

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
DEPARTMENT OF STRUCTURAL MECHANICS

KMITÁNÍ ŠTÍHLÝCH MOSTNÍCH KONSTRUKCÍ

VIBRATION OF SLENDER BRIDGE STRUCTURES

DOKTORSKÁ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

ING. ONDŘEJ KIKÁ

VEDOUcí PRÁCE
SUPERVISOR

Doc. Ing. VLASTISLAV SALAJKA, CSc.

BRNO 2015

ABSTRAKT

Disertační práce nazvaná Kmitání štíhlých mostních konstrukcí se zabývá porovnáním odezev konstrukcí lávek na různé zatěžovací modely chodců. Konkrétně v praxi běžně používaný model, kde jsou účinky chodců nahrazeny silami působícími v určitém místě na mostní konstrukci a model zohlední zatížení chodci pohybujícími se po mostovce. Výpočty odezev jsou provedeny metodou konečných prvků v programovém prostředí ANSYS. Pro získání extrémních hodnot odezev jsou využity parametrické výpočty pomocí programu OptiSlang.

Jsou vyhodnoceny odezvy nejprve na zjednodušených konstrukcích pro zatížení dvěma chodci, dále pak odezvy reálných konstrukcí lávek na zatížení dvěma chodci a čtyřmi dvojicemi chodců. Získané odezvy jsou dále posouzeny z hlediska komfortu chodců při užívání konstrukcí a analyzované pro jaké skupiny chodců jsou ještě kritéria splněna a pro jaké je třeba uvažovat o použití zařízení k redukci kmitání.

Dále jsou ukázány možnosti použití a postupu návrhu těchto tlumičů kmitání v různých sestavách na lávkách.

KLÍČOVÁ SLOVA

ANSYS, OptiSlang, metoda konečných prvků, efektivní modální hmotnost, odezva na harmonické buzení, odezva na obecné buzení v čase, vlastní tvary a frekvence konstrukce, parametrické výpočty, tlumiče kmitání, visutá a zavěšená lávka

ABSTRACT

Doctoral thesis called Vibrations of slender bridge structures deals with comparison of constructions' responses at different load model of pedestrians. Specifically, in practice commonly used model, where there are the effects of pedestrians replaced by forces acting in a certain place on the bridge and other model, which takes into account the load of pedestrians moving along the deck. Calculations of responses are performed by finite element method in program ANSYS. To obtain extreme values of responses It is used parametric calculation using the program OptiSlang.

At first responses on the simplified constructions are evaluated for load of two pedestrians, as well as the responses on real bridges for load of two pedestrians and four pairs of pedestrians. Responses are also evaluated in terms of pedestrian's comfort during use structures and analyzed for what groups of pedestrians are criteria still met and for which it is necessary to consider about use of devices to reduce vibration.

Possible applications and design process of the vibration dampers are shown on different configurations on the bridges.

KEYWORDS

ANSYS, OptiSlang, finite element method, effective modal mass, harmonic analysis, modal analysis, general response to excitation in time, frequency and eigen modes, parametric calculations, tuned mass dampers, suspension and suspended footbridge

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou dizertační práci na téma Kmitání štíhlých mostních konstrukcí jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího disertační práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené dizertační práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této dizertační práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne

.....

(podpis autora)

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu dizertační práce doc. Ing. Vlastislavu Salajkovi, CSc. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé disertační práce.

V Brně dne

.....

(podpis autora)

OBSAH

1. ČÁST – SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY	7
1.1 Úvod do problematiky lávek	8
1.2 Působení zatížení chodci na konstrukci	8
1.3 Model nášlapné síly	13
1.4 Komfort chodců při užívání lávek	15
1.5 Výpočtový model reální konstrukce	18
1.6 Metodika návrhu a posouzení lávek	19
1.7 Možnosti simulace pohybu chodců po konstrukci	22
1.8 Tlumiče kmitání	22
1.9 Přehled jednoduchých pohlcovačů kmitání	26
1.10 Tlumení konstrukce	30
1.11 Postup ladění TMD na konstrukci	33
1.12 Efektivní modální hmotnost konstrukce	33
1.13 Programový systém optiSlang	43
2. ČÁST – CÍLE PRÁCE	47
3. ČÁST – PROVEDENÉ SIMULACE A UVEDENÍ NOVÝCH POZNATKŮ	49
3.1 Pohyb chodců po konstrukci	50
3.2 Dynamická odezva modelu těžké lávky s neaktivním tlumičem kmitání na pohyb chodce	50
3.3 Dynamická odezva modelu lehké lávky s neaktivním tlumičem kmitání na pohyb chodce	58
3.4 Dynamická odezva modelu lehké lávky s aktivním tlumičem kmitání na pohyb chodce	62
3.5 Dynamická odezva modelu těžké lávky s aktivním tlumičem kmitání na pohyb chodce	65
3.6 Porovnání výsledků dynamické odezvy náhradních modelů lávek	67
3.7 Analýza zavěšené lávky	69
3.8 Analýza visuté lávky o jednom poli	85
3.9 Analýza visuté lávky o třech polích	107
3.10 Shrnutí výsledků všech výpočtů	119
ZÁVĚRY A NOVÉ POZNATKY	126
SEZNAM PODKLADŮ A LITERATURY	128
PUBLIKAČNÍ ČINNOST	132
SUMMARY	133
SEZNAM OBRÁZKŮ	135
SEZNAM TABULEK	140

1. ČÁST – SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY

1.1 Úvod do problematiky lávek

Štíhlé mostní konstrukce lávek s velkým rozpětím, pro pěší a cyklisty, se navrhují, aby svým ztvárněním tvořily významný architektonický prvek. Při návrhu těchto konstrukcí je většinou dáván důraz na štíhlost konstrukce a malou hmotnost. V důsledku těchto vlastností jsou konstrukce lávek citlivé na nadměrné kmitání a ztrátu komfortu užívání. Ztráta komfortu je zapříčiněna jak působením větru, tak i chodci.

Zatížení konstrukce pohybem chodců je vzhledem k zatížení vlastní tíhou malé, nemá tedy velký vliv na posouzení podle standartních zatěžovacích stavů. Nicméně nadměrným kmitáním konstrukce od dynamického zatížení chodci může dojít k únavovým poruchám na konstrukci a zkrácení její životnosti. Komfort uživatele spadá do posouzení druhého mezního stavu. Je třeba vyhodnotit velikosti výchylek a zrychlení částí mostní konstrukce. Pokud jsou překročeny limity dané příslušnými normami, je třeba provést opatření na snížení vibrací. Toho je možné dosáhnout změnou konstrukčního uspořádání konstrukce, anebo umístěním na konstrukci vhodného zařízení snižující kmitání.

1.2 Působení zatížení chodci na konstrukci

Pokud se zaměříme na zatížení lávky pohybem chodců, jde většinou o buzení blízké rezonančnímu k jednomu nebo i více vlastních tvarů konstrukce. V důsledku toho dochází na konstrukci k nadměrným vibracím. Tyto vibrace se projevují na všech konstrukčních uspořádáních lávek, hlavně u visutých a zavěšených konstrukcí.

Velký zájem o vibrace mostů a lávek vlivem pohybu chodců vzbudilo v červnu roku 2000 otevření nové lávky v Londýně – Millennium Bridge. Vibrace konstrukce způsobené pohybem chodců byly tak zásadní, že nutily chodce zastavit se a držet se zábradlí. Toto nepřípustné chování konstrukce bylo nakonec odstraněno přidáním dodatečných zařízení k tlumení kmitání konstrukce. Tato událost ale dala impuls k detailnějšímu zkoumání interakce chodec – konstrukce. Detailním popisem problému na Millennium bridge se věnuje Dallard [1].

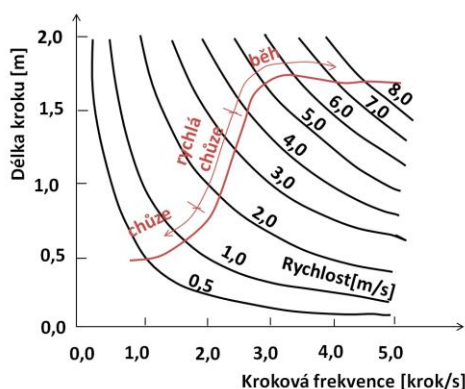
Nicméně publikace na téma rezonanční kmitání mostů od zatížení chodci se objevují už dříve. Už v roce 1972 popisuje Bachmann a Ammann [1] ocelovou lávku pro pěší, kde při otevření při pohybu cca 400 osob došlo k velkým vibracím v příčném směru. Vysvětluje to tím, že se při pohybu osoby posouvá střídavě těžiště osoby do stran. Navíc lávka měla v bočním směru hodně nízkou vlastní frekvenci blízkou chůzi osob, takže došlo k rezonančnímu kmitání. Lávku bylo třeba dodatečně osadit vodorovným tlumičem kmitání. V roce 1993 Fujino [2] popisuje boční vibrace způsobené chodci na zavěšeném ocelovém mostě. Při přechodu cca 2000 osob přes most došlo vlivem nízké vlastní frekvence příčného vlastního tvaru k rezonanci a kmitání konstrukce mostovky o 10 mm ve vodorovném směru, ale zároveň ke kmitání ocelových lan až o 300 mm. Od té doby jsou kmitání štíhlých mostních konstrukcí a snižování těchto vibrací pomocí tlumičů kmitání velmi častá témata na konferencích a v publikacích.

Co se týče zkoumání interakce mezi pohybem osob a mostní konstrukcí tak jedna z prvních publikací, která se tím zabývá, je *Vibrations in structures induced by man and machines* od autorů Bachmann a Ammann [3]. Autoři zde publikují tabulku rozdělující různé rychlosti chůze a běhu podle rychlosti, frekvence a délky kroku.

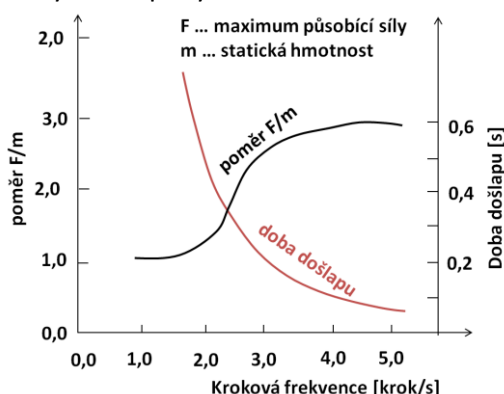
Tab. 1.1 Charakteristiky chůze a běhu dle Bachmanana a Ammanna [3]

Pohyb	Budící frekvence [Hz]	Rychlost [m.s ⁻¹]	Délka kroku [m]	Základní svislá frekvence [Hz]	Základní vodorovná příčná frekvence [Hz]
Pomalá chůze	1,7	1,1	0,60	1,7	0,85
Normální chůze	2,0	1,5	0,75	2,0	1,00
Rychlá chůze	2,3	2,2	1,00	2,3	1,15
Pomalý běh	2,5	3,3	1,30	2,5	1,25
Rychlý běh	> 3,2	5,5	1,75	> 3,2	> 1,60

Na obrázku 1.1 je pak znázorněn graf závislosti rychlosti chodců na krokové frekvenci a délce kroků. Z obrázku vyplývá, že od krokové frekvence 3,0 Hz se už rychlost pohybu nevětšuje s rostoucí délkou kroku, ale pouze s rostoucí krokovou frekvencí.



Obr. 1.1 Závislost rychlosti pohybu chodců na frekvenci a délce kroku [3]

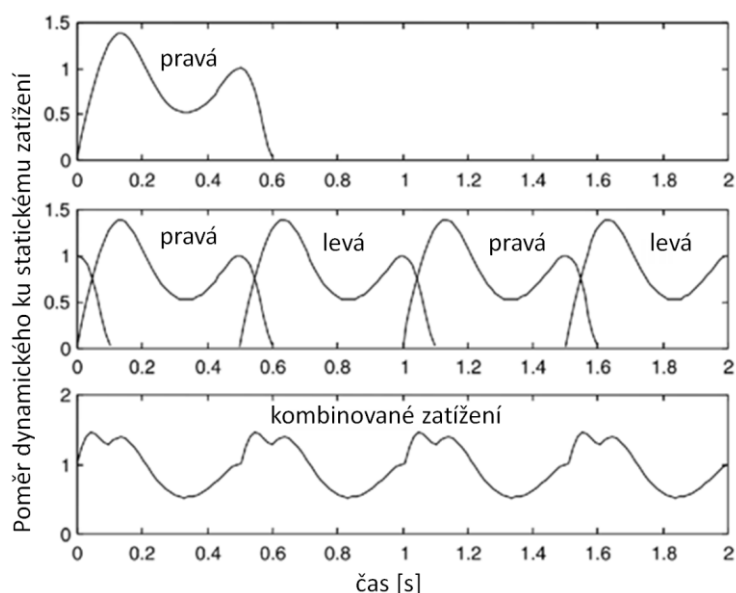


Obr. 1.2 Závislost doby došlapu na krokové frekvenci [4]

Na obrázku 1.2 pak závislost doby došlapu na krokové frekvenci [4], ze kterého vyplývá, že s narůstající krokovou frekvencí se zmenšuje doba došlapu při chůzi, ale zároveň narůstají účinky zatížení na konstrukci až na trojnásobek statické hmotnosti.

Dále se Bachmanan a Ammann zabývají dynamickým zatížením, kde dávají příklad, že pro chůzi osoby s frekvencí 2 Hz je základní část svislého dynamického

zatížení 37 % statického zatížení a pro horizontální frekvenci 1 Hz je vodorovné dynamické zatížení 4 % statického zatížení. Také prezentují graf kročejového zatížení konstrukce chodcem v čase viz obr. 1.3.

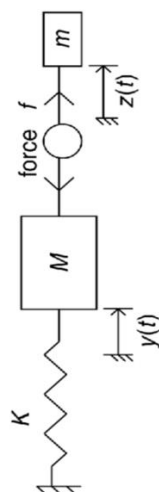


Obr. 1.3 Kročejové zatížení konstrukce chodcem v čase [3]

Nejjednodušší metoda prevence rizika vzniku rezonance na konstrukci od zatížení chodci by byla odstranit vlastní frekvence konstrukce v rozsahu budících frekvencí pěší chůze. To ale není z konstrukčního hlediska možné, protože konstrukce má požadovaný architektonický tvar, který nelze měnit. Různí autoři a normové předpisy definují tento interval frekvencí různě. Shrnutí je provedeno v následující tabulce 1.2.

Tab. 1.2 Interval vlastních frekvencí náchylných k rezonanci

Norma	Interval frekvencí
Eurocode 2	1,6 Hz – 2,4 Hz
Eurocode 5 [17]	0 Hz – 5Hz
Eurocode 0, dodatek 2	< 5Hz
BS 5400	< 5Hz
Japonská norma	1,5 Hz – 2,3 Hz
ISO/DIS norma 10137	1,7 Hz – 2,3 Hz
CEB 209 Bulletin	1,65 Hz – 2,35 Hz
Bachmann [1]	1,6 Hz – 2,4 Hz



Obr. 1.4 Schéma interakce chodec-lávka [4]

Dalším problémem při zatížení proudem osob na konstrukci lávek je synchronizace chůze osob. Tím se zabýval Fujina [2], který odhadoval z video záznamů pohybujícího se davu lidí na mostní konstrukci, že 20 % a více chodců jde

synchronizovaně s boční vibrací mostu, který měl vlastní horizontální frekvenci 0,9 Hz a amplitudu kolem 10 mm. Hlouběji interakci mezi chodcem a lávkou analyzoval Newland [5]. Schéma interakce chodec-lávka ve svislém směru bere dle schématu na obr. 1.4. Parametr $z(t)$ ve schématu na obr. 1.4 je efektivní modální posunutí středu hmotnosti chodce a $y(t)$ modální posunutí mostovky. McRobie a Morgenthal [6] poukazují na analogii mezi buzením konstrukce větrem a chodci. Vítr má vlivem odtrhávání vírů tendenci zvyšovat oscilace konstrukce. Také chodci při zvyšujících se oscilacích mají tendenci přizpůsobit chůzi vibracím a nechtěně je zvyšovat. Tento jev se nazývá lock-in efekt. Projevuje se spíše u horizontálních než vertikálních vibrací konstrukce. Obdobně jako je u větru Scrutonovo číslo, McRobie a Morgenthal [6] definovali Scrutonovo číslo pro buzení konstrukce chodci.

$$Sc_p = \frac{2\zeta M}{m} \quad (1.1)$$

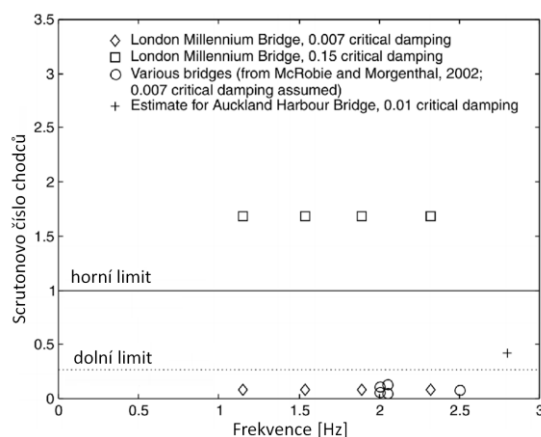
ζpoměrný útlum konstrukce

Mmodální hmotnost konstrukce lávky na jednotku délky

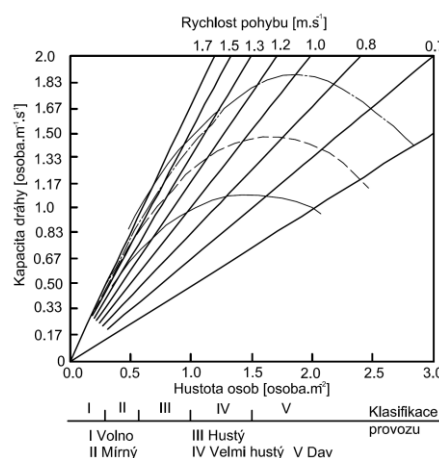
mhmotnost chodců na jednotku délky konstrukce

Mělo by platit, že čím je toto Scrutonovo číslo větší, tím menší vliv by měli mít chodci na vibrace dané konstrukce. Pro porovnání uvádí Newland graf se zakreslenými Scrutonovými čísly některých známých mostů, viz obr 1.5. Horní a dolní mez Scrutonova čísla je určena součinem parametrů α a β , kde α je poměr mezi pohybem středu hmotnosti osoby a pohybem mostovky, který se podle provedených měření na konstrukcích pohybuje kolem 2/3 pro rozsah příčných frekvencí 0,75 Hz – 0,95 Hz. Parametr β je korelační faktor individuální synchronizace chůze osoby s pohybem mostovky, který se pohybuje kolem hodnoty 0,4. Součinem těchto hodnot je definován dolní limit v grafu, horní limit je dán oběma parametry rovnými jedné.

Dallard a Fitzpatrick [7] identifikovali a zavedli další veličiny týkající se interakce mezi chodcem a mostní konstrukcí. Publikovali vztah mezi hustotou zástupu, rychlostí chůze, frekvencí chůze a pravděpodobností synchronizace, pravděpodobností zamknutí (lock-in) a efektivní sílu vyvolanou jednou osobou v zástupu jako funkci amplitudy a frekvence pohybu mostu, viz obr. 1.6.

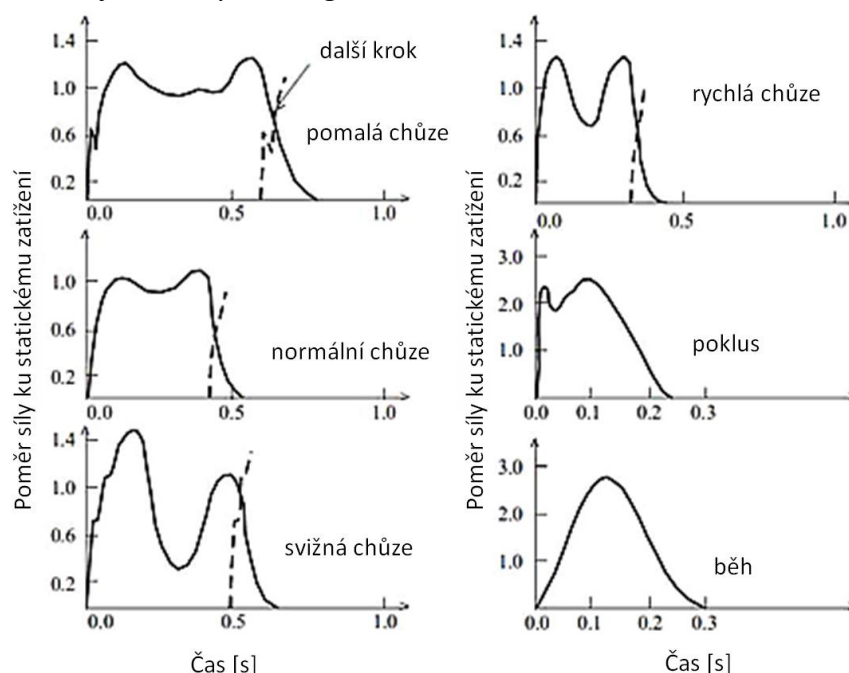


Obr. 1.5 Scrutonova čísla mostů [5]



Obr. 1.6 Závislosti hustoty zástupu [7]

Wheeler [4] provedl komplexní výzkum buzení lávky lidskou chůzí. Rozdělil dynamické zatížení chůzí do několika kategorií od pomalé chůze až po běh a publikoval grafy silových účinků jednotlivých kategorií na konstrukci viz obrázek 1.7.



Obr. 1.7 Vertikální dynamické zatížení chodcem v závislosti na jeho pohybu dle [4]

Na krokovou frekvenci jednotlivce má vliv hodně faktorů, jako je hustota davu, ve kterém se pohybuje, demografie, věk a pohlaví. Nicméně Matsumoto [8] změřil krokovou frekvenci 505 chodců a výsledky statisticky zpracoval ve formě normálního rozdělení se střední hodnotou 1,99 Hz a směrodatnou odchylkou 0,173 Hz. Bylo provedeno hodně dalších měření dalšími autory a střední hodnota se pohybuje většinou v rozmezí 1,8 Hz – 2,0 Hz. Shrnutí měření krokové frekvence chodců je uvedeno v tabulce 1.3.

Tab. 1.3 Kroková frekvence chodců dle různých autorů

Autor	Vzorek chodců	Střední hodnota frekvence chůze	Směrodatná odchylka frekvence chůze
Matsumoto, 1972	505	1,99 Hz	0,173 Hz
Kerr a Bishop, 2001	40	1,90 Hz	--
Zivanovic, 2005	1976	1,87 Hz	0,186 Hz
Pachi a Ji, 2005	200	1,86 Hz	0,110 Hz
Ingólfsson, 2006	19	1,83 Hz	0,104 Hz

Hodnoty měření provedených za poslední desetiletí odpovídají normálnímu rozdělení pravděpodobnosti, ze kterého se dá určit střední hodnota 1,86 Hz a směrodatná odchylka 0,15 Hz.

1.3 Model nášlapné síly

Model zatížení pohybem chodců na konstrukci lávky je definován pohybující se silou, která má statickou složku a dynamickou složku definovanou periodickou funkcí. Nejpoužívanější a zároveň nejjednodušší je nášlapná síla dle EN 1995 [17] ve tvaru:

$$F_{(t)} = 700 + 180 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t) \quad (1.2)$$

180 N...dynamická složka nášlapné síly

f_p ...vlastní frekvence lávky

Další možné vyjádření nášlapné síly je periodickou funkcí vyjádřenou Fourierovu řadou se třemi členy:

$$F_{p(t)} = G + \sum_i^3 \left(G \cdot \alpha_i \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f_p \cdot t - \varphi_i) \right) \quad (1.3)$$

G ...hmotnost osoby

α_i ...dynamický zatěžovací faktor, nebo také Fourierův koeficient násobné i -té harmonické složky budící síly

f_p ...vlastní frekvence lávky = kroková frekvence

φ_i ...fázový posun mezi harmonickými složkami nášlapné síly

Hodnoty koeficientů α_i definují různí autoři různě. Jsou závislé na vyjádření chůze, nebo běhu chodce. Velikost dynamických zatěžovacích faktorů dle různých autorů je uvedena v tabulce 1.4.

Tab. 1.4 Hodnoty dynamického zatěžovacího součinitele

Autor	Dynamický zatěžovací faktor	Poznámky
Blanchard, 1977	$\alpha_1 = 0,275$	Je třeba snížit pro frekvence $4,0 \div 5,0$ Hz
Bachmann a Ammann, 1987	$\alpha_1 = 0,4 \div 0,5$ $\alpha_2 = \alpha_3 = 0,1$	Pro rozsah frekvencí $2,0 \div 2,4$ Hz, průměrně 2,0 Hz
Young, 2001	$\alpha_1 = 0,37(f_p - 0,95)$ $\alpha_2 = 0,54 + 0,0044f_p$ $\alpha_3 = 0,026 + 0,0050f_p$ $\alpha_4 = 0,010 + 0,0051f_p$	

Hmotnost osoby G je většinou uvažována 700 N. V grafu na obr. 1.8 je znázorněn průběh obou periodických nášlapných sil. Varianta dle vzorce (1.2) modře a varianta dle vzorce (1.3) červeně. Obě varianty jsou vykresleny pro vlastní frekvence lávky $f_p = 1,717$ Hz a pro koeficienty Fourierovy řady dle tabulky 1.5.

Periodická funkce vyjádřená Fourierovu řadou (červená křivka v obr. 1.8) se výrazně neliší velikostí a tvarem od jednoduchého průběhu periodické nášlapné síly dle

EN 1995 [17] (modrá křivka v obr. 1.8). Proto byla pro jednoduchost použita tato varianta v dalších částech práce.

Během životnosti lávky se předpokládá, že konstrukci bude užívat více osob současně. Norma ISO 10137 [43] definuje svislou sílu od zatížení skupiny chodců jdoucí nesyndronizovaně po konstrukci lávky, viz rovnice 1.4.

$$F_{v(t)} = \sqrt{N} \cdot Q \left(1 + \sum_{n=1}^k a_{n,v} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot n \cdot f \cdot t + \varphi_{n,v}) \right) \quad (1.4)$$

Qtíha osoby

Npočet nesyndronizovaně jdoucích osob na konstrukci

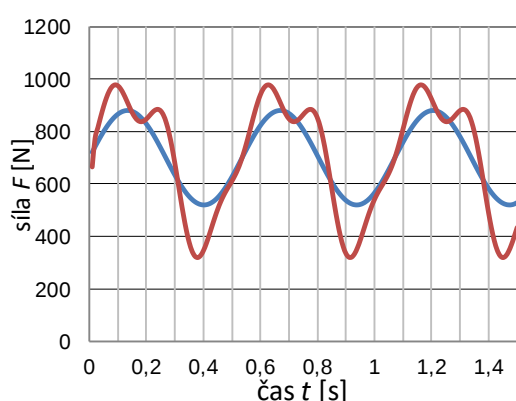
$a_{n,v}$...dynamický zatěžovací součinitel

fbudící frekvence

$\varphi_{n,v}$...fázový posun mezi harmonickými složkami nášlapné síly

Použití tohoto vzorce může vést k nadhodnocení výsledků, neboť se předpokládá, že všechny osoby jdou se stejnou budící frekvencí a fázovým posunem. Za předpokladu, že osoby ve skupině půjdou syndronizovaně, je možné ze vzorce vypustit odmocninu z počtu chodců.

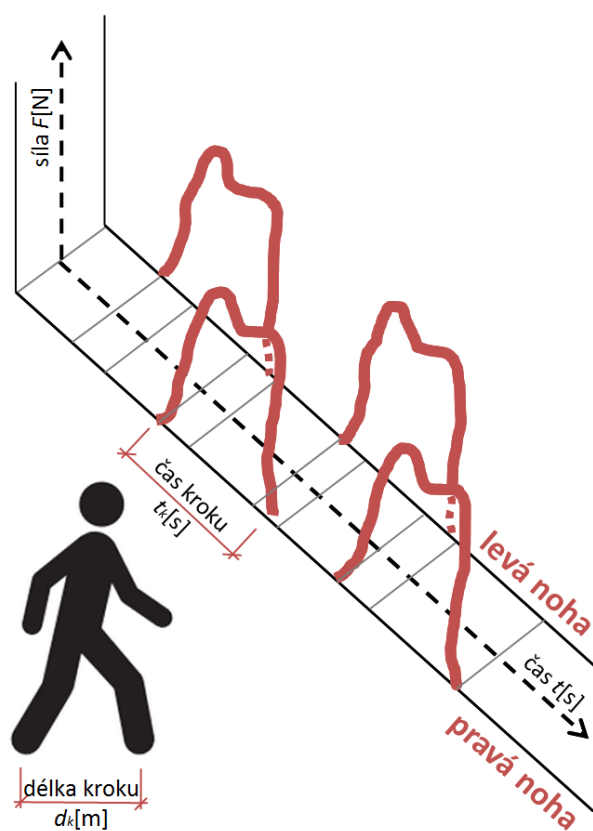
Schématické zakreslení chůze chodce ve 3D je ukázáno na obrázku 1.9.



Obr. 1.8 Vykreslení průběhů nášlapných sil v čase

Tab. 1.5 Přehled použitých hodnot koeficientů a fázových posunutí dle Bachmana

$\alpha_1 = 0,4$	$\varphi_1 = 0$
$\alpha_2 = 0,1$	$\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$
$\alpha_3 = 0,1$	$\varphi_3 = \frac{3\pi}{2}$



Obr. 1.9 Schéma pohybu chodce v čase

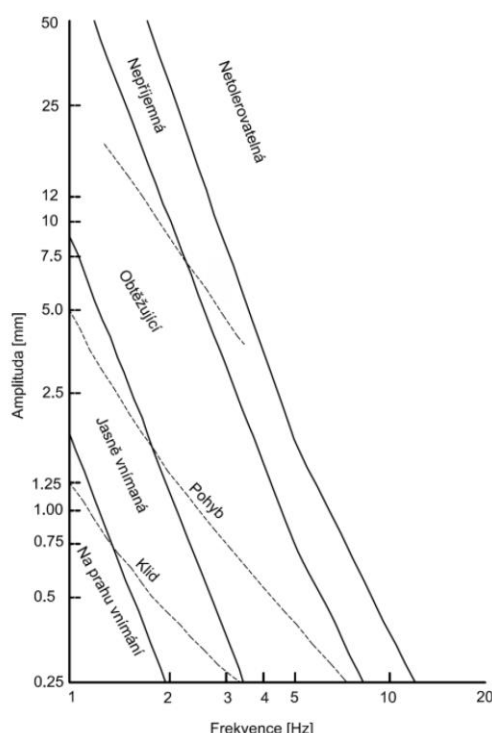
1.4 Komfort chodců při užívání lávek

Měření vibrací na konstrukci je možné buď pomocí parametru posunutí, rychlosti, nebo zrychlení. Jako nejvhodnější byl z důvodu nejsnadnější měřitelnosti zvolen parametr zrychlení. Podle Rainer a Pretlove [9] je člověk schopen vnímat vibrace konstrukce, jejichž amplituda je větší než 0,001 mm. Autoři publikovali graf závislosti frekvence a amplitudy vibrací na pocitech chodce přecházející po konstrukci viz obr. 1.10. Jiní autoři dávají přednost vyjádření limitních hodnot zrychlení vztažených k tíhovému zrychlení $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$. Podle Wheelera [4] je minimální vnímané zrychlení osobou na konstrukci 0,0025 g a dolní hranici nepohodlí na konstrukci definuje hodnotou 0,046 g. Na obrázku 1.10 je zobrazena závislost komfortu pohybu po konstrukci na frekvenci a amplitudě kmitání.

Problematikou komfortu při užívání lávek se zabývá spousta publikací. Doporučené hodnoty a omezení maximálních přípustných hodnot zrychlení na konstrukci lávky, které by neměly být překročeny, aby nenastalo snížení komfortu pohybu chodců, jsou zpracované v různých normativních předpisech viz přehled v tabulkách 1.6 a 1.7.

Tab. 1.6 Přehled limitních hodnot maximálních povolených vodorovných zrychlení na lávkách

Maximální dovolené hodnoty zrychlení v horizontálním směru		
Norma	Hodnota a_v [m/s^2]	Poznámka
Eurocode 1990	0,2	pro $f_0 \in (0; 2,5)$ – pro stojící osoby



Obr. 1.10 Závislost komfortu pohybu po konstrukci na frekvenci a amplitudě kmitání [4]

Tab. 1.7 Přehled limitních hodnot maximálních povolených svislých zrychlení na lávkách

Maximální dovolené hodnoty zrychlení ve vertikálním směru		
Norma	Hodnota a_v [m/s ²]	Poznámka
ISO 2631	$1,9 \cdot \sqrt{f_0}$	f_0 - základní frekvence mostu
Eurocode 1990	0,7	pro $f_0 \in \langle 0; 5 \rangle$
DIN - Fachbericht 102	$0,5 \cdot \sqrt{f_0}$	pro $f_0 \in \langle 0; 5 \rangle$
VDI 2057	$0,6 \cdot \sqrt{f_0}$	f_0 - základní frekvence mostu
SBA	0,39	
BS 5400	$0,5 \cdot \sqrt{f_0}$	f_0 - základní frekvence mostu
AISC Guide 11	0,5	
Ontario Bridge Code ONT83	$0,5 \cdot \sqrt{(f_0)^{0,78}}$	f_0 - základní frekvence mostu
Bachmann	0,5 – 1,0	
Japanese Footbridge Design Code 1979	1,0	

Posouzení lávek lze například provést podle EN1990 [18], která doporučuje limitní hodnotu zrychlení kmitání ve svislém směru $a_v = 0,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a limitní hodnotu zrychlení ve vodorovném směru $a_h = 0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Posouzení těchto limitních hodnot je vyžadováno pro vlastní frekvenci menší než 5 Hz u svislého směru a 2,5 Hz u vodorovného směru. Dále by mělo být splněno, že amplituda svislého kmitání nepřekročí 10 mm a amplituda vodorovného kmitání 2 mm.

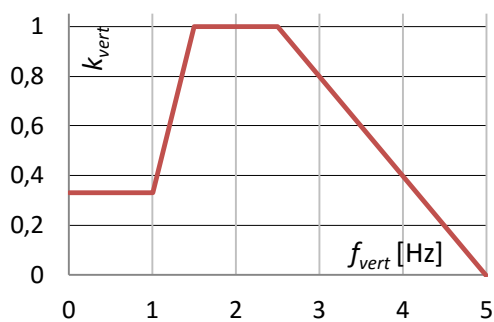
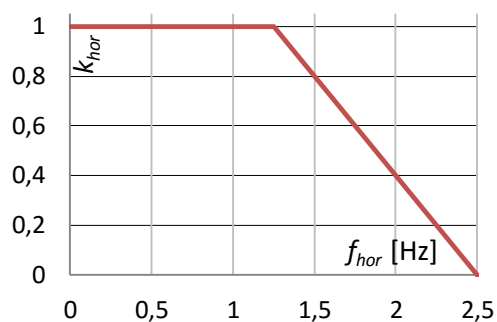
Norma ČSN EN 1995-2:2004 *Navrhování dřevěných konstrukcí – část 2: Mosty, příloha B* [17] také nabízí výpočet zrychlení kmitání na konstrukci od zatížení chodci pomocí empirických vzorců shrnutých do tabulky 1.8 a 1.9.

Tab. 1.8 Přehled empirických vzorců na výpočet svislého zrychlení konstrukce dle [17]

1 osoba – chůze	$a_{vert,1} = \frac{200}{M\zeta}$	Pro $f_{vert} \leq 2,5 \text{ Hz}$
	$a_{vert,1} = \frac{100}{M\zeta}$	pro $2,5 \text{ Hz} < f_{vert} \leq 5,0 \text{ Hz}$
	M – celková hmotnost mostu ζ – poměrný útlum konstrukce f_{vert} – základní vlastní frekvence konstrukce ve svislém směru	
Více osob - chůze	$a_{vert,n} = 0,23 \cdot a_{vert,1} \cdot n \cdot k_{vert}$	
	n – počet chodců k_{vert} – koeficient z EN 1995-2, B.1, obr. 1.11 $a_{vert,1}$ – zrychlení konstrukce pro jednu osobu	
1 osoba - běh	$a_{vert,1} = \frac{600}{M\zeta}$	pro $2,5 \text{ Hz} < f_{vert} \leq 3,5 \text{ Hz}$

Tab. 1.9 Přehled empirických vzorců na výpočet vodorovného zrychlení konstrukce dle [17]

1 osoba – chůze	$a_{hor,1} = \frac{50}{M\zeta}$	pro $0,5 \text{ Hz} < f_{vert} \leq 2,5 \text{ Hz}$
	M – celková hmotnost mostu ζ – poměrný útlum konstrukce f_{hor} – základní vlastní frekvence konstrukce v příčném směru	
Více osob - chůze	$a_{hor,n} = 0,18 \cdot a_{hor,1} \cdot n \cdot k_{hor}$	
	n – počet chodců k_{hor} – koeficient z EN 1995-2, B.2, obr. 1.12 $a_{hor,1}$ – zrychlení konstrukce od jedné osoby	

Obr. 1.11 Hodnoty koeficientu k_{vert} Obr. 1.12 Hodnoty koeficientu k_{hor}

Maximální hodnotu odezvy konstrukce na zatížení určitým počtem chodců lze určit ze znalostí vlastní frekvence a hmotnosti lávky. Normativní předpisy řešící odezvu konstrukce na zatížení pohybem chodců jsou většinou založené na jednoduchém výpočtovém modelu, kde je reálná konstrukce zjednodušena na prostý nosník a tím převedena na jednostupňovou soustavu s odpovídající charakteristikou kmitání. Nejsou tedy jednoduše použitelné u složitějších konstrukcí, jako jsou visuté a zavěšené lávky.

Další možný přibližný výpočet odezvy lávky na zatížení chodci nabízí [10]. Kde lze podle vztahu 1.5 určit zrychlení na konstrukci ze znalostí vlastní frekvence a modální hmotnosti pro určitý počet lidí na lávce. Hodnoty parametrů vstupující do tohoto vztahu jsou uvedeny do tabulky 1.10, ze které lze interpolovat. Parametr d určuje hustotu chodců na konstrukci, l a b jsou délka a šířka mostovky a ξ poměrný útlum.

Tab. 1.10 Přehled koeficientů pro výpočet odezvy [10]

$d \text{ [P/m}^2\text{]}$	k_f	C	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	$k_{a,95\%}$
$\leq 0,5$	$1,200 \cdot 10^{-2}$	2,95	-0,07	0,60	0,075	0,003	-0,040	-1,000	3,92
1,0	$7,000 \cdot 10^{-3}$	3,7	-0,07	0,56	0,084	0,004	-0,045	-1,000	3,80
1,5	$3,335 \cdot 10^{-3}$	5,1	-0,08	0,50	0,085	0,005	-0,060	-1,005	3,74

$$a_{max} = k_{a,95\%} \frac{d \cdot l \cdot b}{M_i} \sqrt{C \cdot k_f^2 k_1 \xi^{k_2}}, \quad (1.5)$$

kde $k_1 = a_1 f_i^2 + a_2 f_i + a_3$ a $k_2 = b_1 f_i^2 + b_2 f_i + b_3$
 a_1 až a_3 a b_1 až b_3 viz tabulka 1.10.

1.5 Výpočtový model reální konstrukce

Při návrhu a posuzování konstrukcí se využívají programové systémy na bázi metody konečných prvků, které umožňují vytvořit model reálné konstrukce se všemi konstrukčními detaily odpovídajícími hmotnostmi, tuhostí a materiálových charakteristik s rozumnou mírou přesnosti reálných konstrukcí viz obr. 1.14. Mnohem obtížnější je stanovit poměrný útlum konstrukce. U štíhlých mostních konstrukcí se pohybuje v intervalu od 0,1 % do 2 %. Většinou se bere raději menší z hodnot, aby se zabránilo případnému poddimenzování konstrukce. Po realizaci by mělo být provedeno dynamické měření a určen útlum konstrukce. Přehled používaných poměrných útlumů konstrukcí v závislosti na materiálu konstrukce je uveden v [11] viz tabulka 1.11.

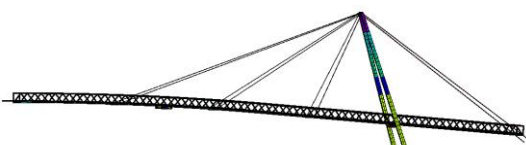
Tab. 1.11 Poměrný útlum konstrukcí dle [11]

Typ mostovky	Kritický poměrný útlum	
	Minimální hodnota	Průměrná hodnota
Železobetonová	0,8 %	1,3 %
Z předpjatého betonu	0,5 %	1,0 %
Ocelová	0,2 %	0,4 %
Kombinace beton a ocel	0,3 %	0,6 %
Dřevěná	1,5 %	3,0 %

Sestavení výpočtového modelu probíhá definováním vhodných konečných prvků z knihovny softwaru na geometrii modelu. Po aplikaci zatížení, poměrného útlumu konstrukce a okrajových podmínek jsou sestaveny soustavy rovnic potřebné pro řešení dané úlohy. Programy obsahují vhodné řešiče a umožňují dopočet deformací a vnitřních sil konstrukce.



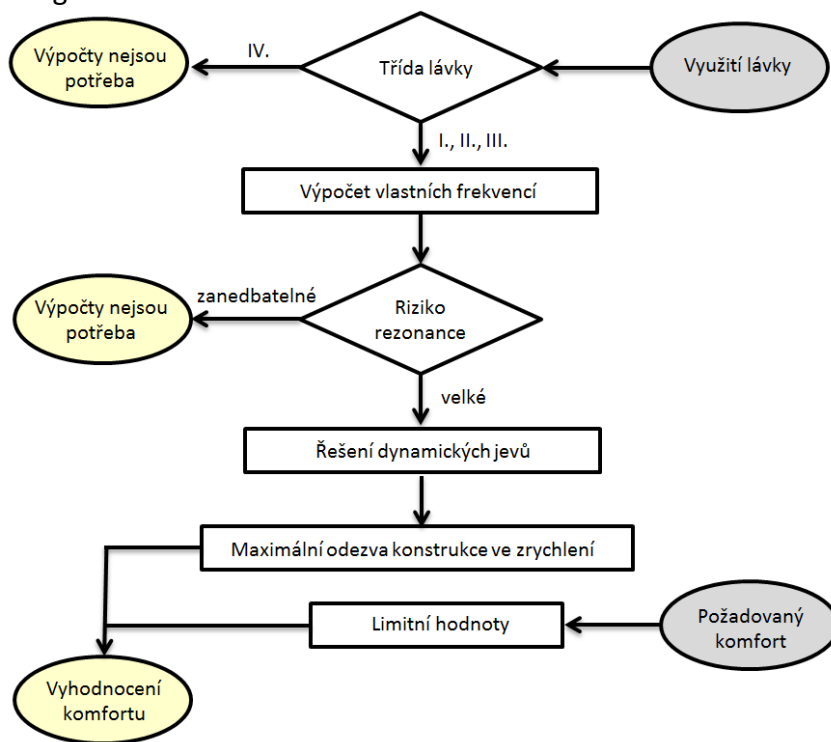
Obr. 1.13 Reálná konstrukce



Obr. 1.14 Výpočtový model

1.6 Metodika návrhu a posouzení lávek

Metodiku návrhu a posouzení lávek dle [10] je možné schematicky zakreslit do vývojového diagramu viz obr. 1.15.



Obr. 1.15 Diagram postupu při návrhu lávek [10]

Pro návrh lávky je nutné určit její využití, které se odvíjí od jejího umístění do terénu a dále jaký komfort pro uživatele požadujeme. Využití lávek lze klasifikovat dle [10] do čtyř tříd podle toho, v jak zalidněné oblasti se lávka nachází, a jak moc bude chodci využívána. V tabulce 1.12 jsou popsány jednotlivé oblasti s hodnotami hustoty davu, který se může objevit na konstrukci.

Tab. 1.12 Klasifikace lávek dle [10]

Třída	Popis	Hustota osob v davu d	Počet chodců v davu jdoucí se stejnou frekvencí kroku
I.	Oblasti s vysokou hustotou chodců, husté davy, těžký provoz	1,0 os/m ²	$N_{ef} = 1,85\sqrt{n}$
II.	Obydlené oblasti, silný provoz, plně zaplněná	0,8 os/m ²	$N_{ef} = 10,8 \sqrt{\frac{\xi}{n}}$
III.	Běžné použití, občas větší skupiny lidí	0,5 os/m ²	$N_{ef} = 10,8 \sqrt{\frac{\xi}{n}}$
IV.	Zřídka používaná, v řídce osídlené oblasti	0,0 os/m ²	

Pro lávky třídy IV nejsou vyžadovány kontrolní dynamické výpočty. Další krok je výpočet vlastních frekvencí lávky. To se dá u jednodušších konstrukcí určit přibližně

pomocí empirických vzorců, nebo numericky metodou konečných prvků. Pokud se vypočtené frekvence pohybují zhruba v intervalu 1,6 Hz – 2,4 Hz viz tabulka 1.2, je velká pravděpodobnost rezonance chodců na konstrukci a je třeba ji ověřit. Pokud jsou frekvence mimo tento interval, můžeme říci, že riziko rezonance je zanedbatelné a dynamické kontrolní výpočty vypustit. Postup výpočtu orientační odezvy konstrukce na zatížení chodci ve formě zrychlení je podle [10] následující.

Maximální počet chodců na lávce se určí z hustoty davu d , délky a šířky mostovky.

$$n_p = d \cdot l \cdot l_p \quad (1.6)$$

Celková hmotnost chodců se určí z průměrné hmotnosti jedné osoby 70 kg.

$$m_0 = 70 \cdot n_p \quad (1.7)$$

Hmotnost chodců na metr běžný mostovky:

$$m_p = m_0 / l \quad (1.8)$$

Celková hmotnost lávky s chodci na metr běžný mostovky:

$$\rho S = m_b + m_p \quad (1.9)$$

Dynamické zatížení konstrukce chodci na jednotku plochy mostovky se pro jednotlivé směry kmitání lávky určí dle tabulky 1.13, kde neznámý faktor chůze odečteme z grafů na obrázcích 1.16 a 1.17.

$$F_s = d \cdot (280N) \cdot \cos 2\pi f_v t \cdot 10,8 \cdot \sqrt{\frac{\xi}{n}} \cdot \psi \quad (1.10)$$

Dynamické zatížení konstrukce chodci na metr běžný mostovky:

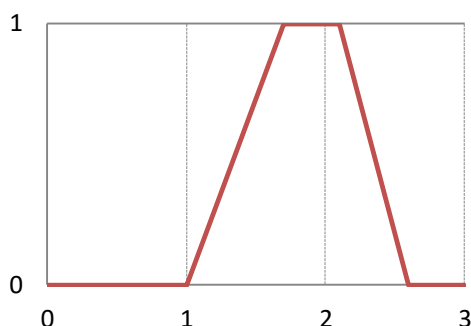
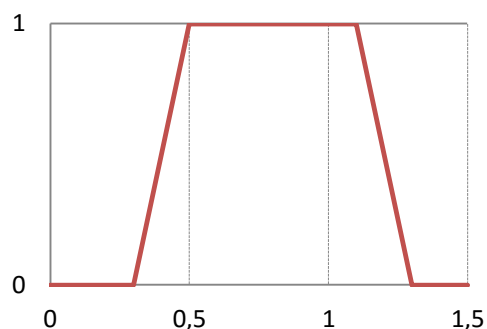
$$F = F_s \cdot l_p \quad (1.11)$$

Maximální odezva lávky ve formě zrychlení od zatížení chodci:

$$a_{ccmax} = \frac{4F}{2\xi\rho S\pi} \quad (1.12)$$

Tab. 1.13 Zatížení na jednotku plochy pro jednotlivé směry vibrace [10]

Směr kmitání	Zatížení na m ²
Svislé	$d \cdot (280N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 10,8 \cdot \sqrt{\frac{\xi}{n}} \cdot \psi$
Podélné	$d \cdot (140N) \cdot \cos(2\pi f_l t) \cdot 10,8 \cdot \sqrt{\frac{\xi}{n}} \cdot \psi$
Příčné	$d \cdot (35N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 10,8 \cdot \sqrt{\frac{\xi}{n}} \cdot \psi$

Obr. 1.16 Faktor chůze ψ pro svislé a podélné vibraceObr. 1.17 Faktor chůze ψ pro boční vibrace

Dále je třeba ověřit, zda vypočítané maximální zrychlení konstrukce odpovídá požadavkům návrhu na komfort uživatelů na konstrukci viz tabulka 1.14. V ní jsou uvedeny tři úrovně komfortu s popisem a intervaly hodnot zrychlení pro svislé a příčné kmitání.

Tab. 1.14 Klasifikace komfortu na lávkách [10]

Třída	Komfort	Popis	Interval zrychlení pro svislé kmitání	Interval zrychlení pro příčné kmitání
I.	Maximální	Zrychlení pro uživatele prakticky nepostřehnutelné	0,0 – 0,5 m.s ⁻²	0,10 – 0,15 m.s ⁻²
II.	Průměrný	Zrychlení pro uživatele vnímatelné	0,5 – 1,0 m.s ⁻²	0,15 – 0,30 m.s ⁻²
III.	Minimální	Zrychlení uživatelé vnímají, ale tolerují ho	1,0 – 2,5 m.s ⁻²	0,30 – 0,80 m.s ⁻²

Pokud hodnoty přesahují meze požadovaného komfortu, je třeba provést úpravu konstrukčního uspořádání lávky, nebo ji opatřit zařízeními na snížení kmitání od zatížení.

Další možný postup zjištění předběžných zrychlení na konstrukci lávky, je umístit do maxima příslušného vlastního tvaru konstrukce dynamickou část síly popisující zatížení chodcem dle vzorců (1.2 – 1.4) a určit harmonickou odezvu konstrukce.

$$F_{p(t)} = G \cdot \alpha_i \quad - \quad \text{Jeden chodec} \quad (1.13)$$

$$F_{p(t)} = N \cdot G \cdot \alpha_i \quad - \quad N \text{ chodců synchronizovaných} \quad (1.14)$$

$$F_{p(t)} = \sqrt{N} \cdot G \cdot \alpha_i \quad - \quad N \text{ chodců nesynchronizovaných} \quad (1.15)$$

G ...tíha chodce

N ...počet chodců

α_i ...dynamický součinitel významnosti

Výsledkem jsou amplitudy rychlostí a zrychlení kmitání konstrukce. Dále lze řešit odezvu v časové oblasti.

Všechny tyto metody výpočtu odezvy na zatížení chodci vycházejí z experimentálních měření vztažených k reálným konstrukcím, pokud ale chceme zjistit skutečné kmitání lávky na buzení chodci, je třeba provést numerickou simulaci v nějakém konečně-prvkovém programovém systému. Kde lze provést zjednodušený výpočet, kde jsou setrvačné účinky chodce nahrazeny náhradními silami s proměnnou polohou simulující pohybujiícího se chodce po konstrukci lávky.

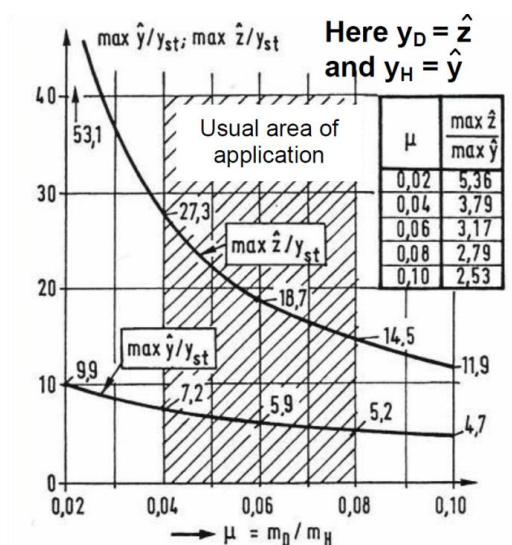
1.7 Možnosti simulace pohybu chodců po konstrukci

V programovém systému ANSYS je několik možností jak simulovat pohyb osob po konstrukci. Je možné na konstrukci aplikovat silové zatížení, které s časem mění polohu a velikost. Další z možností je použití konečných prvků s přidanou hmotností, které jsou modelovány v mostovce a postupně v místě pohybujiícího se chodce aktivované s určitou hmotností odpovídající nášlapné síle chodce.

Obě varianty musí mít shodnou výslednou odezvu na zatížení, i když aplikované různými způsoby. Pro simulace dále v práci je používána první varianta s aplikací síly měnící pozici a velikost.

1.8 Tlumiče kmitání

Pokud odezva konstrukce lávky na zatížení pohybem chodců přesáhne maximální doporučené hodnoty zajišťující určitou úroveň komfortu chůze po konstrukci, je třeba provést opatření ke snížení kmitání. Jednou z možností je změna konstrukčního uspořádání lávky s posunem frekvenčního rozsahu konstrukce mimo budící frekvence zatížení. Tato změna je prakticky těžko proveditelná a je tedy třeba na konstrukci osadit zařízení k tlumení kmitání. Většinou jde o přidanou hmotnost zavěšenou na konstrukci přes soustavu pružiny s tlumičem. Vhodným zvolením parametrů hmotnosti, tuhosti, tlumení a pozice na lávce lze výrazně redukovat odezvu na zatížení. Možnostmi tlumení konstrukcí lávek od harmonického zatížení pohybem chodců se zabývá řada autorů. Existují mnohá doporučení umístění tlumičů kmitání na různé konstrukce i empirické vztahy doporučující optimální hmotnosti tlumičů kmitání vzhledem k efektivní modální hmotnosti konstrukce v daném vlastním tvaru.



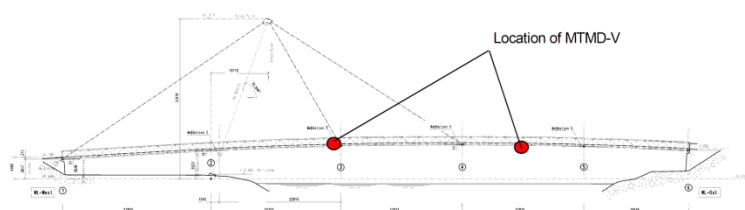
Obr. 1.18 Závislosti relativních posunutí [12]

Nicméně každá konstrukce je jiná a je na projektantovi navrhnout řešení tlumení konkrétní rezonance při kmitání. Co se týče návrhů tlumičů kmitání konstrukcí lávek, jeden ze známých výrobců těchto zařízení je firma Maurer Sohne. Ve své publikaci [12] o možnostech použití jejich tlumičů na konstrukcích se v teoretické části zabývají laděním tlumičů kmitání a ukazuje několik zajímavých poznatků ohledně chování tlumičů v závislosti na různých veličinách. V grafu na obr. 1.18 je vyšrafovaná oblast odpovídající optimálnímu poměru hmotnosti tlumiče k hmotnosti kmitající konstrukce a to v rozmezí 4 % - 8 %. Čím je větší hmotnost tlumiče, tím má větší účinnost, ale zase více zatěžuje konstrukci. Čím je menší poměr hmotnosti tlumiče k hmotnosti konstrukce, tím větší je jeho výchylka vzhledem k výchylce konstrukce.

V současné době je instalováno velké množství různých tlumících zařízení na dynamicky namáhaných konstrukcích. Především se jedná o dlouhé visuté a zavěšené mosty. Tlumící jednotky na mostních konstrukcích můžeme rozdělit na dvě hlavní skupiny podle umístění na lávce. A to tlumiče v mostovce nebo tlumiče umístěné na lanech zavěšených nebo visutých mostních konstrukcí. S růstem délky mostních polí roste i délka kabelů a lan, které se tak stávají citlivější na dynamické buzení. Navíc s délkou lana roste i počet možných nepříznivých vlastních tvarů. Rezonance kmitání kabelů může vést k předčasnému selhání systému ochrany proti korozi, k únavovým problémům v závěsech, nebo až k destrukci konstrukce. Na lávkách se můžeme setkat různými druhy tlumičů. Mezi hlavní typy tlumících zařízení v mostovce patří vertikální nebo horizontální laděný tlumič, kyvadlový laděný tlumič nebo pístový viskózní tlumič. Mezi typy tlumících jednotek osazovaných na lana a kabely jsou elastomerové, nebo třecí tlumiče, hydraulický tlumič, nebo viskózní tlumič. Je ukázáno pár typických příkladů realizovaných konstrukcí s těmito tlumiči.

Lávka pro pěší – Forchheim, Německo

Aplikace dvou tlumičů pro tlumení kmitání ve svislém směru

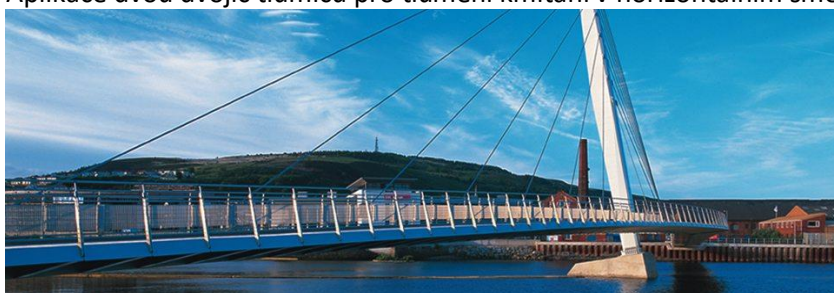


Údaje TMD :
Hmotnost : 1000 / 1660 kg
Frekvence : 1,255 / 2,7 Hz
Tlumení : 3280 / 4585 Ns/m

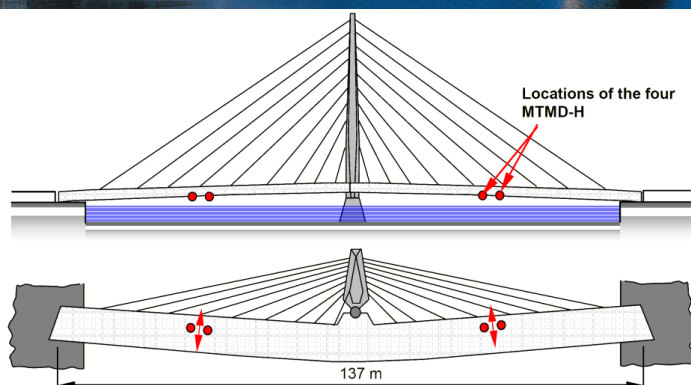
Obr. 1.19 Lávka pro pěší – Forchheim, Německo, [12]

Lávka Port Tawe – Swansea, United Kongdom

Aplikace dvou dvojic tlumičů pro tlumení kmitání v horizontálním směru.



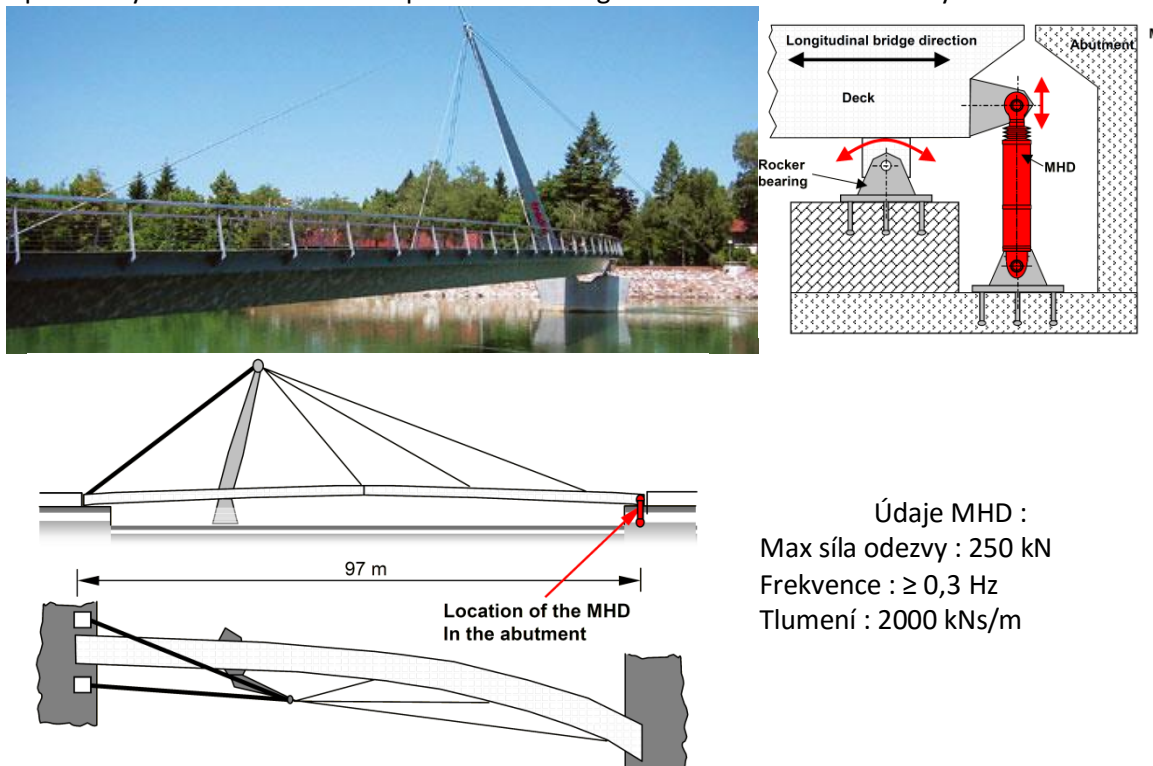
Údaje TMD :
Hmotnost : 1900 kg
Frekvence : 1,159 Hz
Tlumení : 3280 / 4585 Ns/m



Obr. 1.20 Lávka Port Tawe – Swansea, United Kongdom, [12]

Lávka pro pěší Traunsteg –Wels, Austrálie

Aplikace hydraulického tlumiče k pohlcování energie svislého kmitání mostovky



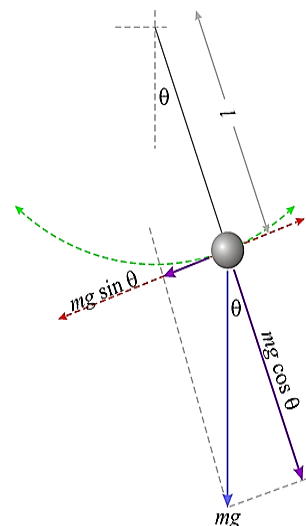
Obr. 1.21 Lávka pro pěší Traunsteg –Wels, Austrálie, [12]

1.9 Přehled jednoduchých pohlcovačů kmitání

Mezi základní typy pohlcovačů kmitání patří kyvadlo, dvojité kyvadlo, kulový pohlcovač kmitání a viskózní tlumič.

1.9.1 Jednoduché kyvadlo

Jednoduché kyvadlo je těleso o určité hmotnosti zavěšené na tuhém rameni k určitému bodu, kolem kterého opisuje pohyb po části kružnice. Zjednodušený výpočtový model kyvadla se nazývá matematické kyvadlo, viz obrázek 1.22, u kterého se zkoumá pouze hmotný bod zavěšený na tenkém vláknu zanedbatelné hmotnosti při zanedbání odporu vzduchu, i tření v závěsu. Gravitační pole se považuje za homogenní. Úhel odklonu od dolní rovnovážné polohy θ se měří v radiánech. Modrá šipka je tíhová síla působící na kyvadlo. Směr okamžité rychlosti ukazuje červená šipka na tečně kružnice pohybu. Fialová šipka představuje část tíhové síly v tangenciálním směru a její velikost určíme jako $F = -mg \sin \theta = ma$. Platí diferenciální rovnice, kde l je délka kyvadla, θ úhel odklonu od svislé osy, a g tíhové zrychlení:



Obr. 1.22 Schéma kyvadla

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad (1.16)$$

Pokud je maximální výchylka z rovnovážné polohy malá ($< 5^\circ$), lze funkci sinus nahradit lineární funkcí $\sin \theta \approx \theta$. Diferenciální rovnice dostane jednodušší tvar:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \frac{g}{l} \theta = 0. \quad (1.17)$$

Tato rovnice má řešení.

$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}} t\right). \quad (1.18)$$

kde θ_0 je počáteční výchylka a t je čas, což je rovnice harmonického oscilátoru s periodou

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1.19)$$

Ze vzorce vyplývá, že na periodu kmitání má vliv pouze délka kyvadla, na hmotnosti perioda kyvadla nezávisí.

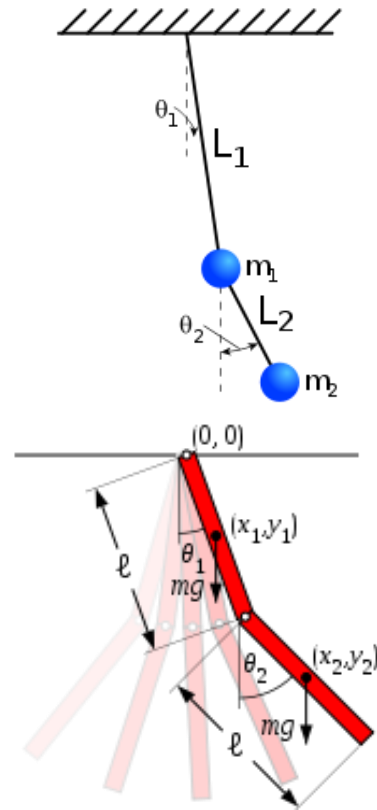
1.9.2 Dvojité kyvadlo

Dvojité kyvadlo je kyvadlo s jiným kyvadlem zavěšeným na svém konci. Tento jednoduchý fyzikální systém vykazuje bohaté dynamické chování se silnou citlivostí na počáteční podmínky. Pohyb dvojitého kyvadla lze zapsat soustavou obyčejných diferenciálních rovnic. Obecně mohou být obě části kyvadla různé délky a nestejně hmotnosti. Výpočtový model kyvadla můžeme uvažovat jako hmotné body zavěšené na tenkém vláknu zanedbatelné hmotnosti, nebo model, kde je hmotnost kyvadla rovnoměrně rozložena po rameni kyvadla. Pro následující vyjádření je uvažováno dvojité kyvadlo se stejně dlouhými rameny o stejné hmotnosti ve 2D. Hmotnost kyvadla je rovnoměrně rozdělena po rameni kyvadla, tzn. moment setrvačnosti kolem těžiště $I = \frac{1}{12} m l^2$. Úhly svírající jednotlivá ramena kyvadla od svislé osy jsou označeny θ_1 a θ_2 . Souřadnice těžišť jednotlivých částí lze vyjádřit vztahy:

$$x_1 = \frac{l}{2} \sin \theta_1, \quad y_1 = -\frac{l}{2} \cos \theta_1, \quad (1.20)$$

$$x_2 = l \left(\sin \theta_1 + \frac{1}{2} \sin \theta_2 \right), \quad (1.21)$$

$$y_2 = -l \left(\cos \theta_1 + \frac{1}{2} \cos \theta_2 \right). \quad (1.22)$$



Obr. 1.23 Schémata dvojitého kyvadla

1.9.3 Kulový pohlcovač kmitání

Kulový pohlcovač kmitání je zařízení k redukci kmitání konstrukce. Skládá se z kulového tělesa o určité hmotnosti pohybující se po kulové ploše. Těleso má poloměr r a hmotnost m . Vypuklá kulová plocha má vnitřní poloměr R .

Vlastní frekvence koule o hmotnosti m_{sph} a poloměru r valící se po kulovém povrchu o poloměru R vychází z podmínek vnějších a odstředivých sil:

$$T - m_{sph} \cdot a - m_{sph} \cdot g \cdot \sin \varphi = 0,$$

$$N - m_{sph} \cdot g \cdot \cos \varphi = 0,$$

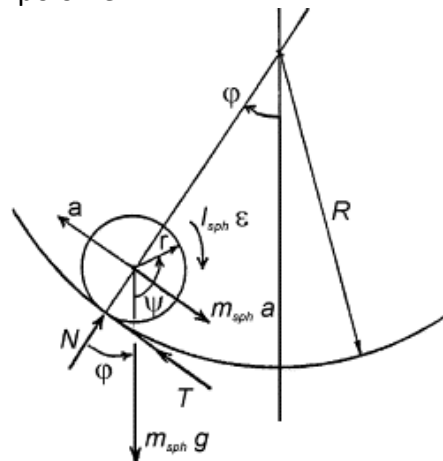
$$T \cdot r + I_{sph} \cdot \varepsilon = 0.$$

Vezmeme-li do úvahy geometrické závislosti:

$$R \cdot \varphi = (\varphi + \psi) r,$$

$$a = \ddot{\varphi} \cdot (R - r),$$

$$\varepsilon = \ddot{\psi} = \ddot{\varphi} \cdot \left(\frac{R}{r} - 1 \right).$$



Obr. 1.24 Geometrie kulového tlumiče [42]

Vlastní frekvence kutálení koule

$$f_{abs} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{(R - r) \left(1 + \left(\frac{I_{sph}}{m_{sph} \cdot r^2} \right) \right)}} \doteq 0,1345 \sqrt{\frac{g}{(R - r)}} \quad (1.23)$$

Schematicky lze tlumič znázornit viz obr. 1.25, kde

m_1 ... hmotnost konstrukce,

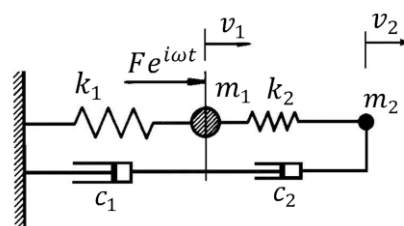
m_2 ... hmotnost tlumiče,

k_1 ... tuhost konstrukce,

k_2 ... tuhost uchycení tlumiče,

c_1 ... tlumení konstrukce,

c_2 ... tlumení tlumiče.



Obr. 1.25 Schéma kulového tlumiče

Soustavu lze vyjádřit následujícími pohybovými rovnicemi:

$$m_1 \ddot{v}_1 + c_1 \dot{v}_1 + k_1 v_1 - c_2 (\dot{v}_2 - \dot{v}_1) - k_2 (v_2 - v_1) = F e^{i\omega t} \quad (1.24)$$

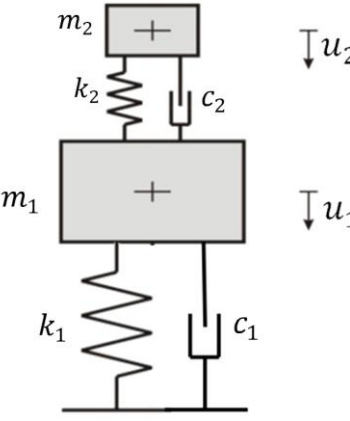
$$m_2 \ddot{v}_2 + c_2 (\dot{v}_2 - \dot{v}_1) + k_2 (v_2 - v_1) = 0 \quad (1.25)$$

1.9.4 Tlumiče kmitání

Rozlišujeme dva způsoby redukce tlumení pohybu mostní konstrukce. Viskózní tlumiče a tlumiče kmitání s přidavnou hmotností (TMD). Viskózní tlumiče jsou většinou umístěny pod mostovkou v oblasti kolem sloupů a uložení krajů, aby omezovaly pohyby do stran. Laděné tlumiče kmitání s přidavnou hmotností mohou být umístěny pod mostovkou, nebo přímo na závěsech konstrukce, kde redukují kmitání ve svislém směru. Tyto tlumiče s určitými parametry jsou zjednodušeně závaží zavěšená v určitých místech konstrukce pomocí soustavy pružiny a tlumícího členu.

Laděný tlumič kmitání s přidavnou hmotností m se skládá z pružiny o tuhosti k , a tlumícího členu s tlumením c nabízí relativně jednoduchý a efektivní způsob snižování nadměrných kmitů konstrukce.

Optimální parametry těchto zařízení lze získat numericky. V řešení je počítáno s vlastním útlumem konstrukce.



$$m_1 \cdot \ddot{u}_1 + k_1 \cdot u_1 + k_2 \cdot (u_1 - u_2) + c_2 \cdot (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) = p_0 \cdot \cos(\omega t) \quad (1.26)$$

$$m_2 \cdot \ddot{u}_2 + k_2 \cdot (u_2 - u_1) + c_2 \cdot (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = 0 \quad (1.27)$$

$$u_1 = C_1 \cdot \cos(\omega t) + C_2 \cdot \sin(\omega t) \quad (1.28)$$

$$u_{1,max} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \quad (1.29)$$

$$u_2 = C_3 \cdot \cos(\omega t) + C_4 \cdot \sin(\omega t) \quad (1.30)$$

Obr. 1.26 Schéma tlumiče TMD

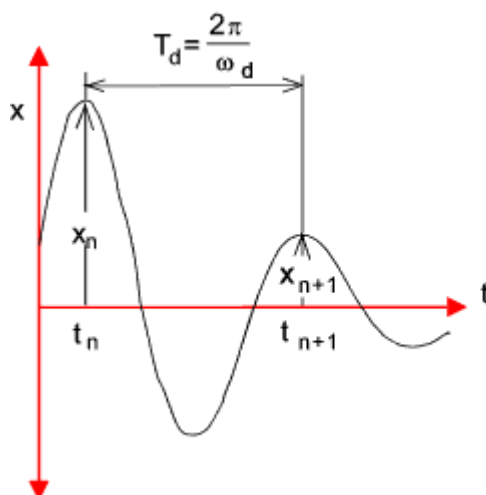
$$u_{2,max} = \sqrt{C_3^2 + C_4^2} \quad (1.31)$$

Kde m_1 je efektivní hmotnost konstrukce nebo její části (primární hmotnost) a m_2 je hmotnost tlumiče (sekundární hmotnost), k_1 je efektivní tuhost konstrukce a k_2 je tuhost uchycení pohlcovače. Předpokládá se, že konstrukce má malé lineární viskózní tlumení se součinitelem tlumením c_1 . Posunutí konstrukce je označeno u_1 a posunutí tlumiče u_2 . Tečky nad veličinami označují derivace v čase.

1.10 Tlumení konstrukce

1.10.1 Logaritmický dekrement útlumu

Útlum se nejčastěji popisuje logaritmickým dekrementem útlumu. Je to bezrozměrné číslo označované řeckým písmenem δ . Určuje se jako přirozený logaritmus poměru jakýchkoli dvou po sobě jdoucích amplitud kmitání x_n a x_{n+1} .



Obr. 1.27 Schéma odvození logaritmického dekrementu útlumu

Pro rovnici kmitajícího pohybu $x_n = X_0 e^{-\zeta \omega_n t_n} \cos(\omega_d t_n - \phi)$ určíme velikosti jednotlivých po sobě jdoucích amplitud kmitání za předpokladu že $\cos(\omega_d t - \phi) = 1$.

$$x_n = X_0 e^{-\zeta \omega_n t_n} \quad (1.32)$$

$$x_{n+1} = X_0 e^{-\zeta \omega_n (t_n + T_d)} \quad (1.33)$$

$$\frac{x_n}{x_{n+1}} = e^{\zeta \omega_n T_d} \Rightarrow \delta = \ln\left(\frac{x_n}{x_{n+1}}\right) = \zeta \omega_n T_d = \zeta \omega_n \frac{2\pi}{\omega_d} = \zeta \omega_n \frac{2\pi}{\omega_n(1-\zeta^2)} \quad (1.34)$$

Kde ω_n je netlumená úhlová frekvence a T_d perioda tlumeného kmitání, která se dá vyjádřit jako:

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (1.35)$$

Logaritmický dekrement vyjadřuje intenzitu viskózního tlumení, protože nezávisí na rychlosti kmitání. Vztah mezi logaritmickým dekrementem útlumu a poměrným útlumem ζ :

$$\delta = \zeta \omega_n T_d \zeta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \doteq 2\pi\zeta \Rightarrow \zeta \doteq \frac{\delta}{2\pi} \doteq \left(\frac{1}{2\pi}\right) \ln\left(\frac{x_n}{x_{n+1}}\right) \quad (1.36)$$

Útlum se dá zjistit experimentálně tak, že se vezme v čase poměr výchylek vzdálených od sebe o k celých cyklů:

$$\ln\left(\frac{x_n}{x_{n+1}}\right) = \ln\left(\frac{x(t_i)}{x(t_i + kT_d)}\right) = k\zeta\omega_n T_d = k\delta \quad (1.37)$$

1.10.2 Poměrný útlum

Poměrný útlum je parametr tlumení obvykle označován řeckým písmenem ζ . Vyjadřuje úroveň tlumení v konstrukci vzhledem ke kritickému tlumení c_c .

$$c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} \quad (1.38)$$

Poměrný útlum může být tedy vyjádřen jako:

$$\zeta = \left(\frac{c}{c_c}\right) = \left(\frac{c}{2\sqrt{km}}\right) \quad (1.39)$$

1.10.3 Rayleigho útlum

V dynamické analýze konstrukcí hraje důležitou roli tlumení. Nejběžnějším přístupem je použití modelu viskózního tlumení nebo speciálního případu viskózního tlumení – proporcionálního tlumení. To je také známé jako Rayleigho tlumení, které předpokládá, že matice tlumení je úměrná matici hmotnosti $[M]$ a matici tuhosti $[K]$ konstrukce.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K], \quad (1.40)$$

kde α a β jsou konstanty.

Při použití modální transformace souřadného systému, se modální matice tlumení $[C]$ stane diagonální.

$$[\Phi]^T[C][\Phi] = [c] = \alpha[1] + \beta[\omega^2] \quad (1.41)$$

Modální matice tlumení $[c]$ je definovaná jako:

$$[c] = 2[\zeta\omega] \quad (1.42)$$

Koeficient viskózního tlumení c_i pro i -tý vlastní tvar konstrukce se určí jako:

$$[c_i] = 2\zeta_i \omega_i = \alpha + \beta\omega_i^2 \quad (1.43)$$

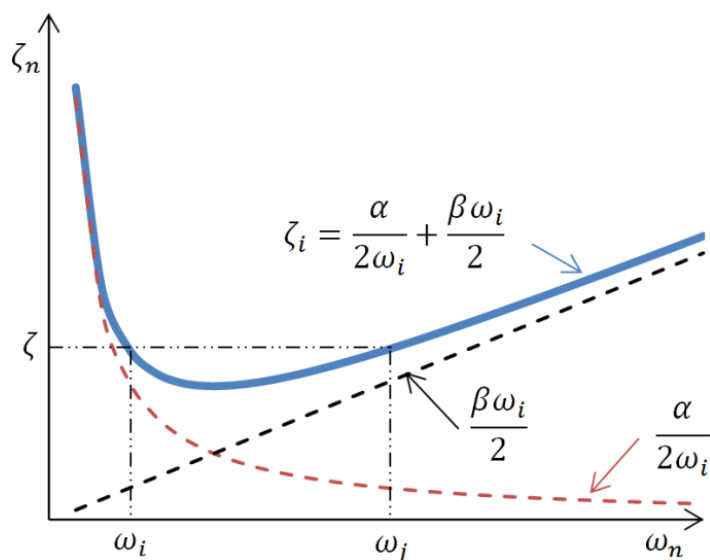
Poměrný útlum konstrukce lze tedy vyjádřit jako:

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (1.44)$$

Jestliže je poměrný útlum pro i -tý a j -tý vlastní tvar ζ_i a ζ_j , tak Rayleighovy koeficienty α a β je možné určit ze soustavy algebraických rovnic:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix} \quad (1.45)$$

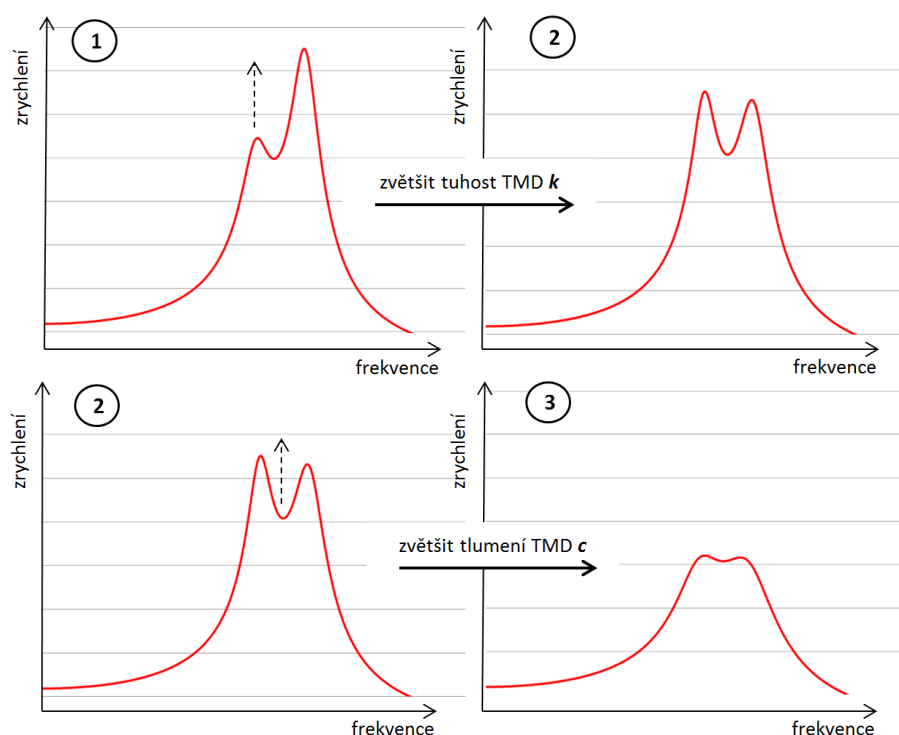
Průběh Rayleighova tlumení je znázorněn na obr. 1.28 modrou křivkou. Červená a černá čárkovaná křivka znázorňuje jednotlivé členy $\alpha/2\omega_i$ resp. $\beta\omega_i/2$. Nevýhodou Rayleighova modelu tlumení je, že nezaručuje realistické tlumení všech uvažovaných tvarů kmitu.



Obr. 1.28 Průběh Rayleighova tlumení

1.11 Postup ladění TMD na konstrukci

Konstrukce má dané parametry m_1 [kg], k_1 [N.m⁻¹] a c_1 [N.m⁻¹.s⁻²]. Zvolíme si hmotnost tlumiče kmitání m_2 [kg] v závislosti na velikosti hmotnosti kmitání v daném tvaru. Určením přibližných parametrů tlumení TMD k_2 [N.m⁻¹] a c_2 [N.m⁻¹.s⁻²] získáme průběh závislosti amplitudy a frekvence v okolí sledované vlastní frekvence viz schéma na obr. 1.29. Jedna maximální hodnota amplitudy se aktivací tlumiče rozštěpí na dvě maxima v blízkosti původní. Pokud chceme získat optimální průběh závislosti amplitudy na frekvenci, je třeba ji vyladit pomocí parametrů tuhosti a tlumení. Tuhost uchycení tlumiče kmitání ovlivňuje rozdíl maxim obou amplitud. Tlumení tlumiče ovlivňuje tvar průběhu tak, že při malém tlumení je větší propad mezi špičkami amplitud a v případě přetlumení konstrukce se obě maxima spojí v jedno větší.



Obr. 1.29 Schéma ladění tlumiče kmitání

1.12 Efektivní modální hmotnost konstrukce

Efektivní modální hmotnost konstrukce je hmotnost části konstrukce, která kmitá v daném směru při určité vlastní frekvenci konstrukce. Programový systém ANSYS určí efektivní modální hmotnost konstrukce vzhledem ke globálnímu chování celé konstrukce, což je potřeba např. z hlediska výpočtu odezvy konstrukce na seismické zatížení. Pokud ale potřebujeme zjistit modální efektivní hmotnost určitého vlastního tvaru kmitu, navíc asymetrického, je třeba použít jiný postup určení této hmotnosti. Při jejím určování dojde k tomu, že stejné hmoty kmitající v opačném směru se vyruší. Výsledná vypočtená hmotnost bude tedy v globálním měřítku menší nebo až nulová. Z hlediska ladění tlumičů na danou konstrukci může být tím pádem zavádějící určovat

důležité vlastní tvary kmitu pouze z velikosti globální efektivní modální hmotnosti konstrukce.

Je ukázán postup výpočtu efektivní modální hmotnosti na jednoduché 1D soustavě o pěti stupních volnosti a dále ukázka možného určení efektivní modální hmotnosti na 2D a 3D konstrukci v daném směru z odpovídající rotační modální hmotnosti a ověření těchto hodnot na polovině konstrukce s antisymetrickou okrajovou podmínkou.

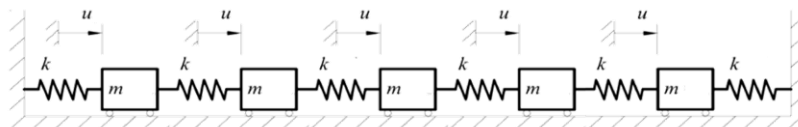
1.12.1 Teorie výpočtu efektivní modální hmotnosti

Nejprve je třeba vyřešit úlohu o vlastních číslech a vlastních vektorech. Hledáme netriviální řešení rovnice $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = 0$ ve tvaru: $\det(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}) = 0$ pro n hodnot ω^2 , kde n je počet stupňů volnosti soustavy.

Nechť Φ je matice vlastních vektorů konstrukce a $\hat{\mathbf{M}} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi$ modální matice hmotnosti konstrukce. Určíme vektor koeficientů $\bar{\mathbf{L}} = \Phi^T \mathbf{M} \bar{\mathbf{r}}$ a pomocí něj vektor participačních faktorů $\Gamma_i = \frac{\bar{L}_i}{\hat{M}_{ii}}$ a vektor efektivní modální hmoty $m_{eff,i} = \frac{\bar{L}_i^2}{\hat{M}_{ii}}$ pro vlastní tvar konstrukce i . Pokud jsou vlastní vektory normalizované k matici hmotnosti konstrukce, pro všechny indexy platí, že $\hat{M}_{ii} = 1$.

1.12.2 Výpočet efektivní modální hmoty 1D konstrukce

Jedná se o soustavu 5 hmotných bodů, každý o hmotnosti 100 kg, propojených 6 pružinami, každá o tuhosti 10000 N.m⁻¹. Schéma viz obr. 1.30.



Obr. 1.30 Model 1D soustavy s pěti stupni volnosti

Postup výpočtu vlastních frekvencí konstrukce:

$$m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_4 \\ \ddot{u}_5 \end{Bmatrix} + k \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1.46)$$

$$\det \begin{bmatrix} 2k - m\omega^2 & -k & 0 & 0 & 0 \\ -k & 2k - m\omega^2 & -k & 0 & 0 \\ 0 & -k & 2k - m\omega^2 & -k & 0 \\ 0 & 0 & -k & 2k - m\omega^2 & -k \\ 0 & 0 & 0 & -k & 2k - m\omega^2 \end{bmatrix} = 0 \quad (1.47)$$

$$u = U \cdot \cos(\omega t - \alpha) \quad (1.48)$$

$$\omega_1^2 = \frac{k(2-\sqrt{3})}{m} = 26,79 \quad \omega_1 = 5,176 \quad f_1 = 0,824 \text{ Hz}$$

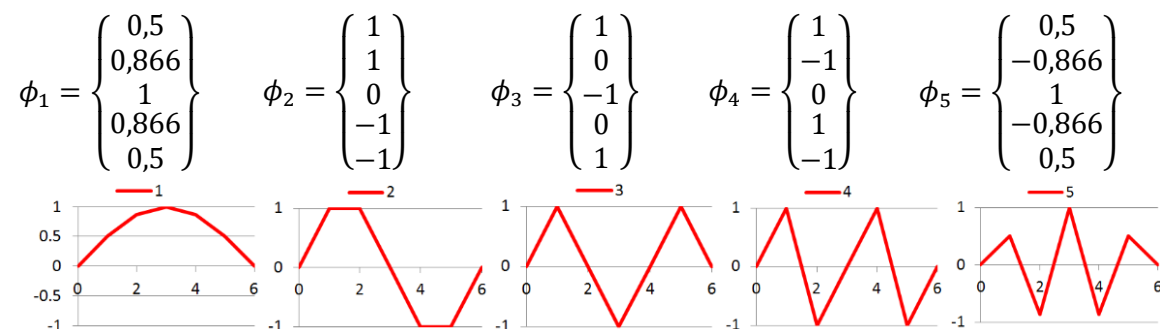
$$\omega_2^2 = \frac{k}{m} = 100 \quad \omega_2 = 10,00 \quad f_2 = 1,592 \text{ Hz}$$

$$\omega_3^2 = \frac{2k}{m} = 200 \quad \omega_3 = 14,14 \quad f_3 = 2,251 \text{ Hz}$$

$$\omega_4^2 = \frac{3k}{m} = 300 \quad \omega_4 = 17,32 \quad f_4 = 2,757 \text{ Hz}$$

$$\omega_5^2 = \frac{k(2+\sqrt{3})}{m} = 373,2 \quad \omega_5 = 19,32 \quad f_5 = 3,075 \text{ Hz}$$

Vlastní vektory a vlastní tvary konstrukce:



Obr. 1.31 Vlastní tvary 1D konstrukce

Tab. 1.15 Výpočet efektivní modální hmotnosti

Matice vlastních tvarů		Transponovaná matice vlastních tvarů	
$\Phi = \begin{bmatrix} 0,5 & 1 & 1 & 1 & 0,5 \\ 0,866 & 1 & 0 & -1 & -0,866 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0,866 & -1 & 0 & 1 & -0,866 \\ 0,5 & -1 & 1 & -1 & 0,5 \end{bmatrix}$		$\Phi^T = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,866 & 1 & 0,866 & 0,5 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0,5 & -0,866 & 1 & -0,866 & 0,5 \end{bmatrix}$	
Matice hmotnosti		Matice modálních hmotností	
$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$		$\hat{\mathbf{M}} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi =$ $= \begin{bmatrix} 300 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 400 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 300 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 300 \end{bmatrix}$	
Vektor koeficientů		Participační faktor	Efektivní hmotnost
$\bar{L} = \Phi^T \mathbf{M} \bar{r} = \begin{bmatrix} 373,2 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 26,79 \end{bmatrix}$	$\bar{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\Gamma_i = \frac{\bar{L}_i}{M_i} = \begin{bmatrix} 1,244 \\ 0 \\ 0,333 \\ 0 \\ 0,089 \end{bmatrix}$	$m_{eff,i} = \frac{\bar{L}_i^2}{M_i} = \begin{bmatrix} 464,3 \\ 0 \\ 33,33 \\ 0 \\ 2,393 \end{bmatrix}$

Tab. 1.16 Výsledky modální analýzy z programového systému ANSYS

Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – pro směr x				
Číslo vlastního tvaru	Frekvence [Hz]	Perioda [s]	Participační faktor	Efektivní modální hmota [kg]
1	0,82385	1,21380	2,155E+01	4,643E+02
2	1,59155	0,62832	6,750E-14	4,556E-27
3	2,25079	0,44429	5,774E+00	3,333E+01
4	2,75664	0,36276	2,842E-14	8,078E-28
5	3,07464	0,32524	1,547E+00	2,393E+00

Efektivní modální hmotnost 2. a 4. vlastního tvaru je rovná nule. Došlo k tomu při výpočtu vektoru koeficientů $\bar{L}$, kdy je součin matic $\Phi^T m$ násoben jednotkovým vektorem $\bar{r}$. Dochází tedy k součtu hodnot v řádku matice a pokud má tvar kmitající hmotnost v obou směrech, hodnoty se od sebe odečtou. Pro získání reálných hodnot efektivní modální hmotnosti je třeba provést absolutní hodnotu součinu matic $\Phi^T m$ ve výpočtu vektoru koeficientů $\bar{L}$.

Nechť platí, že:

$$\bar{L} = \Phi^T \mathbf{M} \bar{r} = \mathbf{x} \cdot \bar{r} \quad (1.49)$$

Tab. 1.17 Výpočet reálné efektivní modální hmotnosti konstrukce

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 50 & 86,6 & 100 & 86,6 & 50 \\ 100 & 100 & 0 & -100 & -100 \\ 100 & 0 & -100 & 0 & 100 \\ 100 & -100 & 0 & 100 & -100 \\ 50 & -86,6 & 100 & -86,6 & 50 \end{bmatrix}$	$ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 50 & 86,6 & 100 & 86,6 & 50 \\ 100 & 100 & 0 & 100 & 100 \\ 100 & 0 & 100 & 0 & 100 \\ 100 & 100 & 0 & 100 & 100 \\ 50 & 86,6 & 100 & 86,6 & 50 \end{bmatrix}$
$\bar{L} = \mathbf{x}\bar{r} = \begin{bmatrix} 373,2 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 26,79 \end{bmatrix}$	$\bar{L} = \mathbf{x} \bar{r} = \begin{bmatrix} 373,2 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \end{bmatrix}$
$m_{eff,i} = \frac{\bar{L}_i^2}{M_i} = \begin{bmatrix} 464,3 \\ 0 \\ 33,33 \\ 0 \\ 2,393 \end{bmatrix}$	$m_{eff,i} = \frac{\bar{L}_i^2}{M_i} = \begin{bmatrix} 464,3 \\ 200 \\ 166,67 \\ 200 \\ 233,33 \end{bmatrix}$
ANSYS	SKUTEČNÁ

Tab. 1.18 Porovnání výsledků výpočtu efektivní modální hmotnosti

ANSYS [kg]	SKUTEČNÁ [kg]	ROZDÍL [kg]	ROZDÍL [%]
464,3	464,3	0	0
0	200	200	-100
33,33	166,7	133,3	-80
0	200	200	-100
2,393	233,3	230,9	-98,97

Z výše uvedených výpočtů vyplývá, že u antisymetrických vlastních tvarů kmitů došlo vlivem kmitání stejně velkých modálních hmotností s opačným znaménkem k eliminaci efektivní modální hmotnosti daného vlastního tvaru kmitu.

Může se tedy zdát, že 2. a 4. vlastní tvar není vlivem nulové efektivní modální hmotnosti důležitý při posuzování důsledků kmitání na konstrukci. Nicméně po rozdělení jednotlivých kladných a záporných hodnot efektivních modálních hmotností a jejich součtu v absolutní hodnotě dostaneme reálné efektivní modální hmotnosti, které svojí velikostí určitě nejsou zanedbatelné vzhledem k efektivní modální hmotnosti 1. vlastního tvaru.

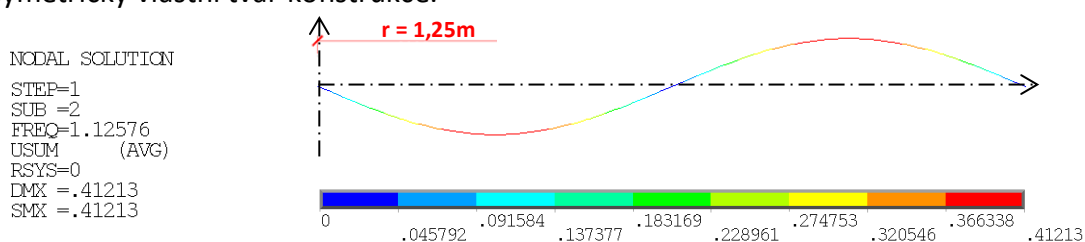
1.12.3 Výpočet efektivní modální hmotnosti 2D konstrukce

Jedná se o 2D konstrukci - prut z oceli o průřezu 100 mm x 3 mm délky 5 m na krajích podepřený pevným kloubem. Prut je modelován konečným prvkem BEAM3 v programovém systému ANSYS a leží v rovině xy.



Obr. 1.32 Model konstrukce 2D

V programovém systému ANSYS byla řešena úloha o vlastních číslech a byla sledována efektivní modální hmotnost konstrukce v 2. vlastním tvaru, což je první asymetrický vlastní tvar konstrukce.



Obr. 1.33 2. ohybový tvar - asymetrický

Tab. 1.19 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – pro směr y

Číslo vlastního tvaru	Frekvence [Hz]	Perioda [s]	Participační faktor	Efektivní modální hmota [kg]
1	0,28144	3,55320	3,0894E-00	9,5444E-00
2	1,12576	0,88829	2,4760E-11	6,1284E-22
3	2,53294	0,39480	1,0298E-00	1,0605E-00
4	4,50299	0,22207	6,9280E-12	4,8000E-23
5	7,03589	0,14213	6,1788E-01	3,8178E-01

Tab. 1.20 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – ve směru rotace kolem z

Číslo vlastního tvaru	Frekvence [Hz]	Perioda [s]	Participační faktor	Efektivní modální hmota [kg]
1	0,28144	3,55320	7,7235	59,6528
2	1,12576	0,88829	-3,8618	14,9132
3	2,53294	0,3948	2,5745	6,6280
4	4,50299	0,22207	1,9309	3,7282
5	7,03589	0,14213	1,5447	2,3861

Efektivní modální hmotnost 2. vlastního tvaru ve směru y je $6,1284 \cdot 10^{-22}$ kg, což se dá považovat za 0 kg. Tomu odpovídající rotační efektivní modální hmotnost ve

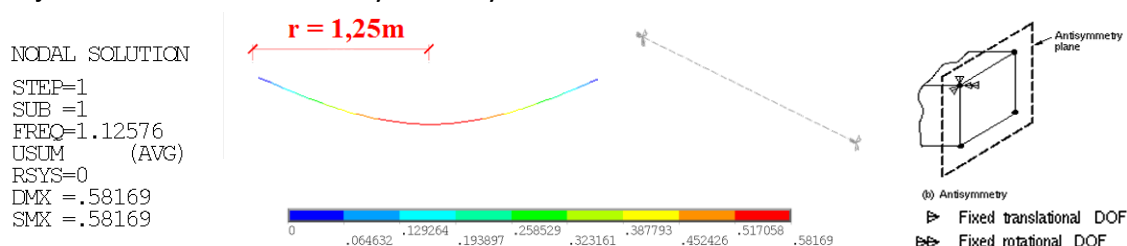
směru rotace kolem osy z není nulová, ale 14,9132 kg. Budeme-li tedy vycházet z jednoduchého vzorce

$$m_{y,II} = \frac{M_{rot,z,II}}{r^2}, \quad (1.50)$$

kde vzdálenost $r = 1,25$ m. Lze vypočítat, že $m_{y,II} = \frac{M_{rot,z,II}}{r^2} = \frac{14,9132}{1,25^2} = 9,54$ kg.

Efektivní modální hmotnost poloviny konstrukce je tedy $M_{y,II,\frac{1}{2}} = \frac{m_{y,II}}{2} = \frac{9,54}{2} = 4,77$ kg.

Ověřit hodnotu této hmotnosti můžeme na polovině modelu téže konstrukce s antisymetrickou okrajovou podmínkou. Při aplikaci symetrické okrajové podmínky dojde k odfiltrování všech asymetrických vlastních tvarů kmitů konstrukce.



Obr. 1.34 1. ohybový tvar – konstrukce s antisymetrickou okrajovou podmínkou

Tab. 1.21 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – pro směr y

Číslo vlastního tvaru	Frekvence [Hz]	Perioda [s]	Participační faktor	Efektivní modální hmota [kg]
1	1,12576	0,88829	2,1845E-00	4,7722E-00
2	4,50300	0,22207	-2,9030E-13	8,4300E-26
3	10,13180	0,09870	0,7282E-01	5,3024E-01
4	18,01220	0,05552	-5,3150E-14	2,8250E-27
5	28,14530	0,03553	-4,3690E-01	1,9088E-01

Tab. 1.22 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – ve směru rotace kolem z

Číslo vlastního tvaru	Frekvence [Hz]	Perioda [s]	Participační faktor	Efektivní modální hmota [kg]
1	1,12576	0,88829	2,7307	7,4566
2	4,503	0,22207	-1,3653	1,8641
3	10,1318	0,0987	0,91022	0,8285
4	18,0122	0,055518	-0,68266	0,4660
5	28,1453	0,03553	-0,54613	0,2983

Efektivní modální hmotnost 1. vlastního tvaru ve směru y je 4,772 kg, což odpovídá hmotnosti určené předcházejícím výpočtem. Tomu odpovídající hmotný moment setrvačnosti ve směru rotace kolem z je 7,4566 kg, což odpovídá ramenu

$$r = \sqrt{\frac{M_{rot,z,I}}{m_{y,I}}} = \sqrt{\frac{7,4566}{4,772}} = 1,25 \text{ m.}$$

Přepočet efektivní modální hmotnosti z rotační efektivní modální hmotnosti je tedy správný, ovšem u složitějších konstrukcí může nastat problém s přesným určením délky ramena r .

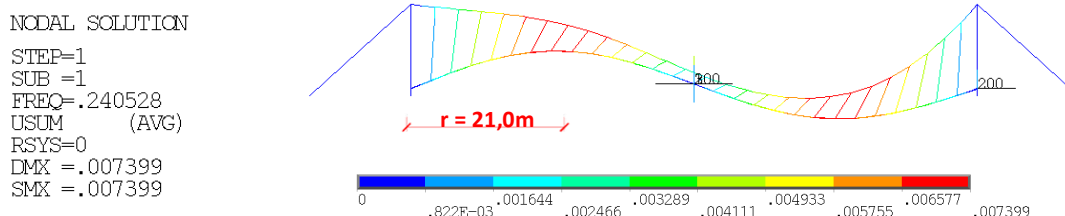
1.12.4 Výpočet efektivní modální hmotnosti 3D konstrukce

Jedná se o 3D konstrukci visuté lávky pro pěší. Konstrukce je dlouhá 84 m a široká 3 m. Průvřez hlavního nosného lana mezi pylony je 13,0 m. Mostovka je modelována jako ocelová konstrukce z válcovaných profilů. Celková hmotnost konstrukce je 66,6 tun. Svislá osa konstrukce je z.



Obr. 1.35 Model konstrukce 3D

V programovém systému ANSYS byla řešena úloha o vlastních číslech a byla sledována modální efektivní hmotnost konstrukce v 1. vlastním tvaru konstrukce, což je první antisymetrický vlastní tvar konstrukce.



Obr. 1.36 1. ohybový tvar – asymetrický

Tab. 1.23 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – pro směr z

Číslo vlastního tvaru	Frekvence [Hz]	Perioda [s]	Participační faktor	Efektivní modální hmota [kg]
1	0,24053	4,15750	1,277E-10	1,631E-20
2	0,28784	3,47420	3,389E-08	1,148E-15
3	0,43721	2,28720	-4,552E-11	2,072E-21
4	0,51445	1,94380	-2,529E-01	6,396E-02
5	5,400E-01	1,85170	-1,598E-10	2,552E-20

Tab. 1.24 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – ve směru rotace kolem y

Číslo vlastního tvaru	Frekvence [Hz]	Perioda [s]	Participační faktor	Efektivní modální hmota [kg]
1	0,24053	4,15750	-3,866E+03	1,494E+07
2	0,28784	3,47420	-1,277E-06	1,630E-12
3	0,43721	2,28720	6,359E-07	4,044E-13
4	0,51445	1,94380	1,062E+01	1,128E+02
5	0,54005	1,85170	6,637E-07	4,405E-13

Efektivní modální hmotnost 1. vlastního tvaru ve směru z je $1,6311 \cdot 10^{-20}$ kg, což se dá považovat za 0 kg. Tomu odpovídající hmotný moment setrvačnosti kolem osy y není nulový, ale $1,4943 \cdot 10^7$ kg. Budeme-li tedy vycházet z jednoduchého vzorce

$$m_{z,I} = \frac{M_{rot,y,I}}{r^2}, \quad (1.51)$$

kde $r = 21,0$ m, což je čtvrtina rozpětí lávky, lze vypočítat

$$m_{z,I} = \frac{M_{rot,y,I}}{r^2} = \frac{14943200}{21^2} = 33884,8 \text{ kg}.$$

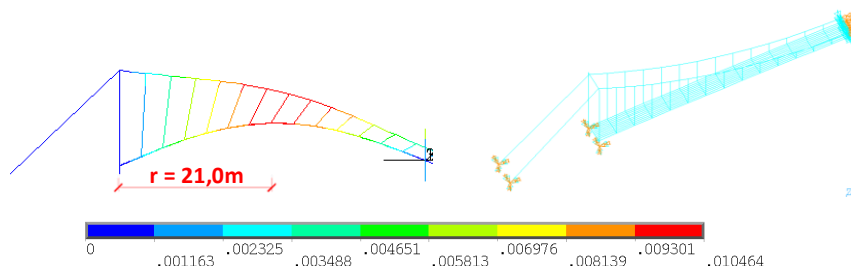
Efektivní modální hmotnost půlvlny je tedy

$$m_{z,I,\frac{1}{2}} = \frac{m_{z,I}}{2} = \frac{33884,8}{2} = 16942,4 \text{ kg}.$$

Ověřit hodnotu této hmotnosti můžeme na polovině modelu téže konstrukce s antisymetrickou okrajovou podmínkou.

NODAL SOLUTION

STEP=1
SUB =1
FREQ=.240524
USUM (AVG)
RSYS=0
DMX =.010464
SMX =.010464



Obr. 1.37 1. ohybový tvar – s antisymetrickou okrajovou podmínkou

Tab. 1.25 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – pro směr z

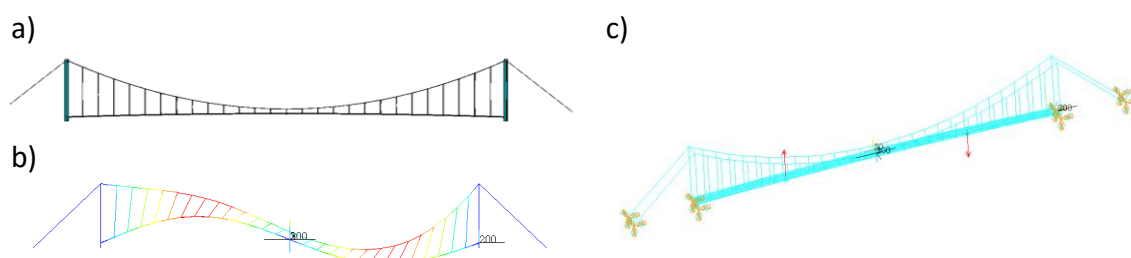
Číslo vlastního tvaru	Frekvence [Hz]	Perioda [s]	Participační faktor	Efektivní modální hmota [kg]
1	0,24052	4,15760	1,259E+02	1,584E+04
2	0,28891	3,46120	3,198E-06	1,023E-11
3	0,90675	1,10280	1,395E-09	1,946E-18
4	0,95436	1,04780	2,195E+05	1,563E+00
5	0,99409	1,00590	-9,005E-09	8,109E-17

Efektivní modální hmotnost 1. vlastního tvaru ve směru z je 15844,4 kg. Odpovídající hmotnost určená předcházejícím výpočtem 16942,2 kg se liší o 1097,8 kg, což je odchylka o 6,9 %. Je to dáno tím, že rameno není přesně ve čtvrtině rozpětí 21 m

od podpory, ale $r = \sqrt{\frac{M_{rot,y,l}}{m_{y,l}}} = \sqrt{\frac{1,49432 \cdot 10^7}{2 \cdot 15844,4}} = 21,7 \text{ m}$.

1.12.5 Příklad naladění tlumiče kmitání na antisymetrický ohybový tvar kmitu

Příklad naladění tlumiče kmitání na účinky harmonického kmitání v asymetrickém ohybovém vlastním tvaru na 3D konstrukci lávky viz 1.12.4. Byl proveden harmonický výpočet v programovém systému ANSYS se dvěma silami 1000 N umístěnými v místech maximální výchylky 1. vlastního tvaru.



Obr. 1.38 a) Model visutého mostu b) Asymetrický vlastní tvar c) Umístění zatížení

Na konstrukci byly zavěšeny dva tlumiče kmitání v místech působení harmonického zatížení modelované jako přidaná hmotnost zavěšená na pružině s tlumičem. V programovém systému ANSYS byly použity konečné prvky COMBINE14 pro pružinu s tlumičem a konečné prvky MASS21 pro přidanou hmotnost tlumiče. Pro určení efektivní modální hmotnosti byl použit postup výpočtu modální analýzy na polovině konstrukce s antisymetrickou okrajovou podmínkou viz 1.12.4. Hmotnostní poměr mezi hmotnostmi tlumiče a modální hmotností konstrukce v daném kmitu byl zvolen $\mu = 0,05$. Hmotnost tlumiče je tedy $m_{tl} = 0,05 \cdot 15844,4 \doteq 800 \text{ kg}$. Vlastní frekvenci kmitání tlumiče a jeho poměrný útlum lze vypočítat z empirických vzorců

$$f_{tl} = \frac{f_{konstr.}}{1 + \mu} \quad (1.52)$$

$$\zeta_{tl} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (1.53)$$

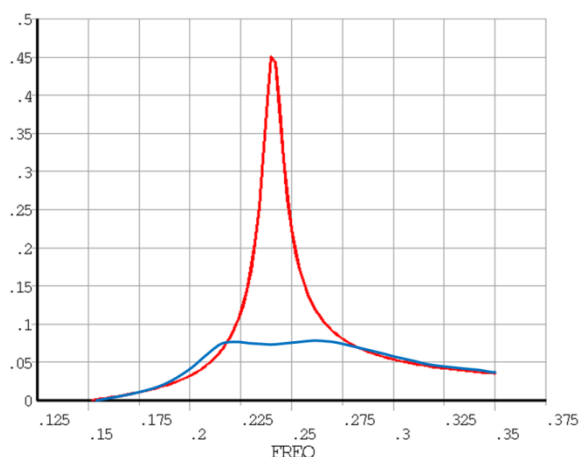
Pokud známe vlastní frekvenci a hmotnost omezovače kmitání lze přibližně určit tuhost omezovače podle vzorce

$$f_{tl} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{tl}}{m_{tl}}} \Rightarrow k_{tl} = m_{tl}(2\pi f_{tl})^2 \quad (1.54)$$

$$f_{tl} = \frac{f_{konstr.}}{1 + \mu} = \frac{0,24052}{1 + 0,05} = 0,22907 \text{ Hz}$$

$$k_{tl} = m_{tl}(2\pi f_{tl})^2 = 800(2\pi \cdot 0,22907)^2 = 1657,3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Pomocí parametrického výpočtu byl nalazen tlumič s hodnotou tuhosti $k_{tl} = 1750 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ a tlumení $c_{tl} = 400 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.



Obr. 1.39 Amplituda výchylky konstrukce bez a s tlumiči kmitání

Na obrázku 1.39 je červenou křivkou zobrazena závislost amplitudy výchylky konstrukce bez tlumiče na frekvenci buzení. Modrou křivkou závislost amplitudy výchylky konstrukce na frekvenci buzení s naladěnými tlumiči. Pro variantu s tlumiči kmitání došlo k redukci amplitudy výchylky 5,7x.

1.13 Programový systém optiSlang

Programový systém optiSlang uvedený na trh v roce 2002 je jeden z hlavních nástrojů pro Computer-Aided Engineering (CAE), což je proces řešení inženýrských problémů pomocí sofistikovaného, interaktivního grafického softwaru. OptiSlang umožňuje optimalizaci pro širokou škálu aplikací a stochastické analýzy, jako například analýzu citlivosti parametrů konstrukce, nebo optimalizace robustnosti návrhu konstrukce. OptiSlang není vázán na konkrétní výpočtový software, lze ho tedy používat s programem ANSYS, ale i třeba Microsoft Excel.

V této disertační práci byl optiSlang propojen s programovým systémem ANSYS, který slouží jako výpočetní jádro, optiSlang pouze pro preprocesing a post procesing, tedy pro zadávání vstupních hodnot určitých parametrů a pro zpracování jednotlivých hodnot výsledků. Komunikace mezi oběma programy je zajištěna pomocí předem definovaných dávek a textových souborů.

V programu ANSYS je vytvořen MKP výpočtový model konstrukce. Pomocí programovacího jazyku APDL je vytvořen dávkový soubor definující všechny potřebné vstupní parametry výpočtového modelu. Dále je připraven další dávkový soubor definující spuštění programu ANSYS, otevření výpočtového modelu, načtení

příslušného připraveného dávkového souboru, který zajistí změnu vstupních parametrů modelu a provedení výpočtu, a v poslední řadě definuje výstupní textový soubor provedení výpočtu. Jako třetí je připraven soubor generovaný během výpočtu programu ANSYS, kde lze dohledat jednotlivé požadované hodnoty výsledků.

Postup propojení obou programů je následující. V prostředí optiSlang načteme první připravenou dávku, kde označíme hodnoty jednotlivých vstupních parametrů (například tuhost, hmotnost), se kterými budeme pracovat. Každému určíme název a interval hodnot, kde by se hodnota měla pohybovat. Dále načteme třetí textový soubor se zápisem průběhu výpočtu, kde dohledáme, označíme a pojmenujeme hodnoty odpovídající našim sledovaným výsledkům (například výchylka, zrychlení).

Nyní určíme počet požadovaných realizací výpočtu a způsob generace náhodných hodnot vstupních parametrů v určených intervalech. OptiSlang nabízí celou škálu postupů na generaci množiny pseudonáhodných čísel jako například metodu Monte Carlo nebo Latin Hypercube Sampling. Ta byla použita při výpočtech v této práci.

Ted' už je postup výpočtu víceméně automatický. OptiSlang si načte předpřipravený první dávkový soubor, změní v něm příslušné vstupní parametry náhodným číslem v daných intervalech a uloží na disk. Druhou dávkou zavolá ANSYS, který otevře model konstrukce, pomocí upravené dávky změní parametry modelu a provede výpočet, jehož průběh ukládá do textového souboru. Po té co je výpočet ukončen, OptiSlang načte textový soubor z průběhu výpočtu, vyhledá konkrétní předem určené hodnoty výsledků a uloží si je. Dále se postup opakuje podle počtu požadovaných realizací.

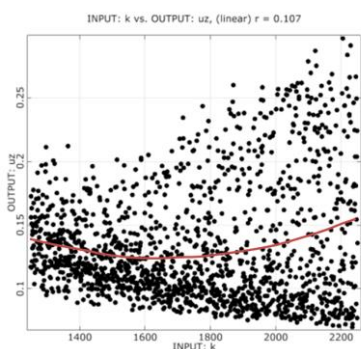
Po provedení všech realizací má optiSlang k dispozici tabulku s různými vstupními hodnotami a jím odpovídajícím výsledkům. Je tedy možné nechat si vykreslit 2D závislost dvou libovolných parametrů nebo výsledků a aproximovat je různými křivkami. Nebo je možnost nechat si vykreslit 3D závislost tří vstupních parametrů nebo výsledků a hodnoty aproximovat 3D plochou v interaktivním 3D grafu. V této práci byla použita 2D a 3D kvadratická aproximace výsledků. Plocha proložená jednotlivými výsledky realizací je použita pro vyhledání oblasti parametrů, kde se vyskytuje hledané maximum nebo minimum. Je provedeno odečtení hodnot parametrů spadajících do této oblasti a konečným výpočtem konstrukce s těmito parametry získaná maximální nebo minimální hodnota odezvy.

1.13.1 Nalezení hmotnosti tlumiče s využitím programového systému optiSlang.

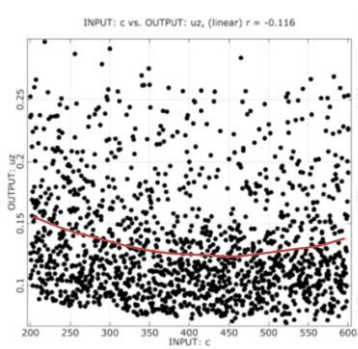
V příkladu v kapitole 1.12.5 byla hmotnost tlumiče zvolena na základě vzorce vycházejícího z dvoustupňové soustavy. Ověření této hodnoty bylo provedeno parametrickým výpočtem odezvy konstrukce s proměnnými hodnotami parametrů tlumičů kmitání s využitím programových systémů ANSYS a OptiSlang. Hledáme takové hodnoty parametrů tlumičů kmitání, pro které bude při zatížení konstrukce nejmenší hodnota odezvy. Odezva je sledována ve formě amplitudy výchylky konstrukce v polovině rozpětí. Pomocí postupu, popsaném v kapitole 1.13, bylo provedeno 1500 náhodných realizací zatížení konstrukce s náhodnými hodnotami parametrů tlumičů

kmitání m_{tl} , k_{tl} , c_{tl} . V následujících obrazových výstupech programu OptiSlang jsou jednotlivé realizace parametrických výpočtů vykresleny černými body.

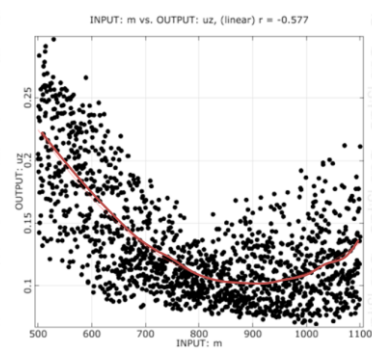
Na obrázcích 1.40 až 1.42 je vykreslena 2D závislost výchylky konstrukce na jednom z parametru tlumiče kmitání. Zleva na tuhosti, tlumení a hmotnosti. Z jednotlivých černých bodů jednotlivých provedených realizací byla provedena kvadratická aproximace, která je znázorněná červenou křivkou v obrázcích.



Obr. 1.40 Závislost amplitudy výchylky na změně tuhosti

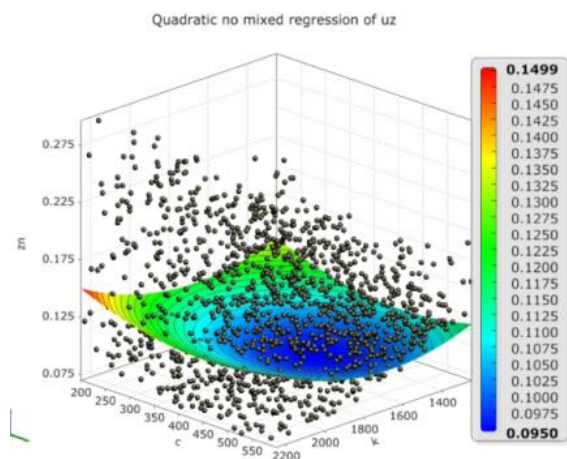


Obr. 1.41 Závislost amplitudy výchylky na změně tlumení

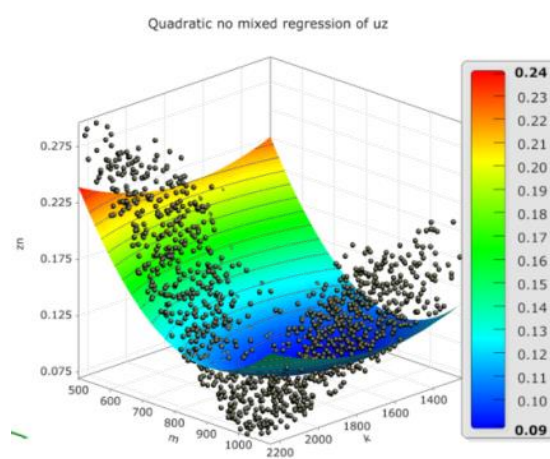


Obr. 1.42 Závislost amplitudy výchylky na změně hmotnosti

Na obrázcích 1.43 až 1.45 je vykreslena závislost amplitudy výchylky konstrukce na změně současně dvou parametrů tlumiče kmitání. Černými body, znázorňujícími jednotlivé realizace výsledků, je proložena plocha pomocí kvadratické aproximace, která upřesňuje oblast, kde se vyskytuje hledané minimální řešení. Hledaná oblast je vykreslena tmavě modrou barvou.



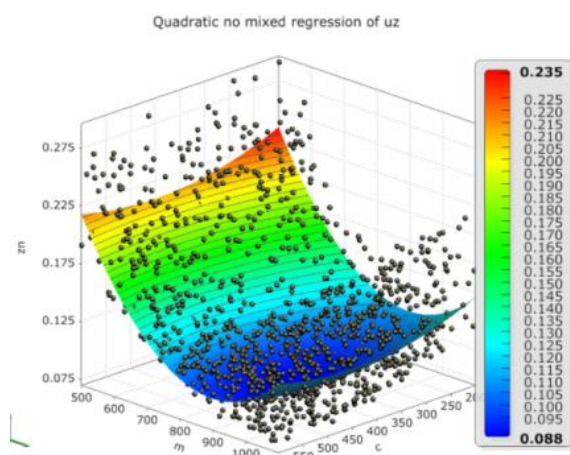
Obr. 1.43 Závislost amplitudy výchylky na změně tuhosti a tlumení tlumiče



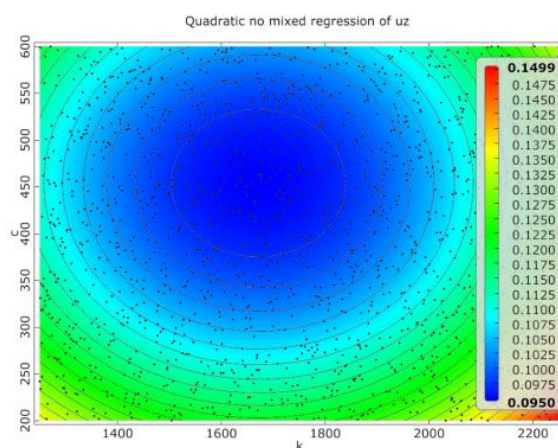
Obr. 1.44 Závislost amplitudy výchylky na změně tuhosti a hmotnosti tlumiče

Půdorysné pohledy na dané plochy jsou vykresleny na obrázcích 1.46 až 1.48, kde je lépe vidět, pro které intervaly hodnot jednotlivých parametrů tlumičů by mělo nastat minimum odezvy na konstrukci. Hledaná hodnota hmotnosti tlumiče se pohybuje v intervalu $\langle 860 \text{ kg} ; 925 \text{ kg} \rangle$ při závislosti amplitudy výchylky na změně

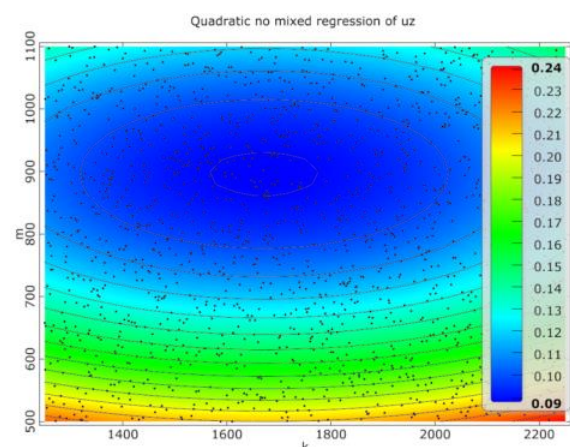
hmotnosti a tuhosti viz obr. 1.46 a v intervalu $\langle 850 \text{ kg} ; 935 \text{ kg} \rangle$ při změně hmotnosti a tlumení viz obr. 1.47. Průměrem středních hodnot obou intervalů dostaneme hodnotu 892,5 kg. Pro tuto hodnotu hmotnosti tlumiče kmitání by měla nastat na konstrukci při daném zatížení nejmenší amplituda výchylky. Tato hodnota odpovídá 5,63 % kmitající hmotnosti konstrukce daného vlastního tvaru.



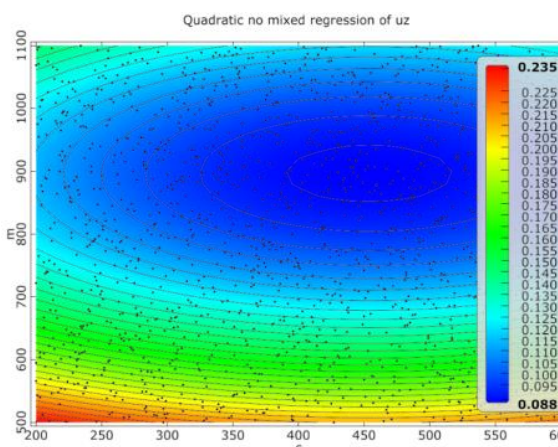
Obr. 1.45 Závislost amplitudy výchylky na změně tlumení a hmotnosti tlumiče



Obr. 1.46 Závislost amplitudy výchylky na změně tuhosti a tlumení tlumiče



Obr. 1.47 Závislost amplitudy výchylky na změně tuhosti a hmotnosti tlumiče



Obr. 1.48 Závislost amplitudy výchylky na změně tlumení a hmotnosti tlumiče

1.13.2 Závěry z provedených výpočtů

Z výše uvedených příkladů vyplývá, že pro správné určení hmotnosti tlumiče kmitání je třeba správně určit kmitající hmotu konstrukce v určitém vlastním tvaru. U štíhlých mostních konstrukcí vznikají asymetrické vlastní tvary, kde se opačně kmitající části konstrukce vyruší. Jsou ukázány možnosti jak určit kmitající hmotu i u těchto vlastních tvarů a tím pádem určit správnou hmotnost tlumičů kmitání.

V příkladu naladěného tlumiče kmitání dojde k největší redukci odezvy na zatížení v případě hmotnosti tlumiče v rozmezí 5 - 6 % vypočtené kmitající hmotnosti konstrukce.

2. ČÁST – CÍLE PRÁCE

Hlavním cílem disertační práce je porovnat odezvy konstrukcí lávek na různé zatěžovací modely chodců. Jako první bude uvažován v praxi běžně používaný model, kde jsou účinky chodců nahrazeny silami působícími v určitém místě na mostní konstrukci. Druhý model zohlední zatížení chodci s proměnnou polohou sil odpovídající pohybu při přechodu chodců přes lávku. Pro porovnání bude třeba nalézt extrémní hodnoty odezvy závislé na parametrech chůze chodců, k čemuž lze využít program OptiSlang. Výpočty odezev budou provedeny metodou konečných prvků v programovém prostředí ANSYS.

Nejprve budou zvolené modely chodců testovány na konečněprvkových modelech zjednodušených konstrukcí „lehké“ a „těžké“ lávky. Předpokládají se účinky dvou synchronně jdoucích chodců. Dále budou porovnány odezvy na třech konstrukcích visutých a zavěšených lávek. Model chodců bude nahrazovat dva synchronně jdoucí chodce, popřípadě čtyři dvojice za sebou synchronizovaně jdoucích chodců. Získané výsledné výsledky budou vyhodnoceny a porovnány.

Dílčím cílem práce je sledování komfortu při přechodu chodců lávky pro model s pevnou polohou sil a pro modely s proměnnou polohou sil. Jako jedna z možných sledovaných hodnot komfortu je velikost zrychlení pohybu konstrukce. Jako kritérium pro svislé kmitání se uvažuje limitní hodnota $0,700 \text{ m.s}^{-2}$. Bude analyzováno, pro jakou skupinu synchronizovaných a nesynchronizovaných chodců je toto kritérium splněno, a kdy je potřeba uvažovat o možné instalaci tlumičů nadměrného kmitání.

Další dílčím cílem je sledování závislostí mezi hmotností konstrukce a její citlivostí na zatížení chodci.

Jedním z cílů práce je zanalyzovat možnosti použití zařízení k redukci kmitání u konstrukcí překračující limitní hodnoty komfortu chodců. Určení optimálních parametrů vybraných variant tlumičů pomocí programu OptiSlang a vyhodnocení jejich účinnosti při odezvě na zatížení dvěma chodci a čtyřmi dvojicemi chodců. Dalšími z cílů je sledovat a zanalyzovat závislosti hmotnosti tlumiče kmitání a modální hmotnosti konstrukce lávky.

3.ČÁST – PROVEDENÉ SIMULACE A UVEDENÍ NOVÝCH POZNATKŮ

3.1 Pohyb chodců po konstrukci

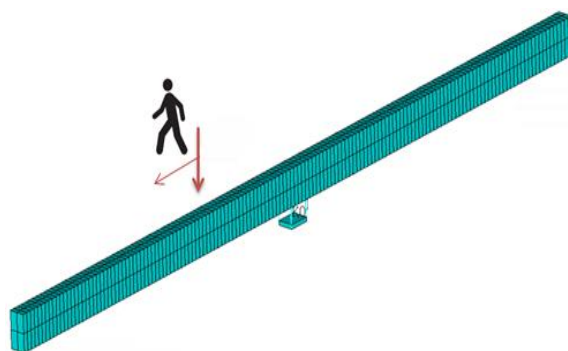
Chování konstrukcí zatížených pohybem chodců bylo testováno na dvou jednoduchých náhradních modelech lávky. První odpovídá nějaké těžké konstrukci lávky s betonovou mostovkou a druhý konstrukci ocelové lávky s lehkou mostovkou. Parametry výpočtových modelů jsou uvedeny v tabulce 3.1. Konstrukce jsou zjednodušeně modelovány jako prostý nosník o délce 15 m, na kterém je uprostřed rozpětí připojen tlumič kmitání, který může být neaktivní, nebo aktivní. Hmotnost tlumiče kmitání odpovídá 5 % kmitající hmoty modelu, tzn. pro lehkou lávku 555 kg a pro těžkou lávku 2882 kg.

Tab. 3.1 Přehled parametrů náhradních modelů konstrukcí lávek

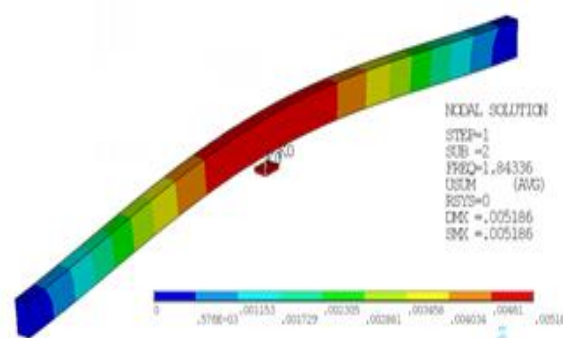
Veličina	Těžká lávka	Lehká lávka
Náhradní hmotnost na 1 m/b	5000 kg.m ⁻¹	900 kg.m ⁻¹
Modul pružnosti	30 GPa	210 GPa
Součinitel příčné kontrakce	0,2	0,3
1. ohybová frekvence ve svislém směru	1,843 Hz	1,820 Hz
Poměrný útlum konstrukce	2,0 %	0,5 %
Modální hmotnost odpovídající vlastnímu tvaru	60280 kg	11101 kg

3.2 Dynamická odezva modelu těžké lávky s neaktivním tlumičem kmitání na pohyb chodce

Náhradní model těžké lávky má první ohybovou frekvenci ve svislém směru $f_1 = 1,843$ Hz. Schéma výpočtového modelu a tvar vlastního kmitu jsou zobrazeny na obr. 3.1 a 3.2.



Obr. 3.1 Model konstrukce



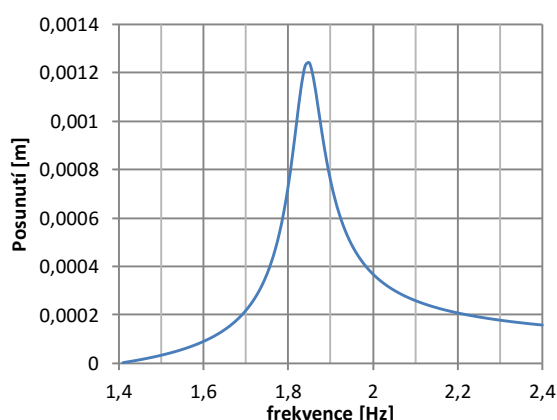
Obr. 3.2 První ohybový vlastní tvar kmitu ve svislém směru

Uprostřed rozpětí modelu je přiložena budící síla nahrazující účinky dvou synchronně se pohybujících chodců. Tato síla je chápána jako harmonická a předpokládá se, že

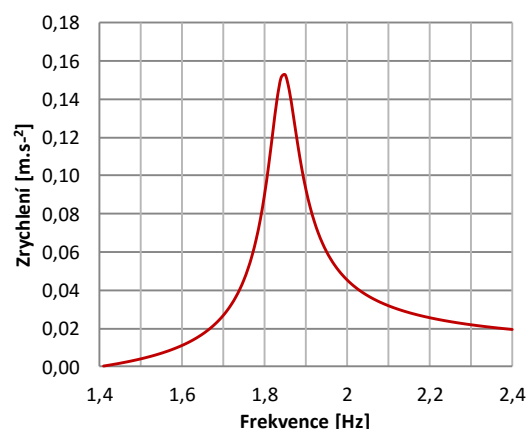
buzení je přiloženo v místě kmitny vlastního tvaru kmitu. Amplituda této síly definována vztahem 1.14 je vyjádřena jako

$$F_{p(t)} = N \cdot G \cdot \alpha_i = 2.700 \cdot 0,4 = 560 \text{ N.}$$

Byl proveden výpočet harmonické odezvy. Výsledky jsou vyjádřeny ve formě amplitudofrekvenčních závislostí. Na obr. 3.3 je zobrazena amplitudofrekvenční závislost amplitudy výchylky ve svislém směru a na obr. 3.4 amplitudofrekvenční závislost amplitudy zrychlení ve svislém směru ve frekvenční oblasti 1,4 – 2,4 Hz.



Obr. 3.3 Amplitudofrekvenční charakteristika – amplituda výchylky u_z



Obr. 3.4 Amplitudofrekvenční charakteristika – amplituda zrychlení a_z

Výpočtem bylo zjištěno, že maximální hodnota amplitudy kmitání je 1,23 mm a odpovídající maximální hodnota zrychlení je $0,153 \text{ m.s}^{-2}$.

Tento výpočet neodpovídá reálnému chování konstrukce buzené chodci, protože chodci se po konstrukci lávky přemisťují. Proto byl proveden výpočet zohledňující přechod chodců po konstrukci. Pohyb dvou chodců jdoucích vedle sebe je nahrazen budící harmonickou silou s proměnnou polohou dle rovnice 3.1. Výpočet je řešen přímou integrací v absolutních souřadnicích. Nejdříve je proveden výpočet ustáleného stavu konstrukce od vlastní tíhy a následně model zatěžován v krocích silami měnícími svoji velikost a pozici v každém kroku. Byly srovnány výsledky lineárního výpočtu s výpočtem s geometrickou nelinearitou, ale z důvodu zanedbatelného rozdílu jsou výpočty dále prováděny jako lineární.

$$F_{(t)} = 2 \cdot [700 + 180 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t)] \quad (3.1)$$

Poměrný útlum 2 % modelu byl přepočten na hodnoty Rayleighova modelu tlumení s koeficienty $\alpha = 0,23$ a $\beta = 0,00175$. Aby bylo dosaženo extrémních hodnot kmitání konstrukce, je třeba, aby chůze chodců byla prakticky shodná s frekvencí modelu. To znamená, že je třeba určit rychlost pohybu chodců, při které tento stav nastane. Tu lze určit jako podíl délky a periody kroku, nebo jako součin délky kroku a frekvence pokládání nohou na konstrukci, tedy

$$v_{ch} = \frac{d_k}{T} = d_k \cdot f_p. \quad (3.2)$$

Předpokládejme, že délka kroku při běžné chůzi je 0,8 m. Dále vycházíme z toho, že vlastní frekvence modelu je $f = 1,843$ Hz. Tuto kombinaci parametrů rychlosti pohybu chodců označme jako varianta 1. Rychlost chůze chodců v_{ch} je tedy dle vztahu 3.3 $5,301 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Vzhledem k tomu, že je k řešení použita přímá numerická integrace, je tomu podřízen pro jednodušší zadávání zatížení výpočtový model konstrukce, který je rozdělen na 150 dílčích úseků. Každý úsek má délku

$$\Delta_s = \frac{d}{150} = 0,1 \text{ m}. \quad (3.3)$$

Při uvedené rychlosti tomuto úseku odpovídá časový krok

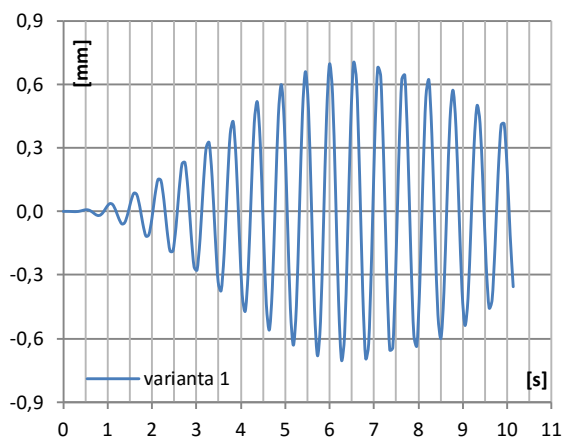
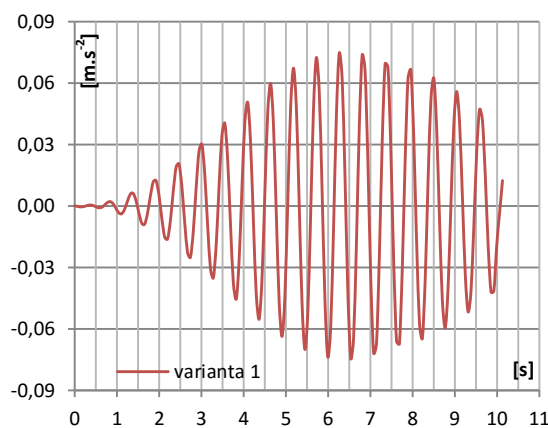
$$\Delta t = \frac{\Delta_s}{v_{ch}} = 0,0678 \text{ s}. \quad (3.4)$$

Velikost tohoto časového přírůstku je dostačující pro daný způsob integrace, co se týká přesnosti výpočtu. Na obr. 3.5. je modrou barvou vykreslena dynamická odezva. Aby bylo možné porovnat tyto výsledky s předcházející variantou výpočtu harmonické odezvy v relativních souřadnicích, je třeba odečíst statické svislé posunutí uprostřed rozpětí reprezentované v téže grafu červenou křivkou, popřípadě provést buzení pouze dynamickou složkou ztížení.



Obr. 3.5 Varianta 1 – svislý posuv u_z v absolutních souřadnicích

Graf svislého posuvu od dynamické složky buzení je zobrazen na obrázku 3.6. Tomu odpovídající průběh zrychlení a_z uvedený na obr. 3.7. Maximální hodnota výchylky je $0,703 \text{ mm}$ a odpovídající zrychlení $0,076 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

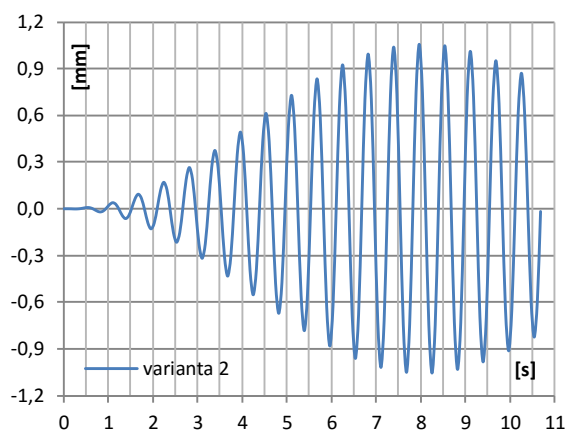
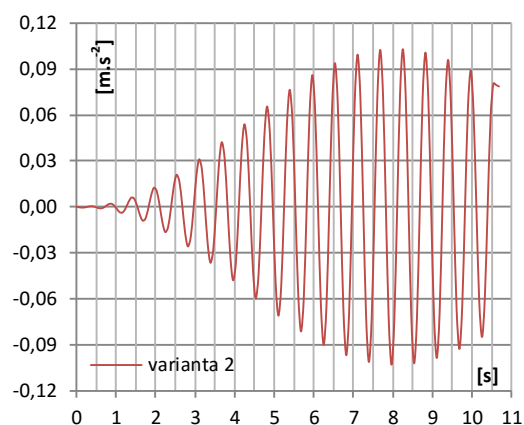
Obr. 3.6 Varianta 1 – svislý posuv u_z pouze od dynamické složky buzeníObr. 3.7 Varianta 1 – průběh zrychlení a_z

Dále byly hledány největší hodnoty odezvy od pohybu dvou chodců po konstrukci úpravou rychlosti pohybu a ty porovnány s výsledky amplitud výchylek a zrychlení čistě harmonické odezvy. Rychlost pohybu chodce byla nalezena třemi parametrickými výpočty. První výpočet s pevnou délkou kroku a měnící se frekvencí pokládání nohou na konstrukci je označena jako varianta 2. Ve variantě 3 s uvažovanou pevnou frekvencí kroku a proměnnou délkou kroku a u varianty 4 s proměnnou velikostí obou parametrů rychlosti chůze. Rozsah parametrů rychlosti chůze jednotlivých variant je uveden v tabulce 3.2.

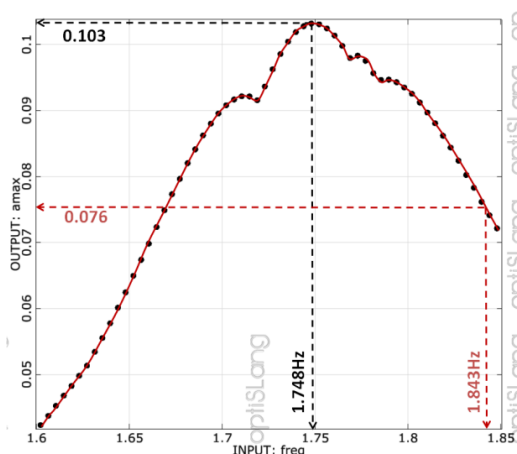
Tab. 3.2 Přehled variant parametrů rychlosti chůze pro hledání největší odezvy

Varianta	Frekvence kroku chůze f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Rychlost pohybu v [m.s ⁻¹]	Rychlost pohybu v [km.h ⁻¹]
1	1,843	0,800	1,474	5,301
2	<1,600;1,850>	0,800	<1,280;1,480>	<4,608;5,328>
3	1,843	<0,500;1,500>	<0,922;2,765>	<3,319;9,952>
4	<1,600;1,850>	<0,600;1,500>	<0,960;2,775>	<3,456;9,990>

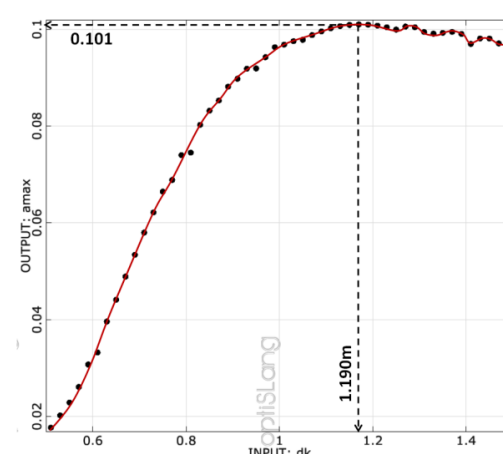
Pro nalezení největších hodnot odezvy konstrukce pro variantu 2, byl proveden parametrický výpočet na zatížení nosníku chodce s pevnou hodnotou délky kroku rovnou 0,8 m a náhodnou hodnotou parametru frekvence kroku na intervalu f <1,600;1,850> [Hz]. K výpočtu byly použity dva programové systémy ANSYS a OptiSlang viz kapitola 1.13. Pomocí řídicích dávek byly provedeny výpočty, ve kterých se mění hodnota frekvence kroku v daném intervalu. Výsledky jsou zpracovány graficky. Na obr. 3.10 je vykreslena závislost zrychlení na konstrukci na změně frekvence kroku chůze. Z grafu je patrné, že největší hodnota odezvy nastává při frekvenci kroku chůze 1,748 Hz. V tomto případě je menší vzhledem k frekvenci kroku v předchozí variantě o 5,18 %. Maximální hodnota odezvy ve výchylkách je v tomto případě 1,056 mm a odpovídající hodnota zrychlení 0,103 m.s⁻². Nastal nárůst ve zrychlení vůči předchozí variantě o 35,5 %. Průběhy posunů a zrychlení pro variantu 2 jsou vykresleny na obr. 3.8 a 3.9.


 Obr. 3.8 Varianta 2 – svislý posuv u_z

 Obr. 3.9 Varianta 2 – průběh zrychlení a_z

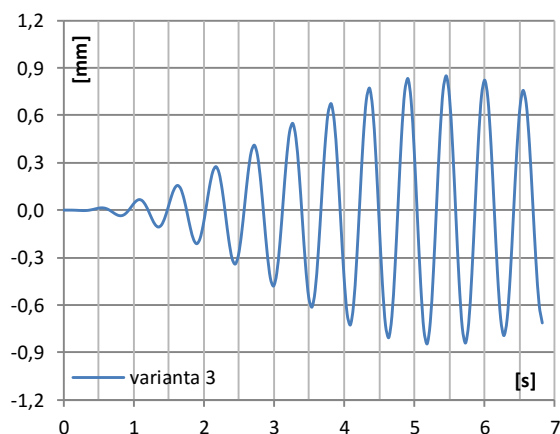
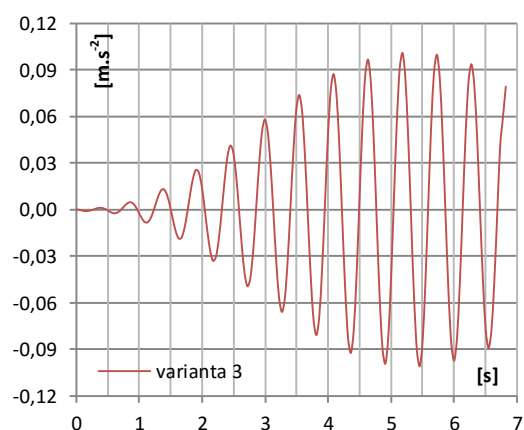
Parametrický výpočet pro variantu 3 počítá s pevnou hodnotou frekvence kroku chůze rovnou 1,843 Hz a náhodnou hodnotou délky kroku na intervalu $d_k \langle 0,500; 1,500 \rangle$ [m]. Graficky zpracované výsledky výpočtu jsou zobrazeny na obr. 3.11. Největší odezva na konstrukci pro chůzi s frekvencí kroku 1,843 Hz nastane, když délka kroku chodce dosáhne hodnoty 1,190 m. Tomu odpovídá rychlost $2,194 \text{ m.s}^{-1}$, resp. $7,897 \text{ km.h}^{-1}$.



Obr. 3.10 Závislost maximálního zrychlení na frekvenci kroku chůze

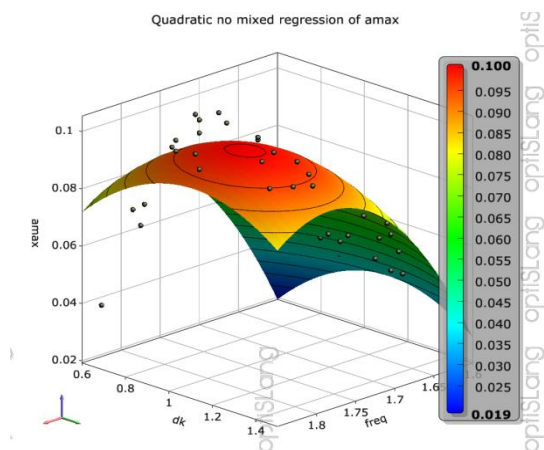


Obr. 3.11 Závislost maximálního zrychlení na délce kroku

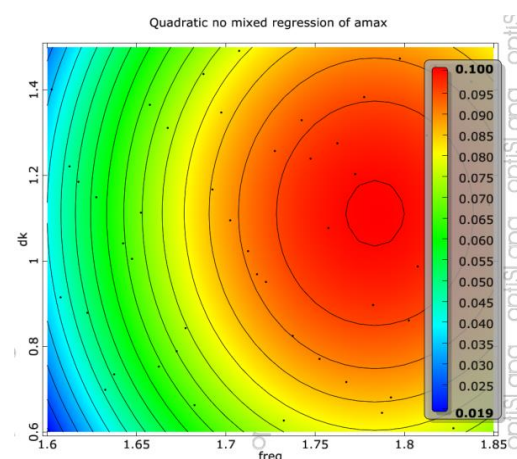

 Obr. 3.12 Varianta 3 – svislý posuv u_z

 Obr. 3.13 Varianta 3 – průběh zrychlení a_z

Maximální hodnota odezvy ve výchylkách je 0,846 mm a odpovídající hodnota zrychlení $0,101 \text{ m.s}^{-2}$. Nárůst délky kroku je oproti variantě 1 o 48,8 % a nárůst hodnoty maximálního zrychlení na konstrukci o 34,7 %. Průběhy posuvů a zrychlení pro variantu 3 jsou vykresleny na obr. 3.12 a 3.13.

V poslední variantě 4 nemá ani jeden z parametrů rychlosti chůze pevnou hodnotu. Oba jsou náhodně brány z intervalů $f \langle 1,600; 1,850 \rangle \text{ [Hz]}$ a $d_k \langle 0,600; 1,500 \rangle \text{ [m]}$. Získané hodnoty zrychlení jsou uvedené na obrázku 3.14.

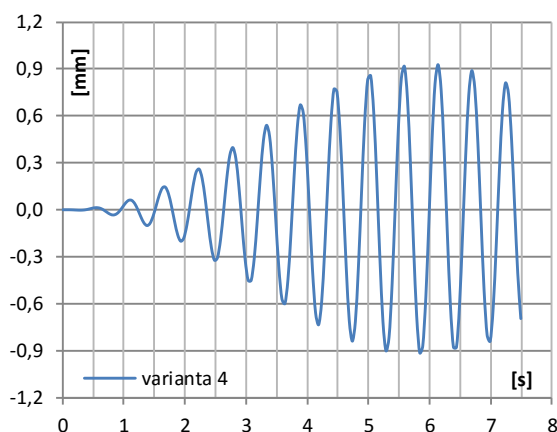


Obr. 3.14 Závislost maximálního zrychlení na délce a frekvenci kroku chodců

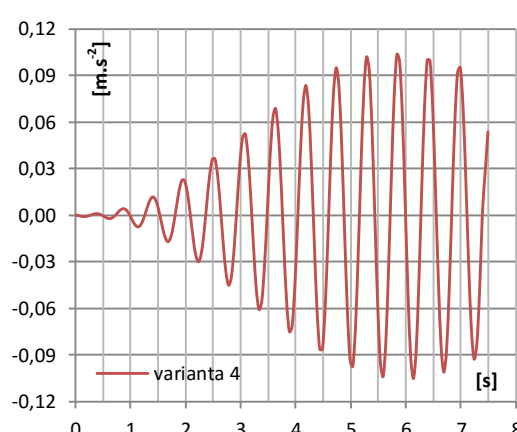


Obr. 3.15 Závislost maximálního zrychlení na délce a frekvenci kroku chodců

Černé body znázorňují výsledky odezvy. Jedná se o zrychlení jednotlivých provedených výpočtů. Těmito body je proložena barevná plocha, která je jejich kvadratickou aproximací a je použita k lokalizaci oblasti, ve které se nachází maximální hodnota odezvy. Půdorysný pohled na tuto plochu je zobrazen na obr. 3.15. Je vidět, pro které intervaly parametrů rychlosti chůze chodců nastane na konstrukci maximum odezvy.



Obr. 3.16 Varianta 4 – svislý posuv u_z



Obr. 3.17 Varianta 4 – průběh zrychlení a_z

Vodorovná osa x ukazuje frekvenci kroků chůze v [Hz], svislá osa y délku kroku chodců v metrech. Hodnota maximální odezvy ve zrychleních nastane při délce kroku

v intervalu $\langle 1,045; 1,200 \rangle$ [m] a zároveň s frekvencí kroku chůze v intervalu $\langle 1,765; 1,800 \rangle$ [Hz]. Jsou vzájemně střední hodnoty těchto intervalů - délka kroku 1,120 m a frekvence kroku 1,783 Hz a znovu proveden výpočet odezvy. Tomu odpovídá rychlost pohybu chodců $1,999 \text{ m.s}^{-1}$ resp. $7,069 \text{ km.h}^{-1}$. Maximální hodnoty odezvy vypočtené z těchto parametrů jsou výchylka 0,914 mm a odpovídající zrychlení $0,104 \text{ m.s}^{-2}$. Posuvy a zrychlení bodu uprostřed rozpětí pro variantu 4 jsou vykresleny na obr. 3.16 a 3.17.

Existuje i přibližný postup výpočtu maximálního zrychlení konstrukce. Jedná se o výpočet pomocí normového vzorce podle EN1995-2 [17] viz tabulka 1.8. Pro svislou odezvu je hodnota $a_{vert,1} = \frac{200}{M\zeta}$, kde M je hmotnost a ζ poměrný útlum konstrukce, dále n počet přecházejících chodců a k_{vert} konstanta určená z grafu na obr. 1.11 závisící na vlastní frekvenci. Dosazení do vzorce má následující tvar.

$$a_{vert,2} = 0,23 \cdot a_{vert,1} \cdot n \cdot k_{vert} = 0,23 \cdot \frac{200}{M\zeta} \cdot 2 \cdot k_{vert} = 0,23 \cdot \frac{200}{15.5000 \cdot 0,02} \cdot 2,1 \\ = 0,061 \text{ m.s}^{-2}$$

Uvedené výsledky výpočtů odezev na náhradní konstrukci těžké lávky zatížené pohybem dvěma chodci jsou shrnuty do tabulky 3.3.

Tab. 3.3 Přehled odezev těžké lávky pro jednotlivé případy zatížení dvěma chodci

Varianty	Frekvence chůze f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Rychlost pohybu v [m.s ⁻¹]	Rychlost pohybu v [km.h ⁻¹]	Maximální výchylka konstrukce u_{max} [mm]	Maximální zrychlení konstrukce a_{max} [m.s ⁻²]
Harmonická analýza					1,230	0,153
2 osoby dle EN 1995-2					-	0,061
1	1,843	0,800	1,475	5,309	0,703	0,076
2	1,748	0,800	1,398	5,034	1,056	0,103
3	1,843	1,190	2,194	7,897	0,846	0,101
4	1,783	1,120	1,999	7,069	0,914	0,104

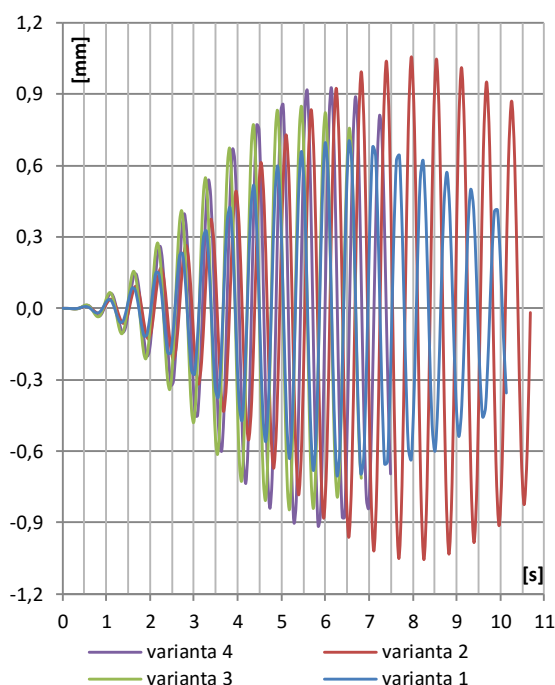
Z tabulky vyplývá, že výsledky výpočtu čistě harmonické odezvy jsou nadhodnocené vzhledem k výsledkům odezvy přesnějšího modelu zatížení pohybujícími se chodci po konstrukci. Co se týče parametrických výpočtů, potom na hodnotu maximální odezvy konstrukce mají prakticky stejný vliv oba parametry chůze. Maximální hodnota výchylky byla dosažena ve variantě 2 s pevnou hodnotou parametru délky kroku 0,8 m. Maximální odezva ve zrychlení byla dosažena ve variantě 4 při proměnných obou parametrech rychlosti chůze chodců a to $a_{max} = 0,104 \text{ m.s}^{-2}$. Tato hodnota je 1,4x vyšší než maximální odezva ve variantě 1 a 1,7x vyšší než normová hodnota spočtená dle [17], ale i tak 1,5x nižší než maximální hodnota vypočtená čistě harmonickou odezvou. Pro lepší porovnání jsou na obrázcích 3.18 a 3.19 společně zobrazeny posuvy a zrychlení pro varianty 1 až 4. Limitní hodnoty

komfortu chodců na lávce jsou dle několika různých autorů shrnuty do tab. 1.7. Budeme-li vycházet z Eurokódu 1990 [18], je limitní zrychlení na konstrukci $0,700 \text{ m.s}^{-2}$. Odezva na zatížení chodci na těžké lávce se pohybuje kolem $0,104 \text{ m.s}^{-2}$, což je daleko pod limitem. Jelikož jsou provedené výpočty lineární, je možné odvodit, pro kolik chodců nastane na konstrukci limitní hodnota zrychlení. V kapitole 1.6 jsou uvedeny vzorce pro určení dynamické složky síly od synchronizovaných a nesynchronizovaných chodců, nesynchronizovaná skupina se bere jako počet chodců pod odmocninou.

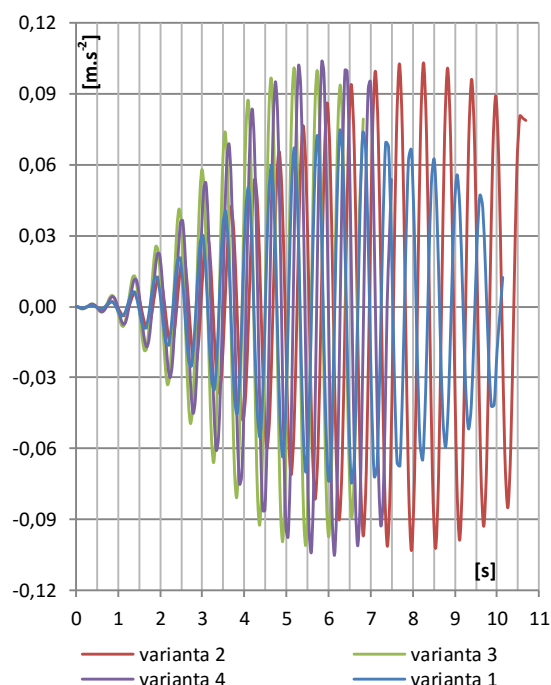
Tab. 3.4 Těžká lávka - přehled odezev na různá zatížení chodci

Počet chodců	Typ skupiny	Maximální výchylka konstrukce u_{max} [mm]	Maximální amplituda zrychlení a_{max} [m.s^{-2}]
2	synchronizovaná	0,914	0,104
13	synchronizovaná	5,941	0,676
15 [8]	nesynchronizovaná	1,770	0,201
181	nesynchronizovaná	6,148	0,699

Z tabulky 3.4 vyplývá, že limitní hodnoty komfortu pohybu chodců na lávce nastanou až při pohybu 13ti synchronizovaných chodců po mostovce, nebo až 181 nesynchronizovaných chodců, tato hodnota ale odpovídá ne skupině ale davu, pro který jsou jiné výpočetní postupy. Výsledky ukazují, že těžká konstrukce lávky je méně náchylná na kmitání způsobenému zatížením chodci a není ji v libovolném případě třeba opatřovat zařízeními na redukci kmitání.



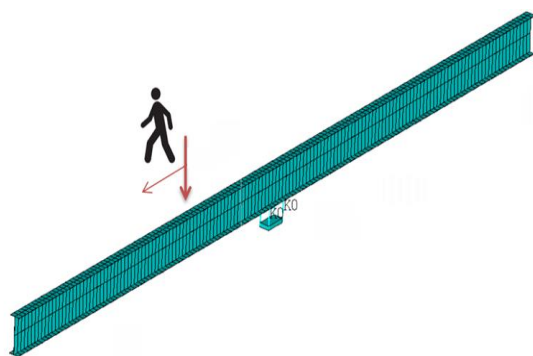
Obr. 3.18 Varianta 1 až 4 – svislý posuv u_z



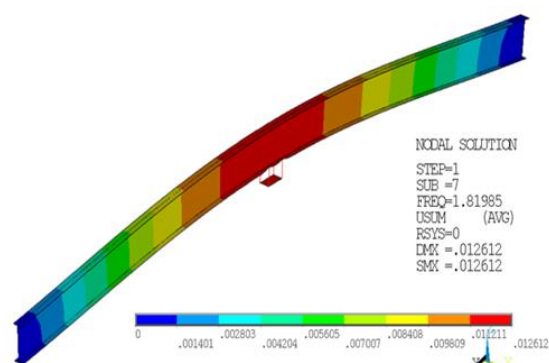
Obr. 3.19 Varianta 1 až 4 – průběh zrychlení a_z

3.3 Dynamická odezva modelu lehké lávky s neaktivním tlumičem kmitání na pohyb chodce

Jak se bude chovat ocelová konstrukce lávky je simulováno na náhradním modelu lehké lávky s parametry uvedenými v tabulce 3.1. Schéma výpočtového modelu a tvar vlastního kmitu jsou zobrazeny na obr. 3.20 a 3.21.

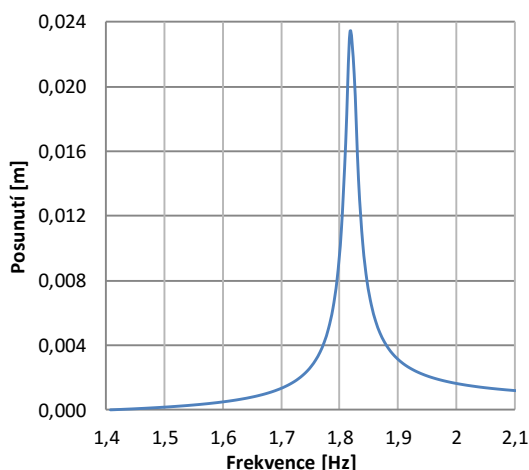


Obr. 3.20 Model konstrukce

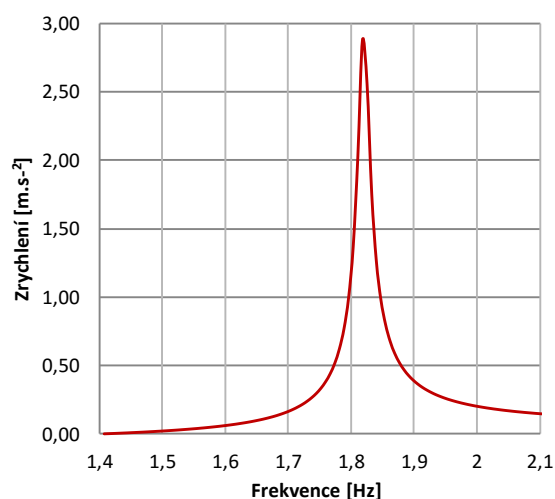


Obr. 3.21 První ohybový vlastní tvar kmitu ve svislém směru

Uprostřed rozpění modelu je přiložena stejná budící síla nahrazující účinky dvou synchronně se pohybujících chodců jako na těžké lávce v kapitole 3.2. Amplitudofrekvenční závislosti výpočtu čistě harmonické odezvy jsou vykresleny na obr. 3.22 a 3.23.



Obr. 3.22 Amplitudofrekvenční charakteristika – amplituda výchylky u_z



Obr. 3.23 Amplitudofrekvenční charakteristika – amplituda zrychlení a_z

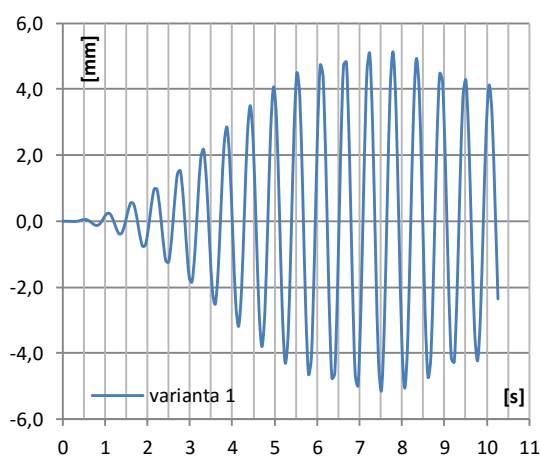
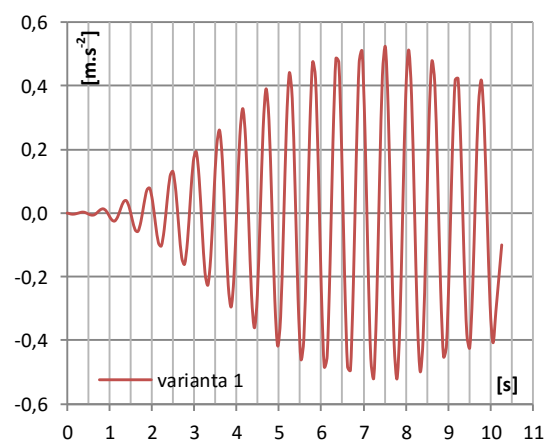
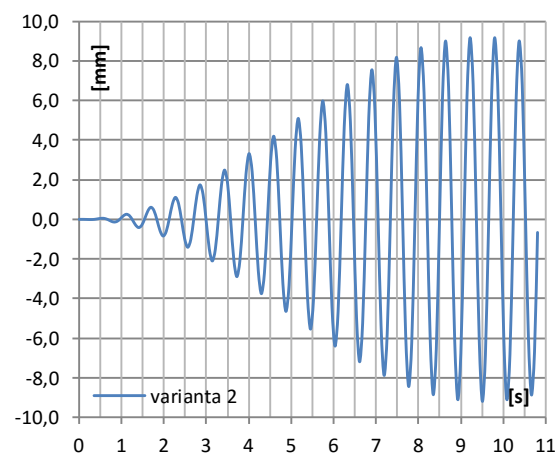
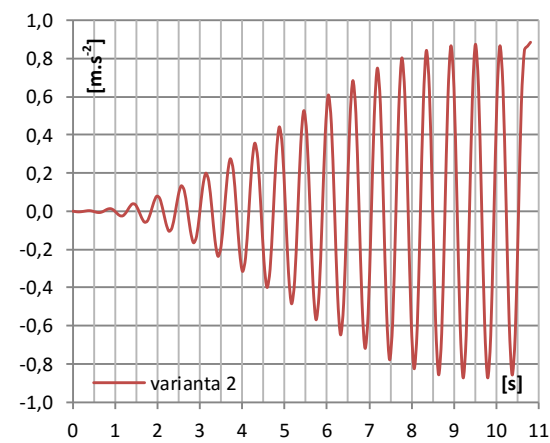
Maximální hodnota amplitudy kmitání je 23 mm a odpovídající maximální hodnota amplitudy zrychlení dosahuje hodnoty $2,876 \text{ m.s}^{-2}$.

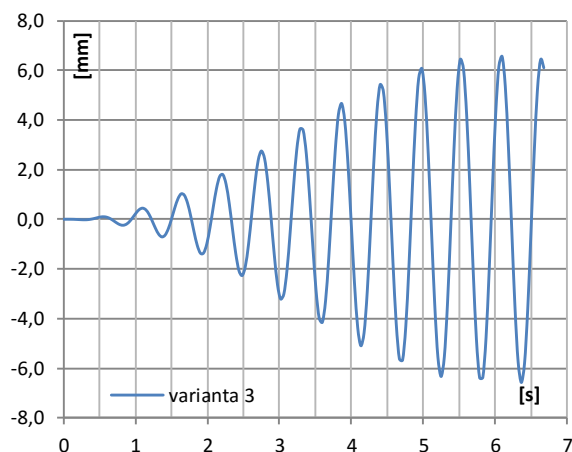
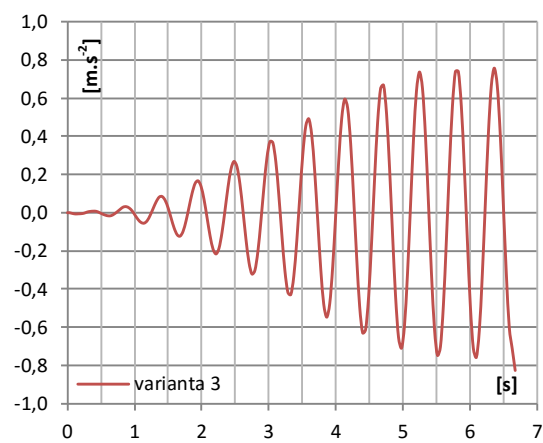
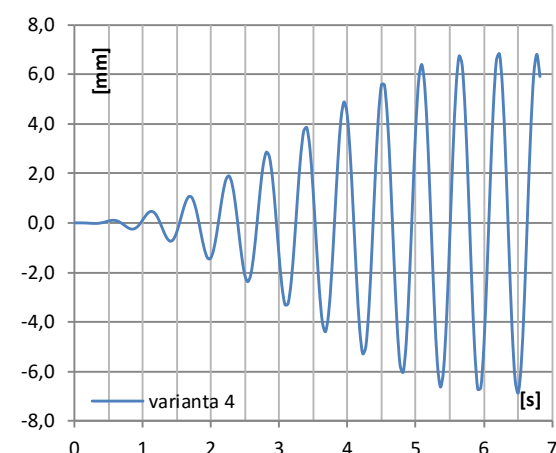
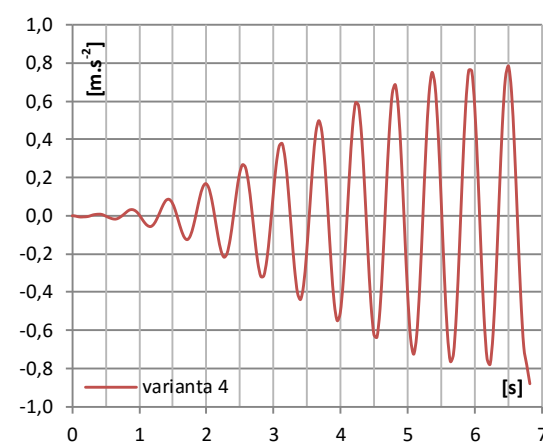
Dále jsou provedeny stejně jako v kapitole 3.2 parametrické výpočty posuvů a zrychlení na konstrukci zatíženou harmonickou silou s proměnnou polohou dle rovnice 3.1 pro čtyři varianty parametrů rychlosti chůze dle tabulky 3.5.

Tab. 3.5 Přehled variant parametrů rychlosti chůze pro hledání největší odezvy

Varianta	Frekvence kroku chůze f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Rychlost pohybu v [m.s ⁻¹]	Rychlost pohybu v [km.h ⁻¹]
1	1,820	0,800	1,456	5,241
2	<1,550;1,900>	0,800	<1,240;1,520>	<4,464;5,472>
3	1,820	<1,000;1,800>	<1,820;3,276>	<6,552;11,794>
4	<1,550;1,900>	<1,000;1,800>	<1,550;3,420>	<5,580;12,312>

Pro varianty 2, 3 a 4 byly provedeny parametrické výpočty pro nalezení parametrů rychlosti chodců vyvolující nejhorší účinky na konstrukci. Jednotlivé průběhy kmitání v čase ve formě dynamických výchylek a zrychlení jsou vykresleny v grafech na obrázcích 3.24 až 3.31. Maximální hodnoty všech variant jsou uvedeny v tabulce 3.6.

Obr. 3.24 Varianta 1 – svislý posuv u_z Obr. 3.25 Varianta 1 – průběh zrychlení a_z Obr. 3.26 Varianta 2 – svislý posuv u_z Obr. 3.27 Varianta 2 – průběh zrychlení a_z

Obr. 3.28 Varianta 1 – svislý posuv u_z Obr. 3.29 Varianta 1 – průběh zrychlení a_z Obr. 3.30 Varianta 2 – svislý posuv u_z Obr. 3.31 Varianta 2 – průběh zrychlení a_z

Výpočet přibližného maximálního zrychlení v tomto případě dle [17] je

$$a_{vert,2} = 0,23 \cdot a_{vert,1} \cdot n \cdot k_{vert} = 0,23 \cdot \frac{200}{M\zeta} \cdot 2 \cdot k_{vert} = 0,23 \cdot \frac{200}{15.900.0,005} \cdot 2.1$$

$$= 1,363 \text{ m.s}^{-2}$$

V tabulce 3.6 je vidět, že i u lehké konstrukce lávky jsou výsledky výpočtu čistě harmonické odezvy silně nadhodnoceny. Co se týče výsledků parametrických výpočtů, tak na hodnotu maximální odezvy konstrukce má větší vliv frekvence kroků chůze. Maximální hodnota výchylky i zrychlení byla dosažena ve variantě 2 s pevnou hodnotou parametru délky kroku 0,8 m a to jak pro zatížení dvěma synchronizovanými chodci, tak také pro čtyři dvojice synchronizovaných chodců. Hodnota maximálního zrychlení je $a_{max} = 0,885 \text{ m.s}^{-2}$. Tato hodnota je 1,7x vyšší než maximální odezva ve variantě 1, ale 1,6x nižší než normová hodnota spočtená dle [17] a až 3,2x nižší než maximální hodnota výpočtu čistě harmonické odezvy.

V tabulce 3.7. je přidáno porovnání odezvy od nesynchronizované skupiny 15ti osob dle [8]. V obou případech došlo k nesplnění kritéria komfortu chodců dle [18], která uvádí limitní hodnotu zrychlení $0,700 \text{ m.s}^{-2}$. Z uvedených výpočtů vyplývá, že lehké konstrukce lávek jsou velmi citlivé na zatížení pohybem chodců a velmi často je třeba

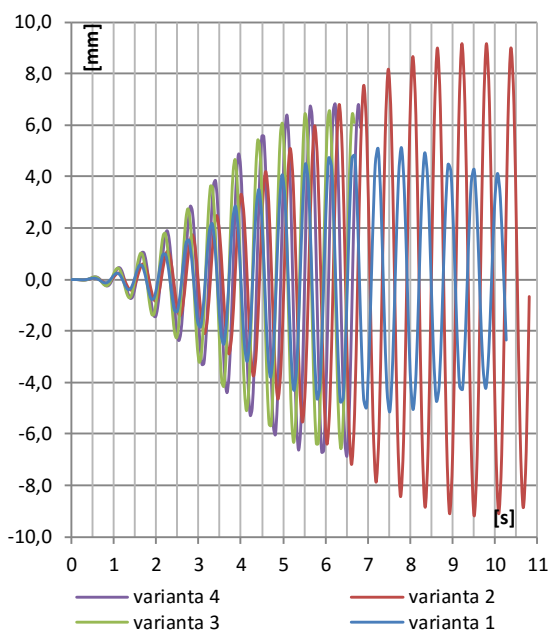
upravit konstrukční uspořádání lávky, popřípadě zvážit doplnění konstrukce zařízeními na tlumení nežádoucích vibrací.

Tab. 3.6 Přehled odezvy nosníku pro jednotlivé případy zatížení dvěma chodci

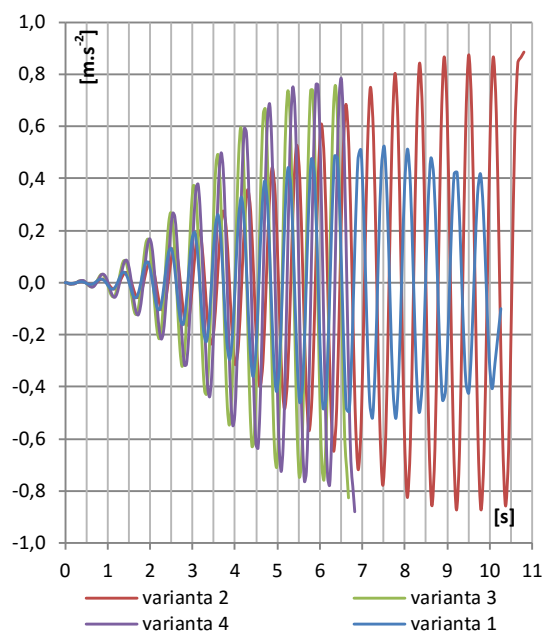
Varianty	Frekvence chůze f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Rychlost pohybu v [m.s ⁻¹]	Rychlost pohybu v [km.h ⁻¹]	Maximální výchylka konstrukce u_{max} [mm]	Maximální zrychlení konstrukce a_{max} [m.s ⁻²]
Harmonická analýza					23,000	2,876
2 osoby dle EN 1995-2					-	1,363
1	1,820	0,800	1,456	5,134	5,134	0,523
2	1,728	0,800	1,382	4,977	9,182	0,885
3	1,820	1,232	2,242	8,072	6,577	0,758
4	1,755	1,250	2,194	7,898	6,867	0,785

Tab. 3.7 Přehled odezev lehké lávky pro různé skupiny chodců

Počet chodců	Typ skupiny	Maximální výchylka konstrukce u_{max} [mm]	Maximální zrychlení konstrukce a_{max} [m.s ⁻²]
2	synchronizovaná	9,182	0,885
15 [8]	nesynchronizovaná	17,780	1,714



Obr. 3.32 Varianta 3 – svislý posuv u_z



Obr. 3.33 Varianta 3 – průběh zrychlení a_z

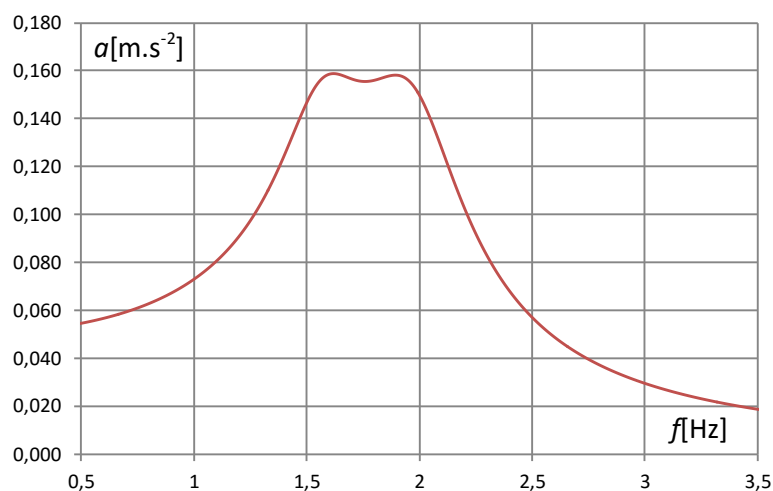
Pro lepší srovnání jsou na obrázcích 3.32 a 3.33 zobrazeny společně do jednoho grafu posuvy a zrychlení pro varianty 1 až 4.

3.4 Dynamická odezva modelu lehké lávky s aktivním tlumičem kmitání na pohyb chodce

V případě modelu lehké lávky z kapitoly 3.3 byl aktivován tlumič kmitání. Tento tlumič je zavěšen uprostřed rozpětí a je modelován pomocí tuhého plošného prvku uchycené na pružinách. Pro získání výchozích parametrů tlumiče byl celý výpočet konstrukce nahrazen soustavou se dvěma stupni volnosti. Z vlastní frekvence $f_1 = 1,8199$ Hz a kmitající hmoty konstrukce v odpovídajícím ohybovém vlastním tvaru $m_1 = 11101$ kg byla dopočtena tuhost konstrukce

$$k_1 = m_1(2\pi f_1)^2 = 1,451 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}.$$

Hmotnost tlumiče kmitání byla zvolena 5 % kmitající hmoty konstrukce $m_{tl} = 555$ kg. Harmonická síla působící na konstrukci odpovídající dynamickým účinkům dvou synchronně jdoucích chodců je brána podle vzorce 1.14 a to 560 N. Parametry tlumiče kmitání, jako je tuhost a tlumení, byly dopočítány podle vztahů pro dvoustupňovou soustavu [12] a doladěny tak abychom získali průběh závislosti zrychlení na frekvenci vykreslený na obr. 3.34. Tuhost tlumiče je $k_{tl} = 65200 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ a tlumení $c_{tl} = 2832 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.



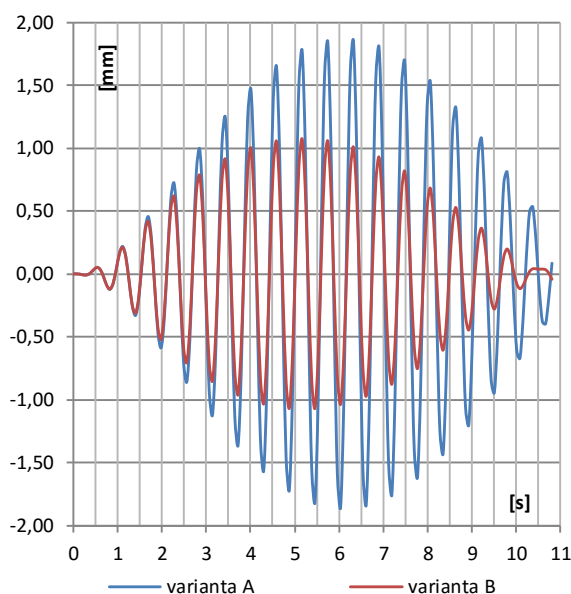
Obr. 3.34 Naladění tlumiče - soustava se dvěma stupni volnosti

Model lehké lávky s výchozími parametry tlumiče kmitání byl zatížen pohybem chodců z kapitoly 3.3 s parametry chůze vyvolující největší odezvu dle varianty 2. A to chůzí s délkou kroku 0,800 m s frekvencí kroku 1,728 Hz. Odezva konstrukce je označena jako varianta A a v grafech na obr. 3.35 a 3.36 je vyznačena modrou křivkou. Na obr. 3.35 je vykreslen průběh svislého posunu konstrukce od dynamické složky zatížení dvěma chodci. Na obr. 3.36 odpovídající průběh zrychlení s maximální hodnotou $0,178 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. V tomto případě poklesla hodnota amplitudy 5,0x. Aby se docílilo ještě většího poklesu amplitud kmitání, byl proveden parametrický výpočet lehké lávky pomocí systémů ANSYS a optiSlang s náhodnými hodnotami parametrů tlumičů kmitání. Interval tuhosti byl zvolen $k \in (10000; 20000) \text{ [N} \cdot \text{m}^{-1}]$, tlumení c

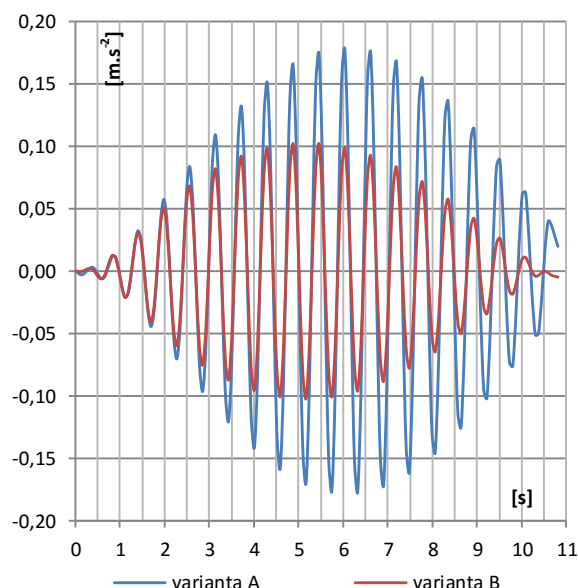
$\langle 0; 3000 \rangle [\text{N.m}^{-1}\text{s}^{-2}]$ a hmotnosti $m \langle 500; 1500 \rangle [\text{kg}]$. Tento výpočet je označen jako varianta B. Parametry obou variant jsou shrnuty v tabulce 3.8.

Tab. 3.8 Přehled variant parametrů tlumiče kmitání

Varianta	Frekvence kroku chůze $f [\text{Hz}]$	Délka kroku $d_k [\text{m}]$	Hmotnost tlumiče $m_{tl} [\text{kg}]$	Tuhost tlumiče $k_{tl} [\text{N.m}^{-1}]$	Tlumení tlumiče $c_{tl} [\text{N.m}^{-1}\text{s}^{-2}]$
A	1,728	0,800	555	65200	2832
B	1,728	0,800	$\langle 500; 1500 \rangle$	$4x \langle 10000; 20000 \rangle$	$4x \langle 0; 3000 \rangle$

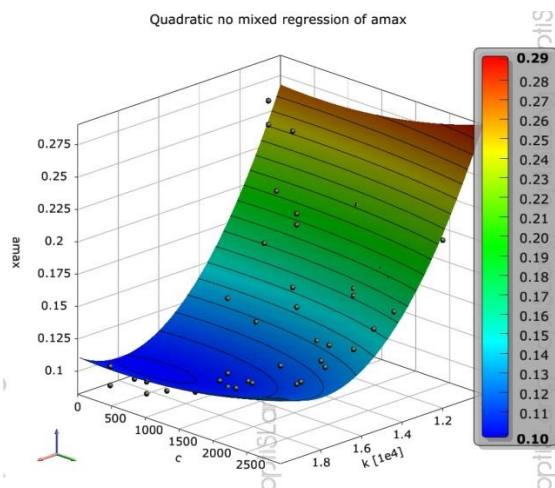


Obr. 3.35 Varianta A,B - svislý posuv u_z

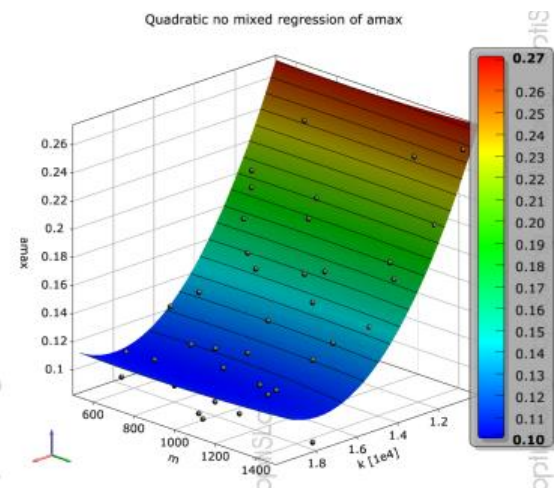


Obr. 3.36 Varianta A,B - průběh zrychlení a_z

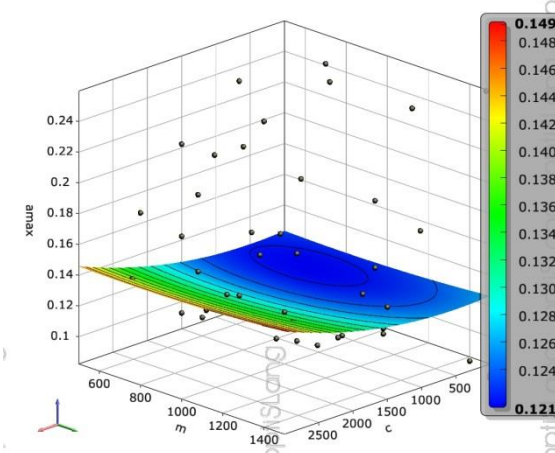
Výstupem parametrického výpočtu varianty B jsou závislosti maximální hodnoty zrychlení na konstrukci na změně dvou parametrů tlumiče kmitání. Ty jsou zobrazeny ve 3D grafech na obrázcích 3.37 až 3.39, které zužují hledanou oblast parametrů, pro které nastane minimální odezva na konstrukci. Na prvním je závislost maximálního zrychlení na změně tuhosti a tlumení, dále na tuhosti a hmotnosti a na posledním tlumení a hmotnosti. Pro lepší pohled na tyto oblasti jsou na obrázcích 3.40 až 3.42 vykresleny půdorysné pohledy. Optimální hmotnost tlumiče kmitání se pohybuje v intervalu $\langle 570; 950 \rangle [\text{kg}]$ se střední hodnotou intervalu 760 kg. Celková tuhost tlumiče kmitání skládajícího se ze čtyř pružin je z intervalu $\langle 64800; 79200 \rangle [\text{N.m}^{-1}]$ se střední hodnotou intervalu 72000 N.m^{-1} . Celkové tlumení je z intervalu $\langle 2280; 3800 \rangle [\text{N.m}^{-1}\text{s}^{-2}]$, se střední hodnotou 3040 $\text{N.m}^{-1}\text{s}^{-2}$. S těmito hodnotami byl proveden finální výpočet odezvy konstrukce s aktivním tlumičem. Výsledné posuvy a zrychlení jsou zobrazeny v grafech na obr. 3.35 a 3.36 jako varianta B červenou křivkou. V této variantě došlo k redukci amplitud kmitání 8,7x vzhledem ke konstrukci s neaktivním tlumičem. Maximální amplituda zrychlení dosáhla hodnoty 0,102 m.s^{-2} .



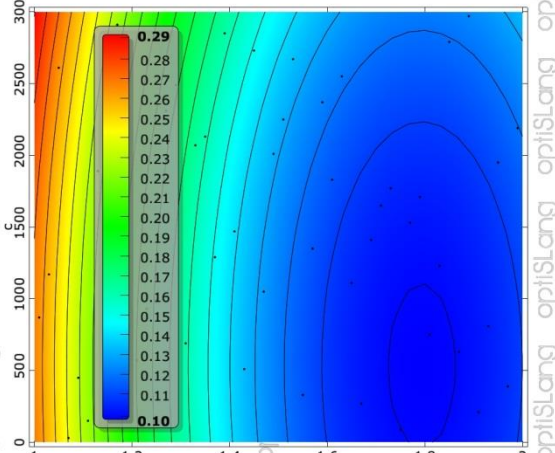
Obr. 3.37 Závislost zrychlení na $k(x)-c(y)$
Quadratic no mixed regression of amax



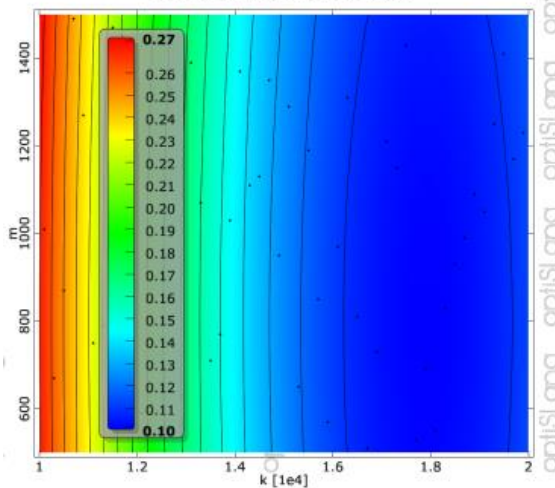
Obr. 3.38 Závislost zrychlení na $k(x)-m(y)$
Quadratic no mixed regression of amax



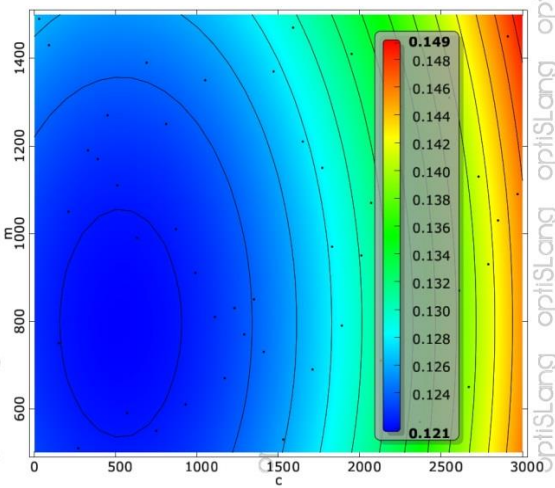
Obr. 3.39 Závislost zrychlení na $c(x)-m(y)$
Quadratic no mixed regression of amax



Obr. 3.40 Závislost zrychlení na $k(x)-c(y)$
Quadratic no mixed regression of amax



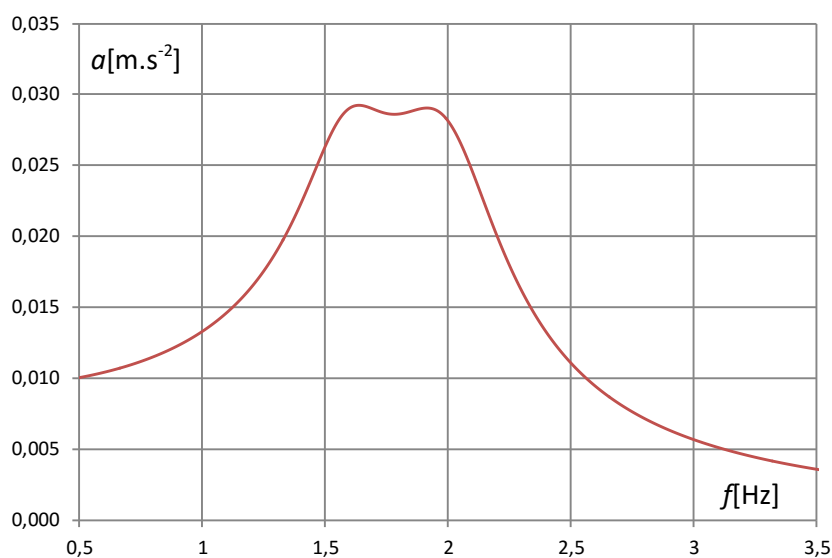
Obr. 3.41 Závislost zrychlení na $k(x)-m(y)$



Obr. 3.42 Závislost zrychlení na $c(x)-m(y)$

3.5 Dynamická odezva modelu těžké lávky s aktivním tlumičem kmitání na pohyb chodce

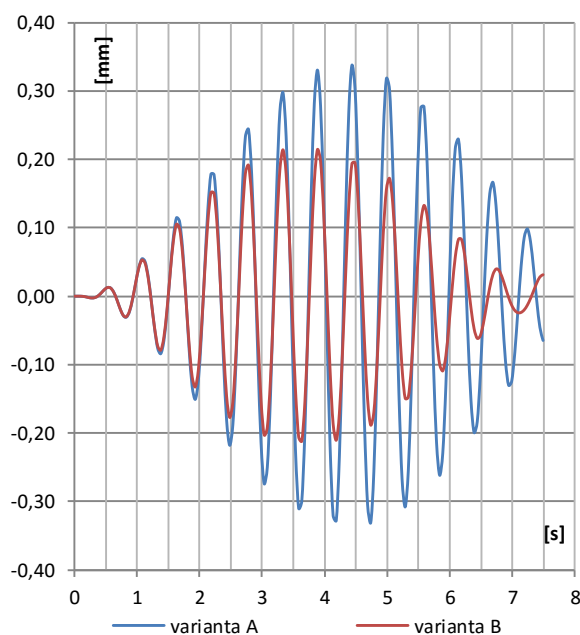
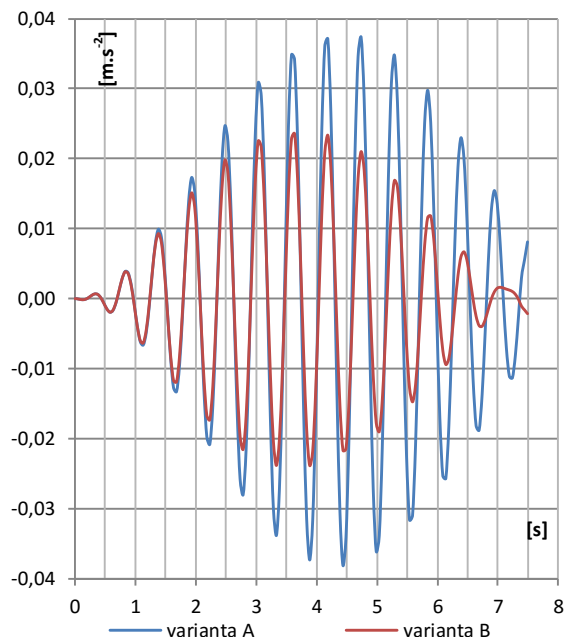
Na modelu těžké lávky z kapitoly 3.2 byl aktivován tlumič kmitání zavěšený v polovině rozpětí. Výchozí parametry tlumiče byly stejně jako v kapitole 3.4 vypočteny na zjednodušeném modelu se dvěma stupni volnosti. Vlastní frekvenci konstrukce lávky $f_1 = 1,8434$ Hz a kmitající hmotě $m_1 = 60280$ kg odpovídá tuhost $k_1 = 8,087 \cdot 10^6$ N.m⁻¹. Tlumiči s hmotností odpovídající 5 % kmitající hmoty $m_2 = 2882$ kg odpovídají parametry tuhosti $k_2 = 347382$ N.m⁻¹ a tlumení $c_2 = 13704$ N.m⁻¹.s⁻². Na obrázku 3.43 je vykreslena amplitudofrekvenční závislost na intervalu frekvencí <0,5;3,5> [Hz].



Obr. 3.43 Naladění tlumiče - soustava se dvěma stupni volnosti

Model těžké lávky s těmito parametry tlumiče byl zatížen pohybem chodců z kapitoly 3.2 s parametry chůze vyvolující největší odezvu dle varianty 4. A to chůzí s délkou kroku 1,120 m s frekvencí kroku 1,783 Hz. Na obrázcích 3.44 a 3.45 jsou modrou křivkou vykresleny posuvy a zrychlení. Maximální hodnota zrychlení dosahuje 0,037 m.s⁻², což odpovídá redukci amplitudy kmitání 2,8x.

Červenou křivkou je na obrázcích 3.44 a 3.45 jako varianta B vykreslen průběh odezvy konstrukce na zatížení s parametry tlumiče získaných z parametrického výpočtu. Ten byl proveden s náhodnou hodnotou parametrů na intervalech pro tuhost k (340; 440) [kN.m⁻¹], tlumení c (0; 16000) [N.m⁻¹.s⁻²] a hmotnost m (1000; 3000) [kg]. Pomocí kvadratické aproximace výsledků jednotlivých realizací v programovém systému optiSlang byly určeny intervaly hodnot jednotlivých parametrů tlumiče kmitání, pro které na konstrukci nastane nejmenší odezva na zatížení. Střední hodnoty intervalů jsou hmotnost tlumiče 2250 kg, tuhost tlumiče 384 kN.m⁻¹ a tlumení tlumiče 12120 N.m⁻¹.s⁻². Pro tuto konfiguraci dosáhla maximální hodnota amplitudy kmitání 0,024 m.s⁻², což je redukce kmitání 4,3x vzhledem ke konstrukci bez tlumiče. Parametry výpočtu obou variant jsou shrnuty v tabulce 3.9.

Obr. 3.44 Varianta A,B - svislý posuv u_z Obr. 3.45 Varianta A,B - průběh zrychlení a_z

Tab. 3.9 Přehled variant parametrů tlumiče kmitání

Varianta	Frekvence kroku chůze f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Hmotnost tlumiče m_{tl} [kg]	Tuhost tlumiče k_{tl} [kN.m ⁻¹]	Tlumení tlumiče c_{tl} [N.m ⁻¹ .s ⁻²]
A	1,783	1,120	2882	347,4	13704
B	1,783	1,120	<1000;3000>	<340;440>	<0;16000>

3.6 Porovnání výsledků dynamické odezvy náhradních modelů lávek

Všechny hlavní výsledky výpočtu dynamické odezvy těžké a lehké konstrukce lávky jsou shrnuty do tabulky 3.10. Je zde ukázán rozdíl mezi vlastní frekvencí konstrukce a budící krokovou frekvencí chodců vyvolující nejhorší účinky. Ta je o 3,3 % nižší u těžké lávky a o 5,1 % nižší u lehké lávky. Velikost odezvy konstrukcí na zatížení chodce závisí na velikosti poměru hmotnosti chodce a hmotnosti konstrukce. U těžké lávky, kde je tento poměr zanedbatelný, je amplituda zrychlení několikanásobně menší než u lehké lávky. Dále je uveden rozdíl odezvy konstrukce při výpočtu čistě harmonické odezvy a při výpočtu s pohyblivým zatížením. U těžké lávky dává čistě harmonický výpočet 1,5x a u lehké dokonce 3,2x vyšší hodnoty. Harmonický výpočet je tedy velmi nadhodnocený, a v praxi by vedl na velké předimenzování konstrukce, nebo osazování tlumičů kmitání, které reálně nejsou zapotřebí. Co se týče redukce amplitud kmitání pomocí tlumičů, tak větší redukci vykazují tlumiče na lehké lávce, ať už s parametry odvozenými ze soustavy se dvěma stupni volnosti nebo s parametry dle provedeného parametrického výpočtu.

Tab. 3.10 Porovnání výstupů jednotlivých typů náhradních konstrukcí lávek

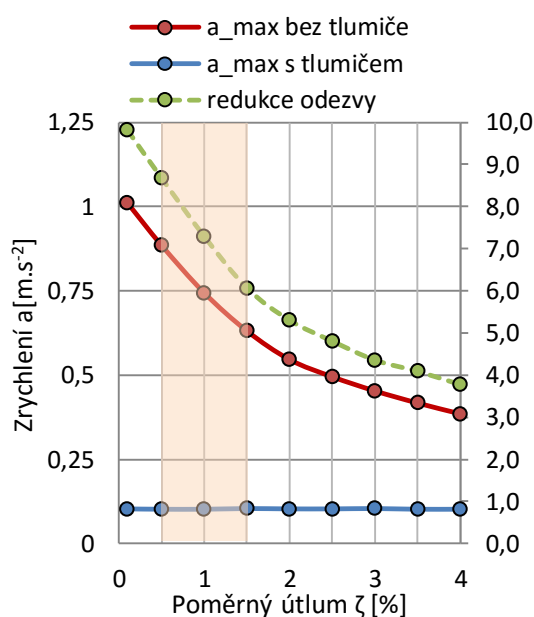
Parametry lávek a výsledky		Těžká lávka	Lehká lávka
Poměrný útlum		2 %	0,5 %
Vlastní frekvence		1,843 Hz	1,820 Hz
Parametry chůze vyvolující ,nejhorší účinky na konstrukci	frekvence chůze	1,783 Hz	1,728 Hz
	délka kroku	1,120 m	0,800 m
	rychlost	1,997 m.s ⁻¹	1,382 m.s ⁻¹
Odchylka od vlastní frekvence		3,3 %	5,1 %
Konstrukce s neaktivním tlumičem kmitání - harmonický výpočet	max výchylka	1,23 mm	23 mm
	max zrychlení	0,153 m.s ⁻²	2,876 m.s ⁻²
Konstrukce s neaktivním tlumičem kmitání - max z var. 1-4	max výchylka	0,914 mm	9,182 mm
	max zrychlení	0,104 m.s ⁻²	0,885 m.s ⁻²
Pokles maxima odezvy parametrického výpočtu oproti čistě harmonickému	max výchylka	1,3 x	2,5 x
	max zrychlení	1,5 x	3,2 x
Konstrukce s aktivním tlumičem kmitání - var. A	max výchylka	0,331 mm	1,859 mm
	max zrychlení	0,037 m.s ⁻²	0,178 m.s ⁻²
	pokles maxima amplitudy	2,8 x	5,0 x
Konstrukce s aktivním tlumičem kmitání - var. B	max výchylka	0,212 mm	1,07 Mm
	max zrychlení	0,024 m.s ⁻²	0,102 m.s ⁻²
	pokles maxima amplitudy	4,3 x	8,7 X

Se zmenšujícím se poměrným útlumem konstrukce s neaktivním tlumičem se zvětšuje amplituda odezvy konstrukce na zatížení. Zároveň se zvyšuje redukce maximální amplitudy odezvy na konstrukci s aktivním tlumičem kmitání, protože

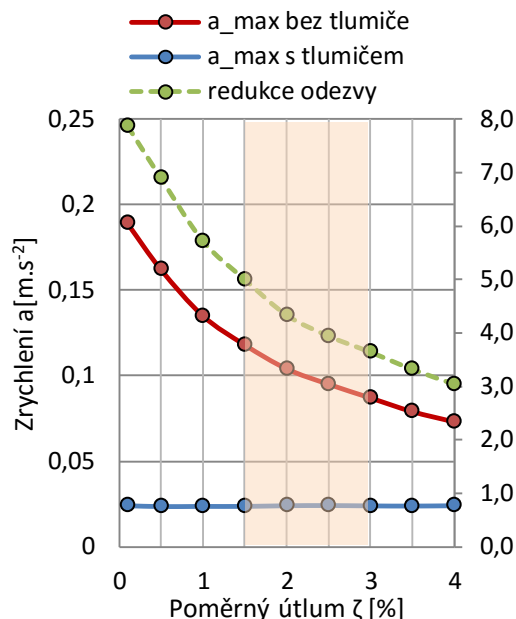
hodnota odezvy na této konstrukci je jenom minimálně citlivá na poměrný útlum. Grafický průběh závislosti zrychlení na poměrném útlumu lehké a těžké lávky je vykreslen na obr. 3.46 a 3.47. Na obou grafech vodorovná osa x znázorňuje poměrný útlum konstrukce, levá svislá osa y velikost odezvy a pravá svislá osa y znázorňuje hodnoty redukce odezvy tlumičem. Oranžově podbarvená oblast označuje interval poměrného útlumu, který se týká lehkých resp. těžkých lávek. V tabulce 3.11 jsou zobrazeny hodnoty zrychlení a redukce odezvy pro jednotlivé případy tlumení a typy konstrukcí.

Tab. 3.11 Přehled závislostí odezvy a redukce kmitání

Poměrný útlum ζ [%]	Těžká lávka			Lehká lávka		
	Neaktivní TMD	Aktivní TMD	Redukce odezvy	Neaktivní TD	Aktivní TMD	Redukce odezvy
	$a_{max,bez}$ [m.s ⁻²]	$a_{max,s}$ [m.s ⁻²]		$a_{max,bez}$ [m.s ⁻²]	$a_{max,s}$ [m.s ⁻²]	
0,001	0,189	0,0240	7,9	1,011	0,103	9,8
0,5	0,162	0,0235	6,9	0,885	0,102	8,7
1,0	0,135	0,0236	5,7	0,744	0,102	7,3
1,5	0,118	0,0236	5,0	0,631	0,104	6,1
2,0	0,104	0,0240	4,3	0,546	0,103	5,3
2,5	0,095	0,0241	3,9	0,495	0,103	4,8
3,0	0,087	0,0239	3,6	0,453	0,104	4,4
3,5	0,079	0,0238	3,3	0,417	0,102	4,1
4,0	0,073	0,0240	3,0	0,385	0,102	3,8

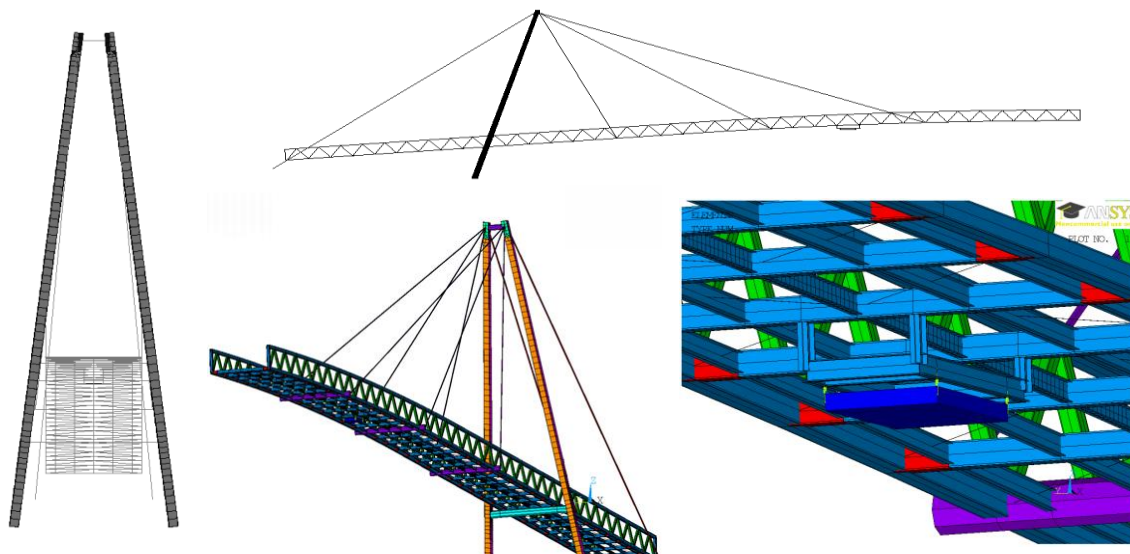


Obr. 3.46 Těžká lávka – závislost zrychlení na změně tlumení



Obr. 3.47 Lehká lávka – závislost zrychlení na změně tlumení

3.7 Analýza zavěšené lávky



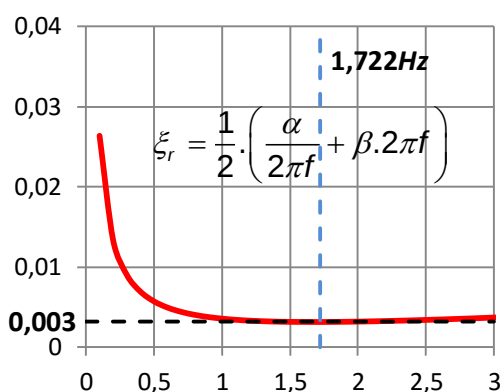
Obr. 3.48 Výpočtový model lávky L1

3.7.1 Popis konstrukce lávky

Sleduje se dynamická odezva zavěšené konstrukce lávky pro pěší na pohyblivé zatížení chodci. Ocelová lávka má příhradovou konstrukci mostovky výšky 1,7 m s rozpětím hlavního pole 65,65 m a vedlejšího 21,9 m. Pochozí vrstva je z dřevěných hranolů, které jsou uloženy v dolní části příhradoviny mezi příhradovými nosníky. Hlavní pole lávky je zavěšeno na 23,9 m vysokém šikmém pylonu tvaru písmene A pomocí tří dvojic táhel. Pylon je od svislice odkloněn o 16,6 stupňů a stabilizován dvěma táhly zakotvenými do opěry na břehu. Sloupy pylonu jsou ve tvaru svařovaného truhlíku a příčníky jsou ze silnostěnných trubek.

3.7.2 Výpočtový model nosné konstrukce

Ve výpočtovém modelu konstrukce lávky sestaveném v programovém systému ANSYS je ocelová konstrukce modelována pomocí nosníkových prvků BEAM188 a táhla prvkem LINK180. Dále je na konstrukci modelován pohlcovač kmitání jako ocelová deska definovaná prvkem SHELL63 zavěšená v rozích na pružinách z prvků COMBIN14. Celková hmotnost konstrukce je 220,5 Mg. Model obsahuje 9655 stupňů volnosti. Poměrný útlum konstrukce je uvažován

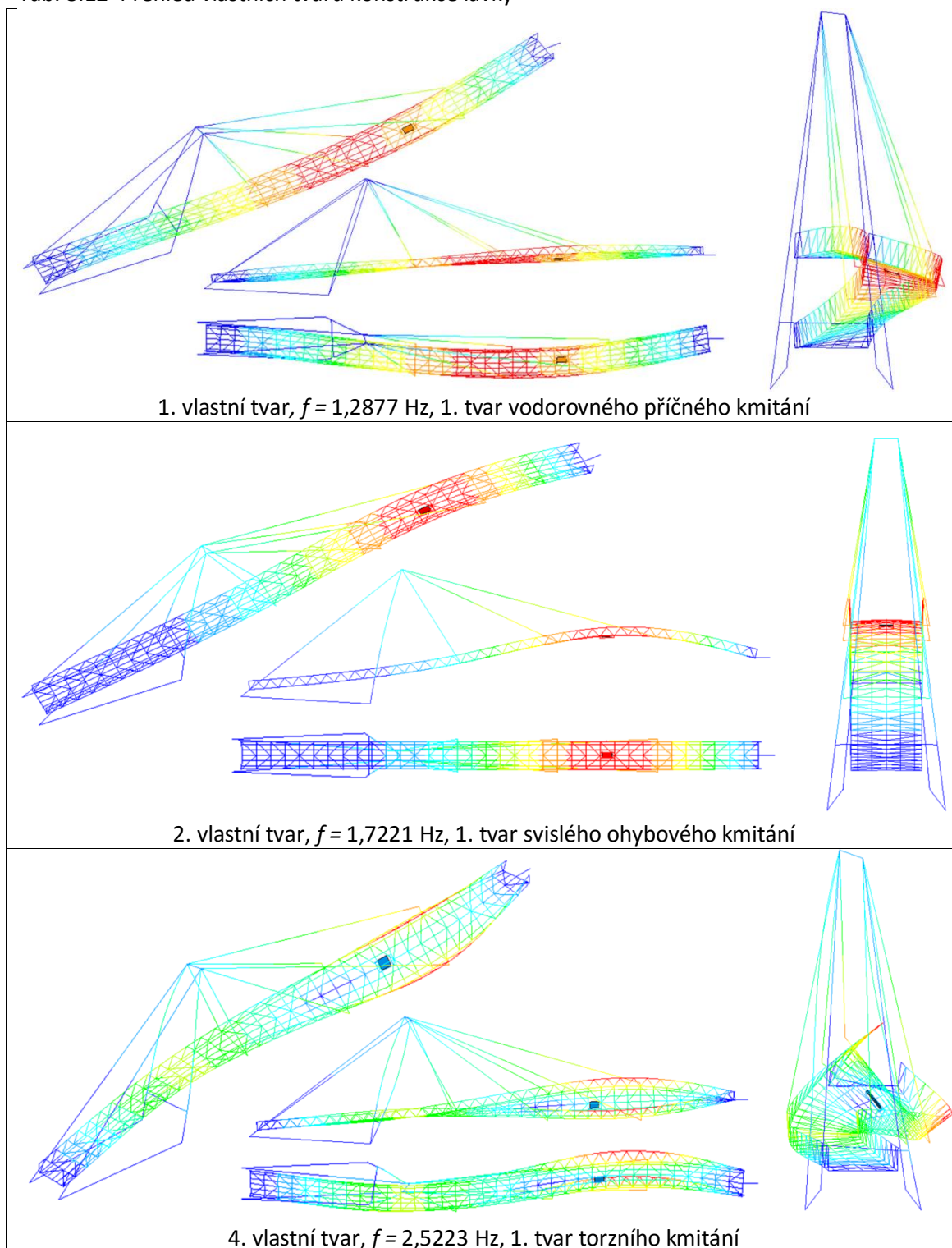


Obr. 3.49 Průběh Rayleighova tlumení

0,32 %. Tato relativně malá hodnota byla zjištěna experimentálně přímo na reálné konstrukci. Po přepočtu na Rayleighův model tlumení to odpovídá koeficientům $\alpha = 0,033$ a $\beta = 0,0003$.

3.7.3 Vlastní frekvence a vlastní tvary kmitu

Tab. 3.12 Přehled vlastních tvarů konstrukce lávky

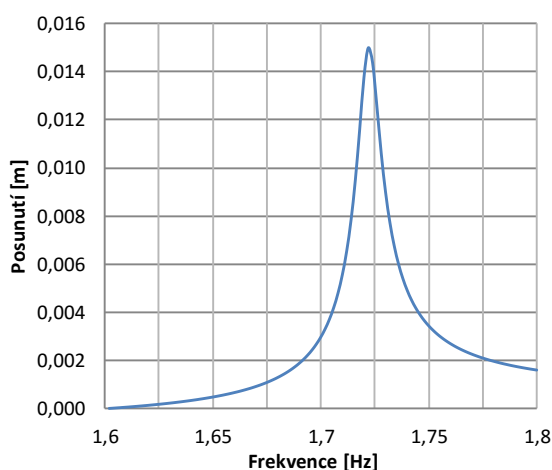


3.7.4 Dynamická odezva lávky s neaktivním tlumičem kmitání na pohyb chodců

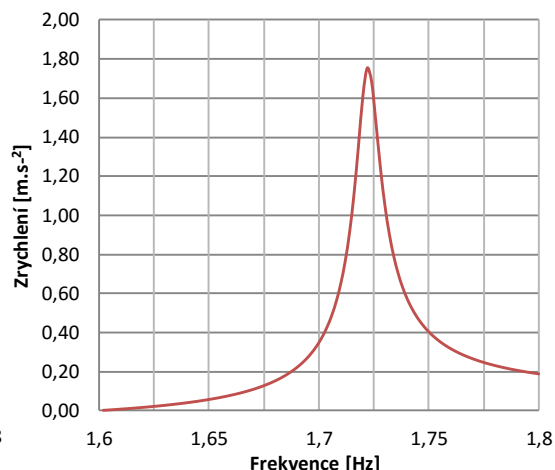
Konstrukci lávky zatěžují dva chodci, nebo skupina čtyř dvojic chodců jdoucích synchronně. To znamená jdoucí se stejnou frekvencí a délkou kroku, tedy i stejnou rychlostí. Dva chodci jdou vedle sebe, skupina čtyř dvojic za sebou v rozestupu 1,25 m. Byla sledována dynamická odezva lávky. Předtím byl proveden výpočet harmonické odezvy konstrukce na tyto zatížení působící v blízkosti kmitny svislého vlastního ohybového tvaru. Amplituda harmonického buzení je definována podle vzorce 1.14. Pro zatížení dvěma chodci

$$F_{p(t)} = N \cdot G \cdot \alpha_i = 2 \cdot 700 \cdot 0,4 = 560 \text{ N.}$$

Amplitudofrekvenční závislosti amplitud výchylek a zrychlení ve svislém směru na frekvenci v intervalu 1,6 Hz až 1,8 Hz pro dva chodce a pro čtyři dvojice chodců jsou vykresleny v na obr. 3.50 až 3.53.



Obr. 3.50 Amplitudofrekvenční charakteristika pro dva chodce – amplituda výchylky u_z

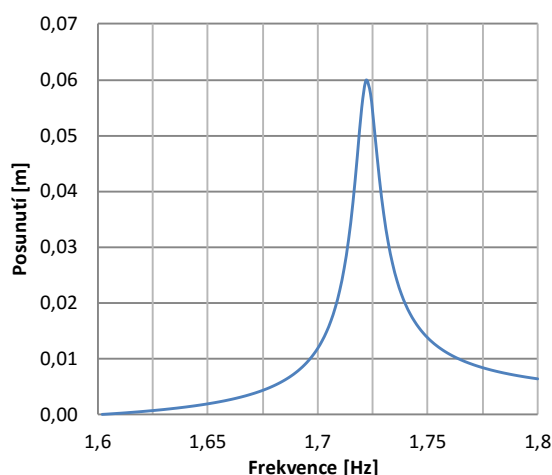


Obr. 3.51 Amplitudofrekvenční charakteristika pro dva chodce – amplituda zrychlení a_z

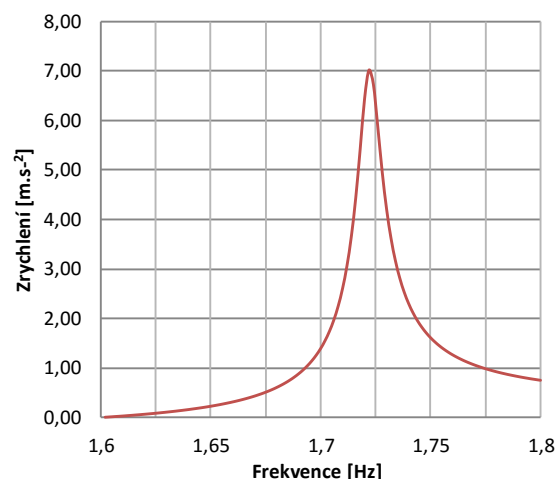
Maximální hodnoty amplitud kmitání a odpovídajícího maximálního zrychlení jsou uvedeny v tabulce 3.13.

Tab. 3.13 Výsledky harmonické odezvy

Počet chodců	Amplituda výchylky u_{max} [m]	Amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2	0,015	1,754
4 x 2	0,060	7,018

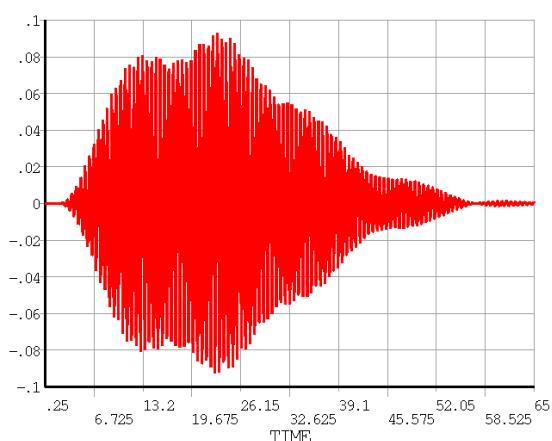


Obr. 3.52 Amplitudofrekvenční charakteristika pro čtyři dvojice chodců – amplituda výchylky u_z

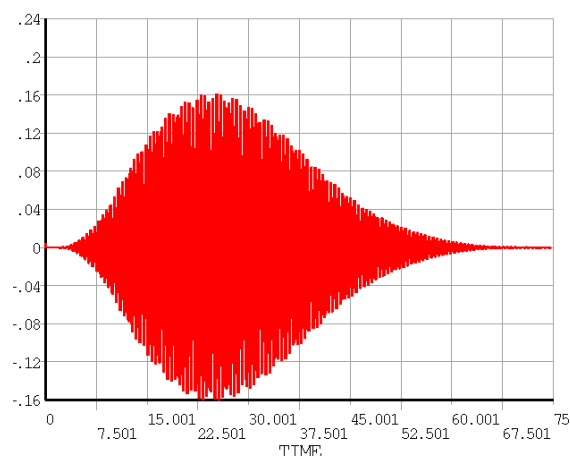


Obr. 3.53 Amplitudofrekvenční charakteristika pro čtyři dvojice chodců – amplituda zrychlení a_z

Stejně jako v kapitole 3.2 byly hodnoty harmonické odezvy porovnány s výpočtem zohledňujícím přechod chodců po konstrukci lávky. Pohyb chodce je nahrazen budící harmonickou silou s proměnnou polohou dle rovnice 3.1. Výpočet je prováděn přímou integrací v relativních souřadnicích. Parametry rychlosti chůze chodců byly zvoleny stejně jako v kapitole 3.2. Frekvence kroku se rovná frekvenci svislého vlastního ohybového tvaru kmitu lávky $f = 1,722$ Hz a průměrná délka kroku $d = 0,800$ m. Tyto výpočty jsou označeny jako varianta 1. Odezva konstrukce v čase byla sledována ve zrychleních a zakreslena do grafu na obr. 3.54 pro dva chodce a do grafu na obr. 3.55 pro čtyři dvojice chodců. Maximální hodnota zrychlení na konstrukci dosáhla pro buzení dvěma chodci hodnoty $0,093 \text{ m.s}^{-2}$, pro buzení čtyřmi dvojicemi chodců hodnoty $0,160 \text{ m.s}^{-2}$. Obálky hodnot zrychlení v grafech nejsou plynule rostoucí do maximální hodnoty, ale obsahují několik dílčích vrcholů. Je to dáno tím, že při chůzi daných chodců s parametry chůze viz výše, nevyvozují nejhorší účinky na konstrukci. V jistém okamžiku se chůze chodců dostala do protipohybu vzhledem ke konstrukci a mírně snížila vlastní účinky na konstrukci.

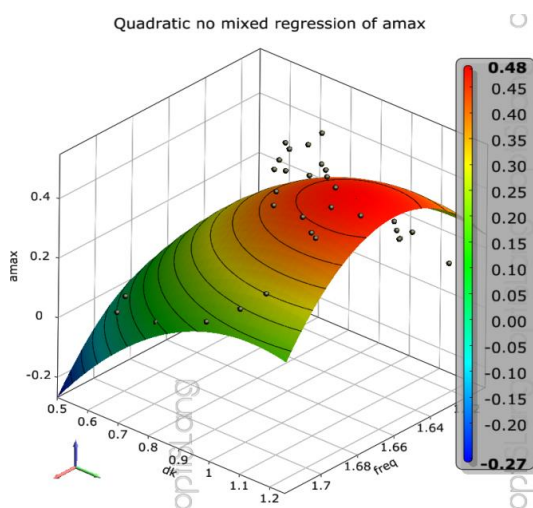


Obr. 3.54 Průběh zrychlení a_z , dva chodci

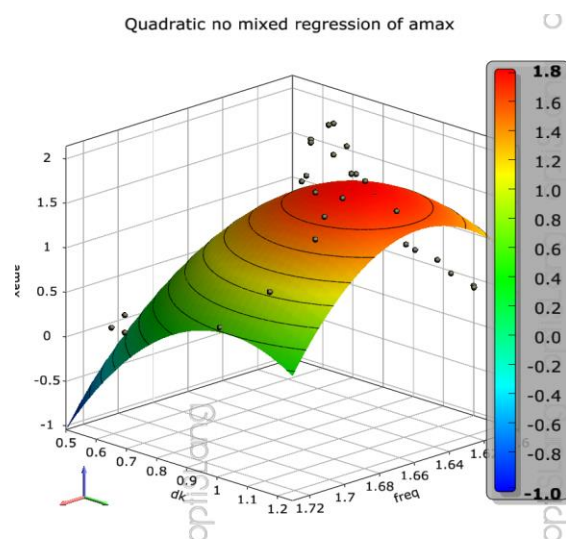


Obr. 3.55 Průběh zrychlení a_z , 4 x 2 chodců

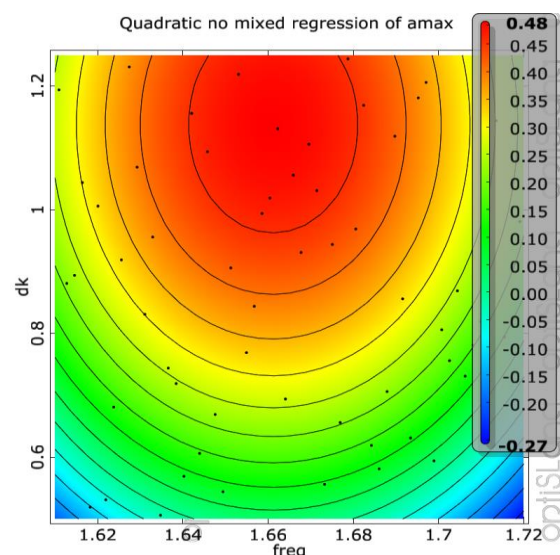
Pro získání nejnepříznivějšího stavu na konstrukci, je třeba upravit rychlost chodců pomocí parametrů frekvence a délky kroku. To bylo provedeno parametrickým výpočtem konstrukce s náhodnou kombinací parametrů frekvence a délky kroku na určených intervalech $f \langle 1,600 ; 1,720 \rangle$ [Hz] a $d \langle 0,500 ; 1,200 \rangle$ [m]. Výsledky byly zpracovány programovým systémem OptiSlang ve formě prostorových ploch na obr. 3.56 a 3.57 upřesňující výskyt maxim odezev na zatížení dvěma a 4 x 2 chodci. Tyto výpočty jsou dále označovány jako varianta 2.



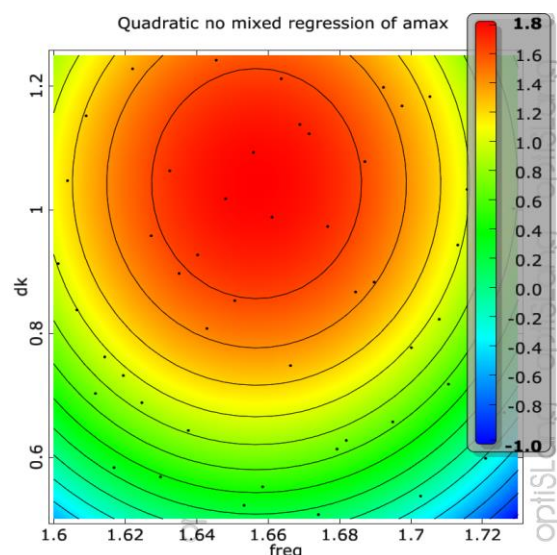
Obr. 3.56 Dva chodci – závislost zrychlení na změně délky kroku a budící frekvence, prostorový pohled



Obr. 3.57 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na změně délky kroku a budící frekvence, prostorový pohled



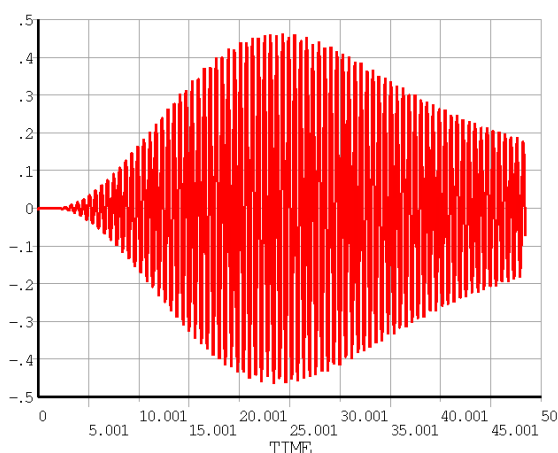
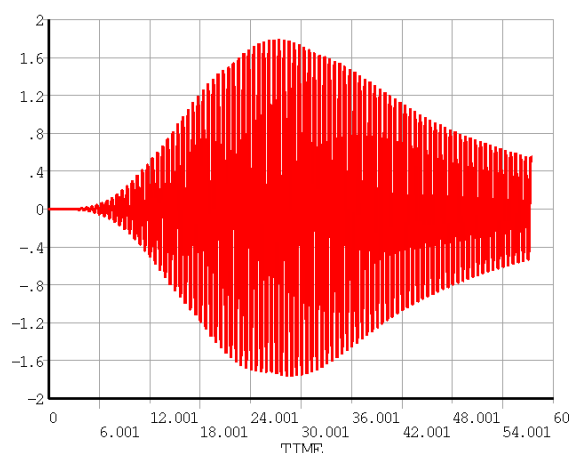
Obr. 3.58 Dva chodci - závislost zrychlení na změně délky kroku a budící frekvence, průmět do roviny



Obr. 3.59 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na změně délky kroku a budící frekvence, průmět do roviny

Při pohledu na 3D plochy shora viz obr. 3.58 resp. obr 3.59 – vidíme pohled na rovinu xy, kde lze vidět intervaly parametrů chůze vyvolující nejnepříznivější zatížení konstrukce. Vodorovná osa x zobrazuje krokovou frekvenci pohybu chodců v [Hz],

svislá osa y délku kroku chodců v [m]. Pro dva chodce je interval hledaných frekvencí $\langle 1,642 ; 1,678 \rangle$ [Hz] se střední hodnotou $f = 1,660$ Hz a interval délky kroku $\langle 0,950 ; 1,290 \rangle$ [m] se střední hodnotou $1,120$ m. Pro skupinu čtyř dvojic chodců je interval frekvencí $\langle 1,630 ; 1,682 \rangle$ [Hz] se střední hodnotou $f = 1,656$ Hz a interval délky kroku $\langle 0,850 ; 1,240 \rangle$ [m] se střední hodnotou $d = 1,050$ m. Střední hodnoty intervalů vstupují do finálního výpočtu odezev. Ty jsou vykresleny ve formě zrychlení na obr. 3.60 a 3.61.

Obr. 3.60 Průběh zrychlení a_z , dva chodciObr. 3.61 Průběh zrychlení a_z , 4 x 2 chodci

Maximální hodnota zrychlení na konstrukci tentokrát dosáhla hodnoty $0,460 \text{ m.s}^{-2}$ pro zatížení dvěma chodci, resp. $1,789 \text{ m.s}^{-2}$ pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců. Obálka hodnot zrychlení v grafech na obr. 3.60 a obr. 3.61 má oproti průběhu zrychlení na obr. 3.54 a obr. 3.55 plynule rostoucí průběh až do maximální hodnoty, nedošlo tedy k žádnému nežádoucímu protipohybu chodců vzhledem ke kmitání konstrukce. Zvětšením délky kroku, tedy zvětšením rychlosti pohybu chodců, došlo ke zkrácení doby přechodu konstrukce chodci, viz časová osa na grafech na obr. 3.60 a obr. 3.61.

Výsledky všech tří zmíněných variant odezev konstrukce s neaktivním tlumičem kmitání na zatížení dvěma a čtyřmi dvojicemi chodců, tzn. harmonický výpočet a výpočty s harmonickou budící silou s proměnnou polohou jsou uvedeny v tabulce 3.14. Jelikož jsou výpočty lineární, je možné odvodit, pro jakou skupinu synchronizovaných a nesynchronizovaných chodců bude na lávce dosaženo maximální povolené odezvy pro komfort $a_z = 0,700 \text{ m.s}^{-2}$ [18]. Tyto hodnoty jsou součástí tabulky 3.15.

Z tabulky 3.14 pro dva chodce vyplývá, že hodnota zrychlení vypočtená z harmonické odezvy je 18,9x vyšší než odezva zrychlení od chodců jdoucích s krokovou frekvencí rovné vlastní frekvenci lávky, a cca 3,8x vyšší než případ s největším zrychlením na lávce při kterém jdou chodci s krokovou frekvencí a délkou kroku určených z parametrického výpočtu. Pro skupinu čtyř dvojic chodců je hodnota vypočtená z harmonické odezvy 43,8x vyšší, resp. 3,9x vyšší než případ s největším zrychlením. Z výsledků pro obě varianty zatížení chodci vyplývá, že hodnoty odezvy z harmonické analýzy jsou několika násobně nadhodnoceny, přičemž průměrný rozdíl maximální odezvy od simulace pohybu chodců po lávce je 3,85x.

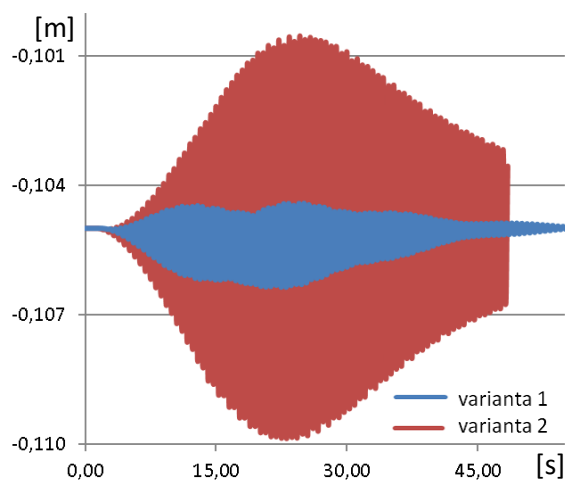
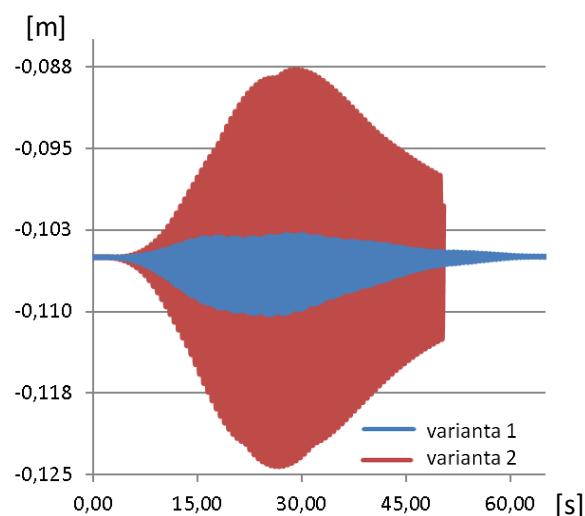
Tab. 3.14 Přehled hodnot zrychlení na konstrukci pro jednotlivé výpočty odezvy

Zatížení	Analýza	Frekvence pohybu f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Rychlost pohybu v [m.s ⁻¹]	Rychlost pohybu v [km.h ⁻¹]	Maximální amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2 chodci	Harmonický výpočet					1,754
	Varianta 1	1,722	0,800	1,378	4,959	0,093
	Varianta 2	1,660	1,120	1,859	6,693	0,460
4 x 2 chodců	Harmonický výpočet					7,018
	Varianta 1	1,722	0,800	1,378	4,959	0,160
	Varianta 2	1,656	1,050	1,739	6,260	1,789

Tab. 3.15 Přehled odezev lávky pro různé skupiny chodců

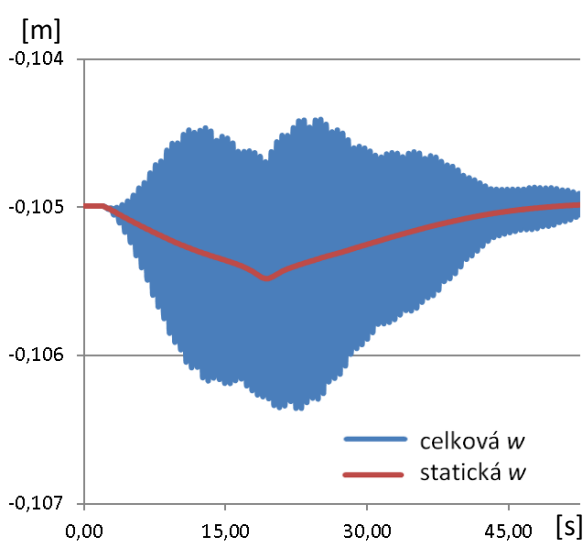
Počet chodců	Typ skupiny	Maximální amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2	synchronizovaná	0,460
4 x 2	synchronizovaná	1,789
3	synchronizovaná	0,690
9	nesynchronizovaná	0,690
15 [8]	nesynchronizovaná	0,891

V tabulce 3.15 jsou uvedeny maximální odezvy konstrukce pro různé zatěžovací skupiny chodců. Jelikož je výpočet proveden jako lineární, lze odvodit, pro jaký počet chodců ještě konstrukce vyhoví na posouzení kritérii komfortu chodců na lávce. Je vidět, že pro skupinu tří chodců jdoucích synchronně nebo skupinu devíti chodců jdoucích nesynchronně na lávce nebude překročena mezní hodnota zrychlení 0,700 m.s⁻² [18]. Nicméně pro posouzení patnáctičlenné nesynchronizované skupiny dle [8] je tato hodnota překročena a je tedy nutné zvážit osazení konstrukce zařízeními ke snížení vibrací.

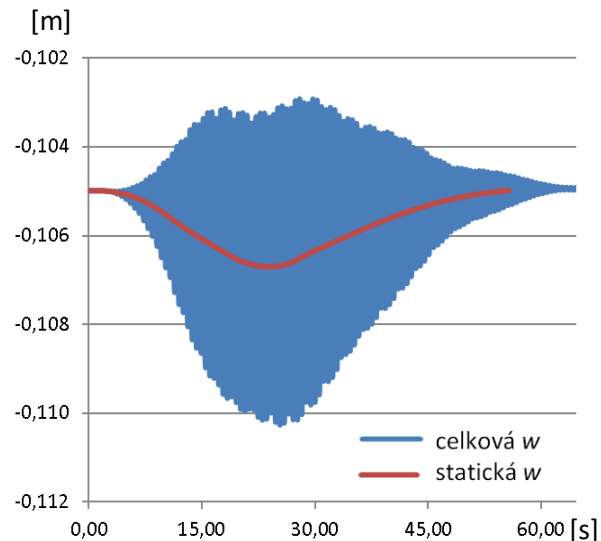
Obr. 3.62 Varianta 1,2 – dva chodci, svislý posuv u_z Obr. 3.63 Varianta 1,2 – 4 x 2 chodci, svislý posuv u_z

Pro srovnání průběhů odezev variant zatížení 1 a 2, byly obě odezvy zakresleny do stejného grafu viz obr. 3.62 pro 2 chodce a obr. 3.63 pro čtyři dvojice chodců, v posuvech konstrukce u_z [m]. Na obou grafech je varianta 1 vykreslena modře, červeně varianta 2. U druhé varianty, která je reprezentována červenou barvou, jde vidět strmější nárůst odezvy s plynulým dosažením maxima. Oproti variantě první, kde se zatížení dostalo do protifáze kmitání konstrukce a došlo ke snížení odezvy.

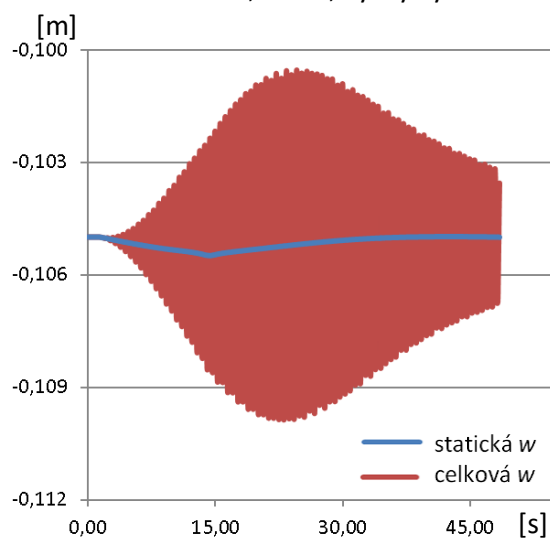
Pro detailnější představu o průběhu odezvy ve výchylkách je celková odezva konstrukce na zatížení rozdělena na statickou odezvu a dynamickou odezvu. V grafech na obrázcích 3.64 až 3.67 jsou současně vykresleny statická a celková odezva pro dva chodce a skupinu čtyř dvojic chodců pro varianty 1 a 2. Pro první variantu na obrázcích 3.64 a 3.65 je statická odezva je vykreslena červeně, celková odezva modře. Pro druhou variantu na obrázcích 3.66 a 3.67 je statická odezva vykreslena modře, celková odezva červeně. Z vykreslených odezev je ještě markantnější rozdíl mezi variantami zatížení 1 a 2.



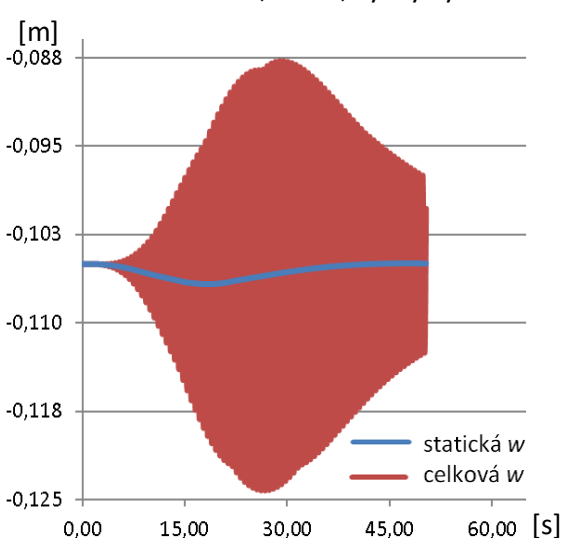
Obr. 3.64 Dva chodci, var. 1, výchylky



Obr. 3.65 4 x 2 chodci, var. 1, výchylky

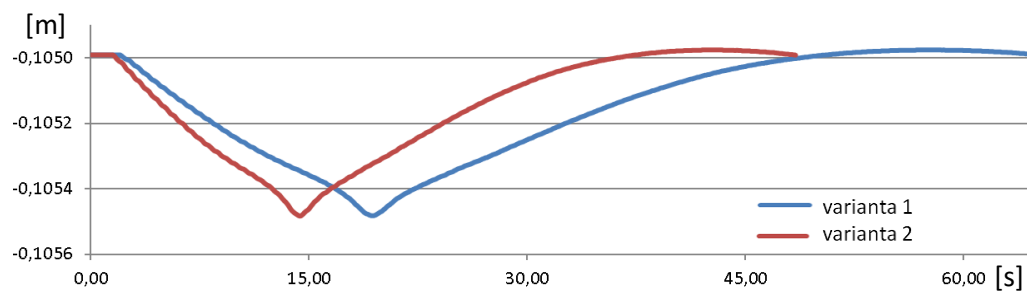
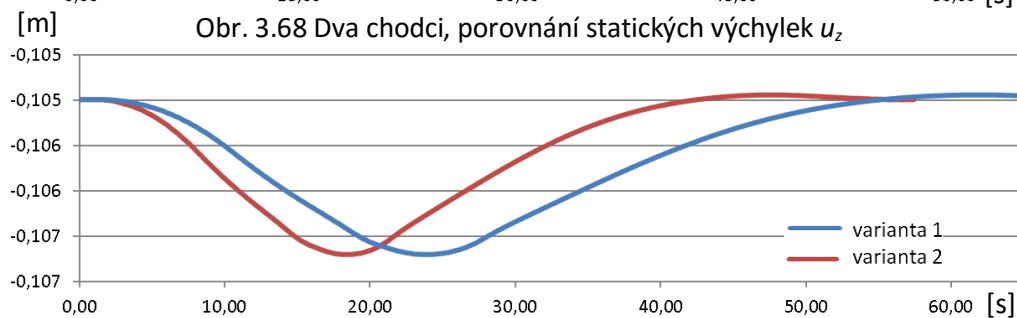
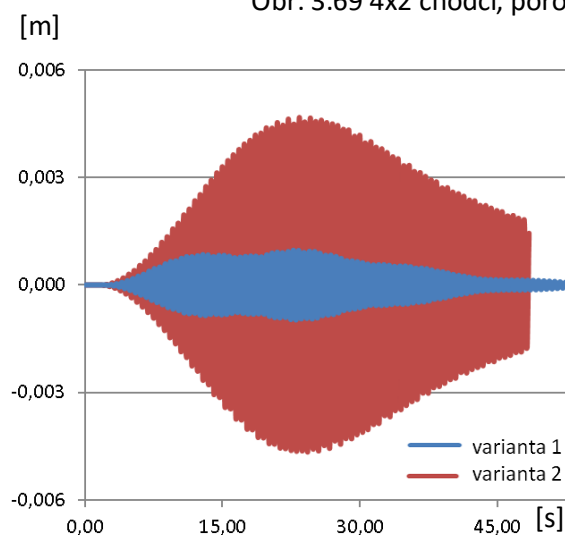


Obr. 3.66 Dva chodci, var. 2, výchylky

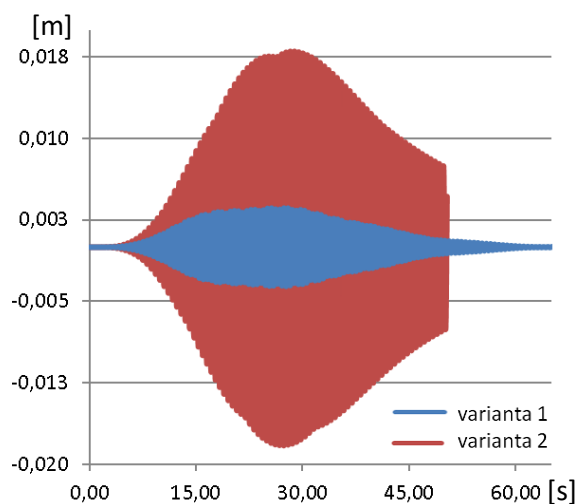


Obr. 3.67 4 x 2 chodci, var. 2, výchylky

V grafech na obr. 3.68 a obr. 3.69 je provedeno posrovnání statických částí odezev lávky pro obě varianty zatížení. Je vidět že maximální výchylka konstrukce je stejná, jen je posunuté minimum v čase. To je dáno různou délkou kroku chodců, což mělo vliv na rychlost přechodu lávky. Na závěr jsou samostatně porovnány pouze dynamické části odezev obou variant pro obě zatížení a to na obr. 3.70 a obr. 3.71. Dynamická odezva osciluje kolem nulové hodnoty, je z ní tedy dobře patrná hodnota maximální výchylky kmitání konstrukce pro jednotlivé varianty zatížení.

Obr. 3.68 Dva chodci, porovnání statických výchylek u_z Obr. 3.69 4x2 chodci, porovnání statických výchylek u_z 

Obr. 3.70 Dva chodci, svislý posuv, dynamická část

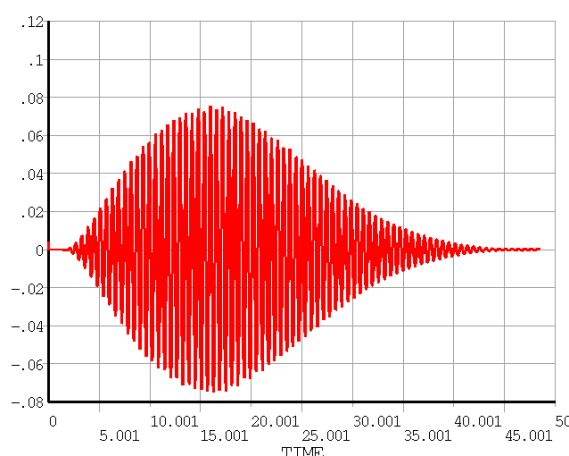


Obr. 3.71 4x2 chodci, svislý posuv, dynamická část

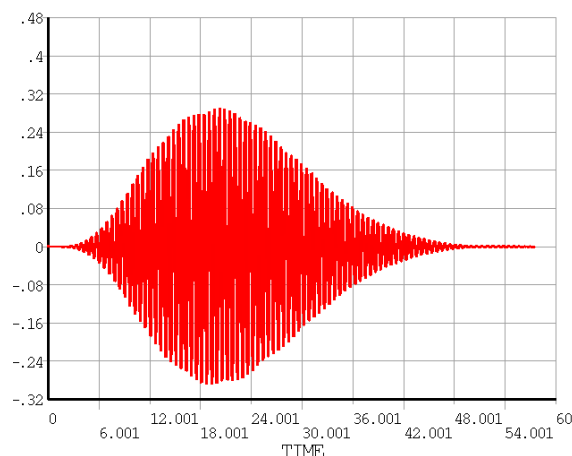
3.7.5 Dynamická odezva lávky s aktivním tlumičem kmitání na pohyb chodců

V mostovce lávky je instalován tlumič kmitání. Jeho parametry nejsou úplně nejlepší, protože při stavbě lávky byly do lan vneseny jiné tahové síly než se předpokládalo ve výpočtovém modelu. Tato skutečnost mírně pozměnila vlastní frekvenci konstrukce vzhledem k předpokladům v návrhu. Výpočtový model konstrukce použitý v této práci byl sestaven tak, aby kopíroval stávající stav reálné konstrukce lávky včetně shodné vlastní frekvence s frekvencí naměřenou v in situ.

Ve výpočtovém modelu lávky z kapitoly 3.7.4 byl aktivován tlumič kmitání s parametry instalovaného reálného tlumiče. Ty jsou následující - hmotnost $m = 1500$ kg, tuhost pružin $k = 50668 \text{ N.m}^{-1}$ a parametr tlumení $c = 1200 \text{ N.m}^{-1}\text{s}^{-2}$. Výpočtový model byl opět zatížen pohybem dvěma a čtyřmi dvojicemi chodců s parametry chůze dle varianty 2 z kapitoly 3.7.4. Jde o hodnoty z parametrického výpočtu vyvozující největší odezvu konstrukce. Ta je ve zrychleních zakreslena do grafu na obrázku 3.72 a 3.73. V případě dvou chodců klesla maximální amplituda zrychlení na hodnotu $0,077 \text{ m.s}^{-2}$ a v případě čtyř dvojic chodců došlo k poklesu na $0,289 \text{ m.s}^{-2}$. To odpovídá redukci kmitání 6,0x, resp. 6,2x. Průběh tlumení tlumiče je vykreslen modrou křivkou v grafech na obrázku 3.79 pro dva chodce a obrázku 3.80 pro čtyři dvojice chodců.



Obr. 3.72 Průběh zrychlení a_z , dva chodci

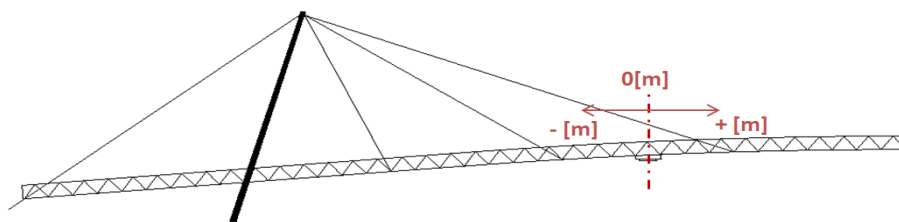


Obr. 3.73 Průběh zrychlení a_z , 4 x 2 chodci

Ještě větší redukce kmitání konstrukce je možné dosáhnout úpravou parametrů tlumiče. Jako první byly optimalizovány pouze parametry tuhosti a tlumení, hmotnost zůstala ponechána. Byly provedeny parametrické výpočty s tuhostí a tlumením tlumiče na určených intervalech $k \langle 25000 ; 60000 \rangle [\text{N.m}^{-1}]$ a $c \langle 350 ; 1600 \rangle [\text{N.m}^{-1}\text{s}^{-2}]$ a sledována maximální hodnota amplitudy zrychlení na konstrukci v rozmezí $\pm 6,0$ m od středu tlumiče kmitání (viz obr. 3.74) pro interval krokové frekvence chodců $\langle 0,85f ; 1,15f \rangle$, kde f je frekvence kroku varianty 2 z kapitoly 3.7.4.

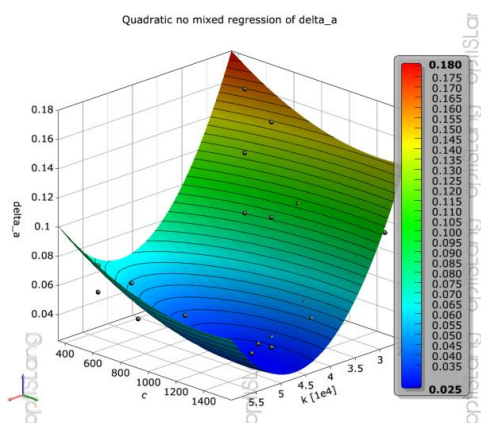
Zpracování výsledků parametrického výpočtu bylo provedeno pomocí programového systému OptiSlang. Na obrázcích 3.75 a 3.76 je znázorněna závislost odezvy konstrukce na parametrech tuhosti a tlumení tlumiče. Tmavě-modrá oblast vymezuje kombinaci parametrů tlumiče, pro které nastane největší redukce odezvy. Se

středními hodnotami těchto parametrů je proveden finální výpočet odezvy konstrukce.

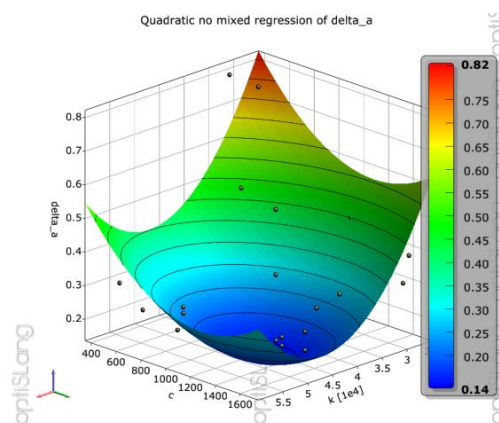


Obr. 3.74 Schéma pozice maximálního zrychlení na konstrukci

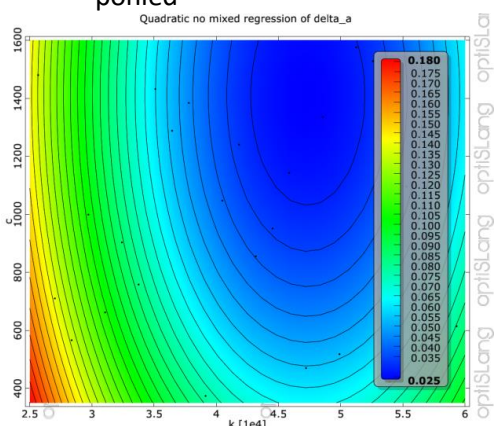
Pro zatížení dvěma chodci jsou nové hodnoty parametrů tlumiče tuhost $k = 46000 \text{ N.m}^{-1}$ a tlumení $c = 1150 \text{ N.m}^{-1}\text{s}^{-2}$. Pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců pak hodnota tuhosti $k = 44000 \text{ N.m}^{-1}$ a tlumení $c = 1100 \text{ N.m}^{-1}\text{s}^{-2}$.



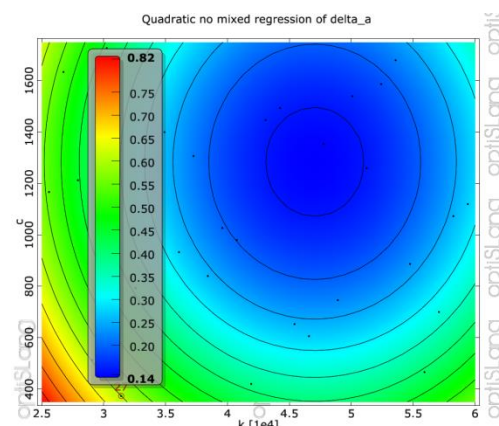
Obr. 3.75 Dva chodci - závislost zrychlení na změně tuhosti a tlumení, 3D pohled



Obr. 3.76 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na změně tuhosti a tlumení, 3D pohled



Obr. 3.77 Dva chodci - závislost zrychlení na změně tuhosti a tlumení, 2D pohled

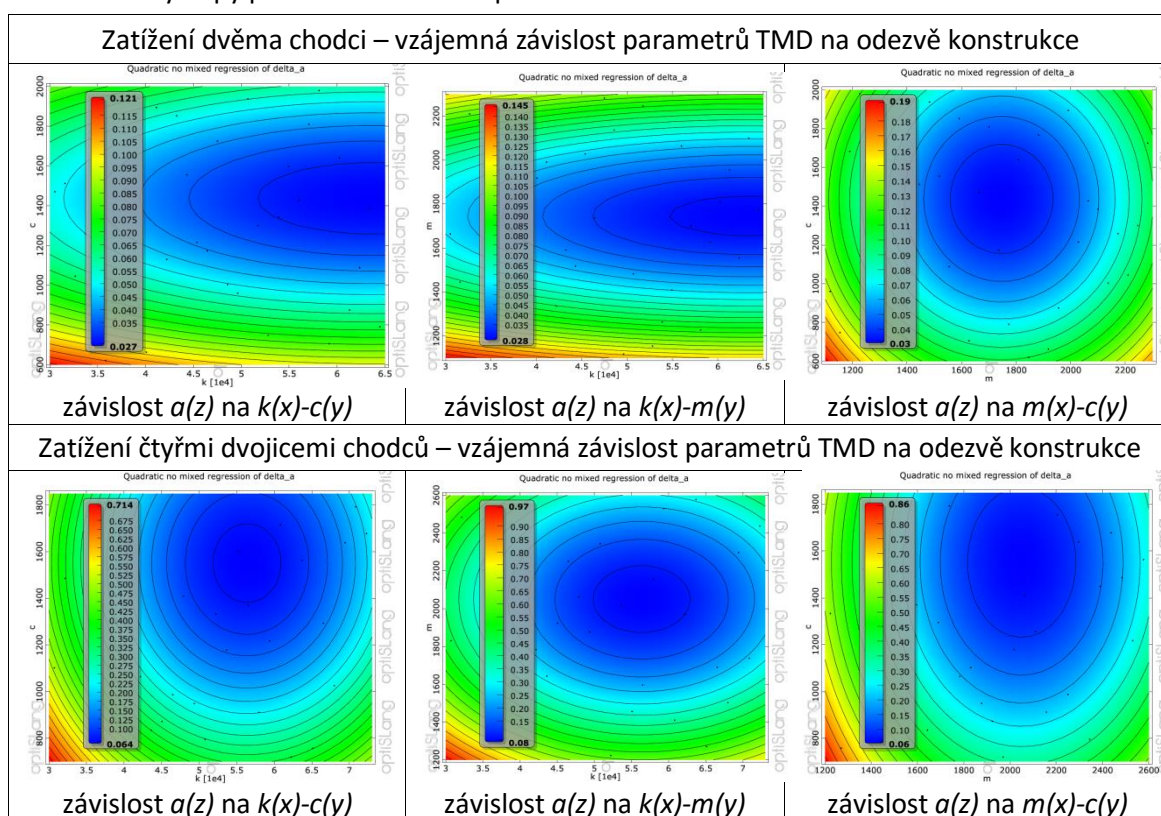


Obr. 3.78 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na změně tuhosti a tlumení, 2D pohled

Průběh tlumení tlumiče kmitání s optimalizovanými parametry k a c je vykreslen červenou křivkou v grafech na obr. 3.79 resp. obr. 3.80. V případě dvou chodců maximální hodnota amplitudy zrychlení klesla na $0,070 \text{ m.s}^{-2}$ a v případě čtyř dvojic

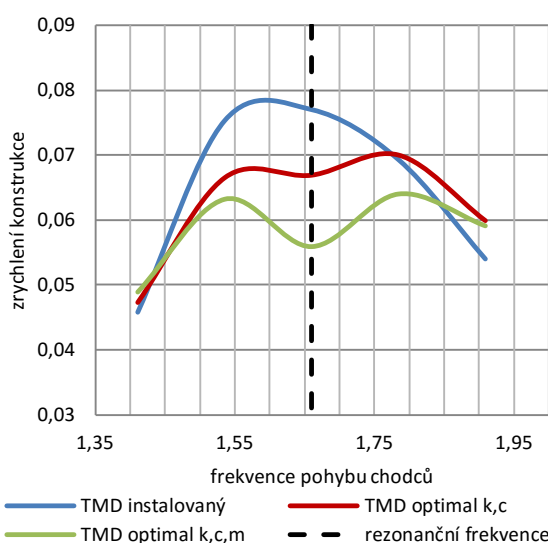
chodců na hodnotu $0,227 \text{ m.s}^{-2}$. To odpovídá redukcí kmitání konstrukce 6,6x pro zatížení dvěma chodci, resp. 7,9x pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců. Ještě o něco větší redukce kmitání lze dosáhnout optimalizací všech tří parametrů tlumiče zároveň. Byly provedeny parametrické výpočty tuhosti, tlumení a hmotnosti na určených intervalech $k \langle 30000 ; 65000 \rangle [\text{N.m}^{-1}]$, $c \langle 600 ; 2000 \rangle [\text{N.m}^{-1}\text{s}^{-2}]$ a $m \langle 1100 ; 2300 \rangle [\text{m}]$ pro dva chodce a pro čtyři dvojice chodců na určených intervalech $k \langle 30000 ; 75000 \rangle [\text{N.m}^{-1}]$, $c \langle 700 ; 1800 \rangle [\text{N.m}^{-1}\text{s}^{-2}]$ a $m \langle 1200 ; 2600 \rangle [\text{m}]$. Maximální amplituda zrychlení byla sledována na konstrukci v rozmezí $\pm 6,0 \text{ m}$ od středu tlumiče kmitání (viz obr. 3.74) pro interval krokové frekvence chodců $\langle 0,85f ; 1,15f \rangle$. Dále byl sledován maximální rozdíl dvou hodnot zrychlení navzájem mezi pěti sledovanými hodnotami pro frekvence $0,85f$, $0,925f$, f , $1,075f$ a $1,15f$. Co nejmenší maximální rozdíl těchto hodnot zaručí, že bude tlumič optimálně naladěn a bude se chovat na celém intervalu $\langle 0,85f ; 1,15f \rangle$ s podobnou tlumicí charakteristikou.

Tab. 3.16 Výstupy parametrické studie parametrů TMD

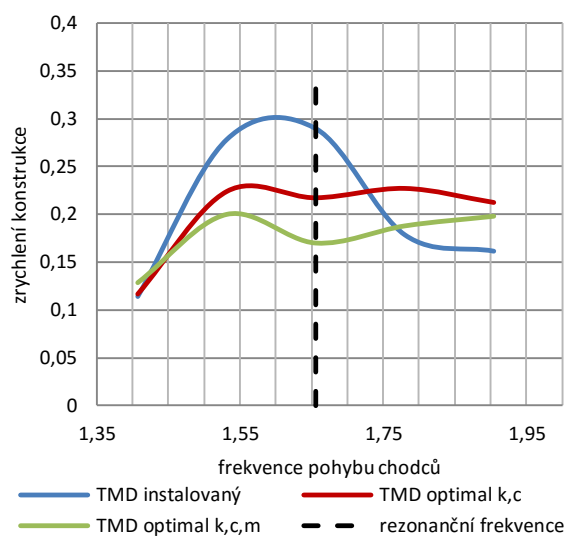


Do tabulky 3.16 jsou shrnuty výsledky parametrických výpočtů pro obě varianty zatížení. Výsledky jsou ve formě barevných ploch znázorňujících závislosti odezvy na dvou parametrech tlumiče. Čím je modrá barva zobrazující odezvu tmavší, tím je maximální odezva lávky menší a tím pádem jsou odpovídající parametry tlumiče efektivnější. První řada obrázků odpovídá zatížení konstrukce dvěma chodci, druhá řada čtyřem dvojicím chodců. Závislosti maximální amplitudy zrychlení na dvou parametrech tlumiče je zleva: závislost tuhosti (vodorovná osa) a tlumení (svislá osa), dále závislost tuhosti (vodorovná osa) a hmotnosti (svislá osa) a nakonec závislost hmotnosti (vodorovná osa) a tlumení (svislá osa). Byl proveden finální výpočet odezvy

na zatížení s parametry tlumičů odvozenými z průměrných středních hodnot intervalů dle tabulky 3.16.

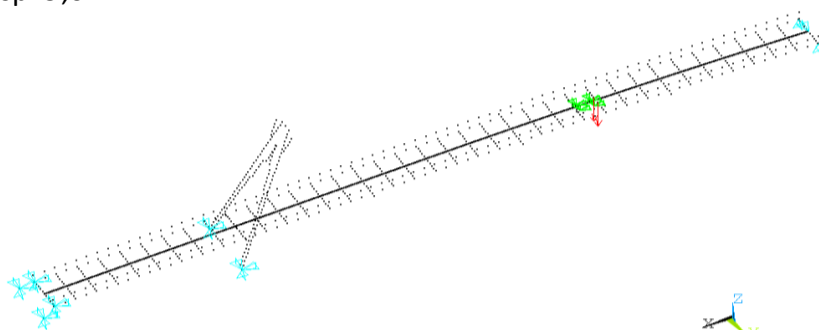


Obr. 3.79 Dva chodci, průběh tlumení TMD s různými parametry



Obr. 3.80 Osm chodců, průběh tlumení TMD s různými parametry

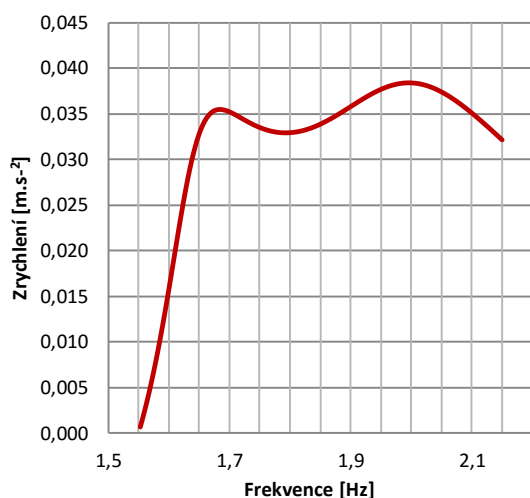
Pro zatížení dvěma chodci je to hmotnost tlumiče $m = 1800 \text{ kg}$, tuhost $k = 54000 \text{ N.m}^{-1}$ a tlumení $c = 1200 \text{ N.m}^{-1}\text{s}^{-2}$. Pro čtyři dvojice chodců hmotnost $m = 2000 \text{ kg}$, tuhost $k = 58500 \text{ N.m}^{-1}$ a tlumení $c = 1650 \text{ N.m}^{-1}\text{s}^{-2}$. Průběh tlumení tlumiče kmitání s těmito parametry k , c , m je vykreslen zelenou křivkou v grafech na obr. 3.79 resp. obr. 3.80. S těmito parametry došlo k poklesu maximální amplitudy zrychlení pro dva chodce na hodnotu $0,064 \text{ m.s}^{-2}$ a v případě čtyř dvojic chodců na $0,199 \text{ m.s}^{-2}$. To odpovídá redukci kmitání 7,2x, resp. 9,0x.



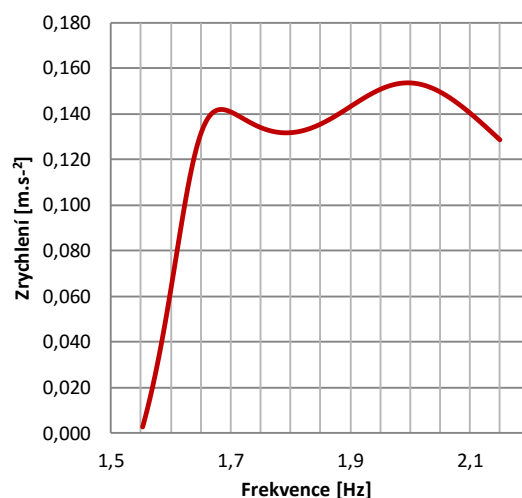
Obr. 3.81 Schéma sil pro harmonickou analýzu

Pro porovnání byl proveden harmonický výpočet odezvy lávky s aktivním tlumičem kmitání. V oblasti kmitny vlastního ohybového tvaru dle schématu na obrázku 3.81 modelovány harmonické síly nahrazující sestavu dvou a čtyř dvojic chodců. Tlumič má parametry instalovaného tlumiče. Amplitudofrekvenční charakteristiky pro amplitudy zrychlení jsou zobrazeny na obrázcích 3.82 a 3.83. Pro větší přehled jsou všechny sledované varianty parametrů tlumiče kmitání a odezvy konstrukce shrnuty do tabulky 3.17. V první části pro zatížení dvěma chodci, ve druhé části pro zatížení lávky čtyřmi dvojicemi chodců. Z hodnot vyplývá, že tlumič kmitání

může se správnými parametry redukovat maximální amplitudu zrychlení až 7,2 krát pro zatížení dvěma chodci, resp. až 9,0 krát pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců.



Obr. 3.82 Amplitudofrekvenční charakteristika pro dva chodce – amplituda zrychlení a_z



Obr. 3.83 Amplitudofrekvenční charakteristika pro 4 x 2 chodce – amplituda zrychlení a_z

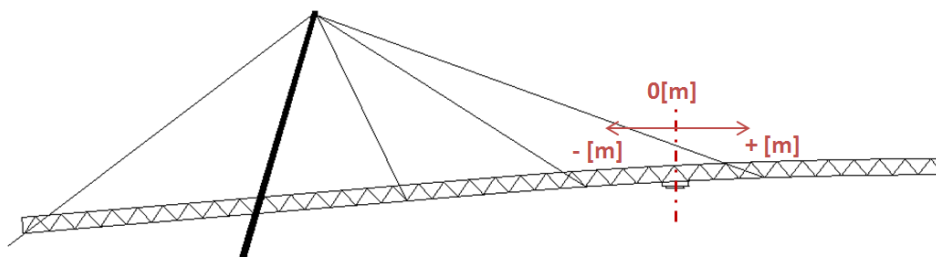
Tab. 3.17 Přehled parametrů jednotlivých parametrů TMD

Zatížení	Varianta TMD	m [kg]	k [N.m ⁻¹]	c [N.m ⁻¹ .s ⁻²]	Podíl m_h [%]	a [m.s ⁻²]	Redukce odezvy
Zatížení v časové oblasti							
2 chodci	instalovaný	1500	50668	1200	3,0	0,0770	6,0
	optimal k,c	1500	46000	1150	3,0	0,0700	6,6
	optimal k,c,m	1800	54000	1200	3,6	0,0640	7,2
4 x 2 chodci	instalovaný	1500	50668	1200	3,0	0,289	6,2
	optimal k,c	1500	44000	1100	3,0	0,227	7,9
	optimal k,c,m	2000	58500	1650	4,0	0,199	9,0
Harmonické zatížení							
2 chodci	instalovaný	1500	50668	1200	3,0	0,038	12,1
4x2 chodci	instalovaný	1500	50668	1200	3,0	0,154	11,6

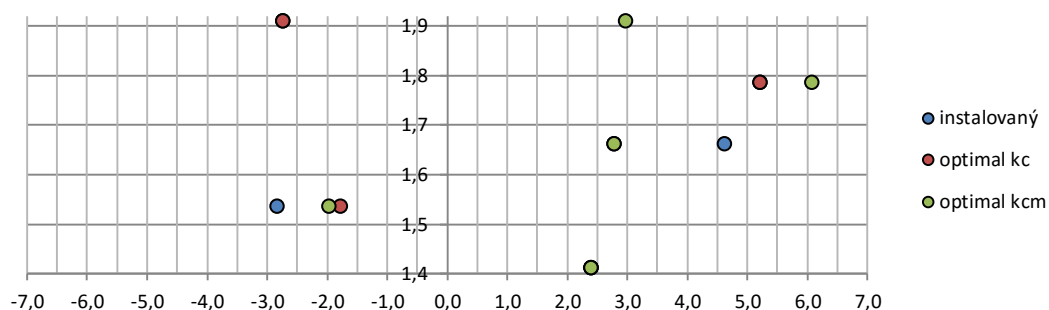
Z tabulky 3.17 vyplývá, že hodnoty odezvy získané z harmonického výpočtu jsou výrazně menší vzhledem hodnotám odezvy získaných z výpočtu pohybujících se chodců po konstrukci v čase.

Na obr. 3.84 je schematicky znázorněná konstrukce lávky se zakreslenou osou tlumiče kmitání. Grafy pod ním ilustrují závislost budící frekvence chodců a pozice maximální odezvy na konstrukci. Pro oba grafy platí, že na vodorovné ose x jsou hodnoty v metrech s nulovou hodnotou odpovídající ose tlumiče viz obr. 3.84 a na svislé ose y je sledovaný interval frekvencí přechodu chodců $\langle 0,85f; 1,15f \rangle$. Tři sady barevně odlišených bodů odpovídají různým nastavením tlumiče kmitání a odpovídají si s grafy na obr. 3.79, resp. obr. 3.80, tedy modré body pro tlumič kmitání s instalovanými parametry, červené body pro TMD s optimalizovanými parametry k a c a zelené body

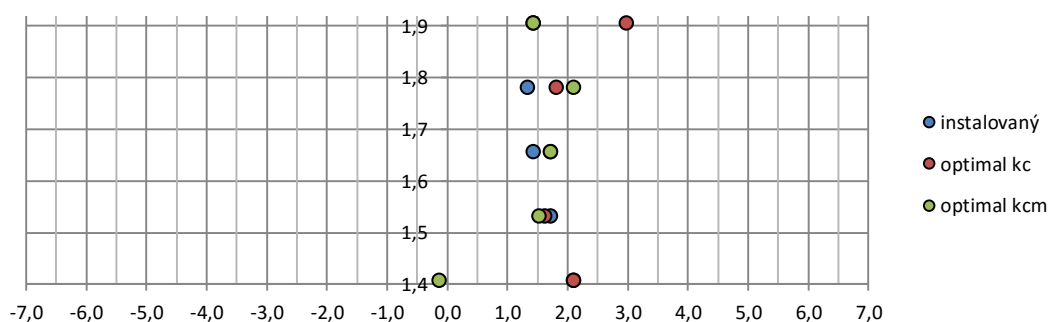
odpovídající TMD s optimalizovanými parametry k , c a m . Každá barevná sada obsahuje až pět bodů, odpovídajících pěti sledovanými maximálními amplitudám zrychlení pro frekvence $0,85f$, $0,925f$, f , $1,075f$ a $1,15f$, kde f je frekvence kroku chůze chodců. Graf na obr. 3.85 je pro zatížení dvěma chodci, graf na obr. 3.86 pro zatížení lávky čtyřmi dvojicemi chodců. U většího zatížení je patrný menší rozptyl v poloze maximální odezvy na lávce vzhledem k budící frekvenci chodců.



Obr. 3.84 Schéma pozice maximálního zrychlení na konstrukci



Obr. 3.85 Dva chodci - schéma pozic maximálního zrychlení na konstrukci



Obr. 3.86 4 x 2 chodci - schéma pozic maximálního zrychlení na konstrukci

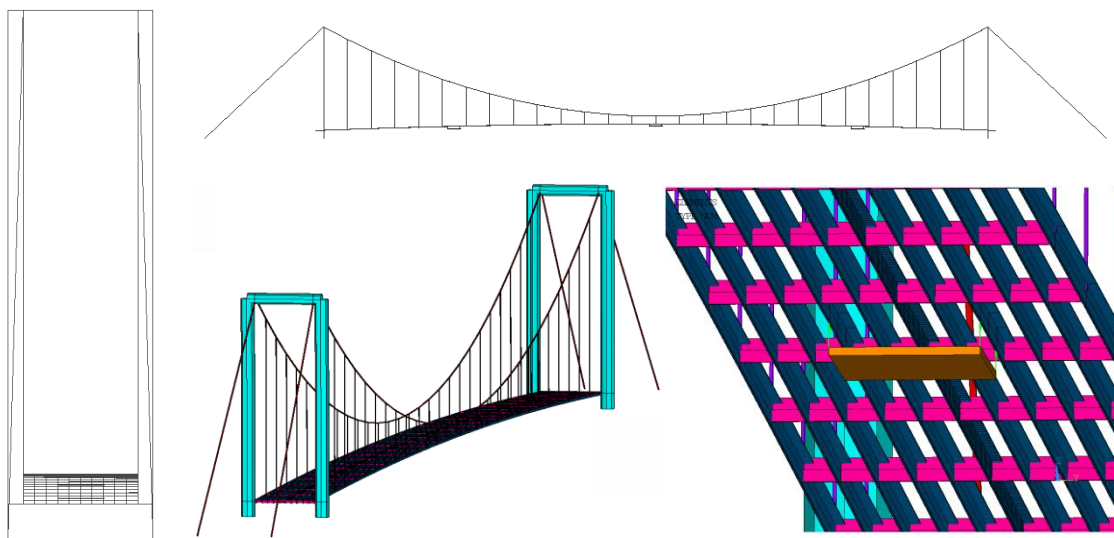
Celkem byly provedeny čtyři varianty nastavení tlumiče kmitání na konstrukci viz tab. 3.17. Její součástí je i dopočtená redukce amplitud zrychlení na konstrukci. Jako varianty s největší redukcí kmitání jsou parametrické výpočty s proměnnými hodnotami všech tří parametrů tlumiče kmitání, a to pro dva i čtyři dvojice chodců. Kompletní shrnutí výsledků je provedeno v tabulce 3.18, kde jsou pro všechny varianty parametrů tlumiče dopočteny maximální hodnoty amplitud zrychlení pro obě skupiny zatížení. Největší pokles kmitání pro obě skupiny chodců nastává ve variantě 5. V této variantě je pokles kmitání pro případ dvou chodců 7,0 krát a pro skupinu čtyř dvojic chodců 9,0 krát.

Tab. 3.18 Přehled parametrů jednotlivých variant tlumičů a jejich redukce kmitání

Varianta č.	Varianta TMD	Parametry tlumiče				2 chodci	4 x 2 chodců	2 chodci	4 x 2 chodců
		m [kg]	k [N.m ⁻¹]	c [N.m ⁻¹ .s ⁻²]	m_h [%]	a [m.s ⁻²]	a [m.s ⁻²]	Redukce odezvy	Redukce odezvy
1	instalovaný	1500	50668	1200	3,0	0,0770	0,2890	6,0	6,2
2	optimal k,c pro 2 chodce	1500	46000	1150	3,0	0,0700	0,2430	6,6	7,4
3	optimal k,c,m pro 2 chodce	1800	54000	1200	3,6	0,0640	0,2380	7,2	7,5
4	optimal k,c pro 4 x 2 chodců	1500	44000	1100	3,0	0,0725	0,2270	6,3	7,9
5	optimal k,c,m pro 4 x 2 chodců	2000	58500	1650	4,0	0,0654	0,1990	7,0	9,0

m_h Hmotnost tlumiče v procentech modální hmotnosti konstrukce.

3.8 Analýza visuté lávky o jednom poli



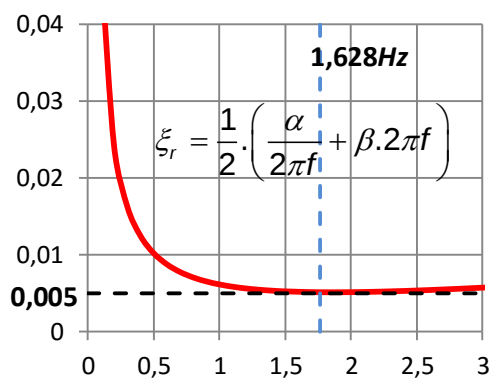
Obr. 3.87 Výpočtový model lávky L2

3.8.1 Popis konstrukce lávky

Jako další byla sledována dynamická odezva 84 m dlouhé visuté konstrukce lávky pro pěší na pohyblivé zatížení chodci. Mostovka lávky o šířce 3 m je zavěšená na lanech mezi dvěma pylony. Výška pylonů od úrovně kotvení po vrchol je 16,0 m. Průvės hlavního nosného lana je 13,0 m. Konstrukce mostovky sestává z ocelového roštu z válcovaných profilů o výšce 200 mm a vyztužujícího plechu tloušťky 8 mm.

3.8.2 Výpočtový model nosné konstrukce

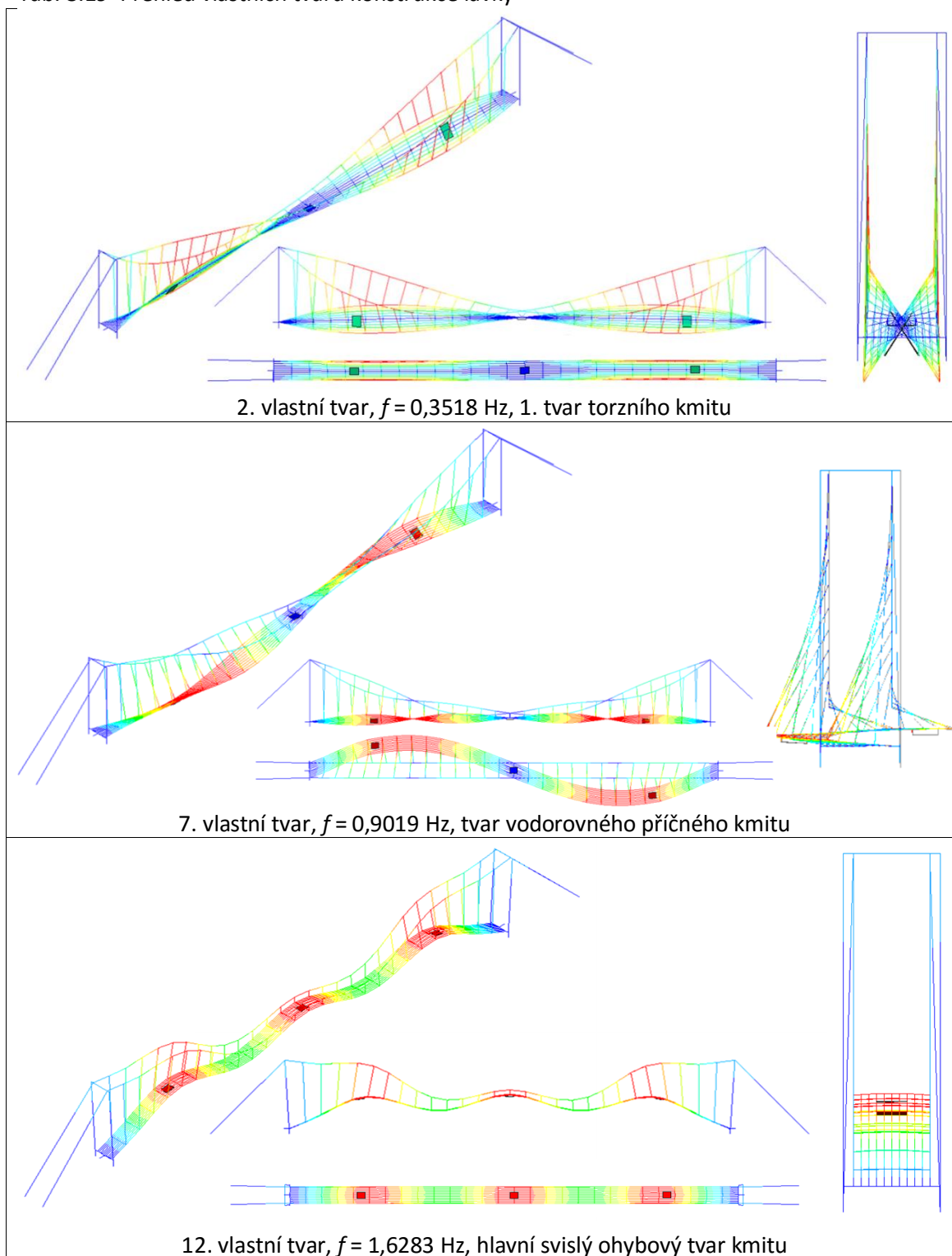
Ve výpočtovém modelu nosné konstrukce lávky sestaveném v programovém systému ANSYS je ocelová konstrukce modelována pomocí nosíkových prvků BEAM188 a lana prvkem LINK180. Dále jsou na konstrukci modelovány tři pohlcovače kmitání jako ocelové desky definované prvkem SHELL63 zavěšené v rozích na pružinách z prvků COMBIN14. Celková hmotnost konstrukce je 84,1 Mg. Model obsahuje 10764 stupňů volnosti. Poměrný útlum konstrukce je uvažován 0,5 %. Tato hodnota po přepočtu na Rayleighův model tlumení odpovídá koeficientům $\alpha = 0,044$ a $\beta = 0,00055$.



Obr. 3.88 Průběh Rayleighova tlumení

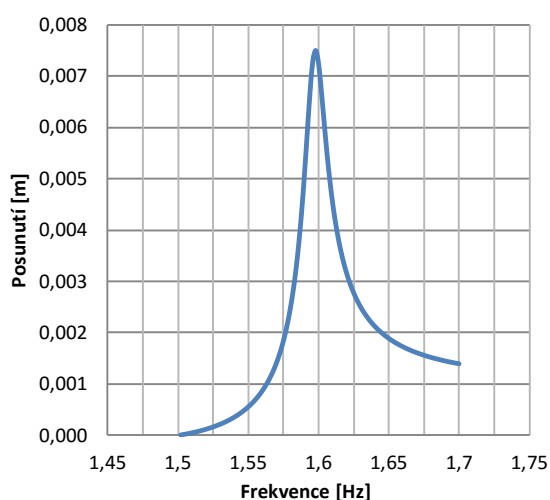
3.8.3 Vlastní frekvence a vlastní tvary kmitu

Tab. 3.19 Přehled vlastních tvarů konstrukce lávky

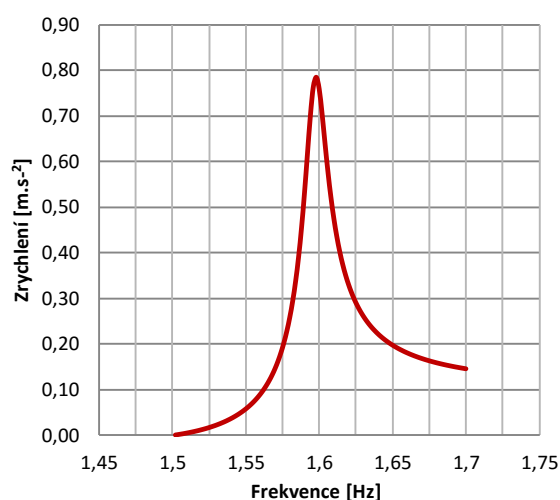


3.8.4 Dynamická odezva lávky s neaktivními tlumiči kmitání na pohyb chodců

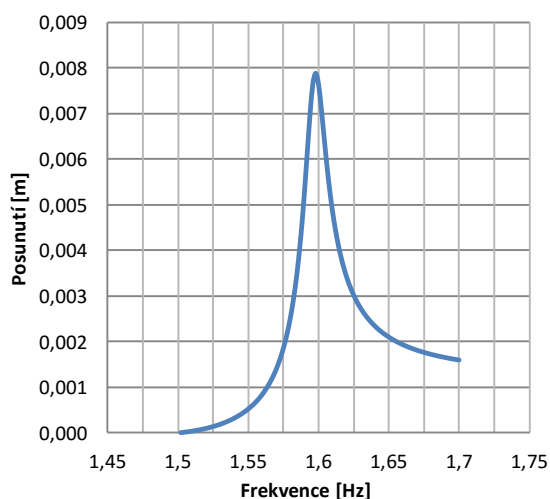
Visutá lávka má oproti zavěšené lávce viz 3.7 složitější průběh hlavního svislého ohybového tvaru viz tab. 3.19. Vlastní tvar konstrukce obsahuje tři kmitny, kde by mohlo dojít k rezonanci zatížení. Ve všech tři je umístěn tlumič kmitání. Konstrukce lávky byla zatížena pohyblivým zatížením dvěma chodci a čtyřmi dvojicemi chodců a sledována dynamická odezva. Jako referenční výpočet byl proveden výpočet harmonické odezvy se silami nahrazující chodce umístěné v místě kmitny vlastního tvaru. Na obrázcích 3.89 až 3.96 jsou vykresleny amplitudofrekvenční závislosti amplitud výchylek a zrychlení ve svislém směru na intervalu frekvencí 1,5 Hz – 1,7 Hz pro krajní a střední kmitnu vlastního tvaru a pro obě varianty zatížení.



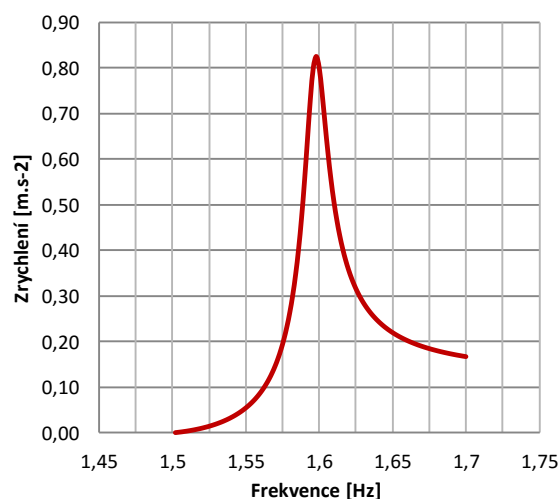
Obr. 3.89 Závislost amplitudy posunutí na frekvenci pro dva chodce, krajní maximum, $u_{max} = 0,007$ m



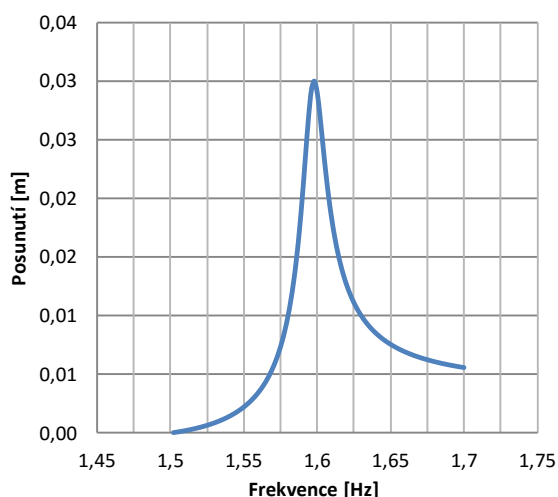
Obr. 3.90 Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro dva chodce, krajní max., $a_{max} = 0,785$ $m \cdot s^{-2}$



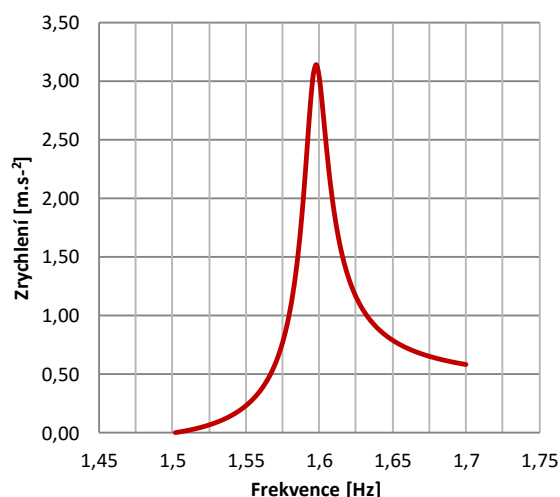
Obr. 3.91 Závislost amplitudy posunutí na frekvenci pro dva chodce, střední maximum, $u_{max} = 0,008$ m



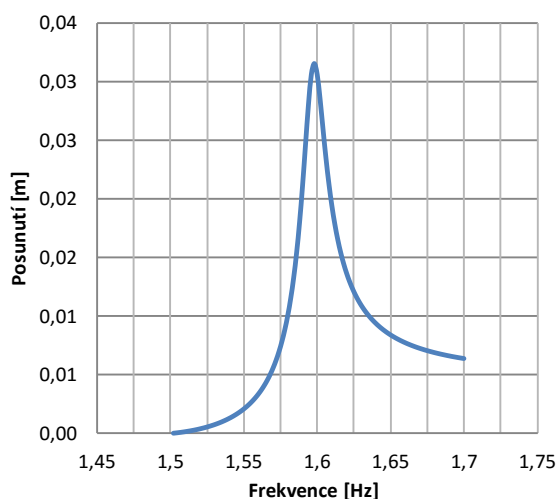
Obr. 3.92 Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro dva chodce, střední max., $a_{max} = 0,825$ $m \cdot s^{-2}$



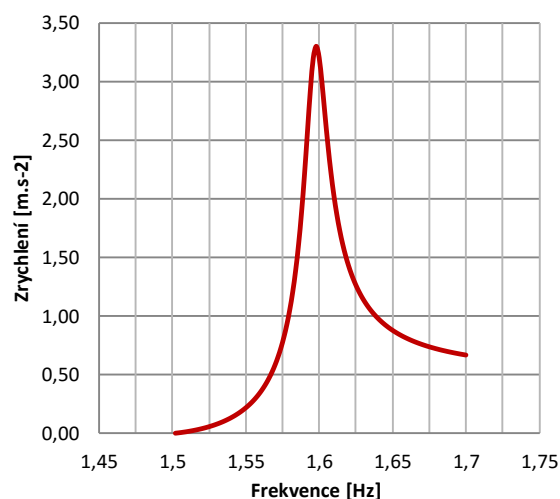
Obr. 3.93 Závislost amplitudy posunutí na frekvenci pro 4 x 2 chodce, krajní maximum, $u_{max} = 0,030$ m



Obr. 3.94 Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro 4 x 2 chodce, krajní max., $a_{max} = 3,139$ m.s⁻²



Obr. 3.95 Závislost amplitudy posunutí na frekvenci pro 4 x 2 chodce, střední maximum, $u_{max} = 0,032$ m



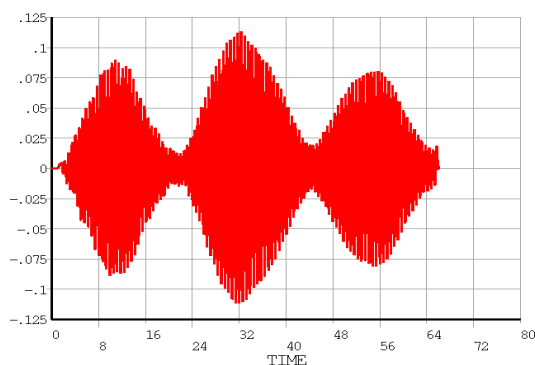
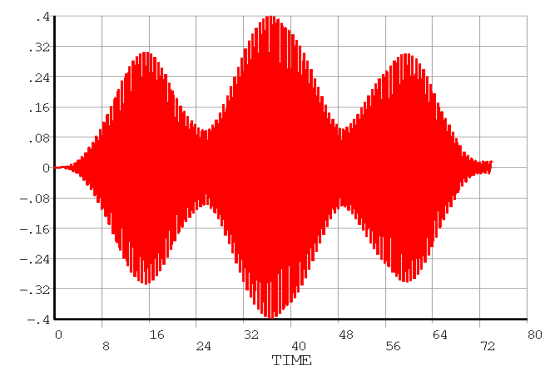
Obr. 3.96 Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro 4 x 2 chodce, střední max., $a_{max} = 3,300$ m.s⁻²

Maximální hodnoty odezvy konstrukce na zatížení nastávají v místě buzení v polovině rozpětí lávky. Maximální zrychlení pro skupinu dvou chodců dosahuje hodnoty 0,825 m.s⁻² a pro skupinu čtyř dvojic chodců 3,300 m.s⁻². Sledované hodnoty amplitud jsou uvedeny v tabulce 3.20.

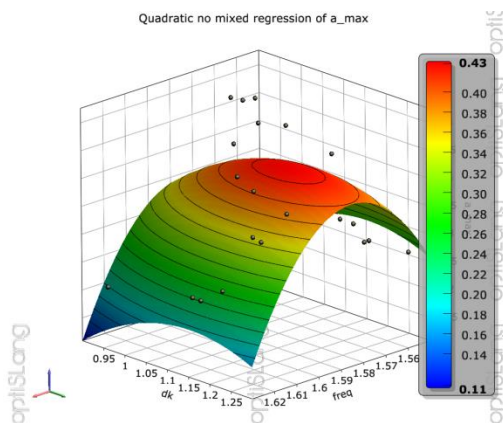
Tab. 3.20 Výsledky čistě harmonického výpočtu

Počet chodců	Kmitna vlastního tvaru	Amplituda výchylky u_{max} [m]	Amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2	Krajní	0,007	0,785
2	Střední	0,008	0,825
4 x 2	Krajní	0,030	3,139
4 x 2	Střední	0,032	3,300

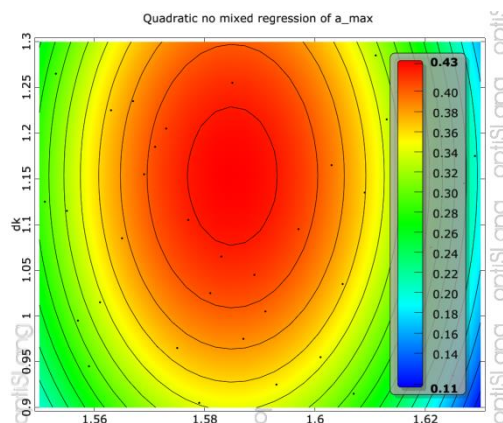
Výsledky harmonického výpočtu byly porovnány s výsledky parametrických výpočtů zohledňujících přechod chodců po konstrukci stejně jako v kapitole 3.7. Jako výchozí parametry chůze chodců označené jako varianta 1, byla zvolena budící frekvence chůze rovná vlastní frekvenci dominantního svislého vlastního tvaru kmitu $f = 1,628 \text{ Hz}$ a průměrná délka kroku $d = 0,800 \text{ m}$. Dynamická odezva konstrukce na zatížení dvěma chodci je vykreslena na obrázku 3.97, včetně pozice výskytu maximální amplitudy zrychlení na konstrukci. Pro čtyři dvojice chodců je obrázek 3.98. Tvar odezvy konstrukce v polovině rozpětí na zatížení chodci kopíruje tři kmitny vlastního tvaru. Nejdříve chodci rozkmitají střed lávky tím, že projdou přes první krajní kmitnu vlastního tvaru a nastane zesílení odezvy konstrukce. Pak se ale dostanou do protipohybu s konstrukcí a dojde k redukci kmitání, dokud se chodci nedostanou do středu kmitny. Tam se odezva opět zesílí a nastane maximální hodnota odezvy. Pak ale zase nastane redukce, dokud nedorazí na druhou krajní kmitnu vlastního tvaru konstrukce, kde se odezva opět zesílí. Maximální hodnota amplitudy zrychlení na konstrukci dosáhla pro zatížení dvěma chodci hodnoty $0,113 \text{ m.s}^{-2}$, pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců hodnoty $0,399 \text{ m.s}^{-2}$.

Obr. 3.97 Dva chodci, $a_{max} = 0,113 \text{ m.s}^{-2}$ Obr. 3.98 4 x 2 chodci, $a_{max} = 0,399 \text{ m.s}^{-2}$

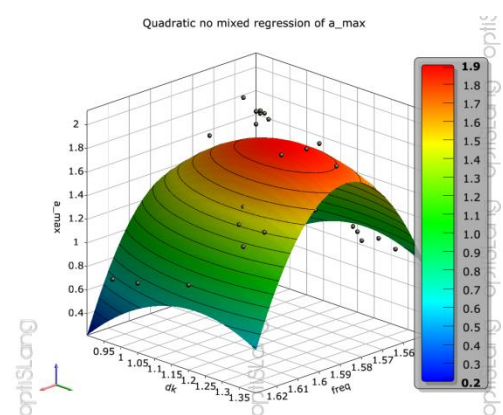
Nejnepříznivější účinky zatížení na konstrukci byly získány parametrickým výpočtem s náhodnou kombinací parametrů frekvence a délky kroku na určených intervalech $f \langle 1,550 ; 1,630 \rangle [\text{Hz}]$ a $d \langle 0,9 ; 1,3 \rangle [\text{m}]$. Výsledné plochy upřesňující výskyt maxima odezvy jsou vykreslené na obrázcích 3.99 až 3.102. Pro maxima v červených intervalech byly určeny střední hodnoty parametrů chůze pro dva i čtyři dvojice chodců a s těmito hodnotami proveden finální výpočet odezvy. Tento výpočet je označen jako varianta 2. Parametry chůze chodců pro jednotlivé varianty jsou uvedeny v tabulce 3.21. Odezva ve zrychleních pro variantu 2 je vykreslena na obrázcích 3.103 a 3.104 včetně pozice maximální amplitudy na konstrukci. Maximální hodnota amplitudy zrychlení pro zatížení dvěma chodci dosahuje $0,530 \text{ m.s}^{-2}$. Pro čtyři dvojice zrychlení $2,046 \text{ m.s}^{-2}$. Obálka hodnot zrychlení v grafech na obr. 3.103 a 3.104 má oproti průběhu zrychlení na obr. 3.97 a 3.98 úplně jiný tvar. Při pohybu chodců s parametry chůze vyvolující nejnepříznivější odezvu nedochází k redukci kmitání vlivem protipohybu chodců a průběh je stále rostoucí.



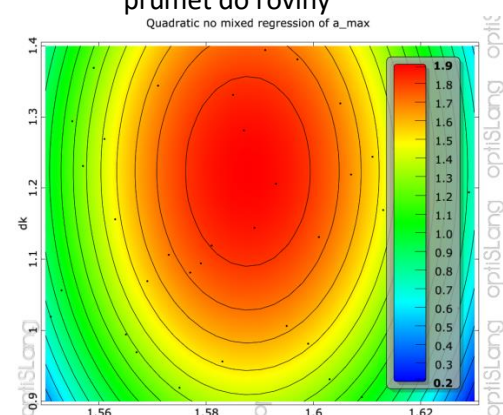
Obr. 3.99 Dva chodci - závislost zrychlení na délce kroku a budící frekvenci



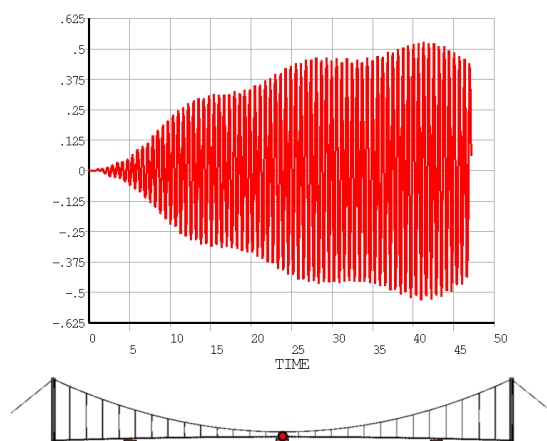
Obr. 3.100 Dva chodci - závislost zrychlení na délce kroku a budící frekvenci, průmět do roviny



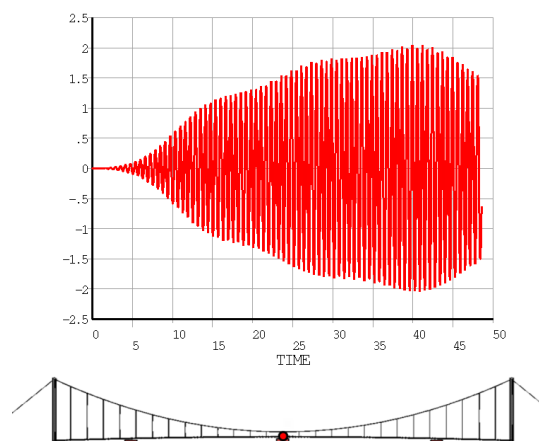
Obr. 3.101 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na délce kroku a budící frekvenci



Obr. 3.102 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na délce kroku a budící frekvenci, průmět do roviny



Obr. 3.103 Dva chodci, $a_{max} = 0,530 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$



Obr. 3.104 4 x 2 chodci, $a_{max} = 2,046 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Co se týče výsledků čistě harmonického výpočtu, tak maximální hodnota amplitudy zrychlení je pro zatížení dvěma chodci je cca 7,3x větší než hodnota odezvy spočtená pro chodce s krokovou frekvencí rovnou vlastní frekvenci lávky a 1,6x větší

než hodnota odezvy od chůze chodců s parametry z parametrického výpočtu. Pro skupinu čtyř dvojic chodců je to 8,3x větší a 1,6x větší.

Tab. 3.21 Přehled hodnot zrychlení na konstrukci pro jednotlivé výpočty odezvy

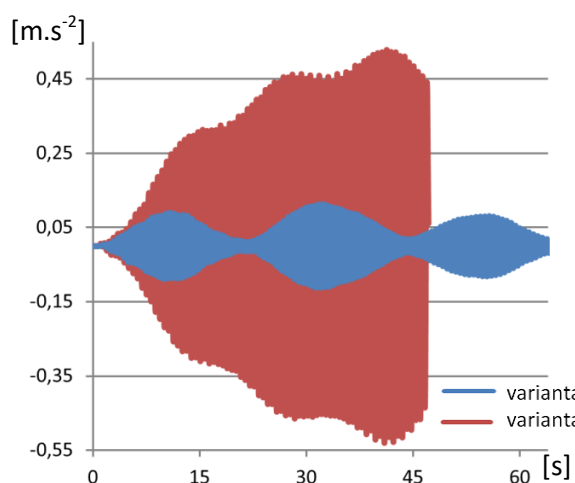
Zatížení	Analýza	Frekvence pohybu f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Rychlost pohybu v [m.s ⁻¹]	Rychlost pohybu v [km.h ⁻¹]	Maximální amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2 chodci	Harmonický výpočet					0,825
	Varianta 1	1,628	0,800	1,302	4,689	0,113
	Varianta 2	1,585	1,150	1,823	6,562	0,530
4 x 2 chodci	Harmonický výpočet					3,300
	Varianta 1	1,628	0,800	1,302	4,688	0,399
	Varianta 2	1,589	1,250	1,986	7,150	2,046

Tab. 3.22 Přehled odezev lávky pro různé skupiny chodců

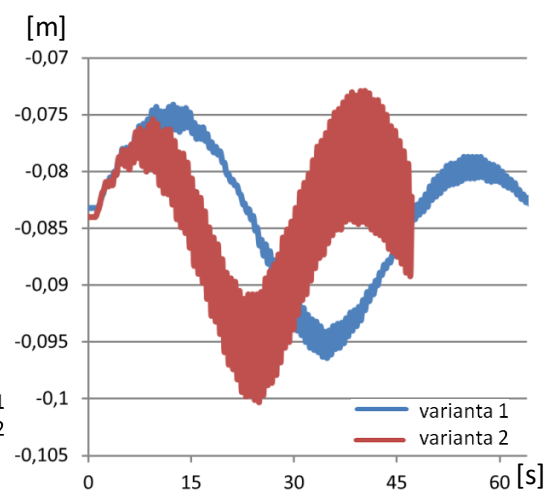
Počet chodců	Typ skupiny	Maximální amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2	synchronizovaná	0,530
4 x 2	synchronizovaná	2,046
3	synchronizovaná	0,795
7	nesynchronizovaná	0,699
15 [8]	nesynchronizovaná	1,026

Výpočet odezvy je proveden jako lineární, je tedy možné určit, pro jaký počet chodců ještě konstrukce vyhoví na posouzení kritérii komfortu dle [18]. Mezní hodnota zrychlení 0,700 m.s⁻² není překročena pouze pro zatížení dvěma synchronizovanými chodci, nebo skupinou sedmi nesynchronizovaných chodců jak je uvedeno v tabulce 3.22. Nicméně pro posouzení patnáctičlenné nesynchronizované skupiny dle [8] je tato hodnota překročena a je tedy nutné zvážit osazení konstrukce zařízeními ke snížení vibrací.

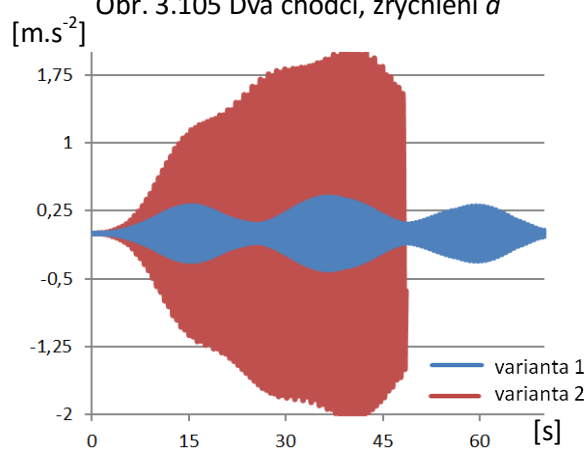
Na obrázcích 3.105 až 3.108 jsou pro porovnání společně vykresleny do jednoho grafu průběhy odezev na zatížení variant 1 a 2. A to posuvy a zrychlení pro dva a čtyři dvojice chodců. Modrou barvou varianta 1 kde se chodci pohybují s krokovou frekvencí rovné vlastní frekvenci lávky, červeně pak varianta 2 s parametry chůze z parametrického výpočtu. Pro variantu 2 je v odezvě zrychlení vidět strmější nárůst s rostoucím průběhem bez dílčích poklesů jako ve variantě 1. U odezvy ve formě posunů lávky je vidět dosažení větší maximální hodnoty odezvy a větší rozkmit konstrukce.



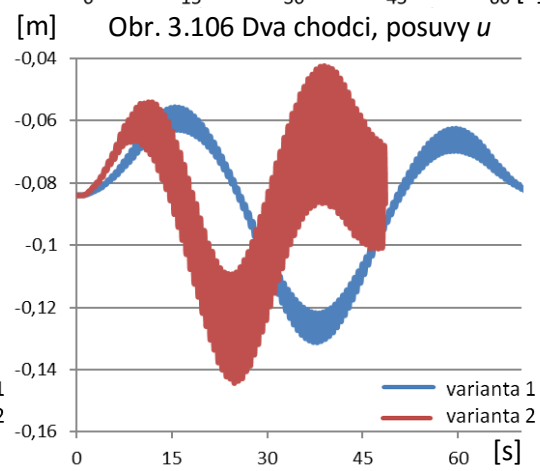
Obr. 3.105 Dva chodci, zrychlení a



Obr. 3.106 Dva chodci, posuvy u



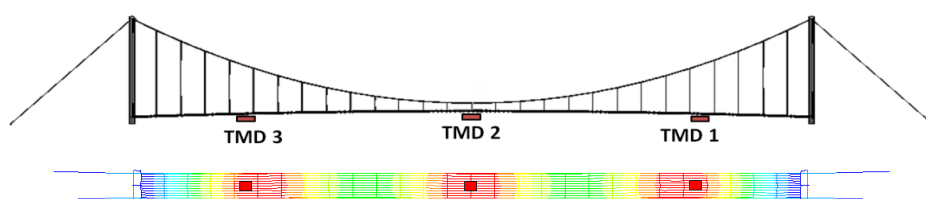
Obr. 3.107 4 x 2 chodci, zrychlení a



Obr. 3.108 4 x 2 chodci, posuvy u

3.8.5 Dynamická odezva lávky s aktivním tlumičem kmitání na pohyb chodců

Předpokládejme, že v konstrukci mostovky lávky jsou umístěny tři tlumiče kmitání v místech kmiten svislého vlastního tvaru. Efektivní modální hmotnost pro tento tvar je 51008,6 kg. Vzhledem ke stejným výchylkám ve všech třech kmitnách, byly zvoleny shodné hmotnosti tlumičů, a to 1600 kg, což odpovídá 3 % efektivní modální hmotnosti. Byla sledována dynamická odezva konstrukce na zatížení dvěma chodci a skupinou čtyř dvojic chodců. Schéma umístění tlumičů na lávce je patrné ze schématu na obrázku 3.109. Každá varianta zatížení byla testována na lávce pro tři základní sestavy tlumičů kmitání podle tabulky 3.23.



Obr. 3.109 Tlumiče na lávce

Tab. 3.23 Sestavy tlumičů na lávce

	TMD 1	TMD 2	TMD 3
I.	N	A	N
II.	A	N	A
III.	A	A	A

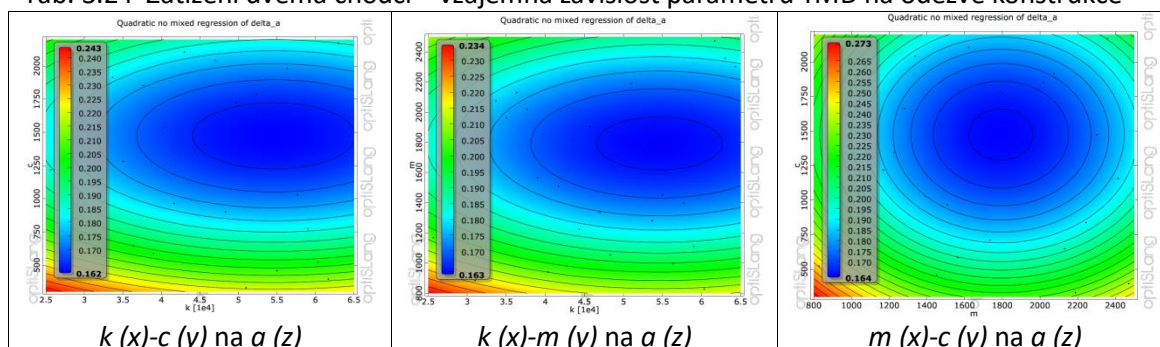
A - aktivní tlumič
N - neaktivní tlumič

Sestavy tlumičů jsou následující: buď aktivní pouze TMD 2 uprostřed rozpětí, nebo aktivní pouze krajní tlumiče TMD 1 a 3, nebo aktivní všechny tři tlumiče. Ve všech případech byly sledovány maximální amplitudy zrychlení na celé konstrukci lávky. Pro nalezení optimálních parametrů tlumičů kmitání pro každou sestavu tlumičů z tab. 3.23 byly provedeny parametrické výpočty. A to pro parametry tuhosti k , a tlumení c se zachováním hmotnosti TMD a dále pro všechny tři parametry. Navíc každá varianta pro oba typy zatížení. Celkem tedy $3 \times 2 \times 2 = 12$ parametrických výpočtů, u kterých byla sledována maximální amplituda zrychlení po celé délce lávky pro interval budících frekvencí chodců $\langle 0,85f; 1,15f \rangle$, kde f je kroková frekvence chodců. A dále porovnávání maximální rozdíl hodnot zrychlení navzájem mezi pěti sledovanými hodnotami pro budící frekvence $0,85f$, $0,925f$, f , $1,075f$ a $1,15f$. Cílem bylo nalézt takové parametry, při kterých bude nejmenší rozdíl těchto hodnot, což zaručí přibližně stejné chování tlumiče na daném intervalu buzení $\langle 0,85f; 1,15f \rangle$. Přehled vstupních parametrů jednotlivých parametrických výpočtů je uveden v tabulce 3.25.

Výsledky jednotlivých parametrických výpočtů byly zpracovány programovým systémem OptiSlang do ploch, upřesňujících pozici největší redukce kmitání v závislosti na dvou parametrech tlumiče, viz ukázka v tabulce 3.24 pro sestavu I. optimalizaci parametrů hmotnosti, tuhosti i tlumení TMD pro zatížení dvěma chodci. Plochy zobrazují závislost odezvy na dvojicích parametrů tlumiče a to zleva: tuhosti a tlumení, dále na tuhosti a hmotnosti a nakonec hmotnosti a tlumení. Z tmavě modrých

intervalů byly určeny střední hodnoty, se kterými byl proveden finální výpočet odezvy. Ty jsou shrnuty do tabulky 3.26.

Tab. 3.24 Zatížení dvěma chodci – vzájemná závislost parametrů TMD na odezvě konstrukce



Tab. 3.25 Přehled intervalů parametrů parametrických výpočtů

Zatížení	Sestava	Výpočet	Frekvence kroku chůze f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Hmotnost tlumiče m_{tl} [kg]	Tuhost tlumiče k_{tl} [N.m ⁻¹]	Tlumení tlumiče c_{tl} [N.m ⁻¹ .s ⁻²]
2 chodci	I.	1	1,585	1,150	1600	<35000;70000>	<1000;3000>
		2			<1500;2600>		
	II.	3			1600		
		4			<1500;2600>		
	III.	5			1600		
		6			<1500;2600>		
4 x 2 chodci	I.	7	1,589	1,250	1600	<35000;70000>	<1000;3000>
		8			<1500;2600>		
	II.	9			1600		
		10			<1500;2600>		
	III.	11			1600		
		12			<1500;2600>		

Výpočty s lichým číslem optimalizují pouze parametry tuhosti a tlumení tlumičů v jednotlivých sestavách pro dané zatížení chodci. Sudé všechny tři parametry tlumičů kmitání, tedy hmotnost, tuhost i tlumení. Hodnoty maximálních amplitud zrychlení všech parametrických výpočtů jsou shrnuty do dvou tabulek 3.27 pro dva chodce a 3.28 pro čtyři dvojice chodců a to konkrétně pro hodnoty budící frekvence $1,15f$, $1,075f$, f , $0,925f$, a $0,85f$. Grafické zpracování těchto hodnot je vidět v grafech na obrázcích 3.110 a 3.111 pod každou z výše zmíněných tabulek. Jde o znázornění závislosti odezvy na budící frekvenci, kde na vodorovné ose x je kroková frekvence pohybu chodců a na svislé ose y odpovídající maximální zrychlení na lávce. Průběh redukce kmitání jednotlivých variant výpočtů na intervalu krokové frekvence chodců $0,85f$ až $1,075f$ je vykreslen na grafech na obrázcích 3.110 a 3.111. Na intervalu budící

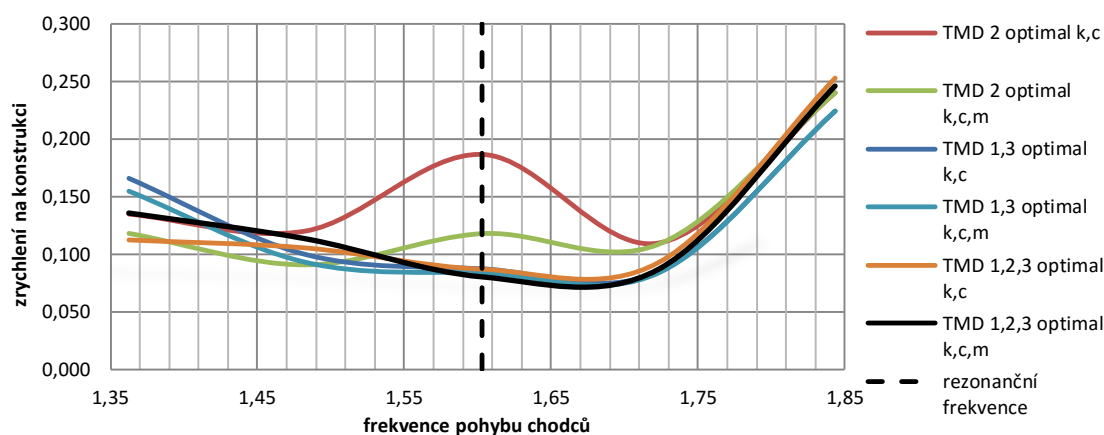
frekvence $0,85f$ až $1,075f$ je podle průběhu vidět, že se konstrukce s tlumiči zatížená dvěma chodci bude chovat velmi podobně.

Tab. 3.26 Jednotlivé simulace TMD – parametry tlumičů

Zatížení	Sestava	Výpočet	Parametrický výpočet pro parametry tlumiče	Parametry TMD1 a TMD3			Parametry TMD2		
				$m_{1,3}$	$k_{1,3}$	$c_{1,3}$	m_2	k_2	c_2
				[kg]	[N.m ⁻¹]	[N.m ⁻¹ .s ⁻²]	[kg]	[N.m ⁻¹]	[N.m ⁻¹ .s ⁻²]
2 chodci	I.	1	k, c				1600	61000	1490
		2	k, c, m				2000	44500	2550
	II.	3	k, c	1600	50000	1550			
		4	k, c, m	1900	54500	2200			
	III.	5	k, c	1600	48000	2000	1600	48000	2000
		6	k, c, m	2550	65000	2200	1600	55000	2600
4 x 2 chodci	I.	7	k, c				1600	52500	2250
		8	k, c, m				1930	51000	2600
	II.	9	k, c	1600	60000	2100			
		10	k, c, m	1750	55000	2300			
	III.	11	k, c	1600	40000	1600	1600	46000	1100
		12	k, c, m	2400	70000	2450	1950	64500	1500

Tab. 3.27 Přehled výpočtů – maxima zrychlení na konstrukci pro 2 chodce

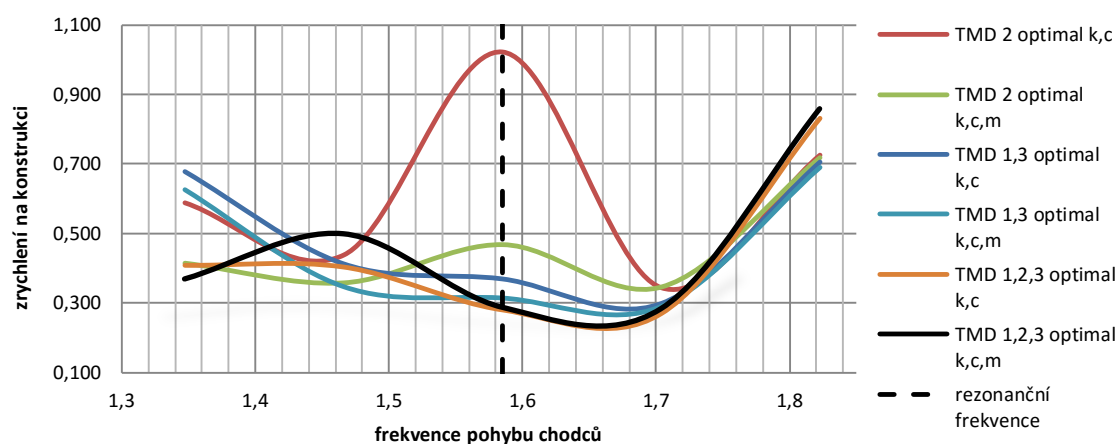
Zatížení	Sestava	Výpočty	Maximální hodnoty amplitud zrychlení				
			$1,150f$	$1,075f$	$1,000f$	$0,925f$	$0,850f$
			a_1 [m.s ⁻²]	a_2 [m.s ⁻²]	a_3 [m.s ⁻²]	a_4 [m.s ⁻²]	a_5 [m.s ⁻²]
2 chodci	I.	1	0,240	0,110	0,187	0,120	0,135
		2	0,240	0,109	0,118	0,091	0,118
	II.	3	0,224	0,085	0,087	0,100	0,166
		4	0,224	0,084	0,084	0,093	0,155
	III.	5	0,253	0,093	0,087	0,105	0,112
		6	0,246	0,087	0,080	0,113	0,135



Obr. 3.110 Grafické znázornění závislosti zrychlení na krokové frekvenci chodců

Tab. 3.28 Přehled jednotlivých výpočtů – maxima zrychlení na konstrukci pro 4 x 2 chodce

Zatížení	Sestava	Výpočty	Maximální hodnoty amplitud zrychlení				
			$1,150f$	$1,075f$	$1,000f$	$0,925f$	$0,850f$
			$a_1 [\text{m.s}^{-2}]$	$a_2 [\text{m.s}^{-2}]$	$a_3 [\text{m.s}^{-2}]$	$a_4 [\text{m.s}^{-2}]$	$a_5 [\text{m.s}^{-2}]$
4 x 2 chodci	I.	7	0,725	0,344	1,022	0,438	0,588
		8	0,718	0,346	0,468	0,358	0,415
	II.	9	0,705	0,298	0,369	0,412	0,678
		10	0,690	0,290	0,314	0,347	0,626
	III.	11	0,831	0,269	0,280	0,403	0,408
		12	0,858	0,283	0,288	0,499	0,369

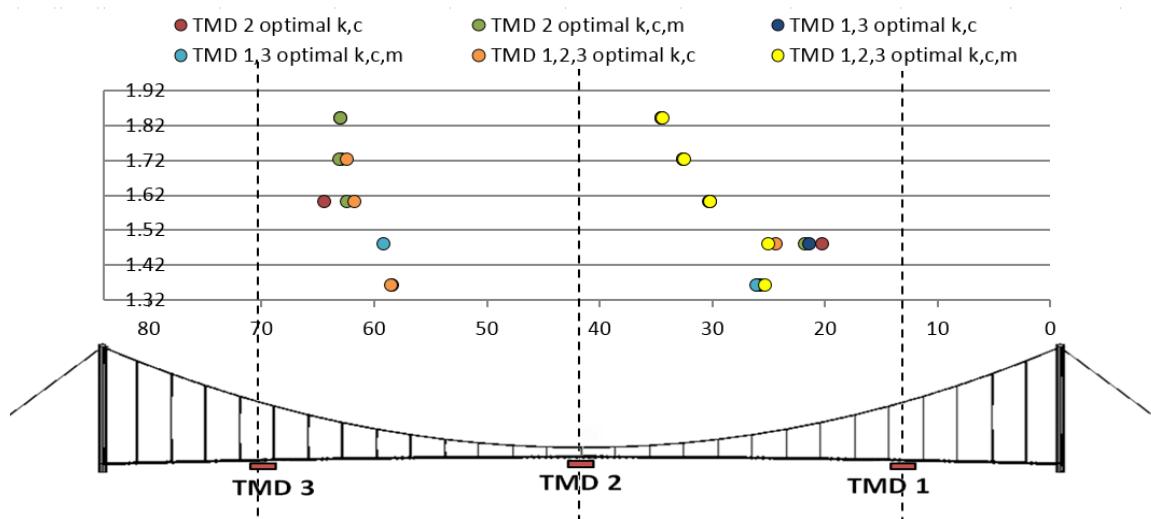


Obr. 3.111 Grafické znázornění závislosti zrychlení na krokové frekvenci chodců

Pro lepší pochopení chování konstrukce jsou pozice jednotlivých maxim zrychlení na lávce při dané budící frekvenci uvedeny v tabulce 3.29 pro zatížení dvěma chodci resp. tab. 3.30 pro skupinu čtyř dvojic chodců. Pozice je na konstrukci zaznamenána v podobě vzdálenosti v metrech od nástupní hrany lávky. Grafické znázornění těchto pozic je vykresleno na obrázcích 3.112 a 3.113 pro jednotlivá zatížení.

Tab. 3.29 Pozice maxim zrychlení na konstrukci pro zatížení dvěma chodci

Zatížení	Sestava	Výpočty	Pozice maxim zrychlení při dané krokové frekvenci chodců				
			$1,150f$	$1,075f$	$1,000f$	$0,925f$	$0,850f$
			$l_1 [\text{m}]$	$l_2 [\text{m}]$	$l_3 [\text{m}]$	$l_4 [\text{m}]$	$l_5 [\text{m}]$
2 chodci	I.	1	63,0	62,9	64,4	20,3	58,4
		2	63,0	63,1	62,4	21,8	26,0
	II.	3	34,5	32,6	30,3	21,4	25,7
		4	34,5	32,6	30,2	59,2	26,1
	III.	5	34,5	62,4	61,8	24,4	58,5
		6	34,5	32,6	30,2	27,5	57,9

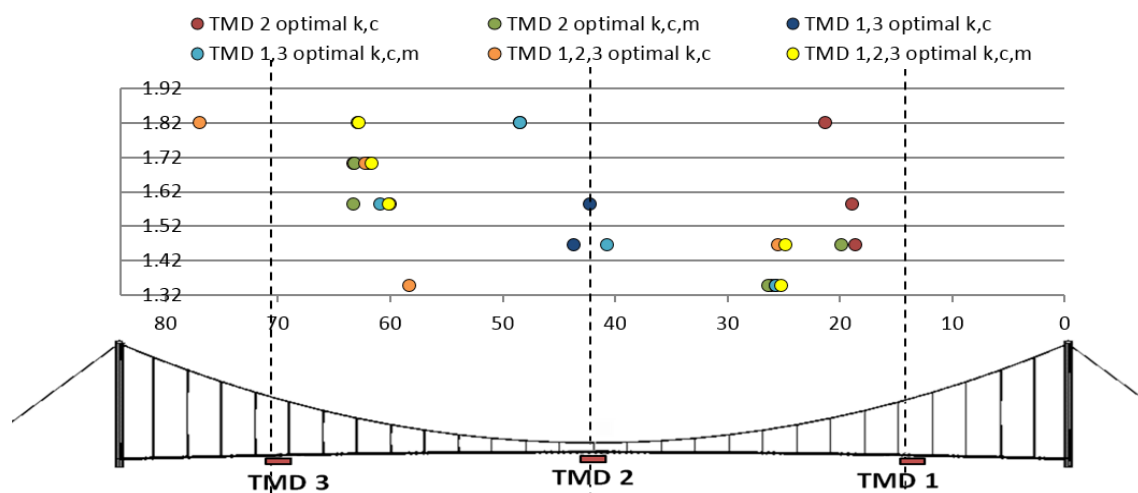


Obr. 3.112 Pozice maxim zrychlení na konstrukci od dvou chodců

Pro každý výpočet je vykresleno pět bodů stejné barvy viz legendy pro hodnoty krokové frekvence chodců $1,15f$, $1,075f$, f , $0,925f$, a $0,85f$. Z grafu vyplývá, že maxima zrychlení na lávce se nacházejí v místech mezi tlumiči kmitání.

Tab. 3.30 Pozice maxim zrychlení na konstrukci pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců

Zatížení	Sestava	Výpočty	Pozice maxim zrychlení při dané krokové frekvenci chodců				
			$1,150f$	$1,075f$	$1,000f$	$0,925f$	$0,850f$
			l_1 [m]	l_2 [m]	l_3 [m]	l_4 [m]	l_5 [m]
4 x 2 chodci	I.	7	21,3	63,3	18,9	18,6	26,1
		8	62,9	63,2	63,3	19,9	26,4
	II.	9	48,5	62	42,3	43,7	25,7
		10	48,5	61,9	60,9	40,7	25,7
	III.	11	77	62,2	60	25,5	58,3
		12	62,8	61,7	60,1	24,9	25,2

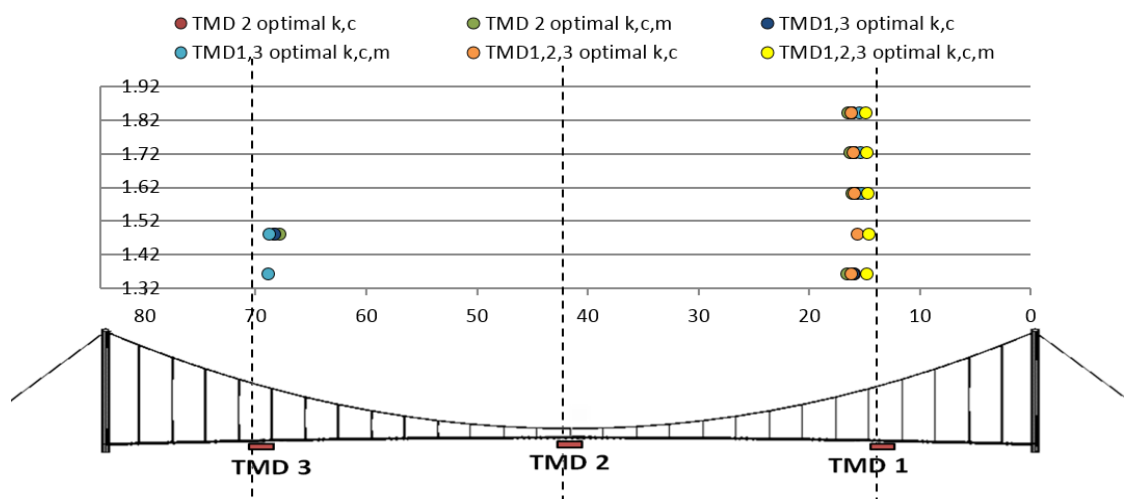


Obr. 3.113 Pozice maxim zrychlení na konstrukci od čtyř dvojic chodců

V tabulkách 3.31 a 3.32 jsou shrnuty ještě místa výskytu největších amplitud posuvů na lávce včetně grafických zobrazení na obrázcích 3.114 a 3.115 ve stejných barvách pro stejné hodnoty krokových frekvencí chodců zrychlení. Je vidět, že maximální výchylky na konstrukci nastávají poblíž krajních tlumičů.

Tab. 3.31 Pozice maxim výchylek na konstrukci pro zatížení dvěma chodci

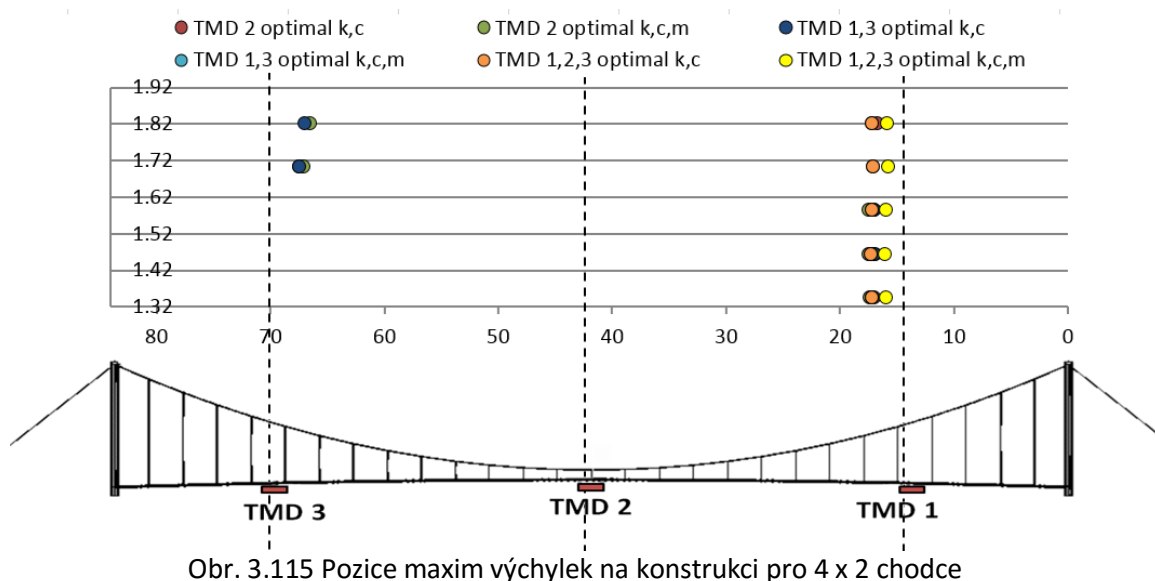
Zatížení	Sestava	Výpočet	Pozice maxim výchylek při dané krokové frekvenci chodců				
			$1,150f$	$1,075f$	$1,000f$	$0,925f$	$0,850f$
			l_1 [m]	l_2 [m]	l_3 [m]	l_4 [m]	l_5 [m]
2 chodci	I.	1	16,1	16,5	16,1	15,5	16,2
		2	15,9	16,3	15,9	15,4	16,0
	II.	3	15,8	16,1	15,8	15,3	15,9
		4	68,3	67,8	68,3	68,8	15,7
	III.	5	15,9	16,6	16,0	68,9	16,2
		6	16,1	16,5	16,1	15,5	16,2



Obr. 3.114 Pozice maxim výchylek na konstrukci pro 2 chodce

Tab. 3.32 Pozice maxim výchylek na konstrukci pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců

Zatížení	Sestava	Výpočet	Pozice maxima při dané krokové frekvenci chodců				
			$1,150f$	$1,075f$	$1,000f$	$0,925f$	$0,850f$
			l_1 [m]	l_2 [m]	l_3 [m]	l_4 [m]	l_5 [m]
4 x 2 chodci	I.	7	16,8	66,5	67,0	17,2	17,2
		8	67,5	67,1	67,5	17,1	17,1
	II.	9	17,0	17,5	17,0	17,2	17,2
		10	16,9	17,5	17,0	17,3	17,3
	III.	11	17,0	17,4	17,2	17,2	17,2
		12	16,8	66,5	67,0	17,2	17,2



Shrnutí maximálních hodnot zrychlení na konstrukci spolu s redukcí odezvy vzhledem k odezvě konstrukce s neaktivními tlumiči je v tabulce 3.33. Hodnota redukce byla určena aritmetickým průměrem redukcí pěti hodnot pro jednotlivé krokové frekvence chodců a to $1,15f$, $1,075f$, f , $0,925f$, a $0,85f$.

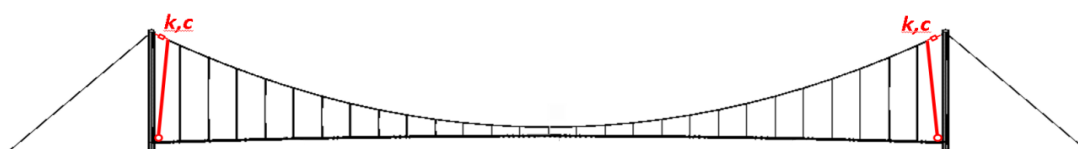
Tab. 3.33 Redukce odezvy

Zatížení	Sestava	Výpočty	$a_{max} [m.s^{-2}]$	Redukce odezvy
2 chodci	I.	1	0,158	3,35x
		2	0,135	3,92x
	II.	3	0,132	4,00x
		4	0,128	4,15x
	III.	5	0,130	4,08x
		6	0,132	4,01x
4 x 2 chodci	I.	7	0,623	3,28x
		8	0,461	4,44x
	II.	9	0,493	4,15x
		10	0,453	4,51x
	III.	11	0,438	4,66x
		12	0,459	4,45x

Z výsledků vyplývá, že maximální průměrná redukce odezvy jednotlivých sestav tlumičů je pro zatížení dvěma chodci 4,0x pro zatížení čtyřmi dvojicemi 4,5x. Proto se jako nejekonomičtější varianta tlumení konstrukce jeví sestava I simulace 2, resp. simulace 8, tedy jeden tlumič kmitání uprostřed rozpětí konstrukce s optimalizovanými parametry k, c, m , kde nastává redukce kmitání konstrukce 3,92x pro dva chodce a 4,44x pro čtyři dvojice chodců.

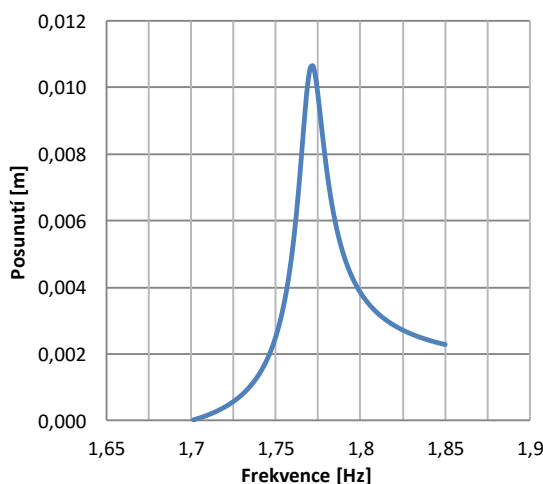
3.8.6 Dynamická odezva lávky na zatížení chodci s aktivními tlumiči kmitání umístěnými v lanech

Výpočtový model lávky z kapitoly 3.8.4 byl upraven na jinou alternativu umožňující snížení kmitání. Kvůli stabilizaci výpočtu byla zdvojena konstrukce pylonu, která byla ukotvena kloubově k původnímu a mezi jejich horní konce umístěny 4 tlumiče kmitání v ose nosných kabelů lávky. Tzn. každé ze dvou nosných lan je k pylonu připojeno přes soustavu pružina-tlumič. Tyto prvky jsou modelovány v programovém systému ANSYS konečných prvkem COMBINE14. Vlivem úpravy konstrukce lávky se vlastní frekvence hlavního svislého ohybového tvaru kmitu mírně zvýšila na hodnotu 1,766 Hz. Schéma konstrukce lávky s tlumiči je zobrazeno na obrázku 3.116. Celková hmotnost lávky je 98,3 Mg. Model obsahuje 10796 stupňů volnosti a poměrný útlum konstrukce byl zvolen 0,5 %. Po přepočtu na Rayleighův model tlumení to odpovídá koeficientům $\alpha = 0,060$ a $\beta = 0,00044$.

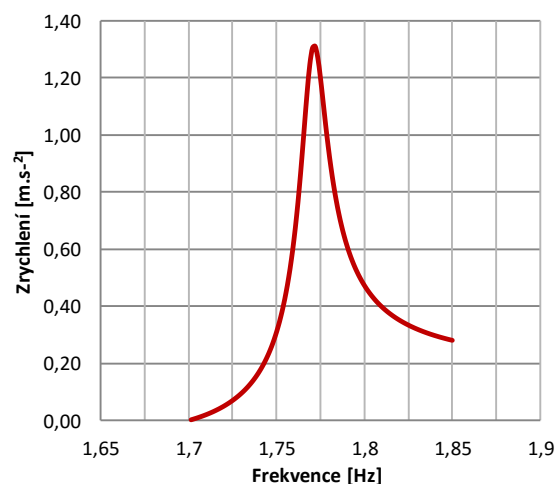


Obr. 3.116 Schématický model konstrukce

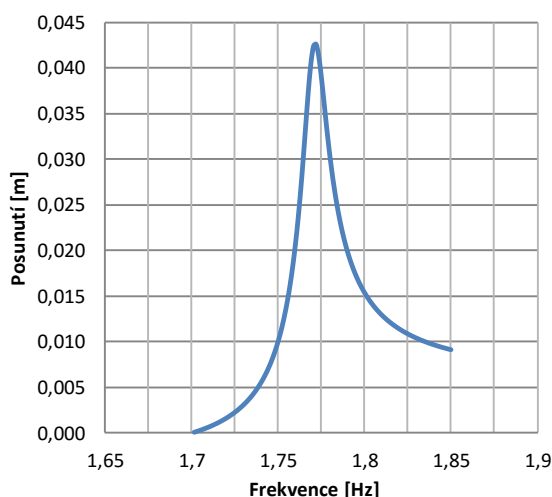
Nejprve byly na konstrukci lávky deaktivovány tlumiče kmitání. Po té byly provedeny stejné postupy zatěžování lávky a sledování odezev jako u předchozí varianty lávky s tlumiči v mostovce. Tedy čistě harmonický výpočet a parametrické výpočty s pohyblivým zatížením dvou chodců a skupinou čtyř dvojic chodců. Amplitudofrekvenční charakteristiky amplitud výchylky a zrychlení pro obě zatížení jsou vykresleny na obrázcích 3.117 až 3.120. Tyto hodnoty jsou porovnány se dvěma variantami parametrických výpočtů odezvy na pohyblivé zatížení. V první variantě se chodci pohybují s průměrnou délkou kroku 0,800 m a frekvencí kroku rovné vlastní frekvenci lávky.



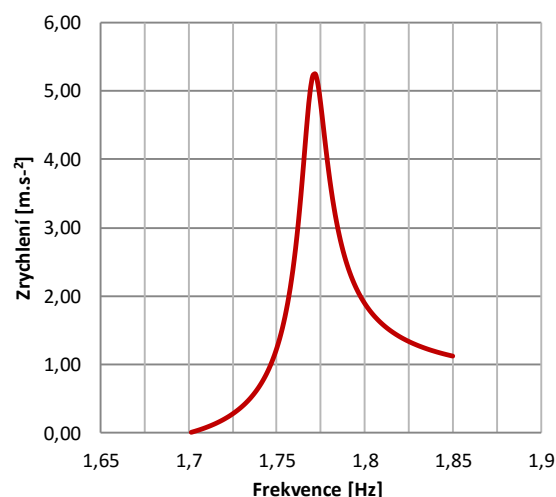
Obr. 3.117 Závislost amplitudy posunutí na frekvenci pro dva chodce,
 $u_{max} = 0,011$ m



Obr. 3.118 Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro dva chodce,
 $a_{max} = 1,311$ m.s⁻²

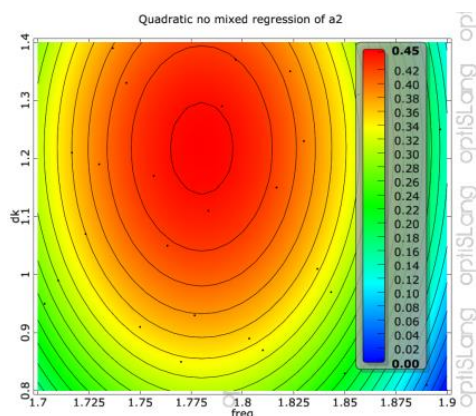


Obr. 3.119 Závislost amplitudy posunutí na frekvenci pro 4 x 2 chodce,
 $u_{max} = 0,043$ m

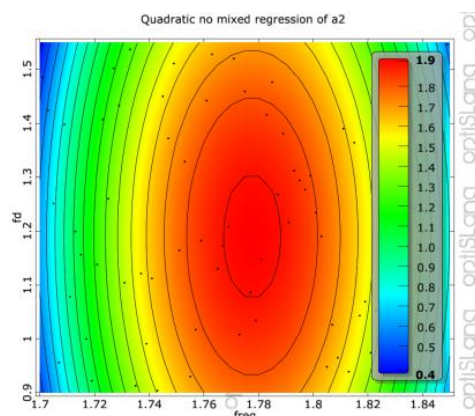


Obr. 3.120 Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro 4 x 2 chodce,
 $a_{max} = 5,245$ m.s⁻²

Jako 2. Varianta jsou hledány nejnejpříznivější parametry chůze chodců po konstrukci pomocí parametrického výpočtu s náhodnými parametry chůze na intervalech $f \in \langle 1,700 ; 1,900 \rangle$ [Hz] a $d \in \langle 0,8 ; 1,5 \rangle$ [m]. Obě varianty byly provedeny pro obě zatížení chodci. Na obrázcích 3.121 a 3.122 jsou vykresleny plochy upřesňující závislost maximální odezvy konstrukce na parametrech chůze. Po odečtení středních hodnot parametrů chůze z intervalů, byl proveden výpočet nejnejpříznivější odezvy s těmito parametry chůze: kroková frekvence $f = 1,780$ Hz a délka kroku $d = 1,200$ m.



Obr. 3.121 Dva chodci - závislost zrychlení na délce kroku a budící frekvenci,



Obr. 3.122 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na délce kroku a budící frekvenci,

Výsledné odezvy všech variant výpočtů jsou shrnuty do tabulky 3.34. Co se týče výsledků zjednodušeného výpočtu harmonické analýzy lávky, tak maximální hodnota odezvy pro zatížení dvěma chodci je 4,3x větší než hodnota odezvy z varianty 1 a zároveň 2,1x větší než hodnota odezvy varianty 2. Pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců je to 4,7x větší a 2,1x větší. Díky linearitě výpočtu lze odvodit, pro jaké skupiny chodců jsou porušena kritéria komfortu na lávce definována maximální hodnotou amplitudy zrychlení 0,700 m.s⁻² dle [18]. Ta jsou splněna jen pro dva synchronizované nebo 4 nesynchronizované chodce viz tab. 3.35. Nicméně pro posouzení

patnáctičlenné nesynchronizované skupiny dle [8] je tato hodnota překročena a je tedy nutné zvážit osazení konstrukce zařízeními ke snížení vibrací.

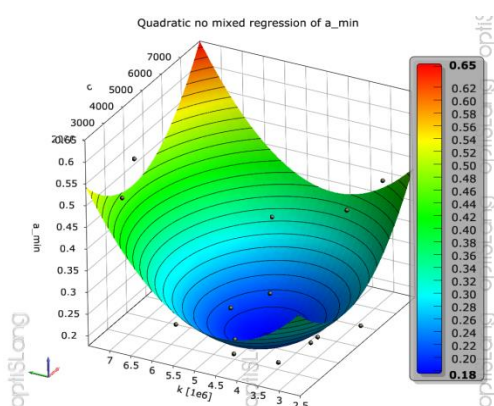
Tab. 3.34 Přehled hodnot zrychlení na konstrukci pro jednotlivé výpočty odezvy

Zatížení	Analýza	Frekvence pohybu f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Rychlost pohybu v [m.s ⁻¹]	Rychlost pohybu v [km.h ⁻¹]	Maximální amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2 chodci	Harmonický výpočet					1,311
	Varianta 1	1,766	0,800	1,413	5,086	0,302
	Varianta 2	1,780	1,200	2,136	7,690	0,634
4 x 2 chodci	Harmonický výpočet					5,245
	Varianta 1	1,766	0,800	1,413	5,086	1,112
	Varianta 2	1,780	1,200	2,136	7,690	2,476

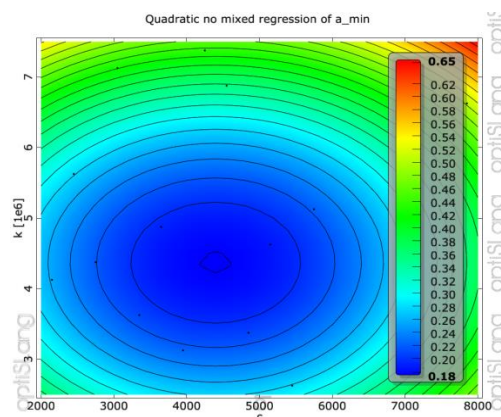
Tab. 3.35 Přehled odezev lávky pro různé skupiny chodců

Počet chodců	Typ skupiny	Maximální amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2	synchronizovaná	0,634
4 x 2	synchronizovaná	2,476
3	synchronizovaná	0,951
4	nesynchronizovaná	0,634
15 [8]	nesynchronizovaná	1,228

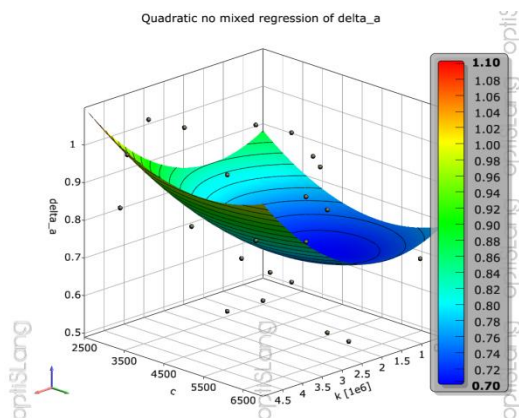
Na konstrukci byly aktivovány tlumiče kmitání v lanech a provedeny parametrické výpočty lávky na zatížení chodci s parametry chůze dle varianty 2. Parametrické výpočty byly provedeny na intervalech k $\langle 2000000 ; 8000000 \rangle$ [N.m⁻¹] a c $\langle 2000 ; 8000 \rangle$ [N.m⁻¹s⁻²] pro dva chodce, resp. k $\langle 500000 ; 5000000 \rangle$ [N.m⁻¹] a c $\langle 2500 ; 7000 \rangle$ [N.m⁻¹s⁻²] pro čtyři dvojice chodců



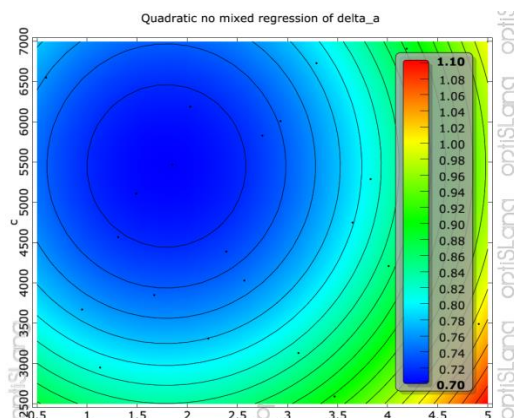
Obr. 3.123 Závislost zrychlení na tuhosti a tlumení, 2 chodci, 3D pohled



Obr. 3.124 Závislost zrychlení na tuhosti a tlumení, 2 chodci, 2D pohled



Obr. 3.125 Závislost zrychlení na tuhosti a tlumení, 4 x 2 chodci, 3D pohled

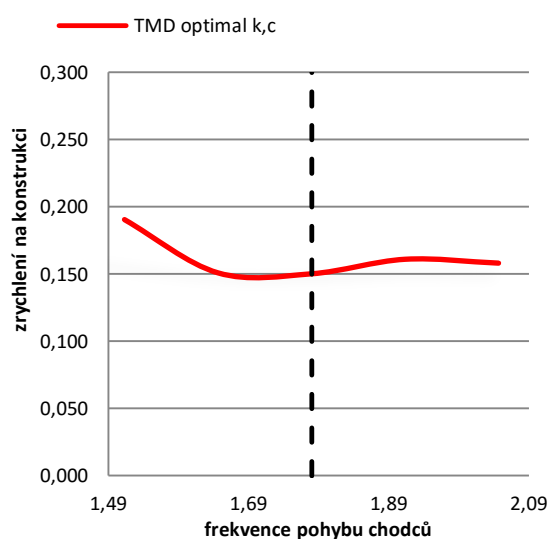


Obr. 3.126 Závislost zrychlení na tuhosti a tlumení, 4 x 2 chodci, 2D pohled

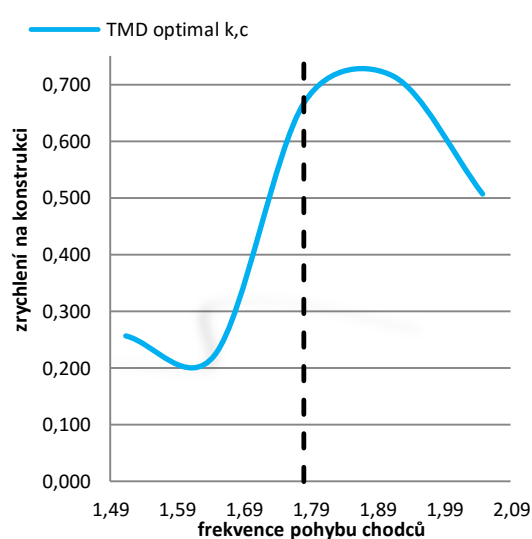
Byl proveden finální výpočet odezvy s parametry chůze určených jako střední hodnoty intervalů dle výsledných ploch z obr. 3.123 až 3.126. Konkrétně tuhosti $k = 4,8 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$ a tlumení $c = 5500 \text{ N.m}^{-1}\text{s}^{-2}$ pro dva chodce. Pro čtyři dvojice chodců $k = 1,8 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$ a hodnota parametru tlumení $c = 5500 \text{ N.m}^{-1}\text{s}^{-2}$. Hodnoty maximálních amplitud zrychlení na konstrukci lávky jsou shrnuty do tab. 3.36 a to konkrétně hodnoty při frekvencích $1,15f$, $1,075f$, f , $0,925f$, a $0,85f$, kde f je kroková frekvence chodců.

Tab. 3.36 Přehled zrychlení na konstrukci pro různé krokové frekvence chodců

Chodci	Zrychlení na konstrukci při dané krokové frekvenci chodců				
	1,150f	1,150f	1,150f	1,150f	1,150f
	$a_1 [\text{m.s}^{-2}]$	$a_2 [\text{m.s}^{-2}]$	$a_3 [\text{m.s}^{-2}]$	$a_4 [\text{m.s}^{-2}]$	$a_5 [\text{m.s}^{-2}]$
2	0,158	0,161	0,150	0,151	0,190
4x2	0,506	0,714	0,668	0,223	0,256



Obr. 3.127 Grafické znázornění závislosti zrychlení na krokové frekvenci pro dva chodce



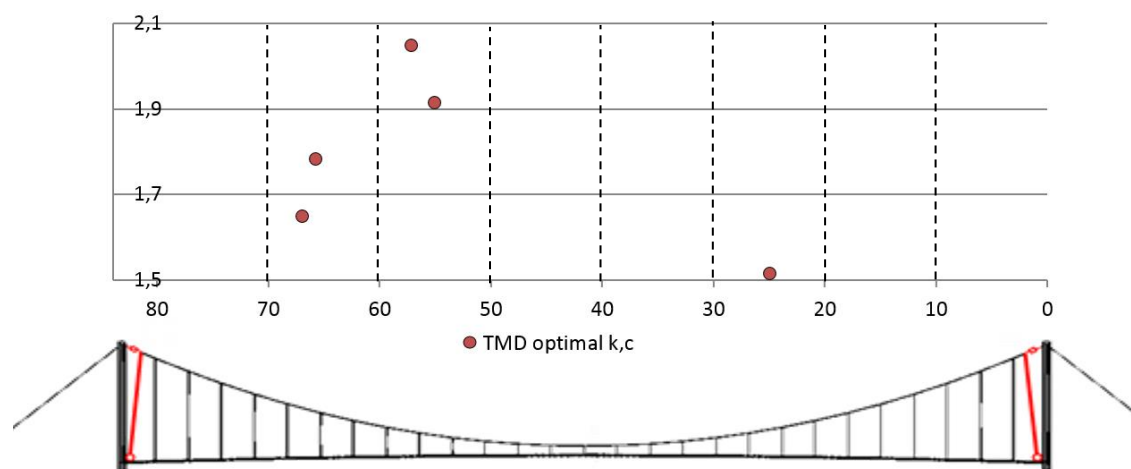
Obr. 3.128 Grafické znázornění závislosti zrychlení na krokové frekvenci pro čtyři dvojice chodců

Grafické znázornění těchto hodnot je zobrazeno na obr. 3.127 pro dva chodce, resp. 3.128 pro čtyři dvojice chodců, kde na vodorovné ose x je kroková frekvence pohybu chodců a na svislé ose y odpovídající maximální amplituda zrychlení. Z průběhu grafů je patrné, že se tlumič na zatížení dvěma chodci podařilo naladit tak, že má v celém sledovaném rozsahu budících frekvencí podobnou charakteristiku redukce kmitání. Což u tlumiče kmitání naladěného na skupinu čtyř dvojic chodců nebylo možné.

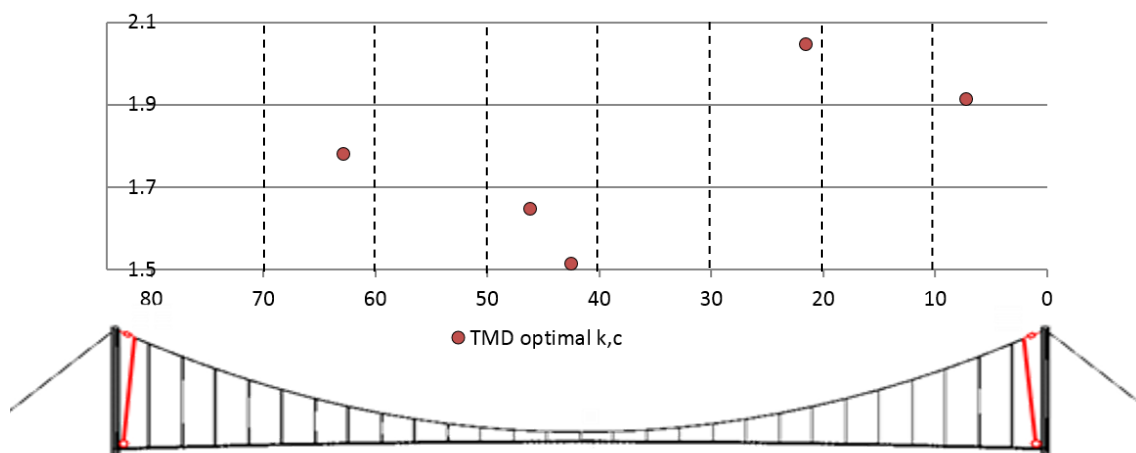
V následujících tabulkách a schématech jsou dále ukázány pro oba zatěžovací případy pozice maxim odezev na konstrukci pro všech pět hodnot krokových frekvencí, a to jak ve formě zrychlení, tak ve formě výchylek. Z grafů vyplývá, že pozice maxim zrychlení jsou na lávce rozptýlené po délce bez zjevné koncentrace v určitých oblastech, naproti tomu maxima výchylek nastávají v obou případech v polovině rozpětí lávky. Hodnoty uvedené v tabulkách jsou vzdálenosti v metrech od nástupní hrany lávky.

Tab. 3.37 Pozice maxim zrychlení na konstrukci

Chodci	Pozice maxim zrychlení při dané krokové frekvenci chodců				
	$1,150f$	$1,075f$	$1,000f$	$0,925f$	$0,850f$
	l_1 [m]	l_2 [m]	l_3 [m]	l_4 [m]	l_5 [m]
2	57,1	55,0	65,7	66,9	24,9
4x2	21,5	7,2	62,8	46,1	42,5



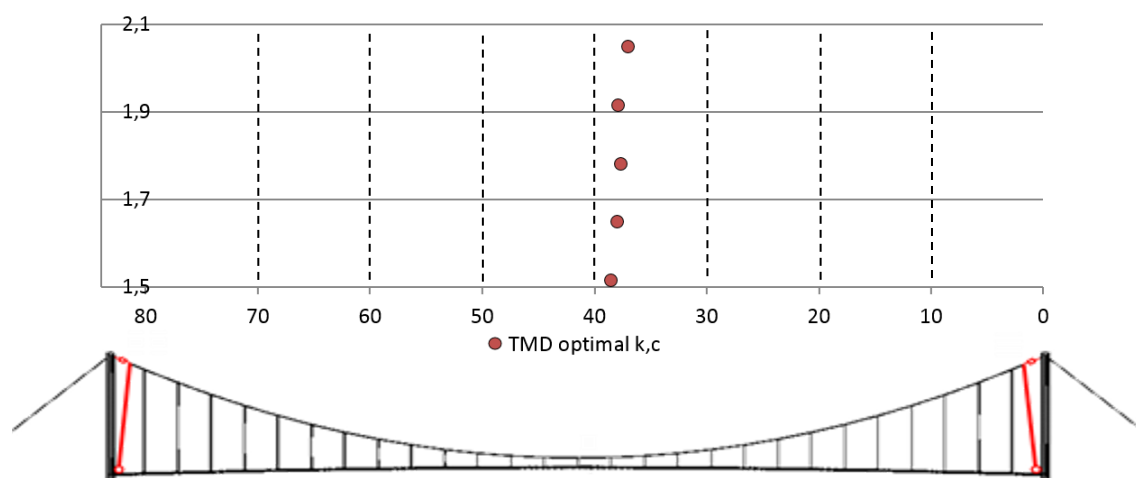
Obr. 3.129 Pozice maxim zrychlení na konstrukci pro 2 chodce



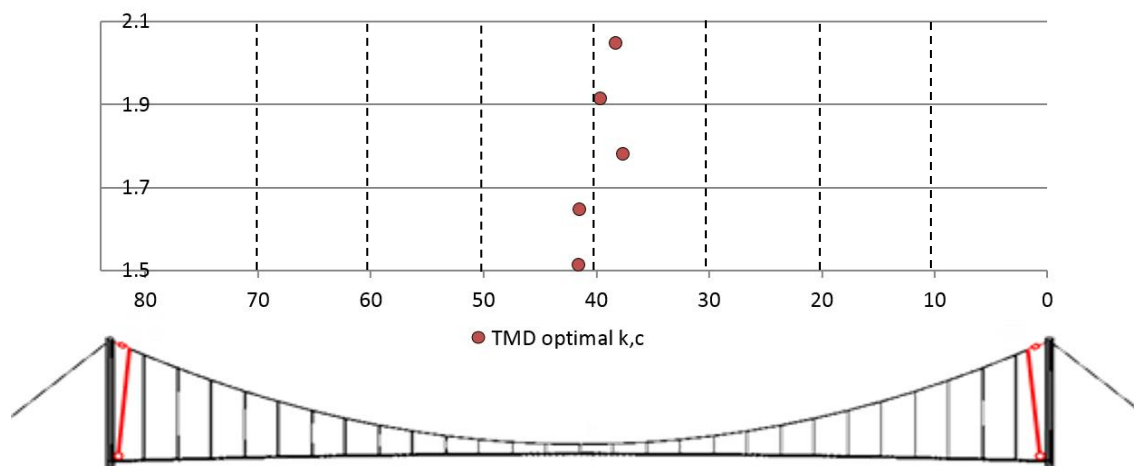
Obr. 3.130 Pozice maxim zrychlení na konstrukci pro 4 x 2 chodce

Tab. 3.38 Pozice výchylek na konstrukci

Chodci	Pozice maxima při dané krokové frekvenci chodců				
	$1,150f$	$1,075f$	$1,000f$	$0,925f$	$0,850f$
	l_1 [m]	l_2 [m]	l_3 [m]	l_4 [m]	l_5 [m]
2	36,9	37,8	37,6	37,9	38,5
4x2	38,2	39,6	37,6	41,4	41,5



Obr. 3.131 Pozice maxim výchylek na konstrukci pro 2 chodce



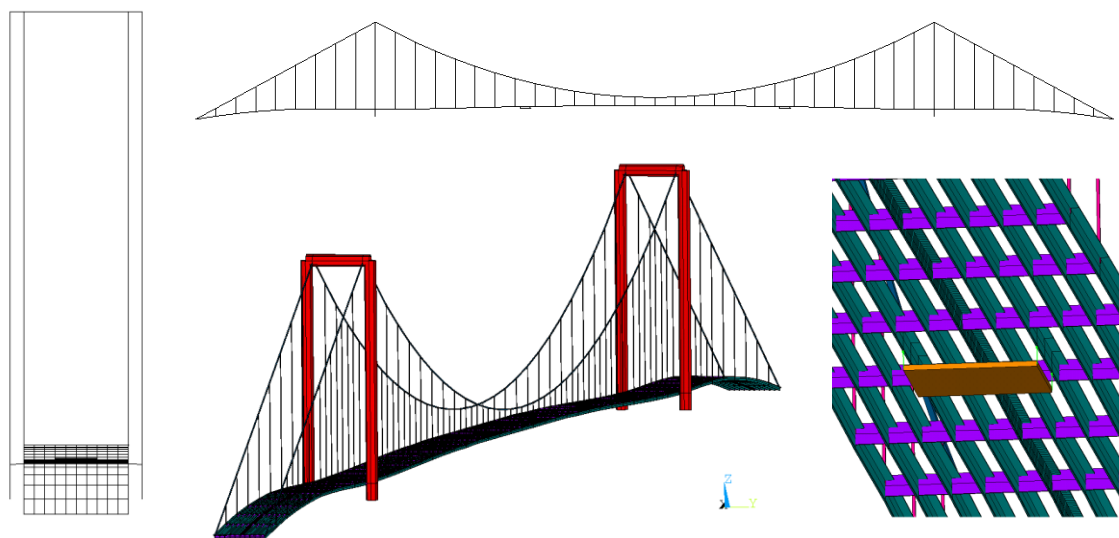
Obr. 3.132 Pozice maxim výchylek na konstrukci pro 4 x 2 chodce

Z výpočtů vyplývá, že maximální hodnoty zrychlení na konstrukci od zatížení pohybem dvou chodců v intervalu krokové frekvence chůze $\langle 0,85f; 1,15f \rangle$, lze redukovat tlumiči kmitání v nosných lanech až 3,9x, což je stejná redukce jako při tlumení zavěšenými tlumiči pod mostovkou viz kapitola 3.8.5. Maximální hodnoty zrychlení na konstrukci od zatížení čtyřmi dvojicemi chodců lze redukovat tlumiči kmitání v nosných lanech 5,2x, což je o cca 15 % vyšší redukce než pomocí tlumičů zavěšených v mostovce. Shrnutí průměrných maximálních zrychlení na konstrukci spolu s velikostí redukce odezvy je provedeno v tabulce 3.39.

Tab. 3.39 Účinnost tlumičů

Chodci	$a_{max} [m \cdot s^{-2}]$	Redukce kmitání
2	0,162	3,9x
4x2	0,473	5,2x

3.9 Analýza visuté lávky o třech polích



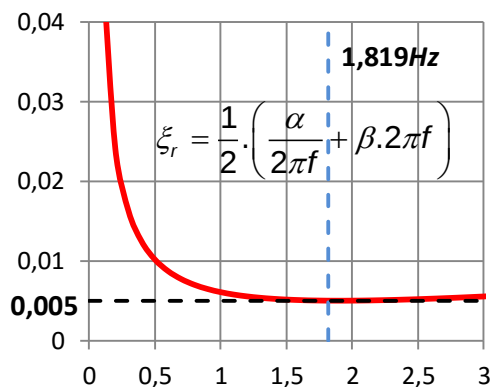
Obr. 3.133 Výpočtový model lávky

3.9.1 Popis konstrukce lávky

Jako třetí byla sledována dynamická odezva visuté lávky o třech polích. Rozpětí jednotlivých polí jsou 27 m – 84 m – 27 m. Lávka má délku 138 m a šířku mostovky 3 m. Ta je zavěšená na pylonech výšky 16 m a skládá se z ocelových roštů z válcovaných profilů o výšce 200 mm. Pokryta je vyztužujícím plechem o tloušťce 8 mm. Průvės hlavního nosného lana je 13 m.

3.9.2 Výpočtový model nosné konstrukce

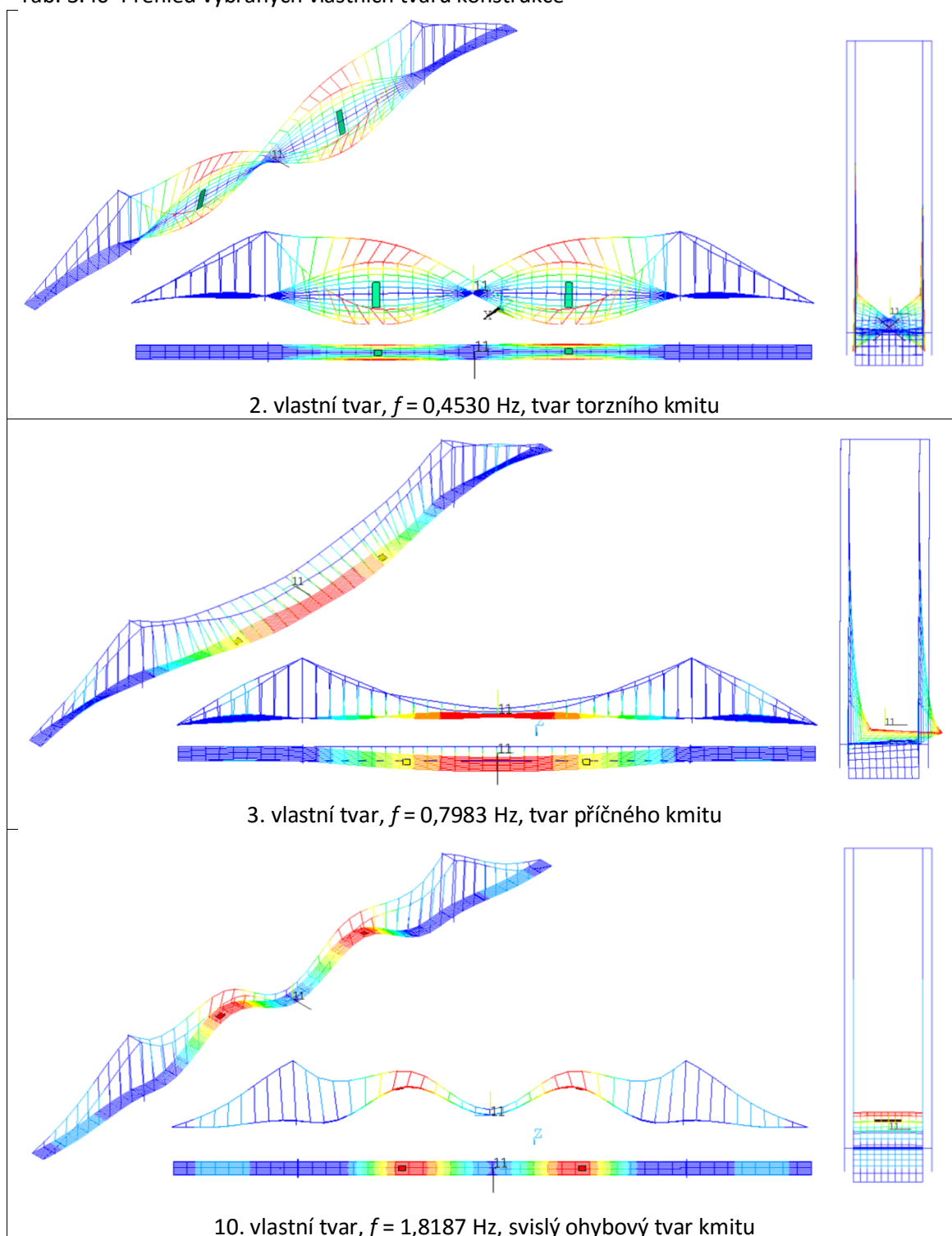
Ve výpočtovém modelu konstrukce lávky sestaveném v programovém systému ANSYS je ocelová konstrukce modelována pomocí nosíkových prvků BEAM188 a lana prvkem LINK180. Dále jsou na konstrukci modelovány dva pohlcovače kmitání jako tuhé desky modelované plošným prvkem SHELL63 zavěšené v rozích na pružinách z konečných prvků COMBIN14. Celková hmotnost konstrukce je 112,2 Mg. Model obsahuje 11394 stupňů volnosti. Poměrný útlum konstrukce je uvažován 0,5 %, což po přepočtu na Rayleighův model tlumení odpovídá koeficientům $\alpha = 0,060$ a $\beta = 0,00042$.



Obr. 3.134 Průběh Rayleighova tlumení

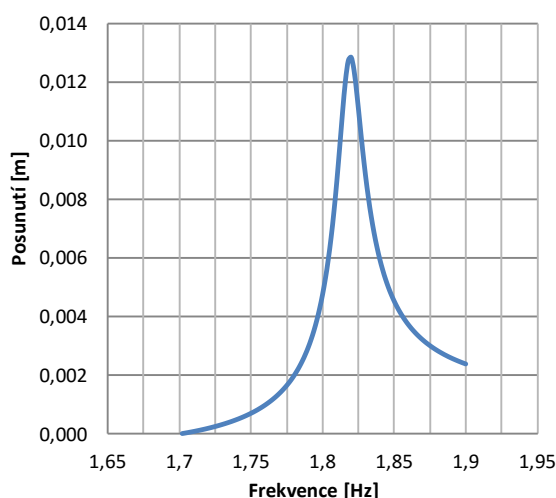
3.9.3 Vlastní frekvence a vlastní tvary kmitu

Tab. 3.40 Přehled vybraných vlastních tvarů konstrukce

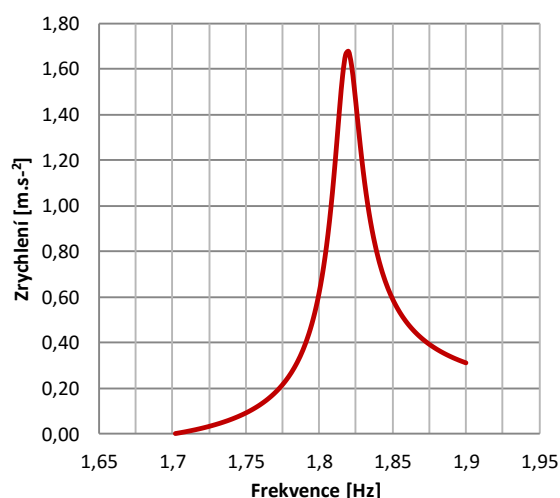


3.9.4 Dynamická odezva lávky s neaktivními tlumiči kmitání na pohyb chodců

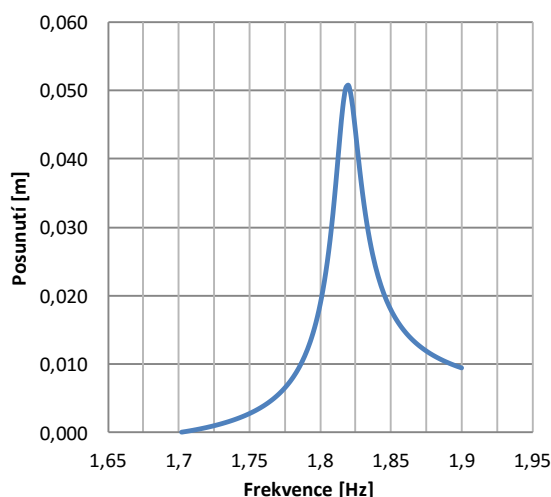
I třetí konstrukce lávky byla analyzována stejným způsobem jako předešlé dvě konstrukce. Lávka se třemi poli se liší dominantním vlastním tvarem ve svislém směru, který má dvě kmitny viz tab. 3.40, do kterých byly vsazeny tlumiče kmitání. Na obrázcích 3.135 až 3.137 jsou zobrazeny amplitudofrekvenční závislosti amplitud výchylek a zrychlení z výpočtu harmonické odezvy na zatížení dvěma chodci a čtyřmi dvojicemi chodců. Závislosti amplitud jsou vykresleny na intervalu frekvencí 1,7 Hz až 1,9 Hz, výchylky modrou barvou, zrychlení červenou. Maximální hodnoty amplitud jsou uvedeny v tabulce 3.41.



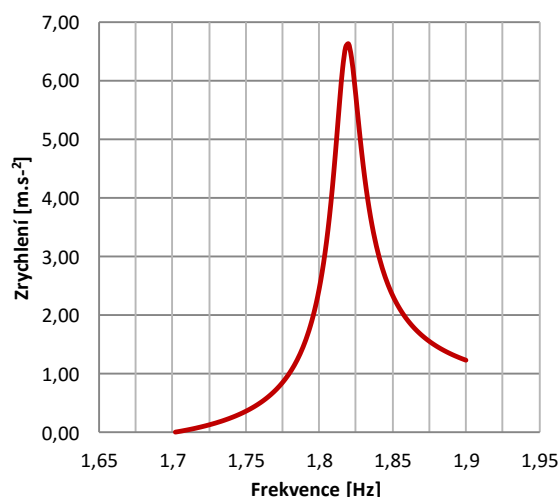
Obr. 3.135 Závislost amplitudy posunutí na frekvenci pro dva chodce, $u_{max} = 0,013$ m



Obr. 3.136 Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro dva chodce, $a_{max} = 1,677$ m.s⁻²



Obr. 3.137 Závislost amplitudy posunutí na frekvenci pro 4 x 2 chodce, $u_{max} = 0,051$ m

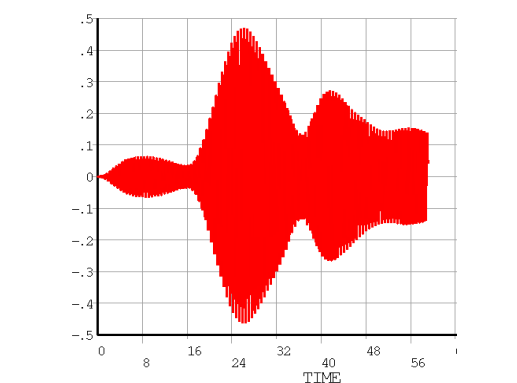
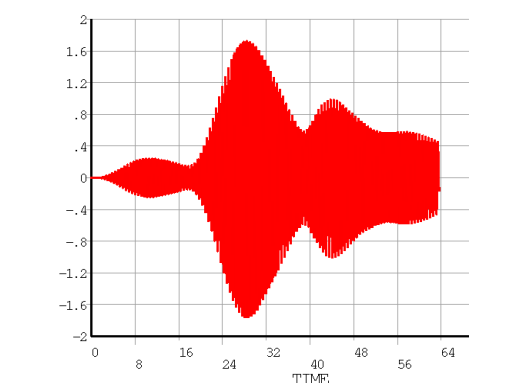
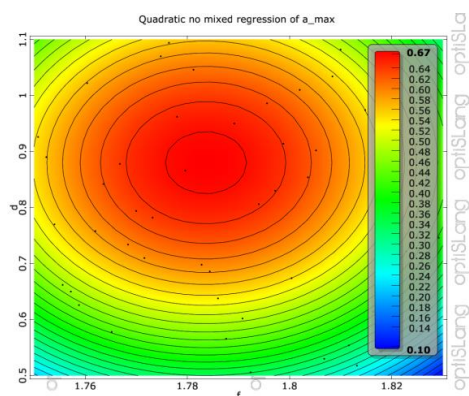


Obr. 3.138 Závislost amplitudy zrychlení na frekvenci pro 4 x 2 chodce, $a_{max} = 6,625$ m.s⁻²

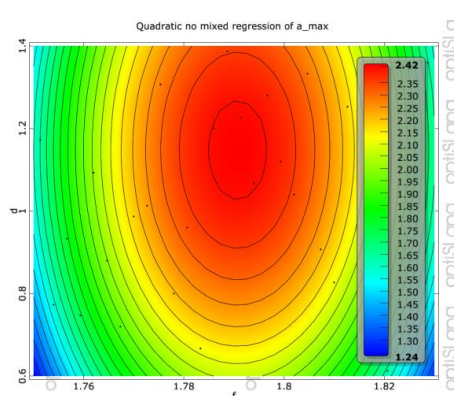
Tab. 3.41 Výsledky výpočtu harmonické odezvy

Počet chodců	Amplituda výchylky u_{max} [m]	Amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2	0,013	1,677
4 x 2	0,051	6,625

Dále byl proveden výpočet odezvy konstrukce zohledňující přechod chodců po mostovce lávky s krokovou frekvencí 1,819 Hz a délkou kroku 0,800 m. Kde frekvence odpovídá vlastní frekvenci lávky ve svislém směru. Tento výpočet je označen jako varianta 1. Dynamická odezva pro dva a čtyři dvojice chodců je zobrazena včetně pozice maxima na obrázcích 3.139 a 3.140. Maximální hodnota amplitudy kmitání na konstrukci s neaktivními tlumiči nastává poblíž jedné kmitny vlastního tvaru. Tvar odezvy lze rozdělit na čtyři různé úseky. Na obr. 3.139 chodci přecházejí lávku zprava do leva a odezva je monitorována v místě červené značky. První část odezvy, kdy jdou chodci v krajním poli, druhou část kdy procházejí první kmitnou vlastního tvaru, kde odezvu monitorujeme, třetí část je průchod druhé kmitny a poslední přechod přes druhé krajní pole. Maximální hodnota amplitudy zrychlení na konstrukci dosáhla pro zatížení dvěma chodci hodnoty 0,470 m.s⁻², pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců hodnoty 1,768 m.s⁻².

Obr. 3.139 Dva chodci, $a_{max} = 0,470 \text{ m.s}^{-2}$ Obr. 3.140 4 x 2 chodci, $a_{max} = 1,768 \text{ m.s}^{-2}$ 

Obr. 3.141 Dva chodci - závislost zrychlení na délce kroku a budící frekvenci



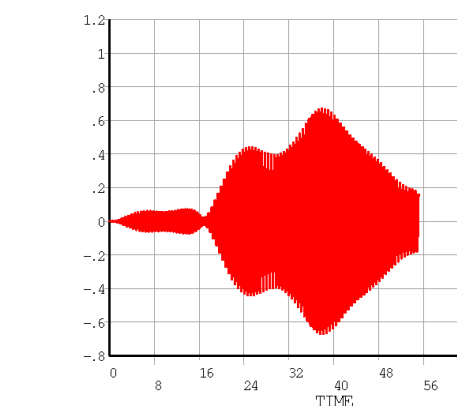
Obr. 3.142 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na délce kroku a budící frekvenci

Výsledky harmonické odezvy byly porovnány s výsledky výpočtu s nejnepříznivějšími účinky chodců přecházející po konstrukci. Ty byly zjištěny pomocí parametrického výpočtu s parametry chůze na intervalech krokové frekvence $f \langle 1,750 ; 1,830 \rangle$ [Hz] a délce kroku $d \langle 0,5 ; 1,1 \rangle$ [m] pro zatížení dvěma chodci a intervalech $f \langle 1,750 ; 1,830 \rangle$ [Hz] a $d \langle 0,6 ; 1,4 \rangle$ [m] pro čtyři dvojice chodců. Jejich vyhodnocením pomocí ploch na obr. 3.141 a 3.142 byly určeny tyto nejnepříznivější parametry viz tabulka 3.42.

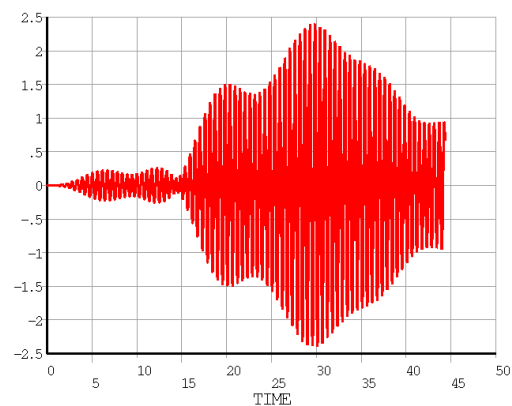
Tab. 3.42 Nejnepříznivější parametry chůze chodců

Počet chodců	Kroková frekvence f [Hz]	Délka kroku d [m]
2	1,782	0,875
4 x 2	1,791	1,165

Na obrázcích 3.143 a 3.144 je vykreslena odezva konstrukce na zatížení s těmito parametry. Pod odezvou je schematicky znázorněna pozice maximální amplitudy zrychlení na lávce. Tyto výpočty jsou označeny jako varianta 2.



Obr. 3.143 Dva chodci, $a_{max} = 0,673 \text{ m.s}^{-2}$



Obr. 3.144 4 x 2 chodci, $a_{max} = 2,399 \text{ m.s}^{-2}$

Maximální hodnota zrychlení na konstrukci tentokrát dosáhla hodnoty $0,673 \text{ m.s}^{-2}$ pro zatížení dvěma chodci, resp. $2,399 \text{ m.s}^{-2}$ pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců. Nyní má průběh odezvy jiný tvar než v předchozí variantě 1. Maximální amplitudy kmitání v označeném bodě nastanou ne při průchodu chodci daným místem, ale při pohybu chodců přes druhou kmitnu vlastního tvaru, čímž dojde k zesílení odezvy. Výsledky všech tří variant výpočtů odezvy lávky na zatížení chodci jsou shrnuty do tabulky 3.43. Pro dva chodce z tabulky vyplývá, že hodnoty čistě harmonické odezvy jsou 3,6x vyšší než ve variantě 1, kde je zrychlení od chodců jdoucích s budící frekvencí rovné vlastní frekvenci lávky a 2,5x vyšší než varianta 2 s nejnepříznivějšími parametry chůze. Pro čtyři dvojice chodců je to 3,7x vyšší a 2,8x vyšší.

Tab. 3.43 Přehled hodnot zrychlení na konstrukci pro jednotlivé výpočty odezvy

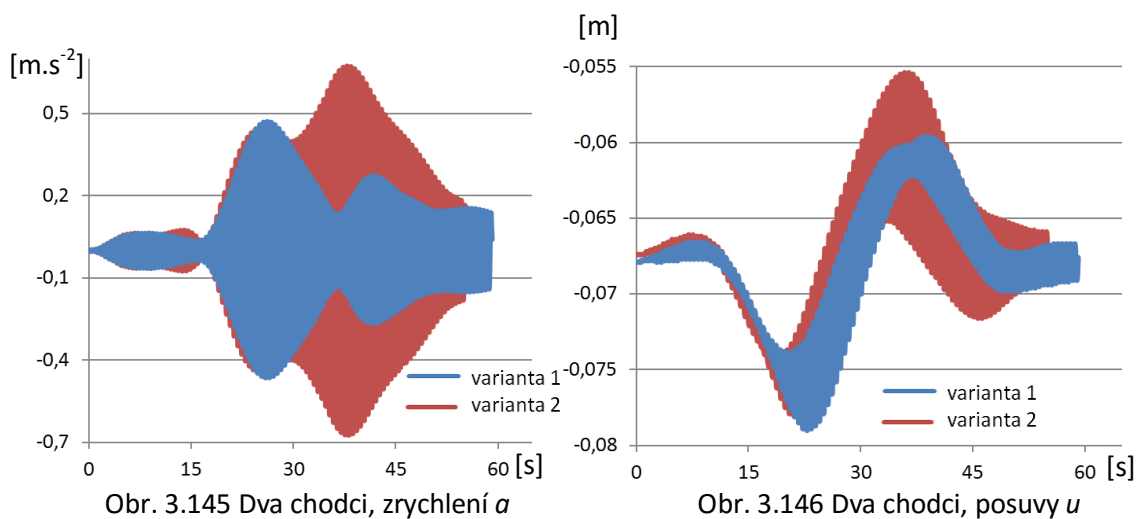
Zatížení	Analýza	Frekvence pohybu f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Rychlost pohybu v [m.s ⁻¹]	Rychlost pohybu v [km.h ⁻¹]	Maximální amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2 chodci	Harmonický výpočet					1,677
	Varianta 1	1,819	0,800	1,455	5,238	0,470
	Varianta 2	1,782	0,875	1,559	5,613	0,673
4 x 2 chodci	Harmonický výpočet					6,625
	Varianta 1	1,819	0,800	1,455	5,238	1,768
	Varianta 2	1,791	1,165	2,087	7,511	2,399

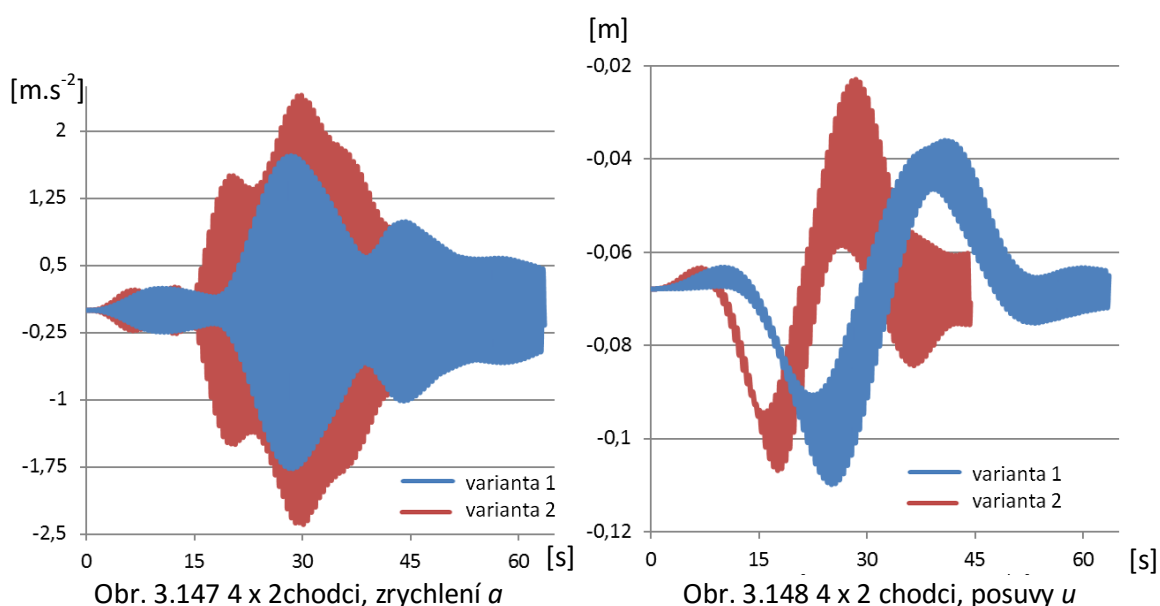
Tab. 3.44 Přehled odezev lávky pro různé skupiny chodců

Počet chodců	Typ skupiny	Maximální amplituda zrychlení a_{max} [m.s ⁻²]
2	synchronizovaná	0,673
4 x 2	synchronizovaná	2,399
3	synchronizovaná	1,010
4	nesynchronizovaná	0,673
15 [8]	nesynchronizovaná	1,303

Posouzení kritérií komfortu pohybu chodce na této lávce dle [18] vyhoví pouze dva synchronizovaní nebo maximálně čtyři nesynchronizovaní chodci. V tomto případě je třeba nutně omezit kmitání konstrukce. To je provedeno zavěšením tlumičů kmitání ve dvou kmitnách vlastního tvaru.

Na obrázcích 3.145 a 3.148 je ukázáno srovnání dynamických odezev konstrukce pro varianty 1 a 2. Jsou dohromady vykresleny obě zrychlení a obě výchylky do jednoho grafu. Varianta 1 je modrou barvou, varianta 2 červenou. Obojí je pro zatížení dvěma i čtyřmi dvojice chodců.





3.9.5 Dynamická odezva lávky s aktivními tlumiči kmitání na pohyb chodců

V mostovce lávky byly aktivovány oba tlumiče kmitání nacházející se v oblasti kmiten příslušného svislého ohybového vlastního tvaru. Efektivní modální hmotnost tohoto tvaru je 22474,2 kg. Vzhledem ke stejným výchylkám v obou kmitnách vlastního tvaru, byly zvoleny shodné hmotnosti tlumičů 675 kg, což odpovídá cca 3 % efektivní modální hmotnosti konstrukce. Pro nalezení optimálních parametrů tlumičů, byly provedeny parametrické výpočty dvou variant A a B pro každé zatížení v konfiguraci dle tabulky 3.45. Během výpočtů byly sledovány maximální zrychlení po celé délce lávky pro interval krokové frekvence chodců $\langle 0,85f; 1,15f \rangle$. Následně byl sledován maximální rozdíl zrychlení navzájem mezi pěti sledovanými hodnotami zrychlení pro frekvence $0,85f$, $0,925f$, f , $1,075f$ a $1,15f$. Co nejmenší rozdíl těchto hodnot zaručí podobnou redukci kmitání na celém intervalu krokové frekvence $\langle 0,85f; 1,15f \rangle$.

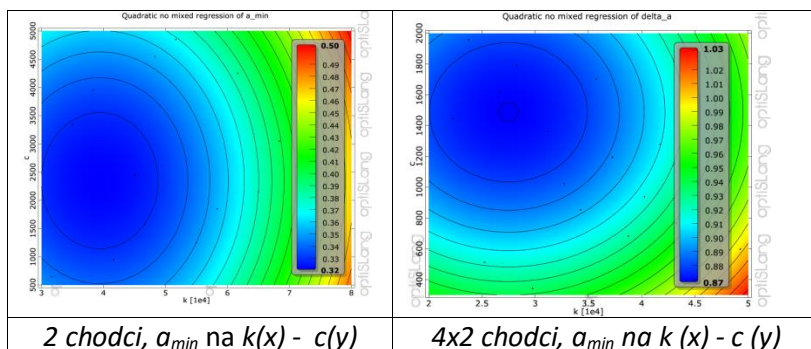
Tab. 3.45 Přehled intervalů parametrů parametrických výpočtů

Zatížení	Varianta	Frekvence kroku chůze f [Hz]	Délka kroku d_k [m]	Hmotnost tlumiče m_{tl} [kg]	Tuhost tlumiče k_{tl} [N.m^{-1}]	Tlumení tlumiče c_{tl} [$\text{N.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$]
2 chodci	A	1,782	0,875	675	<30000;80000>	<500;5000>
	B			<500;3000>	<25000;60000>	<500;4000>
4x2 chodci	A	1,791	1,165	675	<20000;50000>	<300;2000>
	B			<1600;3200>	<40000;80000>	<400;2500>

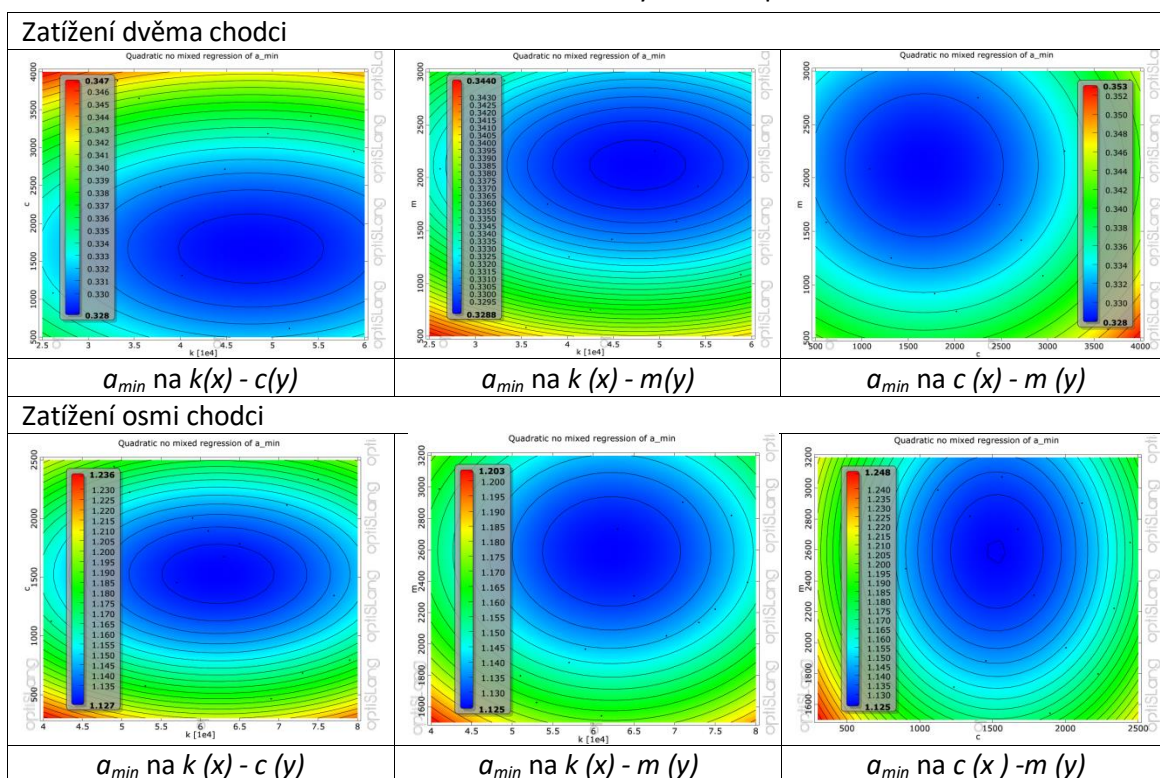
Grafická znázornění výsledků výpočtů upřesňující závislost polohu maximální redukce kmitání konstrukce vzhledem k parametrům tlumičů, jsou zobrazeny ve formě

izopásem v tabulce 3.46 pro variantu A a v tabulce 4.47 pro variantu B. Jde o závislost zrychlení na tuhosti a tlumení tlumiče a závislost zrychlení na tuhosti, tlumení a hmotnosti tlumiče pro variantu B.

Tab. 3.46 Zatížení dvěma a 4x2 chodci – závislost zrychlení na parametrech tlumičů kmitání



Tab. 3.47 Zatížení dvěma a 4x2 chodci – závislost zrychlení na parametrech tlumičů kmitání



Střední hodnoty výsledných intervalů parametrů tlumičů použité pro výpočet finální odezvy konstrukce jsou uvedeny v tabulce 3.48.

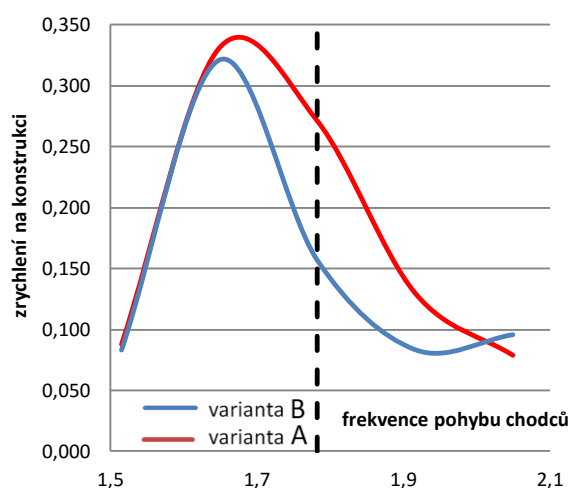
Tab. 3.48 Jednotlivé simulace TMD – parametry tlumičů

Chodci	Parametrický výpočet	Parametry TMD		
		m	k	c
		[kg]	[N.m ⁻¹]	[N.m ⁻¹ .s ⁻²]
2	Varianta A	675	40000	2400
	Varianta B	2100	47500	1600
4 x 2	Varianta A	675	27000	1500
	Varianta B	2550	63000	1500

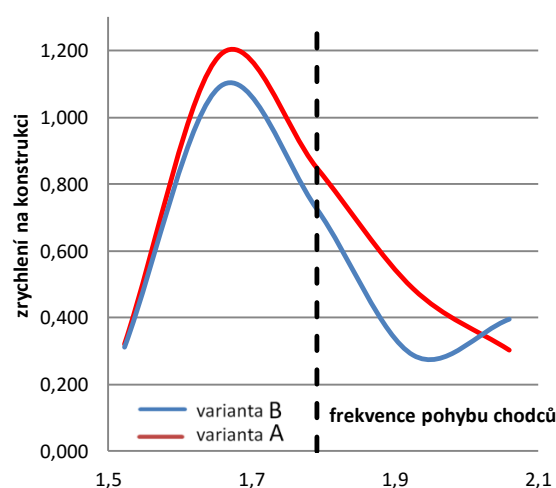
Výsledné hodnoty odezev lávky ve výchylkách a zrychleních jsou uvedeny v následujících tabulkách. Vždy jde o soubor hodnot vypočtených pro dané zatížení s parametry tlumičů určených v pěti bodech intervalu krokové frekvence chodců $\{0,85f; 1,15f\}$ a to konkrétně pro hodnoty $1,15f$, $1,075f$, f , $0,925f$, a $0,85f$. Grafické znázornění průběhu těchto hodnot je v grafech na obrázcích 3.149 pro dva chodce a 3.150 pro čtyři dvojice chodců.

Tab. 3.49 Jednotlivé výsledky provedených variant zatížení

Chodci	Varianta	Zrychlení na konstrukci při dané frekvenci chodců				
		1,150f	1,075f	1,000f	0,925f	0,850f
		a_1 [m.s ⁻²]	a_2 [m.s ⁻²]	a_3 [m.s ⁻²]	a_4 [m.s ⁻²]	a_5 [m.s ⁻²]
2	A	0,079	0,130	0,271	0,331	0,088
	B	0,096	0,083	0,157	0,321	0,083
4 x 2	A	0,303	0,487	0,848	1,188	0,321
	B	0,396	0,288	0,725	1,093	0,312



Obr. 3.149 Grafické znázornění závislosti zrychlení na krokové frekvenci, 2 chodci



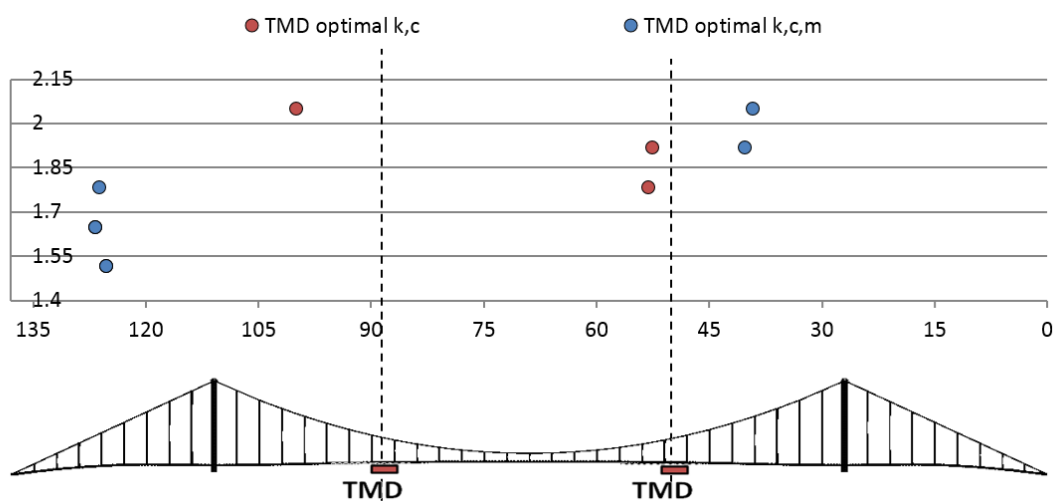
Obr. 3.150 Grafické znázornění závislosti zrychlení na krokové frekvenci, 4 x 2 chodci

Dále jsou pro obě varianty výpočtu a zatížení vykresleny pozice výskytu maximálních hodnot odezev. A to jak pro odezvu ve formě zrychlení, tak odezvu ve formě výchylek. Údaje v tabulkách obsahují hodnoty v [m] od jednoho konce mostovky. Každá tabulka

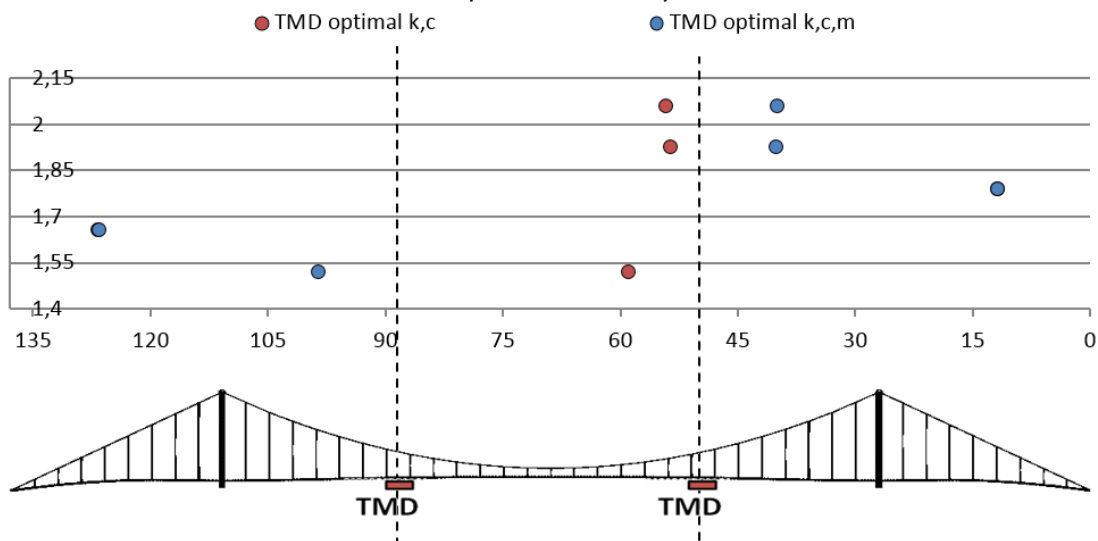
je doplněna schématickým obrázkem lávky s grafickým zobrazením pozic maxim pro 5 hodnot krokové frekvence chodců z intervalu $\langle 0,85f; 1,15f \rangle$.

Tab. 3.50 Pozice maxim zrychlení na konstrukci

Chodci	Varianta	Pozice maxim zrychlení při dané krokové frekvenci chodců				
		$1,150f$	$1,075f$	$1,000f$	$0,925f$	$0,850f$
		l_1 [m]	l_2 [m]	l_3 [m]	l_4 [m]	l_5 [m]
2	A	99,9	52,5	53,0	126,6	125,2
	B	39,2	40,2	126,1	126,6	125,2
4x2	A	54,2	53,6	11,9	126,7	59,0
	B	40,0	40,2	11,9	126,6	98,6



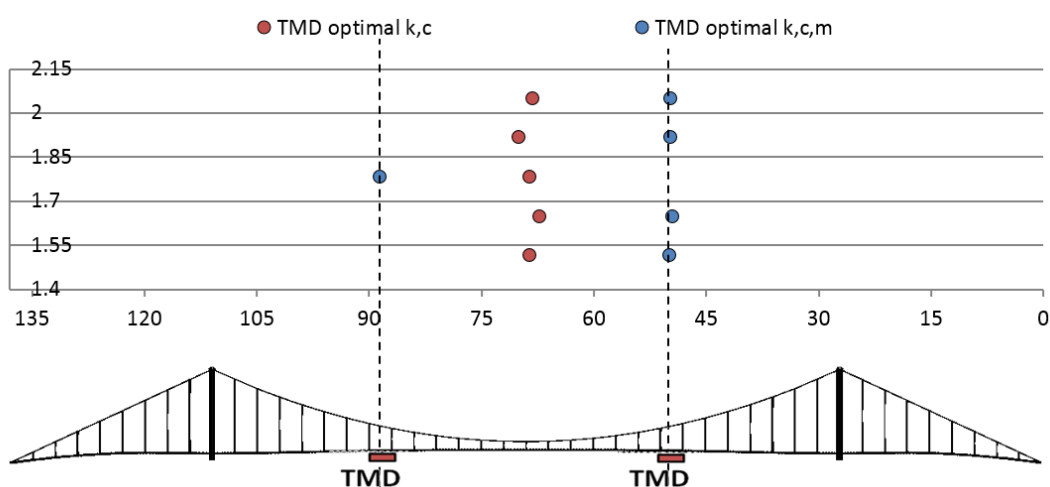
Obr. 3.151 Dva chodci - pozice maxim zrychlení na konstrukci



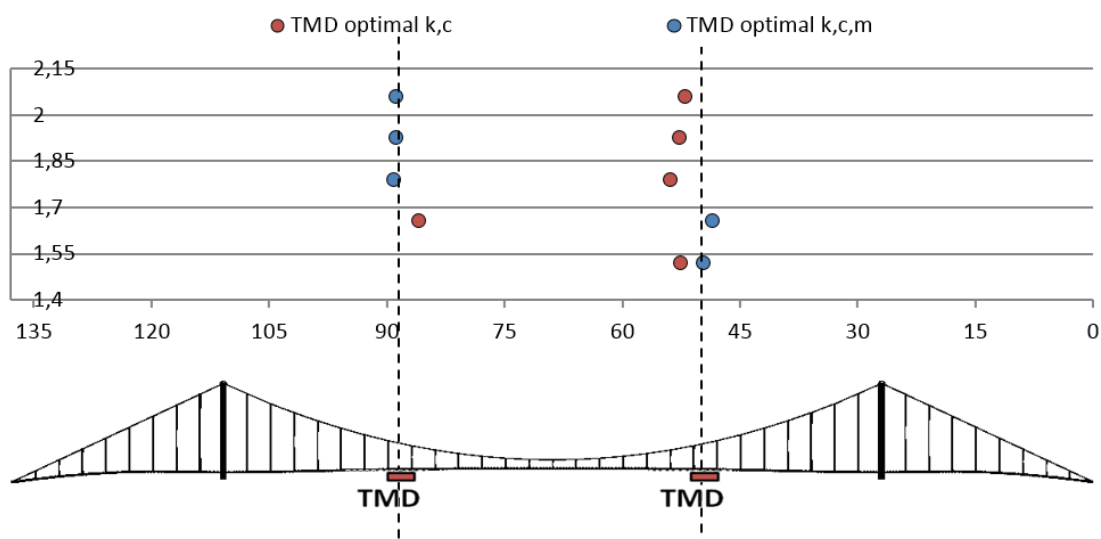
Obr. 3.152 Čtyři dvojice chodců - pozice maxim zrychlení na konstrukci

Tab. 3.51 Pozice maxim výchylek na konstrukci

Chodci	Varianta	Pozice maxim výchylek při dané krokové frekvenci chodců				
		$1,150f$	$1,075f$	$1,000f$	$0,925f$	$0,850f$
		l_1 [m]	l_2 [m]	l_3 [m]	l_4 [m]	l_5 [m]
2	A	68,2	70,0	68,5	67,2	68,6
	B	49,8	49,8	88,5	49,5	49,9
4x2	A	52,1	52,8	53,9	85,9	52,6
	B	88,9	88,9	89,2	48,5	49,7



Obr. 3.153 Dva chodci - pozice maxim výchylek na konstrukci



Obr. 3.154 Čtyři dvojice chodců - pozice maxim výchylek na konstrukci

Z pozic výchylek vyplývá, že pro dva chodce se maxima vyskytují pro variantu A uprostřed rozpětí hlavního pole konstrukce, a pro variantu B v oblasti tlumičů kmitání. U zatížení čtyřmi dvojicemi chodců se maxima koncentrují pro obě varianty kolem pozic tlumičů kmitání.

Přehled maximálních hodnot zrychlení a redukce kmitání konstrukce jednotlivých

variant a zatížení je shrnuto do tab. 3.47. Z analýz vyplývá, že největší průměrná redukce kmitání na intervalu $\langle 0,85f; 1,15f \rangle$ nastane pro variantu B pro zatížení dvěma chodci. Průměrná hodnota zrychlení na intervalu $\langle 0,85f; 1,15f \rangle$ dosahuje hodnoty $0,145 \text{ m.s}^{-2}$, což odpovídá průměrné redukci kmitání 4,6x. Pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců dosahuje průměrná hodnota zrychlení na intervalu hodnoty $0,563 \text{ m.s}^{-2}$, což je redukce 4,26x.

Tab. 3.52 Redukce kmitání

Chodci	Varianta	$a_{max} [\text{m.s}^{-2}]$	Redukce kmitání
2	A	0,180	3,74x
	B	0,145	4,64x
4x2	A	0,629	3,81x
	B	0,563	4,26x

3.10 Shrnutí výsledků všech výpočtů

Celkem bylo provedeno 6 výpočtů různě tlumených konstrukcí lávek pro pěší. Zavěšená lávka L1 s jedním tlumičem kmitání v mostovce, visutá lávka L2 s 1, 2, nebo třemi tlumiči kmitání v mostovce nebo s tlumiči kmitání na nosných lanech a visutá lávka L3 se dvěma tlumiči kmitání v mostovce. Přehled viz tab. 3.53.

Tab. 3.53 Přehled řešených případů konstrukcí lávek

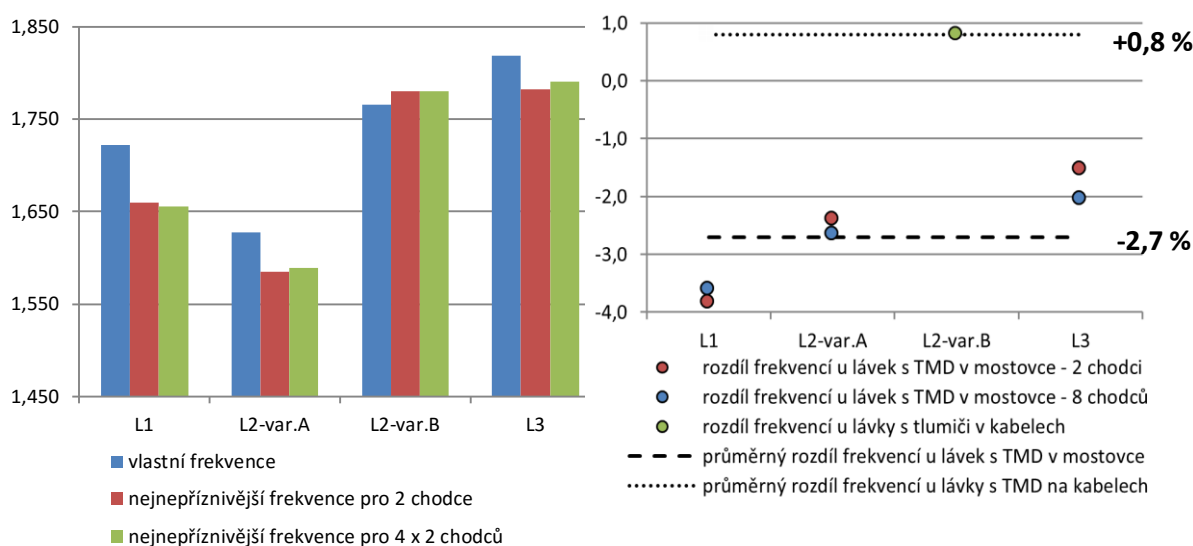
Číslo výpočtu	Lávka	Vlastní frekvence [Hz]	Celková hmotnost [kg]	Modální hmotnost [kg]	Umístění tlumičů	Počet tlumičů [ks]
1	Lávka L1	1,722	220500	50481,0	mostovka	1
2	Lávka L2 - var.A	1,628	84130	51008,6	mostovka	1
3	Lávka L2 - var.A	1,628	84130	51008,6	mostovka	2
4	Lávka L2 - var.A	1,628	84130	51008,6	mostovka	3
5	Lávka L2 - var.B	1,766	98340	46646,6	kabel	4
6	Lávka L3	1,819	112200	22474,2	mostovka	2

3.10.1 Nejnepříznivější kroková frekvence chodců

Lávky jsou zatíženy pohyblivým harmonickým zatížením chodci. Kroková frekvence způsobující nejnepříznivější účinky není shodná s vlastní frekvencí konstrukce. Tato frekvence je pro všechny uvedené lávky a druhy zatížení průměrně o cca 2,7 % menší. Procentuální rozdíl vzhledem k vlastní frekvenci je uveden v tabulce 3.54. Na visuté lávce s tlumiči v kabelech ve výpočtu 5 přitížení chodci způsobí protažení pružit tlumičů kmitání a nejnepříznivější kroková frekvence mírně stoupne, v tomto případě o 0,8 %. Grafické znázornění frekvencí a rozdílů frekvencí je zobrazeno na obrázcích 3.155 a 3.156.

Tab. 3.54 Přehled vlastních a nejnepříznivějších frekvencí

Umístění TMD	Číslo výpočtu	Lávka	Vlastní frekvence [Hz]	Nejnepříznivější kroková frekvence 2 chodců	Rozdíl frekvencí [%]	Nejnepříznivější kroková frekvence pro čtyři dvojice chodců	Rozdíl frekvencí [%]
TMD v mostovce	1	L1	1,722	1,660	-3,6	1,656	-3,8
	2	L2 - var.A	1,628	1,585	-2,6	1,589	-2,4
	3	L2 - var.A					
	4	L2 - var.A					
	6	L3	1,819	1,782	-2,0	1,791	-1,5
TMD v lanech	5	L2 - var.B	1,766	1,780	0,8	1,780	0,8



Obr. 3.155 Přehled frekvencí jednotlivých konstrukcí v [Hz]

Obr. 3.156 Přehled rozdílů frekvencí pro jednotlivé typy konstrukcí v [%]

3.10.2 Porovnání výsledků odezev na různých konstrukcích lávek s neaktivními tlumiči kmitání

Pro každou ze tří lávek byla spočtena dynamická odezva na zatížení chodci čistě harmonickým výpočtem a výpočtem s pohyblivým zatížením. Nakolik se obě výpočtové metody výsledkově liší u prezentovaných tří modelů lávek, je ukázáno v tabulce 3.55.

Tab. 3.55 Porovnání výsledků odezev na lávkách s neaktivními tlumiči kmitání

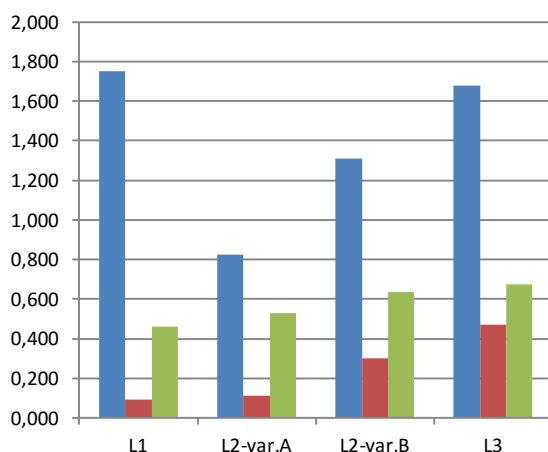
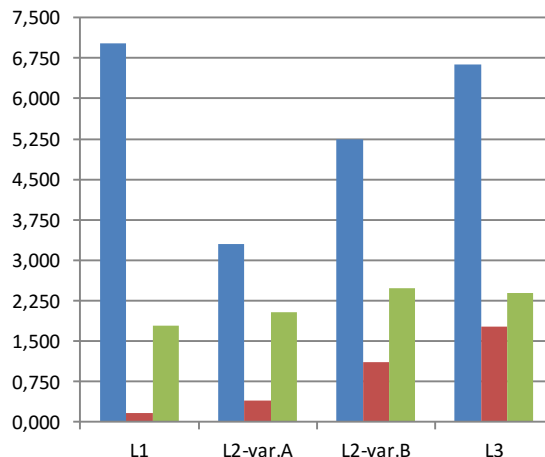
Maximální zrychlení na konstrukci s NEAKTIVNÍMI tlumiči kmitání [m.s^{-2}]										
Číslo výpočtu	Pro zatížení dvěma chodci					Pro zatížení 4 x 2 chodci				
	Harmonická odezva	Pohyblivé zatížení kroková frekvence = vlastní	Rozdíl maximálních hodnot amplitud zrychlení [-]	Pohyblivé zatížení nejnepříznivější kroková frekvence	Rozdíl maximálních hodnot amplitud zrychlení [-]	Čistě harmonická odezva	Pohyblivé zatížení kroková frekvence = vlastní	Rozdíl maximálních hodnot amplitud zrychlení [-]	Pohyblivé zatížení nejnepříznivější kroková frekvence	Rozdíl maximálních hodnot amplitud zrychlení [-]
1	1,754	0,093	18,9x	0,460	3,8x	7,018	0,160	43,9x	1,789	3,9x
2	0,825	0,113	7,3x	0,530	1,6x	3,300	0,399	8,3x	2,046	1,6x
3										
4	1,311	0,302	4,3x	0,634	2,1x	5,245	1,112	4,7x	2,476	2,1x
5										
6	1,677	0,470	3,6x	0,673	2,5x	6,625	1,768	3,7x	2,399	2,8x

Grafické znázornění maximálních hodnot amplitud zrychlení jednotlivých výpočtů odezevsou uvedeny na obrázcích 3.157 a 3.158. Hodnoty čistě harmonického výpočtu jsou zobrazeny modrou barvou, výpočet pohyblivého zatížení s krokovou frekvencí

rovnou vlastní frekvenci lávky červenou barvou a výpočet pohyblivého zatížení s nejnejpříznivější krokovou frekvencí zelenou barvou. Ve všech případech lávek jsou výsledky čistě harmonického výpočtu několikanásobně nadhodnocené vzhledem k výpočtům pohyblivého zatížení. Největší rozdíl ve výsledcích nastává u zavěšené lávky, kde se pohybuje kolem 74 %, nejmenší u visutých, kde je rozdíl průměrně kolem 50 % viz tabulka 3.56. Z těchto výsledků vyplývá, že výpočet dynamické odezvy lávky na zatížení chodci není ve většině případů možné ověřit pouze harmonickým výpočtem, ale je třeba použít přesnější, i když několika násobně časově náročnější a pracnější, simulaci pohybu chodců v čase po konstrukci.

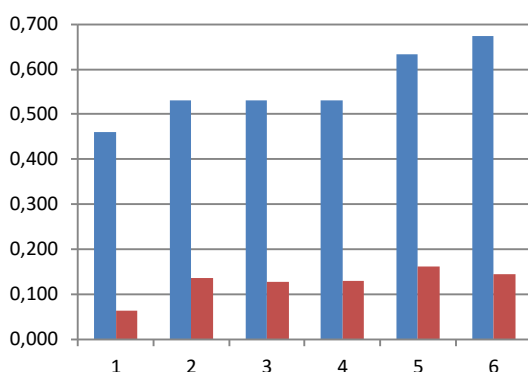
Tab. 3.56 Porovnání výsledků jednotlivých výpočtů

Maximální zrychlení na konstrukci s NEAKTIVNÍMI tlumiči kmitání [m.s^{-2}]						
Číslo výpočtu	Pro zatížení dvěma chodci			Pro zatížení 4 x 2 chodci		
	Harmonická odezva	Pohyblivé zatížení nejnejpříznivější kroková frekvence	Rozdíl maximálních amplitud zrychlení %]	Harmonická odezva	Pohyblivé zatížení nejnejpříznivější kroková frekvence	Rozdíl maximálních amplitud zrychlení %]
1	1,754	0,460	-73,8	7,018	1,789	-74,5
2	0,825	0,530	-35,8	3,300	2,046	-38,0
3						
4						
5	1,311	0,634	-51,6	5,245	2,476	-52,8
6	1,677	0,673	-59,9	6,625	2,399	-63,8

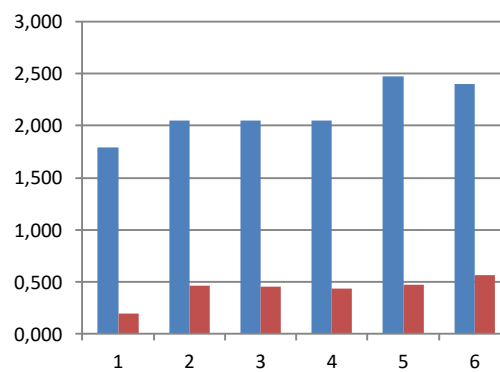
Obr. 3.157 Přehled maximálních odezev ve zrychlení na zatížení dvěma chodci [m.s^{-2}]Obr. 3.158 Přehled maximálních odezev ve zrychlení na zatížení 4x2 chodci [m.s^{-2}]

3.10.3 Maximální hodnoty odezev na konstrukcích lávek s aktivními tlumiči kmitání

V tab. 3.57 jsou uvedeny výsledky redukováných odezev ve formě zrychlení na lávkách s aktivovanými tlumiči kmitání. Redukce odezvy po aktivaci tlumičů se u zavěšené konstrukce lávky L1 pohybuje v rozmezí 85 – 90 %. Redukce odezvy na visutých lávkách L2 a L3 v rozmezí 75 – 80 %. Grafické znázornění redukcí odezev je vykresleno na obrázcích 3.159 pro dva a na obrázku 3.160 pro čtyři dvojice chodců, kde je pro každý ze šesti výpočtů modře vykreslena maximální hodnota amplitudy zrychlení s neaktivním tlumičem a červeně s aktivním tlumičem kmitání.



Obr. 3.159 Přehled maximálních odezev ve zrychlení na zatížení dvěma chodci [m.s⁻²]



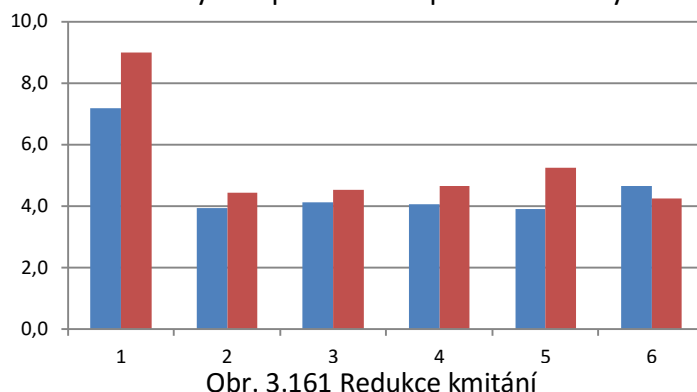
Obr. 3.160 Přehled maximálních odezev ve zrychlení na zatížení 4x2 chodci [m.s⁻²]

Tab. 3.57 Redukce odezev po aktivaci tlumičů kmitání

Maximální dynamická odezva na konstrukcích s AKTIVNÍMI tlumiči kmitání									
Číslo výpočtu	Lávka	Pro zatížení dvěma chodci				Pro zatížení 4 x 2 chodci			
		Zrychlení – lávka s neaktivním tlumičem kmitání [m.s ⁻²]	Zrychlení – lávka s aktivním tlumičem kmitání [m.s ⁻²]	Redukce odezvy [%]	Redukce odezvy [x]	Zrychlení – lávka s neaktivním tlumičem kmitání [m.s ⁻²]	Zrychlení – lávka s aktivním tlumičem kmitání [m.s ⁻²]	Redukce odezvy [%]	Redukce odezvy [x]
1	L1	0,460	0,064	-86,1	7,2	1,789	0,199	-88,9	9,0
2	L2 - var.A	0,530	0,135	-74,5	3,9	2,046	0,461	-77,5	4,4
3	L2 - var.A		0,128	-75,8	4,1		0,453	-77,9	4,5
4	L2 - var.A		0,130	-75,5	4,1		0,438	-78,6	4,7
5	L2 - var.B	0,634	0,162	-74,4	3,9	2,476	0,473	-80,9	5,2
6	L3	0,673	0,145	-78,5	4,6	2,399	0,563	-76,5	4,3

U zavěšené konstrukce lávky L1 se redukce odezvy pohybuje v rozmezí 7,0 – 9,0x. U visutých lávek s různými sestavami tlumičů v rozmezí 4,0 – 5,0x. To je graficky

zobrazeno na obrázku 3.161, kde modrý sloupec znázorňuje redukci kmitání pro zatížení dvou chodců a červený sloupec redukci pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců.



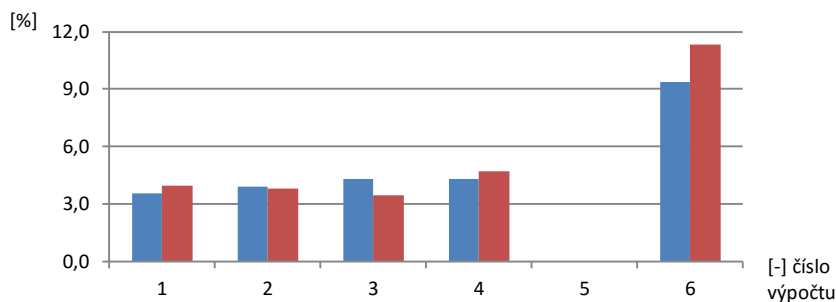
Obr. 3.161 Redukce kmitání

3.10.4 Optimální hmotnost tlumičů kmitání

Z provedených výpočtů vyplývá, že aby tlumiče co nejvíce redukovaly dynamickou odezvu konstrukcí, musí mít určitou hmotnost. U lávek L1 a L2 se tato hmotnost pohybuje v rozmezí 4,0 – 5,0 % modální hmotnosti lávky příslušného vlastního tvaru. U lávky L3 se optimální hmotnost tlumičů pohybuje mezi 9,0 – 11,0 %. Grafické znázornění hmotností tlumičů v procentech modální hmotnosti lávky je na obrázku 3.162. Modré sloupce grafů odpovídají lávkám zatíženým dvěma chodci, červené sloupce zatížené čtyřmi dvojicemi chodců.

Tab. 3.58 Přehled jednotlivých parametrů tlumičů kmitání pro zatížení dvěma a osmi chodci

Číslo výpočtu	Lávka	Počet chodců	Vlastní frekvence [Hz]	Modální hmotnost [kg]	Hmotnost 1 tlumiče [kg]	Procento modální hmoty [%]
1	Lávka 1	2	1,722	50481,0	1800	3,6
		4 x 2			2000	4,0
2	Lávka 2 - var.A	2	1,628	51008,6	2000	3,9
		4 x 2			1930	3,8
3	Lávka 2 - var.A	2	1,628	51008,6	2200	4,3
		4 x 2			1750	3,4
4	Lávka 2 - var.A	2	1,628	51008,6	2200	4,3
		4 x 2			2400	4,7
5	Lávka 2 - var.B	2	1,766	46646,6		
		4 x 2				
6	Lávka 3	2	1,819	22474,2	2100	9,3
		4 x 2			2550	11,3



Obr. 3.162 Hmotnosti tlumičů v % modální hmotnosti lávky

3.10.5 Závislosti parametrů tlumičů kmitání na velikosti zatížení

V tab. 3.59 je uveden přehled jednotlivých parametrů tlumičů kmitání pro všechny typy lávek pro redukci odezvy na zatížení dvěma a čtyřmi dvojicemi chodců. V dolní části tabulky jsou procentuálně vyjádřeny zeleně nárůsty a červeně poklesy hodnot parametrů tlumičů. Procentuální rozdíly vyjadřují, jak se změní optimální parametry tlumičů při zatížení konstrukce čtyřmi dvojicemi chodců, místo dvou chodců.

Tab. 3.59 Přehled jednotlivých parametrů tlumičů

Porovnání optimálních hodnot parametrů tlumičů kmitání pro 2 a 4 x 2 chodců							
Číslo výpočtu		1	2	3	4	5	6
Lávka		L1	L2 - var.A	L2 - var.A	L2 - var.A	L2 - var.B	L3
Zatížení 2 chodci	m_1 [kg]	1800		1900	2550		2100
	k_1 [N.m ⁻¹]	54000		54500	65000	4,80E+06	47500
	c_1 [N.m ⁻¹ .s ⁻²]	1200		2200	2200	5500	1600
	m_2 [kg]		2000		1600		
	k_2 [N.m ⁻¹]		44500		55000		
	c_2 [N.m ⁻¹ .s ⁻²]		2550		2600		
Zatížení 4 x 2 chodci	m_1 [kg]	2000		1750	2400		2550
	k_1 [N.m ⁻¹]	58500		55000	70000	1,80E+06	63000
	c_1 [N.m ⁻¹ .s ⁻²]	1650		2300	2450	5500	1500
	m_2 [kg]		1930		1950		
	k_2 [N.m ⁻¹]		51000		64500		
	c_2 [N.m ⁻¹ .s ⁻²]		2600		1500		
Rozdíl	[%]	11,1		-7,9	-5,9		21,4
	[%]	8,3		0,9	7,7	-62,5	32,6
	[%]	37,5		4,5	11,4	0,0	-6,3
	[%]		-3,5		21,9		
	[%]		14,6		17,3		
	[%]		2,0		-42,3		

3.10.6 Porovnání výsledků zjednodušeného modelu s modelem lávky L1

V tab. 3.60 jsou porovnány výsledky analýz dvou konstrukcí – zjednodušené konstrukce ocelové lávky viz kapitola 3.3 a reálné konstrukce lávky viz kapitola 3.7. Obě konstrukce mají přibližně stejnou hmotnost na běžný metr a blízkou vlastní frekvenci konstrukce v rozmezí 1,7 – 1,8 Hz.

Tab. 3.60 Porovnání zjednodušeného modelu lávky s reálnou konstrukcí

	Zjednodušená ocelová konstrukce lávky	Lávka L1
Poměrný útlum	0,5 %	0,32 %
VL. frekvence	1,820 Hz	1,722 Hz
Nejnepříznivější kroková frekvence chodců	1,755 Hz	1,660 Hz
Rozdíl [%]	3,6 %	3,6 %
Odpovídající rychlost pohybu chodců	2,194 m.s ⁻¹	1,859 m.s ⁻¹
Odezva - zrychlení s neaktiv. TMD	0,880 m.s ⁻²	0,460 m.s ⁻²
Odezva - zrychlení s aktiv. TMD	0,084 m.s ⁻²	0,064 m.s ⁻²
Redukce odezvy	10,4 x	7,2 x

Z porovnání je patrné, že nejnepříznivější kroková frekvence chodců je v obou případech nižší o 3,6 % než vlastní frekvence. Redukce dynamické odezvy po aktivaci tlumičů vychází vyšší na zjednodušené konstrukci lávky.

ZÁVĚRY A NOVÉ POZNATKY

Disertační práce je věnována modelování metodou konečných prvků konstrukcí lávek pro pěší s cílem určit odezvu těchto modelů na účinky chodců. Byl zkoumán vliv výběru modelu zatížení nahrazující pohybuující se chodce na konstrukci lávky. V případě nadměrného kmitání konstrukce byl zkoumán vliv výběru tlumicích prvků na odezvu. Konečněprvkové modely konstrukcí zavěšených a visutých lávek byly sestaveny v programovém systému ANSYS. Odezva podle výběru modelu zatížení chodci byla řešena jako harmonická analýza, popřípadě byla vypočtena přímou integrací pohybových rovnic. Pro určení extrémní odezvy při působení sil s proměnnou polohou modelující účinek chodců byl využit program OptiSlang.

V praxi se zatížení chodci na konstrukci modeluje harmonickými silami umístěnými do kmitny vlastního tvaru konstrukce. Jde o síly odpovídající dynamickému účinku skupiny chodců. Velikost budících sil je závislá na zvoleném modelu popisující přechod chodců přes konstrukci mostu. V uvedeném případě byl zvolen model chodce o tíze 700 N s dynamickými účinky 270 N. Dalším zatěžovacím modelem je skupina chodců pohybuující po mostovce podél mostu. Oba modely chodců byly nejprve testovány na zjednodušené konstrukci „lehké“ a „těžké“ lávky pro dva synchronně jdoucí chodce. Druhá varianta modelu chodců nedává extrémní hodnoty odezvy pro frekvenci chůze rovné vlastní frekvenci konstrukce. Parametry chůze vyvolující extrémní odezvu na konstrukci byly zjištěny pomocí parametrických výpočtů v programu OptiSlang. Tato extrémní odezva byla porovnána s odezvou na první model chodců. Bylo zjištěno, že odezva na tento model chodců v podobě harmonických sil, dává velmi nadhodnocené výsledky. Z porovnání výsledků odezev také vyplývá, že je odezva také závislá na hmotnosti konstrukce. Bylo zjištěno, že odezva na působení chodců je u hmotnější konstrukce nižší než u lehčí konstrukce.

Dále byly porovnány výsledky odezev obou modelů pro dva případy zatížení chodci. Zatížení bylo aplikováno na konstrukce visutých a zavěšených lávek. Při použití modelu chodců v podobě harmonických sil, tak v případě modelu chodců simulující pohyb chodců po konstrukci byly nejprve uvažováni dva synchronně jdoucí chodci a dále čtyři dvojice za sebou synchronizovaně jdoucích chodců. Z porovnání výsledků vyplývá, že výsledné odezvy modelu chodců v podobě harmonických sil jsou opět výrazně nadhodnocené. Největší rozdíl hodnot maximálních amplitud odezev vzhledem k modelu chodců simulující pohyb chodců po konstrukci byl zjištěn u zavěšené lávky, kde se pohybuje kolem 74 %, u visutých je rozdíl průměrně kolem 50 %. Dále byl detailněji analyzován model chodců odpovídající pohybu chodců přes lávku. Konkrétně závislost maximální hodnoty odezvy na parametrech chůze skupiny osob. Bylo zjištěno, že maximální odezva nenastane při chůzi s budící frekvencí shodnou s vlastní frekvencí lávky, ale při frekvenci o něco nižší. Tento pokles byl analyzován parametrickými výpočty na intervalech budících frekvencí a je průměrně pro všechny uvedené lávky a modely chodců roven 2,7 %.

Maximální hodnoty odezev byly dále posuzovány na podmínky komfortu chodců na konstrukci. Jako jedna z možných kritických hodnot komfortu byla vybrána hodnota $0,700 \text{ m.s}^{-2}$. Na základě linearit výpočtu bylo analyzováno, pro jakou skupinu synchronizovaných a nesynchronizovaných chodců je toto kritérium splněno, a kde je potřeba uvažovat o instalaci zařízení k redukci kmitání. Ukázalo se, že na všech třech lávkách mezní hodnota komfortu pro běžnou skupinu patnácti nesynchronizovaných chodců byla překročena. Vyplynula potřeba redukce kmitání konstrukcí pomocí tlumičů. Byly analyzovány různé sestavy mechanických tlumičů a sledována jejich teoretická účinnost. Dále byla hledána jejich největší možná účinnost pomocí parametrických výpočtů v programu OptiSlang. Zatížení odpovídalo modelu dvou, popřípadě modelu čtyř dvojic chodců přecházejících konstrukci mostů. Bylo zjištěno, že u zavěšené konstrukce lávky lze vhodnými tlumiči dosáhnout snížení kmitání v mezích 7,0 až 9,0 krát. U visutých lávek se podařilo dosáhnout různými sestavami tlumičů snížení kmitání čtyřikrát až pětkrát. Dále byly také hledány optimální hmotnosti tlumičů kmitání. Parametrické výpočty potvrdily všeobecně doporučované hodnoty pohybující se kolem 4,0 až 5,0 procent kmitající hmotnosti lávky v příslušném vlastním tvaru.

Ze zjištěných poznatků vyplývá, že pro optimální návrh lávky pro pěší je třeba použít vhodnější model chodců odpovídající jejich pohybu podél mostovky. Nicméně je třeba nalézt odpovídající parametry chůze, při kterých nastane nejnepříznivější odezva. Ukázalo se, že při nalezení nejnepříznivější odezvy je frekvence chůze nižší než je vlastní frekvence konstrukce, a to kolem 2,7 procent. Při zanedbání rozdílu ve frekvencích nastává významný pokles v odezvě. Běžně využívaný harmonický výpočet odezvy pro model chodců v podobě harmonických budících sil s pevně zvolenou polohou dává naopak hodnoty odezvy nadhodnocené, a to až kolem 50 % u konstrukcí s lehkou mostovkou. Použití zjednodušeného postupu při řešení odezvy je konzervativní a může vést ke zbytečným návrhům opatření a tudíž ke zvýšení ceny projektu. Z hlediska nejistoty při výpočtech je vždy vhodné se dožadovat provedení dynamické zkoušky. Největším problémem se jeví stanovení úrovně tlumení konstrukce.

SEZNAM PODKLADŮ A LITERATURY

- [1] Dallard, P., Fitzpatrick, T., *The millennium bridge, London: Problems and Solutions*, Structural Engineer, 2001
- [2] Fujino, Y., Benito, M., *Synchronization of human walking observed during lateral vibration of a congested pedestrian bridge*, 2006
- [3] Bachman, Amman, *Vibrations in structures induced by man and machines*, 1987
- [4] Wheeler, J.E., *Prediction and control of pedestrian-induced vibration in footbridge*, Journal of Structural Division, 1982
- [5] Newland, D.E., *Pedestrian excitation of bridges – recent results*, Tenth International Congress on Sound and Vibration, Stockholm, Sweden, 2003
- [6] McRobie, A., Morgenthal, G., *Parallels between wind and crowd loading of bridges*, 2013
- [7] Dallard, P., Fitzpatrick, T., Flint, A., *London Millennium Bridge: Pedestrian-Induced Lateral Vibration*, New York City Bridge Conference
- [8] Matsumoto, Y., Sato, S., Nishioka, T., Shiojiri, H., *A study on design of pedestrian over-bridges*, 1972
- [9] Pretlove, A., Rainer, J., *Human response to vibrations, Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines*, Basel, 1995
- [10] Heinemeyer, Ch., Feldmann, M., *European design guide for footbridge vibration*, 2008
- [11] CEB, *BI 209, Srpen 1991*
- [12] Maurer, *Tuned Mass and Viscous Dampers, Technical Information and Products*, 2011
- [13] Chen, J., Chen, K., Chen, L., Liu, L., *A new concept of modal participation factor for numerical instability in the dual BEM for exterior acoustics*. Mechanics Research Communications. 2003
- [14] Bachmann, Lively, H., *Footbridges – A real challenge*. AFGF and OTUA Footbridge Conference, Paris, 2002.
- [15] Kreuzinger, H. *Dynamic design strategies for pedestrian and wind actions*. Footbridge 2002.

- [16] British Standards Institutions, BS 5400, Part 2, Appendix C: *Vibration Serviceability Requirements for Foot and Cycle Track Bridges* 1978.
- [17] Norma ČSN EN 1995-2:2004 *Navrhování dřevěných konstrukcí – část 2: Mosty*
- [18] Norma ČSN EN 1990 – *Eurocode : Basic of Structural Design – prAnnex A2*
- [19] Bachman,H. at all, *Vibration problems in structures: Practical Guidelines*, Birkhauser, Basel, ISBN 3-7643-5148-91995, 1995.
- [20] da Silva,J.G.S., da S. Vellasco,P.C.G., de Andrade,S.A.L., de Lima,L.R.O., Figueiredo F. P., *Vibration analysis of footbridges due to vertical human loads*, ScienceDirect, 2006.
- [21] Obata,T., Miyamori,Y., *Identification of a human walking force model based on dynamic monitoring data from pedestrian bridges*. Comput Struct, 2006.
- [22] Bachmann,H., Ammann,W., *Vibrations in structures induced by man and machines*, IABSE Structural Engineering Document 3E, International Association for Bridge and Structural Engineering, ISBN 3-85748-052-X, 1987
- [23] Figueiredo,F.P., da Silva, J.G.S., de Lima, L.R.O., da S. Vellasco, de Andrade, S.A.L., *A parametric study of composite footbridges under pedestrian walking loads*, ScienceDirect, 2006
- [24] Ohlsson,S., *Floor vibrations and human discomfort*, PhD. Thesis, Sweden, Department of structural Engineering, Chalmers University of technology, 1982
- [25] Hashlamoun,W., Hassouneh,M., Abed,E., *New Results on Modal Participation Factors: Revealing a Previously Unknown Dichotomy*. IEEE Transactions on automatic control. 2009
- [26] McRobie,A., Morgenthal,G., *Risk Mananagement for Pedestrian-Induced Dynamics of Footbridges*, Proc. Int. Conf. footbridge 2002, Paris, 2002
- [27] Brownjohn,J. M. W., *Vibration characteristics of a suspension footbridge*. J Sound Vibrat 1997;202(1):29-46.
- [28] Pletz,E., *Construction of Brazil's first cable stayed Stress-laminated timber footbridge*, Advances in engineering software, 2008
- [29] Gentile,C., Gallino,N., *Ambient vibration testing and structural evaluation of an historic suspension footbridge*, Milan, Italy, 2007
- [30] Brincker,R., Zhang,L.M., Andersen, P., *Modal identification from ambient*

- responses using frequency domain decomposition*. In: Proceedings of 18th int modal analysis conference (IMAC), San Antonio, TX, USA, 2000. p. 625-30.
- [31] Coletti,D.A., *Analytical and field investigation of Roma suspension bridge*. ASCE J Bridge Eng 2002;7(3):156-65.
- [32] Živanovič,S., Pavic,A., Reynolds,P., *Vibration serviceability of footbridges under human- induced excitation*. A literature review, Journal of Sound and Vibration 279, 2005.
- [33] Salajka,V., Kala,J., Smutný,J., *Uplatnění pokročilých materiálů v integrovaném návrhu konstrukcí*. CIDEAS, Brno, 2008
- [34] Huang,M.H., *Dynamic characteristics of slender suspension footbridges*. Queensland, 2006
- [35] Schlaich,M., *Planning conditions for footbridges*. Proceedings of the international conference on the design and dynamic behaviour of footbridges, Paris, France, 2002
- [36] Pimentel,R., Frenandes,H., *A simplified formulation for vibration serviceability of footbridges*. Proceedings of the international conference on the design and dynamic behaviour of footbridges, Paris, France, 2002
- [37] O'Connor,C., Shaw,P.A., *Bridge loads*. Spon press, London, UK, 2000
- [38] Nakamura,S.I., *Field measurements of lateral vibration on a pedestrian suspension bridge*. The Structural Engineer, 2003
- [39] *User's guide Ansys 12.1*, SAS IP Inc., 2010
- [40] Sadek,F., Mohraz,B., Taylor,W.A., Chung,M.R., *A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications*, National institute of standards and technology, Gaithersburg 1997
- [41] Girard,A., *Modal effective mass models in structural dynamics*. Florence : International Modal Analysis Conference. 1991
- [42] Pirner,M., *Actual behaviour of a ball vibration absorber*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 90, 2002
- [43] ISO 10137, *Bases for design of structures - Serviceability of buildings and walkways against vibrations*, 2007
- [44] Chen,R.S., Cai,S.C., *Coupled vibration control with tuned mass damper for long-span bridges*, Journal of sound and vibration, 2004

- [45] Osinski,Z., *Tłumienie drgan mechanicznych*, Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986
- [46] Pirner,M., Urushadze,S., *Tunned ball absorber acting in one direction*, Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Academy of Sciences of the Czech Republic
- [47] Náprstek,J., Fischer,C., Pirner,M., Dynamics of a vibration damper working on a principle of a heavy ball rolling inside a spherical dish, 17th International Conference, Svratka 2011
- [48] Aslan,H., Starossek,U., *Passive control of bridge deck flutter using tuned mass dampers and control surfaces*, 7th European Conference on Structural Dynamics Eurodyn 2008, Southampton 2008
- [49] Zuo,L., Nayfeh,A.S., *Minimax optimization of multi-degree-of-freedom tuned mass dampers*, Journal of Sound and Vibration, 2003
- [50] Taylor,P.D., Metzger,J., Horne,D., Modular tuned mass damper units for the spring mountain road pedestrian bridges,
- [51] Marano,C.G., Morrone,E.,Quaranta,G.,Trentadue,F., *Fuzzy Structural Analysis of a tuned mass damper subject to random vibration*, Hindawi publishing corporation advances in acoustics and vibration volume 2008
- [52] Stráský, J., *Stress gibbon and cable-supported pedestrián bridges*, Thomas Telford Publishing, London, ISBN 0-7277- 3282-X, 2005.

PUBLIKAČNÍ ČINNOST

- [1] Kika, O., *Statická a dynamická analýza technologické pece s komínem*, Diplomová práce, VUT FAST, Brno, 2008
- [2] Kika, O., Kratochvíl, O., Křižan, J., *Numerická analýza průběhu porušení betonového trámce za ohybu, část II*, Juniorstav 2008, VUT v Brně, Fakulta stavební, ISBN 978-80-86433-45-5, Brno, 2008
- [3] Kika O., *Seizmická analýza nosné konstrukce vertikální průmyslové pece*, Medzinárodná konferencia 70 rokov SvF STU, Fakulta stavební v Bratislavě, ISBN 978-80-227-2979-6, Bratislava, 2008
- [4] Kika O., *Studie účinků seismického zatížení na reálné konstrukci*, 12th International Scientific Conference, VUT Fakulta stavební, ISBN 978-80-7204-629-4, Brno, 2009
- [5] Kika O., *Statická a dynamická analýza nosné konstrukce vertikální průmyslové pece*, Juniorstav 2009, VUT v Brně, Fakulta stavební, ISBN 978-80-214-3810-1, Brno, 2009
- [6] Kratochvíl, O., Kika O., *Dynamická analýza štíhlé mostní konstrukce na zatížení vyvolané chodci se zaměřením na způsob zatěžování*, Juniorstav 2011, VUT v Brně, Fakulta stavební, ISBN 978-80-214-4232-0, Brno, 2011
- [7] Kika O., Kratochvíl, O., *Laděný tlumič na visuté lávce*, Juniorstav 2011, VUT v Brně, Fakulta stavební, ISBN 978-80-214-4232-0, Brno, 2011
- [8] Kika O., Kratochvíl, O., *Dynamické modely zatížení chodci pro dynamickou analýzu mostních konstrukcí*, Juniorstav 2012, VUT v Brně, Fakulta stavební, ISBN 978-80-214-4393-8, Brno, 2012
- [9] Kika O., Kratochvíl, O., *Pohlcovače kmitání na konstrukcích*, Juniorstav 2012, VUT v Brně, Fakulta stavební, ISBN 978-80-214-4393-8, Brno, 2012
- [10] Kika O., *Efektivní modální hmotnost konstrukce*, Juniorstav 2013, VUT v Brně, Fakulta stavební, ISBN 978-80-214-4669-4, Brno, 2013

SUMMARY

Doctoral thesis deals to modeling of footbridges using finite element method to determine the response of these models on the effects of pedestrians. It was studied the influence of the selection of pedestrians' model. In the case of excessive vibration of the structure, the influence of the selection of dampers was investigated. Finite element models of structures were made in the program ANSYS. The response was solved as harmonic analysis, or was calculated by direct integration of equations of motion. To determine the extreme response on structure by pedestrians' load It was used program OptiSlang.

In practice, It is used the model of pedestrian load as harmonic forces placed in the maximum of structure's eigenmode. It is a equivalent of effect of the dynamic force of pedestrians. The size of the excitation forces depends on the pedestrians' model and In this case, it was chosen model of pedestrian with weight 700 N with dynamic force 270 N. Another load model is a group of pedestrians moving along the bridge deck. Both models of pedestrians were at first tested on a simplified design of "light" and "heavy" bridges for two synchronously passing pedestrians. The second variant of the model does not give extreme response of structure. Parameters of walk caused extreme response were determined using parametric calculations in the program OptiSlang. This extreme response was compared with response of the first model of pedestrians. It was found that the response to the pedestrian model in the form of harmonic forces gives very exaggerated results.

Results of both responses were compared to two load cases of pedestrians. The load was applied on the suspension and suspended bridges. It was used the load of two pedestrians and load of four pairs of pedestrians. From the comparison of results it is clear, than the model of pedestrians in the form of harmonic forces is significantly overvalued again. The biggest difference of amplitudes of the responses is on suspension bridge and it is about 74%, and for suspended bridges difference is about 50%. It was also detailed analyze the pedestrian model, specifically the dependence of the maximum value of the response and parameters of walking. It was found that maximal response does not occur during walking with the excitation frequency equaled to the natural frequency of structure, but at a frequency slightly lower. This decline was analyzed by parametric calculations and it is an average for all of these models about 2,7 %.

Maximum values of responses were also assessed on pedestrians' comfort. As one of the possible critical levels of comfort it has been chosen a value $0,700 \text{ m.s}^{-2}$. Question was for which group of synchronized and non-synchronized pedestrians this criterion is met. This was analyzed based on the calculation of linearity. On all three bridges a limit of comfort for a common group of fifteen unsynchronized pedestrians has been exceeded, it is need to use dampers. Several combination of dampers were analyzed and also it were monitored their theoretical efficiency. The best efficiency of mechanical dampers was analyzed by using parametric calculations in the program OptiSlang. A load corresponds to the model of two or to the model of four pairs of pedestrians crossing the bridge construction. It has been found out that it is possible to

reduce vibration 7 to 9 times on suspension bridge and 4 to 5 times on suspended bridges.

Conclusions show that it is better to use pedestrian model based on pedestrian movement along the deck, but it is necessary to find the appropriate parameters which caused maximum response of structure. It turned out that the worst walking frequency for response is lower than the natural frequency of the structure and it is lower about 2,7 percent. Commonly used model for pedestrians in the form of harmonic excitation forces gives overrated values, around 50% for constructions with a lightweight deck. From point of uncertainty in the calculations, it is always recommended to demand the dynamic test on real structure. The biggest problem is determination of damping of the structures.

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1.1 Závislost rychlosti pohybu chodců na frekvenci a délce kroku [3]	9
Obr. 1.2 Závislost doby došlapu na krokové frekvenci [4]	9
Obr. 1.3 Kročejové zatížení konstrukce chodcem v čase [3]	10
Obr. 1.4 Schéma interakce	10
Obr. 1.5 Scrutonová čísla mostů [5]	11
Obr. 1.6 Závislosti hustoty zástupu [7]	11
Obr. 1.7 Vertikální dynamické zatížení chodcem v závislosti na jeho pohybu dle [4]	12
Obr. 1.8 Vykreslení průběhů nášlapných sil v čase	14
Obr. 1.9 Schéma pohybu chodce v čase	14
Obr. 1.10 Závislost komfortu pohybu po konstrukci na frekvenci a amplitudě kmitání [4]	15
Obr. 1.11 Hodnoty koeficientu k_{vert}	17
Obr. 1.12 Hodnoty koeficientu k_{hor}	17
Obr. 1.13 Reálná konstrukce	18
Obr. 1.14 Výpočtový model	18
Obr. 1.15 Diagram postupu při návrhu lávek [10]	19
Obr. 1.16 Faktor chůze ψ pro svislé a podélné	21
Obr. 1.17 Faktor chůze ψ pro boční vibrace	21
Obr. 1.18 Závislosti relativních posunutí [12]	23
Obr. 1.19 Lávka pro pěší – Forchheim, Německo, [12]	24
Obr. 1.20 Lávka Port Tawe – Swansea, United Kongdom, [12]	24
Obr. 1.21 Lávka pro pěší Traunsteg –Wels, Austrálie, [12]	25
Obr. 1.22 Schéma kyvadla	26
Obr. 1.23 Schémata dvojitého kyvadla	27
Obr. 1.24 Geometrie kulového tlumiče [42]	28
Obr. 1.25 Schéma kulového tlumiče	28
Obr. 1.26 Schéma tlumiče TMD	29
Obr. 1.27 Schéma odvození logaritmického dekrementu útlumu	30
Obr. 1.28 Průběh Rayleighova tlumení	32
Obr. 1.29 Schéma ladění tlumiče kmitání	33
Obr. 1.30 Model 1D soustavy s pěti stupni volnosti	35
Obr. 1.31 Vlastní tvary 1D konstrukce	35
Obr. 1.32 Model konstrukce 2D	38
Obr. 1.33 2. ohybový tvar - asymetrický	38
Obr. 1.34 1. ohybový tvar – konstrukce s antisymetrickou okrajovou podmínkou	39
Obr. 1.35 Model konstrukce 3D	40
Obr. 1.36 1. ohybový tvar – asymetrický	40
Obr. 1.37 1. ohybový tvar – s antisymetrickou okrajovou podmínkou	41
Obr. 1.38 a) Model visutého mostu b) Asymetrický vlastní tvar c) Umístění zatížení	42
Obr. 1.39 Amplituda výchylky konstrukce bez a s tlumiči kmitání	43
Obr. 1.40 Závislost amplitudy výchylky na změně tuhosti	45
Obr. 1.41 Závislost amplitudy výchylky na změně tlumení	45
Obr. 1.42 Závislost amplitudy výchylky na změně hmotnosti	45
Obr. 1.43 Závislost amplitudy výchylky na změně tuhosti a tlumení tlumiče	45
Obr. 1.44 Závislost amplitudy výchylky na změně tuhosti a hmotnosti tlumiče	45
Obr. 1.45 Závislost amplitudy výchylky na změně tlumení a hmotnosti tlumiče	46
Obr. 1.46 Závislost amplitudy výchylky na změně tuhosti a tlumení tlumiče	46
Obr. 1.47 Závislost amplitudy výchylky na změně tuhosti a hmotnosti tlumiče	46

Obr. 1.48 Závislost amplitudy výchylky na změně tlumení a hmotnosti tlumiče	46
Obr. 3.1 Model konstrukce	50
Obr. 3.2 První ohybový vlastní tvar kmitu ve svislém směru	50
Obr. 3.3 Amplitudofrekvenční charakteristika – amplituda výchylky u_z	51
Obr. 3.4 Amplitudofrekvenční charakteristika – amplituda zrychlení a_z	51
Obr. 3.5 Varianta 1 – svislý posuv u_z v absolutních souřadnicích	52
Obr. 3.6 Varianta 1 – svislý posuv u_z pouze od dynamické složky buzení	53
Obr. 3.7 Varianta 1 – průběh zrychlení a_z	53
Obr. 3.8 Varianta 2 – svislý posuv u_z	54
Obr. 3.9 Varianta 2 – průběh zrychlení a_z	54
Obr. 3.10 Závislost maximálního zrychlení na	54
Obr. 3.11 Závislost maximálního zrychlení na	54
Obr. 3.12 Varianta 3 – svislý posuv u_z	54
Obr. 3.13 Varianta 3 – průběh zrychlení a_z	54
Obr. 3.14 Závislost maximálního zrychlení na	55
Obr. 3.15 Závislost maximálního zrychlení na	55
Obr. 3.16 Varianta 4 – svislý posuv u_z	55
Obr. 3.17 Varianta 4 – průběh zrychlení a_z	55
Obr. 3.18 Varianta 1 až 4 – svislý posuv u_z	57
Obr. 3.19 Varianta 1 až 4 – průběh zrychlení a_z	57
Obr. 3.20 Model konstrukce	58
Obr. 3.21 První ohybový vlastní tvar kmitu ve svislém směru	58
Obr. 3.22 Amplitudofrekvenční charakteristika – amplituda výchylky u_z	58
Obr. 3.23 Amplitudofrekvenční charakteristika – amplituda zrychlení a_z	58
Obr. 3.24 Varianta 1 – svislý posuv u_z	59
Obr. 3.25 Varianta 1 – průběh zrychlení a_z	59
Obr. 3.26 Varianta 2 – svislý posuv u_z	59
Obr. 3.27 Varianta 2 – průběh zrychlení a_z	59
Obr. 3.28 Varianta 1 – svislý posuv u_z	60
Obr. 3.29 Varianta 1 – průběh zrychlení a_z	60
Obr. 3.30 Varianta 2 – svislý posuv u_z	60
Obr. 3.31 Varianta 2 – průběh zrychlení a_z	60
Obr. 3.32 Varianta 3 – svislý posuv u_z	61
Obr. 3.33 Varianta 3 – průběh zrychlení a_z	61
Obr. 3.34 Naladění tlumiče - soustava se dvěma stupni volnosti	62
Obr. 3.35 Varianta A,B - svislý posuv u_z	63
Obr. 3.36 Varianta A,B - průběh zrychlení a_z	63
Obr. 3.37 Závislost zrychlení na $k(x)$ - $c(y)$	64
Obr. 3.38 Závislost zrychlení na $k(x)$ - $m(y)$	64
Obr. 3.39 Závislost zrychlení na $c(x)$ - $m(y)$	64
Obr. 3.40 Závislost zrychlení na $k(x)$ - $c(y)$	64
Obr. 3.41 Závislost zrychlení na $k(x)$ - $m(y)$	64
Obr. 3.42 Závislost zrychlení na $c(x)$ - $m(y)$	64
Obr. 3.43 Naladění tlumiče - soustava se dvěma stupni volnosti	65
Obr. 3.44 Varianta A,B - svislý posuv u_z	66
Obr. 3.45 Varianta A,B - průběh zrychlení a_z	66
Obr. 3.46 Těžká lávka – závislost zrychlení na změně tlumení	68
Obr. 3.47 Lehká lávka – závislost	68
Obr. 3.48 Výpočtový model lávky L1	69
Obr. 3.49 Průběh Rayleighova tlumení	69

Obr. 3.50 Amplitudofrekvenční charakteristika pro dva chodce – amplituda výchylky u_z	71
Obr. 3.51 Amplitudofrekvenční charakteristika pro dva chodce – amplituda zrychlení a_z	71
Obr. 3.52 Amplitudofrekvenční charakteristika pro čtyři dvojice chodců – amplituda výchylky u_z	72
Obr. 3.53 Amplitudofrekvenční charakteristika pro čtyři dvojice chodců – amplituda zrychlení a_z	72
Obr. 3.54 Průběh zrychlení a_z , dva chodci	72
Obr. 3.55 Průběh zrychlení a_z , 4 x 2 chodců	72
Obr. 3.56 Dva chodci – závislost zrychlení na	73
Obr. 3.57 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na	73
Obr. 3.58 Dva chodci - závislost zrychlení na	73
Obr. 3.59 4 x 2 chodci - závislost zrychlení	73
Obr. 3.60 Průběh zrychlení a_z , dva chodci	74
Obr. 3.61 Průběh zrychlení a_z , 4 x 2 chodci	74
Obr. 3.62 Varianta 1,2 – dva chodci, svislý posuv u_z	75
Obr. 3.63 Varianta 1,2 – 4 x 2 chodci, svislý posuv u_z	75
Obr. 3.64 Dva chodci, var. 1, výchylky	76
Obr. 3.65 4 x 2 chodci, var. 1, výchylky	76
Obr. 3.66 Dva chodci, var. 2, výchylky	76
Obr. 3.67 4 x 2 chodci, var. 2, výchylky	76
Obr. 3.68 Dva chodci, porovnání statických výchylek u_z	77
Obr. 3.69 4x2 chodci, porovnání statických výchylek u_z	77
Obr. 3.70 Dva chodci, svislý posuv, dynamická část	77
Obr. 3.71 4x2 chodci, svislý posuv, dynamická část	77
Obr. 3.72 Průběh zrychlení a_z , dva chodci	78
Obr. 3.73 Průběh zrychlení a_z , 4 x 2 chodci	78
Obr. 3.74 Schéma pozice maximálního zrychlení na konstrukci	79
Obr. 3.75 Dva chodci - závislost zrychlení na změně tuhosti a tlumení, 3D pohled	79
Obr. 3.76 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na změně tuhosti a tlumení, 3D pohled	79
Obr. 3.77 Dva chodci - závislost zrychlení na změně tuhosti a tlumení, 2D pohled	79
Obr. 3.78 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na změně tuhosti a tlumení, 2D pohled	79
Obr. 3.79 Dva chodci, průběh tlumení TMD	81
Obr. 3.80 Osm chodců, průběh tlumení TMD	81
Obr. 3.81 Schéma sil pro harmonickou analýzu	81
Obr. 3.82 Amplitudofrekvenční charakteristika pro dva chodce – amplituda zrychlení a_z	82
Obr. 3.83 Amplitudofrekvenční charakteristika pro 4 x 2 chodce – amplituda zrychlení a_z	82
Obr. 3.84 Schéma pozice maximálního zrychlení na konstrukci	83
Obr. 3.85 Dva chodci - schéma pozic maximálního zrychlení na konstrukci	83
Obr. 3.86 4 x 2 chodci - schéma pozic maximálního zrychlení na konstrukci	83
Obr. 3.87 Výpočtový model lávky L2	85
Obr. 3.88 Průběh Rayleighova tlumení	85
Obr. 3.89 Závislost amplitudy posunutí na	87
Obr. 3.90 Závislost amplitudy zrychlení na	87
Obr. 3.91 Závislost amplitudy posunutí na	87
Obr. 3.92 Závislost amplitudy zrychlení na	87
Obr. 3.93 Závislost amplitudy posunutí na	88

Obr. 3.94 Závislost amplitudy zrychlení na	88
Obr. 3.95 Závislost amplitudy posunutí na	88
Obr. 3.96 Závislost amplitudy zrychlení na	88
Obr. 3.97 Dva chodci,	89
Obr. 3.98 4 x 2 chodci,	89
Obr. 3.99 Dva chodci - závislost zrychlení na	90
Obr. 3.100 Dva chodci - závislost zrychlení na	90
Obr. 3.101 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na	90
Obr. 3.102 4 x 2 chodci - závislost zrychlení	90
Obr. 3.103 Dva chodci,	90
Obr. 3.104 4 x 2 chodci,	90
Obr. 3.105 Dva chodci, zrychlení a	92
Obr. 3.106 Dva chodci, posuvy u	92
Obr. 3.107 4 x 2 chodci, zrychlení a	92
Obr. 3.108 4 x 2 chodci, posuvy u	92
Obr. 3.109 Tlumiče na lávce	93
Obr. 3.110 Grafické znázornění závislosti zrychlení na krokové frekvenci chodců	95
Obr. 3.111 Grafické znázornění závislosti zrychlení na krokové frekvenci chodců	96
Obr. 3.112 Pozice maxim zrychlení na konstrukci od dvou chodců	97
Obr. 3.113 Pozice maxim zrychlení na konstrukci od čtyř dvojic chodců	97
Obr. 3.114 Pozice maxim výchylek na konstrukci pro 2 chodce	98
Obr. 3.115 Pozice maxim výchylek na konstrukci pro 4 x 2 chodce	99
Obr. 3.116 Schématický model konstrukce	100
Obr. 3.117 Závislost amplitudy posunutí na	100
Obr. 3.118 Závislost amplitudy zrychlení na	100
Obr. 3.119 Závislost amplitudy posunutí na	101
Obr. 3.120 Závislost amplitudy zrychlení na	101
Obr. 3.121 Dva chodci - závislost zrychlení na	101
Obr. 3.122 4 x 2 chodci - závislost zrychlení	101
Obr. 3.123 Závislost zrychlení na tuhosti a	102
Obr. 3.124 Závislost zrychlení na tuhosti a	102
Obr. 3.125 Závislost zrychlení na tuhosti a	103
Obr. 3.126 Závislost zrychlení na tuhosti a	103
Obr. 3.127 Grafické znázornění závislosti	103
Obr. 3.128 Grafické znázornění závislosti	103
Obr. 3.129 Pozice maxim zrychlení na konstrukci pro 2 chodce	104
Obr. 3.130 Pozice maxim zrychlení na konstrukci pro 4 x 2 chodce	105
Obr. 3.131 Pozice maxim výchylek na konstrukci pro 2 chodce	105
Obr. 3.132 Pozice maxim výchylek na konstrukci pro 4 x 2 chodce	106
Obr. 3.133 Výpočtový model lávky	107
Obr. 3.134 Průběh Rayleighova tlumení	107
Obr. 3.135 Závislost amplitudy posunutí na	109
Obr. 3.136 Závislost amplitudy zrychlení na	109
Obr. 3.137 Závislost amplitudy posunutí na	109
Obr. 3.138 Závislost amplitudy zrychlení na	109
Obr. 3.139 Dva chodci,	110
Obr. 3.140 4 x 2 chodci,	110
Obr. 3.141 Dva chodci - závislost zrychlení na	110
Obr. 3.142 4 x 2 chodci - závislost zrychlení na	110

Obr. 3.143 Dva chodci,	111
Obr. 3.144 4 x 2 chodci,	111
Obr. 3.145 Dva chodci, zrychlení a	112
Obr. 3.146 Dva chodci, posuvy u	112
Obr. 3.147 4 x 2 chodci, zrychlení a	113
Obr. 3.148 4 x 2 chodci, posuvy u	113
Obr. 3.149 Grafické znázornění závislosti	115
Obr. 3.150 Grafické znázornění závislosti	115
Obr. 3.151 Dva chodci - pozice maxim zrychlení na konstrukci	116
Obr. 3.152 Čtyři dvojice chodců - pozice maxim zrychlení na konstrukci	116
Obr. 3.153 Dva chodci - pozice maxim výchylek na konstrukci	117
Obr. 3.154 Čtyři dvojice chodců - pozice maxim výchylek na konstrukci	117
Obr. 3.155 Přehled frekvencí jednotlivých	120
Obr. 3.156 Přehled rozdílů frekvencí pro	120
Obr. 3.157 Přehled maximálních odezev ve zrychlení na zatížení dvěma chodci [m.s^{-2}]	121
Obr. 3.158 Přehled maximálních odezev ve zrychlení na zatížení 4x2 chodci [m.s^{-2}]	121
Obr. 3.159 Přehled maximálních odezev ve zrychlení na zatížení dvěma chodci [m.s^{-2}]	122
Obr. 3.160 Přehled maximálních odezev ve zrychlení na zatížení 4x2 chodci [m.s^{-2}]	122
Obr. 3.161 Redukce kmitání	123
Obr. 3.162 Hmotnosti tlumičů v % modální hmotnosti lávky	124

SEZNAM TABULEK

Tab. 1.1 Charakteristiky chůze a běhu dle Bachmanana a Ammanna [3]	9
Tab. 1.2 Interval vlastních frekvencí náchylných k rezonanci	10
Tab. 1.3 Kroková frekvence chodců dle různých autorů	12
Tab. 1.4 Hodnoty dynamického zatěžovacího součinitele	13
Tab. 1.5 Přehled použitých hodnot koeficientů a fázových posunutí dle Bachmana	14
Tab. 1.6 Přehled limitních hodnot maximálních povolených vodorovných zrychlení na lávkách	15
Tab. 1.7 Přehled limitních hodnot maximálních povolených svislých zrychlení na lávkách.....	16
Tab. 1.8 Přehled empirických vzorců na výpočet svislého zrychlení konstrukce dle [17]	16
Tab. 1.9 Přehled empirických vzorců na výpočet vodorovného zrychlení konstrukce dle [17] ..	17
Tab. 1.10 Přehled koeficientů pro výpočet odezvy [10].....	17
Tab. 1.11 Poměrný útlum konstrukcí dle [11]	18
Tab. 1.12 Klasifikace lávek dle [10]	19
Tab. 1.13 Zatížení na jednotku plochy pro jednotlivé směry vibrace [10]	21
Tab. 1.14 Klasifikace komfortu na lávkách [10]	21
Tab. 1.15 Výpočet efektivní modální hmotnosti.....	36
Tab. 1.16 Výsledky modální analýzy z programového systému ANSYS.....	36
Tab. 1.17 Výpočet reálné efektivní modální hmotnosti konstrukce	37
Tab. 1.18 Porovnání výsledků výpočtu efektivní modální hmotnosti	37
Tab. 1.19 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – pro směr y	38
Tab. 1.20 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – ve směru rotace kolem z	38
Tab. 1.21 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – pro směr y	39
Tab. 1.22 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – ve směru rotace kolem z	39
Tab. 1.23 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – pro směr z.....	40
Tab. 1.24 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – ve směru rotace kolem y.....	41
Tab. 1.25 Výsledky výpočtu vlastních frekvencí konstrukce – pro směr z.....	41
Tab. 3.1 Přehled parametrů náhradních modelů konstrukcí lávek.....	50
Tab. 3.2 Přehled variant parametrů rychlosti chůze pro hledání největší odezvy.....	53
Tab. 3.3 Přehled odezev těžké lávky pro jednotlivé případy zatížení dvěma chodci	56
Tab. 3.4 Těžká lávka - přehled odezev na různá zatížení chodci.....	57
Tab. 3.5 Přehled variant parametrů rychlosti chůze pro hledání největší odezvy.....	59
Tab. 3.6 Přehled odezvy nosníku pro jednotlivé případy zatížení dvěma chodci	61
Tab. 3.7 Přehled odezev lehké lávky pro různé skupiny chodců	61
Tab. 3.8 Přehled variant parametrů tlumiče kmitání.....	63
Tab. 3.9 Přehled variant parametrů tlumiče kmitání.....	66
Tab. 3.10 Porovnání výstupů jednotlivých typů náhradních konstrukcí lávek	67
Tab. 3.11 Přehled závislostí odezvy a redukce kmitání.....	68
Tab. 3.12 Přehled vlastních tvarů konstrukce lávky.....	70
Tab. 3.13 Výsledky harmonické odezvy	71
Tab. 3.14 Přehled hodnot zrychlení na konstrukci pro jednotlivé výpočty odezvy	75
Tab. 3.15 Přehled odezev lávky pro různé skupiny chodců.....	75
Tab. 3.16 Výstupy parametrické studie parametrů TMD.....	80
Tab. 3.17 Přehled parametrů jednotlivých parametrů TMD	82
Tab. 3.18 Přehled parametrů jednotlivých variant tlumičů a jejich redukce kmitání.....	84
Tab. 3.19 Přehled vlastních tvarů konstrukce lávky.....	86
Tab. 3.20 Výsledky čistě harmonického výpočtu.....	88
Tab. 3.21 Přehled hodnot zrychlení na konstrukci pro jednotlivé výpočty odezvy	91

Tab. 3.22	Přehled odezev lávky pro různé skupiny chodců.....	91
Tab. 3.23	Sestavy tlumičů na lávce	93
Tab. 3.24	Zatížení dvěma chodci – vzájemná závislost parametrů TMD na odezvě konstrukce	94
Tab. 3.25	Přehled intervalů parametrů parametrických výpočtů.....	94
Tab. 3.26	Jednotlivé simulace TMD – parametry tlumičů.....	95
Tab. 3.27	Přehled výpočtů – maxima zrychlení na konstrukci pro 2 chodce	95
Tab. 3.28	Přehled jednotlivých výpočtů – maxima zrychlení na konstrukci pro 4 x 2 chodce ...	96
Tab. 3.29	Pozice maxim zrychlení na konstrukci pro zatížení dvěma chodci	96
Tab. 3.30	Pozice maxim zrychlení na konstrukci pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců	97
Tab. 3.31	Pozice maxim výchylek na konstrukci pro zatížení dvěma chodci.....	98
Tab. 3.32	Pozice maxim výchylek na konstrukci pro zatížení čtyřmi dvojicemi chodců	98
Tab. 3.33	Redukce odezvy	99
Tab. 3.34	Přehled hodnot zrychlení na konstrukci pro jednotlivé výpočty odezvy	102
Tab. 3.35	Přehled odezev lávky pro různé skupiny chodců.....	102
Tab. 3.36	Přehled zrychlení na konstrukci pro různé krokové frekvence chodců	103
Tab. 3.37	Pozice maxim zrychlení na konstrukci	104
Tab. 3.38	Pozice výchylek na konstrukci	105
Tab. 3.39	Účinnost tlumičů.....	106
Tab. 3.40	Přehled vybraných vlastních tvarů konstrukce.....	108
Tab. 3.41	Výsledky výpočtu harmonické odezvy	110
Tab. 3.42	Nejnepříznivější parametry chůze chodců	111
Tab. 3.43	Přehled hodnot zrychlení na konstrukci pro jednotlivé výpočty odezvy	112
Tab. 3.44	Přehled odezev lávky pro různé skupiny chodců.....	112
Tab. 3.45	Přehled intervalů parametrů parametrických výpočtů.....	113
Tab. 3.46	Zatížení dvěma a 4x2 chodci – závislost zrychlení na parametrech tlumičů kmitání.....	114
Tab. 3.47	Zatížení dvěma a 4x2 chodci – závislost zrychlení na parametrech tlumičů kmitání.....	114
Tab. 3.48	Jednotlivé simulace TMD – parametry tlumičů.....	115
Tab. 3.49	Jednotlivé výsledky provedených variant zatížení.....	115
Tab. 3.50	Pozice maxim zrychlení na konstrukci	116
Tab. 3.51	Pozice maxim výchylek na konstrukci.....	117
Tab. 3.52	Redukce kmitání	118
Tab. 3.53	Přehled řešených případů konstrukcí lávek	119
Tab. 3.54	Přehled vlastních a nejnepříznivějších frekvencí	119
Tab. 3.55	Porovnání výsledků odezev na lávkách s neaktivními tlumiči kmitání	120
Tab. 3.56	Porovnání výsledků jednotlivých výpočtů.....	121
Tab. 3.57	Redukce odezev po aktivaci tlumičů kmitání	122
Tab. 3.58	Přehled jednotlivých parametrů tlumičů kmitání pro zatížení dvěma a osmi chodci	123
Tab. 3.59	Přehled jednotlivých parametrů tlumičů	124
Tab. 3.60	Porovnání zjednodušeného modelu lávky s reálnou konstrukcí	125