}}{c^2_{(2)} L'_{(2)}}$$

(19.1.5)

Kde body „1“ a „1'“ a „2“ a „2'“ jsou v dostatečné vzdálenosti od rozšíření aby platilo, že $\alpha_{(1)} = \alpha_{(1')}$ respektive $\alpha_{(2)} = \alpha_{(2')}$.

19.2 ZTRÁTOVÍ SOUČINITELÉ DIFUZORU, BEZ VLIVU PŘÍVODNÍ A ODPADNÍ VĚTVE

Pro každý difuzor byly hodnoty součinitelů délkových ztrát v přívodní a odpadní větvi určovány zvlášť z vypočtených proudových polí daného difuzoru.

Úhel otevření δ [°]	Výchozí ξ [1]	Optimum ξ [1]	Zlepšení / Zhoršení Ztrátového součinitele [%]
4	0.829	0.766	7.570
5	0.799	0.745	6.738
6	0.797	0.747	6.326
7	0.805	0.757	5.974
8	0.810	0.765	5.601
9	0.821	0.783	4.602
10	0.841	0.811	3.559
11	0.851	0.845	0.756
12	0.862	0.858	0.410
13	0.872	0.870	0.227
14	0.881	0.878	0.285
15	0.901	0.898	0.323
16	0.911	0.907	0.417

Tab.27 *Ztrátový součinitelé difuzoru z kap.12.5, po částech lineární parametrizace, výchozí geometrie byl přímí difuzor*

Úhel otevření δ [°]	Výchozí 1 ξ [1]	Výchozí 2 ξ [1]	Optimum ξ [1]	Zlepšení/Zhoršení 1 Ztrátového součinitele [%]	Zlepšení/Zhoršení 2 Ztrátového součinitele [%]
4	1.166	0.8289	0.789	32.329	4.810
5	1.235	0.7987	0.743	39.826	6.982
6	1.337	0.7970	0.747	44.108	6.211
7	1.435	0.8054	0.847	40.966	-5.163
8	1.565	0.8099	0.887	43.294	-9.576
9	1.670	0.8213	0.915	45.218	-11.382
10	1.815	0.8408	0.958	47.209	-13.973
11	1.943	0.8513	0.972	49.953	-14.209
12	2.072	0.8619	1.006	51.481	-16.669
13	2.237	0.8717	0.951	57.493	-9.062
14	2.292	0.8807	1.069	53.342	-21.430
15	2.569	0.9009	1.126	56.174	-24.985
16	2.634	0.9105	1.151	56.287	-26.462

Tab.28 *Ztrátový součinitelé difuzoru z kap.12.6, po částech lineární parametrizace, výchozí geometrie bylo náhlé otevření*

V Tab.28 je jako „Výchozí 1“ označeno náhlé rozšíření a jako „Výchozí 2“ je označen přímý difuzor převzatý z kapitoly 12.5.

Úhel otevření δ [°]	Výchozí 1 ξ [1]	Výchozí 2 ξ [1]	Optimum ξ [1]	Zlepšení/Zhoršení 1 Ztrátové součinitele [%]	Zlepšení/Zhoršení 2 Ztrátové součinitele [%]
4	0.902	0.829	0.833	7.622	-0.540
5	0.873	0.799	0.790	9.574	1.140
6	0.864	0.797	0.795	7.966	0.279
7	0.866	0.805	0.781	9.831	3.076
8	0.878	0.810	0.799	8.966	1.318
9	0.892	0.821	0.816	8.489	0.660
10	0.895	0.841	0.813	9.152	3.295
11	0.904	0.851	0.836	7.483	1.743
12	0.921	0.862	0.846	8.130	1.863
13	0.925	0.872	0.857	7.364	1.679
14	0.930	0.881	0.873	6.117	0.861
15	0.935	0.901	0.879	5.998	2.458
16	0.940	0.911	0.897	4.539	1.489

Tab.29 *Ztrátový součinitelé difuzoru z kap.12.7, površka tvořena Bézierovou křivkou*

V Tab.29 je jako „Výchozí 1“ označen difuzor jehož površka je tvořena Beziérovou křivkou a sloužil jako výchozí geometrie pro optimalizaci. Jako „Výchozí 2“ je označen přímý difuzor převzatý z kapitoly 12.5.

Úhel otevření δ [°]	Výchozí ξ [1]	Optimum ξ [1]	Zlepšení/Zhoršení Ztrátového součinitele [%]
4	0.695	0.667	4.084
5	0.679	0.656	3.361
6	0.685	0.666	2.812
7	0.700	0.681	2.595
8	0.713	0.700	1.751
9	0.733	0.723	1.315
10	0.760	0.755	0.624
11	0.782	0.780	0.275
12	0.806	0.804	0.250
13	0.832	0.829	0.342
14	0.857	0.853	0.382
15	0.891	0.887	0.448
16	0.918	0.914	0.467

Tab.30 *Ztrátový součinitelé difuzoru z kap.12.8 po částech lineární parametrizace, výchozí geometrie byl přímí difuzor, vyšší vstupní rychlost*

19.3 ZTRÁTOVÍ SOUČINITEL KOLENE

Při očistění ztrátových součinitelů kolene se bude postupovat podobně jako v případě difuzorů. Součinitel délkových ztrát budeme ovšem určovat pouze na základě proudění v přívodní větvi. Hodnota tohoto součinitele bude použita i při odečtení vlivu odpadní větve.

$$\left((\alpha_1 - \alpha_2) \frac{c_{(s2)}^2}{2} + \frac{p_1 - p_2}{\rho} - \frac{\lambda L}{D} \frac{c_{(s2)}^2}{2} \right) \frac{2}{c_{(s2)}^2} = \xi_k \tag{19.3.1}$$

19.4 ZTRÁTOVÍ SOUČINITELÉ KOLEN BEZ VLIVU PŘÍVODNÍ A ODPADNÍ VĚTVE

Na úvod je nutné poznamenat, že jednotlivá výchozí kolena (obyčejná, normální kolena s daným poměrem R/D) se od sebe liší. U 1.parametrizace má koleno poměr R/D=0,8, byly ovšem nekorektně aplikovány stěnové funkce. U 2.parametrizace je v očištěném ztrátovém součiniteli výchozího kolene s poměrem R/D=0,8 zahrnuta i část odpadního potrubí o délce 0,16m. To je provedeno z důvodu porovnání optimální a výchozí geometrie (detaily viz.kap.16.4). U 3.parametrizace je poměr výchozího kolene R/D=1,8 a opět je do očištěného ztrátového součinitele zahrnuta část odpadního potrubí o délce 0,11 m.

	Výchozí	Optimum	Zlepšení [%]
ξ [1]	0.329	0.302	8.145

Tab.31 *Ztrátoví součinitelé 1.parametrizace kolene očistění o vliv přívodní a odpadní větve*

	Výchozí	Optimum	Zlepšení [%]
ξ [1]	0.406	0.335	17.486

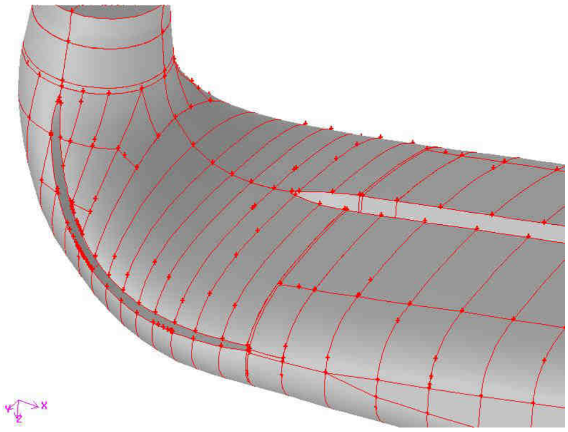
Tab.32 *Ztrátoví součinitele 2.parametrizace kolene očistění o vliv přívodní a odpadní větve*

	Výchozí	Optimum 1	Optimum 2	Zlepšení 1 [%]	Zlepšení 2 [%]
ξ [1]	0.264	0.204	0.283	22.645	-7.428

Tab.33 *Ztrátoví součinitele 3.parametrizace kolene očistění o vliv přívodní a odpadní větve*

20 OPTIMALIZACE SACÍ TROUBY KAPLANOVY TURBÍNY

Sací trouba VE Střekov byla navržena v 30-tých letech minulého století. Původní sací trouba (viz.Obr.76) obsahovala dvě žebra pro usměrnění toku. Podélné žebro v koleni a svislé žebro v difuzorové části.



Obr.76 *Původní savka VE Střekov*

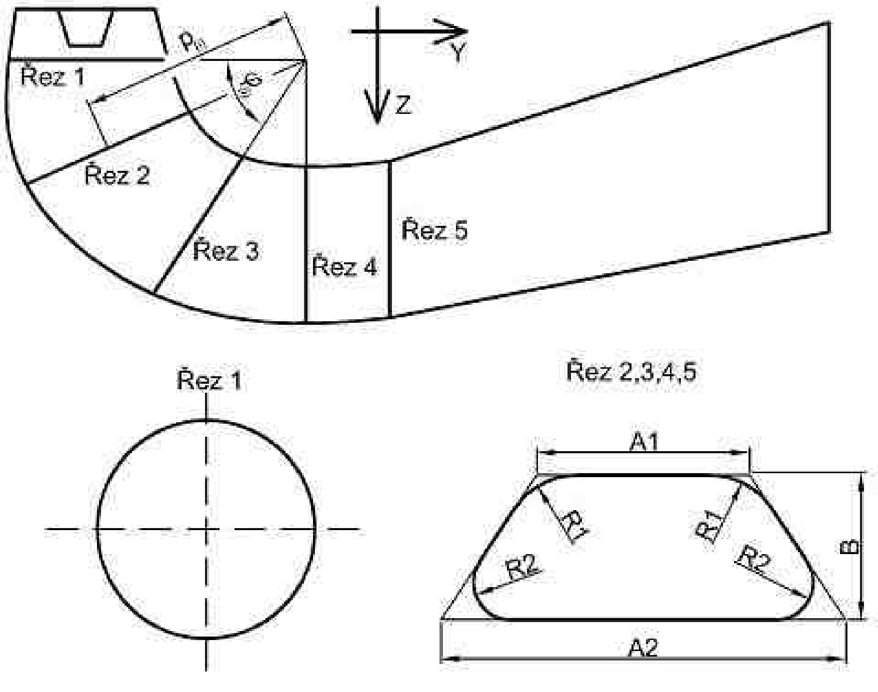
Nová sací trouba měla být optimalizována z hlediska maximální účinnosti savky a neměla již obsahovat žebra.

Zadavatel projektu byl podnik ČKD Blansko Engineering.

20.1.1 Parametrický popis geometrie

Geometrie byla modelována na průměr oběžného kola $D_{(OK)}$=400mm. Průměr oběžného kola na díle činil $D_{(OK)}$=4300mm.

Parametrický popis savky byl uskutečněn pomocí 5-ti řezů. Vstupní profil bylo mezikruží. Vnější průměr byl definován pláštěm savky a vnitřní průměr byl dán nábojem turbíny. Řezy 2-5 byly definovány horní a spodní délkou lichoběžníku, výškou, poloměrem zaoblení u horní a spodní strany a polohou tohoto řezu v prostoru. Řez 1 byla pouze kružnice s proměnným průměrem. Vstupní a výstupní profil byl neměnný (viz Obr.77). Řezy 1-4 byly nezávislé a řez 5 byl dopočítáván tak, aby vzniklo tečné napojení mezi kolenovou a difuzorovou částí savky. Detaily o vytvoření výpočetní sítě jsou uvedeny v kap.25.2.



Obr.77 *Naznačení řezů pro parametrizace savky*

20.1.2 Výpočetní síť

Výpočetní síť byla vytvořena jako strukturovaná a obsahovala 474 350 buněk. Z důvodu zlepšení konvergence výpočtů byla odpadní část modelována jako potrubí o délce 4 m, se stejným profilem průřezu jako byl výstupní průřez sací trouby. Délka modelu sací trouby činila 1846 mm, bez odpadního potrubí.

20.1.3 Nastavení řešiče

Jako model turbulence byl použit k-ε Realizable s nerovnovážnými stěnovými funkcemi. Rychlostní profil na vstupu byl dodán zadavatelem a odpovídal rychlostnímu profilu nové turbíny v optimálním provozním bodě, která má být použita při přestavbě. Hodnota y^+_{max}=3515 se nachází na vstupu savky na náboji turbíny. Průměrná hodnota y^+ činila 81.

20.1.4 Optimalizační Algoritmus

Jako optimalizační algoritmus byl použit BFGS v úpravě pro distribuované výpočty viz kap.9.2. Požadavek zadavatele byl, aby poloha a tvar vstupního a výstupního průřezu byly neměnné. Dále pak bylo požadováno, aby nová geometrie sací trouby neměla větší zákopovou hloubku, a aby nebyla širší než původní sací trouba.

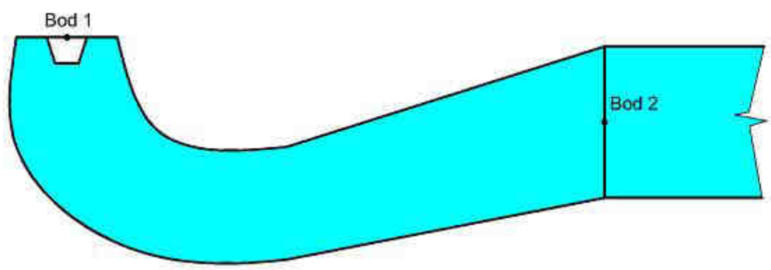
Výchozí geometrií pro optimalizaci byla původní sací trouba modelována bez žeber. Celkem bylo 17 měněných parametrů.

20.1.5 Kriteriální funkce

Jako kriteriální funkce byla použita účinnost sací trouby (savky)

$$\eta_{(s)} = \frac{p_{(s2)} - p_{(s1)}}{p_{(d1)} - p_{(d2)}} \tag{19.4.1}$$

Tlaky dynamické i statické byla získávány jako „mass-weighted-average“ přes vstupní (bod 1) a výstupní plochu savky (bod 2).



Obr.78 *Naznačení míst odběru tlaků*

20.1.6 Zhodnocení výsledků

		Výchozí	Optimum	Změna [%]
η	[1]	0.774	0.912	17.867
Cp	[1]	0.679	0.864	27.149
ξ	[1]	6.683	3.487	-47.824
Cf	[1]	15.74	12.12	-22.999

Tab.34 *Zlepšení ztrátového, třecího součinitele a účinnosti*

Parametrický popis výchozí savky se úplně neshodoval s tvarem původní savky, nicméně toto přiblížení bylo vyhodnoceno jako dostačující. Jak již bylo napsáno výše, výchozí geometrií byla původní sací trouba modelovaná bez žeber pro usměrnění proudu.

Výchozí účinnost savky činila 77,3%. Po 82 výpočtech bylo nalezeno nové optimální řešení, kde byla účinnost savky spočtena na 91,2%. Rozdíl účinnosti oproti výchozímu tvaru je 13.8%. Dále se podařilo zvýšit hodnotu Cp na výstupu ze savky o 27% a celkový ztrátový součinitel savky snížit o 48% viz Tab.34.

Na Obr.79 a Obr.80 jsou vyobrazeny kontury y-složky rychlosti, tedy složky ve směru difuzorové části savky. Je patrné, že u výchozí geometrie (Obr.79) proudila kapalina v difuzorové části především po krajních stěnách a ve středu difuzorové části docházelo ke zpětnému proudění. U optimalizované geometrie (Obr.80) došlo k potlačení těchto jevů a k celkovému zrovnoměrnění rychlostního profilu v difuzorové části savky čemuž odpovídají i průběhy Coriolisova čísla v Graf.96.

Na Obr.81 a Obr.82 jsou vyobrazeny povrchové proudnice, ze kterých jsou patrná místa odtržení mezní vrstvy, lokalizovaná polohou spirálovitých útvarů. Opět je zde dobře vidět rozdíl mezi výchozí a optimalizovanou geometrií.

Na Obr.83 a Obr.84 jsou znázorněny proudová pole na řezu v oblasti za kolenem. Zatímco u výchozí geometrie jsou maxima rychlosti ve spodní části průřezu, u optimální geometrie je rozložení rychlosti daleko rovnoměrnější.

Na Obr.85 a Obr.86 jsou vyobrazeny vektory rychlosti na osovém řezu pod nábojem oběžného kola. Je vidět, že u výchozí geometrie nedochází k tak výraznému zpětnému proudění narozdíl od optimalizované geometrie, kde se v těchto místech vytvoří oblast zpětného proudění. Jelikož byla geometrie optimalizována pro optimální provozní bod, je otázkou jak se tato oblast zpětného proudění bude chovat v jiných provozních bodech.

Dále je na Obr.85 a Obr.86 vidět, že u výchozí geometrie na vstupu do difuzorové části savky tvoří velkou část průřezu oblast zpětného proudění. Tato oblast se u optimalizovaného tvaru vůbec nevyskytuje.

Na Graf.96 a Graf.97 jsou porovnány průběhy Coriolisova součinitele (viz. kap.24.1) a velikosti plochy řezů difuzorové části savky. Plochy, které byly použity k vyhodnocení veličin, jsou v obou případech kolmé na osu „y“.

Z průběhu Coriolisova součinitele je patrné zrovnoměrnění rychlostních profilů optimalizované geometrie oproti geometrii výchozí. Z průběhu velikosti průřezů po délce difuzorové části savky je vidět, že rozdíly mezi optimalizovanou a výchozí geometrií, jsou v tomto ohledu minimální.

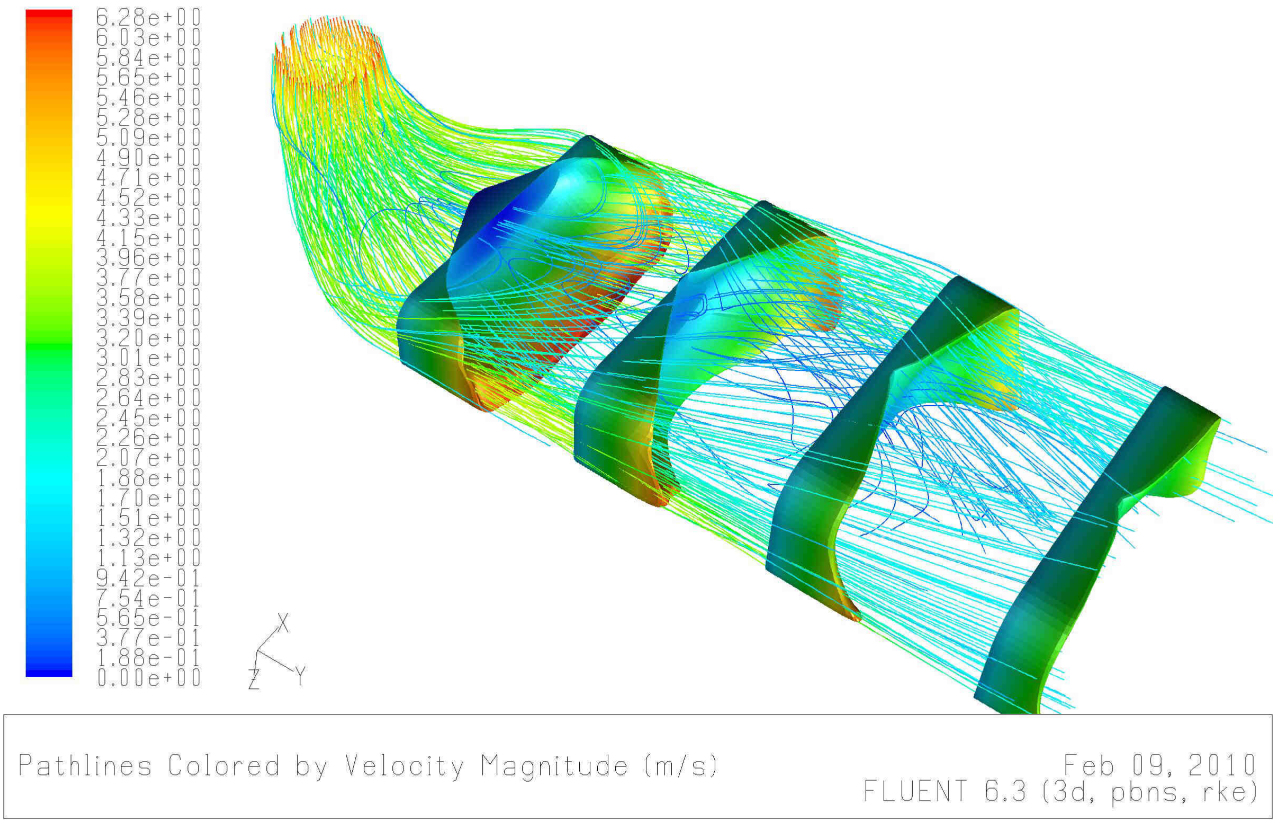
Na Obr.87 a Obr.88 jsou vyobrazeny oblasti se zápornou y-novou složkou rychlosti. U výchozí geometrie jsou dobře patrné oblasti zpětného proudění v difuzorové části savky, které se u optimalizované geometrie vůbec nevyskytují. Oblasti vyobrazené na Obr.87 a Obr.88 pod nábojem turbíny nejsou v tomto případě oblastí zpětného proudění. Vektory kapaliny mají v těchto místech pouze zápornou y-novou složku rychlosti.

Na Obr.89 a Obr.90 jsou vyobrazeny kontury normalizované helicity (viz.kap.24.4). Vyobrazené kontury jsou pro hodnotu $h = \pm 0.97$. U optimalizované geometrie je patrné zmenšení oblastí intenzivních kolenových vírů v kolenové části savky. Naopak v difuzorové části došlo k vytvoření dvou dlouhých vírových jader.

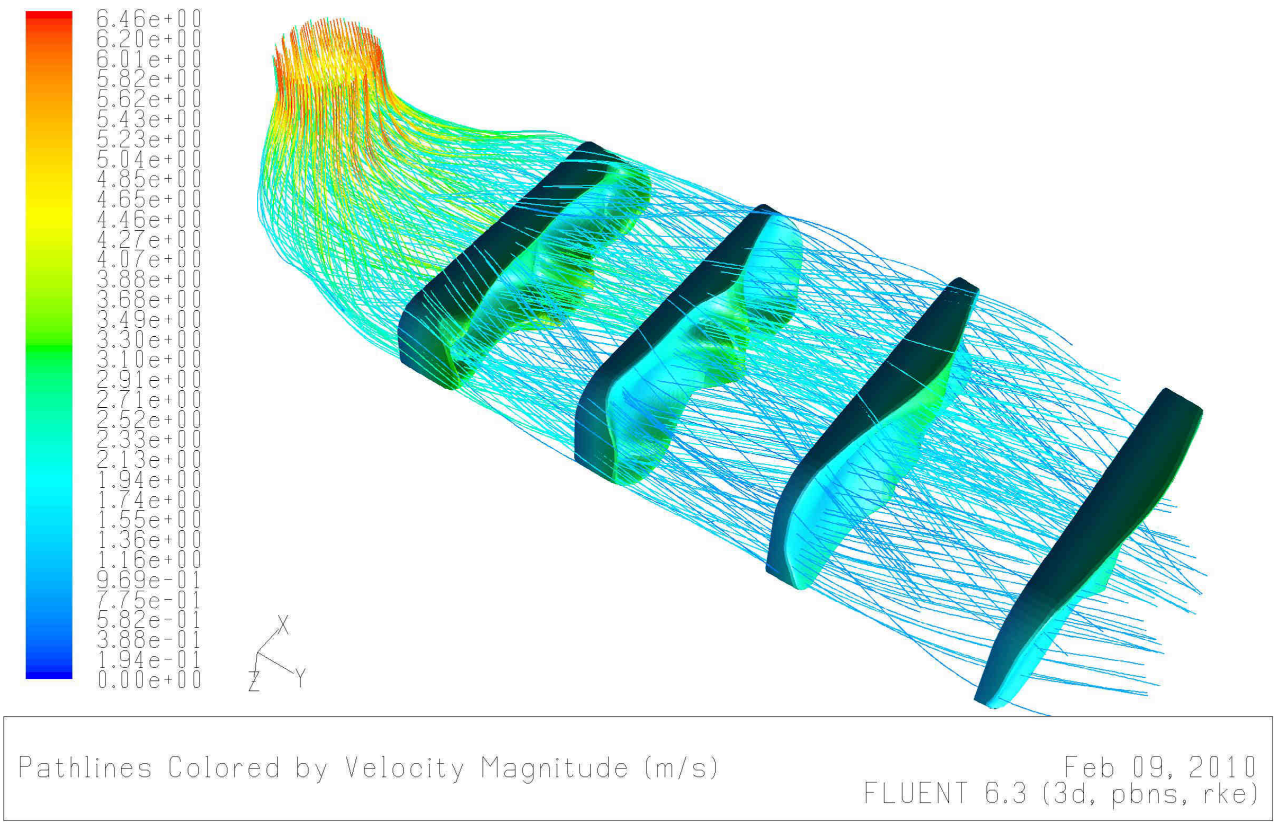
Na Obr.91 a Obr.92 je porovnání výchozí a optimalizované geometrie. V obou dvou případech je červeně vykreslena výchozí savka a zeleně optimální geometrie. Požadavek zadavatele byl, aby nová geometrie savky neměla větší zákopovou hloubku, a aby šířka nové geometrie nebyla větší než původní. Při optimalizaci nebyly tyto parametry nijak omezeny a ačkoli nová geometrie v jisté míře porušila oba dva omezující požadavky, tak tyto přesahy byly schváleny jako tolerovatelné.

Na Obr.93 - Obr.96 jsou vyobrazeny změny geometrie. Největší tvarové změny proběhly na kolenové části savky, kde došlo k posunutí vnější strany oblouku kolene dále pod náboj turbíny. Dále došlo ke zmenšení průtočné plochy na prvním řezu.

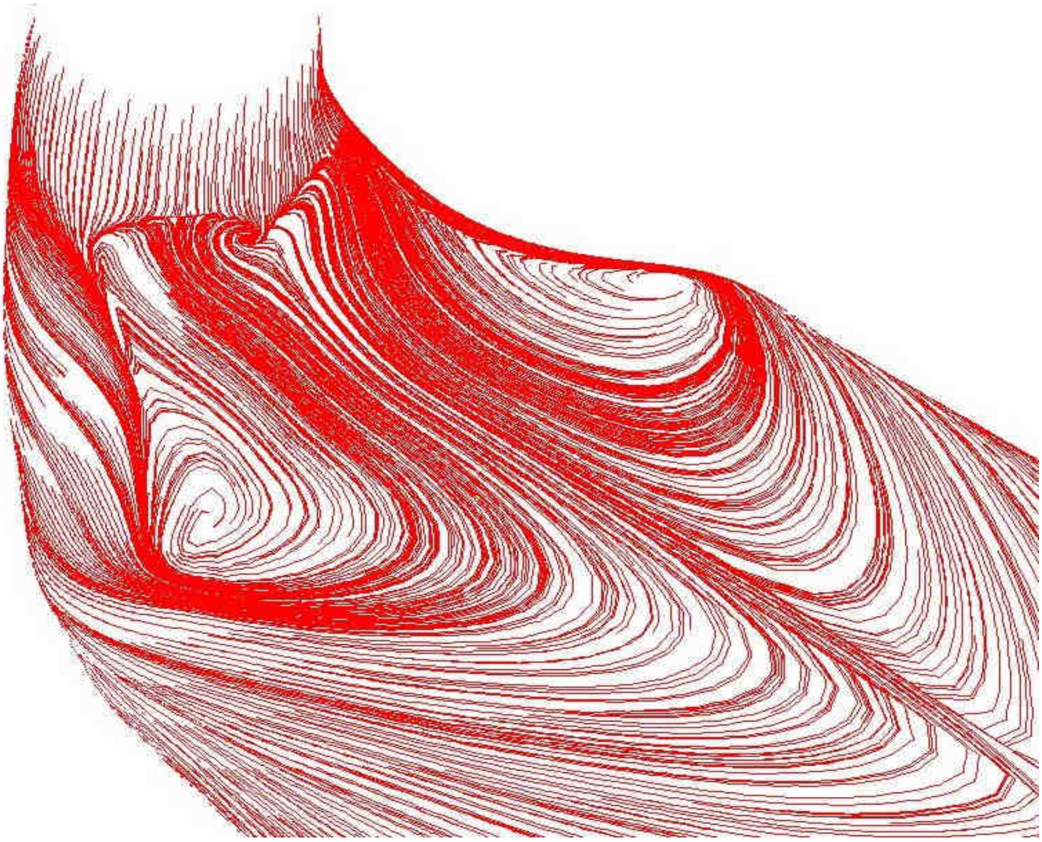
Na Obr.97 a Obr.98 jsou vyobrazeny kontury třecího součinitele pro výchozí a optimální geometrii. Na obrázcích je patrné snížení třecího součinitele na bočních stěnách savky. Průměrná hodnota třecího součinitele Cf (viz.kap.24.3) přes celou výpočetní doménu činí 12,12 pro optimální geometrii a 15,74 pro původní geometrii. Což dělá přibližně 23% snížení hodnoty třecího součinitele.



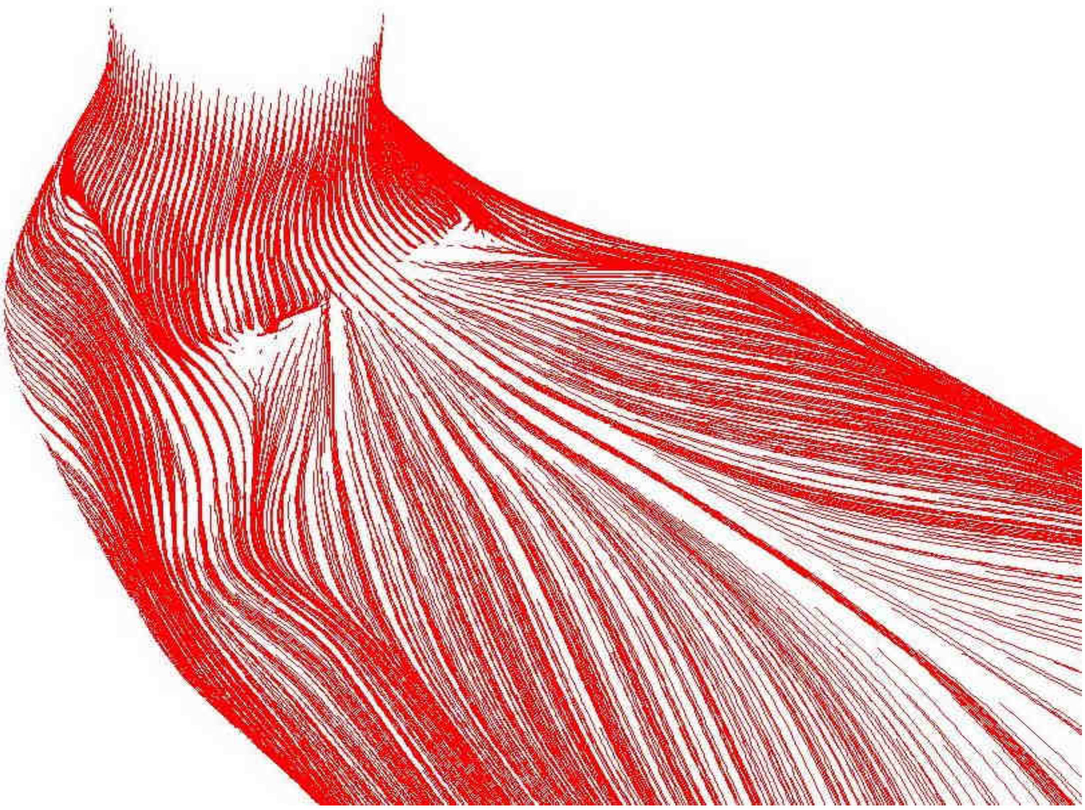
Obr.79 *Výchozí geometrie, kontury y-složky rychlosti a vyobrazení proudnic*



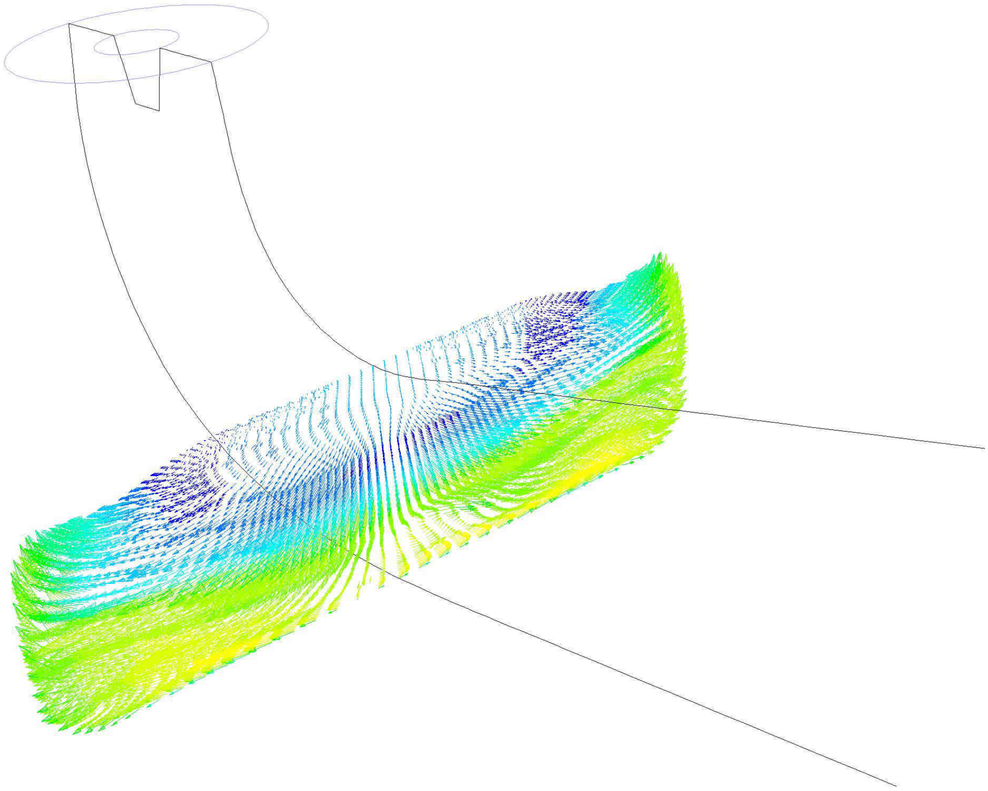
Obr.80 *Optimální geometrie, kontury y-složky rychlosti a vyobrazení proudnic*



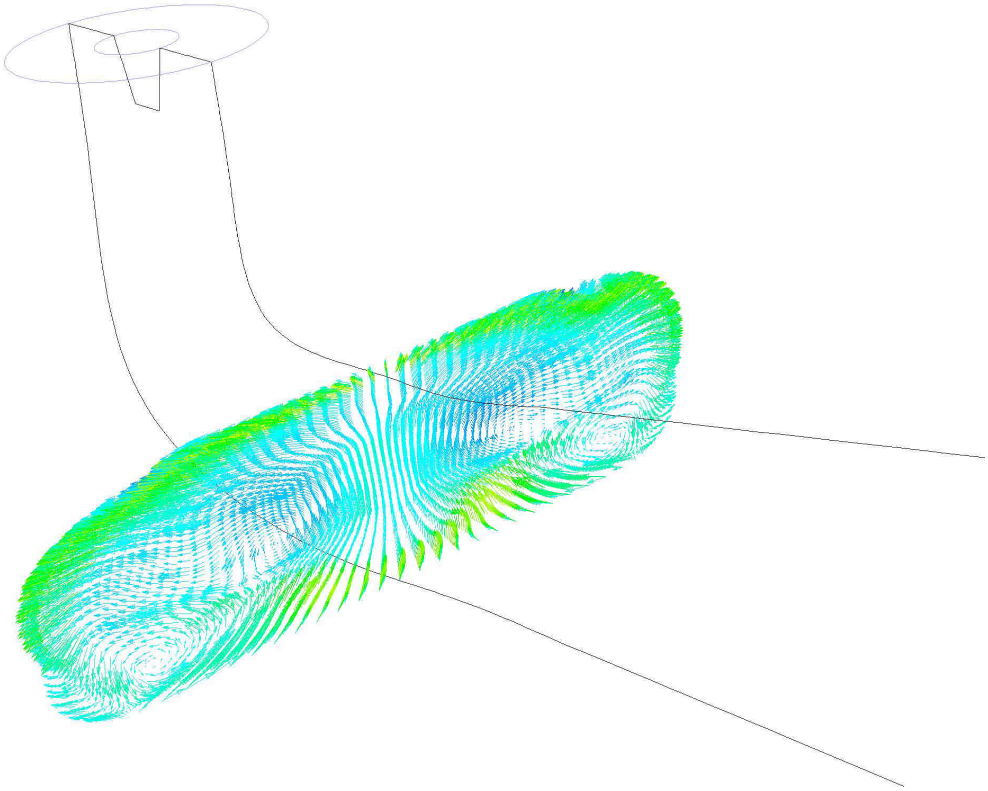
Obr.81 *Výchozí geometrie, povrchové proudnice*



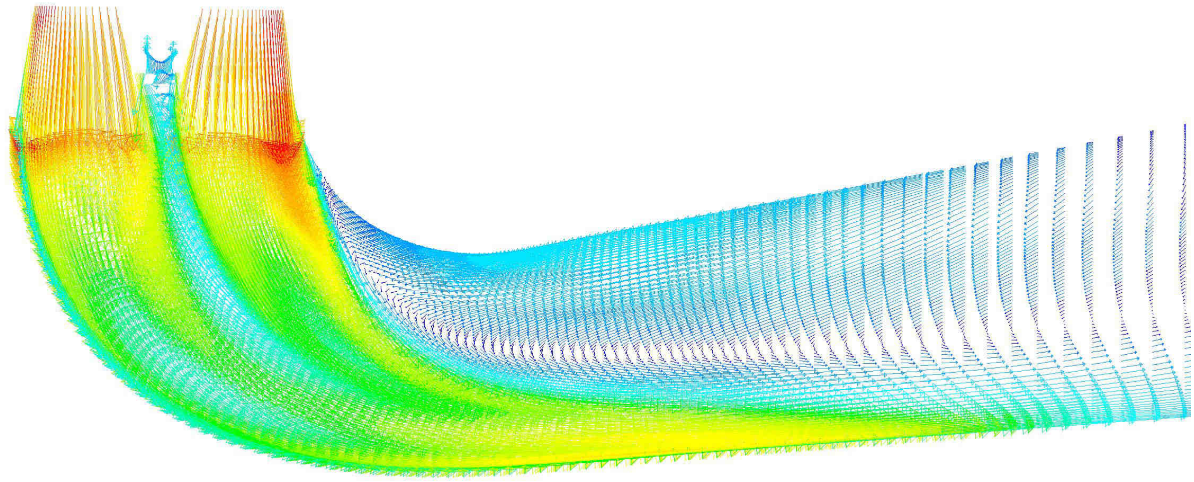
Obr.82 *Optimální geometrie, povrchové proudnice*



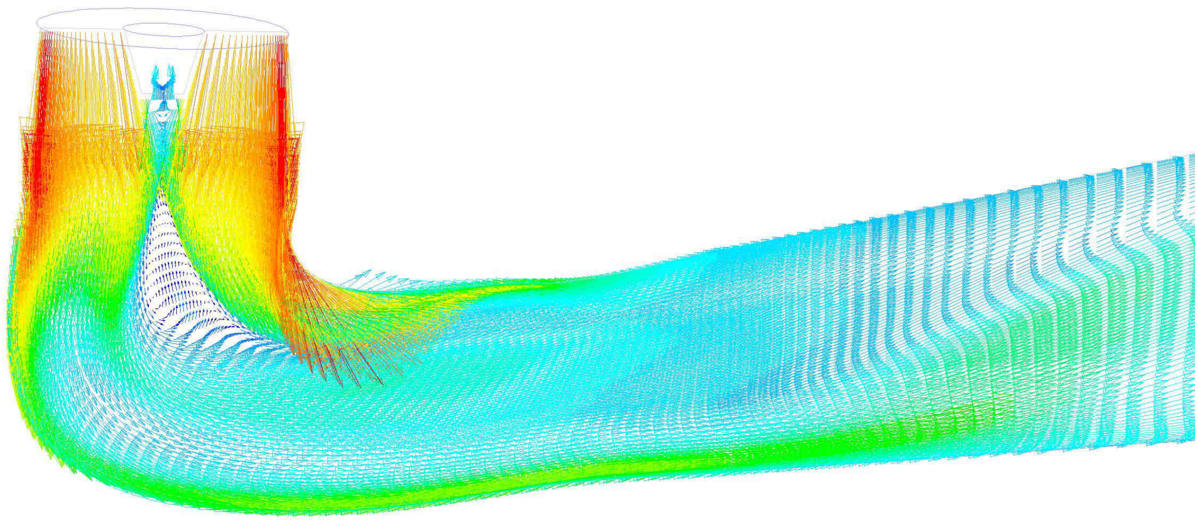
Obr.83 *Výchozí geometrie, rychlostní pole za kolenem*



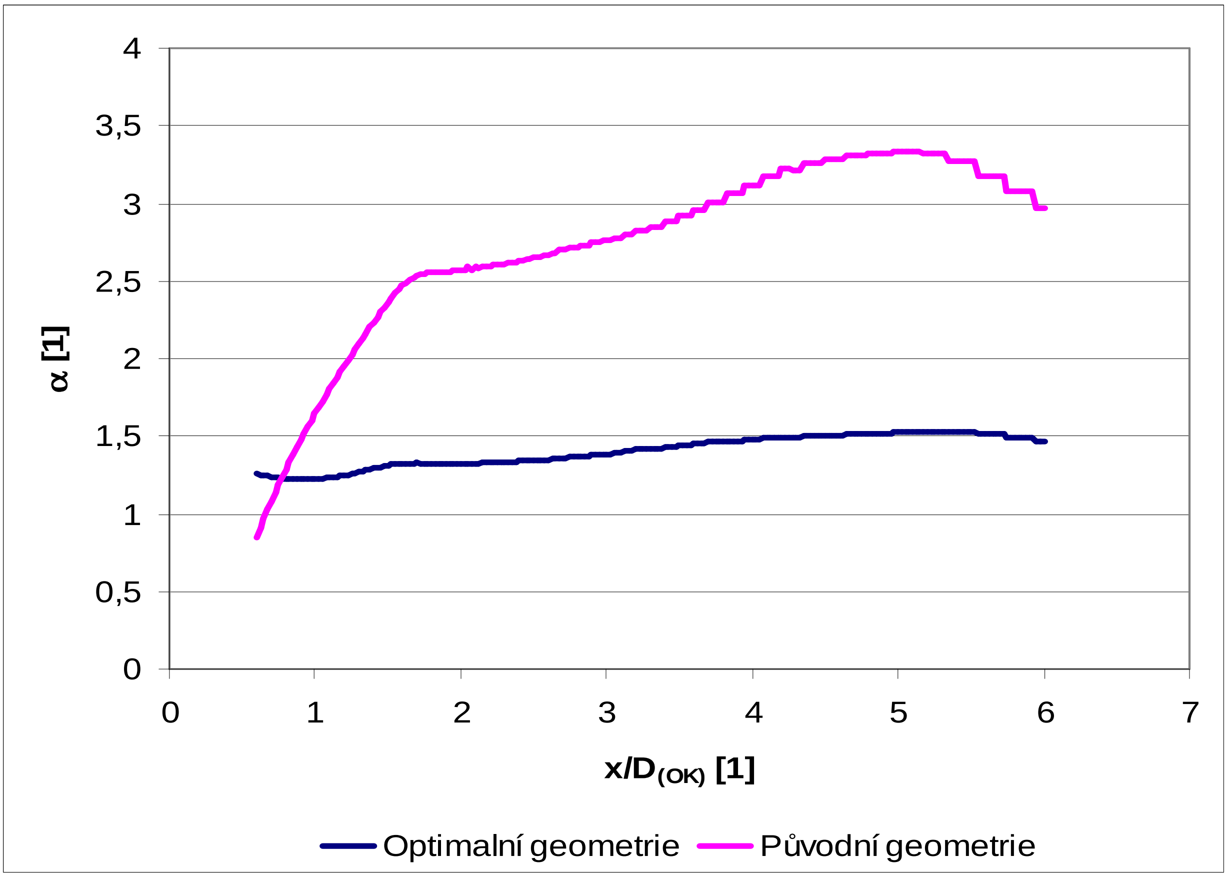
Obr.84 *Optimální geometrie, rychlostní pole za kolenem*



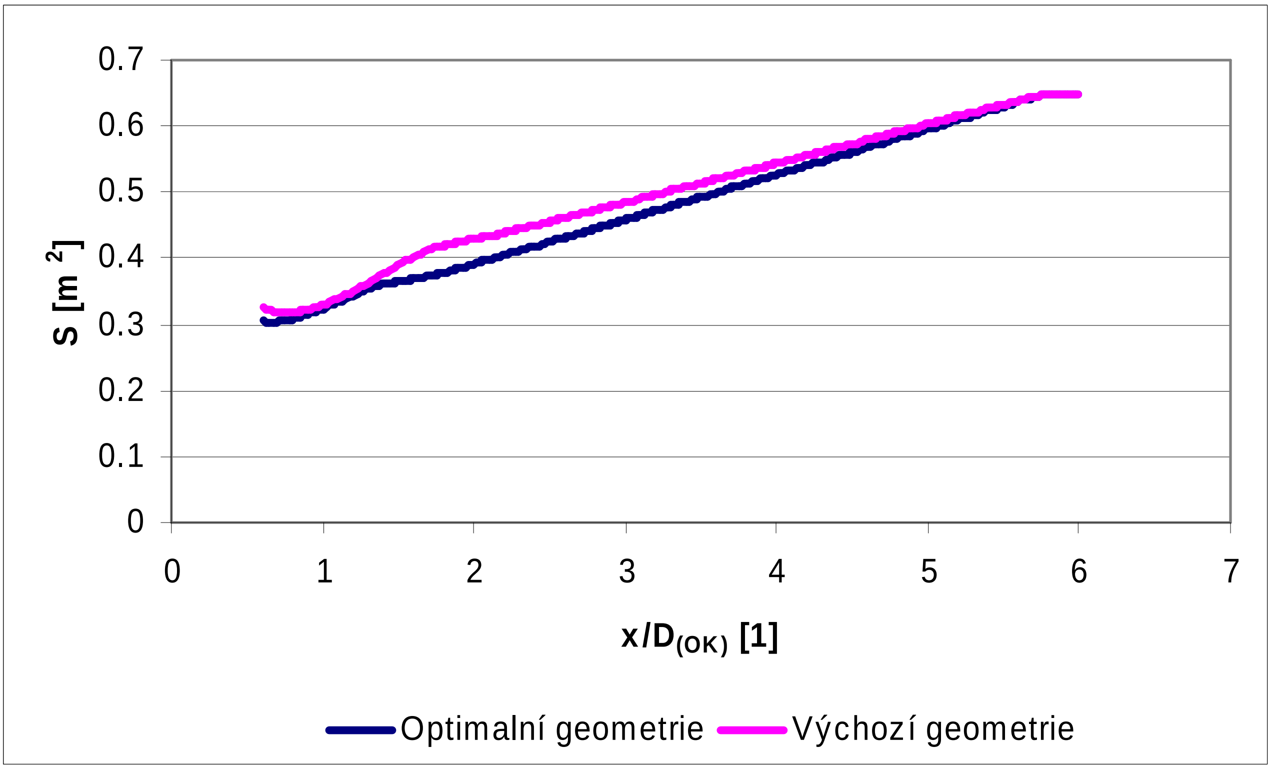
Obr.85 *Výchozí geometrie, vektory rychlosti v kolenové části savky, osový řez*



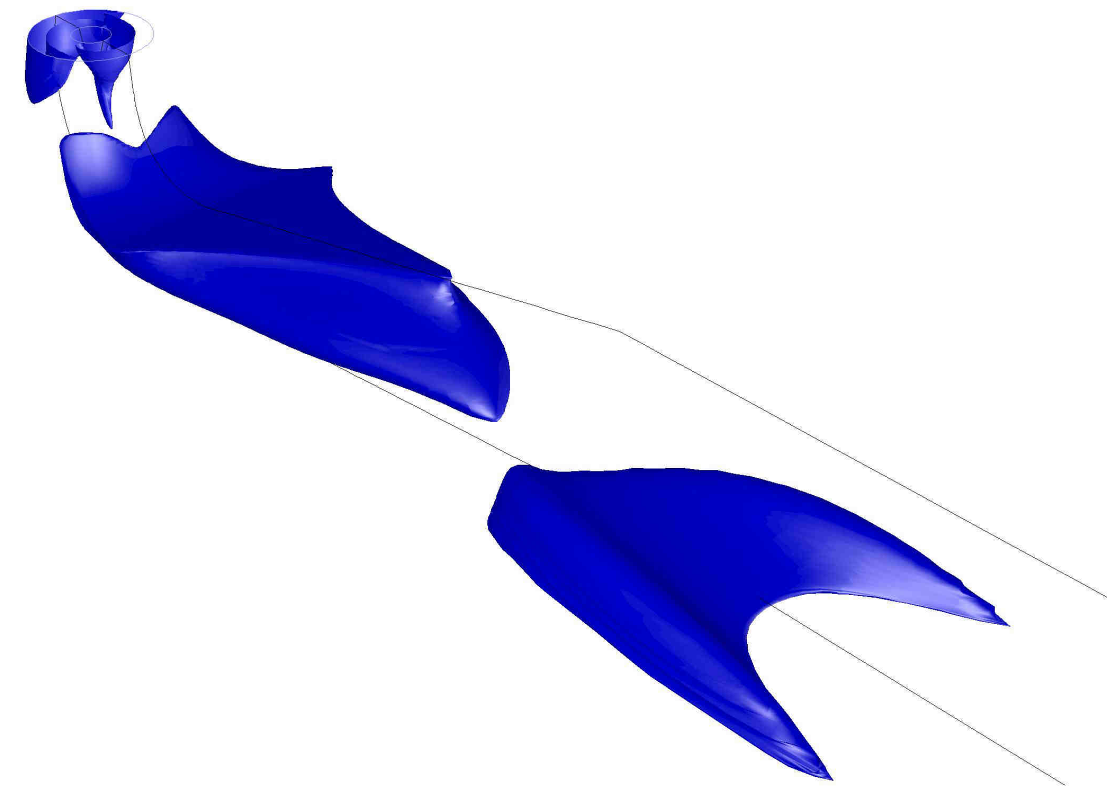
Obr.86 *Optimální geometrie, vektory rychlosti v kolenové části savky, osový řez*



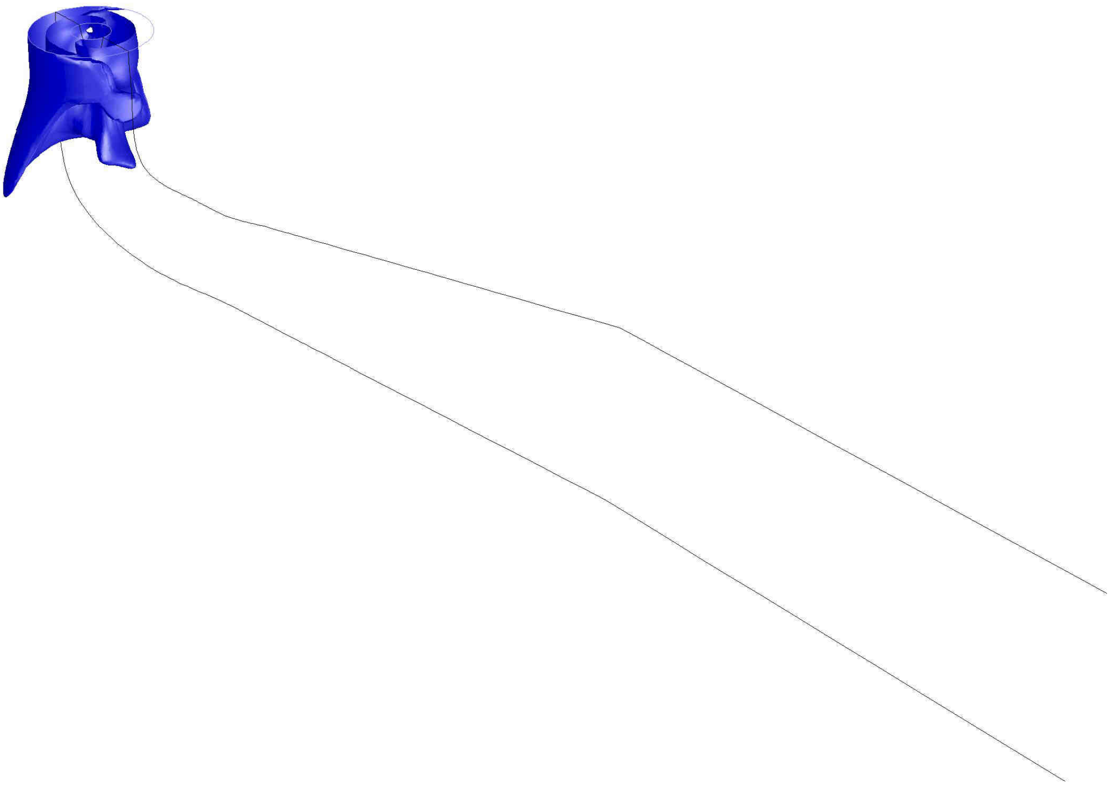
Graf.96 Průběh Coriolisova čísla v difuzorové části savky



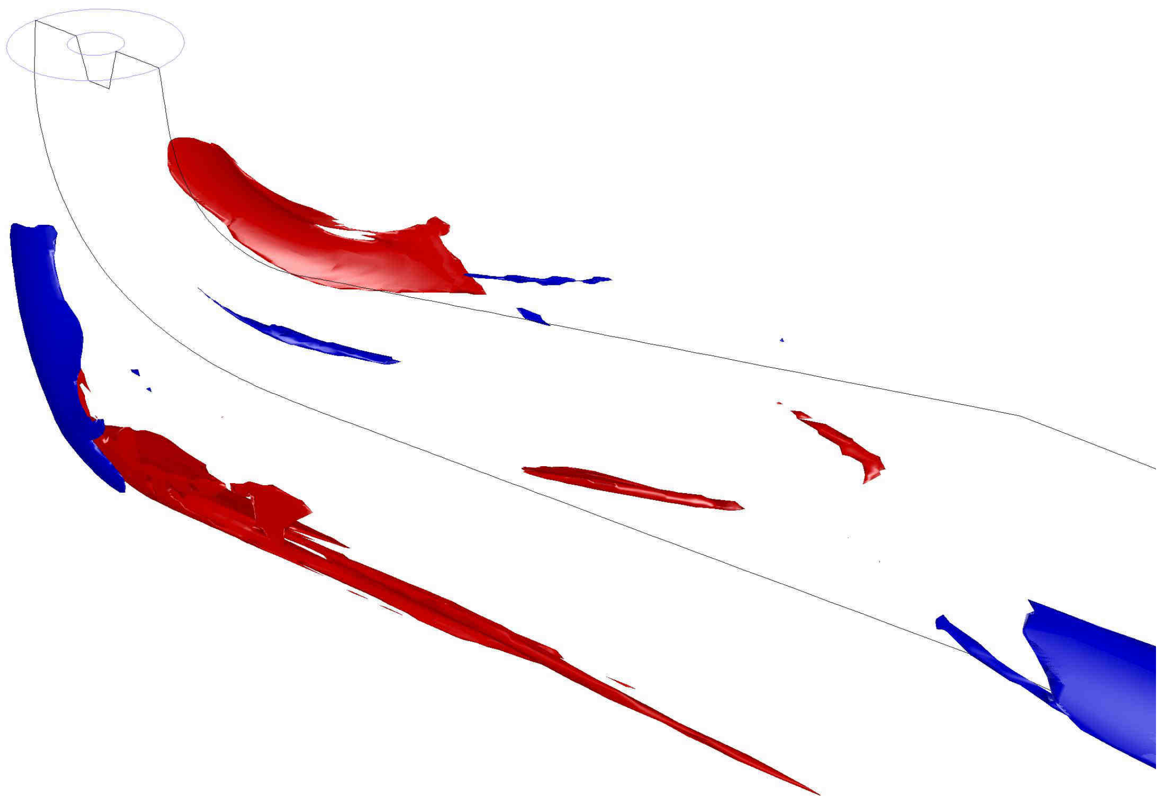
Graf.97 Plochy průřezů v difuzorové části savky



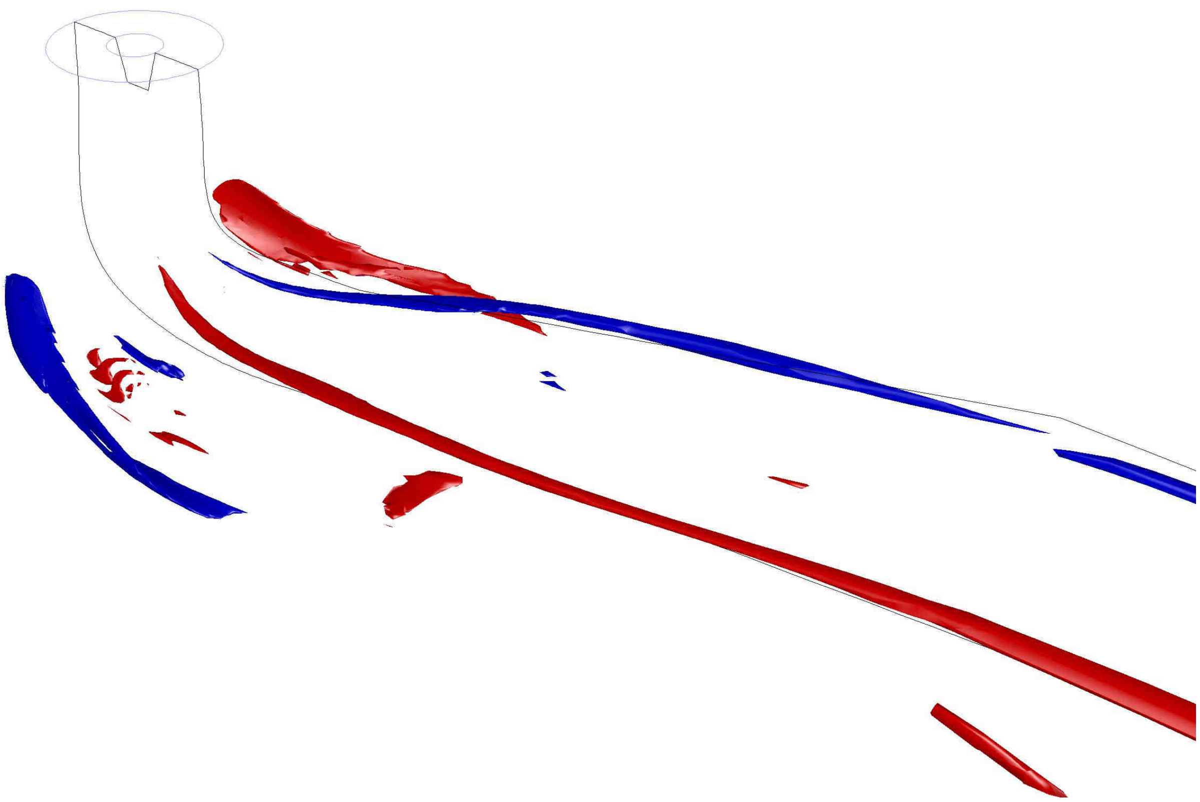
Obr.87 *Výchozí geometrie, oblast zpětného proudění*



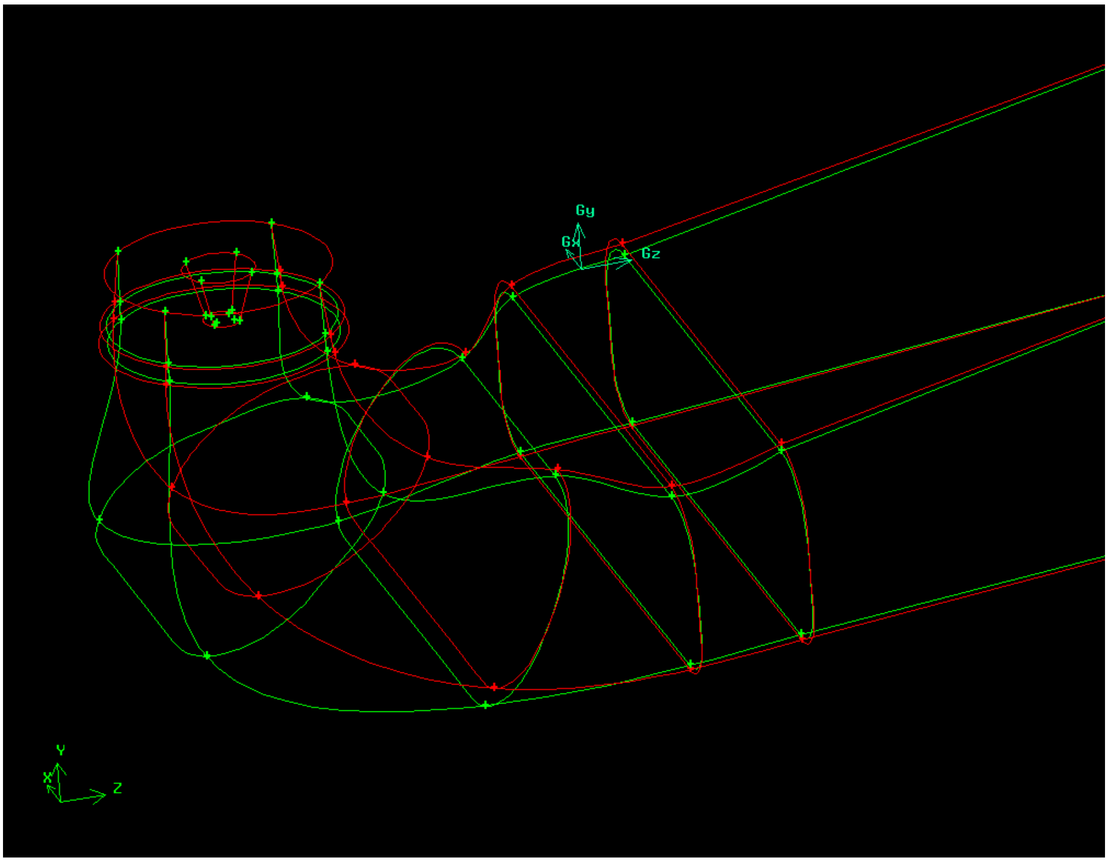
Obr.88 *Optimální geometrie, oblast zpětného proudění*



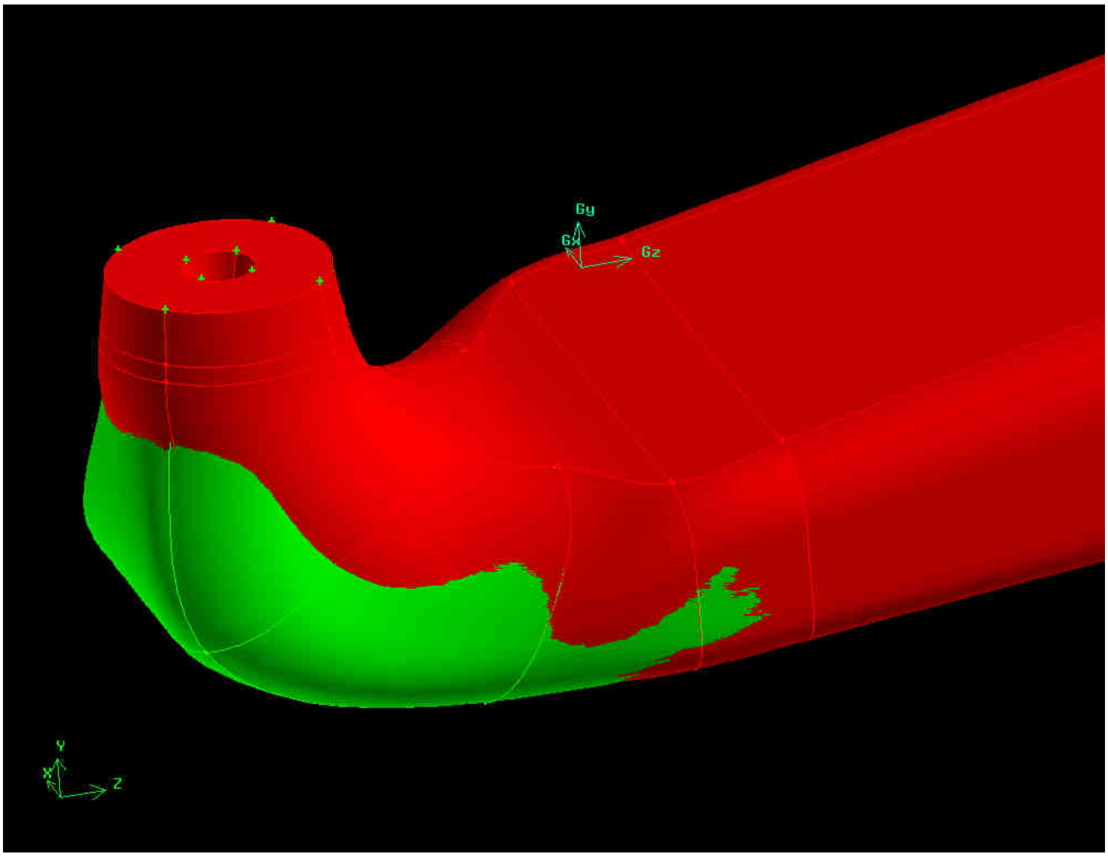
Obr.89 *Výchozí geometrie, kontury normalizované helicity=±0,97*



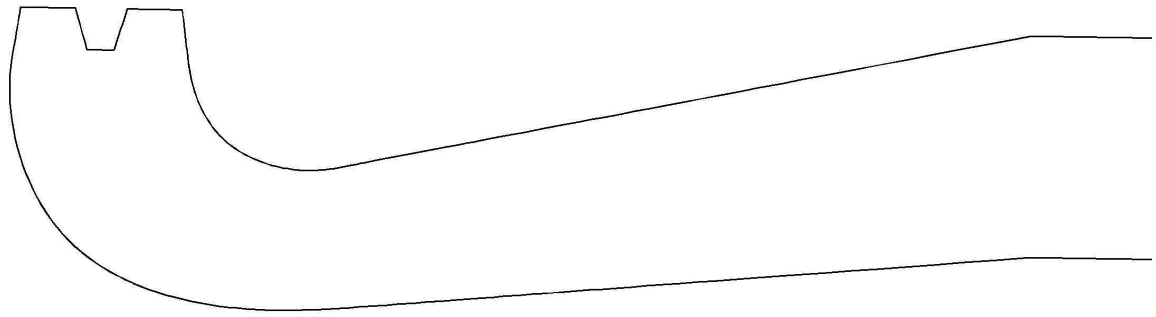
Obr.90 *Optimální geometrie, kontury normalizované helicity=±0,97*



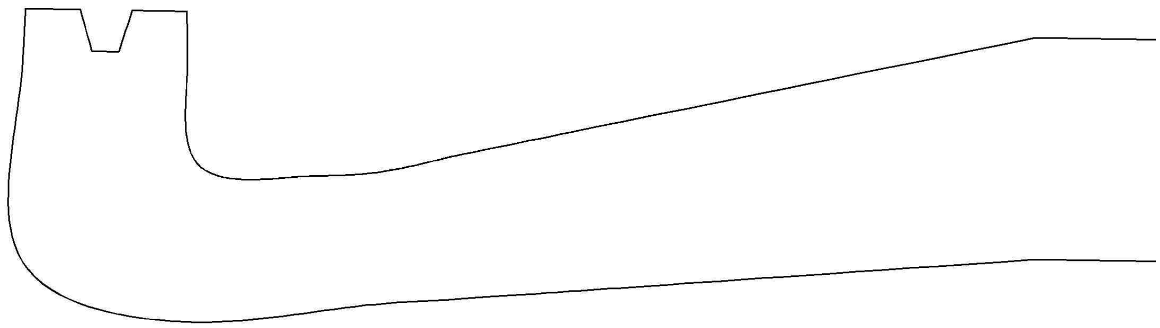
Obr.91 *Porovnaní výchozí a optimální geometrie, kontury*



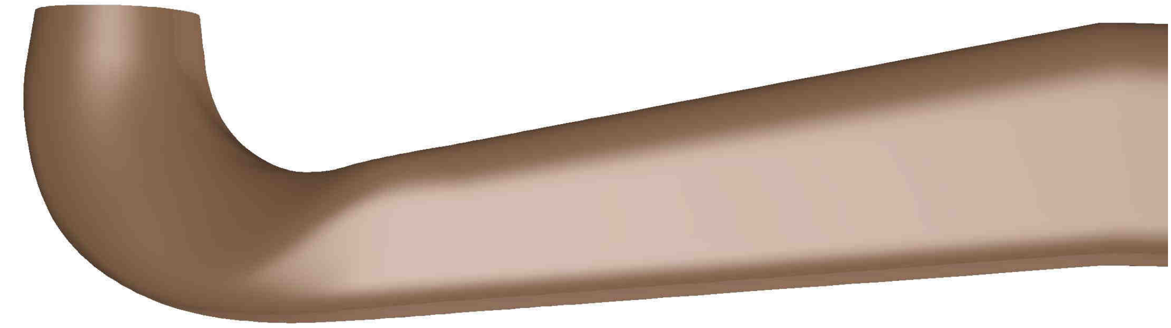
Obr.92 *Porovnaní výchozí a optimální geometrie, plochy*



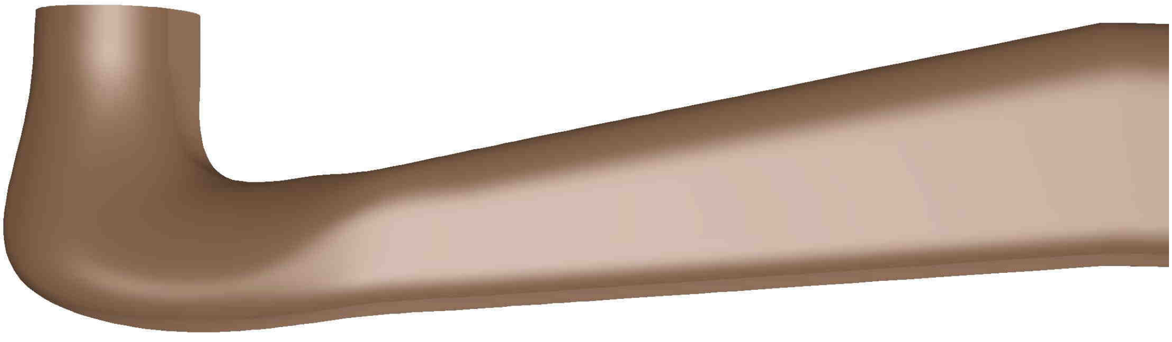
Obr.93 *Výchozí tvar sací trouby – podélný řez*



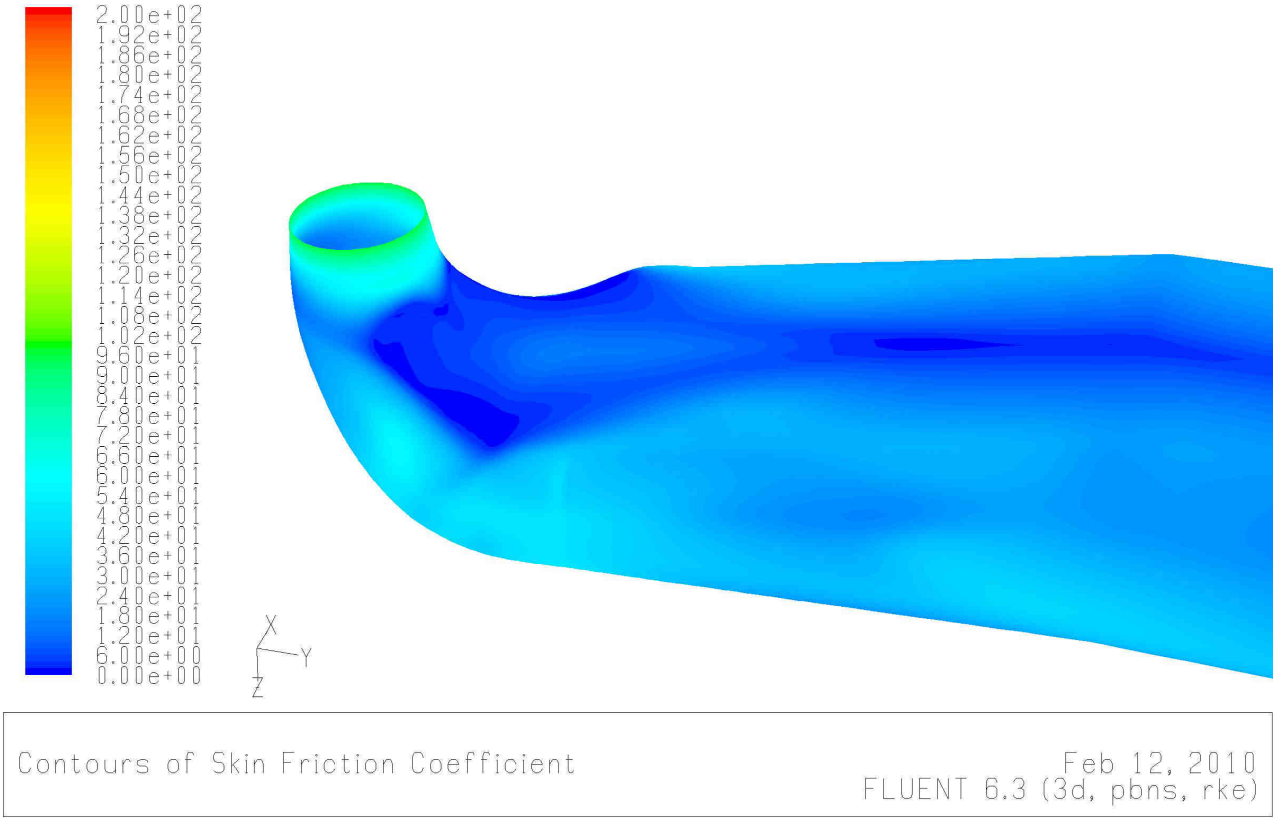
Obr.94 *Optimální tvar sací trouby – podélný řez*



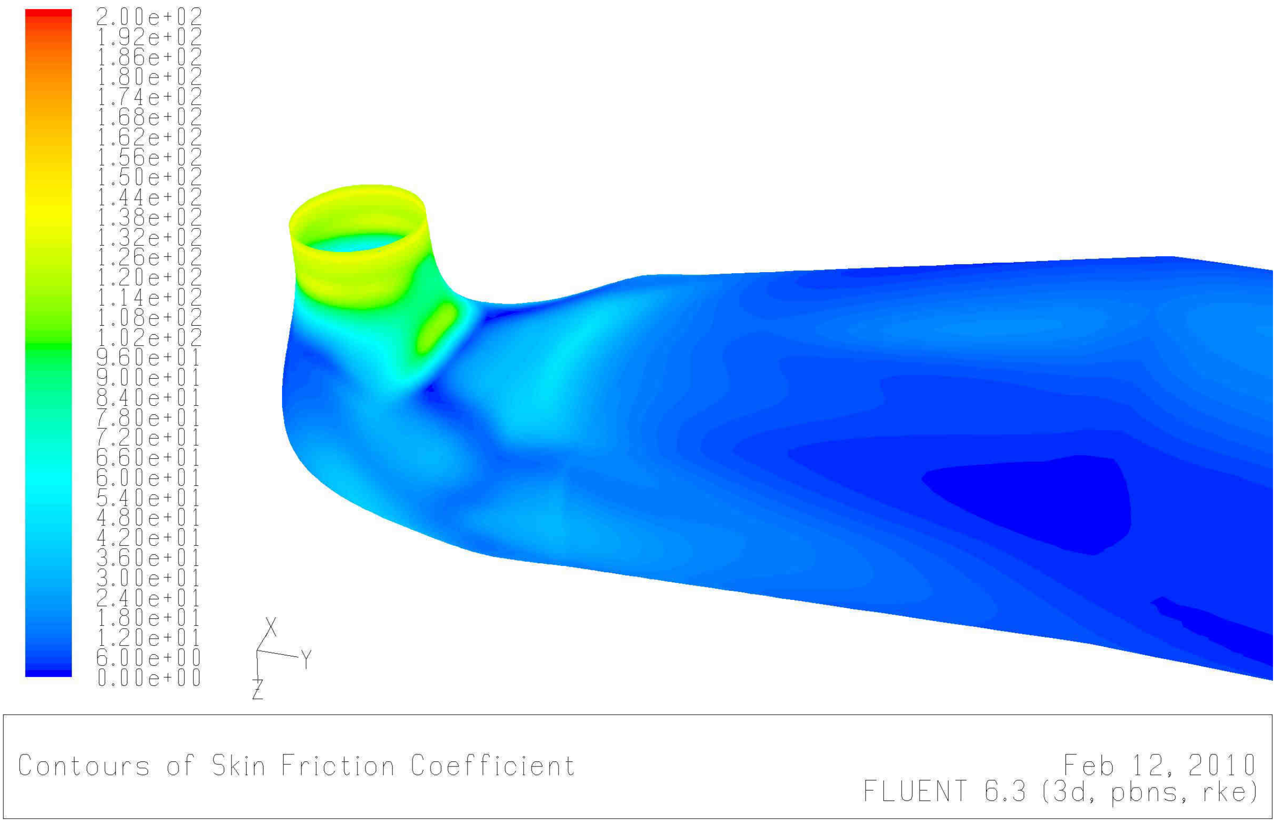
Obr.95 *Výchozí tvar sací trouby*



Obr.96 *Optimální tvar sací trouby*



Obr.97 *Kontury třecího součinitele, výchozí geometrie*



Obr.98 *Kontury třecího součinitele, optimální geometrie*

20.2 POROVNÁVNÍ OPTIMÁLNÍHO NALEZENÉHO TVARU S PŮVODNÍ SACÍ TROUBOU S ŽEBRY

V této kapitole provedeme srovnání optimálního nalezeného tvaru savky bez žeber s původní geometrií, která obsahuje obě žebra pro usměrnění proudu.

Výpočet původní geometrie byl proveden za stejných okrajových podmínek a se stejným rychlostním profilem na vstupu. Rozdíl je v odpadním potrubí, které bylo u původní geometrie pouze 1 m dlouhé. Z tohoto důvodu nebude provedeno porovnání třecího koeficientu. Velmi malé rozdíly jsou i na vstupním profilu, kde optimalizovaná geometrie má nepatrně větší vstupní plochu (asi o 7 cm^2) a tím pádem i nepatrně větší průtok (asi o 4 l/s).

Rozdíly ve výstupních profilech jsou poněkud větší. Optimalizovaná geometrie má o 0,045 m^2 větší výstupní profil, a proto bude ztrátový součinitel vztažen v tomto případě ke vstupní rychlosti.

20.2.1 Zhodnocení výsledků

Na Obr.99 jsou vyobrazeny proudnice a kontury y-složky rychlosti, čili složky rychlosti ve směru difuzoru původní sací trouby obsahující žebra. Je vidět, že kapalina prochází sací troubou téměř bez problémů. Na některých vyobrazených profilech rychlosti jsou patrná velmi malá místa, kde u horní stěny dochází ke zpětnému proudění. Tato místa jsou potom dobře patrná i na povrchových proudnicích na Obr.102, kde jsou lokalizována spirálovitými útvary.

Na Obr.100 je vyobrazen řez proudového pole v oblasti za kolenem. Je vidět, že proudové pole je poměrně rovnoměrné.

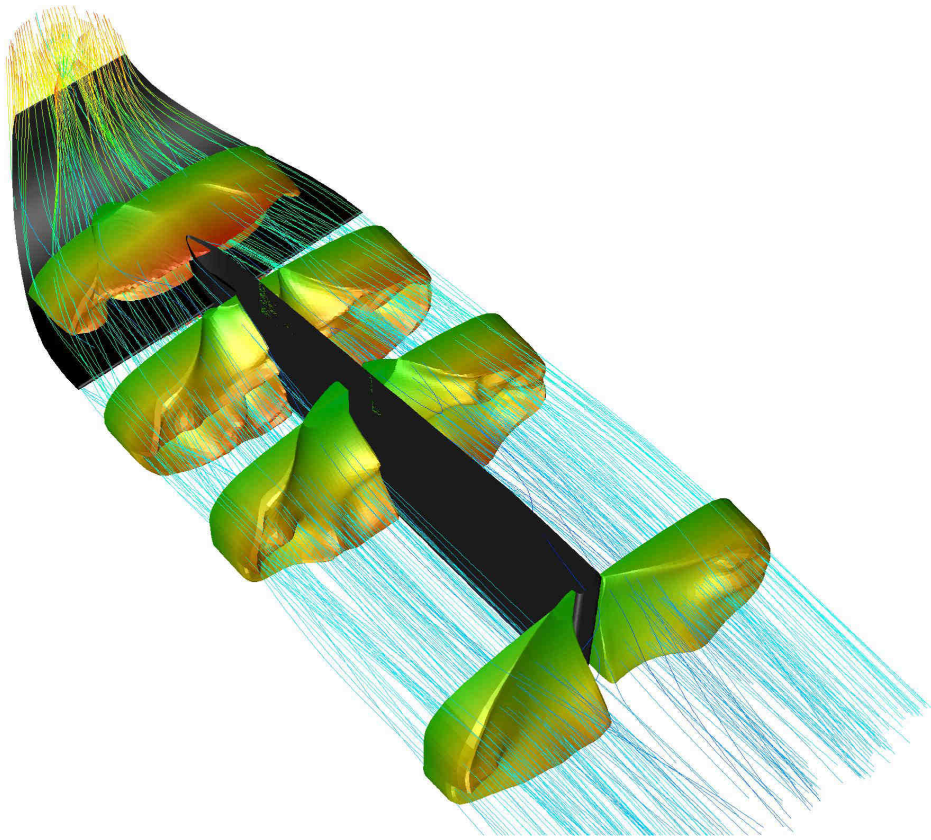
Na Obr.101 jsou vyobrazeny kontury normalizované helicity (viz.kap.24.4). Zde je dobře vidět, že žebra velmi pěkně vedou kapalinu a nedovolí jí téměř žádné zavíření, což je poměrně velký rozdíl oproti optimalizované geometrii (Obr.90).

		Žebro	Optimum	Změna [%]
η	[1]	0.923	0.912	-1.154
Cp	[1]	0.860	0.864	0.392
ξ	[1]	0.068	0.085	26.072

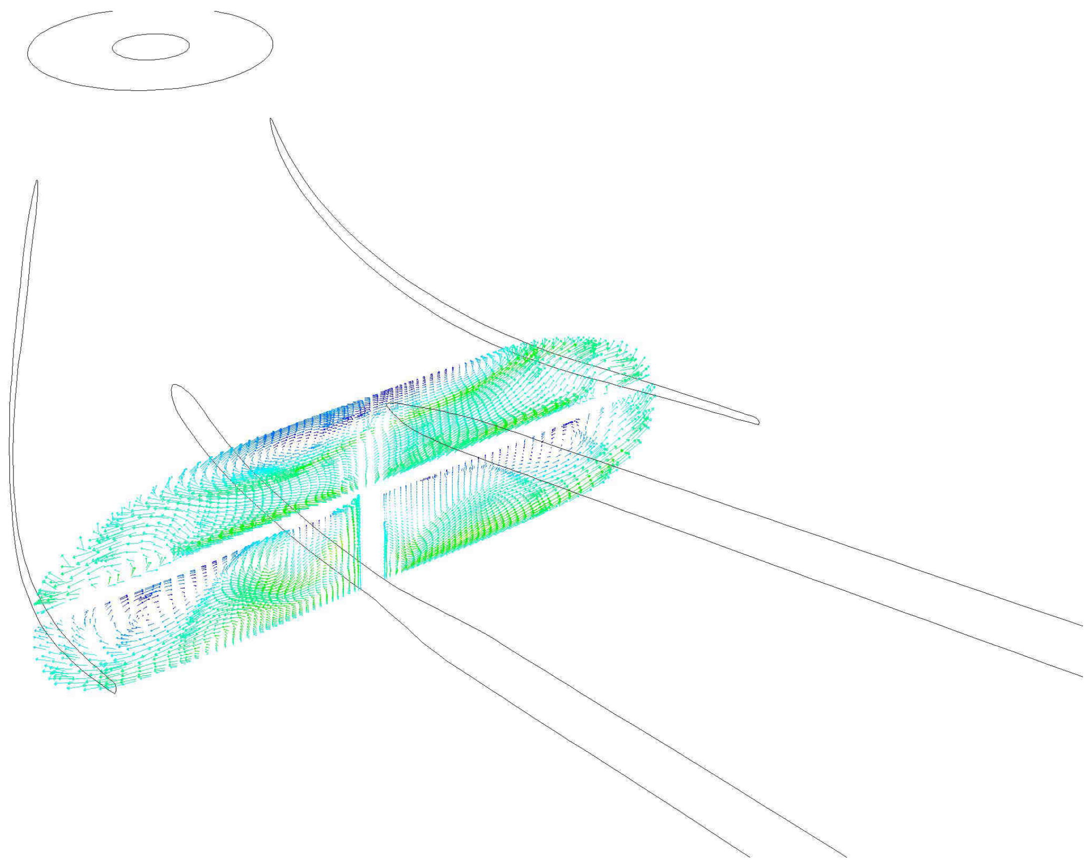
Tab.35 *Porovnání ztrátového součinitele, tlakového koeficientu a účinnosti*

V Tab.34 je provedeno porovnání celkových součinitelů sací trouby. Je vidět, že původní sací trouba má lepší hodnoty celkové a ztrátového součinitele. Hodnoty Cp vycházejí lépe pro optimalizovaný tvar bez žeber. Poměrná změna libovolné veličiny byla určována na základě následující rovnice.

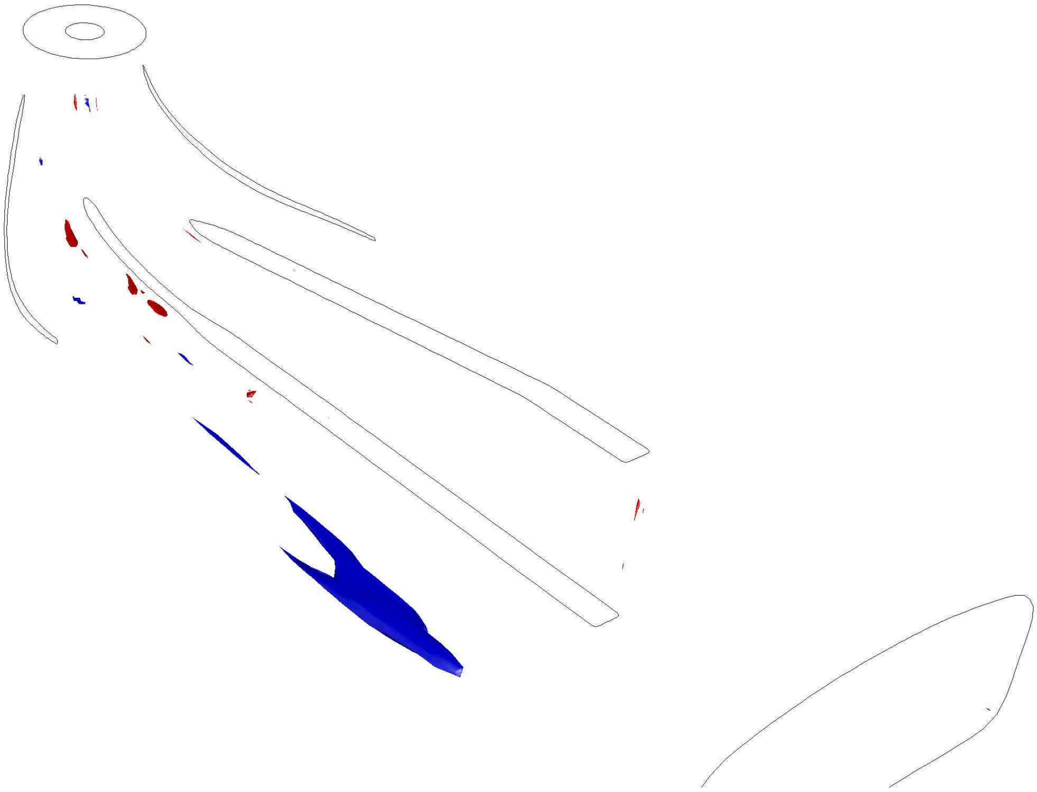
$$Z[\%] = \left(\frac{\psi_{(Optimum)}}{\psi_{(Žebro)}} - 1 \right) \cdot 100 \tag{20.2.1}$$



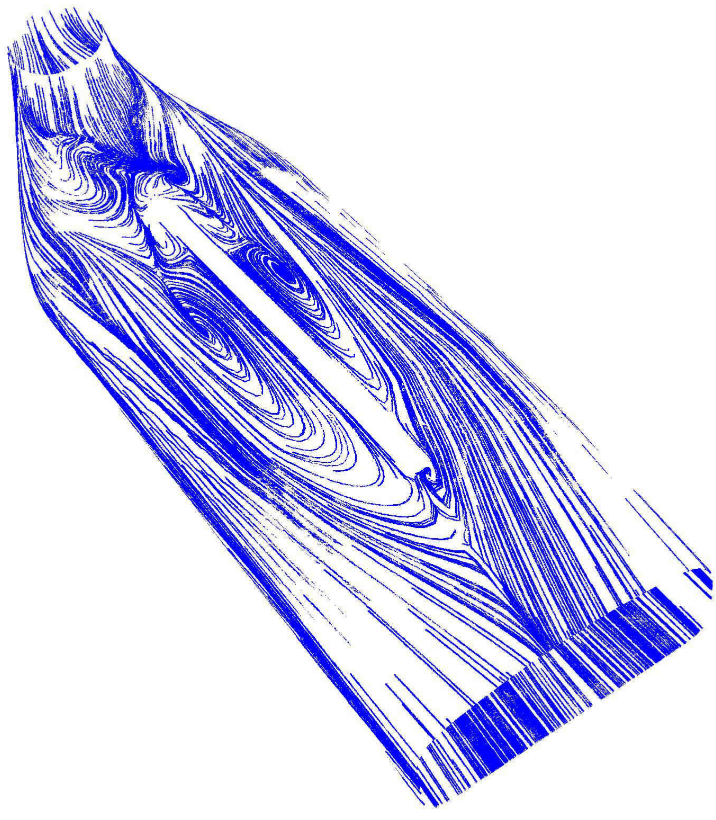
Obr.99 *Původní geometrie obsahují žebra, proudnice, velikost rychlosti*



Obr.100 *Původní geometrie obsahují žebra, rychlostní pole za kolenem*



Obr.101 *Původní geometrie obsahují žebra, kontury normalizované helicity=±0,97*



Obr.102 *Původní geometrie obsahují žebra, povrchové proudnice*

20.3 ZÁVĚR OPTIMALIZACE SACÍ TROUBY KAPLANOVY TURBÍNY

V práci [4, EISNER, Ruprecht] je provedena optimalizace sací trouby. Bohužel, už není zmíněno pro jaký typ turbíny. Model sací trouby je popsán pomocí 6-ti řezů kruhového průřezu, jejichž měněný parametr je průměr, tzn. že celkem bylo 6 měněných parametrů. Jako optimalizační algoritmus byl použit EXTREM (optimalizační algoritmus nevyužívající derivaci). Celkem se podařilo dosáhnout 13% zlepšení Cp po 170 výpočtech.

Porovnáme-li počet výpočtů s výsledky z kap.20, tak první zarážející fakt je, že pro pouhých 6-měněných parametrů bylo potřebných 170 výpočtů, zatímco pro 17 parametrů v kap.20 bylo potřebných 82 výpočtů. Dále pak navýšení Cp o 13% můžeme připsat poměrně chabému parametrickému popisu, který neumožňoval pohyb řezů v prostoru, především v oblasti kolene.

Další práce, které by se zabývali přímou optimalizací sací trouby se nepodařilo nalézt. V práci [6, Marjavaara, 2006] je pro optimalizaci použito náhradního modelu (surrogate models).

Tvarovou optimalizací se podařilo dosáhnout podobných parametrů sací trouby jako měla původní sací trouba obsahující žebra. To že celková účinnost optimalizované savky je nižší, než u savky obsahující žebra může být důsledek toho, že nebylo povoleno měnit výstupní profil a délku savky. Zlepšení je v tomto případě možné spatřit pouze v absenci žeber a tedy v úspoře stavebních nákladů. Jelikož se ovšem jedná o přestavbu již existující elektrárny, není nutné do hydraulického profilu původní savky vůbec zasahovat.

Kap.20 dokazuje praktickou použitelnost přímé optimalizace při použití v praxi.

21 ZÁVĚR

Cílem disertační práce bylo snížit hydraulické ztráty potrubních tvarovek způsobené průtokem kapaliny prostřednictvím tvarových změn hydraulického profilu. Tento cíl se částečně podařilo splnit.

Optimalizací kolene se podařilo navrhnout nový tvar průtočného profilu, vykazujícího slibné výsledky při CFD výpočtu, které se ovšem nepodařilo potvrdit pomocí experimentu. Dále se podařilo poukázat na podstatný vliv rotační složky kapaliny na celkové ztráty. Viz. Kap.16, 17, 18.

Při optimalizaci difuzoru nebyla snaha dosáhnout co nejlepších celkových parametrů, ale poukázat na některé aspekty, které mohou ovlivňovat výsledný tvar hydraulického profilu. Dále je v těchto kapitolách ukázáno jaký vliv má průběh Coriolisova čísla na hodnoty ztrátového součinitele a účinnosti difuzoru. Viz kap. 12, 13, 14, 15.

Z důvodů velkého objemu výpočtů nebyla řešena optimalizace rozvětvení.

Na závěr je provedena optimalizace sací trouby Kaplanovy turbíny. Původní sací trouba obsahovala dvě žebra pro usměrnění proudu. U nového hydraulického profilu bez žeber se podařilo dosáhnout obdobných parametrů jako u původní sací trouba. Viz. Kap.20.

Dále jsou v disertační práci popsány a otestovány vybrané optimalizační algoritmy. Viz.kap.6.

Dvourovnicové modely turbulence, které přicházejí v úvahu pro řešení proudových polí jsou uvedeny v kap.7.

V kap.9 je popsána aplikace gradientních optimalizačních algoritmů pro tvarovou optimalizaci jak pro práci na jednom výpočetním stroji, tak i pro více výpočetních jednotek.

Pro účely této disertační práce byly vyvinuty dvě varianty software, které zastřešovaly výpočty. První varianta je pro výpočty na jedné výpočetní stanici sloužila při optimalizacích difuzorů. Druhá varianta je upravena pro distribuované výpočty na více výpočetních jednotek a byla použita pro optimalizaci kolene a sací trouby. Oba dva softwary byly vyvinuty v prostředí Visual Basic for Application, v programu MS Excel.

Optimalizace, nebo jinak řečeno, návrh hydraulického profilu na základě rovnic turbulentního proudění, představuje další kvalitativní krok při návrhu hydraulických profilů. Na konkrétních příkladech byla dokázána aplikovatelnost uvedených postupů pro praxi. Nevýhodou zůstává ovšem velká náročnost na výpočetní techniku a náklady spojené s licencováním CFD softwaru.

22 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

[1] RUDOLF, P.: *Studie smykových vrstev k optimalizaci sací trouby vírové turbíny*. Brno 2004, 107 s., 39 s. příloh. Disertační práce na Fakultě strojního inženýrství na odboru Fluidního inženýrství Viktora Kaplana. Vedoucí práce Prof. Ing. František Pochylý, Csc.

[2] KLAPKA, J. - DVOŘÁK, J. - POPELA, P.: *Metody operačního výzkumu*. VUTIUM. Brno 2001. ISBN 80-214-1839-7. 16 5s.

[3] DESOVÁ, M.: *Charakter proudění a hydraulické ztráty ve dvou za sebou řazených kolenech.* Brno 2006, 52 s., 52 s. příloh. Diplomová práce na Fakultě strojního inženýrství na odboru Fluidního inženýrství Viktora Kaplana. Vedoucí práce Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.

[4] EISNER, R. – RUPRECHT A. *Automatic shape optimization of hydro turbine components based on CFD.* Institute of Fluid Mechanics and Hydraulic Machinery University Stuttgart.

[5] Leon, N. – Cueva, J. – Villarreal, C. – Hurton, S. – Campero, G.: *Automatic shape variations for optimization and innovation.* 2007, in IFIP International Federation for Information processing, Volume 250, Trends in Computer Aided Innovation, ed. León – Rovira, N.,(Boston:Springer), pp. 179 – 188

[6] Marjavaara, B. D.: *CFD Driven optimization of hydraulic turbine draft tubes using surrogate models.* 60 s.,133 s. příloh. Luleå 2006,Doctoral Thesis in Luleå University of Technology, Department of Applied Physics and Mechanical Engineering, Division of Fluid Mechanics, ISSN: 1402 – 1544

[7] Kolář, V., - Vinopal, S., *Hydraulika průmyslových armatur.* 1.vyd, Státní nakladatelství technické literatury, 1963, 652 s. ISBN 04-101-63

[8] Štigler, J., *Tee junction as a pipeline net element Part 1. A new mathematical model*, Strojírenský časopis, 2006, roč. 57,č.5, s.249-262, ISSN 0039-2472

[9] Štigler, J., *Tee junction as a pipeline net element Part 2. Coefficients determination*, Strojírenský časopis, 2006, roč. 57,č.5, s.263-271, ISSN 0039-2472

[10] Svozil, J., *Matematický model rozvětvení typu T se šikmou odbočující větví.* Brno 2006, 72 s., Diplomová práce na Fakultě strojního inženýrství na odboru Fluidního inženýrství Viktora Kaplana. Vedoucí práce Doc., Ing. Jaroslav Štigler, Ph.D.

[11] Alexandr L., *Výuka počítačové grafiky cestou WWW.* Diplomová práce na Fakultě Elektrotechniky a Informatiky, Vysoké Učení Technické Brno, Dosupné z WWW: http://www.hyperkrychle.cz/curves/beziern.html

[12] Ustav matematiky FSI VUT Brno, *Matematika online*, 2005, Dostupné z WWW: http://mathonline.fme.vutbr.cz/default.aspx

[14] Enayet, M. M., Gibson, M. M., Taylor A. M. K. P., Yianneskis., M., *Laser-Doppler Measurements of laminar and turbulent flow in piped bend*, Int. J. Heat & Fluid flow 0142-0727X/82/030213-07 ©1982 Butterworth & Co (Publishers) Ltd.

[15] Melling, A., Whitelaw, J. H., *Turbulent flow in rectangular duct*, J. Fluid Mech. (1976), vol. 78, part 2, pp. 289-315

[16] Bazaraa, S. M., Sherali, H. D., Shettz, C. M., *Nonlinear Programming: Theory and Algorythms*, Copyright ©2006 John Wiley & Sons, Inc.

[17] *Vlastní číslo*, Dostupné http://cs.wikipedia.org/wiki/Vlastní_číslo

[18] Baudin, M., *Sci-lab Nelder-mead User´s Manual*, Version 0.4, October 2009

[19] Brdička, M., Samek, L., Sopko, B., *Mechanika kontinua*, Academia. Praha 2000, ISBN 80-200-0772-5, 2.vydání, 799 str.

[20] George, W., K., *Lectureser in turbulence for 21st* century, dostupné http://www.princeton.edu/~asmits/MAE553/WKGeorge_turbulence_notes.pdf

[21] Ansys Fluent 12.0 Theory Guide

[22] Šob, F., *Hydromechanika*, Akademické nakladatelství Cerm s. r. o., Brno, 2002 ISBN 80-214-2037-5

[23] Ansys Fluent 12.0 User´s Guide

[24] Ghosh, S., Pratihar D. K., Maiti B., Das P. K., *An evolutionary optimization of diffuser shapes based on CFD simulations*, Interantional journal for numerical methods in fluids, 2009, Published online in Wiley InterScience (www.interscience.wiley.com). DOI: 10.1002/fld.2124

[25] Madsen, J. I., Shyy W., Haftka T. R., *Response surface techniques for diffuser shape optimization*, AIAA 28th Fluid Dynamics Conference, Snowmass Village, CO, 29 June- 2 July 1997.

[26] Lee, Y. T., Luo, L., Bein, W.T., *Direct method for optimization of centrifugal compressor vaneless diffuser*, 45th International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition, Munich, Germany, May 8-11 2000.

[27] Lim, S., Choi, H., *Optimal shape design of two-dimensional asymmetric diffuser in turbulent flow*, AIAA Journal, Vol.42, No.6, June 2004.

[28] Svenningsen, K., H., Madsen, J., I., Hassing N., H., *Optimization of flow geometries applying quasianalytical sensitivity analysis*, Appl. Math. Modelling March 1996, Vol.20

[29] Sládek, A., Hyhlík, T., Příhoda, J., *Optimalizace zakřiveného difuzoru s vnitřní válcovou stěnou*, Ústav termomechaniky AV ČR, Praha

[30] Goel, T., Dorney, D., J., Haftka, T., R., Shyy, W., *Improving the hydrodynamic performance of diffuser vanes via shape optimization*, 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propolution Conference & Exhibit, 8-11 July 2007, Cincinnati OH

[31] Gao, Ch., Gu, Ch., Wang, T., SHU, X., *Multi-objective optimization of a 3D vaneless diffuser based on fuzzy theory*, Translated from Journal of Shanghai Jiaotong University, 2006, 40(7): 1192-1197, 1199

[32] Kim, J., Ghajar, A., J., Tang, C., Foutch, G., L., *Comparison of near-wall treatment methods for high Reynolds number backward-facing step flow*, International Journal of Computational Fluid Dynamics, ISSN 1061-8562, print ISSN 1029-0257 online © 2005 Taylor & Francis, http://www.tandf.co.uk/journals, DOI: 10.1080/10618560500502519

[33] Štigler, J., *Matematický model proudění kapaliny rozvětvením*, Habilitační práce na Fakultě strojního inženýrství, odboru Fluidního inženýrství Viktora Kaplana, Brno 2007

[34] John, J., *Systémy a modely a systémy a řízení*, Ineternetová učebnice Fakulty Elektrotechnické, České Vysoké Učení Technické Praha, dostupné na: http://dce.felk.cvut.cz/sri2/ss/citliv_anal.htm

[35] Chudý, V., Palenčár, R., Kurková, E., Halaj, M., *Meranie technických veličín*, Vydavatelstvo STU v Bratislave, 1999, ISBN 80-227-1275-2, 1.vydanie, 688 str

23 SEZNAM PUBLIKACÍ AUTORA

ŠTIGLER, J.; SVOZIL, J. Modeling of Cavitation flow on NACA 0015 Hydrofoil. *Engineering Mechanics*, 2009, roč. 16, č. 6, s. 447-455. ISSN: 1802-1484.

SVOZIL, J. Optimalization of the elbow. In *Současné trendy při návrhu a výpočtu turbostrojů*. Praha: TechSoft Engineering, spol.s r.o., 2009. s. 173-178. ISBN: 978-80-254-4651- 5.

SVOZIL, J. Optimalization of the elbow. In *Engineering Mechanics 2009- book of extended abstracts*. První edice, 2009. Praha: Akademie věd České republiky, 2009. s. (6 s.)ISBN: 978-80-86246-35- 2.

ŠTIGLER, J.; SVOZIL, J. Modelig of Cavitation Flow on NACA 0015 Hydrofoil. In *Sborník abstraktů mezinárodní konference Hydroturbo 2008*. Hrotovice, Česká republika: 2008. s. 13-14. 2007

ŠTIGLER, J.; SVOZIL, J.; RINKA, L. *Numerické modelování 2D kavitačního proudění na profilu NACA 0015 pro úhly nátoku 6 a 8 stupňů*. Brno VUT FSI: 2007. s. 1-63.

24 APENDIX HYDROMECHANIKA

24.1 CORIOLISOVO ČÍSLO

[22, Šob,2002]

Coriolisovo číslo udává odchylku skutečného rychlostního profilu od profilu pístového a je definováno jako poměr kinetické energie skutečného rychlostního profilu ku kinetické energii pístového rychlostního profilu

$$\alpha = \frac{\int_S \vec{c}^{\,2}\left(\vec{c}\cdot\vec{n}\right)dS}{c_{(s)}^2 Q}$$

(24.1.1)

Kde c je vektor rychlosti, který má složky $\bar{c}(c_x, c_y, c_z)$

Takže v případě, kdy je osa potrubí rovnoběžná s osou x dostáváme potom, že

$$\alpha = \frac{\int_S \left(c_x^2 + c_y^2 + c_z^2\right)c_x dS}{c_{(s)}^2 Q}$$

(24.1.2)

Počátek odpadní větve u jednotlivých kolen je odlišný. U první a druhé parametrizace kolene bude počátek odpadní větve v bodě x=0,04m, čili x/D=0,8, protože poloměr křivosti normálního kolene je R=0,04m. U třetí parametrizace bude počátek odpadní větve v bodě x=0,09m, čili x/D=1,8, poloměr křivosti normálního kolene je v tomto případě R=0,09m.

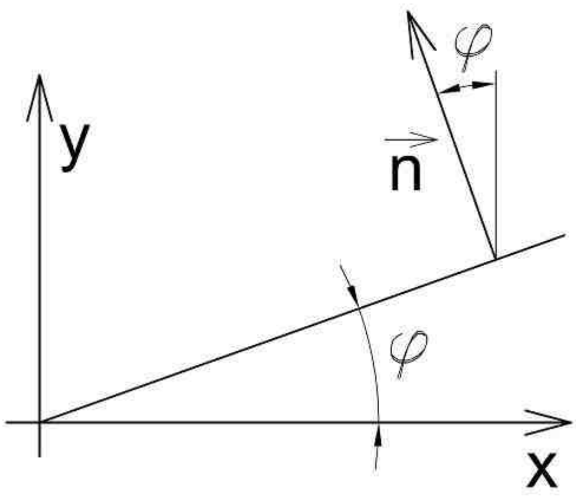
24.1.1 Coriolisovo číslo v koleni

V případě určování Coriolisova čísla v koleni, bude koleno nařezáno plochami, které mají úhlovou diferenci 10° a kde φ je úhel řezu. V grafu budou tyto hodnoty vyneseny v závislosti x/D, kde x-ová souřadnice středu libovolného řezu se spočítá jako

$$x = R + R\cdot\cos(\varphi)$$

Úhel φ je v intervalu $\langle 180;270\rangle$.

Ohyb kolene leží vždy v rovině xy. Tzn. že normálový vektor libovolného úhlového řezu má souřadnice (viz.Obr.103)



Obr.103 *Normálový vektor plochy*

$$\vec{n}(-\sin(\varphi), \cos(\varphi), 0)$$

(24.1.4)

Dosazení rovnice (24.1.4) do (24.1.1) obdržíme vztah, pomocí kterého bylo určováno Coriolisovo číslo v koleni

$$\alpha = \frac{\int_S \left(c_x^2 + c_y^2 + c_z^2\right)\left(-c_x \sin(\varphi) + c_y \cos(\varphi)\right) dS}{Q \cdot c_{(s)}^2} \qquad (24.1.5)$$

24.2 PRESSURE COEFFICIENT

$$Cp = \frac{p_{(2)} - p_{(1)}}{\frac{1}{2}\rho c_{(s)}^2} \qquad (24.2.1)$$

24.3 TŘECÍ KOEFICIENT CF (FRICTION COEFFICIENT)

Udává hodnoty smykového napětí na stěnách vztažených ke vstupní kinetické energii a je definován jako

$$Cf = \frac{\tau_{(wall)}}{\frac{1}{2}\rho c_{(s)}^2} \qquad (24.3.1)$$

24.4 NORMALIZOVANÁ HELICITA

$$h = \frac{\vec{c} \cdot \vec{\omega}}{|\vec{c}| \cdot |\vec{\omega}|} \qquad (24.4.1)$$

$$h \in \langle -1, 1 \rangle$$

Normalizovaná helicita je definována jako cosinus úhlu mezi vektorem rychlosti a vířivosti. Jádro víru je totožné s oblastí kde vektory vířivosti leží na jedné přímce. Tato metoda umožňuje vyloučit smykovou vrstvu, ve které jsou vektory kolmé.

[3, Desová 2006]

24.5 ÚČINNOST DIFUZORU

Obecně je možné účinnost difuzoru (savky) definovat jako poměr skutečné hodnoty tlakového koeficientu (Cp) a ideální hodnoty tlakového koeficientu na výstupu z difuzoru.

$$\eta_{(d)} = \frac{Cp}{Cp_{(i)}} = \frac{\dfrac{p_{(2)} - p_{(1)}}{\frac{1}{2}\rho c_{(1s)}^2}}{\dfrac{p_{(2i)} - p_{(1)}}{\frac{1}{2}\rho c_{(1s)}^2}} \qquad (24.5.1)$$

Pokud si v předchozí rovnici vyjádříme tlak $p_{(2i)}$ pomocí Bernoulliho rovnice pro ideální kapalinu dostaneme

$$p_{(2i)} = \frac{c_{(1)}^2 - c_{(2)}^2}{2}\rho + p_{(1)}$$

(24.5.2)

Dosazením rovnice (24.5.2) do (24.5.1) obdržíme

$$\eta_{(d)} = \frac{p_{(2)} - p_{(1)}}{\frac{1}{2}\rho c_{(1s)}^2} \cdot \frac{\frac{1}{2}\rho c_{(1s)}^2}{\frac{c_{(1)}^2 - c_{(2)}^2}{2}\rho + p_{(1)} - p_{(1)}} = \frac{p_{(2)} - p_{(1)}}{\frac{c_{(1)}^2 - c_{(2)}^2}{2}\rho} = \frac{p_{(2)} - p_{(1)}}{p_{(1d)} - p_{(2d)}}$$

(24.5.3)

Předchozí vztah byl upraven na základě vztahu pro dynamický tlak $p_{(d)} = \rho\frac{c^2}{2}$.

24.6 KINEMATICKÁ VISKOZITA

[22, Šob, 2002]

Kinematická viskozita potřebná k určení velikosti Reynoldsova čísla byla počítána ze vztahu

$$\upsilon = \frac{1{,}78 \cdot 10^{-6}}{1 + 0{,}033 \cdot t + 0{,}00022 \cdot t^2}$$

Kde t je teplota ve °C.

25 APENDIX PARAMETRIZACE SÍTÍ

25.1 PARAMETRIZACE DLE ŠTIGLERA

Plocha průřezu na vstupu a výstupu je konstantní a odpovídá ploše potrubí o průměru 50mm. Jelikož známe poměr stran na vstupu a plochu, můžeme parametry „a“ a „b“ dopočítat (viz Obr.28).

Plocha průřezu se spočítá jako

$$S = a \cdot b + \frac{b^2 \pi}{4} \tag{25.1.1}$$

Kde poměr stran je roven zadané konstantě čili

$$\frac{a}{b} = k \Rightarrow a = bk \tag{25.1.2}$$

Dosazením rovnice (25.1.2) do rovnice (25.1.1) a vyjádřením neznámé strany „b“ dostaneme

$$b = \sqrt{\frac{S}{k + \frac{\pi}{4}}} \tag{25.1.3}$$

Takže měněné parametry jsou délky stran „a“ na vstupu, uprostřed a na výstupu a poloha prostřední délky, délka strany „b“ uprostřed kolene a poloha tohoto středu. Ve skutečnosti je irelevantní jestli pracujeme s poměrem stran nebo přímo s délkami stran.

Ze známých délek stran „a“ na vstupu a výstupu můžeme pomocí vztahu (25.1.3) dopočítat délky stran „b“ na vstupu a výstupu. Nyní již známe všechny parametry potřebné pro vytvoření Bézierových křivek popisujících průběh velikosti stran v závislosti na úhlu.

Takže mějme body $A_1[a_1,\varphi_1=0]$, $A_2[a_2,\varphi_2=a_{(prostřední)}]$, $A_3[a_3,\varphi_3=90]$. Jak již bylo řečeno v kap 16.2.1 je potřeba vytvořit dvě křivky. První od počátku do prostřední hodnoty úhlu a druhá křivka, která bude popisovat průběh od prostředního úhlu do konce kolene.

Mějme předpis pro Bézierovu křivku

$$Q(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i B_i^n(t) \tag{25.1.4}$$

Rovnice (25.1.4) je parametrický popis Bézierovy křivky v závislosti na parametru „t“, který má hodnotu 0 na počátku křivky a hodnotu 1 na konci křivky. Kdybychom měli body „A“ v normálních souřadnicích „x“ a „y“ čili, že bychom měli body $A_1[A_{(1x)},A_{(1y)}]$, $A_2[A_{(2x)},A_{(2y)}]$, $A_3[A_{(3x)},A_{(3y)}]$, $A_4[A_{(4x)},A_{(4y)}]$, tak rovnice x-ové souřadnice bézierovy křivky třetího stupně by vypadala následovně

$$Q(t)_{(x)} = A_{(1x)}(1-t)^3 + A_{(2x)}3t(1-t)^2 + A_{(3x)}3t^2(1-t) + A_{(4x)}t^3$$

(25.1.5)

Rovnice y-ové souřadnice potom analogicky vypadá

$$Q(t)_{(y)} = A_{(1y)}(1-t)^3 + A_{(2y)}3t(1-t)^2 + A_{(3y)}3t^2(1-t) + A_{(4y)}t^3$$

(25.1.6)

Z takto parametricky vyjádřených rovnic jednotlivých souřadnic potom obdržíme hodnoty souřadnic jednotlivých bodu ve zvolené hustotě, která bude odpovídat zvolené diferenci parametru t.

V rovnicích (25.1.5) a (25.1.6) jsme již předem vyjádřily tvar Bernstainových polynomů pro n=3.

Nyní zpět ke tvorbě sítě. Jelikož bude průběh délky strany popsán Bézierovou křivkou třetího stupně, potřebujeme 4 body. Dále chceme, aby křivka tečně navazovala na počátku, uprostřed na druhou křivku a na konci kolene. Toho dosáhneme tak, že dva krajní body mají stejnou „y“ souřadnici. Takže rovnice popisující průběh strany „a“ vypadá následovně

$$Q(t)_{(y)} = a_1(1-t)^3 + a_1 3t(1-t)^2 + a_2 3t^2(1-t) + a_2 t^3$$

(25.1.7)

$$Q(t)_{(\varphi)} = \varphi_1(1-t)^3 + (\varphi_1 + \Delta\varphi)3t(1-t)^2 + (\varphi_2 - \Delta\varphi)3t^2(1-t) + \Delta\varphi_2 t^3$$

(25.1.8)

A druhá rovnice, která popisuje rozložení hodnot od středu do konce kolene

$$Q(t)_{(y)} = a_2(1-t)^3 + a_2 3t(1-t)^2 + a_3 3t^2(1-t) + a_3 t^3$$

(25.1.9)

$$Q(t)_{(\varphi)} = \varphi_2(1-t)^3 + (\varphi_2 + \Delta\varphi)3t(1-t)^2 + (\varphi_3 - \Delta\varphi)3t^2(1-t) + \Delta\varphi_3 t^3$$

(25.1.10)

Přičemž pro vytváření sítě rovnice (25.1.8) a (25.1.10) nejsou potřeba. Pro vytvoření geometrie nám stačí znát hodnoty souřadnic bodů v jisté hustotě. Takže např. nám bude stačit když vytvoříme řezy kolenem po 1°úhlu.

Rovnice (25.1.7) nám popisuje rozložení délky strany a v intervalu φ<0,$\varphi_{(a)}$>. Chceme-li získat délky stran pro jednotlivé úhly stačí když interval <0,1> rozdělíme rovnoměrně na potřebný počet dílků. Celé koleno má 90 dílků po 1°, potom není-li hodnota $\varphi_{(a)}$ celé číslo, najdeme nejbližší celou hodnotu úhlu φ a tím získáme počet dílků „n“, na které Bézierovu křivku rozdělíme. Parametr „t“ potom pro jednotlivé řezy spočteme jako

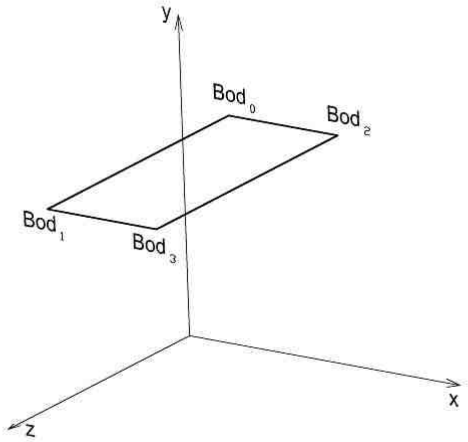
$$t = \frac{1}{n} \cdot i$$

(25.1.11)

Kde „i“ se mění po celých číslech v intervalu <0,n>.

Pro rovnici (25.1.9) postupujeme stejným způsobem.

Nyní již známe rozložení délek stran „a“ a „b“ v závislosti na úhlu φ. Jinak řečeno máme definovaný obdélník, ke kterému stačí vytvořit „ouška“



Obr.104 *Poloha obdélníku v prostoru*

Nejprve si obdélník umístíme v prostoru a vytvoříme jeho jednotlivé rohy, v prostoru orientované tak, jak je naznačeno na Obr.104. Body 0-3 jsou potom zapsány následovně. $Bod(\varphi, číslo, osa)$, φ značí, kterému úhlu daný obdélník odpovídá. Číslo je naznačeno na Obr.104. Osa značí, o kterou souřadnici bodu se jedná. A(φ) a B(φ) značí délky stran v jednotlivých úhlových řezech

Takže rovnice jednotlivých bodů jsou

Bod 0

$$Bod(\varphi,0,x) = R - \cos(\varphi)(R + D/2)$$
$$Bod(\varphi,0,y) = R - \sin(\varphi)(R + D/2)$$
$$Bod(\varphi,0,z) = A(\varphi)/2$$

Bod 1

$$Bod(\varphi,1,x) = R - \cos(\varphi)(R + D/2)$$
$$Bod(\varphi,1,y) = R - \sin(\varphi)(R + D/2)$$
$$Bod(\varphi,1,z) = -A(\varphi)/2$$

Bod 2

$$Bod(\varphi,2,x) = R - \cos(\varphi)(R + D/2 - B(\varphi))$$
$$Bod(\varphi,2,x) = R - \sin(\varphi)(R + D/2 - B(\varphi))$$
$$Bod(\varphi,2,z) = A(\varphi)/2$$

Bod 3

$$Bod(\varphi,3,x) = R - \cos(\varphi)(R + D/2 - B(\varphi))$$
$$Bod(\varphi,3,x) = R - \sin(\varphi)(R + D/2 - B(\varphi))$$
$$Bod(\varphi,3,z) = A(\varphi)/2$$

Rovnice „oušek“ potom mají tvar

$$Ouško(\varphi,x) = [Bod(\varphi,0,x) + Bod(\varphi,2,x)]/2 + B(\varphi)/2 \cdot \cos(\varphi_{(2)})\cos(\varphi)$$
$$Ouško(\varphi,y) = [Bod(\varphi,0,y) + Bod(\varphi,2,y)]/2 + B(\varphi)/2 \cdot \cos(\varphi_{(2)})\sin(\varphi)$$
$$Ouško(\varphi,z) = [Bod(\varphi,0,z) + Bod(\varphi,2,z)]/2 + B(\varphi)/2 \cdot \sin(\varphi_{(2)})$$

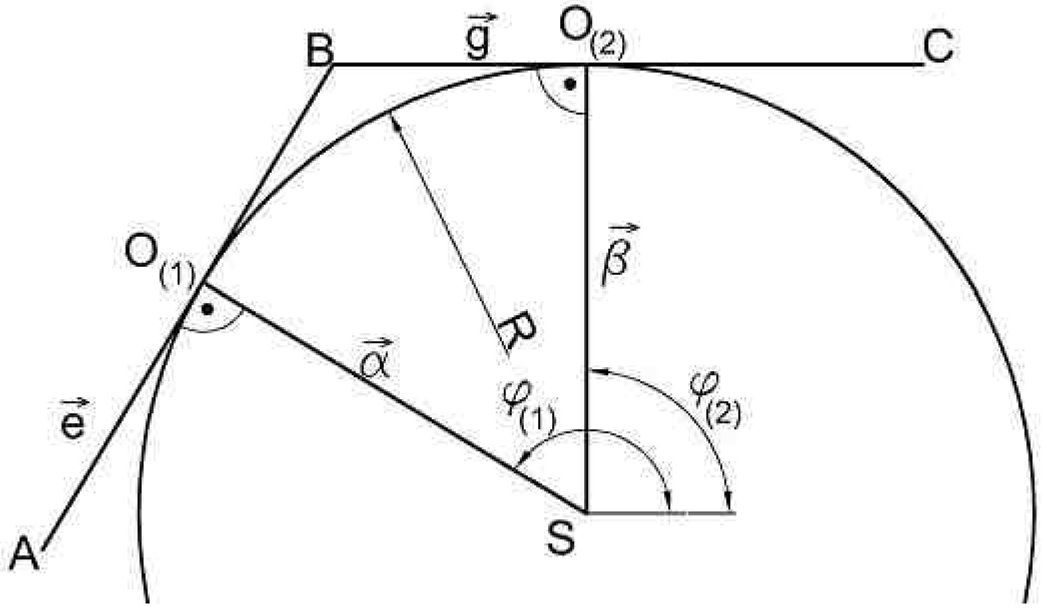
Kde φ udává příslušnost k jednotlivým úhlovím řezům a $\varphi_{(2)}$ se mění v intervalu <0,180> a v podstatě parametricky vykresluje půloblouk

25.2 SAVKA VE STŘEKOV

25.2.1 Výpočet zaoblení hran

Při parametrickém popisu savky VE Střekov, byl řez geometrie popsán jako lichoběžník se zaoblenými hranami. Abychom mohli v průběhu optimalizace měnit libovolně rádius zaoblení, je třeba znát jednotlivé body rádiusu, především místa, kde přechází rádius na úsečky popisující lichoběžník.

Mějme tři body A,B,C které vytvářejí roh (viz. Obr.105). Tento roh chceme zaoblit rádiusem o velikosti R, respektive, chceme vepsat kružnici jak je naznačeno na obrázku. Dále mějme body $O_{(1)}$ a $O_{(2)}$, což jsou místa, kde se kružnice tečně dotýká úseček vymezených body A,B,C. Bod S je střed vepsané kružnice.



Obr.105

Dále si definujeme vektory $\vec{e}, \vec{g}, \vec{\alpha}, \vec{\beta}$ jako

$$\vec{e} = B - A$$

$$\vec{g} = C - B$$

$$\vec{\alpha} = O_{(1)} - S \tag{25.2.1}$$

$$\vec{\beta} = O_{(2)} - S \tag{25.2.2}$$

Dále pro body složky bodů $O_{(1)}$ a $O_{(2)}$ musí platit že,

$$O_{(1x)} = R \cdot \cos(\varphi_{(1)}) + S_{(x)} \tag{25.2.3}$$

$$O_{(1y)} = R \cdot \cos(\varphi_{(1)}) + S_{(y)} \tag{25.2.4}$$

$$O_{(2x)} = R \cdot \cos(\varphi_{(2)}) + S_{(x)} \tag{25.2.5}$$

$$O_{(2y)} = R \cdot \cos(\varphi_{(2)}) + S_{(y)}$$

(25.2.6)

V rovnicích (25.2.3) až (25.2.6) je využito skutečnosti, že každý bod kružnice musí splňovat rovnici

$$x = R \cdot \cos(\varphi) + S_{(x)}$$

(25.2.7)

$$y = R \cdot \sin(\varphi) + S_{(y)}$$

(25.2.8)

Rovnice (25.2.7) a (25.2.8) jsou parametrickou rovnicí kružnice v obecném místě dvourozměrného prostoru.

Dále pro složky bodů $O_{(1)}$ a $O_{(2)}$ můžeme psát rovnice

$$O_{(1x)} = e_{(x)} k_{(1)} + A_{(x)}$$

(25.2.9)

$$O_{(1y)} = e_{(y)} k_{(1)} + A_{(y)}$$

(25.2.10)

$$O_{(2x)} = g_{(x)} k_{(2)} + B_{(x)}$$

(25.2.11)

$$O_{(2y)} = g_{(y)} k_{(2)} + B_{(y)}$$

(25.2.12)

Dále pro složky vektorů $\bar{\alpha}$ a $\bar{\beta}$, můžeme psát že

$$\alpha_{(x)} = R \cdot \cos\left(\varphi_{(1)}\right) - S_{(x)} + S_{(x)}$$

(25.2.13)

$$\alpha_{(y)} = R \cdot \sin\left(\varphi_{(1)}\right) - S_{(y)} + S_{(y)}$$

(25.2.14)

$$\beta_{(x)} = R \cdot \cos\left(\varphi_{(2)}\right) - S_{(x)} + S_{(x)}$$

(25.2.15)

$$\beta_{(y)} = R \cdot \sin\left(\varphi_{(2)}\right) - S_{(y)} + S_{(y)}$$

(25.2.16)

Rovnice (25.2.9) až (25.2.16) jsou napsány na základě toho, že má-li libovolný bod ležet ve směru vektoru, musí jeho souřadnice v prostoru být lineárně závislé na vektoru. Jinak řečeno, souřadnice bodu jsou k-násobkem souřadnic vektoru. Jelikož je vektor definován do počátku souřadného systému, je potřeba k lineárně závislým souřadnicím bodu ještě připočíst souřadnice počátku vektoru.

Abychom dostali kružnici vepsanou mezi roh definovaný body A,B,C, spojnice středu kružnice a vektorů $\bar{e}$ a $\bar{g}$ kolmá na tyto vektory. Jinak řečeno, skalární součin vektorů $\bar{e}$ a $\bar{\alpha}$, $\bar{g}$ a $\bar{\beta}$ musí být roven nule.

$$\bar{e} \cdot \bar{\alpha} = 0$$

(25.2.17)

$$\bar{g} \cdot \bar{\beta} = 0$$

(25.2.18)

Rovnici (25.2.17) můžeme vyjádřit ve složkovém tvaru, takže dostaneme

$$e_{(x)} \alpha_{(x)} + e_{(y)} \alpha_{(y)} = 0$$

(25.2.19)

Do rovnice (25.2.19) dosadíme rovnici (25.2.13) a (25.2.14) a dostaneme rovnici

$$e_{(x)}R\cdot\cos(\varphi_{(1)})+e_{(y)}R\cdot\sin(\varphi_{(1)})=0$$

(25.2.20)

Rovnici (25.2.18) také přepíšeme do složek a dosadíme rovnice (25.2.15) a (25.2.16) a obdržíme

$$g_{(x)}R\cdot\cos(\varphi_{(2)})+g_{(y)}R\cdot\sin(\varphi_{(2)})=0$$

(25.2.21)

Rovnice (25.2.20) a (25.2.21) jsou první dvě rovnice potřebné pro výpočet bodů zaoblení.

Další dvě rovnice obdržíme tak, že do složkové rovnice (25.2.1) dosadíme rovnici (25.2.9) a dostaneme

$$\alpha_{(x)}=e_{(x)}k_{(1)}+A_{(x)}-S_{(x)}$$

(25.2.22)

Dále do předchozí rovnice dosadíme rovnici (25.2.13) vyjádříme $S_{(x)}$

$$S_{(x)}=e_{(x)}k_{(1)}+A_{(x)}-R\cdot\cos(\varphi_{(1)})$$

(25.2.23)

Stejně upravíme složku „y“. Tak že do složkové rovnice (25.2.1) dosadíme rovnice (25.2.10) a (25.2.14) a vyjádříme $S_{(y)}$

$$S_{(y)}=e_{(y)}k_{(1)}+A_{(y)}-R\cdot\sin(\varphi_{(1)})$$

(25.2.24)

Další dvě rovnice pro $S_{(x)}$ a $S_{(y)}$ obdržíme obdobně. Do složkové rovnice (25.2.2) dosadíme rovnice (25.2.5) a (25.2.14).

$$S_{(x)}=g_{(x)}k_{(2)}+B_{(x)}-R\cdot\cos(\varphi_{(2)})$$

(25.2.25)

A pro druhou složku dosadíme do rovnice (25.2.2) rovnice (25.2.12) a (25.2.15)

$$S_{(y)}=g_{(y)}k_{(2)}+B_{(y)}-R\cdot\sin(\varphi_{(2)})$$

(25.2.26)

Porovnáním rovnice (25.2.23) a (25.2.25) dostaneme

$$e_{(x)}k_{(1)}+A_{(x)}-R\cdot\cos(\varphi_{(1)})=g_{(x)}k_{(2)}+B_{(x)}-R\cdot\cos(\varphi_{(2)})$$

Vyjádříme neznámou $k_{(1)}$ a dostaneme

$$k_{(1)}=\frac{g_{(x)}k_{(2)}+B_{(x)}-A_{(x)}+R\left(\cos(\varphi_{(1)})-\cos(\varphi_{(2)})\right)}{e_{(x)}}$$

(25.2.27)

Dále porovnáním rovnic (25.2.24) a (25.2.26) dostaneme

$$e_{(y)}k_{(1)}+A_{(y)}-R\cdot\sin(\varphi_{(1)})=g_{(y)}k_{(2)}+B_{(y)}-R\cdot\sin(\varphi_{(2)})$$

(25.2.28)

Do rovnice (25.2.28) dosadíme rovnici (25.2.27) a vyjádříme $k_{(2)}$

$$k_{(2)}=\frac{e_{(y)}e_{(x)}+R\cdot e_{(x)}\left(\sin(\varphi_{(1)})-\sin(\varphi_{(2)})\right)-e_{(y)}e_{(x)}-e_{(y)}R\left(\cos(\varphi_{(1)})-\cos(\varphi_{(2)})\right)}{e_{(y)}g_{(x)}-g_{(y)}e_{(x)}}$$

(25.2.29)

Pomocí rovnic (25.2.27) a (25.2.29) jsme schopni najít polohu středu zaoblení $(S_{(x)},S_{(y)})$

$$S_{(x)} = g_{(x)}k_{(2)} + B_{(x)} - R \cdot \cos(\varphi_{(2)}) \tag{25.2.30}$$

$$S_{(y)} = g_{(y)}k_{(2)} + B_{(y)} - R \cdot \sin(\varphi_{(2)}) \tag{25.2.31}$$

Pro výpočet bodů zaoblení potřebujeme 4 rovnice (25.2.20), (25.2.21), (25.2.27) a (25.2.29). Je nutné si uvědomit že takto napsané rovnice mají celkem 4 řešení. Abychom našli zaoblení skutečně omezené námi definovanými body A,B,C je třeba hledat řešení rovnic (25.2.20) a (25.2.21) takové, aby platilo že

$$\left|S_{(x)}\right| < \left|B_{(x)}\right| \wedge \min\left(A_{(y)}, B_{(y)}, C_{(y)}\right) \leq S_{(y)} \tag{25.2.32}$$

Kde $|.|$ jsou absolutní hodnoty.

Máme-li nalezené řešení rovnic (25.2.20) a (25.2.21) takové, aby platila podmínka (25.2.32), potom jednotlivé body zaoblení dostaneme z rovnic

$$Q_{(i,x)} = R \cdot \cos\left(\varphi_{(2)} + \frac{\varphi_{(1)} - \varphi_{(2)}}{n} i\right) + S_{(x)} \tag{25.2.33}$$

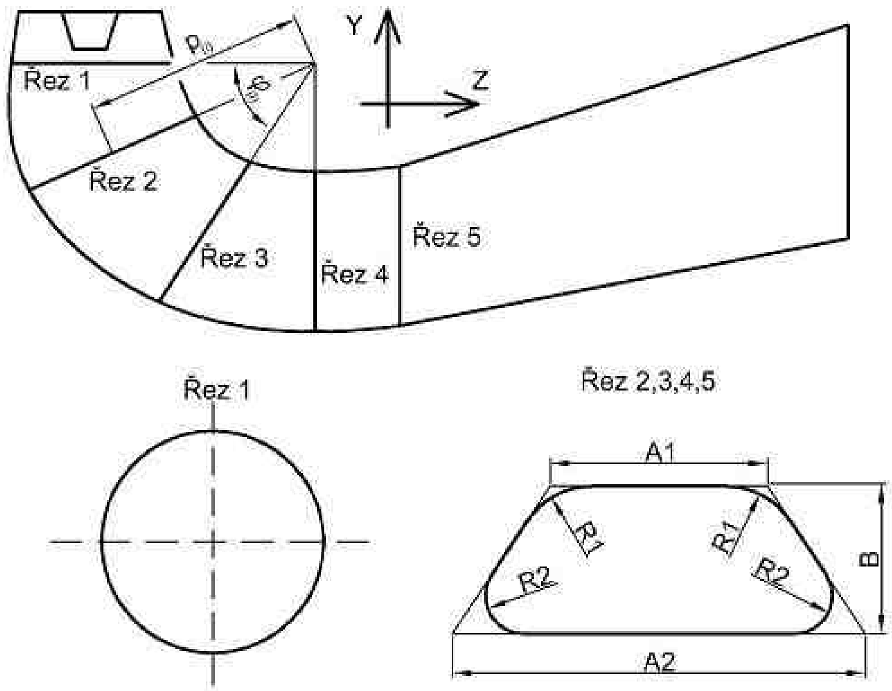
$$Q_{(i,y)} = R \cdot \sin\left(\varphi_{(2)} + \frac{\varphi_{(1)} - \varphi_{(2)}}{n} i\right) + S_{(y)} \tag{25.2.34}$$

Kde v rovnicích (25.2.33) a (25.2.34) $i = 1..n$, a n je zvolená hustota bodů, které chceme na zaoblení vykreslit.

25.2.2 Vytvoření geometrie

Máme definovaný řez pomocí 4 rohových bodů lichoběžníku. Vypočteme zaoblení hran horní a dolní podstavy pomocí rovnic z kap.25.2.1 a získáme tak kompletní podobu řezu „2“-„5“. Nyní je potřeba řez umístit v prostoru.

Řezy 2-4 jsou nakloněny pod konstantním úhlem $\varphi_{(i)}$ a jsou ve vzdálenosti $p_{(i)}$ od středu otáčení jak je naznačeno na Obr.106.



Obr.106 *Naznačení řezů pro parametrizace savky*

Poloha řezu 1 je neměnná. Pro řezy „2“-„4“ platí následující rovnice. Nejprve řez rotujeme. Složka „z“ bodů řezu „i“ natáčí podle rovnice

$$Q_{(z)} = Q_{(z)} \cdot \sin(\varphi_{(i)}) \tag{25.2.35}$$

Složka „y“ bodů řezu se natáčí podle rovnice

$$Q_{(y)} = Q_{(y)} \cdot \cos(\varphi_{(i)}) \tag{25.2.36}$$

Po natočení provedeme translaci řezů „2“-„4“ na jejich pozici v prostoru. Jelikož vzdálenost „$p_{(i)}$“ i-tého řezu je definována jako vzdálenost dvou bodů, je potřeba vypočíst složky jednotlivých posunutí.

Takže translace i-tého řezu jeho z-tové složky provedeme podle rovnice

$$Q_{(z)} = Q_{(z)} + p_{(i)} \cdot \cos(\varphi_{(i)}) \tag{25.2.37}$$

A translace i-tého řezu jeho y-nové složky provedeme podle rovnice

$$Q_{(y)} = Q_{(y)} + p_{(i)} \cdot \sin(\varphi_{(i)}) \tag{25.2.38}$$

Poloha řezu „5“ je dopočítána tak, aby vzniklo tečné napojení mezi kolenovou částí a difuzorovou částí savky. Horní a spodní strana lichoběžníku jsou v tomto případě stejné.

Přičemž z-tová souřadnice polohy řezu 5 se nemění. Y-nová souřadnice se mění podle rovnice

$$P_{(y,5)} = \frac{\left(P_{(6,y)} - P_{(4,y)}\right)\left(P_{(5,z)} - P_{(4,z)}\right)}{\left(P_{(6,z)} - P_{(4,z)}\right)} + P_{(4,y)}$$

(25.2.39)

Kde body $P_{(i)}$ mají složky zapsané jako, $P_{(i,y)}$ a $P_{(i,z)}$.

Šířka řezu „5“ je pak dopočítána tak, aby bylo dodrženo tečné napojení mezi kolenovou a difuzorovou částí kolene.

$$B_{(5)} = 2 \cdot \left[\frac{\left(P_{(6,y)} + \frac{B_{(6)}}{2} - P_{(4,y)} - \frac{B_{(4)}}{2}\right)\left(P_{(5,z)} - P_{(4,z)}\right)}{\left(P_{(6,z)} - P_{(4,z)}\right)} - P_{(5,y)} + \frac{B_{(4)}}{2} + P_{(4,y)} \right]$$

(25.2.40)

Ostatní parametry (délka spodní strany, poloměr zaoblení u horní a podní strany řezu) řezu „5“ jsou dopočítány tak, jako by se hodnoty mezi řezem „4“ a „6“ lineárně měnily. Jejich velikost odpovídá pozici řezu „5“.

Takže mějme libovolnou veličinu, kterou si označíme jako ψ. Potom její velikost na řezu „5“ je dána rovnicí

$$\psi_{(5)} = \frac{\left(\psi_{(6)} - \psi_{(4)}\right)\left(P_{(5,z)} - P_{(4,z)}\right)}{P_{(6,z)} - P_{(4,z)}} + \psi_{(4)}$$

(25.2.41)

26 APENDIX MATEMATIKA

26.1 NORMA VEKTORU

Mějme vektor $\bar{v}(v_1, v_2, \ldots, v_n)$ potom

$\|\bar{v}\| = \sqrt{\left(v_1^2 + v_2^2 +, \ldots, + v_n^2\right)}$

26.2 VLASTNÍ ČÍSLA MATICE

[17, Vlastní číslo]

Mějme čtvercovou matici $D\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, její vlastní čísla λ, potom získáme pomocí vztahu det(**D**-λ**E**)=0, kde **E** je jednotková matice

Takže

$$\det\left[\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - \lambda\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] = 0 \Rightarrow \det\begin{pmatrix} 3-\lambda & -1 \\ 2 & -\lambda \end{pmatrix} = 0$$

Vyjádřením determinantu matice obdržíme kvadratickou rovnici

$(3-\lambda)(-\lambda) + 2 = 0 \Rightarrow +\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$ řešením této kvadratické rovnice jsou potom vlastní čísla $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1$

26.3 VĚTA O STŘEDNÍ INTEGRÁLNÍ HODNOTĚ

Věta o střední integrální hodnotě říká, že je-li funkce f(x) spojitá na intervalu <a,b>, potom existuje alespoň jeden bod $c \in \langle a, b\rangle$, takový, že platí

$$\int_a^b f(x)dx = f(c)[b-a] \tag{26.3.1}$$

Hodnota f(c), definovaná v předcházející rovnici, se nazývá střední hodnotou funkce f(x) na intervalu <a,b>.

[10, Svozil, 2006]

26.4 RELATIVNÍ ZMĚNA VELIČINY

Relativní změna ztrátového součinitele bude určována podle vztahu

$$Z[\%] = \left(1 - \frac{\xi_{(Optimum)}}{\xi_{(Výchozí)}}\right) \cdot 100 \tag{26.4.1}$$

Relativní změna účinnosti bude určována podle vztahu

$$Z[\%] = \left(\frac{\eta_{(d)(Optimum)}}{\eta_{(d)(Výchozí)}} - 1\right) \cdot 100 \tag{26.4.2}$$

26.5 ÚPRAVA ČLENŮ REYNOLDSOVÝCH NAPĚTÍ

$$\overline{c_i'\frac{\partial p'}{\partial x_k}} + \overline{c_k'\frac{\partial p'}{\partial x_i}} = \overline{\frac{\partial p'c_i'}{\partial x_k}} - \overline{p'\frac{\partial c_i'}{\partial x_k}} + \overline{\frac{\partial p'c_k'}{\partial x_i}} - \overline{p'\frac{\partial c_k'}{\partial x_i}} \tag{26.5.1}$$

Pro členy v rovnici (26.5.1) musí platit, že

$$\overline{\frac{\partial p'c_i'}{\partial x_k}} = \overline{\frac{\partial p'}{\partial x_k}c_i'} + \overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_k}p'} \Rightarrow \overline{\frac{\partial p'}{\partial x_k}c_i'} = \overline{\frac{\partial p'c_i'}{\partial x_k}} - \overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_k}p'} \tag{26.5.2}$$

Rovnici (26.5.1) potom můžeme přepsat

$$\overline{c_i'\frac{\partial p'}{\partial x_k}} + \overline{c_k'\frac{\partial p'}{\partial x_i}} = \overline{\frac{\partial p'c_i'}{\partial x_k}} - \overline{p'\frac{\partial c_i'}{\partial x_k}} + \overline{\frac{\partial p'c_k'}{\partial x_i}} - \overline{p'\frac{\partial c_k'}{\partial x_i}} = -\overline{p'\left[\frac{\partial c_i'}{\partial x_k} + \frac{\partial c_k'}{\partial x_i}\right]} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\overline{p'c_i'}\right)\delta_{kj} + \left(\overline{p'c_k'}\right)\delta_{ij}\right] \tag{26.5.3}$$

V rovnici (26.5.3) byl změněn index u derivace z $\frac{\partial}{\partial x_i}, \frac{\partial}{\partial x_k}$ na společnou derivaci $\frac{\partial}{\partial x_j}$.

$$\left[\overline{c_i'c_j'\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}} + \overline{c_k'c_j'\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}}\right] = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{c_i'c_k'c_j'}\right) \tag{26.5.4}$$

Pro úpravu rovnice (26.5.4) musí platit že

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{c_i'c_k'c_j'}\right) = \overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}c_k'c_j'} + \overline{\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}c_i'c_j'} + \overline{\frac{\partial c_j'}{\partial x_j}c_k'c_i'} \Rightarrow \overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}c_k'c_j'} + \overline{\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}c_i'c_j'} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{c_i'c_k'c_j'}\right) \tag{26.5.5}$$

V rovnici (26.5.5) se člen $\overline{\frac{\partial c_j'}{\partial x_j}c_k'c_i'} = 0$, protože se jedná o nestlačitelné proudění a z rovnice kontinuity plyne $\frac{\partial c_j}{\partial x_j} = 0$

$$\frac{\eta}{\rho}\left[\overline{c_i'\frac{\partial^2 c_k'}{\partial x_j^2}} + \overline{c_k'\frac{\partial^2 c_i'}{\partial x_j^2}}\right] = \nu\left[\frac{\partial \overline{c_i'c_k'}}{\partial x_j^2} - 2\overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}\frac{\partial c_k}{\partial x_j}}\right] \tag{26.5.6}$$

Při úpravě vztahu (26.5.6) byl použit následující vztah

$$\overline{\frac{\partial^2 c_k'c_i'}{\partial x_j^2}} = \overline{\frac{\partial^2 c_i'}{\partial x_j^2}c_k'} + 2\overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}} + \overline{\frac{\partial^2 c_k'}{\partial x_j^2}c_i'} \Rightarrow \overline{\frac{\partial^2 c_i'}{\partial x_j^2}c_k'} + \overline{\frac{\partial^2 c_k'}{\partial x_j^2}c_i'} = \overline{\frac{\partial^2 c_k'c_i'}{\partial x_j^2}} - 2\overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}\frac{\partial c_k'}{\partial x_j}} \tag{26.5.7}$$

26.6 ODVOZENÍ ROVNICE PRO TURBULENTNÍ KINETICKOU ENERGII

Vyjdeme z rovnice (7.3.8), ve které položíme index k=i

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\overline{c_i' c_i'}\right)+\overline{c}_j\frac{\partial \overline{c_i' c_i'}}{\partial x_j}}_{Člen.1}=\underbrace{\overline{\frac{p'}{\rho}\left[\frac{\partial c_i'}{\partial x_i}+\frac{\partial c_i'}{\partial x_i}\right]}}_{Člen.2}-\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{1}{\rho}\left[\left(\overline{p' c_i'}\right)\delta_{ij}+\left(\overline{p' c_i'}\right)\delta_{ij}\right]+\left(\overline{c_i' c_i' c_j'}\right)-\upsilon\frac{\partial \overline{c_i' c_i'}}{\partial x_j}\right\}}_{Člen.3}-$$

$$-\underbrace{\left[\overline{c_i' c_j'}\frac{\partial \overline{c}_i}{\partial x_j}+\overline{c_i' c_j'}\frac{\partial \overline{c}_i}{\partial x_j}\right]}_{Člen.4}-\underbrace{2\upsilon\overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}}}_{Člen.5}$$

(26.6.1)

Člen.2 je roven nule, protože z rovnice kontinuity pro nestlačitelnou kapalinu platí, že $\frac{\partial c_i}{\partial x_i}=0$. Dále pak zavedeme turbulentní kinetickou energii

$$k=\frac{1}{2}\overline{c_i' c_i'}\Rightarrow\overline{c_i' c_i'}=2k$$

$$2\frac{\partial}{\partial t}k+2\overline{c}_j\frac{\partial k}{\partial x_j}=-\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{2}{\rho}\left(\overline{p' c_i'}\right)\delta_{ij}+\left(\overline{c_i' c_i' c_j'}\right)-2\upsilon\frac{\partial k}{\partial x_j}\right\}-2\overline{c_i' c_j'}\frac{\partial \overline{c}_i}{\partial x_j}-2\upsilon\overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}}$$

(26.6.2)

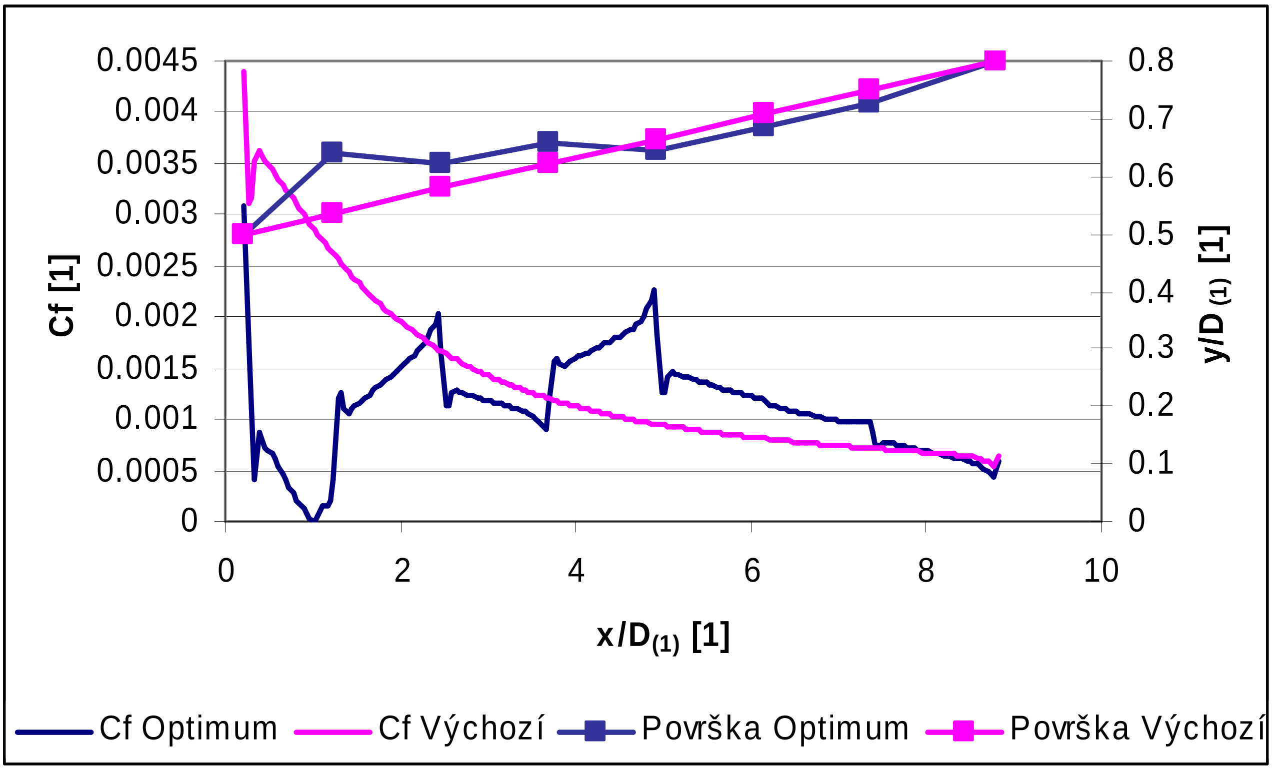
Celou rovnici (26.6.2) podělíme 2 a obdržíme výsledný tvar

$$\frac{\partial}{\partial t}k+\overline{c}_j\frac{\partial k}{\partial x_j}=-\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{1}{\rho}\left(\overline{p' c_i'}\right)\delta_{ij}+\frac{\left(\overline{c_i' c_i' c_j'}\right)}{2}-\upsilon\frac{\partial k}{\partial x_j}\right\}-\overline{c_i' c_j'}\frac{\partial \overline{c}_i}{\partial x_j}-\upsilon\overline{\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}\frac{\partial c_i'}{\partial x_j}}$$

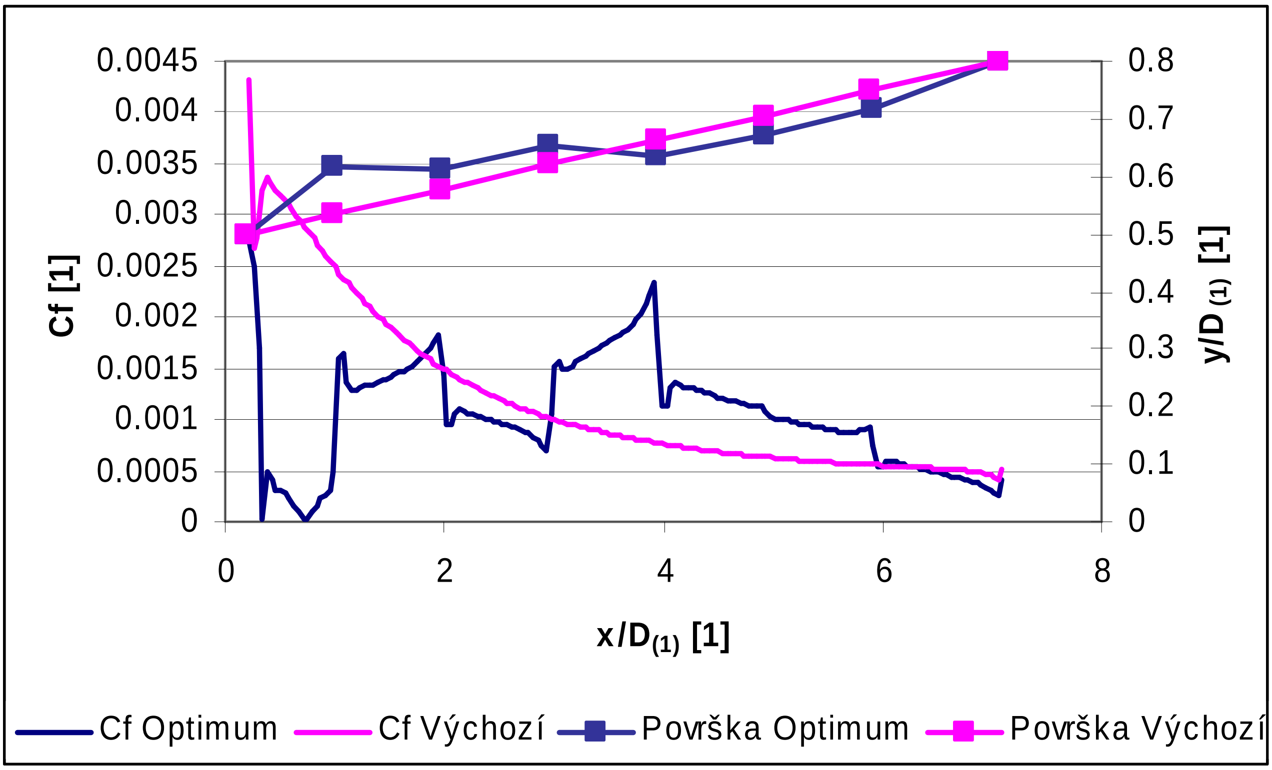
27 PŘÍLOHY

27.1 DIFUZOR PO ČÁSTECH LINEÁRNÍ

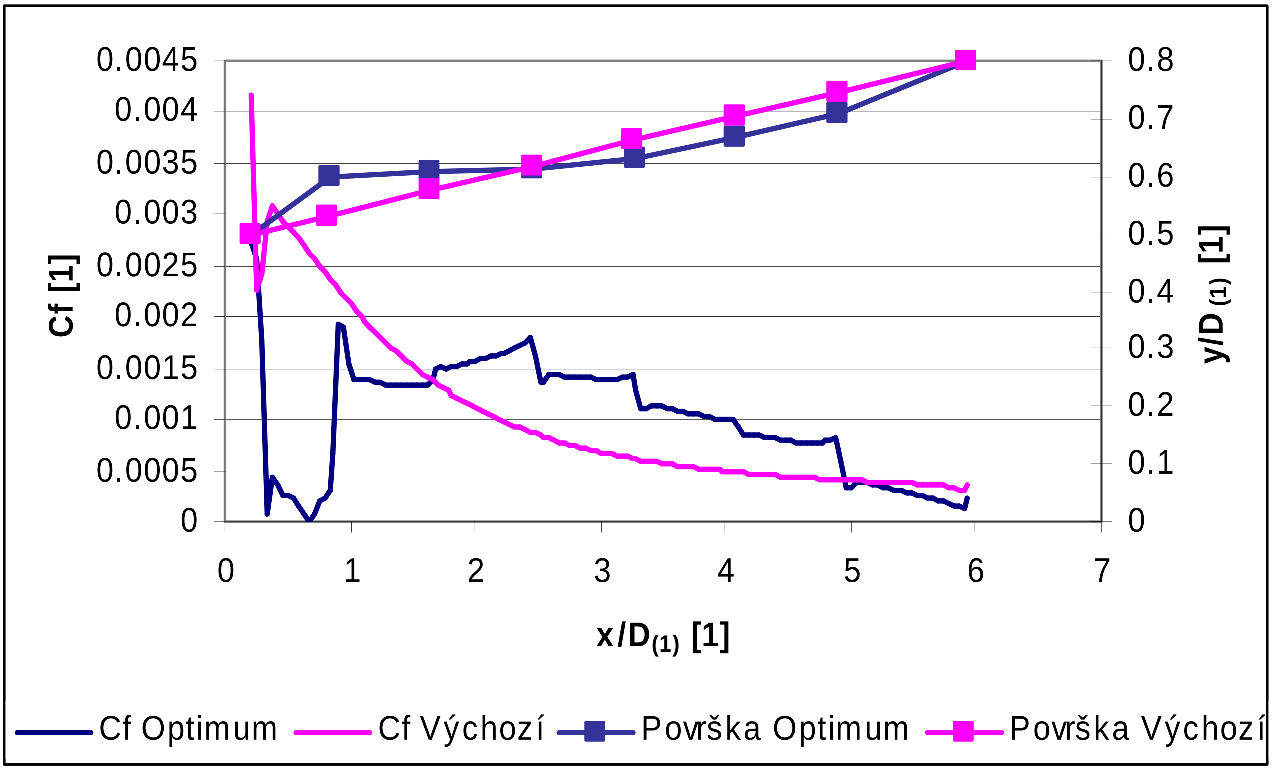
27.1.1 Průběhy smykových napětí a tvary površek



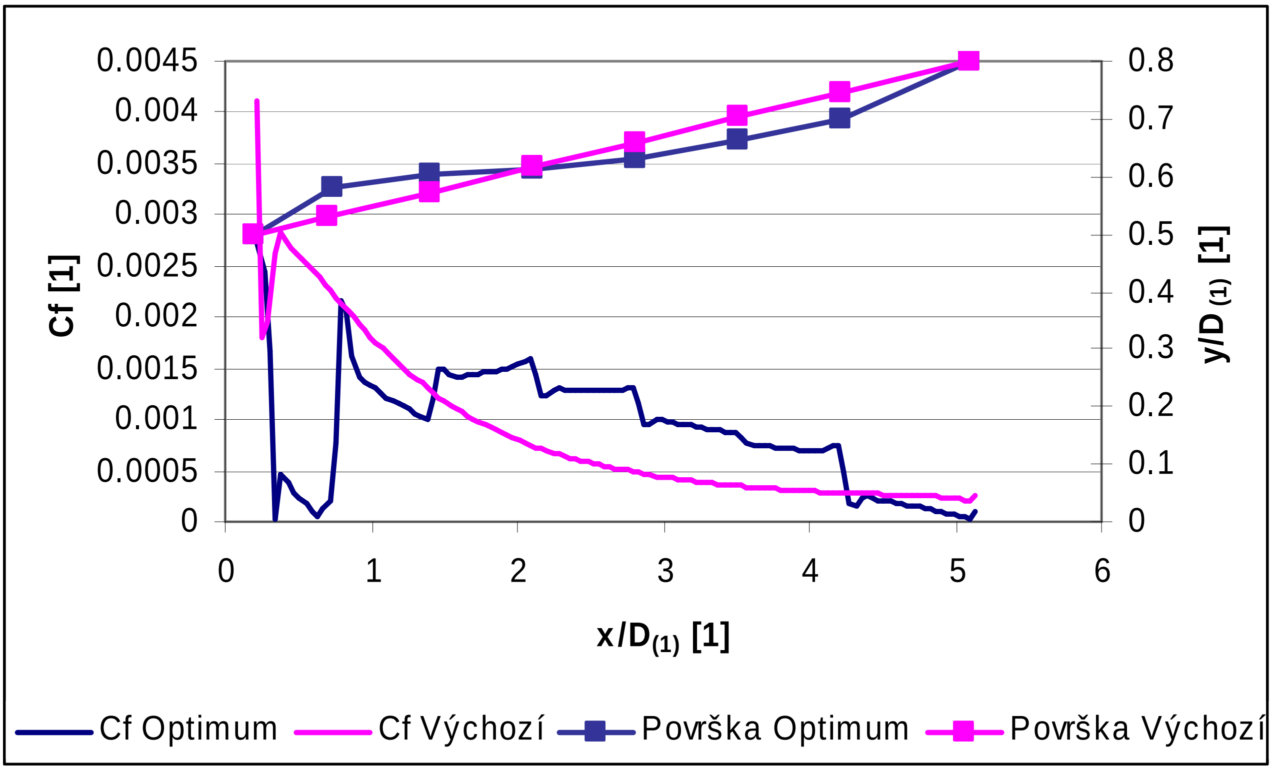
Graf.98 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 4°*



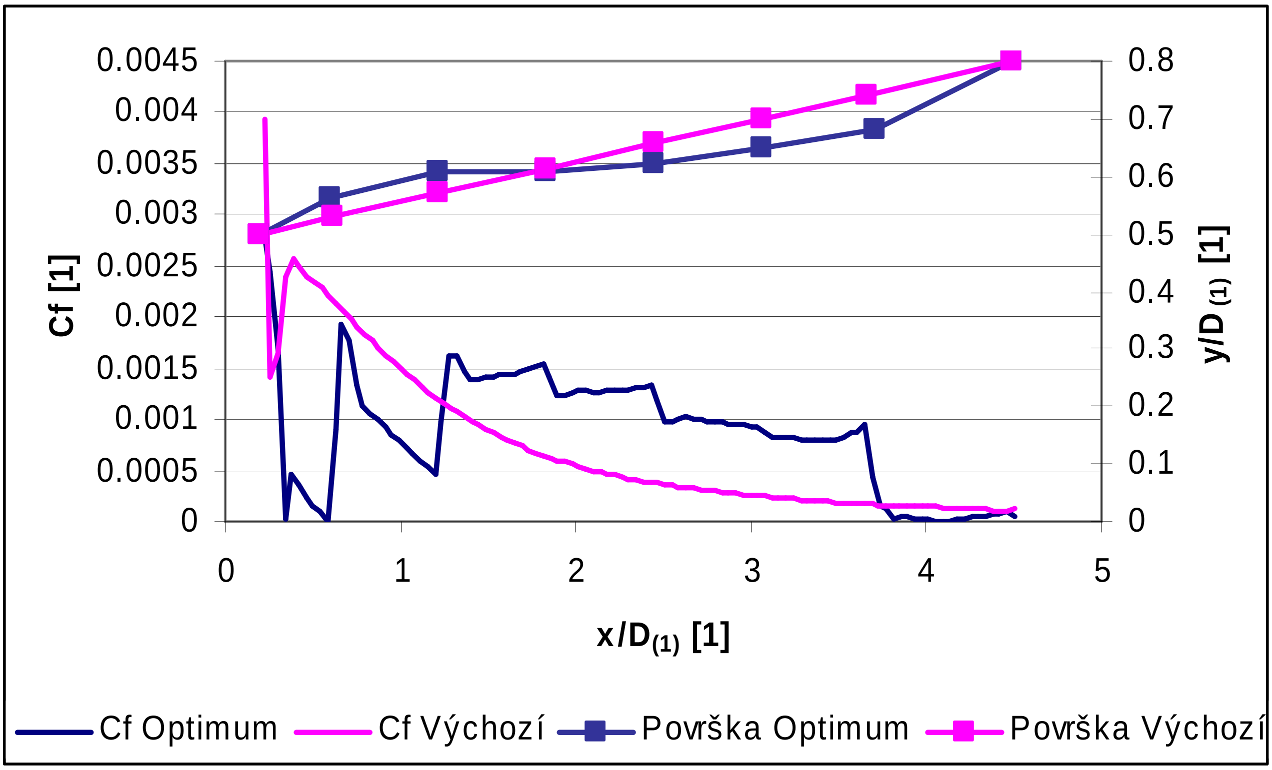
Graf.99 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 5°*



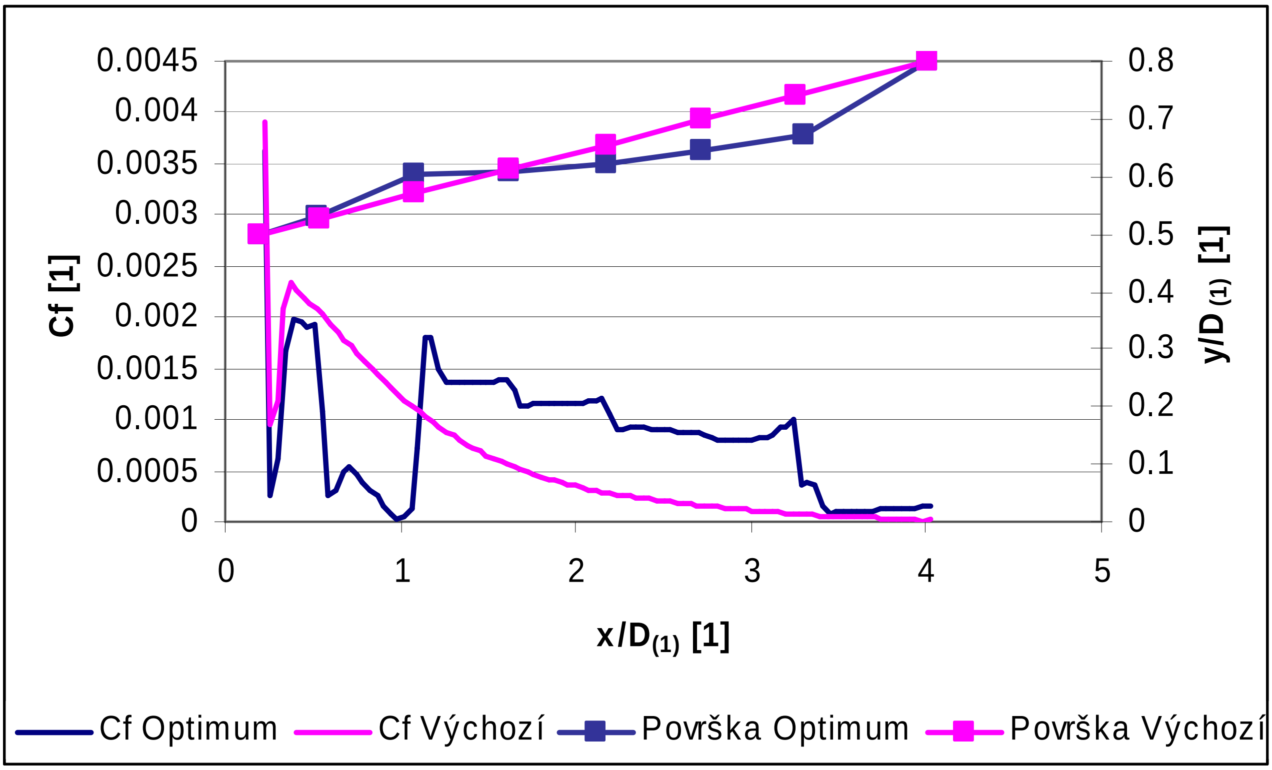
Graf.100 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 6°*



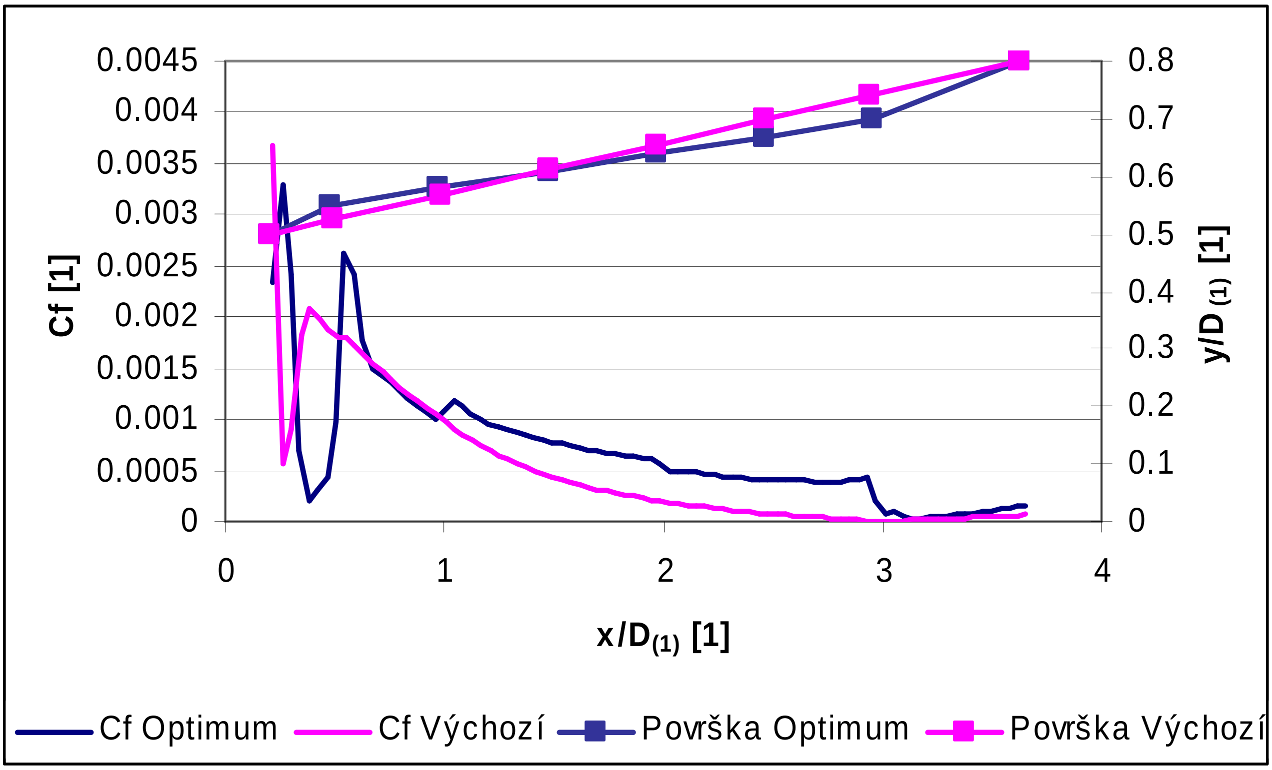
Graf.101 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 7°*



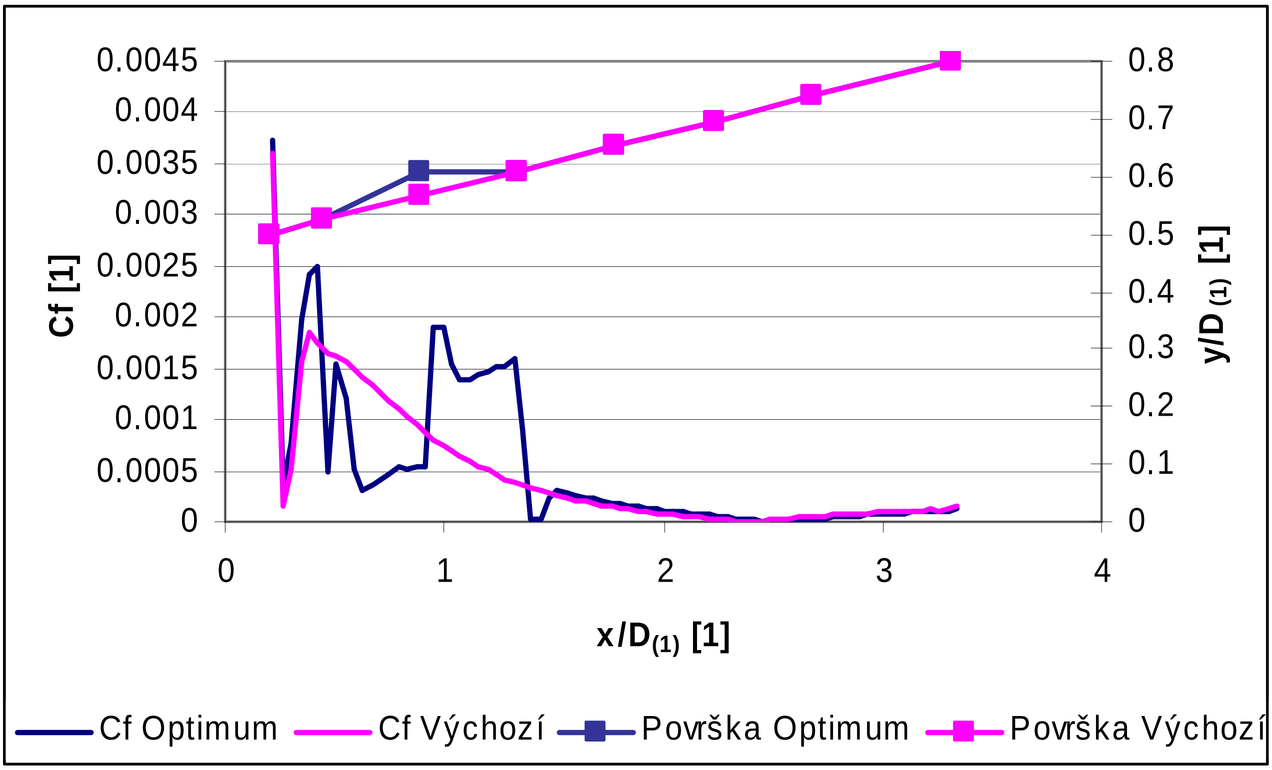
Graf.102 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 8°*



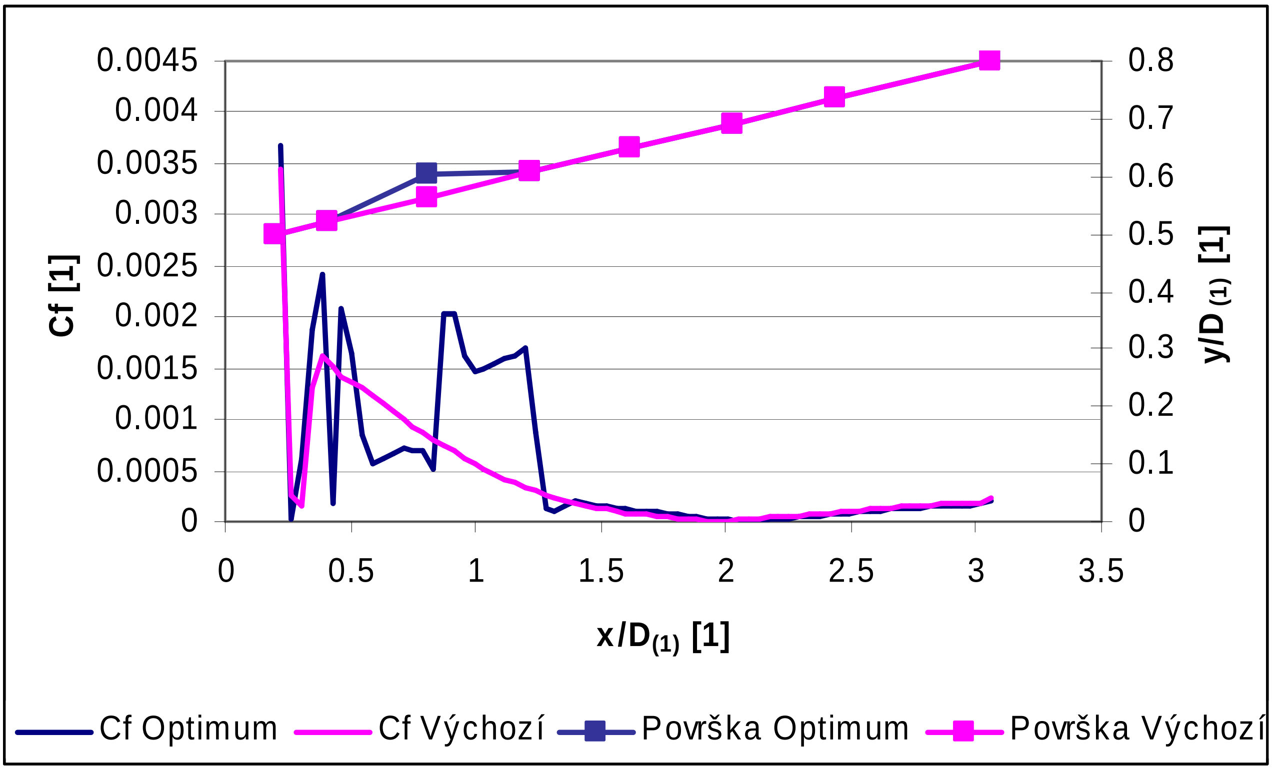
Graf.103 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 9°*



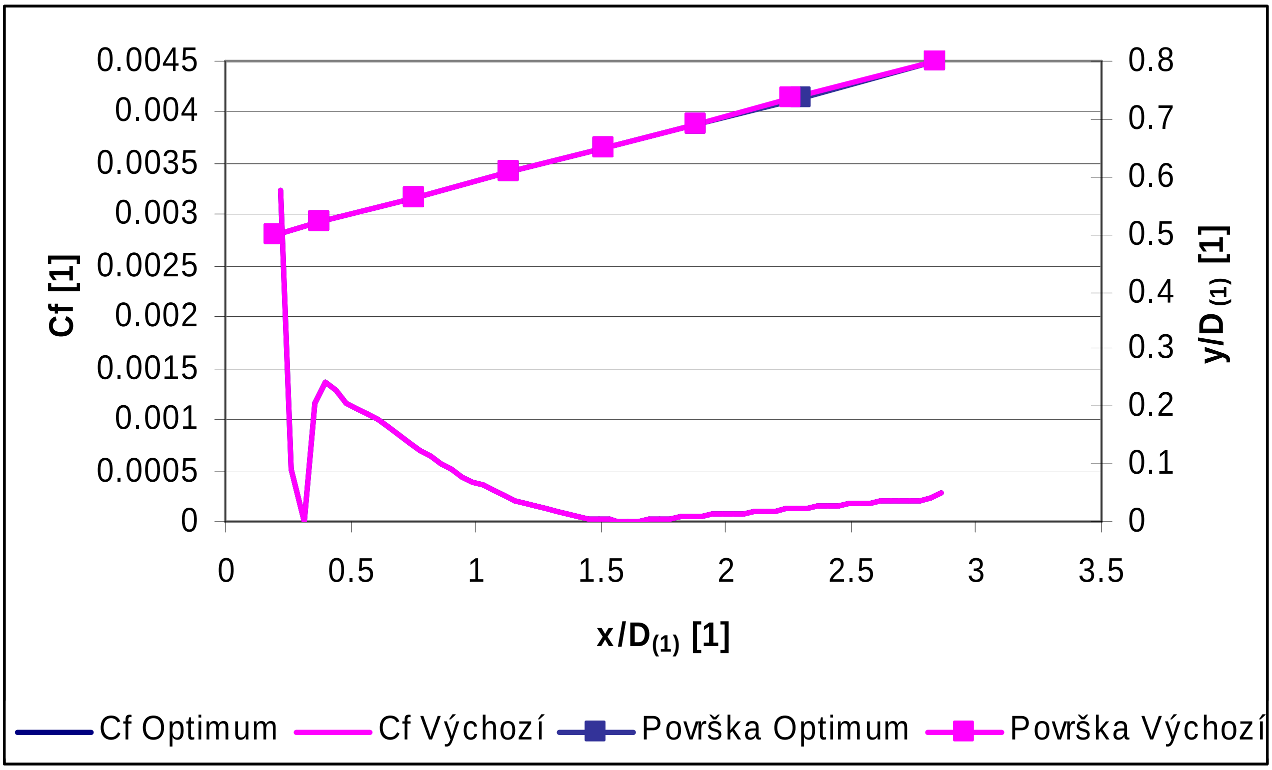
Graf.104 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 10°*



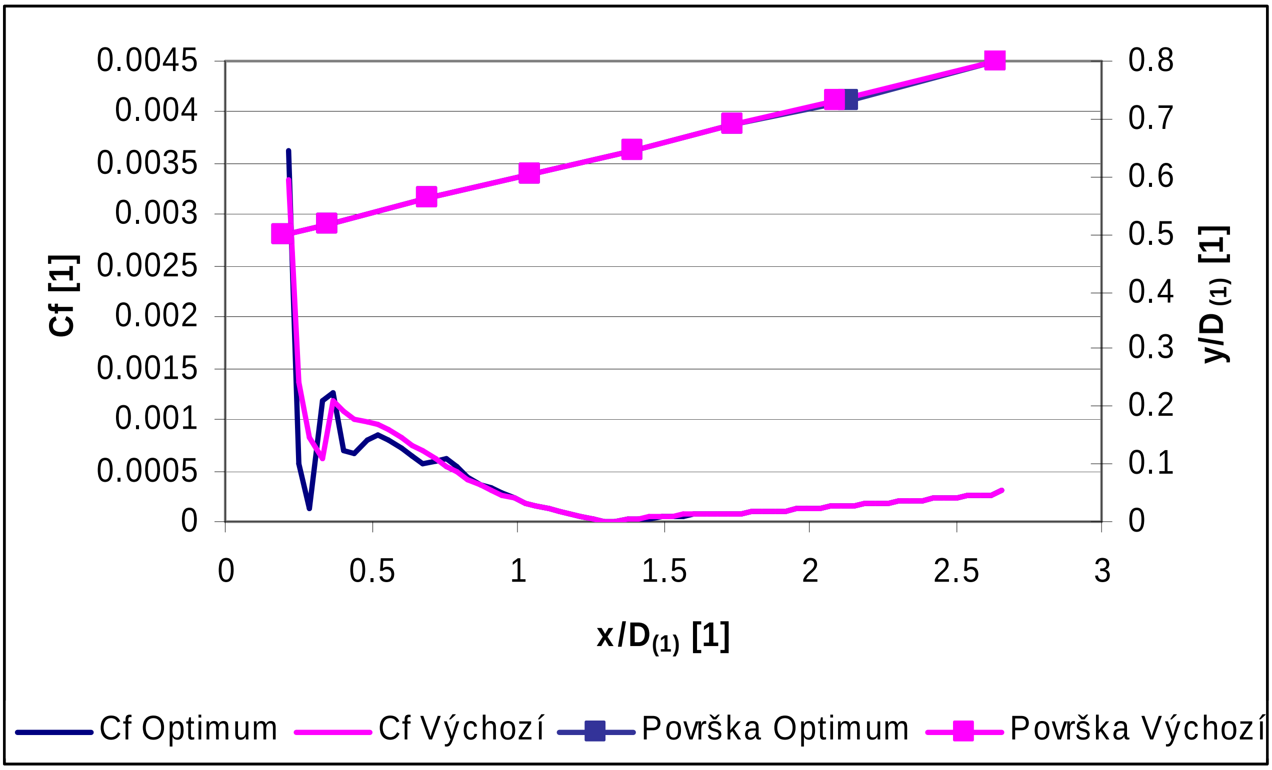
Graf.105 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 11°*



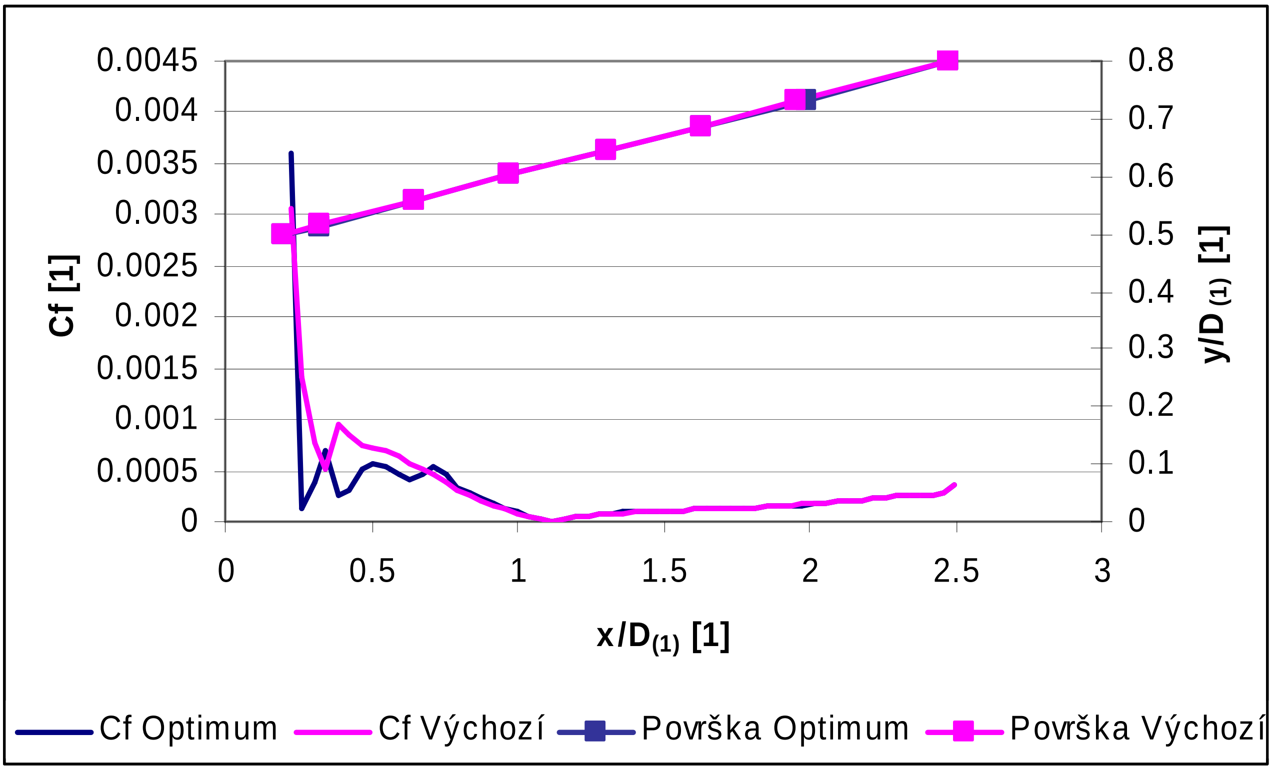
Graf.106 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 12°*



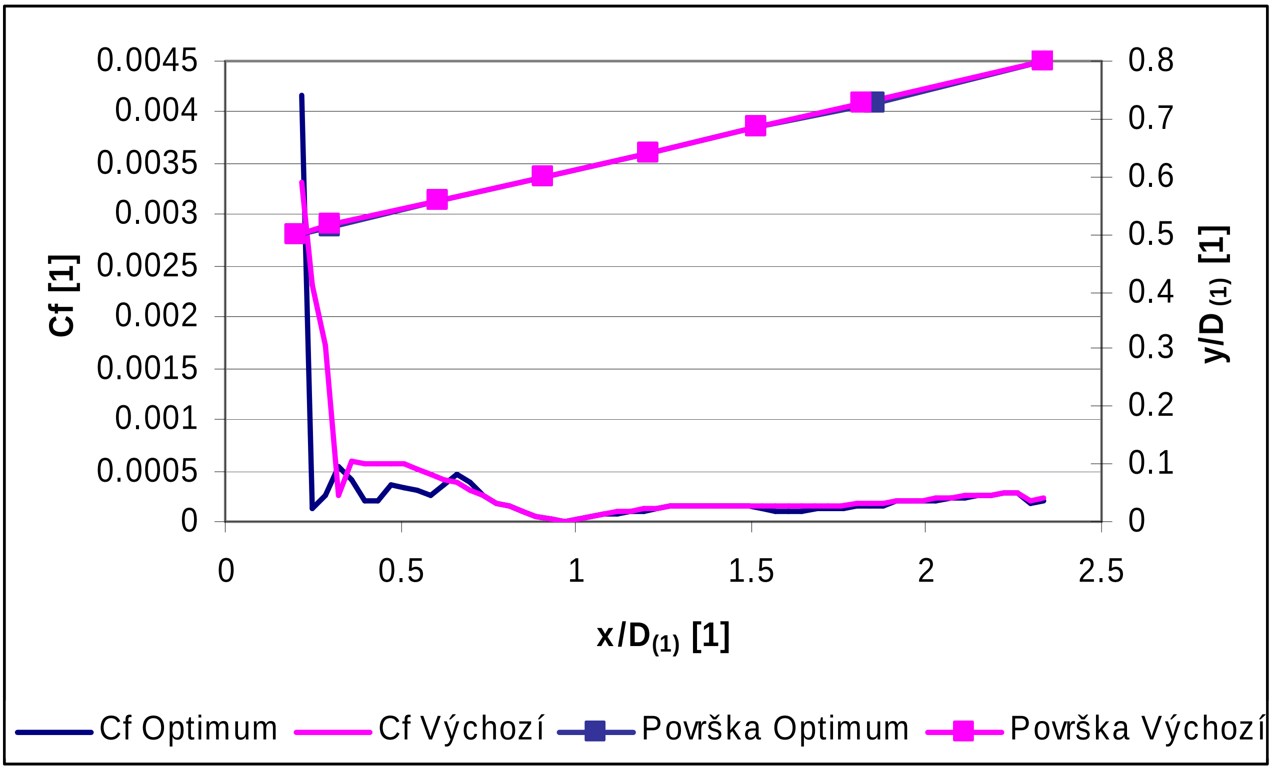
Graf.107 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 13°*



Graf.108 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 14°*

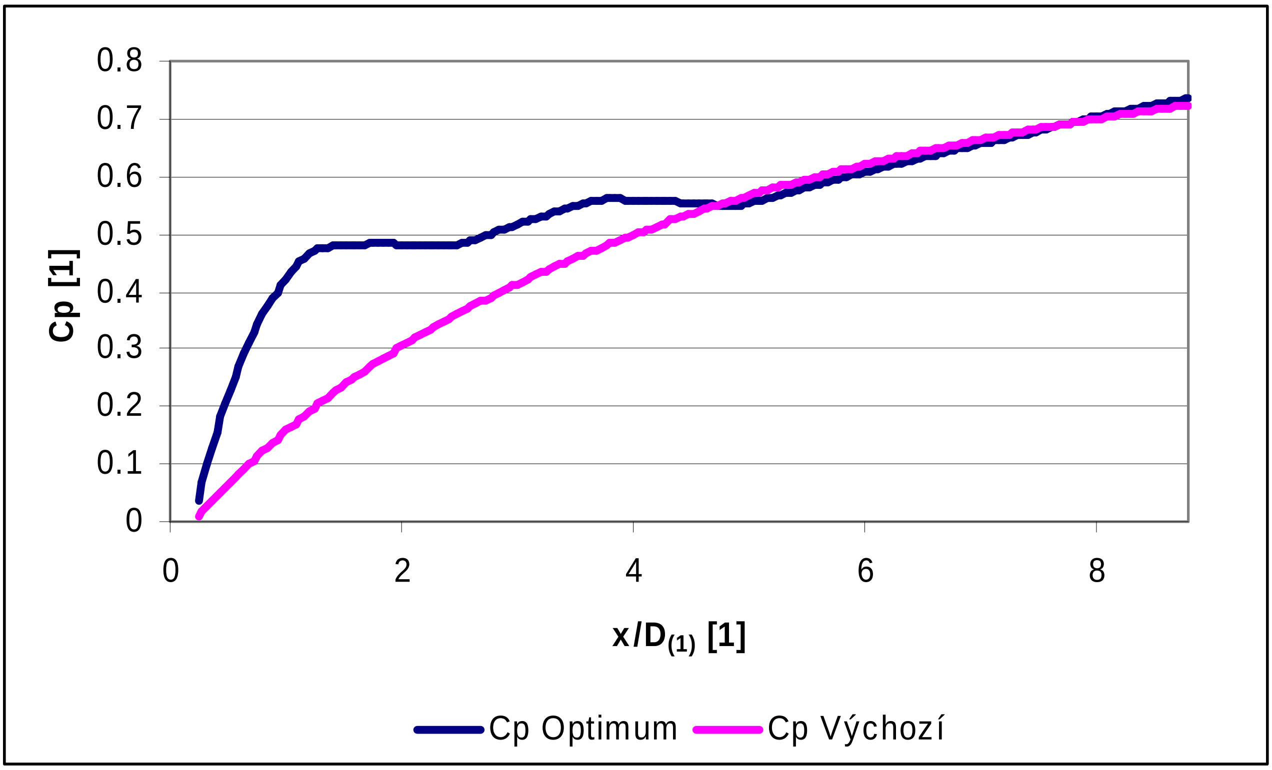


Graf.109 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 15°*

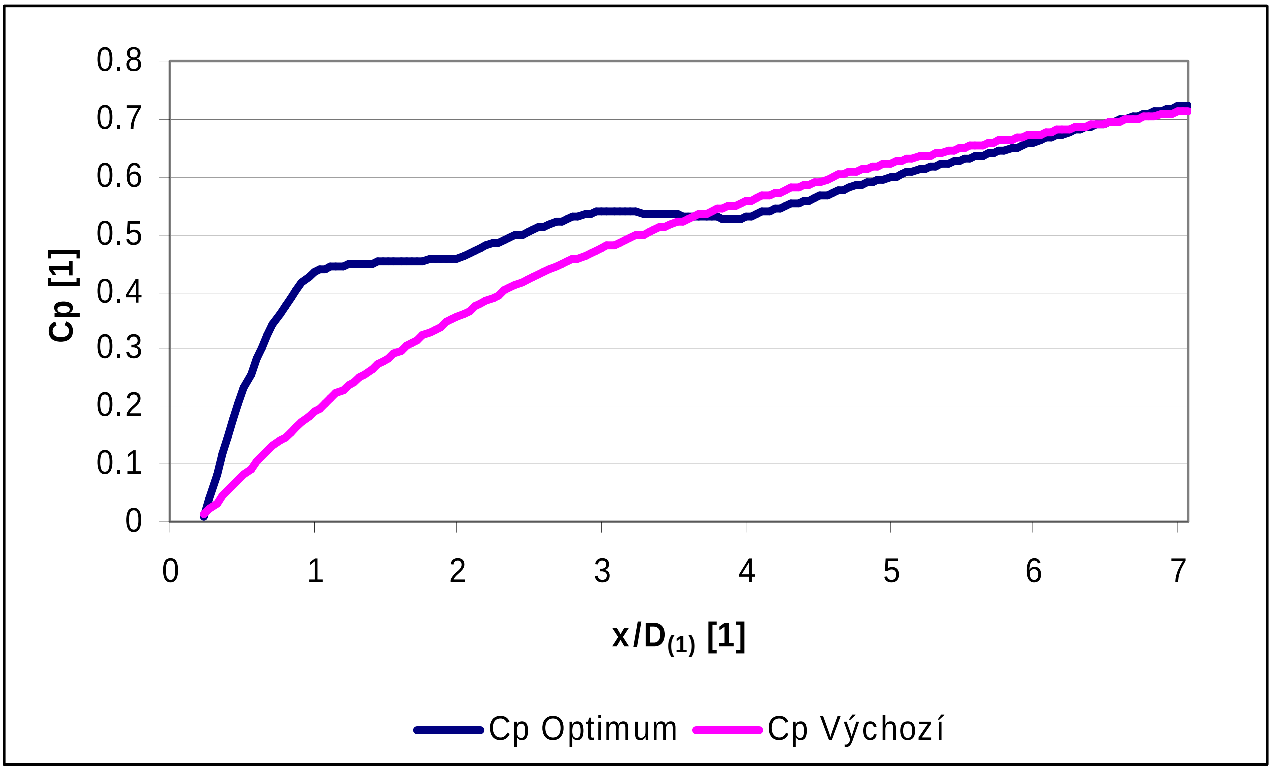


Graf.110 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 16°*

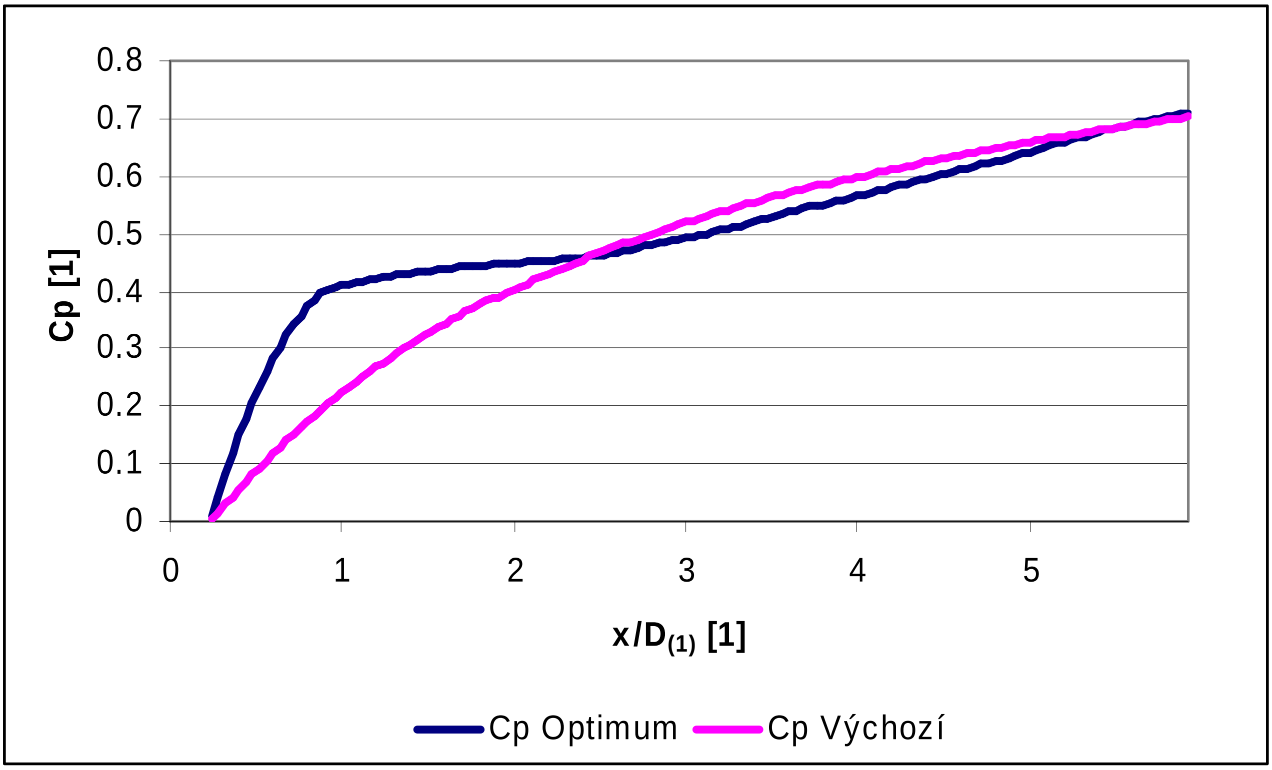
27.1.2 Průběhy Cp pro původní a optimalizovanou geometrii



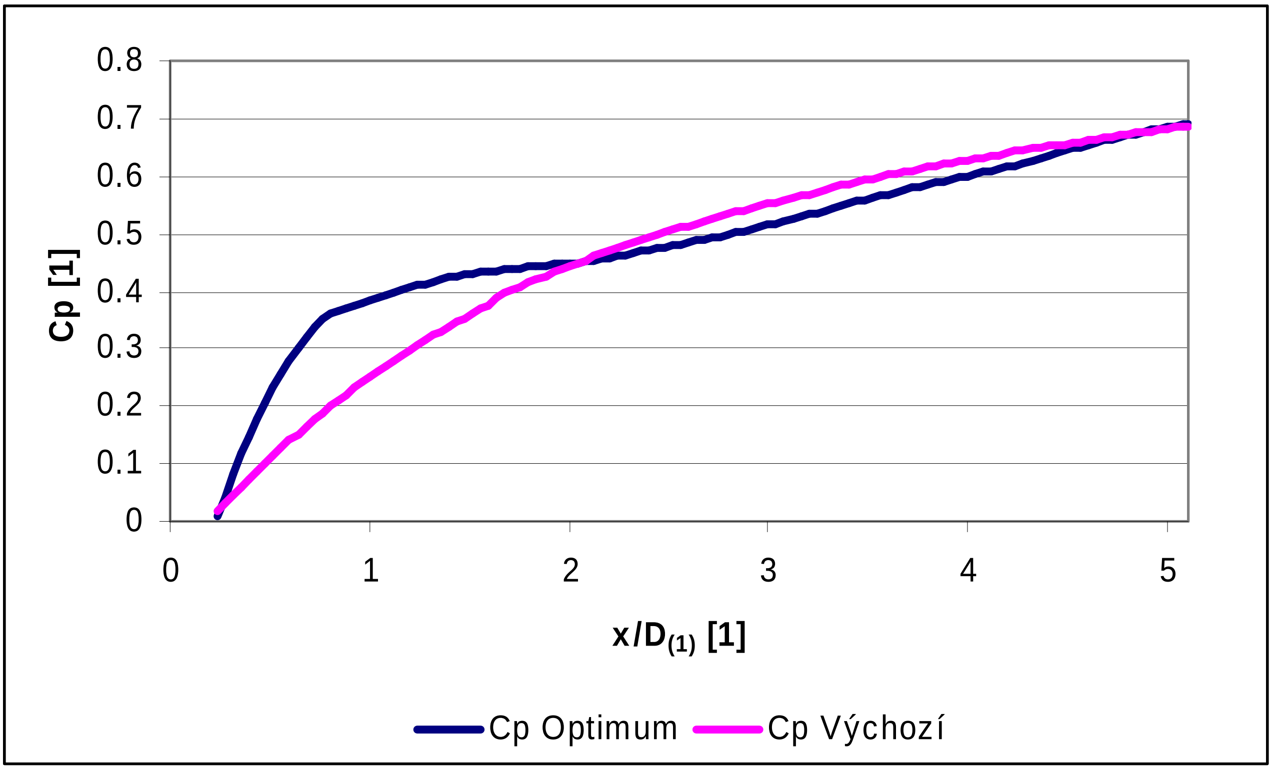
Graf.111 *Průběh Cp pro 4° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



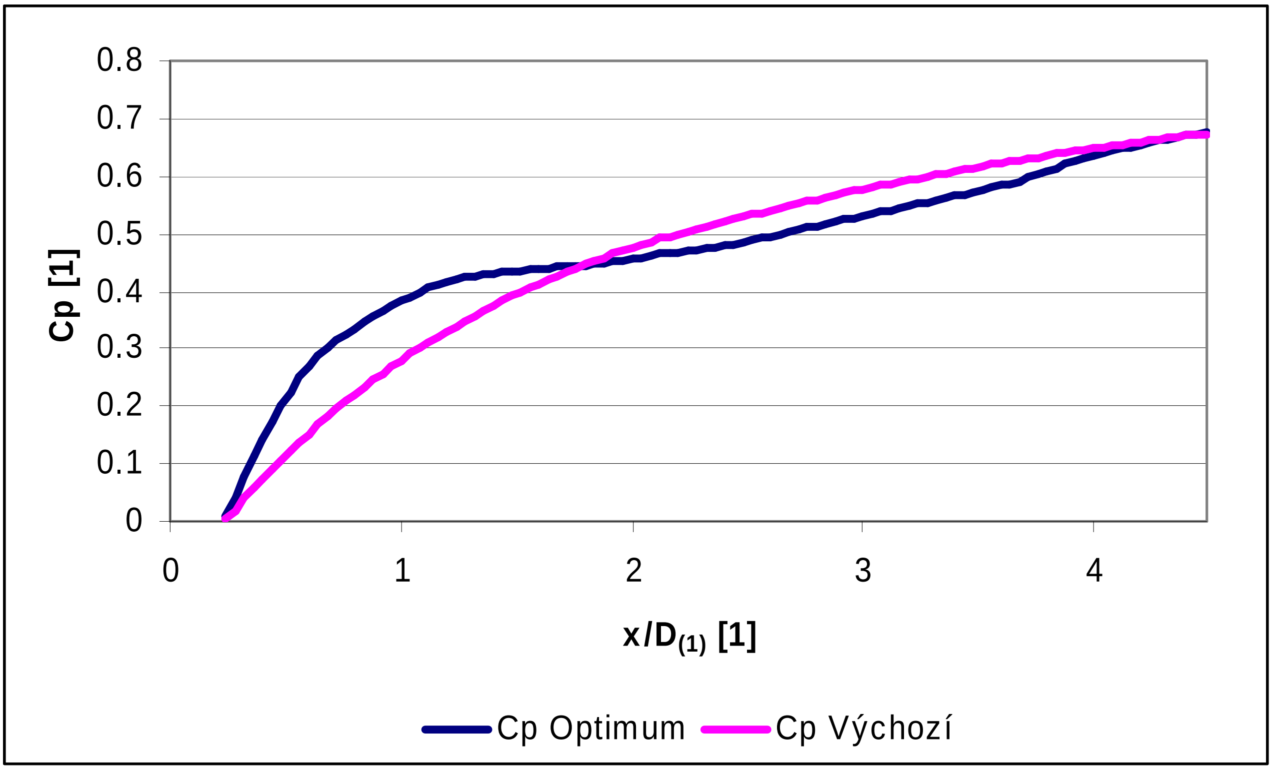
Graf.112 *Průběh Cp pro 5° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



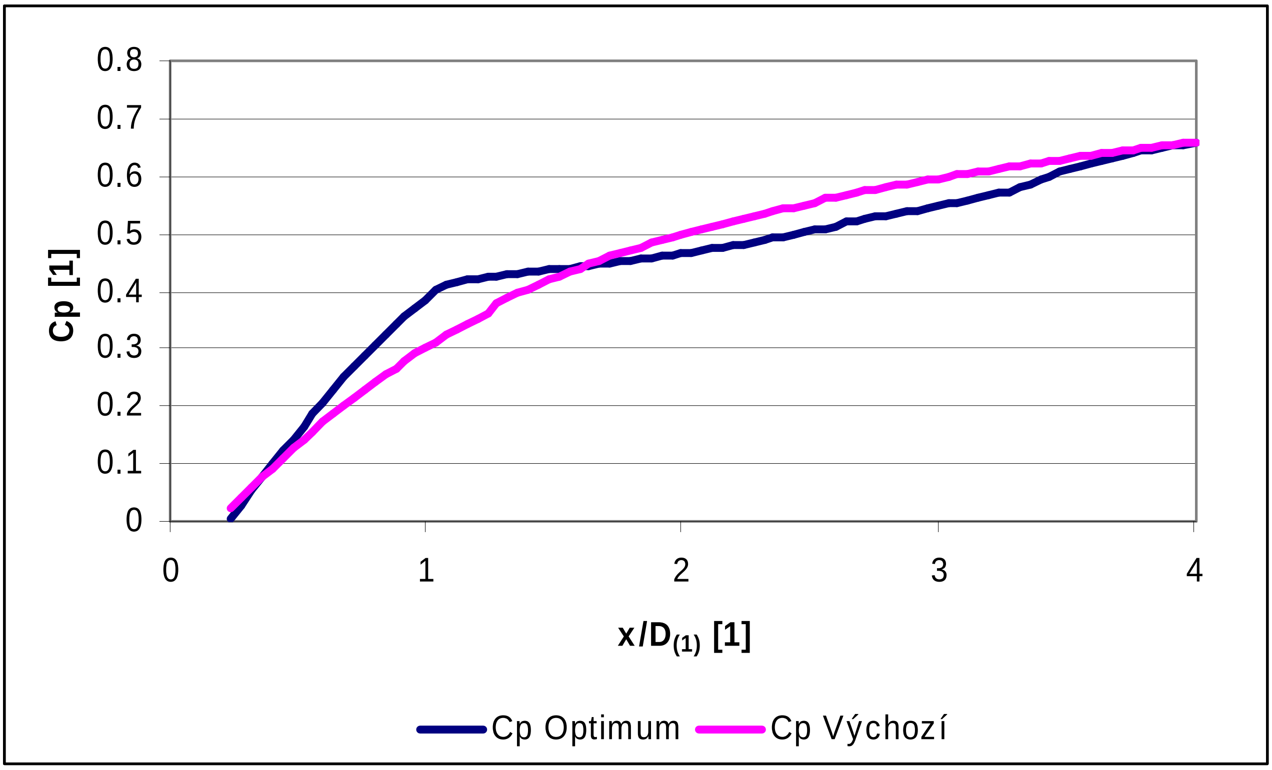
Graf.113 *Průběh Cp pro 6° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



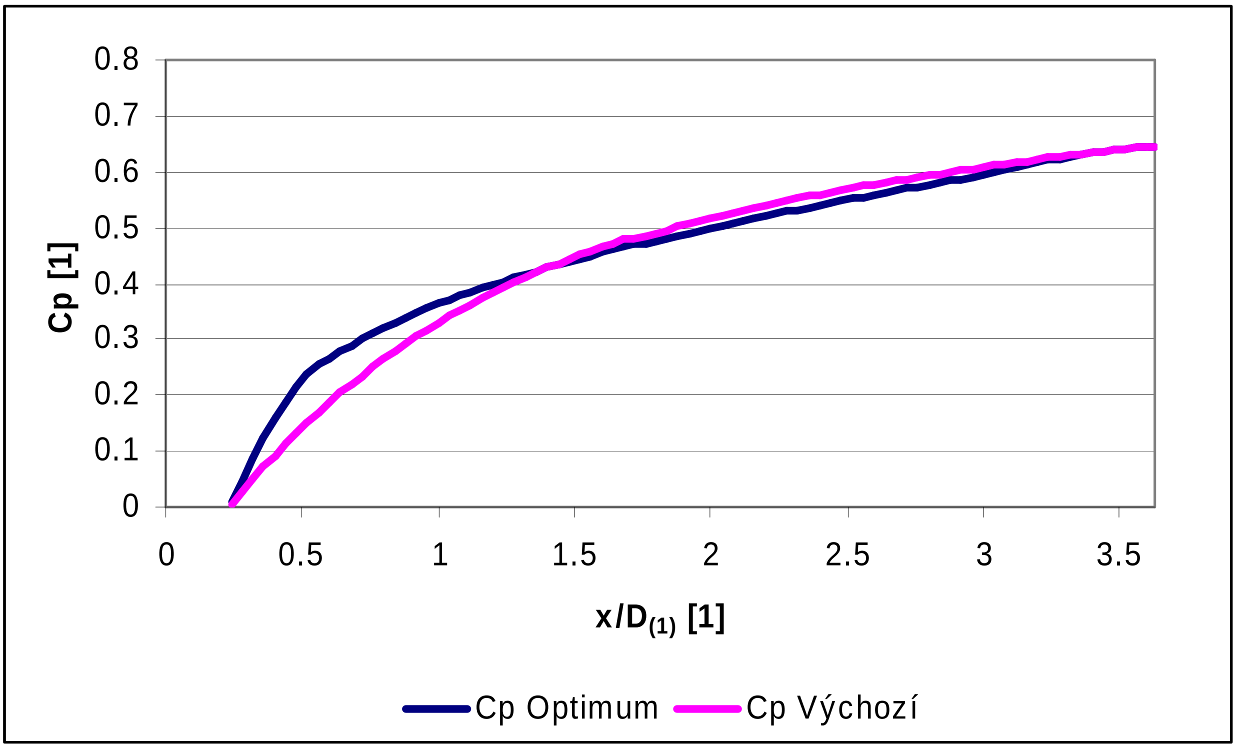
Graf.114 *Průběh Cp pro 7° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



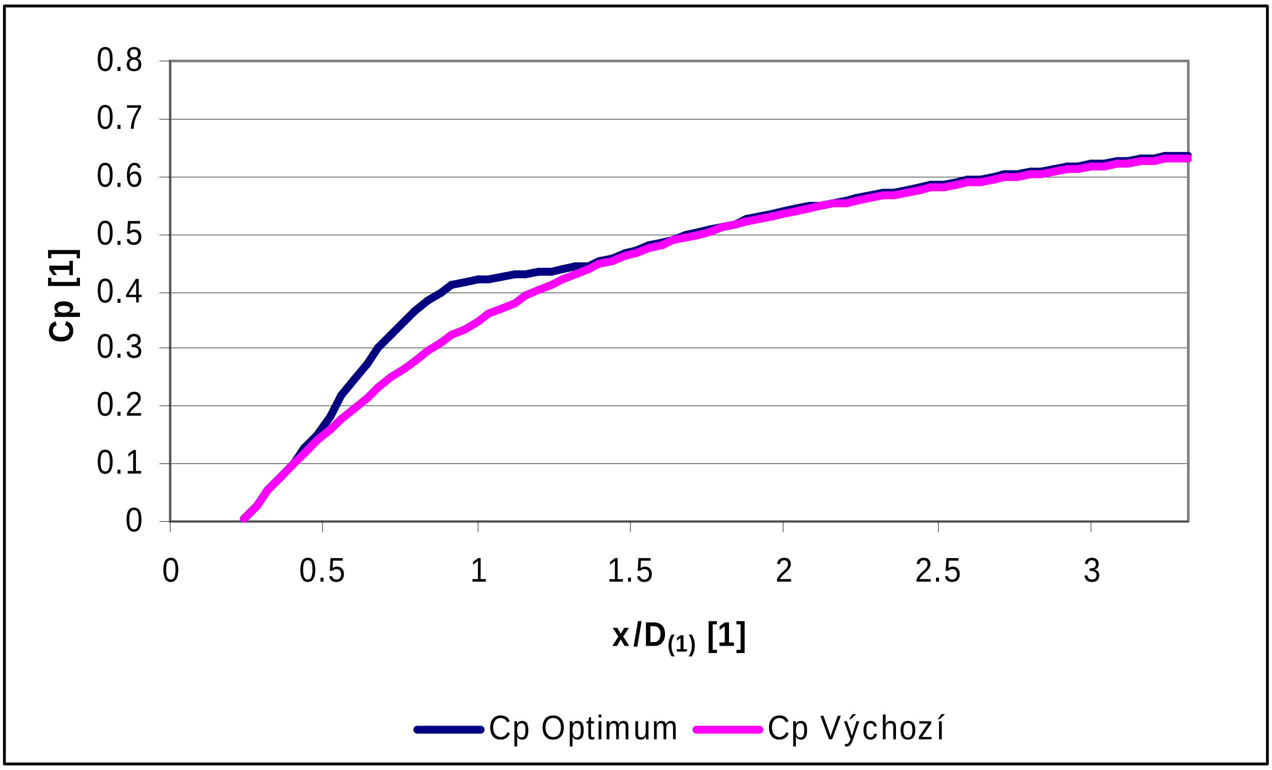
Graf.115 *Průběh Cp pro 8° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



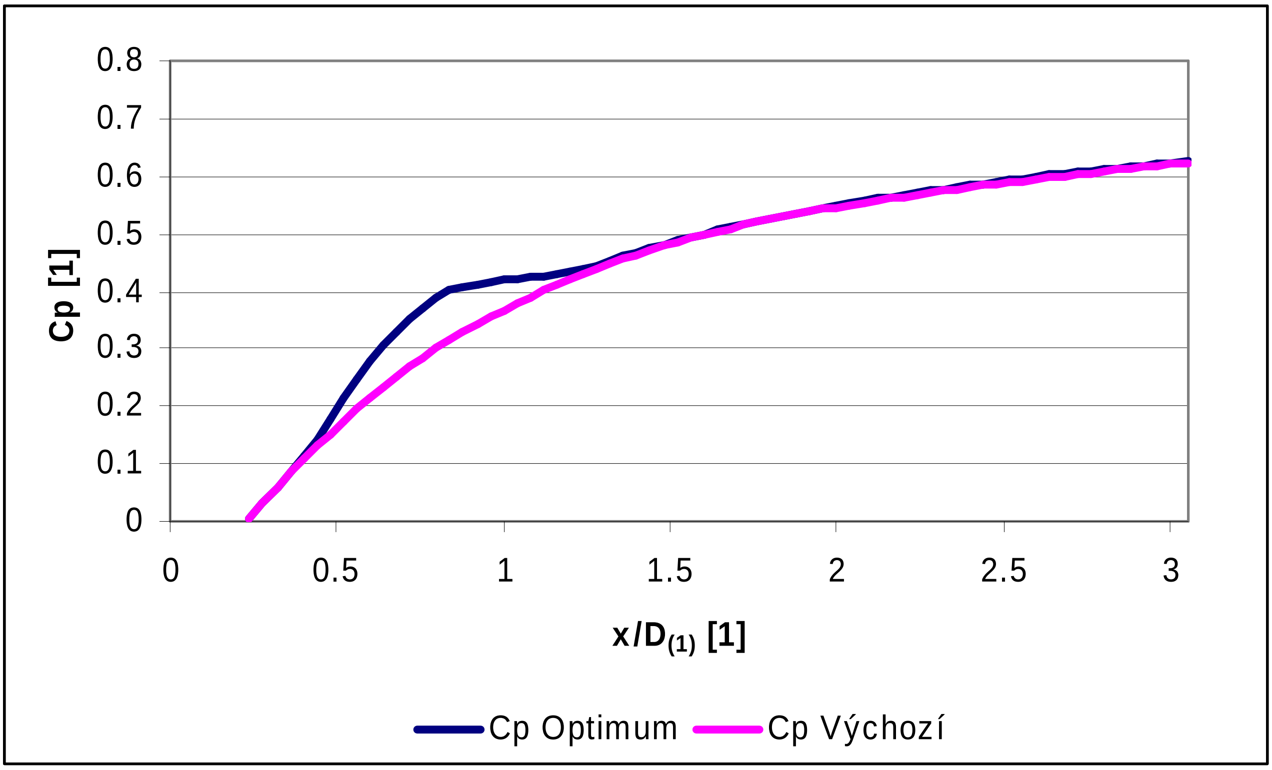
Graf.116 *Průběh Cp pro 9° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



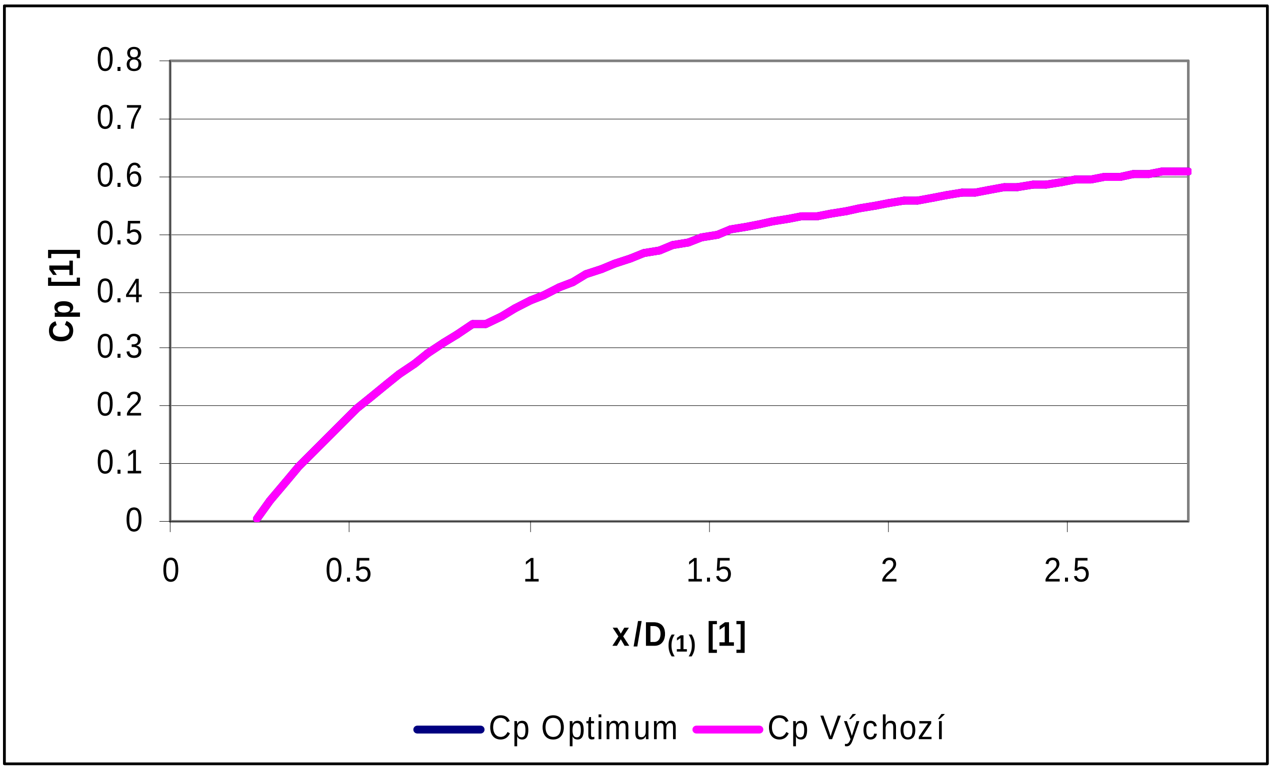
Graf.117 *Průběh Cp pro 10° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



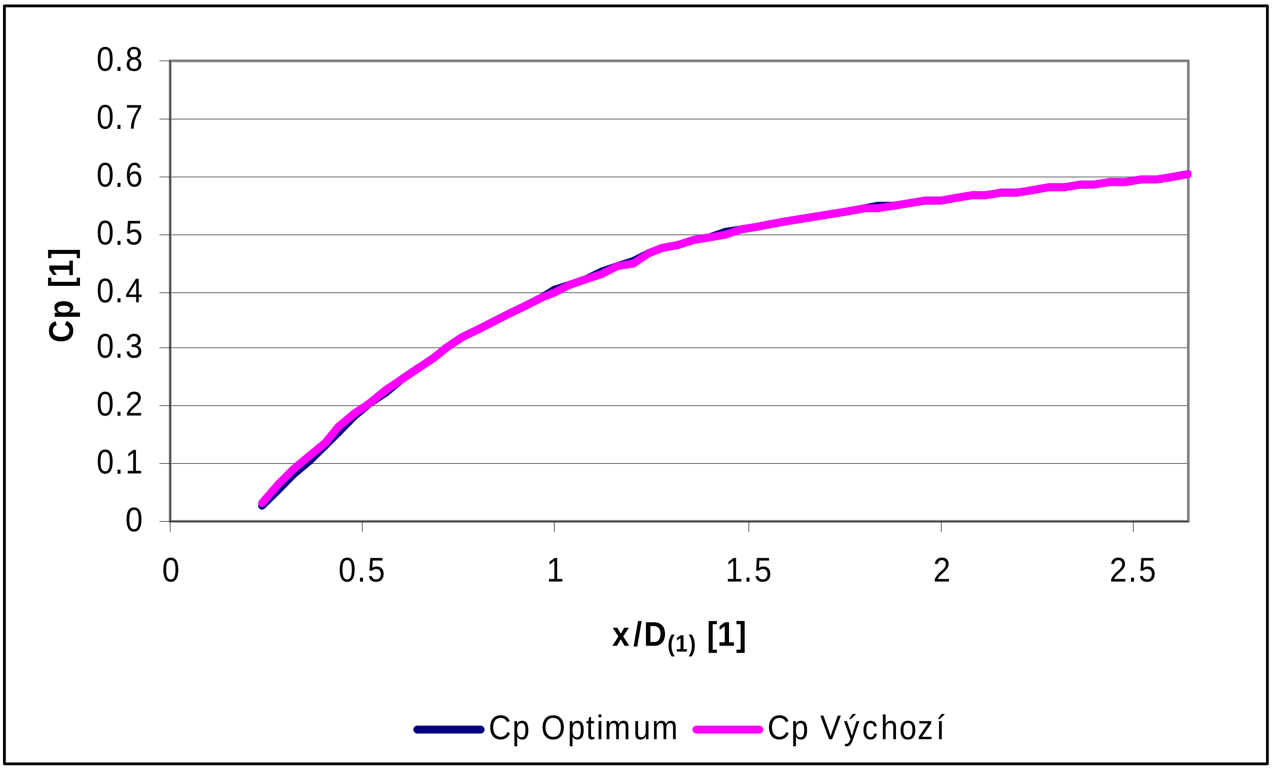
Graf.118 *Průběh Cp pro 11° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



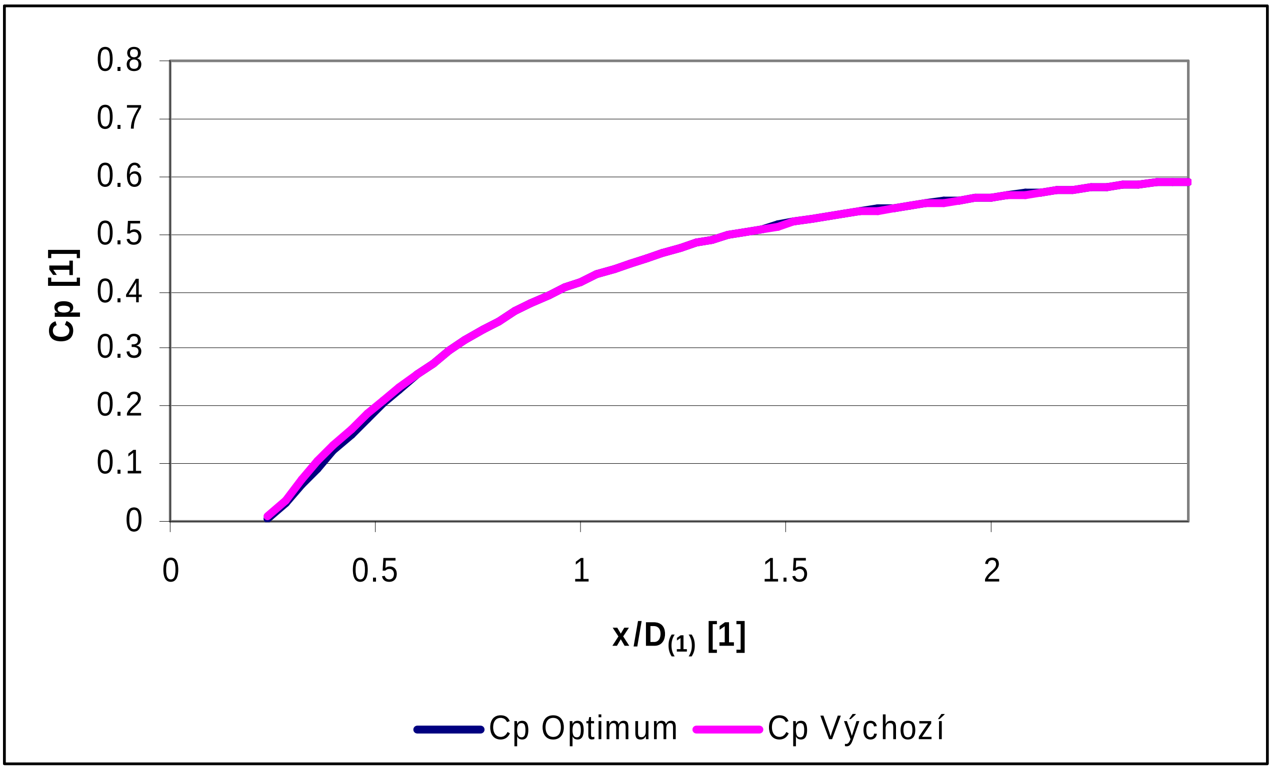
Graf.119 *Průběh Cp pro 12° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



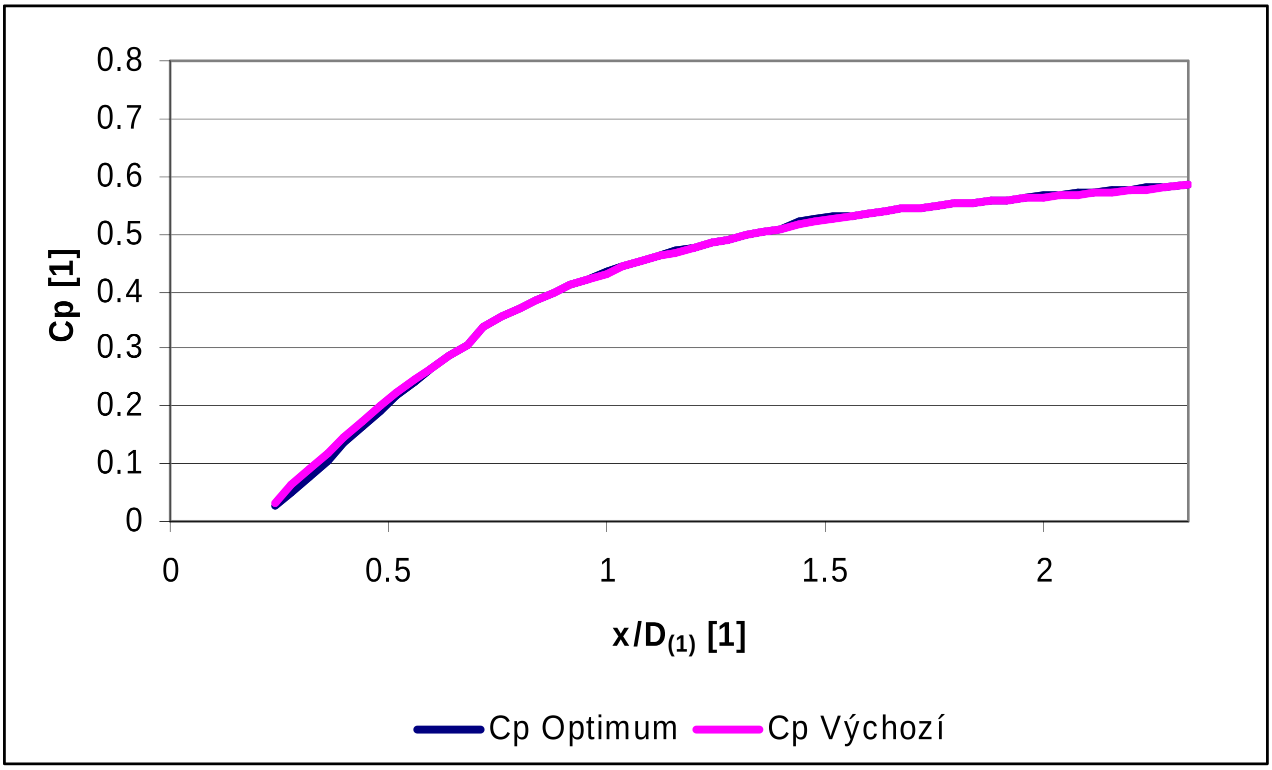
Graf.120 *Průběh Cp pro 13° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



Graf.121 *Průběh Cp pro 14° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*

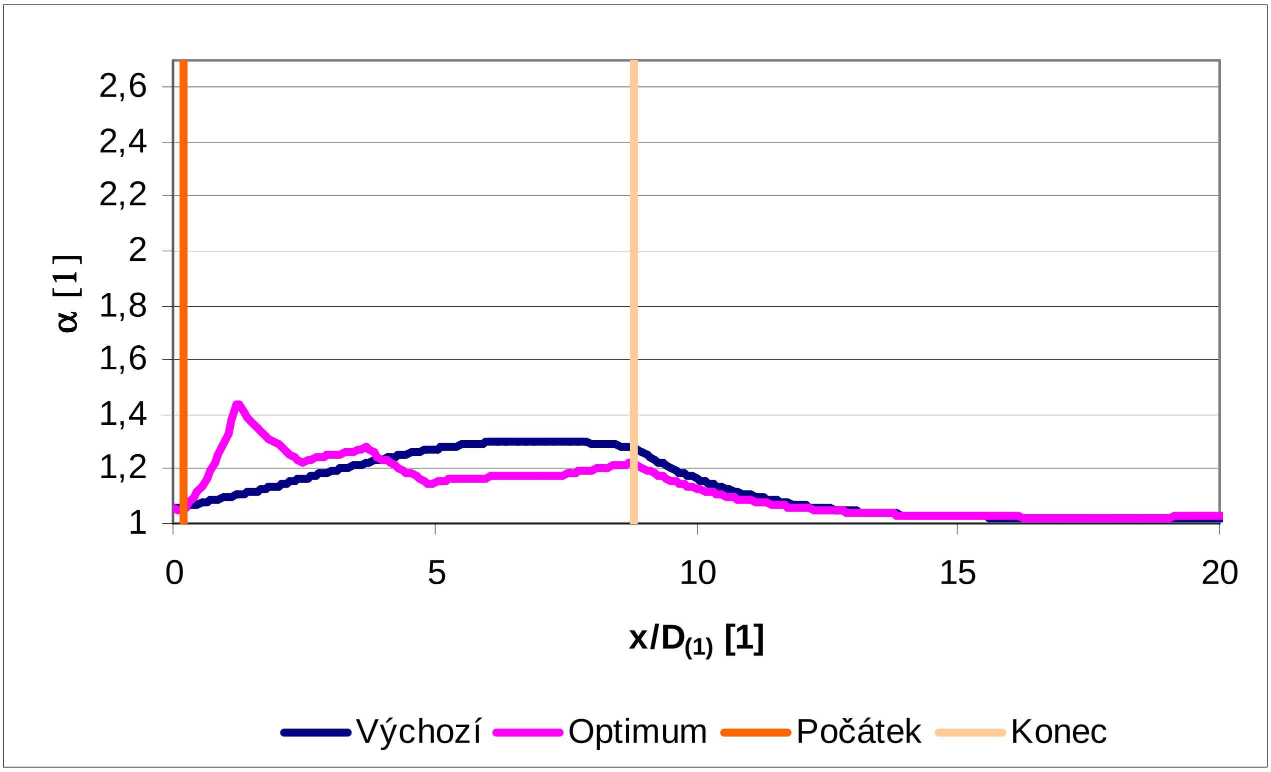


Graf.122 *Průběh Cp pro 15° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*

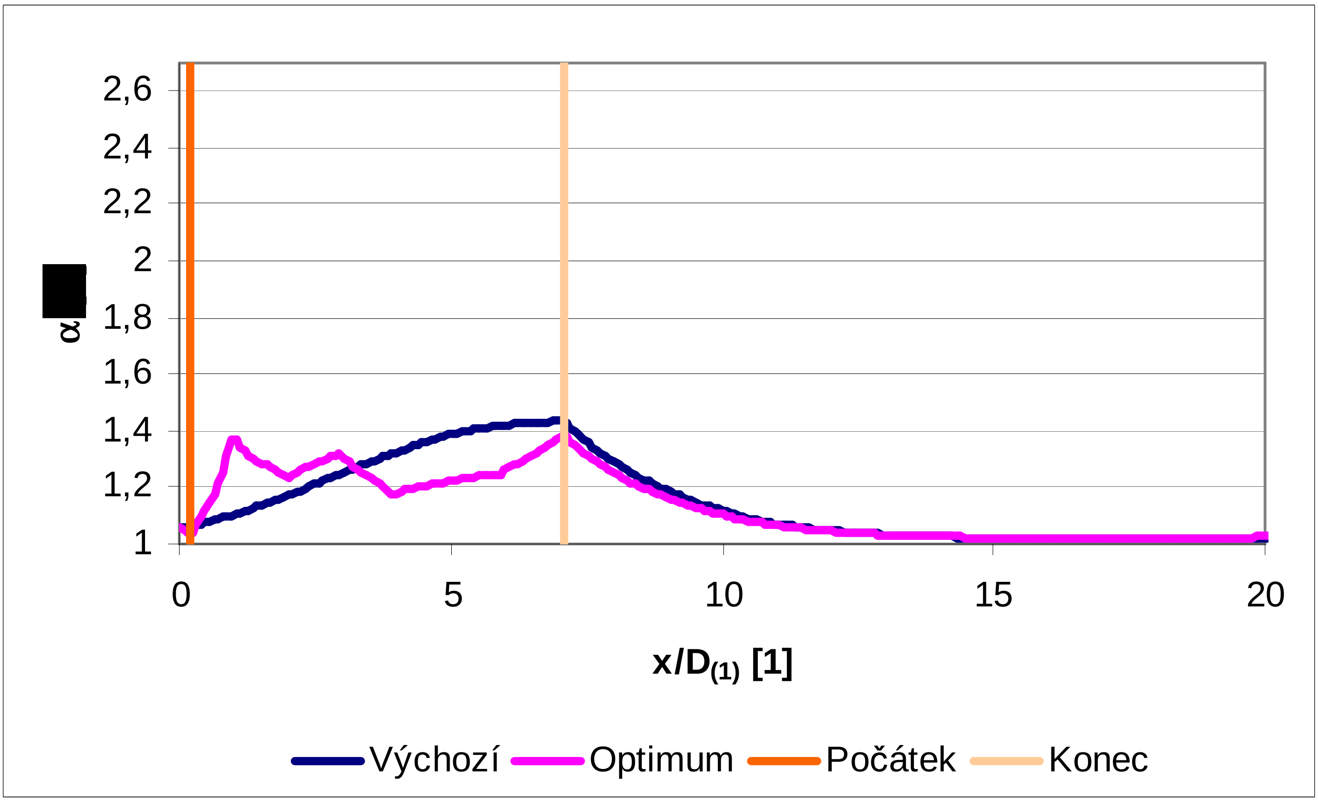


Graf.123 *Průběh Cp pro 16° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*

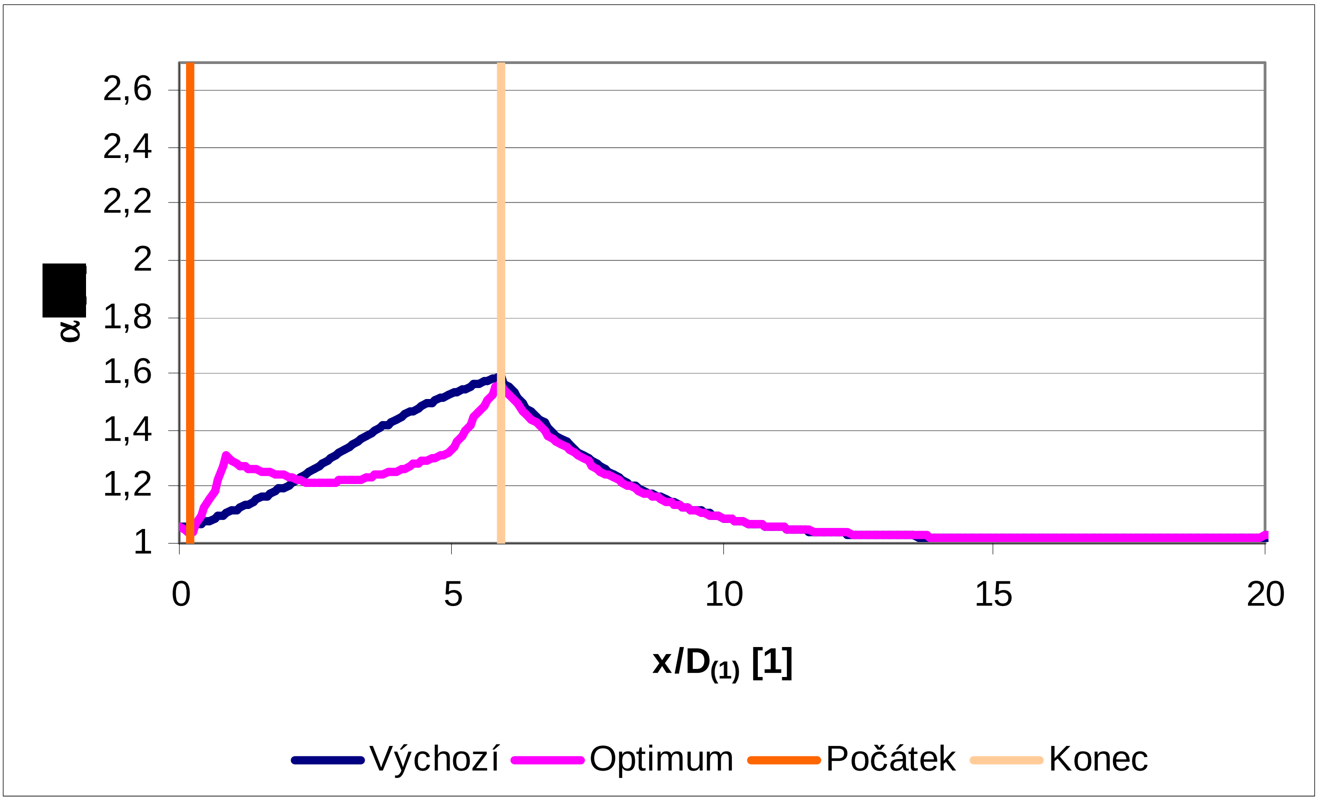
27.1.3 Průběhy Coriolisova součinitele pro původní a optimalizovanou geometrii



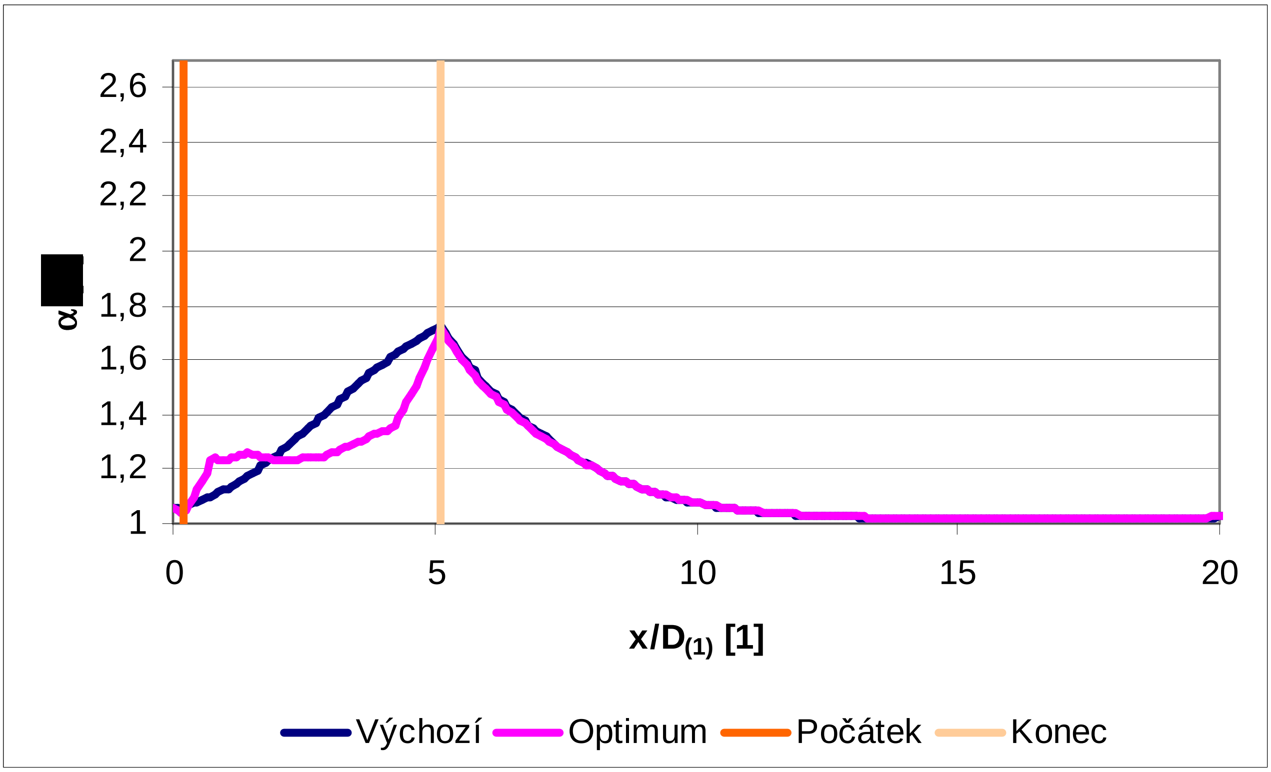
Graf.124 *Průběh Coriolisova čísla pro 4° otevření*



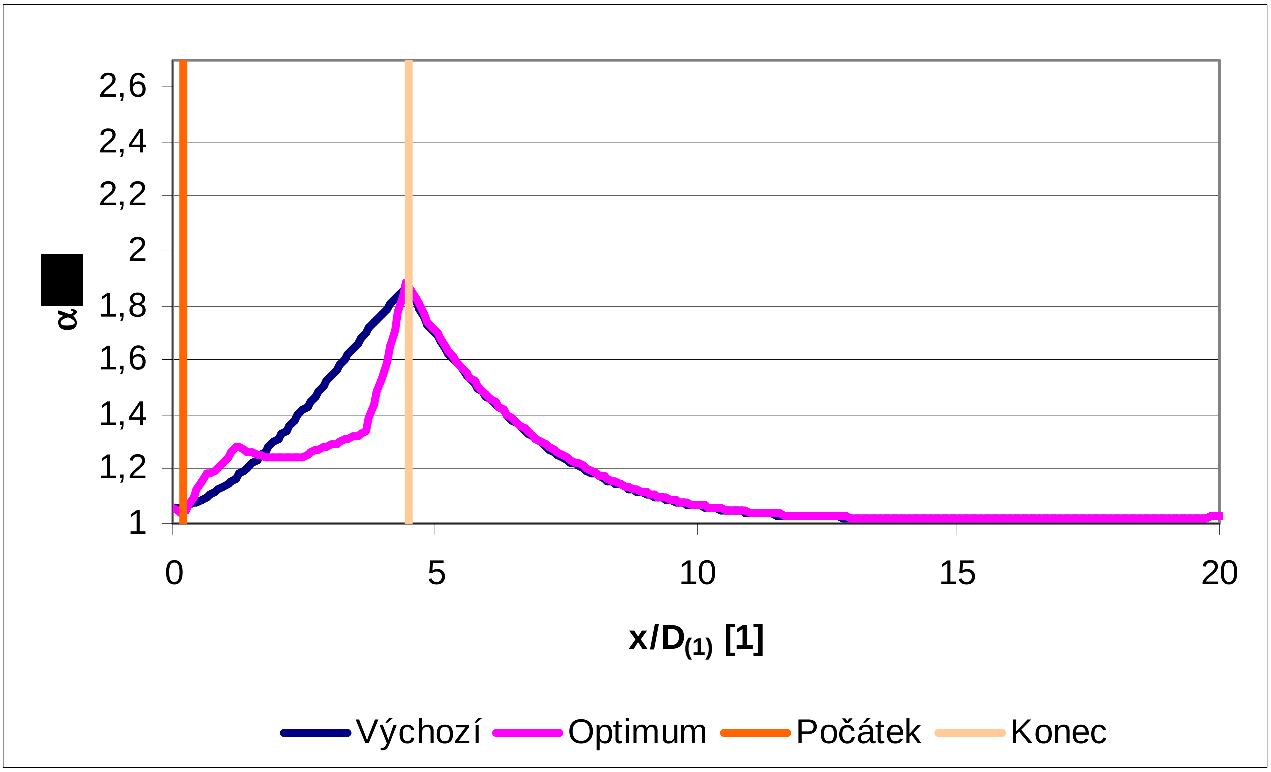
Graf.125 *Průběh Coriolisova čísla pro 5° otevření*



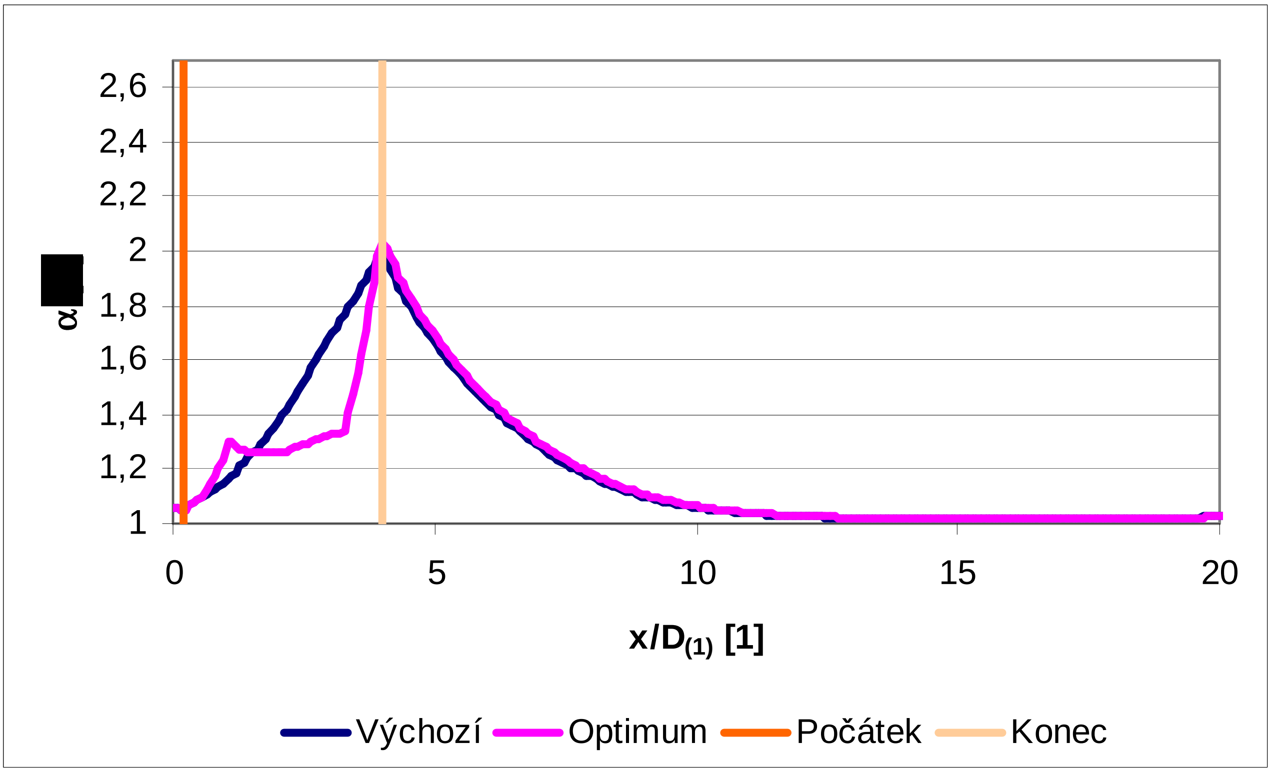
Graf.126 *Průběh Coriolisova čísla pro 6° otevření*



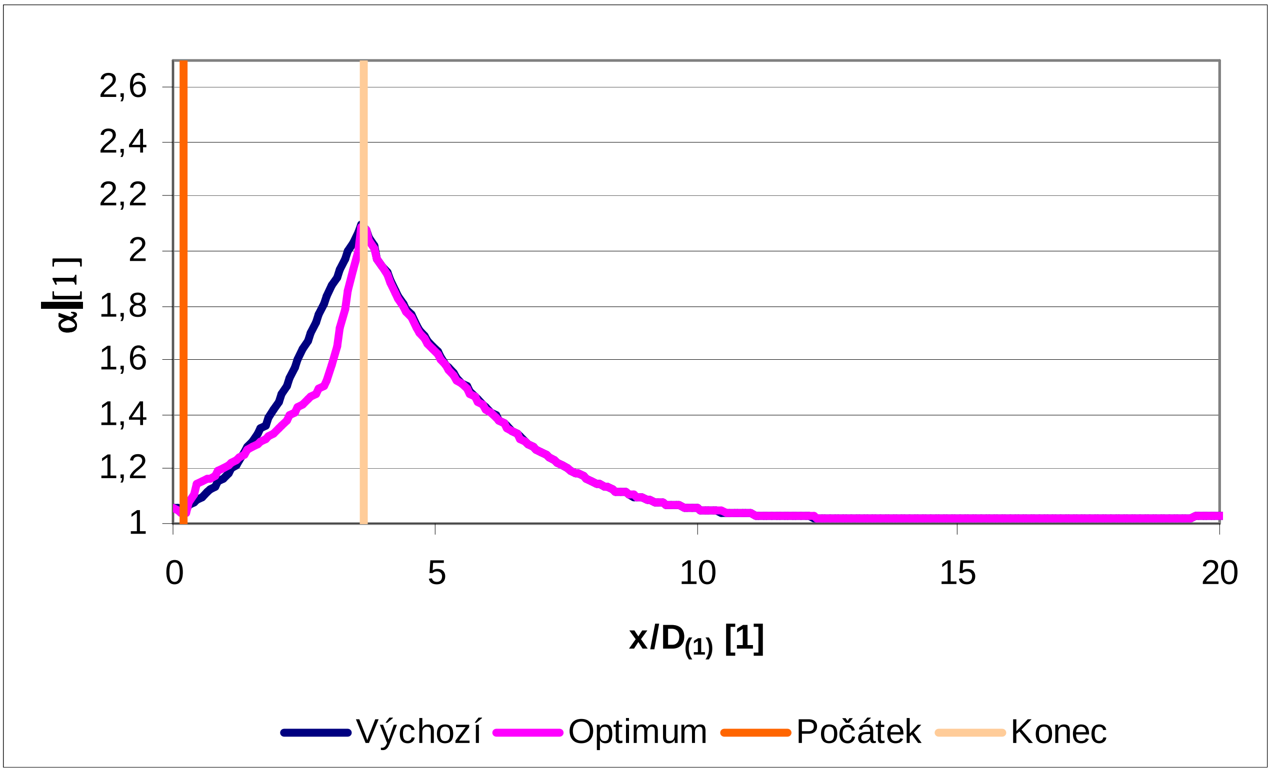
Graf.127 *Průběh Coriolisova čísla pro 7° otevření*



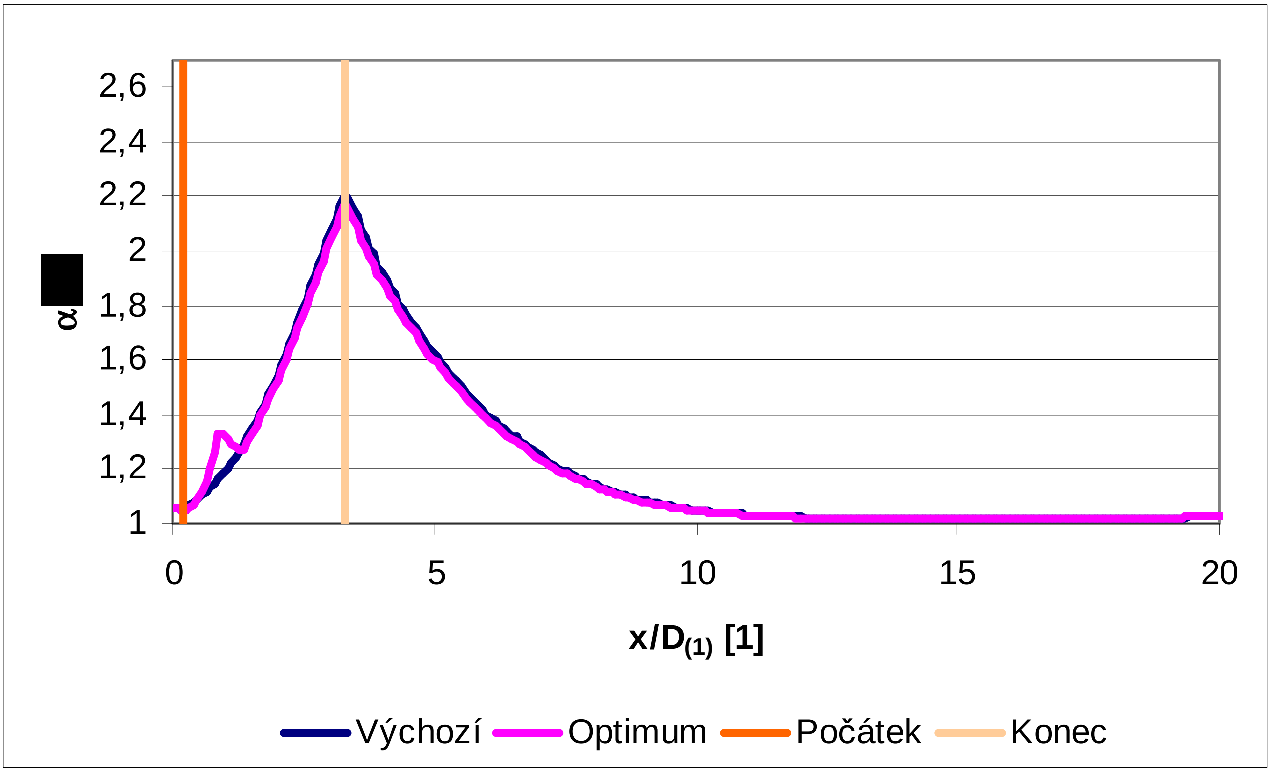
Graf.128 *Průběh Coriolisova čísla pro 8° otevření*



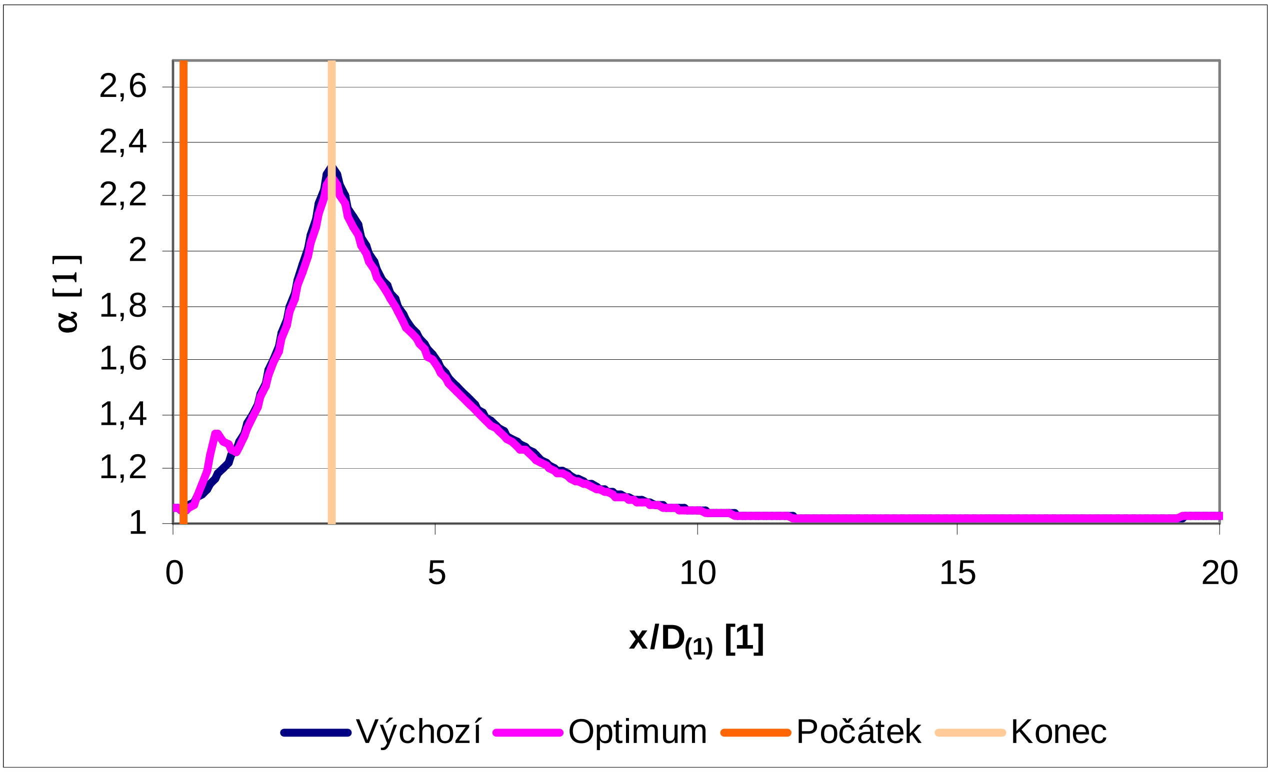
Graf.129 *Průběh Coriolisova čísla pro 9° otevření*



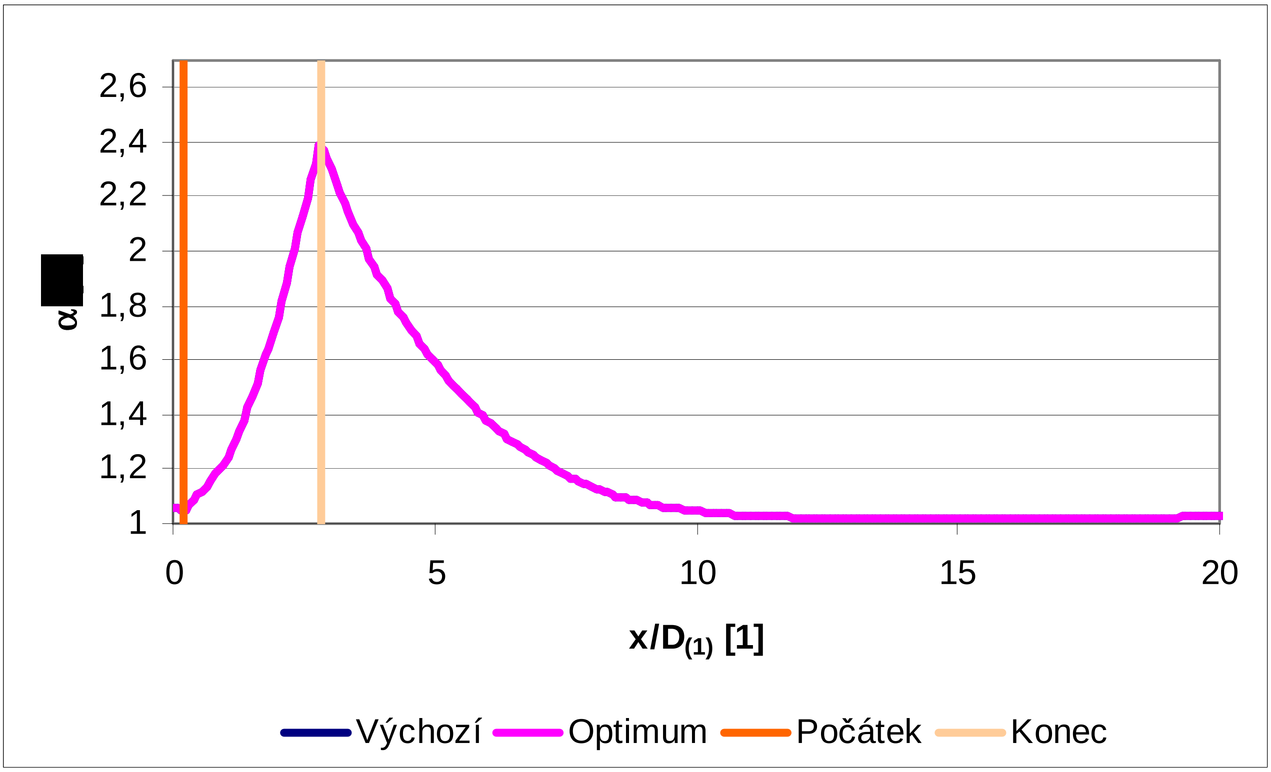
Graf.130 *Průběh Coriolisova čísla pro 10° otevření*



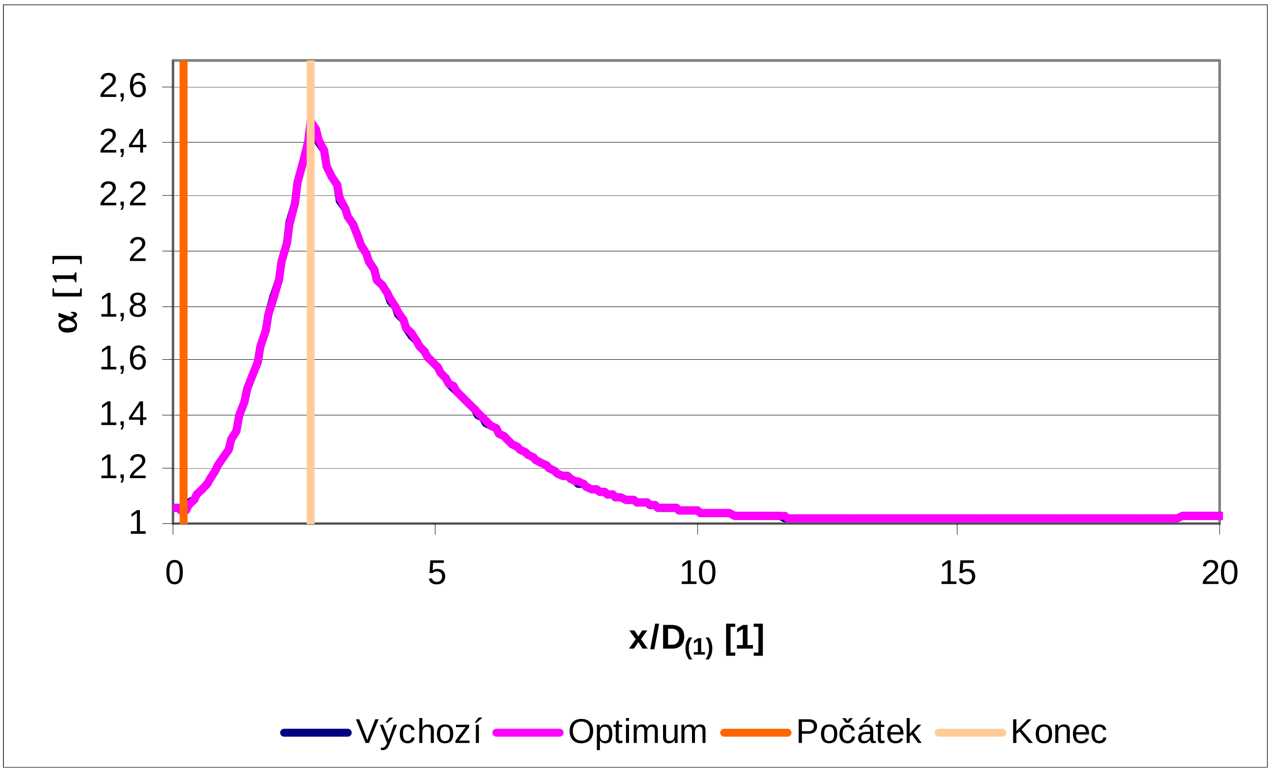
Graf.131 *Průběh Coriolisova čísla pro 11° otevření*



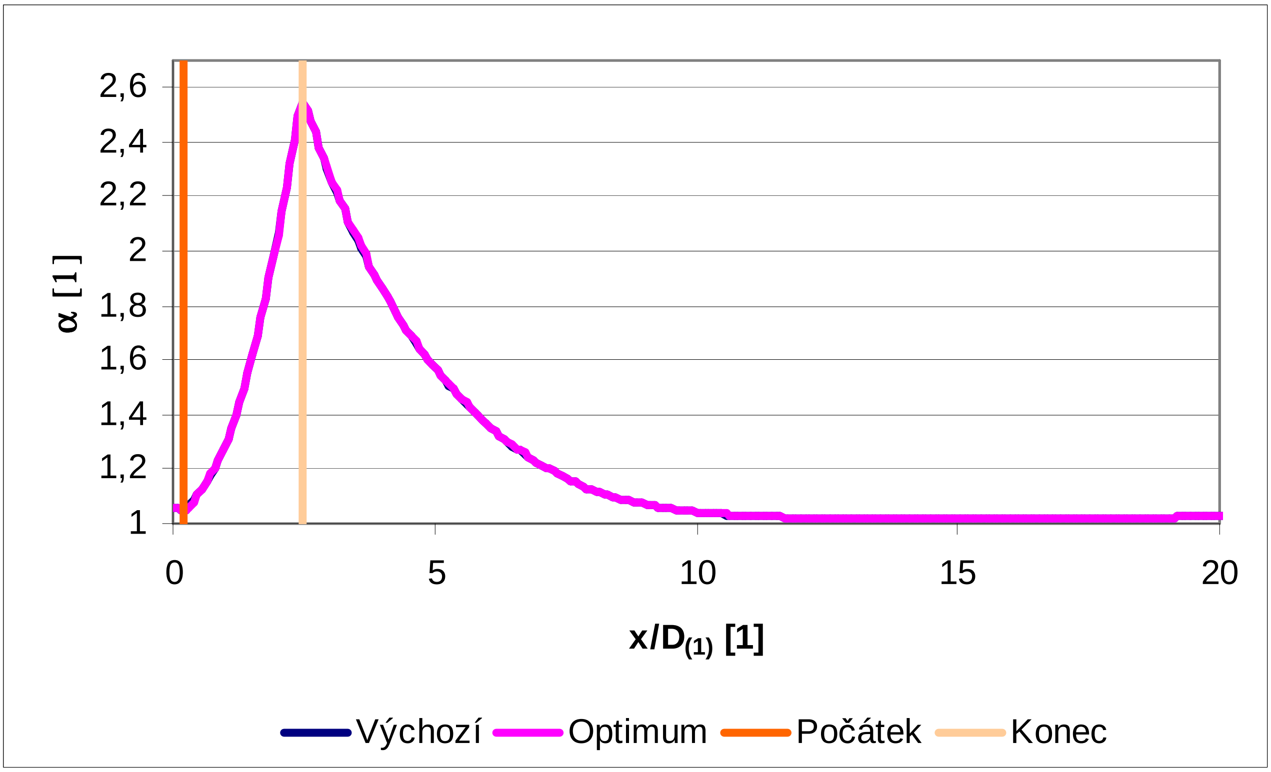
Graf.132 *Průběh Coriolisova čísla pro 12° otevření*



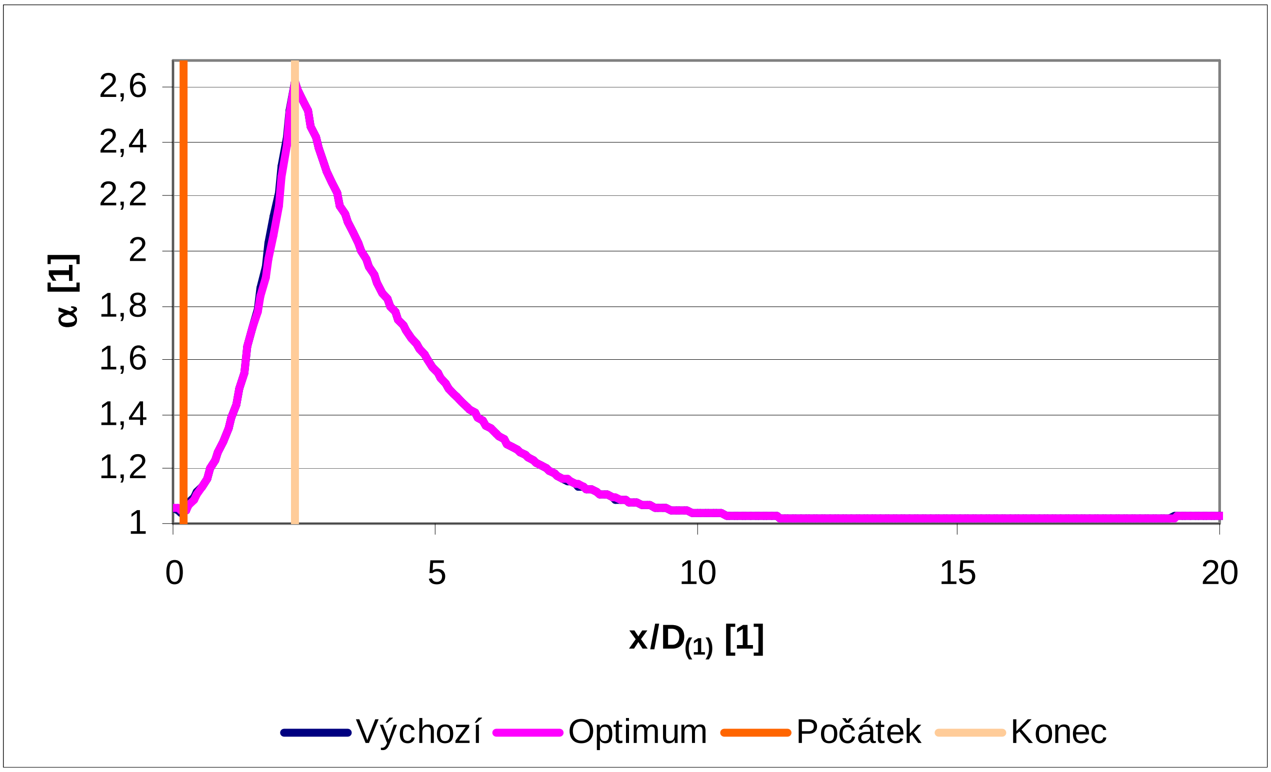
Graf.133 *Průběh Coriolisova čísla pro 13° otevření*



Graf.134 *Průběh Coriolisova čísla pro 14° otevření*



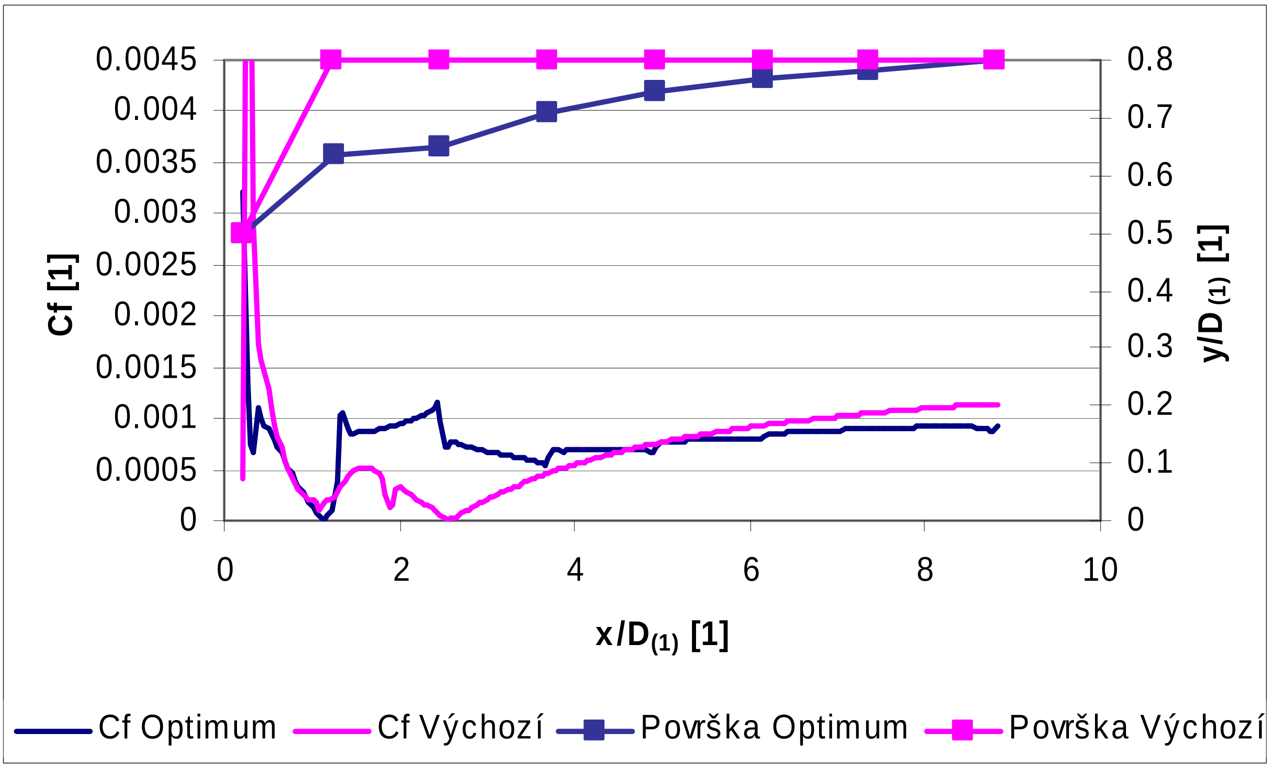
Graf.135 *Průběh Coriolisova čísla pro 15° otevření*



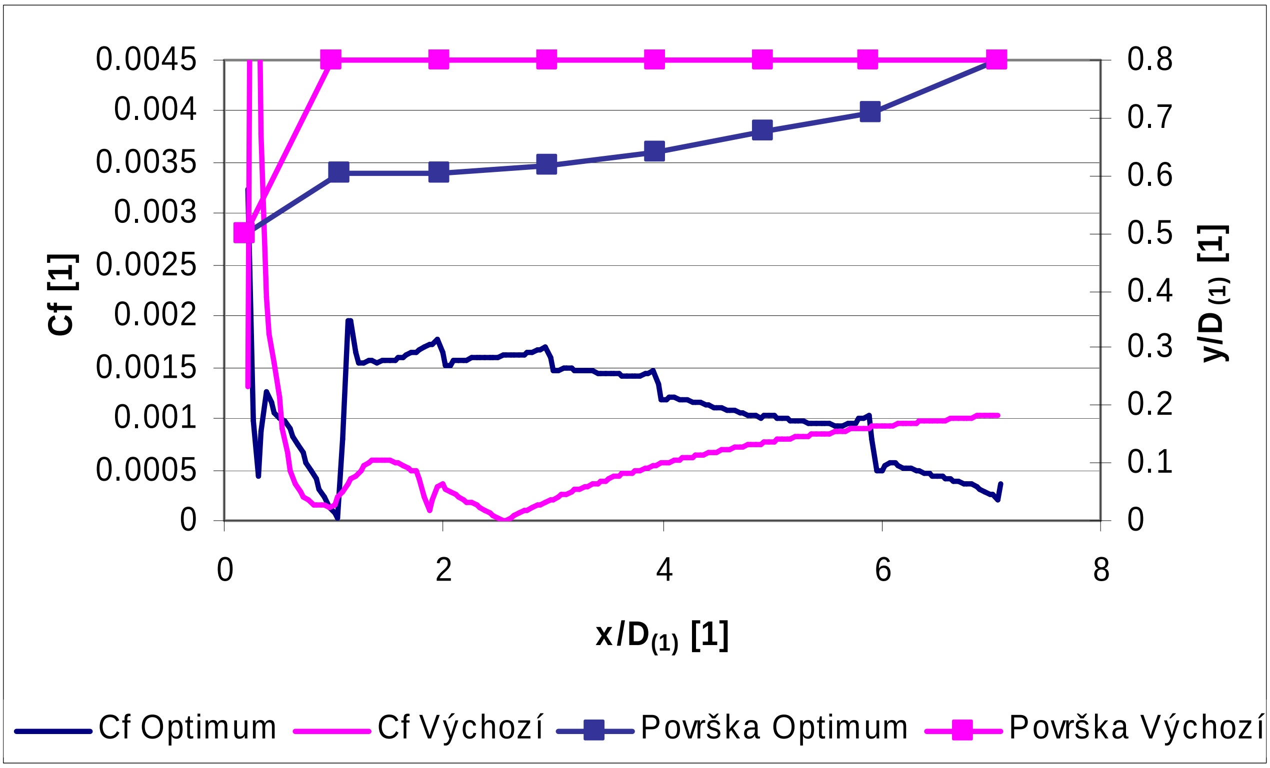
Graf.136 *Průběh Coriolisova čísla pro 16° otevření*

27.2 DIFUZOR, PO ČÁSTECH LIANÁRNÍ, DRUHÝ VÝCHOZÍ BOD

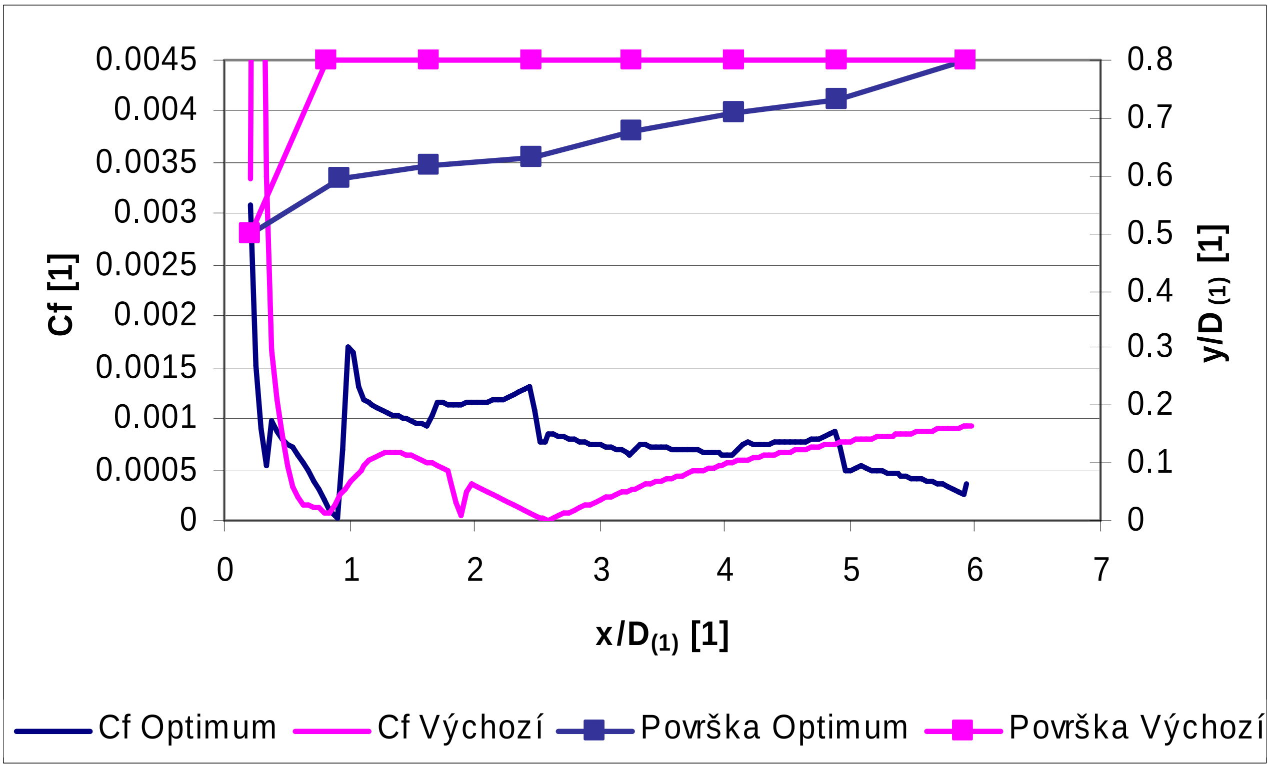
27.2.1 Průběhy smykových napětí a tvary površek



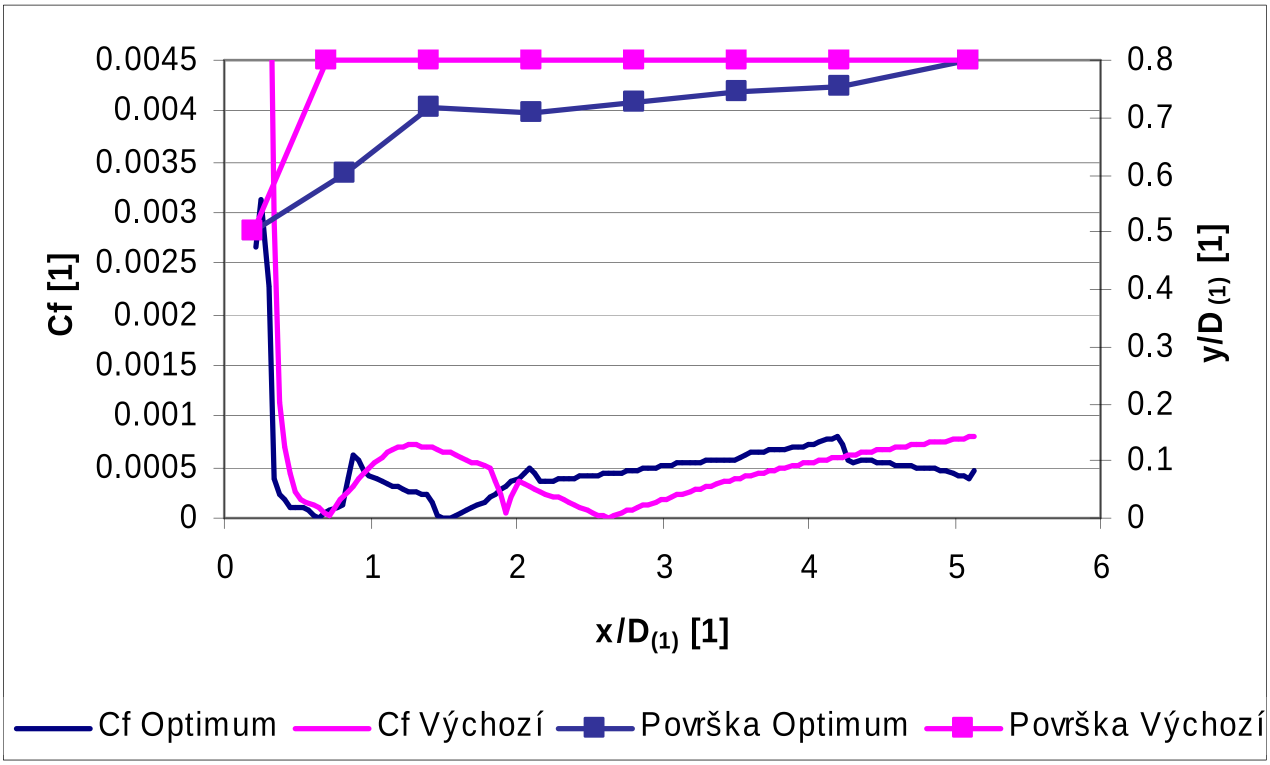
Graf.137 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 4°*



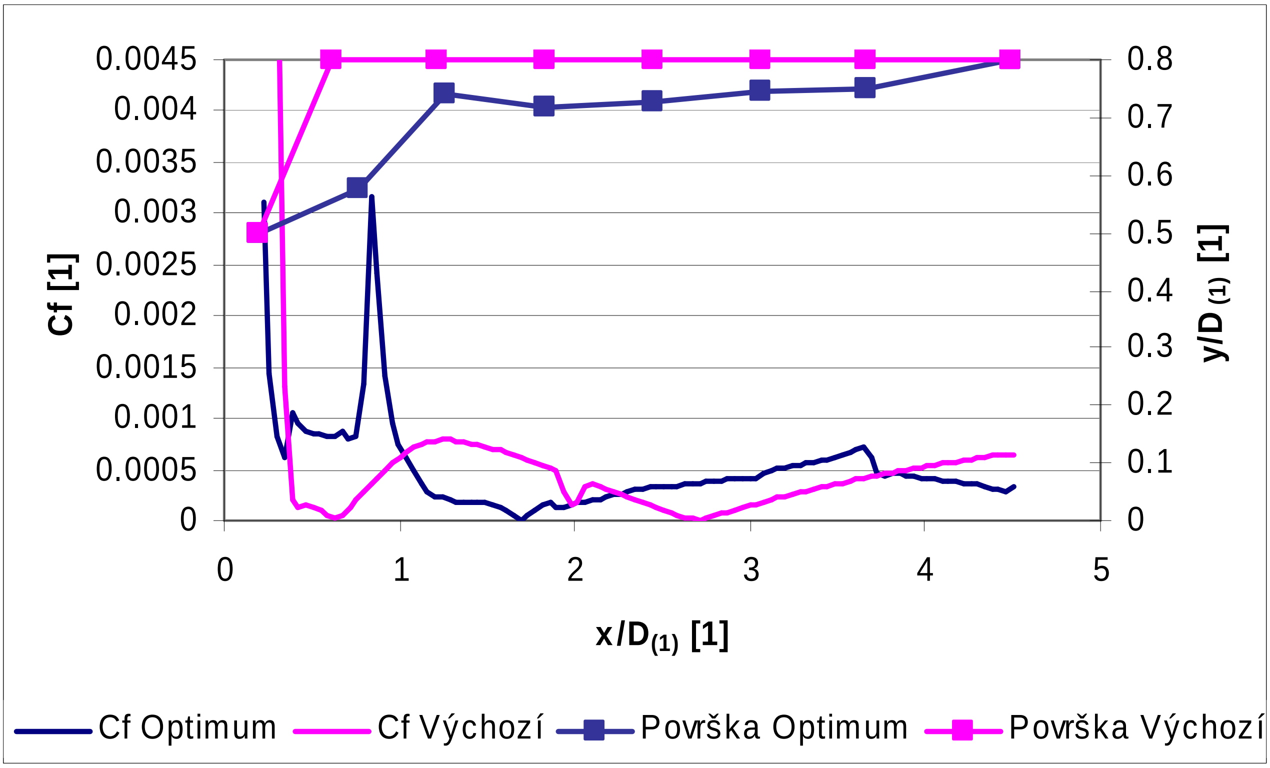
Graf.138 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 5°*



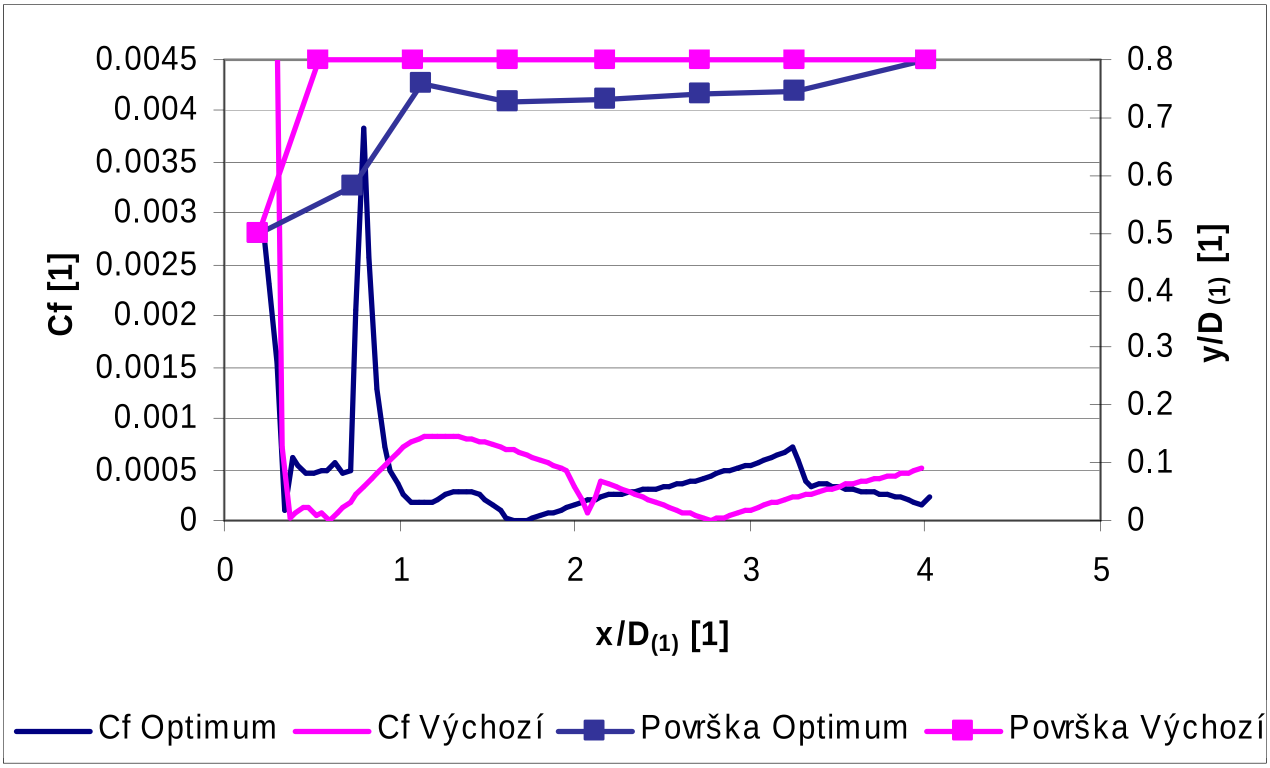
Graf.139 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 6°*



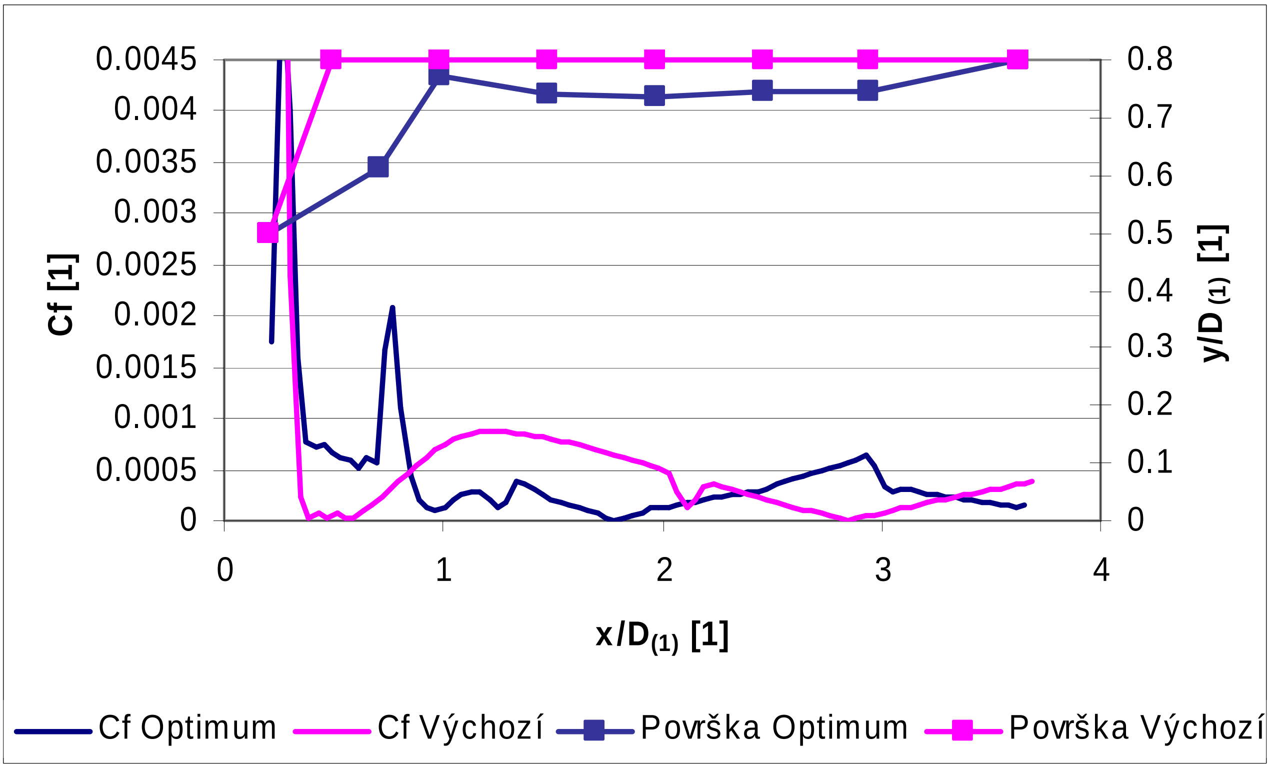
Graf.140 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 7°*



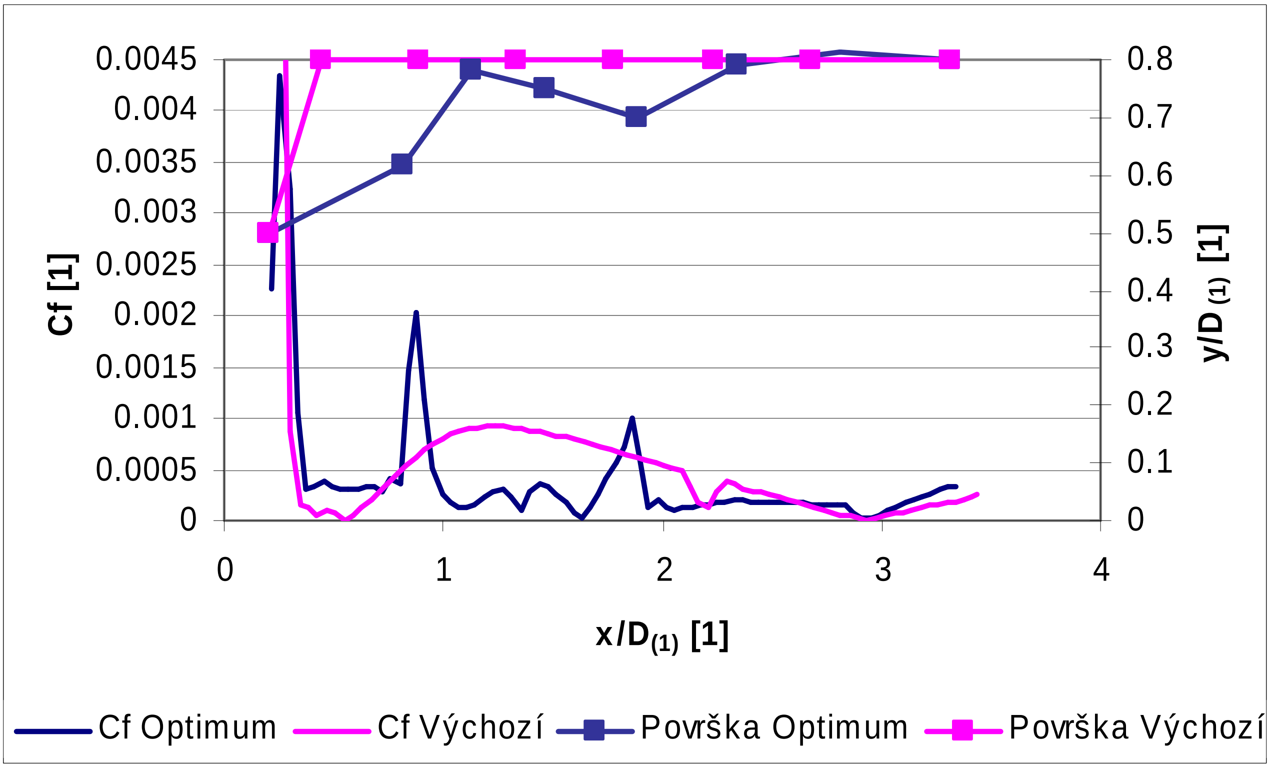
Graf.141 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 8°*



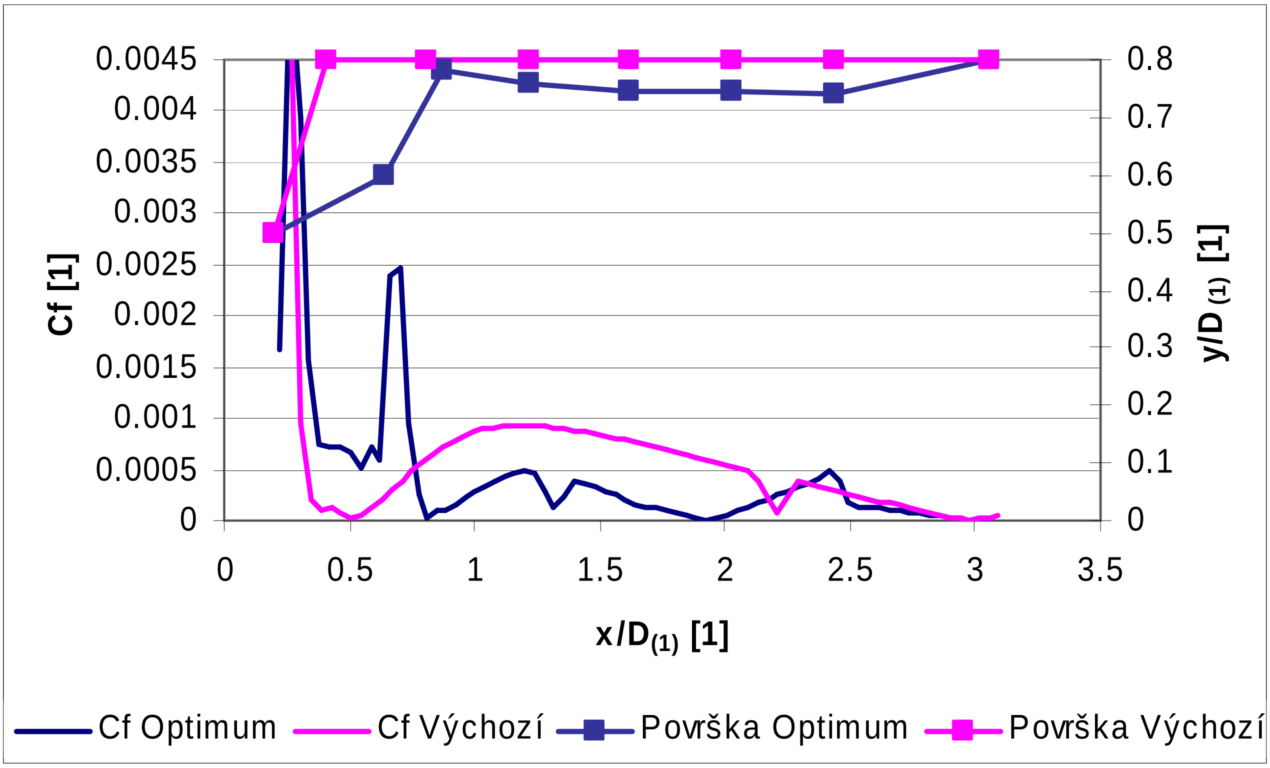
Graf.142 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 9°*



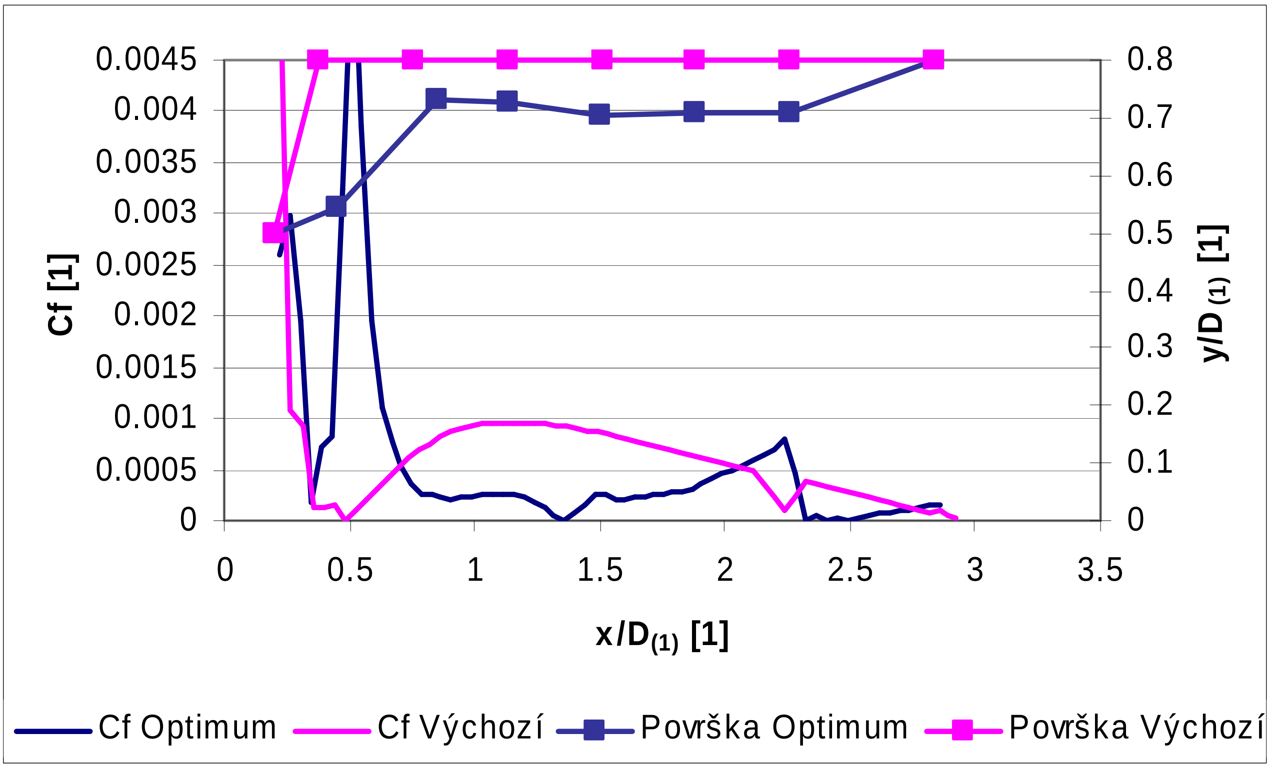
Graf.143 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 10°*



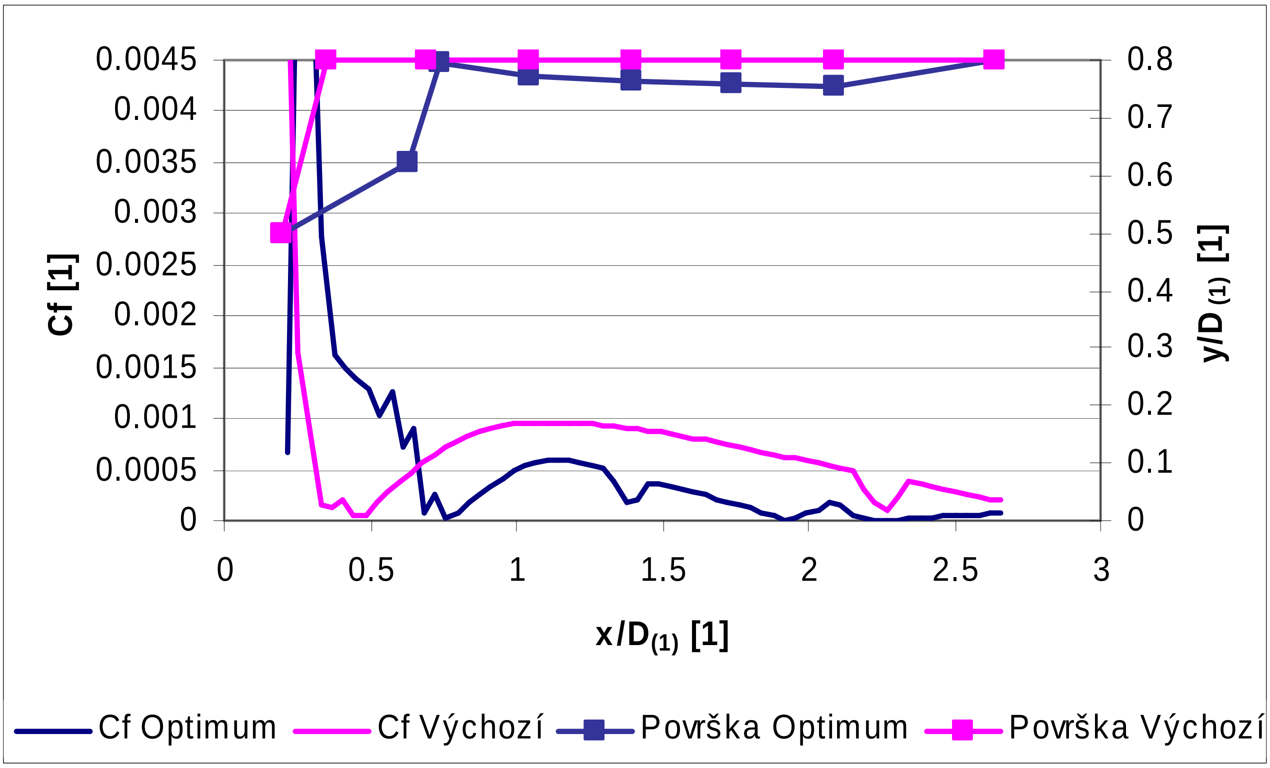
Graf.144 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 11°*



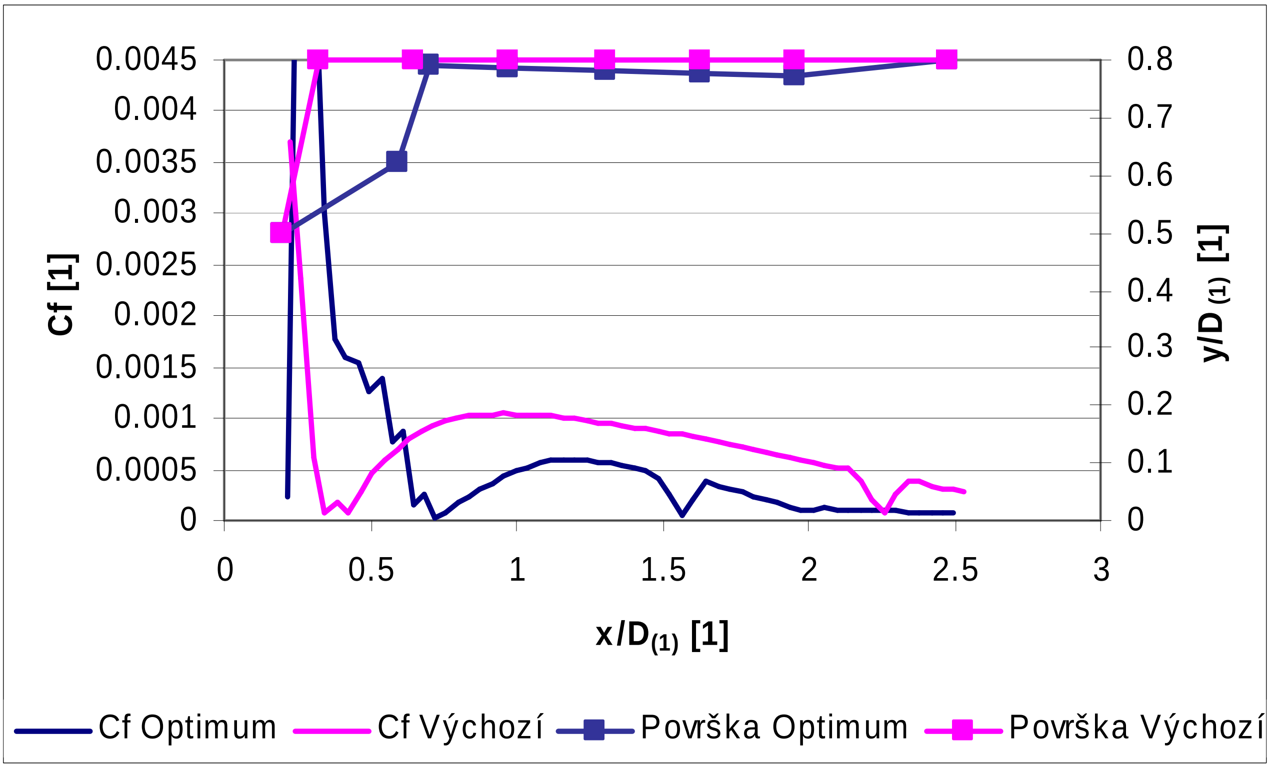
Graf.145 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 12°*



Graf.146 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 13°*

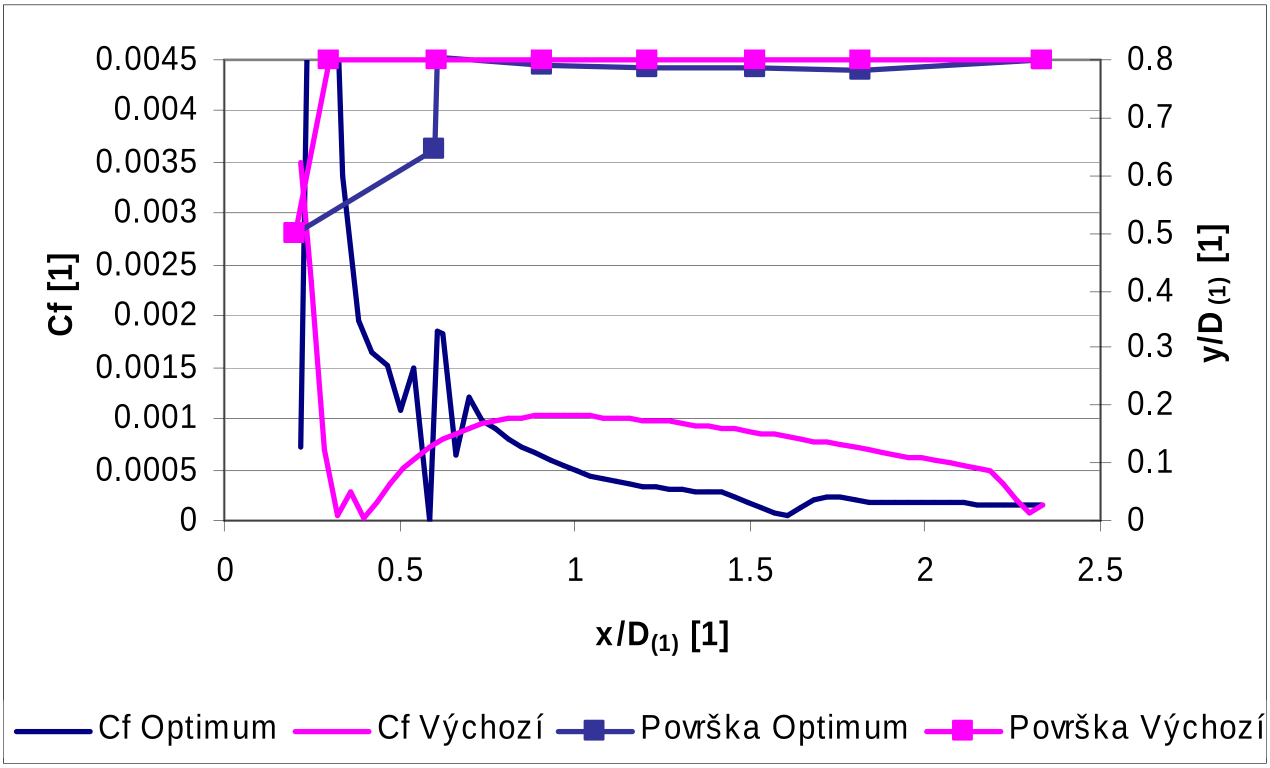


Graf.147 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 14°*



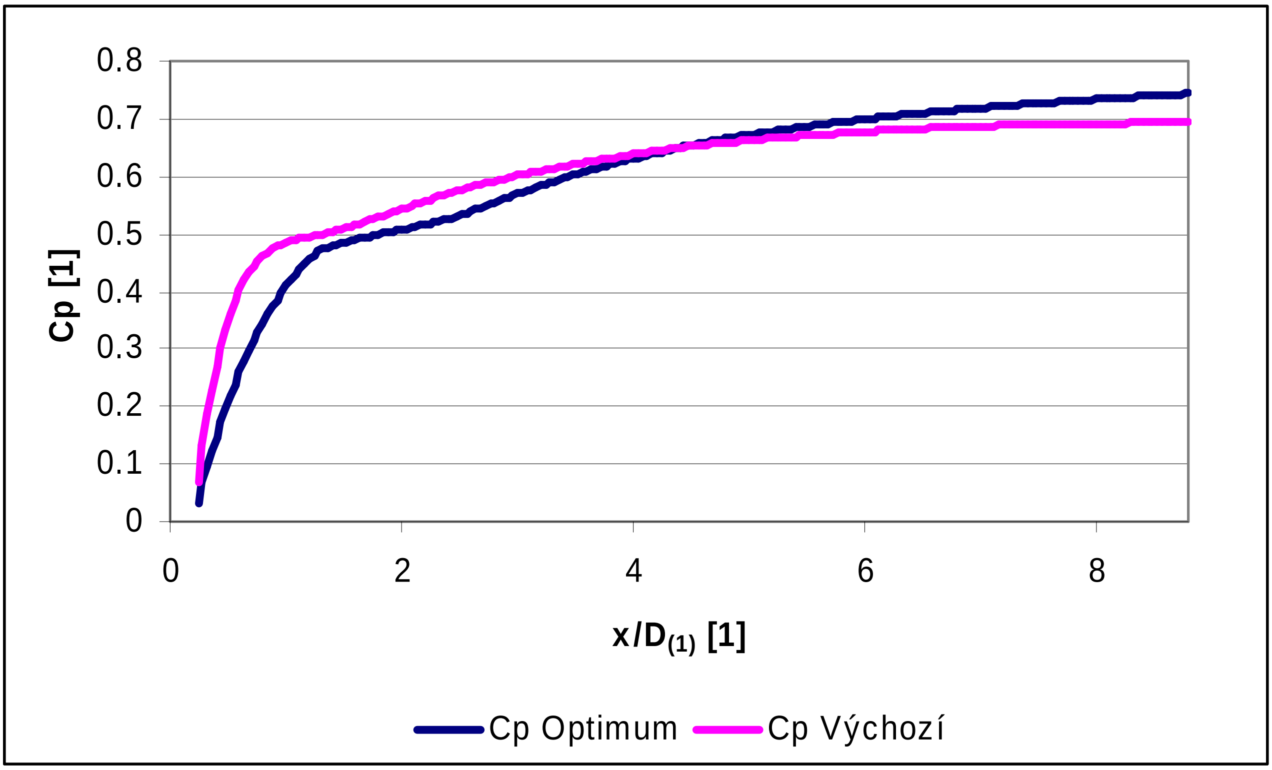
Graf.148 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření*

15°

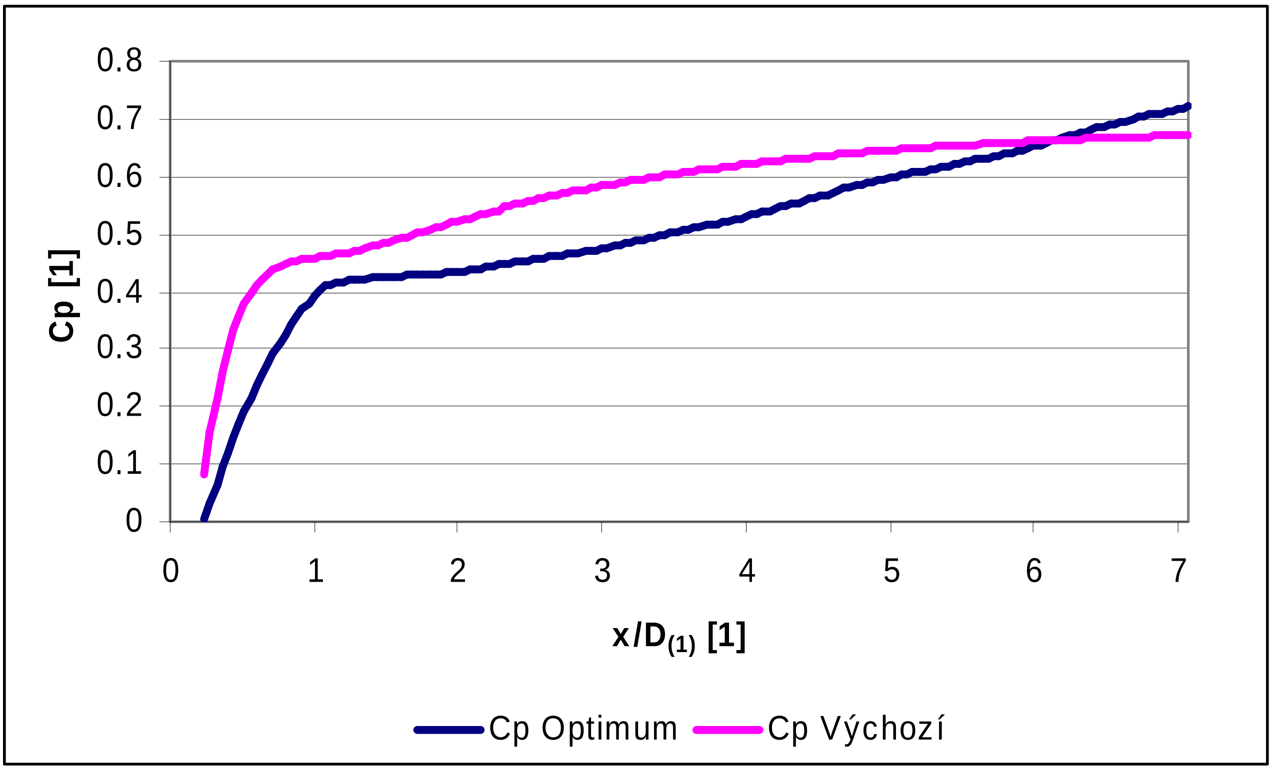


Graf.149 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 16°*

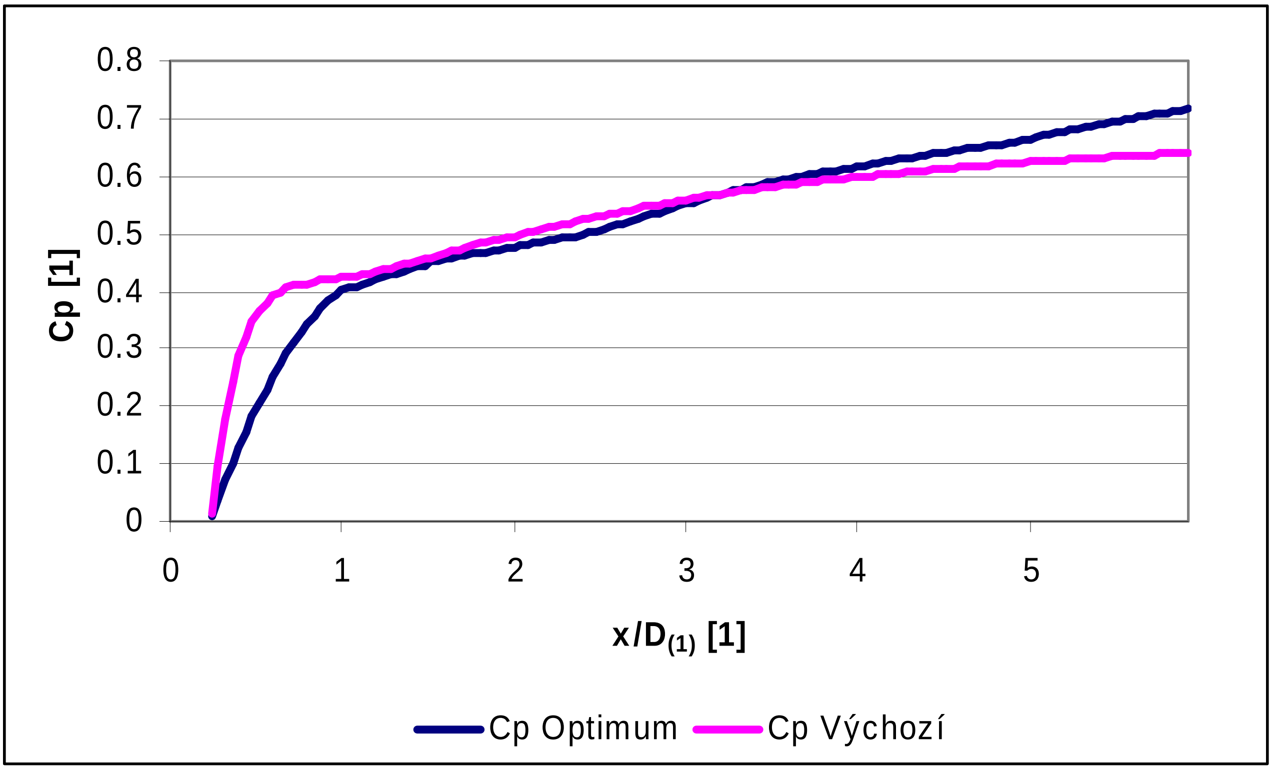
27.2.2Průběhy Cp pro původní a optimalizovanou geometrii



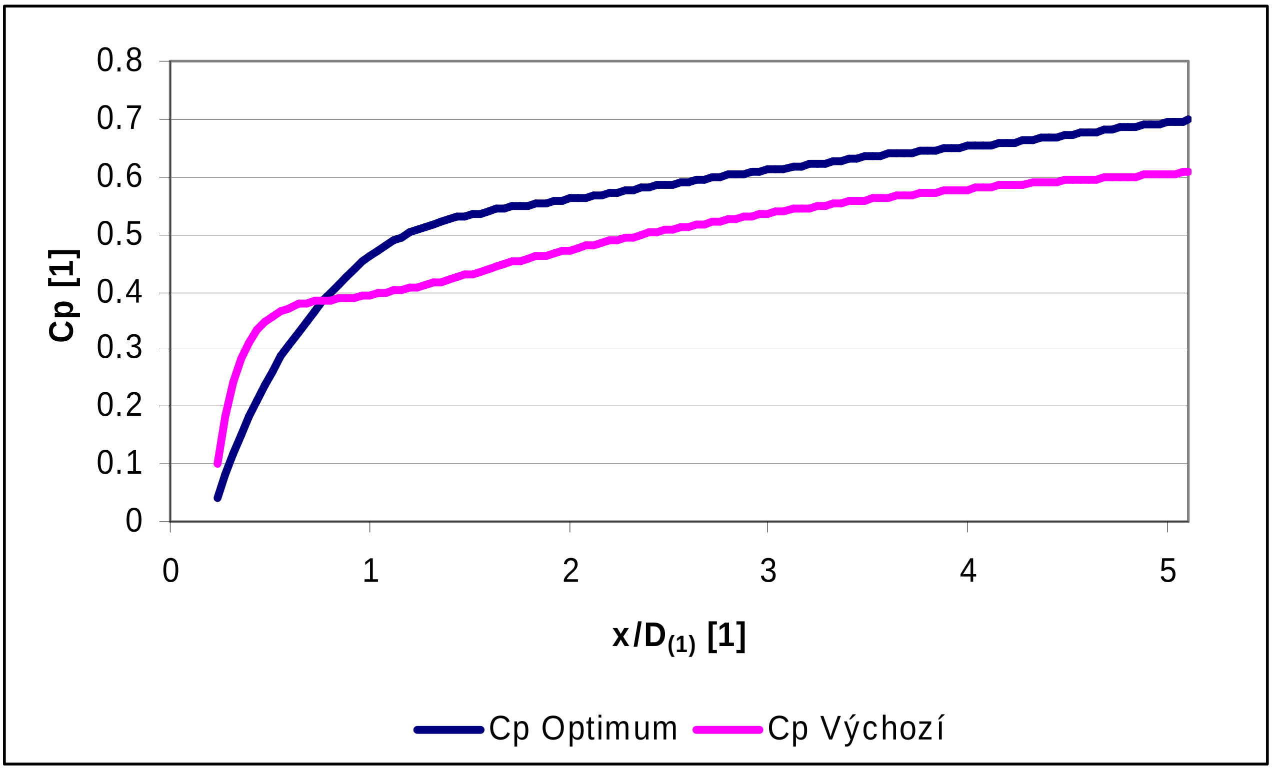
Graf.150 *Průběh Cp pro 4° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



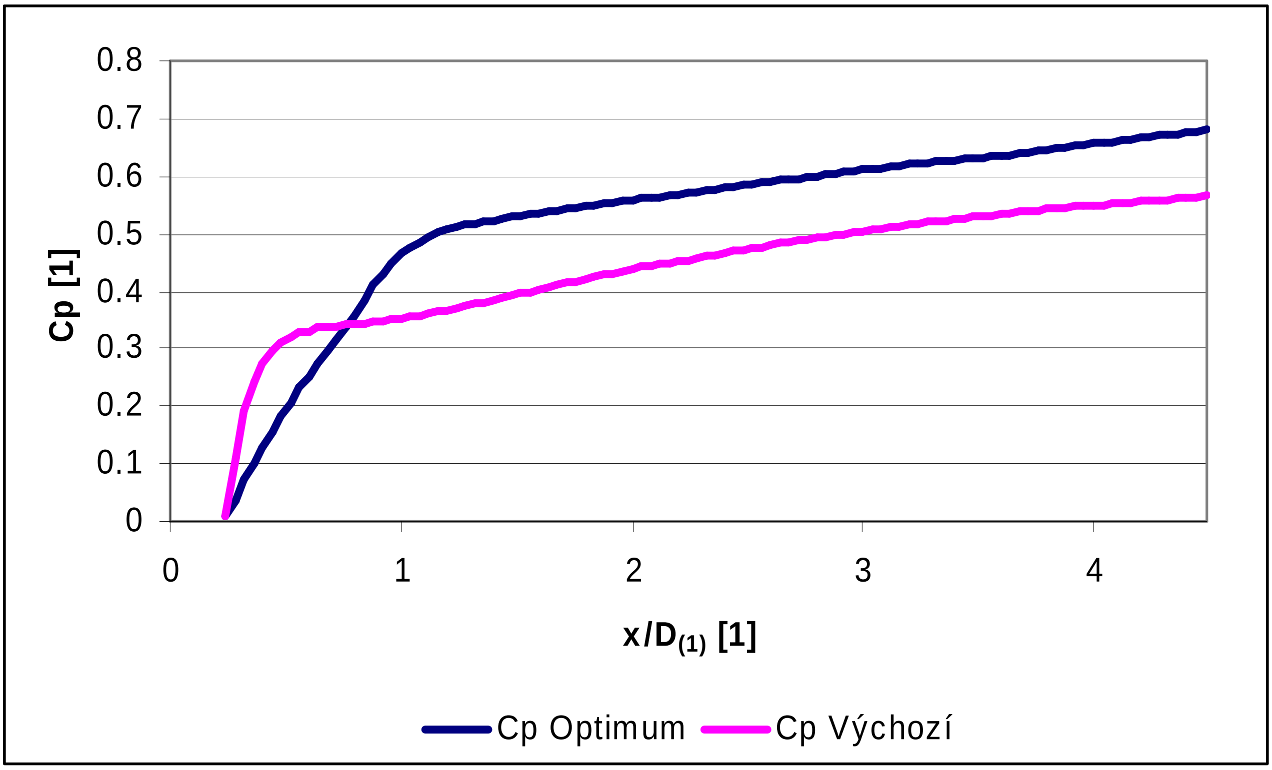
Graf.151 *Průběh Cp pro 5° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



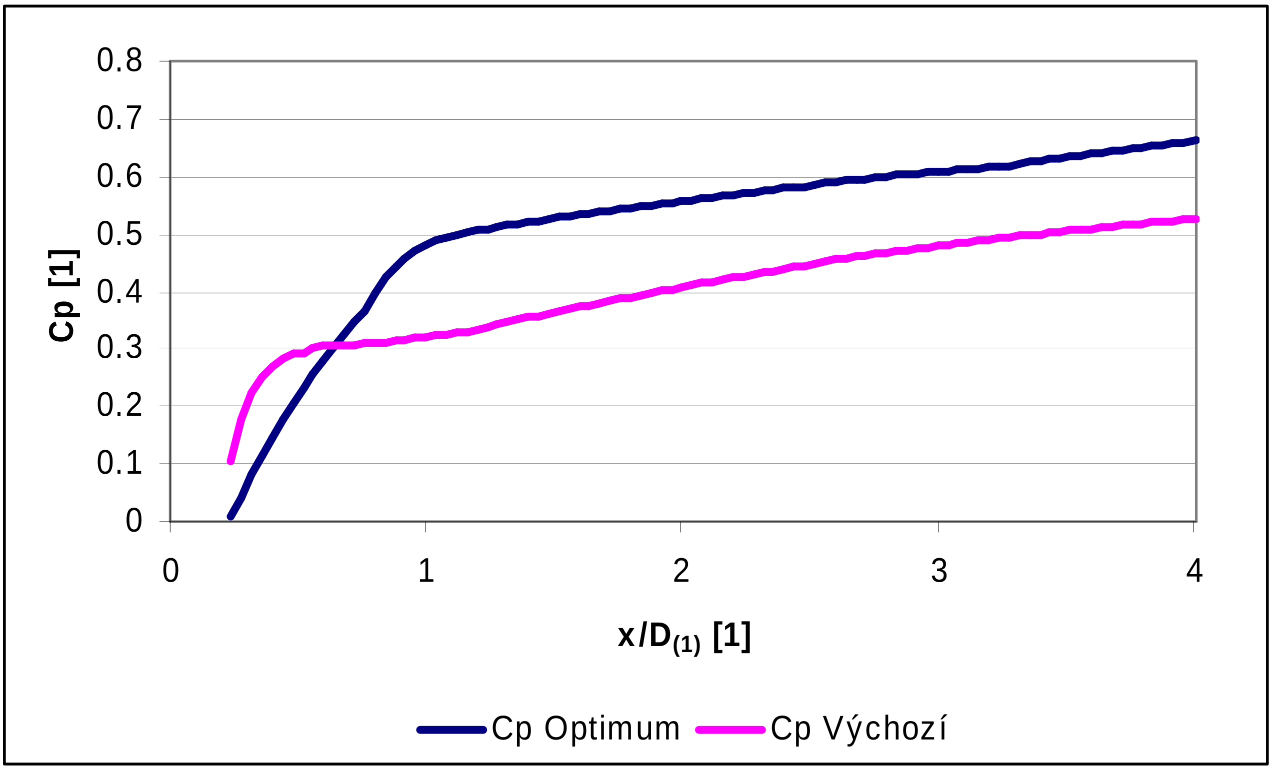
Graf.152 *Průběh Cp pro 6° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



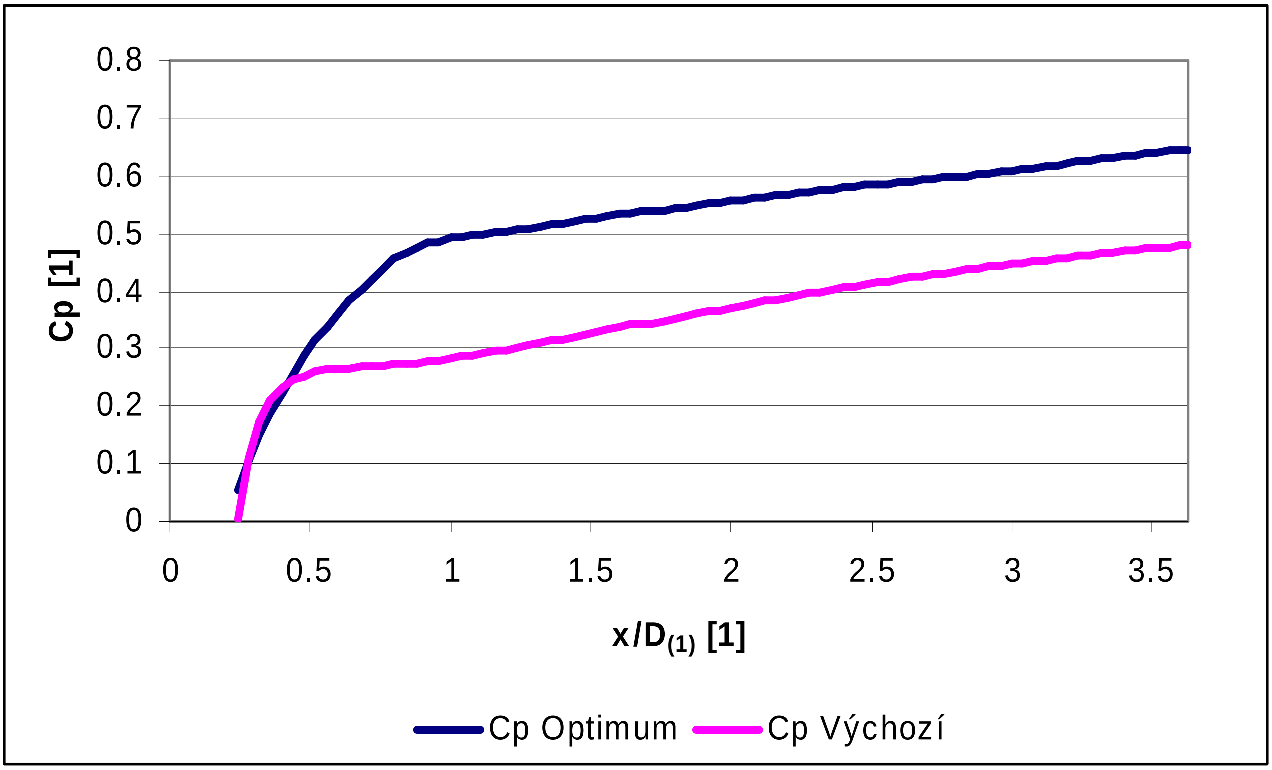
Graf.153 *Průběh Cp pro 7° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



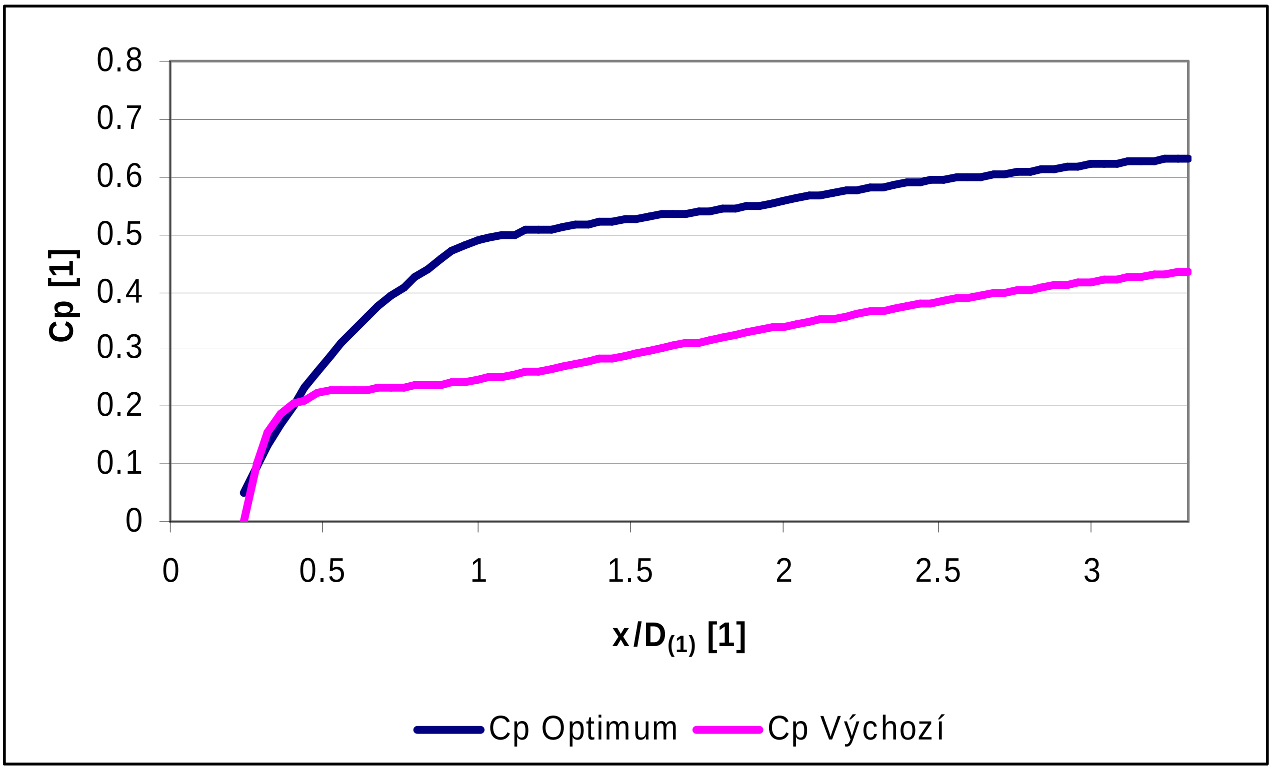
Graf.154 *Průběh Cp pro 8° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



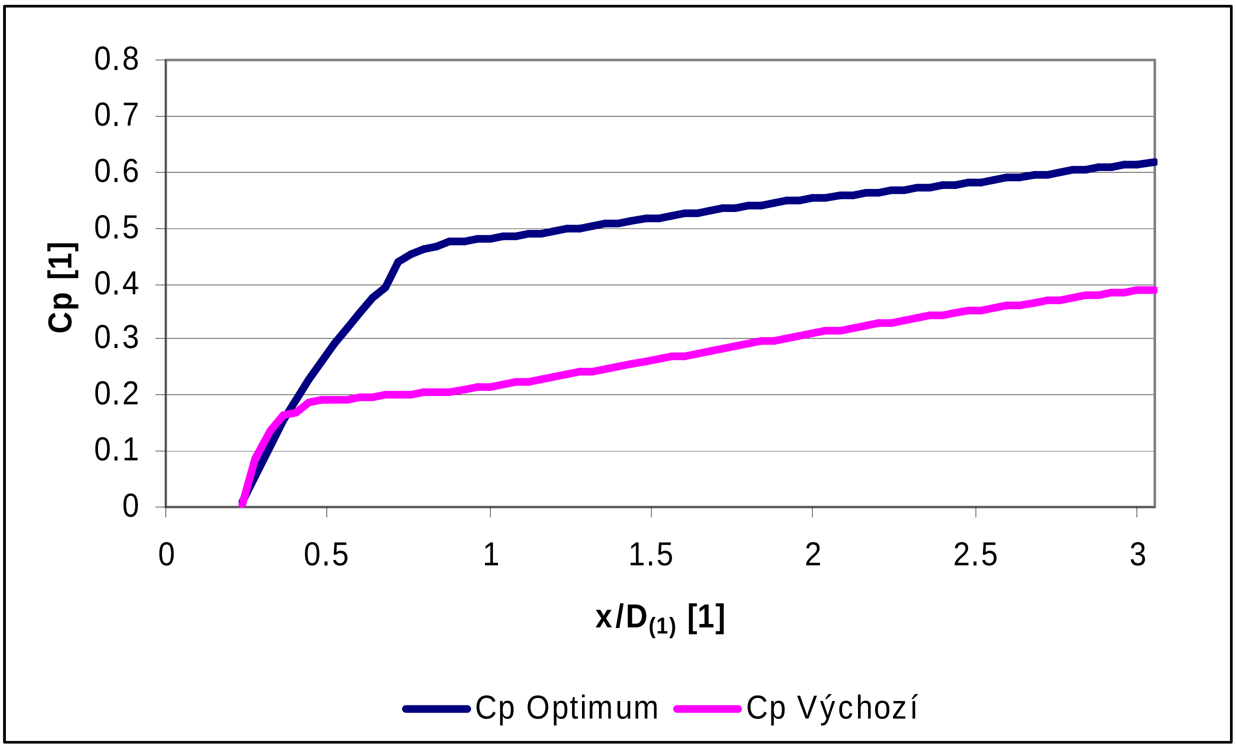
Graf.155 *Průběh Cp pro 9° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



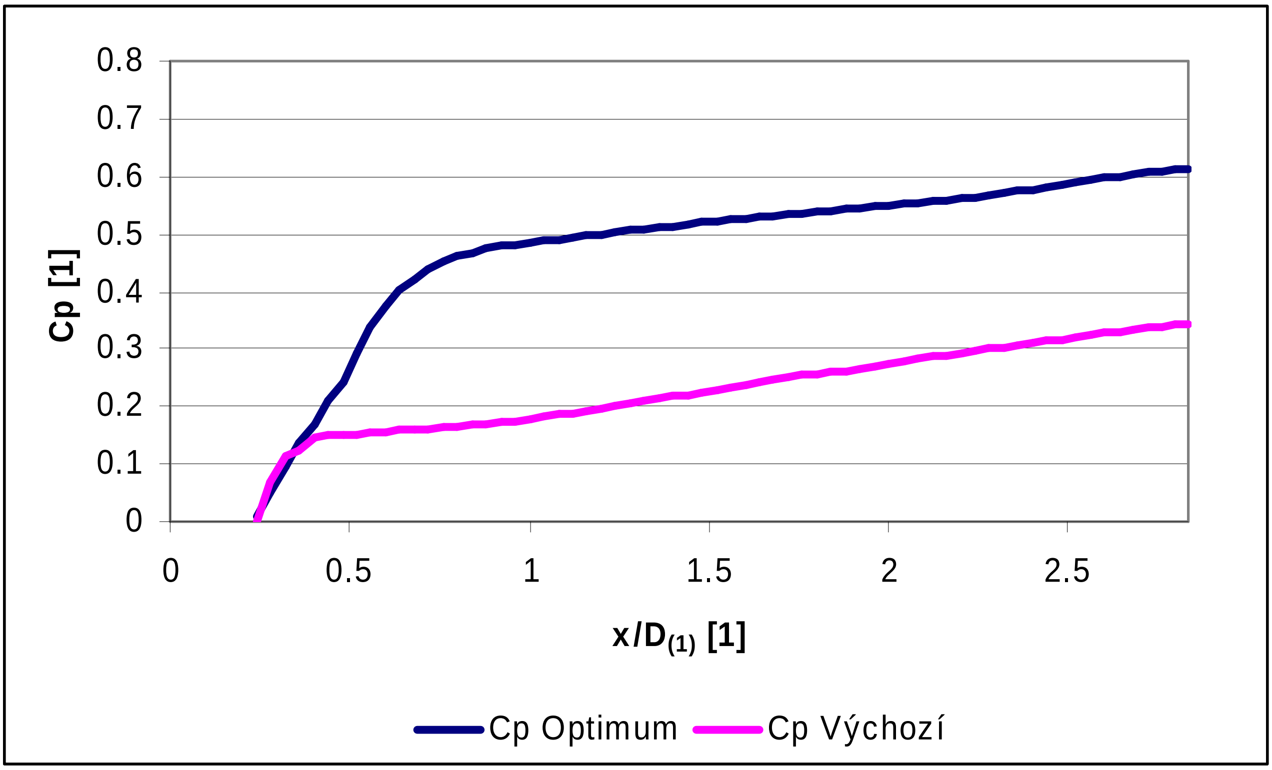
Graf.156 *Průběh Cp pro 10° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



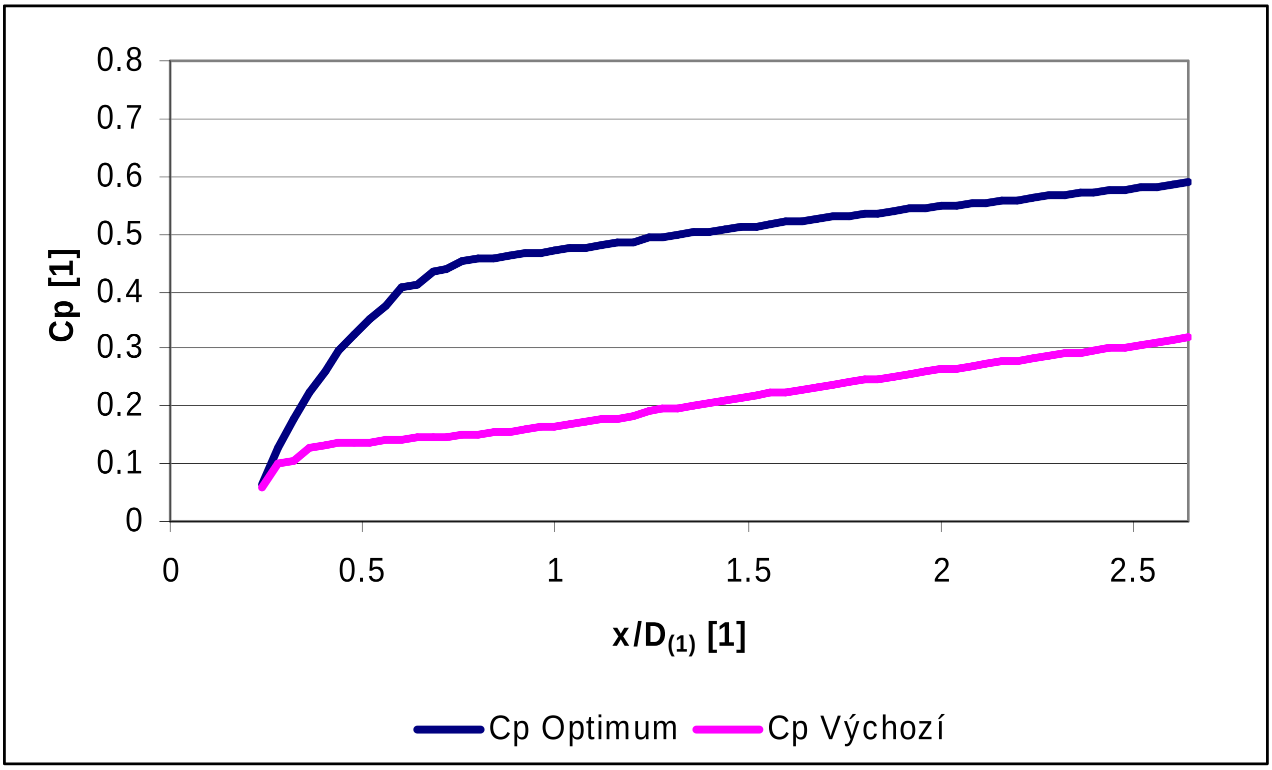
Graf.157 *Průběh Cp pro 11° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



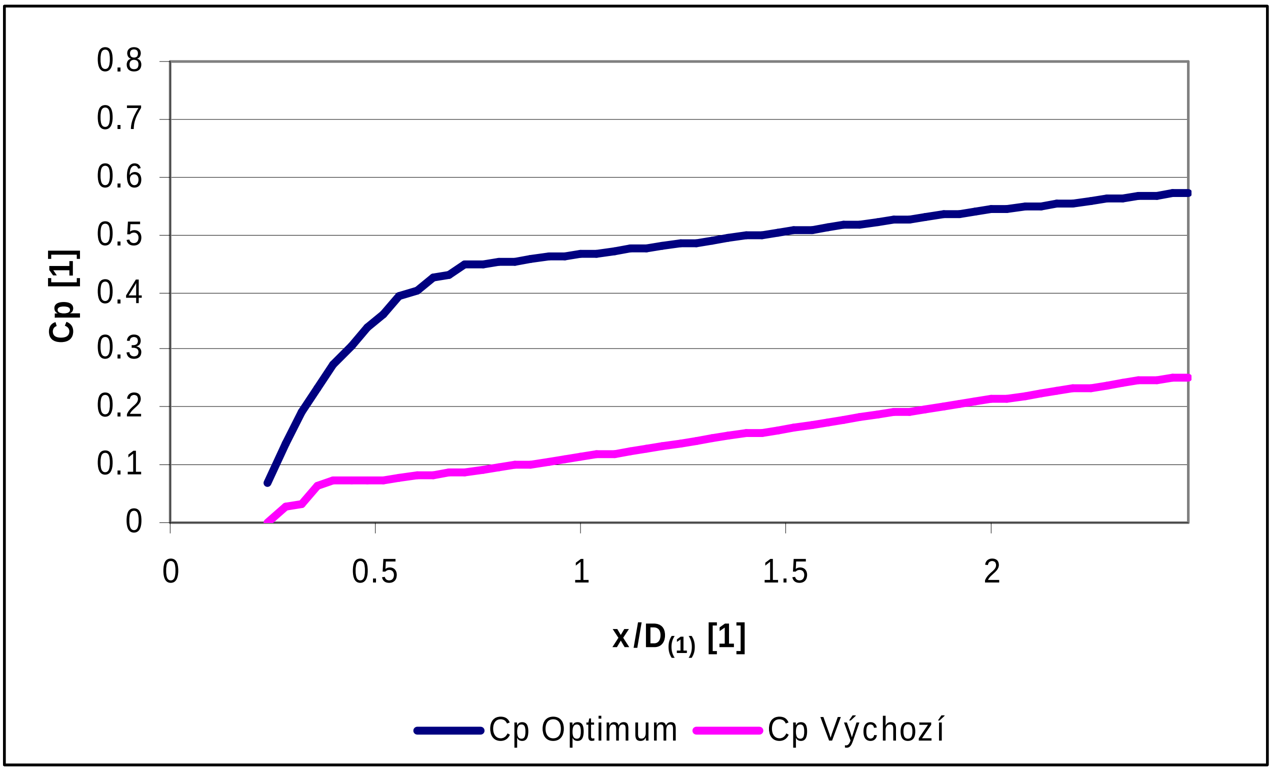
Graf.158 *Průběh Cp pro 12° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



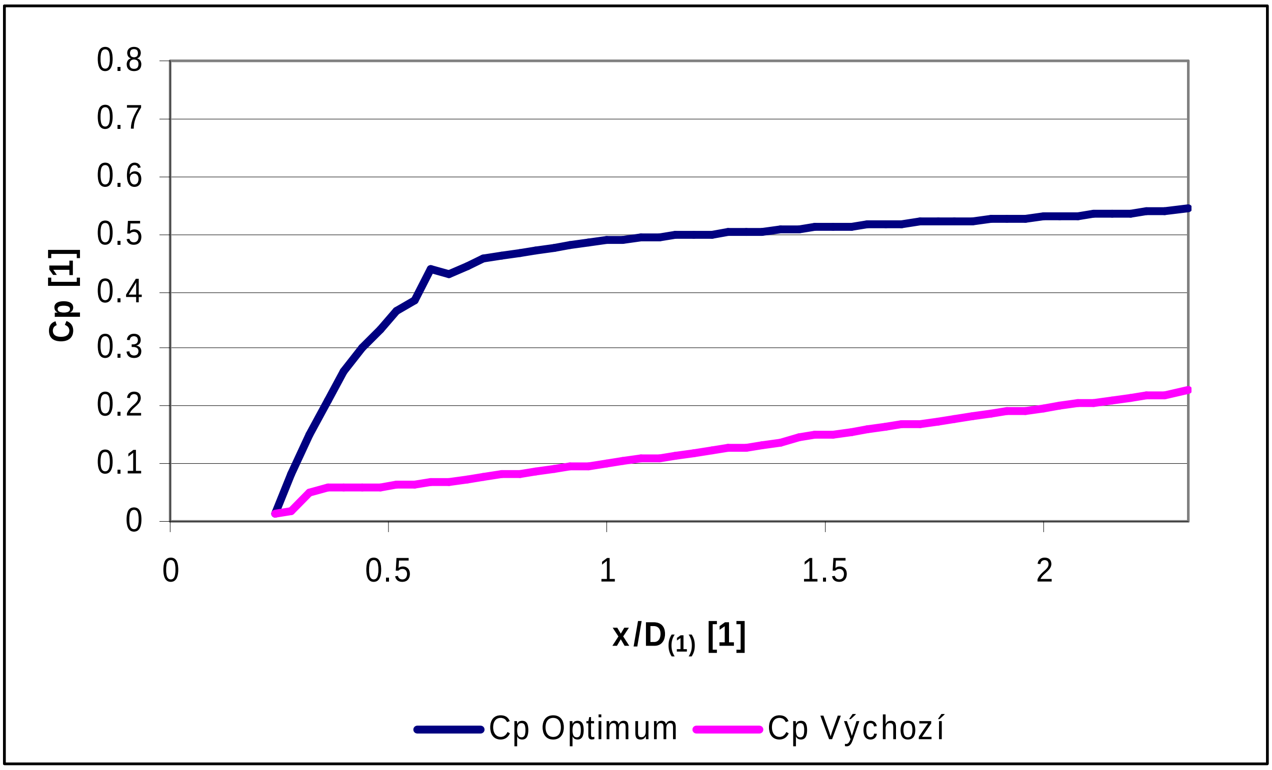
Graf.159 *Průběh Cp pro 13° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*



Graf.160 *Průběh Cp pro 14° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*

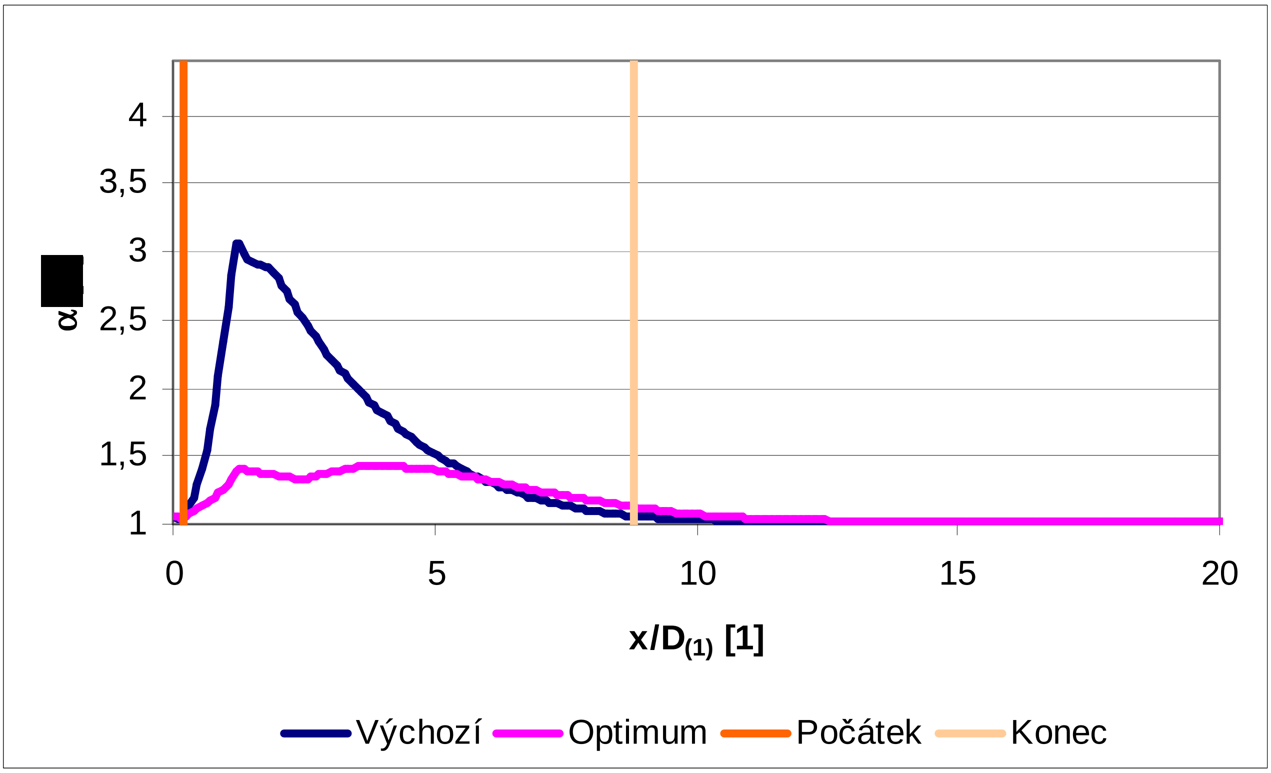


Graf.161 *Průběh Cp pro 15° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*

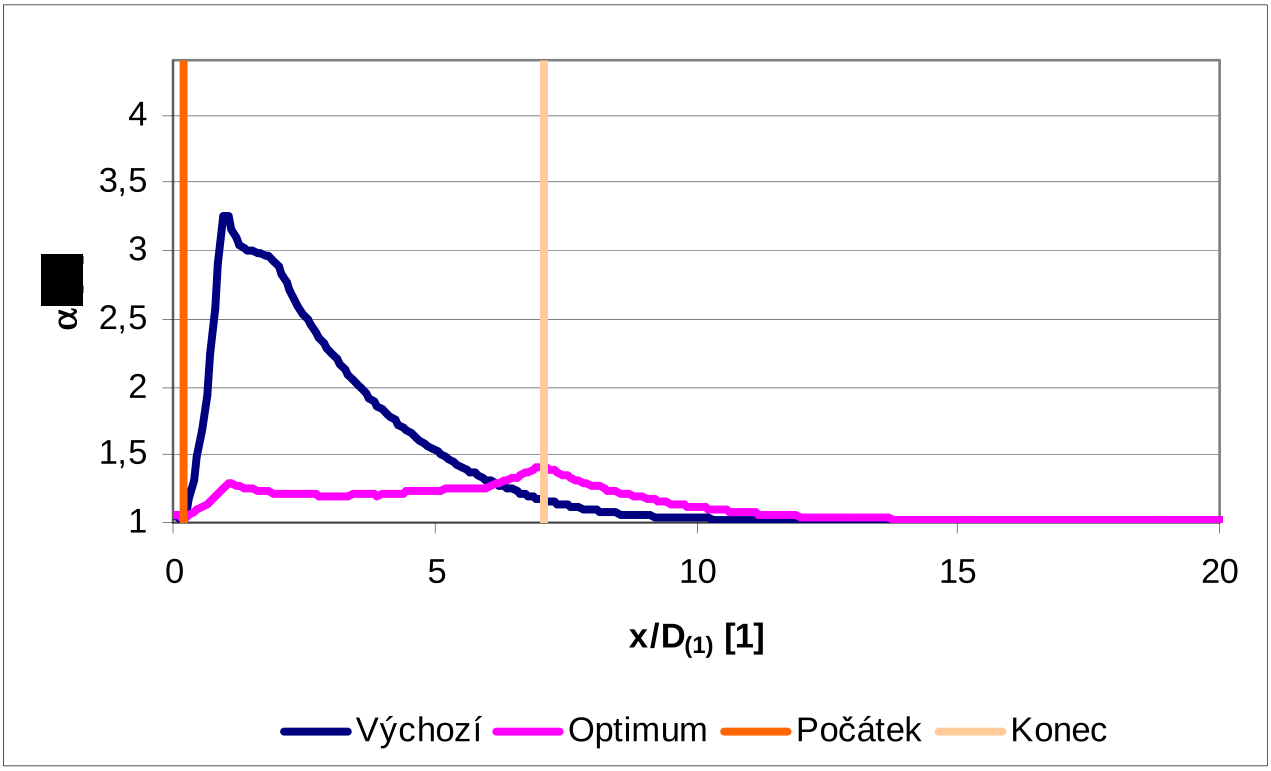


Graf.162 *Průběh Cp pro 16° otevření difuzoru, původní a optimalizovaná geometrie*

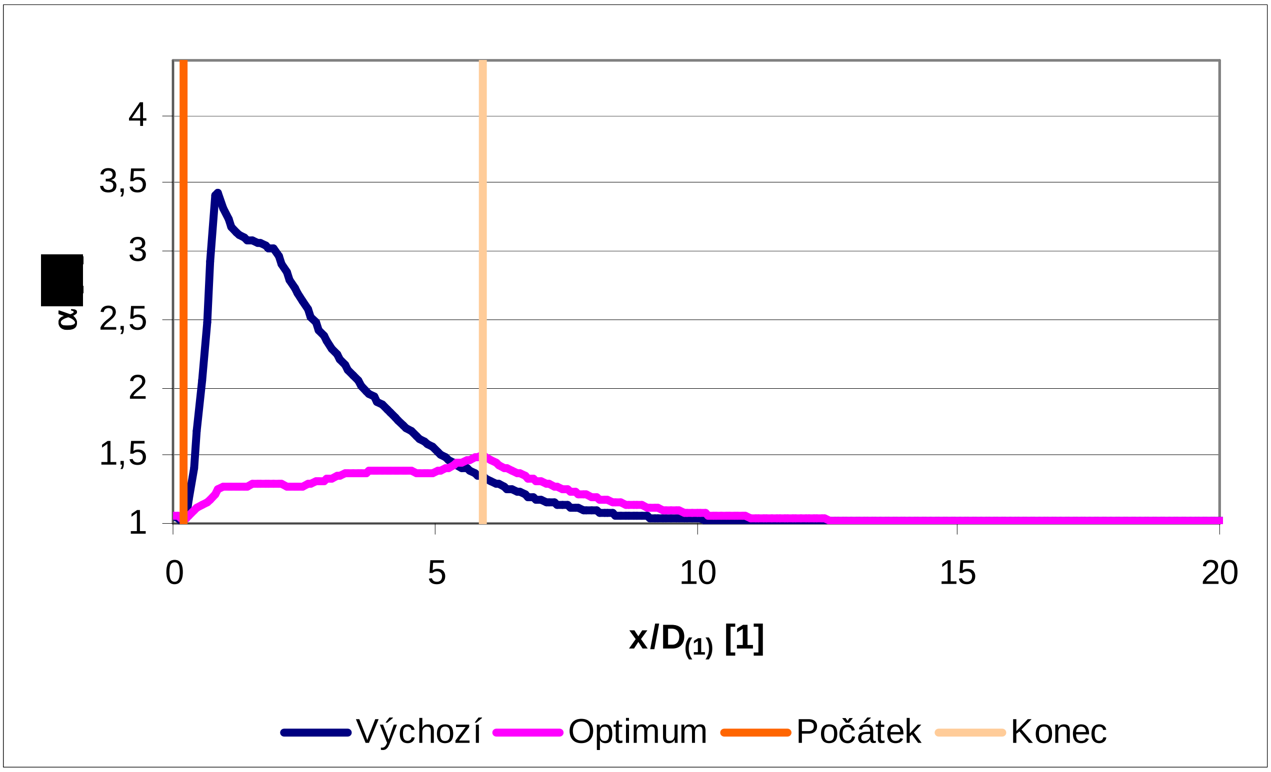
27.2.3 Průběhy Coriolisova součinitele pro původní a optimalizovanou geometrii



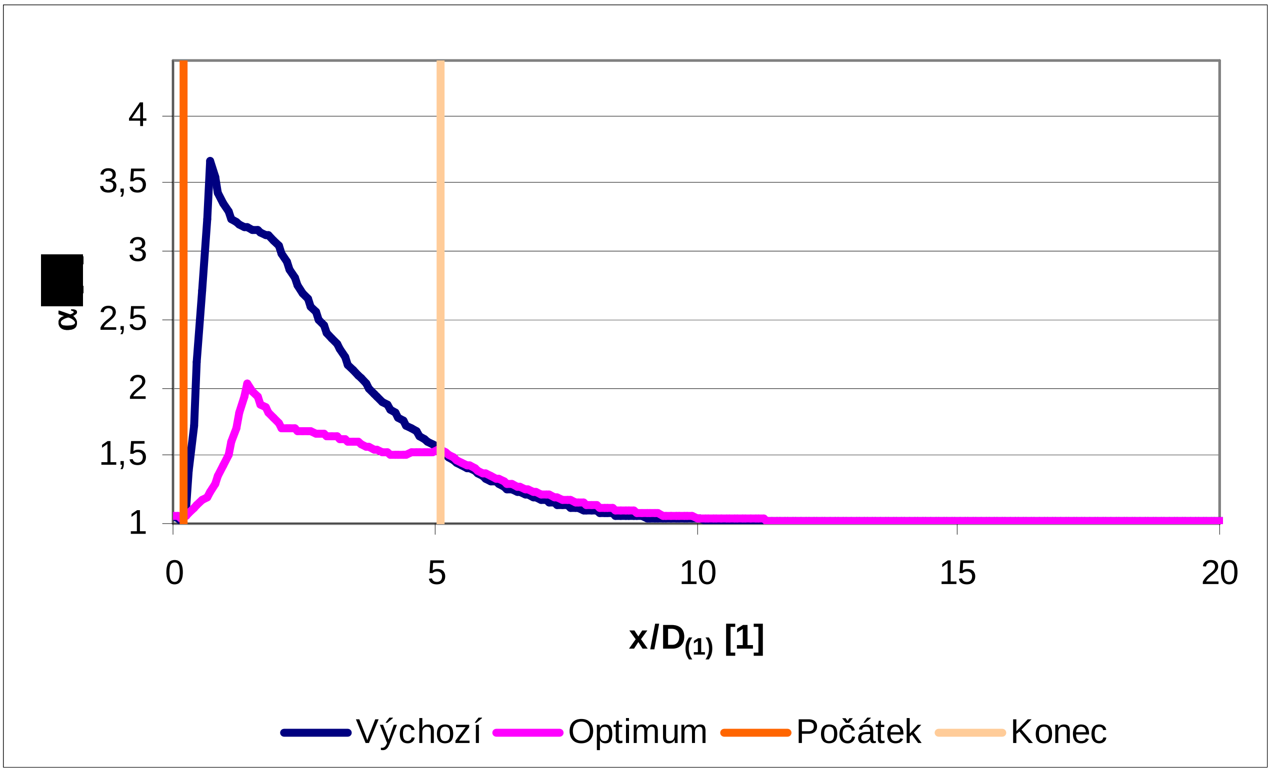
Graf.163 *Průběh Coriolisova čísla pro 4° otevření*



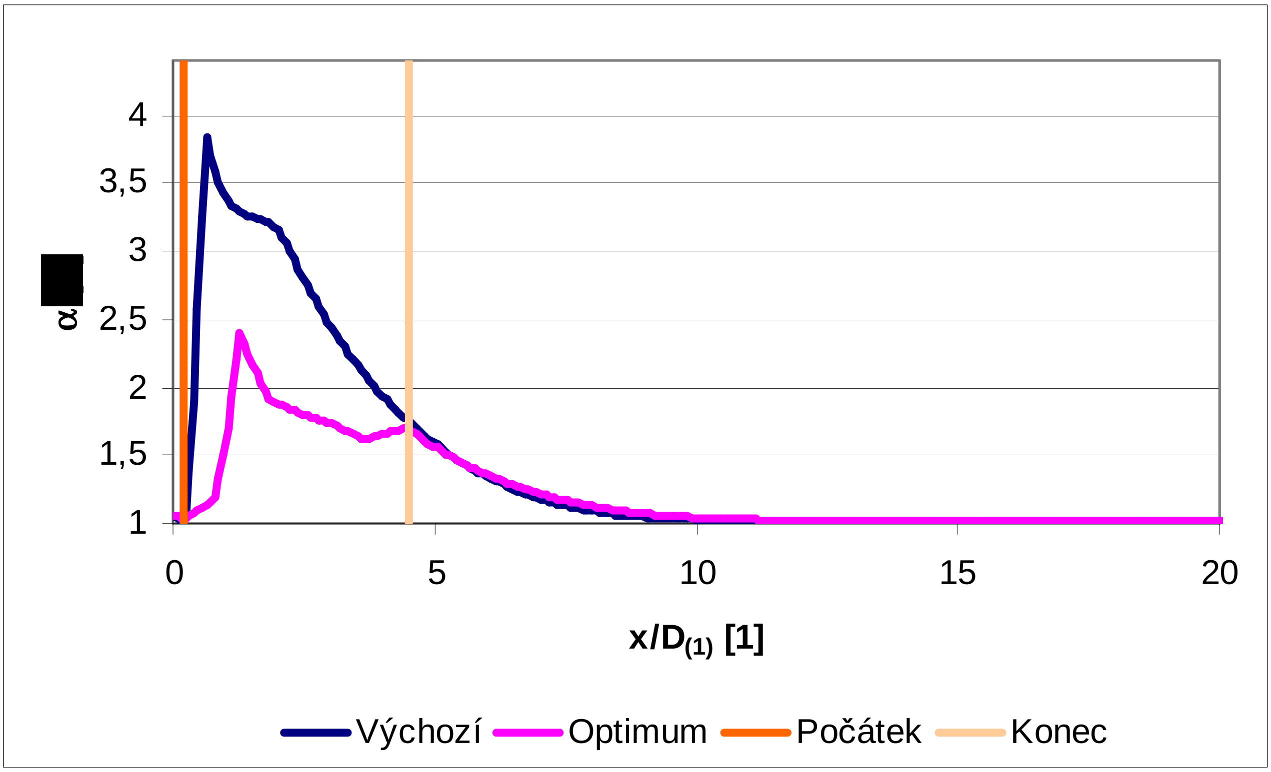
Graf.164 *Průběh Coriolisova čísla pro 5° otevření*



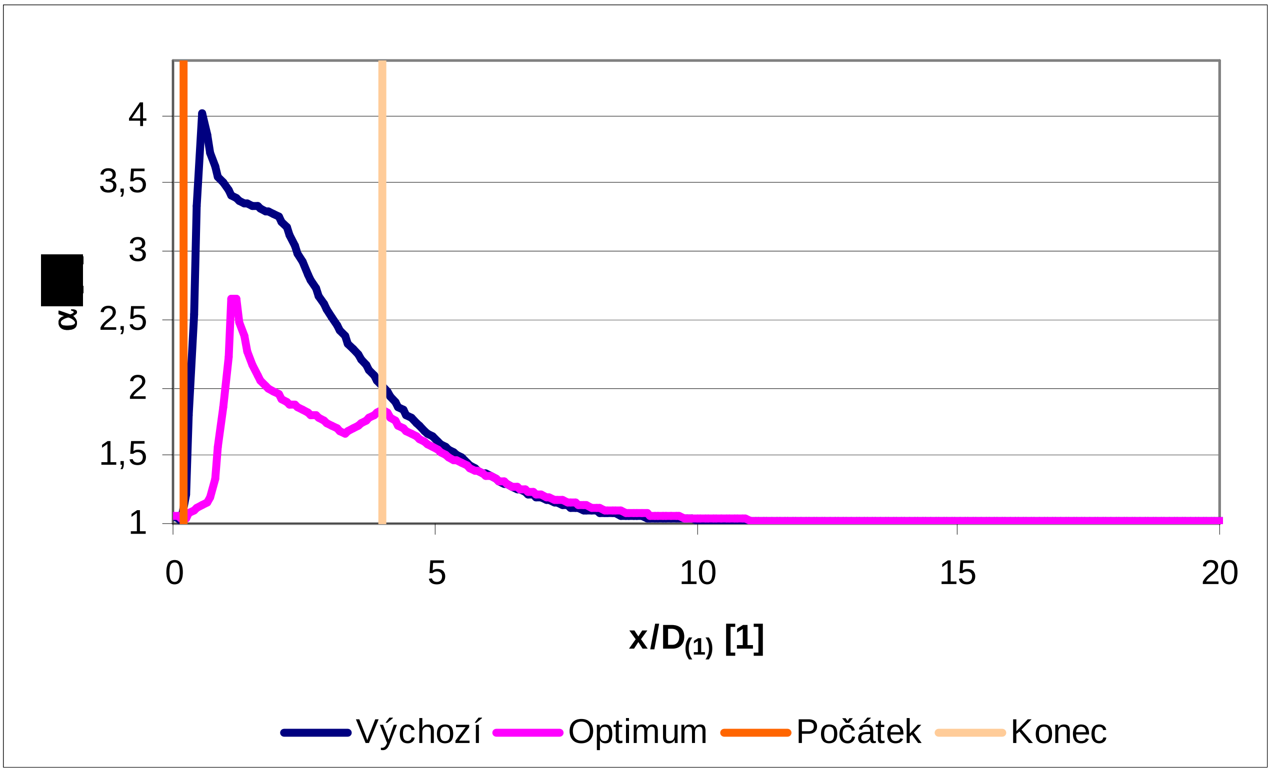
Graf.165 *Průběh Coriolisova čísla pro 6° otevření*



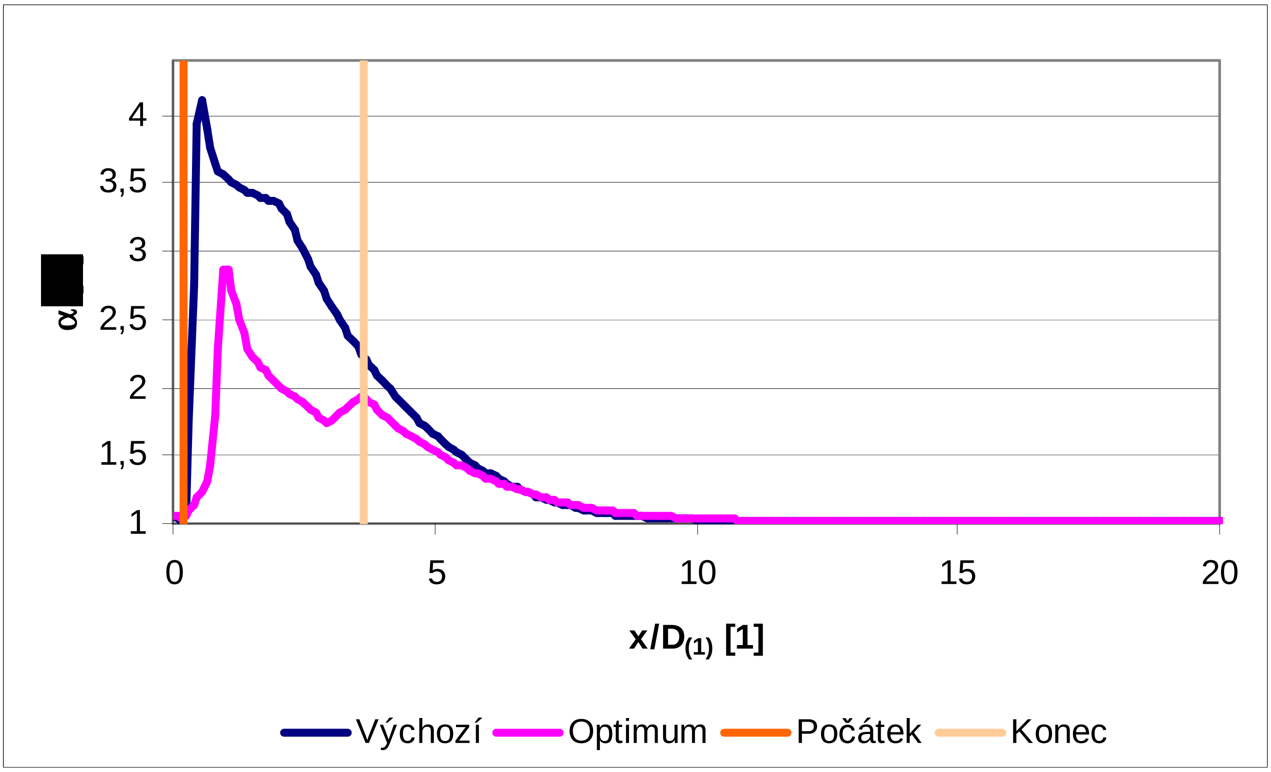
Graf.166 *Průběh Coriolisova čísla pro 7° otevření*



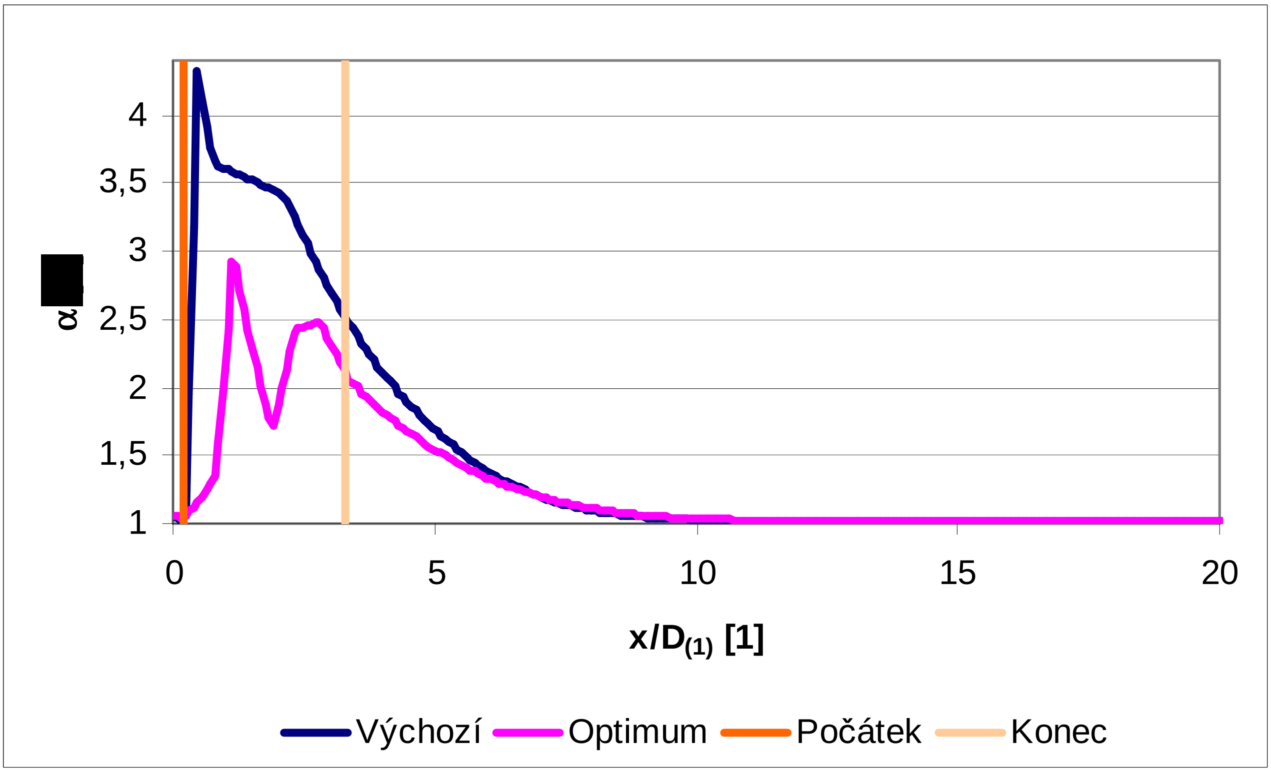
Graf.167 *Průběh Coriolisova čísla pro 8° otevření*



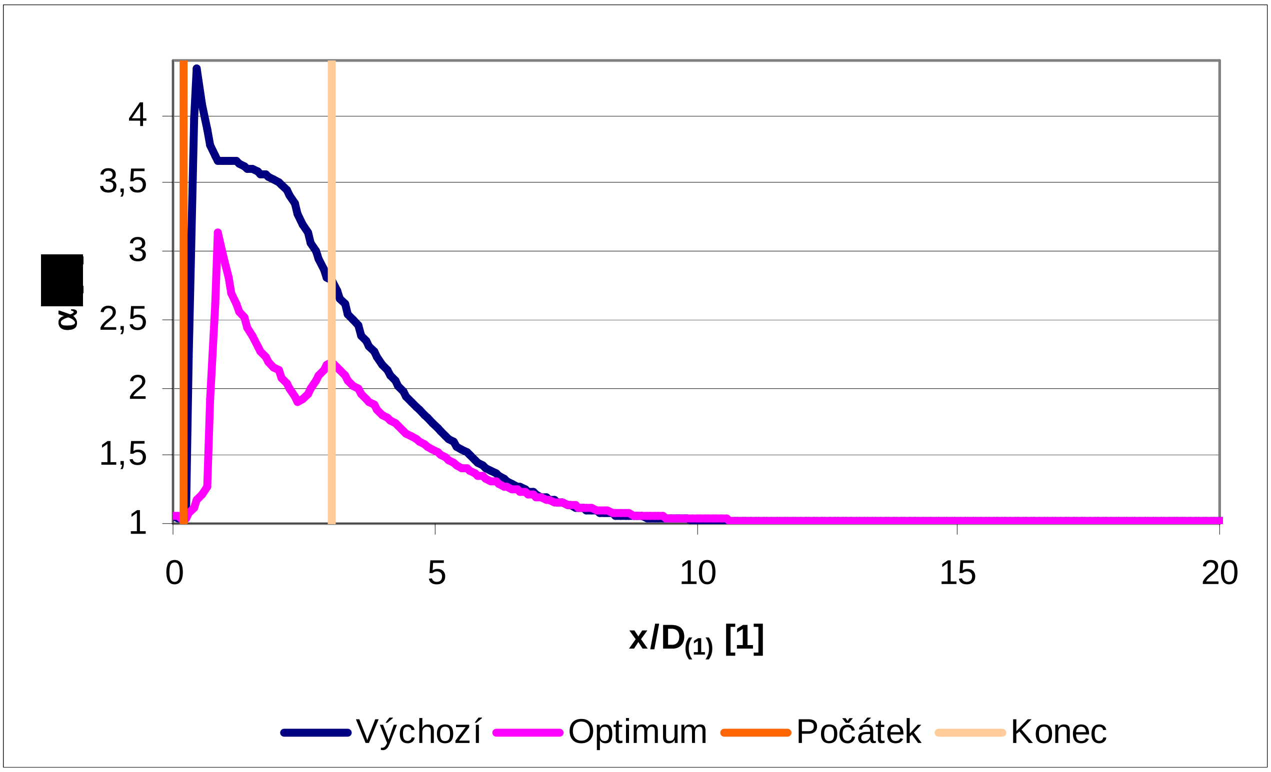
Graf.168 *Průběh Coriolisova čísla pro 9° otevření*



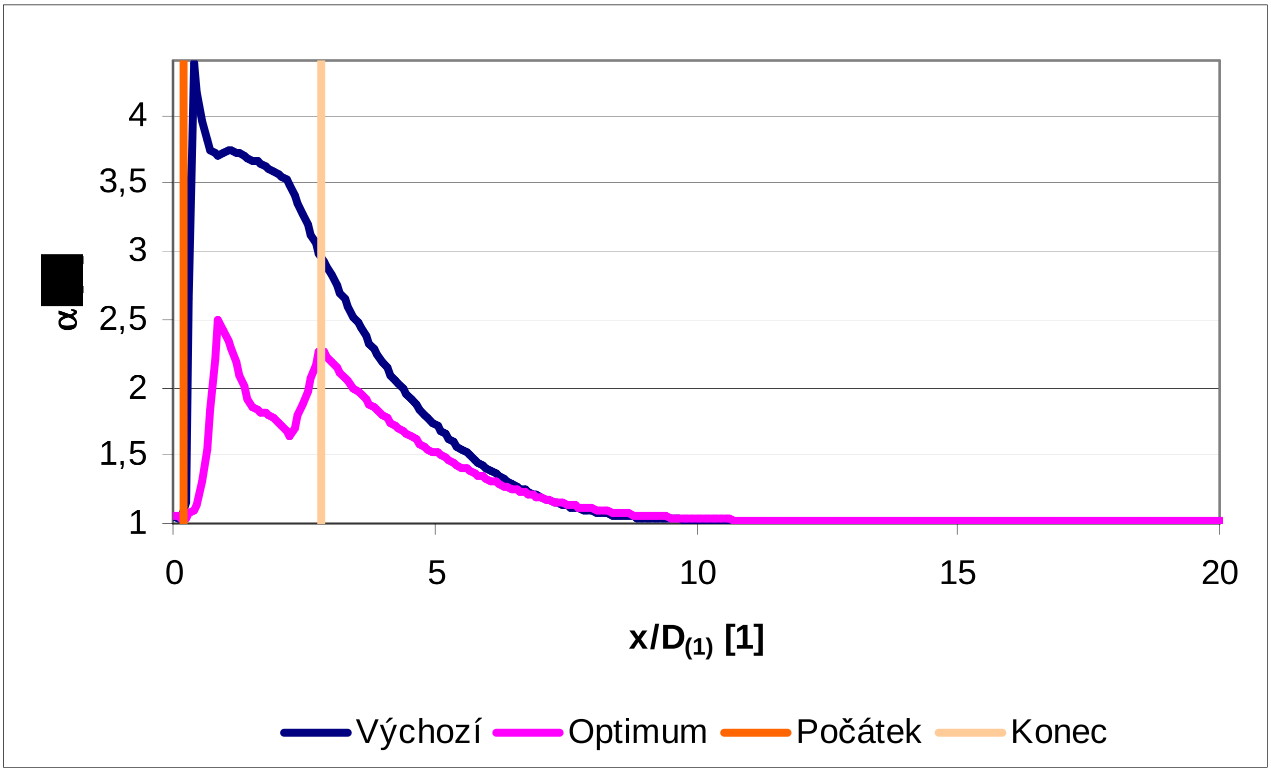
Graf.169 *Průběh Coriolisova čísla pro 10° otevření*



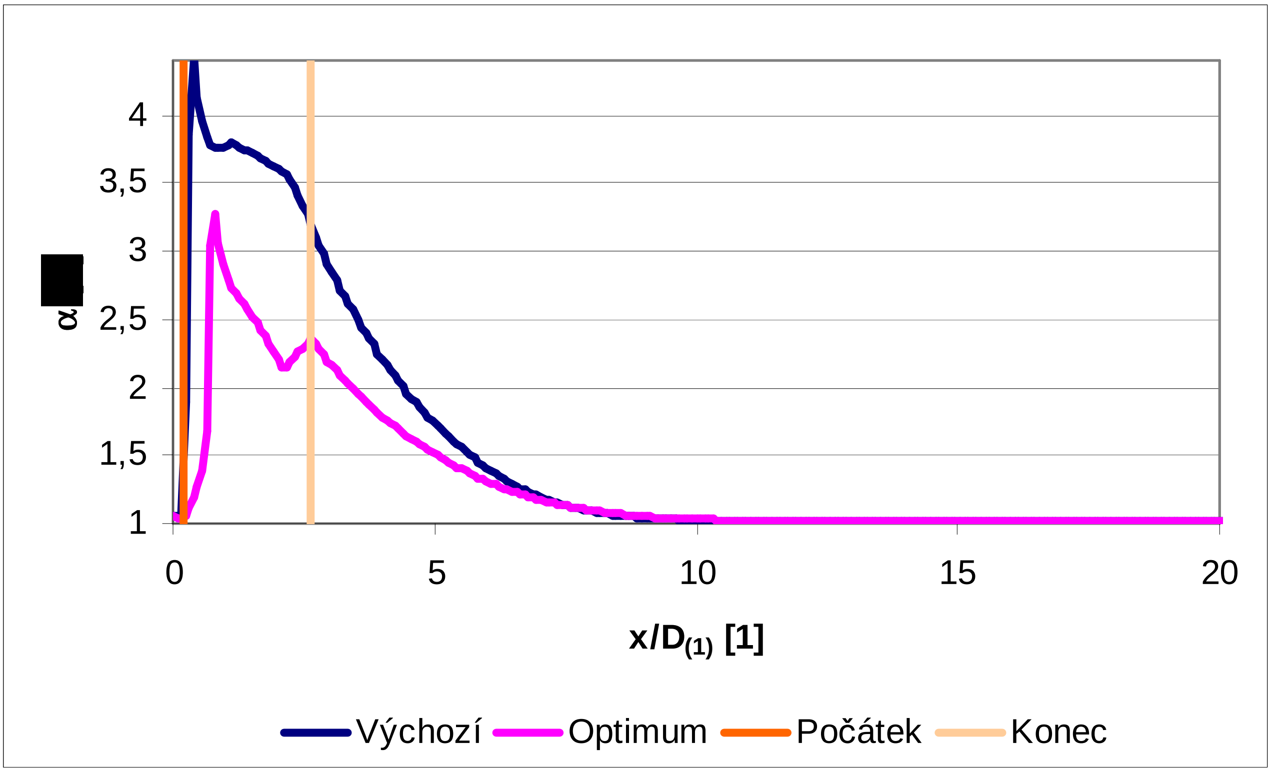
Graf.170 *Průběh Coriolisova čísla pro 11° otevření*



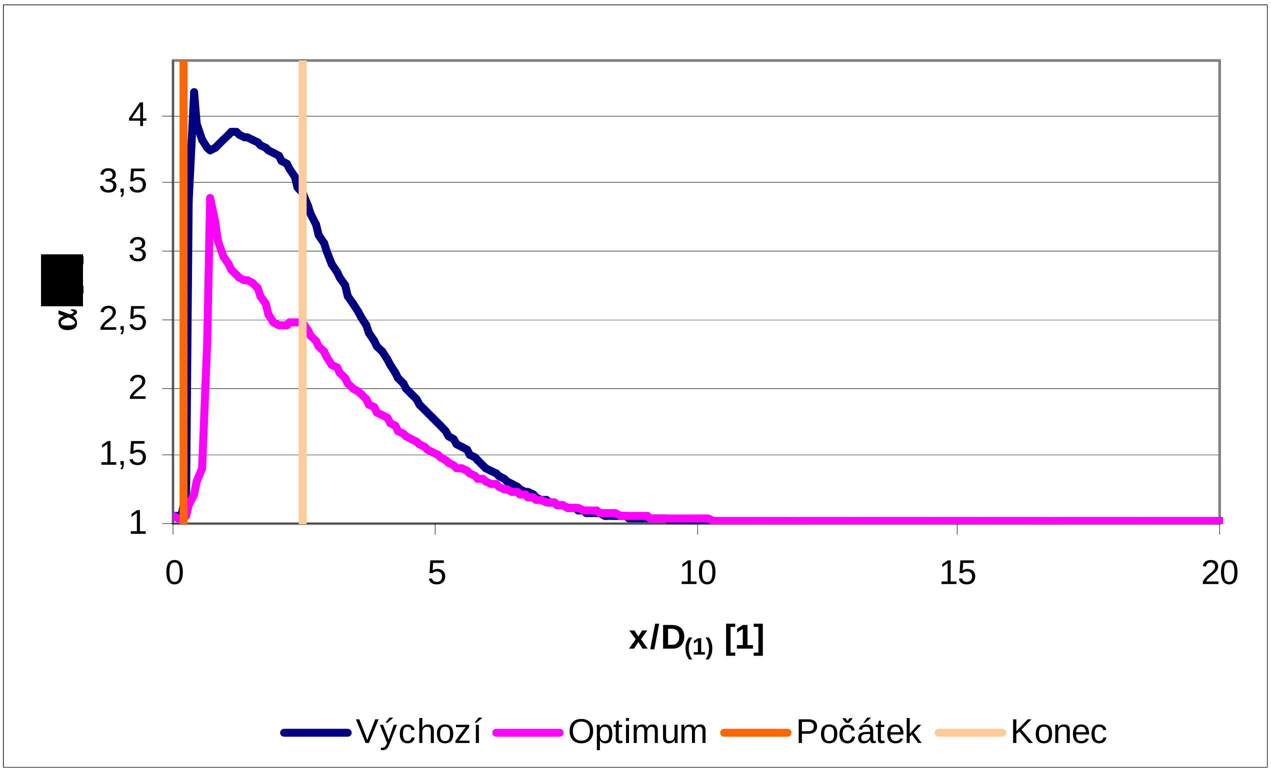
Graf.171 *Průběh Coriolisova čísla pro 12° otevření*



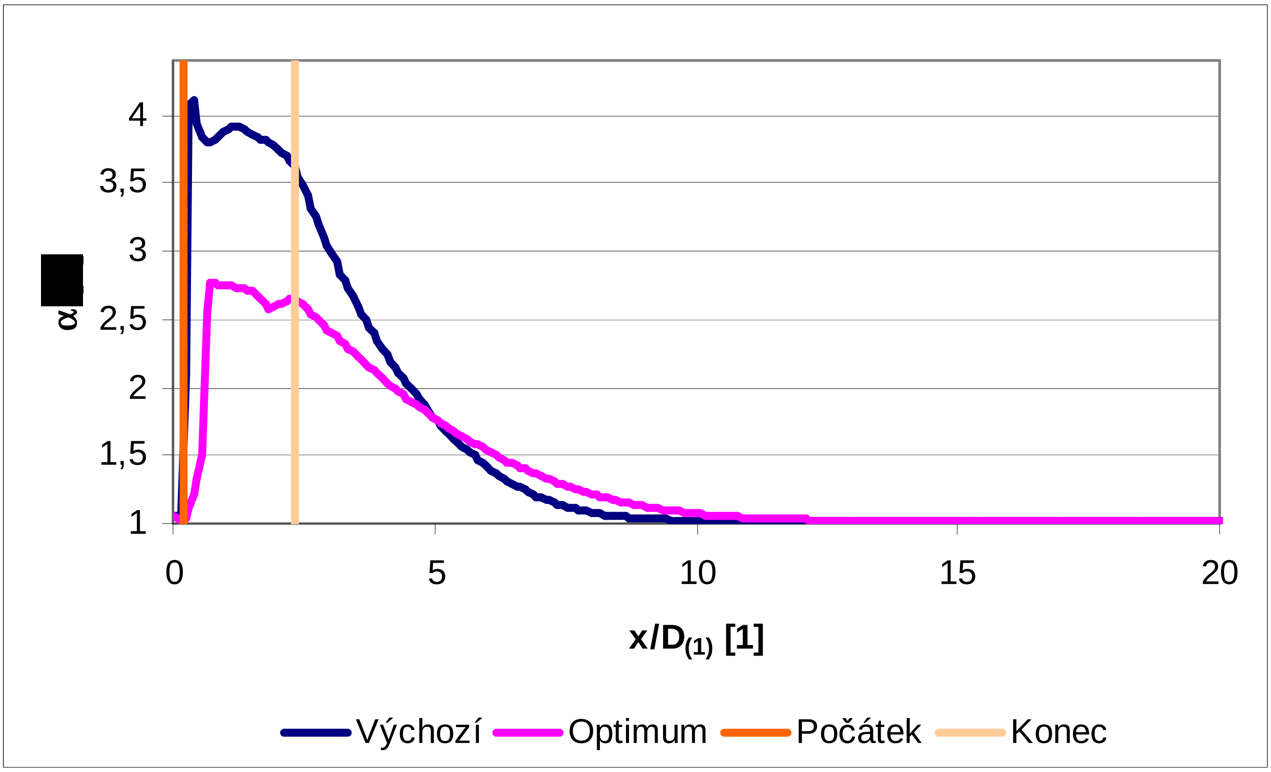
Graf.172 *Průběh Coriolisova čísla pro 13° otevření*



Graf.173 *Průběh Coriolisova čísla pro 14° otevření*



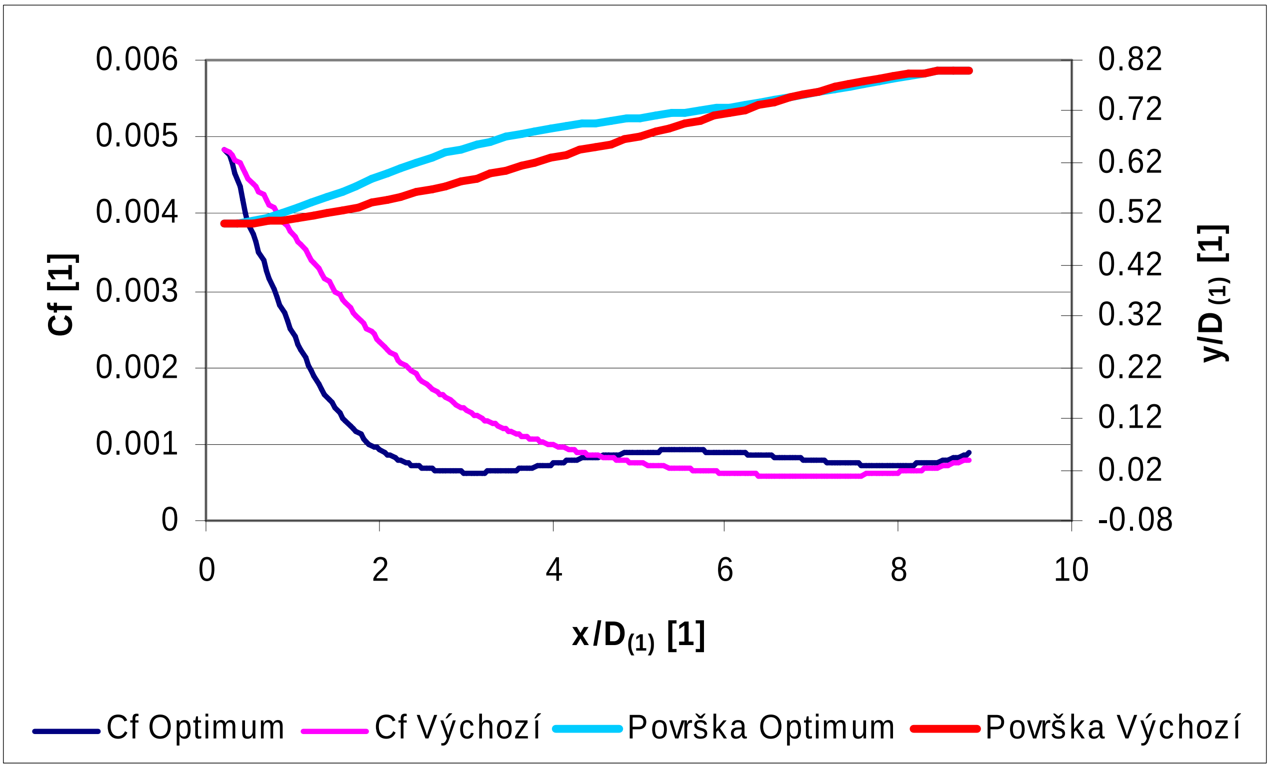
Graf.174 *Průběh Coriolisova čísla pro 15° otevření*



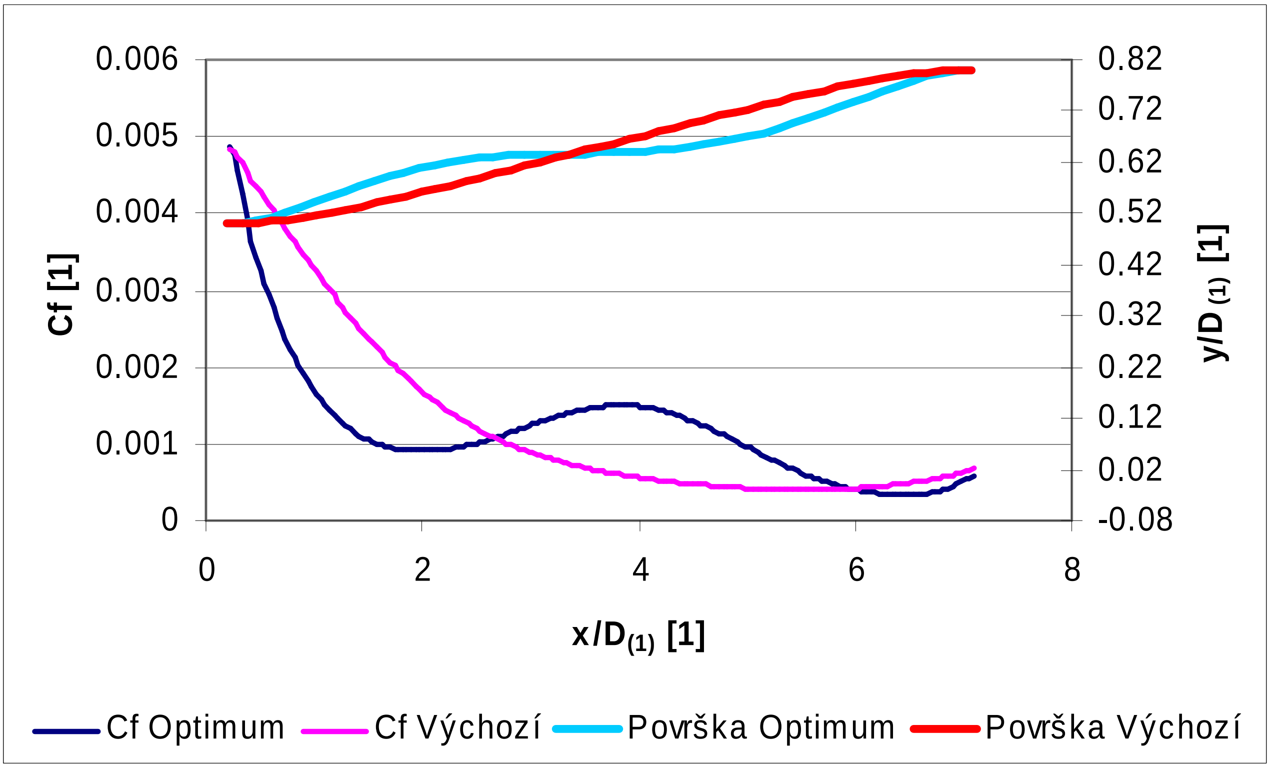
Graf.175 *Průběh Coriolisova čísla pro 16° otevření*

27.3 DIFUZOR,BÉZIEROVA KŘIVKA

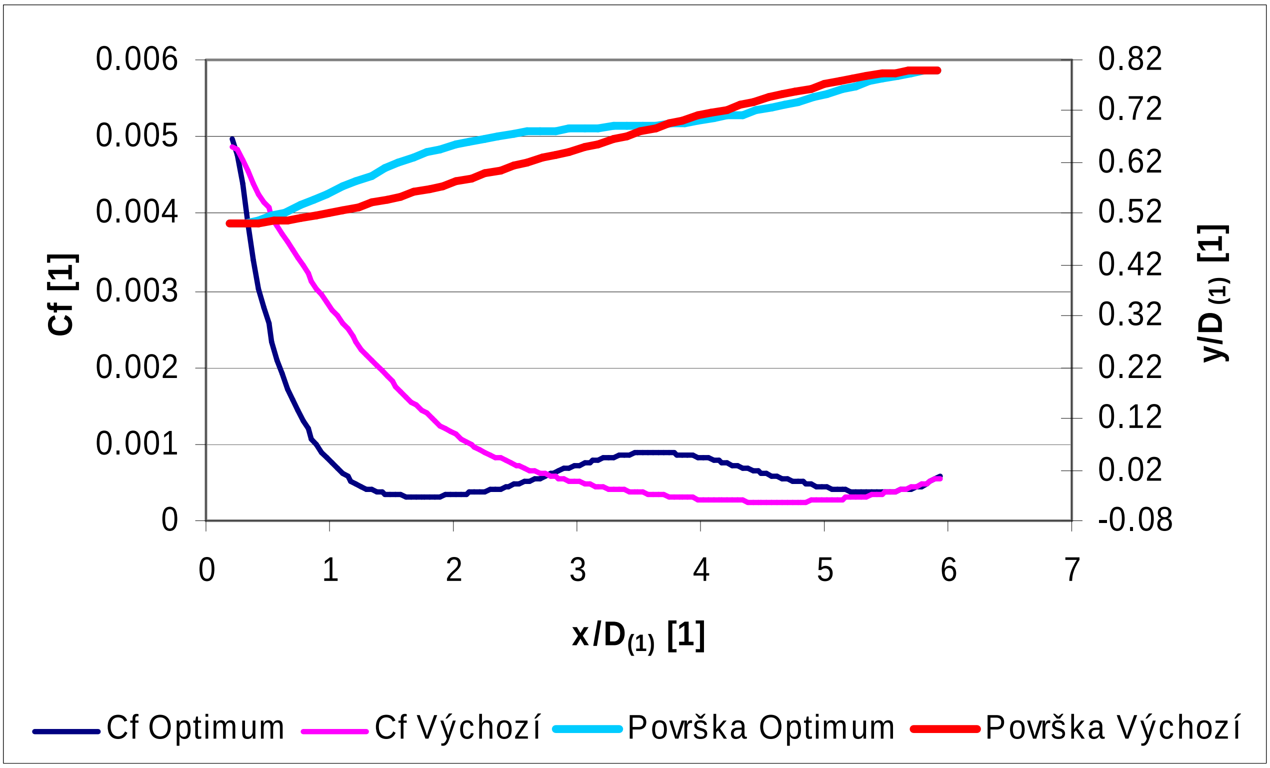
27.3.1 Průběhy smykových napětí a tvary površek



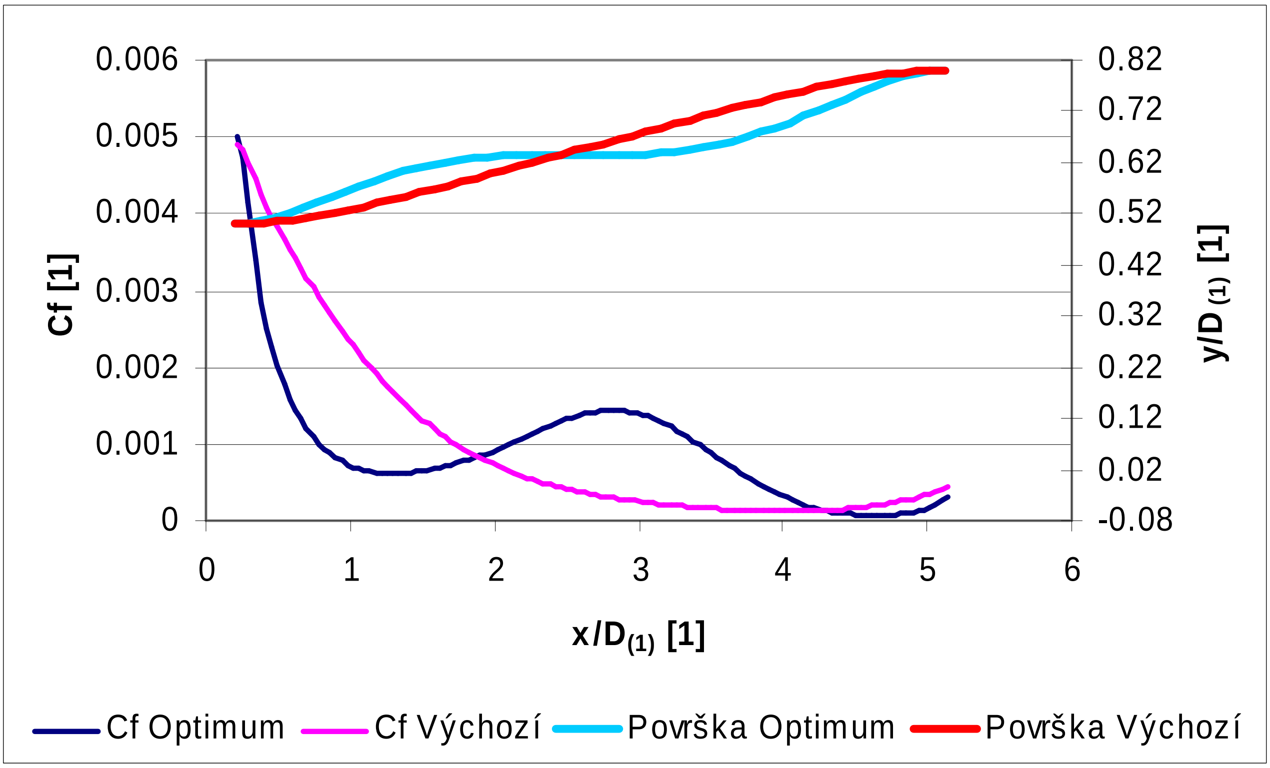
Graf.176 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 4°*



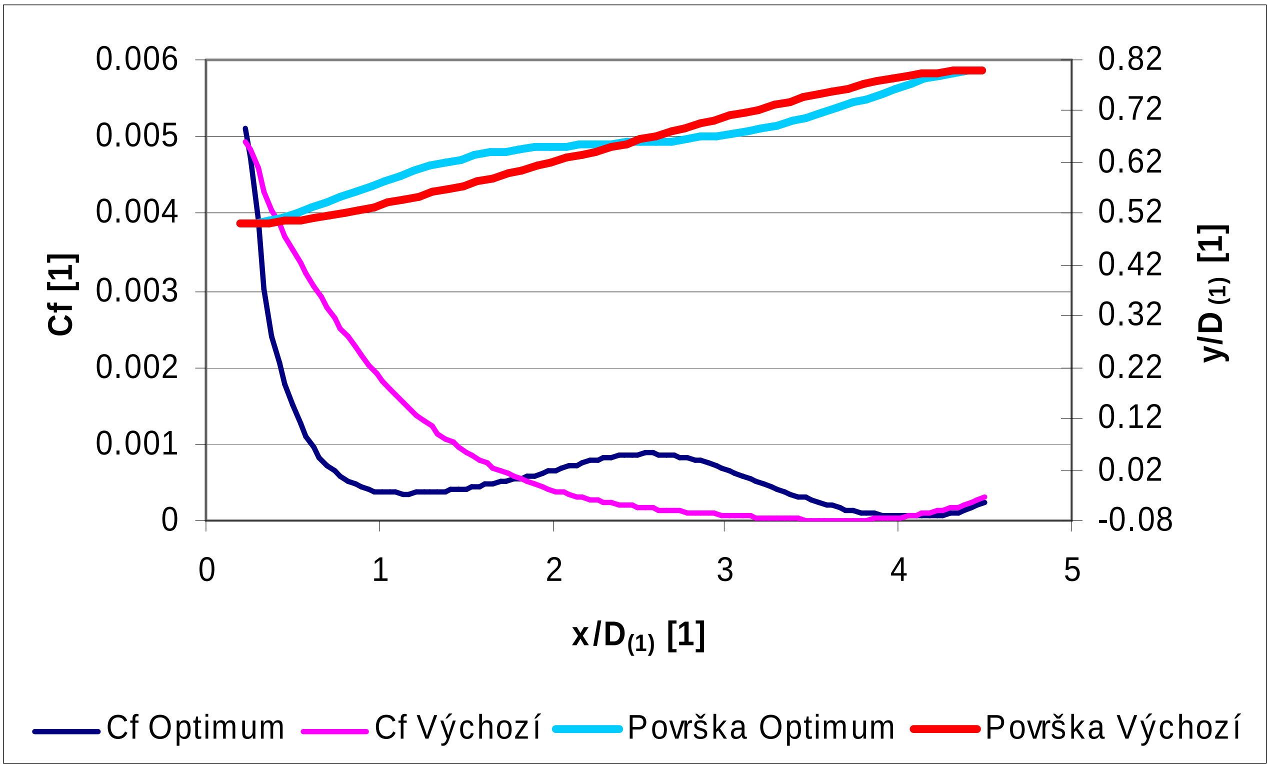
Graf.177 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 5°*



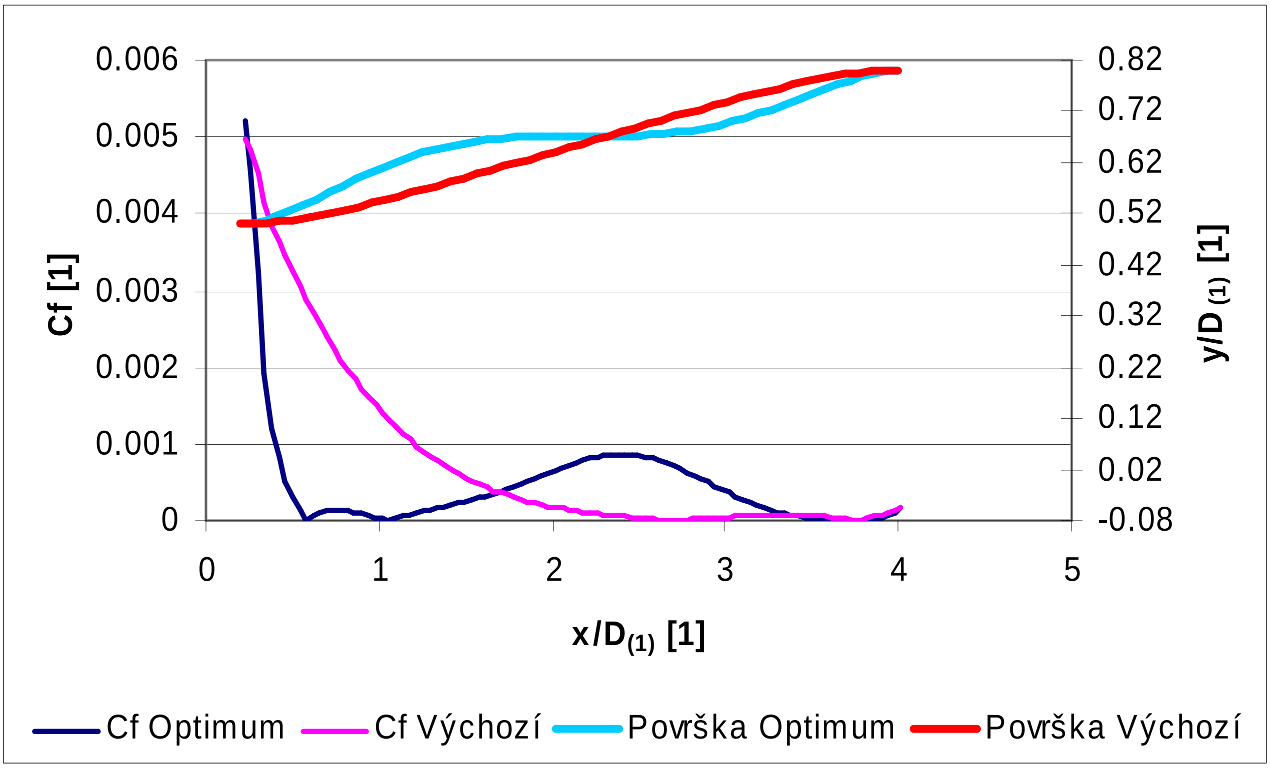
Graf.178 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 6°*



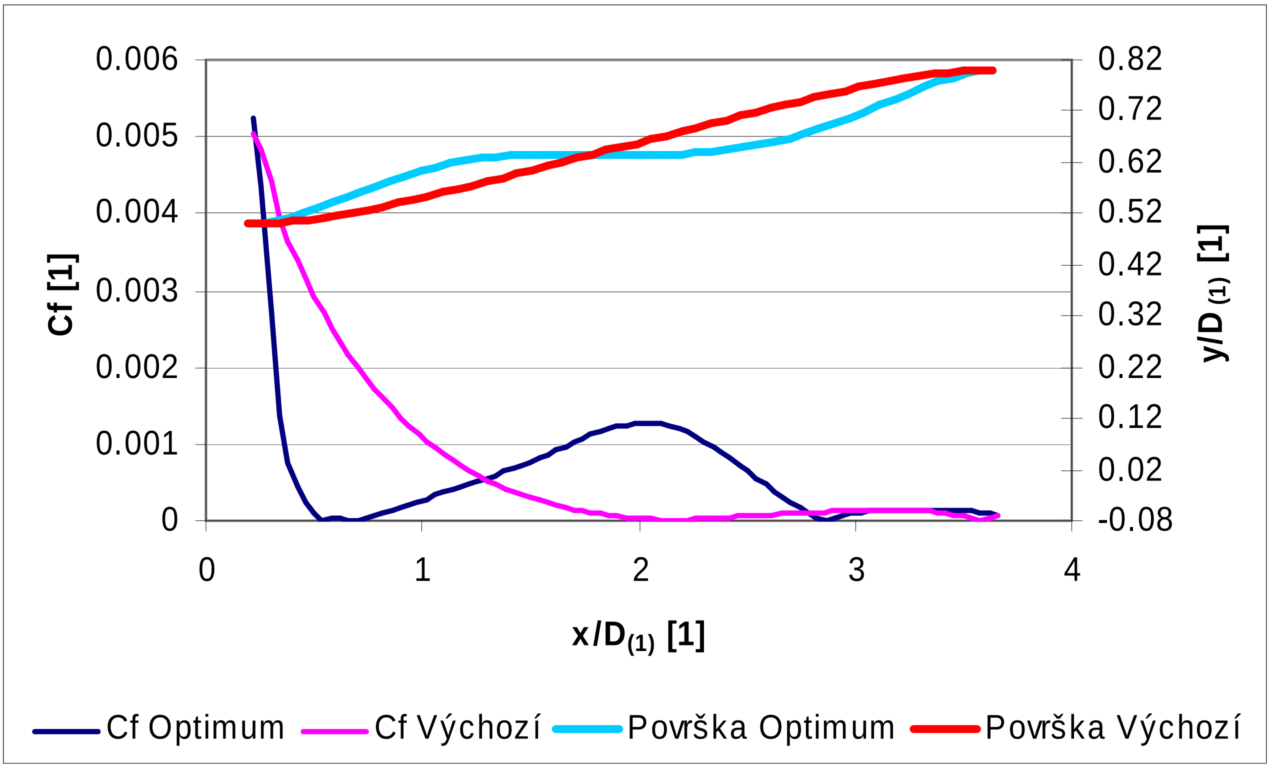
Graf.179 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 7°*



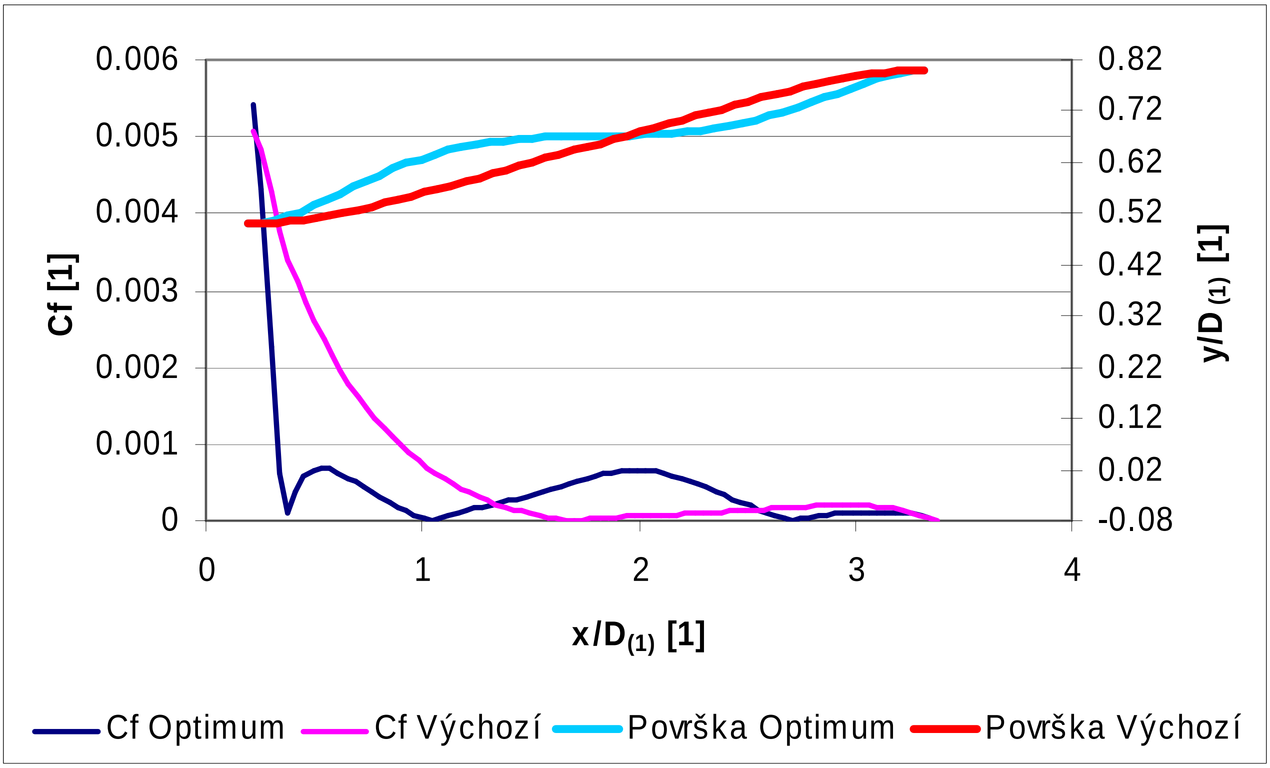
Graf.180 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 8°*



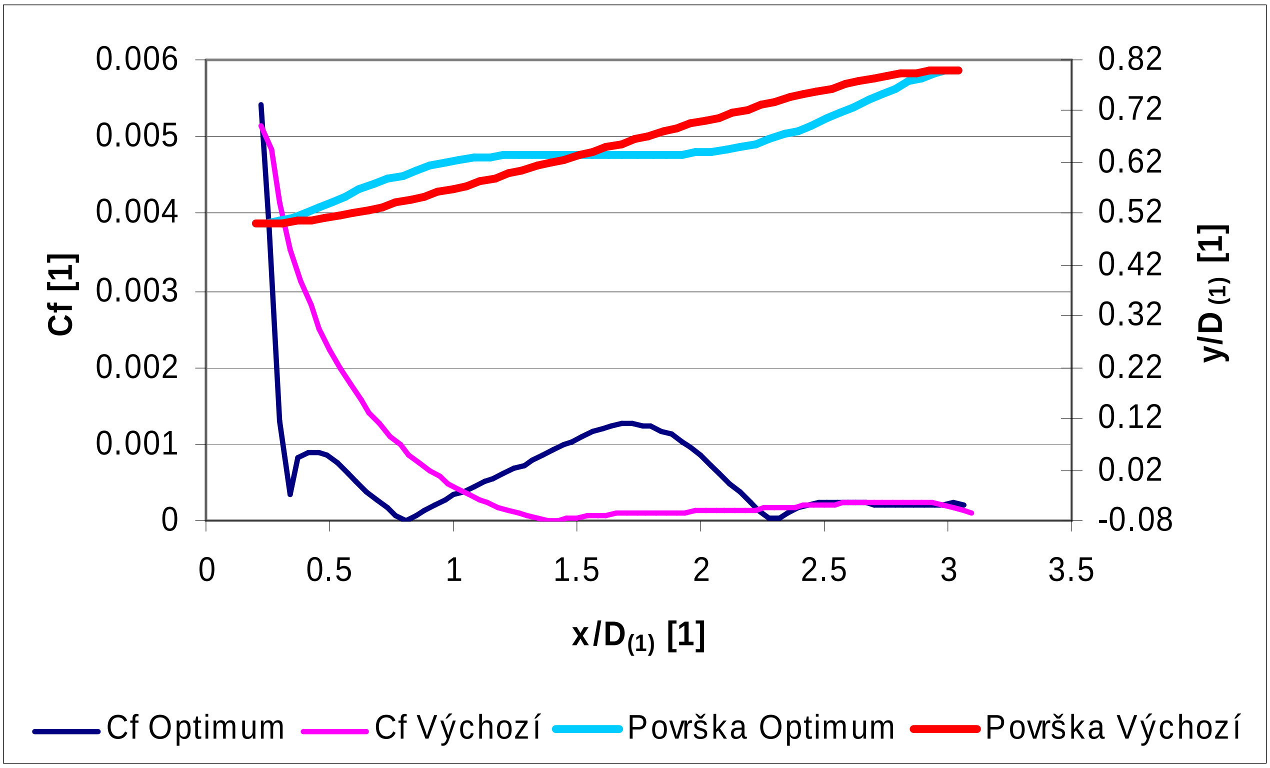
Graf.181 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 9°*



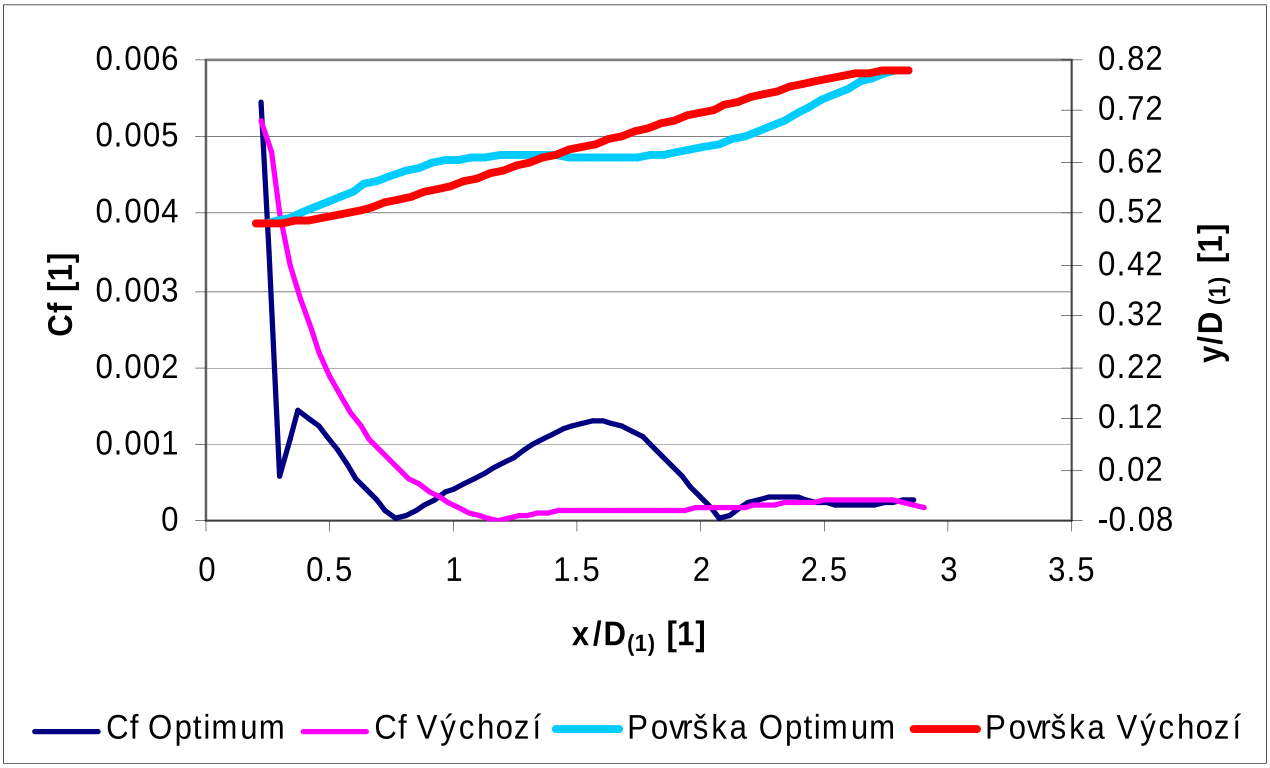
Graf.182 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 10°*



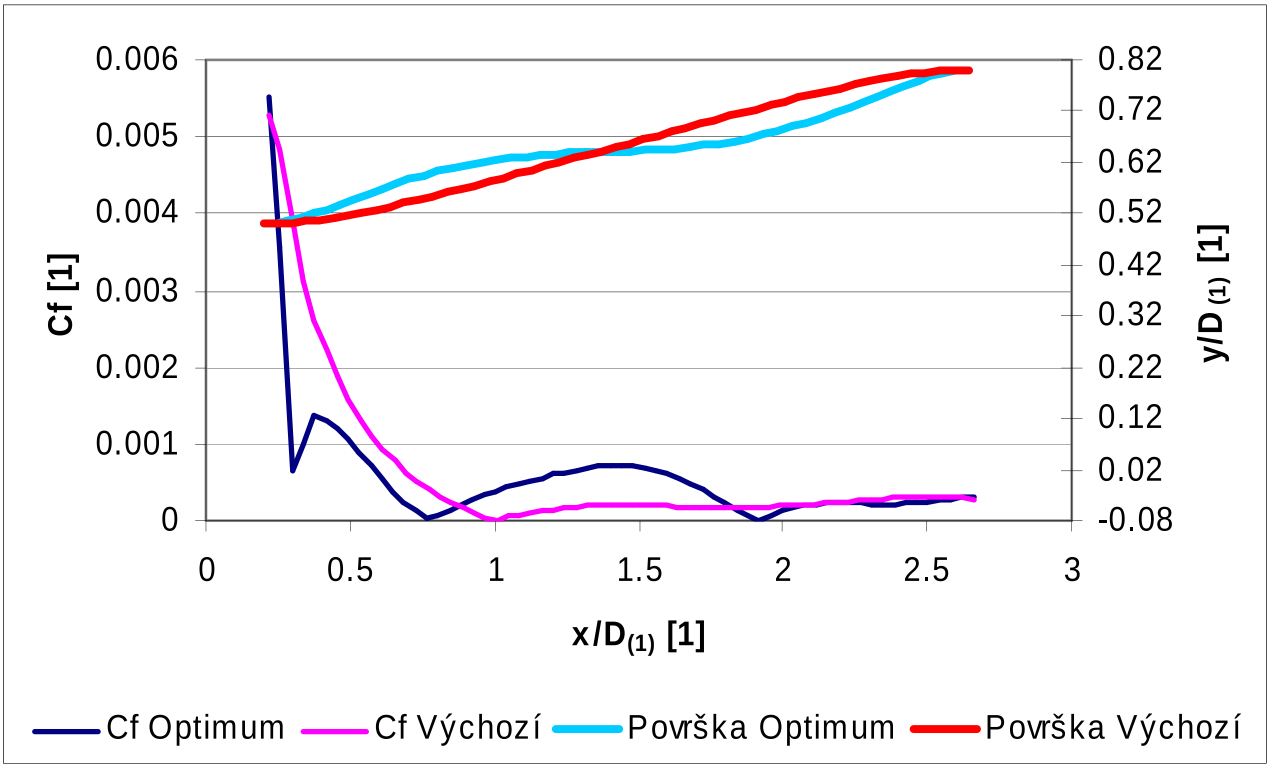
Graf.183 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 11°*



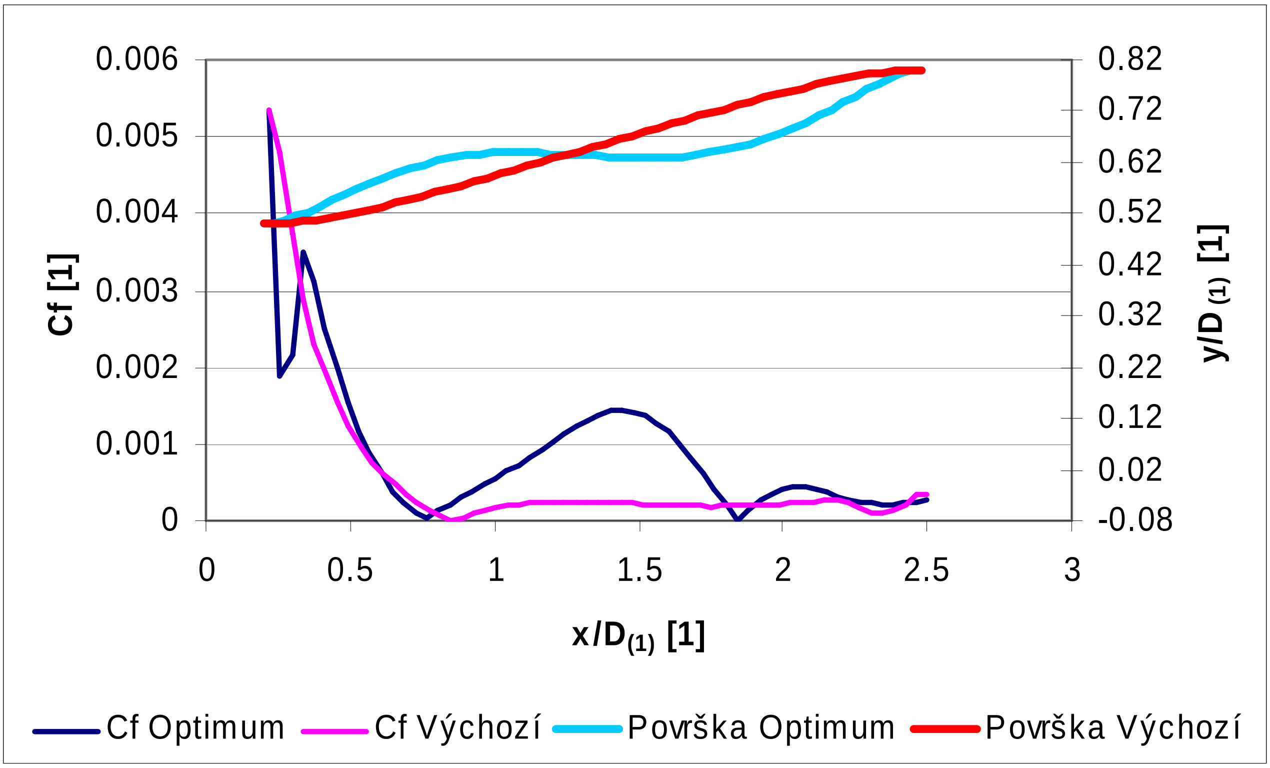
Graf.184 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 12°*



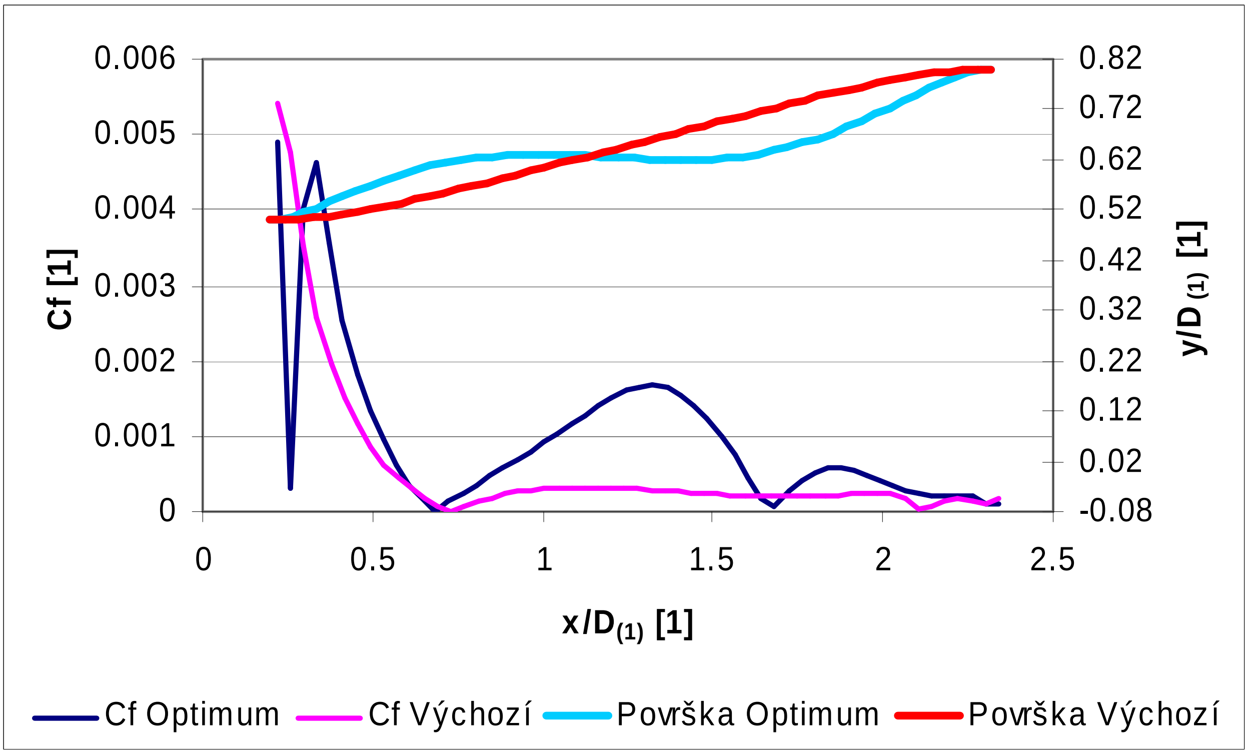
Graf.185 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 13°*



Graf.186 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 14°*

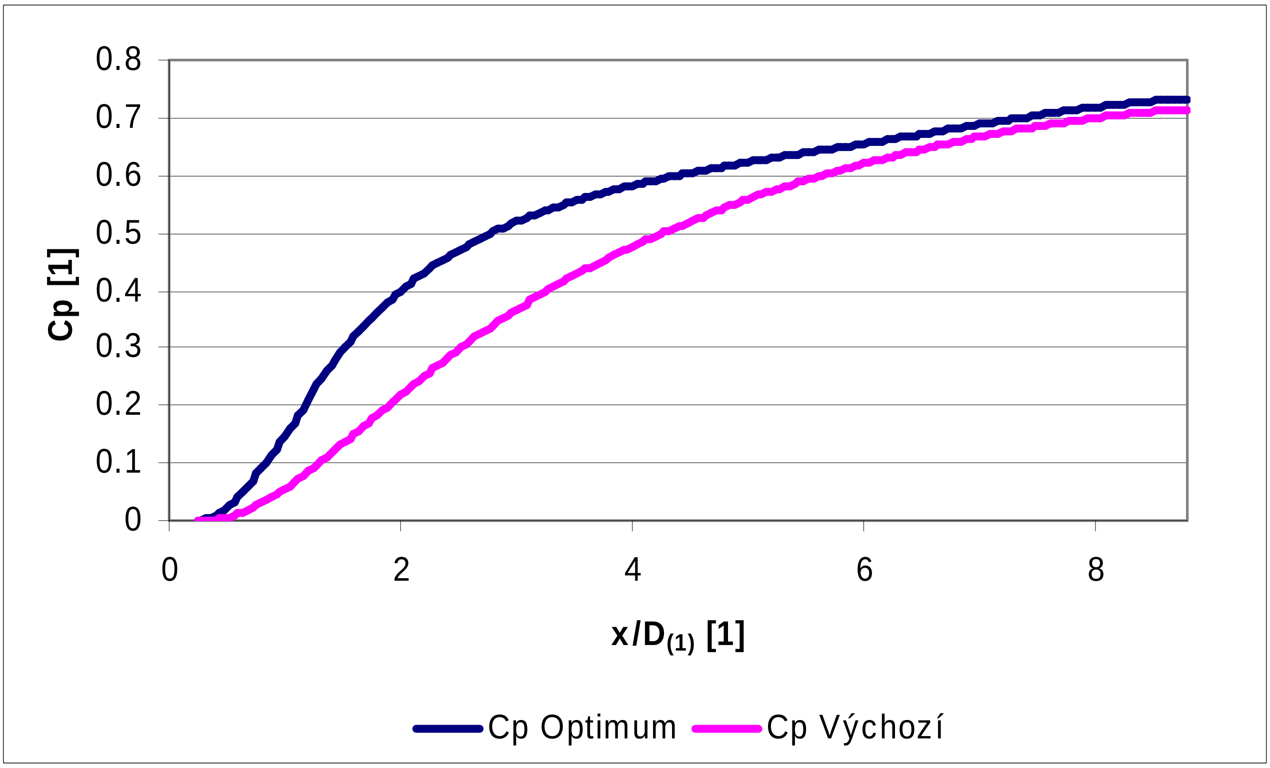


Graf.187 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 15°*

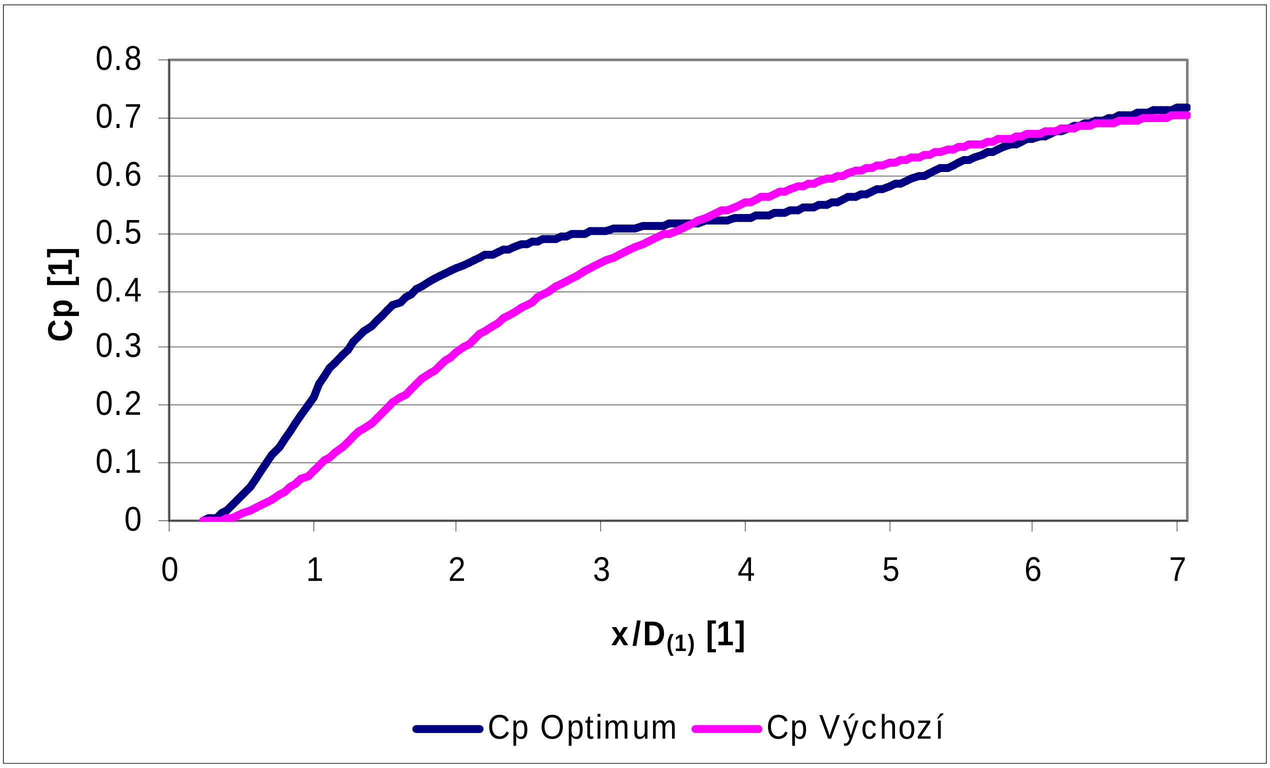


Graf.188 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 16°*

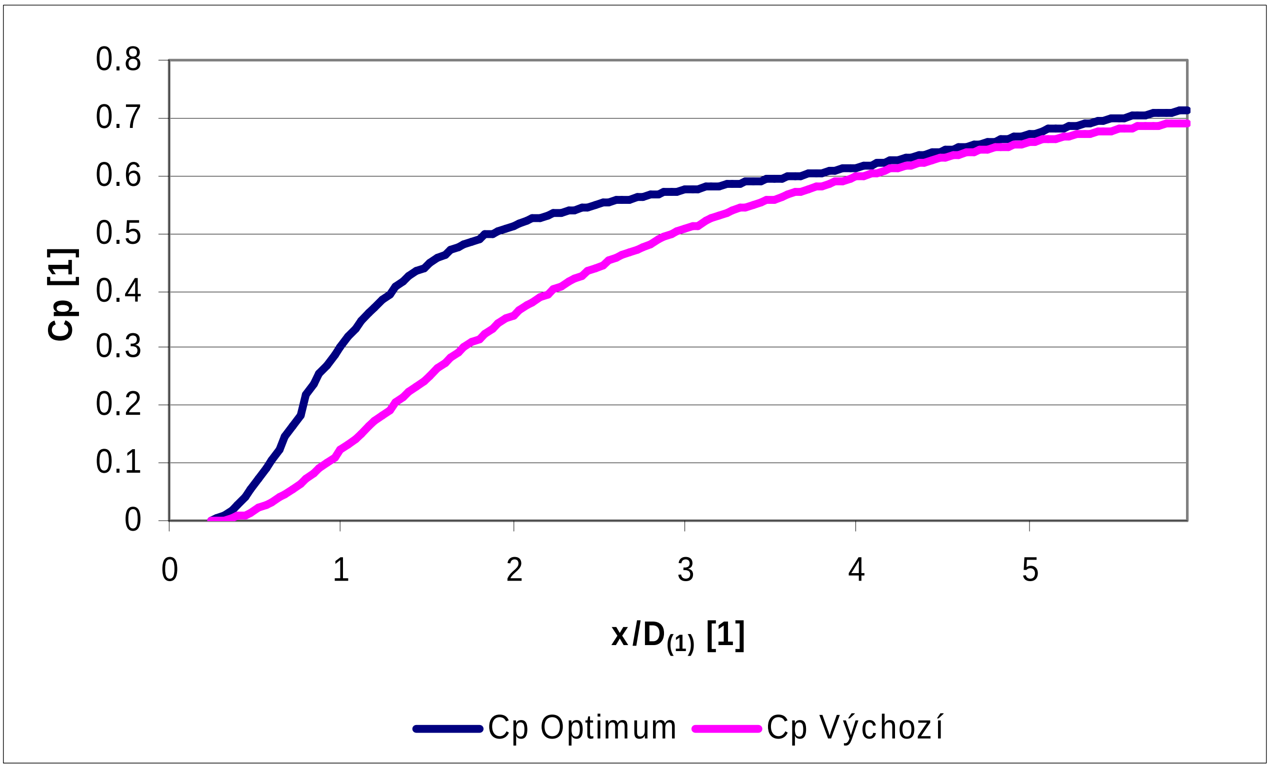
27.3.2 Průběhy Cp pro původní a optimalizovanou geometrii



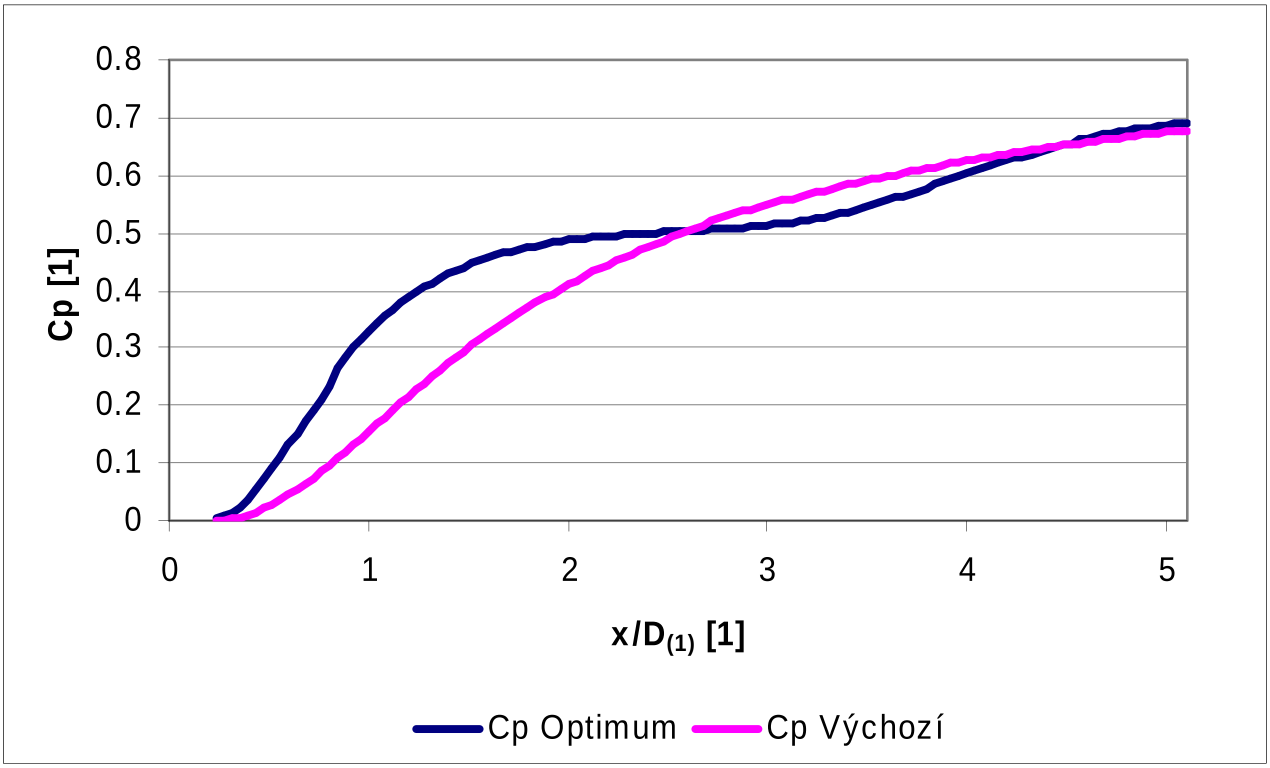
Graf.189 *Průběh Cp pro 4° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



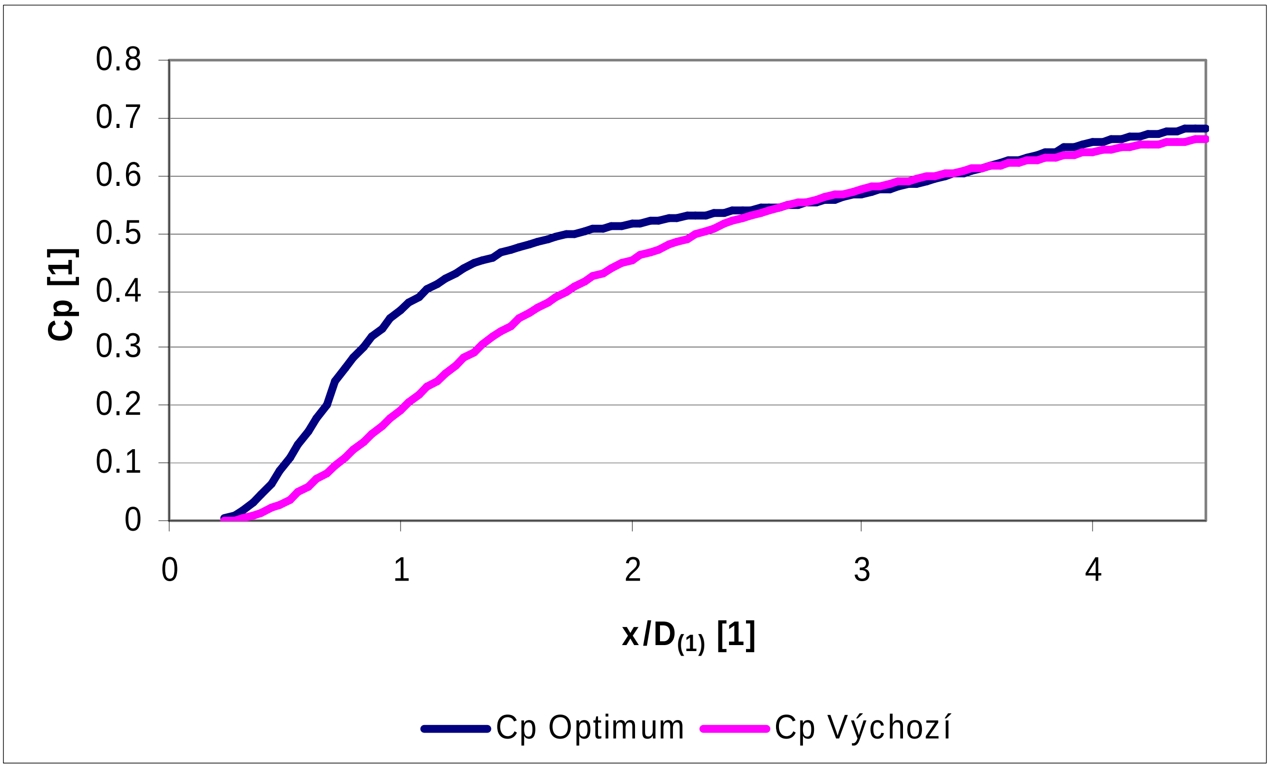
Graf.190 *Průběh Cp pro 5° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



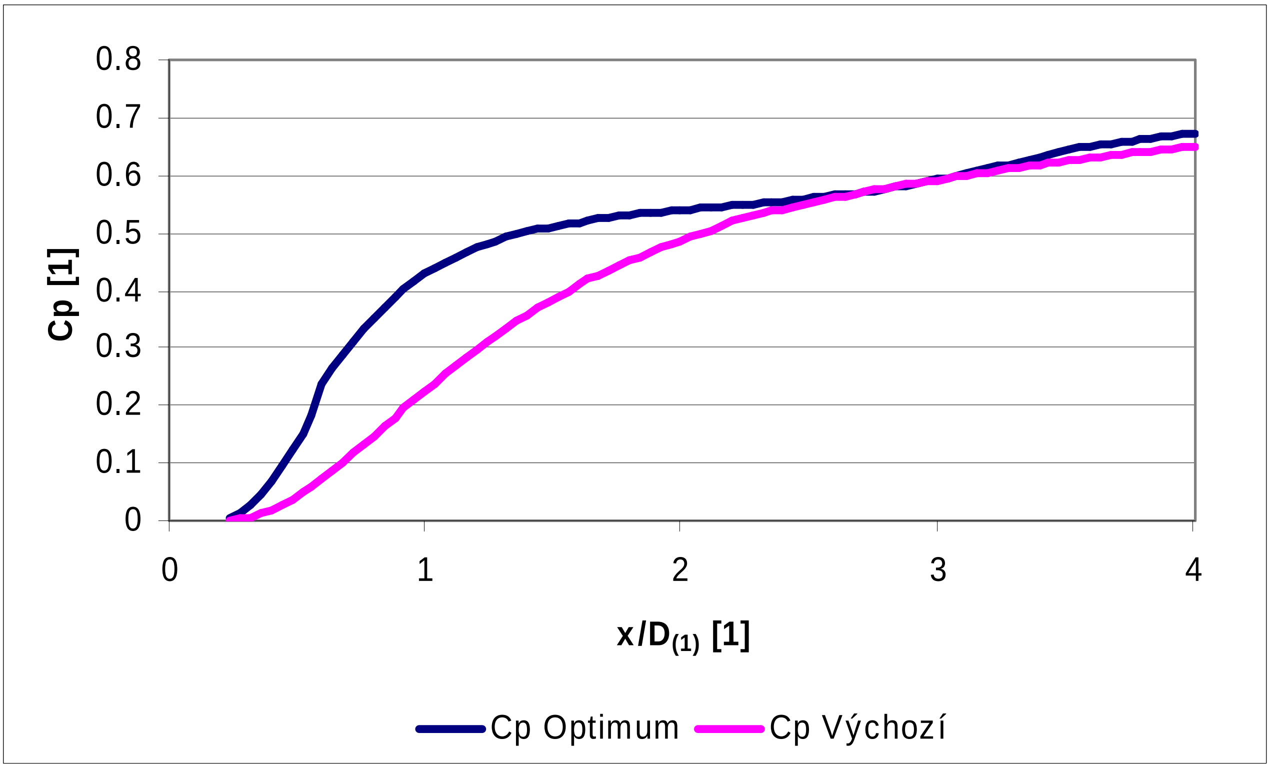
Graf.191 *Průběh Cp pro 6° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



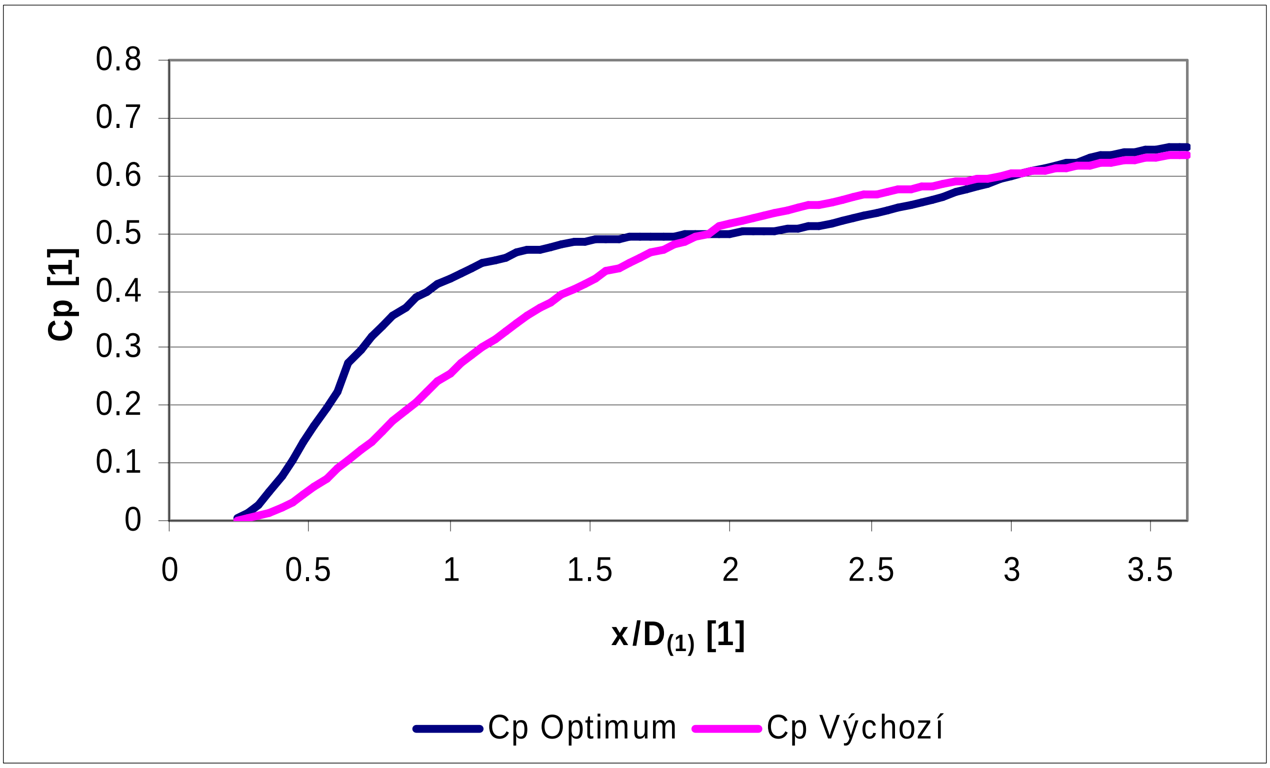
Graf.192 *Průběh Cp pro 7° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



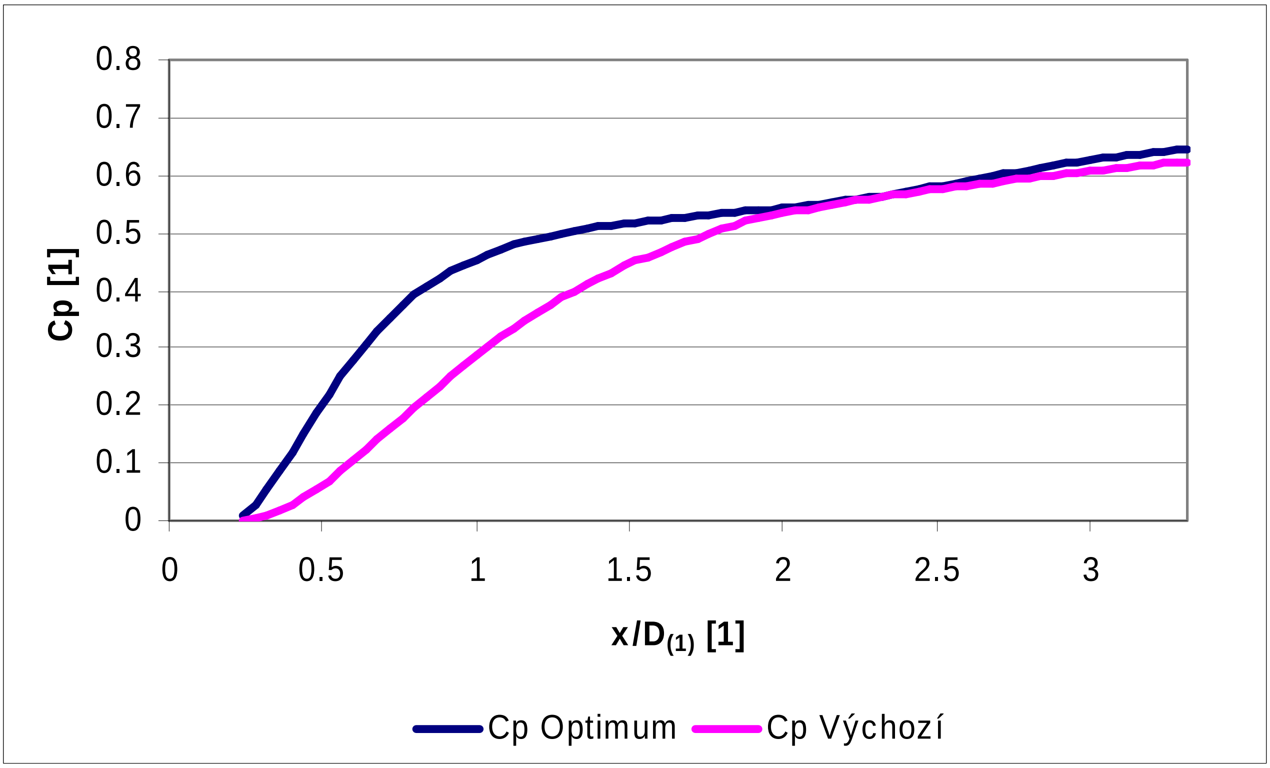
Graf.193 *Průběh Cp pro 8° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



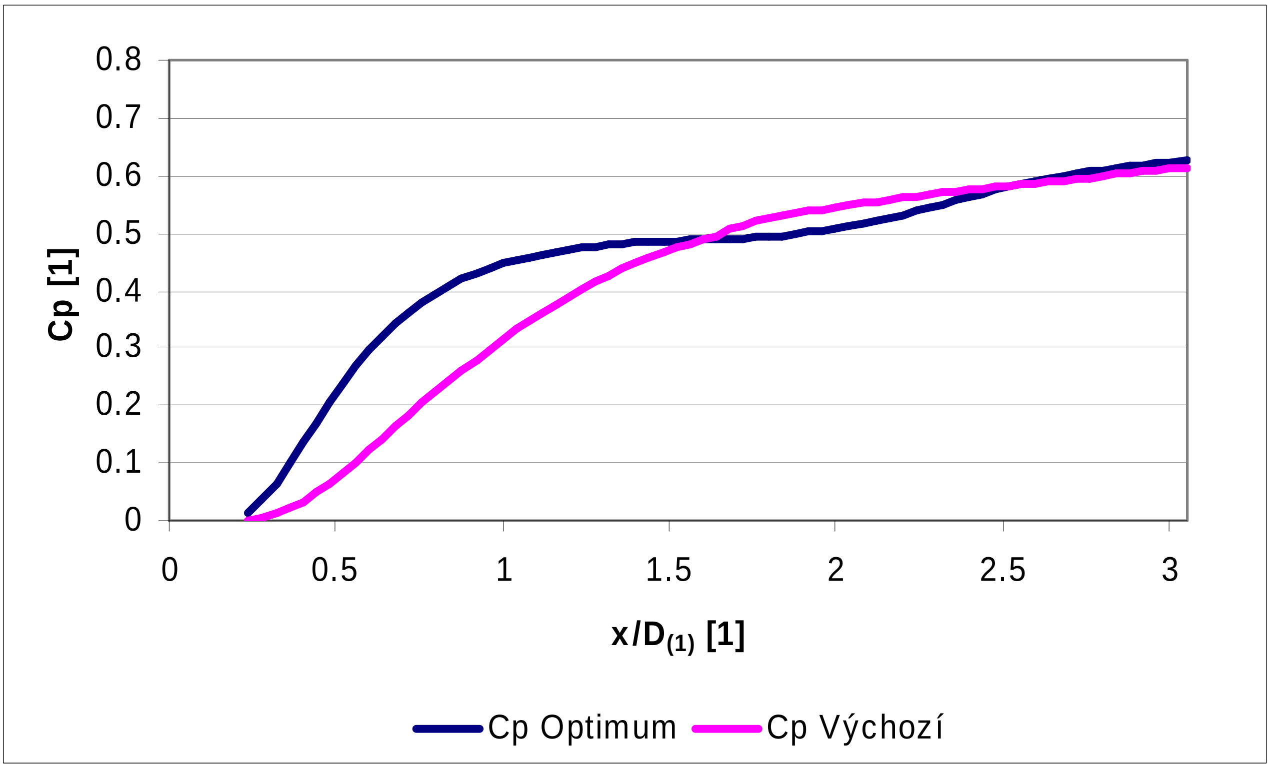
Graf.194 *Průběh Cp pro 9° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



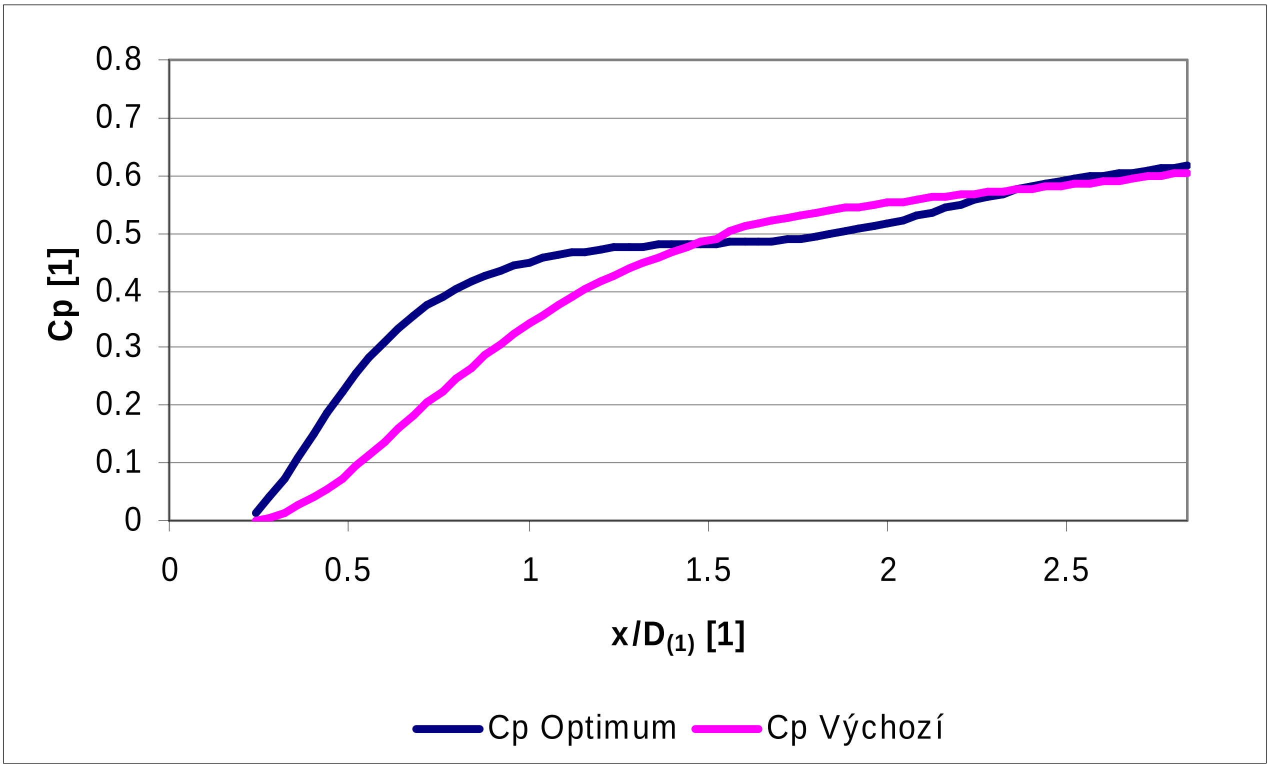
Graf.195 *Průběh Cp pro 10° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



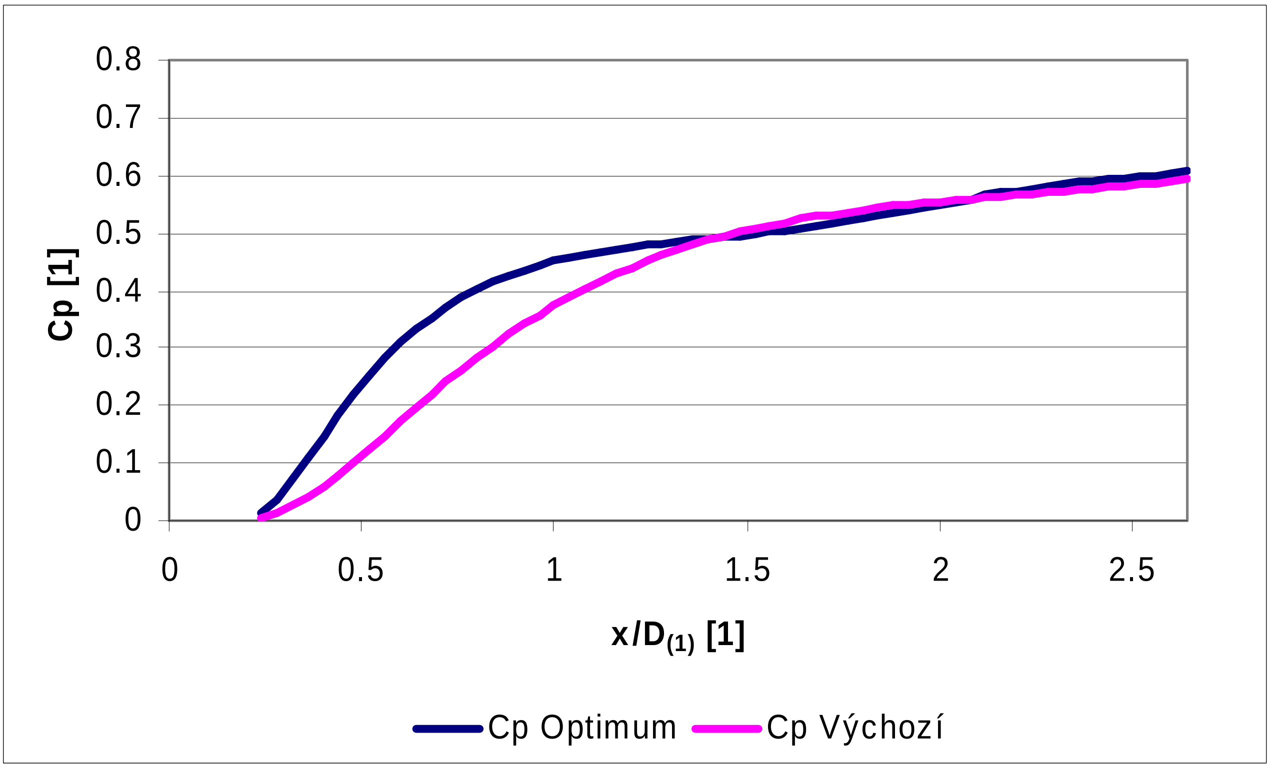
Graf.196 *Průběh Cp pro 11° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



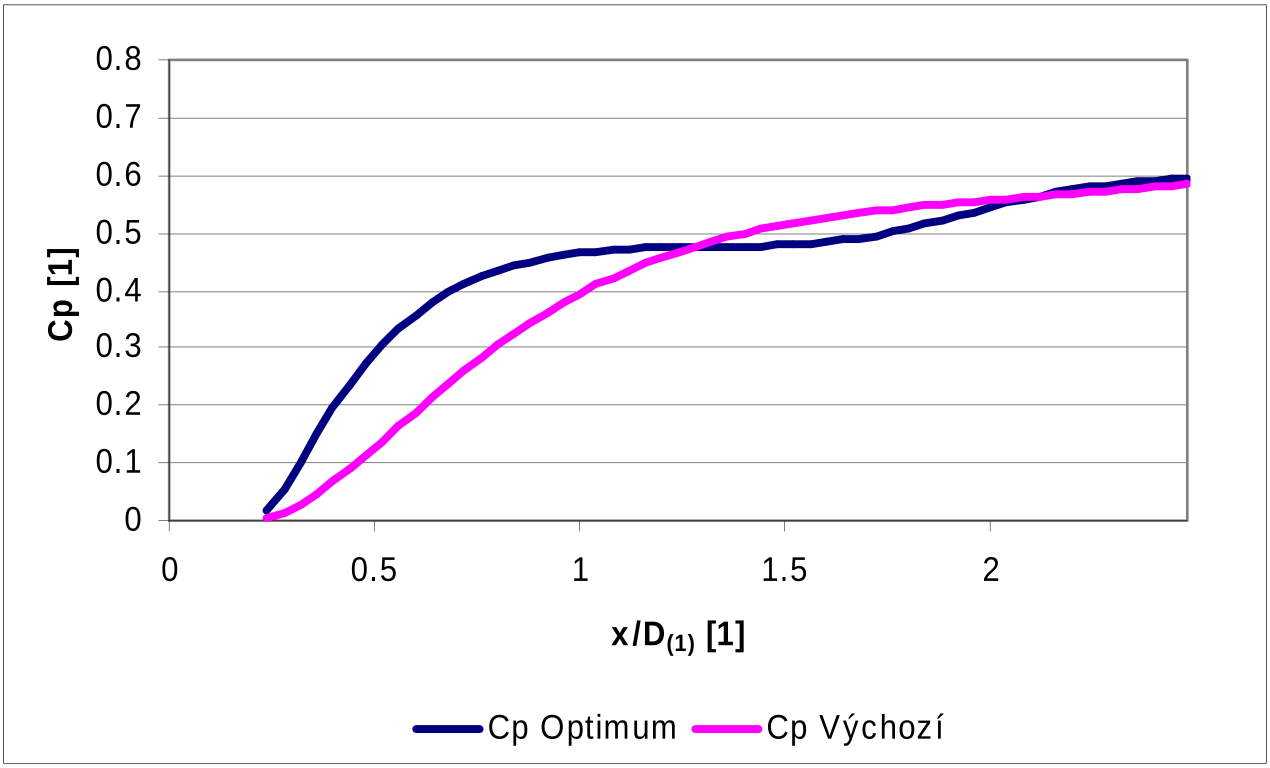
Graf.197 *Průběh Cp pro 12° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



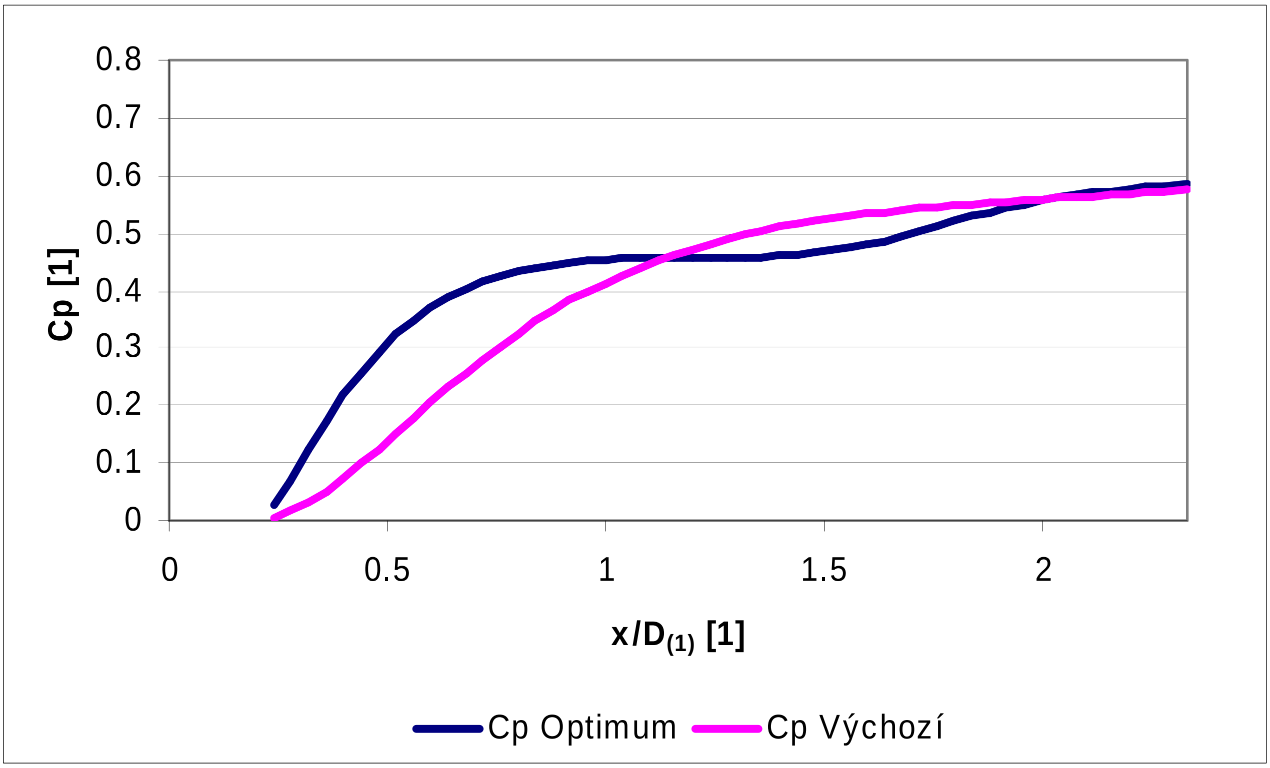
Graf.198 *Průběh Cp pro 13° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



Graf.199 *Průběh Cp pro 14° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*

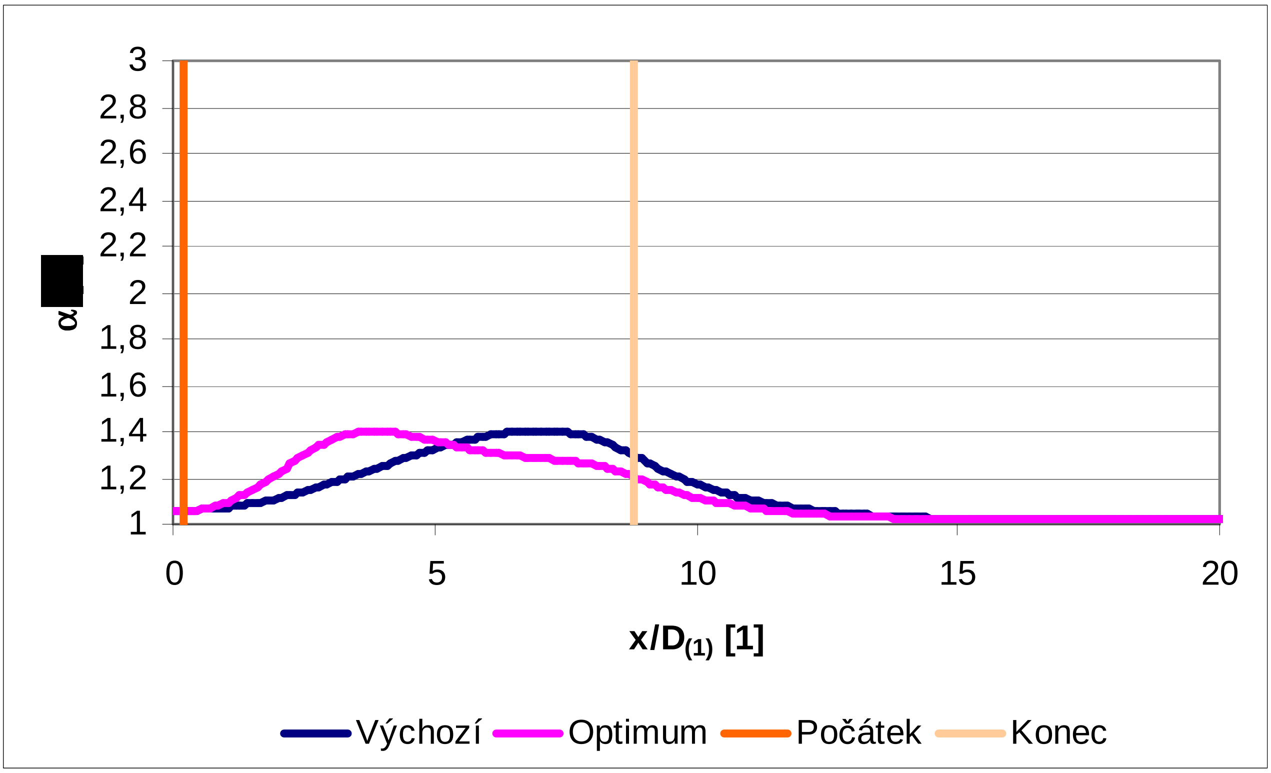


Graf.200 *Průběh Cp pro 15° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*

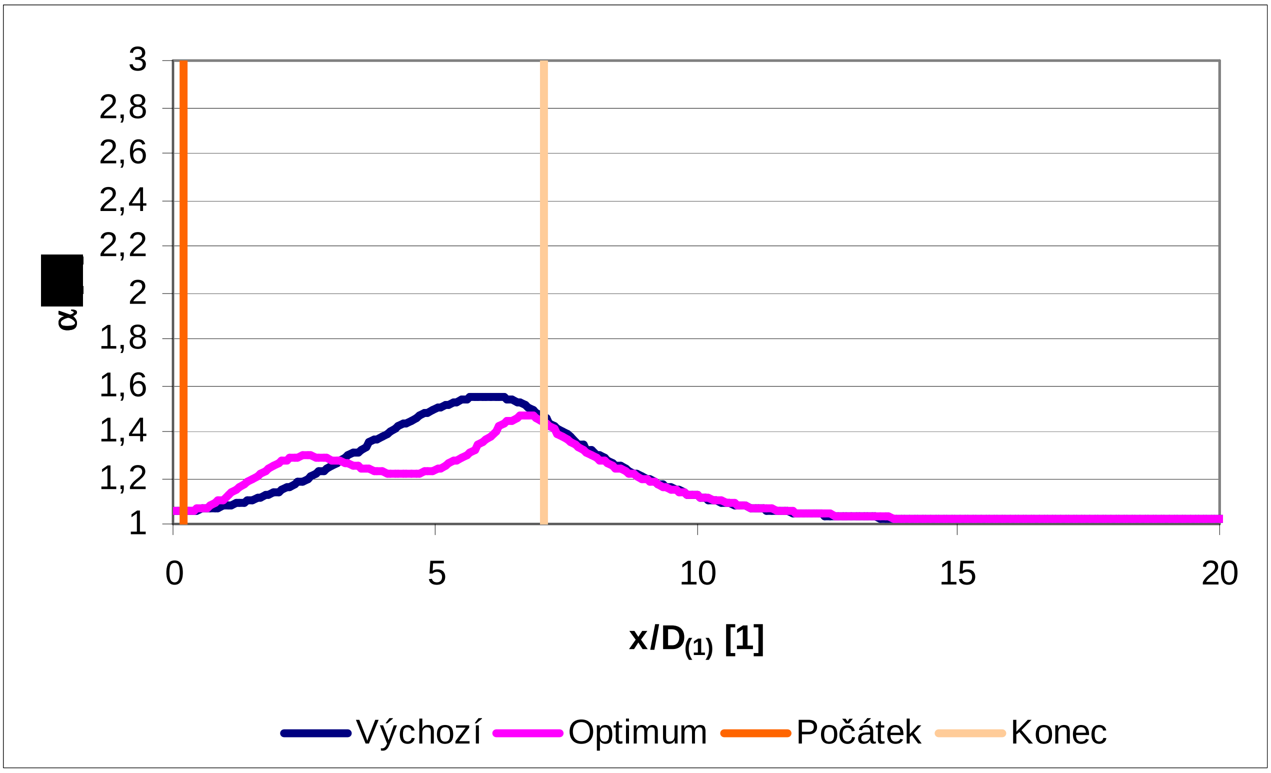


Graf.201 *Průběh Cp pro 16° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*

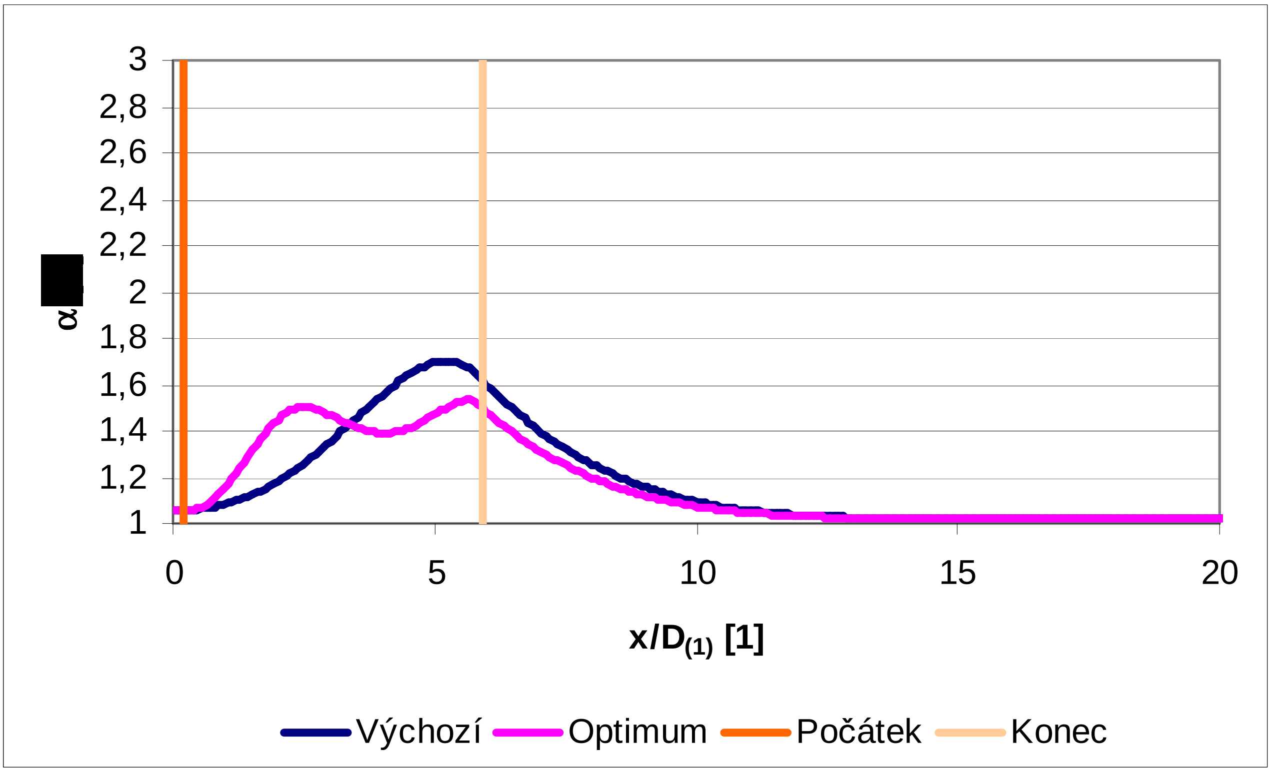
27.3.3 Průběhy Coriolisova součinitele pro původní a optimalizovanou geometrii



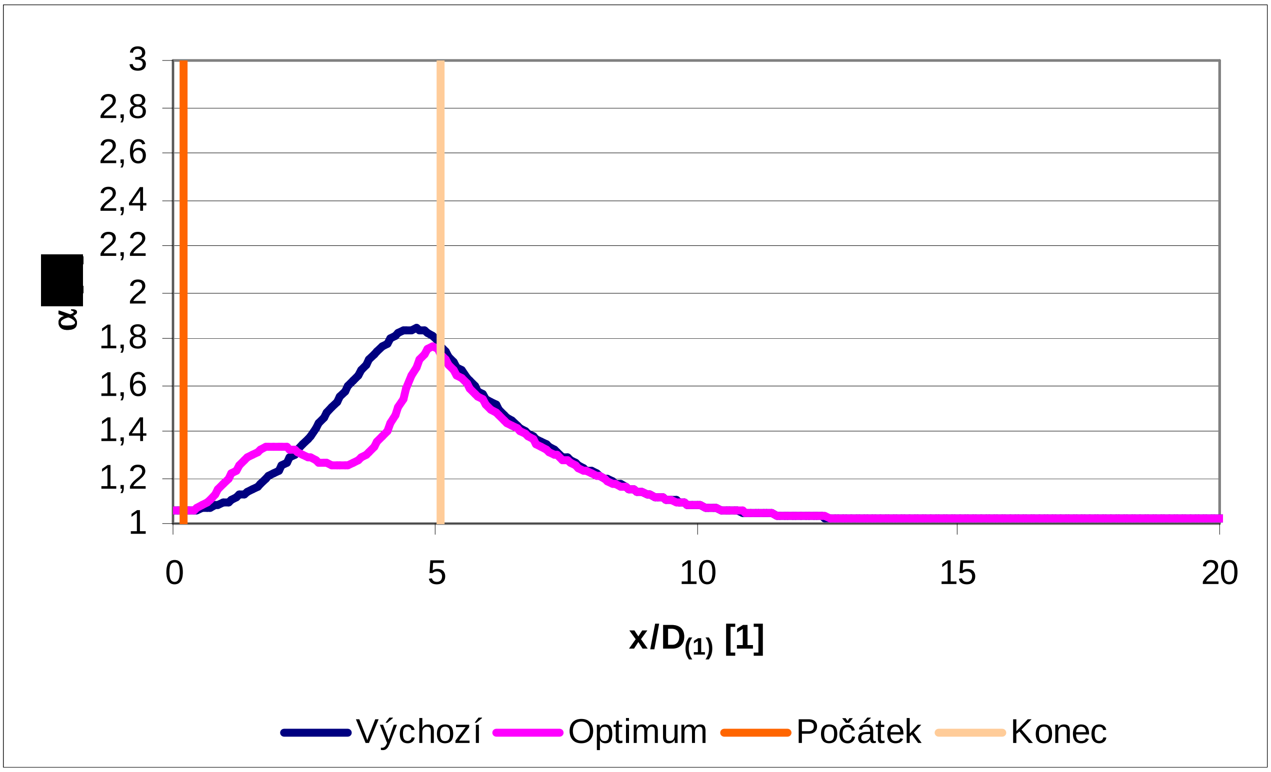
Graf.202 *Průběh Coriolisova čísla pro 4° otevření*



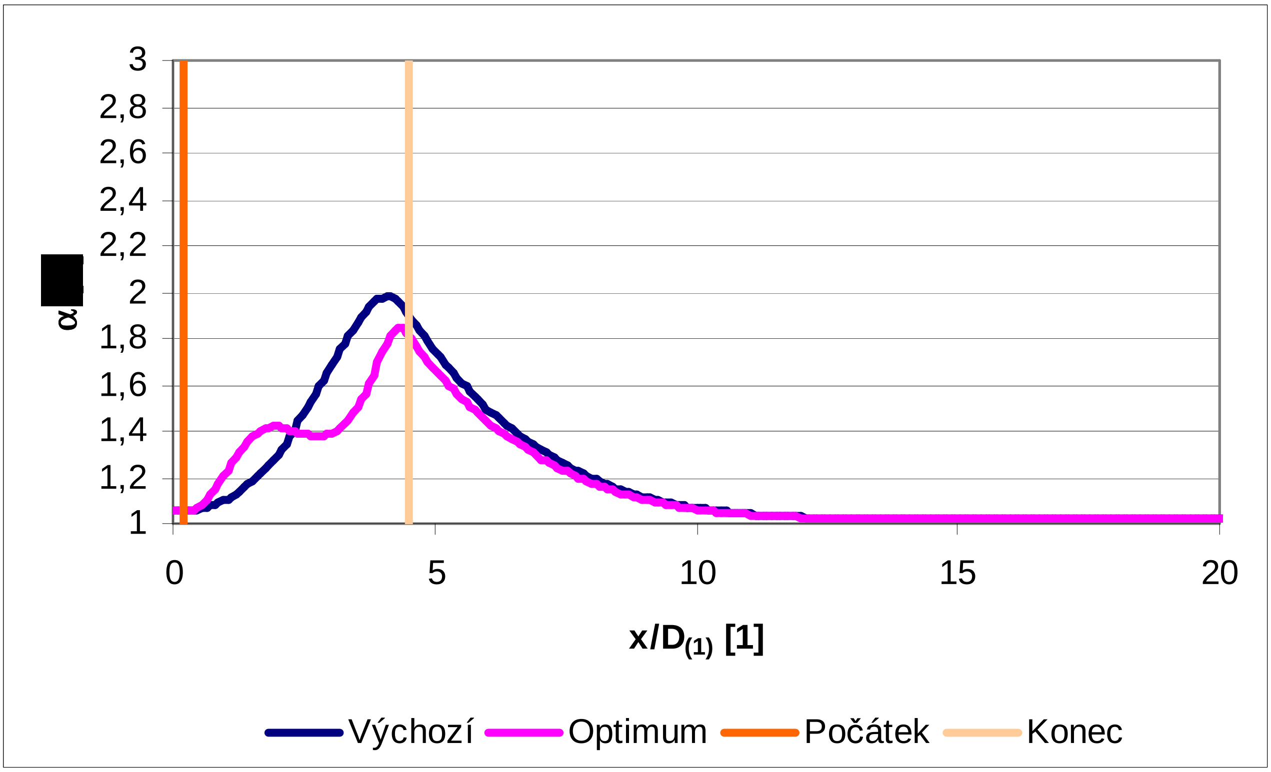
Graf.203 *Průběh Coriolisova čísla pro 5° otevření*



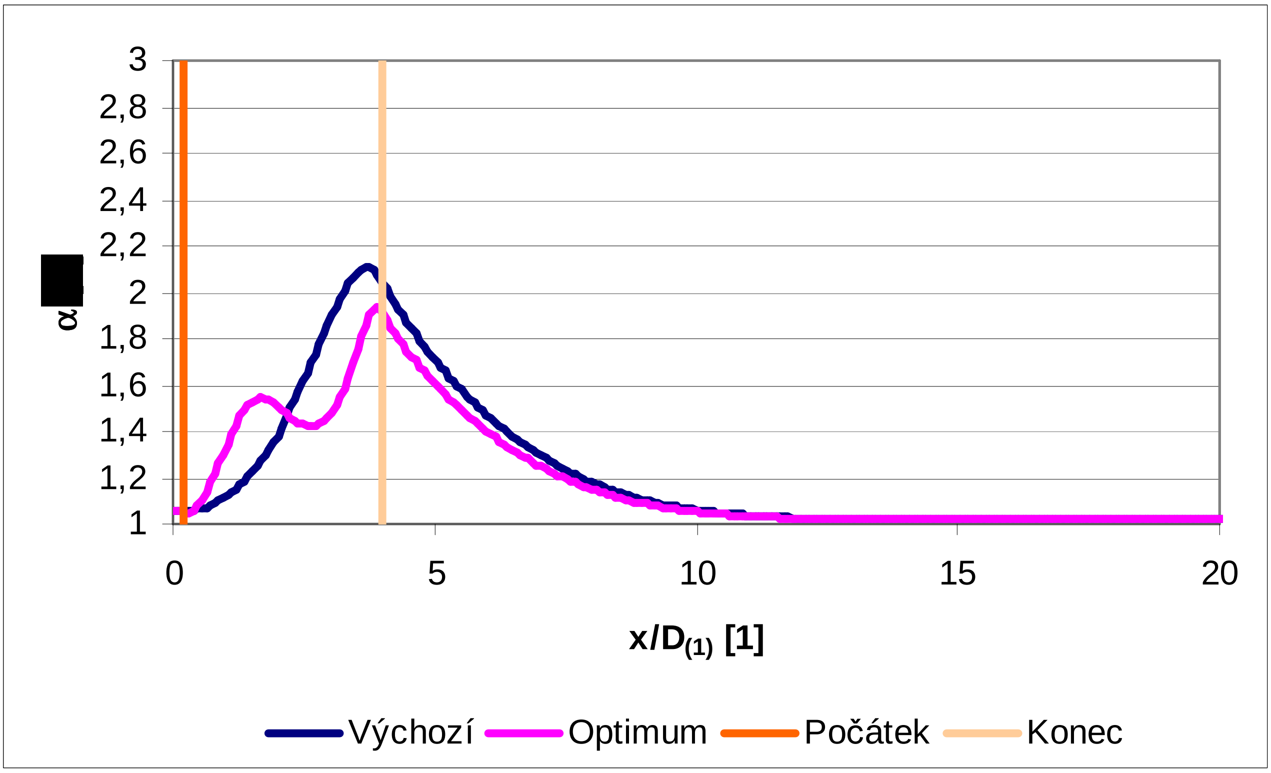
Graf.204 *Průběh Coriolisova čísla pro 6° otevření*



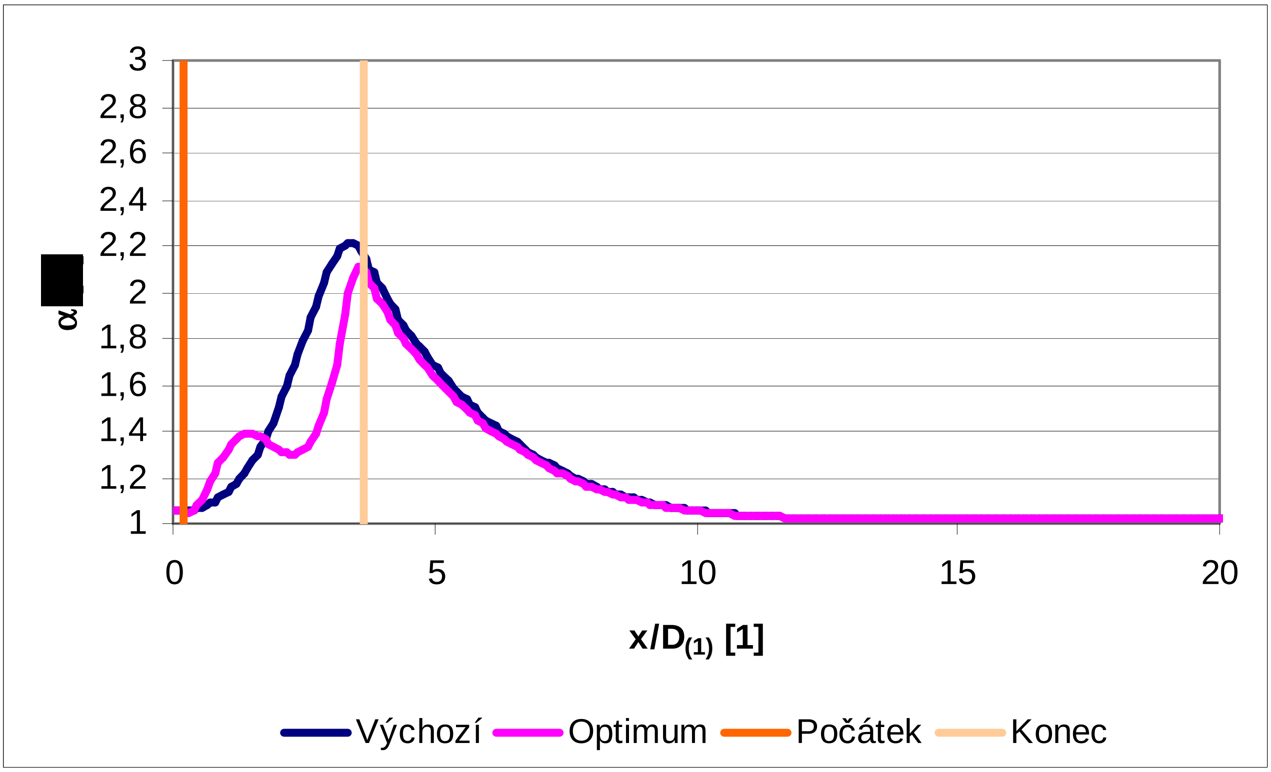
Graf.205 *Průběh Coriolisova čísla pro 7° otevření*



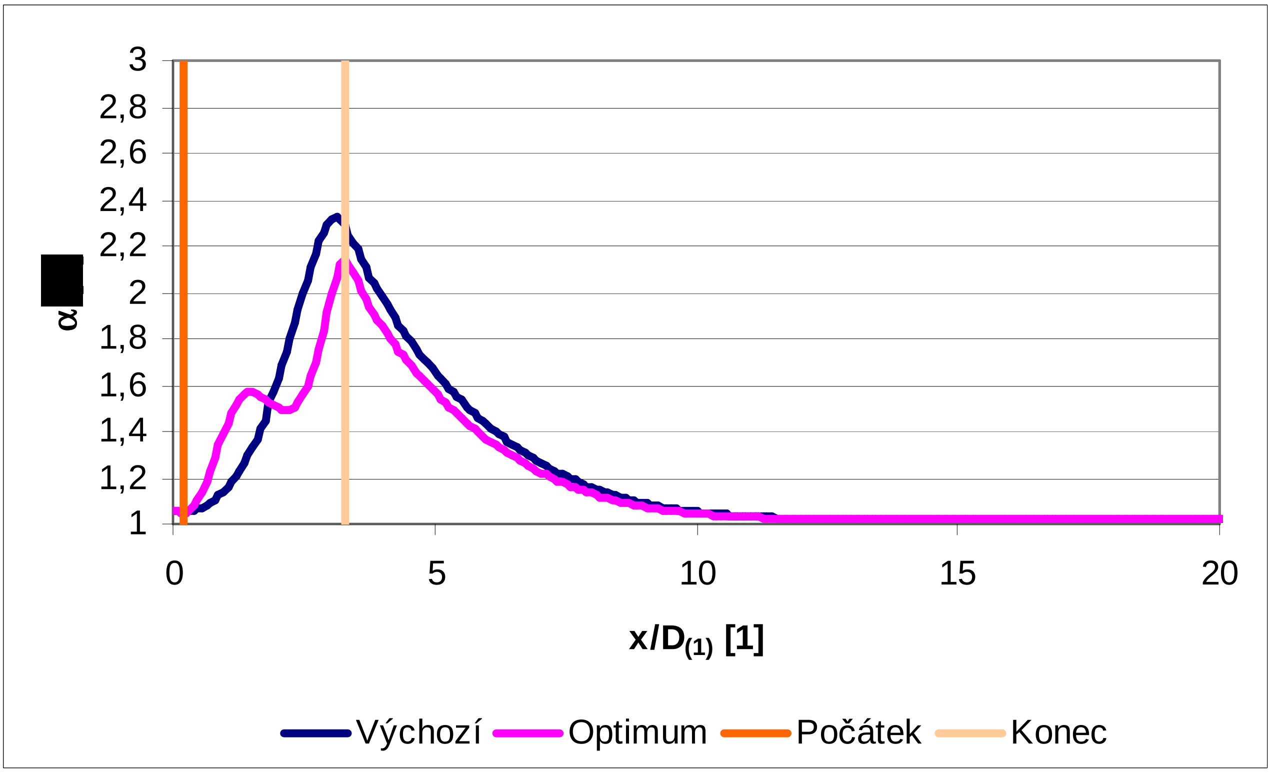
Graf.206 *Průběh Coriolisova čísla pro 8° otevření*



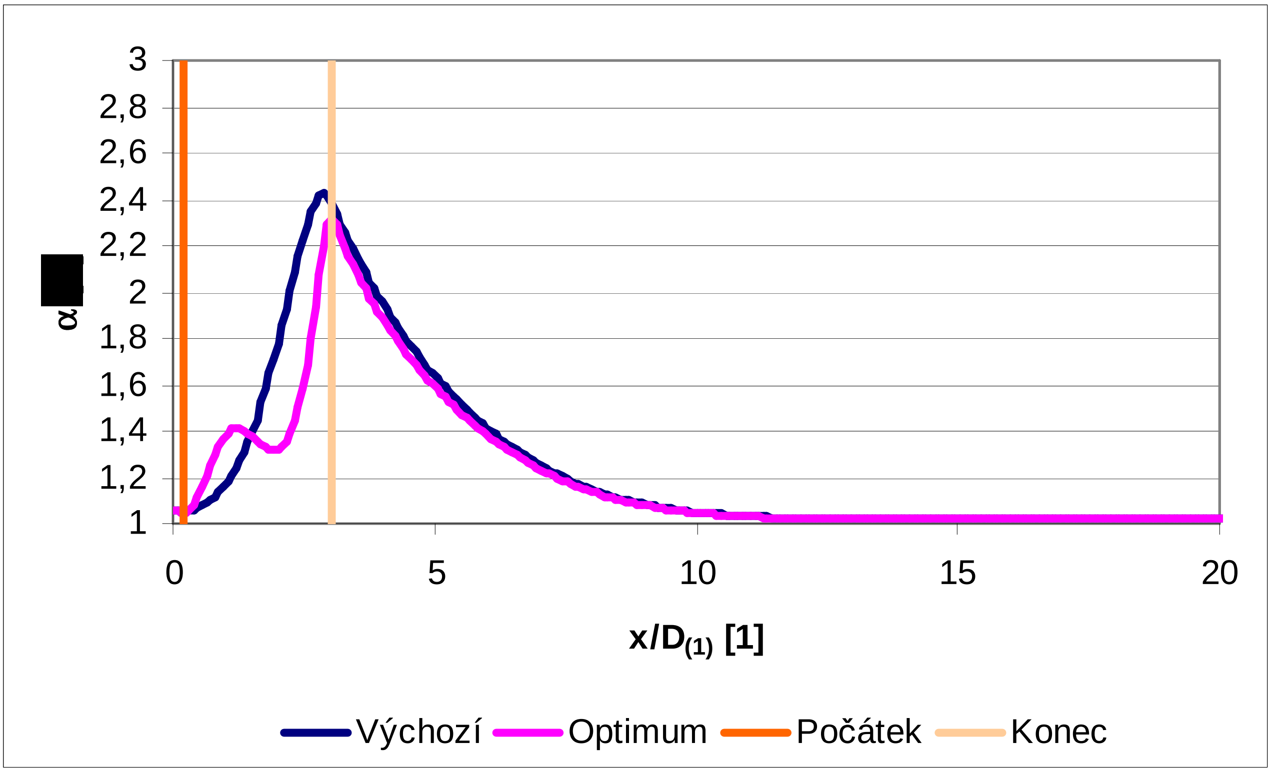
Graf.207 *Průběh Coriolisova čísla pro 9° otevření*



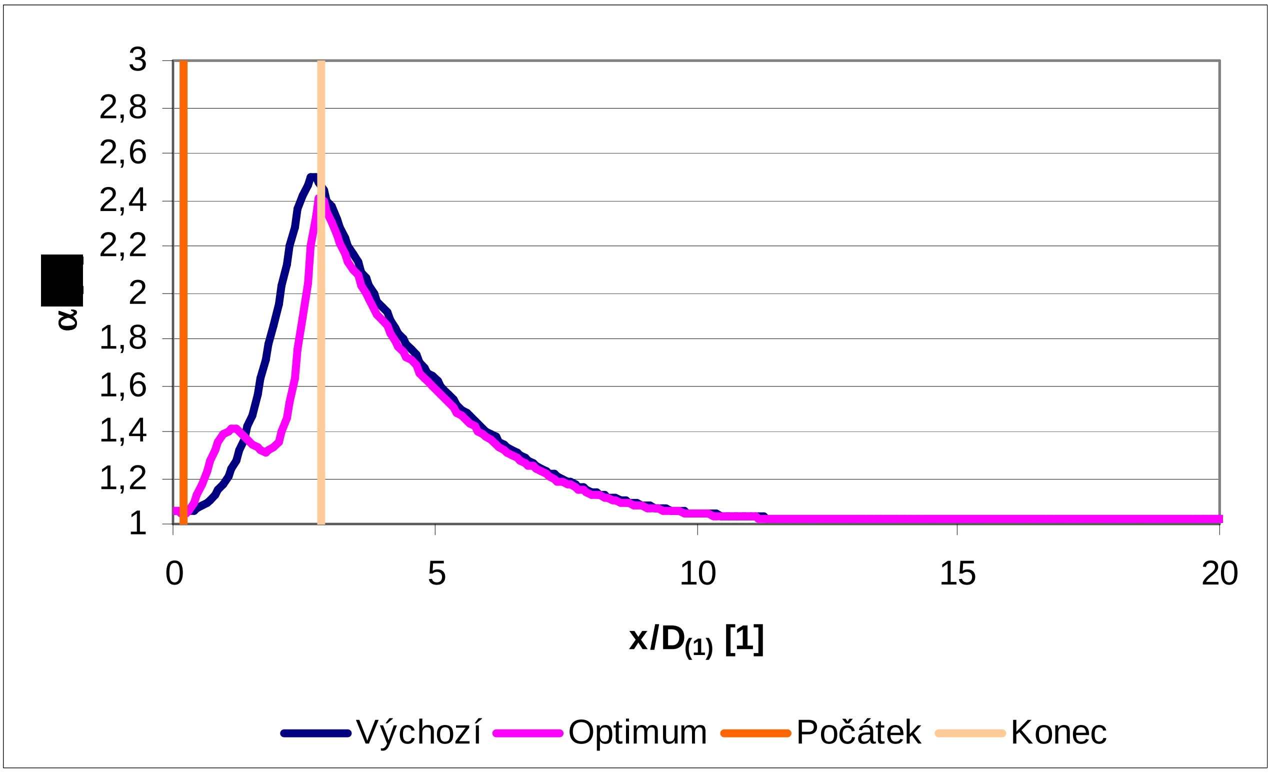
Graf.208 *Průběh Coriolisova čísla pro 10° otevření*



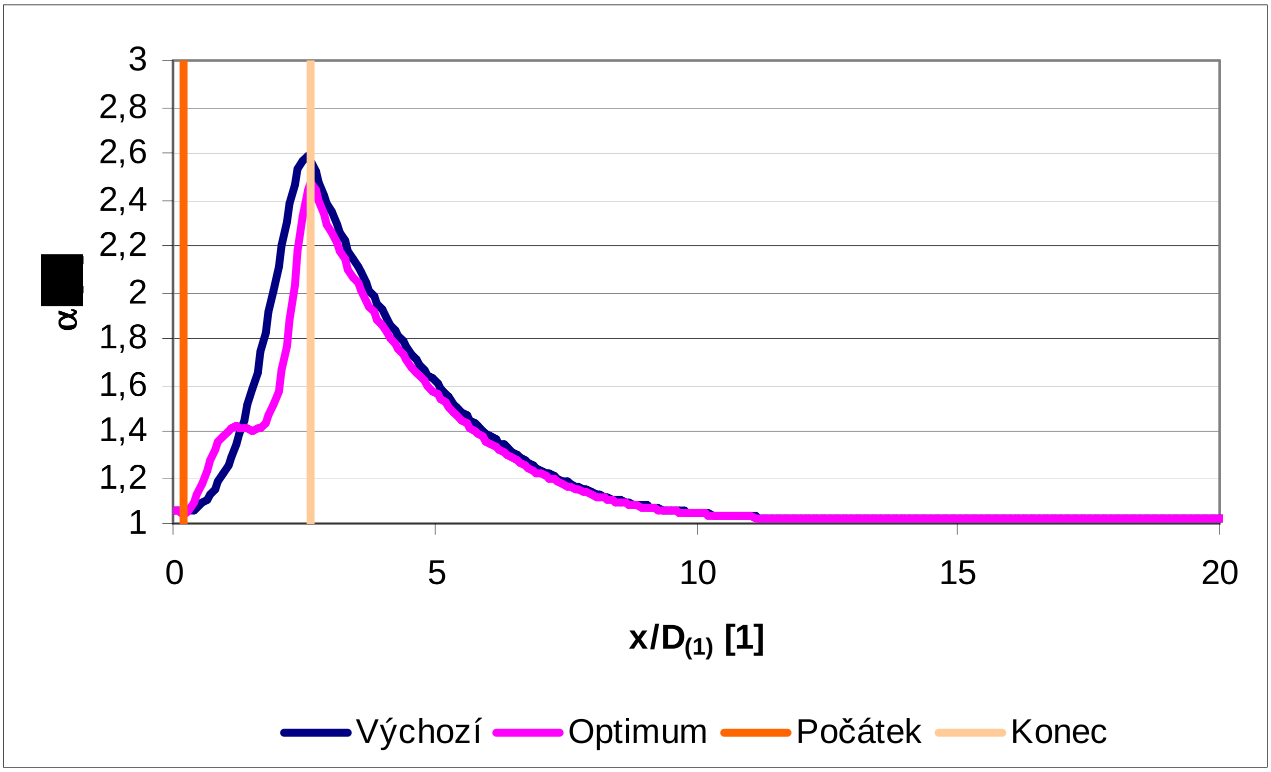
Graf.209 *Průběh Coriolisova čísla pro 11° otevření*



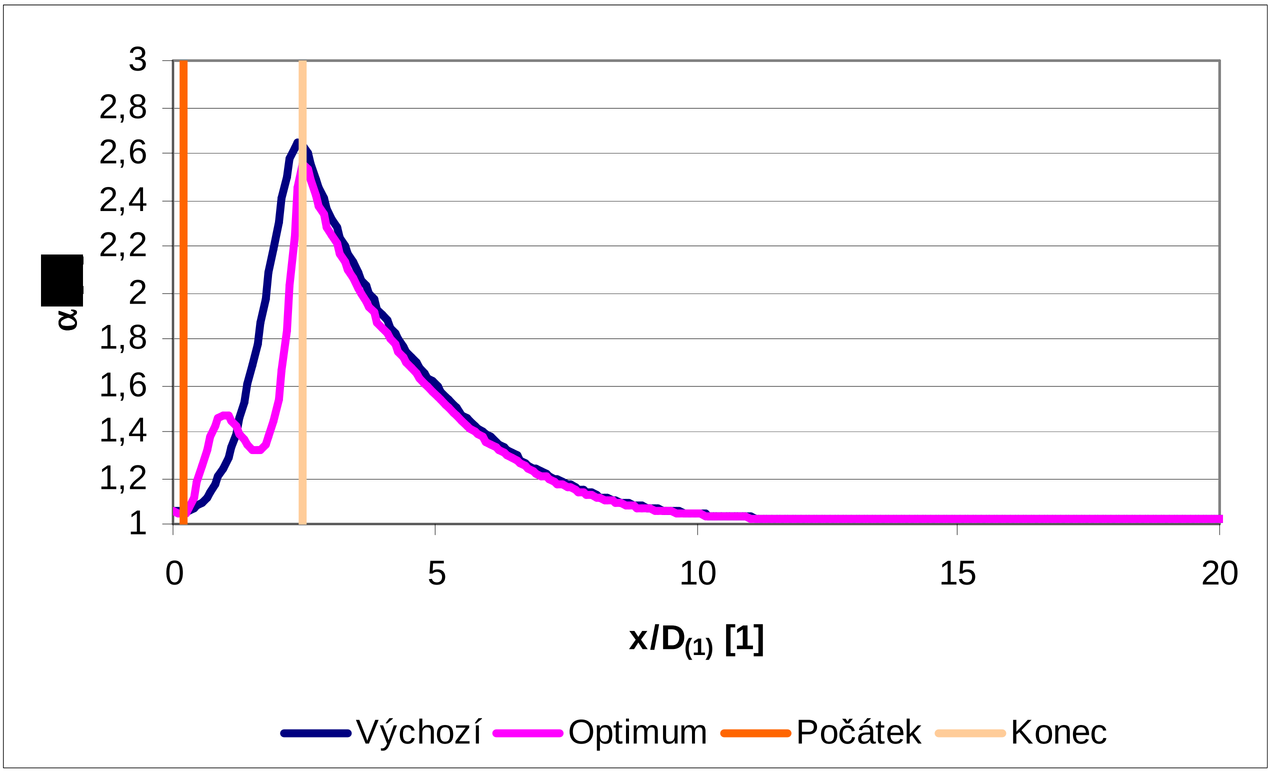
Graf.210 *Průběh Coriolisova čísla pro 12° otevření*



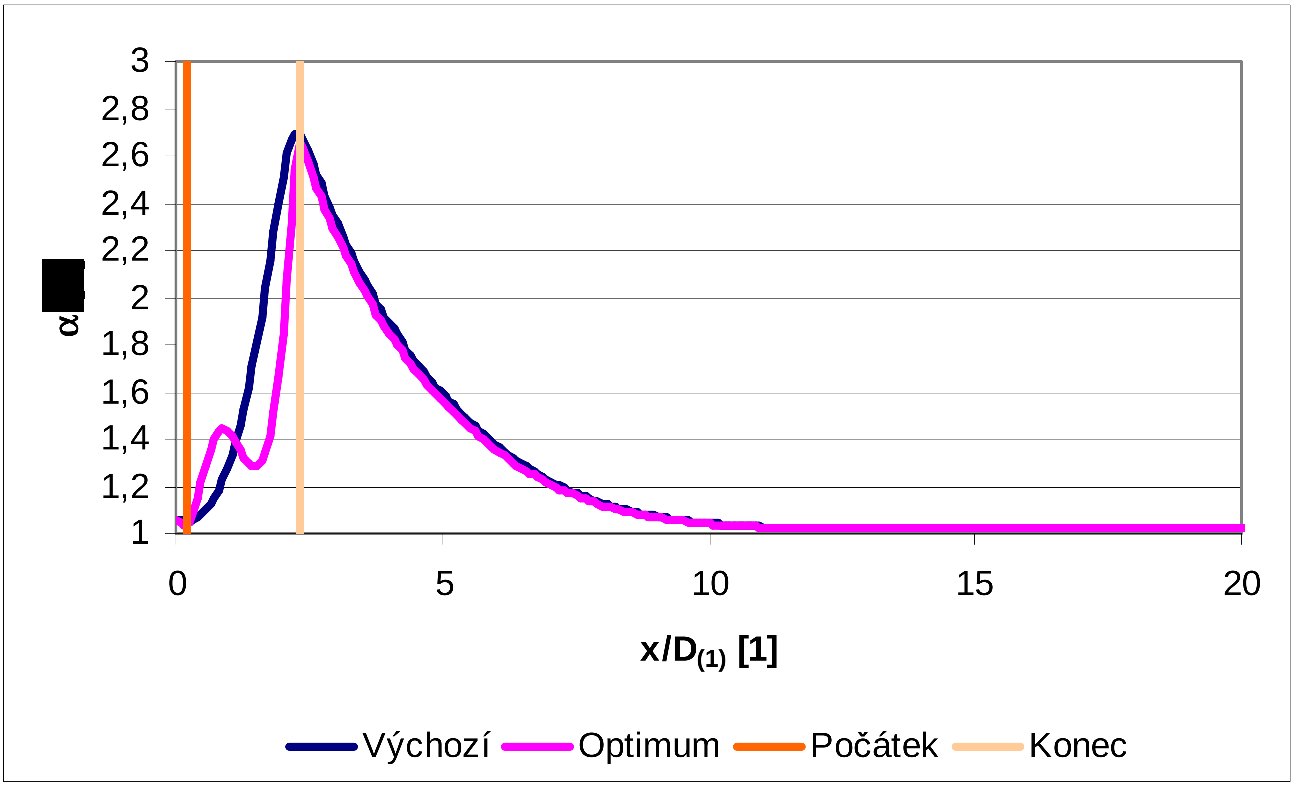
Graf.211 *Průběh Coriolisova čísla pro 13° otevření*



Graf.212 *Průběh Coriolisova čísla pro 14° otevření*



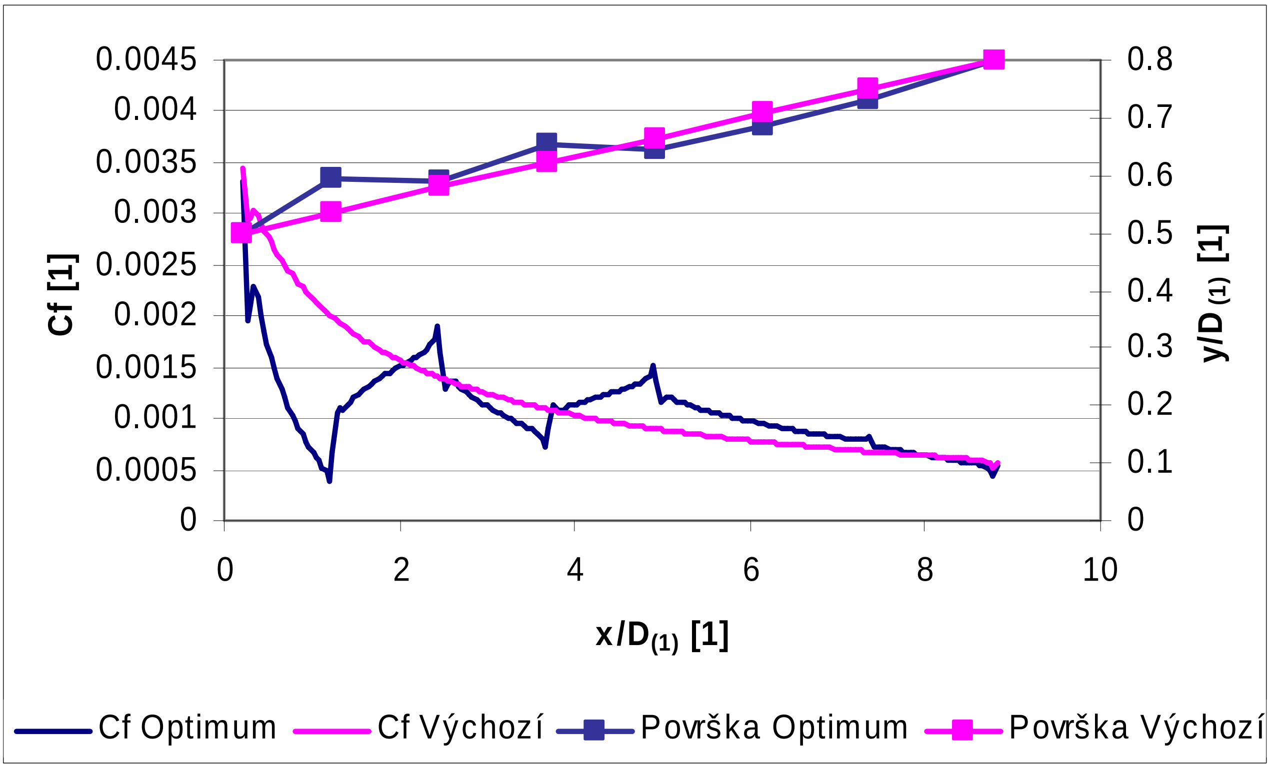
Graf.213 *Průběh Coriolisova čísla pro 15° otevření*



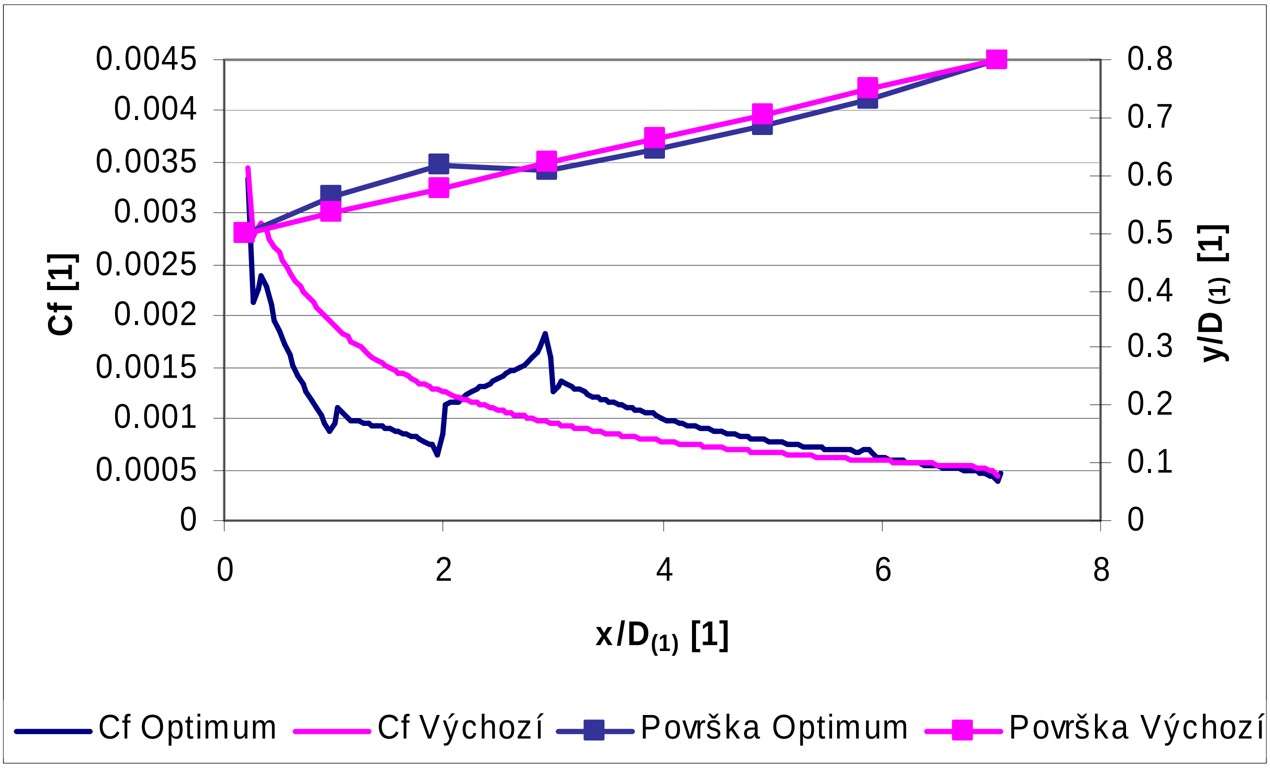
Graf.214 *Průběh Coriolisova čísla pro 16° otevření*

27.4 DIFUZOR, PO ČÁSTECH LINEÁRNÍ, VYŠŠÍ VSTUPNÍ RYCHLOST

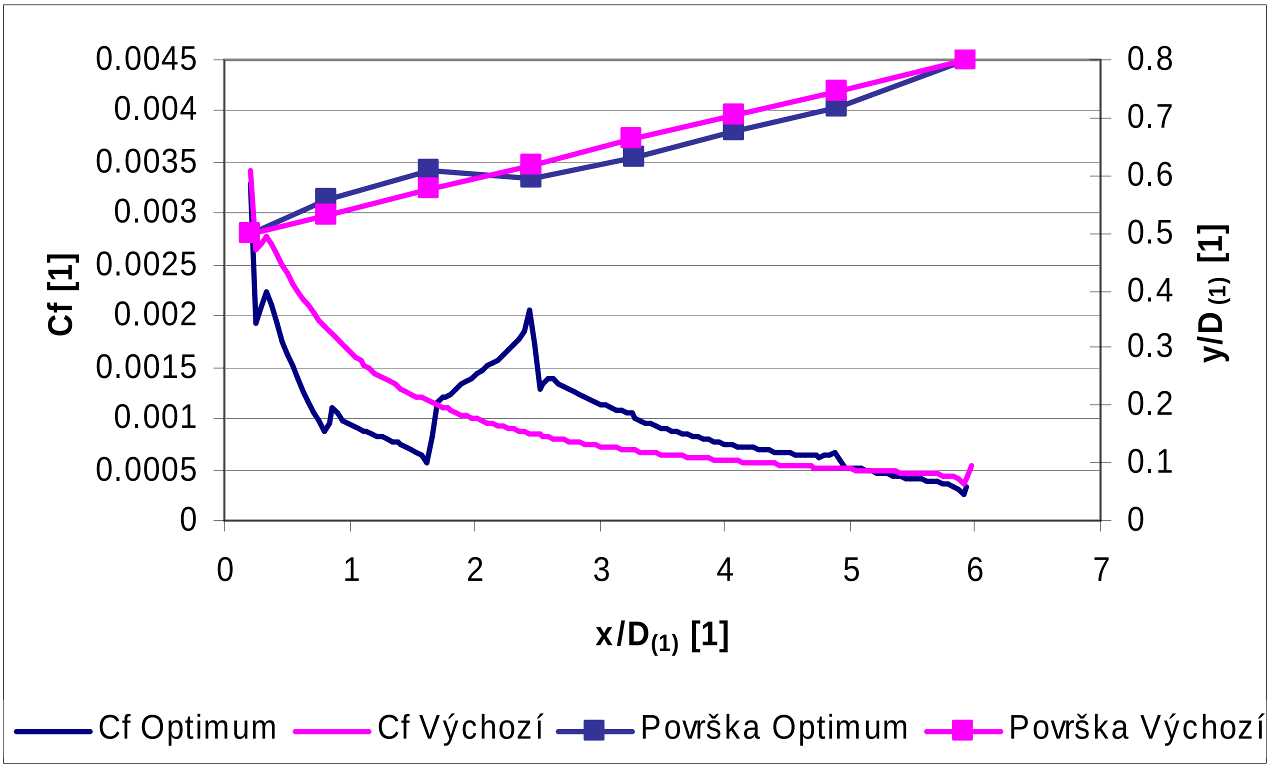
27.4.1 Průběhy smykových napětí a tvary površek



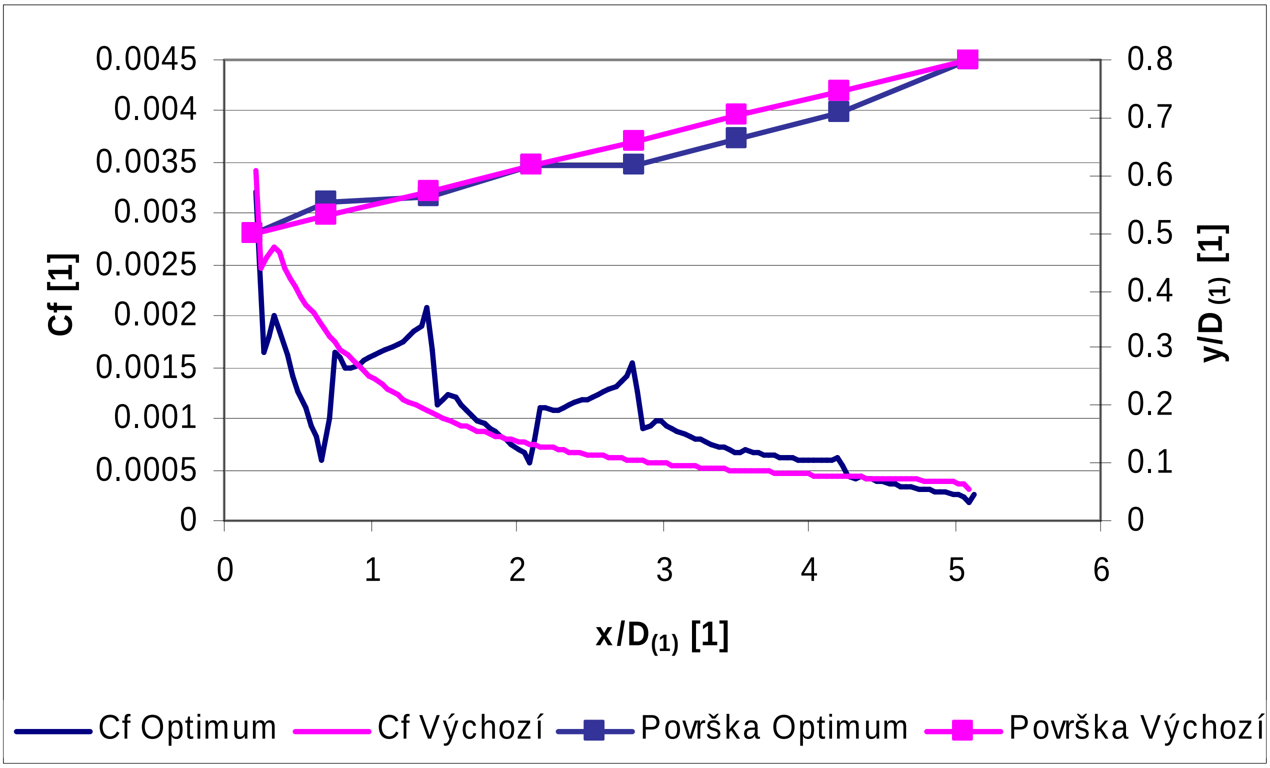
Graf.215 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 4°*



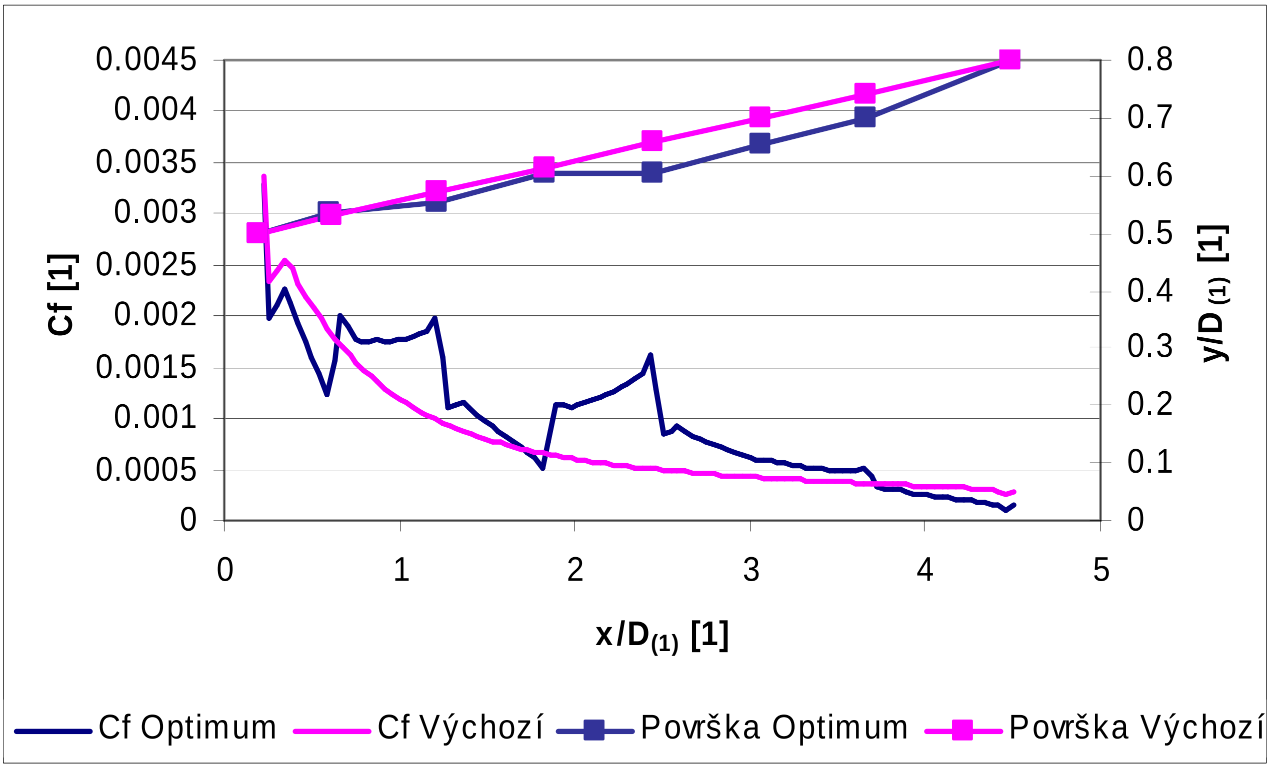
Graf.216 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 5°*



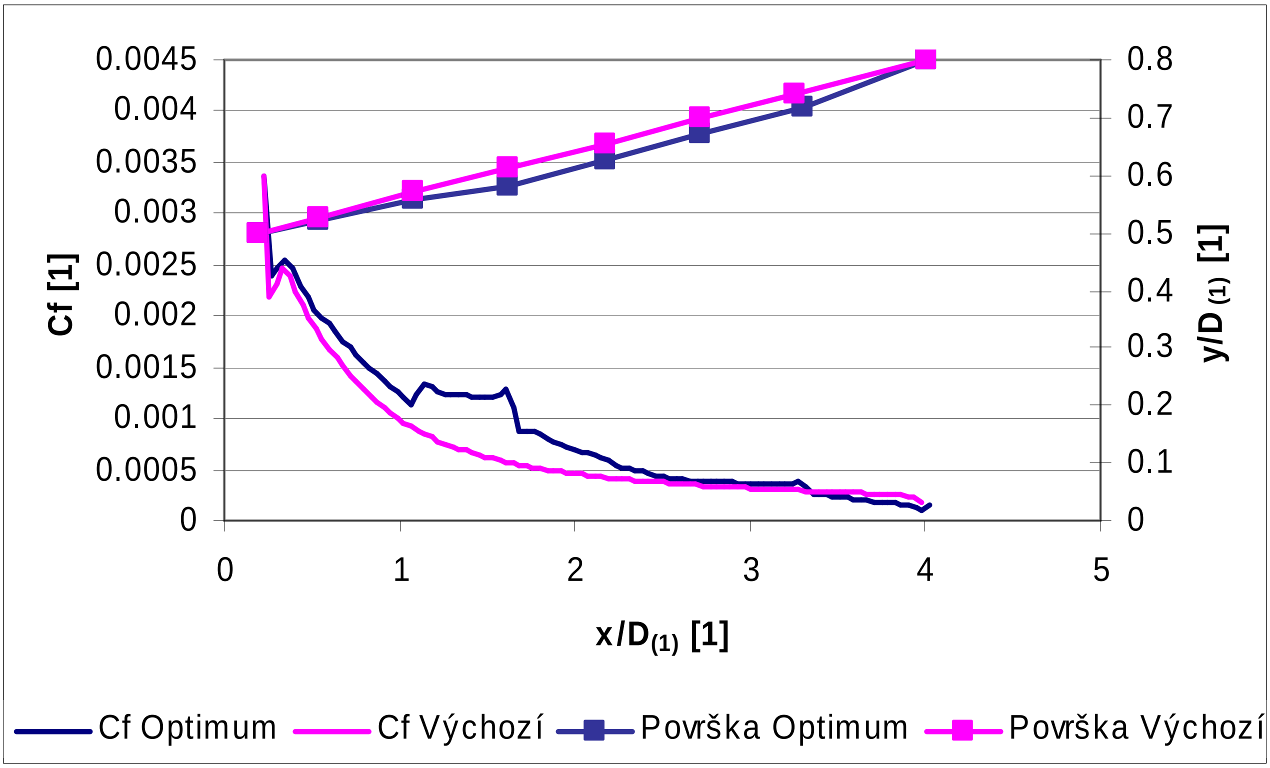
Graf.217 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 6°*



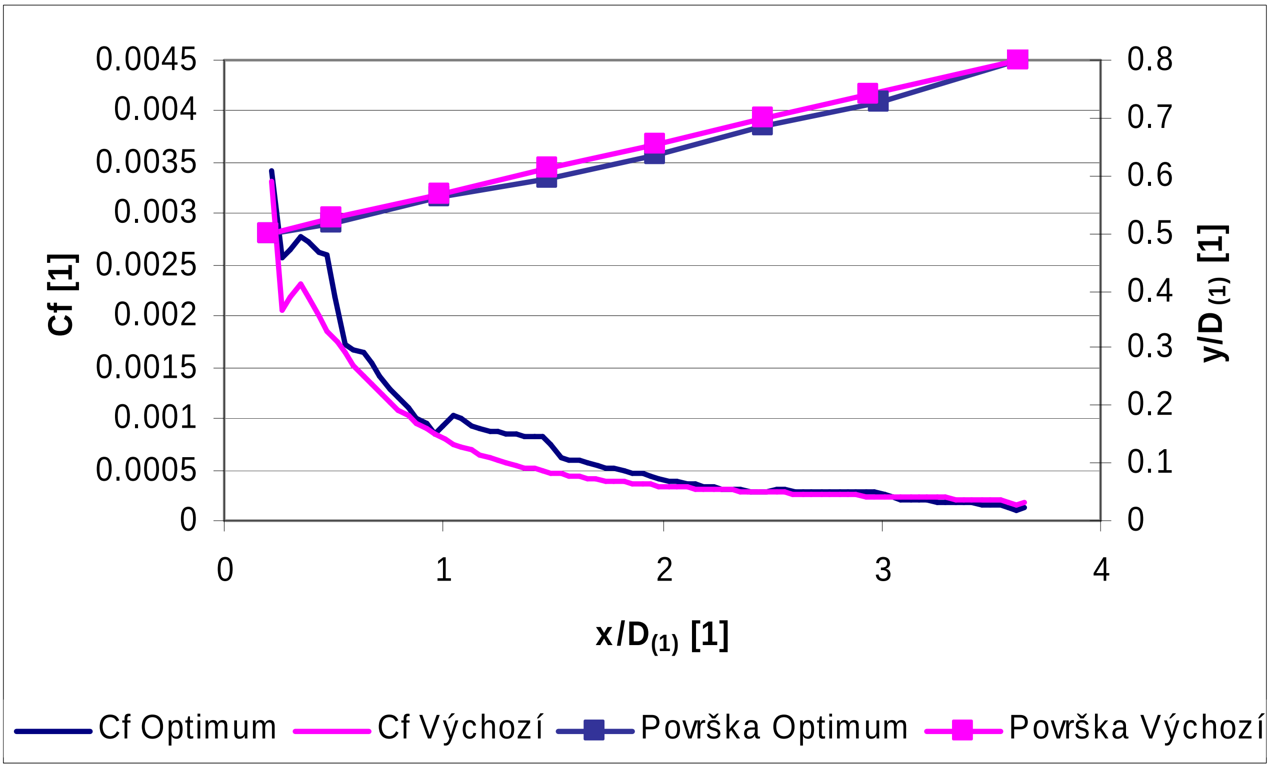
Graf.218 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 7°*



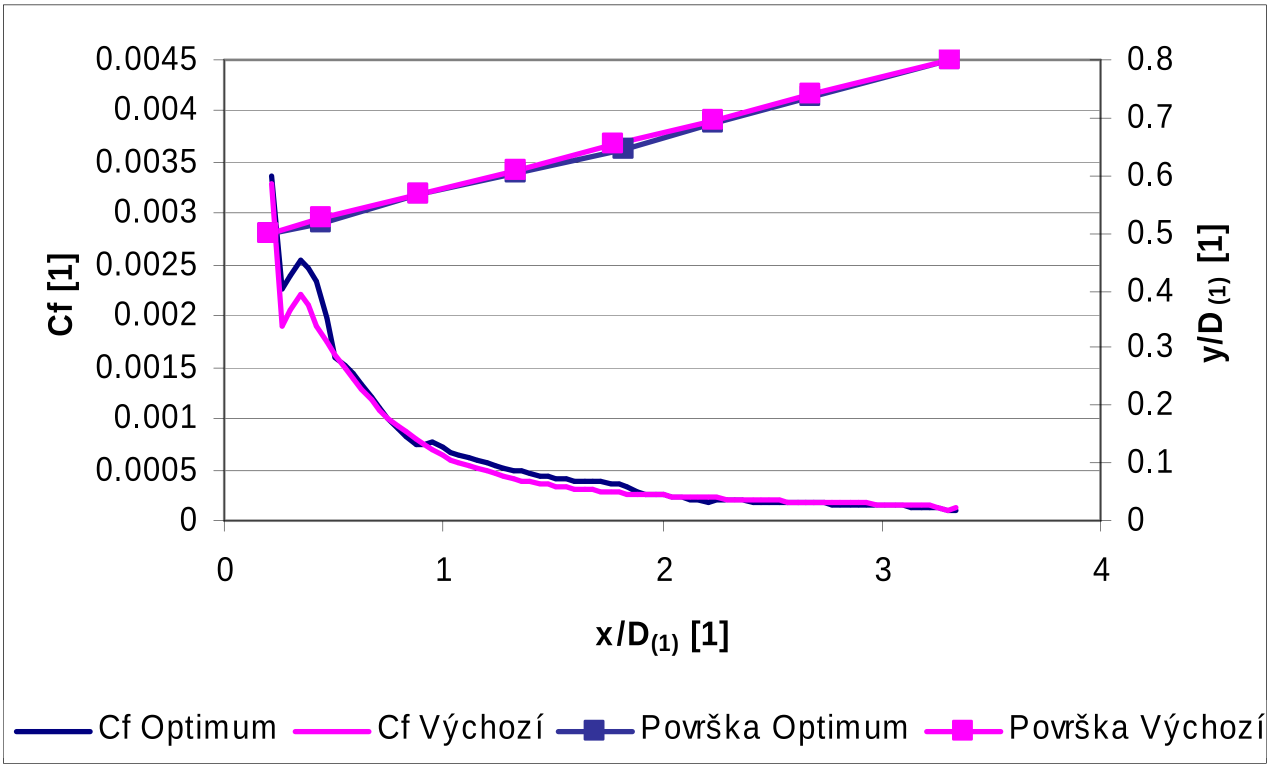
Graf.219 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 8°*



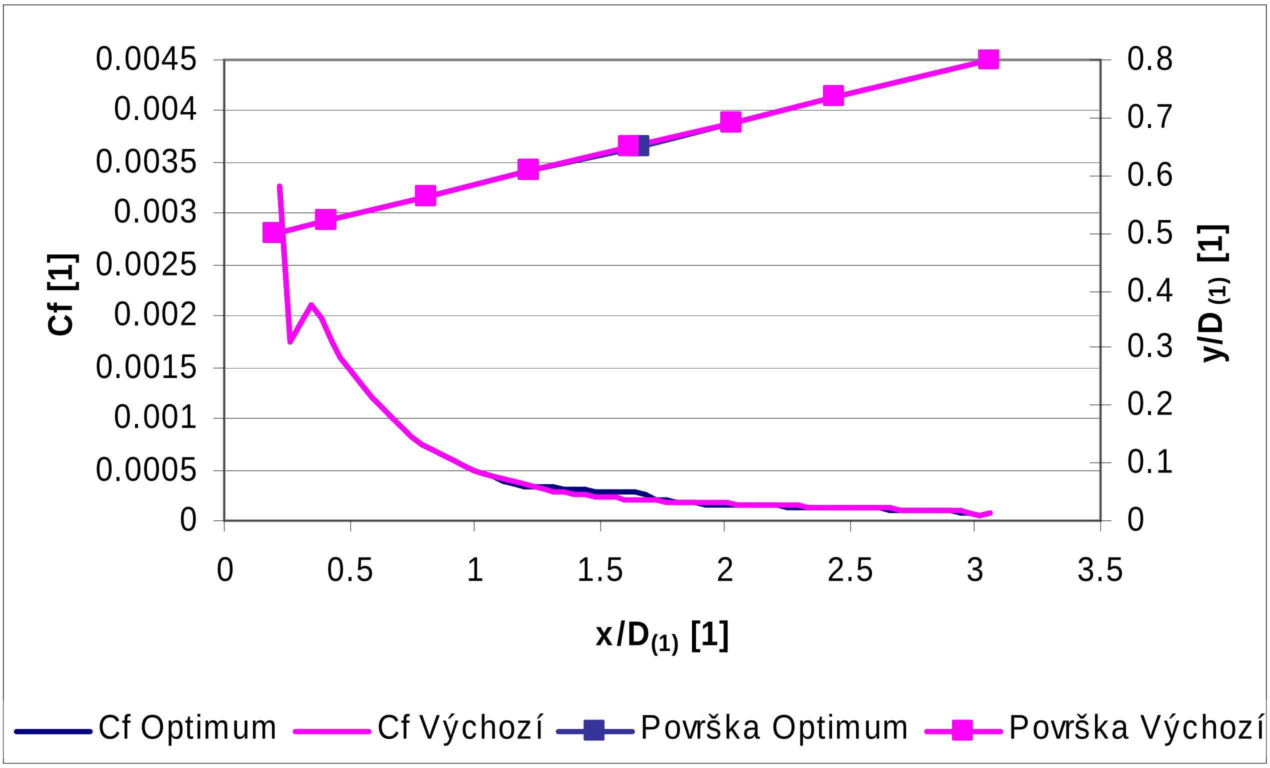
Graf.220 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 9°*



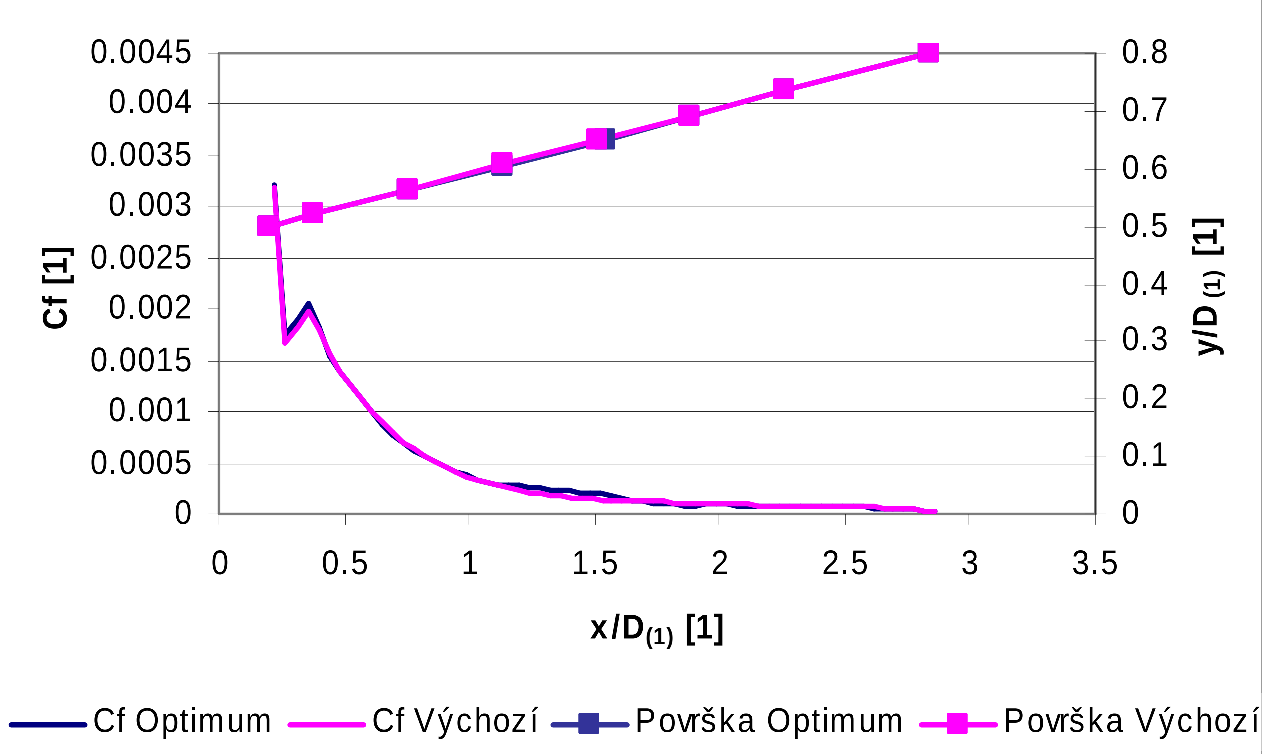
Graf.221 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 10°*



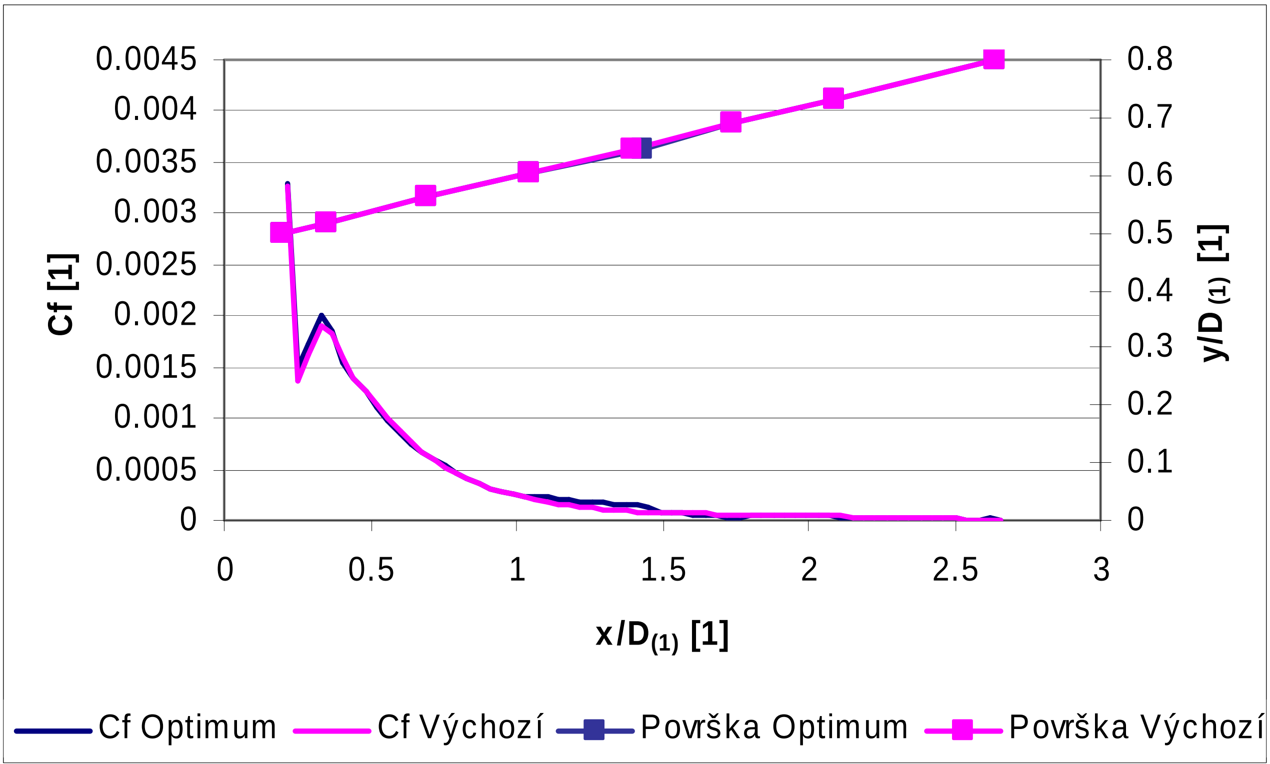
Graf.222 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 11°*



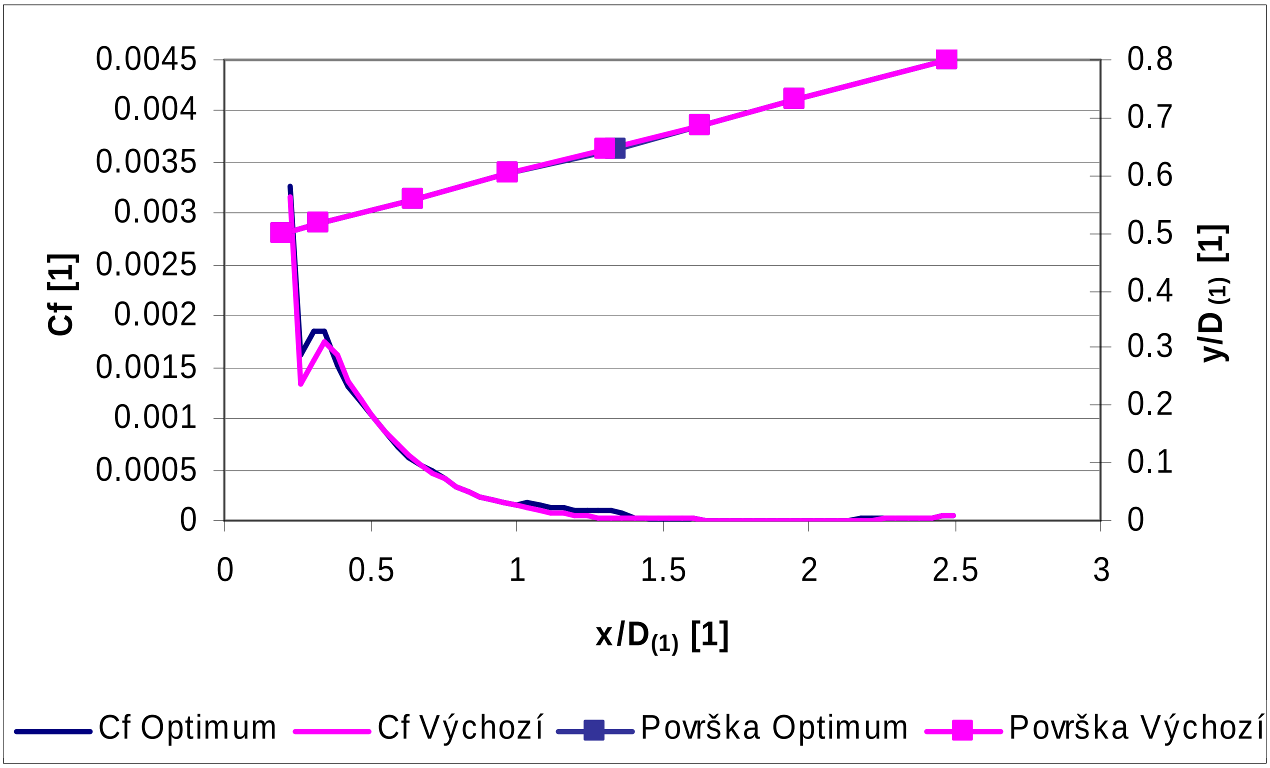
Graf.223 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 12°*



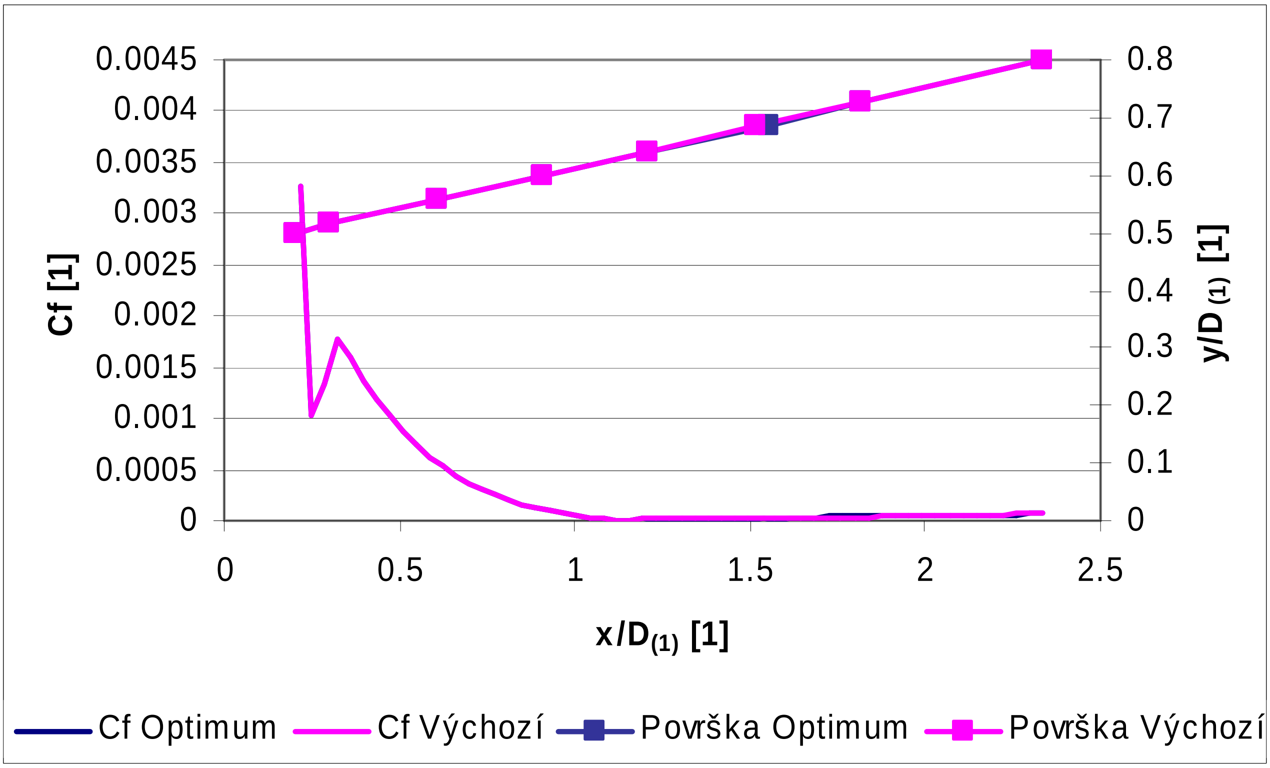
Graf.224 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 13°*



Graf.225 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 14°*

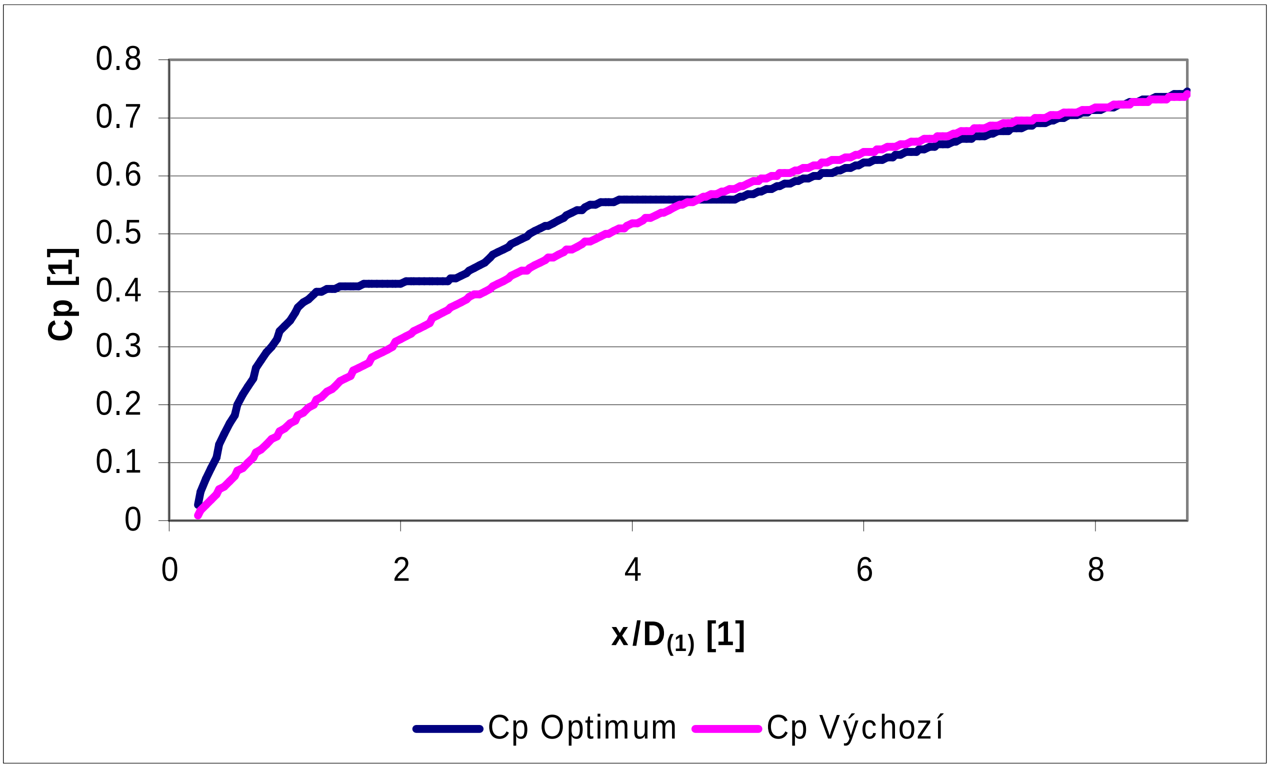


Graf.226 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 15°*

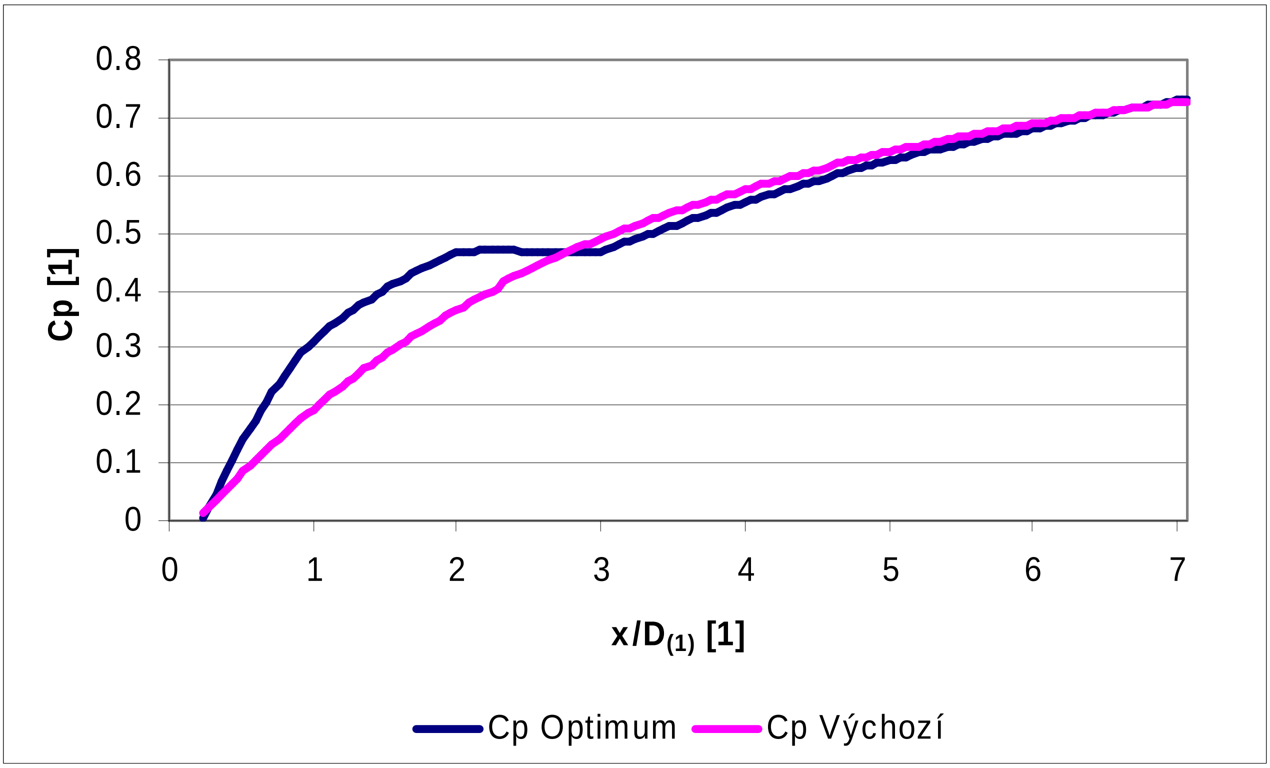


Graf.227 *Průběh třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvar površky úhel otevření 16°*

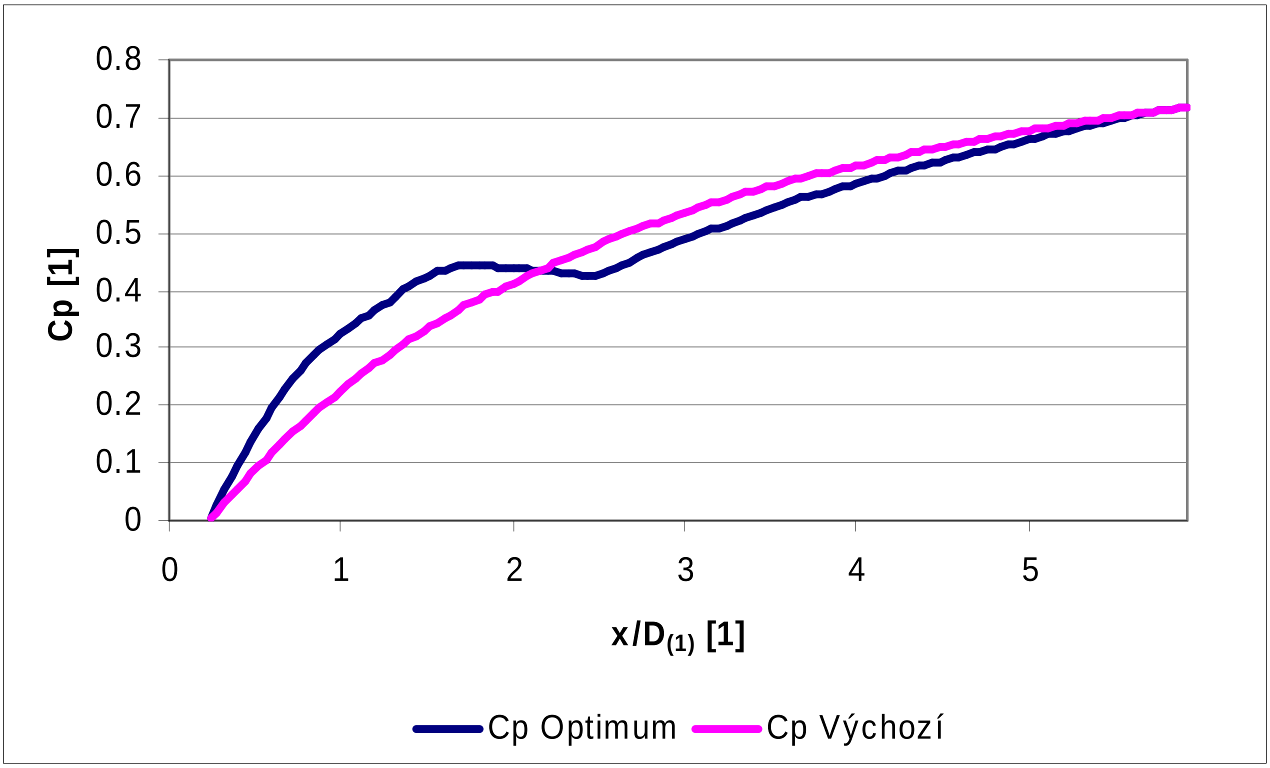
27.4.2 Průběhy Cp pro původní a optimalizovanou geometrii



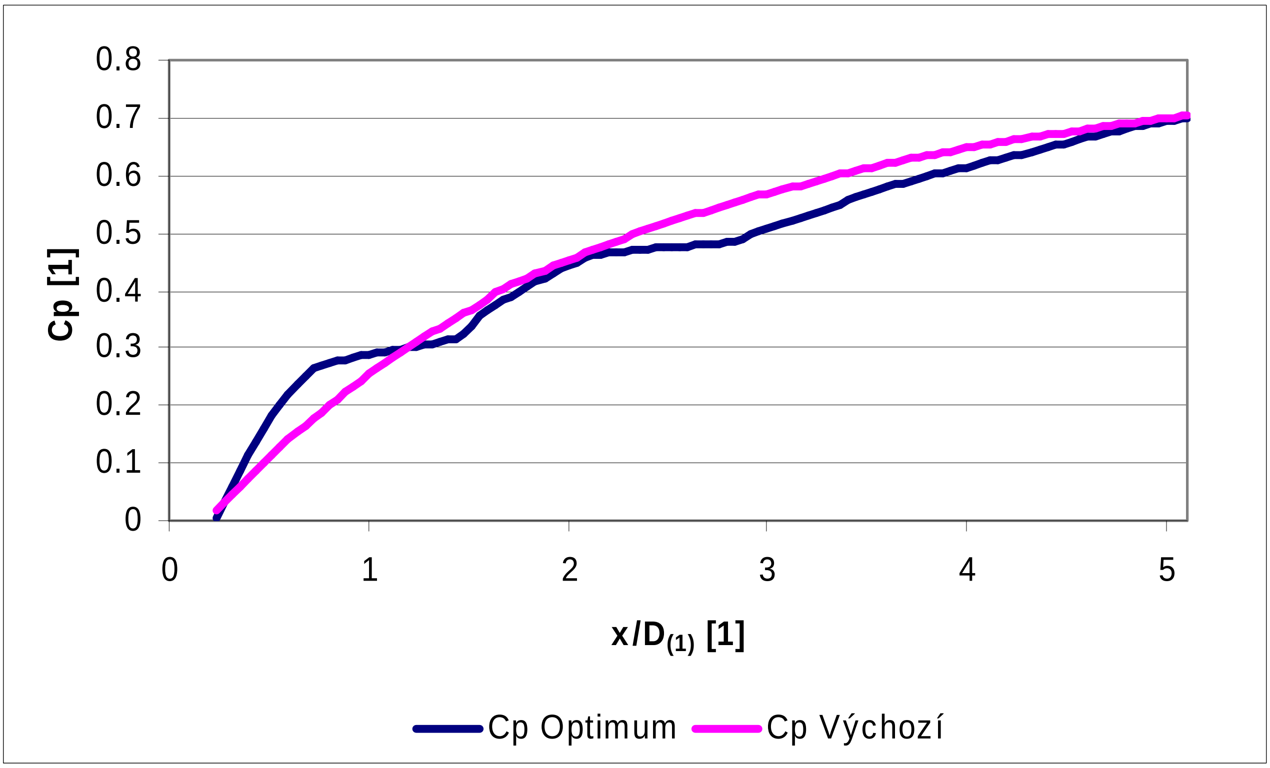
Graf.228 *Průběh Cp pro 4° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



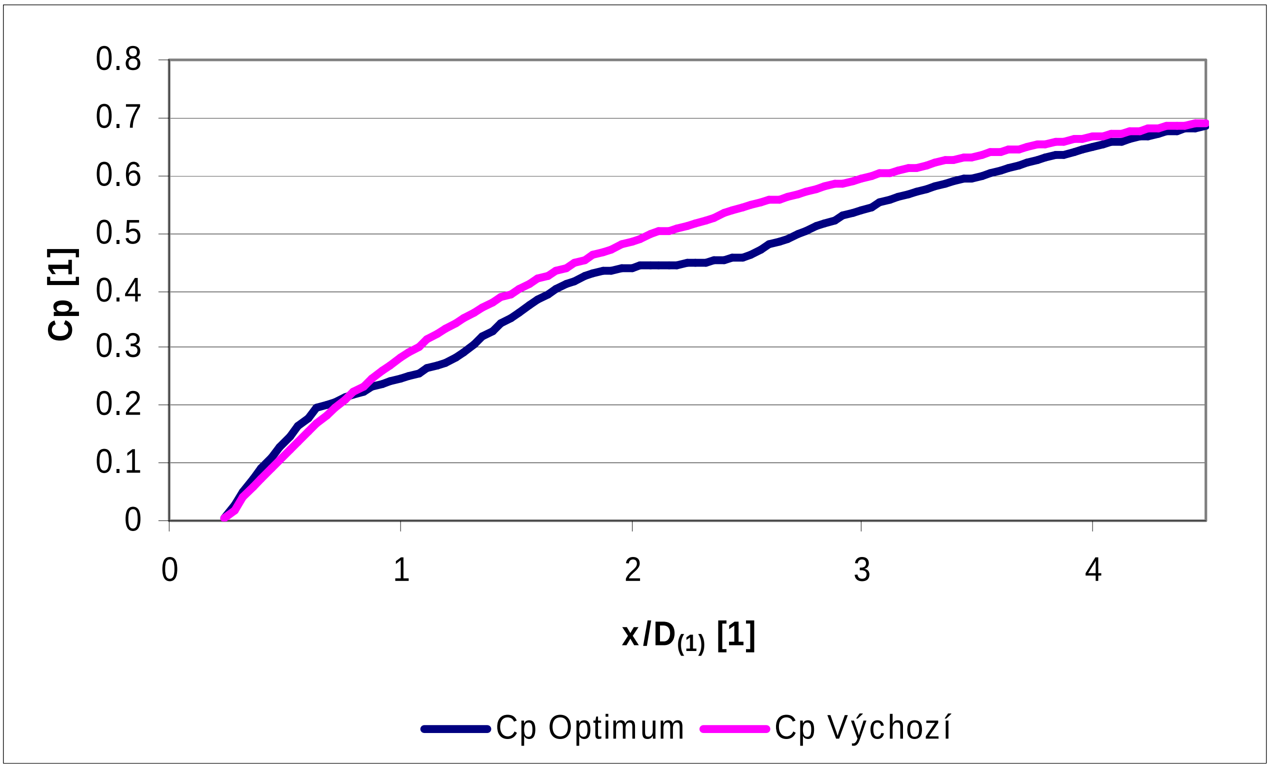
Graf.229 *Průběh Cp pro 5° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



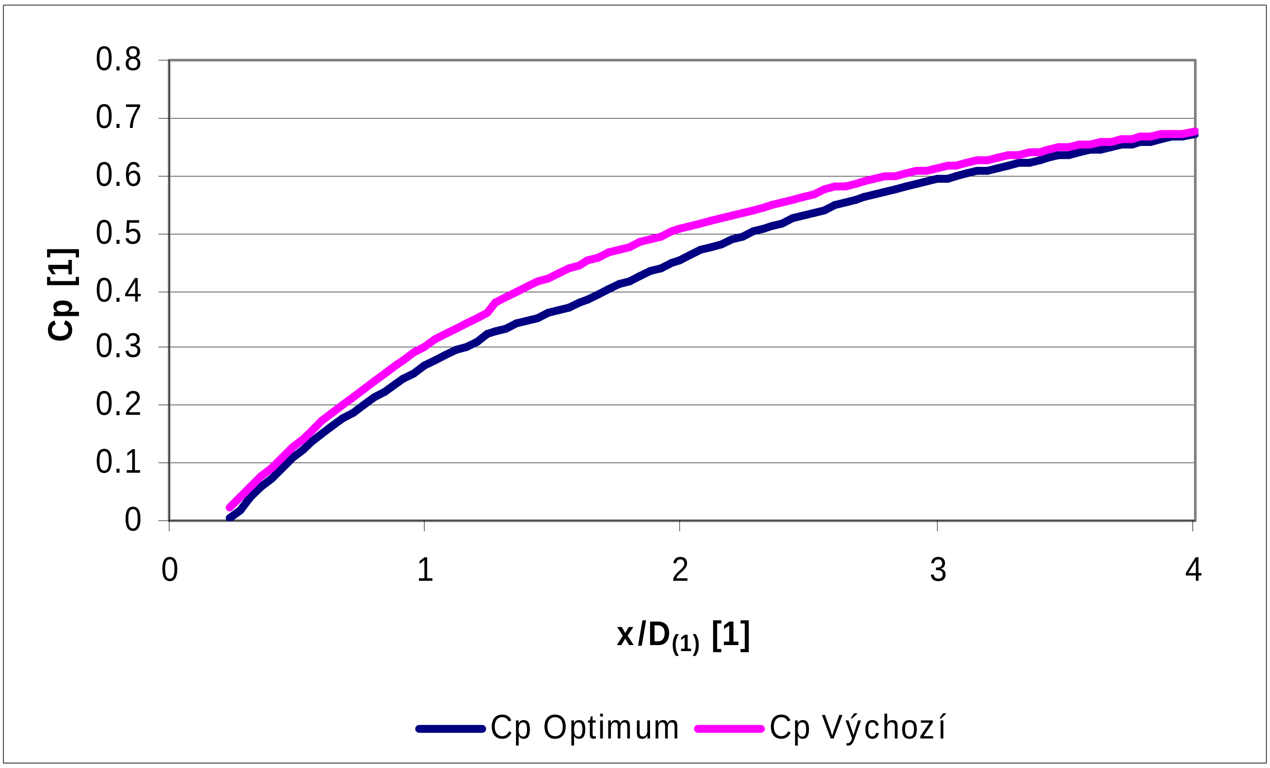
Graf.230 *Průběh Cp pro 6° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



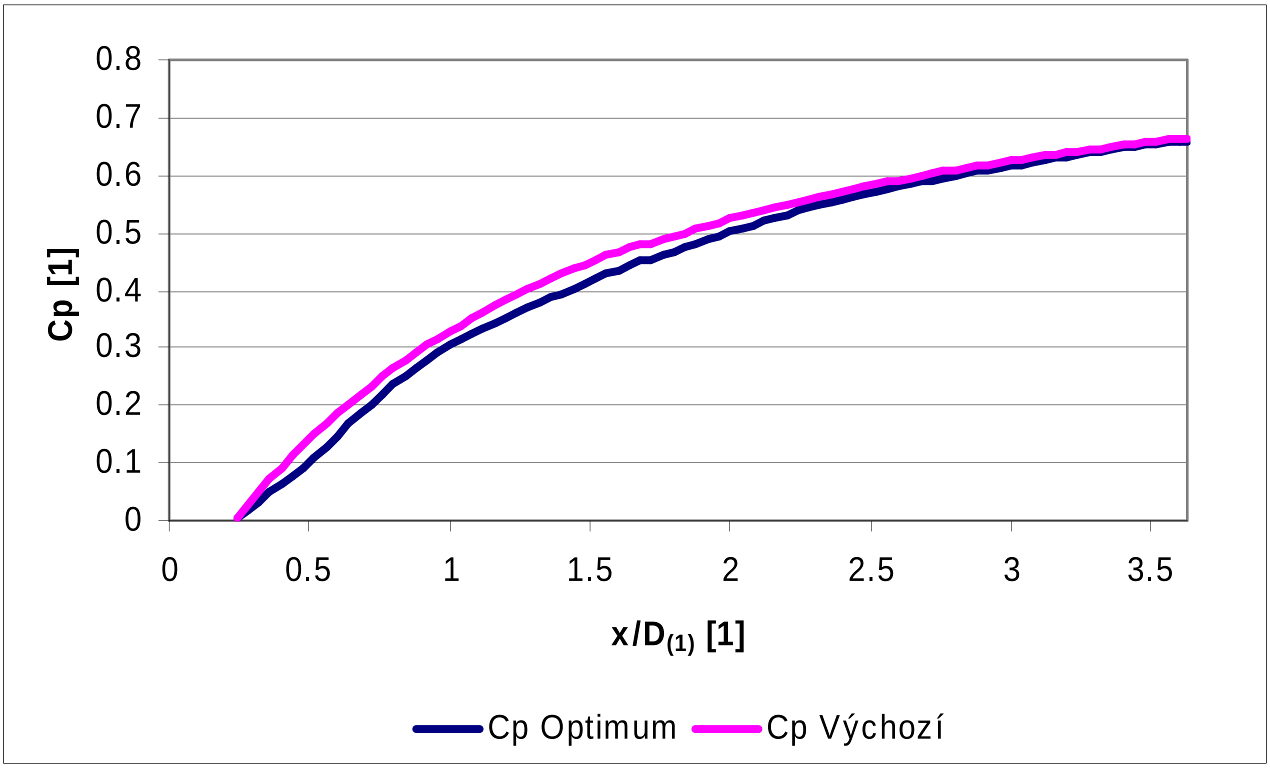
Graf.231 *Průběh Cp pro 7° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



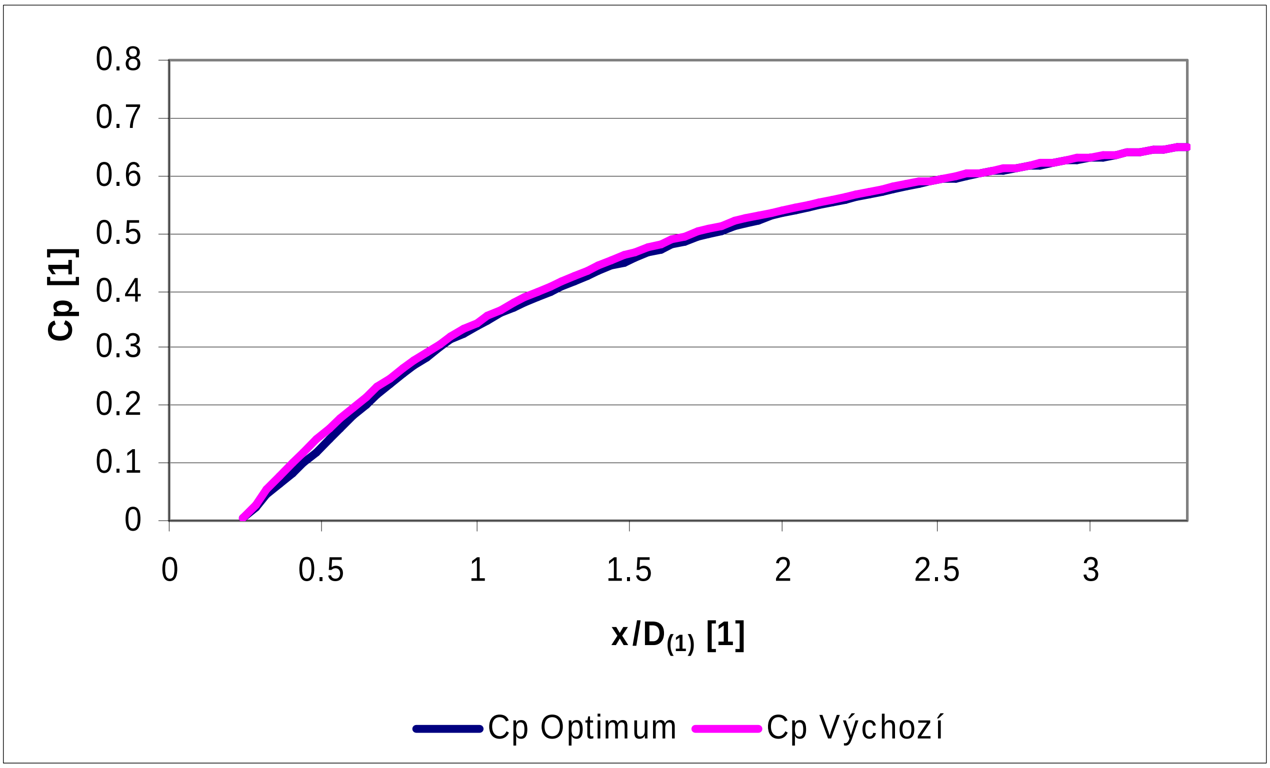
Graf.232 *Průběh Cp pro 8° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



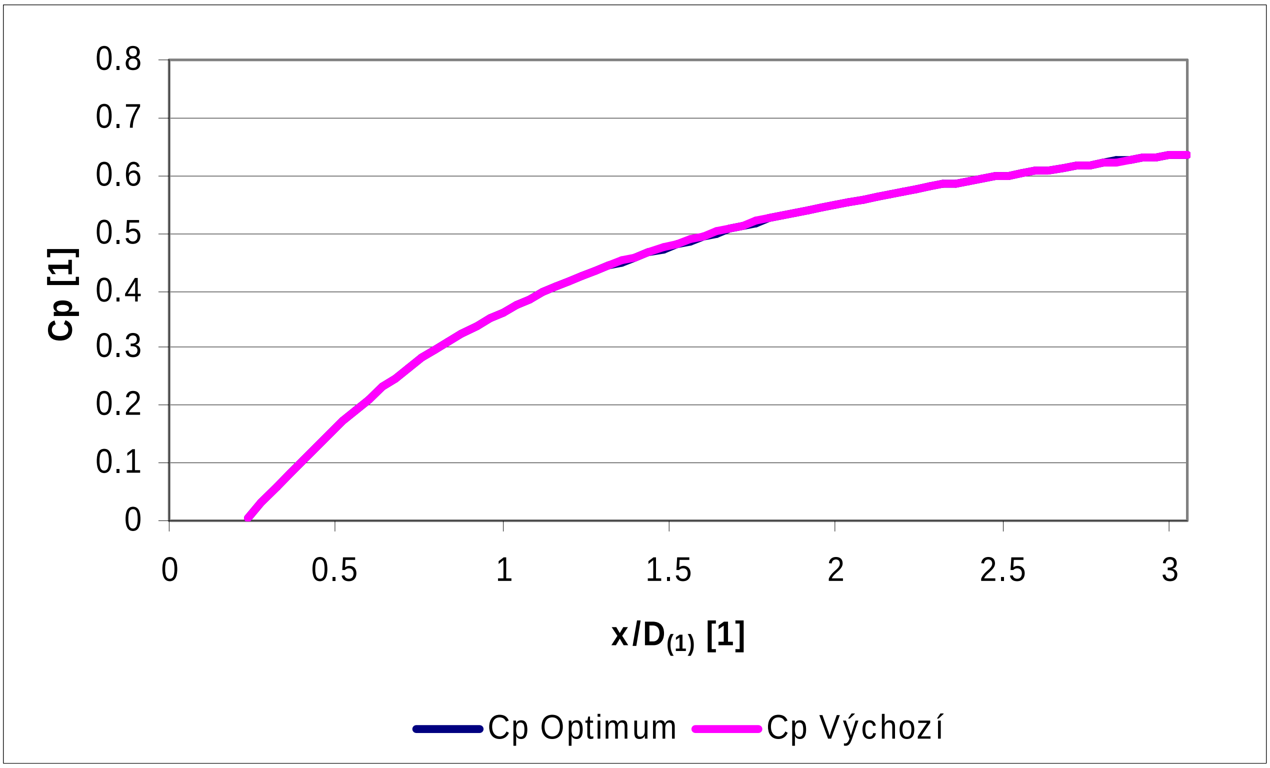
Graf.233 *Průběh Cp pro 9° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



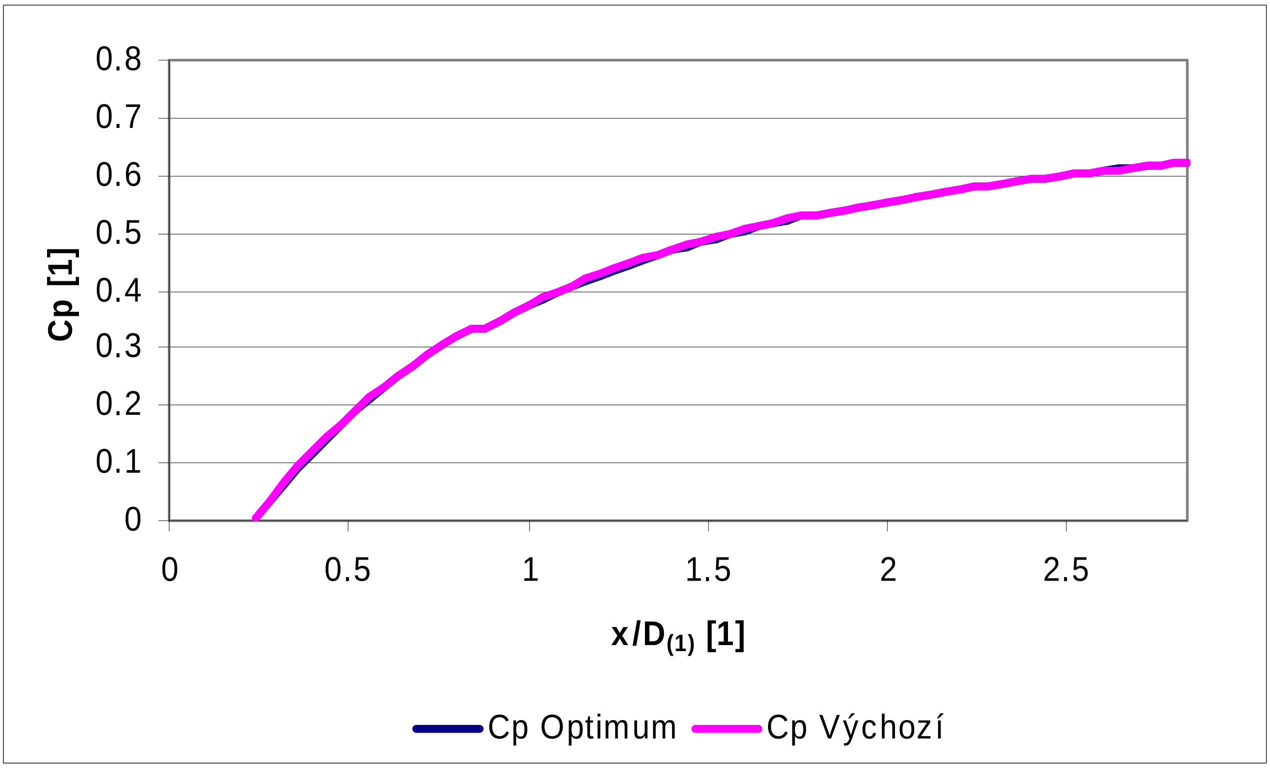
Graf.234 *Průběh Cp pro 10° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



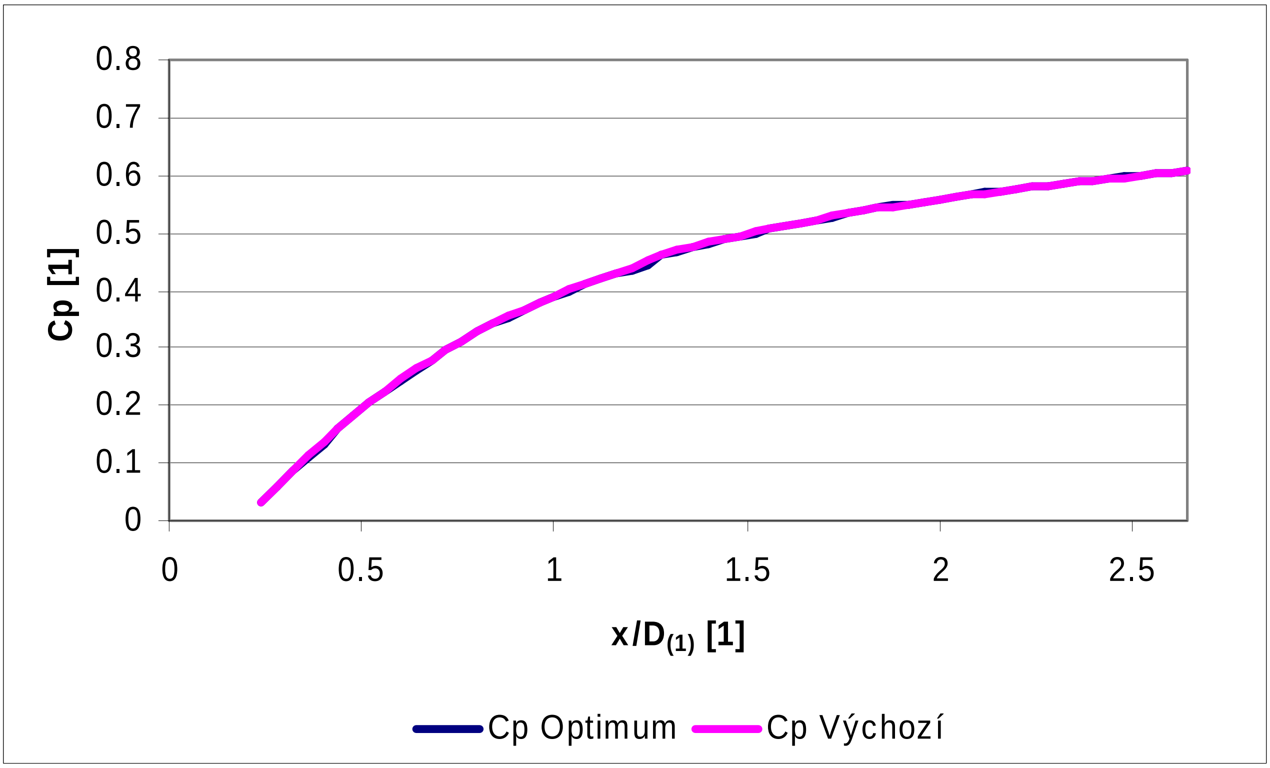
Graf.235 *Průběh Cp pro 11° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



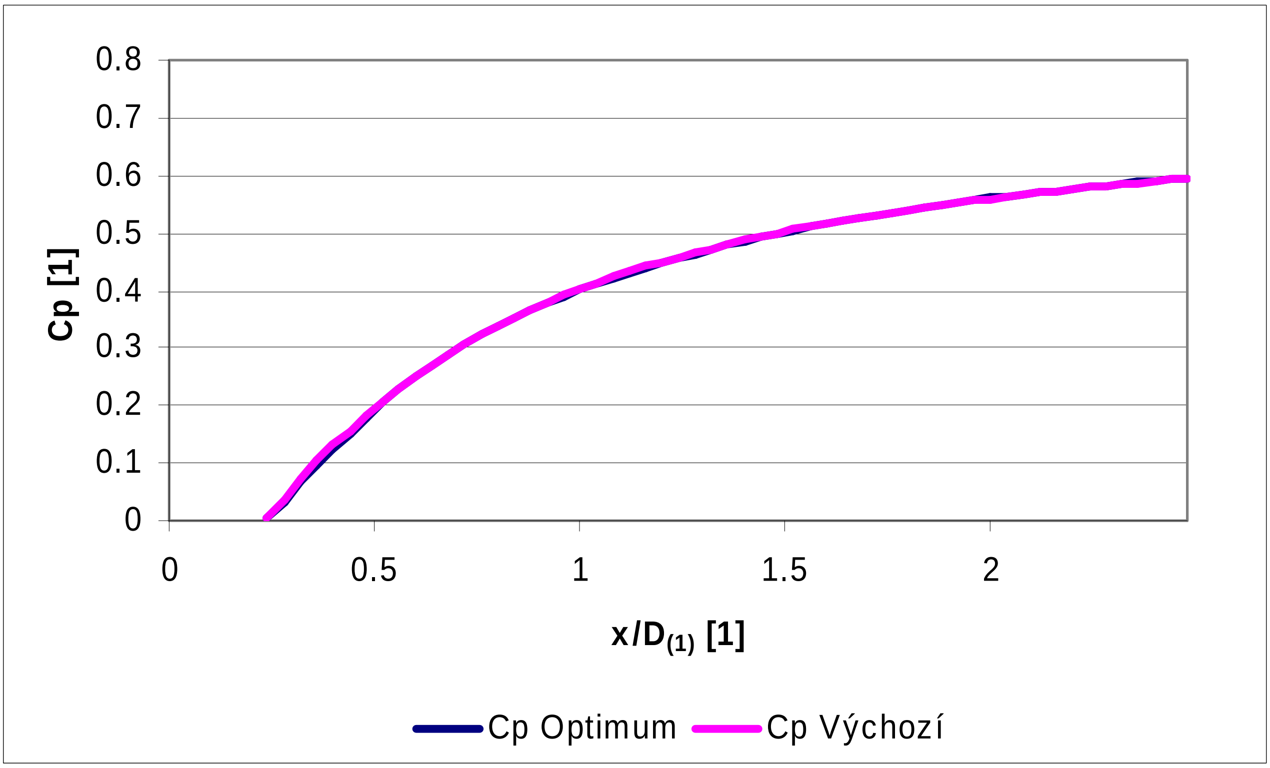
Graf.236 *Průběh Cp pro 12° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



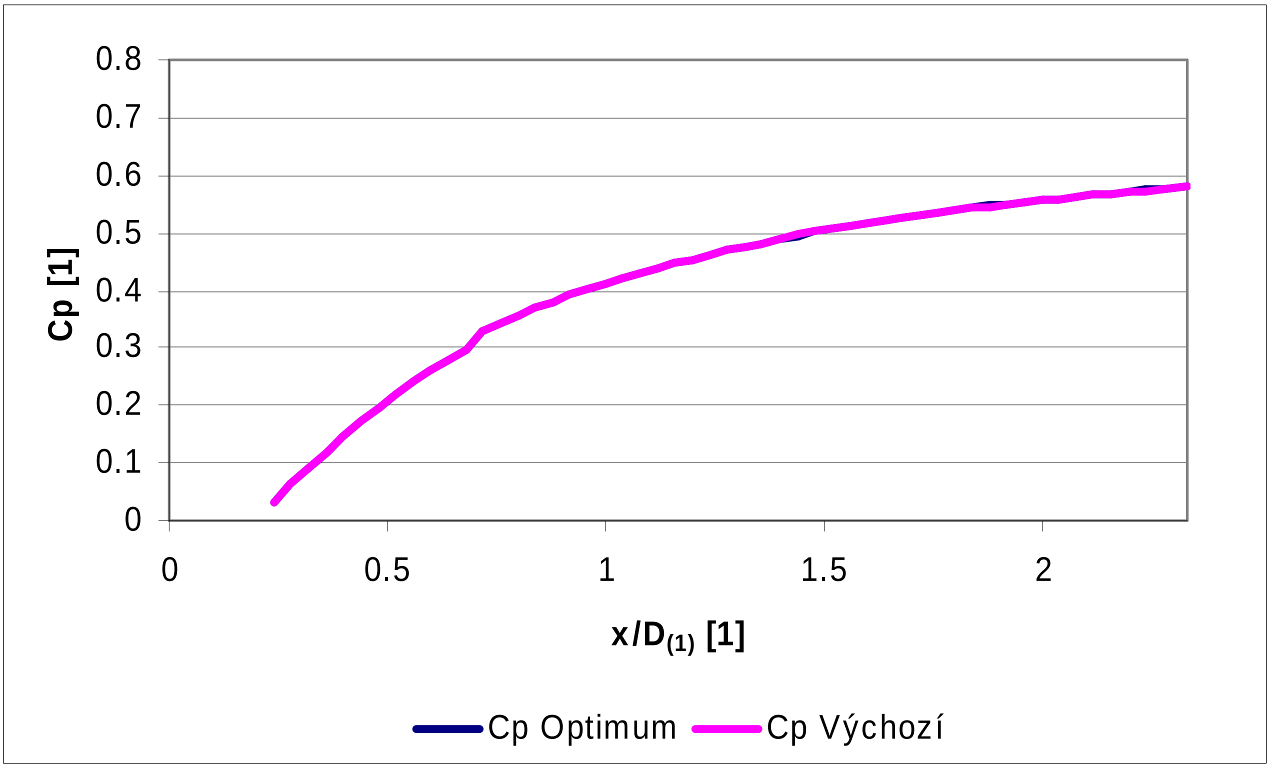
Graf.237 *Průběh Cp pro 13° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*



Graf.238 *Průběh Cp pro 14° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*

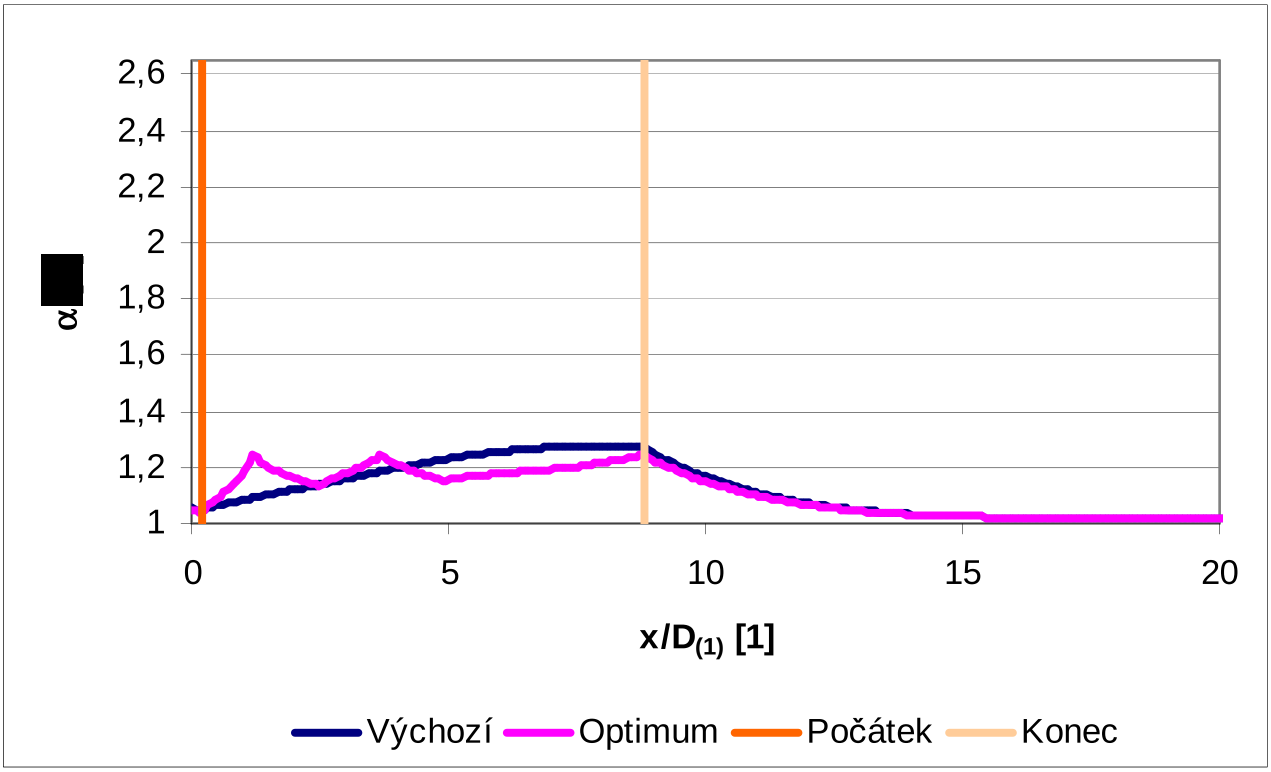


Graf.239 *Průběh Cp pro 15° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*

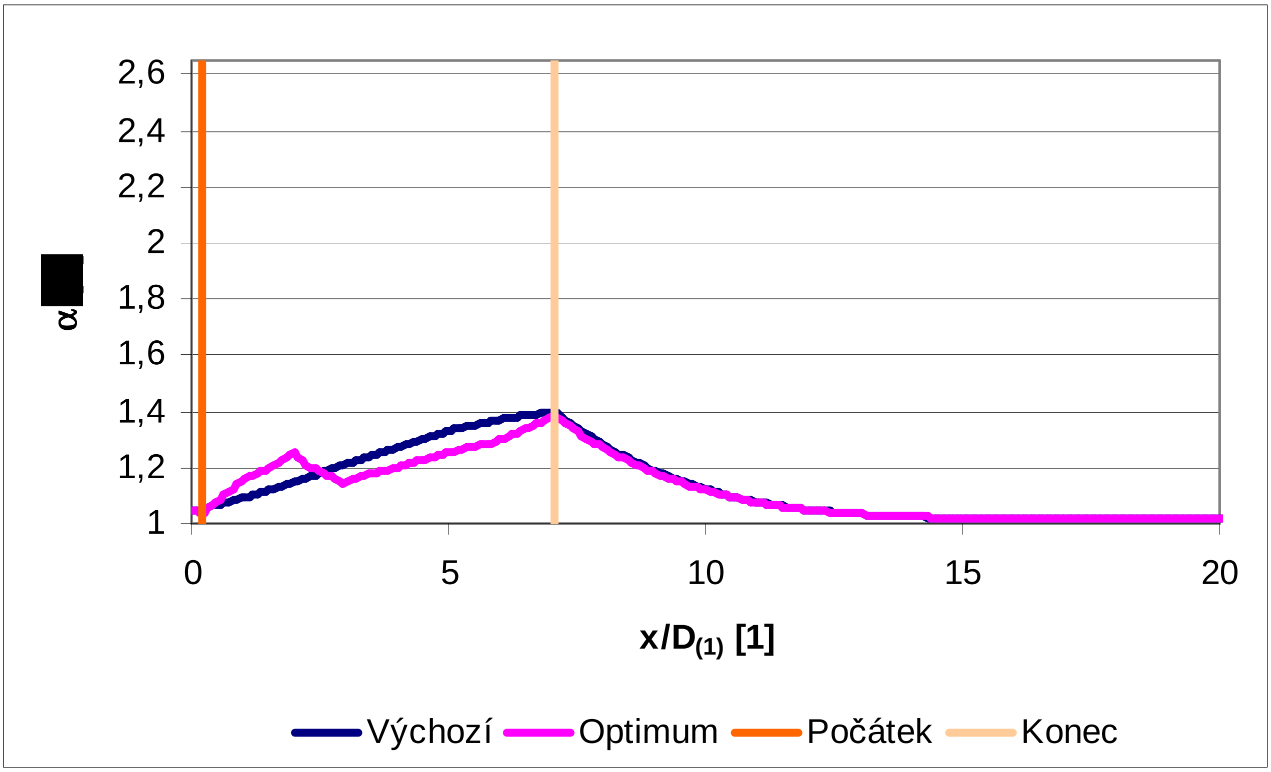


Graf.240 *Průběh Cp pro 16° otevření difuzoru, výchozí a optimalizovaná geometrie*

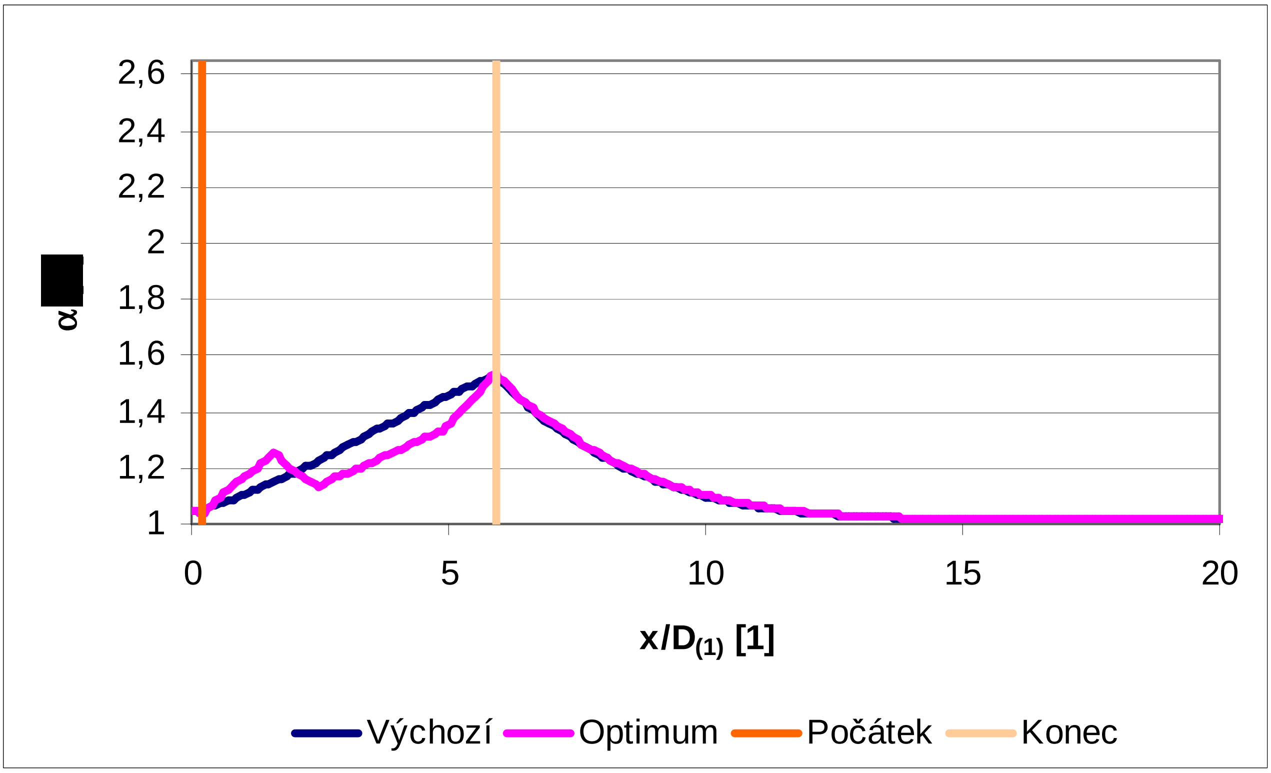
27.4.3 Průběhy Coriolisova součinitele pro původní a optimalizovanou geometrii



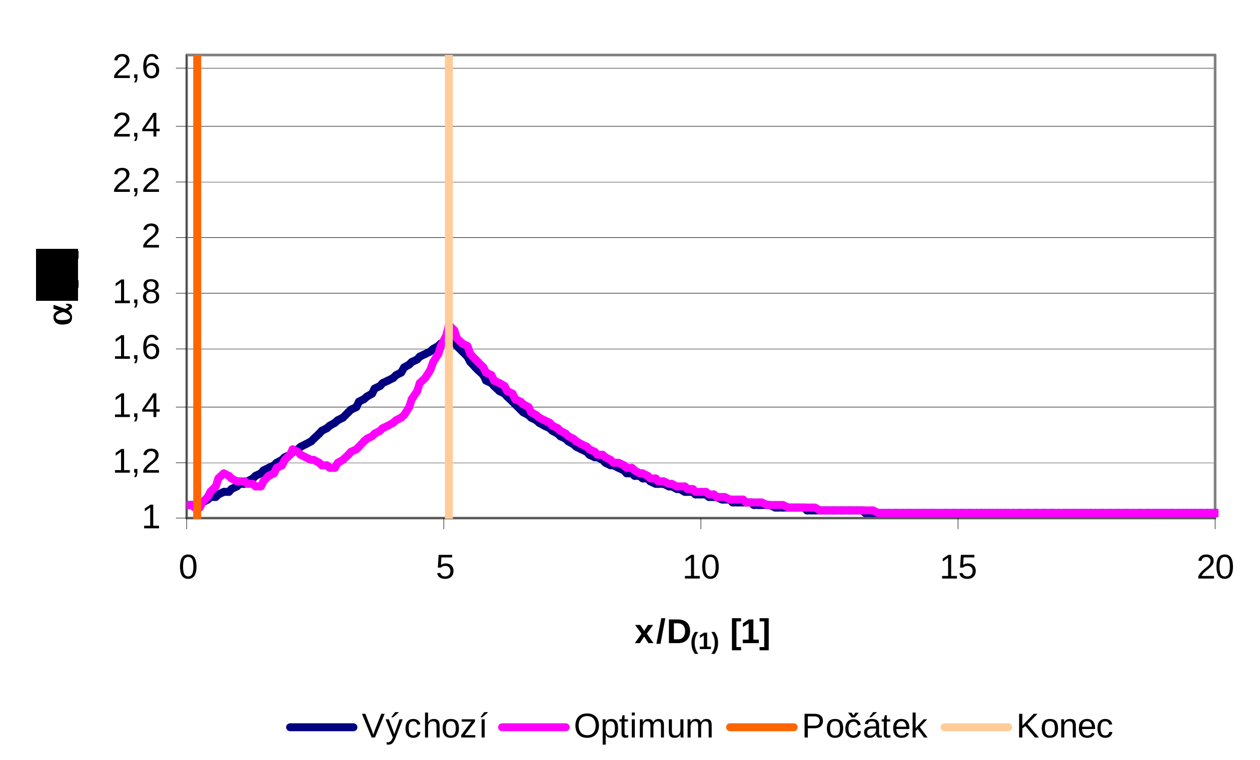
Graf.241 *Průběh Coriolisova čísla pro 4° otevření*



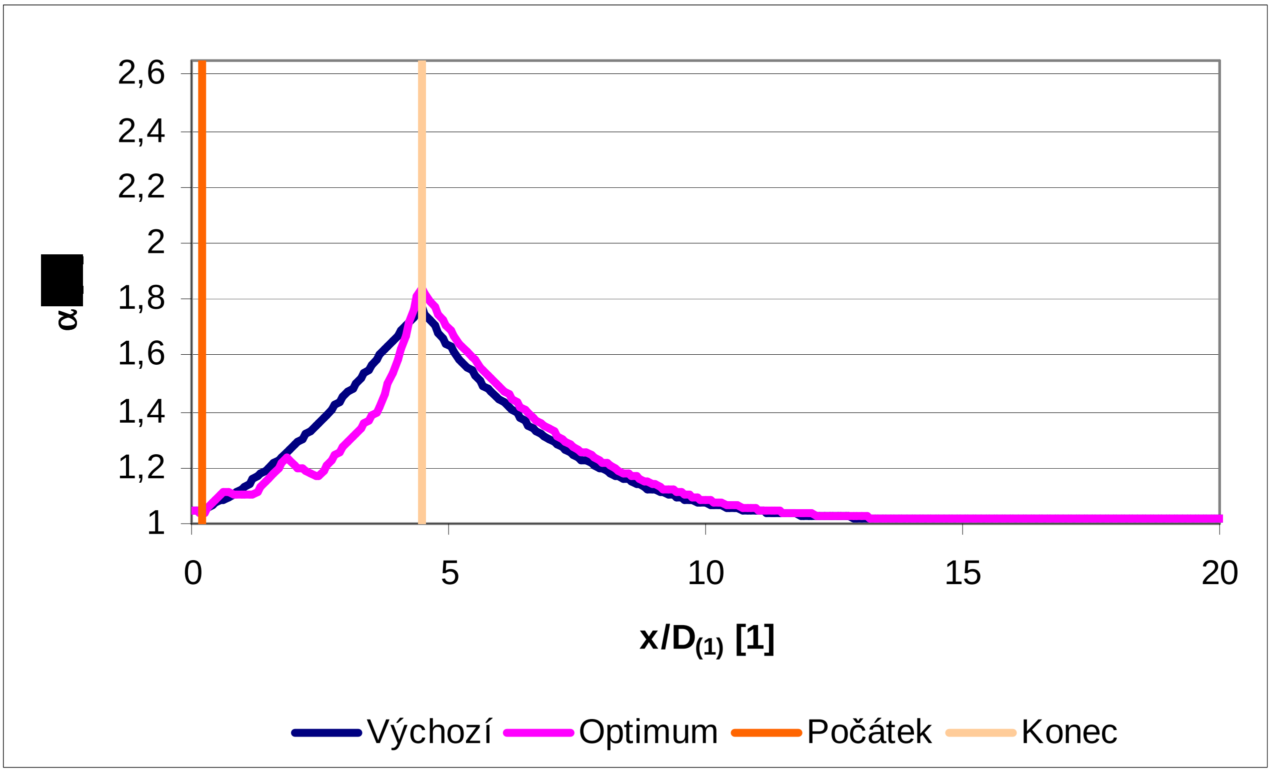
Graf.242 *Průběh Coriolisova čísla pro 5° otevření*



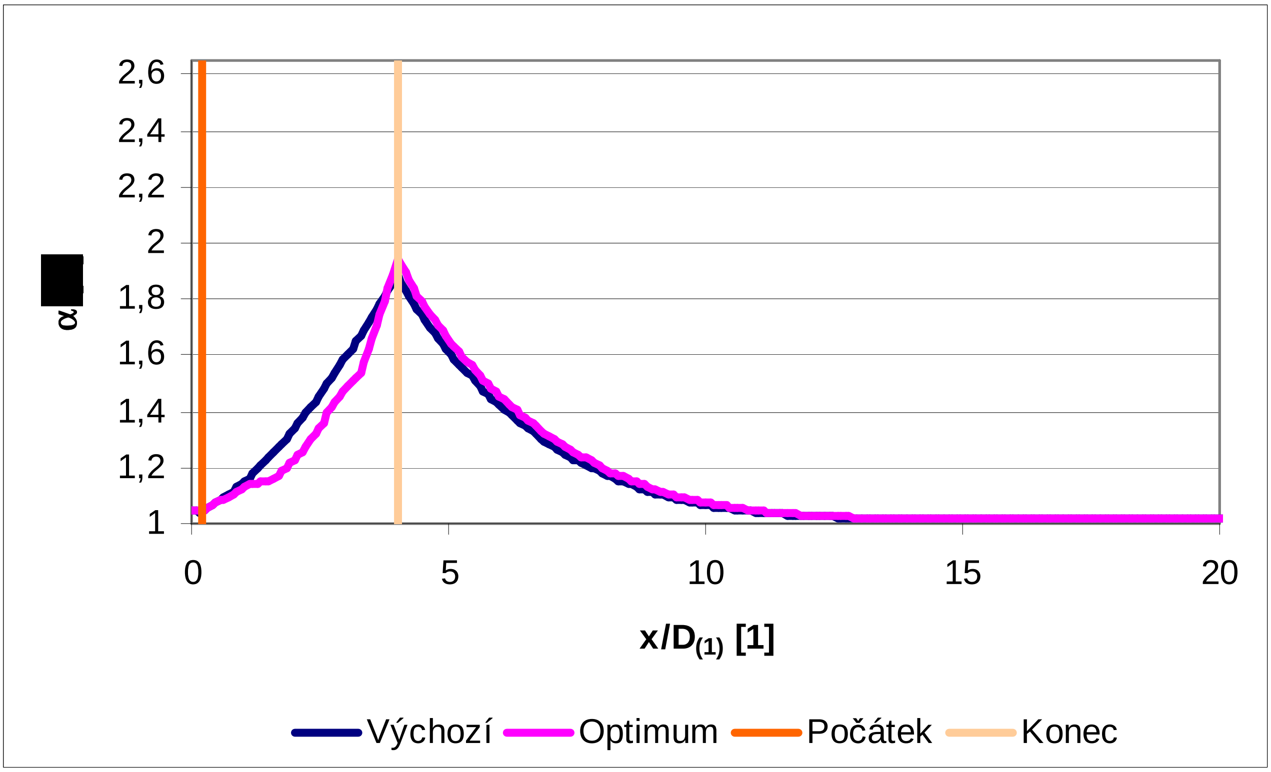
Graf.243 *Průběh Coriolisova čísla pro 6° otevření*



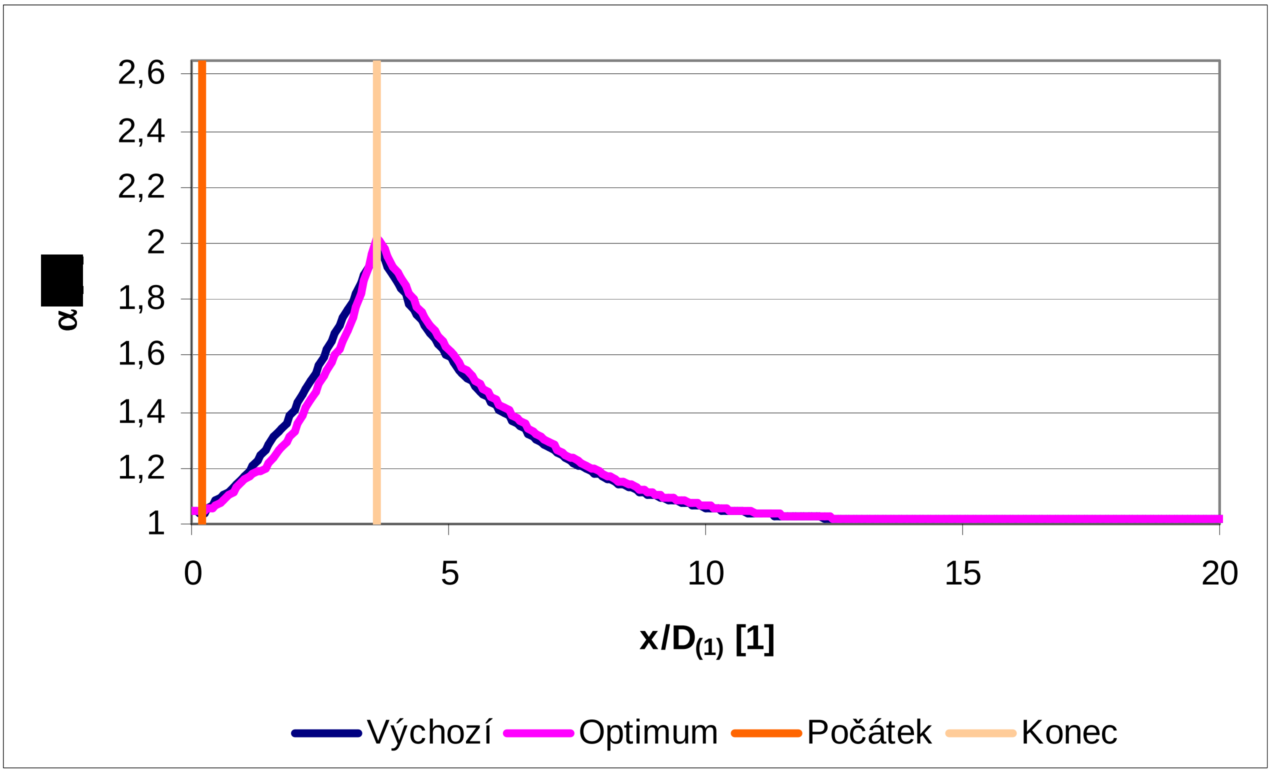
Graf.244 *Průběh Coriolisova čísla pro 7° otevření*



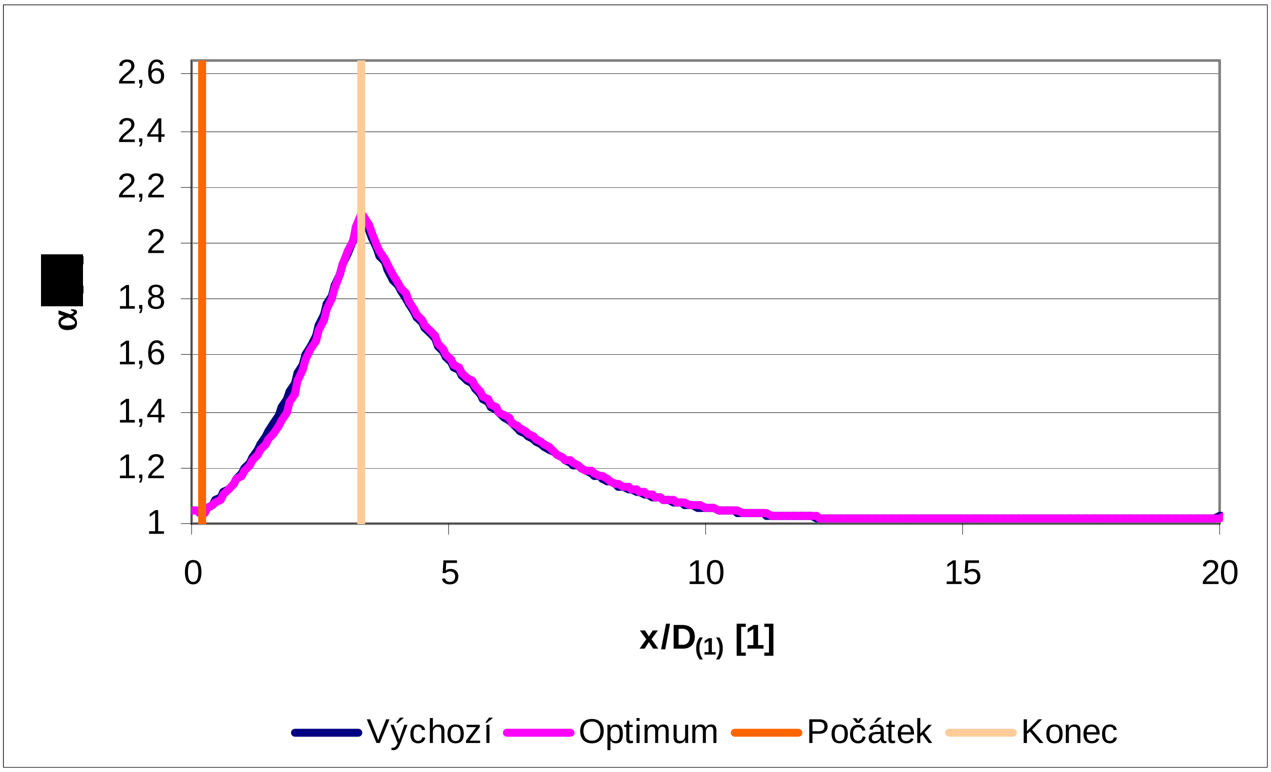
Graf.245 *Průběh Coriolisova čísla pro 8° otevření*



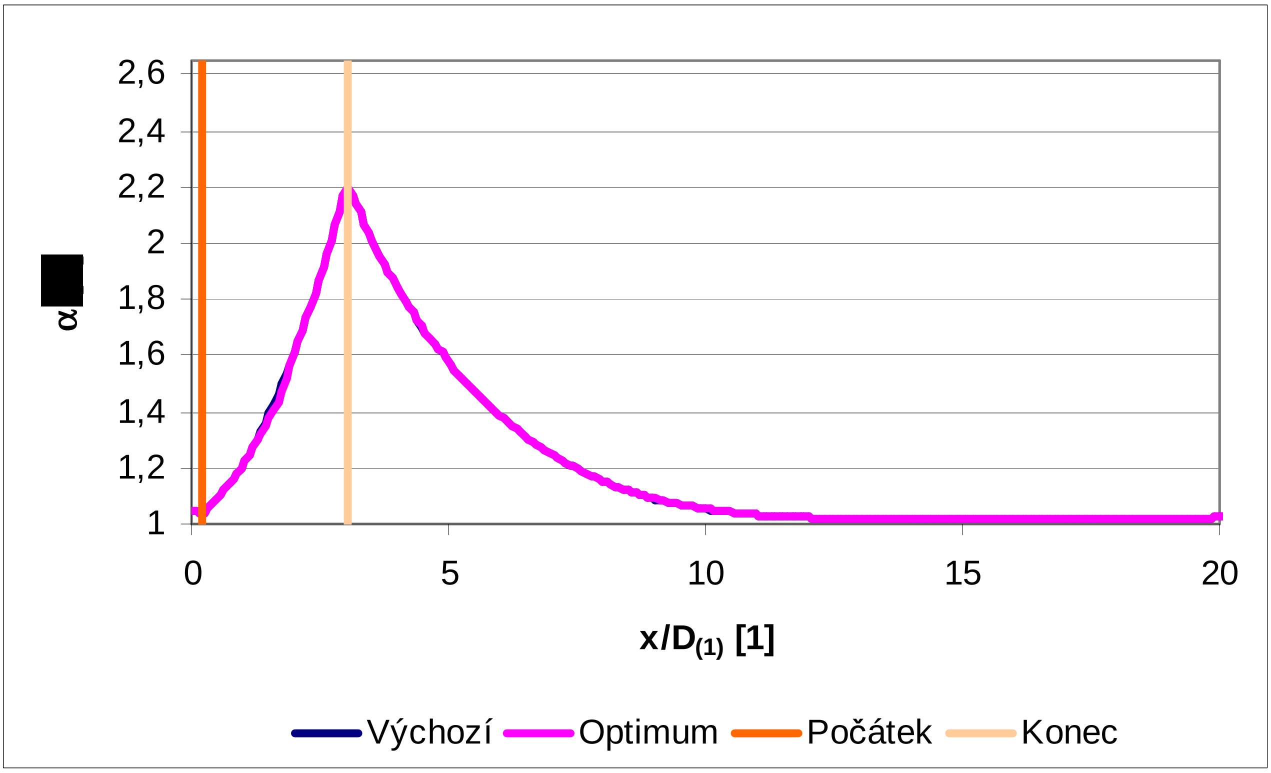
Graf.246 *Průběh Coriolisova čísla pro 9° otevření*



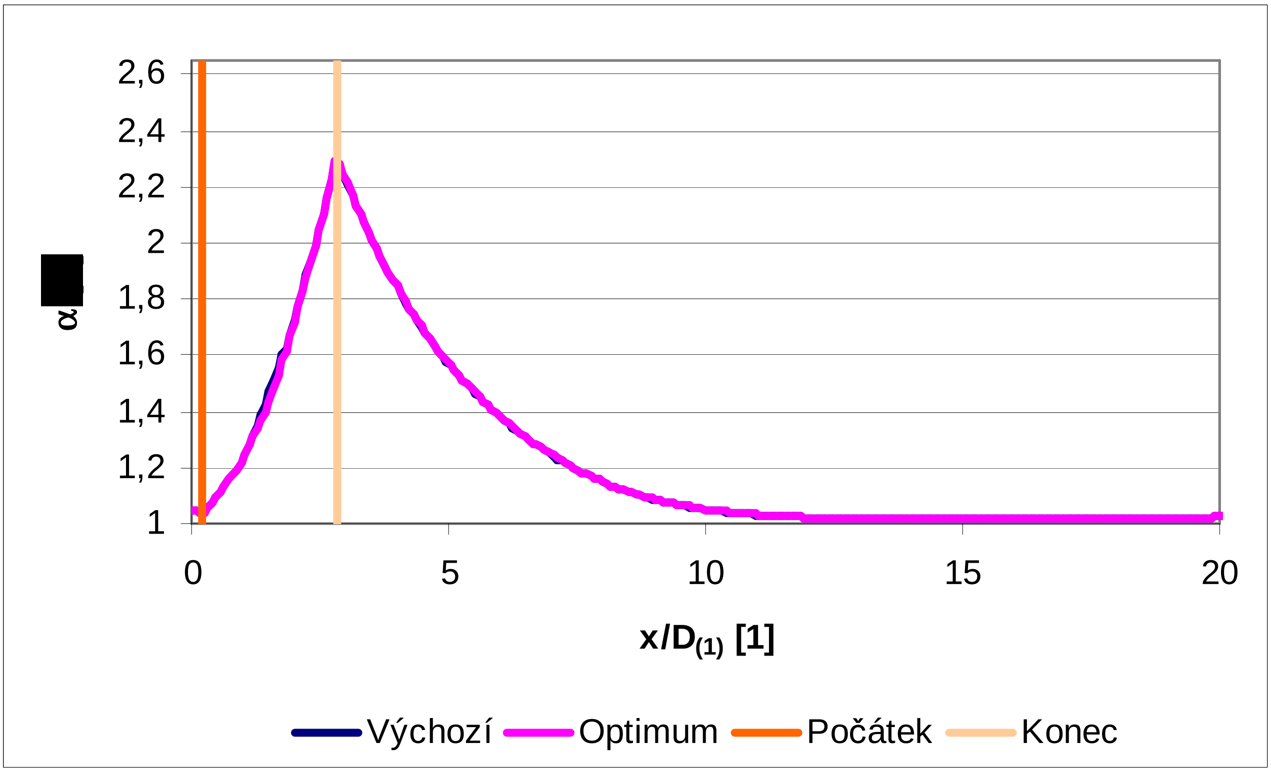
Graf.247 *Průběh Coriolisova čísla pro 10° otevření*



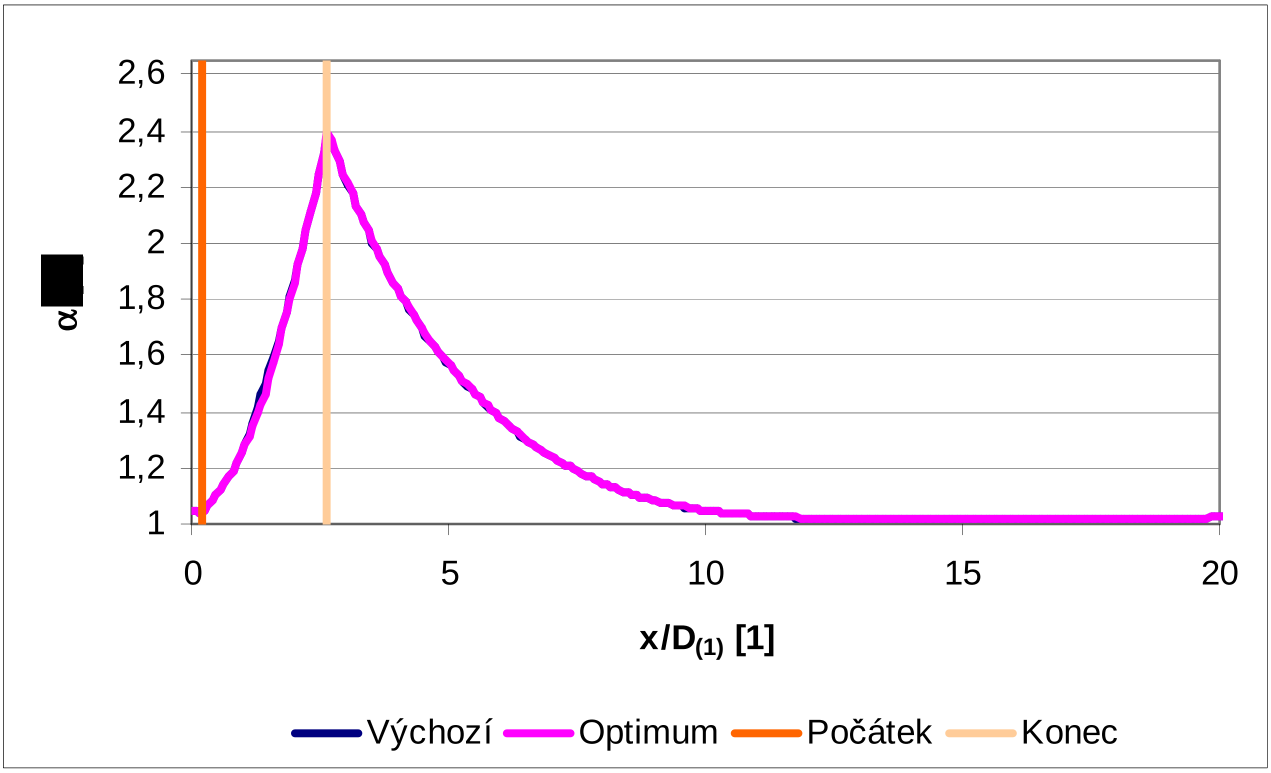
Graf.248 *Průběh Coriolisova čísla pro 11° otevření*



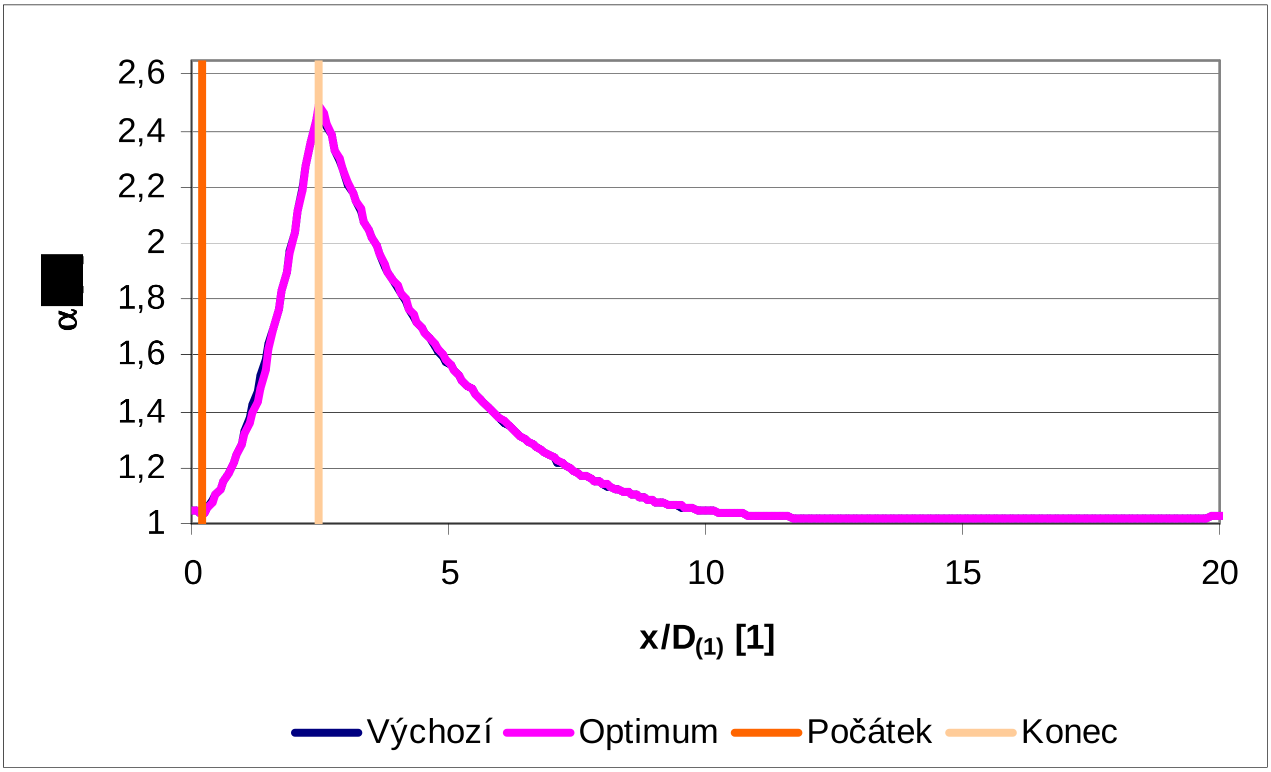
Graf.249 *Průběh Coriolisova čísla pro 12° otevření*



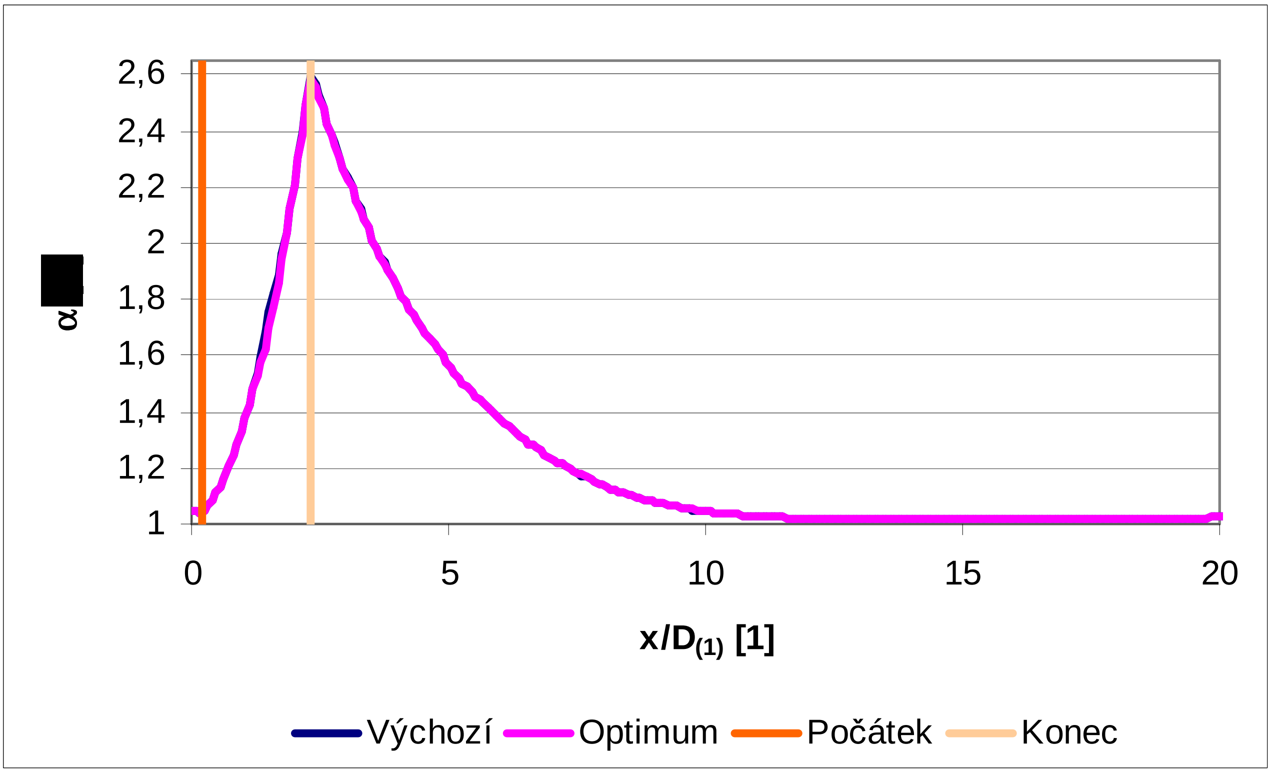
Graf.250 *Průběh Coriolisova čísla pro 13° otevření*



Graf.251 *Průběh Coriolisova čísla pro 14° otevření*



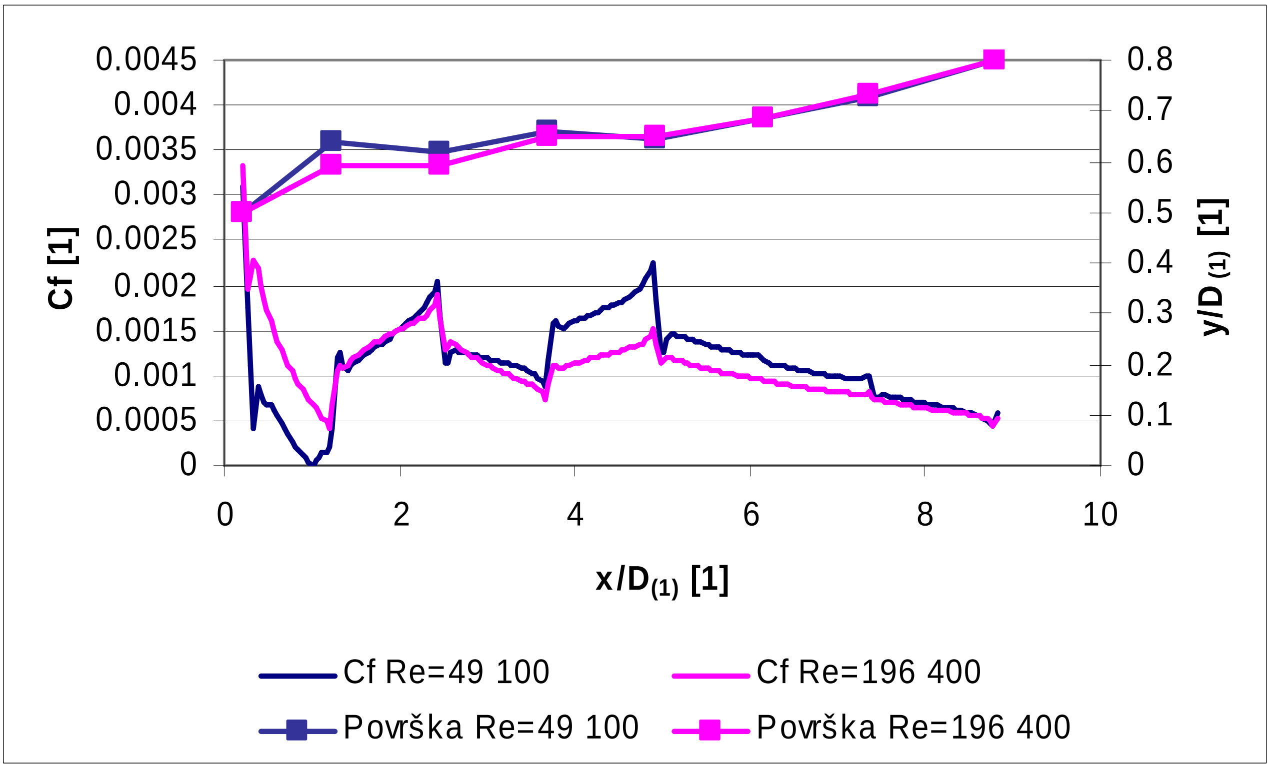
Graf.252 *Průběh Coriolisova čísla pro 15° otevření*



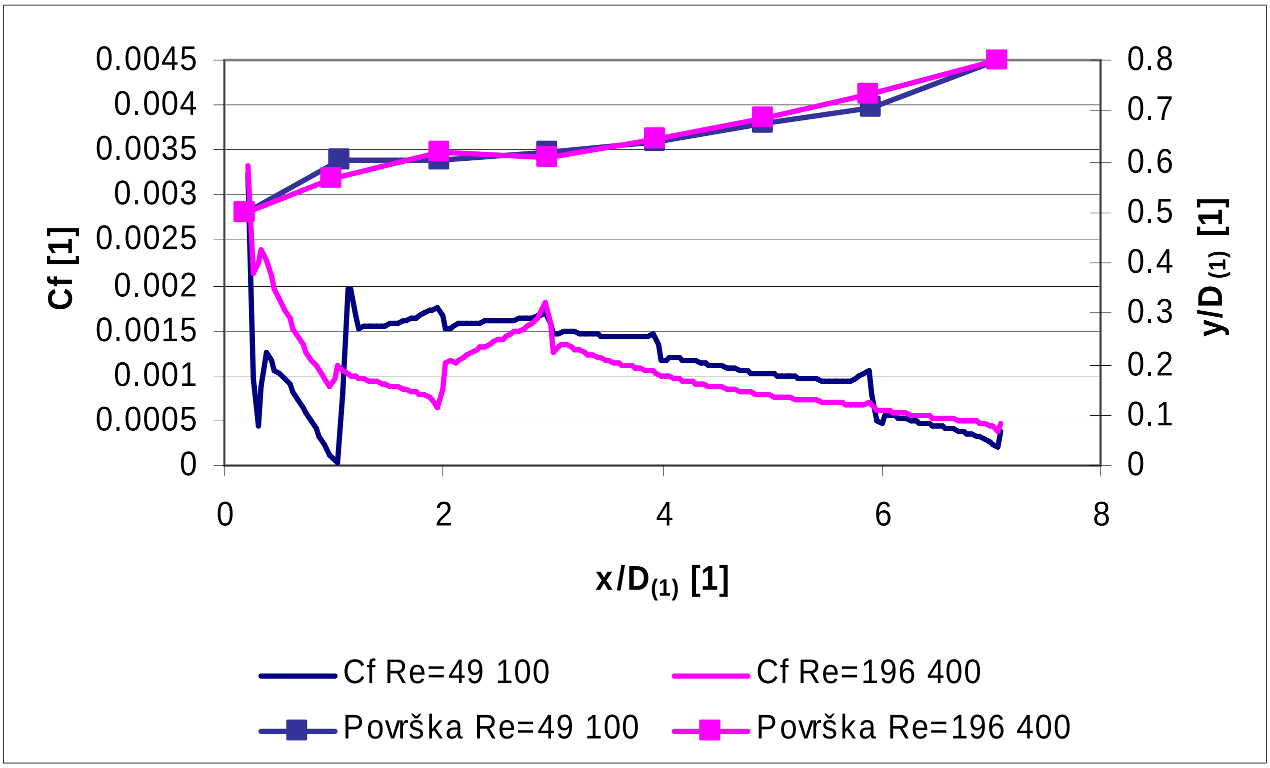
Graf.253 *Průběh Coriolisova čísla pro 16° otevření*

27.5 POROVNÁNÍ DIFUZORŮ PRO RŮZNÉ VSTUPNÍ RYCHLOSTI

27.5.1Porovnání smykových napětí a tvarů površek

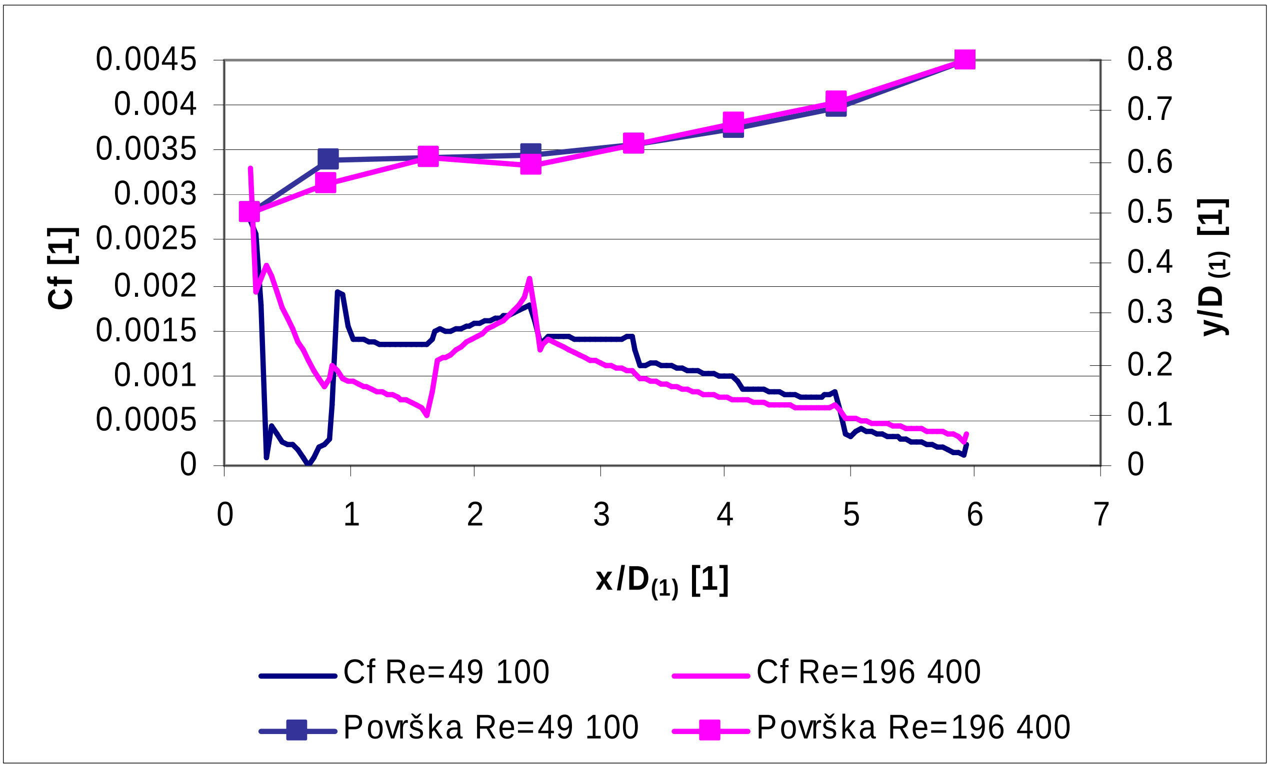


Graf.254 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 4°*

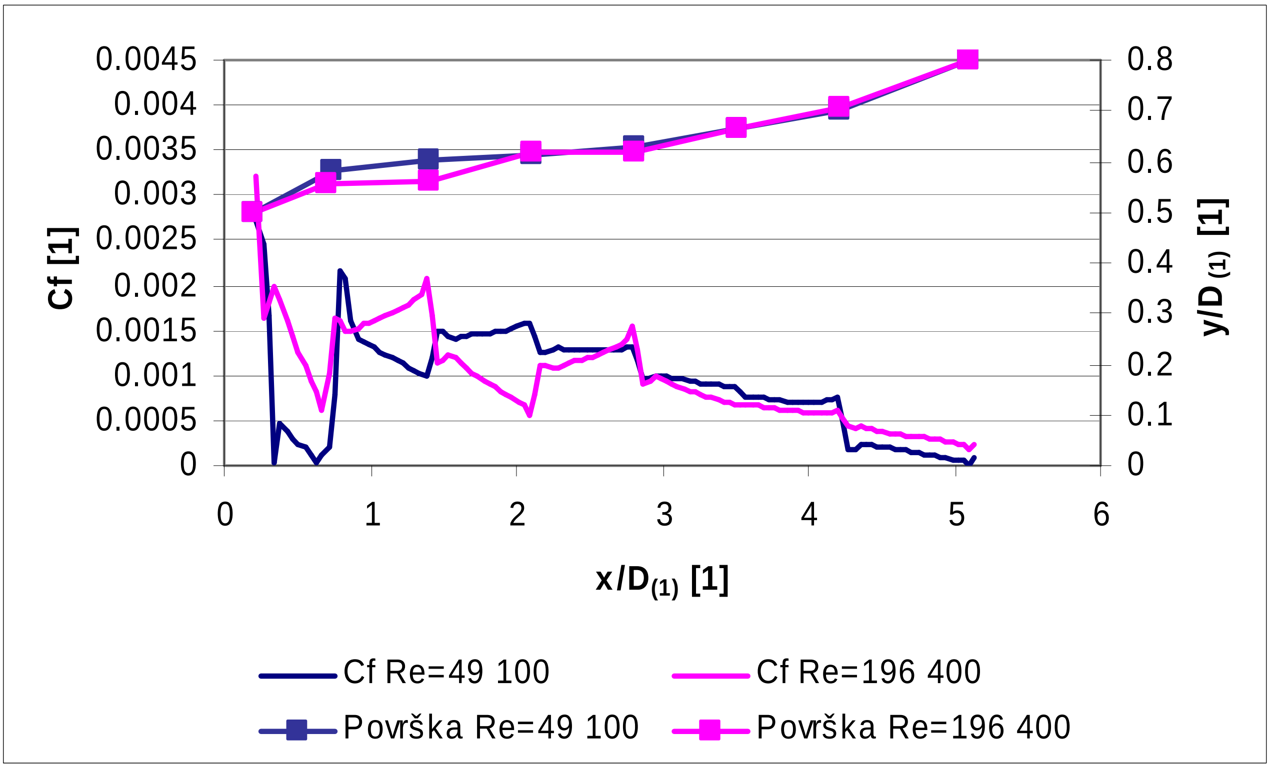


Graf.255 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel*

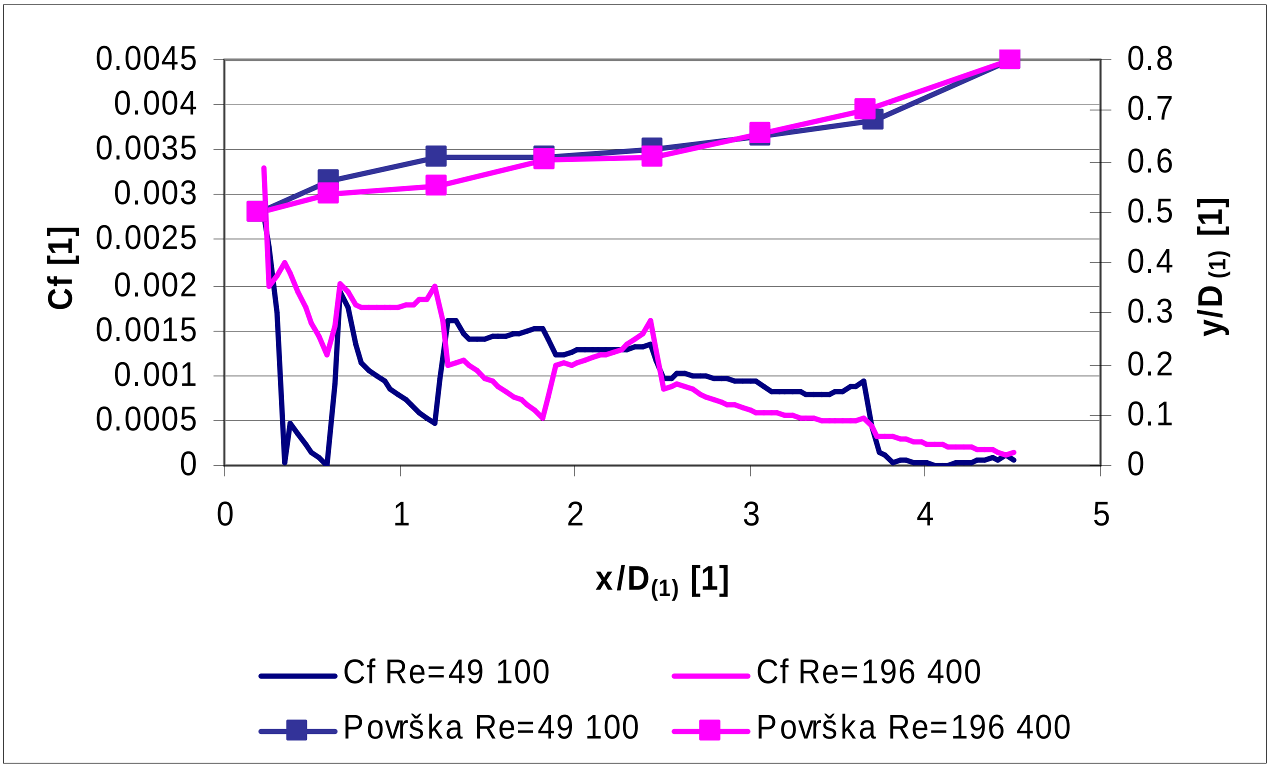
otevření 5°



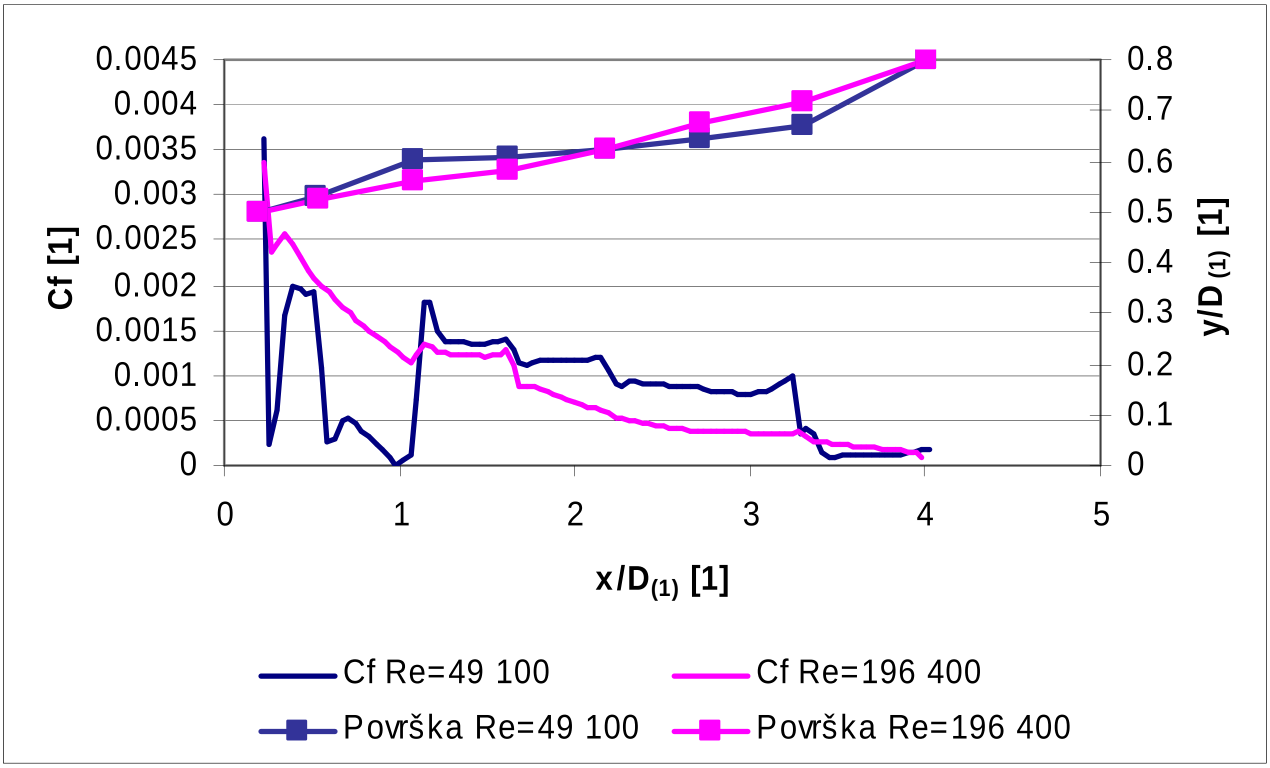
Graf.256 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 6°*



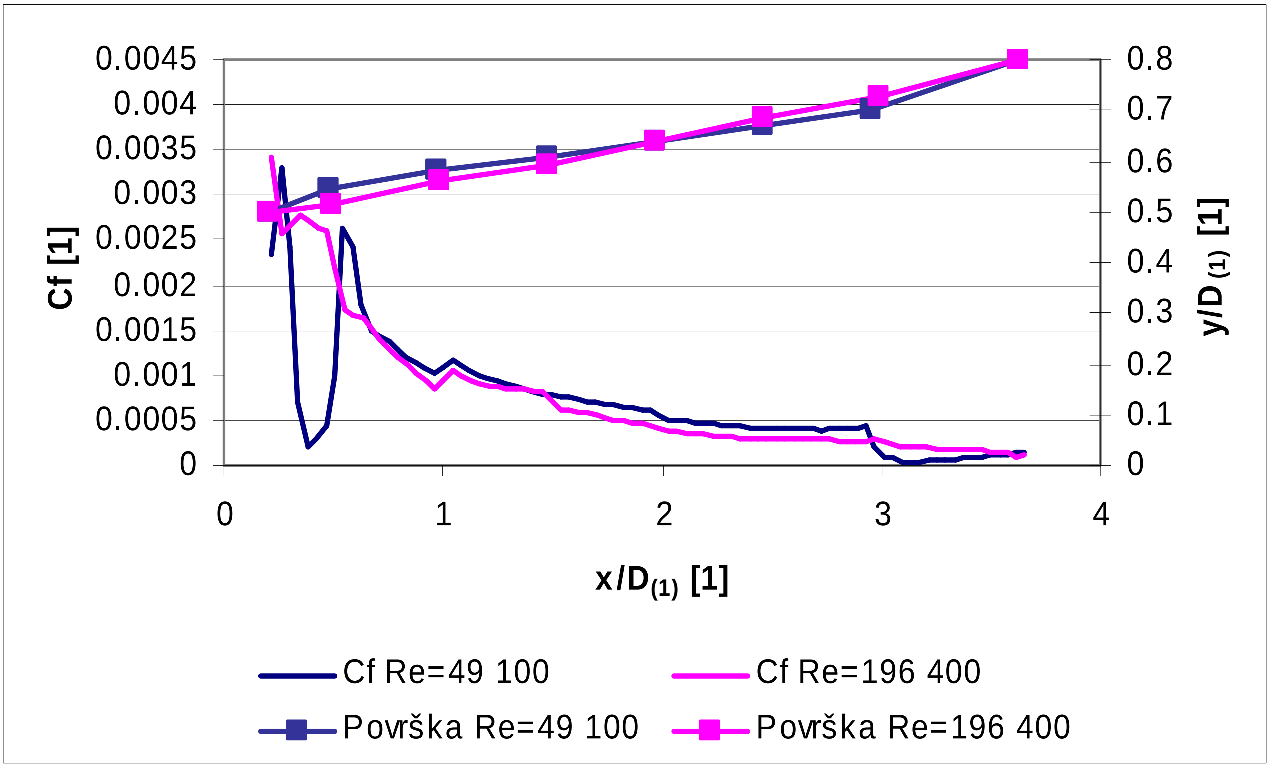
Graf.257 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 7°*



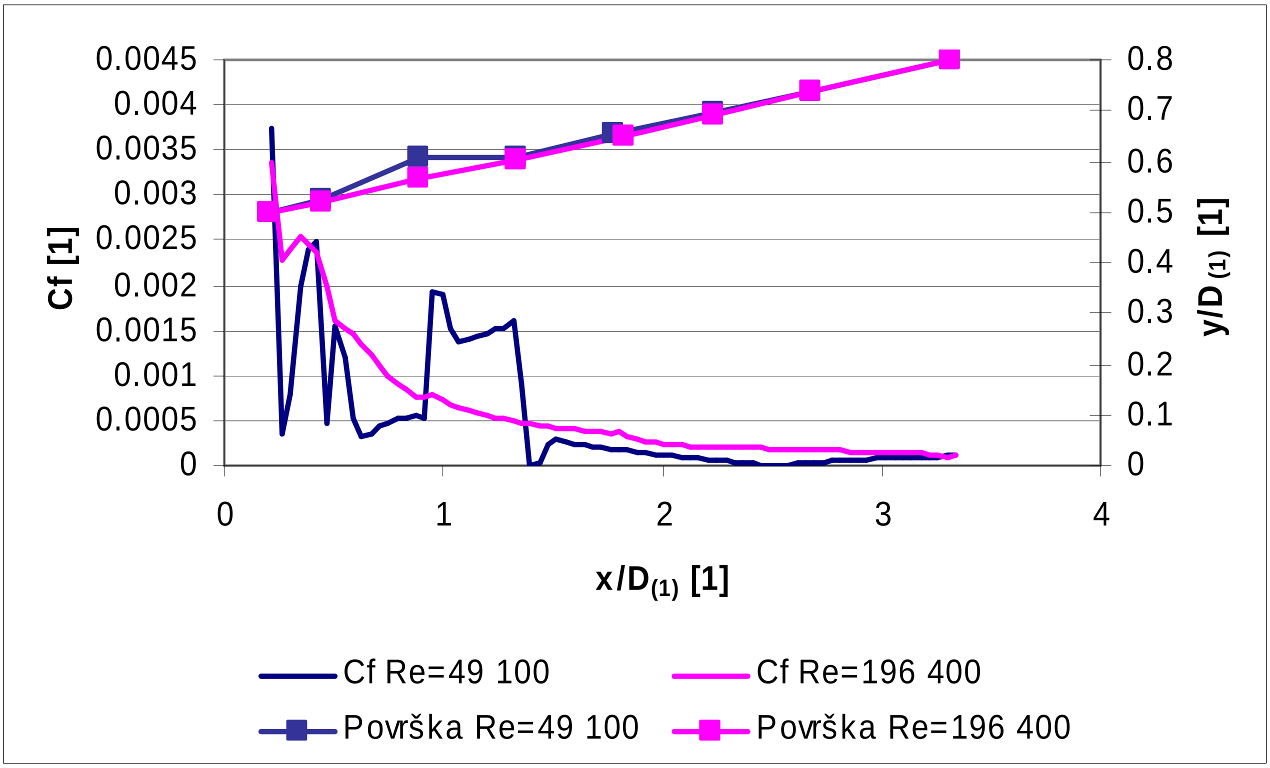
Graf.258 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 8°*



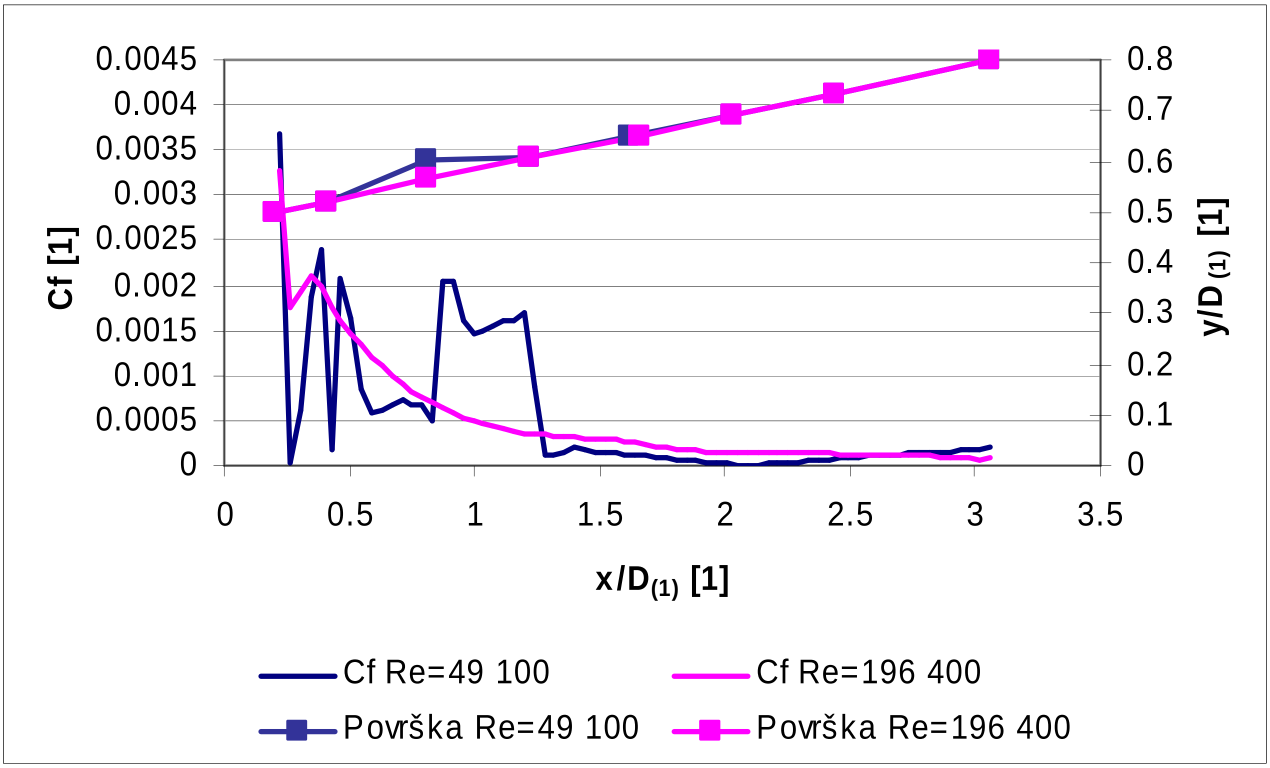
Graf.259 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 9°*



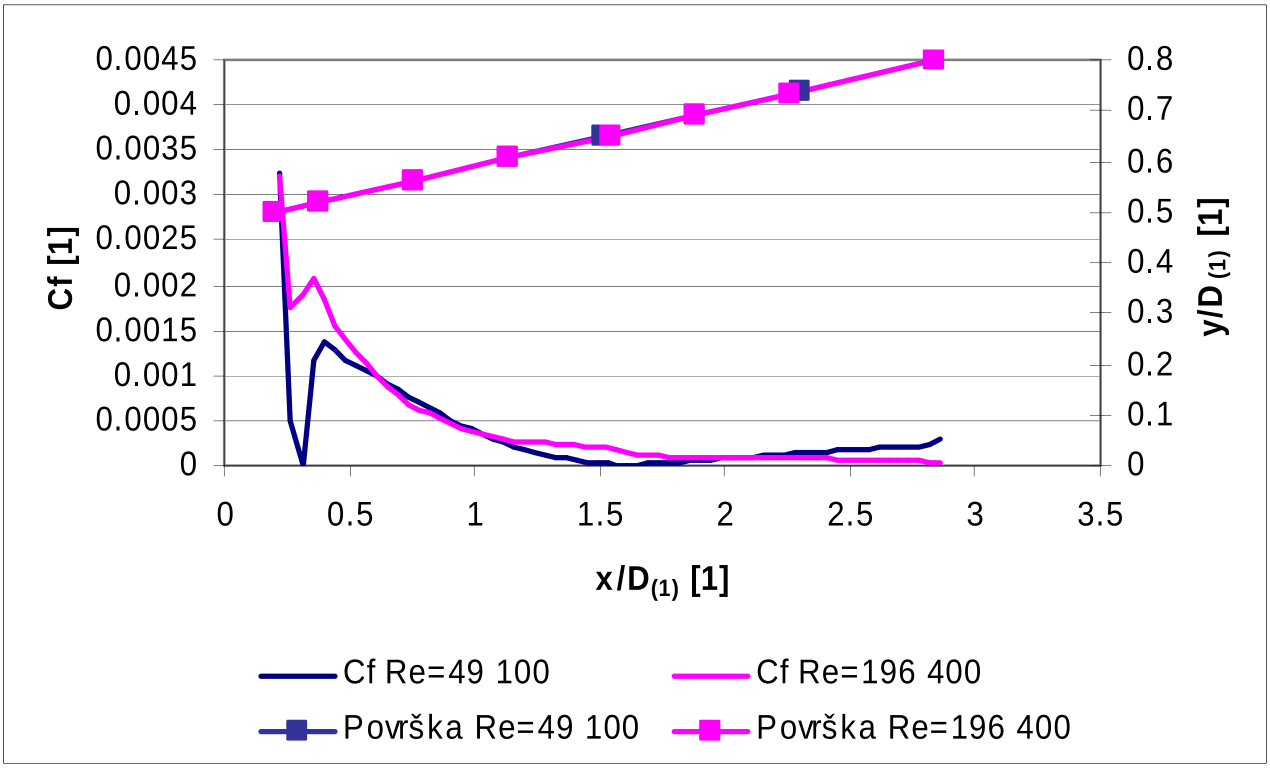
Graf.260 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 10°*



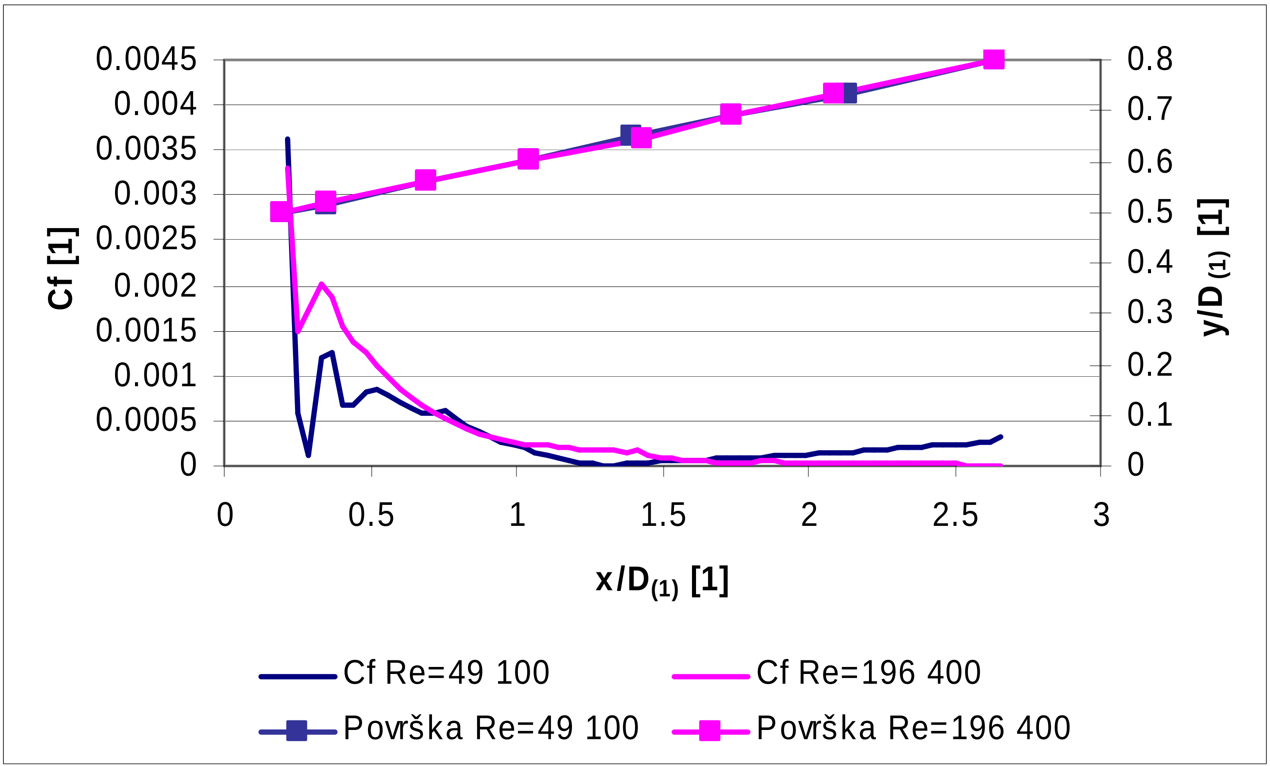
Graf.261 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 11°*



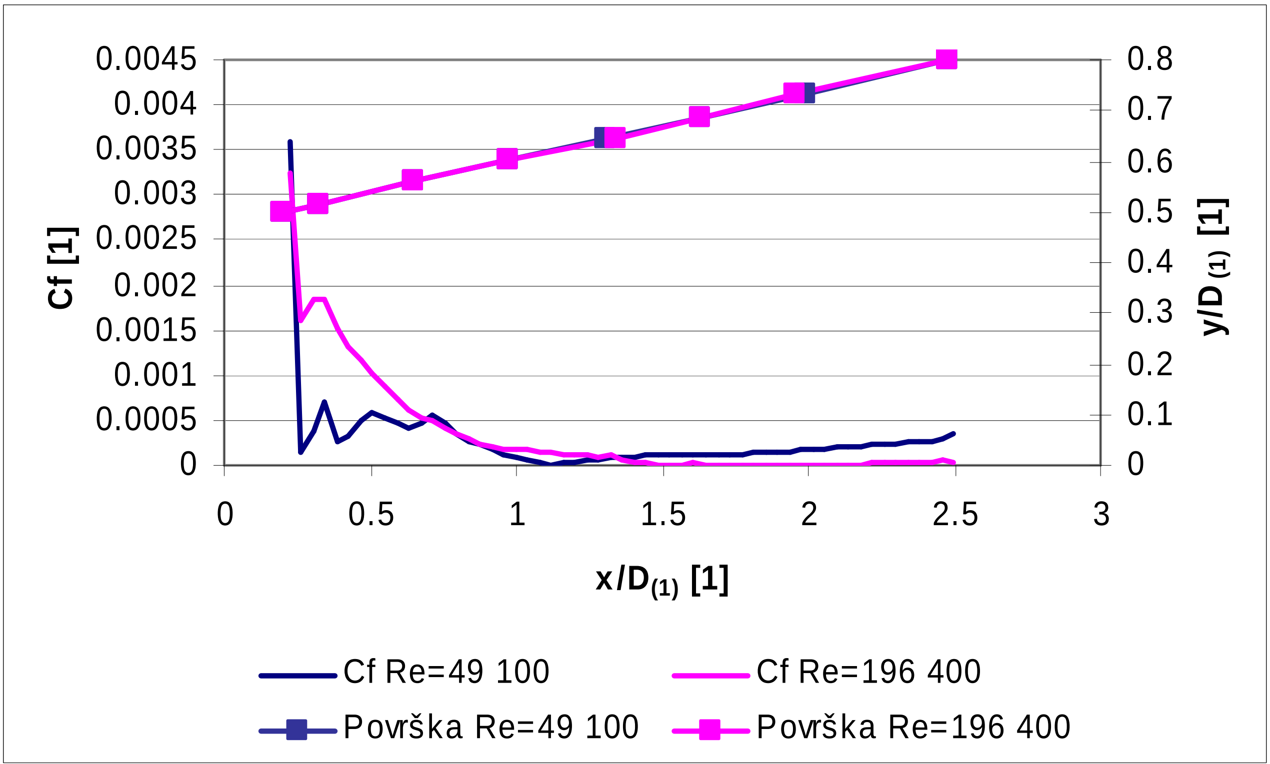
Graf.262 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 12°*



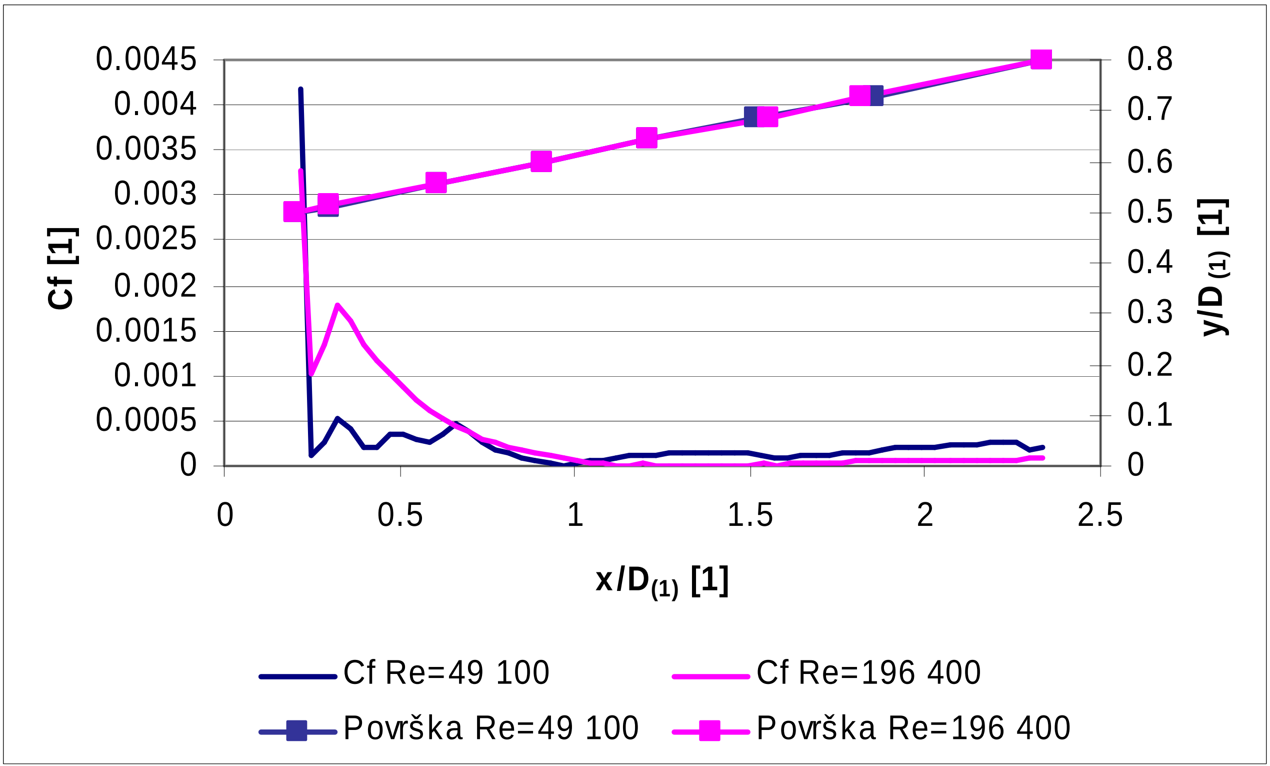
Graf.263 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 13°*



Graf.264 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 14°*

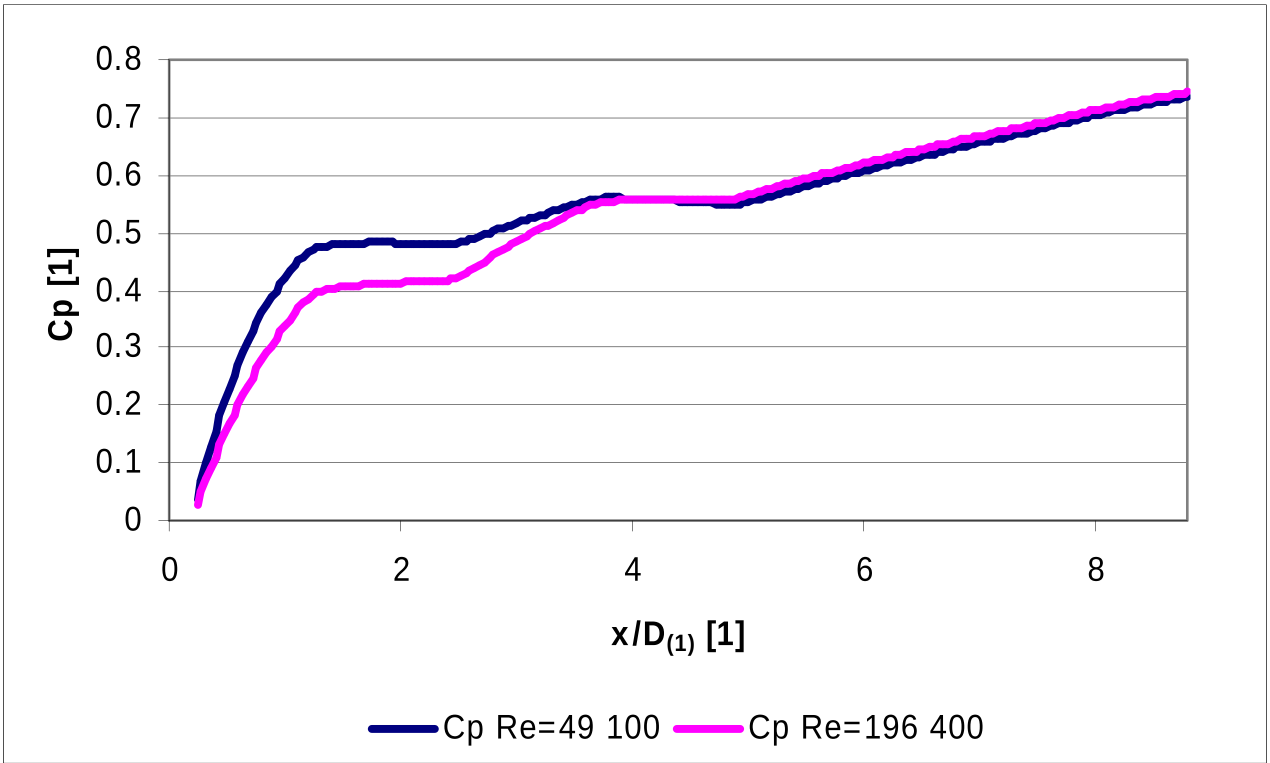


Graf.265 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 15°*

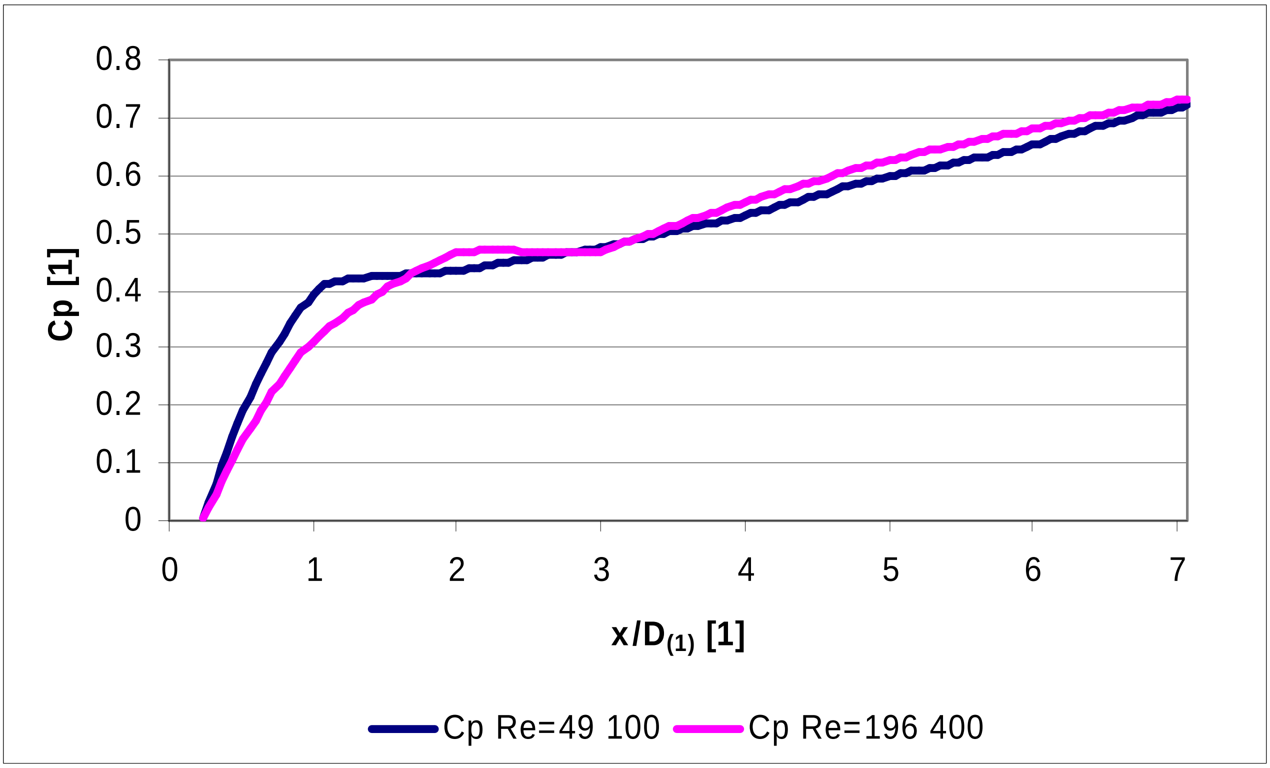


Graf.266 *Porovnání třecího koeficientu na stěně difuzoru a tvaru površky pro úhel otevření 16°*

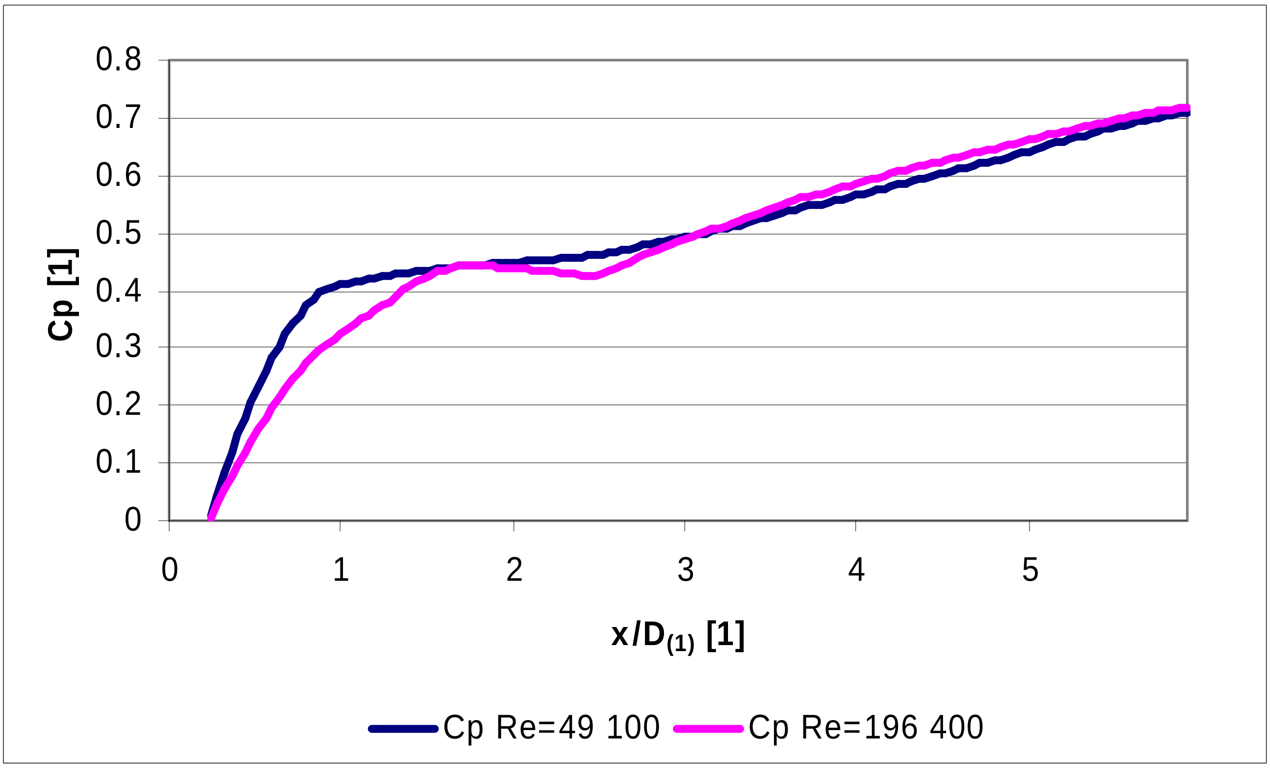
27.5.2 Porovnání průběhů Cp



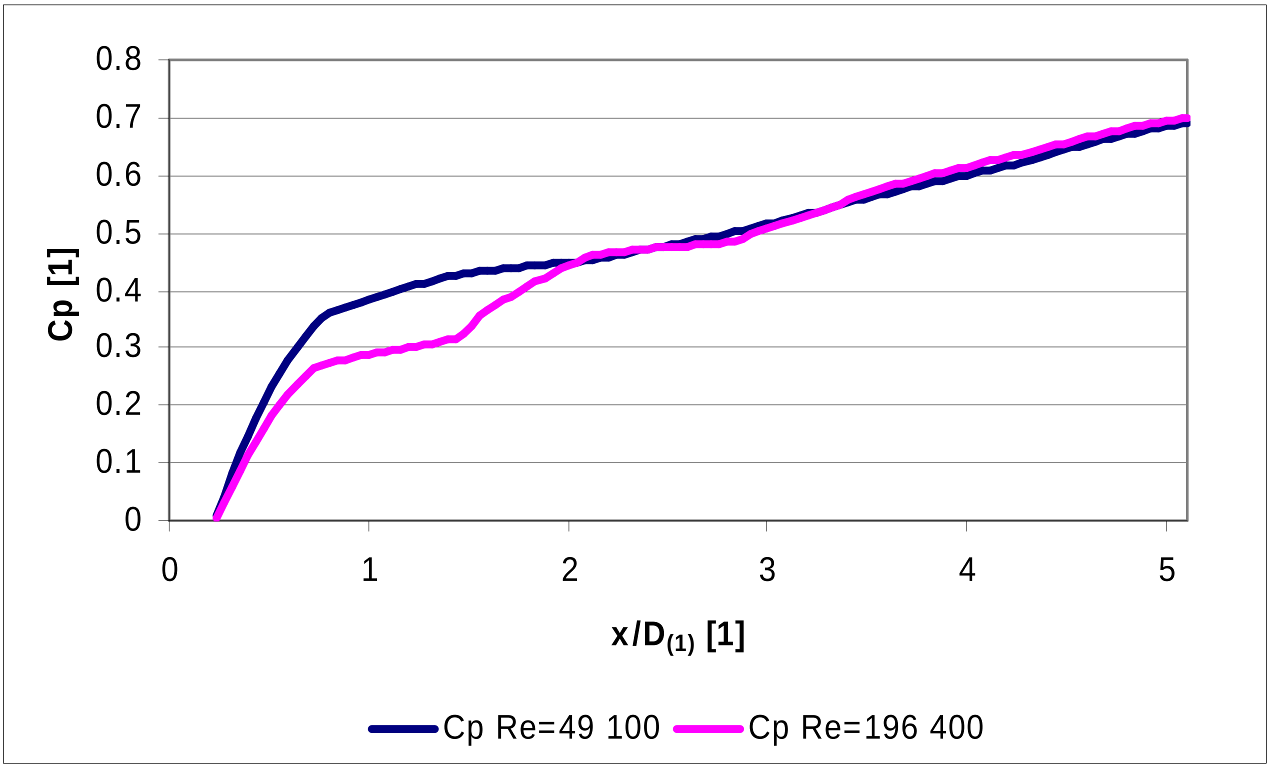
Graf.267 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 4°*



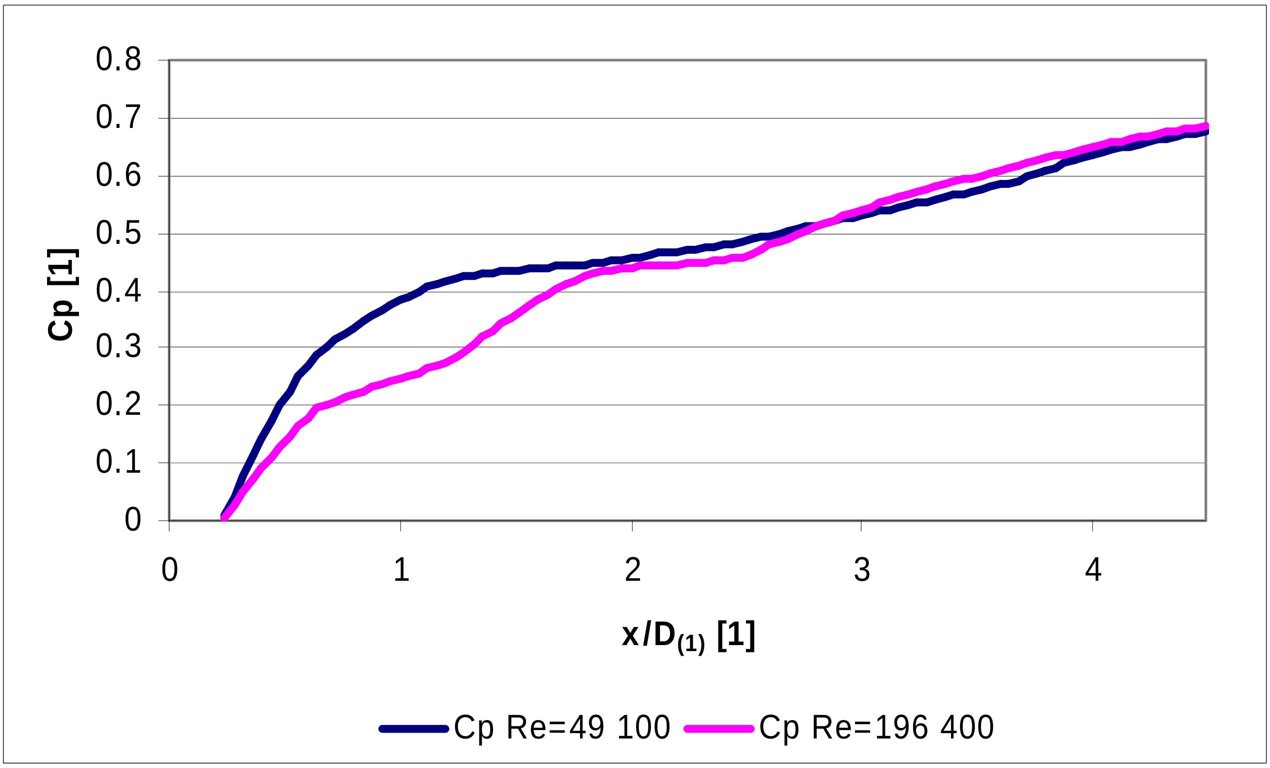
Graf.268 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 5°*



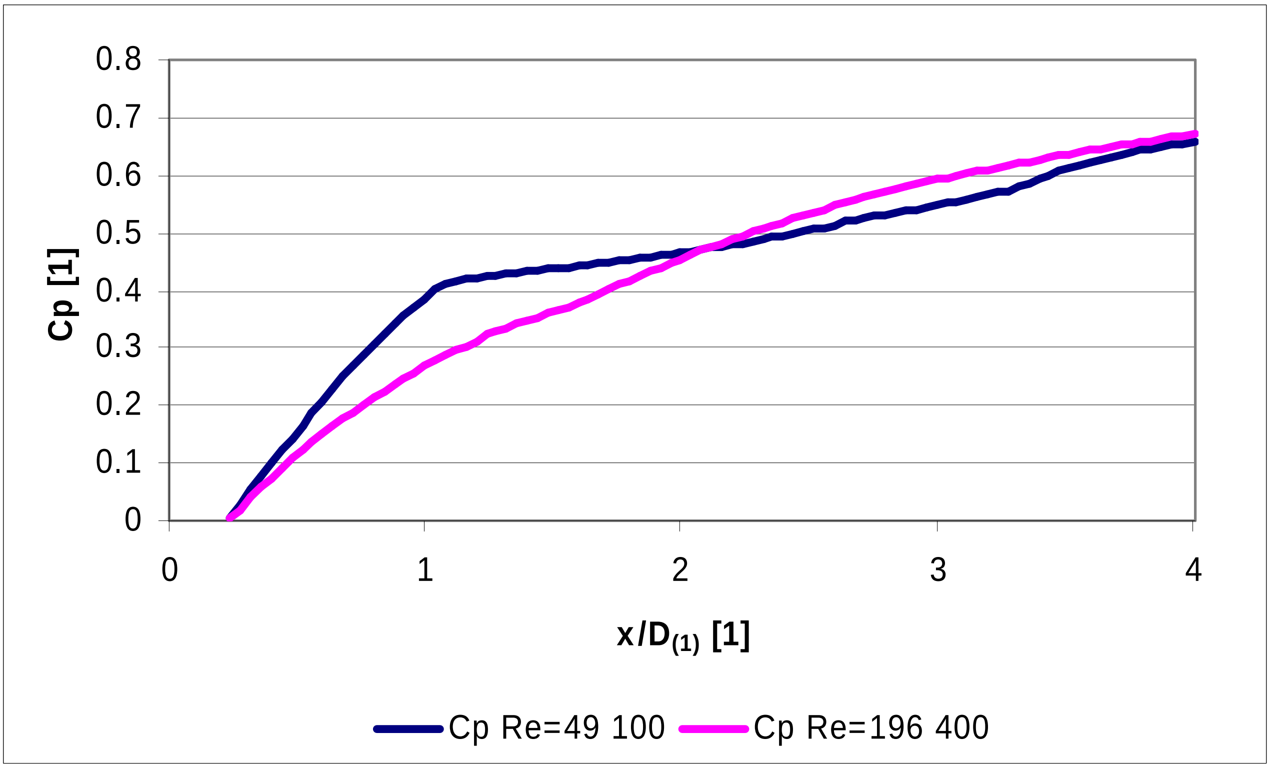
Graf.269 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 6°*



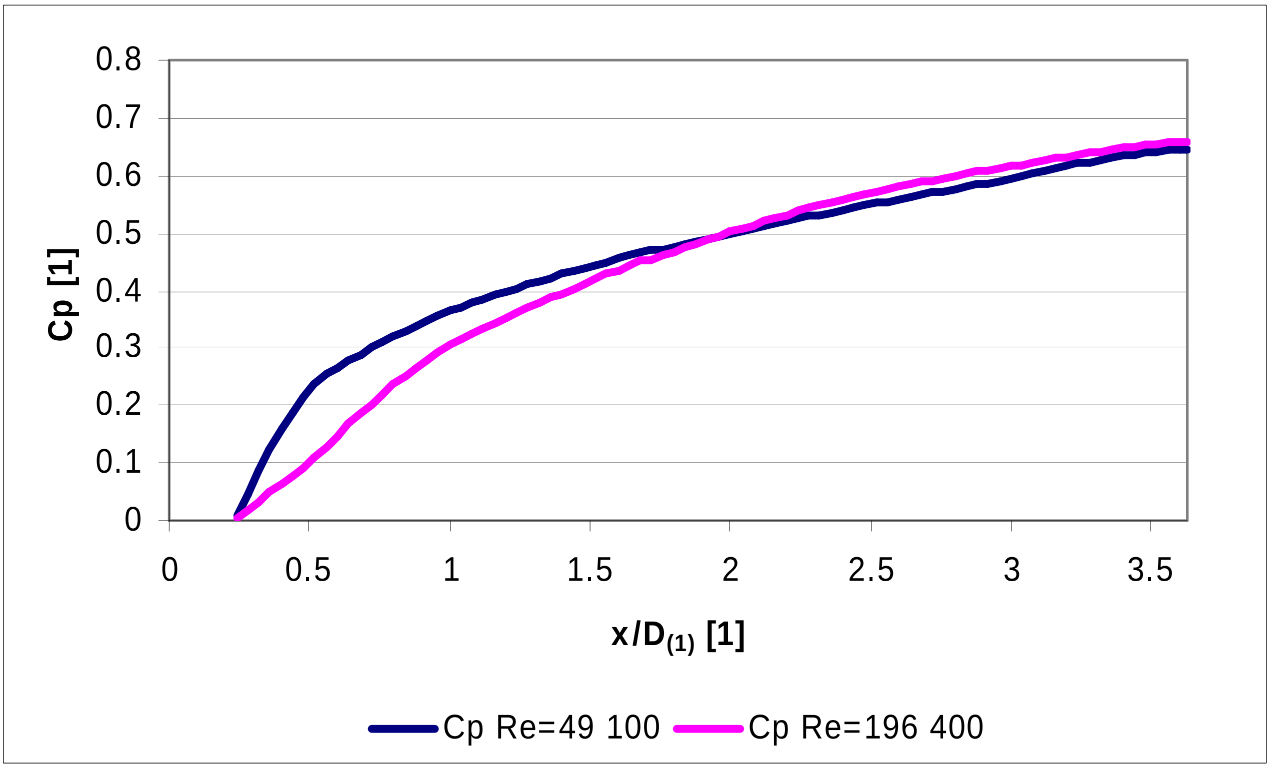
Graf.270 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 7°*



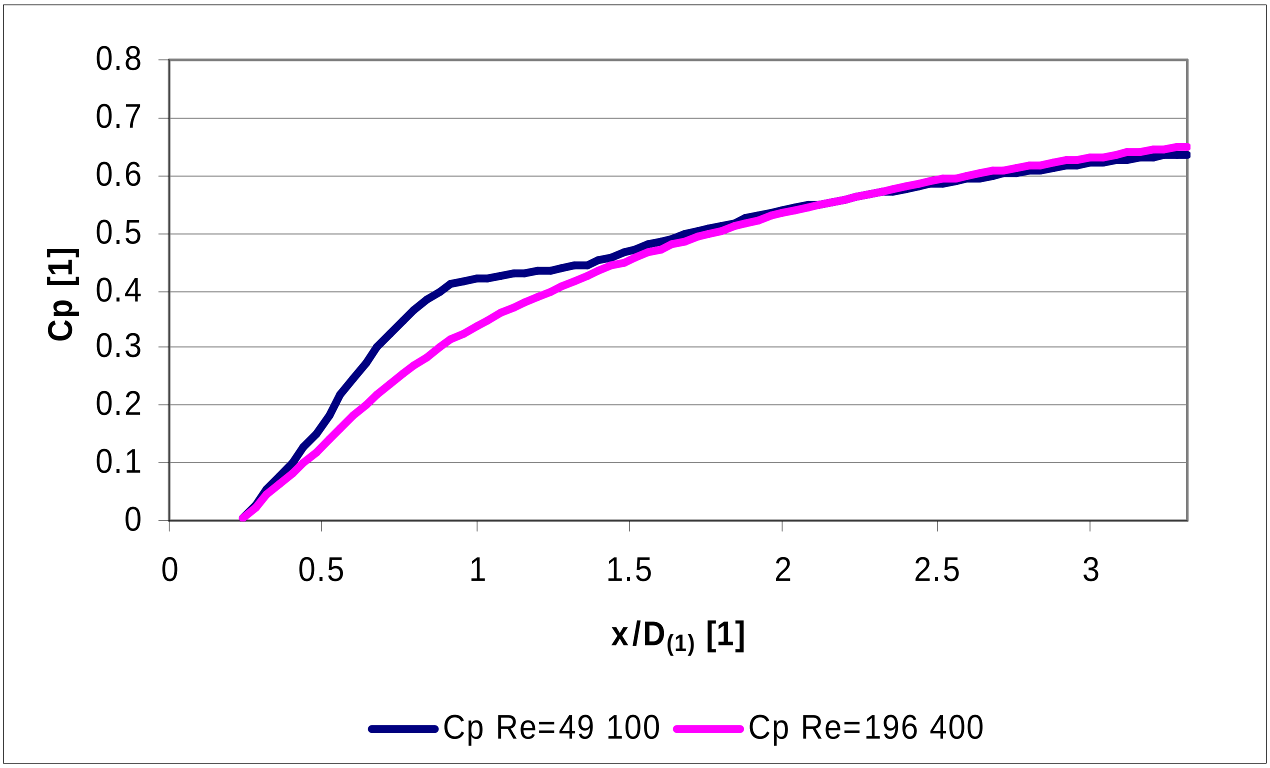
Graf.271 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 8°*



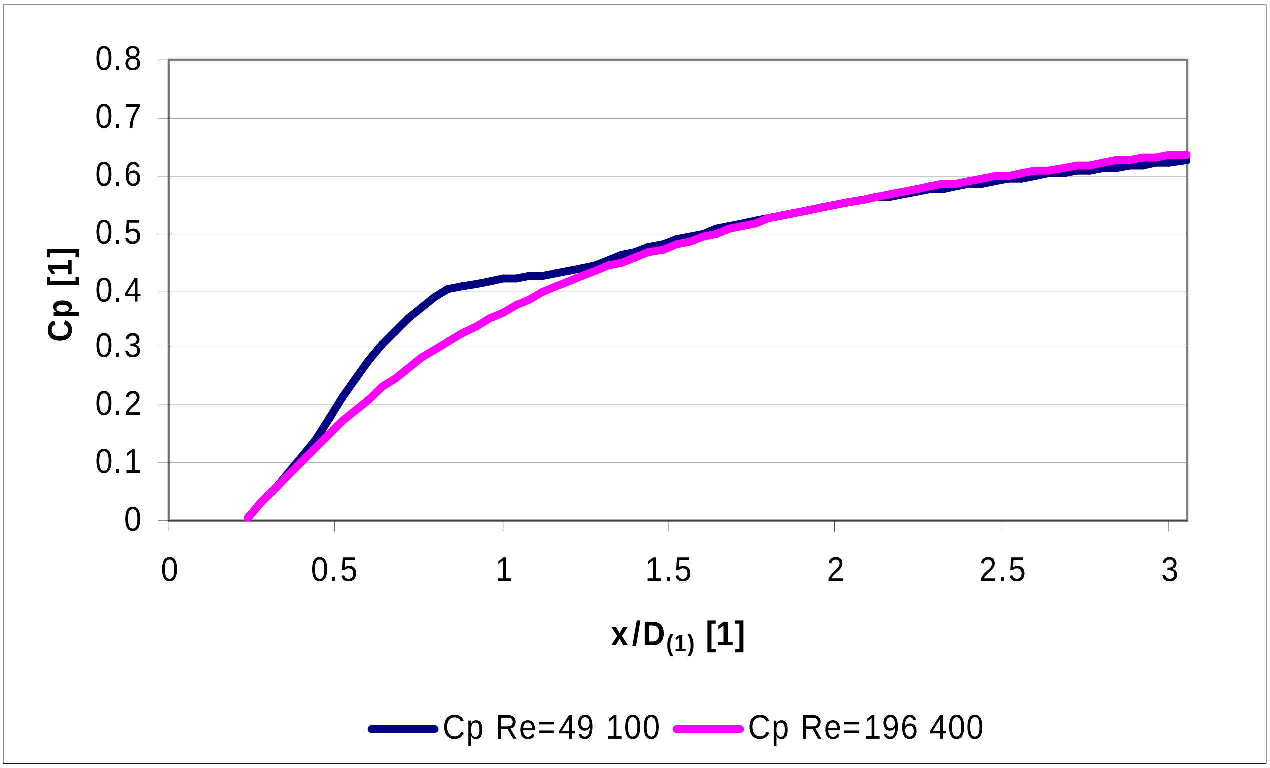
Graf.272 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 9°*



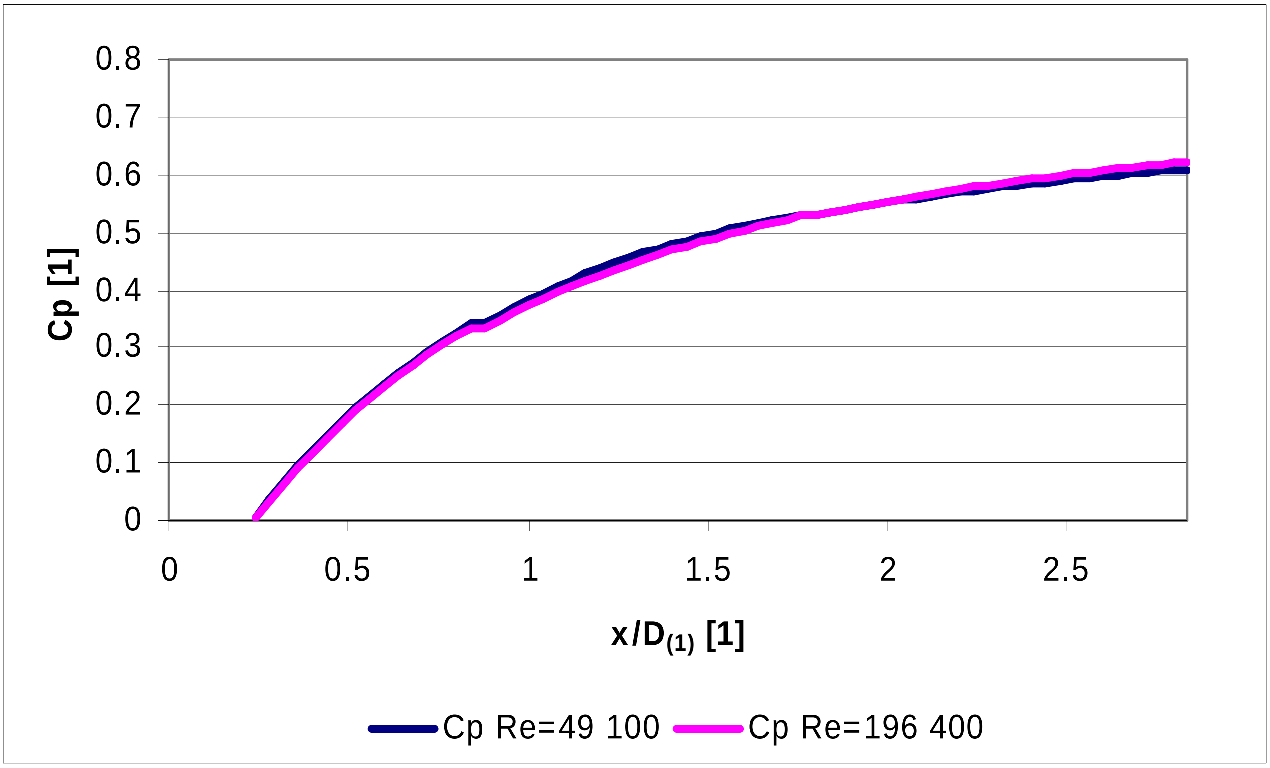
Graf.273 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 10°*



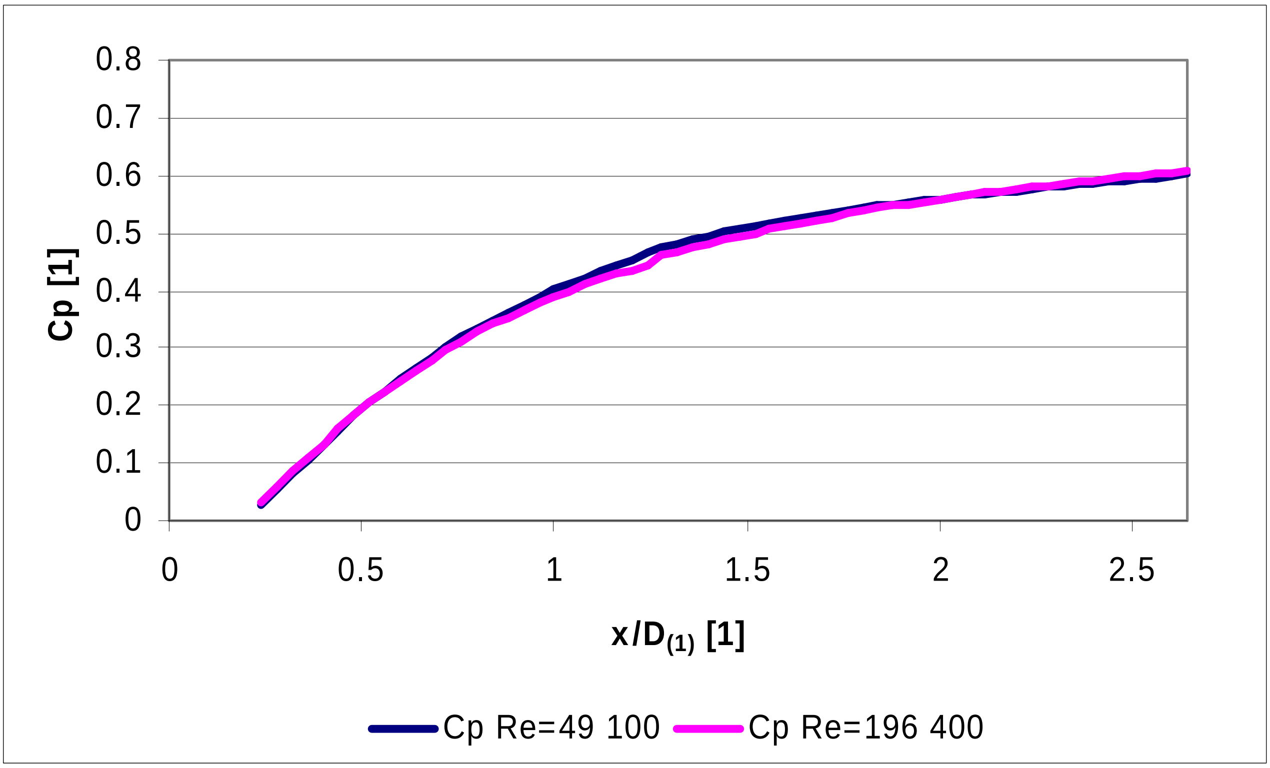
Graf.274 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 11°*



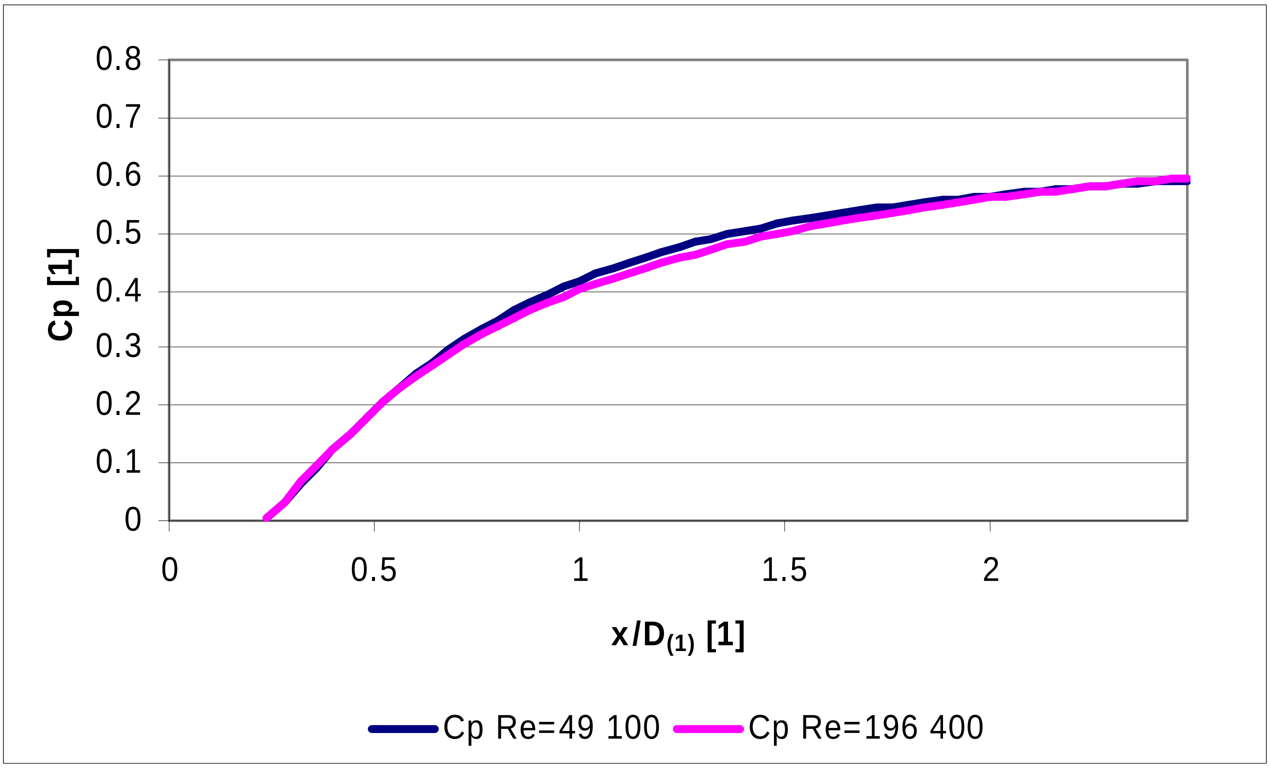
Graf.275 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 12°*



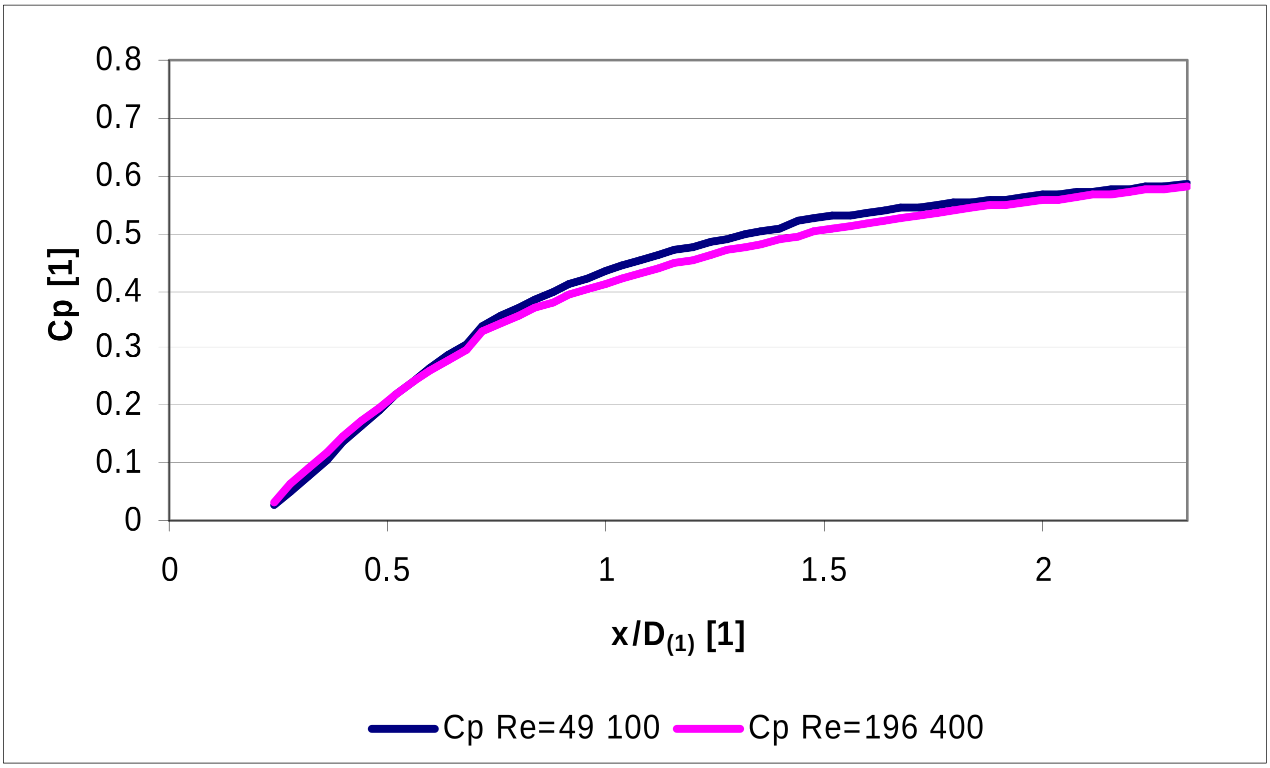
Graf.276 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 13°*



Graf.277 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 14°*

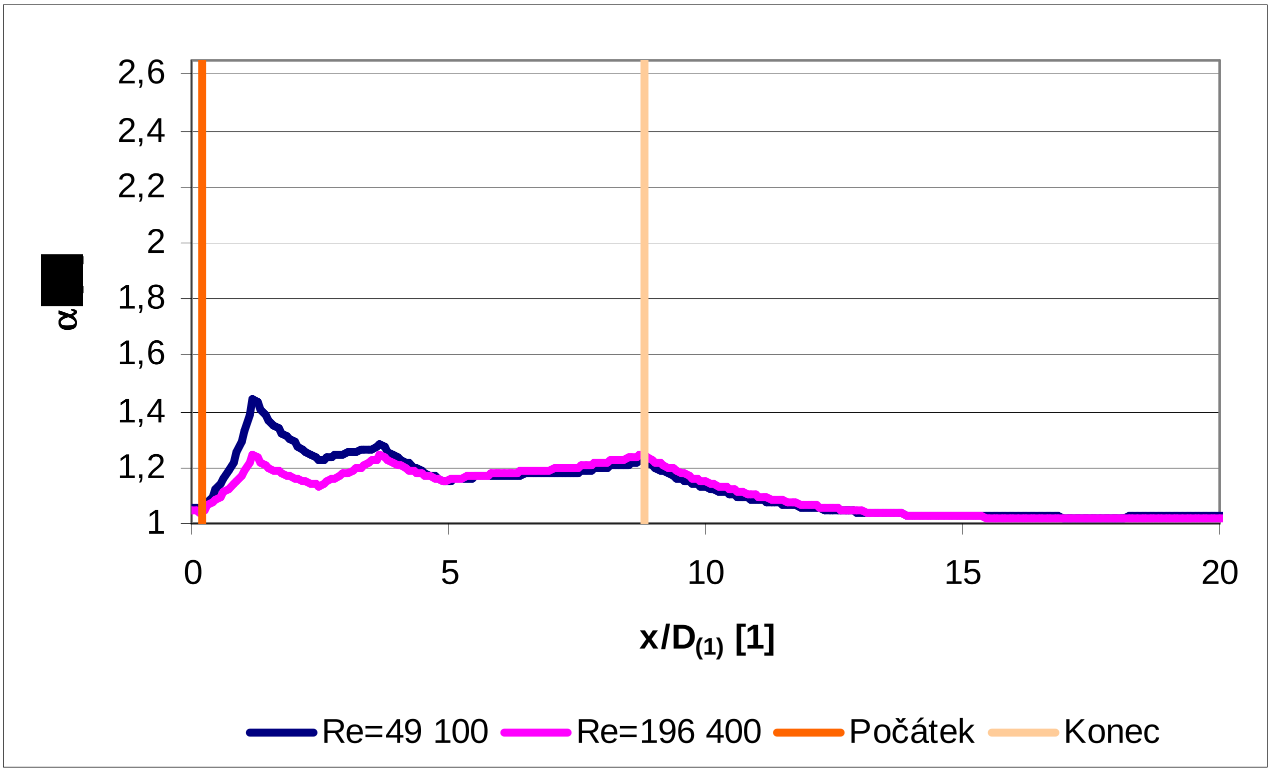


Graf.278 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 15°*

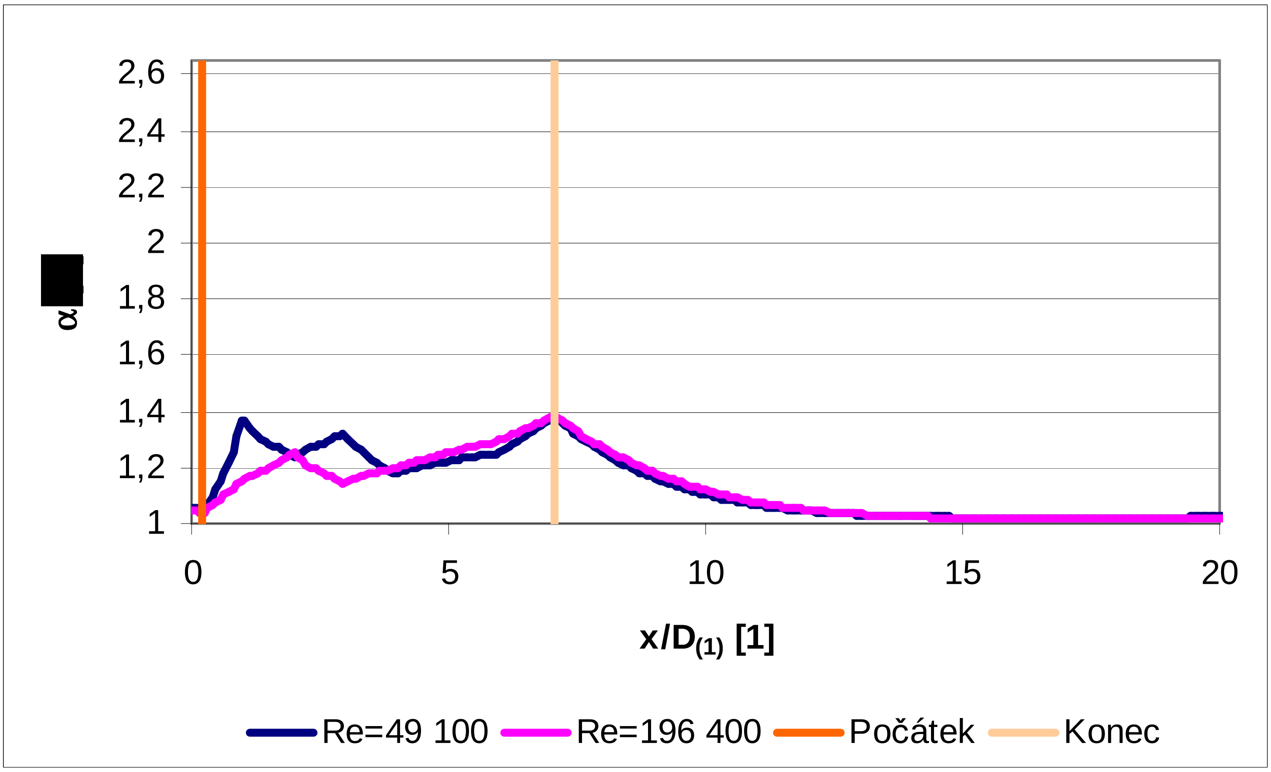


Graf.279 *Porovnání průběhu Cp pro úhel otevření difuzoru 16°*

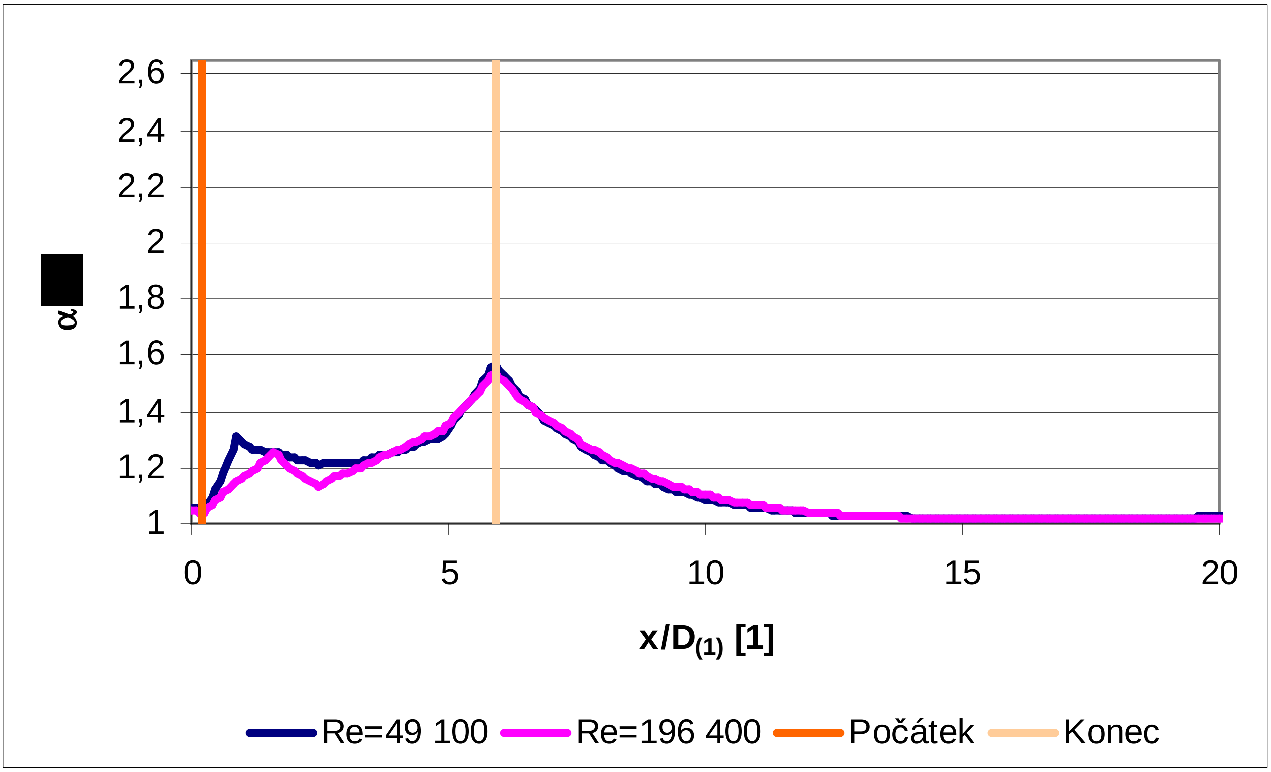
27.5.3 Porovnání průběhů Coriolisova čísla



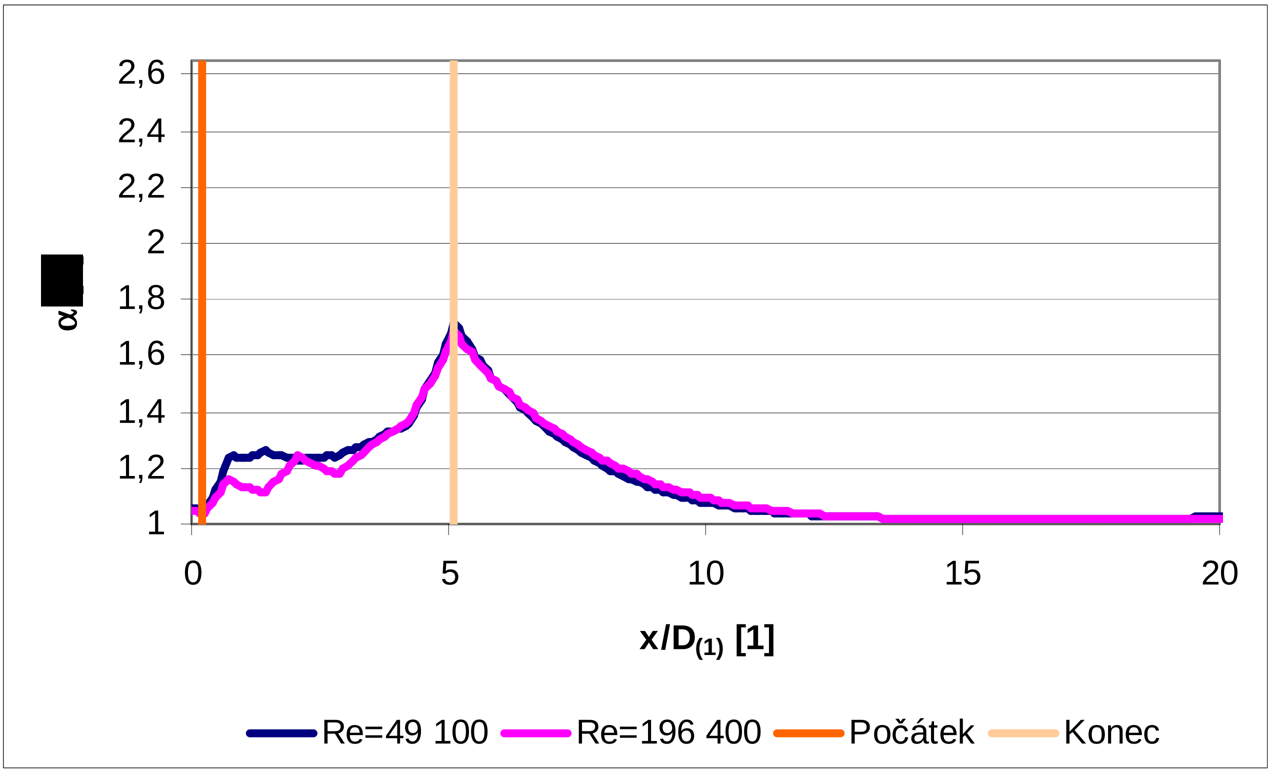
Graf.280 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 4° otevření*



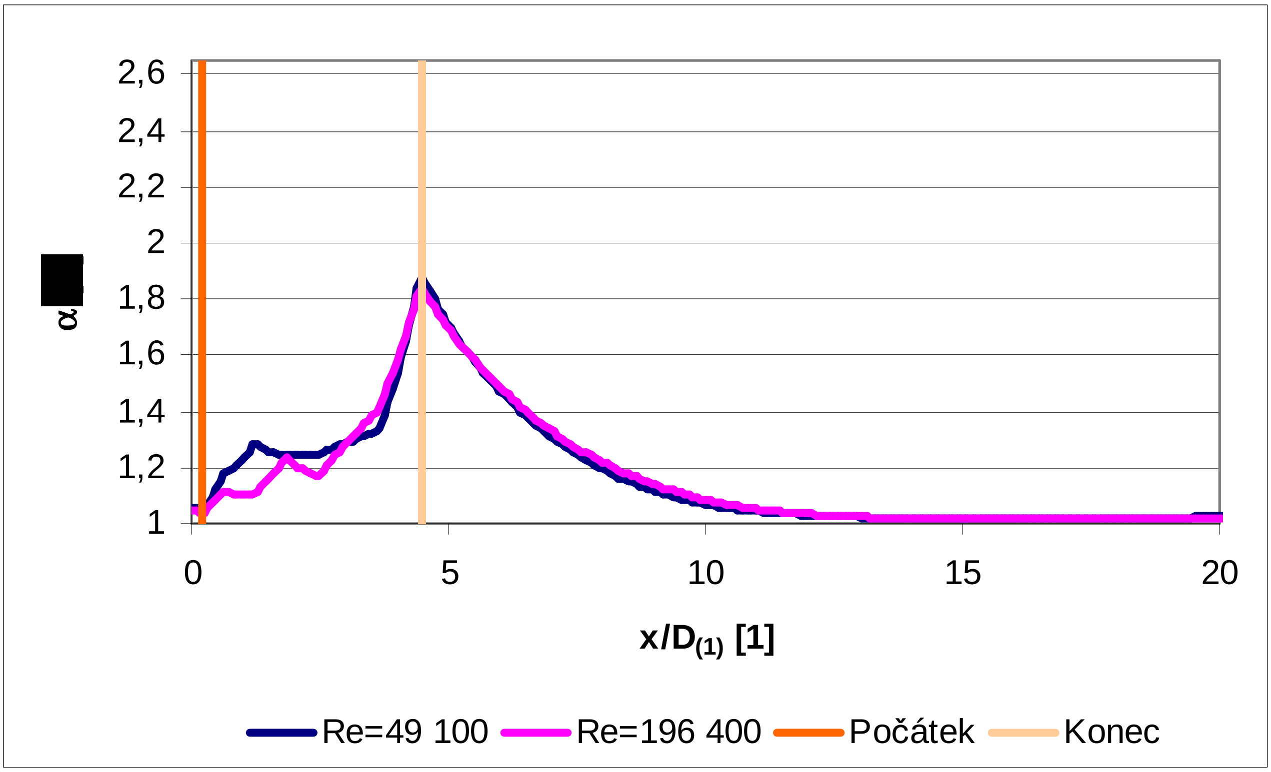
Graf.281 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 5° otevření*



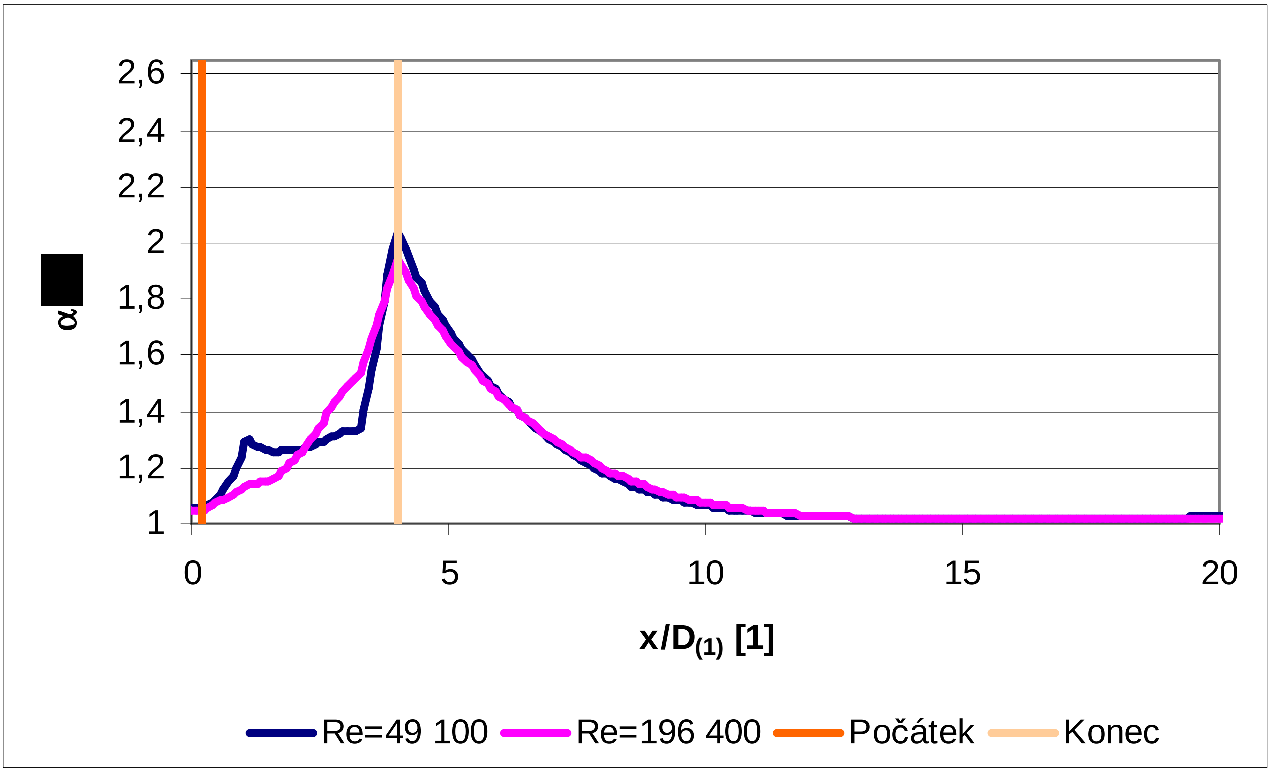
Graf.282 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 6° otevření*



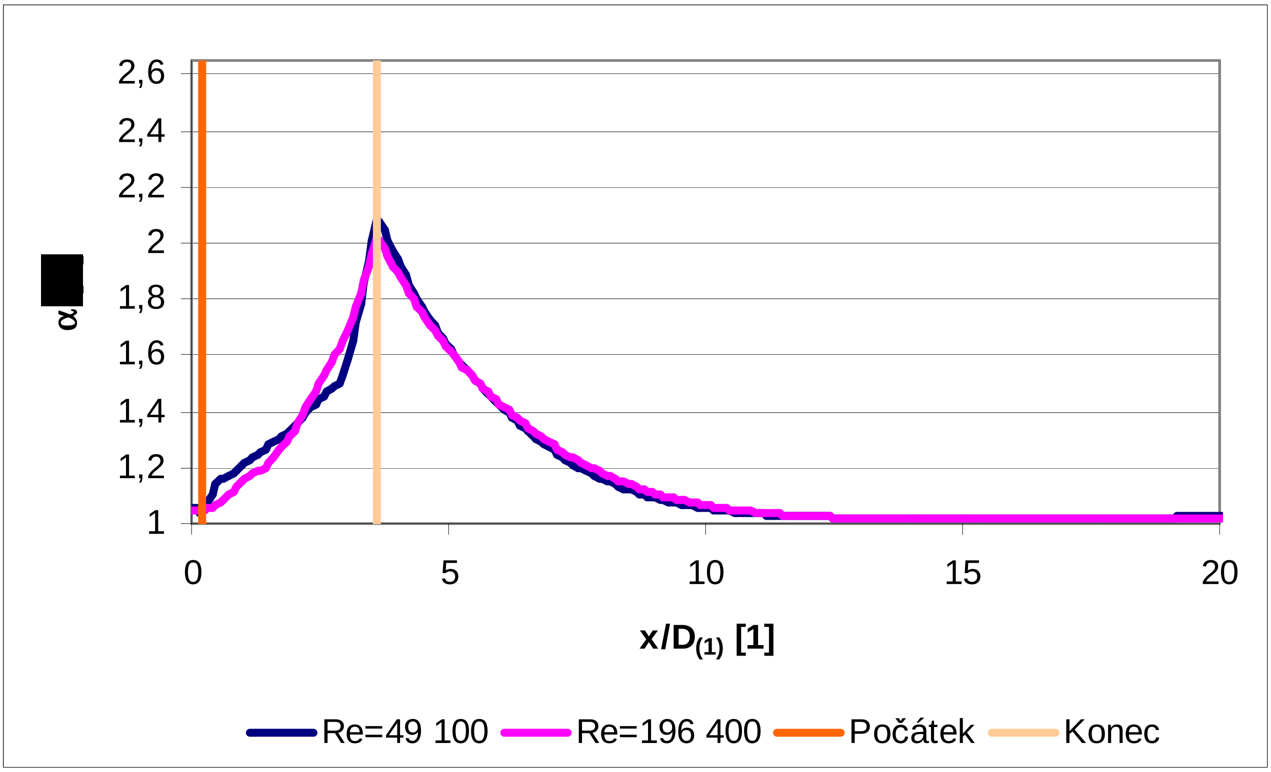
Graf.283 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 7° otevření*



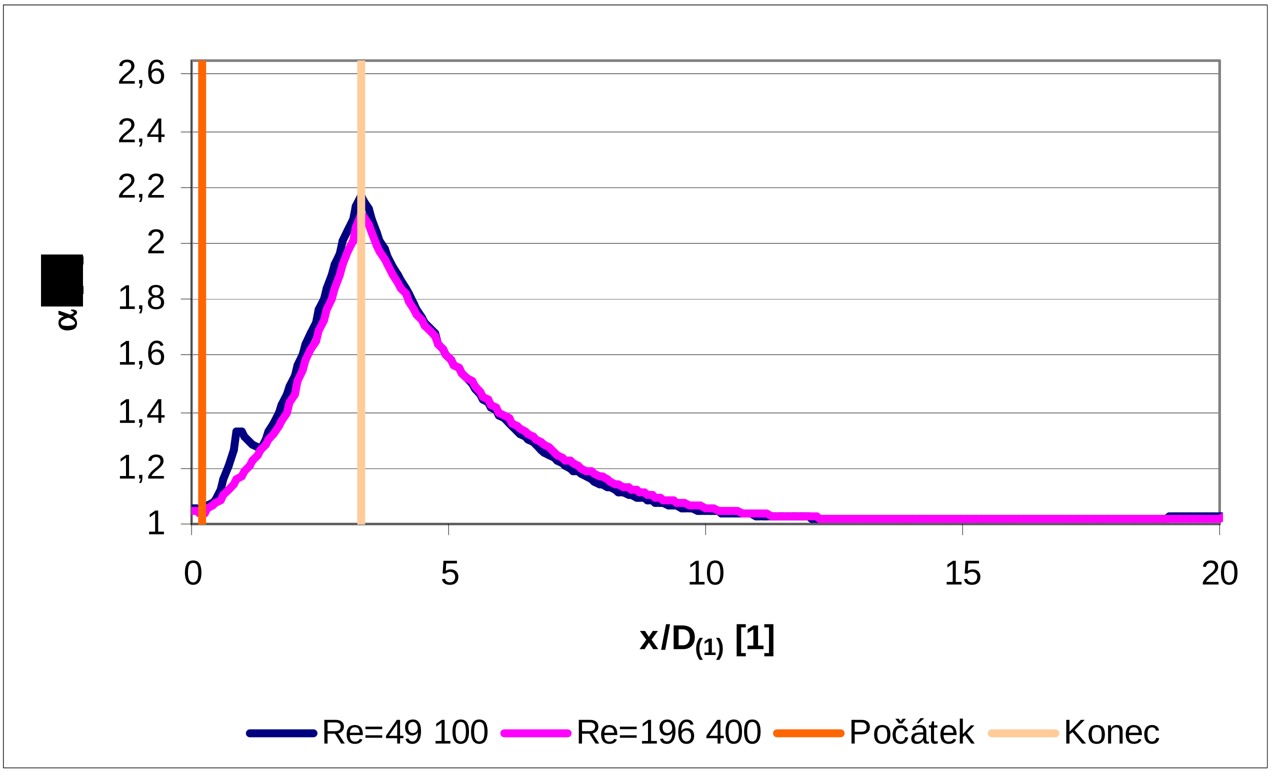
Graf.284 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 8° otevření*



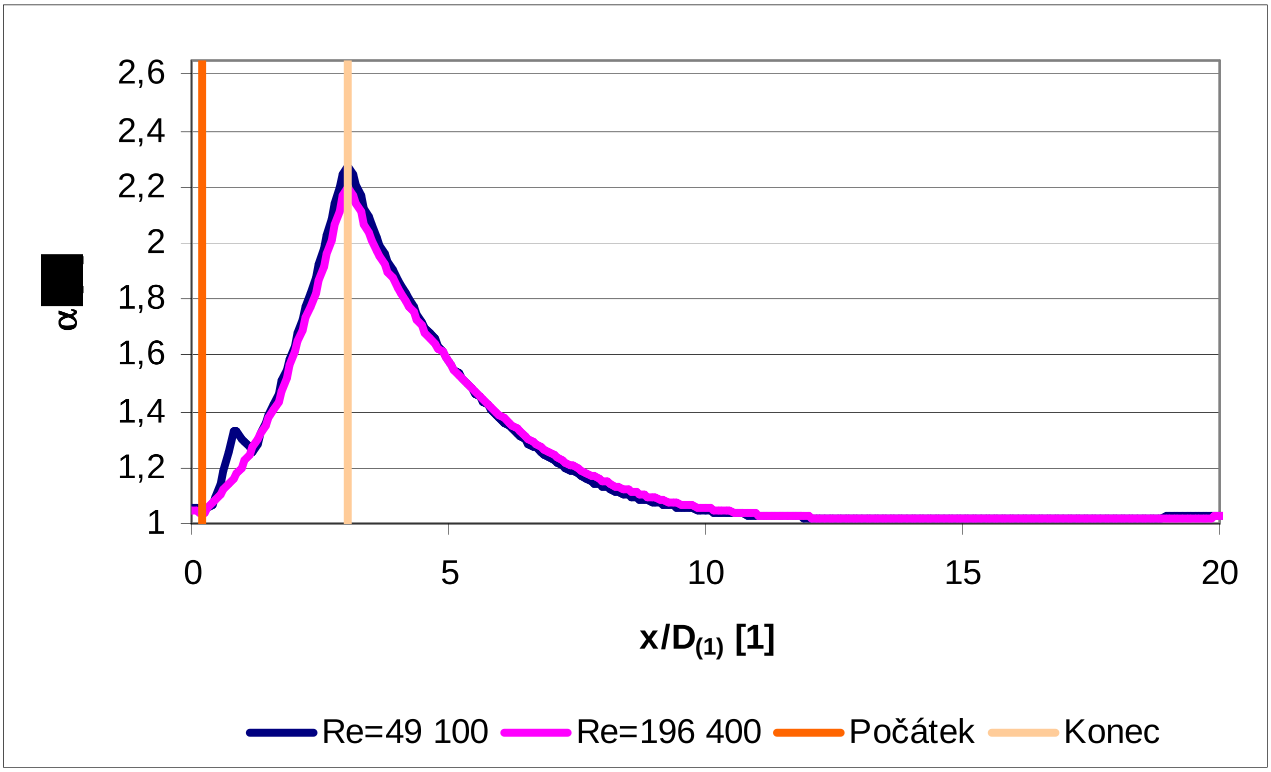
Graf.285 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 9° otevření*



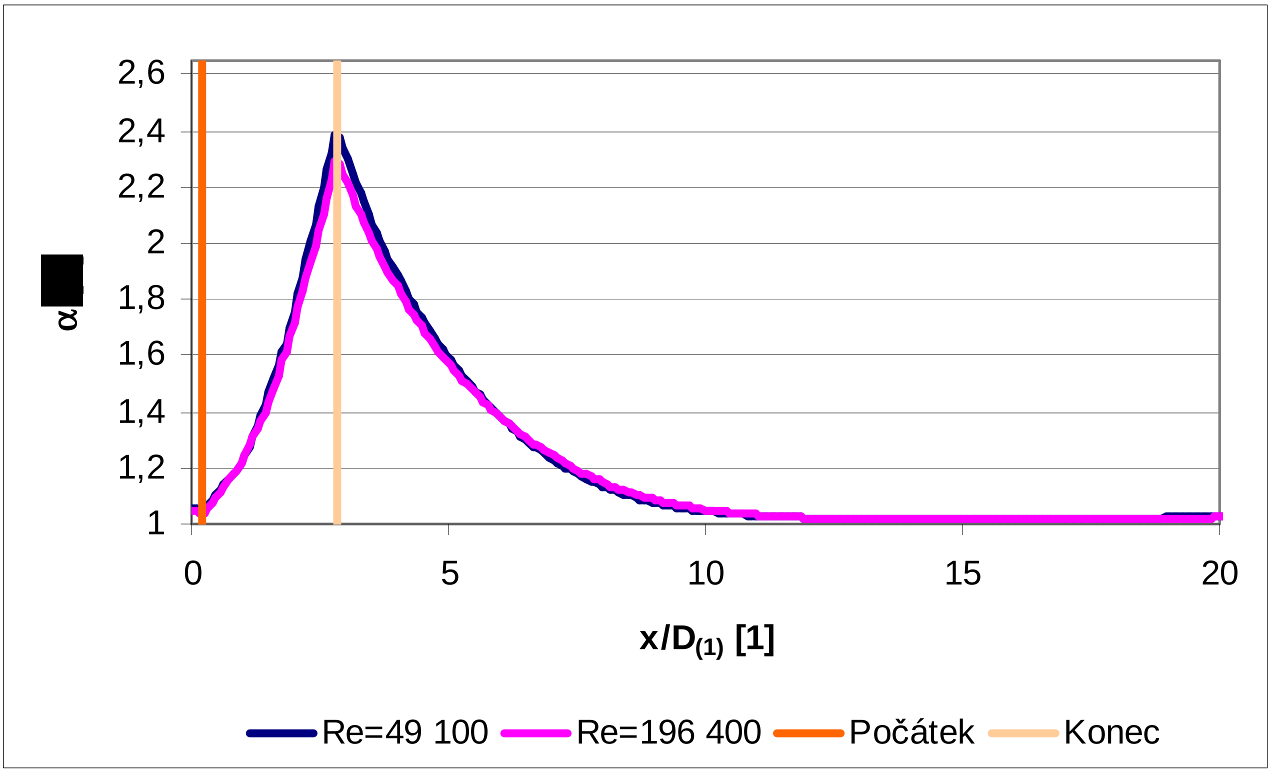
Graf.286 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 10° otevření*



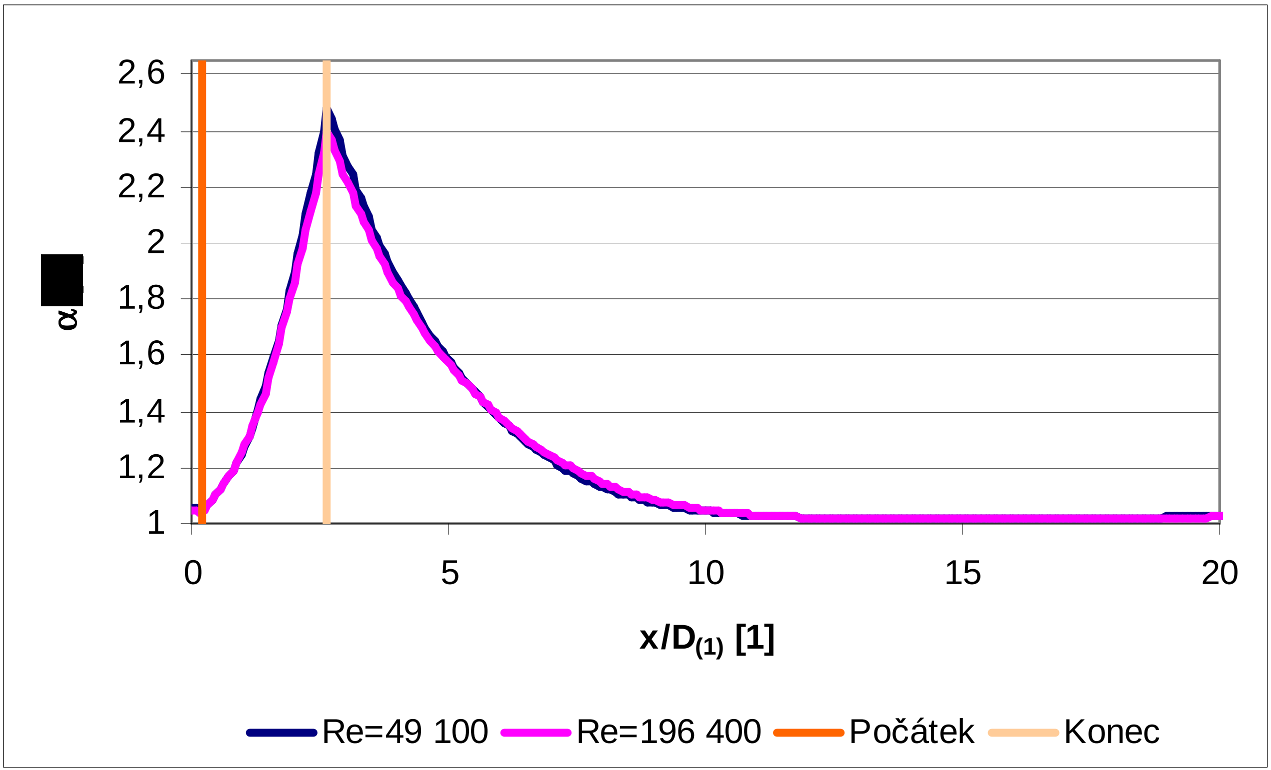
Graf.287 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 11° otevření*



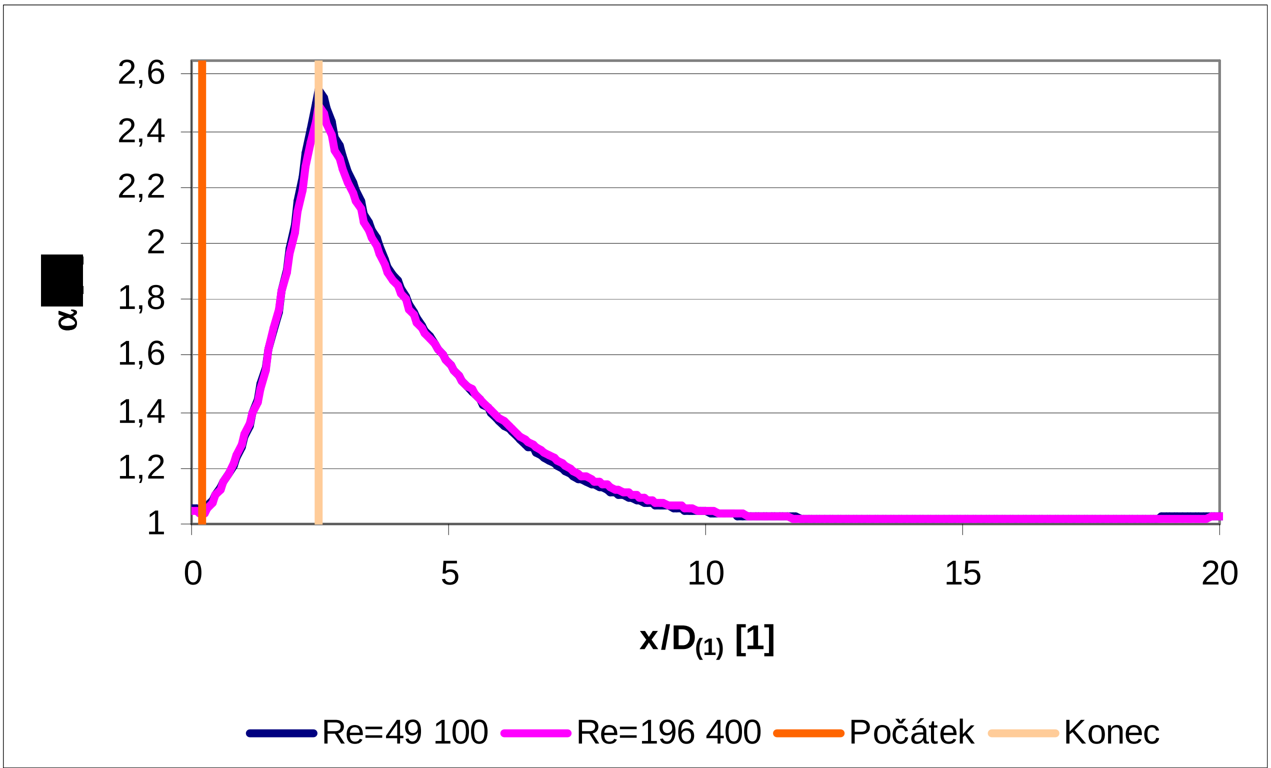
Graf.288 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 12° otevření*



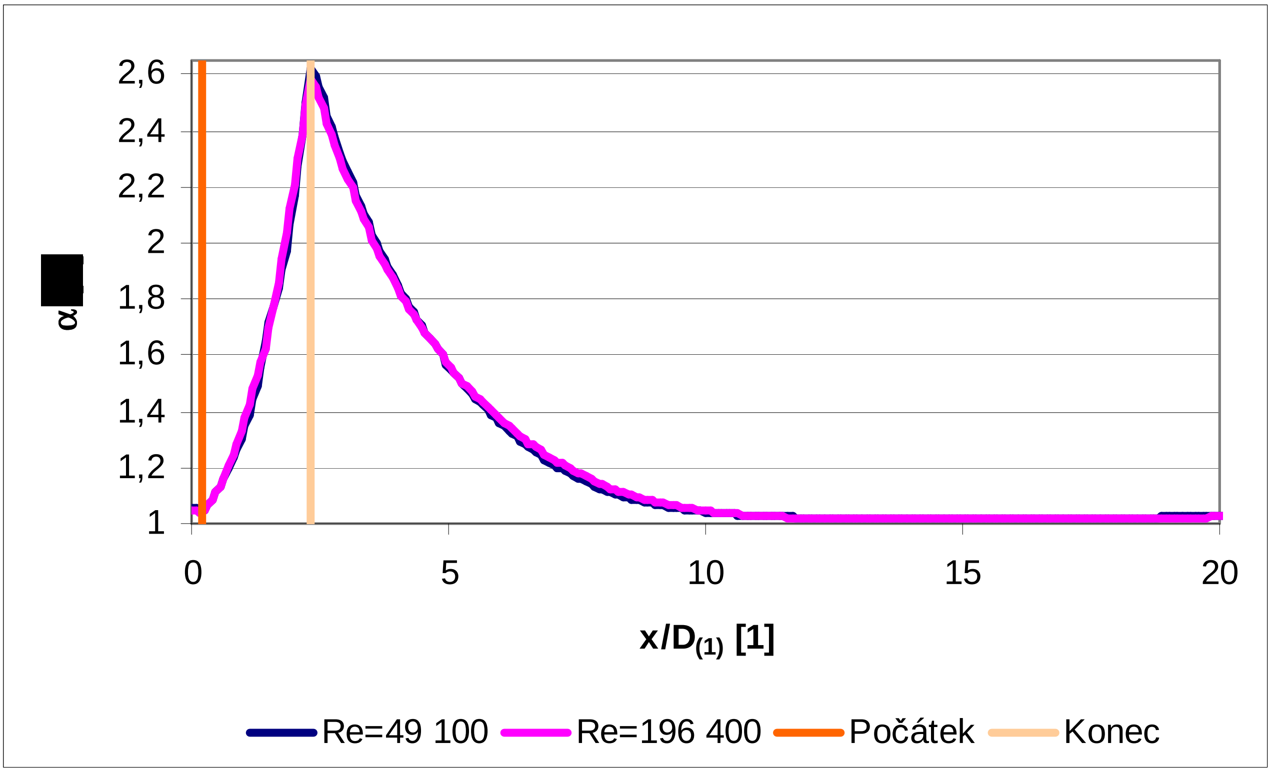
Graf.289 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 13° otevření*



Graf.290 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 14° otevření*



Graf.291 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 15° otevření*



Graf.292 *Porovnání průběhu Coriolisova čísla pro 16° otevření*