

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMATIZACE A INFORMATIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMATION AND COMPUTER SCIENCE

ŘÍZENÍ POHYBU PŘI PŘEMISŤOVÁNÍ ZAVĚŠENÉHO PŘEDMĚTU

DIPLOMOVÁ PRÁCE
DIPLOMA THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

BC. JAN RICHTER

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

DOC. ING. ZDENĚK NĚMEC, CSC.

BRNO 2010

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automatizace a informatiky

Akademický rok: 2009/10

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Richter Jan, Bc.

který/která studuje v **magisterském studijním programu**

obor: **Aplikovaná informatika a řízení (3902T001)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Řízení pohybu při přemísťování zavěšeného předmětu

v anglickém jazyce:

Motion control during hanged object transportation

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Jde o problematiku řízení silně kmitajících soustav. Úkolem je řešit automatické řízení, které slouží k přemísťování zavěšených předmětů.

Cíle diplomové práce:

1. Analyzovat stav stávajících řešení problematiky řízení pohybu zavěšených předmětů.
2. V prostředí Matlab-Simulink navrhnout modely příkladů soustav s dotyčným chováním.
3. Navrhnout varianty řízení dotyčných soustav a simulacemi ověřit dosažitelné vlastnosti alternativních řešení.
4. Vyhodnotit dosažené výsledky a doporučit vhodné koncepce hlavně z hlediska dosažitelné kvality řízení.

Seznam odborné literatury:

- [1] Švarc, I.; Šeda, M.; Vítěčková, M. Automatické řízení. Brno: CERM, 2007. 324 s. ISBN 978-80-214-3491-2.
[2] Noskievič, Petr. Modelování a identifikace systémů. Ostrava: Montanex, 1999.

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Zdeněk Němec, CSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2009/10.

V Brně, dne 23.11.2009



Šeda

prof. RNDr. Ing. Miloš Šeda, Ph.D.
Ředitel ústavu

M. Doupovec

doc. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Diplomová práce je zaměřena na zjištění nejvhodnějších variant řízení pohybu zavěšeného předmětu z hlediska různých požadavků na průběh celého procesu. K řešení využijeme prostředí Matlab-Simulink.

Úvodní část práce je zaměřena na tvorbu modelu celé soustavy a na tvorbu dalších modelů soustav s podobným silně kmitavým chováním.

Ústřední část práce je věnována návrhu vhodných způsobů řízení pohybu při přemísťování zavěšeného předmětu, které testujeme na jednoduchém modelu jeřábové kočky. Byly vybrány čtyři přístupy k řešení tohoto problému: jednoduchá regulace PID regulátorem, rozvětvená regulace, stavová regulace a prediktivní regulace. Všechny tyto varianty řešení jsou v práci zkoumány a optimalizovány a jejich výsledky jsou vzájemně porovnávány podle stanovených požadavků, kterými je např. rychlost procesu, plynulost pohybu, malý překmit požadované polohy či malý úhel vychýlení lana.

ABSTRACT

The Diploma Thesis focuses on examination of most suitable options of movement regulation of pendent object from the perspective of various requirements on the course of the process as such. The environment of Matlab-Simulink was used for the analysis.

The first part of the Thesis deals with the creation of the model of the whole system and creation of additional models of systems with similar, highly oscillating behaviour.

The central part of the Thesis focuses on the design of suitable methods of movement regulation during translocation of the pendent object, which is tested on a simple model of travelling monkey. Four approaches to the problem solving were chosen: simple regulation by PID regulator, branched regulation, state regulation and predicative regulation. All solving options are being analysed and optimised and their results mutually compared according to requirements defined, such as: speed of the process, fluency of the movement, small pose overshoot or small angle of rope deflection.

KLÍČOVÁ SLOVA

Řízení, kmitání, jednoduchá regulace, integrační soustava, rozvětvená regulace, stavová regulace, prediktivní regulace, bezpečnost, překmit, plynulý pohyb, doba regulace, regulační odchylka, stavová veličina.

KEYWORDS

Regulation, oscillation., simple regulation, branched regulation, state regulation, predicative regulation, safeness, overshoot, fluent movement, regulating time, control deviation, state value.

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat vedoucímu mé diplomové práce Doc. Ing. Zdeňku Němcovi, CSc. za cenná doporučení, rady a připomínky, které mi byly při zpracovávání diplomové práce velkou oporou, dále za jeho ochotu a celkovou pomoc.

OBSAH

Zadání diplomové práce.....	3
Abstrakt.....	5
1 Úvod.....	11
2 Rozbor problému	12
2.1 Současný stav problematiky.....	12
2.2 Princip řešení.....	12
2.3 Uvažovaná hodnocení kvality regulace	14
3 Návrhy modelů silně kmitavých soustav	15
3.1 Pohyb nádoby s kapalinou	15
3.1.1 Vzájemná závislost úhlu náklonu hladiny a síly působící na pojezd nádoby.....	15
3.1.2 Chování hladiny	17
3.1.3 Interakce kapaliny a pojezdu	18
3.2 Pohyb jeřábové kočky	20
3.2.1 Subsystem jeřábové kočky.....	20
3.2.2 Subsystem závěsu	21
3.2.3 Stavový popis celé soustavy	22
3.2.4 Měření stavových veličin.....	23
3.2.5 Volba vstupních parametrů soustavy	24
3.2.6 Analýza soustavy pomocí matic soustavy	24
3.2.7 Analýza soustavy pomocí blokové algebry	26
3.2.8 Analýza soustavy pomocí jejího přenosu	26
3.3 Přemísťování zavěšené nádoby s kapalinou	28
4 Varianty regulace soustavy kočka-závěs.....	29
4.1 Jednoduchá regulace	29
4.1.1 Metoda Ziegler-Nichols	29
4.1.2 Určování optimálních parametrů regulátoru úpravou frekvenční charakteristiky soustavy.....	31
4.1.3 Syntéza regulátoru PID.....	34
4.1.4 Srovnání jednotlivých variant jednoduché regulace	39
4.2 Rozvětvená regulace	40
4.2.1 Pomocný regulační obvod	41
4.2.2 Seřízení hlavního regulátoru (hlavní soustava s pomocným regulátorem nastaveným pro regulaci bez překmitu).....	45
4.2.3 Seřízení hlavního regulátoru (hlavní soustava s pomocným regulátorem nastaveným pro regulaci s přijatelným překmitem)	48

4.2.4	Seřízení hlavního regulátoru (hlavní soustava s pomocným regulátorem nastaveným pro regulaci s vyšším překmitem)	49
4.2.5	Zhodnocení rozvětvené regulace.....	50
4.3	Stavová regulace.....	50
4.3.1	Control system toolbox (CST)	53
4.3.2	Průběh stavové regulace	53
4.4	Prediktivní regulace	54
4.4.1	Princip prediktivního řízení.....	54
4.4.2	Prediktivní řízení v prostředí Matlab-Simulink	55
4.4.3	Zhodnocení prediktivní regulace.....	58
4.5	Adaptivní regulace.....	58
4.5.1	Volba veličiny, na kterou se bude systém adaptovat	59
4.5.2	Postup při sestrojování adaptivního systému	59
4.5.3	Hledání parametrizačních funkcí, závislost parametrů regulátoru na délce lana	60
4.5.4	Adaptace pro stavové řízení	67
4.5.5	Zhodnocení adaptace.....	68
4.6	Zhodnocení uvažovaných variant řízení.....	69
5	Závěr.....	73
	Seznam použité literatury.....	75

1 ÚVOD

Přemisťování zavěšeného předmětu je v technické praxi velmi využíváno, nejčastěji ve stavebnictví a v těžkém průmyslu pro výrobní a jiné operace. Pro tuto potřebu platí jak dosti přísné bezpečnostní předpisy, tak i požadavky na plynulý pohyb dotyčných předmětů. Pohyb by měl být bez výkyvů. Zpravidla se jedná o předmět, zavěšený na laně různé a proměnlivé délky. V práci se zabýváme takovými jeřáby, které využívají kočku, tedy zařízení, sloužící pouze k přímočarému posunu nejčastěji ve směru kolmém na směr působení gravitačního zrychlení. Obdobné otázky automatického řízení pohybu je nutné řešit i u jeřábů s odlišnou kinematikou pohybu.

Kočka obsahuje z pravidla dva elektromotory. První odvíjí lano a druhý vlastní pojezd této soustavy.

Elektromotor na odvíjení lana nepotřebuje žádnou zásadní regulaci. Jediným podstatnějším problémem, který je třeba brát v úvahu, je zatížení celé soustavy. Proto je doporučeno vykonávat rozjezd a dojezd pozvolný. Výhodné pro celkové vlastnosti jeřábu je doplnit tento elektromotor o vhodný měřicí systém, který dokáže určit délku odvinutého lana.

Elektromotor, sloužící k přesunu kočky a tedy i k horizontálnímu přesunu břemene, zavěšeného na laně, je klíčovým prvkem celé regulace a právě jeho činnost budeme řídit. Podle způsobu použití jeřábové kočky také stanovujeme různé požadavky na průběh regulace. Prvotním požadavkem pochopitelně je, aby byl přesun břemene do požadované polohy co nejrychlejší. Dokončení přesunu neznamená situaci, kdy břemeno poprvé dosáhne požadované polohy, ale okamžik, kdy je těleso v této poloze již ustáleno, tj. jeho rychlost i zrychlení je nulové.

Při přemisťování předmětu nebezpečného obsahu (např. nádoba s chemikálií či rozžhavenou hmotou) je jistě důležitým požadavkem, aby celá soustava kočka-závěs co nejméně kmitala, aby nemohlo dojít k úniku nebezpečné látky.

Dalším důležitým požadavkem může být malý či žádný překmit požadované polohy závěsu. To platí zejména pro přemisťování těžkých či nebezpečných předmětů. Uživatel jeřábové kočky může uvolnit cestu mezi aktuální a požadovanou polohou, ale již tolik nepočítá s možným překmitem. Za požadovanou polohou můžou být osoby či předměty, které by při překmitu mohly být břemenem ohroženy. Případně by také mohlo dojít k poškození vlastního přemisťovaného břemene.

Pokud nemáme robustní jeřábový systém, může vyplynout také požadavek na malé zatížení jeřábu, především při přemisťování břemen s velkou hmotností.

Možností řízení takovéto soustavy je celá řada. Od jednoduché regulace s regulátorem PID až po stavové a prediktivní řízení, které umožňují právě zohledňování a penalizaci zmíněných druhotných aspektů regulace.

Problémem při sestavování modelu soustavy může být vzájemná interakce kočky a závaží. Čím rychleji kočka zrychluje, tím více je závaží vychýleno a čím více je závaží vychýleno, tím více působí proti zrychlení kočky.

Dalším příkladem soustavy s dotyčným chováním je soustava sestávající z pojezdu a nádoby s kapalinou. Rovněž se jedná o silně kmitavou soustavu. Řízení této soustavy je využitelné rovněž ve výrobních halách při převozu kapalin. Další využití by mohlo být např. v dávkování jogurtů a jiných podobných výrobků, kde může hrozit přetečení kapaliny.

V tomto případě jsou požadavky na regulaci podobné. Kromě doby regulace je vhodné také kontrolovat překmit a maximální náklon kapaliny, aby nemohlo dojít k jejímu přetečení. V ideálním případě by bylo žádoucí, aby byl náklon minimální.

I pro soustavu pojezd-kapalina existuje vzájemná interakce mezi oběma jejími prvky. Čím větší je zrychlení pojezdu, tím více je hladina kapaliny v nádobě vychýlena. A naopak čím větší je náklon hladiny, tím více kapalina působí proti zrychlení.

Diplomová práce by mohla znamenat přínos v oblasti jeřábové techniky, kde mohou její výsledky posloužit k volbě vhodného způsobu řízení podle požadavků zákazníka.

2 ROZBOR PROBLÉMU

Hlavním předmětem činnosti je v této práci soustava kočka-závěs, realizující přemísťování zavěšeného předmětu. Úkolem je tedy analyzovat současný stav těchto systémů a navrhnout jejich zlepšení.

Předmětem regulace je elektromotor, pohánějící kočku. Ten produkuje točivý moment, který je přenášen na kola kočky. Výsledná síla, kterou motor působí na kočku se odvíjí od velikosti točivého momentu a poloměru kola kočky. Protože točivý moment elektromotoru je přímo úměrný proudu, vstupujícímu do elektromotoru, můžeme odvodit, že výsledná síla, kterou působí motor na kočku, je přímo úměrná proudu, vstupujícímu do elektromotoru. Celý problém regulace proudu, vstupujícího do elektromotoru, proto můžeme převést na problém regulace síly, kterou tento elektromotor působí na kočku.

2.1 *Současný stav problematiky*

Vývoj jeřábové kočky probíhá na dvou úrovních.

První úroveň vývoje řeší funkčnost a realizaci kočky. V tomto směru se vývoj opírá obzvláště o obecné inovace. Jedná se např. o vývoj nových elektromotorů, kde se zdokonaluje účinnost, hmotnost, spolehlivost a životnost. Rovněž se upravuje ovládání těchto elektromotorů.

Další vývoj probíhá na vlastní realizaci jeřábu, kde nachází využití především materiálové vědy, z pomoci nichž se zlepšují především pružnostně-pevnostní vlastnosti jeřábu, odolnost proti ohybu apod.

Značnou část inovací tvoří také vývoj mazání.

Další úroveň vývoje se týká samotného chování kočky. Prvotní manipulace s celou soustavou byla realizována ovládáním. Tedy řízení soustavy obstarával člověk-jeřábník, který sám reguloval přítok elektrického proudu do elektromotorů. Chování soustavy se tak odvíjelo od jeho zkušeností. Jeřábník s mnohaletou praxí již dokázal poměrně spolehlivě rychle přesunout břemeno a celý závěs ustálit. Zpravidla se jednalo o přesun nejvyšší možnou rychlostí a v určité vzdálenosti před požadovanou polohou jeřábník zrychlil kočkou v opačném směru. Tím zastavil do té doby velmi rychlý pohyb závěsu a poté už jen dorovnal celou soustavu do požadované polohy.

Z návrhu takového ovládání je zřejmé, že vlastnosti celého přesunu se značně odvíjejí od zkušeností, postřehu a bdělosti jeřábníka. Další podstatnou záležitostí je splnění požadavků na regulaci, uvedených v kapitole 1. Rychlost regulace je totiž v protíváze požadavkem na malé kmitání a na zatížení jeřábu. Je zřejmé, že při zastavování závěsu výše popsaným způsobem bude jeho vychýlení značné, stejně jako síla, působící na lano a tedy i na celý systém kočky.

Z uvedených důvodů vyplývá, že zde existuje velmi velký prostor pro inovace. Je tedy třeba celý systém modernizovat tak, aby nebyl závislý na zdatnosti jeřábníka a aby splňoval případné další požadavky na přesun a chování soustavy. Toho můžeme docílit zavedením automatického řízení pro elektromotor, který zajišťuje změnu polohy kočky a tedy i změnu polohy závěsu.

V současnosti již probíhá vývoj automatizovaných jeřábových koček. Cílem této práce je realizovat a zhodnotit jednotlivé varianty dotyčného automatizovaného řízení. Podobným problémem se zabýval i Doc. Ing. Petr Noskiewicz a kol. [3], kde je celý systém řízen pomocí stavového řízení s pozorovatelem soustavy.

Pozn.: Dotyčné systémy se nepoužívají pouze k přesunu tělesa, ale rovněž pro jeho stabilizaci v dané poloze. To znamená mimo jiného také vyvinout pomocné systémy pro snímání poruchových veličin.

2.2 *Princip řešení*

Existuje mnoho variant regulace. Každá má své výhody a nevýhody. Některé typy regulací mají velice dobré charakteristiky co se týče námi zvolených požadavků, avšak mohou

být mnohem náročnější na nastavení a hardware. V této kapitole si zvolíme, které varianty regulace použijeme.

Jednoduchá regulace

Při jednoduché regulaci použijeme jeden z regulátorů P, PI, PD, PID. Tyto regulátory bychom mohli nahradit jejich diskrétními alternativami. Lze tím regulaci o něco vylepšit, ale rozdíl nebude nijak zásadní. Daleko podstatnější rozdíl přinese až diskrétní prediktivní regulace.

Od jednoduché regulace očekáváme nejhorší výsledky. Její výhodou je malá náročnost na hardware a nastavení, a tedy i nízká cena.

Rozvětvená regulace

Rozvětvená regulace bude znamenat vylepšení jednoduché regulace dodáním pomocného regulátoru. Existuje více typů rozvětvených obvodů. Obvod s pomocnou akční veličinou nemá pro tento případ smysl. Pokud bychom chtěli měřit chybovou veličinu, mohl by jí být například vítr, rozhoupávající závěs. To by mělo význam pouze pro velmi lehká břemena s velkou náporovou plochou.

Použijeme tedy rozvětvený regulační obvod s pomocnou regulovanou veličinou, kterou bude buď poloha kočky nebo úhel vychýlení závěsu. Obě tyto veličiny spolu souvisejí a jednu můžeme z druhé odvodit.

Rozvětvená regulace by měla přinést zlepšení kvality regulace, snazší eliminaci rozkmitání a překmitu.

Stavová regulace

Stavová regulace přináší možnost regulovat jednotlivé stavové veličiny a tím zvýhodňovat nebo naopak penalizovat jejich odchylky. Tento typ řízení je obecně velmi přesný a účinný, avšak značně se liší podle toho, jak zvolíme ony pokutovací parametry. Jejich stanovení vyžaduje správný odhad a zhodnocení situace. Obvod využije stavového popisu soustavy. Prostředí Matlab-Simulink pro stavovou regulaci obsahuje velice účinný Control system toolbox.

Očekáváme značný přínos kvality a rychlosti regulace, avšak bude nutné zavést složitější měřicí systémy pro měření stavových veličin.

Prediktivní regulace

V práci zastupuje množinu diskrétních variant řízení.

Jedná se o nejmodernější způsob regulace, kdy je umožněno penalizovat jednotlivé stavové veličiny. Zároveň se regulace neustále optimalizuje a pro každý akční zásah se počítají její nové optimální parametry. Parametry pro penalizaci je však opět nutno zvolit správným odhadem, aby se neprováděly sice přesné výpočty, ale nad nerelevantními vstupními údaji.

Prediktivní regulace by měla být ze všech regulací nejúčinnější, avšak za cenu vysokých nároků na hardware a software.

Adaptace

Jednotlivé typy regulací budeme porovnávat na zvolených reprezentativních parametrech soustavy. V reálu se však tyto parametry mohou měnit, a bude třeba těmto změnám přizpůsobit i regulátor.

Regulátor bude nastavován vždy pro konkrétní typ jeřábu. Změnou mazání by došlo ke korigování koeficientu tření kočky. Po několikaletém provozu také stroje ztrácejí část výkonu. Tyto změny jsou však zanedbatelné a parametry jeřábu budeme uvažovat neměnné.

Měnit se však bude přemísťovaný předmět, tedy obecně hmotnost závěsu. Platí však, že chování kyvadla nezávisí na jeho hmotnosti. Hmotnost závěsu by byla význačná pro velké úhly výkmitu, kdy by velmi ovlivňovala celkovou sílu působící ve směru přesunu. Protože však byl

zaveden jako jeden z požadavků na regulaci malý úhel vychýlení, můžeme i vliv hmotnosti zanedbat.

Jediný parametr regulace, který nelze zanedbat, je vliv délky odvinutého lana. Při adaptivní regulaci se tedy budou parametry regulátoru přepočítávat podle aktuální délky odvinutého lana.

Je na nás, jakou soustavu upravíme na adaptivní. V dané soustavě je třeba propočítat optimální parametry regulátoru pro jednotlivé délky, získané body proložit polynomem nebo splajnem, podle kterého se pak parametry budou přenastavovat.

2.3 Uvažovaná hodnocení kvality regulace

Existuje mnoho kvalitativních ukazatelů regulace. Jedním z důležitých aspektů je jistě vlastní doba regulace, tedy doba, do níž bude získána požadovaná poloha závěsu, která se již nebude výrazně měnit.

Další vlastností regulace, kterou je třeba zhodnotit, je překmit požadované hodnoty.

Pro komplexní zhodnocení kvality regulace byla zavedena tzv. kritéria optimality.

Kritérium lineární regulační plochy

Lineární regulační plocha je rovna rozdílu plochy pod požadovanou polohou závěsu a plochy pod grafem aktuální polohy závěsu. Pokud bychom ji počítali mimo simulaci, lze ji použít pouze pro regulace bez překmitu. Podle tohoto kritéria je regulace tím lepší, čím je její lineární regulační plocha menší.

Kritérium kvadratické regulační plochy

Je rovna druhé mocnině rozdílu plochy pod požadovanou polohou závěsu a plochy pod grafem aktuální polohy. Může být použita i pro regulace s překmitem. I zde požadujeme co nejmenší kvadratickou regulační plochu.

Kritérium ITAE

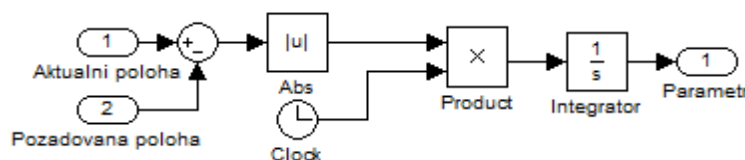
Hodnota kritéria je rovna absolutní hodnotě rozdílu plochy pod požadovanou polohou závěsu a plochy pod grafem aktuální polohy, násobená časem. Předchozí kritéria nezohledňovala dobu regulace, ale pouze odchylku aktuální polohy od polohy požadované. Kritérium ITAE dává penalizaci také době regulace. Jedná se o nejkompaktnější kritérium, a proto budeme používat při dalším hodnocení regulací právě toto. K výpočtu je třeba počítačové simulace.

Pozn. I zde platí, že čím menší hodnotu kritérium udá, tím kvalitnější je daná regulace.

Výpočet kritériální funkce:

$$I_{reg} = \int t \cdot |y(t) - y(\infty)| dt \quad (2.1)$$

V programu Matlab-Simulink je třeba vytvořit pomocí bloků model kritéria ITAE:



Obr. 2.1 Výpočet kritéria ITAE v programu Matlab-Simulink

Při různých regulacích je nutno volit stejně dlouhé časové úseky, po které se bude kritérium ITAE počítat, jinak bychom nedostali porovnatelné údaje o kvalitě. Pro všechny regulace budeme uvažovat hodnotu kritéria ITAE za prvních 400 sec regulace. Za tento časový úsek bude ustálení dosaženo ve všech variantách řízení.

3 NÁVRHY MODELŮ SILNĚ KMITAVÝCH SOUSTAV

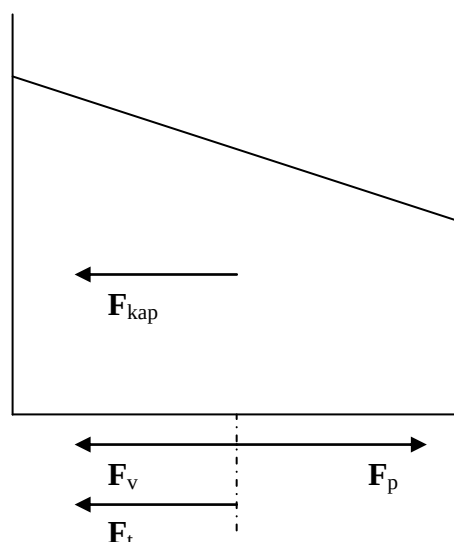
Silně kmitavým chováním se vyznačují např. soustavy jeřábová kočka-závěs či pojezd-nádoba s kapalinou. Existuje zde eventualita ve formě kombinace obou těchto soustav, tedy soustava kočka-závěs, kde břemenem je nádoba s kapalinou.

3.1 Pohyb nádoby s kapalinou

Jak už bylo řečeno, jedná se o případ silně kmitavé soustavy. Úhel sklonu hladiny je závislý na zrychlení nádoby a toto zrychlení je naopak ovlivňováno vychýlením hladiny. Popis chování hladiny je klíčovým problémem při sestavování modelu dotyčné soustavy.

3.1.1 Vzájemná závislost úhlu náklonu hladiny a síly působící na pojezd nádoby

Ze znalosti problematiky víme, že úhel náklonu hladiny je tím větší, čím větší je zrychlení celé soustavy. Toto zrychlení je přímo úměrné výslednici sil, které na soustavu působí.



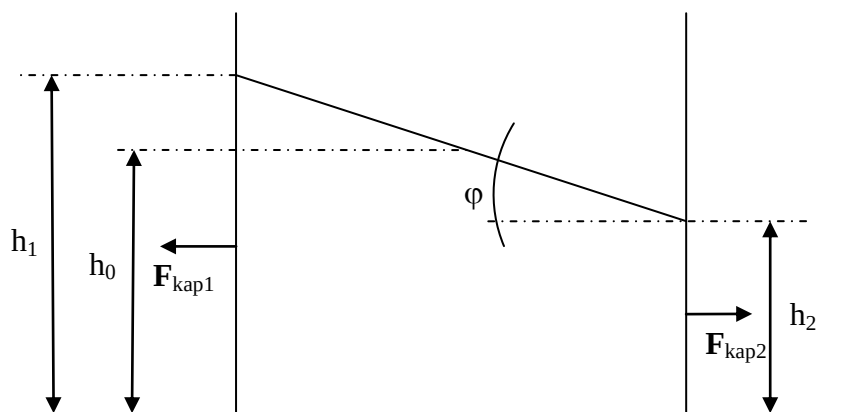
Obr. 3.1 Silová rovnováha v případě nádoby s kapalinou

F_p – vektor síly od motoru, F_v – vektor síly od vozíku, F_t – vektor třecí síly, F_{kap} – vektor síly od kapaliny

Můžeme tedy sestavit následující rovnici silové rovnováhy (3.1).

$$F_p = F_v + F_t + F_{kap} \quad (3.1)$$

kde Síla vozíku $F_v = m_v \cdot \ddot{x}$
 Třecí sílu F_t můžeme považovat za konstantu či násobek rychlosti.
 Sílu od motoru F_p odvodíme z parametrů motoru, udávaných výrobcem.
 Sílu kapaliny F_{kap} je nutno odvodit.



Obr. 3.2 Schéma působení kapaliny na stěny nádoby

h_0 – základní výška hladiny, h_1 – horní výška hladiny, h_2 – spodní výška hladiny, F_{kap1} – vektor síly kapaliny na zadní stěnu, F_{kap2} – vektor síly kapaliny na přední stěnu

Ze silové rovnováhy platí:

$$F_{kap} = F_{kap1} + F_{kap2} \quad (3.2)$$

Obecně platí:

$$F = p \cdot S \quad (3.3)$$

kde p je tlak na plochu S .

Konkrétně pro náš případ:

$$F = (a + p_0) \cdot h + \frac{h^2}{2} \cdot \rho \cdot g \quad (3.4)$$

kde a je rozměr základny kolmý na směr pohybu

p_0 je tlak vzduchu

h je výška hladiny

ρ je hustota kapaliny

g je tíhové zrychlení Země

Pro horní výšku hladiny h_1 a spodní výšku hladiny h_2 platí

$$h_1 = h_0 + \frac{b \cdot \ddot{x}}{2 \cdot g} \quad (3.5)$$

$$h_2 = h_0 - \frac{b \cdot \ddot{x}}{2 \cdot g} \quad (3.6)$$

kde b je rozměr základny ve směru pohybu

$\ddot{x}$ je zrychlení nádoby

Výsledná síla kapaliny je po úpravách

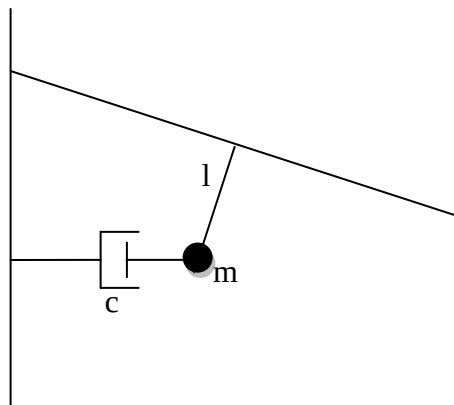
$$F_{kap} = \left(\ddot{x} \cdot b \cdot \frac{a + p_0}{g} + \rho \cdot h_0 \right) \quad (3.7)$$

a tangens úhlu náklonu hladiny je

$$\tan \varphi = \frac{\ddot{x}}{g} \quad (3.8)$$

3.1.2 Chování hladiny [5]

Předchozí rovnice však nepopisují chování hladiny. Pouze pro konkrétní konstantní zrychlení určují, jaký bude náklon hladiny po jejím ustálení. Abychom zjistili, jak se bude hladina chovat po změnu zrychlení, je třeba její model upravit (obr. 3.3).



Obr. 3.3 Náhradní model soustavy Nádoba s kapalinou [5]

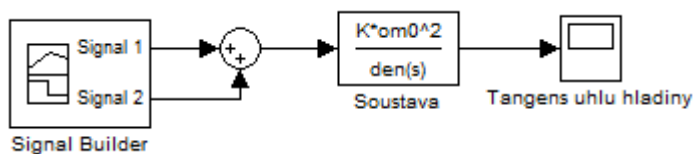
m – hmotnost kapaliny, l – vzdálenost těžiště od hladiny, c – tlumení proti kmitání hladiny

Zavedením tohoto modelu nahrazujeme soustavu soustavou kyvadla o hmotnosti m a délce l , jehož kývání je tlumeno tlumením c . Hmotnost kyvadla m odpovídá hmotnosti vody v nádobě. Délka l symbolizuje vzdálenost těžiště od osy rotace hladiny. Volíme ji konstantní o velikosti poloviny výšky hladiny při nulovém zrychlení. Tlumení c je třeba stanovit dalšími výpočty nebo experimentálně.

Po odvození a úpravách dostáváme přenos soustavy:

$$G_{FLC}(s) = \frac{\frac{b}{2 \cdot l}}{s^2 + \frac{c}{m} \cdot s + \frac{g}{l}} \quad [5](3.9)$$

V prostředí Matlab-Simulink ověřujeme simulacemi správnost modelu:



Obr. 3.4 Blokové schéma pro subsystém nádoby s kapalinou v programu Matlab-Simulink

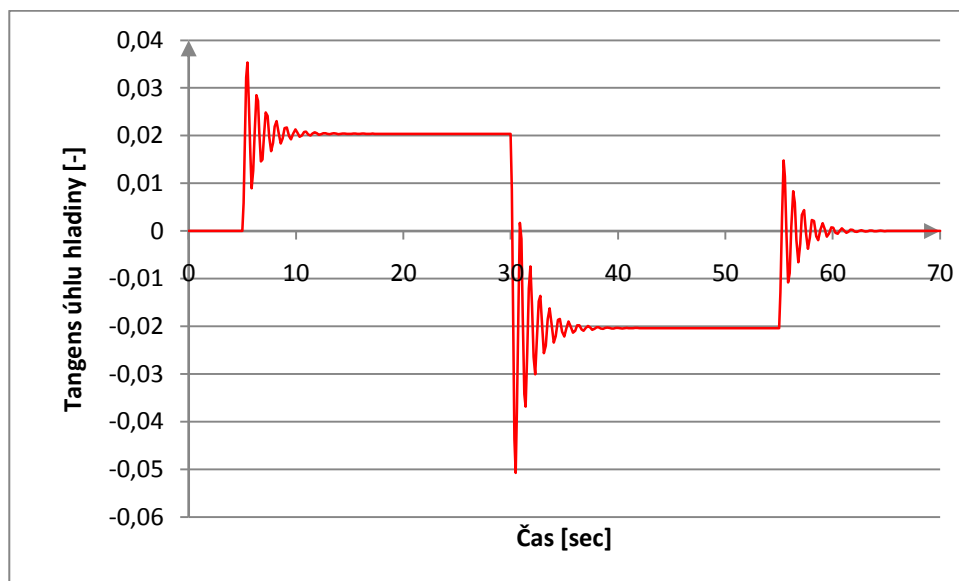
Abychom ověřili funkčnost modelu, stanovujeme dvě budící zrychlení:

- Kladné jednotkové zrychlení soustavy v intervalu 5-20 sec.
- Záporné jednotkové zrychlení soustavy v intervalu 35-50 sec.

Pozn.: V celé práci budeme značit jednotku „sekunda“ náhradním označením „sec“, aby nemohlo dojít k její záměně s komplexní proměnnou „s“.

Chování hladiny je znázorněno na obr. 3.5. Na intervalech 0-5 sec, 5-20 sec, 20-35 sec, 35-50 sec a 50-70 sec zrychluje soustava vždy konstantním zrychlením. Vidíme, že hladina kapaliny se rozkmitá a teprve po nějakém čase se ustálí na konstantní výchylce, dané vzorcem 3.8.

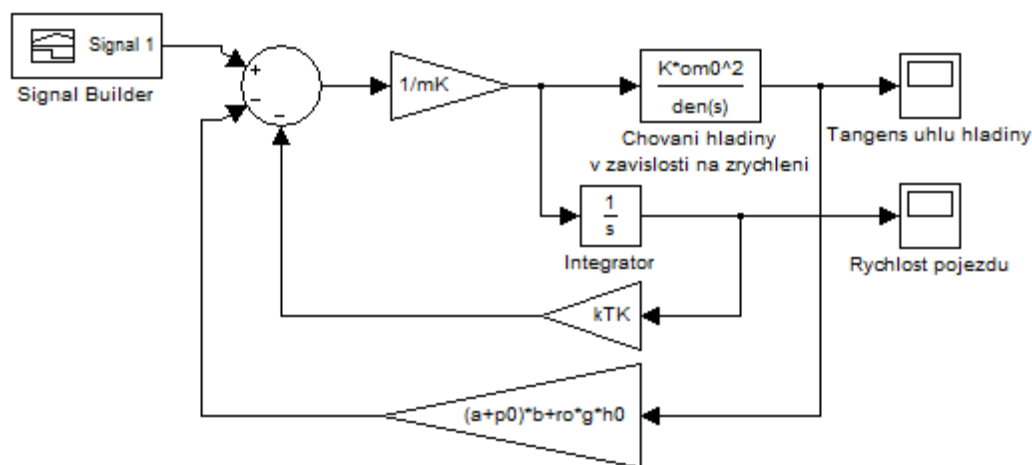
Pozn.: Konstanta c byla volena odhadem s ohledem na věrohodnost modelu.



Obr. 3.5 Závislost tangenty úhlu hladiny na čase, pro dvě budící jednotková zrychlení v časech (2-30 sec) a (30-55 sec)

3.1.3 Interakce kapaliny a pojezdu

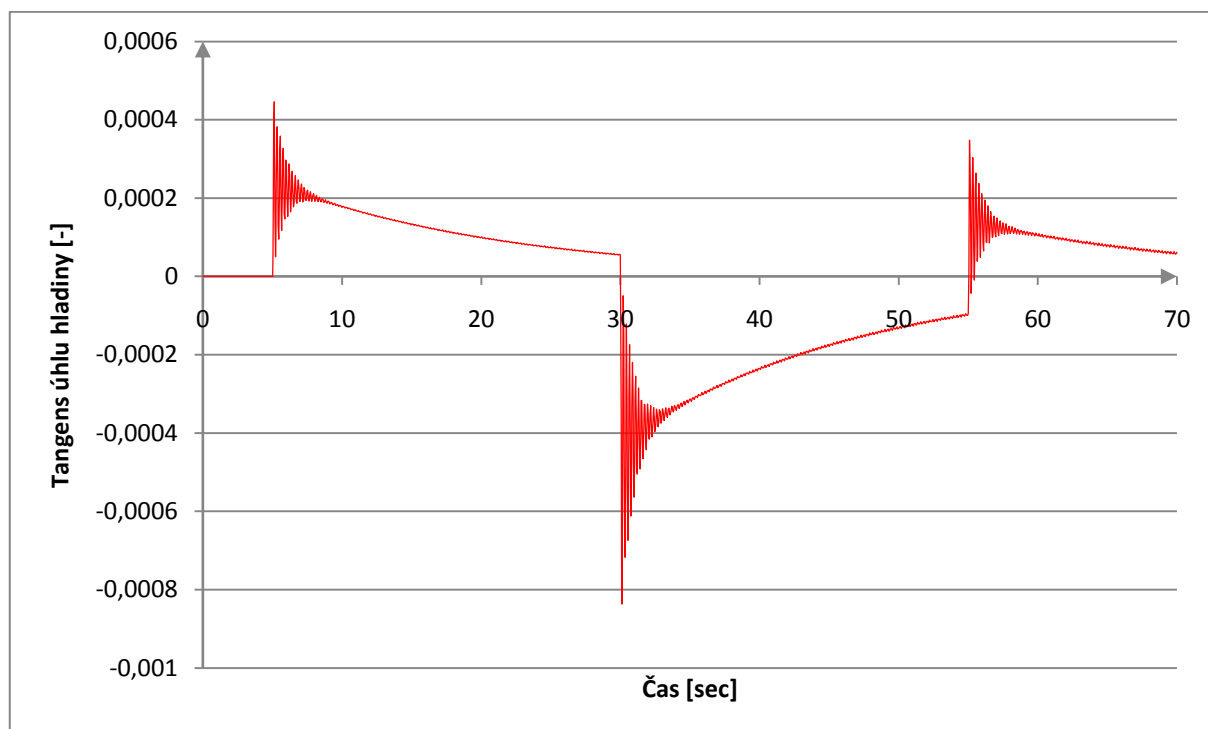
Ze známého úhlu hladiny určíme výslednou sílu, kterou kapalina působí proti směru zrychlení. Nyní můžeme sestavit celkový model regulované soustavy podle rovnice (3.1).



Obr. 3.6 Celkový model regulované soustavy v programu Matlab-Simulink

Soustavu můžeme ovládat tak, že pro změnu požadované polohy se nádoba bude pohybovat až do poloviny vzdálenosti s maximálním zrychlením a odtud se bude pohybovat se stejným, ale záporným zrychlením až do požadované vzdálenosti, v níž by se měla zastavit. Hladinu potom necháme ustálit.

Příklad takového ovládání vidíme na obrázku 3.7, kdy se soustava pohybuje s kladným jednotkovým zrychlením v čase 5-30sec a se záporným jednotkovým zrychlením v čase 30-55sec.

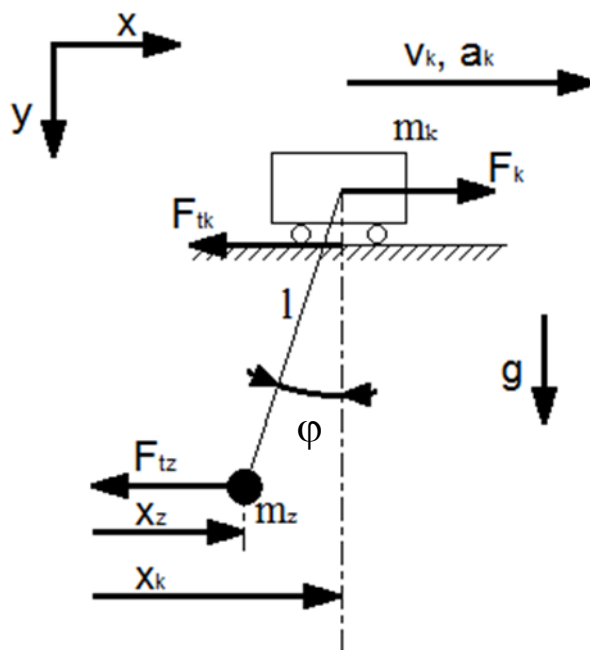


Obr. 3.7 Závislost úhlu hladiny na čase při návrhu ovládání soustavy pojezd-nádoba s kapalinou

Ovládat soustavu začínáme v čase 5 sec. Na místo určení nádoba dorazí v čase 55 sec, tedy za 50sec, avšak hladina v té chvíli není ustálena. Ovládání také nesplňuje požadavky na malý náklon hladiny a podobně. Pokud bychom navrhovali *řízení* této soustavy, postupovali bychom obdobně jako v případě řízení jeřábové kočky, kterému se věnuje ústřední část práce. Požadovanou hodnotou by byla nová poloha těžiště hladiny, regulovanou veličinou síla, působící na pojezd.

3.2 Pohyb jeřábové kočky

Jedná se o silně kmitavou soustavu. "Jeřábová kočka" je pojezd o hmotnosti m_k , na němž je upevněn konec lana o známé délce l . Na druhém konci lana je upevněno závaží o hmotnosti m_z . Na pojezd působí síla motoru F , kterou budeme regulovat, přičemž požadovanou hodnotou bude nová poloha závěsu.



Obr. 3.8 Schéma modelu jeřábové kočky [4]

m_k – hmotnost kočky, F_k – síla od motoru, a_k – zrychlení kočky, v_k – rychlost kočky, x_k – poloha kočky, F_{tk} – třecí síla působící na kočku, m_z – hmotnost závaží, x_z – poloha závaží, F_{tz} – odporová tlumivá síla prostředí, l – délka lana, φ – úhel vychýlení závěsu, g – gravitační zrychlení.

Pozn.: Síla v laně G je interakcí subsystému kočky a subsystému závěsu

3.2.1 Subsystém jeřábové kočky

Fyzikální popis

Rovnováha sil:

$$F_k - m_k \cdot \ddot{x}_k - F_{tk} + G \cdot \sin \varphi = 0 \quad (3.10)$$

kde F_k je síla od motoru
 F_{tk} je třecí síla na kočku
 $G \cdot \sin \varphi$ je síla od zátěže.

Protože jedním z předpokladů regulace je co nejmenší kmitání, úhel φ bude vždy velmi malý. Pro malé úhly platí:

$$\varphi \cong \sin \varphi = \frac{x_z - x_k}{l} \quad (3.11)$$

Pozn.: Jednotky úhlu musí být radiány.

Třecí síla je počítána z koeficientů tření. Má předpis:

$$F_{tk} = k_{tk1} \cdot v_x + k_{tk2} \cdot \text{sign } v_x \quad (3.12)$$

Konstanty k_{tk1} a k_{tk2} je nutno zjistit výpočtem či experimentálně. S ohledem na velmi malou hodnotu třecí síly v porovnání s ostatními silami můžeme její předpis zjednodušit:

$$F_{tk} = k_{tk1} \cdot v_k \quad (3.13)$$

Tímto zjednodušením se chování soustavy téměř nezmění. Konstantu k_{tk} stanovíme nejlépe experimentálně.

Po dosazení do rovnice rovnováhy sil a po zjednodušení dostáváme:

$$\ddot{x}_k = \frac{F_k}{m_k} - \frac{k_{tk}}{m_k} \cdot \dot{x}_k + \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} \cdot x_z - \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} \cdot x_k \quad (3.14)$$

Pozn.: Jedná se o diferenciální rovnici druhého řádu. Ve stavovém popisu tedy budeme potřebovat dvě stavové veličiny.

Stavový popis

Volba stavových veličin: x_k - poloha kočky
 $v_k = \dot{x}_k$ - rychlost kočky

1.stavová rovnice:

$$\dot{x}_k(t) = v_k(t) \quad (3.15)$$

2.stavová rovnice:

$$\dot{x}_k(t) = \ddot{x}_k(t) = -\frac{g}{l} \cdot x_k(t) - \frac{k_{tk}}{m_k} \cdot v_k(t) + \frac{F_k(t)}{m_k} + \frac{g}{l} \cdot x_z(t) \quad (3.16)$$

Rovnice dynamiky subsystému kočky v maticovém tvaru:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_k(t) \\ \dot{v}_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & -\frac{k_t}{m_k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_k(t) \\ x_z(t) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Rovnice výstupu subsystému kočky v maticovém tvaru:

$$\begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Vstupní veličinou je zde poloha závěsu x_z . Zastupuje interakci od subsystému závěsu.

3.2.2 Subsystém závěsu

Fyzikální popis: (obdoba matematického kyvadla)

Rovnice rovnováhy sil:

$$-G \cdot \sin \varphi + m_z \cdot \ddot{x}_z - F_{tz} = 0 \quad (3.19)$$

kde $G \cdot \sin \varphi$ je složka síly od kočky
 F_{tz} je odporová tlumící síla, zahrnující v sobě tření při ohybu lana a odpor vzduchu. Odporová tlumící síla je velmi malá oproti ostatním silám. Proto její fyzikální předpis zjednodušíme na:

$$F_{tz} = k_{tz} \cdot v_z \quad (3.20)$$

Konstantu k_{tz} určíme experimentálně. Pro vhodně určenou konstantu k_{tz} se chování systému téměř nezmění.

I v tomto subsystému zavedeme zjednodušení pro $\sin(\varphi)$:

$$\varphi \cong \sin \varphi = \frac{x_z - x_k}{l} \quad (3.21)$$

Po dosazení a úpravách dostáváme fyzikální popis

$$\ddot{x}_z = -\frac{g}{l} \cdot x_z - \frac{k_{tz}}{m_z} \cdot \dot{x}_z + \frac{g}{l} \cdot x_k \quad (3.22)$$

Pozn.: Opět jde o diferenciální rovnici druhého řádu. Ve stavovém popisu tedy budeme potřebovat dvě stavové veličiny.

Stavový popis:

Volba stavových veličin: x_z - poloha závěsu (absolutní, nikoliv relativní vůči x_k)
 $v_z = \dot{x}_z$ - rychlost závěsu

1.stavová rovnice:

$$\dot{x}_z(t) = v_z(t) \quad (3.23)$$

2.stavová rovnice:

$$\dot{v}_z(t) = \ddot{x}_z(t) = -\frac{g}{l} \cdot x_z(t) - \frac{k_{tz}}{m_z} \cdot v_z(t) + \frac{g}{l} \cdot x_k(t) \quad (3.24)$$

Rovnice dynamiky subsystému závěsu v maticovém tvaru:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_z(t) \\ \dot{v}_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & -\frac{k_{tz}}{m_z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_z(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{g}{l} \end{bmatrix} \cdot x_k(t) \quad (3.25)$$

Rovnice výstupu subsystému závěsu v maticovém tvaru: (výstupní veličiny volíme x_z , v_z , φ)

$$\begin{bmatrix} x_z(t) \\ v_z(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_z(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{l} \end{bmatrix} \cdot x_k(t) \quad (3.26)$$

Vstupní veličinou je zde poloha kočky x_k . Zastupuje interakci od subsystému kočky.

3.2.3 Stavový popis celé soustavy

Volba stavových veličin: $x_k(t)$ - poloha kočky
 $v_k(t)$ - rychlost kočky
 $x_z(t)$ - poloha závěsu
 $v_z(t)$ - rychlost závěsu

Jako vstupní (regulovanou) veličinu volíme $F_k(t)$. Eventualitou by byl proud dodávaný elektromotoru I_M . Regulace takovéto vstupní veličiny by byla obdobná, protože platí $F_k = k_M I_M$.

Volba výstupních veličin: $x_k(t)$ - poloha kočky
 $v_k(t)$ - rychlost kočky
 $x_z(t)$ - poloha závěsu
 $v_z(t)$ - rychlost závěsu
 $\phi(t)$ - úhel vychýlení závěsu

Výchozí diferenciální rovnice:

$$\dot{x}_k(t) = v_k(t)$$

$$\dot{x}_k(t) = \ddot{x}_k(t) = -\frac{g}{l} \cdot x_k(t) - \frac{k_{tk}}{m_k} \cdot v_k(t) + \frac{F_k(t)}{m_k} + \frac{g}{l} \cdot x_z(t)$$

$$\dot{x}_z(t) = v_x(t)$$

$$\dot{v}_z(t) = \ddot{x}_z(t) = -\frac{g}{l} \cdot x_z(t) - \frac{k_{tz}}{m_z} \cdot v_z(t) + \frac{g}{l} \cdot x_k(t)$$

Rovnice dynamiky systému v maticovém tvaru:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_k(t) \\ \dot{v}_k(t) \\ \dot{x}_z(t) \\ \dot{v}_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} & -\frac{k_{tk}}{m_k} & \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{g}{l} & 0 & -\frac{g}{l} & -\frac{k_{tz}}{m_z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \\ x_z(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot F_k(t) \quad (3.27)$$

Rovnice výstupu systému v maticovém tvaru:

$$\begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \\ x_z(t) \\ v_z(t) \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \\ x_z(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

3.2.4 Měření stavových veličin

Cílem budoucích regulací je dosáhnout požadované hodnoty polohy závěsu. Abychom však mohli zhodnotit, o kolik se liší aktuální hodnota této polohy od polohy požadované, je třeba aktuální polohu měřit. Při aplikaci stavové regulace je dokonce nutno znát hodnoty všech stavových veličin.

Měření polohy kočky

Kočka je součástí jeřábu a její polohu můžeme velmi přesně určit měřením počtu otáček či měřením celkového úhlu otočení kola kočky při jeho známém poloměru.

Měření rychlosti kočky.

Rovněž rychlost kočky lze určit velmi přesně pomocí standardních měřičů rychlosti, hodnotících změnu polohy v určitém časovém okamžiku.

Měření polohy závěsu

Poloha závěsu je veličina nepřímě měřitelná. Je více způsobů, jak její hodnotu určit. Ke snímání polohy lze použít např. kameru či podobné optické zařízení. Případně ji lze odvodit ze známé polohy kočky a délky lana měřením úhlu vychýlení lana. K tomu lze využít snímače náklonu ve formě integrovaných obvodů, měřících odchylku vektoru náklonu vůči gravitačnímu zrychlení Země.

Měření rychlosti závěsu

Rychlost závěsu je nejobtížněji měřitelnou veličinou. Pohyb závěsu je složen z unášivého pohybu (přímočarý pohyb kočky) a relativního pohybu (rotace lana kolem kočky). Rychlost pohybu kočky je známa. Měření relativní rychlosti otáčení lana kolem kočky funguje na principu měření změny náklonu lana v určitém časovém okamžiku.

3.2.5 Volba vstupních parametrů soustavy

Je zřejmé, že soustava se může a pravděpodobně i bude chovat pro různé vstupní veličiny různě, je třeba provést jejich vhodnou volbu.

Hmotnost kočky by měla být dána od výrobce. Pro naše účely si volíme $m_K = 100$ kg.

Hmotnost závěsu je dána součtem hmotnosti háku či jiného upevnění a hmotnosti vlastního závaží. Volíme $m_Z = 20$ kg.

Koeficient tření kočky k_{TK} a *odporový součinitel* k_{TZ} je třeba určit buď experimentálně, výpočty, nebo zvolit s ohledem na věrohodnost modelu. Volíme $k_{TK} = 5$, $k_{TZ} = 0,01$.

Délku lana l je možné měřit podle úhlu otočení navijáku či jinými např. optickými senzory. Volíme $l = 5$ m.

Tíhové zrychlení Země je pro naše zeměpisné souřadnice asi $g = 9,81$ m/s²

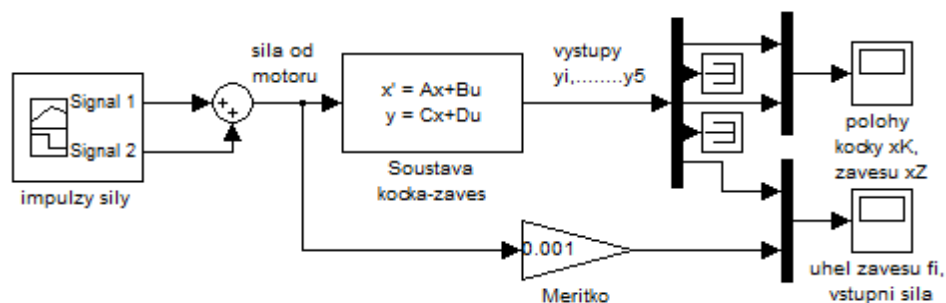
Skok požadované polohy neovlivňuje způsob regulace. Je třeba jej však také stanovit, protože se od něj odvíjí doba regulace a kritéria hodnocení regulace by nevracela porovnatelné hodnoty. Volíme $w = 10$ metrů.

Hmotnost odvinutého lana zanedbáme. Lze ji též rozpočítat do hmotností kočky a závěsu. Také by bylo třeba připočítat k hmotnosti vlastní kočky hmotnost neodvinutého lana.

3.2.6 Analýza soustavy pomocí matic soustavy

Soustavu namodelovanou ve tvaru pomocí matic soustavy budeme potřebovat speciálně pro simulaci stavového řízení. Je výhodné ji použít i pro simulování většiny dalších regulací.

Pro modelování použijeme matici dynamiky a matici výstupu. Soustava se bude chovat podle matice dynamiky. Stavové veličiny v nich obsažené poté vstupují do matice výstupu. Všechny stavové veličiny jsou zároveň výstupními veličinami. Jedinou neznámou výstupní veličinou je úhel vychýlení, který je třeba dopočítat ze známých poloh kočky a závěsu.

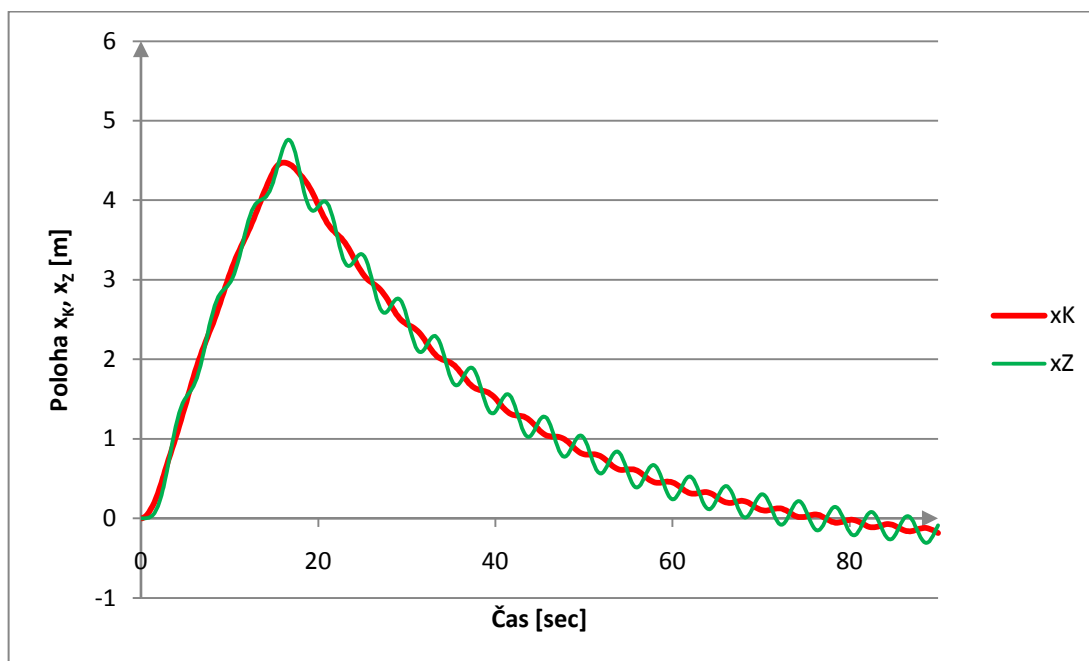


Obr. 3.9 Blokové schéma modelu jeřábové kočky v programu Matlab-Simulink sestavené pomocí matic soustavy

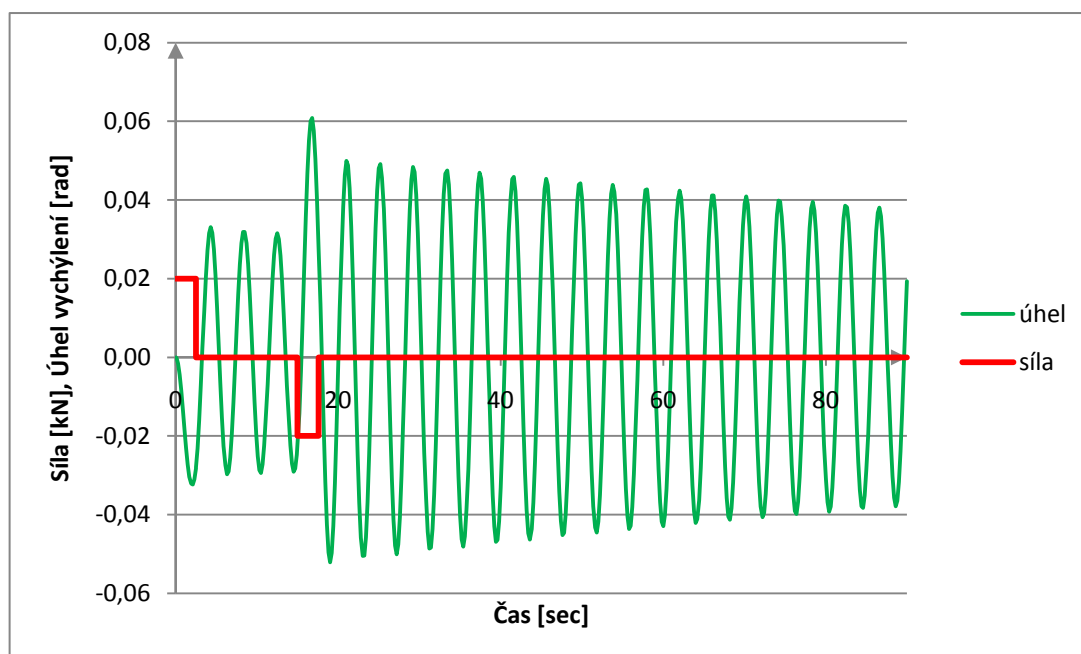
Polohu kočky a závěsu vynášíme pro srovnání do jednoho grafu, podobně jako úhel a vstupní sílu.

Pozn.: Blok "měřítka" je v modelu umístěn proto, aby číselné hodnoty úhlu nebyly mnohonásobně menší než hodnoty vstupní síly a bylo srovnání názornější. Síla je tedy do grafu vynášena v MN.

Pro ověření chování soustavy použijeme dva budící impulzy síly. První o velikosti 20 N působí v rozsahu 0-2,5 sec v určitém směru, druhý o stejné velikosti působí v opačném směru v čase 15-17,5 sec, tedy po stejně dlouhý časový úsek. Odezvy na definované působení jsou znázorněny na obr. 3.10 a 3.11.



Obr. 3.10 Graf závislosti polohy kočky a polohy závěsu na čase při dvou budících silách o velikostech +20 N (0-2,5 sec) a -20 N (15-17,5 sec) pro soustavu kočka-závěs
 x_K – poloha kočky, x_Z – poloha závěsu



Obr. 3.11 Graf závislosti úhlu vychýlení na budící síle pro soustavu kočka-závěs

$$G_s(s) = \frac{b_0}{a_4 \cdot s^4 + a_3 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s} \quad (3.30)$$

Kde

$$\begin{aligned} b_0 &= m_z \cdot g \\ a_1 &= g \cdot m_z \cdot (k_{tz} + k_{tk}) \\ a_2 &= m_k \cdot g \cdot m_z + l \cdot k_{tk} \cdot k_{tz} + g \cdot m_z \\ a_3 &= l \cdot (m_k \cdot k_{tz} + m_z \cdot k_{tk}) \\ a_4 &= l \cdot m_l \cdot m_z \end{aligned}$$

Pozn.: $a_0 = 0$

Jedná se tedy o integrační soustavu prvního řádu.

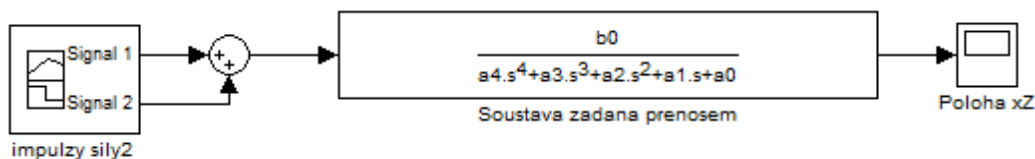
Pro zvolené vstupní parametry soustavy dostáváme hodnoty jednotlivých složek:

$$\begin{aligned} b_0 &= 196,2 \\ a_1 &= 982,962 \\ a_2 &= 23544,25 \\ a_3 &= 505 \\ a_4 &= 10000 \end{aligned}$$

Pozn.: Jednotky zde nejsou podstatné.

Všechny koeficienty jsou kladné, což je nutná podmínka stability.

Také s pomocí tohoto přenosu můžeme vytvořit model soustavy:



Obr. 3.13 Model soustavy v programu Matlab-Simulink sestrojený pomocí přenosu

Konstanty a_0 - a_4 a b_0 jsou zadány v externím souboru.

Ze soustavy můžeme snímat jedinou výstupní veličinu, a to polohu závěsu. Pokud bychom chtěli snímat např. Polohu kočky, museli bychom pro ni přenos přepočítat.

Pro výstupní veličinu polohu závěsu se soustava chová stejně jako v předchozích případech. Tím jsme si ověřili správnost výpočtů.

3.3 Přemísťování zavěšené nádoby s kapalinou

Sloučení obou variant kmitavých soustav by mohlo vést na první pohled k velmi složitým návrhům modelu. Pokud si však uvědomíme, že na element kapaliny působí stejné dostředivé zrychlení, jako na vlastní nádobu, zjistíme, že při dotyčném pohybu bude relativní úhel hladiny, tedy úhel vůči nádobě vždy konstantní (úhel hladiny a stěny nádoby bude vždy 90°).

Důkazem toho je fakt, že pro modelování chování hladiny využíváme matematické kyvadlo. A dvě kyvadla, zavěšená na sobě se v tomto případě chovají jako jediné kyvadlo.

Z toho plyne, že kapalina se z nádoby nemůže rozlít, a proto tento typ složené soustavy převádíme na soustavu, kdy se přemísťuje běžné zavěšené těleso.

Nádoba by svůj relativní úhel měnila v případě, kdyby bylo v soustavě místo lana použito tyče a kromě síly od elektromotoru, působící na pojezd by existoval ještě moment, který by tyč nezávisle na translačním pohybu otáčel kolem kočky.

K další změně dotyčného úhlu by došlo tehdy, kdyby lano přestalo být napnuté (na závěs by přestala působit dostředivá síla).

Překvapující fakt, vyplývající z předchozích skutečností: Pokud neseme kbelík s vodou, nesmíme působit momentem v zápěstí, v lokti, ani v rameni. Pokud to splníme, vodu nemůžeme rozlít (v případě, že kbelík do ničeho nenarazí).

Pozn.: tyto závěry nemusí stoprocentně platit při přemísťování v prostředí s vyšším odporem proti pohybu např. v kapalinách.

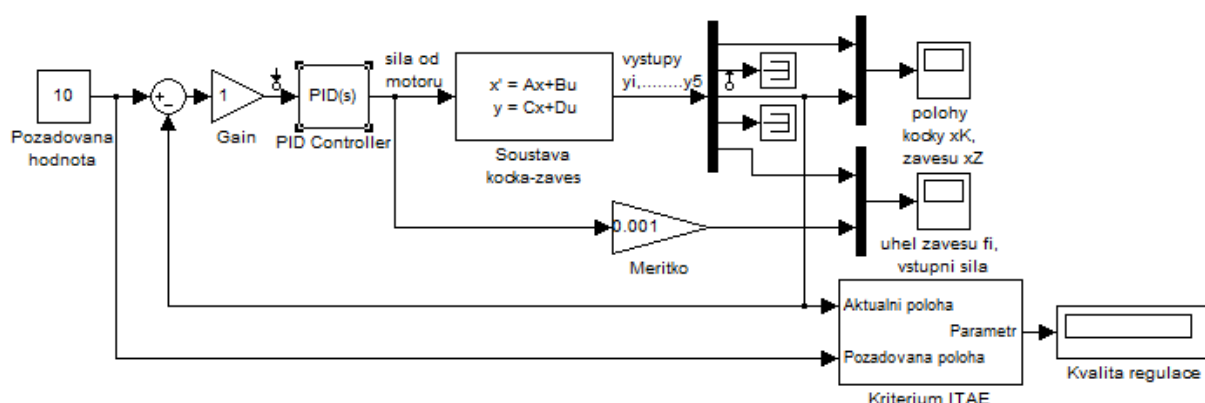
4 VARIANTY REGULACE SOUSTAVY KOČKA-ZÁVĚS

V předchozích kapitolách jsme probrali jednotlivé možnosti, jak regulovat soustavu kočka-závěs, požadavky na regulaci a kritéria jejího hodnocení. K realizaci dotyčných variant řízení použijeme modely vytvořené v kapitole 3.2.

4.1 Jednoduchá regulace

Jednoduchou regulací rozumíme prostou regulaci za využití proporcionálního, derivačního nebo integračního členu, či jejich kombinací. Při teoretickém určení optimálních parametrů regulátoru využijeme přenos soustavy.

V programu Matlab-Simulink můžeme využít přímo blok PID Controller. Sestavíme tedy celý regulační obvod (obr. 4.1).



Obr. 4.1 Regulační obvod s PID regulátorem využívající bloku PID Controller

V dalších kapitolách se budeme zabývat hledáním optimálních parametrů regulátoru. Je třeba brát v úvahu rozdílnost, mezi evropským a americkým značením parametrů regulátoru.

$$G_r(s) = r_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right) \quad (4.1)$$

Americký zápis:

$$G_r(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 \cdot s \quad (4.2)$$

Blok PID Controller ve starších verzích prostředí Matlab-Simulink podporuje pouze americký zápis přenosu regulátoru, tedy zadáváme parametry r_0 , r_{-1} , r_1 . Je proto nutné zavést následující vztahy:

$$r_{-1} = \frac{r_0}{T_i} \quad (4.3)$$

$$r_1 = r_0 \cdot T_d \quad (4.4)$$

4.1.1 Metoda Ziegler-Nichols[1]

Metoda Ziegler-Nichols je dnes nejpoužívanější metodou určování optimálních parametrů regulátoru. Lze ji provést jak početně, tak simulacemi.

Syntéza výpočtem

Prvním krokem metody je vyřazení I a D složky. Regulátor tedy bude obsahovat pouze

proporcionální složku.

Dále určíme charakteristickou rovnici obvodu:

$$a_4 \cdot s^4 + a_3 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + b_0 \cdot r_0 = 0 \quad (4.5)$$

Již dříve jsme dokázali, že všechny koeficienty této rovnice jsou kladné, což je nutná podmínka stability. Neznáme pouze parametr r_0 (kladný), což je právě proporcionální složka regulátoru.

Podstatou metody Ziegler-Nichols je přivést obvod na hranici stability. Při určování optimálních parametrů výpočtem k tomu využijeme Hurwitzův determinant. Máme soustavu 4. řádu, takže platí, že aby byla soustava stabilní, Hurwitzovy determinanty řádů 3, 2 a eventuálně 1 musí být větší než 0. Pokud se některý z determinantů rovná 0, je obvod na hranici stability.

Pro Hurwitzův determinant řádu 3:

$$H_3 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ a_4 & a_2 & b_0 \cdot r_{0krit} \\ 0 & a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 - a_1^2 \cdot a_4 - a_3^2 \cdot b_0 \cdot r_{0krit} = 0 \quad (4.6)$$

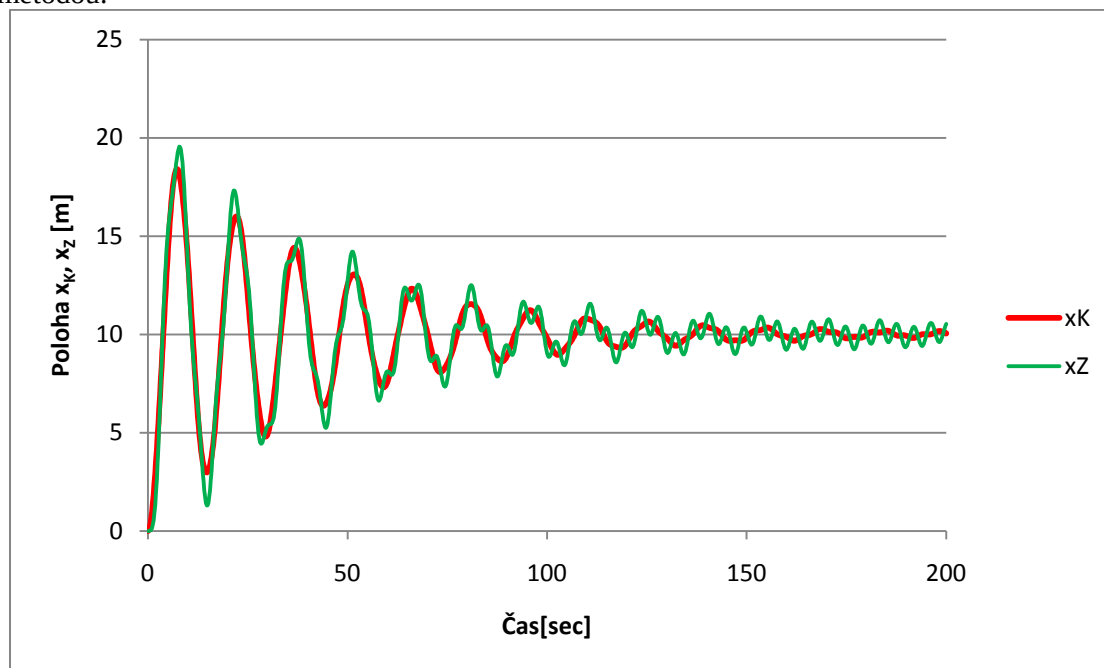
Odtud stanovíme r_{0krit} , což je hodnota proporcionální složky na hranici stability:

$$r_{0krit} = \frac{a_1 \cdot (a_2 \cdot a_3 - a_1 \cdot a_4)}{a_3^2 \cdot b_0} = 40,47341834 \cong 40,5 \quad (4.7)$$

Nyní již můžeme spočítat optimální nastavení pro regulátor P. Podle metody platí

$$r_{0opt} = 0,5 \cdot r_{0krit} = 20,25 \quad (4.8)$$

Simulacemi ověříme chování pro optimální parametr určený Ziegler-Nicholsovou metodou:



Obr. 4.2 Chování soustavy s P regulátorem, jehož zesílení bylo určeno metodou Ziegler-Nichols
 x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Je evidentní, že regulátor není nastaven správně. Překmit je téměř stoprocentní.

Ověříme správnost výpočtu návrhem optimálních parametrů regulátoru metodou Ziegler-Nichols pomocí simulace.

Syntéza simulacemi

Opět vyřadíme I i D složku regulátoru a budeme hledat r_{0krit} , pro které bude obvod na hranici stability.

Zjišťujeme, že pro dříve spočtenou hodnotu $r_{0krit} = 40,5$ je obvod skutečně na hranici stability. Teoretický výpočet byl tedy správný.

Nezbývá než konstatovat, že metodu Ziegler-Nichols nelze pro určení optimálních parametrů regulátoru použít.

4.1.2 Určování optimálních parametrů regulátoru úpravou frekvenční charakteristiky soustavy [6,7,9]

Pokud prozkoumáme frekvenční charakteristiku soustavy, zjistíme, proč metoda Ziegler-Nichols selhala.

Princip metody

Frekvenční charakteristiku můžeme vygenerovat pomocí programu Matlab-Simulink, konkrétně službou Linear-analysis, pomocí níž můžeme rovněž určit póly a nuly soustavy.

Soustava neobsahuje *žádné nuly* (čitatel přenosu neobsahuje „s“).

Póly soustavy:

$p_1 = 0$ (ze jmenovatele můžeme vytknout „s“)

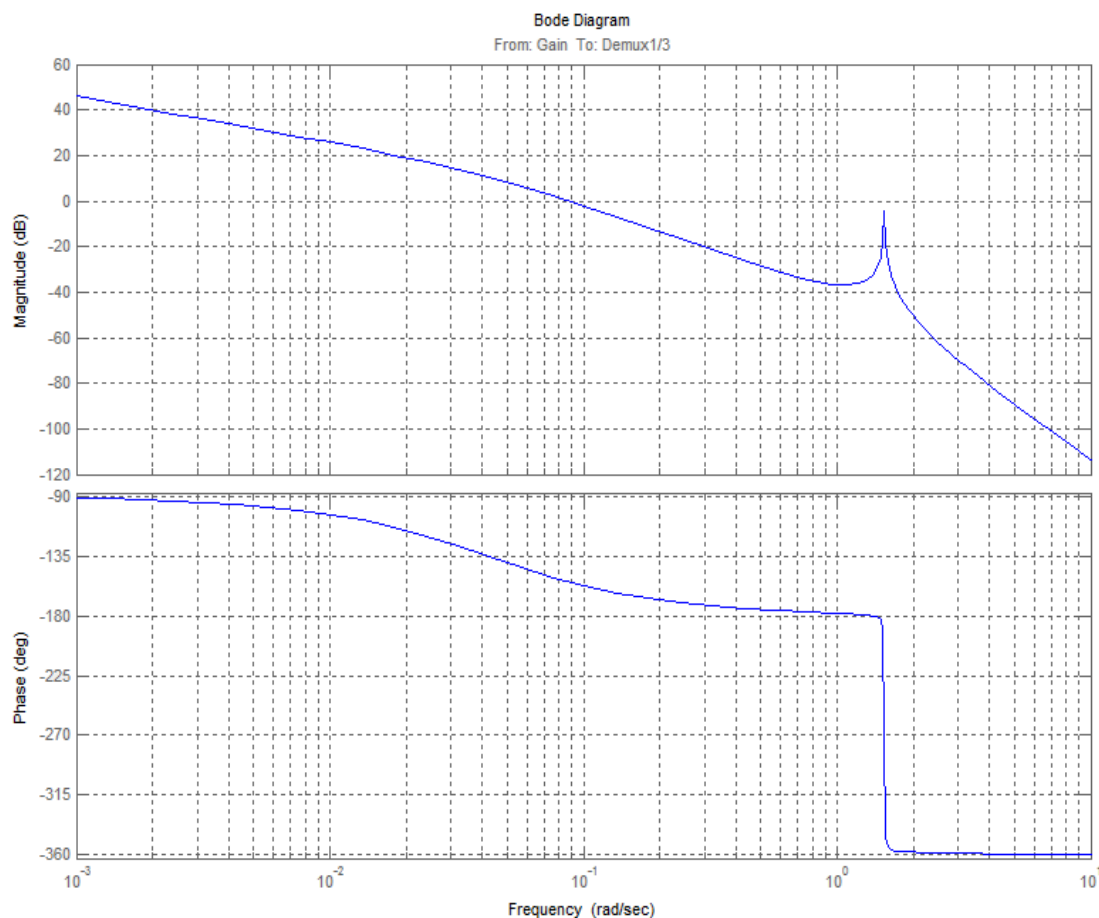
$p_2 = -0,0418$

$p_3 = -0,00437 + 1,53i$

$p_4 = -0,00437 - 1,53i$

Póly p_3 a p_4 jsou komplexně sdružené.

Frekvenční charakteristika soustavy je znázorněna na obr. 4.3.



Obr. 4.3 Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika soustavy

Pozn.: Program Matlab označuje frekvenci a úhlovou rychlost stejným pojmem „frequency“. Je to z toho důvodu, že obě veličiny mají stejný průběh a liší se pouze hodnotami. Frekvence je přímo úměrná úhlové rychlosti (konstantou úměrnosti je zde hodnota 2π) a není tedy důvod mít pro obě škály hodnot různá označení. Podobně je tomu u rychlosti, která se udává jak v m/s, tak v km/h (konstantou úměrnosti je zde hodnota cca 3,67) a rovněž neexistují pro obě škály hodnot různá označení.

Frekvenční charakteristika nemá charakter běžné frekvenční charakteristiky. Kmitavé obvody se vyznačují tzv. *rezonančním převýšením*. Pro náš případ nastává při úhlové rychlosti asi 1,53 rad/sec, tedy v okamžiku, kdy se úhlová rychlost rovná i-složce komplexně sdružených pólů.

Pro úhlové rychlosti 0-0,0418 rad/sec můžeme amplitudovou frekvenční charakteristiku nahradit přímkou se sklonem -20 dB/dek. Přechod přes $p_1 = 0$ rad/sec znamenal snížení stoupání o 20 dB/dek.

Pro úhlové rychlosti 0,0418-1,53 rad/sec nahrazujeme frekvenční charakteristiku přímkou se sklonem -40 dB/dek (opět se přechodem přes pól stoupání sníží o 20 dB/dek).

Překročení úhlové rychlosti 1,53 rad/sec znamená přechod přes dva póly, čímž se stoupání frekvenční charakteristiky sníží celkem o 40 dB/dek. Od této úhlové rychlosti tedy frekvenční charakteristiku nahrazujeme přímkou o sklonu -80 dB/dek.

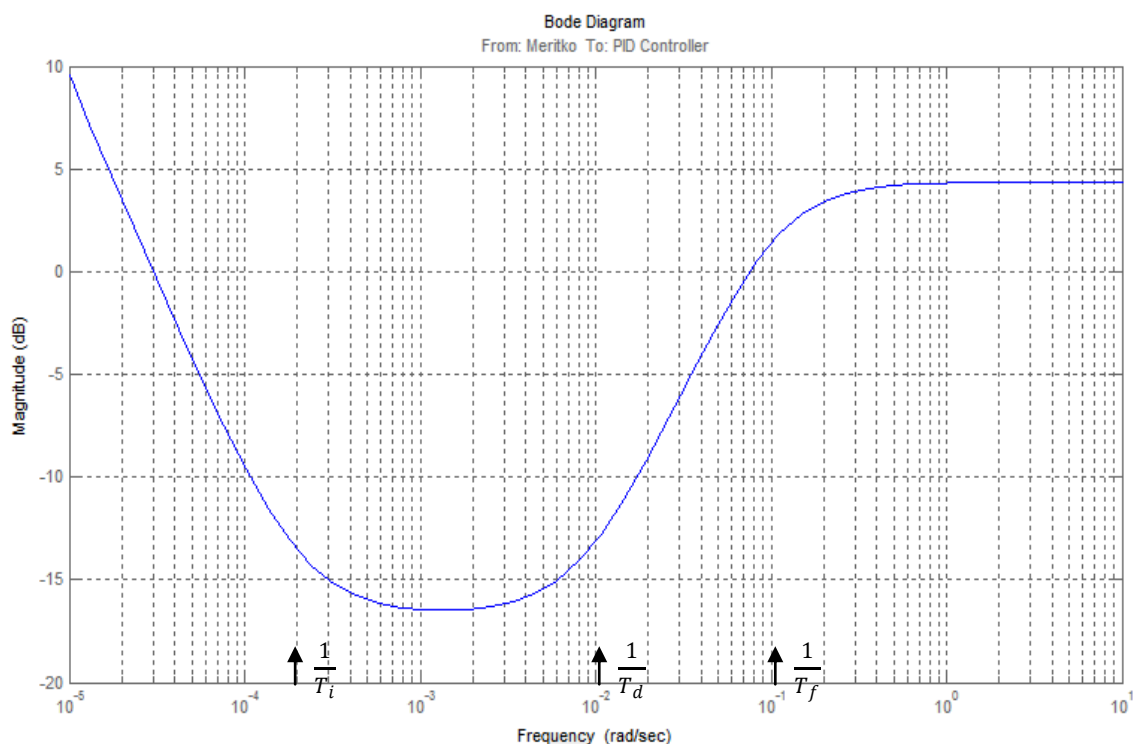
Z fázové charakteristiky vidíme, že závěs za kočkou pro nízké úhlové rychlosti takřka nezaostává. Se zvyšující se úhlovou rychlostí se zpožďuje postupně až o 180° , tzn. jeho chod je pak protichůdný s chodem kočky.

Po překročení této prahové hodnoty začne kočka i závěs opět kmitat souhlasně. Kočka o celou délku periody „dožene“ závěs. Až po překročení dotyčné hodnoty se obvod může rozkmitat tak, že bude překročena mez stability.

Optimalizovaná amplitudová frekvenční charakteristika by podle této metody měla

protínat nulovou osu se sklonem -20 dB/dek. Metoda Ziegler-Nichols využívá meze stability, která je tedy až za prahovou úhlovou rychlostí 1,53. My však potřebujeme optimalizovat průnik s nulovou osou, který nastane při mnohem nižších úhlových rychlostech. Proto je zmiňovaná metoda neúčinná a musíme použít metodu optimalizace frekvenční charakteristiky.

K amplitudové frekvenční charakteristice připočítáváme frekvenční charakteristiku regulátoru. Její tvar znázorňuje obrázek 4.4.



Obr. 4.4 Amplitudová frekvenční charakteristika PID regulátoru [6]

$$\frac{1}{T_i} = 0,0002 \text{ rad/sec}, \frac{1}{T_d} = 0,01 \text{ rad/sec}, \frac{1}{T_f} = 0,1 \text{ rad/sec}$$

Integrační složka působí až do úhlové rychlosti $\frac{1}{T_i}$, a to se sklonem -20 dB/dek. Od této úhlové rychlosti působí proporcionální složka o sklonu 0 dB/dek, a to až do úhlové rychlosti $\frac{1}{T_d}$. Velikost zesílení určuje celkovou amplitudu, tj. hodnotu ve směru vertikální osy. Hodnota amplitudy regulátoru pro $\omega = 1$ je totiž dána vzorcem $20 \cdot \log K$, kde K je zesílení. Pokud je zesílení 10x zmenší, celková amplituda se sníží o 20 dB, pokud je zesílení 10x větší, amplituda se zvýší o 20. Od úhlové rychlosti $\frac{1}{T_d}$ působí derivační složka o sklonu +20 dB/dek až do nekonečna, pokud není filtrována. Filtrace působí od úhlové rychlosti $\frac{1}{T_f}$.

Přepočet filtrační složky z evropského standardu do Matlab-Simulink

Jak už bylo zmíněno, derivační složka může být od určité úhlové rychlosti filtrována. Tím se změní předpis pro přenos regulátoru na

$$G_R(s) = r_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + \frac{T_d \cdot s}{1 + T_f \cdot s} \right) \quad (4.9)$$

V prostředí Matlab-Simulink je však přenos regulátoru s filtrační složkou definován takto:

$$G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + \frac{r_1 \cdot s \cdot N}{s + N} \quad (4.10)$$

Kde N symbolizuje filtrační složku (parametr, který v programu zadáváme).

Poslední člen (filtrovaná derivační složka) vynásobíme zlomkem $\frac{1/n}{1/n}$.

$$G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + \frac{r_1 \cdot s}{1 + \frac{1}{N} \cdot s} \quad (4.11)$$

K již známým rovnicím je tedy nutné přiřadit ještě jednu rovnici pro odvození filtrační složky. Po úpravách dostáváme:

$$N = \frac{1}{T_f} \quad (4.12)$$

Pozn.: Hodnota N znamená přímo úhlovou rychlost, od níž působí filtrace.

Pozn.: Program Matlab-Simulink je přednastaven k zaznamenávání a vykreslování maximálně 5 000 hodnot. Zavedením vysoké filtrační složky N sice regulátor převádíme na ideální, avšak program bude přednastaven k volbě menších časových úseků a může se stát, že pro čas simulace už nevykreslí celý její průběh, ale posledních 5 000 hodnot. Často je tedy třeba buď zvolit nižší úhlovou rychlost, od níž filtrace působí, nebo lépe přenastavit v nastavení grafu výchozí hodnotu objemu dat, který je schopen Matlab pojmout.

Modifikace frekvenční charakteristiky

Regulátorem se snažíme modifikovat frekvenční charakteristiku tak, aby, jak už bylo řečeno, protínala nulovou osu se sklonem -20 dB/dek. Kromě toho je třeba tento sklon dodržet s určitou rezervou, tj. nejbližší zlom směrem k nižším ω musí být cca 3x menší, nejbližší zlom směrem k vyšším ω cca 3x větší. Větší rezerva vede k tlumenější regulaci. Mezní hodnoty intervalu stanovujeme s ohledem na stabilitu, překmit a další parametry.

Pro náš případ je rovněž nutné dodržet rezervu u rezonančního zrychlení, a to alespoň 6 dB. Frekvenční charakteristiku je třeba o něco snížit, abychom tuto rezervu splnili. Dále je zřejmé, že derivační složku nesmíme nastavit tak, aby působila před rezonančním převýšením, protože by ho ještě zvýšila. Můžeme ji použít až v oblasti, kdy toto rezonanční převýšení nijak neovlivní, což v našem případě platí od frekvence asi 2 rad/sec. Musí zde tedy platit $\frac{1}{T_d} \geq 2$.

I složku nastavujeme s ohledem na spodní hranici potřebného intervalu o sklonu -20 dB/dek.

Filtrační složku T_f volíme velmi malou, aby se regulátor blížil ideálnímu. Úhlovou rychlost N proto stanovíme na 10 rad/sec. Od této úhlové rychlosti je tedy derivační složka filtrována a nepůsobí.

4.1.3 Syntéza regulátoru PID

Hledáme vhodné varianty řízení pro požadovaná chování soustavy. Je třeba rozhodnout, které složky PID regulátoru využít. Budeme hledat vhodné nastavení pro řízení bez překmitu a pro co nejrychlejší řízení s přijatelným i vyšším překmitem přechodové charakteristiky.

Řešení bez překmitu přechodové charakteristiky

P složka musí být co nejvyšší, aby byla regulace co nejrychlejší. Zároveň však netolerujeme žádný překmit. Nacházíme vhodné zesílení $r_0 = 0,06$ (snížení hodnot amplitudové frekvenční charakteristiky).

Aby byla D složka co neúčinnější, volíme $\frac{1}{T_d} = 2$. Podle nadefinovaného převodu platí

$$r_1 = r_0 \cdot T_d = r_0 \cdot 0,5 = 0,03 \quad (4.13)$$

D složka však účinkuje až pro kmitání o velkých úhlových rychlostech. Jeden ze základních požadavků na regulaci je, aby bylo kmitání co nejmenší. To znamená, že při regulaci bude D složka neúčinná.

Průnik s nulovou osou nastává při úhlové rychlosti asi 0,012 rad/sec. Úhlová rychlost $\frac{1}{T_i}$ by měla být třetinová. I složka by mohla být nastavena podle vzorce $r_{-1} = \frac{r_0}{T_i}$. Po simulaci však zjišťujeme, že I složka způsobuje překmit. S jejím snižováním překmit klesá. Pokud chceme docílit regulace bez překmitu, je třeba I složku úplně vyřadit.

Z přenosu soustavy víme, že se jedná o integrační (astatickou) soustavu, což znamená, že I složka je skutečně nežádoucí.

Volíme tedy P nebo PD regulátor:

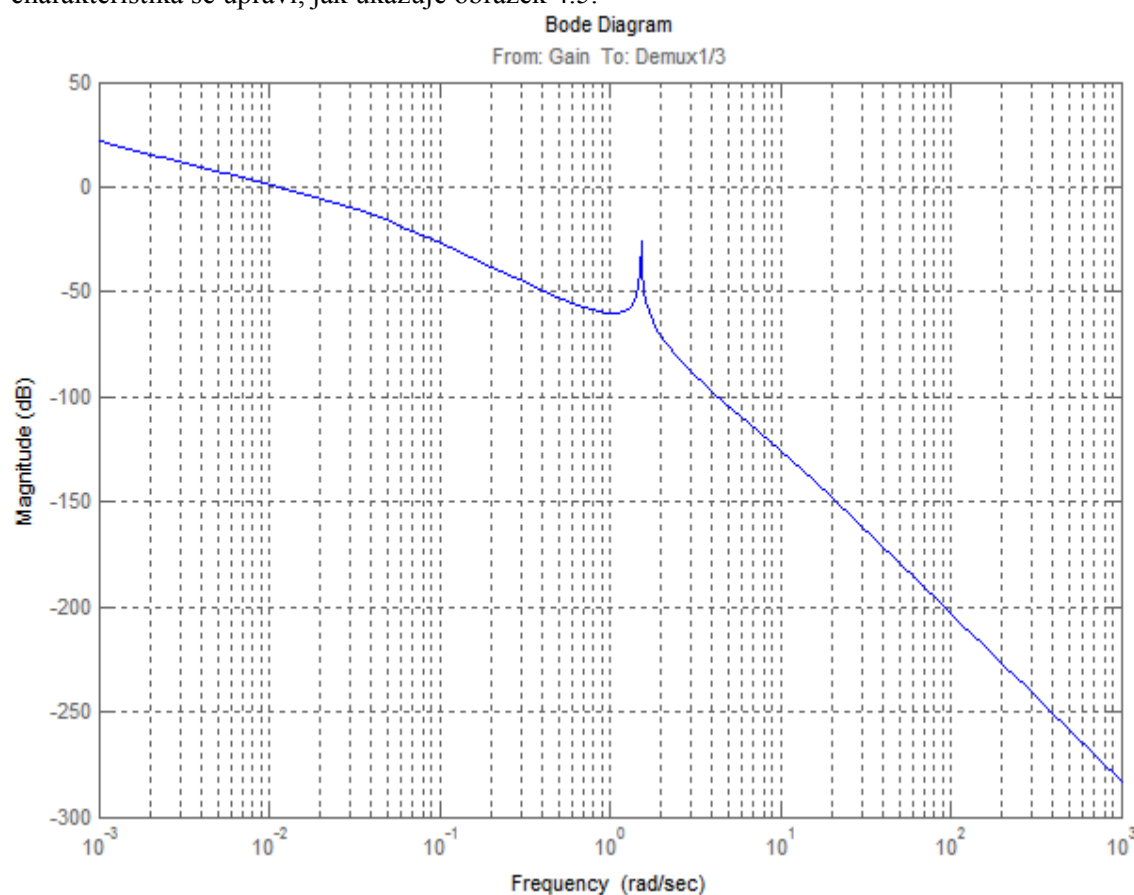
$r_0 = 0,06$ (pro P i PD regulátor)

$r_1 = 0,03$

$N = 10$

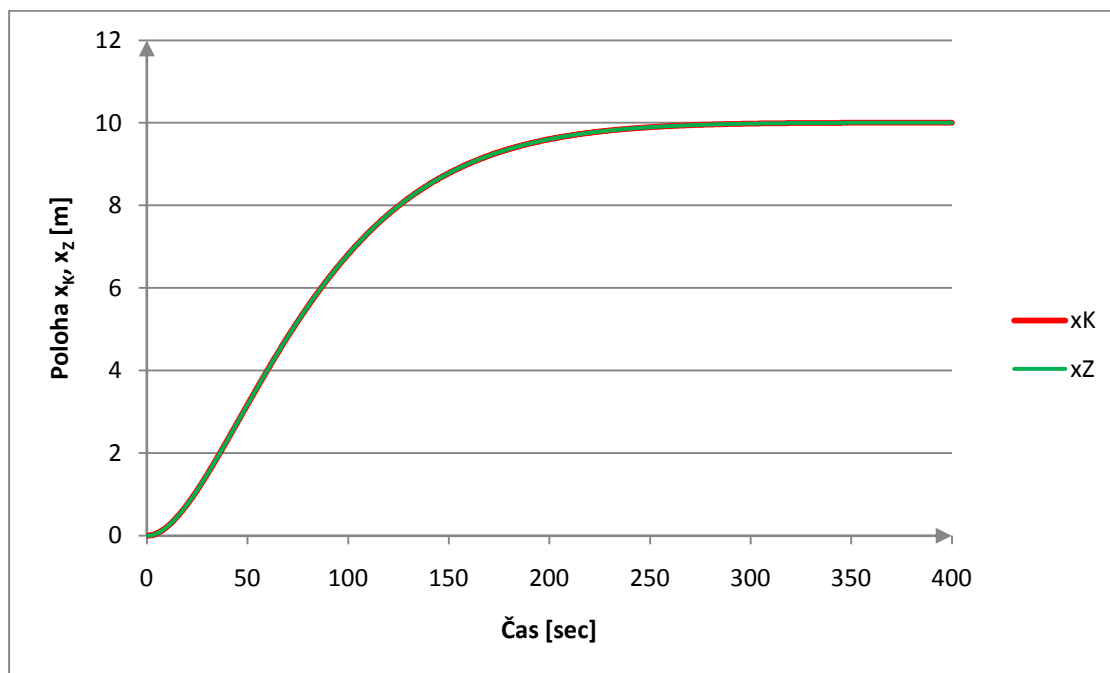
Preferovat budeme variantu s prostým P regulátorem, protože při kvalitativně stejné regulaci bude tento regulátor levnější.

Pokud bude regulátor v sérii s regulovanou soustavou, výsledná frekvenční charakteristika se upraví, jak ukazuje obrázek 4.5.



Obr. 4.5 Upravená frekvenční charakteristika pro PD regulátor (otevřený obvod)

Odezva na změnu požadované polohy je zachycena na obrázku 4.6.



Obr. 4.6 Závislost polohy kočky a polohy závěsu na čase při regulaci bez překmitu. Pro P i PD regulátor

x_K – poloha kočky, x_Z – poloha závěsu

Hodnota kritéria ITAE vyjde 50253. Čas simulace zde nehraje roli, protože po ustálení na požadované hodnotě (asi za 320 sekund) se už hodnota kritéria nezvětšuje. Po 250 sekundách už lze považovat polohu závěsu za přijatelnou.

Řešení s přijatelným překmitem přechodové charakteristiky

Vyjdeme z podobných předpokladů jako v prvním případě. P složku zvolíme s vyšším zesílením, protože drobný překmit připouštíme.

Stále platí $\frac{1}{T_d} = 2$ a po stanovení zesílení r_0 můžeme určit i konstantu r_1 . Derivační složku však opět očekáváme neúčinnou.

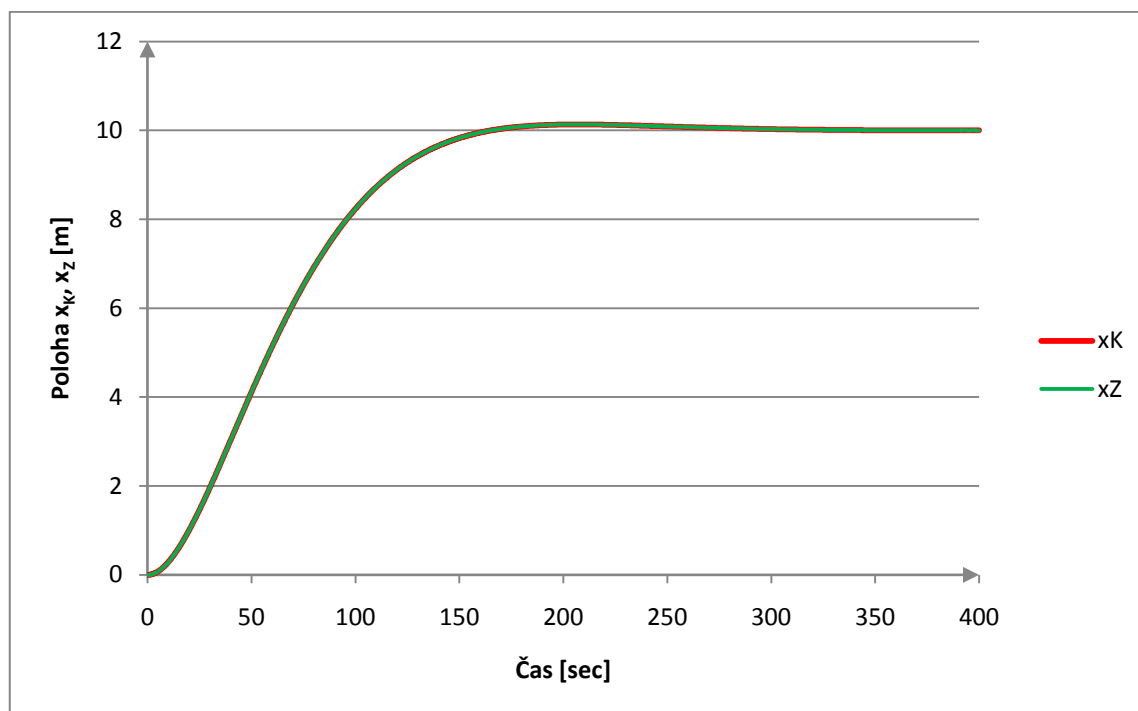
Integrační složku i v tomto případě nepoužijeme.

Opět tedy volíme P nebo PD regulátor:

$r_0 = 0,08$ (pro P i PD regulátor)

$r_1 = 0,04$

$N = 10$



Obr. 4.7 Závislost polohy kočky a závěsu na čase při regulaci s přijatelným překmitem
 x_K – poloha kočky, x_Z – poloha závěsu

Překmit při simulaci dosáhne maximálně 1,5% a už od času kolem 180 sekund je závěs přibližně v požadované poloze.

Hodnota kritéria ITAE je asi 29 889.

Řešení s vyšším překmitem přechodové charakteristiky

Až doposud jsme velmi zohledňovali překmit. Pokud jsme si jisti bezpečností, můžeme použít vyšší překmit (např. kolem 4%).

Volíme parametry

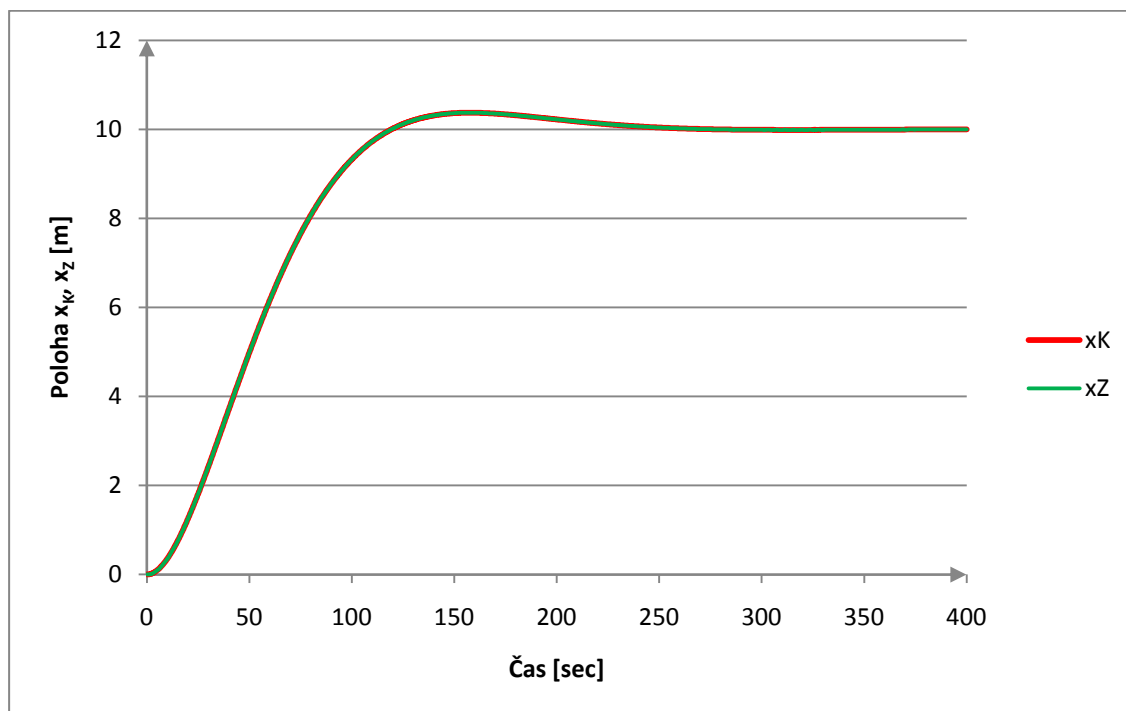
$r_0 = 0,1$ (pro P i PD regulátor)

$r_1 = 0,05$ (regulaci neovlivní)

$N = 10$ (pouze pro PD regulátor)

I složku opět vyřadíme.

Regulací bylo dosaženo maximálního překmitu 3,7%. Hodnota kritéria ITAE vyjde 23 518. Poprvé dosáhne závěs požadované hodnoty asi za 120 sec. Od tohoto času však ještě není možné tuto polohu považovat za přijatelnou kvůli vyššímu překmitu. Použitelná hodnota polohy kočky bude dosažena až v čase kolem 240 sec. V čase 250 sec se poloha kočky i závěsu ustálí.



Obr. 4.8 Odezva na skokovou změnu požadované hodnoty při regulaci s vyšším překmitem
 x_K – poloha kočky, x_Z – poloha závěsu

Řešení pomocí služby Tune

Prostředí Matlab-Simulink je možné rozšířit o toolbox Simulink Control Design obsahuje službu Tune, pomocí níž dokáže sám nastavit PID regulátor. Obsluha může tuto optimalizační úlohu částečně ovlivnit. Nebudeme předpokládat žádná omezení a vygenerujeme optimální parametry pro PID regulátor podle služby Tune.

Služba Tune vygenerovala následující parametry:

$$r_0 = 0.151883672499814$$

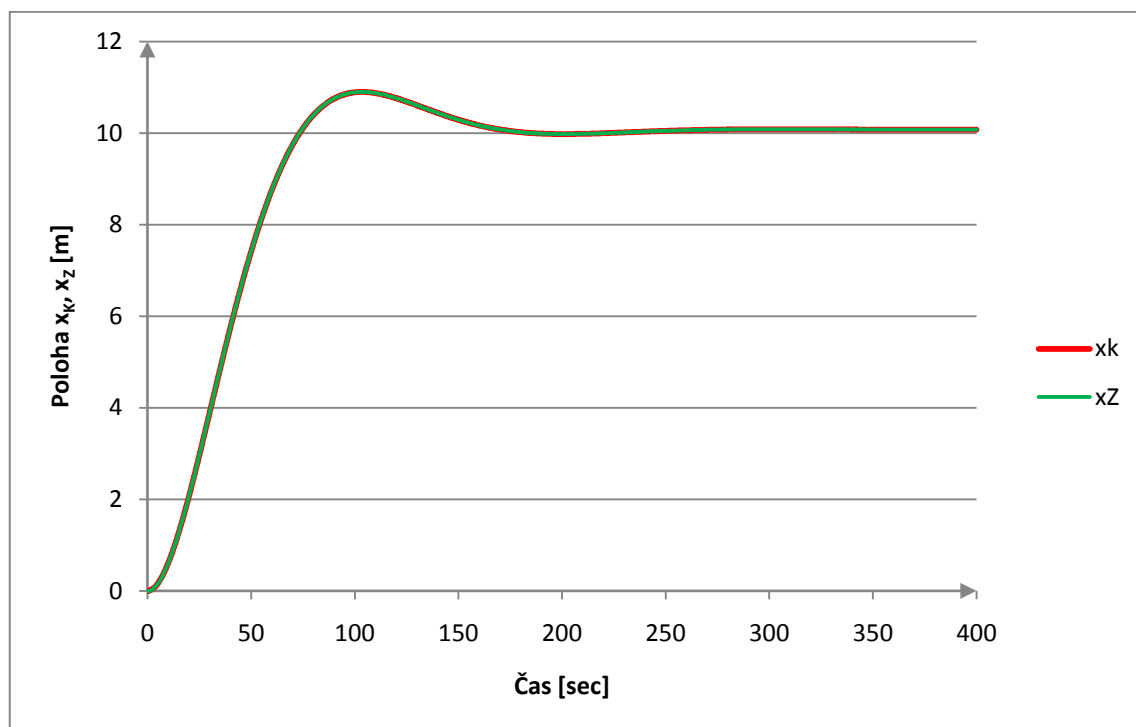
$$r_{-1} = 3.61861053399738e-005$$

$$r_1 = 0.724433316345014$$

$$N = 0.0271167146570472$$

Chování soustavy regulované dotýčným regulátorem je znázorněno na obr. 4.9.

Hodnota kritéria ITAE je 18 277, což je oproti předchozím variantám značné zlepšení. Služba však vůbec nezohledňuje překmit, který je při této regulaci značný. Obojí je způsobeno především velkým zesílením regulátoru. Zesílení je např. téměř dvojnásobné v porovnání s regulací bez překmitu. Opět nemůžeme uvažovat první dosáhnutí požadované hodnoty (70 sec). Použitelná hodnota bude dosažena v čase 170 sec. Soustava se ustálí v čase asi 180 sec, avšak s trvalou regulační odchylkou 0,7%. Maximální překmit byl 9%.



Obr. 4.9 Graf závislosti polohy kočky a polohy závěsu na čase pro regulaci s parametry nastavenými službou Tune

x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

4.1.4 Srovnání jednotlivých variant jednoduché regulace

Pro dotyčné varianty regulátorů srovnáme jednotlivé dosažené hodnoty kvalitativních ukazatelů (tab. 4.1).

Tab. 4.1 Srovnání variant regulace

Varianta regulace	Hodnota ITAE	Max. překmit	Přibližná doba k získání použitelné hodnoty	Přibližná doba do ustálení
Bez překmitu	50253	0%	250 sec	320 sec
S přijatelným překmitem	29 889	1,5%	180 sec	320 sec
S vyšším překmitem	23 518	3,7%	240 sec	250 sec
Generováno Tune	18 277	9%	170 sec	180 sec(*)

(*) – trvalá regulační odchylka 0,7%

Kvalita regulace se zvyšuje se zvyšující se hodnotou proporcionální složky. Kritérium ITAE totiž značně penalizuje dobu regulace, která se pochopitelně s vyšší P složkou zmenšuje. Na úkor toho však roste maximální překmit, což si většinou nemůžeme dovolit.

Jako nejvhodnější regulace se jeví ta s přijatelným překmitem. Již od 180 sec můžeme brát polohu za požadovanou. Regulace bude sice probíhat dál, ale poloha se bude měnit pouze minimálně. Zároveň máme zaručen velmi malý překmit 1,5%. Tuto variantu budeme považovat za reprezentativní variantu jednoduché regulace.

Hledané parametry regulátoru tedy jsou:

$$r_0 = 0,08$$

$$r_1 = 0,04 \text{ (regulaci neovlivní)}$$

$$N = 10 \text{ (pouze pro PD regulátor)}$$

4.2 Rozvětvená regulace [1,8]

Obvod rozvětvené regulace obsahuje kromě hlavního regulátoru ještě jeden pomocný regulátor. Jeho vhodným zapojením se obvod rozvětví. Tato inovace by měla přinést celkové zlepšení regulace, rychlost, kvalitu či stabilitu.

Rozlišujeme rozvětvené obvody s pomocnou akční veličinou, s pomocnou regulovanou veličinou, s měřením poruchové veličiny a s modelem soustavy.

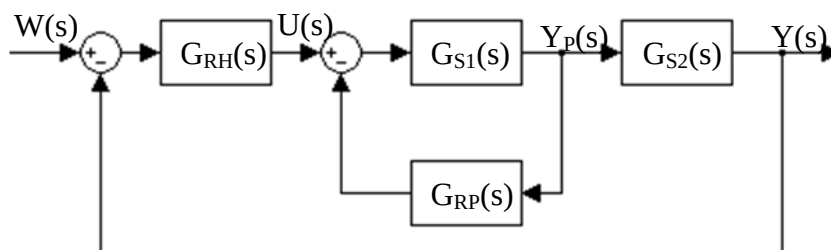
Pokud bychom chtěli zavést obvod s pomocnou akční veličinou, vyvstává otázka, co by touto akční veličinou bylo, jelikož jediné, co můžeme ovlivňovat, je rychlost pojezdu.

Rozvětvený regulační obvod s modelem soustavy se používá především pro omezení dopravního zpoždění. To však v našem případě nenastává. Soustava okamžitě reaguje na změnu síly elektromotoru působící na kočku.

V rozvětveném regulačním obvodu s měřením poruchové veličiny by mohly poruchovou veličinu iniciovat např. povětrnostní podmínky. Jejich zakomponování do rovnic soustavy by však bylo velice obtížné a pro náš případ nepříliš účelné.

Nejvíce polohu závěsu ovlivňuje poloha kočky (což by byl případ tedy pomocné regulované veličiny). Stejně tak bychom mohli použít úhel vychýlení lana. Poloha kočky, úhel vychýlení a již regulovaná poloha závěsu spolu však úzce souvisejí. S ohledem na snazší výpočty volíme jako pomocnou regulovanou veličinu polohu kočky.

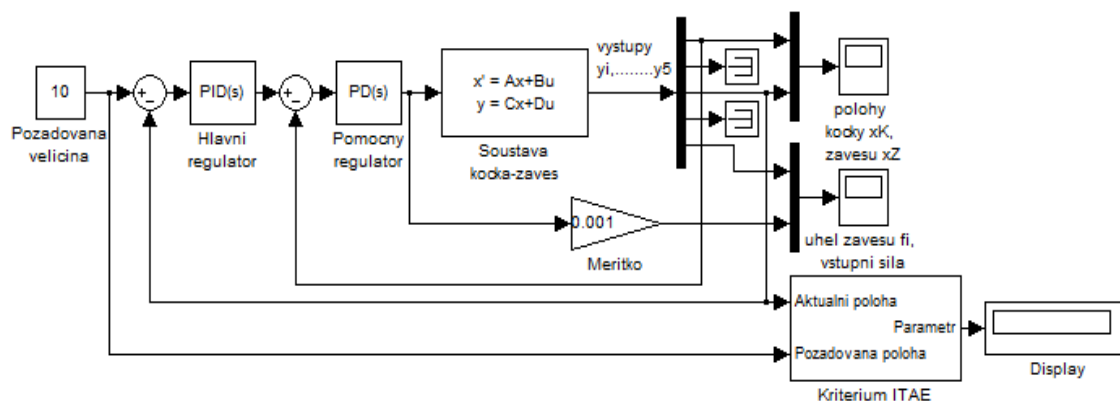
Obecné schéma rozvětveného regulačního obvodu s pomocnou regulovanou veličinou je znázorněno na obr. 4.10.



Obr. 4.10 Obecné schéma rozvětveného regulačního obvodu s pomocnou regulovanou veličinou[1]

$Y_p(s)$ – pomocná regulovaná veličina, $Y(s)$ – hlavní regulovaná veličina, $U(s)$ – akční veličina, $W(s)$ – požadovaná hodnota, $G_{RH}(s)$ – přenos hlavního regulátoru, $G_{RP}(s)$ – přenos pomocného regulátoru, $G_{S1}(s) + G_{S2}(s) = G_S(s)$ – přenos soustavy

Sestavíme tedy rozvětvený regulační obvod s pomocnou regulovanou veličinou pro náš konkrétní případ. Pomocnou regulovanou veličinou bude poloha kočky. Tento regulační obvod je znázorněn na obr. 4.11.



Obr. 4.11 Schéma rozvětveného regulačního obvodu v programu Matlab-Simulink

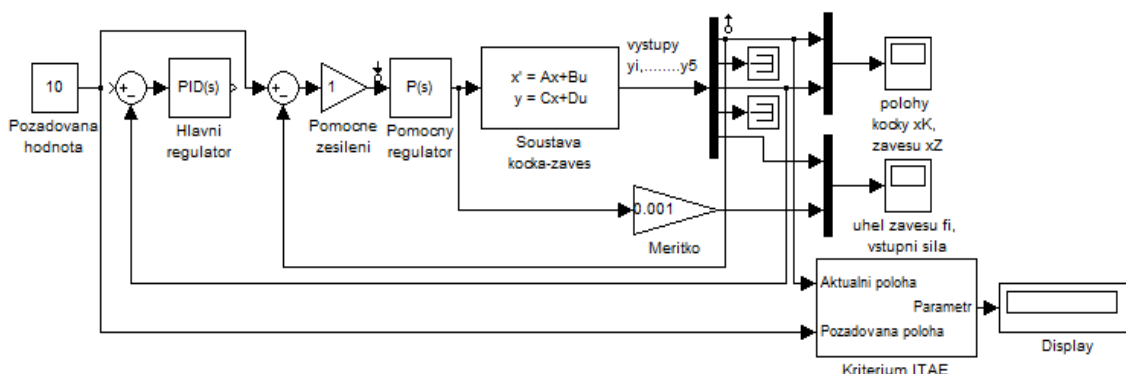
Je tedy nutné určit optimální parametry dvou regulátorů. Regulátor vedlejší reguluje nám známou soustavu, avšak regulovanou veličinou mu však nebude poloha závěsu, ale právě pomocná regulovaná veličina - poloha kočky. Soustava bude mít tedy jiný přenos, jiné póly a nuly, jinou frekvenční charakteristiku atd.

Po nastavení pomocného regulátoru je třeba nastavit regulátor hlavní. Ten již reguluje polohu závěsu, ale jeho soustavu nyní tvoří celá regulační zpětnovazební smyčka s řízenou soustavou a pomocným regulátorem.

Pozn.: Při určování optimálních parametrů obou regulátorů budeme postupovat obdobně jako v případě jednoduché regulace. Tedy již nedokazujeme, že metodu Ziegler-Nichols nelze použít, a hledáme optimální parametry opět úpravou frekvenční charakteristiky.

4.2.1 Pomocný regulační obvod

Při hledání optimálních parametrů pomocného regulátoru je třeba vytvořit nový (upravený) obvod, v němž bude regulovanou veličinou poloha kočky. Stačí nám odpojit hlavní regulátor a požadovanou veličinu přivedeme rovnou na vstup tohoto pomocného regulačního obvodu. Zároveň je třeba upravit tomuto obvodu také kritérium ITAE, které nyní musí hodnotit odchylku polohy kočky a nikoliv odchylku polohy závěsu.

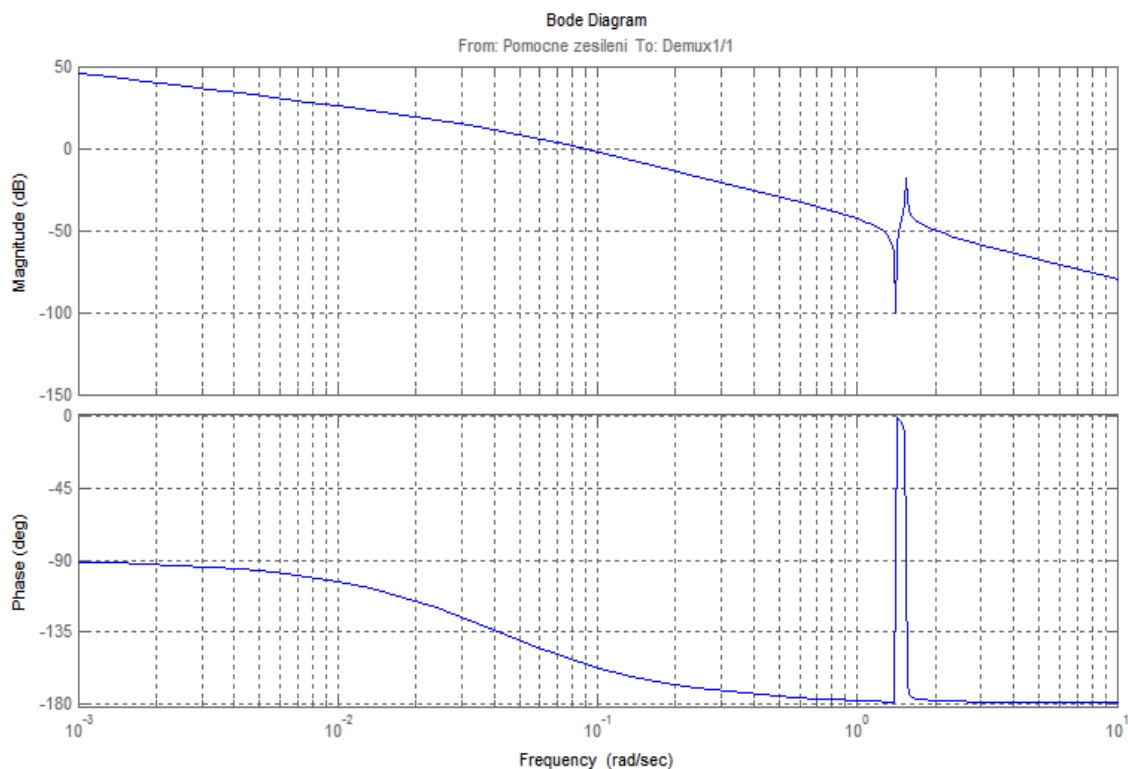


Obr. 4.12 Schéma analýzy pomocného regulačního obvodu

Pozn.: Blok „Pomocne zesileni“ představuje zesílení o koeficientu 1. Chování regulačního obvodu nijak neovlivňuje. Do obvodu jej zakomponujeme proto, že vstup do pomocného regulátoru (tedy regulační odchylku) často odpojujeme, abychom mohli hodnotit, jak tento regulátor změnil frekvenční charakteristiku soustavy apod. To je nutno zkoumat bez zpětné vazby, aby se oba prvky v sérii opět chovali jako jediná soustava. Při zkoumání této složené soustavy je třeba mimo jiné před regulátor umístit tzv. vstupní linearizační bod (v Matlab-Simulink pojmenován Input linearization point), který přísluší vstupnímu signálu do tohoto regulátoru. Protože je to však hrana, kterou velice často odstraňujeme (právě kvůli analýze), odstranili bychom i tento vstupní bod. Na místo toho nyní můžeme odstranit vstup do bloku „Pomocne zesileni“, aniž by se tím měnilo chování soustavy a výsledky.

Frekvenční charakteristika pomocného regulačního obvodu

Pomocí služby Linear-analysis můžeme vygenerovat frekvenční charakteristiku soustavy, znázorněnou na obr. 4.13.



Obr. 4.13 Amplitudová a fázová charakteristika soustavy pro regulovanou veličinu polohu kočky

Opět pomocí služby Linear-analysis stanovíme póly a nuly soustavy:

$$p_1 = -0,0418$$

$$p_2 = -0,00437-1,53i$$

$$p_3 = -0,00437+1,53i$$

$$p_4 = 0$$

$$n_1 = -0,00025-1,4i$$

$$n_2 = -0,00025+1,4i$$

Póly p_2 a p_3 a nuly n_1 a n_2 jsou komplexně sdružené.

Amplitudovou frekvenční charakteristiku je opět nutné proložit přímkami:

- Pro úhlové rychlosti 0-0,0418 rad/sec přímkou o sklonu -20 dB/dek.
- Pro úhlové rychlosti 0,0418-1,53 rad/sec přímkou o sklonu -40 dB/dek.
- Od úhlové rychlosti 1,53 rad/sec bude mít příмка opět sklon -40 dB/dek, avšak je třeba brát v úvahu rezonanční převýšení, které právě při úhlové rychlosti 1,53 rad/sec nastává.

Pokud prozkoumáme grafy frekvenční a amplitudové charakteristiky, zjistíme, že se v tomto případě chová soustava jinak, než jak tomu bylo pro regulovanou veličinu polohu závěsu. Především v oblasti kolem úhlové rychlosti 1,53 rad/sec. Při této úhlové rychlosti dojde ke kombinaci rezonančního zvýšení i snížení. Po překonání této hranice se totiž nemění fáze. Sklon frekvenční charakteristiky se v tomto případě nezmění o $2 \times (-20)$ dB/dek, ale o -20 dB/dek + 20 dB/dek. Jinými slovy: sklon se nezmění.

Rovněž se zde nemění fáze kočky. Pouze fáze závěsu, kterou však nevykresluje.

Další změnou je přibytí dvou nul soustavy. V návrhu regulace se to však příliš neprojeví.

Kritéria pro návrh optimálních parametrů regulátoru

Jako v případě jednoduché regulace, i v tomto případě musíme zabránit tomu, aby

rezonanční zesílení ovlivňovalo regulaci. Jeho maximum tedy musí být dostatečně vzdáleno od nulové osy (nejméně 6 dB).

Součtem frekvenčních charakteristik soustavy a regulátoru musíme opět docílit toho, aby výsledná frekvenční charakteristika (frekvenční charakteristika otevřeného obvodu) protínala nulovou osu při určité frekvenci ω_{rezu} pod sklonem -20 dB/dek, a to s dostatečnou rezervou. Interval o sklonu -20 dB/dek musí být alespoň roven intervalu $(\frac{1}{3}\omega_{\text{rezu}}, 3\omega_{\text{rezu}})$.

Derivační složka může i v tomto případě působit až od úhlové rychlosti cca 2 rad/sec, aby nezvyšovala rezonanční převýšení.

Opět je třeba zvážit více variant řešení.

Řešení bez překmitu přechodové charakteristiky

Jako v případě jednoduché regulace volíme pouze P či PD regulátor. Pokud bychom zavedli i integrační složku, dostali bychom opět značný překmit, při zanedbatelném urychlení. D složka je opět neúčinná, protože během regulace dochází pouze k nízkofrekvenčním kmitání.

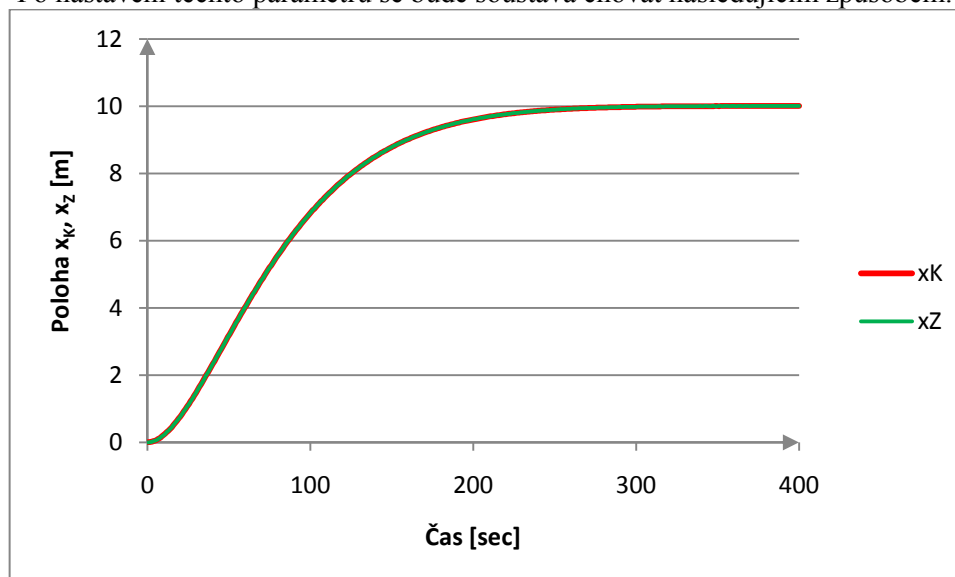
Pro regulaci bez překmitu nacházíme vhodné parametry:

$r_0 = 0,06$ (pro P i PD regulátor)

$r_1 = 0,03$ (neúčinná)

$N = 10$ (pouze pro PD regulátor)

Po nastavení těchto parametrů se bude soustava chovat následujícím způsobem:



Obr. 4.14 Závislost polohy kočky a polohy závěsu na čase při regulaci bez překmitu. Pro P i PD regulátor

x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Při nulovém překmitu jsme dosáhli hodnoty kritéria ITAE 49905.

Řešení s přijatelným překmitem přechodové charakteristiky

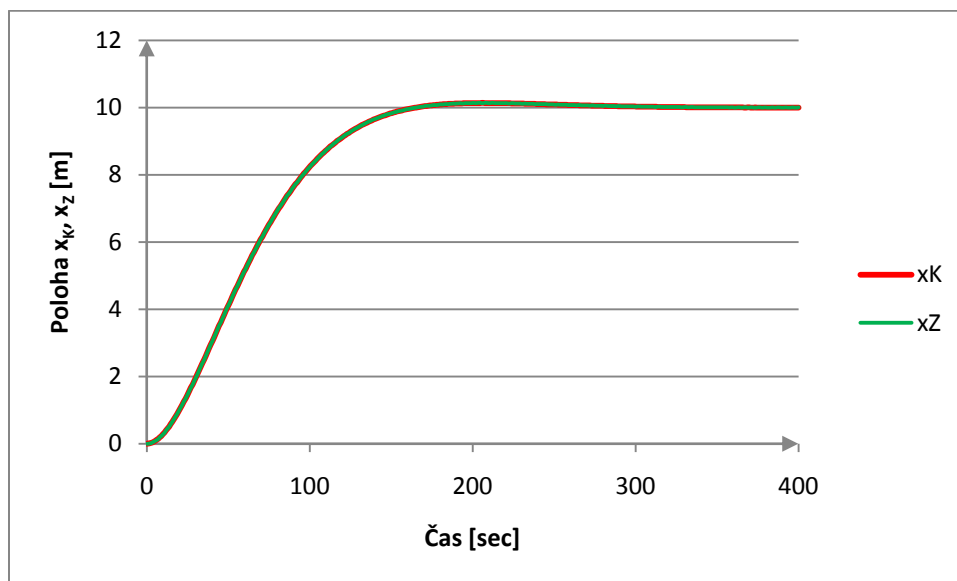
Opět používáme pouze P či PD regulátor. Vhodné parametry:

$r_0 = 0,08$ (pro P i PD regulátor)

$r_1 = 0,04$ (neúčinná)

$N = 10$ (pouze pro PD regulátor)

Při maximálním překmitu 1,3% (což můžeme považovat za přijatelný překmit) bylo dosaženo hodnoty kritéria ITAE 29 899.



Obr. 4.15 Závislost polohy kočky a polohy závěsu na čase při regulaci s přijatelným překmitem.

Pro P i PD regulátor

x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Řešení s vyšším překmitem přechodové charakteristiky

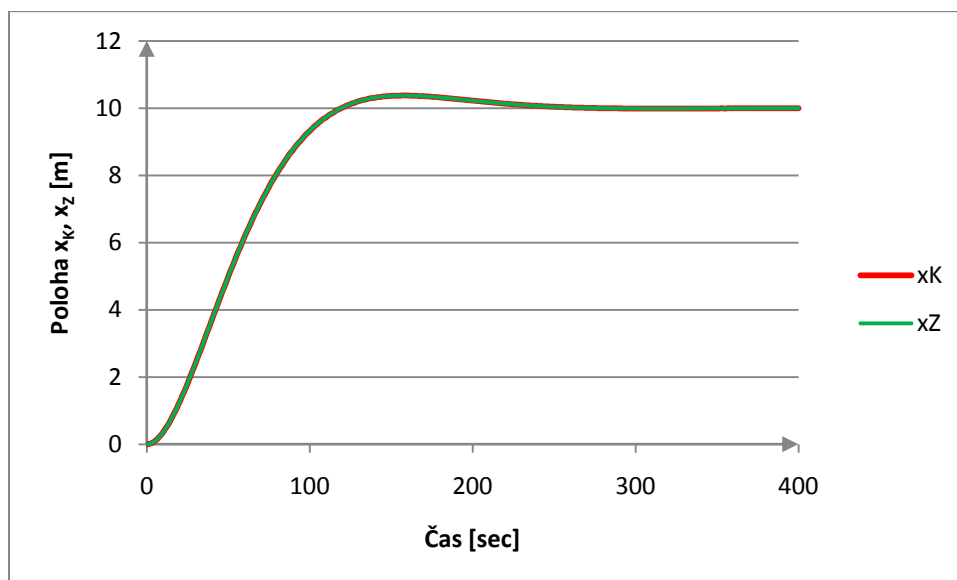
Vyšší překmit znamená pro naše účely překmit kole 4%. I v tomto případě necháváme integrační složku vyřazenou. Volíme parametry:

$r_0 = 0,1$ (pro P i PD regulátor)

$r_1 = 0,05$ (neúčinná)

$N = 10$ (pouze pro PD regulátor)

Pro zadané parametry se soustava chová následujícím způsobem:



Obr. 4.16 Závislost polohy kočky a polohy závěsu na čase při regulaci s vyšším překmitem. Pro

P i PD regulátor

x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Při maximálním překmitu 3,7% bylo dosaženo hodnoty kritéria ITAE 23 531.

Službu programu Matlab-Simulink Tune nebudeme využívat, protože nijak nezohledňuje

překmit. Tím bychom mohli znemožnit kvalitní syntézu hlavního regulátoru.

Za povšimnutí stojí, že parametry pro všechny varianty regulace jsou nastaveny stejně, jako při jednoduché regulaci. Průběh řízení, hodnoty kritérií ITAE, překmit i doba regulace se pro tyto parametry liší od jednoduché regulace pouze minimálně. To znamená, že obě regulované veličiny, tedy poloha závěsu a poloha kočky jsou velmi úzce spjaté. To může vést k překvapujícím závěrům ohledně rozvětvené regulace.

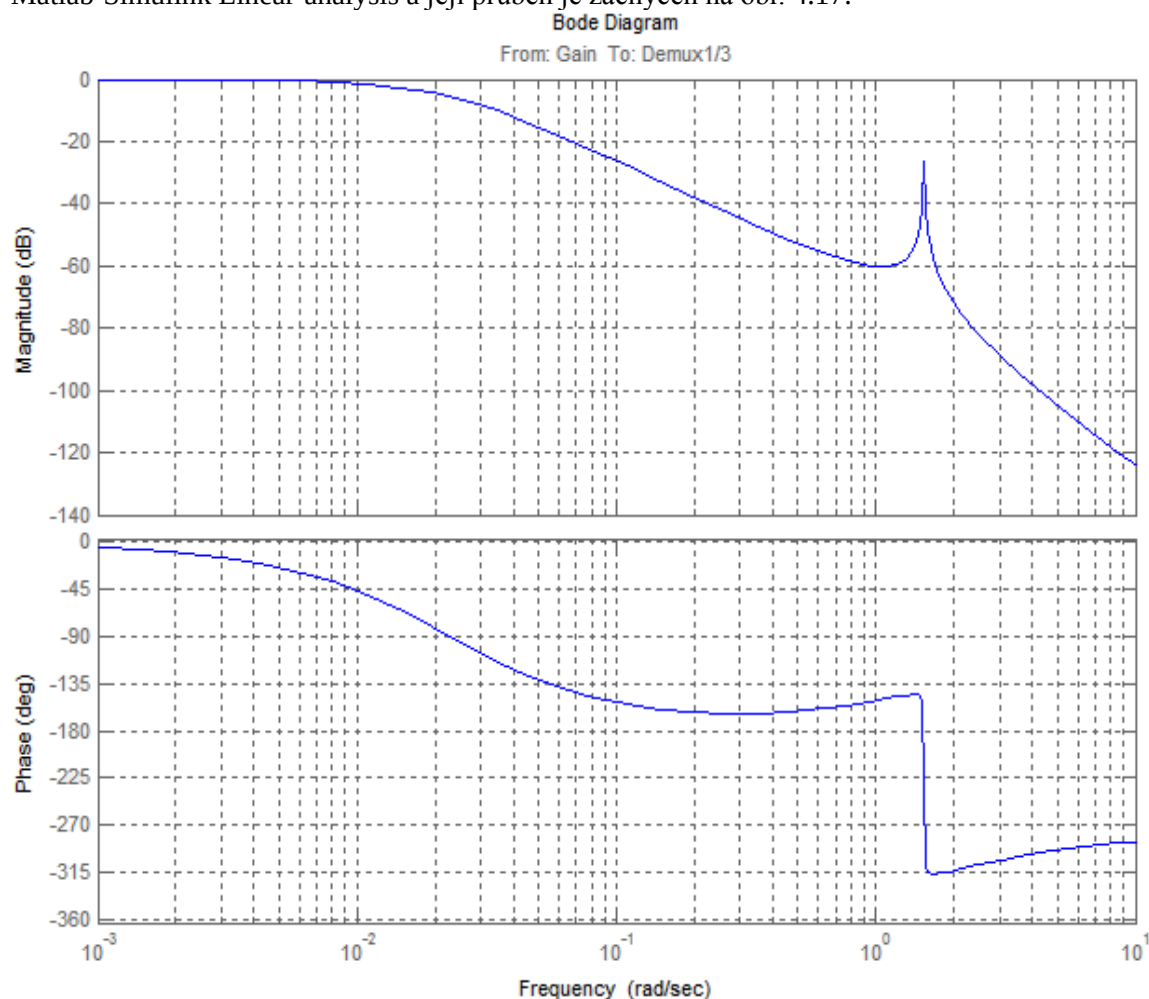
4.2.2 Seřízení hlavního regulátoru (hlavní soustava s pomocným regulátorem nastaveným pro regulaci bez překmitu)

Po seřízení pomocného regulátoru jednou z variant řešení můžeme nyní hledat optimální parametry hlavního regulátoru. Tento regulátor nereguluje pouze soustavu, kterou jsme stanovili modelem, ale celou regulační smyčku, obsahující kromě zmíněné soustavy také pomocný regulátor a zpětnou vazbu. Souhrnně budeme tyto tři prvky nazývat *hlavní soustavou*.

Frekvenční charakteristika hlavní soustavy

Protože zkoumáme optimální nastavení hlavního regulátoru pro tři varianty nastavení pomocného regulátoru, získáme také tři různé frekvenční charakteristiky hlavní soustavy. Tyto se liší pouze hodnotami (což je zapříčiněno různým tlumením), avšak jejich charakter zůstává stejný. V dalším se budeme zabývat např. frekvenční charakteristikou hlavní soustavy, jejíž pomocný regulátor byl nastaven pro řízení bez překmitu.

Frekvenční charakteristiku hlavní soustavy vygenerujeme opět pomocí služby programu Matlab-Simulink Linear-analysis a její průběh je zachycen na obr. 4.17.



Obr. 4.17 Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika hlavní soustavy pro nastavení pomocného regulátoru na řízení bez překmitu

Rovněž můžeme vygenerovat póly a nuly celkové soustavy.

$$p_1 = -100$$

$$p_2 = -0,021 - 0,00768i$$

$$p_3 = -0,021 + 0,00968i$$

$$p_4 = -0,0044 - 1,53i$$

$$p_5 = -0,0044 + 1,53i$$

$$n_1 = -1,67$$

Pól p_1 je dán úhlovou rychlostí, od které bude filtrována derivační složka u pomocného regulátoru. Pro ideální pomocný regulátor tento pól nebude existovat.

Póly p_2 , p_3 a p_4 , p_5 jsou komplexně sdružené.

Z obr. (4.17) je zřejmé, že při zvoleném tlumení jsou vlastní oscilace soustavy potlačeny (cca 25 dB). Pokud by tlumení soustavy bylo menší, pak by mohlo dojít k oscilacím s úhlovou rychlostí $\omega_{osc} = 1,53 \text{ rad/sec}$.

Frekvenční charakteristiku je opět nutno proložit přímkami:

- pro úhlové rychlosti 0-0,02 rad/sec přímkou 0 dB/dek
- pro úhlové rychlosti 0,02-1,53 rad/sec přímkou -40 dB/dek
- pro úhlové rychlosti 1,53- 10 rad/sec přímkou -60 dB/dek
- pro úhlové rychlosti nad 10 rad/sec přímkou se sklonem -80 dB/dek. To platí za předpokladu, že derivační složka pomocného regulátoru bude filtrována od úhlové rychlosti 10 rad/sec. Pokud bychom použili ideální regulátor (bez filtrace), frekvenční charakteristika by měla dál stejný sklon, tedy -60 dB/dek.

Prozkoumáním fázových charakteristik zjišťujeme, že se shoduje s frekvenční charakteristikou otevřeného obvodu při jednoduché regulaci charakterem rezonančního převýšení, které nastává opět při frekvenci 1,53 rad/sec. Liší se však především ještě druhou dvojicí komplexně sdružených pólů. Při úhlových rychlostech kolem 0,02 rad/sec dochází k jejich přestupu a tedy o změnu sklonu frekvenční charakteristiky o 2x (-20) dB/dek.

Další taková změna nastává po již zmíněném rezonančním zesílení při překonání úhlové rychlosti 1,53 rad/sec. K amplitudě vlastní soustavy je však ještě připočítávána amplituda derivační složky regulátoru, která naopak upravuje sklon o +20 dB/dek.

Kritéria pro návrh optimálních parametrů regulátoru

Jako v předchozích případech je třeba frekvenční charakteristiku modifikovat tak, aby protínala nulovou osu při určité úhlové rychlosti ω_{rezu} pod sklonem -20 dB/dek, a to s dostatečnou rezervou. Interval o sklonu -20 dB/dek musí být alespoň roven intervalu $\left(\frac{1}{3} \omega_{rezu}, 3\omega_{rezu}\right)$.

Platí:

- Frekvenční charakteristika má v rozmezí úhlových rychlostí 0-0,02 rad/sec sklon 0 dB/dek a hodnotu 0 dB.
- Frekvenční charakteristika má od úhlové rychlosti 0,02 rad/sec sklon -40 dB/dek.
- Derivační složka nesmí působit pro úhlové rychlosti nižší než cca 2 rad/sec.

Je tedy zřejmé, že jediná možnost, jak dosáhnout sklonu -20 dB/dek je, že v intervalu 0-0,02 rad/sec necháme působit integrační složku.

Pozn. Integrační složka nemusí působit v celém tomto intervalu, avšak již nyní víme, že

úhlová rychlost $\frac{1}{T_i} = 0,02$. Čím vyšší tato frekvence totiž bude, tím vyšší bude moci být i proporcionální složka, která regulaci urychluje.

Pro každou variantu nastavení pomocného regulátoru nyní budeme hledat pouze jedno nastavení regulátoru vhodné z hlediska kvality regulace, doby regulace a přijatelného překmitu.

Nastavení hlavního regulátoru

Integrační složku r_{-1} odvodíme z již známé úhlové rychlosti $\frac{1}{T_i}$ přepočtovým vzorcem

$$r_{-1} = \frac{r_0}{T_i}.$$

Pro derivační složku platí stejná omezení jako ve všech předchozích případech.

Jediné, co musíme určit, je proporcionální složka. Od ní se odvodí I a D složka.

Nalezené optimální parametry:

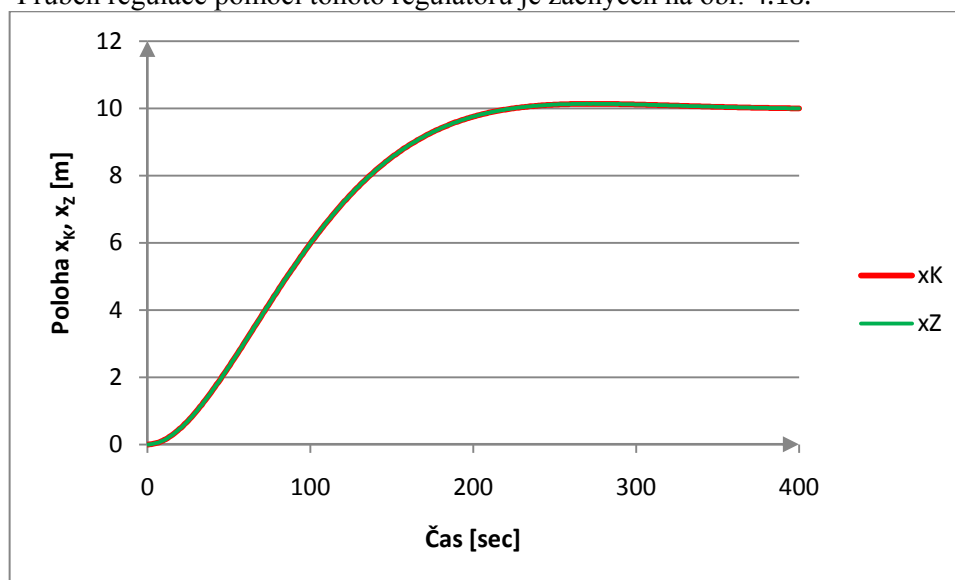
$r_0 = 0,55$ (pro PI i PID regulátor)

$r_{-1} = 0,011$ (pro PI i PID regulátor)

$r_1 = 0,275$

$N = 10$

Průběh regulace pomocí tohoto regulátoru je zachycen na obr. 4.18.



Obr. 4.18 Závislost polohy kočky a polohy závěsu. Pro PI i PID regulátor

x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Při regulaci bylo dosaženo maximálního překmitu 1,3%. Hodnota kritéria ITAE je 58 409. Asi za 200 sec od začátku regulace je dosaženo přijatelné požadované hodnoty. Soustava se úplně ustálí asi po 350 sekundách.

Při zvýšení proporcionální složky se regulace urychluje a zkvalitňuje za cenu vyššího překmitu. Následující tabulka obsahuje možné varianty nastavení hlavního regulátoru:

Tab. 4.2 varianty seřízení regulátoru

P	I	D	Překmit	ITAE	t_1	t_2
0,48	0,0096	0,24	0%	72 421	250s	300s
0,55	0,011	0,275	1,3%	58 409	200s	350s
0,65	0,013	0,325	3,7%	53 372	300s(*)	350s

t_1 – přibližná doba pro dosažení přijatelné požadované hodnoty, t_2 – přibližná doba do ustálení
(*) první dosažení požadované hodnoty nastalo v čase 170 sec

4.2.3 Seřízení hlavního regulátoru (hlavní soustava s pomocným regulátorem nastaveným pro regulaci s přijatelným překmitem)

Frekvenční charakteristika celkové soustavy s pomocným regulátorem má stejný tvar jako předchozí, avšak jiné hodnoty mezních frekvencí. Opět ji prokládáme přímkami:

- pro úhlové rychlosti 0-0,025 rad/sec přímkou 0 dB/dek
- pro úhlové rychlosti 0,025-1,53 rad/sec přímkou -40 dB/dek
- pro úhlové rychlosti 1,53- 100 rad/sec přímkou -60 dB/dek
- pro úhlové rychlosti nad 100 rad/sec přímkou se sklonem -80 dB/dek

Chování charakteristiky kolem úhlové rychlosti 1,53 je obdobné jako v předchozím případě. I složka je dána úhlovou rychlostí 0,025 rad/sec, derivační složka úhlovou rychlostí cca 2 rad/sec. Obě rovněž závisí na proporcionální složce.

Je tedy opět nutné hledat vhodné nastavení proporcionální složky PI či PID regulátoru. Jako optimální se jeví nastavení:

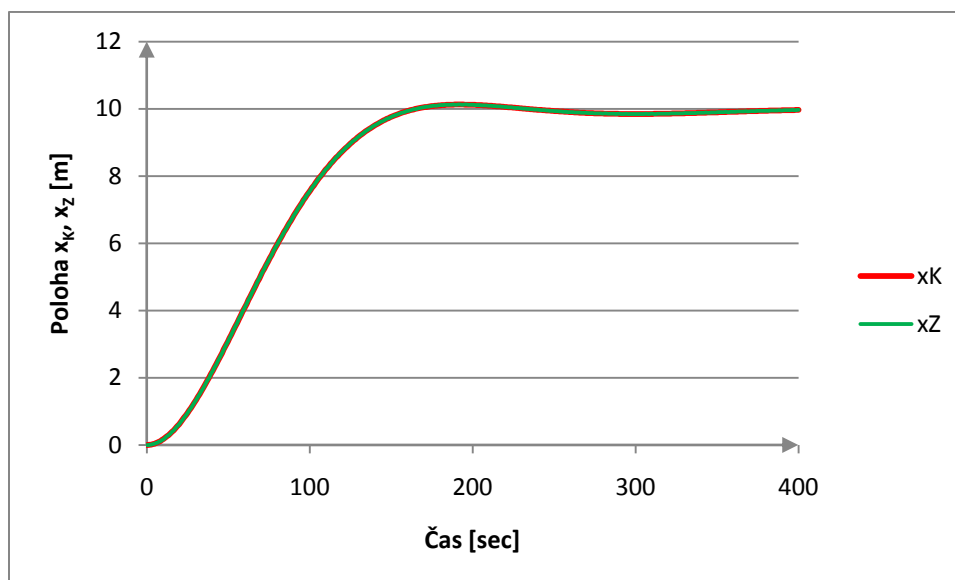
$r_0 = 0,54$ (pro PI i PID regulátor)

$r_{-1} = 0,0135$ (pro PI i PID regulátor)

$r_1 = 0,27$ (neúčinná)

$N = 10$ (pouze s PID regulátorem)

Po nastavení těchto parametrů se bude soustava chovat následujícím způsobem:



Obr. 4.20 Odezva systému na skokovou změnu požadované veličiny. Pro PI i PID regulátor x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Při nejvyšším překmitu 1,2% (což je přijatelný překmit) dosáhneme hodnoty kritéria ITAE 39824. Přibližná požadovaná hodnota je k dispozici již od asi 160 sec. Soustava se úplně ustálí v čase asi 390 sec.

Můžeme si všimnout, že kromě překmitu zde již vzniká také lokální minimum (*podregulování*). To je zapříčiněno skutečností, že pomocný regulátor byl seřízen pro regulaci s překmitem. Čím vyšší tento překmit bude, tím větší bude také výsledné „prohnutí“ přechodové charakteristiky.

V tabulce 4.3 je srovnání s dalšími nastaveními hlavního PID regulátoru pro tuto variantu pomocného regulátoru.

Tab. 4.3 Varianty seřízení regulátoru

P	I	D	Překmit	Podregulování	ITAE	t_1	t_2	t_3
0,5	0,0125	0,25	0%	1,6%	44 906	200s	200s	300s
0,54	0,0135	0,27	1,2%	1,5%	39 824	160s	160s	390s
0,6	0,015	0,3	3,5%	1,8%	37 114	140s	240s	390s

t_1 – přibližná doba prvního dosažení požadované hodnoty, t_2 – přibližná doba dosažení přijatelné požadované hodnoty, t_3 – přibližná doba do ustálení

4.2.4 Seřízení hlavního regulátoru (hlavní soustava s pomocným regulátorem nastaveným pro regulaci s vyšším překmitem)

Frekvenční charakteristiku prokládáme přímkami:

- pro úhlové rychlosti 0-0,03 rad/sec přímkou 0 dB/dek
- pro úhlové rychlosti 0,03-1,53 rad/sec přímkou -40 dB/dek
- pro úhlové rychlosti 1,53- 100 rad/sec přímkou -60 dB/dek
- pro úhlové rychlosti nad 100 rad/sec přímkou se sklonem -80 dB/dek

Opět hledáme vhodné nastavení proporcionální složky PI či PID regulátor. Od ní se odvíjejí další. Jako nejlepší dosažitelné nastavení pro dotyčný pomocný regulátor se jeví nastavení:

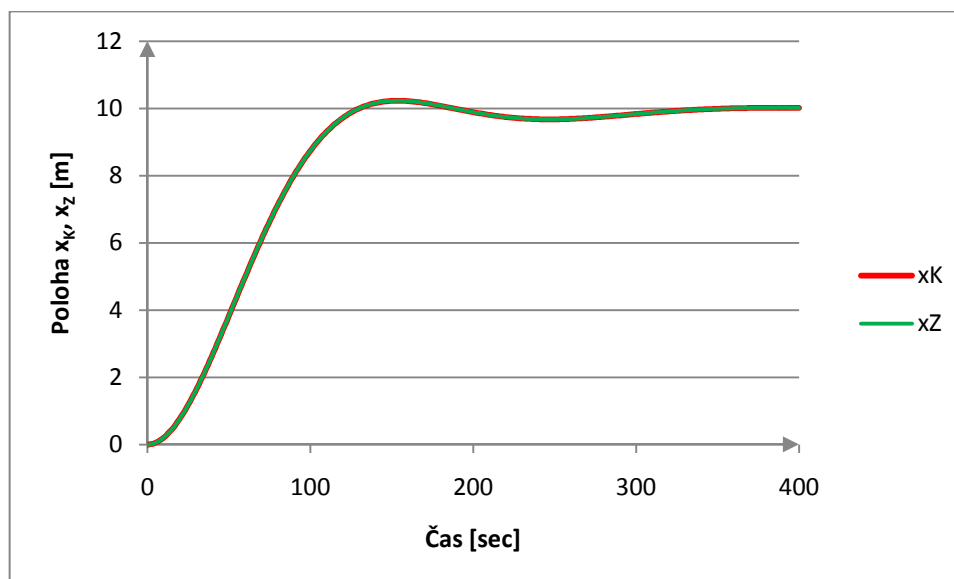
$r_0 = 0,52$ (pro PI i PID regulátor)

$r_{-1} = 0,0156$ (pro PI i PID regulátor)

$r_1 = 0,26$ (neúčinná)

$N = 10$ (pouze pro PID regulátor)

Obr. 4.21 zachycuje chování soustavy při nastavení dotyčných parametrů.



Obr. 4.21 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty. Pro PI i PID regulátor
 x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Kritérium ITAE vyjde 33 117, což je v porovnání s ostatními výborná hodnota. Nevýhodou pro tuto variantu je velký rozdíl lokálního maxima a minima, který je způsoben vyšším povoleným překmitem při seřizování pomocného regulátoru. Překmit při této regulaci je 2%, podregulování 3,3%. Proto nemůžeme považovat první docílení požadované hodnoty (130 sec) za přibližně dokončenou regulaci a použitelnou požadovanou polohu závěsu docílíme až v čase kolem 320 sec.

Srovnání s dalšími nastaveními hlavního PID regulátoru pro tuto variantu pomocného regulátoru je uvedeno v tabulce 4.4.

Tab. 4.4 Varianty seřízení regulátoru

P	I	D	Překmit	Podregulování	ITAE	t_1	t_2	t_3
0,475	0,01425	0,2375	0%	3,2%	36 939	160s	340s	370s
0,52	0,0156	0,26	2%	3,3%	33 117	130s	320s	400s
0,6	0,018	0,3	6,2%	4%	32 214	110s	310s	420s

t_1 – přibližná doba prvního dosažení požadované hodnoty, t_2 – přibližná doba dosažení přijatelné požadované hodnoty, t_3 – přibližná doba do ustálení

4.2.5 Zhodnocení rozvětvené regulace

Pro všechny varianty nastavení pomocných regulátorů jsme hledali nejvhodnější nastavení hlavního regulátoru. Výsledná nejlepší nastavení hlavních regulátorů pro dané pomocné regulátory porovnáme v tabulce 4.5.

Tab. 4.5 Varianty seřízení regulátorů

Hlavní regulátor			Pomocný regulátor		Překmit	Podregulování	ITAE	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)
P	I	D	P	D						
0,55	0,011	0,275	0,06	0,03	1,3%	0%	58409	200	200	350
0,54	0,0135	0,27	0,08	0,04	1,2%	1,5%	39824	160	160	390
0,52	0,0156	0,26	0,1	0,05	2%	3,3%	33117	130	320	400

t_1 – přibližná doba prvního dosažení požadované hodnoty, t_2 – přibližná doba dosažení přijatelné požadované hodnoty, t_3 – přibližná doba do úplného ustálení

Jako nejlepší se jeví varianta s pomocným regulátorem nastaveným s přijatelným překmitem. Již od cca 160 sec zde máme k dispozici přibližnou požadovanou hodnotu. Během regulace dojde k maximálnímu překmitu 1,2%.

Pokud získané výsledky porovnáme s výsledky jednoduché regulace (tab. 4.6), dojdeme k závěru, že rozvětvená regulace přílišná zlepšení nepřinese. Důvodem je fakt, že poloha kočky a poloha závěsu jsou velmi úzce spjaty. Pomocný regulátor řídí silně dominantní soustavu a regulátor hlavní už výslednou regulaci příliš neovlivní.

Tab. 4.6 Srovnání výsledků jednoduché a rozvětvené regulace

Typ regulace	Překmit	ITAE	t_1	t_3
Jednoduchá	1,5%	29889	180s	320s
Rozvětvená	1,2%	39824	160s	390s

t_1 – přibližná doba k získání přibližné požadované hodnoty, t_2 – přibližná doba do úplného ustálení

4.3 Stavová regulace

Jednoduchá PID regulace operuje pouze s matematickým popisem systému. Tento popis je popisem vnějším, protože vychází pouze ze závislosti výstupu na vstupu. Nijak však

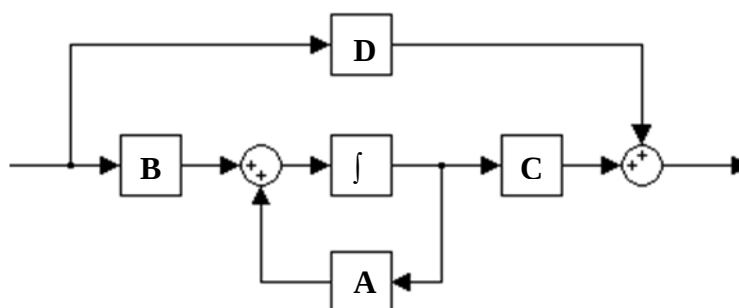
nezohledňuje vnitřní stav systému. To může vyhovovat pro jednoduché systémy např. pouze s jedním vstupem a jedním výstupem.

Systém jeřábové kočky je však systémem složitějším. Nelze zde zohledňovat pouze odchylku polohy závěsu od požadované polohy, protože při její stejné odchylce může být stav systému různý. V úvahu je tedy třeba brát i celou řadu dalších veličin, jako je poloha kočky, rychlost kočky a rychlost závěsu. Teprve po zohlednění všech těchto veličin bude možné jednoznačně určit, jak se bude systém chovat v příštím okamžiku.

Veličiny poloha závěsu, poloha kočky, rychlost závěsu a rychlost kočky budou pro systém jeřábové kočky stavovými veličinami.

Pozn.: Možnými stavovými veličinami by mohly být například také úhel vychýlení závěsu a úhlová rychlost při rotačním pohybu závěsu kolem kočky. Tyto dvě veličiny souvisí s již stanovenými stavovými veličinami a lze je navzájem odvozovat. Jejich použití namísto některých stanovených stavových veličin by však znamenalo vyšší výpočtovou náročnost.

Obecně vypadá blokové schéma spojitého lineárního dynamického systému následovně:



Obr. 4.22 Blokové schéma obecného spojitého lineárního dynamického systému[1]

A – matice systému, **B** – matice vstupu, **C** – matice výstupu, **D** – matice přímé vazby výstupu na vstup

Obecný tvar stavových rovnic systému:

Rovnice dynamiky:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (4.14)$$

kde **A** – matice systému
B – matice vstupu

Rovnice výstupu:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (4.15)$$

kde **C** – matice výstupu
D – matice přímé vazby výstupu na vstup

Použijeme stavový popis systému, získaný v kapitole 3.2.

Matice systému:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} & -\frac{k_{tk}}{m_k} & \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{g}{l} & 0 & -\frac{g}{l} & -\frac{k_{tz}}{m_z} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Matice vstupu:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Matice výstupu:

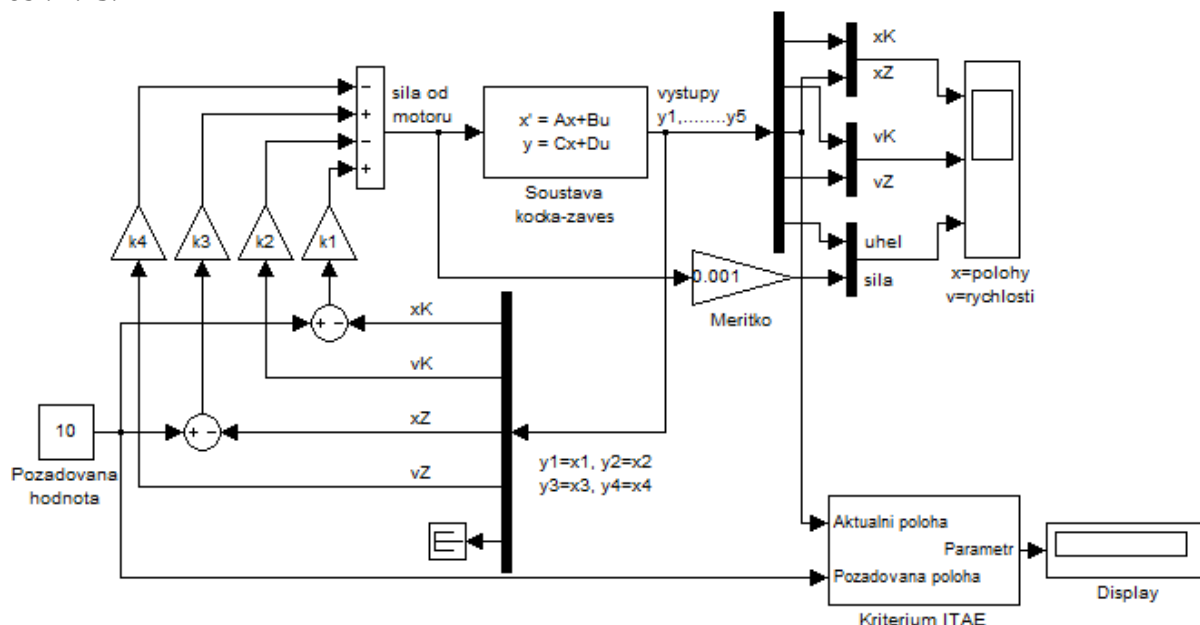
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Matice přímé vazby výstupu na vstup:

$$\mathbf{D} = 0 \quad (4.19)$$

Zavedení stavového popisu nám umožňuje zohledňovat všechny stavové veličiny. Výstupních veličin je pět – všechny stavové a úhel vychýlení, který z nich můžeme odvodit. Ten pro další regulaci nebudeme potřebovat. Zohlednění stavových veličin znamená jejich vynásobení vhodnými koeficienty k_i a následný součet těchto dílčích součinů. Koeficienty k_i tvoří tzv. *matici optimálního zesílení K*.

Vhodné sestavení regulačního obvodu pro případ jeřábové kočky je zachyceno na obr. 4.23.



Obr. 4.23 Schéma stavového řízení pro případ jeřábové kočky.

Syntéza regulátoru spočívá v určení zpětnovazebních koeficientů ve formě matice $\mathbf{K}$. Jde o optimální nastavení pro zvolené kritérium kvality, dané volbou matic $\mathbf{Q}$ a $\mathbf{R}$. K výpočtu koeficientů matice $\mathbf{K}$ obsahuje prostředí Matlab velice účinnou službu v Control system toolbox.

4.3.1 Control system toolbox (CST)

Control system toolbox (mimo jiná využití) obsahuje službu pro stanovení zpětnovazebních koeficientů. Pro využití této služby je nutno nejprve stanovit pokutovací váhy pro odchylky jednotlivých stavových veličin.

Program operuje s odchylkami od nuly. V případě rychlosti kočky a rychlosti závěsu je touto odchylkou přímo hodnota rychlosti. V případě polohy musí být odchylkou rozdíl požadované a aktuální polohy.

Zavedení penalizací představuje účinný nástroj pro redukci kmitání a při vhodné nastavení pokutovacích parametrů příznivě působí na stabilitu celého systému.

Díky Control system toolboxu převádíme problém hledání optimálních zpětnovazebních koeficientů na problém hledání optimálních pokutovacích vah, ze kterých sestavíme matici pokutovacích vah $\mathbf{Q}$.

Simulacemi nalézáme přibližné optimum matice pokutovacích vah pro námi zvolené parametry soustavy:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 20 \\ 3 \\ 20 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Nejvíce pokutovanými veličinami jsou rychlost kočky a rychlost závěsu. Toto opatření velmi snižuje možnost rozkmitání celé soustavy.

Poslední, co služba toolboxu CST vyžaduje, je matice pokutovacích vah odchylek akčních veličin. Jedinou akční veličinou je v našem případě Síla motoru. Matice $\mathbf{R}$ tedy bude jednorozměrná. Opět simulacemi nalézáme vhodnou hodnotu matice $\mathbf{R}$:

$$\mathbf{R} = [0,01] \quad (4.21)$$

Tato pokutovací váha znamená vlastně zmenšení maximálního točivého momentu motoru.

Nyní můžeme zavolat příkaz Control system toolboxu, který podle zadaných vah určí matici optimálního zesílení. Dále také matici Riccati ($\mathbf{S}$) a vektor vlastních hodnot ($\mathbf{E}$), které jsou důležité pro jiné podrobnější výpočty. Pro náš případ nemají význam a používáme je, protože to vyžaduje syntaxe programu. Zápis v programu Matlab:

$$[\mathbf{K}, \mathbf{S}, \mathbf{E}] = \text{lqr}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Q}, \mathbf{R});$$

Hodnoty koeficientů matice $\mathbf{K}$ přiřadíme do násobících koeficientů zpětné vazby:

$$k1=\mathbf{K}(1); k1=\mathbf{K}(1); k1=\mathbf{K}(1); k1=\mathbf{K}(1);$$

4.3.2 Průběh stavové regulace

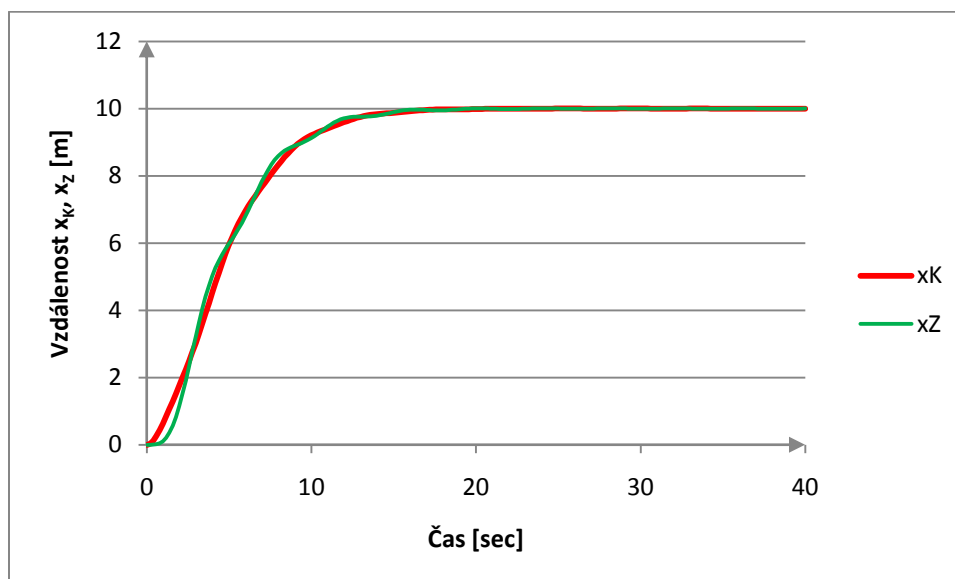
Po stanovení matic $\mathbf{Q}$ a $\mathbf{R}$ program Matlab spočte pro zadané parametry soustavy koeficienty matice optimálního zesílení:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 53.9860 \\ 108.2352 \\ -33.9860 \\ -14.1381 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Obr. 4.24 zachycuje chování soustavy při nastavení zpětnovazebních koeficientů dotyčným způsobem.

Při řízení bylo dosaženo nulového překmitu, hodnota kvality regulace podle kritéria ITAE je pro čas 400 sec rovna asi 173, což je nesrovnatelně lepší hodnota, než u regulace jednoduché či rozvětvené.

Také pokud porovnáme časy regulace, zjišťujeme, že už za cca 16 sekund dostáváme požadovanou hodnotu a prakticky od téhož času je soustava ustálena. Tato doba je asi desetkrát kratší než u jednoduché regulace, při které byl navíc povolen malý překmit.



Obr. 4.24 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty polohy závěsu
 x_K – poloha kočky, x_Z – poloha závěsu

Pozn.: Simulaci zobrazujeme pouze v časovém úseku 40 sec. Kritérium ITAE budeme posuzovat v obvyklém čase 400 sec.

Simulacemi testujeme možná nastavení penalizací, z nichž program Matlab-Simulink určí matici $\mathbf{K}$. Nastavení dáno rovnicí 4.20 se jeví jako nejlepší, co se týče kvality regulace.

Stavová regulace je velmi rychlá a kvalitní, avšak jejím problémem je nutnost znalosti hodnot všech stavových veličin, což může být v některých případech závažný problém. V našem případě lze poměrně snadno měřit polohu a rychlost kočky. Hůře se měří poloha závěsu (např. ze známé polohy kočky, délky lana a úhlu vychýlení lana), ale značným problémem může být rychlost závěsu, která by šla odvodit z délky lana a úhlové rychlosti, se kterou se lano otáčí kolem kočky. Otázkou je, nakolik přesné údaje obdržíme, protože s rostoucí délkou lana klesá úhlová rychlost a s ní i přesnost měření.

Pokud bychom nedokázali spolehlivě měřit všechny stavové veličiny, museli bychom od stavového řízení buď upustit, nebo bychom museli zavést tzv. *pozorovatele soustavy*, tedy systém, operující s modelem soustavy, který by pomocí něj dokázal z měřitelných stavových veličin dopočítat všechny zbylé-neměřitelné. Kvalita řízení se pak značně odvíjí od přesnosti modelu. Touto variantou řízení se zabývá např. literární pramen[3].

4.4 Prediktivní regulace [2]

Prediktivní řízení prochází v dnešní době značným vývojem. Jedná se o vysoce moderní metodu regulace. Předpokládáme od ní výbornou kvalitu a výsledky řízení, mnohem lepší než u regulace jednoduché a srovnatelné s regulací stavovou. V práci bude reprezentovat diskrétní metody řízení.

4.4.1 Princip prediktivního řízení [2]

Jak už název napovídá, řízení funguje na principu predikce, tzn. předpovědi, jak se bude dotyčný systém chovat v budoucnu. K tomu se používá právě model soustavy.

Prediktivní regulace je regulací diskretní. Rozděluje tedy časovou osu na určitý konečný počet časových okamžiků. Pro každý tento okamžik se optimalizuje akční zásah:

- 1) Regulátor sestavuje posloupnost akčních zásahů a testuje na modelu jejich dopad.
- 2) Regulátor optimalizuje tuto posloupnost akčních zásahů.
- 3) Po vybrání nejlepší posloupnosti vybírá její první akční zásah a ten provede na reálném modelu.

Při nastavení prediktivního regulátoru jsou důležité dvě hodnoty:

Horizont řízení – počet akčních zásahů v posloupnosti, kterou testuje.

Horizont predikce – počet časových okamžiků, na kterých se testují dopady akčních zásahů.

Z logiky věci vyplývá, že horizont predikce by měl být větší (minimálně roven) než horizont řízení, jinak bychom brali v úvahu některé akční zásahy zbytečně.

„Účelová funkce optimalizace zahrnuje budoucí predikce výstupů, budoucí trajektorii žádané veličiny a budoucí trajektorii akčních zásahů.“ [2 – citace str. 211].

Skutečné chování soustavy se může od chování jejího modelu lišit, a proto nepoužíváme celou zoptimalizovanou posloupnost, ale pouze její první akční zásah. Po jeho provedení celý proces optimalizace opakujeme.

Metoda rovněž umožňuje penalizovat odchylky jednotlivých stavových veličin. Používají se jako parametry optimalizace a ovlivňují tedy účelovou funkci.

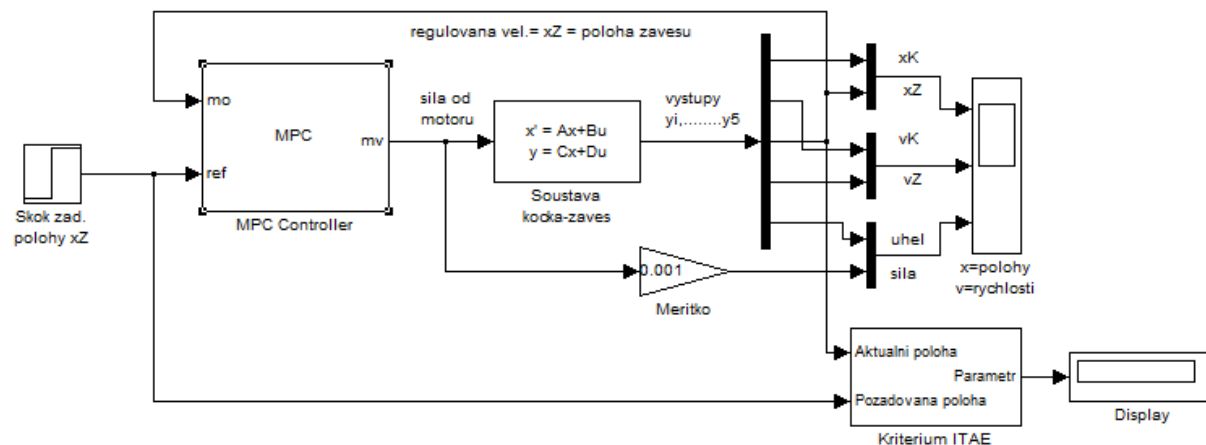
Protože regulátor provádí náročný optimalizační výpočet v každém časovém okamžiku, tedy za velmi krátkou dobu, jsou hardwarové nároky na něj vysoké.

4.4.2 Prediktivní řízení v prostředí Matlab-Simulink

Z principu metody je zřejmé, že vlastní optimalizační výpočty musí obstarat regulátor, při simulacích na počítači vhodný výpočtový program. Program Matlab-Simulink takovýto výpočtový podprogram obsahuje. Blok MPC Controller je přímo virtuálním modelem prediktivního regulátoru. Předmětem této kapitoly bude nastavení tohoto regulátoru.

Pozn.: Zkratka MPC znamená Model predictive control.

Regulační obvod s blokem MPC Controller sestojíme prostě:



Obr. 4.25 Schéma regulačního obvodu s prediktivním regulátorem

Nastavení parametrů soustavy i programu MPC provádíme v externím souboru:

Jak už bylo řečeno, optimalizace probíhá testováním modelu soustavy. Je tedy nutné regulátoru předat informace o dané soustavě, konkrétně matice **A**, **B**, **C**, **D**. Nejdříve je třeba model linearizovat pomocí služby Linea analysis. Toho docílíme příkazem:

```
[A,B,C,D]=linmod('Model_proMPC_a');
```

'Model_proMPC_a' je pouze název, pod kterým jsme uložili model soustavy (samostatně vytvořený v Matlab-Simulink).

Získaný model převedeme do strukturovaného popisu (vyžadováno):

SouLTI=ss(A,B,C,D);

,SouLTI' je proměnná, v níž je strukturovaný model uložen.

Dále nastavujeme tyto parametry:

Tvr=0.5; % Vzorkovací interval

P=80; % Horizont predikce

M=10; % Horizont řízení

Nastavené parametry předáme prediktivnímu regulátoru:

MPC_a=mpc(SouLTI,Tvr,P,M)

,MPC_a' je název regulátoru, nastavený v prostředí Matlab-Simulink.

Nyní zvolíme penalizace:

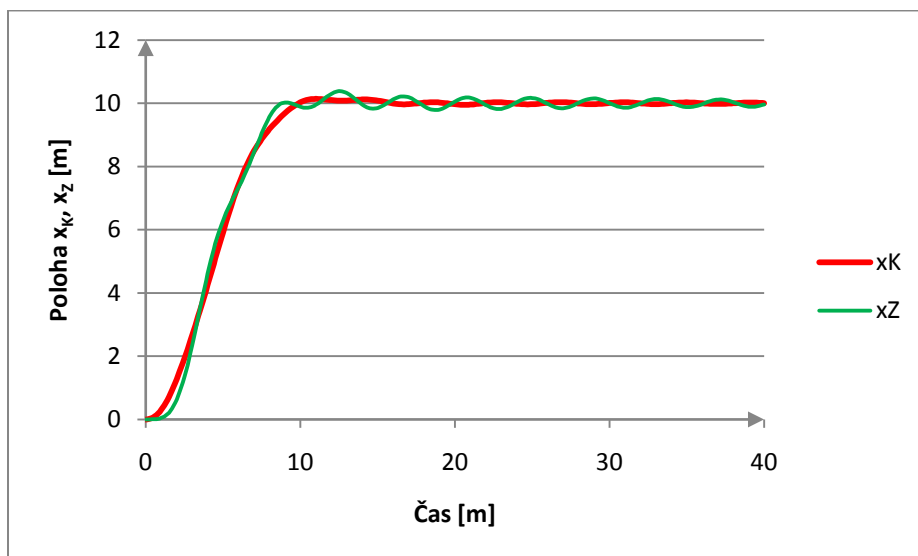
MPC_a.W.ManipulatedVariables=0.03; % Pokuta akční veličiny

MPC_a.W.ManipulatedVariablesRate=0.2; % Pokuta rychlosti akční veličiny

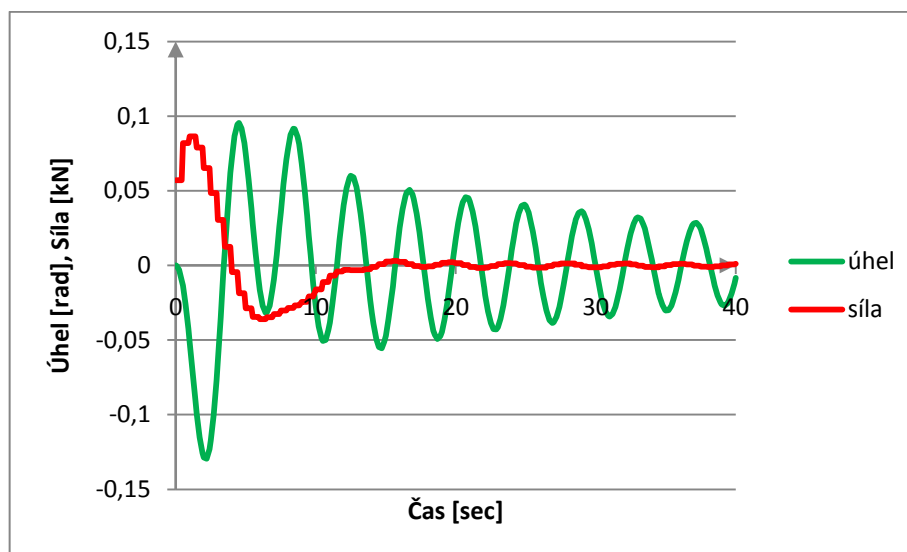
MPC_a.W.OutputVariables=1.5; % Pokuta regulační odchylky

Pozn.: Význam pokut: Pokud se např. zvýší regulační odchylka o určitou hodnotu, je to 5x závažnější, než když se zvýší o stejnou hodnotu rychlost akční veličiny.

Následující grafy (obr. 4.26, obr. 4.27) popisují chování regulátoru při tomto nastavení.



Obr. 4.26 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty při pokutě odchylky regulované veličiny 1,5



Obr. 4.27. Chování úhlu při dotýčných akčních zásazích při pokutě odchylky regulované veličiny 1,5

Všimněme si, že průběh působící síly má schodovitý tvar (diskrétní regulace).

Přibližná požadovaná hodnota je dosažena asi za 10 sekund při maximálním překmitu přibližně 3,5%.

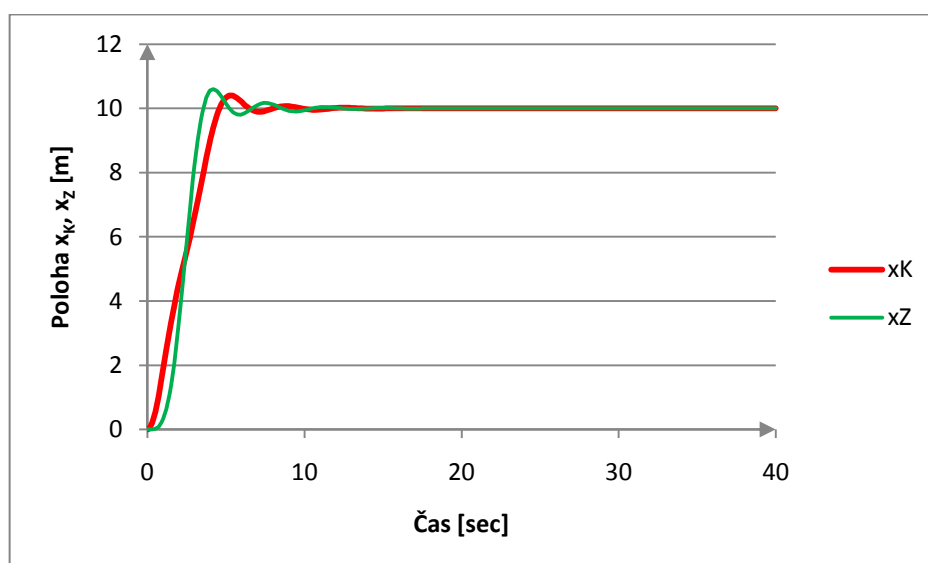
Z časových průběhů obou grafů (obr. 4.26, obr. 4.27) je patrné, že takto nastavený prediktivní regulátor velmi dobře reguluje v přechodové části, ale v ustálené části přetrvává kmitání závěsu kolem kočky (úplně ustane až kolem 200 sec). To velice ovlivní kritérium ITAE, které značně penalizuje dobu regulace:

Hodnota kritéria ITAE v čase 40 sec: 201

Hodnota kritéria ITAE v čase 400 sec: 382

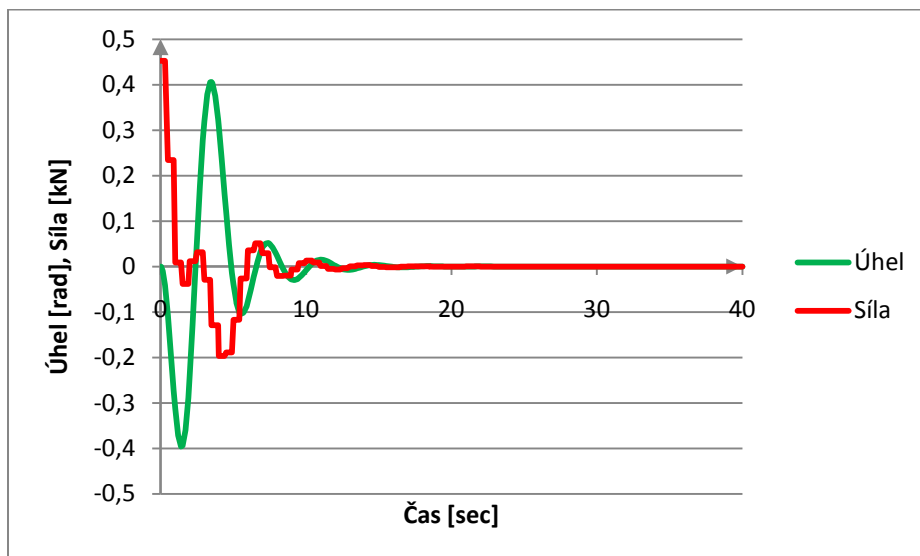
Podle průběhu regulace můžeme usuzovat, že prediktivní regulátor operuje s jiným kritériem optimality (patrně kritérium kvadratické regulační plochy), které nezohledňuje dobu regulace.

Pokud bychom chtěli toto kmitání odstranit, je nutno přenastavit pokutu regulační odchylky. Na obrázcích 4.28 a 4.29 je zachycen průběh regulace při nastavení postihu regulační odchylky $MPC_a.W.OutputVariables = 15$.



Obr. 4.28. Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty při pokutě odchylky

regulované veličiny 15



Obr. 4.27. Chování úhlu vychýlení po dotyčných akčních zásazích při pokutě odchylky regulované veličiny 15

Touto změnou jsme dokázali velmi rychle odstranit kmitání, avšak za cenu vyššího překmitu (6%). Tato varianta regulace bude nejvýhodnější v případě, kdy potřebujeme co nejrychlejší přesun závěsu a není třeba příliš kontrolovat úhel vychýlení závěsu (až 0,4 rad). Požadovaná hodnota je k dispozici už od cca 8 sekund. Kritérium ITAE má v čase 400 sec hodnotu pouze 37, avšak díky přesné regulaci se již od 15 sekund téměř nezvyšuje.

4.4.3 Zhodnocení prediktivní regulace

Prediktivní řízení je patrně nejdokonalejší způsob řízení pohybu a při správně nastavených parametrech regulátoru proběhne ve velmi krátkém čase s velmi dobrou kvalitou.

K nevýhodám prediktivního řízení patří nemožnost přímo řídit proces optimalizace a tím odstranit nežádoucí překmit či kmitání. Proces lze jen nepřímo ovlivňovat volbou pokut. Konkrétní software bývá před uživatelem utajen. Také v případě prostředí Matlab-Simulink je MPC uzavřená služba. Kromě volby pokuty odchylky regulované veličiny je důležité optimalizovat také volbu obou horizontů popřípadě zavést *omezení* veličin.

K další nevýhodě patří nutnost velmi výkonného hardwaru se správně nastaveným softwarem. Ceny hardwaru bývají cca dvojnásobné v porovnání s PID regulátory. Ceny softwaru (nastavení) jsou až desetinásobné.

4.5 Adaptivní regulace

Adaptací rozumíme přizpůsobení se regulátoru změnám regulované soustavy. V kapitole 3.2 jsme zvolili reprezentativní vlastnosti soustavy, které jsme poté používali jako parametry soustavy pro všechny typy regulací. Bylo nutné tyto parametry sjednotit, abychom mohli jednotlivé varianty řízení objektivně posuzovat a určit, které typy řízení jsou pro řešení zadaného problému nejvhodnější.

V praxi se však všechny parametry soustavy budou měnit.

Adaptaci lze zavést pro všechny typy regulátorů. V práci se soustředím především na jednoduchou regulaci. Zavedení adaptace pro další typy regulací by bylo obdobné.

4.5.1 Volba veličiny, na kterou se bude systém adaptovat

Chování soustavy ovlivňují všechny její parametry. Některé více, některé méně. Některé parametry se také mění častěji než jiné. Cílem této kapitoly je vybrat veličinu, na jejíž změnu by bylo nejvhodnější systém adaptovat.

Koeficient tření kočky je veličina, která se odvíjí od mazání a opotřebenosti jeřábu. Po celou dobu životnosti se však příliš nemění, pokud jsou dodrženy provozní podmínky jeřábu a mazivo pravidelně měněno.

Koeficient odporové tlumící síly se sice s povětrnostními podmínkami mění, avšak pro chování soustavy nejsou tyto změny rozhodující.

Vlastní hmotnost jeřábové kočky velice ovlivňuje regulaci, avšak po celou dobu životnosti jeřábu se nemění.

Hmotnost závěsu je parametr soustavy, který se bude měnit velice často. Pohyb závěsu je pohybem složeným z rotačního pohybu kolem kočky a translačního pohybu této kočky. Pohyb rotační je klasickým případem matematického kyvadla, kdy hmotnost závěsu nehraje roli, protože na jakýkoliv závěs působí stejné tíhové zrychlení Země. Od hmotnosti závěsu se odvíjí setrvačná síla závěsu, která působí proti translační složce pohybu. Toto působení roste s úhlem vychýlení závěsu. Při regulaci je však jedním ze základních požadavků malý úhel vychýlení, což znamená, že zmíněné působení bude zanedbatelné.

Délka odvinutého lana je další z parametrů, který se bude v praxi velice často měnit. Dokonce se může měnit i během vlastní regulace, pokud chce jeřábík například břemeno přesouvat a zároveň je i začíná pokládat, aby se nezdržoval. Délka odvinutého lana může rovněž značně ovlivnit chování soustavy, a také proto bude hledaným vhodným parametrem, na který se bude systém muset adaptovat.

Pozn.: V dalších kapitolách budeme pro jednoduchost pojem „délka odvinutého lana“ zkracovat na „délka lana“, přestože skutečná délka lana je rovna součtu délek odvinuté a neodvinuté části.

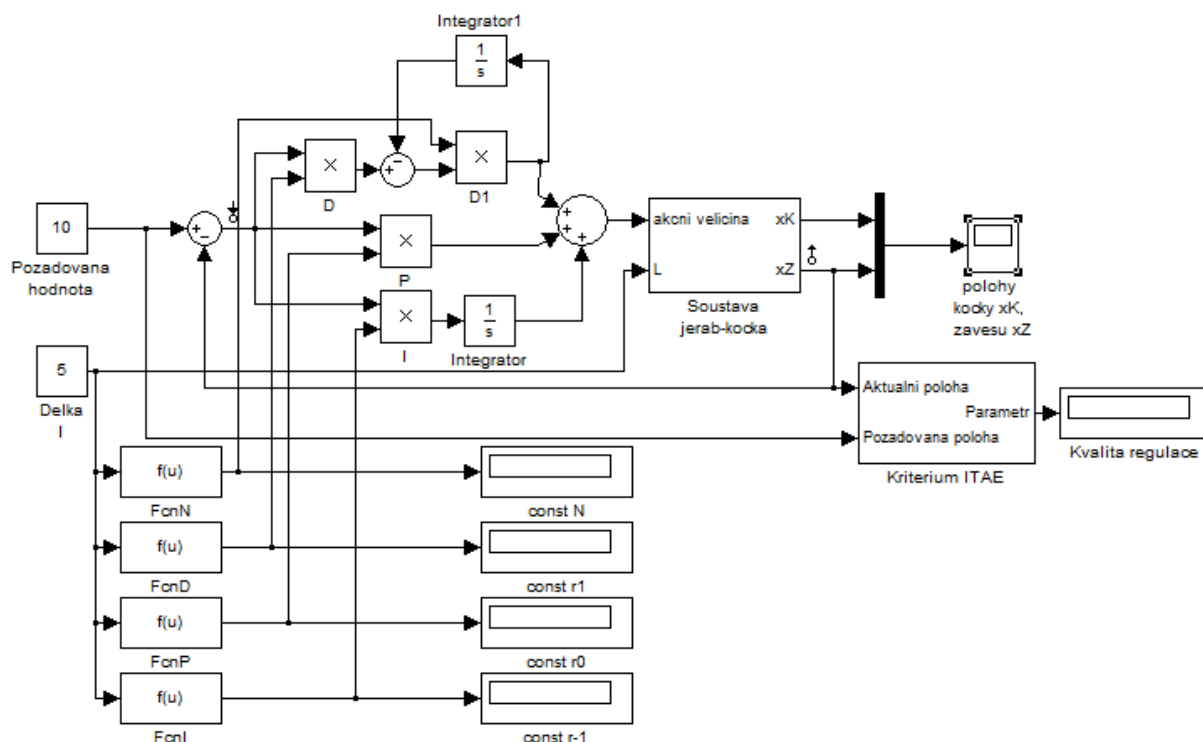
4.5.2 Postup při sestrojování adaptivního systému

Pro adaptaci regulátoru je nutno dopředu spočítat optimální parametry regulátoru pro dostatečně velkou množinu délek v rozsahu maximální délky odvinutého lana. Jednotlivé hodnoty dílčích složek buď proložíme polynomem, nebo aproximujeme, čímž získáme Parametrizační funkci $f_P(l)$, popř. $f_I(l)$, $f_D(l)$, $f_N(l)$. Tyto funkce budou pro vstupní veličinu délku lana vracet přibližné optimum nastavení určité složky. Pro jednoduchou regulaci použijeme proložení polynomem. Pro složitější regulace (např. stavová) by bylo lépe získané hodnoty aproximovat.

Prostředí Matlab-Simulink neumožňuje měnit hodnoty jednotlivých bloků za běhu simulace. To nám znemožňuje použít pro reprezentaci soustavy blok stavového popisu či blok pro reprezentaci soustavy přenosem. Proto použijeme k tomuto účelu vytvořený model soustavy sestrojený pomocí blokové algebry.

Rovněž pro regulátor nelze použít blok PID Controller, protože i parametry regulátoru se budou měnit v závislosti na délce odvinutého lana.

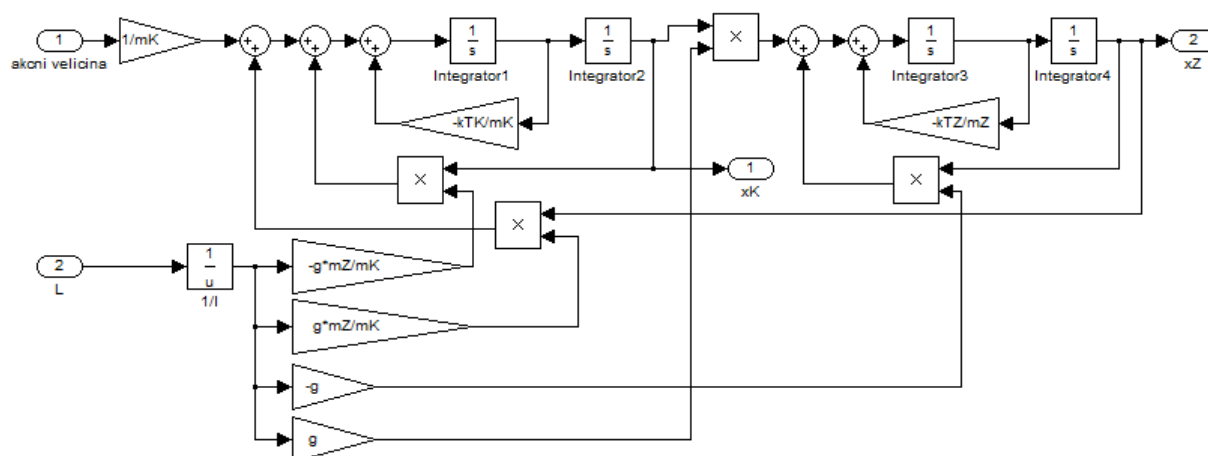
Regulační obvod je tedy nutno upravit následujícím způsobem, znázorněným na obr. 4.29.



Obr. 4.29 Schéma obvodu pro adaptivní řízení

Pozn.: Obvod je uzpůsoben pro změny všech 4 složek regulátoru.

Z obrázku vidíme, že délka l je vstupní veličinou pro výpočty parametrů regulátoru i pro seřízení soustavy. Aby mohla být délka proměnná, bylo také nutno upravit vlastní soustavu. Vyjdeme z blokového schématu soustavy a dále v ní upravíme bloky, jejichž hodnota je závislá na délce. Schéma soustavy upravené tímto způsobem je znázorněno na obr. (4.30).



Obr. 4.30 Schéma soustavy, uzpůsobené pro druhou vstupní veličinu – délku odvinutého lana

4.5.3 Hledání parametrizačních funkcí, závislost parametrů regulátoru na délce lana

Pro nalezení parametrizačních funkcí je třeba nalézt optimální parametry pro dostatečně velkou množinu délek. Délky by měly být v rozmezí od 0 do maximální délky lana. Tu my nevíme, protože regulaci navrhujeme obecně. Zvolíme ji tak, aby bylo patrné, jak se soustava

chová pro změnu délky. Maximální délku lana volíme 15 metrů.

Již víme, jaké jsou optimální parametry pro délku lana $l = 5$ m. Protože charakter soustavy se nezmění a opět jde o soustavu s integrací prvního řádu, integrační složku regulátoru nebudeme využívat.

Derivační člen (a s ním spojená filtrace) nebude mít pro regulaci žádný vyšší význam, regulaci nezlepší ani nezhorší. Význam bude mít pouze v případě, kdy budeme mít za úkol regulovat již silně rozkmitanou soustavu.

Filtraci derivační soustavy necháme pro všechny varianty soustav působit od úhlové rychlosti 10 rad/sec.

V práci uvedu pro porovnání syntézu regulátoru pro délku lana 1 m a 15 m.

Syntéza regulátoru pro $l = 1$ m

Již dříve bylo dokázáno, že vhodné parametry regulátoru musíme určovat úpravou její frekvenční charakteristiky. Prozkoumáme tedy, jak se změnila frekvenční charakteristika soustavy pro změnu délky. Frekvenční charakteristika pro soustavu s délkou lana 1 m je znázorněna na obr. 4.31.

Prostředí Matlab-Simulink vygeneruje pro tuto soustavu následující póly:

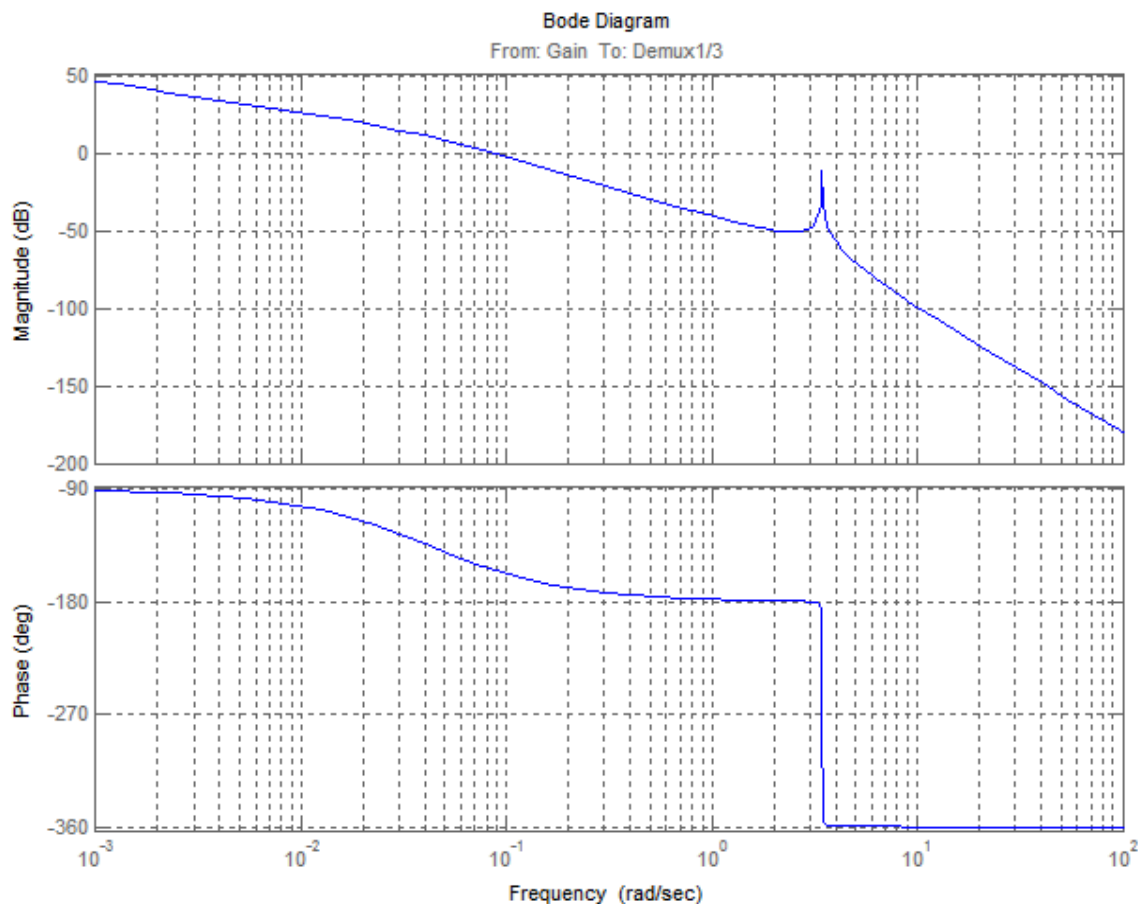
$$p_1 = 0$$

$$p_2 = -0,0418$$

$$p_3 = -0,00437 + 3,43i$$

$$p_4 = -0,00437 - 3,43i$$

Soustava má podle očekávání stejný počet pólů, jako pro délku lana 5 m, nuly nemá opět žádné. Póly p_1, p_2 mají stejnou hodnotu pro délku lana 1 m i 5 m. To znamená, že změna sklonu frekvenční charakteristiky z -20dB/dek na -40dB/dek se odehraje v obou případech při stejné úhlové rychlosti. Tato skutečnost může vést k překvapujícím závěrům ohledně celého adaptivního řízení.



Obr. 4.31. Frekvenční charakteristika soustavy pro délku lana 1 m

Hledání parametrů regulátoru opět spočívá v optimalizaci průniku frekvenční charakteristiky s nulovou osou.

Úhlová rychlost 3,43 rad/sec je pro tuto soustavu úhlovou rychlostí, při níž dojde k rezonančnímu převýšení. Také v tomto případě je nutné, aby mezi vrcholem tohoto převýšení a nulovou osou byla dostatečná rezerva. Rovněž platí, že derivační složka může působit až od této úhlové rychlosti, přesněji od úhlové rychlosti vyšší s určitou rezervou:

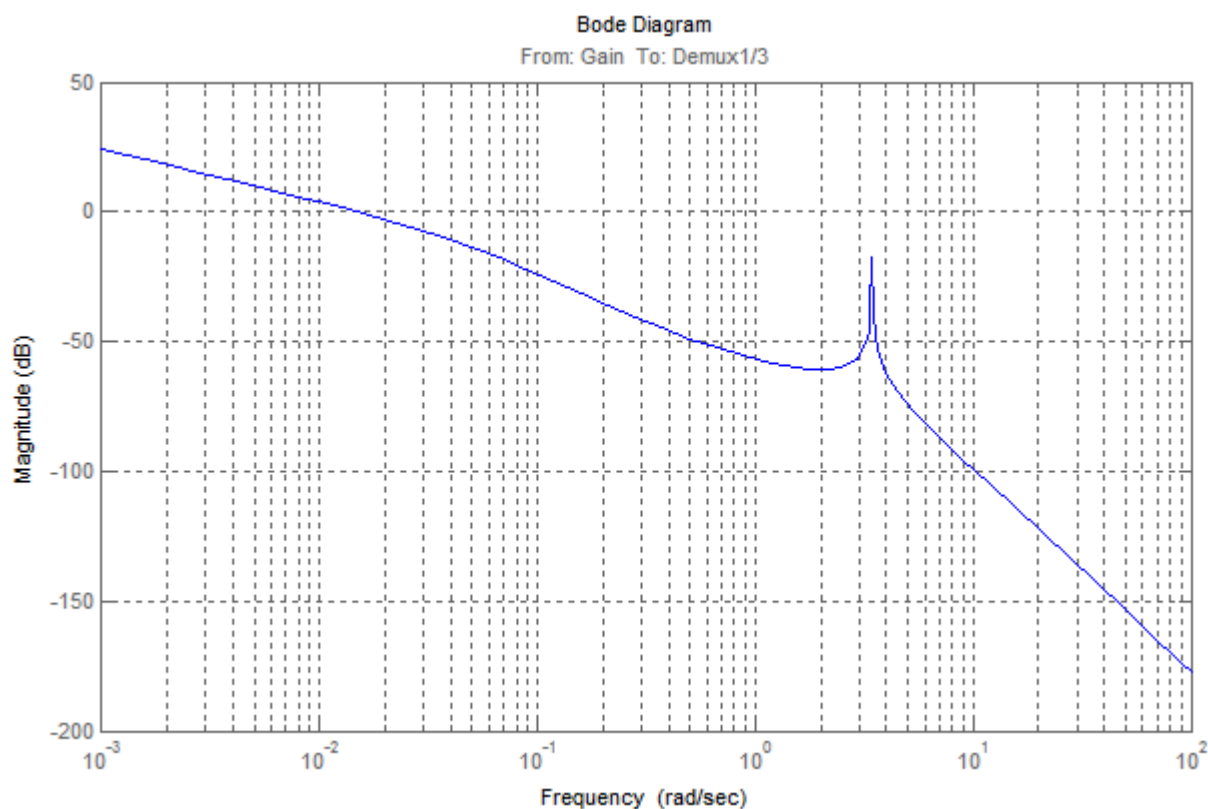
$$\frac{1}{T_d} \cong 5 \text{ rad/sec.}$$

Rozhodující tedy opět bude stanovit proporcionální složku. Směrodatnou informaci pro nás je, že graf frekvenční charakteristiky je třeba posunout k nižším hodnotám amplitudy, tedy r_0 musí být menší než 1. Simulacemi nacházíme vhodnou hodnotu $r_0 = 0,08$.

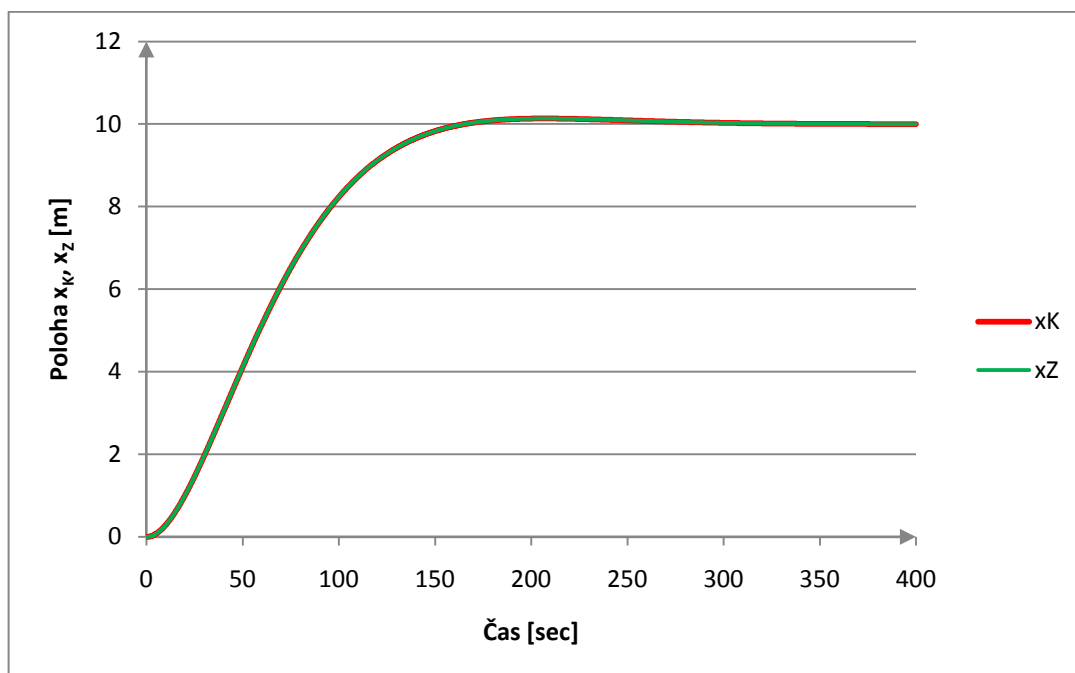
Podle této hodnoty nastavíme také derivační složku: $r_1 = 0,016$

Pozn.: I v tomto případě by vedlo zavedení integrační složky ke značnému zvýšení překmitu.

Na obr. 4.32 je zachycena frekvenční charakteristika otevřeného obvodu, upravená takto nastaveným regulátorem.

Obr. 4.32 Amplitudová frekvenční charakteristika otevřeného obvodu pro $l = 1$ m

Po nastavení těchto parametrů se bude obvod chovat následujícím způsobem:



Obr. 4.33 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty pro $l = 1$ m
 x_K – poloha kočky, x_Z – poloha závěsu

Pro dotyčnou hodnotu zesílení bude mít soustava přijatelný překmit 1,3%. Hodnota kritéria ITAE bude 29 897 a přibližná požadovaná hodnota je k dispozici za čas asi 180sec.

Nastavení proporcionální složky regulátoru je tedy obdobné jako u soustavy s délkou lana 5m, kvalita regulace, překmit i doba regulace vyjdou velice podobně. Příčinou je neměnící se hodnota pólů p_1 a p_2 .

Syntéza regulátoru pro $l = 15$ m

Při návrhu parametrů regulátoru vycházíme ze stejných předpokladů jako v předešlých případech.

Soustava má pro $l = 15$ tyto póly:

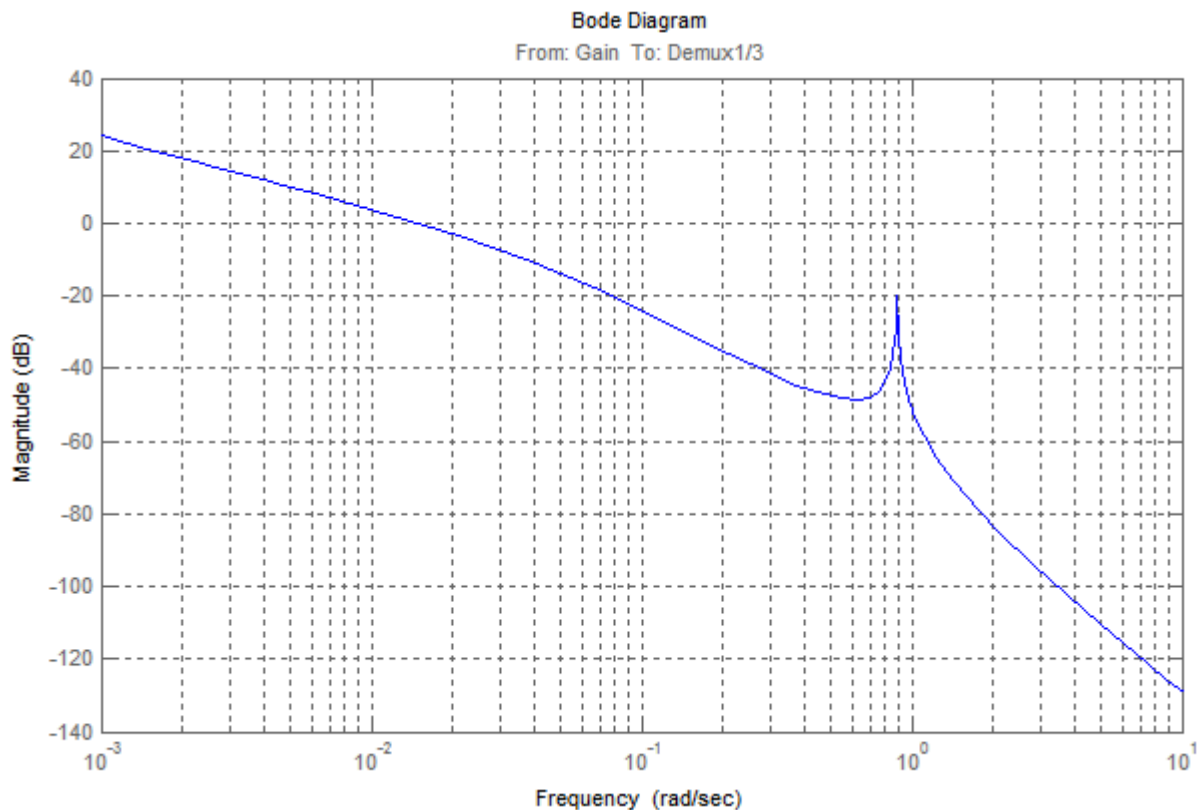
$$p_1 = 0$$

$$p_2 = -0,0418$$

$$p_3 = -0,00437 + 0,886i$$

$$p_4 = -0,00437 - 0,886i$$

Póly p_1 a p_2 mají opět stejnou hodnotu, jako pro $l = 1$ m a $l = 5$ m. To nám napovídá, že proporcionální složka by mohla být opět nastavena na 0,08. Derivační složka smí působit až od úhlové cca 1,5 rad/sec. Takovéto parametry regulátoru upravují frekvenční charakteristiku následovně:



Obr. 4.34 Amplitudová frekvenční charakteristika otevřeného obvodu pro $l = 15$ m

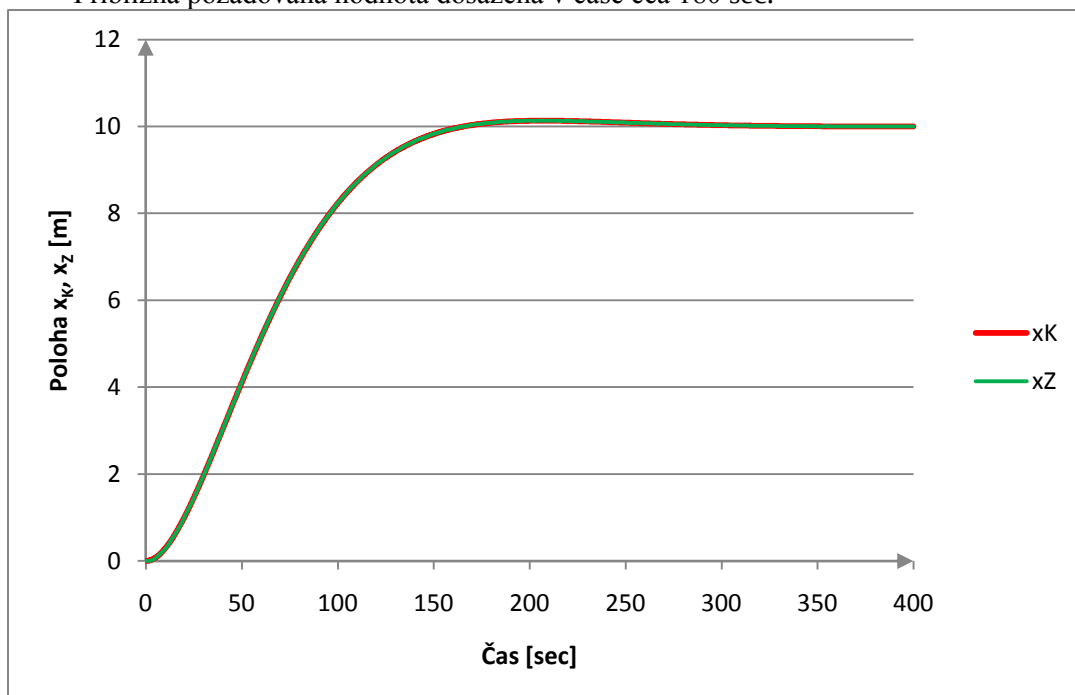
Průběh regulace je obdobný jako v předchozích případech. Pro $l = 15$ m je zachycen na obr. 4.35.

Regulací se stejnými parametry regulátoru získáme takřka totožné výsledky, jako při jiných délkách lana:

Kritérium ITAE: 29 871

Maximální překmit: 1,3%

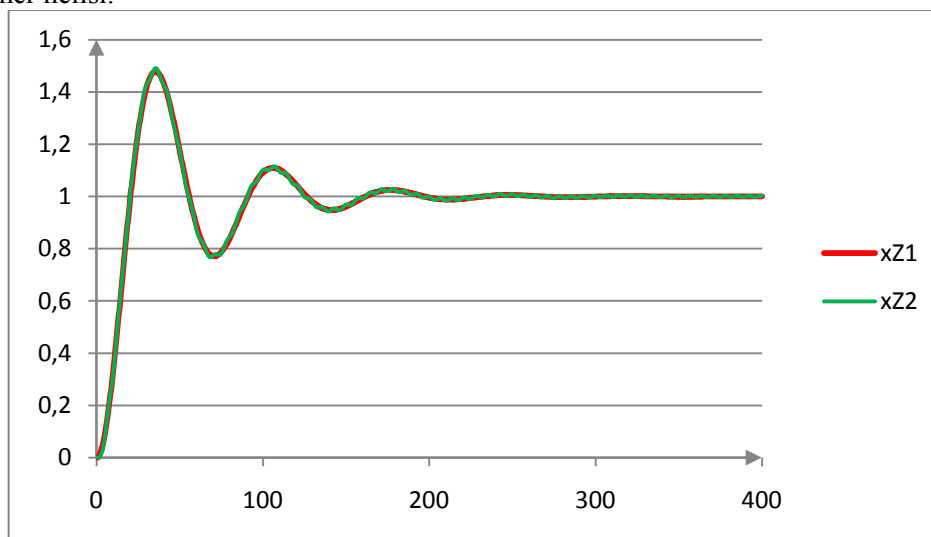
Přibližná požadovaná hodnota dosažena v čase cca 180 sec.



Obr. 4.35 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty pro $l = 15$ m
 x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Prognóza syntézy regulátoru pro změnu délky

Je evidentní, že póly p_1 a p_2 nebude závislý na délce lana a optimalizace průniku frekvenční charakteristiky s nulovou osou bude ve všech případech stejná. Na obrázku 4.35 je porovnání přechodové charakteristiky soustavy pro $l_1 = 1$ a $l_2 = 15$. Obě charakteristiky se od sebe téměř neliší.

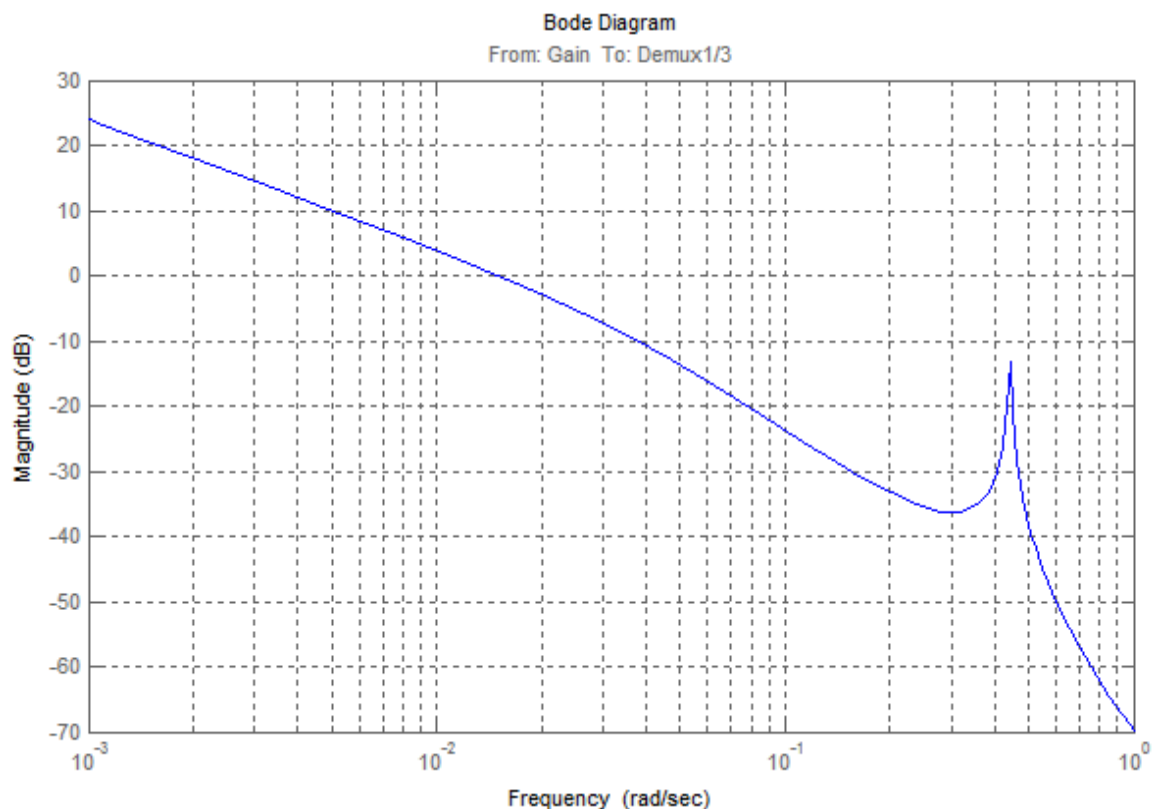


Obr. 4.36 Srovnání přechodových charakteristik soustav s $l_1 = 1$ a $l_2 = 15$

x_{z1} - přechodová charakteristika soustavy s délkou lana $l_1 = 1$, x_{z2} - přechodová charakteristika soustavy s délkou lana $l_2 = 15$

Pokud porovnáme frekvenční charakteristiky pro jednotlivé délky, zjistíme, že rezonanční převýšení nastává při rostoucí délce lana pro nižší úhlové rychlosti. Pokud by jeho relativní výška zůstala konstantní, rostla by, nebo by se nedostatečně zmenšovala, její vrchol by se neustále přibližoval nulové ose a hrozilo by, že pro určité délky lana již nebude požadovaná rezerva (asi 6dB) splněna a proporcionální složka se bude muset řídit právě rezonančním převýšením.

Z frekvenčních charakteristik však také vyplývá, že relativní výška rezonančního převýšení se s rostoucí délkou snižuje. Simulacemi pro až absurdně velké délky lana (až 60 m) zjišťujeme, že se relativní výška rezonančního převýšení snižuje natolik, že pro $r_0 = 0,8$ bude rezerva vždy dokonce násobně vyšší, než požadovaná. (derivační složka působí od úhlové rychlosti 0,6 rad/sec). Frekvenční charakteristika otevřeného obvodu se zesílením 0,08 a délkou lana 60 m je zachycena na obr. 4.37.



Obr. 4.37 Amplitudová frekvenční charakteristika otevřeného obvodu pro $l = 60$ m

Jediný parametr regulátoru, který se s rostoucí délkou bude měnit, je derivační složka:

Tab. 4.7 Hodnota D-složky v závislosti na délce

l [m]	1	2	3	4	5	7	9	12	15
$1/T_d$ [rad/sec]	5	3	2,5	2,2	2	1,8	1,6	1,4	1,3
r_1	0,016	0,027	0,032	0,036	0,04	0,047	0,05	0,057	0,062

Pokud hodnoty proložíme polynomem (např. řádu 2), dostaneme předpis funkce:

$$f_D(l) = -0,0002 \cdot l^2 + 0,0055 \cdot l + 0,0149 \quad (4.23)$$

Stanovení parametrizačních funkcí

- Funkce $f_P(l)$ nastavuje proporcionální složku. Protože jsme dokázali, že optimalizace průniku s nulovou osou probíhá vždy stejně kvůli neměnným pólům p_1 a p_2 , a rezonanční zesílení volbu proporcionální složky neovlivňuje, bude funkce $f_P(l)$ rovna konstantě 0,08.
- Funkce $f_I(l)$ nastavuje integrační složku. Protože víme, že soustava je pro všechny délky lana integrační s integrací prvního řádu, nebudeme složku I vůbec potřebovat a hodnota funkce $f_I(l)$ bude vždy 0.
- Funkce $f_D(l)$ nastavuje derivační složku. Tu při regulaci vůbec nevyužijeme. Využití nalézá pouze v případě, že je před regulací soustava silně rozkmitána. V reálné situaci je to však téměř nemožné. Derivační složku proto není třeba využívat a funkci $f_D(l)$ volíme rovněž rovnu nule. Tzn. I její filtrace může být rovna nule. Pokud bychom chtěli derivační složku přesto použít, proložením hodnot jejího ideálního nastavení pro jednotlivé délky lana dostáváme předpis funkce (rovnice 4.23):

$$f_D(l) = -0,0002 \cdot l^2 + 0,0055 \cdot l + 0,0149$$

Pro všechny případy necháme derivační složku filtrovat od úhlové rychlosti $N = 10$.

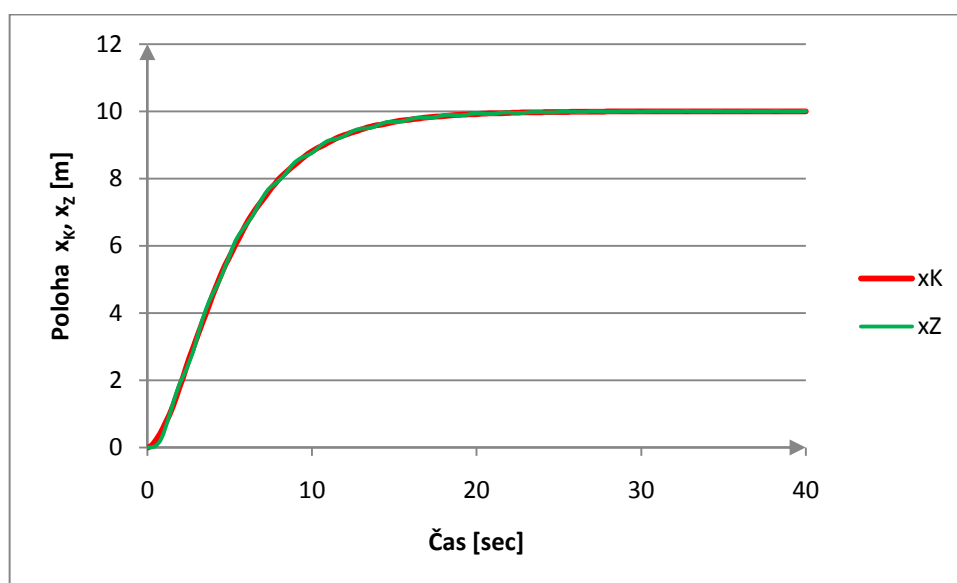
4.5.4 Adaptace pro stavové řízení

V předchozí kapitole jsme zjistili, že adaptace PID regulátoru není potřebná. Nyní se budeme zabývat tím, jestli je potřebná pro stavové řízení.

Pro změnu délek zjišťujeme, že optimalizace konečné hodnoty jednotlivých zpětnovazebních koeficientů výrazně nemění. Proto ověříme nepotřebnost změny parametrů pro dvě hraniční situace, tedy pro délky $l_1 = 1$ a $l_2 = 15$. Vyjdeme z předpokladu, že nejnáročnější na regulaci je soustava s $l = 15$, a proto nastavíme optimální parametry právě pro tuto situaci:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 49.0286 \\ 103.7691 \\ -29.0286 \\ -1.4792 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

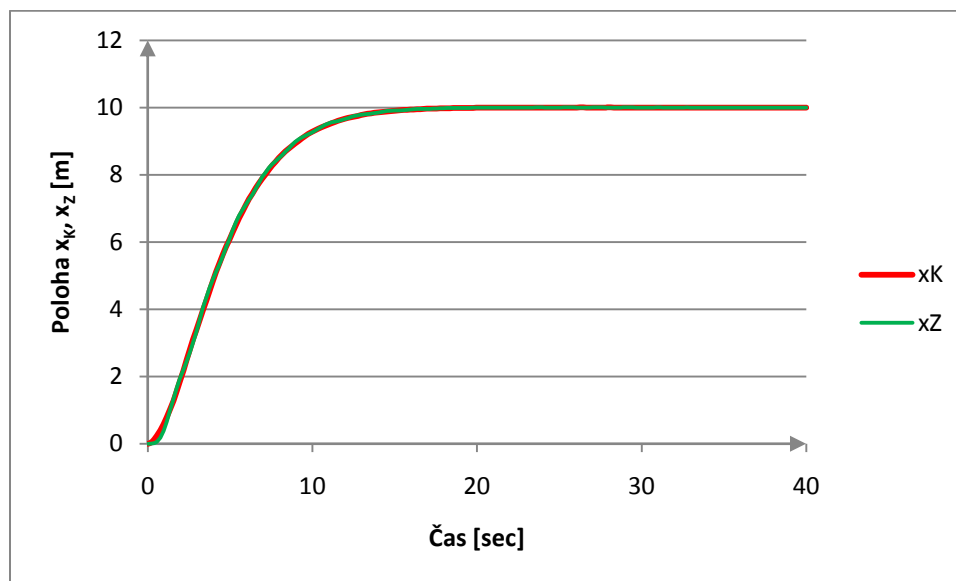
Nyní změníme délku na $l = 1$. Parametry neoptimalizujeme. Chování soustavy s nezměněnými parametry je znázorněno na obr. 4.38.



Obr. 4.38 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty
 x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Pokud bychom parametry pro tuto délku optimalizovali, chování by se téměř nezměnilo, což je patrné z obr. 4.39. Optimalizované parametry pro délku lana 1 m uvádí rovnice 4.25.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 56.6799 \\ 110.5897 \\ -36.6799 \\ -20.5444 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$



Obr. 4.39 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty
 x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Tab. 4.7 Srovnání výsledků regulací obvodu s délkou lana 1 m při zpětnovazebních koeficientech optimalizovaných pro délku lana 15 m a 1 m

$l = 1$	ITAE	Překmit	Doba k získání přibližné požadované hodnoty
Parametry pro $l=15$	225	0%	18sec
Parametry pro $l=1$	163	0%	14sec

Kvalita regulace se při konstantních parametrech mírně zhoršuje, ale stále dosahuje výborných hodnot. Regulace je pouze nepatrně pomalejší a rovněž s nulovým překmitem.

Pokud bychom volili jako konstantní parametry optimalizované pro střední délku (např. 8 m), fungovala by regulace ještě lépe. U soustav s délkou vyšší, než pro kterou byly parametry určeny, může během regulace vzniknout drobný překmit (do 0,5% - úměrný délce lana).

Jestliže vyjdeme předpokladu, že regulace nastavená pro určitou délku lana funguje velmi spolehlivě i pro jiné délky lana (lišící se o 15m), usuzujeme, že adaptace pro běžné jeřábové systémy, řízené stavovým řízením není nutná. Zlepšení může přinést až pro jeřáby s velkou maximální délkou lana (např. nad 30 m), u nichž se navíc bude často využívat přemísťování při malém i velkém odvinutí lana. Jinak se adaptace nevyplatí.

4.5.5 Zhodnocení adaptace

Integrační složka způsobuje značný překmit požadované polohy závěsu, její přínos regulaci je zanedbatelný.

Derivační složka je účinná až od velmi vysokých úhlových rychlostí, které při regulaci nenastanou. Pro náš účel je tedy neúčinná a můžeme ji vyřadit. Tzn. I její filtraci se nemusíme zabývat.

Jediné, na co by se adaptace vztahovala je nastavení proporcionální složky. Toto nastavení ovlivňují dva póly soustavy, které jsou však pro změnu délky neměnné, proto je neměnná i proporcionální složka.

Z uvedených skutečností vyplývá, že adaptace na délku je pro jednoduchou regulaci naprosto zbytečná.

Stejné výsledky platí i pro regulaci rozvětvenou, protože tato je řízena stejnými principy.

Stavová regulace však probíhá daleko rychleji a je zřejmé, že v tomto případě už délka lana výslednou regulaci ovlivní více (soustava s vyšší délkou lana se obtížněji reguluje). Přenastavování koeficientů však vede jen k nepatrným zlepšením a její náročnou realizaci bych nedoporučil.

Nastavení parametrů adaptivního řízení naopak podstatněji závisí na délce. Protože se však v tomto případě regulátor nastavuje nepřímo pomocí pokut a omezení, nelze optimální hodnoty pokut a omezení nahradit věrohodnou aproximací a adaptaci je většinou nutno řešit přímým zásahem do softwaru prediktivního regulátoru. Adaptaci tedy musí obstarat výrobce regulátoru.

4.6 Zhodnocení uvažovaných variant řízení

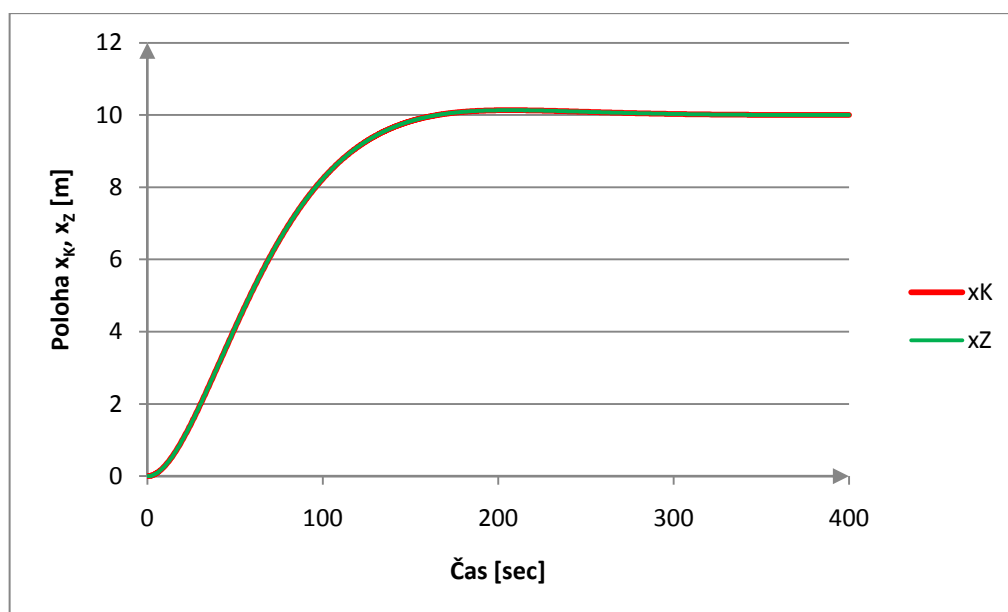
Tato část se věnuje porovnáním výsledků práce, dosažených v předchozí kapitole. Podle příslušných optimalizačních metod vybíráme pro každý typ regulace reprezentativní nastavení pro řízení soustavy kočka-závěs s předem dohodnutými parametry této soustavy.

Jednoduchá regulace

Regulačním prvkem jednoduché regulace je PID regulátor. V kapitole 4.1 bylo dokázáno, že integrační složka regulátoru je nežádoucí a derivační složka je pro naše účely neúčinná. Jako reprezentativní volíme nastavení:

$r_0 = 0,08$. (Možno použít i derivační složku $r_1 = 0,04$ s filtrací $N = 10$, získané vlastnosti se tím však nezmění).

Soustava se pro toto nastavení chová následujícím způsobem:



Obr. 4.40 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty při jednoduché regulaci
 x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

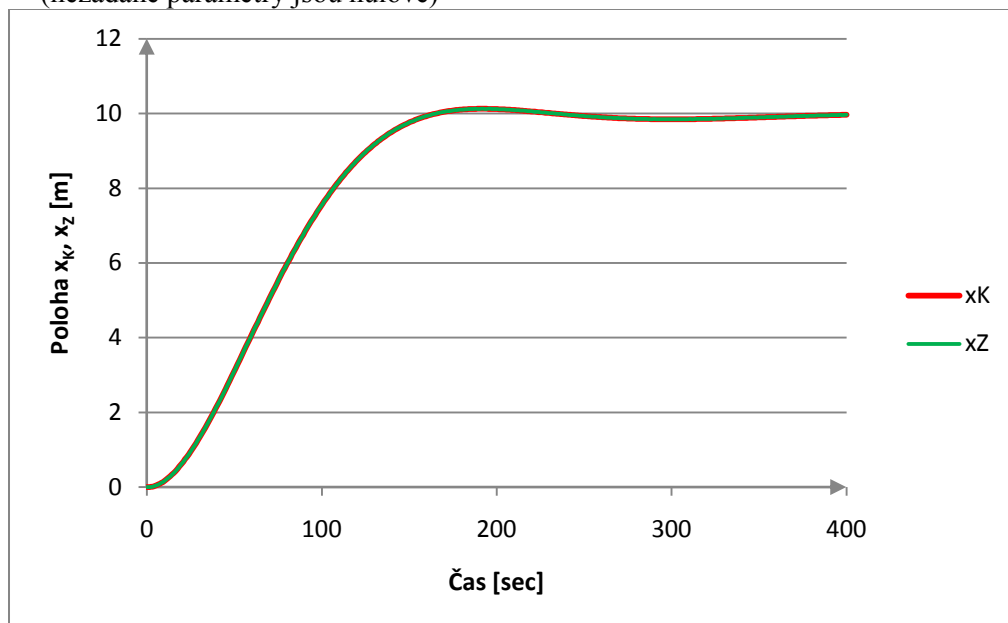
Rozvětvená regulace

Byla zvolena regulace s pomocnou regulovanou veličinou. Při optimalizaci byly získány parametry obou PID regulátorů: Derivační složka je stejně jako v případě jednoduché regulace pro náš případ neúčinná (platí pro oba regulátory)

$R_H: r_0 = 0,54; r_{-1} = 0,0135$

$R_P: r_0 = 0,08.$

(nezadané parametry jsou nulové)



Obr. 4.41 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty při rozvětvené regulaci x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

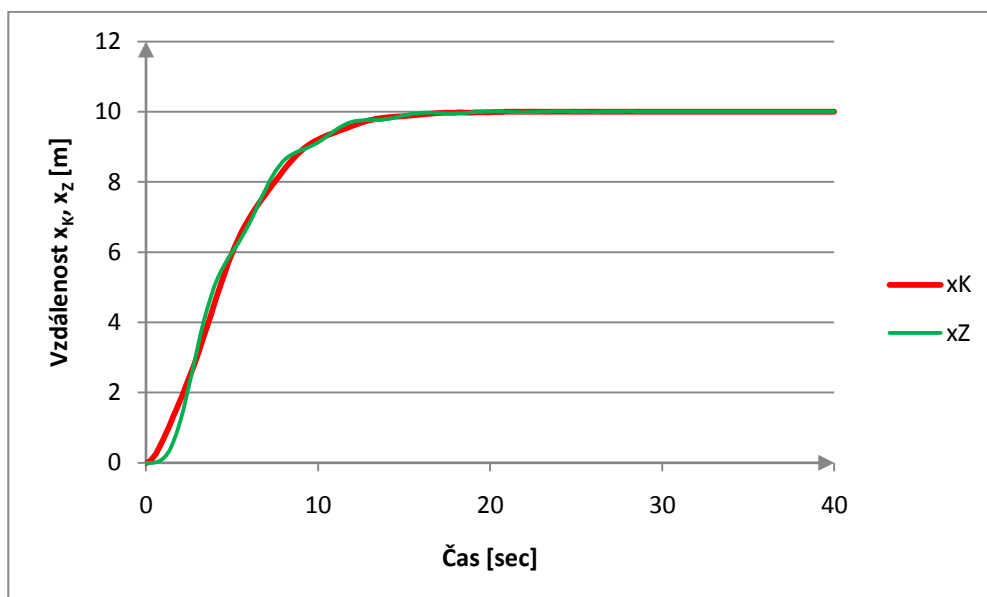
Stavová regulace

Pro vyhodnocení optimálních zpětnovazebních koeficientů pomocí penalizací jednotlivých stavových veličin bylo využito výpočtové služby Matlab Control system toolboxu. Pro předem zvolené parametry soustavy má matice optimálního zesílení tvar:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 53.9860 \\ 108.2352 \\ -33.9860 \\ -14.1381 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Chování soustavy je znázorněno na obr. 4.42.

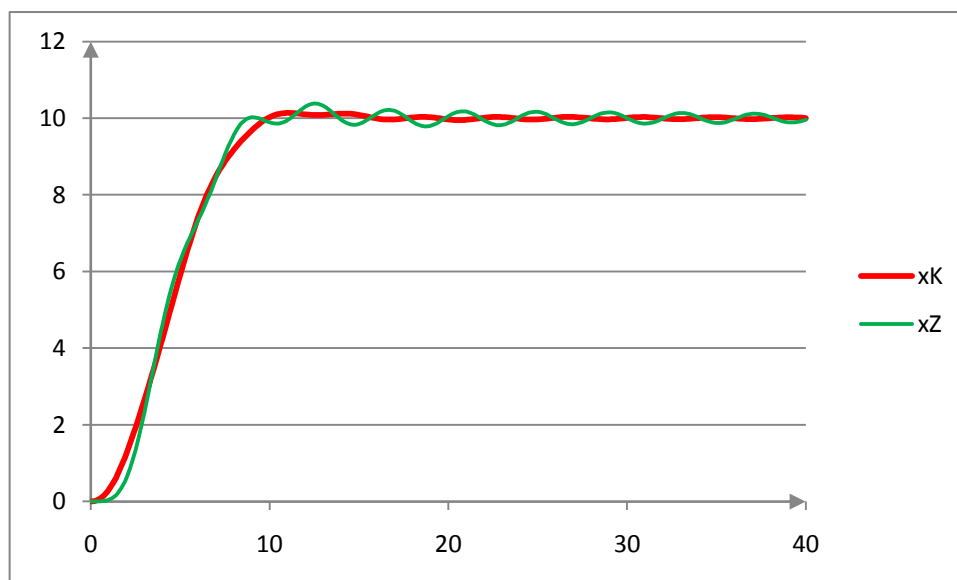
Úskalím stavové regulace je nutnost znát hodnoty všech stavových veličin. Některé z nich však jsou obtížně měřitelné a je nutno aplikovat kvalitní měřicí techniku, či pozorovatele soustavy. V obou případech to znamená zvýšení celkové ceny.



Obr. 4.42 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty při stavové regulaci
 x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Prediktivní regulace

Prediktivní regulace je diskrétní typ řízení, fungující na principu optimalizace akčních zásahů pro daný časový okamžik. Z toho důvodu ji nelze početně vyjádřit, pouze nastavit určitým způsobem prediktivní regulátor. Pro námi nalezené optimum se soustava chová následujícím způsobem:



Obr. 4.43 Odezva systému na skokovou změnu požadované hodnoty při prediktivní regulaci
 x_k – poloha kočky, x_z – poloha závěsu

Pro srovnání kvalitativních výsledků regulace sestavíme následující tabulku:

Tab. 4.8 Srovnání výsledků uvažovaných variant řízení

Varianta řízení	Doba potřebná k dosažení přibližné požadované hodnoty	Maximální překmit	Kvalita regulace podle kritéria ITAE
Jednoduchá regulace	180 sec	1,5%	29889
Rozvětvená regulace	160 sec	1,2%	39824
Stavová regulace	16 sec	0%	173
Prediktivní regulace	10 sec	3,5%	382

Použití stavové či prediktivní regulace znamená velký přínos pro zlepšení kvality regulace, avšak znamená také vyšší cenu.

5 ZÁVĚR

Přemísťování zavěšeného předmětu patří k nejběžnějším situacím technické praxe. Využívá se především ve stavebnictví a ve výrobních halách k transportu materiálu a komponentů. Může být realizováno různými kinematickými řešeními jeřábů. K nejběžnějším a nejjednodušším patří tzv. jeřábová kočka, umožňující rovnoměrný přímočarý posuv.

Na přemísťování jsou kladeny dosti velké bezpečnostní požadavky, týkající se především plynulosti pohybu a omezení překmitu, které jsou v protipólu s rychlostí celého procesu.

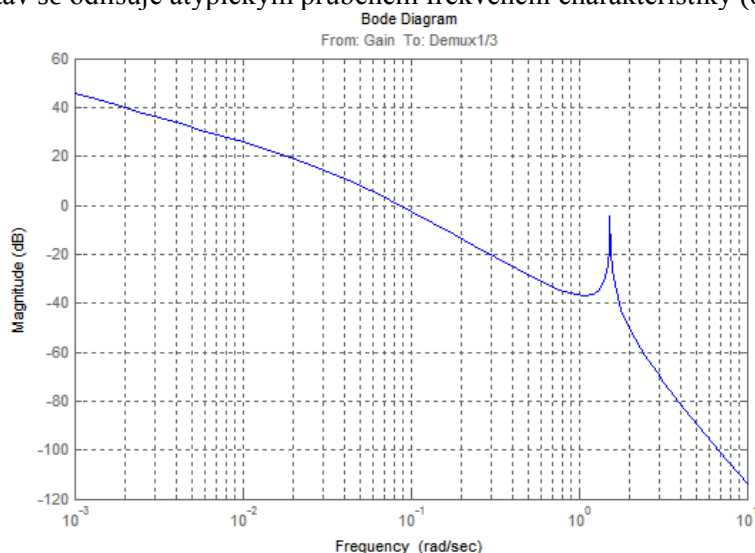
V první části práce (kapitola 3) se zabývám návrhem modelů silně kmitavých soustav. Zásadním modelem pro tuto práci je model jeřábové kočky, který realizujeme pomocí stavového popisu, blokové algebry a přenosu dotyčné soustavy. Soustavu rozdělujeme na dva subsystémy: kočka, pohybující se rovnoměrně přímočaře a závěs, který je modelován matematickým kyvadlem. Obě soustavy se navzájem ovlivňují. Pokud se zvýší zrychlení kočky, závěs se více vychýlí. Se zvýšením tohoto vychýlení však roste působení závěsu proti směru zrychlení kočky.

Dalším typem silně kmitavé soustavy je soustava pojezd-nádoba s kapalinou. Klíčovým prvkem je zde chování hladiny, jež simulujeme modelem kyvadla. Opět zde dochází k interakci dvou soustav, kdy se zvyšujícím se zrychlením pojezdu roste náklon hladiny a čím větší je tento náklon, tím více působí kapalina proti směru zrychlení.

Oba případy jsou tedy obdobné a návrhy jejich regulace by se příliš nelišily.

Existuje ještě třetí varianta silně kmitavé soustavy, a to kočka, na níž je zavěšeno lano s nádobou s kapalinou. Bylo však dokázáno, že v tomto případě lze nádobu s kapalinou považovat za běžné těleso, protože kapalina až na výjimečné případy nemůže přetéci (její relativní úhel vůči stěně nádoby je konstantní o velikosti 90°).

Ústřední část práce se týká regulace přemísťování zavěšeného předmětu pomocí jeřábové kočky. Soustava kočka-závěs je silně kmitavá soustava 4. řádu s integrací prvního řádu a od ostatních soustav se odlišuje atypickým průběhem frekvenční charakteristiky (obr. 5.1).



Obr. 5.1 Frekvenční charakteristika soustavy

Frekvenční charakteristika se vyznačuje především tzv. rezonančním převýšením, kvůli kterému např. nelze použít metodu Ziegler-Nichols pro stanovení optimálních parametrů PID regulátoru.

V práci jsou detailně popsány jednotlivé varianty regulace takové soustavy, porovnání a zhodnocení kvalitativních výsledků, kterých dotyčné regulace dosahují.

Nejběžnější a nejlevnější variantou řízení je jednoduchá regulace PID regulátorem. V práci jsem dokázal, že především kvůli charakteru frekvenční charakteristiky smí derivační

složka působit až od vysokých frekvencí a pro náš případ je tedy neúčinná. Integrační složka je pro regulaci integrační soustavy nepoužitelná. Proto pro jednoduchou regulaci volíme pouze nejjednodušší proporcionální regulátor. Použitelný je i PD, avšak D složka je zbytečná.

Jednoduchou regulaci můžeme rozvést a použít druhý (pomocný) regulátor, kterým budeme řídit pomocnou regulovanou veličinu-polohu kočky. Kvalita regulace se však příliš nezlepší. Důvodem je fakt, že poloha kočky a poloha závěsu spolu velice úzce souvisejí a pomocný regulátor sám o sobě reguluje dominantní soustavu. Hlavní regulátor už tedy řízení příliš neovlivní.

Pozn.: Jako hlavní volíme PI regulátor, jako pomocný PD regulátor.

Značný pokrok přinese až stavová regulace. Stavový regulátor vyhodnocuje akční zásah podle čtyř stavových veličin. Pro optimalizaci regulace obsahuje prostředí Matlab dosti účinnou výpočtovou službu toolboxu Control system toolbox (CST). Stavová regulace umožňuje penalizovat jednotlivé odchylky stavových veličin a podle nich optimalizuje služba CST zpětnovazební koeficienty stavového řízení. Tímto způsobem docílíme desetinásobného urychlení přemístění při nulovém překmitu požadované polohy závěsu. Nevýhodou stavového řízení je nutnost znalosti hodnot všech (i obtížně měřitelných) stavových veličin

Diskrétní typy regulací v práci zastupuje prediktivní řízení, které v každém časovém úseku optimalizuje akční zásah. Rovněž umožňuje penalizovat stavové veličiny a dosahuje kvalitativně srovnatelných výsledků jako stavové řízení. Nevýhodou této varianty je značná hardwarová náročnost kvůli nutnosti rychlé optimalizace. S tím souvisí vyšší cena hardwaru a především násobně vyšší cena softwaru, který systém ovládá.

Pro srovnání bylo nutno optimalizovat parametry jednotlivých regulací. V následující tabulce jsou uvedeny výsledky nejlepších dosažených nastavení pro jednotlivé varianty řízení:

Tab. 6.1 Srovnání výsledků jednotlivých variant řízení

Varianta řízení	Doba potřebná k dosažení přibližné požadované hodnoty	Maximální překmit	Kvalita regulace podle kritéria ITAE
Jednoduchá regulace	180 sec	1,5%	29889
Rozvětvená regulace	160 sec	1,2%	39824
Stavová regulace	16 sec	0%	173
Prediktivní regulace	10 sec	3,5%	382

Použití stavové či prediktivní regulace znamená velký přínos pro zlepšení kvality regulace avšak za cenu vyšší ceny.

Nelze objektivně rozhodnout, který typ regulace je pro řešení daného problému nejvhodnější. PID regulátory jsou levné, rozšířené a snadno aplikovatelné. Prediktivní regulace se chová velmi inteligentně a lze ji realizovat nejrůznějšími požadavky s vynikajícími výsledky. Z finančního hlediska je však nejnáročnější především kvůli náročnému softwaru. Stavová regulace dosahuje rovněž skvělých výsledků, avšak vyžaduje přesnou znalost všech stavových veličin, což lze vyřešit výkonnými měřicími přístroji či zavedením pozorovatele soustavy. V obou případech to znamená navýšení celkové ceny.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] ŠVARC, I., ŠEDA, M., VÍTEČKOVÁ, M.: *Automatické řízení*. Brno: Cerm, 2007. ISBN 978-80-214-3491-2.
- [2] MIKLEŠ, J., FIKAR, M.: *Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2 – Identifikácia a optimálne reidenie*, Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2004. ISBN 80-227-2134-4.
- [3] NOSKIEVIČ, P., VANĚK, M., STRNAD, K.: Použití programu Matlab-Simulink a Virtual Reality toolboxu při návrhu a experimentálním ověření řízení jeřábové kočky. *Sborník příspěvků 9.ročníku konference MATLAB 2001*, s.305-312., Vydavatelství VŠCHT, Praha, 2001. ISBN 80-7080-446-7..
- [4] NOSKIEVIČ, P.: *Modelování a identifikace systému*. Ostrava: Montanex, a.s., 1999. 276 stran. ISBN 80-7225-030-2.
- [5] POSPIECH T., HUBINSKÝ P.: The Right impulse. *Bernecker & Reiner - Automotion*. Eggelsberg, Austria: 03/2009. Pp. 32-34.
- [6] KUBÍK S., KOTEK Z., STREJC V., ŠTĚCHA J.: *Teorie automatického řízení – I. Lineární a nelineární systémy*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1982. ISBN: 04-540-82
- [7] ŠVEC J, KOTEK Z a kol.: *Technický průvodce – Teorie automatického řízení*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1969. ISBN 04-007-69
- [8] BALÁTĚ J.: *Automatické řízení*. Praha: BEN, 2003. ISBN 80-7300-020-2
- [9] KUBÍK S.: *Teorie Regulace-I. Lineární regulace*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1968.
- [10] POLIŠČUK, R.: *Šablona pro tvorbu závěrečné práce.*, 2006, <http://autnt.fme.vutbr.cz/doc/template2007.pdf>
- [11] POLIŠČUK, R.: *Instrukce pro autory závěrečných prací*, 2006, http://autnt.fme.vutbr.cz/doc/SZZ2006_Instrukce.pdf.