

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

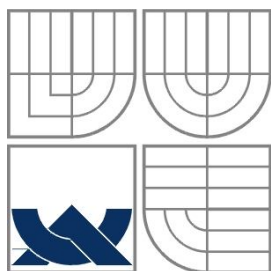
ANALYTICKÉ VYJÁDŘENÍ VLASTNOSTÍ STŘÍDAVÝCH VINUTÍ

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

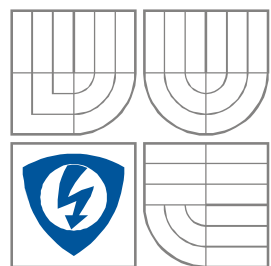
Tomáš Kubín

BRNO 2012



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**

**ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY
A ELEKTRONIKY**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC
ENGINEERING

ANALYTICKÉ VYJÁDŘENÍ VLASTNOSTÍ STŘÍDAVÝCH VINUTÍ

ANALYTICAL EXPRESSION FEATURES WINDING AC

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

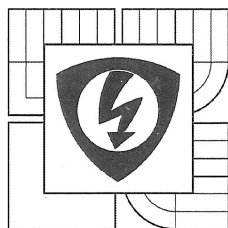
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Tomáš Kubín

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc.

BRNO, 2012



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor

Silnoproudá elektrotechnika a elektroenergetika

Student: Tomáš Kubín

Ročník: 3

ID: 78545

Akademický rok: 2011/12

NÁZEV TÉMATU:

Analytické vyjádření vlastností střídavých vinutí

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Proved'te literární řešerši.
2. Proved'te analytický výpočet vybraných magnetických polí ve vzduchové mezeře.
3. Ve vhodném softwaru vytvořte vektorové vyjádření magnetických polí střídavých vinutí.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Dle pokynů vedoucího

Termín zadání: 21.9.2011

Termín odevzdání: 31.5.2012

Vedoucí práce: doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc.

Konzultanti bakalářské práce:


doc. Ing. Petr Toman, Ph.D.
předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Abstrakt

Tuto bakalářskou práci tvoří přehledové schéma magnetických polí základních trojfázových vinutí. Je rozdělena do čtyř částí. V první části jsou uvedeny základní typy vinutí a jejich spojování. Druhá část popisuje problematiku analytického výpočtu intenzity magnetického pole ve vzduchové mezeře točivého stroje. Tento popis je v určitých případech jednodušší a rychlejší než moderní metoda konečných prvků. Zobrazuje totiž průběhy jednotlivých harmonických a jejich částečné součty pro vybraná magnetická pole. Třetí část ukazuje Görgesovy diagramy základních typů vinutí a ve čtvrté části je na dvou příkladech ukázán výpočet činitele vinutí.

Abstract

My bachelor thesis deals with the issue of overview diagram of magnetic fields of basic free-phase winding. It is divided into four parts. The first part focuses on basic winding types and types of their connection. The second part describes the issue of analytic calculation of the magnetic field intensity in the air gap of rotating machines. This description is easier and faster than modern method of final elements in some cases because it displays course of particular harmonics and their partial sums for selected magnetic fields. The third part presents Görges diagrams of basic winding types and finally there is a calculation of the winding factor shown on two examples in the fourth part.

Klíčová slova

Intensita magnetického pole; vzduchová mezera; Görgesovův diagram; cívka; vinutí.

Keywords

Magnetic field intensity; air-gap; Görges diagram; coil; winding.

Bibliografická citace

KUBÍN, T. *Analytické vyjádření vlastností střídavých vinutí*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2012. 57 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma *Analytické vyjádření vlastností střídavých vinutí* jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne

Podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. ČESTMÍRU ONDRŮŠKOVI, CSc. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne

Podpis autora



Obsah

SEZNAM OBRÁZKŮ.....	8
SEZNAM TABULEK	11
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	12
ÚVOD.....	14
1 ELEKTRICKÉ OBVODY TOČIVÝCH STROJŮ.....	15
1.1 MATERIÁLY VINUTÍ ELEKTRICKÝCH STROJŮ	15
1.2 ZÁKLADNÍ SYMBOLY POUŽÍVANÉ PRO CHARAKTERIZOVÁNÍ VINUTÍ TOČIVÉHO STROJE.....	16
1.3 ZÁKLADNÍ ROZDĚLENÍ VINUTÍ	17
1.4 JEDNOVRSTVÁ VINUTÍ.....	18
1.4.1 SKUPINOVÉ VINUTÍ SE SOUSTŘEDNÝMI CÍVKAMI	18
1.4.2 VINUTÍ S CÍVKAMI SE STEJNÝM KROKEM	20
1.4.3 ČELA JEDNOVRSTVÝCH VINUTÍ.....	22
1.5 DVOUVRSTVÁ VINUTÍ.....	22
2 ANALYTICKÝ VÝPOČET MAGNETICKÝCH POLÍ VE VZDUCHOVÉ MEZEŘE TOČIVÉHO STROJE	24
2.1 MAGNETICKÉ POLE VE STÁLÉ VZDUCHOVÉ MEZEŘE	24
2.2 MAGNETICKÉ POLE JEDNOHO VODIČE	24
2.3 MAGNETICKÉ POLE ZÁVITU	26
2.4 MAGNETICKÉ POLE SKUPINY ZÁVITŮ	29
2.5 MAGNETICKÉ POLE M – FÁZOVÉHO VINUTÍ	31
2.6 FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ VELIKOST A POČET HARMONICKÝCH PŘI ANALYTICKÉM VÝPOČTU MAGNETICKÉHO POLE VE VZDUCHOVÉ MEZEŘE	34
2.7 MAGNETICKÉ POLE TROJFÁZOVÉHO VINUTÍ	35
2.8 MAGNETICKÉ POLE KLECOVÉHO VINUTÍ	38
3 DIAGRAMY MAGNETICKÝCH POLÍ TROJFÁZOVÝCH VINUTÍ	40
3.1 ROZBOR GÖRGESOVA DIAGRAMU	40
3.2 PŘÍKLADY GÖRGESOVÝCH DIAGRAMŮ.....	43
4 ČINITELÉ VINUTÍ.....	53
5 ZÁVĚR	56
LITERATURA	57



SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1	Skupina tří cívek a) stejných, b) a c) soustředných (převzato z [5]).....	17
Obr. 2	Skupinové vinutí s pólovými soustřednými cívkami, smyčkové spojování skupin, $p = 3, q = 4$, cívky o více závitech (převzato z [4]).....	19
Obr. 3	Skupinové vinutí s pólovými soustřednými cívkami, vlnové spojování skupin, $p = 3, q = 4$, cívky o více závitech (převzato z [4]).....	19
Obr. 4	Pólpárové soustředné vinutí se skupinami spojenými v sérii, $p = 3, q = 4$, cívky o více závitech (převzato z [4]).....	19
Obr. 5	Pólpárové soustředné vinutí se skupinami spojenými paralelně, $p = 3, q = 4$, cívky o jednom závítě (převzato z [4]).....	20
Obr. 6	Tyčové vinutí s pólpárovými soustřednými cívkami spojenými v sérii, $p = 3, q = 4$ (převzato z [4]).....	20
Obr. 7	Vinutí s pólovými cívkami stejného kroku, smyčkové spojování skupin, $p = 3, q = 4$, cívky o více závitech (převzato z [4]).....	20
Obr. 8	Pólpárové cívky stejného kroku, $p = 3, q = 4$, cívky o více závitech (převzato z [4]).....	21
Obr. 9	Tyčové vlnové vinutí s pólpárovými cívkami stejného kroku spojenými v sérii, $p = 3, q = 4$ (převzato z [4]).....	21
Obr. 10	Rozložené pólové vinutí s cívkami stejného kroku se smyčkovými skupinovými spojkami, $p = 3, q = 4$, cívky o více závitech (převzato z [4]).....	21
Obr. 11	Rozložené pólové vinutí s cívkami stejného kroku s vlnovými skupinovými spojkami. (převzato z [4]).....	21
Obr. 12	Příklady konstrukční úpravy čel soustředných vinutí, a) dvoupátrová čela, b) třípátrová čela (převzato z [5]).....	22
Obr. 13	Příklady konstrukční úpravy čel vinutí s cívkami stejného kroku (převzato z [4]).....	22
Obr. 14	Vektorové rozdíly napětí stran u cívky: a) průměrové, b) se zkráceným krokem (převzato z [6]).....	23
Obr. 15	Dvouvrstvé vinutí se stejnými cívkami, smyčkové spojování skupin, $p = 3, q = 4$ (převzato z [4]).....	23
Obr. 16	Dvouvrstvé vinutí se stejnými cívkami, vlnové spojování skupin, $p = 3, q = 4$ (převzato z [4]).....	23
Obr. 17	Příklady konstrukční úpravy čel dvouvrstvých vinutí se stejnými cívkami (převzato z [4]).....	24
Obr. 18	1. až 10. harmonická průběhu magnetického pole jednoho vodiče.....	25
Obr. 19	Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole jednoho vodiče do 5. h. (1.; 1.+2.; 1.+2.+3.; ...).	25



Obr. 20	Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole jednoho vodiče až 10. h a 100. h .	6. 26
Obr. 21	1. až 10. harmonická magnetického pole závitu při $\alpha_y = \pi$	27
Obr. 22	Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole závitu 1. až 10. a 99. h . při $\alpha_y = \pi$	27
Obr. 23	1. až 10. harmonická magnetického pole závitu při $\alpha_y = \frac{\pi}{2}$	28
Obr. 24	Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole závitu 1. až 10. a 99. h . při $\alpha_y = \frac{\pi}{2}$	28
Obr. 25	1. až 10. harmonická magnetického pole skupiny závitů. ($\alpha_y = \pi$)	29
Obr. 26	Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole skupiny závitů až 10. harmonické. ($\alpha_y = \pi$)	1. 30
Obr. 27	1. až 10. harmonická magnetického pole skupiny závitů. ($\alpha_y = \frac{\pi}{2}$)	30
Obr. 28	Částečný součet harmonických průběhů magnetického pole skupiny závitů. až 10. harmonická. ($\alpha_y = \frac{\pi}{2}$)	1. 31
Obr. 29	1. až 10. harmonická magnetického pole m -fázového vinutí.	32
Obr. 30	Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole m -fázového vinutí. ($\alpha_y = \pi$)	32
Obr. 31	1. až 10. harmonická magnetického pole m -fázového vinutí.	33
Obr. 32	Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole m -fázového vinutí. ($\alpha_y = \frac{\pi}{2}$)	33
Obr. 33	Průběhy intensity magnetického pole trojfázového vinutí, řady harmonických jsou $v'=1.$, součet 5. a 7., 11. a 13., 17. a 19., 23. a 25.	36
Obr. 34	Vyšší harmonické intensity magnetického pole trojfázového vinutí.	37
Obr. 35	Průběh intensity magnetického pole trojfázového vinutí, částečný součet pro $c=100$	37
Obr. 36	Vinutí klecové kotvy (převzato z [1]).	38
Obr. 37	Intensita magnetického pole klecového vinutí	39
Obr. 38	Částečné součty průběhů intensity magnetického pole klecového vinutí	39
Obr. 39	Průběh intensity magnetického pole klecového vinutí. Částečný součet po $c=100$	40
Obr. 40	a) Vektorový diagram proudů s vyznačenými časovými okamžiky t_1, t_2, t_3 , b) Průběhy fázových proudů s vyznačenými časovými okamžiky t_1, t_2, t_3	41



Obr. 41	Konstrukce Görgešova diagramu (převzato z [5]).	42
Obr. 42	Görgešův diagram jednovrstvého vinutí $q = 1$, $2p = 6$.	43
Obr. 43	Görgešův diagram jednovrstvého vinutí $q = 3$, $2p = 2$.	44
Obr. 44	Görgešův diagram jednovrstvého vinutí $q = 4$, $2p = 2$.	44
Obr. 45	Görgešův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{1v} = 2$, $2p = 4$, $y = 5/6 Q_p$.	45
Obr. 46	Görgešův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{1v} = 3$, $2p = 2$, $y = 7/9 Q_p$.	46
Obr. 47	Görgešův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{1v} = 3$, $2p = 2$, $y = 8/9 Q_p$.	46
Obr. 48	Görgešův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{1v} = 4$, $2p = 2$, $y = 9/12 Q_p$.	47
Obr. 49	Görgešův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{1v} = 4$, $2p = 2$, $y = 10/12 Q_p$.	47
Obr. 50	Görgešův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{1v} = 4$, $2p = 2$, $y = 11/12 Q_p$.	48
Obr. 51	Görgešův diagram jednovrstvého zlomkového vinutí $q = 3/2$, $2p = 4$.	49
Obr. 52	Görgešův diagram dvouvrstvého zlomkového vinutí $q = 3/2$, $2p = 4$, $y = 4/4,5 Q_p$.	50
Obr. 53	Görgešův diagram dvouvrstvého zlomkového vinutí $q = 5/4$, $2p = 4$, $y = 3/3,75 Q_p$.	51
Obr. 54	Görgešův diagram dvouvrstvého zlomkového vinutí $q = 7/4$, $2p = 4$, $y = 5/5,25 Q_p$.	51
Obr. 55	Görgešův diagram dvouvrstvého zlomkového vinutí $q = 7/4$, $2p = 4$, $y = 4/5,25 Q_p$.	52
Obr. 56	Görgešův diagram dvouvrstvého zlomkového vinutí $q = 7/4$, $2p = 4$, $y = 6/5,25 Q_p$.	52
Obr. 57	Rozložení drážek jedné fáze pro vinutí $q_{1v} = 3$, $2p = 2$, $y = 7/9 Q_p$. a) $y = 8/9 Q_p$, b)	54
Obr. 58	Vektory drážek z obr. 57 a jejich geometrický součet.	54



SEZNAM TABULEK

<i>Tab.1</i>	<i>Fyzikální parametry nepoužívanějších materiálů při výrobě vinutí elektrických strojů (převzato z [9])</i>	<i>.....15</i>
<i>Tab. 2</i>	<i>Diferenční rozptyly jednovrstvých vinutí (převzato z [4])</i>	<i>.....44</i>
<i>Tab. 3</i>	<i>Tingleyho schémata pro návrh vinutí</i>	<i>.....50</i>



SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

$2p$	počet pólů stroje
a	největší společný dělitel počtu drážek a počtu pólových dvojic
d_R	diferenční rozptyl
E	geometrický součet vektorů drážek jedné fáze
E_1	jednotkový vektor
f	frekvence
H	intenzita magnetického pole
H_3	intenzita magnetického pole trojfázového vinutí
H_r	radiální složka intenzity magnetického pole
i	elektrický proud
i_x	velikost promítnutého proudu fáze X do časové osy
i_y	velikost promítnutého proudu fáze Y do časové osy
i_z	velikost promítnutého proudu fáze Z do časové osy
I	efektivní hodnota elektrického proudu
I_m	maximální hodnota elektrického proudu
I_x	fázor proudu fáze X
I_y	fázor proudu fáze Y
I_z	fázor proudu fáze Z
k_q	činitel počtu drážek
k_v	činitel vinutí
k_y	činitel kroku (kapitola 3)
m	počet fází (počet skupin závitů)
N	počet závitů
N_f	počet závitů jedné fáze
p	počet pólových dvojic
p'	počet pólových dvojic základního vinutí
q	počet drážek na pól a fázi
q_{1v}	počet drážek na pól a fázi jedné vrstvy
Q	počet drážek statorového vinutí
Q'	počet drážek základního vinutí
Q_2	počet drážek rotorového vinutí



Q_p	počet drážek pólové rozteče
S	průřez
$t_{1,2,3}$	časové okamžiky
U_a	napětí přední strany cívky
U_b	napětí zadní strany cívky
X	označení fáze
y	krok
y_d	drážkový krok
y_d'	drážkový krok základního vinutí
y_p	plný krok
Y	označení fáze
Z	označení fáze
α	obvodový úhel vzduchové mezery
α_1	úhel mezi závity
α_d	úhel jedné drážky
α_y	úhel svíraný stranami závitu
δ	šířka vzduchové mezery
χ	měrná hmotnost
λ	měrná tepelná vodivost
μ_r	relativní permeabilita
ν	řád harmonické
ν'	řád harmonické základního vinutí
ξ_{kv}	činitel kroku (kapitola 2)
ξ_{rv}	činitel rozlohy
ξ_{sv}	činitel skupinový
π	Ludolfovo číslo
ρ	Měrný elektrický odpor
ω	úhlová rychlost



ÚVOD

V současné době se k převážné většině výpočtů magnetického pole používá metody konečných prvků. Nevýhodou této metody je, že příprava i vlastní výpočet zabere velké množství času, jak pro řešitele, tak i pro vlastní řešení na PC. Další nevýhodou je, že není explicitně vidět vliv jednotlivých parametrů na velikost a počet harmonických. Z tohoto důvodu jsem přistoupil k analytickému vyjádření průběhu intensity magnetického pole v elektrickém stroji. Ve vzduchové mezeře je tento průběh ovlivňován různými činiteli, které jsou závislé na všech zvláštnostech vinutí a jeho vlastním konstrukčním provedení. Další relativně hardwarově nenáročnou možností, jak zkoumat magnetická pole střídavých vinutí, je využití diagramů magnetomotorických sil.

1 ELEKTRICKÉ OBVODY TOČIVÝCH STROJŮ

Elektrické obvody elektrického točivého stroje jsou části, kterými za normálních podmínek protékají žádané proudy. Těmto částem říkáme vinutí.

Proud procházející vinutím se spolu s magnetickým polem podílí na elektromechanické přeměně energie. Na vodiče vinutí jsou kladeny základní požadavky, jako je vysoká elektrická a tepelná vodivost, dále musí být schopné odolávat mechanickému namáhání, které na ně při provozu působí.

1.1 Materiály vinutí elektrických strojů

V elektrotechnice je nejběžněji používaným materiálem pro výrobu vodičů měď, důvodů je přitom hned několik. Měď má při pokojové teplotě po stříbru druhou nejlepší elektrickou vodivost. Technicky čistá dosahuje při 20°C maximálně $58 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$. S rostoucí teplotou pak vodivost klesá, například při 230°C je okolo $30 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

Dalšími výhodnými vlastnostmi jsou výborná tepelná vodivost, dobrá odolnost proti korozi, snadné tváření za tepla i za studena, snadné spojování. Běžný výskyt mědi je v měkkém stavu, lepších materiálových vlastností lze dosáhnout tvářením zastudena, kdy získáváme větší tvrdost a větší pevnost v tahu. Přidáním malého množství stříbra 0,025 – 0,25 % hmotnosti, se zvýší rekrytalizační teplota mědi. Tímto je dosaženo zlepšení meze pružnosti při vyšších teplotách a zvýší se teplota měknutí. Přidáním jiných prvků (např.: kadmium, hořčík, chrom, mangan a další) může být značně zvýšena mechanická pevnost, ovšem na úkor vodivosti, která se přidáváním příměsí rychle zhoršuje. Dalším nejvíce používaným materiálem je hliník, který má malou měrnou hmotnost, dobrou elektrickou a tepelnou vodivost a dobrou tvárnost. Předepsaná čistota hliníku pro elektrotechniku je nejméně 99,5 %.

Vinutí elektrických točivých strojů jsou nejčastěji měděná, vyrobená jako cívky z drátů kruhového průřezu nebo různě tvarované obdélníkové průřezy. Oba druhy průřezů jsou normovány. Hliník se nejvíce používá pro odlévané klece nakrátko asynchronních strojů. Další materiály jako bronz nebo mosaz se používají pro dvojité klece asynchronních strojů jako odporové rozběhové vinutí.

Materiál	Měrný el. odpor při $t = 20^\circ\text{C}$ ρ [$\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$]	Délka vodiče [m] při $S = 1 \text{ mm}^2$, kdy má odpor 1Ω l/ρ	Měrná hmotnost χ [kg/m^3]	Měrná tepelná vodivost λ [$\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}$]
Měď	0,0175	57	8 900	385
Hliník	0,0287	35	2 700	220
Mosaz	0,065 ÷ 0,08	15 ÷ 13	8 500	260 ÷ 270
Bronz	0,17	6	8 800	140 ÷ 190
Stříbro	0,016	59	10 500	460
Ocel	0,12 ÷ 0,2	8 ÷ 5	7 800	50

Tab.1 Fyzikální parametry nepoužívanějších materiálů při výrobě vinutí elektrických strojů (převzato z [9]).



1.2 Základní symboly používané pro charakterizování vinutí točivého stroje

Každé vinutí je charakterizováno počtem drážek na pól a fázi, značí se $q...[-]$ může být číslem celým nebo zlomkovým. Dalším charakteristickým znakem každého vinutí je počet pólů $2p...[-]$ a počet fází $m...[-]$ Celkový počet drážek vinutí $Q...[-]$ lze vyjádřit rovnicí (1.1) [5]

$$Q = 2p \cdot m \cdot q \quad (1.1)$$

$Q_p...[-]$ je počet drážek, který připadne jedné pólové rozteči a lze ho vyjádřit rovnicí (1.2) [6]

$$Q_p = \frac{Q}{2p} \quad (1.2)$$

Aktivní strany cívky svírají úhel α_y , který odpovídá drážkovému kroku vinutí y_d . Úhel lze vyjádřit počtem drážek a krokem vinutí [1].

$$\alpha_y = \frac{2\pi}{Q} \cdot y_d \quad (1.3)$$

Úhel jedné drážky označen α_d .

$$\alpha_d = \frac{2\pi}{Q} \quad (1.4)$$

Vinutí mající $2p$ pólů má plný krok vinutí označen y_p , ten se rovná počtu drážek jedné pólové rozteče.

$$y_p = Q_p = \frac{Q}{2p} = mq \quad (1.5)$$

Vinutí o různých počtech pólů můžeme srovnávat teprve po převedení na základní vinutí. K převodu na základní vinutí slouží číslo a , které je největším společným dělitelem počtu pólových dvojic p a počtu drážek Q . Vezmeme-li parametry reálného vinutí a podělíme je číslem a , získáme tak parametry základního vinutí, pro které platí [1]:

$$p' = \frac{p}{a} \quad (1.6),$$

$$Q' = \frac{Q}{a} \quad (1.7),$$

$$y_d' = y_d \quad (1.8),$$

$$v' = \frac{v}{a} \quad (1.9),$$

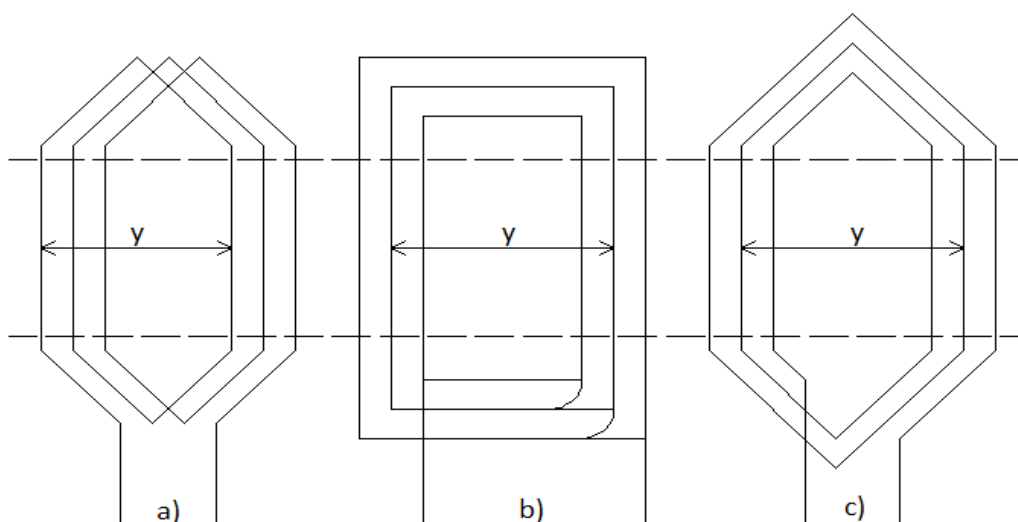
kde $p...[-]$ je počet pólových dvojic, $Q...[-]$ je počet drážek, $y_d...[-]$ je drážkový krok, $v...[-]$ je řád harmonické. Hodnoty s čárkou jsou hodnoty základního vinutí a hodnoty bez čárky jsou hodnoty původního vinutí.

Jako příklad uveďme trojfázové vinutí o $Q = 36$ drážkách, $2p = 4$ pólech s plným krokem $y_d = 9$. Pro určení základního vinutí platí $a = 2$. Odpovídající základní vinutí bude tedy mít $Z' = 18$ drážek a $2p' = 2$ póly. Krok základního vinutí zůstal stejný $y_d' = y_d = 9$. Pracovní harmonická řádu $v = p = 2$ bude odpovídat pracovní harmonické základního vinutí řádu $v' = 1$.¹

1.3 Základní rozdělení vinutí

Vinutí všech elektrických strojů může být rozděleno do dvou základních skupin:

- I. Jádrové vinutí: Cívka je navinutá na jádře v jedné nebo více polohách. U tohoto vinutí indukuje každý závit stejné napětí, celkové napětí cívky dostaneme vynásobením počtu závitů a závitového napětí. Jádro může být z magneticky vodivého nebo nevodivého materiálu. Toto vinutí se u točivých strojů používá jako pólové cívky synchronních nebo stejnosměrných strojů.
- II. Rozložené vinutí: Ukládá se ve většině případů do drážek po obvodu vzduchové mezery stroje. Uložení v drážkách je v jedné nebo ve dvou vrstvách. Vzhledem k rozložení se v jednotlivých závitech indukuje fázově posunuté napětí a výsledné napětí je potom dáno geometrickým součtem dílčích napětí. Toto vinutí se používají např. jako statorová vinutí synchronních a asynchronních strojů.



Obr.1 Skupina tří cívek a) stejných, b) a c) soustředných (převzato z [5]).

Rozložené vinutí může být dále rozděleno podle tvaru cívek.

¹ HELLER, B., HAMATA, V. *Přídavná pole, síly a ztráty v asynchronním stroji*. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1961, s. 18



- A. Vinutí se stejnými cívkami: také se mu říká postupné nebo smyčkové vinutí, všechny jeho cívky jsou vyrobené se stejnými rozměry. Vinutí je zobrazeno na obr. 1 a), kde svislé rovnoběžné části cívek uzavřené mezi vodorovnými čárkovanými čarami znázorňují aktivní strany. Části spojující dvě tyto strany se říká čelo cívky.
- B. Vinutí se soustřednými cívkami: se nazývá také koncentrické, u tohoto vinutí mají vyrobené cívky různé rozměry a tvar. Pokud se tento druh vinutí použije na vícefázové vinutí střídavých strojů, je nutné zajistit stejnou délku skupiny cívek v jedné fázi, a to z důvodu úbytku napětí při zatížení. Vinutí je zobrazeno na obr. 1 b), c).

y...[-] v obr. 1 je krok vinutí, a) všechny cívky mají krok stejný, b) a c) cívky mají různý krok, krokem takového vinutí je střední krok jedné skupiny cívek.

Cívky z vodičů kruhového průřezu mohou být již tvarované vkládány do otevřených drážek, nebo vsypávány do drážek polozavřených. Z profilových vodičů jsou vkládány opět do otevřených či polozavřených drážek. Oba typy cívek lze provádět v jedné nebo dvou vrstvách. Vinutí se stejnými cívkami, lze nahradit vinutím se soustřednými cívkami se stejnými parametry.

1.4 Jednovrstvá vinutí

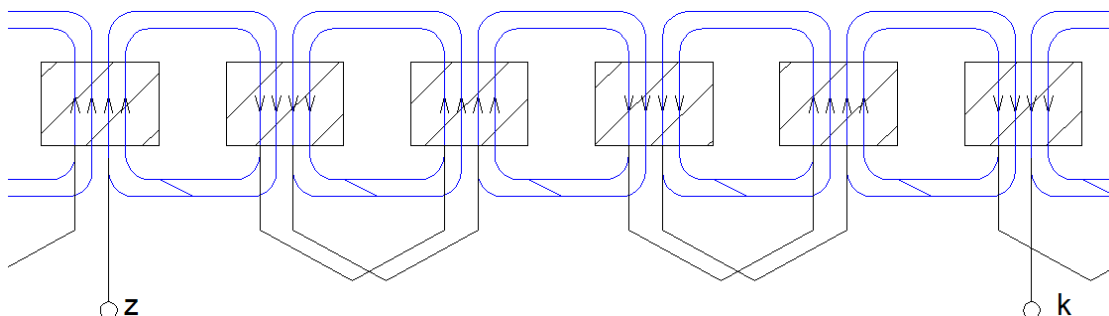
Tato vinutí mají v každé drážce stroje jednu aktivní stranu cívky, celkový počet cívek vinutí je roven polovině drážek stroje.

1.4.1 Skupinové vinutí se soustřednými cívkami

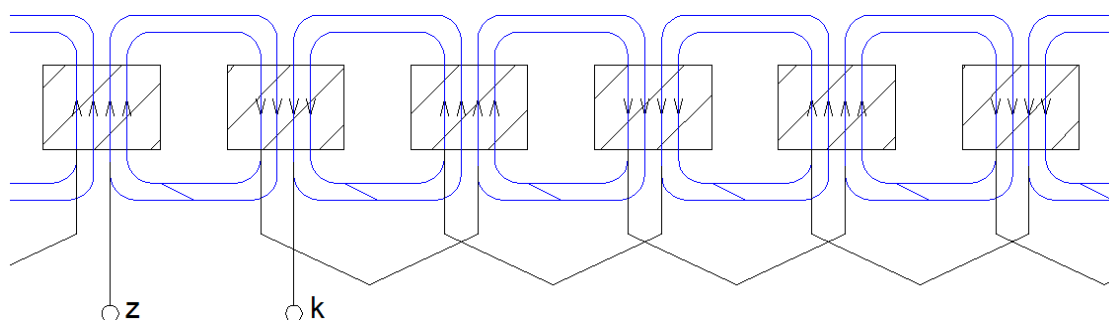
Předpokládejme, že vinutí má na pól a fázi počet drážek $q = 4$ a počet pólů $2p = 6$. Skupinové vinutí s pólovými cívkami vznikne, jestliže spojíme $q/2$ aktivních stran cívek pod jedním pólem s $q/2$ stranami sousedních pólů.² Obr. 2 až 5 ukazuje způsoby zapojení soustředných cívek pro uvedený předpoklad, zapojení je zakresleno pro jednu fázi. Šipky v obrázku naznačují směr indukovaných elektromotorických sil, které pod jednotlivými póly mění svou orientaci.

Cívky jsou zpravidla navíjeny na strojích se stupňovitou obdélníkovou šablonou v potřebném počtu. Hotové skupiny cívek se pak vkládají do drážek. Pokud je střídavě spojen konec jedné skupiny cívek s koncem cívek skupiny následující a začátek se začátkem skupiny předcházející, jedná se o smyčkové spojování. Při vlnovém spojování se konec první skupiny cívek spojí se začátkem druhé následující sousední cívky, tímto spojením vznikají dvě větve, které se zapojí do série. Čela jednotlivých cívek jsou tvarována do tzv. pater, trojfázová vinutí mohou mít čela ve dvou nebo ve třech patrech.

² Kučera, J., Hapl, J.: *Vinutí elektrických strojů točivých*. 1. vydání. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1959. s. 300

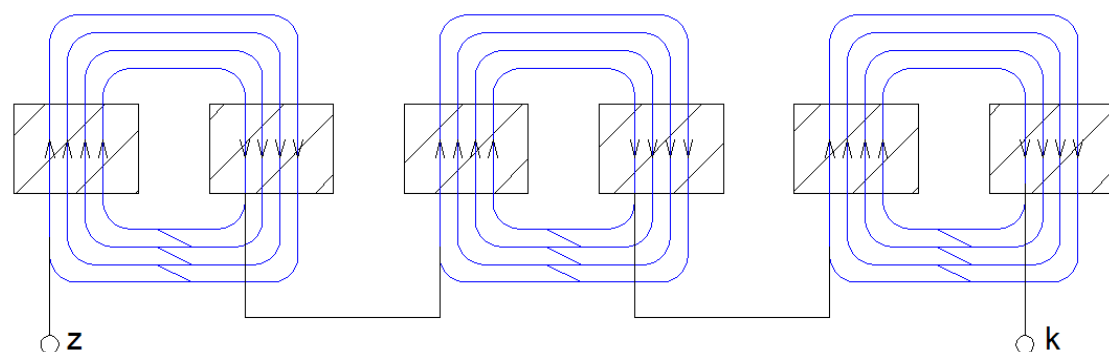


Obr. 2 Skupinové vinutí s pólovými soustřednými cívkami, smyčkové spojování skupin, $p = 3, q = 4$, cívky o více závitů (převzato z [4]).

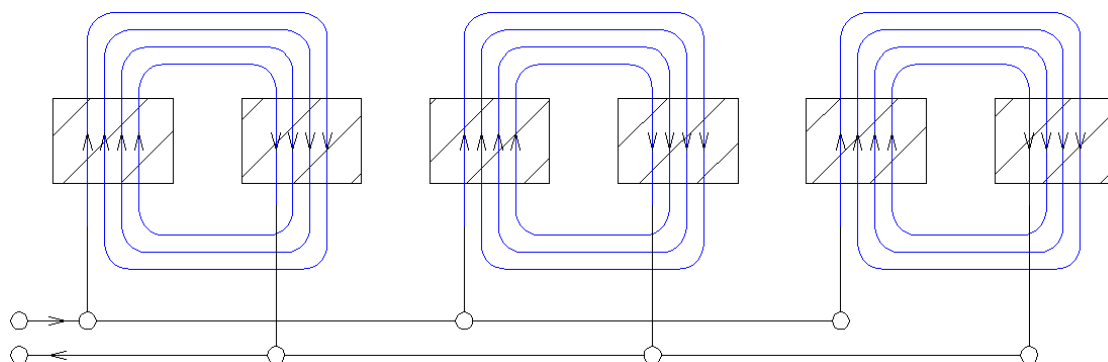


Obr. 3 Skupinové vinutí s pólovými soustřednými cívkami, vlnové spojování skupin, $p = 3, q = 4$, cívky o více závitů (převzato z [4]).

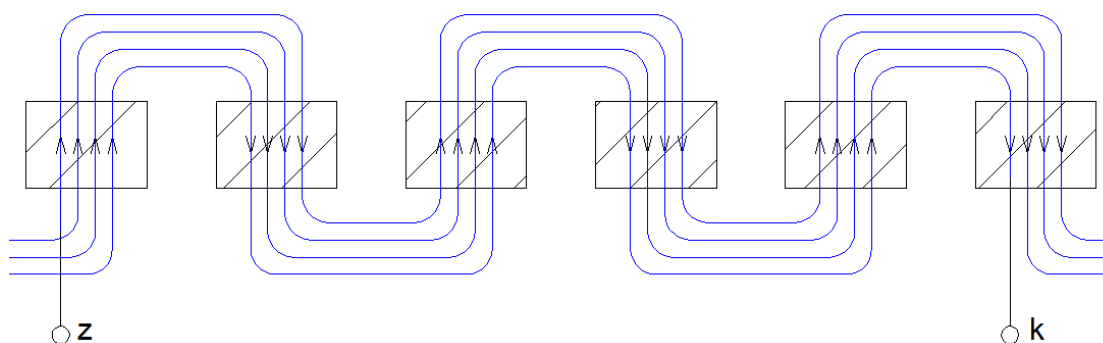
Pólpárové vinutí má tolik skupin cívek, kolik má stroj pólových dvojic. Spojují se aktivní strany cívek jednoho pólu s aktivními stranami pólu následujícího. Cívky pólpárového vinutí mohou být spojovány v sérii nebo paralelně. V provedení tyčového vinutí spojeného do série nejsou zapotřebí skupinové spojky.



Obr. 4 Pólpárové soustředné vinutí se skupinami spojenými v sérii, $p = 3, q = 4$, cívky o více závitů (převzato z [4]).



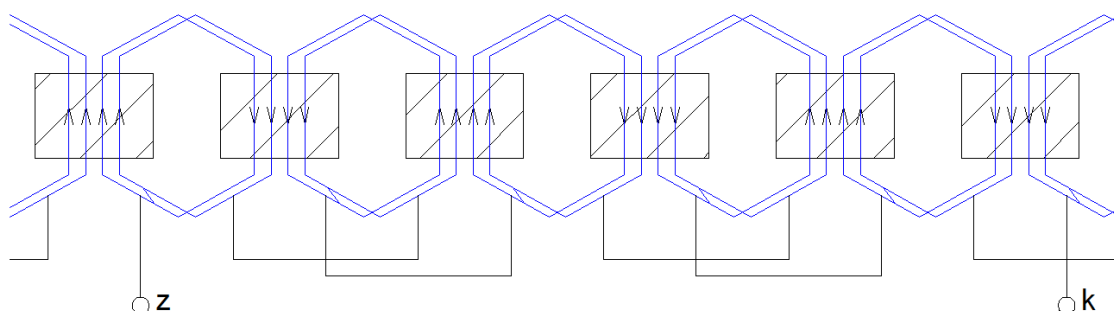
Obr. 5 Pólpárové soustředné vinutí se skupinami spojenými paralelně, $p = 3$, $q = 4$, cívky o jednom závitě (převzato z [4]).



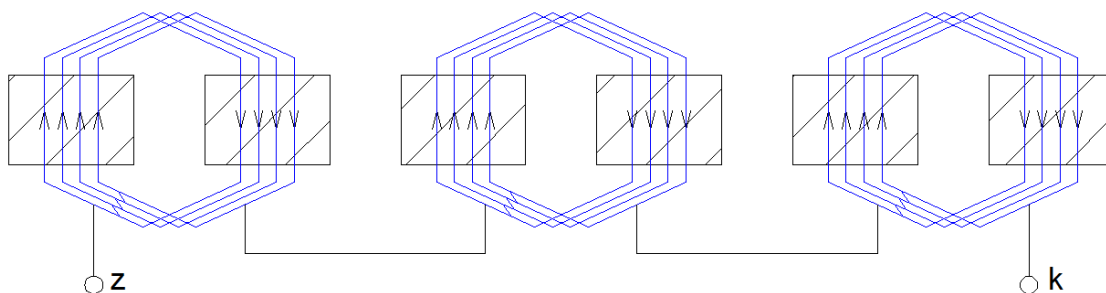
Obr. 6 Tyčové vinutí s pólpárovými soustřednými cívkami spojenými v sérii, $p = 3$, $q = 4$ (převzato z [4]).

1.4.2 Vinutí s cívkami se stejným krokem

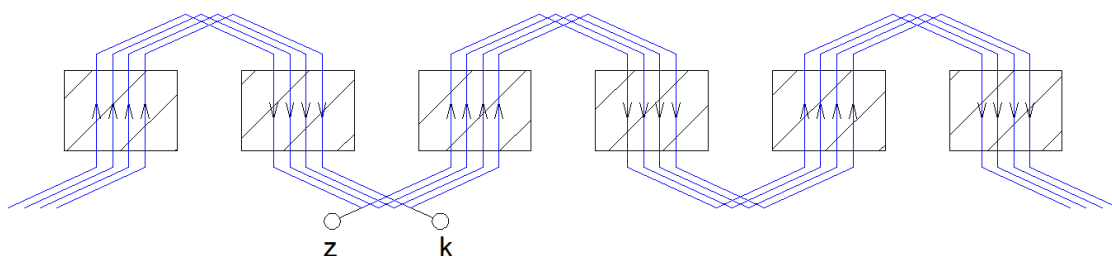
I tato vinutí mohou být vyrobena pólpárová nebo pólová, skupiny cívek se dají spojovat pomocí smyčkových nebo vlnových spojek. Cívky se navíjejí všechny se stejným krokem. Spojování těchto vinutí ukazují obr. 7 až 11.



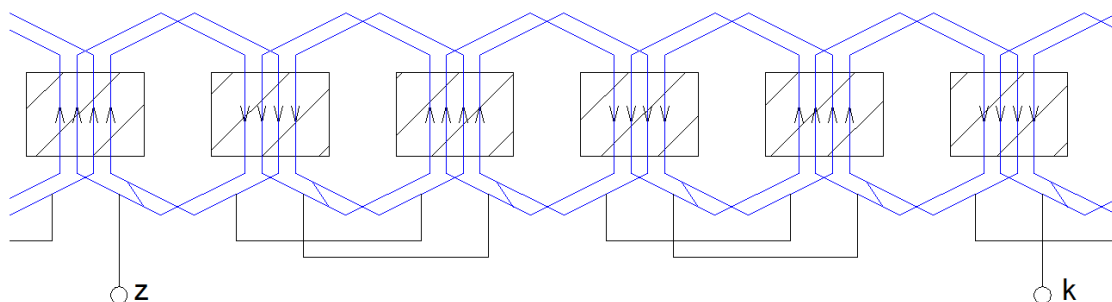
Obr. 7 Vinutí s pólovými cívkami stejného kroku, smyčkové spojování skupin, $p = 3$, $q = 4$, cívky o více závitěch (převzato z [4]).



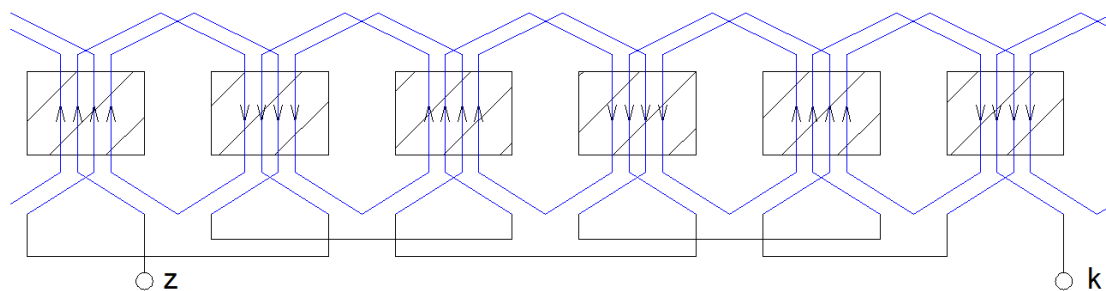
Obr. 8 Pólpárové cívky stejného kroku, $p = 3$, $q = 4$, cívky o více závitů (převzato z [4]).



Obr. 9 Tyčové vlnové vinutí s pólpárovými cívkami stejného kroku spojenými v sérii, $p = 3$, $q = 4$ (převzato z [4]).



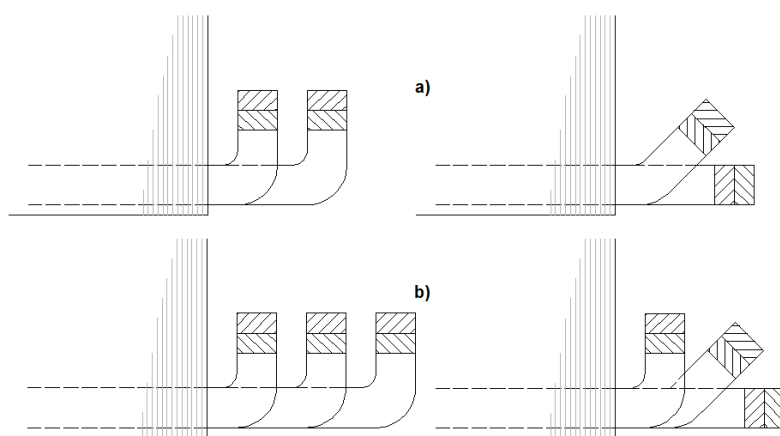
Obr. 10 Rozložené pólové vinutí s cívkami stejného kroku se smyčkovými skupinovými spojkami, $p = 3$, $q = 4$, cívky o více závitů (převzato z [4]).



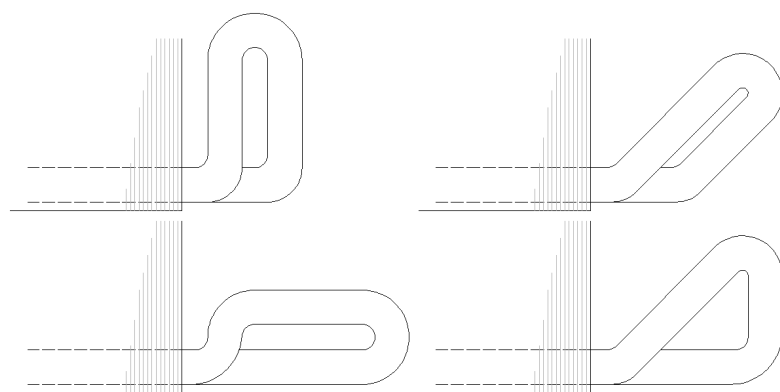
Obr. 11 Rozložené pólové vinutí s cívkami stejného kroku s vlnovými skupinovými spojkami. (převzato z [4]).

1.4.3 Čela jednovrstvých vinutí

Na obr. 12 a 13 jsou naznačeny konstrukční řešení čel jednovrstvých vinutí.



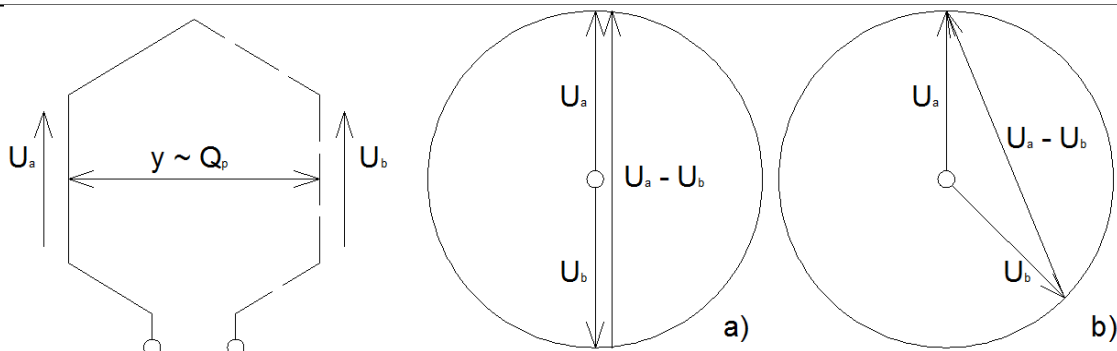
Obr. 12 Příklady konstrukční úpravy čel soustředných vinutí, a) dvoupolevá čela, b) třípolevá čela (převzato z [5]).



Obr. 13 Příklady konstrukční úpravy čel vinutí s cívkami stejného kroku (převzato z [4]).

1.5 Dvouvrstvá vinutí

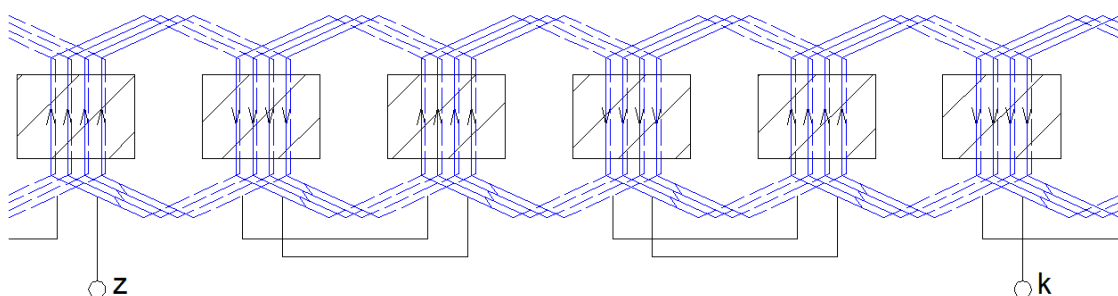
Vinutí dvouvrstvá mají v každé drážce dvě cívkové strany a tím se počet cívek rovná počtu drážek stroje. U dvouvrstvných vinutí je možné provést tzv. zkrácení nebo prodloužení kroku, to se s výhodou používá pro vylepšení celkového magnetického točivého pole. Prodloužení se používá zcela výjimečně, prodloužené cívky mají horší poměr délek aktivních stran a čel. Obr. 14 ukazuje vektorové rozdíly napětí stran cívek při plném a zkráceném kroku. Plný krok má rozsah jedné pólové rozteče, jak bylo uvedeno v 1.2, odpovídající 180° elektrických. Z obrázku je vidět že pokud prodloužíme nebo zkrátíme krok ve stejném poměru, dosáhneme stejného rozdílového napětí.



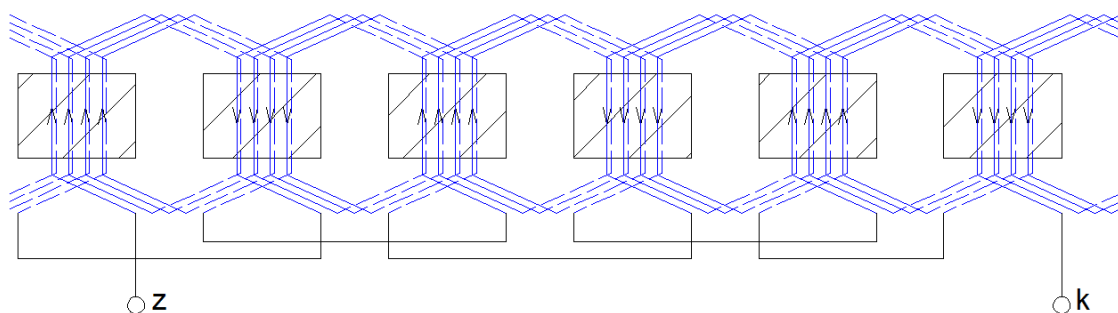
Obr. 14 Vektorové rozdíly napětí stran u cívky: a) průměrové, b) se zkráceným krokem (převzato z [6]).

Kde $U_a, U_b \dots [V]$ jsou vektory napětí aktivních stran cívky, $Q_p \dots [-]$ počet drážek příslušející jedné pólové rozteči, $y \dots [-]$ krok cívky

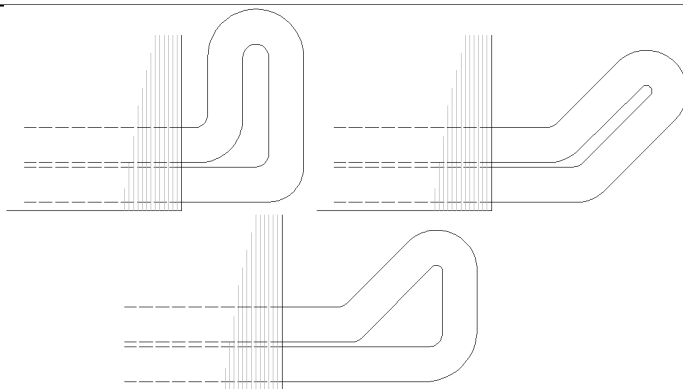
Obr. 15 a 16 ukazuje způsoby spojování cívkových skupin dvouvrstvých vinutí, pomocí smyčkových a vlnových skupinových spojek, příklad je uveden na vinutí se stejnými cívkami. K tomuto vinutí je možné vyrobit vinutí ze soustředných cívek se stejnými parametry. Obr. 17. naznačuje konstrukční provedení čel dvouvrstvých vinutí se stejnými cívkami.



Obr. 15 Dvouvrstvé vinutí se stejnými cívkami, smyčkové spojování skupin, $p = 3, q = 4$ (převzato z [4]).



Obr. 16 Dvouvrstvé vinutí se stejnými cívkami, vlnové spojování skupin, $p = 3, q = 4$ (převzato z [4]).



Obr. 17 Příklady konstrukční úpravy čel dvouvrstevných vinutí se stejnými cívkami (převzato z [4]).

2 ANALYTICKÝ VÝPOČET MAGNETICKÝCH POLÍ VE VZDUCHOVÉ MEZEŘE TOČIVÉHO STROJE

2.1 Magnetické pole ve stálé vzduchové mezeře

Magnetické pole vyvolává proud tekoucí vodiči vinutí uloženými po vnitřní nebo vnější straně vzduchové mezery. Vodiče jsou uloženy v drážkách dvou hladkých soustředných válců, jejichž materiál má permeabilitu $\mu_r = \infty$. Mezi válci je konstantní vzduchová mezera δ . Průběh magnetického pole vyvolaný proudem tekoucím vinutím je jedním z nejdůležitějších faktorů, které určují celkové vlastnosti stroje.

Když veškeré harmonické vztáhneme na celý obvod stroje, jemuž odpovídá obvodový úhel 2π , pak základní harmonická řádu $\nu = 1$ vytvoří jednu pólovou dvojici s celým obvodovým úhlem. Má-li stroj $2p$ pólů, pak pracovní harmonická tvoří magnetické pole o $2p$ pólech. Pracovní harmonická je tedy vždy řádu $\nu = p$. Jiná harmonická řádu ν vytváří ν pólpárů, kdy jednomu přísluší úhel $2\pi/\nu$.

2.2 Magnetické pole jednoho vodiče

Vodič protékáný proudem i umístěný ve vzduchové mezeře δ vytváří magnetické pole, jehož radiální složka je popsána rovnicí [1]:

$$H_r(\alpha) = \frac{i}{2 \cdot \delta} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) \quad (2.1).$$

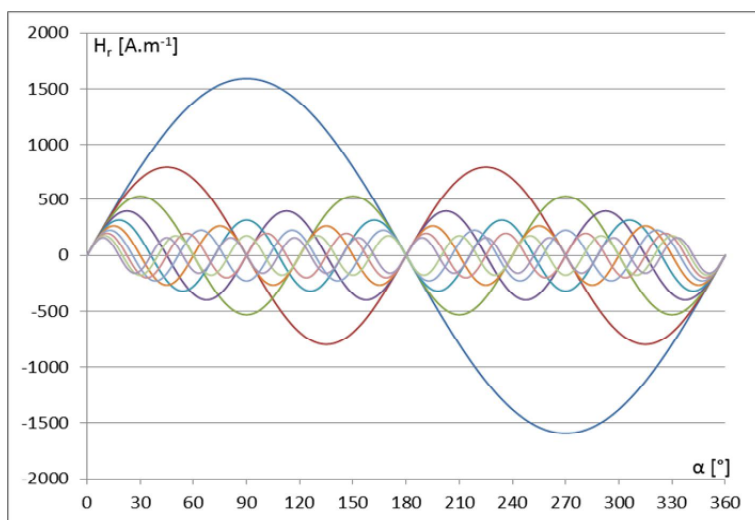
Rovnice (2.1) přepsaná do tvaru Fourierovy řady na intervalu odpovídajícímu vzduchové mezeře má tvar [1].

$$H_r(\alpha) = \frac{i}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} \cdot \sin(\nu \cdot \alpha) \quad (2.2),$$

kde $\nu \dots [-]$ je řád harmonické, $\delta \dots [m]$ je šířka vzduchové mezery, $\alpha \dots [rad]$ je obvod vzduchové mezery $\langle 0; 2\pi \rangle$, $i \dots [A]$ je proud protékající vodičem.

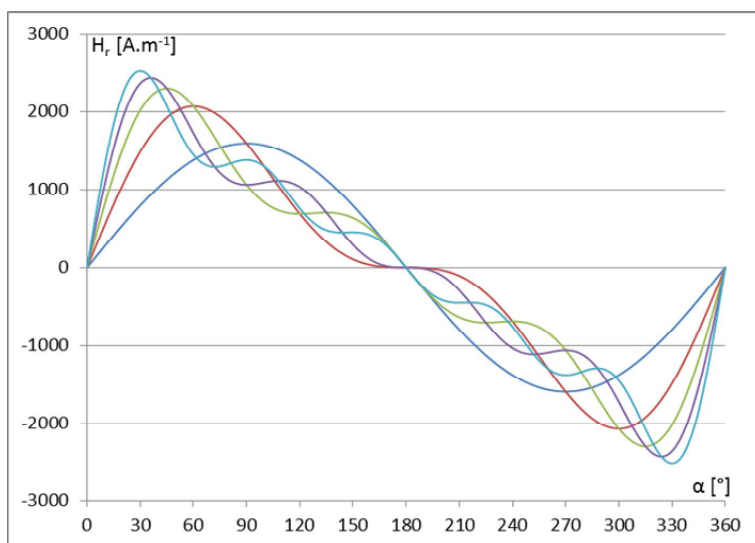
Jeden vodič vybudí magnetické pole, jehož průběh obsahuje všechny harmonické. Základní harmonická má periodu 2π .

Obr. 18, 19 a 20 zobrazuje průběhy intenzity magnetického pole jednoho vodiče podle rovnice (2.2), kde $i = 10A$ a $\delta = 0,002m$.



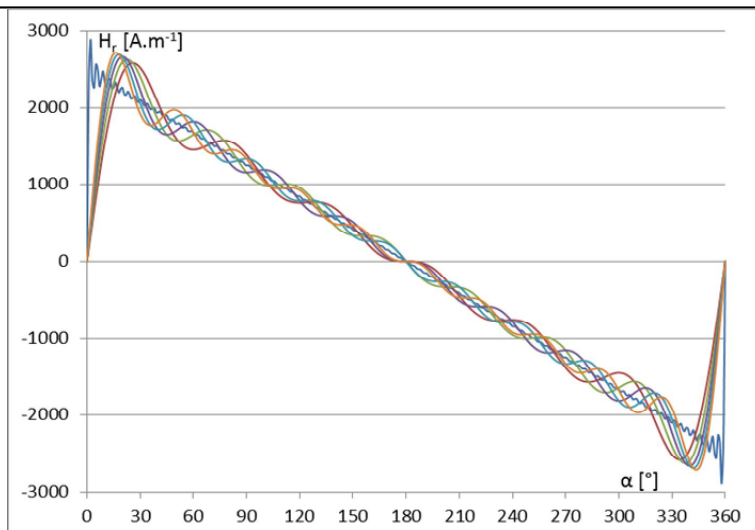
Obr. 18

1. až 10. harmonická průběhu magnetického pole jednoho vodiče.



Obr. 19

Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole jednoho vodiče do 5. h. (1.; 1.+2.; 1.+2.+3.; ...)



Obr. 20 Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole jednoho vodiče 6. až 10. h a 100. h.

2.3 Magnetické pole závitů

Magnetické pole závitů vznikne složením magnetických polí vodičů, které jsou od sebe vzdáleny o úhel α_y a teče jimi proud i stejné velikosti opačné polarit.

Je-li počátek souřadného systému položen do osy závitů, pak bude intenzita magnetického pole jedné strany závitů (1. vodič) posunuta na intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ o úhel $-\alpha_y/2$, tudíž druhá strana závitů (2. vodič) o úhel $\alpha_y/2$. Výraz (2.3) popisuje výslednou intenzitu vzájemného působení jednotlivých stran závitů rozvinutou do Fourierovy řady [1].

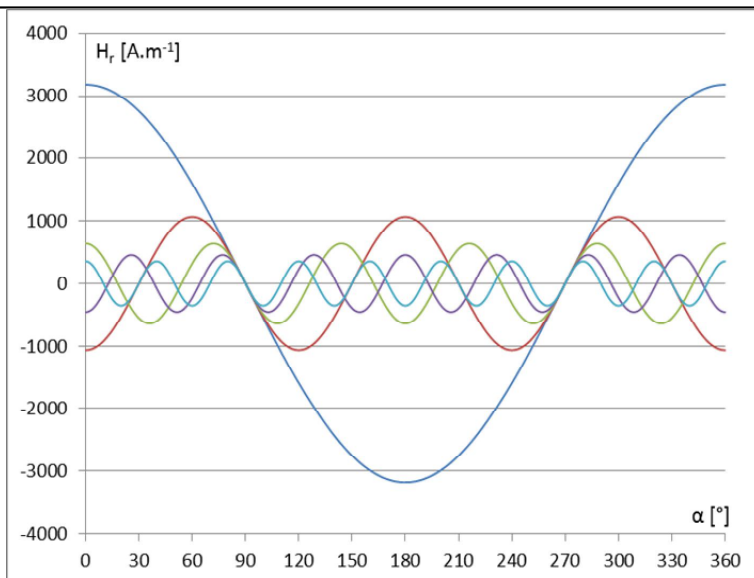
$$H_r(\alpha) = \frac{2 \cdot i}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \cdot \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \cos(v \cdot \alpha) \quad (2.3),$$

kde $i \dots [A]$ je proud protékající závitěm, $v \dots [-]$ je řád harmonické, $\delta \dots [m]$ je šířka vzduchové mezery, $\alpha \dots [rad]$ je obvod vzduchové mezery, $\alpha_y \dots [rad]$ je úhel mezi jednou a druhou stranou závitů.

Z výrazu $\sin\left(v \cdot \frac{\alpha_y}{2}\right)$ vidíme, že je-li posunutí mezi vodiči závitů $\alpha_y = \pi$, pak pro sudé

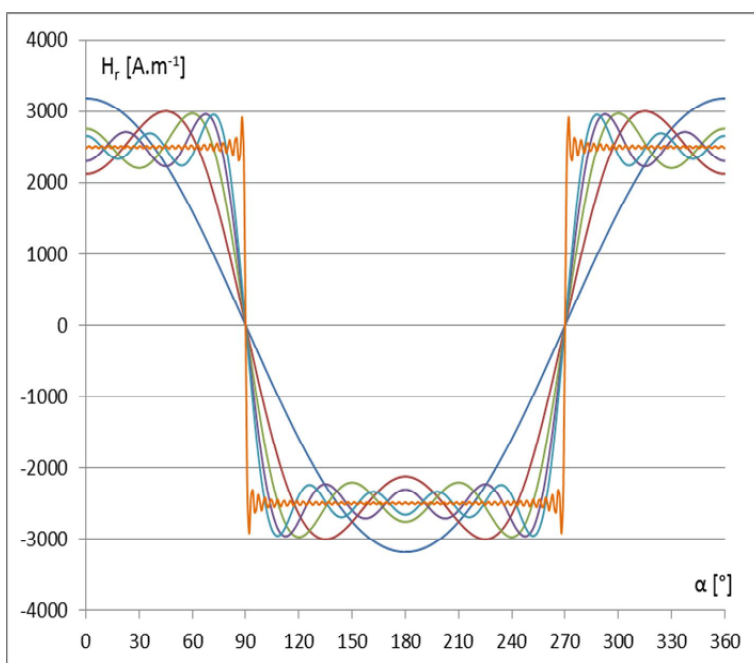
harmonické je výraz roven 0. Takové rozložení nemá sudé harmonické. Dále pro $\alpha_y = \frac{\pi}{k}$, kde $k = 1, 2, 3, \dots$ platí, že průběh intenzity magnetického pole neobsahuje $k \cdot v_{\text{sudé}}$ harmonické.

Na obr. 21 jsou zobrazeny průběhy 1. až 10. harmonické podle rovnice (2.3), pro hodnoty $\alpha_y = \pi$, $i = 10A$, $\delta = 0,002m$. Sudé harmonické vlivem α_y chybí. V obrázku vidíme pouze 1., 3., 5., 7., 9. harmonickou.



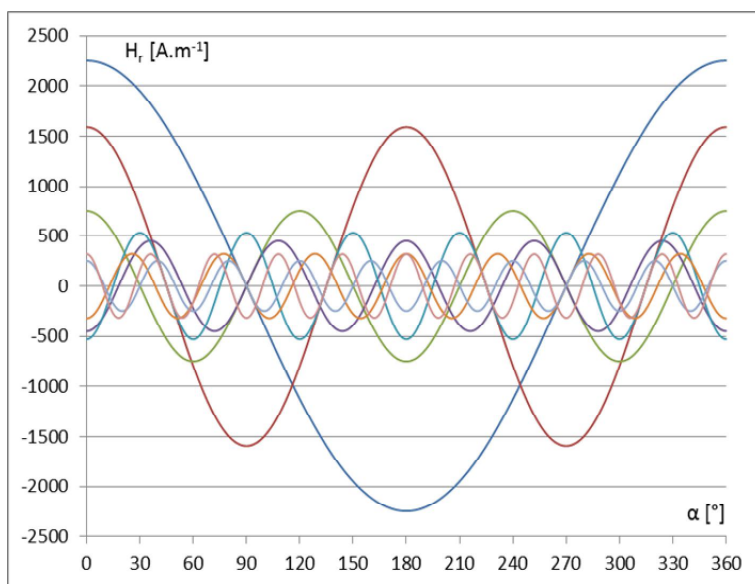
Obr. 21 1. až 10. harmonická magnetického pole závitů při $\alpha_y = \pi$.

Na obr. 22 jsou zobrazeny průběhy částečných součtů 1. až 10. a 99. harmonické podle rovnice (2.3), pro hodnoty i , δ , α_y uvedené výše u obr. 21. (1.; 1.+3.; 1.+3.+5.; ...)



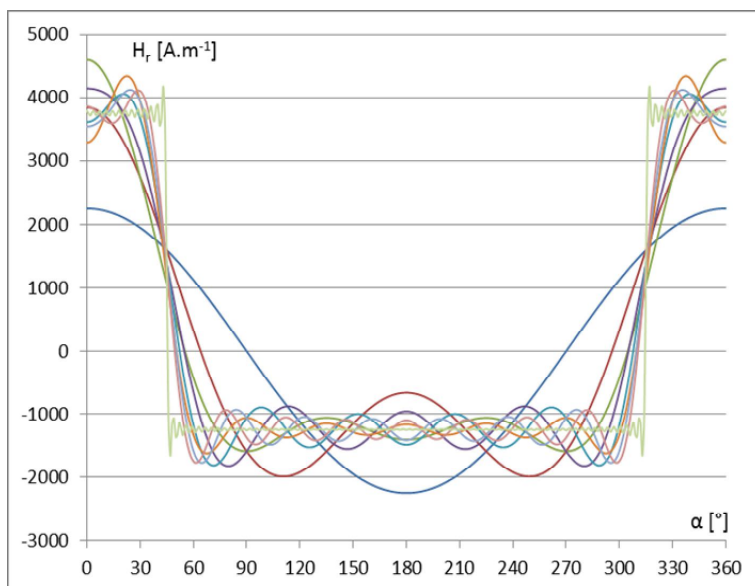
Obr. 22 Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole závitů 1. až 10. a 99. h. při $\alpha_y = \pi$.

Na obr. 23. jsou zobrazeny průběhy 1. až 10. harmonické podle rovnice (2.3) pro $\alpha_y = \frac{\pi}{2}$, $i = 10A$, $\delta = 0,002m$. V tomto obrázku už chybí pouze 4. a 8. harmonická.



Obr. 23 1. až 10. harmonická magnetického pole závitů při $\alpha_y = \frac{\pi}{2}$.

Na obr. 24 jsou zobrazeny průběhy částečných součtů 1. až 10. a 99. harmonické podle rovnice (2.3), pro hodnoty i , δ , α_y uvedené výše u obr. 23. (1.; 1.+2.; 1.+2.+3.; 1.+2.+3.+5.; ...)



Obr. 24 Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole závitů 1. až 10. a 99. h. při $\alpha_y = \frac{\pi}{2}$.

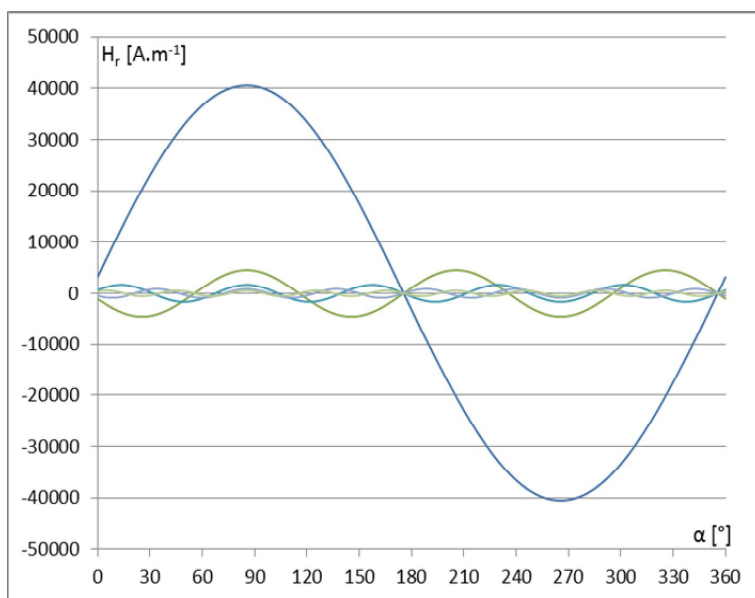
2.4 Magnetické pole skupiny závitů

Z názvu části 2.4 lze usoudit, že výsledné pole skupiny závitů získáme složením magnetických polí jednotlivých závitů. Máme-li N závitů vedle sebe posunutých o stejný úhel α_1 a protéká-li jimi stejně velký proud i , pak vybudí ve vzduchové mezeře magnetické pole popsané rovnicí (2.4) [1].

$$H(\alpha) = \frac{2 \cdot N \cdot i}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \cdot \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(v \cdot N \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha_1\right)}{N \cdot \sin\left(v \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha_1\right)} \cdot \cos\left(v \cdot \left(\alpha - (N-1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha_1\right)\right) \quad (2.4),$$

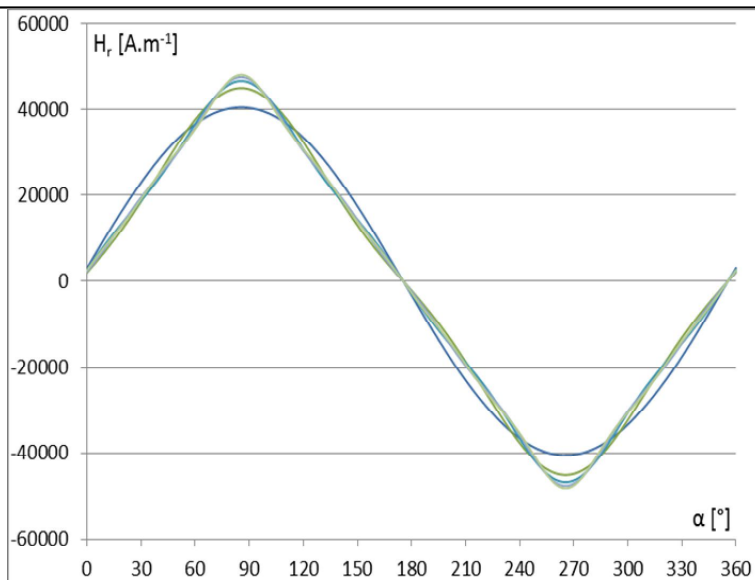
kde $i \dots [A]$ je proud protékající závit, $v \dots [-]$ je řád harmonické, $\delta \dots [m]$ je šířka vzduchové mezery, $\alpha \dots [rad]$ je obvod vzduchové mezery, $N \dots [-]$ počet závitů, $\alpha_y \dots [rad]$ je úhel mezi jednou a druhou stranou závitu, $\alpha_1 \dots [rad]$ je úhel mezi závit.

Na obr. 25 jsou zobrazeny průběhy 1. až 10. harmonické podle rovnice (2.4), pro hodnoty $\alpha_y = \pi$, $i = 10A$, $\delta = 0,002m$, $N = 20$, $\alpha_1 = \frac{\alpha_y}{N}$. Vlivem kroku chybí opět sudé harmonické.



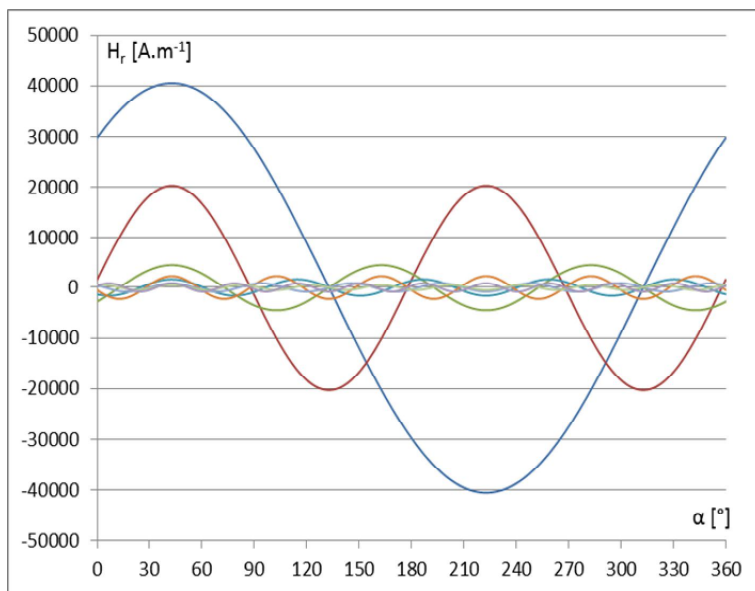
Obr. 25 1. až 10. harmonická magnetického pole skupiny závitů. ($\alpha_y = \pi$).

Na obr. 26 jsou zobrazeny průběhy částečných součtů 1. až 10. harmonické podle rovnice (2.4), pro hodnoty i , δ , α_y , N a α_1 uvedené výše u obr. 25.



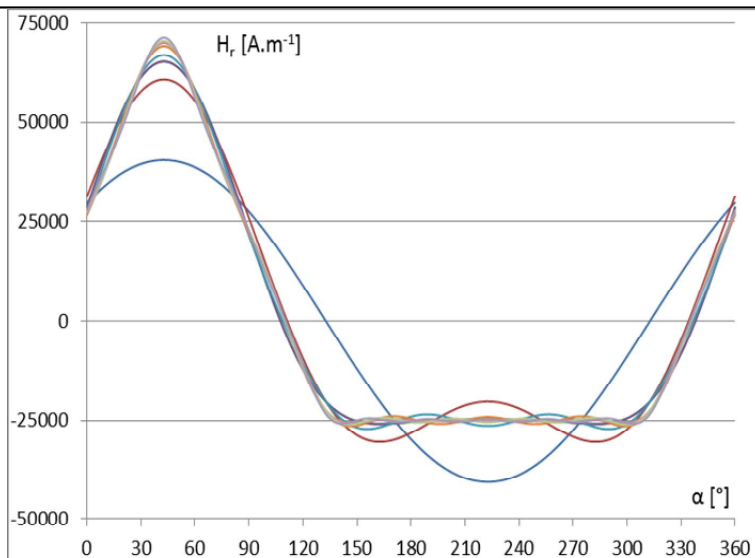
Obr. 26 Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole skupiny závitů 1. až 10. harmonické. ($\alpha_y = \pi$).

Na obr. 27 jsou zobrazeny průběhy 1. až 10. harmonické podle rovnice (2.4), pro hodnoty $\alpha_y = \frac{\pi}{2}$, $i = 10A$, $\delta = 0,002m$, $N = 20$, $\alpha_1 = \frac{\alpha_y}{N}$. I v tomto obrázku podobně jako na obr. 23 chybí 4. a 8. harmonická.



Obr. 27 1. až 10. harmonická magnetického pole skupiny závitů. ($\alpha_y = \frac{\pi}{2}$).

Na obr. 28 jsou zobrazeny průběhy částečných součtů 1. až 10. harmonické podle rovnice (2.4), pro hodnoty i , δ , α_y , N a α_1 uvedené výše u obr. 27.



Obr. 28 Částečný součet harmonických průběhů magnetického pole skupiny závitů.

1. až 10. harmonická. ($\alpha_y = \frac{\pi}{2}$).

2.5 Magnetické pole m – fázového vinutí

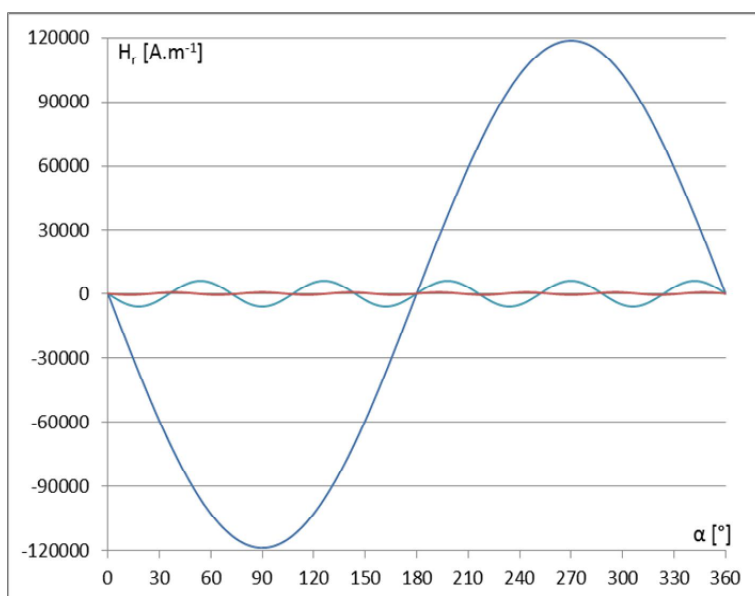
Od jedné skupiny závitů přejdeme k více skupinám. Rozmístí-li se po obvodu vrtání stroje m skupin závitů, kdy každá skupina má N_f vodičů a bude-li jejich rozložení rovnoměrné, pak můžeme říci, že osy dvou sousedních skupin mezi sebou svírají úhel $\frac{2\pi}{m}$. Vodiče v tomto uspořádání připojené na symetrickou m-fázovou napájecí soustavu tak, že každou skupinou poteče proud jedné fáze, můžeme označit jako m-fázové vinutí. Proudů v jednotlivých skupinách mající amplitudu $\sqrt{2} \cdot I$ a úhlovou rychlost ω jsou časově posunuty o stejný úhel, jaký svírají osy závitů.

Rovnice (2.5) popisuje intenzitu magnetického pole m-fázového vinutí.

$$H_m(\alpha) = \frac{\sqrt{2} \cdot I \cdot N_f}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \cdot \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(v \cdot N_f \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha_1\right)}{N_f \cdot \sin\left(v \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha_1\right)} \cdot \left\{ \sin\left((\omega t + v\alpha) - (v+1) \cdot \frac{0}{m} \cdot 2\pi\right) + \sin\left((\omega t - v\alpha) + (v-1) \cdot \frac{0}{m} \cdot 2\pi\right) + \right. \\ \left. + \sin\left((\omega t + v\alpha) - (v+1) \cdot \frac{1}{m} \cdot 2\pi\right) + \sin\left((\omega t - v\alpha) + (v-1) \cdot \frac{1}{m} \cdot 2\pi\right) + \dots + \right. \\ \left. + \sin\left((\omega t + v\alpha) - (v+1) \cdot \frac{m-1}{m} \cdot 2\pi\right) + \sin\left((\omega t - v\alpha) + (v-1) \cdot \frac{m-1}{m} \cdot 2\pi\right) \right\} \quad (2.5),$$

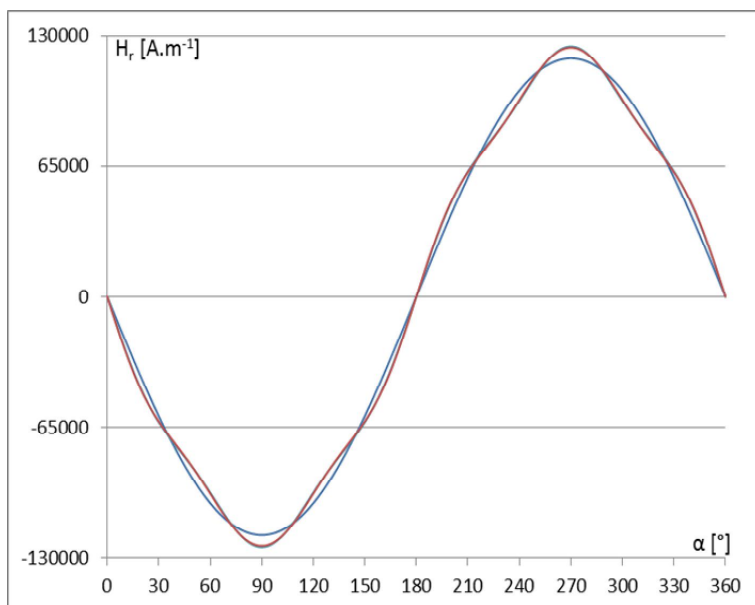
kde $I...[A]$ je efektivní hodnota proudu jedné fáze, $\nu...[-]$ je řád harmonické, $\delta...[m]$ je šířka vzduchové mezery, $\alpha...[rad]$ je obvod vzduchové mezery, $N_f...[-]$ počet závitů jedné fáze, $\alpha_y...[rad]$ je úhel mezi jednou a druhou stranou závitu, $\alpha_1...[rad]$ je úhel mezi závity a $m...[-]$ je počet skupin závitů.

Na obr. 29 je zobrazen průběh intensity magnetického pole 1. až 10. harmonické podle rovnice (2.5), pro hodnoty $I = 10A$, $N_f = 10$, $\delta = 0,001m$, $m = 3$, $\alpha_y = \pi$ a $\alpha_1 = 0,174533rad$. Průběh má pouze 1., 5. a 7. harmonickou ostatní zanikly vlivem funkcí úhlů α_y a α_1 .



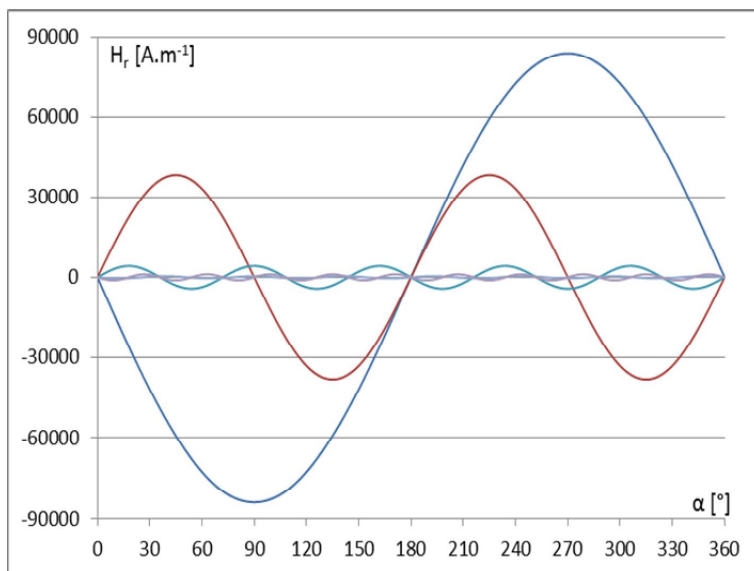
Obr. 29 1. až 10. harmonická magnetického pole m -fázového vinutí.

Na obr. 30 jsou průběhy částečných součtů průběhů z obr. 29. (1.; 1.+5.; 1.+5.+7.)



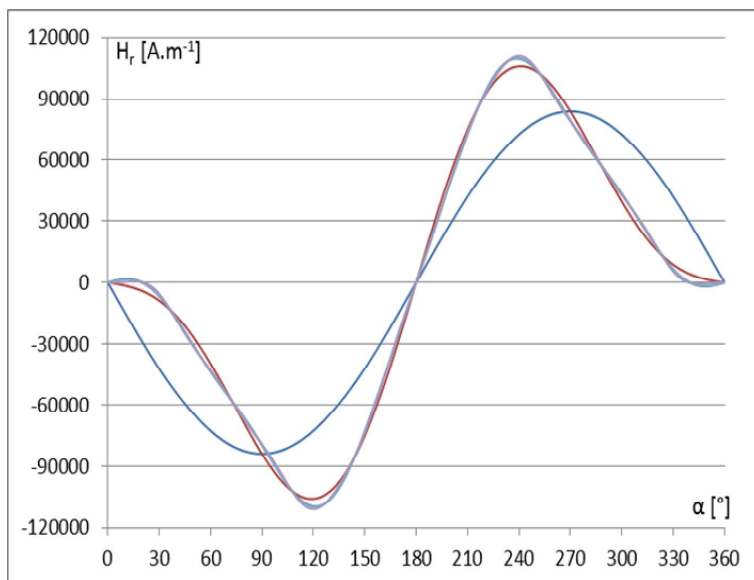
Obr. 30 Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole m -fázového vinutí. ($\alpha_y = \pi$).

Na obr. 31 jsou zobrazeny průběhy intenzity magnetického pole 1. až 10. harmonické podle rovnice (2.5), pro hodnoty $I = 10A$, $N_f = 10$, $\delta = 0,001m$, $m = 3$, $\alpha_y = \frac{\pi}{2}$ a $\alpha_1 = 0,174533rad$. Průběh má pouze 1., 2., 5., 7. a 10. harmonickou ostatní zanikly vlivem funkcí úhlů α_y a α_1 .



Obr. 31 1. až 10. harmonická magnetického pole m -fázového vinutí.

Na obr. 32 jsou průběhy částečných součtů průběhů z obr. 31.



Obr. 32 Částečný součet harmonických průběhu magnetického pole m -fázového vinutí.
($\alpha_y = \frac{\pi}{2}$).

2.6 Faktory ovlivňující velikost a počet harmonických při analytickém výpočtu magnetického pole ve vzduchové mezeře

Na výše uvedených rovnicích vidíme, že amplitudu jednotlivých harmonických ovlivňují funkce úhlu α_y a α_1 .

Vlastnosti stroje se posuzují podle amplitud a absolutních řádů jednotlivých harmonických. Krok vinutí ovlivňuje řád i amplitudu harmonických funkcí úhlu α_y [1].

$$\xi_{kv} = \sin\left(v' \cdot \frac{\alpha_y}{2}\right) \quad (2.6)$$

Rovnici (2.6) nazýváme činitelem kroku. Dosazením (1.3), (1.7) a (1.9) do (2.6) dostaneme výraz činitele kroku pro harmonickou řádu v [1].

$$\xi_{kv} = \sin\left(v \cdot \frac{\pi}{Q} \cdot y_d\right) = \sin\left(v \cdot \frac{\alpha_y}{2}\right) \quad (2.7)$$

Všimněme si, že díky kroku vinutí vymizí všechny harmonické, které mají absolutní řád [1].

$$v = c \cdot \frac{Q}{y_d} \quad (2.8),$$

kde $c = 0, 1, 2, \dots$

Je-li vinutí vyrobeno s plným krokem, pak pro něho platí, že $y_d = y_p$. Průběh intenzity magnetického pole tohoto vinutí nebude obsahovat všechny harmonické absolutního řádu podle rovnice (2.9) [1]. Pro vinutí s plným krokem můžeme říci, že intenzita magnetického pole ve vzduchové mezeře nemá všechny sudé násobky pracovní harmonické.

$$v = 2cp \quad (2.9)$$

V kapitole 2.4 vidíme v rovnici (2.4) funkci úhlu α_1 . Tento úhel, jak již bylo popsáno, udává vzdálenost mezi jednotlivými závitů ve skupině závitů. Výraz (2.10) [1] označíme jako činitele skupinového. Pro skupinu o počtu závitů b příslušejících jedné fázi, které jsou rozloženy do $2b$ drážek.

$$\xi_{sv} = \frac{\sin\left(v \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha_1\right)}{b \cdot \sin\left(v \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha_1\right)} \quad (2.10)$$

Rovnici (2.10) můžeme dále rozepsat na (2.11) dosazením (1.4) a $b = q \cdot q = \frac{Q}{2pm}$ udává počet drážek na pól a fázi.

$$\xi_{sv} = \frac{\sin\left(v \cdot q \cdot \frac{\pi}{Q}\right)}{q \cdot \sin\left(v \cdot \frac{\pi}{Q}\right)} \quad (2.11)$$

Skupinový činitel ovlivňuje řád i amplitudu harmonických tak, že je-li počet drážek na pól a fázi roven jedné $q = 1$, pak i skupinový činitel je pro všechny řády harmonických roven jedné $\xi_{sv} = 1$. Je-li $q > 1$, pak průběh intenzity magnetického pole nebude obsahovat všechny harmonické, které budou vyhovovat řádu z rovnice (2.12) [1].

$$v = 2pm \quad (2.12)$$

Posledním činitelem ovlivňujícím intenzitu magnetického pole je činitel rozlohy, který se vyskytuje v rovnici (2.5). Harmonické základního vinutí mají vždy celý počet pólových dvojic, proto i v' musí být celé číslo. Činitel rozlohy je pro všechny harmonické roven nule. Pouze pro harmonické řádu v' , uvedené v rovnici (2.13) [1] se rovná m .

$$v' = cm \mp 1 \quad (2.13),$$

kde $v'..[-]$ je řád harmonické základního vinutí, $m..[-]$ počet skupin závitů, $c = 0, 1, 2, \dots$. U vinutí majících celý počet drážek na pól a fázi, platí vždy pro základní vinutí $p' = 1$, tedy $p = a$. Tyto vinutí vytvoří pouze harmonické řádu [1].

$$v = p(cm \mp 1) \quad (2.14)$$

Je-li vinutí konstruováno jako symetrické m-fázové, mající stejnou šířku pásma, můžeme si ho představit jako vinutí mající $2m$ fází. Tato vinutí vytvoří pouze harmonické podle rovnice (2.15) [1].

$$v = p(2cm \mp 1) \quad (2.15)$$

Ke každému vinutí se soustřednými cívkami lze najít vinutí s cívkami stejnými, které způsobuje harmonické stejných řádů a amplitud. Každé vinutí s různou šířkou pásma lze nahradit vhodným zkrácením kroku vinutím se stejnou šířkou pásma. Všechna vinutí, která lze převést na stejné základní vinutí, mají stejné vlastnosti.³

2.7 Magnetické pole trojfázového vinutí

Vezmeme-li v úvahu výše popsané vztahy, pak vlivem kroku nebude mít průběh intenzity magnetického pole všechny harmonické, které vyhoví podmínce (2.8). Trojfázová statorová vinutí asynchronních motorů jsou svou konstrukcí převážně řešena jako vinutí se zkráceným krokem, pak není třeba zohledňovat (2.9). Jeli počet drážek na pól a fázi $q > 1$, pak toto vinutí podle rovnice (2.12) nebude mít všechny šestinásobky pracovní harmonické. Řád harmonické

³ HELLER, B., HAMATA, V. *Přídavná pole, síly a ztráty v asynchronním stroji*. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1961, s. 19

nejčastěji vyráběných třífázových symetrických vinutí, které mají celý počet drážek na pól a fázi, je uveden v rovnici (2.16) [1].

$$\nu = p(6c \mp 1) \quad (2.16)$$

Vinutí tohoto typu vybudí pouze liché násobky pracovní harmonické. Výjimkou je násobek tří.

Po tomto rozboru bude rovnice pro průběh intensity magnetického pole vypadat [1]:

$$H_3(\alpha) = \frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot N_f}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{c=0}^{\infty} \frac{1}{p(6c \mp 1)} \cdot \xi_{kv} \cdot \xi_{sv} \cdot \sin(\omega t \pm (6c \mp 1) \cdot p\alpha) \quad (2.17),$$

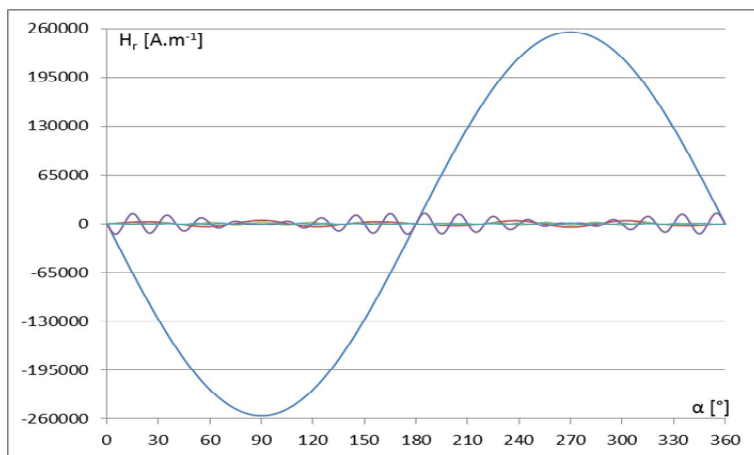
za ξ_{kv} a ξ_{sv} dosadíme podle rovnic (2.7), (2.11) a (2.16)

$$\xi_{kv} = \sin\left(p(6c \mp 1) \cdot \frac{\pi \cdot y_d}{Q}\right) \quad (2.18),$$

$$\xi_{sv} = \frac{\sin\left(p(6c \mp 1) \cdot \frac{q \cdot \pi}{Q}\right)}{q \cdot \sin\left(p(6c \mp 1) \cdot \frac{\pi}{Q}\right)} \quad (2.19),$$

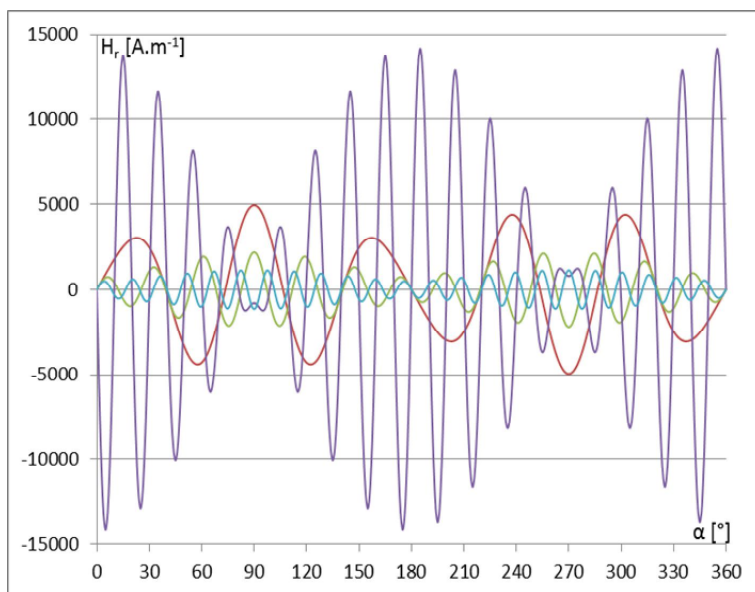
kde $I \dots [A]$ je efektivní hodnota proudu jedné fáze, $\delta \dots [m]$ je šířka vzduchové mezery, α je obvod vzduchové mezery, $N_f \dots [-]$ počet závitů jedné fáze, $p \dots [-]$ je počet pólových dvojic, $Q \dots [-]$ je počet drážek, $c = 0, 1, 2, \dots$.

Na obr. 33 je zobrazen průběh intensity magnetického pole trojfázového vinutí podle rovnice (2.17), pro hodnoty $I = 10A$, $N_f = 10$, $\delta = 0,001m$, $Q = 36$, $2p = 4$, $y_d = 8$ a $c = 0, 1, 2, 3, 4$. Řády zobrazených harmonických jsou pro základní vinutí podle výše uvedených vztahů $\nu' = 1$., součet 5. a 7., 11. a 13., 17. a 19., 23. a 25..



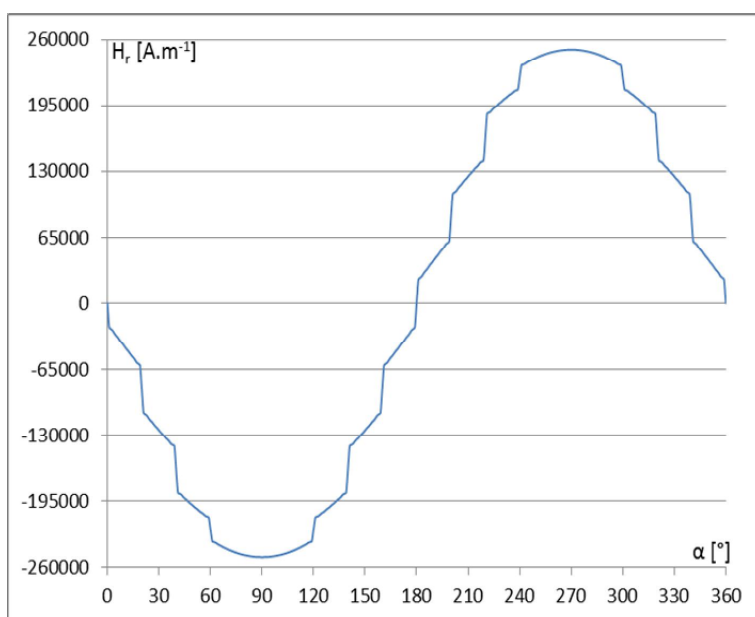
Obr. 33 Průběhy intensity magnetického pole trojfázového vinutí, řády harmonických jsou $\nu' = 1$., součet 5. a 7., 11. a 13., 17. a 19., 23. a 25..

Obr. 34 ukazuje detailnější pohled na vyšší harmonické z obr. 33.



Obr. 34 Vyšší harmonické intensity magnetického pole trojfázového vinutí.

Pokud v rovnici (2.17) provedeme částečný součet harmonických pro $c = 100$, bude výsledné pole vypadat podle obr. 35.



Obr. 35 Průběh intensity magnetického pole trojfázového vinutí, částečný součet pro $c = 100$.

2.8 Magnetické pole klecového vinutí

Je-li konstrukce klecového vinutí provedena podle obr. 36, pak lze toto vinutí nahradit dvouvrstvým m -fázovým vinutím, majícím jednu drážku na pól a fázi, čili $q=1$. Potom i skupinový činitel je pro všechny řady harmonických roven jedné. Drážkový krok náhradního vinutí bude $y_d = 1$, můžeme tedy napsat $\alpha_y = \alpha_d = \frac{2\pi}{Q_2}$. Náhradní vinutí bude mít pro stroj s p pólovými dvojicemi a Q_2 drážkami počet fází podle rovnice (2.20).

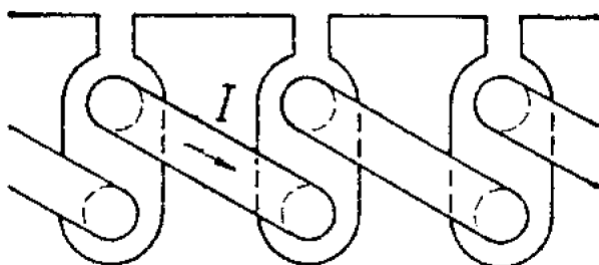
$$m = \frac{Q_2}{p} \quad (2.20)$$

Činitel rozlohy bude:

$$\xi_{rv} = m = \frac{Q_2}{p} \quad (2.21),$$

pouze pro harmonické, splňující podmínku (2.22). Pro všechny ostatní harmonické je roven nule.

$$v = c \cdot \frac{Q_2}{p} \mp 1 \quad (2.22)$$



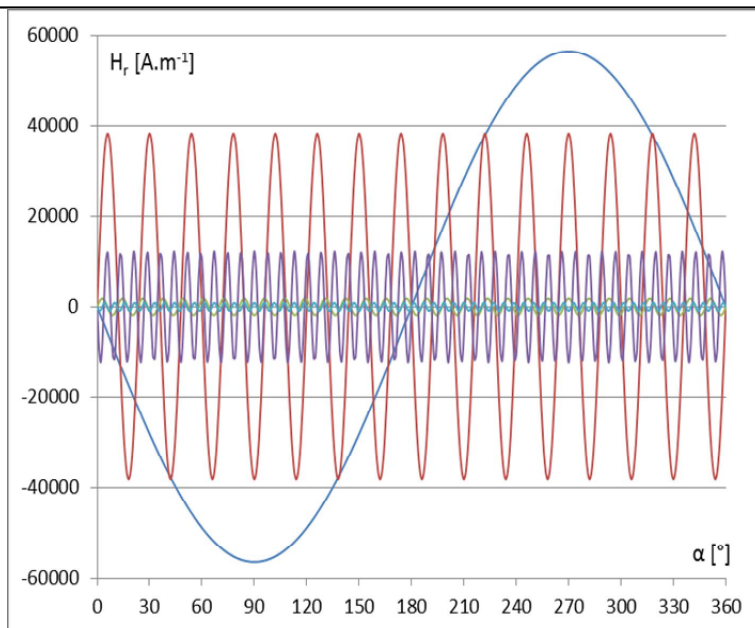
Obr. 36 Vinutí klecové kotvy (převzato z [1]).

Rovnice (2.23) popisuje průběh intenzity magnetického pole klecového vinutí, podle výše uvedených úvah.

$$H(\alpha) = \frac{Q_2 \cdot \sqrt{2} \cdot I}{p \cdot \pi \cdot \delta} \cdot \sum_{c=0}^{c=\infty} \frac{1}{c \cdot \frac{Q_2}{p} \mp 1} \cdot \sin\left(\left(c \cdot \frac{Q_2}{p} \mp 1\right) \cdot \frac{\pi}{Q_2}\right) \cdot \sin\left(\omega t \pm \left(c \cdot \frac{Q_2}{p} \mp 1\right) \cdot \alpha\right) \quad (2.23),$$

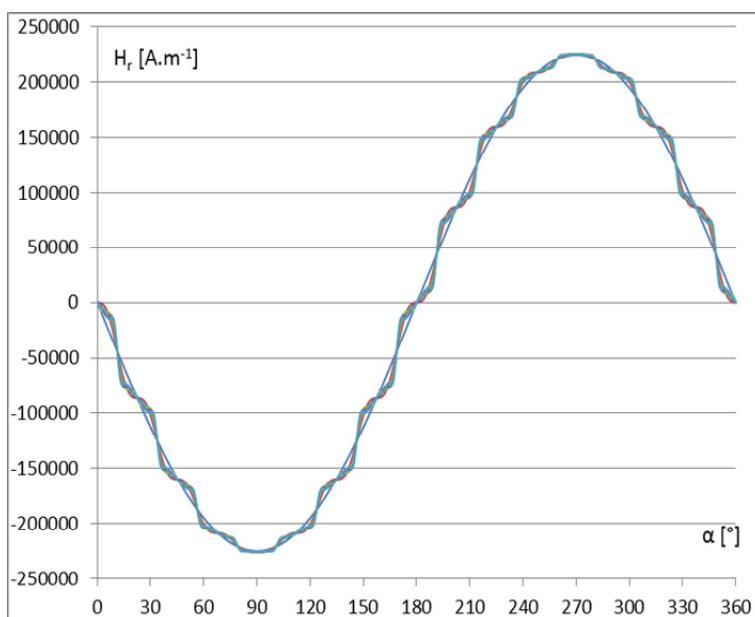
kde $Q_2 \dots [-]$ je počet drážek klecového vinutí, $I \dots [A]$ je proud tekoucí kotvou, $p \dots [-]$ je počet pólových dvojic, $\delta \dots [m]$ je šířka vzduchové mezery, $c = 0, 1, 2, \dots$.

Na obr. 37 jsou zobrazeny průběhy intenzity magnetického pole klecového vinutí podle rovnice (2.23), pro hodnoty $I = 80A$, $\delta = 0,001m$, $Q_2 = 32$, $2p = 4$, $c = 0, 1, 2, 3, 4$.

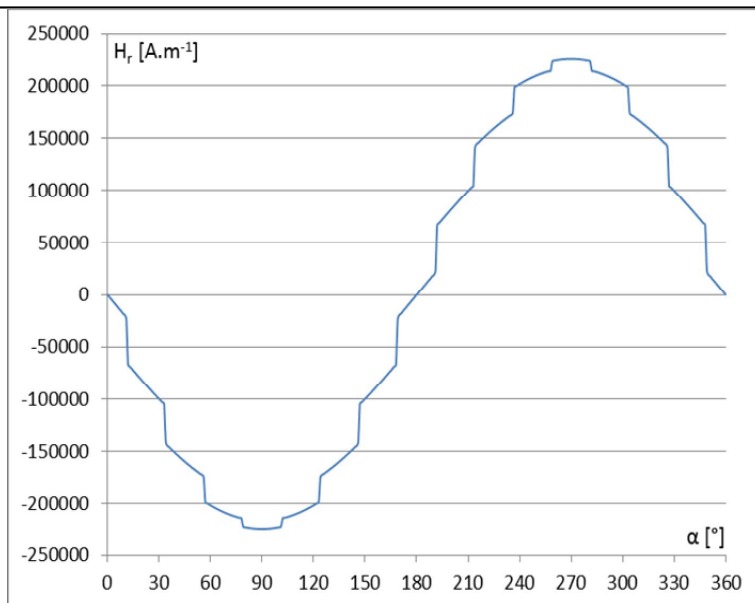


Obr. 37 *Intensita magnetického pole klecového vinutí*

Na obr. 38 jsou částečné součty průběhů z obr. 37. Obr. 39 ukazuje částečný součet harmonických po $c = 100$.



Obr. 38 *Částečné součty průběhů intensity magnetického pole klecového vinutí.*



Obr. 39 Průběh intenzity magnetického pole klecového vinutí. Částečný součet po $c = 100$.

3 DIAGRAMY MAGNETICKÝCH POLÍ TROJFÁZOVÝCH VINUTÍ

Protéká-li střídavým vinutím proud, vznikne magnetické napětí závislé na velikosti proudu a počtu závitů. Jeho průběh ve vzduchové mezeře v určitém časovém okamžiku můžeme odvodit graficky z polygonu magnetických napětí, tzv. Görgesova diagramu.⁴

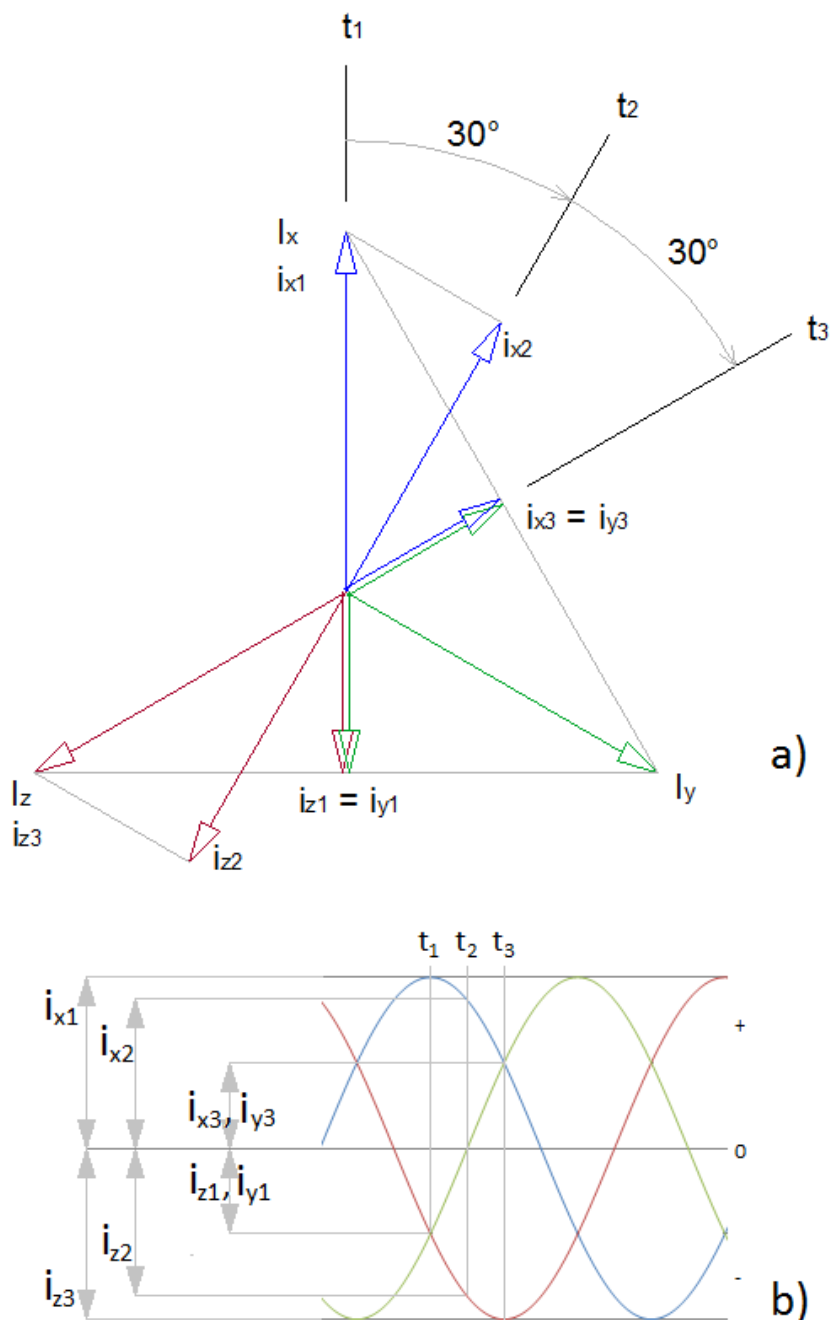
Na nejjednodušším trojfázovém vinutí bude proveden rozbor konstrukce Görgesova diagramu, u vinutí připadne jedna drážka na pól a fázi $q = 1$, počet pólů $2p = 2$ a $m = 3$. Celkový počet drážek stroje pak bude podle (1.1) $Q = 6$. Toto vinutí se prakticky nepoužívá, vytváří točivé pole, jehož tvar se značně liší od sinusovky. Proto se u trojfázových indukčních motorů používá vždy většího počtu drážek. Také synchronní generátory mají vinutí s větším počtem drážek, aby se potlačil co největší počet vyšších harmonických elektromotorických sil a křivka svorkového napětí byla co nejbližší sinusovce. Vhodnost vinutí pro indukční motor se tedy posuzuje podle tvaru magnetického pole, tedy podle tvaru Görgesova diagramu. Vinutí synchronního generátoru má mít zase veliký činitel vinutí pro první harmonickou a malé činitele vinutí pro harmonické obsažené v křivce magnetického pole.⁵

3.1 Rozbor Görgesova diagramu

Je-li výše uvedené trojfázové vinutí připojeno na souměrnou trojfázovou napájecí soustavu, pak proud protékající vinutím vyvolává ve vzduchové mezeře jediné výsledné točivé magnetické pole. Tvar tohoto pole je možné určit sečtením obdélníkových polí jednotlivých cívek, obdélníkové pole jedné cívky je uvedeno v kapitole 2.3. Proud protékající vinutím můžeme zakreslit jako tři vektory se společným počátkem vzájemně posunuté o 120° . V tomto vektorovém diagramu můžeme s velkou přesností vyjádřit velikosti proudů odpovídající časovým okamžikům t_1 , t_2 , t_3 v obr. 40 a), b).

⁴ Kučera, J., Hapl, J.: *Vinutí elektrických strojů točivých*. 1. vydání. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1959. s. 409-410

⁵ Cigánek, L., Bauer, M.: *Elektrické stroje a přístroje*. 2. vydání. Praha: SNTL, 1957. s. 233

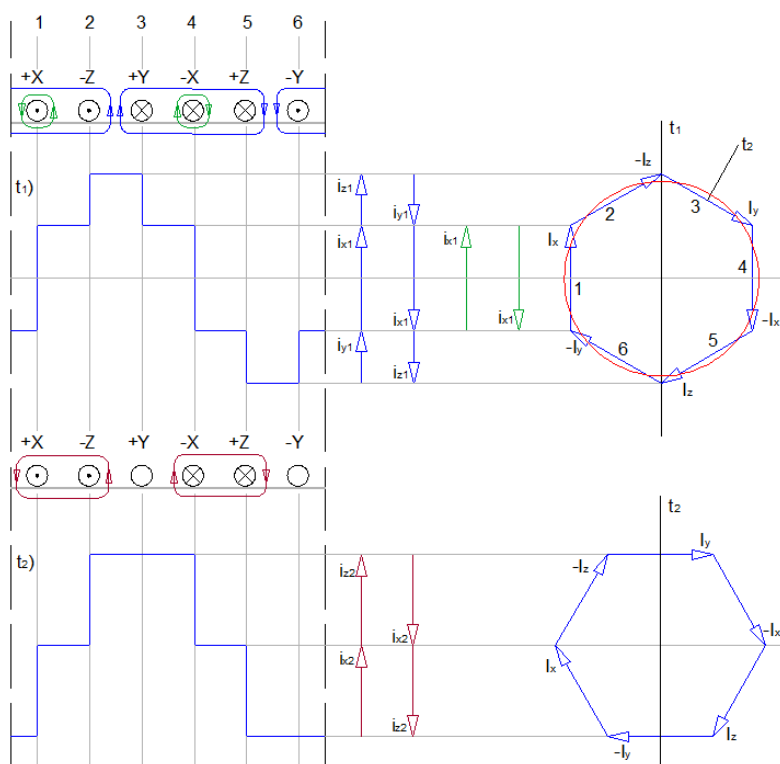


Obr. 40 a) Vektorový diagram proudů s vyznačenými časovými okamžiky t_1 , t_2 , t_3 ,
b) Průběhy fázových proudů s vyznačenými časovými okamžiky t_1 , t_2 , t_3 .

V čase t_1 má fáze X největší možný proud, který vyvolá pole o maximální indukci, proudy fáze Y a Z mají podle obr. 40 a), b) poloviční velikost, obdélníková pole vyvolaná v příslušných cívkách budou mít indukci také poloviční. Výsledné pole je uvedeno na obr. 41, jeho tvar je zubový a osově souměrný podle osy cívky X, kde zároveň prochází paralelně řazené indukční čáry modré barvy přes vzduchovou mezeru mezi drážkami 2, 3 a uzavírají se mezi drážkami 5, 6. Tyto indukční čáry jsou buzeny proudem tekoucím drážkami 6, 1, 2 a 3, 4, 5. Druhou trojicí drážek teče tentýž proud opačného směru. Se zelenými indukčními čarami je spjat proud drážek 1 a 4. Proud vyvolávající toky indukčních čar jsou vyznačeny v obr 41 vedle průběhu stejnými barvami jako jím odpovídající toky. Po prvním pohledu na časový okamžik t_2 je vidět, že ve fázi Y neprotéká žádný proud, výsledné pole je obdélníkové a tvoří ho pouze pole cívek fáze X a Z,

kterými protéká proud o stejné velikosti $0,866 \cdot I_m$ s opačnými znaménky, tyto proudy budí červené indukční čáry. Görgesův diagram v t_2 je stejný jako v t_1 , jen je otočen o 30° což odpovídá časovému intervalu mezi t_1 a t_2 . V časovém okamžiku t_3 je vybuzeno stejné pole jako v t_1 , s tím rozdílem, že se osa pole posunula a nyní je stejná s osou cívky fáze Z. Pro další časové okamžiky se osa pole posouvá proti směru hodinových ručiček.

Görgesův diagram se kreslí v pořadí drážek zleva doprava po směru hodinových ručiček. Jeho strany jsou vektory proudů, které v daný časový okamžik protékají drážkami stroje. Jelikož jsou magnetomotorické síly buzeny těmito proudy, dají se strany považovat za vektory těchto sil. Při konstrukci diagramu lze s výhodou použít mřížky z rovnostranných trojúhelníků se stranou rovnou jedné. Každé drážce přísluší stejně veliký vektor. To je dáno tím, že všechny drážky mají stejný počet vodičů, kterými protéká stejný maximální proud. Straně trojúhelníku pak můžeme přiřadit proudový objem jedné drážky, který lze vyjádřit jako $n_1 I \sqrt{2}$. Proudový objem jednoho fázového svazku pak bude $q n_1 I \sqrt{2}$. Vrcholy polygonu znázorňují mezidrážkové body, jejichž promítnutím do časové přímky t_1 nebo t_2 získáme velikost magnetické indukce mezi jednotlivými drážkami v ten daný okamžik. Magnetické pole uvedené na příkladu neustále a rychle mění svůj tvar mezi dvěma mezními tvary uvedenými v obr. 41. Tyto změny nepříznivě ovlivňují užité vlastnosti stroje. Proto je cílem, aby se Görgesův diagram podobal co nejvíce kružnici. V obr. 41 odpovídá červená kružnice průběhu pracovní harmonické tohoto vinutí. Na první pohled lze podle Görgesova diagramu posoudit, zda vyvolané magnetické pole obsahuje sudé harmonické a subharmonické. Je-li totiž ve všech časových okamžicích diagram souměrný podle středu, pak pole sudé harmonické ani subharmonické neobsahuje. Tyto harmonické působí nepříznivě např. zvýšením přídavných ztrát, navíc jedná-li se o vinutí asynchronního stroje, mají tyto harmonické jiný skluz než základní pracovní harmonická a tudíž práci stroje ruší.

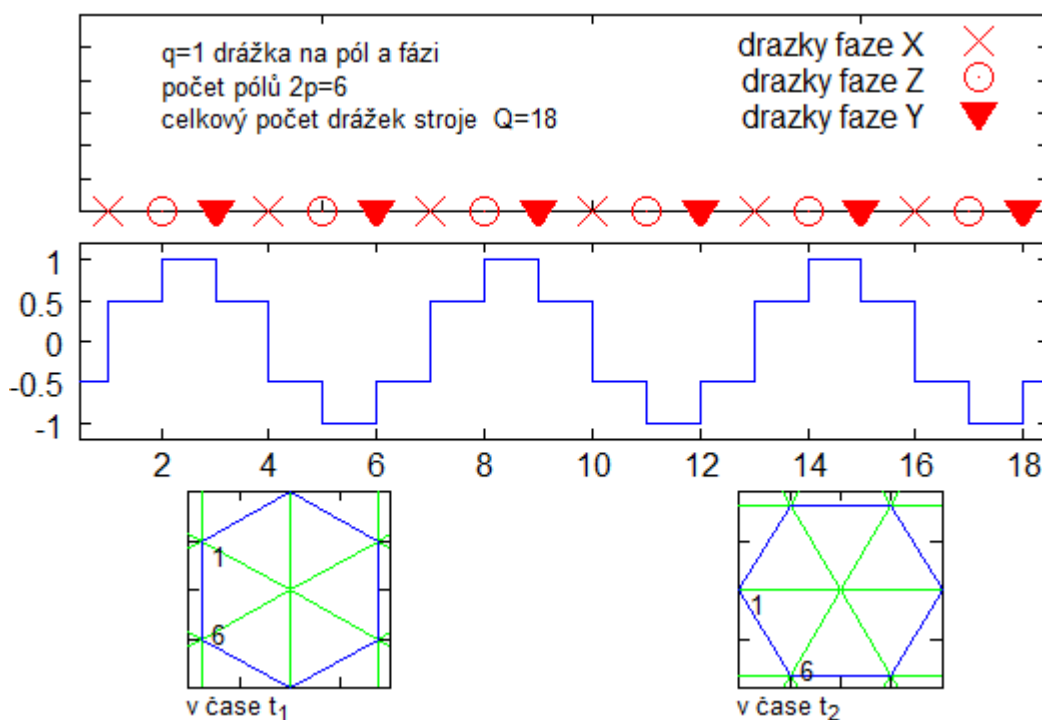


Obr. 41 Konstrukce Görgesova diagramu (převzato z [5]).

3.2 Příklady Görgesových diagramů

Trojfázová vinutí jsou vlastně vinutími šestiřázovými, protože ve zpětných cívkových stranách nastává maximum stejného proudu v jiném časovém okamžiku, než je tomu v předních cívkových stranách. Zpětné cívkové strany tak tvoří další tři fáze. Pro uvedené příklady platí stejné pravidla rozložení fází v drážkách jako v obr. 41. Po drážkách fáze +X vždy následují drážky fáze -Z, dále +Y, další jsou drážky tentokrát fáze -X, +Z a -Y. Rozložení má rozsah jedné dvojice pólů, poté se opakuje. Průběhy polí jsou uvedeny pouze pro časový okamžik t_1 .

Na obr. 42 je znázorněno pole pro stejný typ vinutí jako v 3.1 s vyšším počtem pólů, konkrétně $2p = 6$, další parametry jsou uvedeny v obrázku. Görgesův diagram se uzavře po prvním pólpáru, mezidrážkové body drážek 7 až 12, 13 až 18 leží ve stejných polohách jako body drážek 1 až 6.



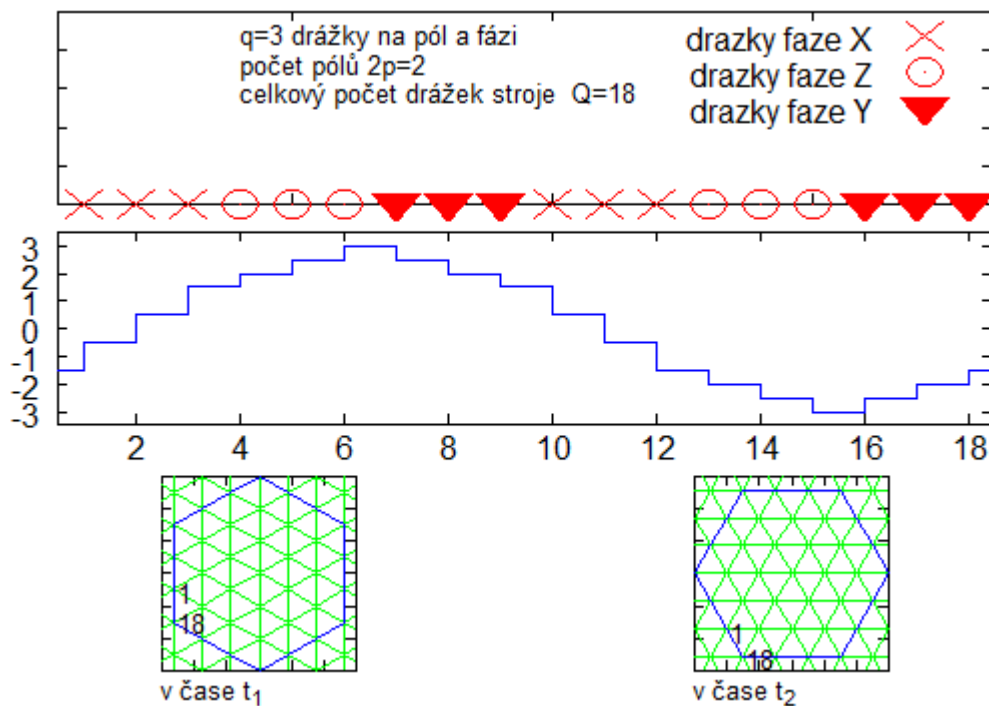
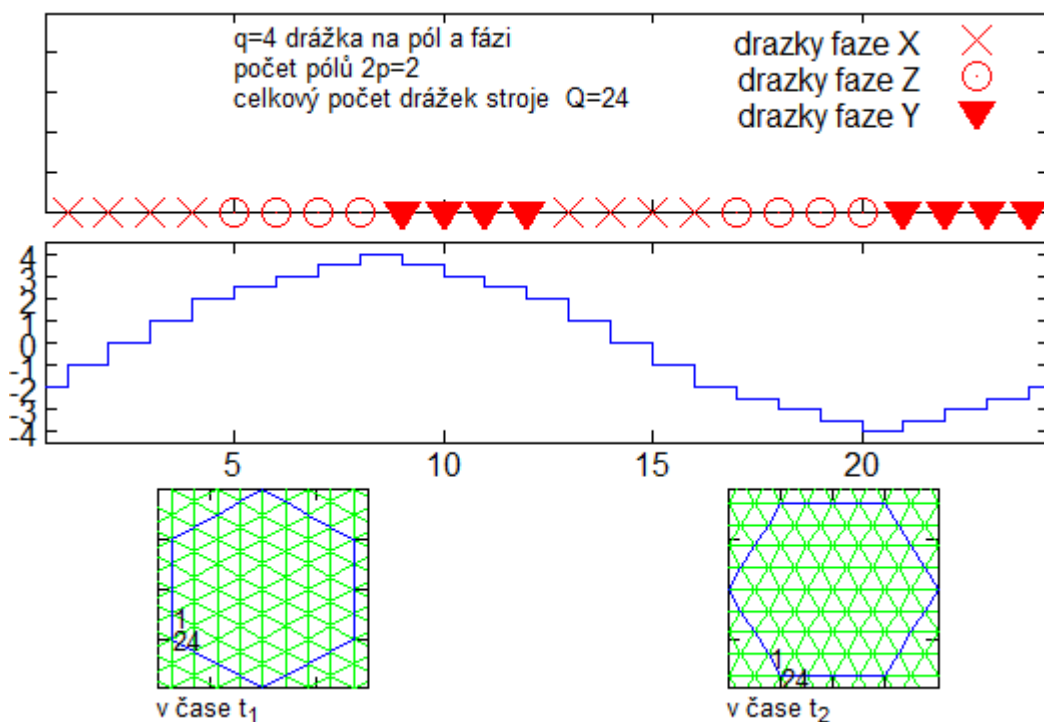
Obr. 42 Görgesův diagram jednovrstvého vinutí $q = 1$, $2p = 6$.

Zvýšením počtu drážek na pól a fázi na $q = 3$ má Görgesův diagram opět tvar šestiúhelníku, ve kterém každé drážce připadne strana trojúhelníka podle jejího proudového obsahu v daném časovém okamžiku. Jinak řečeno, zakreslená drážka fáze s maximálním proudem, promítnutá do časové přímky, má velikost rovnu straně trojúhelníka. Teče-li drážkou proud poloviční, pak bude velikost promítnuté drážky rovna polovině strany trojúhelníka a konečně, je-li proud drážky o velikosti $0,866 \cdot I_m$ (časový okamžik t_2), pak se promítnutá velikost vektoru proudu rovná výšce trojúhelníka. Dalším zvyšováním počtu drážek na pól a fázi u jednovrstvých vinutí se výsledný tvar pole nezlepší, zůstává stále šestiúhelníkem. Zjemní se jeho zubování a zlepší se hodnota diferenčního rozptylu. V tab. 2 jsou uvedeny hodnoty diferenčních rozptylů pro jednovrstvá vinutí s plným krokem. Obr. 43 a 44 ukazuje tvary diagramů vinutí pro $q = 3$ a $q = 4$.

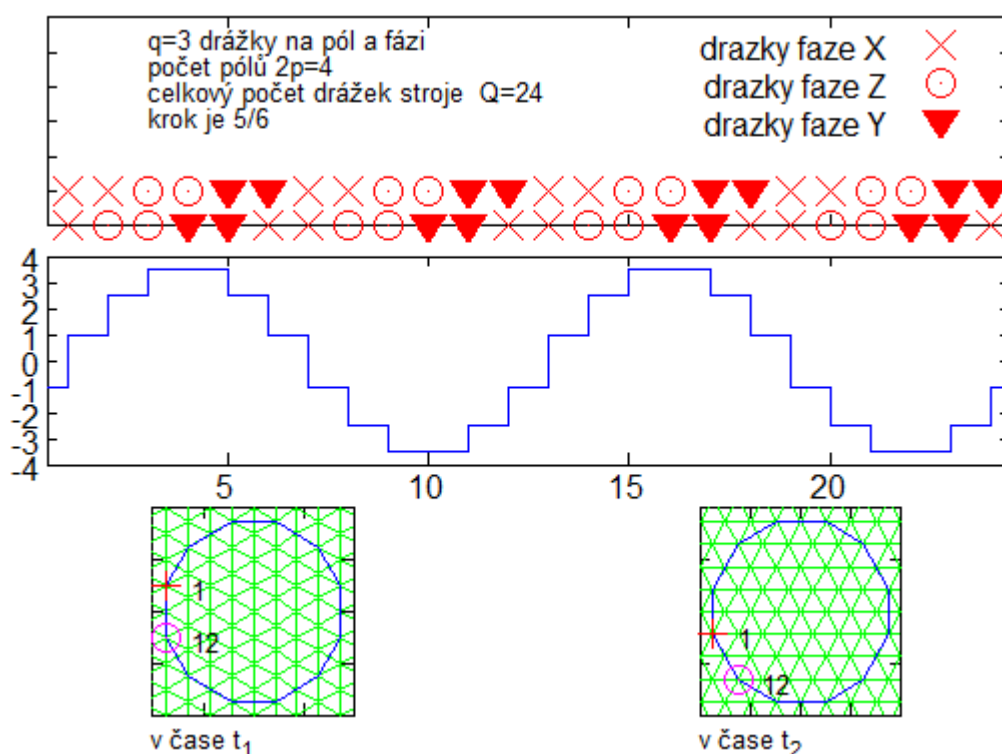


q [-]	1	2	3	4	5	∞
d_R [%]	9,67	2,853	1,362	0,821	0,52	0,217

Tab. 2 Diferenční rozptyly jednovrstvých vinutí (převzato z [4]).

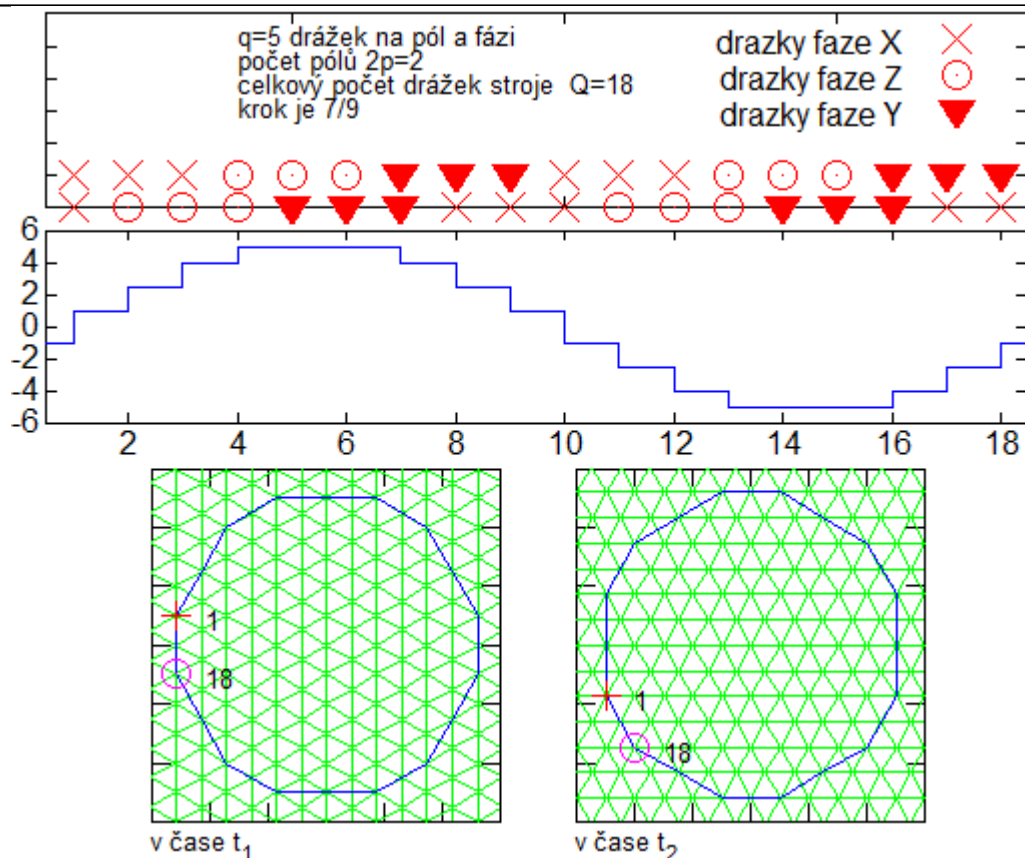
Obr. 43 Görgešův diagram jednovrstvého vinutí $q = 3$, $2p = 2$.Obr. 44 Görgešův diagram jednovrstvého vinutí $q = 4$, $2p = 2$.

U většiny strojů se používá dvouvrstvých vinutí, kde lze vhodným zkrácením kroku získat lepší tvar magnetického pole. Pokud provedeme dvouvrstvé vinutí s plným krokem, bude tvar pole šestiúhelníkem, stejně jak je tomu u jednovrstvých vinutí. Zkrácením kroku přejde pole na tvar osmiúhelníku, který se více blíží kružnici. Příliš velkým zkrácením kroku se tvar pole může naopak hodně zhoršit. Doporučené zkrácení kroku je okolo $0,8 \cdot Q_p$. U dvouvrstvých vinutí případnou na jednu drážku dvě strany trojúhelníka, jejich orientace a směr jsou opět přiřazeny podle rozložení fází v drážkách. Görgesův diagram se kreslí podobně, jako je uvedeno v 3.1. Pro každou drážku se zakreslí první a po ní druhá vrstva, dále následuje první vrstva další drážky. Obr. 45 je ukázka pole dvouvrstvého vinutí se zkráceným krokem o počtu pólů $2p = 4$, počet drážek na pól a fázi jedné vrstvy je 2. Celkový počet drážek na pól a fázi obou vrstev se rozšíří na 3. To je způsobeno vlivem zkráceného kroku na $5/6 Q_p$. Ve zlomku je jmenovatel šířka pólové rozteče podle (1.5) a čísel je počet drážkových mezer mezi stranami zkrácené cívky neboli drážkový krok z (1.3).

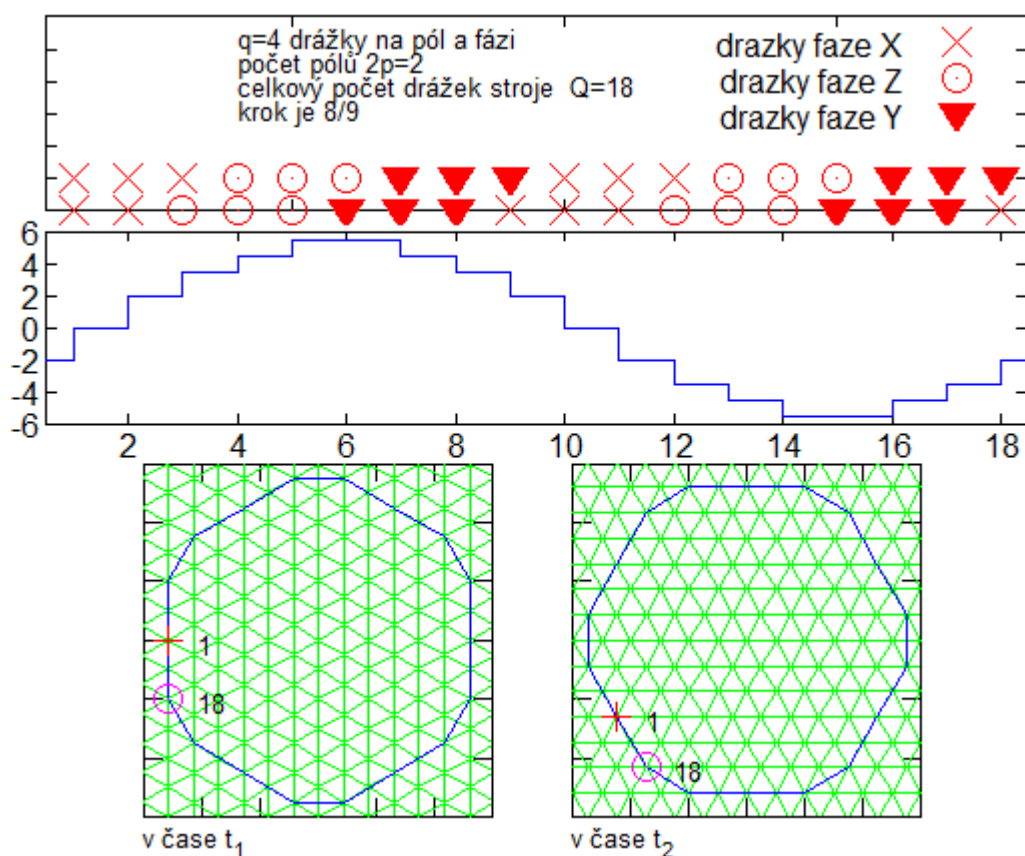


Obr. 45 Görgesův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{lv} = 2$, $2p = 4$, $y = 5/6 Q_p$.

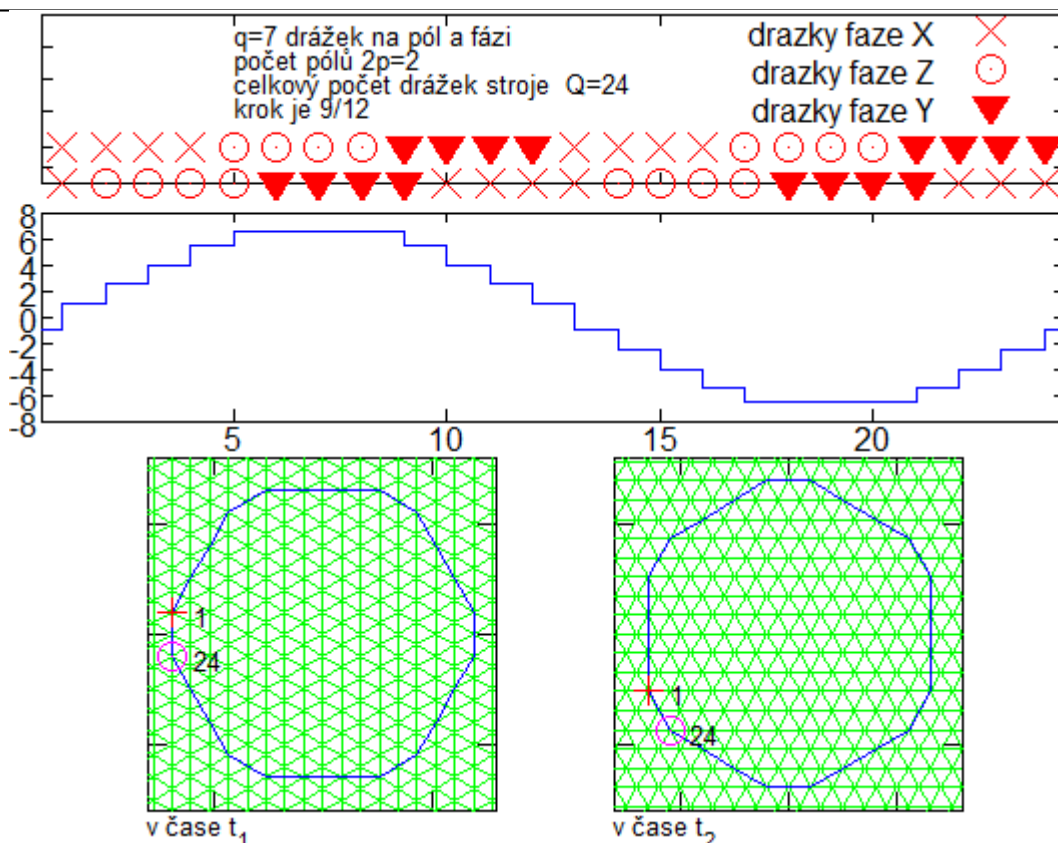
Obr. 46 až 50 jsou ukázkové příklady Görgesových diagramů pro různé typy dvouvrstvých vinutí s různými kroky. Parametry ukázkových příkladů jsou vždy uvedeny v obrázku.



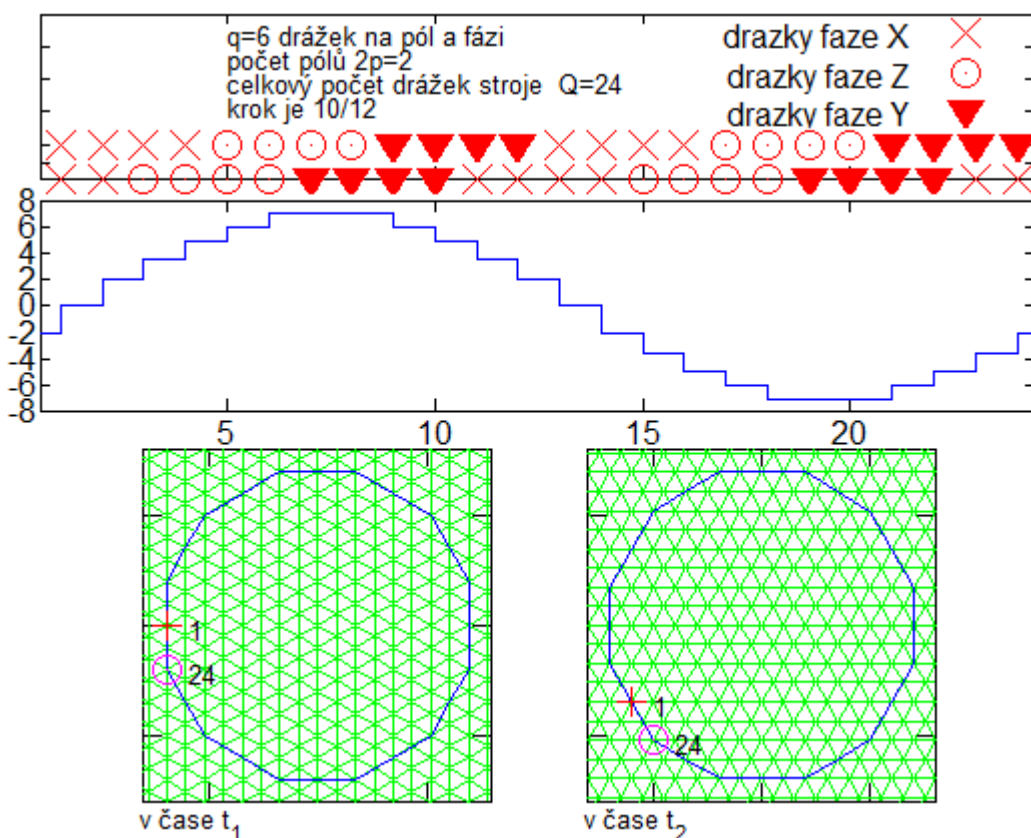
Obr. 46 Görgešův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{lv} = 3$, $2p = 2$, $y = 7/9 Q_p$.



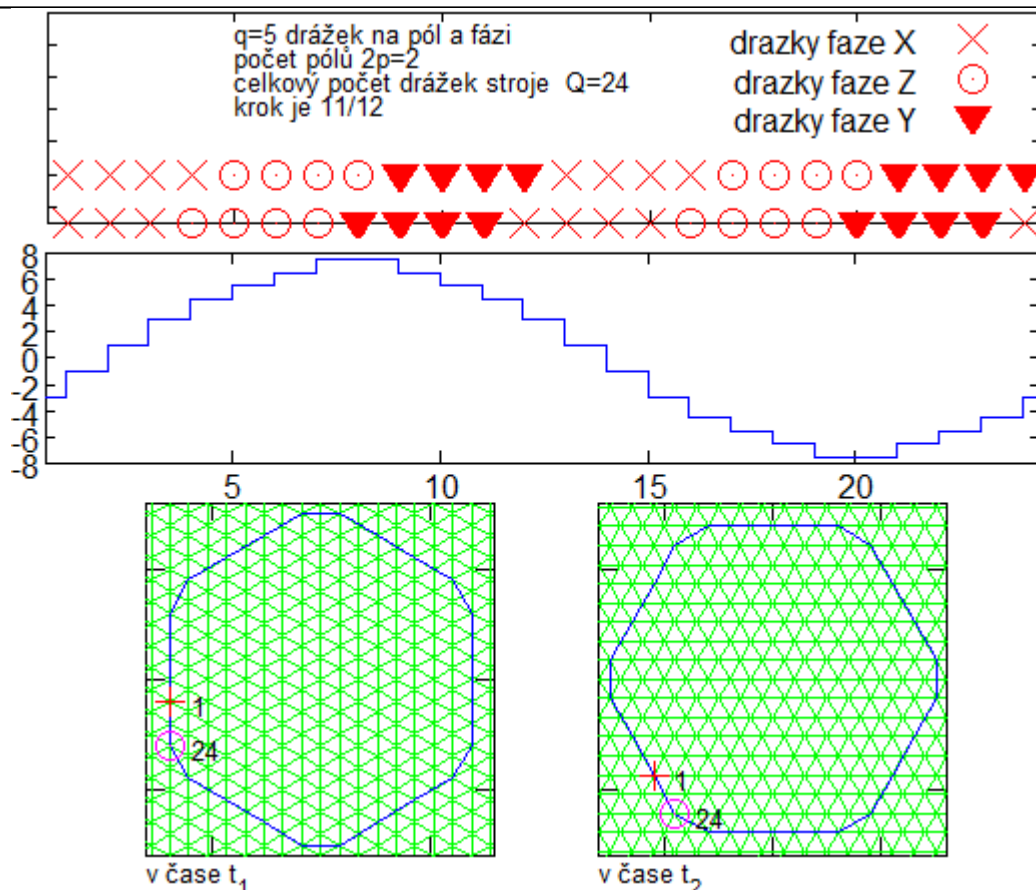
Obr. 47 Görgešův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{lv} = 3$, $2p = 2$, $y = 8/9 Q_p$.



Obr. 48 Görgešův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{lv} = 4$, $2p = 2$, $y = 9/12 Q_p$.



Obr. 49 Görgešův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{lv} = 4$, $2p = 2$, $y = 10/12 Q_p$.



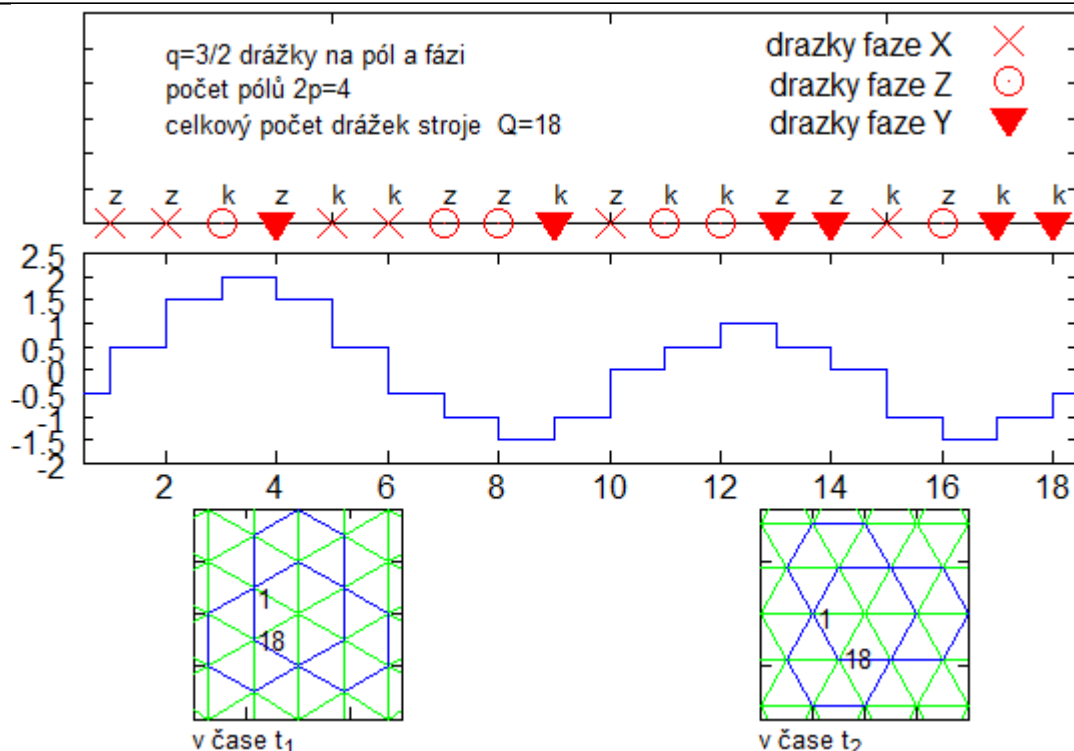
Obr. 50 Görgesův diagram dvouvrstvého vinutí $q_{lv} = 4$, $2p = 2$, $y = 11/12 Q_p$.

U synchronních generátorů s vysokým počtem pólů a menším průměrem těla statoru vychází někdy příliš úzké drážky, aby mohlo být vinutí realizováno s $q = 2$. V takovém případě se použije zlomkového vinutí s $q = 3/2$ nebo $q = 5/4$. Toto vinutí má výhodnější vlastnosti než kdyby bylo použito vinutí s $q = 1$. Zlomkové vinutí může být ve výjimečných případech použito i v případě, kdy je potřeba převinout vinutí statorů asynchronního stroje na jiný počet pólů a toto nelze realizovat s celým q . Standardně se u asynchronních strojů nepoužívá, neboť tvar pole má velice daleko do kružnice.

Se zlomkovým q lze provést jen vinutí, které dá na stroji celý počet cívek ve fázi. U jednovrstvého vinutí je počet cívek ve fázi pq , proto q musí mít ve jmenovateli počet dvojic pólů: $2p = 4$; $q = 3/2$, 2 , $5/2$, U dvouvrstvého vinutí je ve fázi $2pq$ cívek, proto q musí mít ve jmenovateli počet pólů: $2p = 4$; $q = 5/4$, $q = 7/4$,⁶ U dvouvrstvého vinutí lze provést všechny variace, u jednovrstvého lze všechna vinutí provést jako soustředná s čely ve třech polohách. S čely ve dvou polohách a se stejnými cívkami lze provést jen některá vinutí.⁷ Na obr. 51 je zobrazen tvar pole jednovrstvého vinutí s $q = 3/2$, $2p = 4$. Magnetické toky pólů jsou různé, a tak se Görgesův diagram uzavře až po zakreslení proudových obsahů všech drážek.

⁶ Cigánek, L., Bauer, M.: *Elektrické stroje a Přístroje*. 2. vydání. Praha: SNTL, 1957. s. 247

⁷ Cigánek, L., Bauer, M.: *Elektrické stroje a Přístroje*. 2. vydání. Praha: SNTL, 1957. s. 247


 Obr. 51 Görgešův diagram jednovrstvého zlomkového vinutí $q = 3/2$, $2p = 4$.

Tvar pole tohoto vinutí je velmi špatný, proto je výhodnější použít vinutí dvouvrstvého s $q = 3/2$, $2p = 4$. Pokud bude toto vinutí provedeno z cívek se stejným krokem, je možné přiřadit drážky fázím pomocí Tingleyho schématu pro návrh vinutí. Vlastní schéma se skládá z políček uzavřených dvojitou čarou v tab. 3. Počet čtverečků a rozmístění čísel ve schématu určuje pólová rozteč (1.5) vyjádřená pomocí zlomku. V našem případě bude zlomek vypadat následovně:

$$Q_p = mq = 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

Čísel určuje počet čtverečků v řádku (na jeden pól). Musí být dělitelný třemi, aby bylo možné řádky rovnoměrně rozdělit mezi fáze. Jmenovatel řídí přiřazování čísel. Jako první zapíšeme číslo 1 do prvního čtverečku. Jmenovatel je dvojka, takže první zapsání blokuje první dva čtverečky v řádku, do nich už nelze zapisovat. Číslo 2 zapíšeme do následujícího volného čtverečku, který je v pořadí třetí. Při každém zapsání se blokuje tolik čtverečků jako je jmenovatel Q_p . Číslo 3 tedy bude v pátém čtverečku. Tímto způsobem se vyplní celá tabulka, jakoby póly ležely na jednom řádku za sebou v pořadí I až IV.

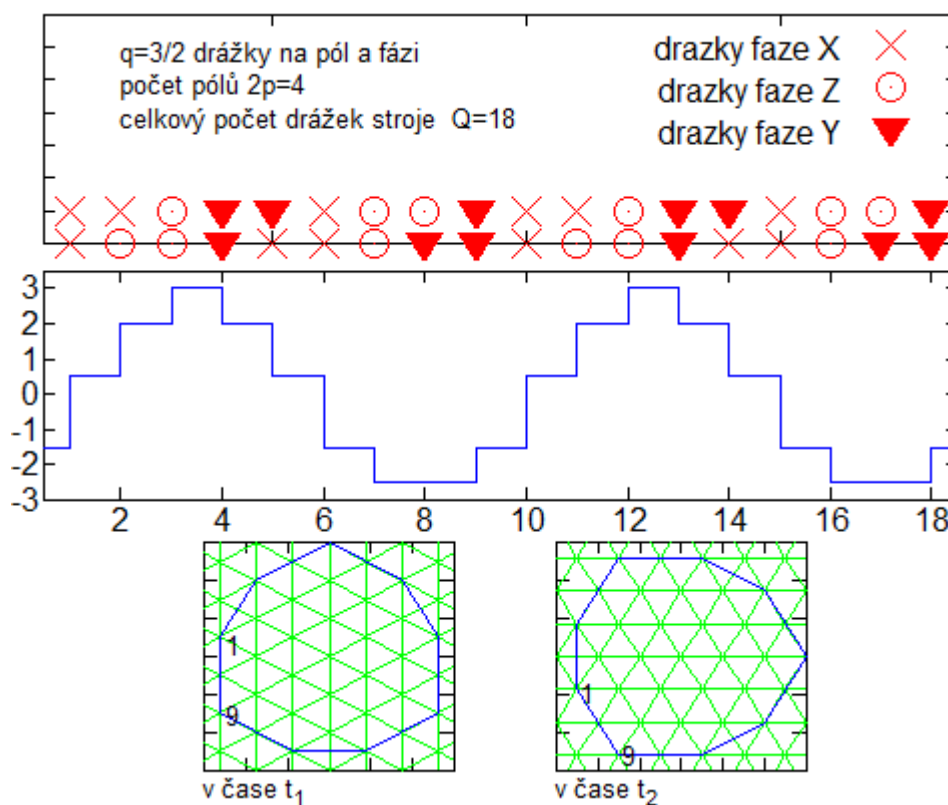
Čísla ve schématu jsou drážky stroje, těm jsou v pořadí zprava do leva přiřazovány fáze podle tab. 3, po přiřazení drážek prvnímu pólu (I), následuje pól další. Tímto způsobem dostáváme rozložení fází v jedné vrstvě. Druhá vrstva má rozložení stejné posunuté o krok doleva. Krok se zpravidla volí mírně zkrácený. Plný krok podle (1.5) pro vinutí na obr. 52 je $y_p = 4,5$. Stejně cívky ze kterých je vinutí složeno mají krok $y = 4/4,5Q_p$.

Pro dvouvrstvé zlomkové vinutí sestavené podle výše uvedených odstavců je Görgešův diagram na obr. 52. V tab. 3 vidíme, že mají elementární póly shodné přidělení drážek. Obrazec

diagramu se proto uzavírá po první dvojici pólů a má tvar devítiúhelníku. Porovnáním diagramů na obr. 51 a 52 je na první pohled vidět, že dvouvrstvé vinutí je výhodnější.

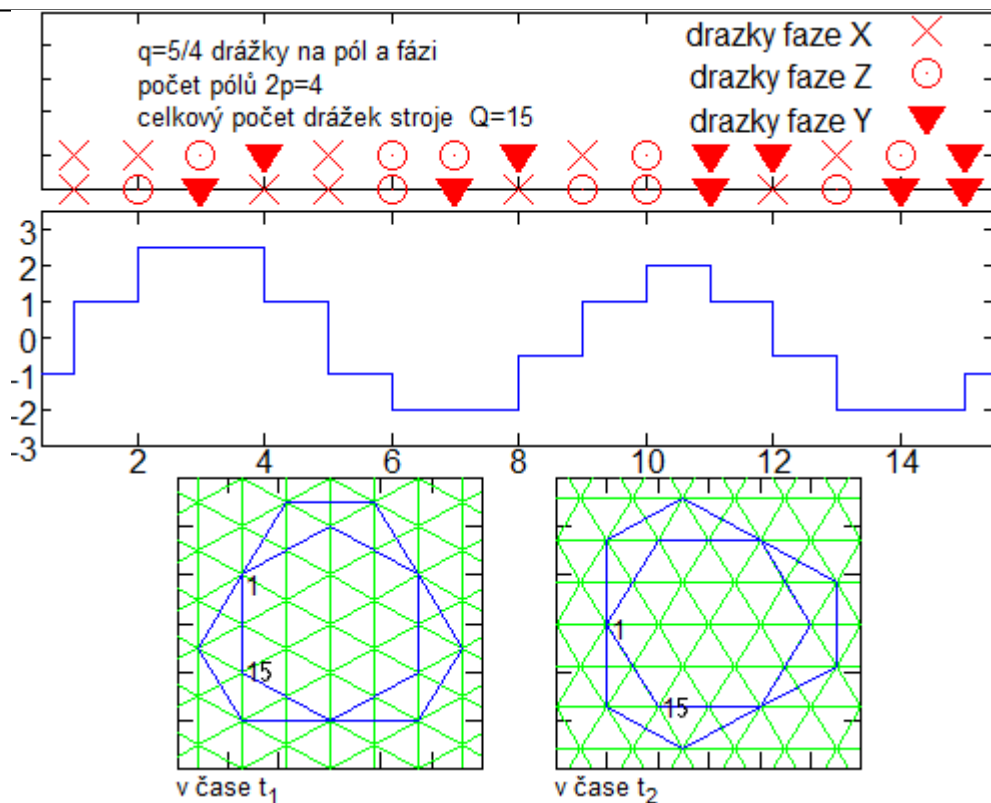
Fáze Pól	X			Z			Y			Elementární póly
I	1		2		3		4		5	A
II		6		7		8		9		
III	10		11		12		13		14	B
IV		15		16		17		18		

Tab. 3 Tingleyho schémata pro návrh vinutí.

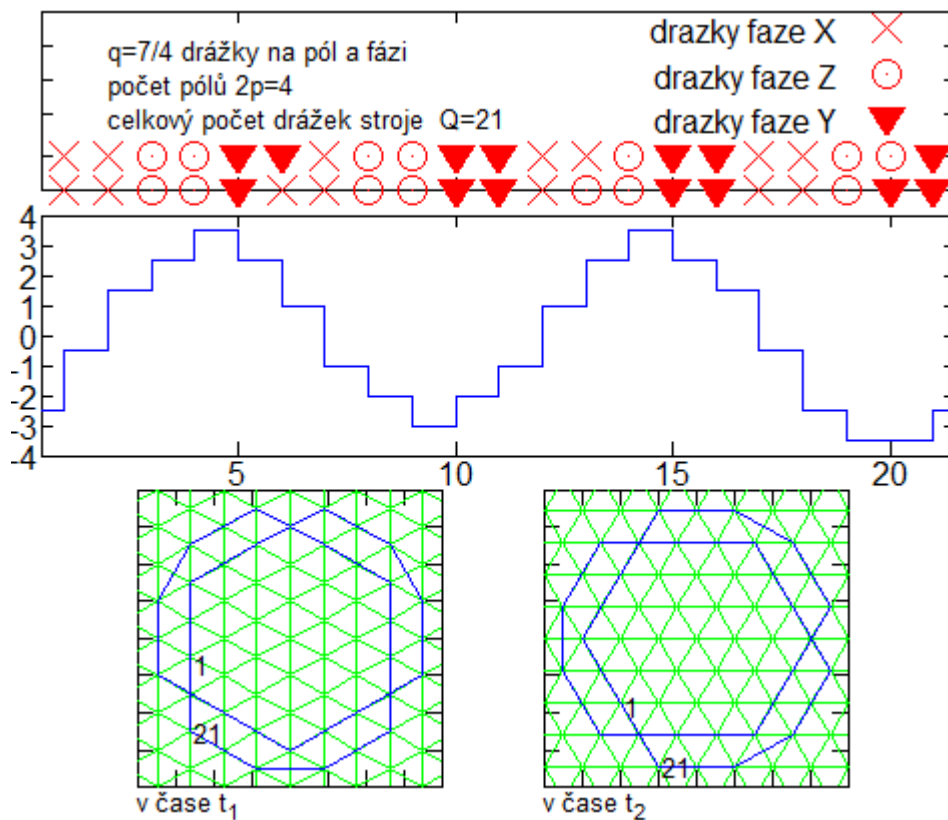


Obr. 52 Görgesův diagram dvouvrstvého zlomkového vinuti $q = 3/2$, $2p = 4$, $y = 4/4,5Q_p$.

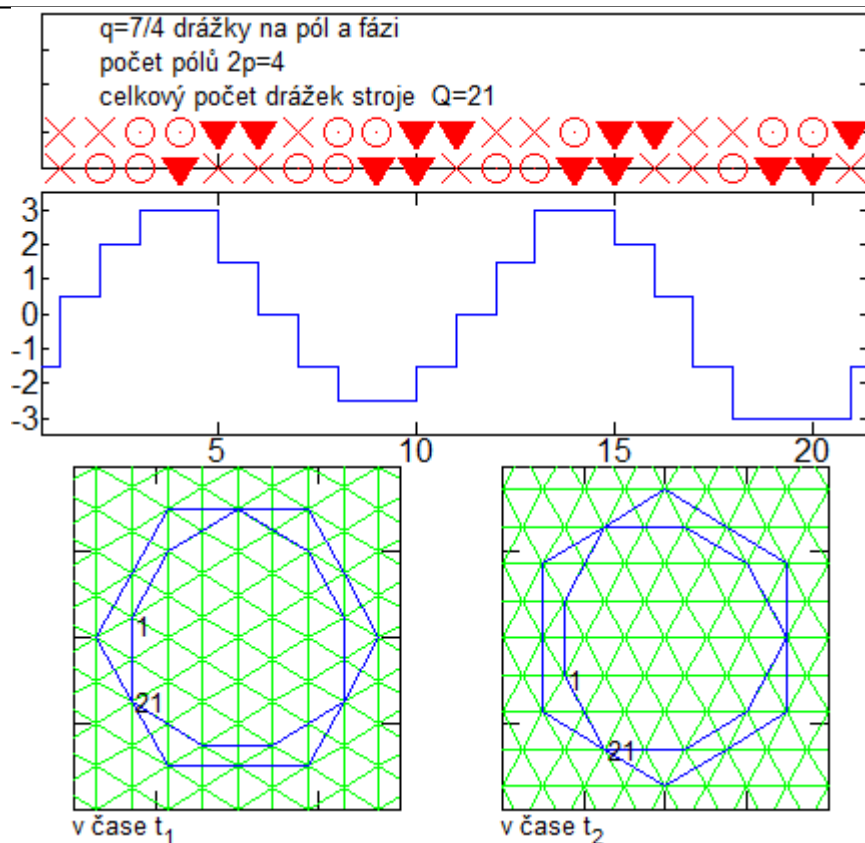
Na obr. 53 je diagram pro pole $q = 5/4$, $2p = 4$, $y = 3/3,75Q_p$. Obr. 54, 55 a 56 ukazují diagramy pole dvouvrstvého zlomkového vinutí $q = 7/4$, $2p = 4$, postupně pro krok mírně zkrácený $y = 5/5,25Q_p$, zkrácený $y = 4/5,25Q_p$ a prodloužený $y = 6/5,25Q_p$.



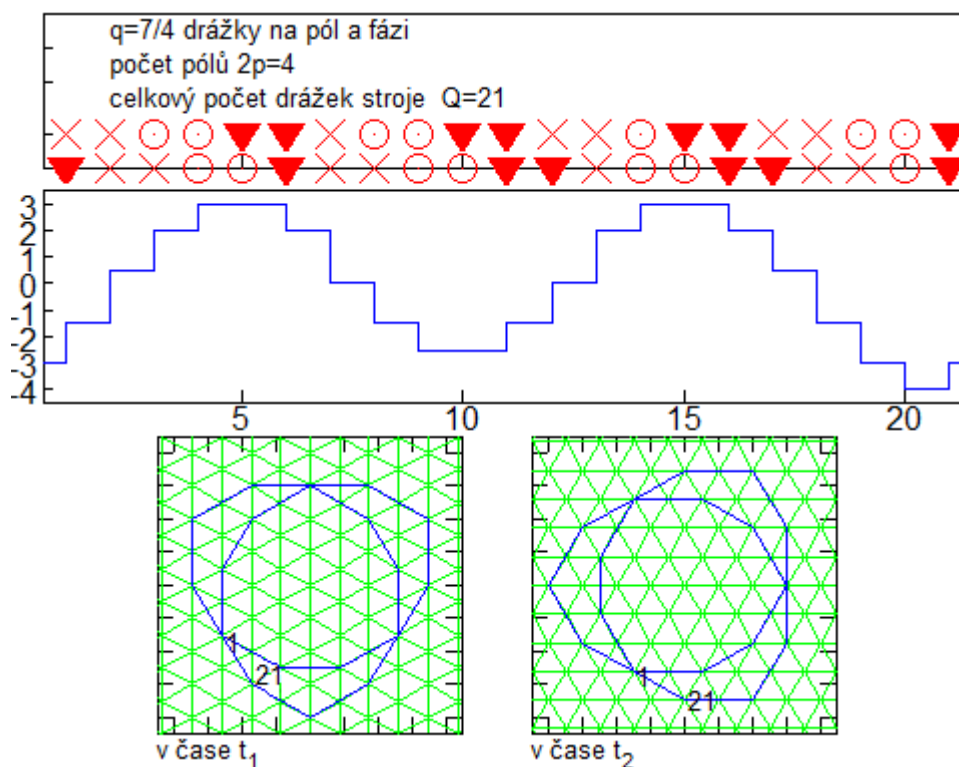
Obr. 53 Görgeův diagram dvouvrstvého zlomkového vinutí $q = 5/4$, $2p = 4$,
 $y = 3/3,75Q_p$.



Obr. 54 Görgeův diagram dvouvrstvého zlomkového vinutí $q = 7/4$, $2p = 4$,
 $y = 5/5,25Q_p$.



Obr. 55 Görgešův diagram dvouvrstvého zlomkového vinutí $q = 7/4$, $2p = 4$, $y = 4/5,25Q_p$.



Obr. 56 Görgešův diagram dvouvrstvého zlomkového vinutí $q = 7/4$, $2p = 4$, $y = 6/5,25Q_p$.

4 Činitele vinutí

Provede-li se geometrický a aritmetický součet elektromotorických sil jedné fáze, pak podíl těchto součtů je obecné vyjádření činitele vinutí, označme ho k_v [5]. k_v určuje zmenšení indukované elektromotorické síly ve vinutí. Ovlivňujícími faktory jsou zkrácení kroku, rozložení vinutí do více drážek a natočení drážek.

$$k_v = \frac{E}{\sum E_1} \quad (4.1),$$

kde $E...[-]$ je velikost výslednice vektorového součtu elektromotorických sil jedné fáze a $E_1...[-]$ je jednotková velikost pro působící stranu cívky v jedné vrstvě drážky (odpovídá jedné straně trojúhelníka v Görgesově diagramu).

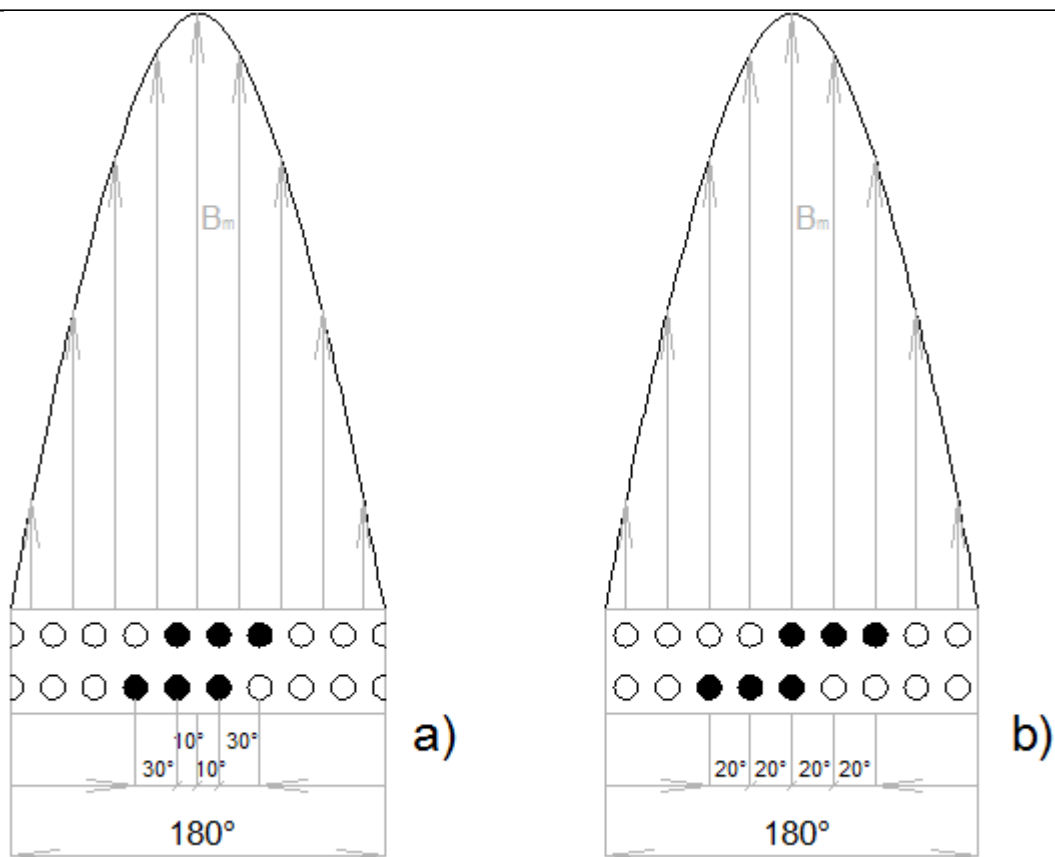
Na obr. 57 je zakresleno rozložení drážek jedné fáze pro vinutí $q_{1v} = 3$, $2p = 2$, a) $y = 8/9 Q_p$, b) $y = 7/9 Q_p$. Výpočet činitele vinutí podle rozložení drážek vychází z Tingleyho schématu, to ukazuje rozložení cívkových stran v magnetickém poli po celém obvodu vzduchové mezery. Pokud je možné vinutí rozdělit na více stejných elementárních pólů, stačí provést výpočet jednoho. Pro vyznačené drážky jsou zakresleny vektory a jejich součty na obr. 58. Dosazením do (4.1) dostáváme činitele uvedeného vinutí pro různé kroky.

a)

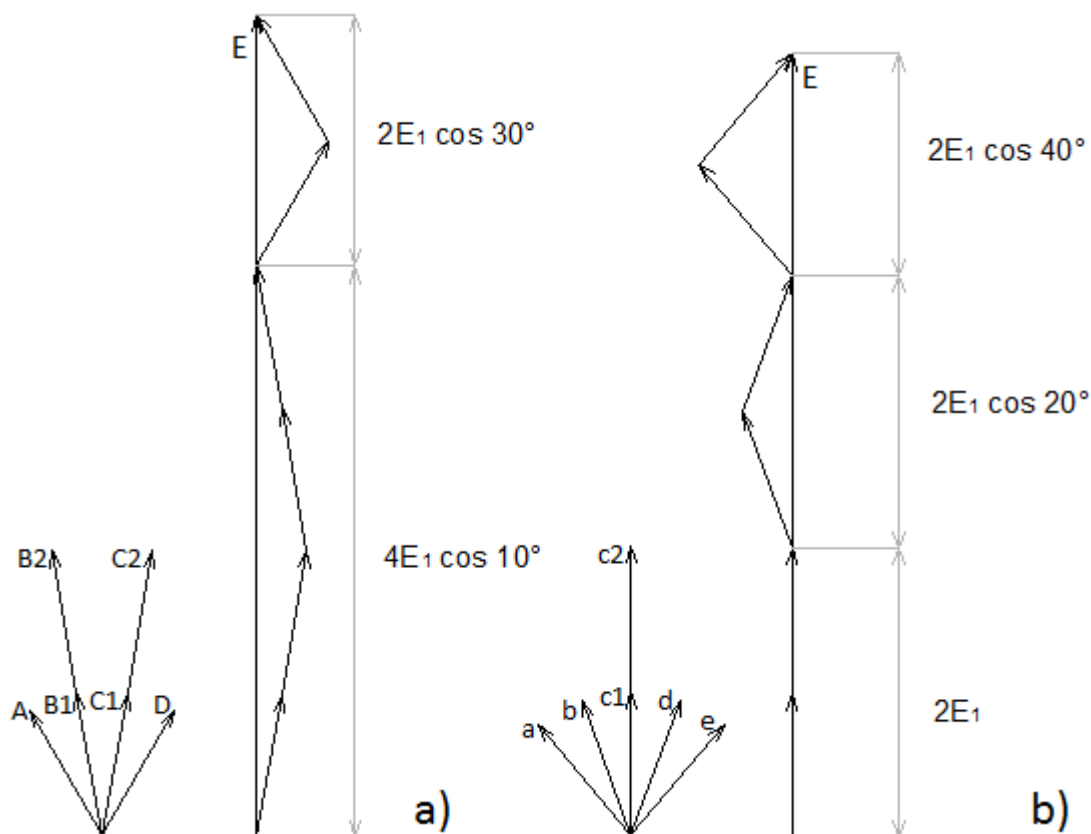
$$k_{v8/9} = \frac{E}{\sum E_1} = \frac{4 \cdot E_1 \cdot \cos 10^\circ + 2 \cdot E_1 \cdot \cos 30^\circ}{6} = \frac{5,671}{6} = 0,945$$

b)

$$k_{v7/9} = \frac{E}{\sum E_1} = \frac{2 \cdot E_1 + 2 \cdot E_1 \cdot \cos 20^\circ + 2 \cdot E_1 \cdot \cos 40^\circ}{6} = \frac{5,411}{6} = 0,902$$



Obr. 57 Rozložení drážek jedné fáze pro vinutí $q_{lv} = 3$, $2p = 2$,
a) $y = 8/9 Q_p$, b) $y = 7/9 Q_p$.



Obr. 58 Vektory drážek z obr. 57 a jejich geometrický součet.



Výpočet činitele vinutí můžeme provést také pomocí rovnic (4.2), (4.3) a (4.4) [5]. Tyto rovnice je možné použít pouze pro vinutí, které mají q rovno celému číslu. Analytické vyšetření činitele vinutí zlomkových a jeho obecné vyjádření je velice komplikované a nad rámec obsahu bakalářské práce.

$$k_v = k_q \cdot k_y \quad (4.2)$$

$$k_q = \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{q \cdot \sin \frac{\pi}{2mq}} \quad (4.3)$$

$$k_y = \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{Q_p} \right) \quad (4.4),$$

kde $k_v \dots [-]$ je celkový činitel vinutí, $k_q \dots [-]$ je drážkový činitel, $k_y \dots [-]$ je činitel kroku, $m \dots [-]$ je počet fází, $q \dots [-]$ je počet drážek na pól a fázi, $y \dots [-]$ je krok vinutí, $Q_p \dots [-]$ je počet drážek pólové rozteče. Činitelé $\xi_{sv'}$ a $\xi_{kv'}$ v kapitole 2.6 jsou také odvozeny z obecné definice (4.1), jsou obdobné k_q , k_y . Vlivem jiného úhlu nahlížení na danou problematiku a určitých zjednodušení se výsledný výraz liší. Dosazením parametrů do těchto rovnic také dostaneme činitele vinutí. Argument funkce $\sin$ je v radiánech.

a)

$$k_q = \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{q \cdot \sin \frac{\pi}{2mq}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 3}}{3 \cdot \sin \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3}} = 0,96$$

$$k_y = \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{Q_p} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{8}{9} \right) = 0,985$$

$$k_{v8/9} = k_q \cdot k_y = 0,96 \cdot 0,94 = 0,945$$

b)

$$k_q = \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{q \cdot \sin \frac{\pi}{2mq}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 3}}{3 \cdot \sin \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 3}} = 0,96$$

$$k_y = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{Q_p}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{7}{9}\right) = 0,94$$

$$k_{v7/9} = k_q \cdot k_y = 0,96 \cdot 0,94 = 0,902$$

Porovnáním uvedených výsledků zjistíme, že vinutí s krokem 8/9 má celkový činitel vinutí vyšší. Na obr. 46 a 47 jsou zakresleny pro výše uvedený příklad Görgesovy diagramy. Obě pole mají tvar osmiúhelníku. U vinutí s krokem 7/9 mění mezidrážkové body svou polohu v krajních mezích (časy t_1, t_2) méně než u vinutí s krokem 8/9. Proto můžeme říci, že je vinutí s krokem 7/9 i přes menší činitel výhodnější. Záleží ovšem na konkrétním použití.

5 ZÁVĚR

V této bakalářské práci jsem provedl analýzu průběhů intenzity magnetického pole v konstantní vzduchové mezeře elektrického točivého stroje. Postupně jsou zobrazeny průběhy intenzity od jednoho vodiče až po m – fázové statorové vinutí. Dále je specifikováno trojfázové statorové vinutí a klecové rotorové vinutí, pro které jsou rovněž zobrazeny průběhy intenzity. Výhodou tohoto vyjádření je relativní jednoduchost a nenáročnost na výpočet. Výstupem může být porovnání různých vinutí, jak je uvedeno v části 2.6. Např. pokud dvě různá vinutí vytvoří harmonické stejných řádu a amplitud, můžeme je považovat za rovnocenná, co se týká jejich dalších vlastností. Můžeme zobrazovat různé harmonické a jejich parametry. Z diagramu magnetomotorických sil je např. na první pohled vidět, zda pole obsahuje sudé harmonické a subharmonické. Pokud je obrazec diagramu v každém časovém okamžiku souměrný podle středu, který tvoří časová osa, víme, že pole tyto rušivé harmonické neobsahuje. Dále je z něho možné posoudit jak moc se budou vyšší harmonické v celkovém magnetickém poli projevovat. Čím více se obrazec vzdaluje od tvaru kružnice, tím více je toto pole ovlivňováno vyššími harmonickými. Z diagramů je možné posuzovat i jakost vinutí, čili diferenční rozptyl, tímto směrem by se dala práce dále rozvinout. Průběhy magnetických polí jsou podle rovnic vytvořeny v softwaru Microsoft Excel 2010. Pro obrázky Görgesových diagramů jsem zvolil software QtOctave version 0.9.1, volně dostupný ke stažení na internetu. Ostatní obrázky jsou nakresleny ve studentské verzi AutoCadu 2012.



LITERATURA

- [1] Heller, B., Hamata, V.: *Přídavná pole, síly a ztráty v asynchronním stroji*. 1. vydání. Praha: Academia ČSAV, 1961. 204 s.
- [2] Myslík, J.: *Elektromagnetické pole: základy teorie*. Praha: BEN, 1998. 160 s.
- [3] Cigánek, L.: *Stavba elektrických strojů*. 1. vydání. Praha: SNTL, 1958. 716 s.
- [4] Kučera, J., Hapl, J.: *Vinutí elektrických strojů točivých*. 1. vydání. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1959. 900 s.
- [5] Cigánek, L., Bauer, M.: *Elektrické stroje a Přístroje*. 2. vydání. Praha: SNTL, 1957. 640 s.
- [6] Bašta, J., Chládek, J., Mayer, I.: *Teorie elektrických strojů*. 1. vydání. Praha: SNTL, 1968. 584 s.
- [7] Wiedemann, E., Kellenberger, W.: *Konstrukce elektrických strojů*. 1. vydání. Praha: SNTL, 1973. 652 s.
- [8] Sequenz, H. a kol.: *Technologie vinutí elektrických strojů točivých*. 1. vydání. Praha: SNTL, 1980. 312 s.
- [9] Červený, J.: *Stavba elektrických strojů*. Dostupné z http://vyuka.fel.zcu.cz/kev/SES1_2/P%FDedn%A0%E7ky/Stavba%20elektrick%ECch%20stroj%85.pdf [cit. 2012-04-18]
- [10] Homola, L.: *Elektrické stroje na střídavý proud příručka pro techniky a studující průmyslových škol*. 4. doplněné vydání. Praha: Nakladatelství I. L. Kober, 1947. 189 s.
- [11] Büllow, J.: *Matlab, sbírka jednoduchých příkladů pro řešení elektrotechnických a fyzikálních úloh*. 1. Vydání. Západočeská universita v Plzni, 2007. 76 s.
- [12] Eaton, J., W.: *GNU Octave*. Dostupné z http://www.sce.carleton.ca/faculty/adler/octave/octave_manual.pdf [cit. 2012-01-13]
- [13] Zejsek, V.: *Matematické modelování s Octave a QtOctave*. Dostupné z <http://www.linuxexpres.cz/software/matematicke-modelovani-s-octave-a-qt octave> [cit. 2012-01-22]
- [14] Eaton, J., W., Bateman D., Hauberg, S.: *GNU Octave, Free your numbers*. Dostupné z <http://www.gnu.org/software/octave/octave.pdf> [cit. 2012-02-21]
- [15] Kohout, J.: *Matlab: přehled exportu grafického výstupu*. Dostupné z <http://jankoweb.tode.cz/blog/odborny-sw/matlab-prehled-exportu-grafickeho-vystupu/> [cit. 2012-02-6]
- [16] Just, M.: *Octave, český průvodce programem*. Dostupné z <http://www.octave.cz/> [cit. 2012-02-7]
- [17] Sigmon, K.: *Matlab Primer CZ*. Dostupné z <http://artax.karlin.mff.cuni.cz/~beda/cz/matlab/primer-cz/matlab-primer.html#toc>
- [18] Richterek, L.: *Dynamické modelování v programu GNU Octave*. Dostupné z <http://muj.optol.cz/richterek/lib/exe/fetch.php?media=texty:dynmod.pdf> [cit. 2012-02-10]