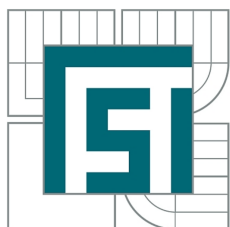


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ENERGETICKÝ ÚSTAV
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
ENERGY INSTITUTE

ŘEŠENÍ VÝVOJE NESTABILIT KAPALNÉHO FILMU S NÁSLEDNÝM ODTRŽENÍM KAPEK

MODELING OF LIQUID FILM INSTABILITIES WITH SUBSEQUENT ENTRAINMENT OF DROPLETS

TEZE DIZERTAČNÍ PRÁCE

AUTOR PRÁCE

Ing. STANISLAV KNOTEK

VEDOUCÍ PRÁCE

prof. Ing. MIROSLAV JÍCHA, CSc.

BRNO 2013

Klíčová slova

kapalný film, hydrodynamická nestabilita, Orr-Sommerfeldova rovnice, zvlněný povrch, smykové napětí, odtržení kapek

Keywords

liquid film, hydrodynamic instability, Orr-Sommerfeld equation, wavy surface, wall shear stress, drops entrainment

Obsah

Úvod	4
1 Vybrané poznatky teorie hydrodynamické stability	5
1.1 Princip lineární analýzy stability	5
1.2 Nestabilita paralelního proudění a Orrůva-Sommerfeldova rovnice	6
2 Problematika nestabilit na tenkých kapalných filmech	8
2.1 Experimentální poznatky a typy nestabilit	8
2.2 Aplikace lineární analýzy stability	9
2.3 Fyzikální principy vzniku nestabilit	10
2.4 Matematická formulace problému	11
2.5 Rychlostní profily	12
3 Přístupy k řešení	13
3.1 Integrální metody	13
3.2 Metody Orrůvy-Sommerfeldovy rovnice	15
3.3 Modely tlakových a smykových sil působících na povrch filmu	16
4 CFD simulace turbulentního proudění nad zvlněným povrchem	17
4.1 Popis výpočtové geometrie	17
4.2 Metoda výpočtu	18
4.3 Výsledky	19
4.4 Diskuse a validace výsledků	21
5 Model iniciace nestabilit	23
5.1 Pomocné modely	23
5.2 Řešení a diskuse	25
5.3 Shrnutí	27
6 Atomizace stěnového kapalného filmu	28
6.1 Experimentální poznatky	28
6.2 Fyzikální mechanismus atomizace	29
6.3 Kritéria primární atomizace stěnového kapalného filmu	30
6.4 Shrnutí	32
Závěr	33
Seznam použitých zdrojů	34
Abstrakt	37
Životopis autora	38

Úvod

Dizertační práce se věnuje úvodu do problematiky matematického modelování nestabilit stěnových kapalných filmů. Kapalné filmy se uplatňují při odvádění tepla z pevných povrchů, ovlivňují kvalitu nátěru v technologii povlakových vrstev, objevují se jako průvodní jev kondenzace vodní páry, případně jsou užívány jako lubrikant v ropných potrubích. Nestabilita kapalných filmů je studována v souvislosti s prouděním na křídlech letadel, tvorbou aerosolových lékových forem nebo atomizací paliva spalovacích motorů. Jako nežádoucí fenomén se objevuje například v přívodním potrubí turbínových strojů. S ohledem na právě uvedené aplikace je v technické praxi z konstrukčního i technologického hlediska žádoucí porozumění příčinám iniciace nestabilit na mikroskopické úrovni i podmínkám vývoje nestabilit k makroskopickému projevu ve formě různých typů vln a struktur až do atomizační fáze, tj. odtržení fragmentů kapaliny z povrchu filmu.

Snaha o sestavení uceleného úvodu do problematiky včetně návrhu matematických modelů umožňujících predikovat iniciaci i vývoj nestabilit motivovala postup prací i strukturu dizertace. Vzhledem k rozmanitosti nestabilit a skutečnosti, že každý typ nestability vyžaduje speciální model, bylo středisko zájmu orientováno na

- sestavení algoritmu pro vyšetření podmínek iniciace infinitezimálních hydrodynamických nestabilit v mezních vrstvách tekutin,
- predikci dvoudimenzionálních vln na hladině filmu,
- konstrukci kritérií pro určení kritických rychlostí vedoucích k odtržení kapek z povrchu filmu.

S přihlédnutím k uvedenému zaměření, významu smykových a tlakových sil působících na hladinu filmu v důsledku proudícího plynu a celé řadě možných konfigurací problému je dizertační práce obsahově vymezena následujícími předpoklady:

- Kapalný film se nachází na pevné stěně a je vystaven proudění plynu.
- Proudění plynu je primární příčinou vzniku nestabilit.
- Zakřivení stěny a odtoková hrana nejsou uvažovány.
- Fyzikální vlastnosti tekutin jsou blízké dvojici voda–vzduch.

Uvedené uspořádání odpovídá časté aplikaci v rámci potrubních systémů, kdy lze zakřivení stěny vzhledem ke tloušťce filmu zanedbat, a materiálové vymezení usnadňuje porovnání výsledků modelů s experimenty.

Vybrané poznatky teorie hydrodynamické stability

Z hlediska obecné fyzikální teorie je problematika stability kapalného filmu součástí obecného problému hydrodynamické stability jejíž teoretické základy byly předmětem studia od konce 19. století. Pojem hydrodynamické nestability zahrnuje několik druhů fyzikálních fenoménů (např. Kelvinova-Helmholtzova nestabilita, Rayleighova-Taylorova nestabilita, přechod do turbulentního režimu) jejichž společným jmenovatelem je proces transformace původního typu proudění. Ačkoliv nový režim proudění může mít laminární charakter a vznik nestabilit je možné vysvětlit zákony dynamiky (např. Bernoulliho rovnice v případě Kelvinovy-Helmholtzovy nestability), ve většině případů jsou hydrodynamické nestability spojeny s přechodem do turbulentního režimu proudění. Dle současné teorie přechodu je prvotní příčinou tohoto jevu nestabilita rovnováhy sil v laminární smykové oblasti [38]. Tato vnitřní silová nestabilita následně zesiluje i původně nepatrné poruchy (*perturbace*) ideálního laminárního proudění, které jsou inherentní součástí reálné proudící tekutiny, ať již v důsledku tepelné fluktuace (Brownův pohyb), akustických vlivů nebo turbulence vnějšího prostředí [38].

Matematický popis umožňující teoreticky zkoumat vývoj těchto počátečních nestabilit v čase a prostoru byl sestaven právě na základě snahy o vysvětlení přechodu laminárního proudění do turbulentního režimu na přelomu 19. a 20. století, lze jej však dobře použít i k predikci nestabilit kapalného filmu. Příslušný aparát je nazýván *lineární analýza stability*.

1.1 Princip lineární analýzy stability

Obecná analýza hydrodynamické stability je založena na predikci vývoje drobných poruch rychlostního pole laminárního základního proudu. Uvedený přístup objevil lord Rayleigh (1842-1919) na základě předpokladu, že v případě malých amplitud výchylek se systém chová lineárně, a lze tedy dle Fourierova principu superpozice nahradit obecnou poruchu superpozicí sinusoidálních oscilací (poruchových vln) základního proudění. Princip řešení pak spočívá ve sledování tendence růstu amplitud poruchových vln šířících se ve směru základního proudění.

Z matematického hlediska vychází analýza stability z tzv. Reynoldsova rozkladu rychlosti $\mathbf{v}$ a tlaku p :

$$\mathbf{v}(x, y, z, t) = \mathbf{V}(x, y, z) + \mathbf{v}'(x, y, z, t), \quad (1.1)$$

$$p(x, y, z, t) = P(x, y, z) + p'(x, y, z, t). \quad (1.2)$$

Časově průměrné hodnoty rychlosti a tlaku, $\mathbf{V}$ a P , definují stacionární *základní proud* a veličiny $\mathbf{v}'_i$ a p' odpovídají časově proměnlivým *fluktuacím*. S ohledem na aplikace lze pro

jednoduchost obecný případ daný rovnicemi (1.1) a (1.2) omezit na tzv. *paralelní proudění*, kde základní proud splňuje

$$\mathbf{V} = [U(y), 0, 0]. \quad (1.3)$$

Lineární teorie stability se zabývá analýzou vývoje perturbací, speciálně rychlostních fluktuací $\mathbf{v}'$, za předpokladu, že tyto fluktuace jsou malé v porovnání se základním proudem. Dle výše zmíněného Fourierova sumačního principu lze následně rychlostní poruchy v případě paralelního proudění reprezentovat ve formě vlny šířící se v rovině (x, z) s amplitudou závisající na y . Pro popis fluktuačních složek se tak s výhodou zavádí předpis

$$\mathbf{v}' = \hat{\mathbf{v}}(y) \exp[i(\alpha x + \beta z - \alpha c t)], \quad (1.4)$$

kde $\hat{\mathbf{v}} = [\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}]$ je vektor komplexních amplitudových funkcí, α je vlnové číslo ve směru osy x , β vlnové číslo ve směru osy z a c je komplexní rychlost vlny, kterou lze zapsat ve tvaru

$$c = c_R + i c_I. \quad (1.5)$$

Dosazením (1.5) do (1.4) dostáváme

$$\mathbf{v}' = \hat{\mathbf{v}}(y) \exp(\alpha c_I t) \exp[i(\alpha x + \beta z - \alpha c_R t)], \quad (1.6)$$

odkud je evidentní fyzikální význam komponent c_R a c_I . Fluktuace ve fixním bodě osciluje s frekvencí $\omega = \alpha c_R$, přičemž amplituda oscilací v daném směru je dána součinem příslušné amplitudové funkce a výrazu $\exp(\alpha c_I t)$. Z jiného pohledu představuje c_R fázovou rychlost fluktuační vlny, jejíž amplituda roste exponenciálně v čase s exponentem αc_I .

Proudění považujeme za stabilní resp. nestabilní, jestliže fluktuační složka rychlosti klesá resp. roste. Ze vztahu (1.6) a výše uvedeného lze tedy lehce nahlédnout, že pro otázku stability je zásadní signum komponenty c_I . Platí:

$$\begin{aligned} c_I < 0 &\Rightarrow \text{proudění je stabilní,} \\ c_I > 0 &\Rightarrow \text{proudění je nestabilní,} \\ c_I = 0 &\Rightarrow \text{proudění je neutrálně stabilní.} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Analýza stability uvažující komplexní rychlost c a reálná vlnová čísla α a β se nazývá *analýza časové stability*. Zvolíme-li reálnou rychlost c a komplexní vlnové číslo α , pak rychlostní fluktuace nabývají tvar

$$\mathbf{v}' = \hat{\mathbf{v}}(y) \exp[i(\alpha_R x + \beta z - \alpha_R c t)] \exp(\alpha_I c x), \quad (1.8)$$

rostou v závislosti na souřadnici x a odpovídající analýza pak definuje *problém prostorové stability*. Dle práce [14] jsou však oba přístupy ekvivalentní v matematickém smyslu.

Příslušné rovnice pro výpočet rychlostí c_R a c_I získáme dosazením vztahů (1.1) a (1.2) s rychlostními fluktuacemi ve tvaru (1.6) resp. (1.8) do pohybových rovnic. V případě lineární teorie přitom zanedbáváme kvadratické členy fluktuačních rychlostí v'_i a obdržíme tak lineární systém.

1.2 Nestabilita paralelního proudění a Orra-Sommerfeldova rovnice

Z hlediska mechaniky tekutin lze problematiku nestability kapalného filmu modelovat pomocí pohybových rovnic sestavených pro dvoudimenzionální paralelní proudění

$$[u, v] = [U(y) + u'(x, y, t), v'(x, y, t)], \quad (1.9)$$

$$p = P(x, y) + p'(x, y, t), \quad (1.10)$$

Rovnice kontinuity pro flukтуаční složky u' a v' nás opravňuje k zavedení proudové funkce Ψ , kterou s ohledem na řešený problém, blíže viz např. [6] str. 577, definujeme ve tvaru

$$\Psi = \phi(y) \exp[i\alpha(x - ct)]. \quad (1.11)$$

Rychlostní fluktuace pak obdržíme z definice proudové funkce jejími derivacemi

$$u' = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{d\phi(y)}{dy} \exp[i\alpha(x - ct)], \quad (1.12)$$

$$v' = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -i\alpha\phi(y) \exp[i\alpha(x - ct)]. \quad (1.13)$$

V předpisu (1.11) značí $\phi(y)$ komplexní *amplitudovou funkci*, α reálné vlnové číslo a c komplexní rychlost vlny v souladu s odstavcem 1.1. Dosazením vztahů (1.12) a (1.13) do Navierových-Stokesových rovnic pro dvoudimenzionální nestacionární a nestlačitelné proudění, linearizací rovnic a eliminací tlakového členu obdržíme tzv. *Orrovy-Sommerfeldovy rovnice*

$$(U - c)(\phi'' - \alpha^2\phi) - U''\phi = \frac{1}{i\alpha Re}(\phi'''' - 2\alpha^2\phi'' + \alpha^4\phi), \quad (1.14)$$

kde ϕ' , U' značí derivace dle nezávisle proměnné y , $Re = U_0 D / \nu$ definuje Reynoldsovo číslo hlavního proudu s charakteristickým rozměrem D a charakteristickou rychlostí U_0 . V případě mezních vrstev vycházejí okrajové podmínky z předpokladu, že fluktuace rychlostí u' a v' musí být nulové na stěně ($y = 0$) a ve volném proudu (proudění je laminární), tj. ve velké vzdálenosti od stěny ($y \rightarrow \infty$). Okrajové podmínky mají tudíž tvar

$$\phi = \phi' = 0 \quad \text{v } y = 0, \quad (1.15)$$

$$\phi = \phi' = 0 \quad \text{pro } y \rightarrow \infty. \quad (1.16)$$

Analýza stability laminárního proudění je nyní převedena na problém vlastních čísel Orrovy-Sommerfeldovy rovnice. Pro daný základní tok definovaný profilem $U(y)$ rovnice obsahuje parametry Re , α , c_R a c_I , z nichž za dané považujeme Re základního toku a parametr α prostřednictvím vlnové délky poruch $\lambda = 2\pi/\alpha$. Pro každou dvojici parametrů Re, α tedy řešením rovnice s okrajovými podmínkami obdržíme komplexní funkci ϕ a komplexní vlnovou rychlost c jako vlastní hodnoty rovnice.

Stejně jako v případě fluktuací definovaných ve tvaru (1.4), resp. 1.6, v odstavci 1.1 je stabilita určena znaménkem parametru c_I . Tato skutečnost motivuje sestavení křivky, na níž platí $c_I = 0$ v prostoru parametrů Re a α pro daný rychlostní profil $U(y)$. Explicitně řečeno, křivka pro daná Reynoldsova čísla definuje vlnové délky flukтуаčních vln, které nejsou ani zesilovány ani zeslabovány, a hovoříme proto o tzv. *křivce (mezi) neutrální stability*.

Z dosud uvedené teorie stability a odvození Orrovy-Sommerfeldovy rovnice vyplývá, že její význam spočívá zejména ve vyšetřování podmínek vedoucích k nástupu turbulentního režimu proudění. Rovnice pro daný rychlostní profil a Reynoldsovo číslo hlavního proudu predikuje v závislosti na vlnovém čísle vývoj rychlostních fluktuací u' , v' , které korespondují se vznikem Tollmienových-Schlichtingových vln. Omezení rovnice vycházející z linearizace a předpokladu paralelního proudění vymezují oblast její použitelnosti především na počáteční fáze rozvoje nestability. I přes toto vymezení je však princip Orrovy-Sommerfeldovy rovnice součástí mnohých přístupů k řešení nestability tenkého filmu.

Problematika nestabilit na tenkých kapalných filmech

2.1 Experimentální poznatky a typy nestabilit

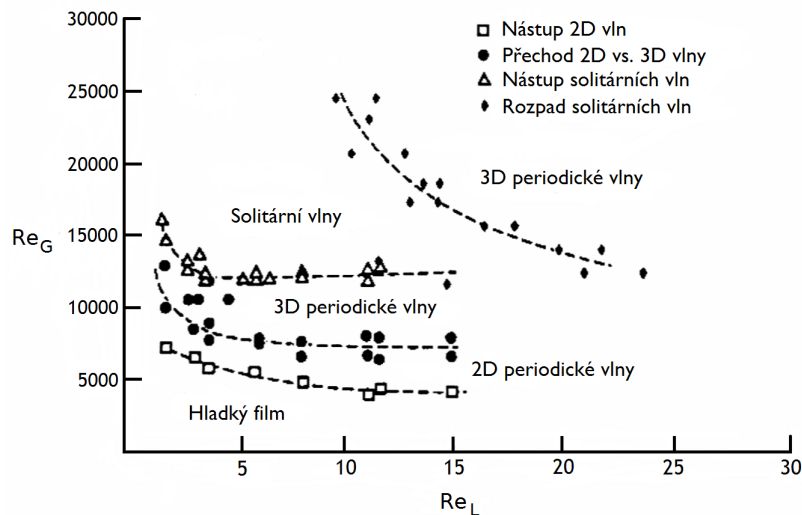
Charakter vln na tenkých filmech je primárně podmíněn hodnotami Reynoldsových čísel vlastního filmu Re_L a doprovodného plynného proudu Re_G . Reynoldsovo číslo kapaliny

$$Re_L = \frac{Q}{\nu}$$

je dáno poměrem objemového toku kapaliny na jednotku délky v příčném směru Q ku kinematické viskozitě ν a udává tedy informaci o tloušťce filmu a rychlosti proudící tekutiny.

Experimentálním pozorováním nestabilit na tenkých kapalných filmech pro různé geometrické i fyzikální parametry se zabývali např. Craik [10], Cohen a Hanratty [8], Jurman a McCready [20], [30]. Výsledky experimentů byly zakresleny do tzv. *map režimů nestabilit*, viz např. obr. 2.1. Pozorování ukazují, že kapalně filmy vykazují v závislosti na tloušťce kapalně vrstvy a rychlosti proudícího plynu následující režimy nestabilit:

- tzv. **pomalé vlny** v případě velmi tenkých filmů (do 0,5 mm) šířící se rychlostí menší než povrch kapaliny a zanikající pro nadkritické hodnoty tloušťky filmu. Na hladkém povrchu se pak při větších rychlostech plynu začnou tvořit
- **dvoudimenzionální periodické vlny** s fázovou rychlostí větší než rychlost povrchu kapaliny. Tyto pro velmi tenké filmy mohou koexistovat s předchozím typem pomalých vln, pro větší tloušťky filmu však při větších rychlostech plynu přecházejí ve
- **vlny s třídimenzionálním charakterem**, které se při dostatečně nízkých hodnotách Reynoldsova čísla kapalně vrstvy redukuje na
- **solitární vlny** velkých amplitud s geometrickým charakterem podobným pomalým vlnám, tj. příkrou přední a sestupnou zadní částí, případně na
- **kapilární vlny** (angl. **ripples**) vznikající z dvoudimenzionálních periodických vln pro velmi tenké filmy a vysoké rychlosti plynu, přičemž pro nadkritické rychlosti plynu může u těchto, případně předchozích solitárních vln, nastávat
- tzv. **atomizace**, tj. odtržení fragmentů kapaliny z vrcholů vln za vzniku kapek procesem sekundární atomizace.



Obrázek 2.1: Mapa režimu vln pro $\mu_L = 30$ cP. Převzato z [30].

2.2 Aplikace lineární analýzy stability

Aplikaci lineární analýzy na problém nestabilit kapalného filmu v uzavřeném kanále vyložil v přehledovém článku Hanratty [15]. Rozklad výšky hladiny po délce vlny na její průměrnou a flukтуаční složku je definován součtem

$$h = \bar{h} + h', \quad (2.1)$$

Analogicky k odstavci 1.1 definujeme komplexní funkci

$$h' = a \exp i\alpha(x - ct), \quad (2.2)$$

jejíž reálná složka

$$\Re[h'] = a \exp(\alpha c_I t) \cos \alpha(x - c_R t) \quad (2.3)$$

popisuje výchylku rozhraní od rovnovážné polohy $\bar{h}$ pomocí funkční závislosti na vlnovém čísle $\alpha = 2\pi/\lambda$, souřadnici ve směru proudění x , komplexní vlnové rychlosti $c = c_R + ic_I$ a čase t . Vlny na rozhraní jsou doprovázeny výchylkami rychlostního pole kapalně i plynné vrstvy indukovanými, jak ukazuje následující podkapitola 2.3, výchylkami tlaku a smykového napětí na rozhraní. S ohledem na předpoklad malých výchylek veličin, předpokládané typy nestabilit a poznatky uvedené v části 1.2 je adekvátní zjednodušení problému na dvoudimenzionální paralelní proudění, přičemž uvažujeme rychlostní pole zvlášť pro plynnou a zvlášť pro kapalnou vrstvu. Užitím obvyklého Reynoldsova rozkladu na průměrnou a flukтуаční složku těchto veličin obdržíme pro rychlostní pole kapalně resp. plynné vrstvy ($j \equiv L$ resp. $j \equiv G$) a tlakové a smykové napětí působící na rozhraní po řadě vztahy

$$[U_j, V_j] = [\bar{U}_j(y) + U'_j, \bar{V}_j(y) + V'_j], \quad (2.4)$$

$$P_w = \bar{P}_w + P'_w, \quad (2.5)$$

$$\tau_w = \bar{\tau}_w + \tau'_w. \quad (2.6)$$

Předpokladem lineární analýzy je požadavek, aby amplituda a výchylky h' byla dostatečně malá pro splnění linearit ve smyslu vztahů

$$\frac{U'_j}{\bar{U}_j(y)} = \frac{V'_j}{\bar{V}_j(y)} = \frac{P'_w}{\bar{P}_w} = \frac{\tau'_w}{\bar{\tau}_w} = a \exp i\alpha(x - ct), \quad (2.7)$$

kde amplitudové složky $\widehat{U}_j(y)$, $\widehat{V}_j(y)$, $\widehat{P}_w$ a $\widehat{\tau}_w$ jsou komplexní, tj. zejména definujeme

$$\widehat{P}_w = P_{WR} + iP_{WI}, \quad (2.8)$$

$$\widehat{\tau}_w = \tau_{WR} + i\tau_{WI}. \quad (2.9)$$

Separací reálných složek fluktuací P'_w , τ'_w definovaných předpisy (2.7)–(2.9) obdržíme vztahy

$$\Re[P'_w] = a \exp(\alpha c_I t) [P_{WR} \cos \alpha(x - c_R t) - P_{WI} \sin \alpha(x - c_R t)], \quad (2.10)$$

$$\Re[\tau'_w] = a \exp(\alpha c_I t) [\tau_{WR} \cos \alpha(x - c_R t) - \tau_{WI} \sin \alpha(x - c_R t)]. \quad (2.11)$$

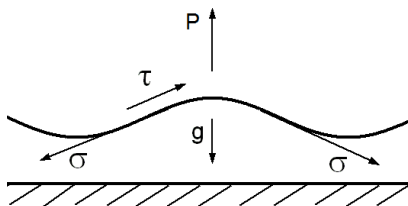
Analogicky k obecnému úvodu v podkapitole 1.1 je principem lineární analýzy stability dosazení veličin definovaných vztahy (2.2)–(2.9) do pohybových rovnic a vyšetření jejich průběhu v závislosti na geometrických a fyzikálních parametrech definovaných okrajovými podmínkami. Cílem analýzy je zejména určení rychlosti c_I pro predikci trendu růstu nestabilit v závislosti na vlnovém čísle α , rychlosti vnějšího proudu U a tloušťce kapalně vrstvy h . Ze vztahu (2.3) přitom plyne, že podmínka $c_I = 0$ resp. $c_I > 0$ definuje přechod ze stabilního režimu v nestabilní resp. růst vln. Nejrychleji rostoucí vlny jsou takové, pro něž je součin αc_I maximální.

Konkrétní tvar příslušných pohybových rovnic je odvozen z Navierových-Stokesových rovnic za předpokladu zjednodušení v důsledku případných geometrických specifik a s využitím adekvátních modelů rychlostních profilů a tlakových resp. smykových účinků P_w resp. τ_w , zejména jejich amplitudových složek P_{WR} , P_{WI} resp. τ_{WR} , τ_{WI} .

2.3 Fyzikální principy vzniku nestabilit

Klasická teorie hydrodynamické nestability vysvětluje destabilizaci kapalných vrstev teorií Kelvinovy-Helmholtzovy nestability, tj. změnou hustot a rychlostí tekutin na rozhraní a aplikací fenoménu popsaného Bernoulliho rovnicí. Jejím principem je vznik tlakových propadů a extrémů nad apriori zvlněným povrchem. Vzhledem ke geometrickým specifikám nestabilit tenkých filmů a skutečnosti, že kritéria K-H nestability nezohledňují vliv smykových sil narůstajících pro velké rychlosti proudícího plynu, nemůže být tato teorie použita k dostatečnému popisu pozorovaných nestabilit tenkých kapalných filmů.

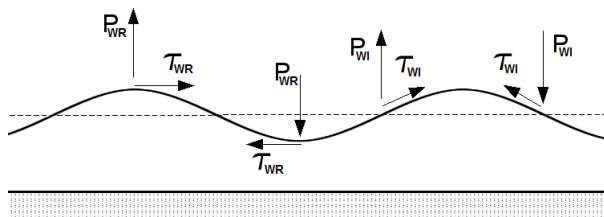
Cohen a Hanratty ve studii [8] pozorovali vždy větší vlnovou rychlost než rychlost filmu, z čehož vyvozují, že v případě vln na povrchu kapalných filmů není energie transmitována z hlavního proudu reprezentovaného průměrným rychlostním profilem. Podobně autoři usuzují, že vlny nejsou důsledkem turbulence vzduchové vrstvy nad filmem, neboť hladký film byl pozorován i v případech turbulentního proudu plynu, ani Phillipsova rezonančního mechanismu, viz [31], [32], protože vlnové rychlosti jsou mnohem menší než průměrná rychlost plynu. Konečnou hypotézou autorů je tvrzení, že vlny získávají energii z proudu plynu skrze fluktuace tlaku a smykového napětí způsobené nerovnostmi na povrchu filmu. Ke vzniku nestabilit tedy obecně dochází pokud vliv destabilizačních sil setrvačných, smykových a tlakových převáží nad účinky stabilizačních sil tíhových a povrchového napětí, viz schéma na obrázku 2.2.



Obrázek 2.2: Schéma silového působení při vzniku nestabilit.

Z dosud uvedeného vyplývá, že stěžejním problémem predikce nestability kapalného filmu je určení tlakových a smykových sil působících na rozhraní volbou vhodného modelu. Ze vztahů (2.8) a (2.9) plyne, že v případě aplikace lineární analýzy stability jsou tyto veličiny modelovány harmonickou funkcí fázově posunutou vůči povrchu vlny, jejíž geometrie je dle předpisu (2.3) předpokládána rovněž harmonická.

Ze vztahů (2.8) a (2.9) plyne, že reálné komponenty veličin P'_w, τ'_w , tj. veličiny P_{WR} a τ_{WR} , jsou ve fázi s amplitudou vln a imaginární komponenty P_{WI} a τ_{WI} jsou ve fázi s „nulovými body“ vlny, viz obrázek 2.3. Fázová posunutí teoreticky harmonických průběhů výchylek P'_w, τ'_w vůči povrchu filmu tedy závisejí na poměrech mezi jejich reálnými a imaginárními amplitudami.



Obrázek 2.3: Fyzikální význam veličin $P_{WR}, P_{WI}, \tau_{WR}, \tau_{WI}$.

Fyzikální význam jednotlivých komponent podává Hanratty v přehledové práci [15]. Z analýzy vyplývá, že vliv tlakových sil je dle principu Bernoulliho rovnice zásadní pro vlny s velkou amplitudou, význam smykových sil pak vzrůstá pro rostoucí rychlosti proudícího plynu.

2.4 Matematická formulace problému

Silové účinky v kapalně vrstvě a na hladině filmu jsou matematicky popsány pomocí pohybových rovnic a příslušný okrajový problém je uzavřen okrajovými podmínkami na stěně kanálu a na fázovém rozhraní. Matematická formulace je doplněna vztahy pro rychlostní profily vycházející z konkrétní konfigurace problému.

Matematické modely diskutovaného problému vycházejí z klasických Navierových-Stokesových rovnic pro viskózní nestlačitelné proudění a rovnice kontinuity. Kromě předpokladu malých amplitud a podmínky mělké vody vychází odvození příslušných modelových rovnic dále ze zjednodušení pohybových rovnic s ohledem na:

- stacionární proudění, tj.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \quad (2.12)$$

- vlastnosti mezních vrstev, tj.

$$\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad (2.13)$$

- paralelní proudění, tj. $v \ll u$.

Okrajovou podmínku na stěnách kanálu reprezentuje tzv. *podmínka ulpívání*, tj.

$$u = 0, \quad v = 0. \quad (2.14)$$

Okrajové podmínky na hladině filmu zabezpečují jednak spojitost rychlostí a jednak rovnováhu normálového a tečného napětí na rozhraní.

2.5 Rychlostní profily

Klasické zjednodušení problému iniciace nestabilit na obtékaném kapalném filmu předpokládá lineární [10], případně parabolický [25] rychlostní profil, přičemž konkrétní formule je závislá na geometrickém uspořádání a okrajových podmínkách na rozhraní.

Profil plynné vrstvy je v reálných aplikacích závislý na příslušné konfiguraci problému. V publikovaných přístupech k řešení jsou modely nestabilit kapalného filmu běžně omezeny na případ stacionárního plně vyvinutého turbulentního proudění. Ačkoliv některé přístupy vycházejí z klasického logaritmického zákona pro turbulentní profil, případně z teorie profilů nad drsnými povrchy, je většina profilů konstruována s přihlédnutím ke zvlněné hladině filmu.

Miles [28], Boomkamp a kol. [5], Miesen a Boersma [25] aplikují profil ve tvaru

$$\frac{U(y)}{u_\tau} = U^+ = \begin{cases} y^+ & 0 \leq y^+ \leq \delta_s^+ \\ \delta_s^+ + \frac{1}{\kappa} (\gamma - \tanh \frac{\gamma}{2}) & \delta_s^+ \leq y^+ \end{cases} \quad (2.15)$$

kde δ_s^+ je tloušťka vazké podvrstvy (Miles uvádí hodnoty 5–8) a parametr γ definuje formule

$$\sinh \gamma = 2\kappa (y^+ - \delta_s^+). \quad (2.16)$$

Mocninný rychlostní profil ve tvaru

$$U^+ = 8,74 (y^+)^{\frac{1}{7}} \quad (2.17)$$

využívá Craik v článku [10] pro výpočet smykového napětí na hladině filmu.

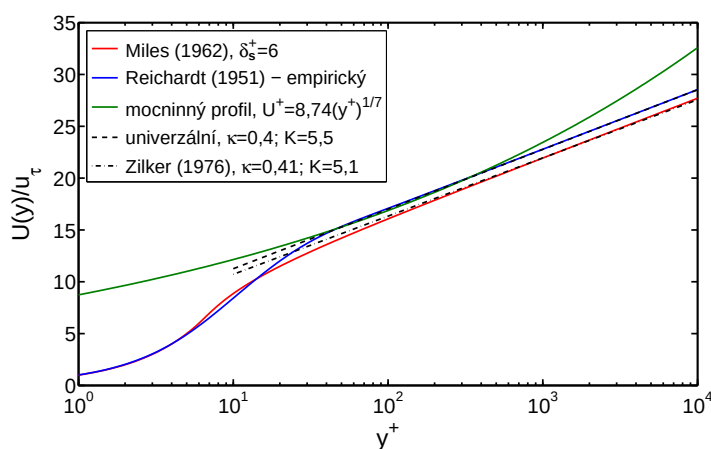
Empirický rychlostní profil turbulentní mezní vrstvy v trubici publikoval Reichardt [33]

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(1 + \kappa y^+) + 7,8 \left(1 - e^{-y^+/11} - \frac{y^+}{11} e^{-y^+/3} \right). \quad (2.18)$$

Van Driestův [11] profil aplikuje Abrams [1] v modelu proudění nad zvlněným povrchem:

$$\frac{dU^+}{dy^+} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4\kappa^2 y^{+2} [1 - \exp(-y^+/26)]^2}}. \quad (2.19)$$

Porovnání rychlostních profilů je uvedeno na obrázku 2.4. Z porovnání vyplývá, že mocninný profil velmi dobře aproximuje klasický logaritmický profil v rozmezí od $y^+ = 40$ do $y^+ = 400$.



Obrázek 2.4: Srovnání modelů turbulentních rychlostních profilů.

Přístupy k řešení

Klasické přístupy aplikované autory v počátečních pokusech o řešení [4], [8], [10], [15] vycházejí z předpokladu, že pro velké poměry hustot a viskozit uvažovaných fází lze rozhraní považovat za pevné [16] a tudíž lze použít tzv. *kvazi-statický přístup* (angl. *quasi static approximation* [25] nebo *divided attack* [4]) sestávající ze dvou kroků:

1. Výpočet smykových a tlakových sil působících na hladinu pomocí proudění nad zvlněným pevným povrchem definovaným poměrem λ/a .
2. Aplikace lineární analýzy nestabilit na příslušné pohybové rovnice.

Vypočtené smykové a tlakové účinky jsou zahrnuty v okrajových podmínkách pohybových rovnic, případně jako jejich parametry. V pozdějších etapách vývoje modelů nestabilit byl vyvinut alternativní přístup spočívající v *simultánním řešení* (angl. *coupled*) obou fází.

Příslušné vedoucí rovnice jsou v případě obou přístupů odvozeny převážně na základě

- *metody integrace pohybových rovnic* ve směru kolmém na průměrný povrch kapalného filmu, např. [3], [7], [15], [20], [23] nebo pomocí
- *analýzy Orrovy-Sommerfeldovy rovnice*, např. [5], [8], [10], [25], [27].

Volba konkrétního přístupu ke konstrukci vedoucích rovnic, jakožto k výpočtu silových účinků působících na rozhraní v případě aplikace kvazi-statického přístupu, je podmíněna geometrií apriorních vln a parametry kapalného filmu. Práce [7], [15] navrhuje v případě krátkých vln aplikaci O-S rovnice a za předpokladu dlouhých vln metodu integrace pohybových rovnic mezních vrstev. Principy obou metod uvádějí následující dva odstavce.

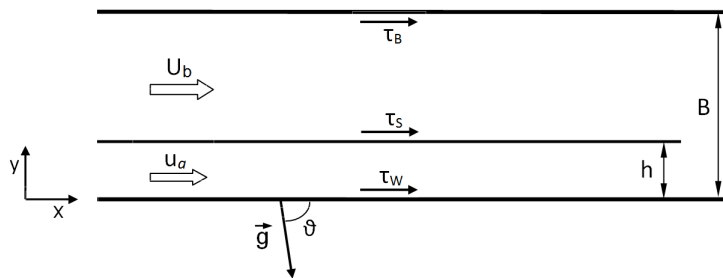
3.1 Integrovní metody

Aplikaci integrovních metod v analýze stability kapalných filmů demonstruje Hanratty [15]. Uvedme v dalším nástin metody pro případ tenkého filmu s plochými vlnami, tj. za předpokladu $\alpha\bar{h} \rightarrow 0$. Definujeme-li průměrnou rychlost kapalného filmu integrálem

$$u_a = \frac{1}{h} \int_0^h U_L(y) dy, \quad (3.1)$$

pak integrovní forma rovnice kontinuity má tvar

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu_a)}{\partial x} = 0. \quad (3.2)$$



Obrázek 3.1: Schéma problému při řešení integrální metodou.

Integrální formu pohybové rovnice ve směru osy x lze zapsat

$$\frac{\partial(hu_a)}{\partial t} + \frac{\partial(h\Gamma u_a^2)}{\partial x} = -\frac{h}{\rho_L} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\rho_L}(\tau_s - \tau_w) + gh \cos \vartheta, \quad (3.3)$$

kde τ_s zde značí smykové napětí na rozhraní fází, τ_w smykové napětí na pevné stěně, ϑ úhel odklonu stěny od vektoru tíhového zrychlení a

$$\Gamma = \frac{1}{hu_a^2} \int_0^h U_L^2(y) dy \quad (3.4)$$

je tvarový parametr rychlostního profilu.

Vztah pro tlak v kapalném filmu se zahrnutím vlivu povrchového napětí za předpokladu ($\alpha h \rightarrow 0$) uvádí Hanratty [15] ve tvaru

$$P = P_s + (h - y)\rho_L g \sin \vartheta - \sigma \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - 2\mu_L \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_s - 2\tau_s \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (3.5)$$

kde P_s je tlak plynné vrstvy na rozhraní.

Dosazením (3.5) do (3.3), dělením rovnice výškou filmu h a zjednodušením s ohledem na předpoklady obdržíme pohybovou rovnici pro kapalný film ve tvaru

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_a}{\partial t} + (2\Gamma - 1)u_a \frac{\partial u_a}{\partial x} + (\Gamma - 1) \frac{u_a^2}{h} \frac{\partial h}{\partial x} + u_a^2 \frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \\ - \frac{1}{\rho_L} \frac{\partial P_s}{\partial x} - g \sin \vartheta \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\sigma}{\rho_L} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} + \frac{1}{h\rho_L}(\tau_s - \tau_w) + g \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Obdobně lze dle [23] za předpokladu $\lambda \gg (B - h)$ odvodit integrální formy rovnice kontinuity a hybnosti plynné vrstvy.

Aplikací teorie lineární analýzy stability ve smyslu vztahů (2.2)–(2.9) na veličiny vystupující v rovnici (3.6) lze definovat

$$\frac{u'_a}{\widehat{u}_a} = \frac{\Gamma'}{\widehat{\Gamma}} = \frac{P'_w}{\widehat{P}_w} = \frac{\tau'_w}{\widehat{\tau}_w} = \frac{\tau'_s}{\widehat{\tau}_s} = \frac{\tau'_B}{\widehat{\tau}_B} = a \exp i\alpha(x - ct) = h'. \quad (3.7)$$

Dosazením (3.7) do (3.2) a (3.6) obdržíme příslušné pohybové rovnice.

Kýžené hodnoty komplexní rychlosti c v závislosti na vlnovém čísle α a parametrech rychlostního profilu $\bar{u}_a$ a $\bar{\Gamma}$ lze obdržet komplexním řešičem rovnic nebo ve tvaru $c = c_R + ic_I$ pomocí separace rovnic na reálnou a imaginární část po dodefinování reálných proměnných $\bar{\tau}_s$, $\bar{\tau}_w$ a komplexních proměnných $\hat{\tau}_s$, $\hat{\tau}_w$, $\hat{P}_s$ a $\hat{\Gamma}$. Určení parametrů $\bar{\Gamma}$ a $\hat{\Gamma}$ se kromě přehledové práce [15] blíže věnuje článek [7].

3.2 Metody Orrovy-Sommerfeldovy rovnice

Počáteční řešení využívající analýzu O-S rovnice aplikovala převážně kvazistatický přístup [8], [10], tj. O-S rovnice je formulována pro kapalný film a silové účinky plynného proudu vstupovaly do řešení prostřednictvím okrajových podmínek. V pozdějších přístupech se používá rovněž simultánní řešení, tj. O-S rovnice je formulována zvlášť pro kapalnou a pro plynnou fázi. S ohledem na přehlednost je v dalším textu čerpáno převážně z formulace simultánního řešení dle Boomkamp a kol. [5].

Proudové funkce a rychlostní fluktuace kapalně a plynné fáze lze definovat analogicky ke vztahům (1.11)–(1.13) ve tvaru

$$\Psi_j(x, y, t) = \phi_j(y) e^{i\alpha(x-ct)}, \quad (3.8)$$

$$u'_j = \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} = \frac{d\phi_j(y)}{dy} \exp[i\alpha(x-ct)], \quad (3.9)$$

$$v'_j = -\frac{\partial \Psi_j}{\partial x} = -i\alpha\phi_j(y) \exp[i\alpha(x-ct)]. \quad (3.10)$$

S použitím škálovacích měřítek h pro délku, $U_\tau = \tau d_1 / \nu_1$ pro rychlost, h/U_τ pro čas a $\rho_L U_\tau^2$ pro tlak je bezrozměrná Orrova-Sommerfeldova rovnice pro film dána ve tvaru

$$\phi_L^{(4)} - 2\alpha^2 \phi_L'' + \alpha^4 \phi_L = i\alpha Re \left[(U_L - c)(\phi_L'' - \alpha^2 \phi_L) - U_L'' \phi_L \right], \quad (-1 < y < 0), \quad (3.11)$$

a rovnice pro shora neohrazenou plynnou vrstvu ve tvaru

$$\phi_G^{(4)} - 2\alpha^2 \phi_G'' + \alpha^4 \phi_G = i\alpha Re \frac{r}{m} \left[(U_G - c)(\phi_G'' - \alpha^2 \phi_G) - U_G'' \phi_G \right], \quad (0 < y < \infty), \quad (3.12)$$

kde $Re = \rho_L U_\tau h / \nu_L$ je Reynoldsovo číslo kapalného filmu s charakteristickou rychlostí U_τ a dále $r = \rho_G / \rho_L$ resp. $m = \nu_G / \nu_L$ je poměr hustot resp. kinematických viskozit.

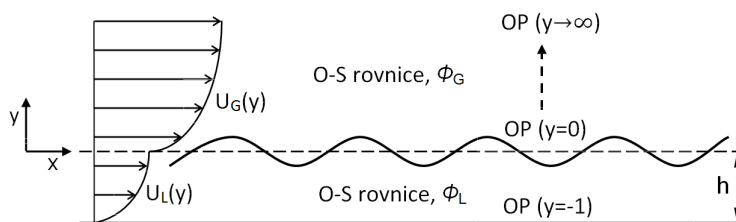
Okrajové podmínky pro proudové funkce předepisují podmínku ulpívání na stěně (3.14), útlum rozruchů v dostatečné vzdálenosti od rozhraní (3.14) a rovnost rychlostních a smykových výchylek v normálovém a tangenciálním směru na rozhraní, viz [5].

$$\phi_L = \phi_L' = 0 \quad \text{v } y = -1, \quad (3.13)$$

$$\phi_G = \phi_G' = 0 \quad \text{pro } y \rightarrow \infty \quad (3.14)$$

Rovnice (3.11) a (3.12) s příslušnými okrajovými podmínkami definují zobecněný problém vlastních čísel, tj. v tomto případě komplexních rychlostí

$$c = c(\alpha, Re, m, r, We, Fr). \quad (3.15)$$



Obrázek 3.2: Schéma problému při řešení pomocí Orrovy-Sommerfeldovy rovnice.

3.3 Modely tlakových a smykových sil působících na povrch filmu

Z dosud uvedeného vyplývá, že modely nestabilit kapalného filmu jsou podmíněny rozřešením průběhu tlaku a smykového napětí působících na hladinu filmu. Klasický výpočet silových účinků v případě kvazi-statického přístupu využívá s ohledem na fyzikální konstanty vody a vzduchu předpoklad, že zvlněné rozhraní lze považovat za pevné [16]. Kýžené silové charakteristiky jsou tedy spočteny pomocí úlohy proudění plynu nad pevným zvlněným povrchem, přičemž rychlost proudění je snížena o fázovou rychlost vln. Z DNS simulací proudění nad pevným pohybujícím se povrchem, viz [36], vyplývá, že celková odporová síla působící na vlnu ve směru proudění je významně ovlivněna fázovou rychlostí c_R pro $c_R/U_b > 0,2$. Protože pro iniciaci nestabilit je charakteristický poměr přibližně $c_R/U_b > 0,1$, viz kapitolu 5, lze kvazistatický přístup považovat za adekvátní.

Hlavní výpočetní přístupy vycházejí jednak z řešení Orrovy-Sommerfeldovy rovnice doplněné o vhodný turbulentní model, [1], případně z modelů smykových koeficientů.

Modely smykových koeficientů na povrchu filmu

Hodnota smykového koeficientu f_s na rozhraní je závislá na struktuře zvlněného povrchu a její určení v modelech nestabilit je vesměs založeno na úpravě tradičních vztahů na základě experimentálních dat. Ačkoliv tento přístup umožňuje konstruovat poměrně úspěšné modely nestabilit v konkrétních aplikacích, je zřejmé, že není optimální z hlediska univerzality modelů.

V dalším uvedeme několik modelů smykového koeficientu, které jsou používány v případech vyšších rychlostí proudění plynu, např. při anulárním proudění, kdy se na rozhraní nacházejí solitární, případně kapilární vlny. Tento předpoklad vedl k myšlence zohlednit strukturu rozhraní pomocí pískové drsnosti k_s . Z příslušného rychlostního profilu odvodil Schlichting [35] obecnou formuli pro smykový koeficient

$$C_f = \frac{1}{4} \left[1,74 + 2 \log \left(\frac{D_h}{2k_s} \right) \right]^{-2}, \quad (3.16)$$

kde D_h je tzv. *hydraulický průměr* spočtený jako podíl čtyřnásobku vnitřního průřezu daného profilu potrubí ku jeho obvodu. Pro vertikální proudění v trubici navrhl Wallis [41] vztah pro smykový koeficient na rozhraní ve tvaru

$$f_s = 0,005 \left(1 + 300 \frac{\bar{h}}{D_h} \right), \quad (3.17)$$

který koresponduje vztahu (3.16) za předpokladu $k_s = 4\bar{h}$ a $k_s/D_h < 0,03$, blíže viz [41].

Alternativu Wallisovy formule (3.17) publikoval Moeck [29]

$$f_s = 0,005 \left[1 + 1458 \left(\frac{\bar{h}}{D_h} \right)^{1,42} \right]. \quad (3.18)$$

Původní Wallisovu formuli (3.17) později s ohledem na experimentální data pro velmi tenké filmy upravili Fore a kol. [12] vztahem

$$f_s = 0,005 \left[1 + 300 \left(\frac{\bar{h}}{D_h} - 0,0015 \right) \right], \quad (3.19)$$

který dále precizovali zahrnutím závislosti na Reynoldsově číslu plynného proudu

$$f_s = 0,005 \left\{ 1 + 300 \left[\left(1 + \frac{17\,500}{Re_G} \right) \frac{\bar{h}}{D_h} - 0,0015 \right] \right\}, \quad (3.20)$$

kde Reynoldsovo číslo je spočteno pomocí hydraulického průměru, tj. $Re_G = U_G D_h / \nu_G$.

CFD simulace turbulentního proudění nad zvlněným povrchem

Úspěchy výpočtové mechaniky tekutin (CFD) při modelování turbulentního proudění na straně jedné a složitost a různorodost modelů smykových napětí a tlaků na straně druhé vedly k myšlence využít metodu CFD simulací k sestavení algebraických vztahů, které by bylo možno implementovat v kvazistatických modelech nestability kapalného filmu.

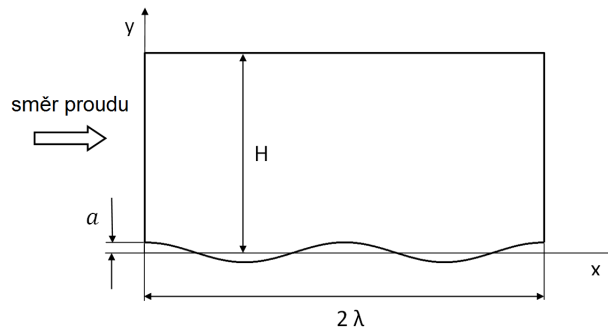
Cílem CFD simulací uvedených dále bylo tedy získat podklady pro sestavení modelů působení tlaku a smykového napětí na sinusoidální pevný povrch definovaný vlnovou délkou λ a amplitudou a v kanále o výšce H , jímž proudí vzduch předepsanou střední rychlostí

$$U_b = \frac{1}{H} \int_0^H U(y) dy. \quad (4.1)$$

Protože výška kanálu i rychlost proudění ovlivňují sledované charakteristiky v různé míře, jsou v simulacích uvažovány zvláště hodnoty obou proměnných a Reynoldsovo číslo $Re = HU_b/\nu$ je užíváno ponejvíce pro srovnání s externími studiemi.

4.1 Popis výpočtové geometrie

Hodnoty smykového napětí a tlaků byly získány simulacemi stacionárního turbulentního proudění ve dvoudimenzionální oblasti se sinusoidální dolní a rovnou horní stěnou, viz obr. 4.1.



Obrázek 4.1: Výpočtová oblast a souřadnicový systém.

Geometrie dolní zvlněné stěny je definována harmonickou funkcí

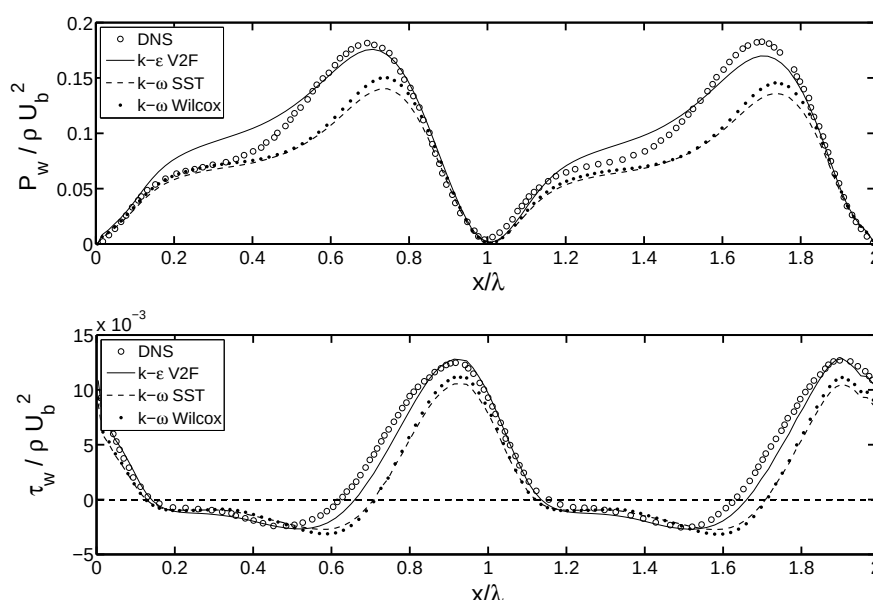
$$y = a \cos \frac{2\pi x}{\lambda}, \quad (4.2)$$

tudíž a značí amplitudu vlny a λ její délku. Horní stěna oblasti je vzdálena H od střední polohy dolní stěny. Rozměr oblasti ve směru proudění jsou dvě vlnové délky, přičemž ve všech simulacích byla vlnová délka dána konstantní hodnotou $\lambda = 0,05$ m. Zbylé rozměry byly voleny tak, aby poměr délky vlny ku její amplitudě λ/a ležel v rozmezí 20 až 200 a poměr výšky oblasti ku délce vlny H/λ byl roven 0,6 až 1,4. Rychlost proudění U_b byla nastavena v rozmezí od 2 do 20 m/s. Pro kinematickou viskozitu $\nu = 1,567 \cdot 10^{-5}$ m²/s nabývá tudíž Reynoldsovo číslo hodnot od $Re = 3830$ (pro $U_b = 2$ m/s a $H = 0,03$ m) do $Re = 89\,400$ (pro $U_b = 20$ m/s a $H = 0,07$ m).

4.2 Metoda výpočtu

S ohledem na povahu problému byly vybrány tři turbulentní modely: standardní Wilcoxův $k-\epsilon$ model, $k-\omega$ SST model a $k-\epsilon$ V2F model. Výsledky simulací provedených pomocí těchto modelů byly pro vybranou konfiguraci porovnány s DNS řešeními Maass a Schumann [24] a Yoon a kol. [43]. Při porovnání odpovídajícího řešení metodou RANS s turbulentním modelem $k-\epsilon$ V2F pro 2D a 3D geometrii bylo zjištěno, že odchylky obou řešení jsou zanedbatelné u smykového napětí a akceptovatelné u tlakových sil. V dalších simulacích byla proto použita výhradně 2D výpočetní oblast s parametry definovanými v předcházející podkapitole. Vzhledem k tomu, že rozvoj mezní vrstvy po délce kanálu ovlivňuje hodnoty sledovaných veličin, byly ve směru proudění předepsány periodické okrajové podmínky s konstantním hmotnostním tokem spočteným z dané rychlosti proudění U_b . Na vstupu do domény byl přítom na počátku simulace nastaven pístový rychlostní profil, z něhož se po konvergenci simulace vyvinul profil reálného tvaru. Vlastní simulace byly provedeny v komerčním CFD software STAR-CCM+ verze 6.04.016 firmy CD-adapco, přičemž výpočtová síť byla vyhotovena v modeláři programu ANSYS v. 13.0.

Na základě analýzy přesnosti predikce bodů separace a přilnutí a smykového napětí a tlaku v porovnání s DNS řešeními Maass & Schumann [24] a Yoon a kol. (2009) [43], viz. obr. 4.2, byl pro výpočet simulací vybrán model $k-\epsilon$ V2F. Model byl v simulacích použit s tzv. „all y^+ “ ošetřením mezní vrstvy. Podrobnější specifikace viz manuál [40]. Výpočetní síť použité ve vlastních simulacích byly vyhotoveny tak, aby hodnota y_{wall}^+ byla vždy menší než 0,65 při rychlosti proudění $U_b = 10$ m/s.



Obrázek 4.2: Průběhy tlaku a smykového napětí na zvlněné stěně normalizované hodnotou ρU_b^2 a spočtené vybranými modely turbulence v porovnání s DNS řešením Yoon a kol. (2009) [43].

4.3 Výsledky

Vzhledem k tomu, že diskutované simulace byly řešeny jako stacionární, reprezentují všechny veličiny uvedené v této kapitole jejich časově průměrné hodnoty. Tlak a smykové napětí působící na zvlněný pevný povrch definujeme analogicky jako pro vodní hladinu v podkapitole 2.2 rozkladem na průměrnou a flukтуаční část :

$$P_w = \bar{P}_w + P' = \bar{P}_w + \Re\{\hat{P}e^{i\alpha x}\}, \quad (4.3)$$

$$\tau_w = \bar{\tau}_w + \tau' = \bar{\tau}_w + \Re\{\hat{\tau}e^{i\alpha x}\}. \quad (4.4)$$

Amplitudy $|\hat{P}|$ resp. $|\hat{\tau}|$ reálných fluktuací P' resp. τ' nyní v protikladu k předpisům (2.10) resp. (2.11) definují příslušné amplitudové složky P_{SR} , P_{SI} , τ_{SR} a τ_{SI} vztahy

$$P' = P_{SR} \cos \alpha x - P_{SI} \sin \alpha x = |\hat{P}| \cos(\alpha x + \theta_P), \quad (4.5)$$

$$\tau' = \tau_{SR} \cos \alpha x - \tau_{SI} \sin \alpha x = |\hat{\tau}| \cos(\alpha x + \theta_\tau). \quad (4.6)$$

Z analýzy smykového napětí a tlaků působících na zvlněný povrch plyne, že rychlost proudění plynu i poměr mezi vlnovou délkou a amplitudou vlny ovlivňují tvar profilu i amplitudy působících napětí. Ačkoliv celkové působící síly mohou být významným faktorem například při tvorbě filmu, v modelech nestabilit kapalných filmů se vyskytují pouze amplitudové charakteristiky příslušných napětí, případně průměrné hodnoty smykového napětí. Vzhledem k tomu, že zvlněný povrch jen málo ovlivňuje průměrné hodnoty smykového napětí na stěně, byly dále vyšetřovány pouze amplitudové složky fluktuací P' a τ' tj. veličin P_{SR} , P_{SI} a τ_{SR} , τ_{SI} .

Fluktuace tlaku

Komponenty tlakových fluktuací P_{SR} , P_{SI} byly spočteny z amplitudy tlaku $|\hat{P}|$ a fázového posunutí tlakového průběhu vůči povrchu vlny θ_P dle vztahů odvozených z rovnosti (4.5):

$$P_{SR} = |\hat{P}| \cos \theta_P, \quad (4.7)$$

$$P_{SI} = |\hat{P}| \sin \theta_P. \quad (4.8)$$

Amplituda tlakové fluktuace $|\hat{P}|$ byla určena jako polovina rozdílu mezi maximální a minimální hodnotou tlaku působícího na povrch o jedné vlnové délce. Závislost této veličiny na výšce H , poměru λ/a a rychlosti U_b je zachycena na obrázku 4.3 v porovnání s amplitudou smykového napětí $|\hat{\tau}|$. Z obrázku je patrné, že závislosti obou veličin jsou obdobné. Amplitudy rostou s rostoucí rychlostí U_b , klesajícím poměrem λ/a a výškou kanálu H .

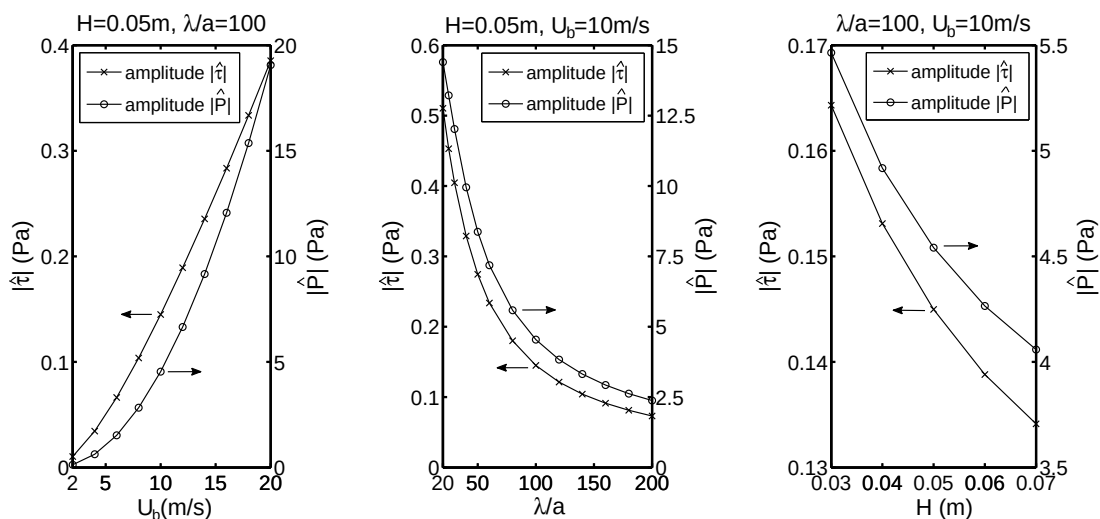
V porovnání s amplitudou není určení fázového posunutí θ_P tak jednoznačné s ohledem na deformaci tlakového průběhu zejména pro malé hodnoty rychlosti U_b a poměru λ/a , jak demonstrují obrázky 4.4 a 4.5. Fázové posunutí bylo stanoveno z posunutí maxima tlaku vůči povrchu vlny Δx_P^1 a z posunutí minima tlaku vůči údolí vlny Δx_P^2 , jak ilustruje obrázek 4.4. Odpovídající úhly θ_P^1 a θ_P^2 byly spočteny pomocí vztahů

$$\theta_P^1 = \frac{\Delta x_P^1}{\lambda} \cdot 360^\circ, \quad \theta_P^2 = \frac{\Delta x_P^2}{\lambda} \cdot 360^\circ. \quad (4.9)$$

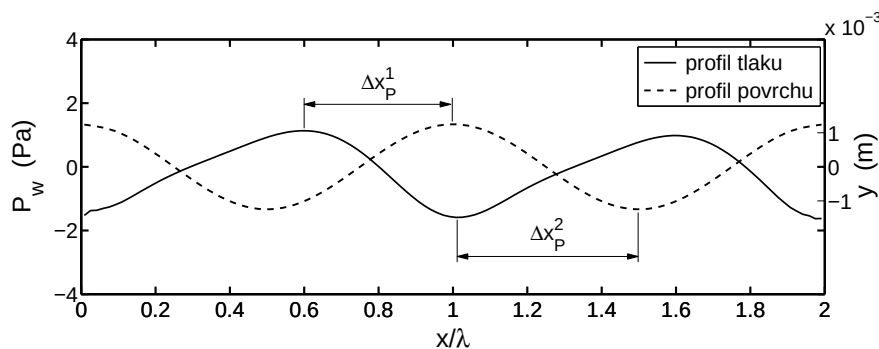
Algebraické modely příslušných složek P_{SR}^1 a P_{SR}^2 byly odvozeny užitím lineární regrese a empirického „fitování“ simulačních dat. Z výsledných vztahů (4.10) a (4.11) lze nahlédnout, že rozdíly mezi modely P_{SR}^1 a P_{SR}^2 nejsou příliš významné.

$$P_{SR}^1 = -0,815 H^{-0,357} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^{-0,914} U_b^{2,100} \quad (4.10)$$

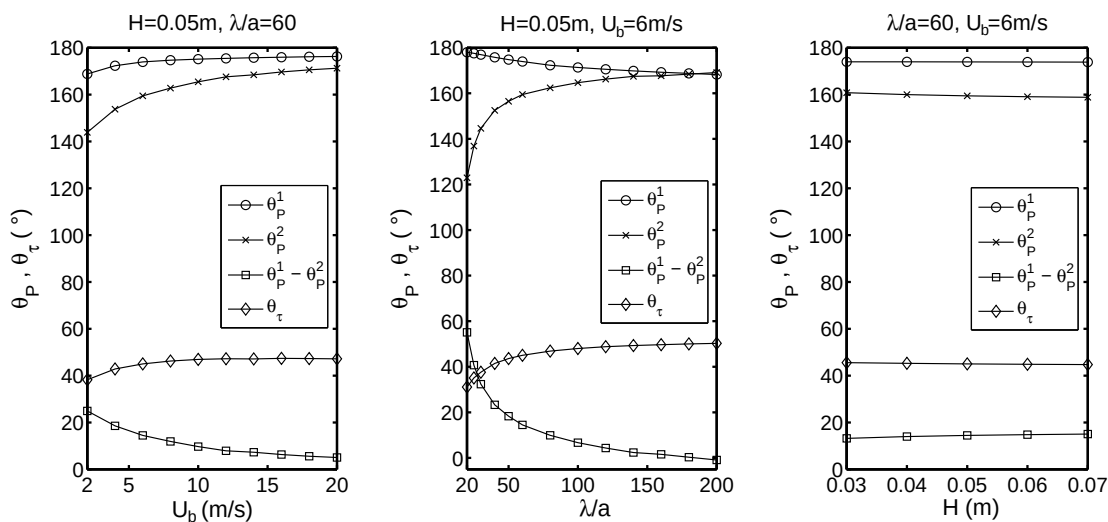
$$P_{SR}^2 = -0,849 H^{-0,359} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^{-0,919} U_b^{2,093} \quad (4.11)$$



Obrázek 4.3: Závislost amplitud fluktuací tlaku resp. smykového napětí, $|\hat{P}|$ resp. $|\hat{\tau}|$, na rychlosti U_b , poměru λ/a a výšce kanálu H . $H=\lambda$, $\lambda/a=100$ a $Re=31\,916$ ($H=0,05$ m, $U_b=10$ m/s).



Obrázek 4.4: Deformace tlakového průběhu a fázové posunutí vůči povrchu vlny. Vykresleno pro $H=\lambda$, $\lambda/a=40$ a $Re=12\,767$ ($H=0,05$ m, $U_b=4$ m/s).



Obrázek 4.5: Závislost fázového posunutí tlaku a smykového napětí θ_P a θ_τ na H , λ/a a U_b . Vykresleno pro $H=\lambda$, $\lambda/a=60$ a $Re=19\,150$ ($H=0,05$ m, $U_b=6$ m/s).

Způsob určení fáze θ_P je mnohem významnější pro výpočet složek P_{SI} než v případě složek P_{SR} . Odpovídající algebraické modely jsou definovány formulemi (4.12) a (4.13).

$$P_{SI}^1 = 45,936 H^{-0,124} \left(\frac{\lambda}{a} \right)^{-1,552} U_b^{1,230} \quad (4.12)$$

$$P_{SI}^2 = 0,0369 H^{-0,396} \left(\frac{\lambda}{a} \right)^{-0,481} U_b^{1,600} \quad (4.13)$$

Fluktuace smykového napětí

Amplitudové složky výchylek smykového napětí τ_{SR} a τ_{SI} byly určeny obdobným způsobem jako v případě tlakových fluktuací. Amplituda smykového napětí $|\hat{\tau}|$ byla stanovena jako průměr maximální a minimální hodnoty. Fáze θ_τ byla určena z posunutí maxima smykového napětí vůči vrcholu vlny. Výsledné modely jsou definovány vztahy (4.14) a (4.15).

$$\tau_{SR} = 0,303 H^{-0,219} \left(\frac{\lambda}{a} \right)^{-1,080} U_b^{1,356} \quad (4.14)$$

$$\tau_{SI} = 0,126 H^{-0,263} \left(\frac{\lambda}{a} \right)^{-0,920} U_b^{1,450} \quad (4.15)$$

4.4 Diskuse a validace výsledků

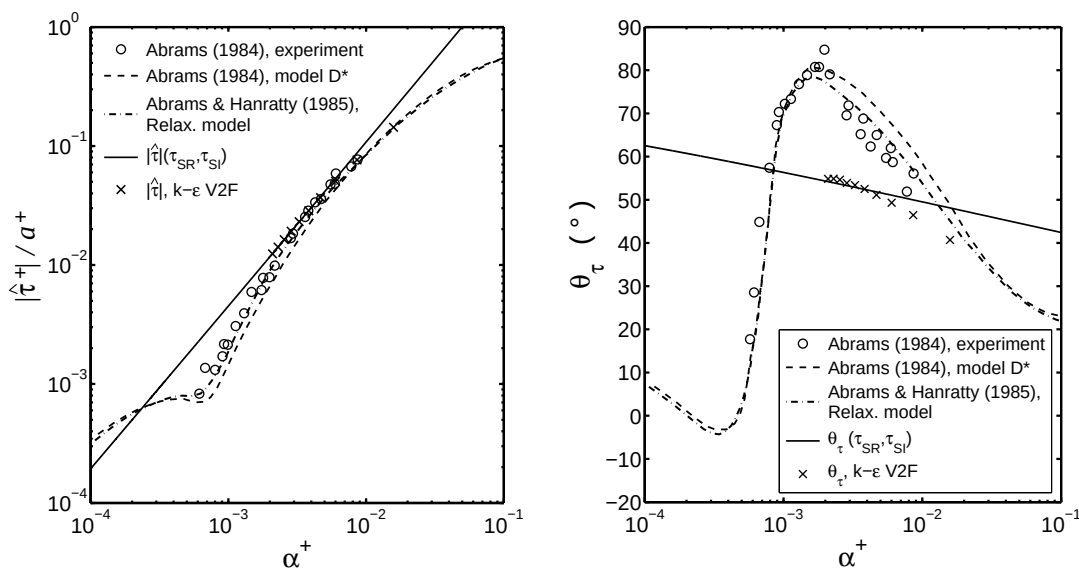
Charakter fluktuací tlaku a smykového napětí je přehledně dokumentován na obrázcích 4.3 a 4.5 pomocí závislostí na výšce kanálu H , poměru délky ku amplitudě vlny λ/a a rychlosti U_b .

Pro validaci modelů je třeba v první řadě ověřit splnění předpokladu linearity a adekvátnost použití harmonických funkcí při modelování fluktuací a dále pak vyšetřit vlastní přesnost predikce amplitud a fázových posunutí sledovaných veličin. Zilker a kol. [44] provedli měření smykového napětí pro různé amplitudy vln a vymezili lineární závislost pro $\lambda/a > 60$ a $a^+ < 27$, kde $a^+ = au_\tau/\nu$ je bezrozměrná amplituda přepočtená pomocí kinematické viskozity ν a třecí rychlosti u_τ . Abrams v dizertační práci [1] s odkazem na článek [39] uvádí, že pro mezní vrstvy o velké tloušťce je fázové posunutí smykového napětí θ_τ prostou funkcí bezrozměrného vlnového čísla $\alpha^+ = 2\pi\nu/\lambda u_\tau$, amplituda smykového napětí $|\hat{\tau}|$ je lineární funkcí a^+ a poměr bezrozměrné ku reálné amplitudě a^+/a je prostou funkcí α^+ . S ohledem na tyto poznatky a související analýzy v literatuře byla validace modelů dále vyšetřována s užitím právě uvedených bezrozměrných proměnných.

Pro validaci výchylek smykového napětí a tlaků byly sestaveny bezrozměrné veličiny

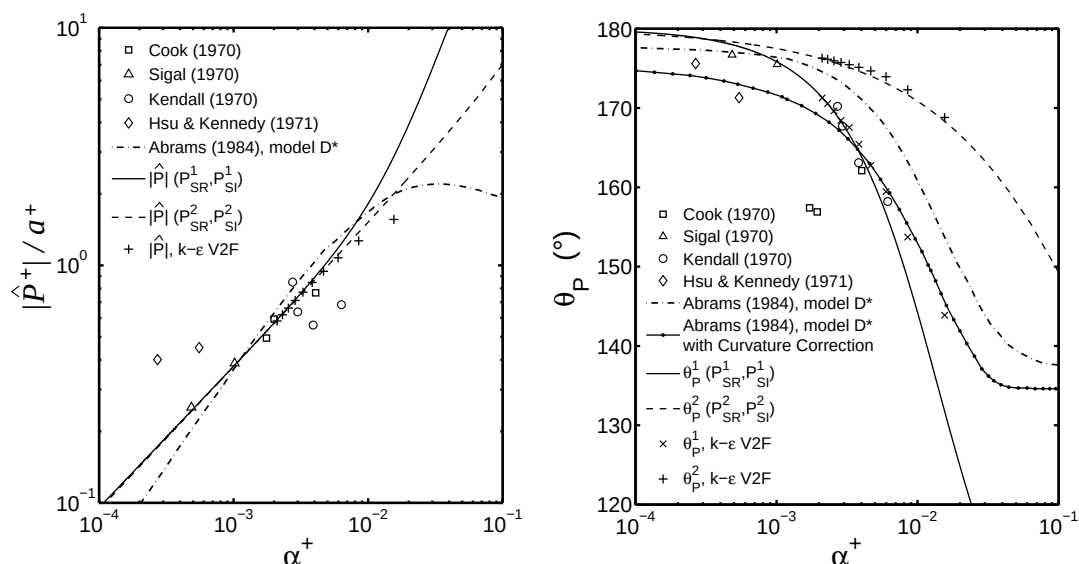
$$|\hat{\tau}^+| = \frac{|\hat{\tau}|}{\rho u_\tau^2} = \frac{|\hat{\tau}|}{\tau_w}, \quad |\hat{P}^+| = \frac{|\hat{P}|}{\rho u_\tau^2} = \frac{|\hat{P}|}{\tau_w}. \quad (4.16)$$

Amplitudy výchylek smykového napětí normalizované a^+ a příslušná fázová posunutí θ_τ v závislosti na α^+ jsou zachyceny na obrázku 4.6 v porovnání s měřením a dvěma komplexními modely publikovanými v [1]. Jak lze nahlédnout z obrázku, náš model dává velmi dobrou shodu s experimentálními daty v rozmezí od $\alpha^+ = 0,0086$ do $\alpha^+ = 0,0023$. Pro uvedenou konfiguraci tyto hodnoty odpovídají Reynoldsovým číslům od $Re = 13\,000$ ($H = 0,05$ m, $U_b = 4$ m/s) do $Re = 58\,000$ ($H = 0,05$ m, $U_b = 18$ m/s), které dobře reprezentují příslušné podmínky, za kterých byly provedeny simulace a konstrukce modelů. Predikce modelu v uvedeném intervalu se zdá být dokonce přesnější než predikce modelu D* resp. tzv. relaxačního modelu dle Abramse viz [1] resp. [2], které poněkud podhodnocují experimentální data. Je však třeba poznamenat, že náš model silně nadhodnocuje data mimo tento interval a selhává při predikci fázového posunutí smykového napětí vůči povrchu vlny.



Obrázek 4.6: Porovnání modelů fluktuací smykového napětí (4.14) a (4.15) s měřeními a modely viz Abrams (1984) [1] a Abrams & Hanratty (1985) [2]. Vykresleno pro $H=\lambda$, $\lambda/a=142,86$.

Amplitudy tlakových fluktuací $|\hat{P}^+|$ a fázová posunutí θ_P v závislosti na α^+ jsou zachyceny na obrázku 4.7 v porovnání s modelem D* [1] a měřeními pro $\lambda/a=32$ viz [21], $\lambda/a=36$ viz [37], $\lambda/a=45$ a $\lambda/a=90$ viz [17] a pro $\lambda/a=10$ až $\lambda/a=64$ viz [9]. S ohledem na převažující hodnoty λ/a byly naše výsledky vykresleny pro $H=\lambda$ a $\lambda/a=60$. Vzhledem k tomu, že měření Kendall [21] nejsou zcela konzistentní, zdá se být významnou výborná shoda našeho modelu s experimenty Sigal [37] a Cook [9]. Naše predikce naměřených hodnot je dokonce lepší než výstupy modelu D*. Z obrázku vyplývá, že modely amplitud tlakových fluktuací jsou dobře použitelné pro $\alpha^+ < 0,006$ resp. $\alpha^+ < 0,01$. Pro vyšší α^+ rozdíly mezi modely a CFD daty narůstají z důvodů konstrukce modelu s ohledem na střední hodnotu příslušných Reynoldsových čísel. Modely fázových posunutí tlaku založené na P_{SR}^1 a P_{SI}^1 dobře souhlasí s měřeními [21], [37] a částečně [9].



Obrázek 4.7: Porovnání modelů fluktuací tlaku (4.10)–(4.13) s modely typu D* viz Abrams (1984) [1] a měřeními viz Kendall [21], Sigal [37], Hsu & Kennedy [17] a Cook [9].

Model iniciace nestabilit

V nadcházející kapitole uvedeme ukázkou konkrétního modelu nestabilit kapalného filmu. S ohledem na náročnost matematického řešení Orry-Sommerfeldovy rovnice zejména v simultánní formulaci byl zvolen přístup založený na metodě integrace pohybových rovnic. Odpovídající vedoucí rovnice odvozené pro analýzu iniciace počáteční nestability, tj. dvoudimenzionálních vln, byly převzaty z [15]. Příslušné amplitudy fluktuací tlaku a smykového napětí jsou modelovány pomocí algebraických modelů odvozených na základě CFD simulací prezentovaných v předcházející kapitole.

5.1 Pomocné modely

Vyřešení vedoucích rovnic vyžaduje doplnění adekvátním modelem rychlosti filmu na hladině $\bar{u}_s$, derivace rychlostního profilu $dU/dy|_{y=h}$ a modely fluktuací tlaku a smykového napětí P_{WR} , P_{WI} , τ_{WR} a τ_{WI} .

Rychlost filmu na hladině

Za předpokladu lineárního profilu kapalného filmu je derivace rychlosti rovna podílu $\bar{u}_s/\bar{h}$ a smykové napětí na rozhraní lze aproximovat vztahem

$$\tau_s = \mu_L \frac{dU}{dy} \Big|_{y=h} \cong \frac{\bar{u}_s}{\bar{h}}. \quad (5.1)$$

S uvážením mocninného rychlostního profilu (2.17) a za předpokladu symetrie profilu vzhledem k ose kanálu je maximální rychlost vzduchu v kanále dle [10] přibližně dána vztahem

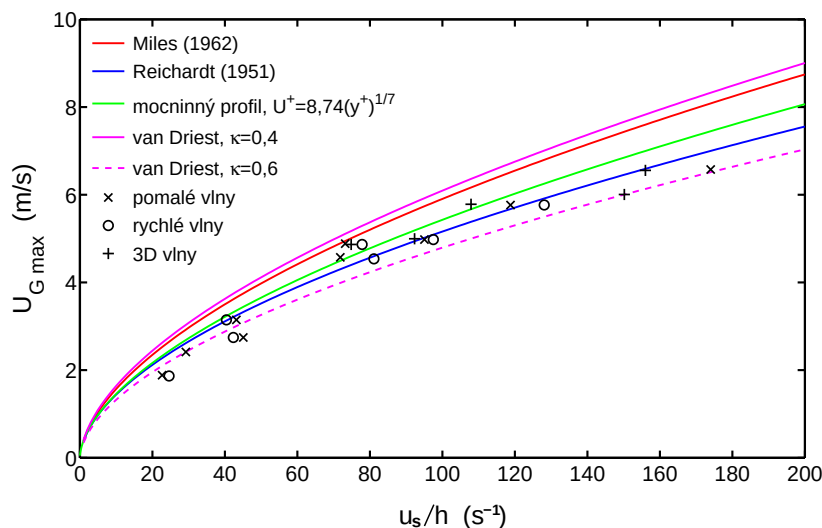
$$\frac{U_{G\max}}{u_\tau} = 8,74 \left(\frac{H u_\tau}{2\nu_G} \right)^{1/7}. \quad (5.2)$$

Substitucí (5.2) pro třetí rychlost $u_\tau = \sqrt{\tau_s/\rho_G}$ do (5.1) lze vyjádřit závislost povrchové rychlosti filmu na maximální rychlosti plynu a tloušťce filmu ve tvaru

$$\bar{u}_s = \left(\frac{U}{8,74} \right)^{7/4} \left(\frac{2\nu_G}{H} \right)^{1/4} \frac{\bar{h}\rho_G}{\mu_L}. \quad (5.3)$$

Predikce rychlosti filmu na hladině v závislosti na tloušťce filmu a maximální rychlosti proudění vzduchu odvozené pro Milesův rychlostní profil (2.15) pro $\delta_s^+=6$, Reichardtův profil (2.18), mocninný profil (2.17) a van Driestův profil (2.19) pro $\kappa=0,4$ a $\kappa=0,6$ v porovnání s měřeními v kanále o výšce 2,54 cm viz [10] je zachycena na obrázku 5.1 pro $\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$,

$\mu_L = 0,001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\rho_G = 1,25 \text{ kg/m}^3$ a $\nu_G = 1,46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Maximální rychlost vzduchu byla pro účely obrázku předpokládána ve středu kanálu ($y = B/2$) bez ohledu na výšku filmu. Z obrázku lze nahlédnout, že van Driestův profil pro uvedené konstanty κ ohraničuje predikci pomocí ostatních profilů. Van Driestův profil pro $\kappa=0,6$ nejlépe vystihuje naměřená data pro nízké hodnoty poměru u_s/h , avšak odchyluje se výrazněji pro poměry vyšší. Nejlepší shody s experimentem je dosaženo pro mocninný a Reichardtův rychlostní profil zejména kolem střední hodnoty u_s/h . Vzhledem k tomu, že odchylky mocninného a logaritmického profilu jsou významné až pro $y^+ > 400$, viz odstavec 2.5, budeme v dalším rychlost filmu na hladině modelovat vztahem (5.3).



Obrázek 5.1: Predikce rychlosti filmu na hladině v závislosti na tloušťce filmu a maximální rychlosti proudění vzduchu odvozené pro rychlostní profily (2.15) pro $\delta_s^+ = 6$, (2.18), (2.17) a (2.19) pro $\kappa=0,4$ a $\kappa=0,6$ v porovnání s měřením v kanále o výšce 2,54 cm viz [10].

Modely smykových a tlakových sil

Použití příslušných modelů smykových a tlakových fluktuací volí Hanratty [15] dle vlivu horní stěny kanálu a vlnové délky předpokládaných nestabilit. Pro krátké vlny navrhuje model D^* [1] a pro dlouhé vlny aplikaci vztahů založených na smykovém koeficientu. S ohledem na uvažovanou testovací konfiguraci problému stojící na pomezí mezi oběma typy vln, lze s výhodou aplikovat algebraické modely odvozené na základě CFD simulací diskutovaných v kapitole 4. Příslušné modely smykových a tlakových fluktuací je však třeba konstruovat s přihlédnutím k rozsahu předpokládaných kritických rychlostí. Pomocí postupů uvedených v předcházející kapitole byly sestaveny níže uvedené modely (5.4)–(5.7) fluktuací smykového napětí a tlaku pro nízké rychlosti proudění vzduchu.

$$\tau_{SR} = 0,214 H^{-0,219} \left(\frac{\lambda}{a} \right)^{-1,080} U_b^{1,530} \quad (5.4)$$

$$\tau_{SI} = 0,070 H^{-0,263} \left(\frac{\lambda}{a} \right)^{-0,920} U_b^{1,720} \quad (5.5)$$

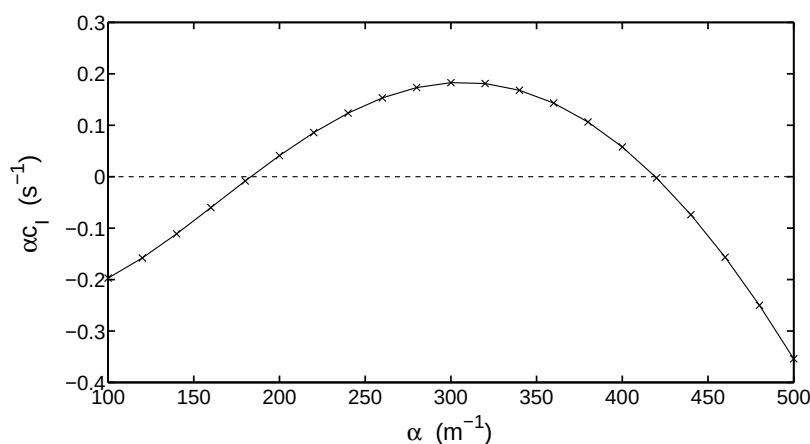
$$P_{SR} = -0,594 H^{-0,357} \left(\frac{\lambda}{a} \right)^{-0,914} U_b^{2,240} \quad (5.6)$$

$$P_{SI} = 21,532 H^{-0,124} \left(\frac{\lambda}{a} \right)^{-1,552} U_b^{1,550} \quad (5.7)$$

5.2 Řešení a diskuse

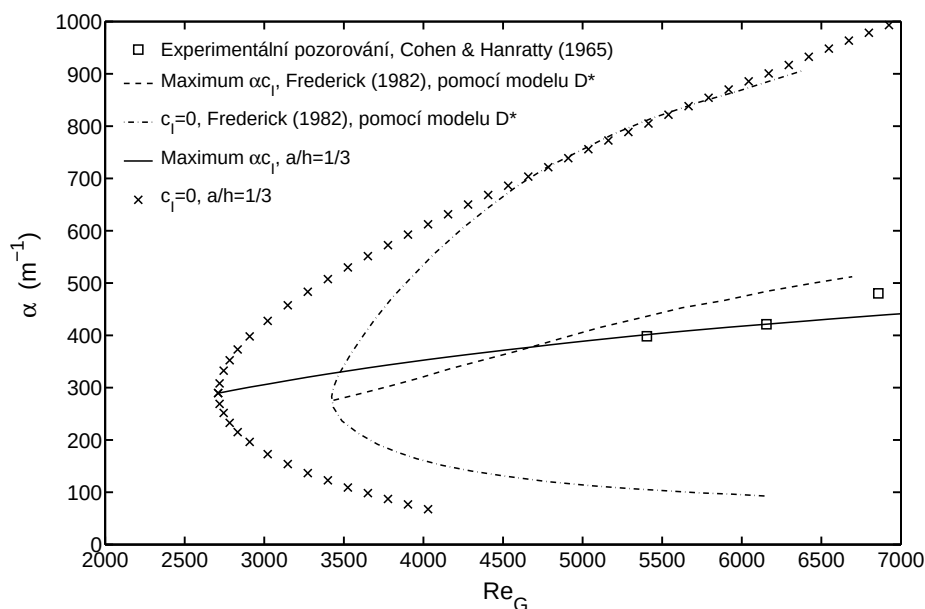
Řešení příslušných rovnic modelu definuje rychlost růstu vln v závislosti na vlnovém čísle α , tloušťce filmu h , výšce plynné vrstvy H , rychlosti plynu U_b a fyzikálních parametrech tekutin.

Model bohužel není uzavřený, neboť vyčíslení silových účinků plynu, tj. amplitud P_{WR} , P_{WI} , τ_{WR} a τ_{WI} , pomocí modelů (5.6)–(5.5) vyžaduje určení amplitudy vln. Dle práce [30] je poměr $a/\bar{h}$ menší než 0,5 pro $Re_G < 10^4$ a tento poměr se s klesajícím Reynoldsovým číslem snižuje. Pro určení oblasti nestability bylo proto nastaveno $a/\bar{h} = 1/3$.

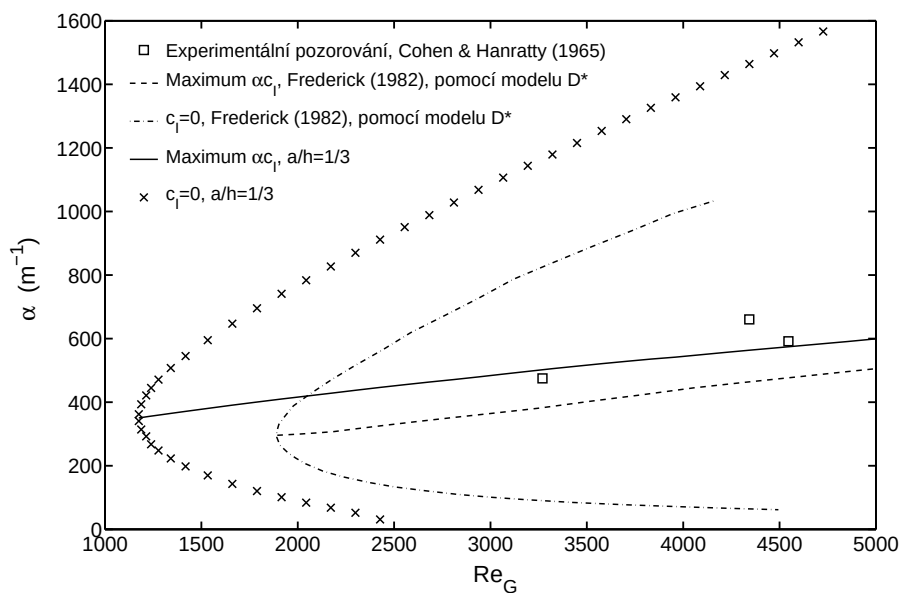


Obrázek 5.2: Závislost rychlosti růstu fluktuací na vlnovém čísle. Vykresleno pro $B=25,4$ mm, $\bar{h}=4,5$ mm, $Re_G=3000$, $\mu_L=3,9$ mPa·s, $\nu_G=1,66 \cdot 10^5$ m²s⁻¹.

Ze závislosti rychlosti růstu fluktuací na vlnovém čísle, viz obr. 5.2, lze jednoduše určit vlnovou délku indukující nejrychleji rostoucí perturbace. Jak lze nahlédnout z obrázků 5.3 a 5.4, tato vlnová délka je přibližně rovna vlnovým délkám reálných vln pozorovaných experimentálně.



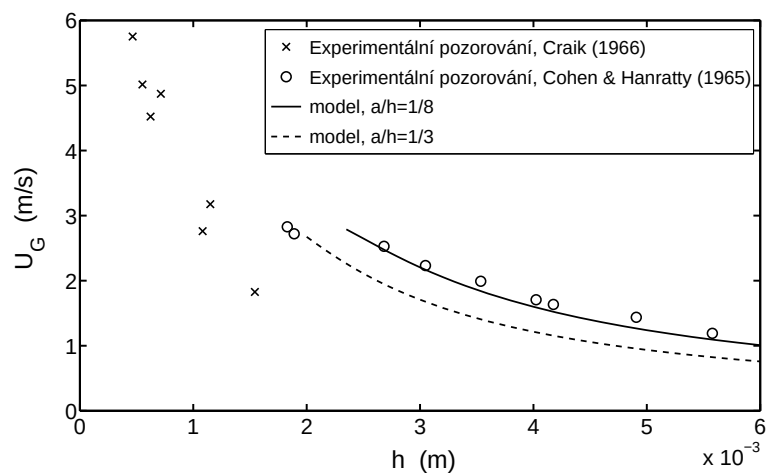
Obrázek 5.3: Porovnání oblasti stability a vlnových délek maximálního růstu s řešením viz Frederick (1982) [13] založeném na modelu D* [1] a měřením viz Cohen & Hanratty [8]. Vykresleno pro $B=25,4$ mm, $\bar{h}=4,5$ mm, $Re_G=3000$, $\mu_L=3,9$ mPa·s a $\nu_G=1,66 \cdot 10^5$ m²s⁻¹.



Obrázek 5.4: Oblasti stability a vlnových délek maximálního růstu. Vykresleno pro $B=25,4$ mm, $\bar{h}=4,9$ mm, $Re_G=3000$, $\mu_L=0,9$ mPa·s a $\nu_G=1,60 \cdot 10^5$ m²s⁻¹.

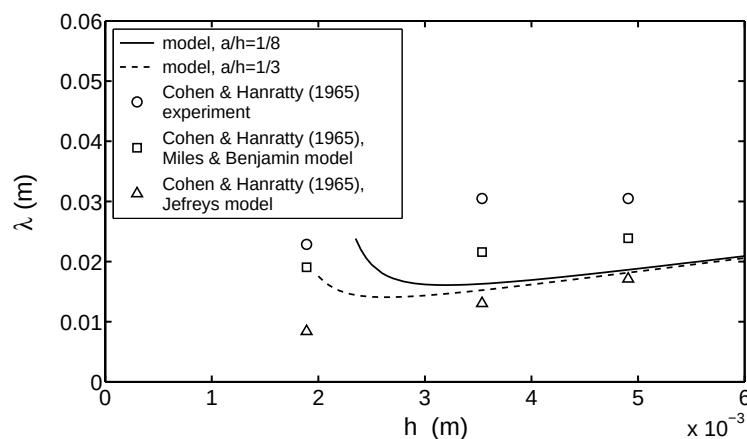
Z porovnání čar vlnových čísel s maximální rychlostí růstu nestabilit, které spočetl Frederick [13] pomocí modelu D* [1], s výsledky našeho modelu vyplývá, že pro zvolený poměr $\alpha/\bar{h}$ sestavený model lépe vystihuje měření Cohen a Hanratty [8] pro obě konfigurace specifikované podobněji pod obrázku. Z obrázku je ovšem rovněž patrné, že oblasti nestability definované podmínkou $\alpha_{c1} > 0$ jsou výrazně rozlehlejší a kritická Reynoldsova čísla resp. kritické rychlosti plynu jsou v obou případech podhodnoceny. Tato skutečnost může být vysvětlena předpokladem, že pro tak nízká Reynoldsova čísla, kdy dochází k iniciaci nestabilit, není amplituda vlny zdaleka rovna předepsané hodnotě $\bar{h}/3$. Vzhledem k tomu, že s rostoucí rychlostí plynu dochází k růstu amplitud i změně poměru $a/\bar{h}$, nelze zřejmě očekávat současně dobrou predikci kritického Reynoldsova čísla i vlnových délek pozorovaných vln pro konstantní hodnotu $a/\bar{h}$.

S ohledem na právě uvedený předpoklad byl výpočet kritických rychlostí proveden pro více konfigurací poměru amplitudy ku tloušťce filmu. Velmi dobré shody s naměřenými hodnotami publikovanými v [8] bylo dosaženo pro hodnotu $a/\bar{h} = 1/8$, jak dokumentuje obrázek 5.5.



Obrázek 5.5: Predikce kritických rychlostí pro iniciaci nestabilit v porovnání s experimentálním měřením viz Cohen & Hanratty (1965) [8] a Craik (1966) [10].

Vlnové délky korespondující kritickým podmínkám na obrázku 5.5 jsou zachyceny v grafu 5.6. Nabývají hodnot od 1,7 do 2,4 cm, což je přibližně v souladu s pozorováním i modely pro smykové a tlakové síly spočtené na základě Milesovy-Benjaminovy [4], [26] a Jeffresovy hypotézy [18], viz Cohen a Hanratty [8]. Nárůst hodnot s klesající tloušťkou filmu pozorovatelný na obrázku je však v rozporu s vlnovými délkami 1–2 cm které u tenkých filmů ($\bar{h} < 1,6$ mm) pozoroval Craik [10] a model proto není vodný pro určení vlnových délek počátečních nestabilit tenkých filmů, což je ovšem v souladu s výše uvedeným omezením. Vlnové délky 1–2 cm dvoudimenzionálních vln pro větší rychlosti plynu nicméně souhlasí s naměřenými hodnotami na obrázcích 5.3 a 5.4. Z uvedeného vyplývá, že validace predikce vlnových délek je obtížná, neboť dochází k jejich zkracování s rostoucím Re_G a není zřejmé, ve které fázi vývoje vln dochází k odečtu hodnot.



Obrázek 5.6: Závislost vlnových délek počátečních nestabilit na tloušťce filmu v porovnání s experimenty a modely viz Cohen & Hanratty (1965) [8].

Fázová rychlost je přibližně rovna 0,25 m/s, což je v dobré shodě s klasickým vztahem zahrnujícím vliv povrchového napětí i hodnotou 0,3 m/s pozorovanou experimentálně [8].

5.3 Shrnutí

- Vedoucí rovnice modelu iniciace nestabilit vycházejí z integrálního tvaru pohybových rovnic za předpokladu lineárního profilu kapalného filmu a mocninného rychlostního profilu proudu vzduchu.
- Smykové a tlakové účinky proudícího plynu byly odvozeny na základě výsledků numerických simulací pro adekvátní rychlosti proudění.
- S ohledem na omezení vyplývající z předpokladů pro odvození rovnic, je výsledný model použitelný pouze pro filmy s tloušťkou přesahující asi 2 mm.
- V závislosti na tloušťce filmu, výšce kanálu a fyzikálních vlastnostech tekutin lze pomocí modelu predikovat kritickou rychlost, vlnovou délku a fázovou rychlost počátečních nestabilit, které při dalším růstu rychlosti plynu vedou ke vzniku dvoudimenzionálních vln.
- Pro určení silových účinků je třeba specifikovat poměr amplitudy ku tloušťce filmu. Vlnové délky spočtené za předpokladu $a/\bar{h} = 1/3$ jsou ve velmi dobré shodě s pozorováním dvoudimenzionálních vln. Kritické rychlosti plynu vedoucí k iniciaci počátečních nestabilit vykazují výbornou shodu s měřením pro $a/\bar{h} = 1/8$.
- Fázové rychlosti vln odpovídají analytickému vztahu i experimentálnímu pozorování.

Atomizace stěnového kapalného filmu

Atomizace kapalin představuje komplexní problém vyskytující se jako přírodní jev i v celé řadě technických aplikací. Lze jej pozorovat například při rozrušování vln na mořské hladině, je významnou součástí procesu přípravy paliva ve spalovacích motorech nebo aerosolových lékových forem. Jako nežádoucí jev se vyskytuje například v potrubních systémech turbínových strojů.

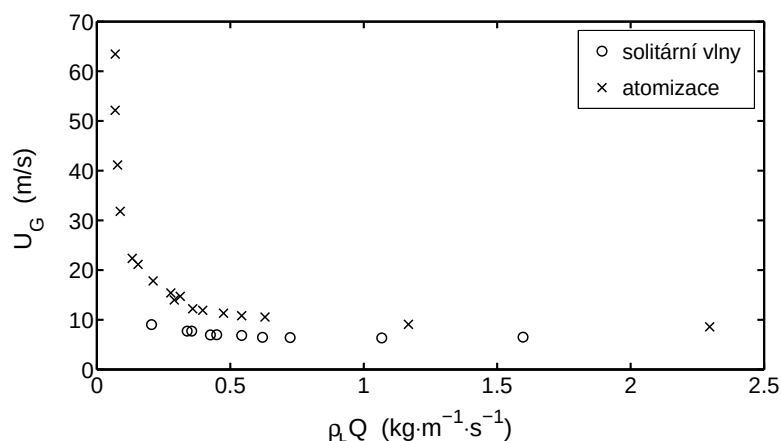
Atomizace kapaliny z povrchu stěnového filmu představuje závěrečný typ nestability pozorovaný pro dostatečně velké rychlosti vnějšího plynného proudu ve dvou základních geometrických konfiguracích. V případě potrubí malého průřezu může být atomizace příčinou případně součástí anulárního typu proudění. Při experimentech nestabilit filmu v kanálu byla atomizace pozorována v souvislosti se vznikem solitárních vln, které se realizují pro dostatečně nízké tloušťky filmu.

6.1 Experimentální poznatky

Jedny z prvních vizuálních poznatků týkající se atomizace tenkého filmu na rovné desce na základě experimentů podávají van Rossum [34] a Woodmansee a Hanratty [42]. Hodnoty průtoku kapalného filmu a rychlosti vzduchu při pozorování solitárních vln a atomizace v horizontálním kanále jsou uvedeny na obrázku 6.1. Zaznamenané průběhy rychlostí naznačují souvislost mezi ustavením solitárních vln a atomizací při takových průtocích kapalného filmu, kdy může dojít ke vzniku solitárních vln. Tato souvislost je potvrzena vizuálním pozorováním dějů na solitární vlně [42]. Při větších rychlostech plynu, než které jsou nutné ke vzniku solitárních vln, dochází na jejím vrcholu k tvorbě sekundárních vlnek (angl. ripples). Tyto vlnky jsou orientovány kolmo k ose kanálu, tj. směru šíření solitárních vln, jejich hřebeny jsou delší než vlnové délky. Při nadkritické rychlosti vnějšího proudu dochází k akceleraci vlnky a odtržení její střední části z povrchu filmu - *primární atomizaci* - za vzniku fragmentu tekutiny, který se následně v důsledku sil povrchového napětí zformuje v kapku nebo dále rozpadne procesem *sekundární atomizace*.

Z mapy režimu vln na obrázku 2.1 vyplývá, že pro velká Reynoldsova čísla kapalného filmu jsou kritické rychlosti způsobující vznik solitárních vln jen málo závislé na změně výšky hladiny nebo průtoku. Graf na obrázku 6.1 dokládá, že totéž platí rovněž pro atomizaci filmu. Kritické rychlosti při atomizaci rostou s klesající tloušťkou filmu a rostoucím povrchovým napětím. Závislost na viskozitě kapalin nebyla pozorována [34].

Obdobně jako v případě solitárních vln kritické rychlosti narůstají s klesající tloušťkou filmu. Pro velmi tenké filmy (v experimentu Woodmansee a Hanratty [42] pro $\rho_L Q < 0,2 \text{ kg/m s}$) již nedochází ke vzniku klasických solitárních vln a film se atomizuje současně se vznikem kapilárních vln. Kritická rychlost přitom dramaticky narůstá.



Obrázek 6.1: Experimentální pozorování solitárních vln a atomizace v závislosti na rychlosti vzduchu a průtoku kapalného filmu. Měřeno v horizontálním kanále o výšce 2,54 cm viz [42].

6.2 Fyzikální mechanismus atomizace

Z uvedených experimentálních poznatků vyplývá přímá souvislost atomizace s nestabilitou kapalného filmu, zejména se vznikem solitárních vln. Je tedy zřejmé, že fyzikální princip atomizace souvisí s mechanismem destabilizace kapalného povrchu za vzniku vln. Podobně jako v případě experimentů je i v oblasti základů fyzikálních principů a predikce odtrhávání kapek z povrchu kapaliny významná práce [42]. Autoři ve shodě s principem růstu solitárních vln odůvodňují proces atomizace nerovnováhou mezi stabilizačním vlivem gravitace a povrchového napětí a destabilizačními vlivy tlakového propadu nad vrcholem vlny, viz obr. 2.2 v podkapitole 2.3. V principu se tedy jedná o stejný mechanismus, který způsobuje primární nestabilitu kapalného filmu a v některých případech autoři článků zjednodušeně hovoří o principu Kelvinovy-Helmholtzovy nestability.

Vzhledem k tomu, že klasická K-H teorie hydrodynamické nestability předpokládá pístový rychlostní profil proudícího vzduchu, je zřejmé, že dostatečně precizně nepostihuje fyzikální princip atomizace, zejména pro velké rychlosti, kdy narůstá význam smykových sil, jak bylo již uvedeno v části 2.3. Kim a Peterson [22] rozlišují tři typy mechanismu odtržení kapaliny z povrchu filmu v závislosti na významu smykových sil:

- V případě nízkých rychlostí plynu převažuje vliv tlakových sil. Autoři hovoří o odtržení v důsledku vln, které nastává z vrcholů solitárních vln následkem výše uvedené silové nerovnováhy. Odporová síla (angl. *drag force*) je převážně důsledkem tlakového propadu způsobeném víry a odtržením mezní vrstvy za vrcholem vlny. Vzniklá výduť je následně odtržena proudem plynu.
- V případě rostoucích rychlostí klesá tloušťka filmu a v důsledku malých amplitud vln klesá současně vliv tlakových výchylek a naopak vliv smykových sil narůstá.
- V krajním případě, kdy jsou smykové síly dominujícími, hovoří autor o smykovém odtržení.

Na rozhraní mezi oběma mechanismy je pak přechodový typ odtržení.

6.3 Kritéria primární atomizace stěnového kapalného filmu

Pro přehlednost jsou dále uváděná kritéria rozlišena na kritéria závislá na vlnové délce vlny, z jejíhož vrcholu dochází k odtrhávání fragmentů kapaliny, a na kritéria zohledňující tloušťku filmu. V prvním případě je základním principem teorie Kelvinovy-Helmholtzovy nestability a ve druhém případě jsou kritéria odvozena na základě definice Weberova čísla.

Závislost na vlnové délce

Z dosud uvedeného vyplývá, že základním podkladem k modelování atomizace z povrchu filmu je teorie Kelvinovy-Helmholtzovy nestability. Silová rovnováha stabilizačních a destabilizačních sil pak vede dle [42] k podmínce neutrální stability

$$P_{\text{WR}} + g\rho_L + \sigma\alpha^2 = 0. \quad (6.1)$$

Teorie Kelvinovy-Helmholtzovy nestability řeší podmínku (6.1) předpokladem neviskózního proudění s rovnoměrným rychlostním profilem vedoucímu dle [15] ke vztahu

$$P_{\text{WR}}^{\text{KH}} = -(U_G - c_R)^2 \alpha \rho_G, \quad (6.2)$$

kde U_G resp. ρ_G je rychlost resp. hustota plynu. Substitucí (6.2) do (6.1) obdržíme za předpokladu $U_L \cong c_R$ zjednodušenou podmínku neutrální stability

$$U_G - U_L = \left(\frac{g\rho_L + \sigma\alpha^2}{\alpha\rho_G} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (6.3)$$

Pro případ dvojice tekutin voda-vzduch obdržíme kritickou hodnotu $U_{\text{Gkrit}} = 6,95 \text{ m/s}$ pro $\lambda_{\text{krit}} = 17 \text{ mm}$. S ohledem na výše uvedené nedostatky K-H teorie ve vztahu k diskutovanému fenoménu je třeba navrhnout precizující úpravy vztahů (6.2) a (6.3).

Jiný způsob odvození kritéria stability uvádějí Kim a Peterson [22] rozšířením přístupu K-H teorie o Jeffreysovu hypotézu zmíněnou v podkapitole 2.3. Odvozené kritérium má tvar

$$U_G = c + \left[\frac{4\rho_L c}{C_s \rho_G} \left(\frac{\nu_L \alpha}{\tanh \alpha h} + \frac{1}{4 \sinh^2 \alpha h} \sqrt{\frac{\nu_L \alpha c}{2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (6.4)$$

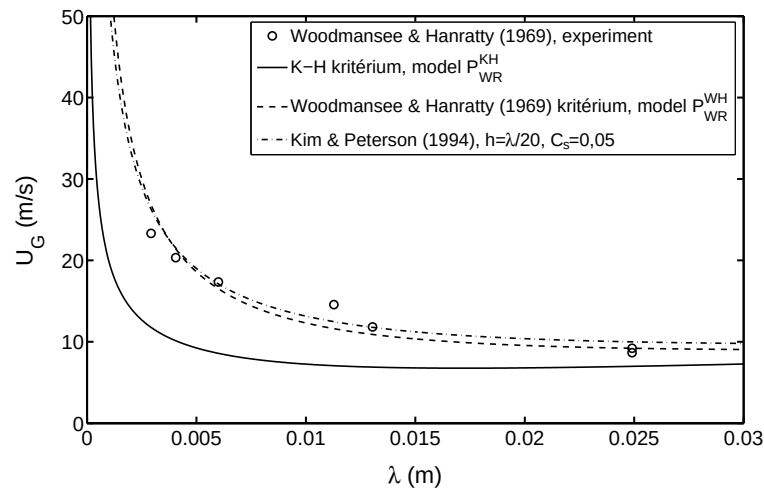
kde C_s je koeficient v Jeffreysově hypotéze (angl. sheltering coefficient) a c je fázová rychlost vln.

Woodmansee a Hanratty [42] spočetli tlakové výchyly P_{WR} za předpokladu reálného rychlostního profilu pomocí řešení Orrovy-Sommerfeldovy rovnice. Výslednou závislost vyjádřili poloempirickým vztahem, jehož substitucí do (6.1) získáme kritérium

$$U_G = \left[\frac{(\sigma\alpha^2 + \rho_L g) \left(\alpha \frac{H}{2} \right)^{0,627}}{0,131 \rho_L \alpha \left(\frac{H}{\nu_G} \right)^{0,229}} \right]^{\frac{1}{2,229}}, \quad (6.5)$$

které je vykresleno na obrázku 6.2 v porovnání s klasickým kritériem (6.3) a experimentálními daty z článku [42]. Lze nahlédnout, že kritérium velmi dobře vystihuje naměřené hodnoty, zatímco kritérium (6.3) založené na predikci amplitud tlakových fluktuací předpisem (6.2) data výrazně podhodnocuje.

Dosud uvedená kritéria definují kritické rychlosti v závislosti na vlnové délce předpokládaných vln. Tento parametr však v reálném případě není a priori znám a lze při tom předpokládat, viz např. [3], že vlnová délka je závislá na tloušťce filmu, kterou kritéria nijak nezohledňují. Woodmansee a Hanratty [42] na základě experimentů předpokládají vlnovou délku $\lambda = 5h_p$, kde h_p je výška solitární vlny, z jejíhož vrcholu dochází k atomizaci. Problém kritických rychlostí je tedy závislý na predikci parametru h_p , což ovšem není triviální úkol a uvedený článek se mu nevěnuje. Uvedená atomizační kritéria tedy představují pouze dílčí řešení problému atomizace.



Obrázek 6.2: Srovnání atomizačních kritérií (6.3), (6.5) a (6.4) pro $C_s=0,05$ za předpokladu $h = \lambda/20$ s měřením v kanále o výšce 2,54 cm viz [42].

Závislost na tloušťce filmu

Pokud $h < 1$ mm je k dosažení atomizace třeba vyšších rychlostí, narůstá vliv smykových sil a povrchového napětí a kritéria založená na K-H teorii již mají omezenou platnost. Kim a Peterson [22] ve snaze postihnout uvedená specifika vycházejí z článku Milese [27], který na základě Orrovy-Sommerfeldovy rovnice odvodil kritérium definované hodnotou Weberova čísla

$$We = \frac{\rho U^2 h}{\sigma} < 3, \quad (6.6)$$

kde ρ a U je hustota kapaliny resp. povrchová rychlost filmu.

Definujeme-li Weberovo číslo pomocí hustoty plynu a relativní rychlosti plynu vůči povrchu filmu, viz např. [42], lze kritérium atomizace jednoduše odvodit ve tvaru

$$U_G = \sqrt{\frac{We_{\text{krit}} \sigma}{\rho_G h}}. \quad (6.7)$$

Problém predikce kritické rychlosti se nyní přesouvá na určení kritického Weberova čísla We_{krit} . Autoři v článku [42] na základě experimentů rozlišují kritické Weberovo číslo spočtené pro základní tloušťku filmu h_0 , $We_{\text{krit}} = 1,5$, a pro výšku solitární vlny h_p , $We_{\text{krit}} = 5,5$.

Pomocí Weberova čísla definovaného pro povrchové rychlosti filmu, viz [22], autoři odvozují podmínku atomizace na základě rovnosti smykových napětí na hladině filmu definovaných vztahy

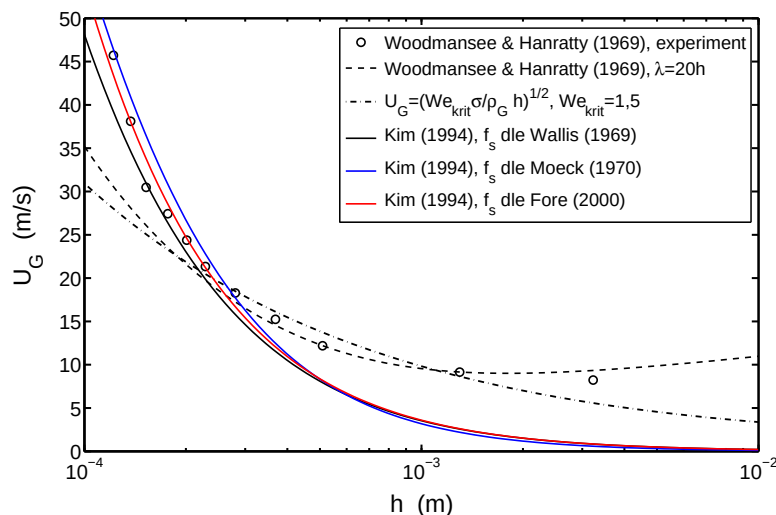
$$\tau_s = f_s \frac{\rho_G}{2} U_G^2 = \mu_L \frac{U_s}{h}. \quad (6.8)$$

Vyjádřením U_s z rovnosti (6.8) a substitucí do kritéria (6.6) obdržíme vztah pro kritickou rychlost plynu ve tvaru

$$U_G^2 = \frac{2\sqrt{3}}{f_s} \frac{\mu_L}{\rho_G h} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho_L h}}, \quad (6.9)$$

kde autoři uvažují hodnotu $We_{\text{krit}} = 3$ navrženou v původním kritériu (6.6). Hodnoty kritických rychlostí definované vztahem (6.9) jsou nyní závislé na určení smykového koeficientu f_s . Autoři užívají vztah pro smykový koeficient dle Wallise (3.17). Odpovídající kritérium je vykresleno na obrázku 6.3 spolu s kritériem pro smykové koeficienty spočtené dle vztahů (3.18) a (3.19) a kritériem (6.7) pro $We_{\text{krit}} = 1,5$ v porovnání s měřením [42].

Jak bylo naznačeno v předchozím odstavci, lze další kritérium dle tloušťky filmu získat z kritéria (6.5) volbou poměru mezi výškou solitární vlny h_p a vlnovou délkou λ . Dle experimentálních dat z článku [42] je poměr mezi výškou solitární vlny a základní tloušťkou filmu h_0 při atomizaci cca $h_p/h_0 \approx 3$ –5. Pak pro $\lambda = 5h_p$, viz [42], obdržíme přibližnou hodnotu $\lambda/h_0 \approx 15$ –25. Příslušné kritérium je na obrázku 6.3 vykresleno pro $\lambda/h = 20$. Obdobně lze upravit kritérium (6.4) z předchozího odstavce. Odpovídající průběh kritických rychlostí je zakreslen na obrázku 6.2 pro $C_s = 0,05$. Nedostatkem kritéria zůstává specifikace koeficientu C_s .



Obrázek 6.3: Porovnání průběhu kritických rychlostí dle kritérií (6.7) pro $We_{krit}=1,5$, (6.5) pro $\lambda = 20h$ a (6.9) pro f_s dle (3.17), (3.18) a (3.19).

Z obrázku 6.3 lze nahlédnout, že kritérium (6.7) nevystihuje kritické rychlosti příliš dobře. Úspěšnost kritéria je evidentně závislá na optimální volbě kritického Weberova čísla. Kritérium odvozené z (6.5) pro $\lambda/h = 20$ predikuje velmi dobře naměřené hodnoty pro tloušťky filmu větší než asi 0,2 mm. Pro menší tloušťky filmu lze úspěšně použít kritérium (6.9), přičemž nejlepší shody s experimentem je dosaženo pro smykový koeficient spočtený dle vztahu (3.19).

6.4 Shrnutí

Mechanismus atomizace a odvozená kritéria vycházejí z identifikace sil ovlivňujících proces odtržení. V případě silnějších vrstev je hlavní destabilizující vliv způsoben tlakovým propadem v okolí vrcholu vlny. Tato skutečnost umožňuje aplikaci teorie Kelvinovy-Helmholtzovy nestability. Odvozená kritéria jsou závislá na přesnosti určení tlakových výchylek a vlnové délky vln na povrchu filmu, což vyžaduje jejich doplnění modely amplitud tlakových fluktuací a předpokládaných vlnových délek v závislosti na tloušťce filmu a rychlosti vnějšího proudu.

V případě, kdy důsledkem vyšších rychlostí nebo menšího průtoku klesá tloušťka filmu, narůstá vliv smykových sil a povrchového napětí a vhodným přístupem je odvození kritérií na základě definice Weberova čísla. Příslušná kritéria nevyžadují informaci o vlnové délce a navíc zohledňují vliv tloušťky filmu. Úspěšnost predikce je v tomto případě závislá na určení kritického Weberova čísla případně smykového napětí. Uvedené předpoklady byly potvrzeny porovnáním sestavených kritérií s naměřenými daty. Kritéria založená na Kelvinově-Helmholtzově nestabilitě vykazují dobrou shodu s měřením pro filmy o tloušťce větší než 0,2 mm. Naopak kritéria (6.9) odvozená z Weberova čísla predikují dobře atomizaci v případě velmi tenkých filmů. Z teoretického hlediska je tedy výběr kritéria závislý na poměru destabilizujících sil, při praktické aplikaci kritérií se jeví být postačující přihlédnout k tloušťce filmu.

Závěr

Experimentální pozorování ukazují, že nestability kapalných filmů lze rozřadit do několika typů v závislosti na geometrických parametrech. Různé typy nestabilit stejně jako velké množství možných konfigurací problému znemožňují použití jednoho univerzálního přístupu k řešení. Tato situace motivovala přehledový charakter práce s ukázkami řešení pro vybrané případy geometrických charakteristik a typů nestabilit.

Jako klíčové faktory vzniku nestabilit byly identifikovány fluktuace smykových a tlakových sil působících na hladinu filmu. Úspěšnost CFD metod vedla k myšlence odvození algebraických modelů fluktuací smykového napětí a tlaku na základě výsledků CFD simulací proudění vzduchu nad zvlněným povrchem pro různé rychlosti, výšku kanálu a poměry vlnové délky ku amplitudě vln. Z validace výsledků vyplývá, že zvolený turbulentní model $k-\epsilon$ V2F poskytuje poměrně dobrou shodu s naměřenými hodnotami silových charakteristik a odvozené modely je možné ve vymezeném rozsahu podmínek aplikovat v numerických modelech nestabilit kapalného filmu.

Model iniciace nestabilit odvozený pomocí pohybových rovnic v integrálním tvaru a algebraických modelů působících napětí sestavených v kapitole 4 je prezentován v kapitole 5. Za předpokladu lineárního rychlostního profilu kapalného filmu a mocninného profilu proudu vzduchu dává sestavený model velmi dobré výsledky při určení kritických rychlostí pro iniciaci nestabilit a predikci vlnových délek dvoudimenzionálních vln na hladině filmu.

Modely kritických rychlostí pro atomizaci filmu jsou prezentovány v kapitole 6 s využitím modelů smykových koeficientů z odstavce 3.3. Uváděná kritéria jsou rozlišena dle typu vedoucí veličiny na kritéria závislá na vlnové délce a kritéria zohledňující tloušťku filmu. První typ kritérií je vhodnější pro vlny s větší amplitudou, kdy rozhodující destabilizující silou je tlakový propad nad vrcholem vlny, zatímco druhý typ lépe zohledňuje vliv smykových sil, které nabývají na významu v případě atomizace tenkých filmů za vysokých rychlostí.

Přínos dizertační práce ke studiu problematiky lze shrnout v následujících bodech:

- Byla vytvořena přehledová studie včetně souhrnu literárních pramenů souvisejících s tématem nestabilit kapalných filmů.
- Byla sestavena procedura na řešení zobecněného problému vlastních čísel s nehomogenními okrajovými podmínkami aplikovatelná na Orru-Sommerfeldovu rovnici popisující iniciaci hydrodynamické nestability.
- Pomocí CFD metod byla provedena studie turbulentního proudění nad zvlněným povrchem a výpočet série simulací umožňujících analýzu vlastností příslušné mezní vrstvy a silového působení.
- Na základě výsledků soustavy CFD simulací byly sestaveny algebraické modely fluktuací smykových napětí a tlaků působících na zvlněný povrch v závislosti na geometrii vln, rozměrech kanálu a rychlosti proudění.
- Pomocí formulí pro smyková napětí byly navrženy modely umožňující predikci odtržení kapek z povrchu filmu v závislosti na rychlosti vzduchu a tloušťce filmu.

Seznam použitých zdrojů

- [1] Abrams, J.: Turbulent flow over small amplitude solid waves, Ph.D. Disertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1984.
- [2] Abrams, J., Hanratty, T. J.: Relaxation effects observed for turbulent flow over a wavy surface, *J. Fluid Mech.*, 151, pp. 443–455, 1985.
- [3] Asali, K. C., Hanratty, T. J.: Ripples generated on liquid film at high gas velocities, *Int. Multiphase Flow*, 19, pp. 229–243, 1993.
- [4] Benjamin, T. B.: Shearing flow over a wavy boundary, *J. Fluid Mech.*, 6, pp. 161–205, 1959.
- [5] Boomkamp, P. A. M., Boersma, B. J., Miesen, H. M., Beijnon, G. V.: A Chebyshev Collocation Method for Solving Two-Phase Flow Stability Problems, *Journal of Computational Physics*, 132, pp. 191–200, 1997.
- [6] Brdička, M., Samek, L., Sopko, B.: *Mechanika kontinua*, 2. vydání, Academia, AV ČR, Praha, 2000, ISBN 80-200-0772-5.
- [7] Bruno, K., McCready, M. J.: Origin or roll waves in horizontal gas-liquid flows, *AIChE Journal*, vol. 34, no. 9, pp. 1431–1440, 1988.
- [8] Cohen, L. S., Hanratty, T. J.: Generation of Waves in the Concurrent Flow of Air and a Liquid, *AIChE Journal*, 11, pp. 138–144, 1965.
- [9] Cook, G. W.: Turbulent Flow Over Solid Wavy Surfaces, Ph.D. Thesis, Department of Chemical Engineering, University of Illinois, Urbana, 1970.
- [10] Craik, A. D. D.: Wind-generated waves in thin liquid films, *J. Fluid Mechanics*, 26, pp. 369–392, 1966.
- [11] van Driest, E.R.: On turbulent flow near a wall, *J. Aeronaut. Sci.*, vol. 23, no. 11, pp. 1007–1011, 1956.
- [12] Fore, L. B., Beus, S. G., Bauer, R. C.: Interfacial friction in gas-liquid annular flow: analogies to full and transition roughness, *International Journal of Multiphase Flow*, 26, pp. 1755–1769, 2000.
- [13] Frederick, K. A.: Wave generation at a gas-liquid interface, M. S. Dissertation, University of Illinois, Urbana, 1982.
- [14] Gaster, M.: A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability, *Journal of Fluid Mechanics*, 14, pp. 222–224, 1962.
- [15] Hanratty, T. J.: Interfacial instabilities caused by air flow over a thin liquid layer, *Waves on Fluid Interfaces* (Edited by Meyer, R.E.), Academic Press, New York, pp. 221–259, 1983.

- [16] Hanratty, T. J., McCready, M. J.: Phenomenological understanding of gas-liquid separated flow, Proceedings of the Third International Workshop on Two-Phase Flow Fundamentals, Imperial College of London, April 1992
- [17] Hsu, S., Kennedy, J. F.: Turbulent flow in wavy pipes, *J. Fluid Mech.*, 47, 1971.
- [18] Jeffreys, H.: On the Formation of Waves by Wind, *Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A.*, 110, pp. 341–347, 1925.
- [19] Jurman, L. A., Bruno, K., McCready, M. J.: Periodic and solitary waves on thin, horizontal, gas-sheared liquid films, *Int. J. Multiphase Flow*, 15, pp. 371–384, 1989.
- [20] Jurman, L. A., McCready, M. J.: Study of waves on thin liquid films sheared by turbulent gas flows, *Phys. Fluids*, pp. 522–536, 1989.
- [21] Kendall, J. M.: The turbulent boundary layer over a wall with progressive surface waves, *J. Fluid Mech.*, 41, 1970.
- [22] Kim, B. H., Peterson, G. P.: Theoretical and physical interpretation of entrainment phenomenon in capillary-driven heat pipes using hydrodynamics instability theories, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 37, no. 17, pp. 2647–2660, 1994.
- [23] Lin, P. Y., Hanratty, T. J.: Prediction of the initiation of slugs with linear stability theory, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 12, no. 1, pp. 79–98, 1986.
- [24] Maass, C., Schumann, U.: Direct numerical simulation of separated turbulent flow over wavy boundary, *Flow Simulation with High-Performance Computers (Notes on Numerical Fluid Mechanics)*, Friedrich Vieweg & Sohn Verlag, 1996, pp. 227–241, ISBN 9783528076528.
- [25] Miesen, R., Boersma, B.J.: Hydrodynamics stability of sheared liquid film, *J. Fluid Mech.*, 301, pp. 175–202, 1995.
- [26] Miles, J. W.: On the generation of surface waves by shear flows, *J. Fluid Mech.*, 3, pp. 185–204, 1957.
- [27] Miles, J. W.: The hydrodynamic stability of a thin film of liquid in uniform shearing motion, *J. Fluid Mech.*, 8, pp. 593–610, 1960.
- [28] Miles, J. W.: On the generation of surface waves by shear flows. Part 4, *J. Fluid Mech.*, 13, pp. 433–448, 1962.
- [29] Moeck, E. O.: Annular-Dispersed two phase flow and critical heat flux, Chalk River: Atomic Energy of Canada, AECL-3656, 1970.
- [30] Peng, C. A., Jurman, L. A., McCready, M.J.: Formation of solitary waves on gas-sheared liquid layers, *Int. J. Multiphase Flow*, 1991.
- [31] Phillips, O. M.: On the generation of waves by turbulent wind, *J. Fluid Mech.*, vol. 2, no. 5, pp. 417–445, 1957.
- [32] Phillips, O. M.: Resonant phenomena in gravity waves, *Proc. Symp. in Appl. Maths*, 13, pp. 91, 1962.
- [33] Reichardt, H.: Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol. 31, no. 7, pp. 208–219, 1951.

- [34] van Rossum, J. J.: Experimental investigation of horizontal liquid films: Wave formation, atomization, film thickness, *Chemical Engineering Science*, vol. 11, no. 1, pp. 35–52, 1959.
- [35] Schlichting, H.; Gersten, K.: *Boundary-layer theory*, 8th Edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, 2000.
- [36] Shen, L., Zhang, X., Yue D. K. P., Triantafyllou, M. S.: Turbulent flow over a flexible wall undergoing a streamwise travelling wave motion, *J. Fluid Mech.*, 484, pp. 197–221, 2003.
- [37] Sigal, A.: *An Experimental Investigation of the Turbulent Boundary Layer over a Wavy Wall*, Ph.D. Thesis, Department of Aeronautical Engineering, California Institute of Technology, 1970.
- [38] Tesař, V.: *Mezní vrstvy a turbulence*, Vydavatelství ČVUT, 1996, ISBN 80-01-00675-1.
- [39] Thorsness, C. B., Morrisroe, P. E., Hanratty, T. J.: A comparison of linear theory with measurements of the variation of shear stress along a solid wave, *Chemical engineering Science*, 33, pp. 579–592, 1978.
- [40] User Guide, STAR-CCM+, Version 6.04.016, CD-adapco, 2011
- [41] Wallis, G. B.: *One-dimensional Two-phase Flow*, McGraw-Hill, New York, 1969.
- [42] Woodmansee, D. E., Hanratty, T. J.: Mechanism for the removal of droplets from a liquid surface by a parallel air flow, *Chemical Engineering Science*, 24, pp. 299–307, 1969.
- [43] Yoon, H. S., El-Samni, O. A., Huynh, A. T., Chun, H. H., Kim, H. J., Pham, A. H., Park, I.R.: Effect of wave amplitude on turbulent flow in a wavy channel by direct numerical simulation, *Ocean Engineering*, 36, pp. 697–707, 2009.
- [44] Zilker, D. P., Cook, G. W., Hanratty, T. J.: Influence of the amplitude of a solid wavy wall on a turbulent flow. Part 1. Non-separated flows, *J. Fluid Mech.*, 82, pp. 29–51, 1977.

Abstrakt

Dizertační práce se věnuje studiu nestabilit tenkých kapalných filmů až do fáze odtržení kapek. Dle typu struktur a dějů na povrchu filmu byly na základě literární rešerše klasifikovány čtyři typy nestabilit: dvoudimenzionální pomalé vlny, dvoudimenzionální rychlé vlny, třídimenzionální vlny, solitární vlny a fáze odtrhávání kapek z povrchu filmu. Práce analyzuje fyzikální principy vzniku nestabilit a zabývá se matematickou formulací problému. Jako příčina nestabilit jsou identifikovány smykové napětí a tlak působící na povrch filmu. Matematické modely predikce nestabilit jsou demonstrovány pomocí přístupů založených na řešení Orrovy-Sommerfeldovy rovnice a pomocí řešení pohybových rovnic v integrálním tvaru. Dále jsou uvedeny modely fluktuací smykového napětí a tlaku působících na povrch filmu a vybrané modely tloušťky filmu. Těžiště práce je zaměřeno na predikci iniciace dvoudimenzionálních vln pomocí integrálního přístupu. Charakteristiky fluktuací smykového napětí a tlaku na hladině filmu byly modelovány pomocí simulací proudění vzduchu nad pevným povrchem. V závěru práce jsou uvedena kritéria odtržení kapek v závislosti na rychlosti proudění vzduchu a tloušťce filmu.

Abstract

This dissertation deals with instabilities of thin liquid films up to entrainment of drops. Four types of instabilities have been classified depending on the type of structure and process on the liquid film surface: two-dimensional slow waves, two-dimensional fast waves, three-dimensional waves, solitary waves and entrainment of drops from the film surface. This thesis analyzes the physical principles of instabilities and deals with the mathematical formulation of the problem. Shear and pressure forces acting on the surface of the liquid film are identified as the cause of instabilities. Mathematical models for predicting instabilities are demonstrated using approaches based on solving the Orr-Sommerfeld equation and the equations of motion in integral form. Models of shear and pressure forces acting on the surface of the film and selected models of film thickness are presented. The work is focused on the prediction of the initiation of two-dimensional waves using the integral approach. Shear stress and pressure forces acting on the liquid film surface have been modeled using the simulation of air flow over a solid surface. Finally, criteria for drop entrainment are presented with their dependence on air velocity and film thickness.

Životopis autora

Kontaktní údaje

Mobil: +420 605 463 213
E-mail: knotek@fme.vutbr.cz
knotekstanislav@gmail.com

Vzdělání

2006–2013: doktorský studijní program
Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství
Studijní obor: Inženýrská mechanika
2001–2006: magisterský studijní program
Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství
Studijní obor: Matematické inženýrství
Diplomová práce: Úlohy dvojestupňového stochastického programování

Praxe

2008–dosud: strojírenský technik, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně
Projekty: 2008–20011, GAČR, GA101/08/0096, Moderní metoda Large Eddy Simulation pro řešení dvoufázového turbulentního proudění a kapalný stěnový film
2009, FRVŠ, 88/2009, Virtuální laboratoř přenosu tepla
2010, FRVŠ, 1880/2010, Virtuální laboratoř termomechaniky
2010, FSI-J-10-8, Matematické modelování a optimalizace v průmyslových aplikacích
2012, OPVK CZ.1.07/1.1.00/08.0010, Inovace odborného vzdělávání na středních školách zaměřené na využívání energetických zdrojů pro 21. století a na jejich dopad na životní prostředí

Dovednosti a znalosti

Jazykové znalosti: anglický jazyk
německý jazyk
IT dovednosti: Microsoft Office, LaTeX, HTML, PHP
Maple, Matlab
StarCCM+
Řidičské oprávnění: A, B