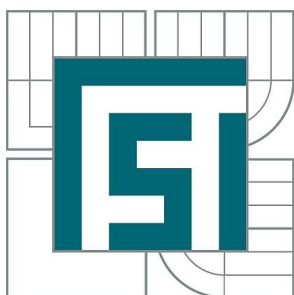


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

DYNAMICKÉ VLASTNOSTI ROTORU KMITAJÍCÍHO V TEKUTINĚ

DYNAMIC BEHAVIOR OF ROTOR DYNAMICS SYSTEM VIBRATING IN A LIQUID

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. MICHAL CHLUD

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. EDUARD MALENOVSKÝ,
DrSc.

BRNO 2010

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Akademický rok: 2009/2010

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Michal Chlud

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Dynamiccké vlastnosti rotoru kmitajícího v tekutině

v anglickém jazyce:

Dynamic behavior od rotor dynamics stystem vibrating in a liquid

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výpočtová a experimentální analýza rotoru vírové turbíny.

Cíle diplomové práce:

1. Vytvořte model rotorové soustavy vírové turbíny v prostředí ANSYS s využitím modulu Flortran.
2. Výpočet verifikujte experimentální analýzou za klidu a za rotace.

Seznam odborné literatury:

Gash, R., Nordmann, R., Pfützner, H.: Rotordynamik. Springer, Berlin. 2002. p. 705.

Axisa, F., Antunes, J.: Modelling of Mechanical Systems Fluid-Structure Interaction, Volume 3. Elsevier 2007. p.

Charing, M., Gartmeier, O.: A Finite Element Procedure for Calculating Fluid-Structure Interaction Using MSC/NASTRAN. NASA Technical Memorandum 102857, Amens Research center, Moffett Fiels, USA 1990. p. 162.

Vedoucí diplomové práce: prof. Ing. Eduard Malenovský, DrSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2009/2010.

V Brně, dne 19.11.2009

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá dynamickými vlastnostmi rotoru vírové turbíny. Primárně je studován vliv snížení vlastních frekvencí rotoru v důsledku interakce s vodním prostředím, a to pro různé úrovně ponoření rotoru do kapaliny. Následuje zjištění vlastních frekvencí rotoru vírové turbíny při provozních otáčkách.

Problém je řešen výpočtovým modelováním v systému ANSYS, kdy je tekutina modelována pomocí akustických prvků. Dosažené výsledky jsou porovnány s experimentem.

ABSTRACT

This thesis deals with dynamic behavior of swirl turbine vibrating in a liquid. Primarily is studied decrease of natural frequencies of rotor due the interaction with fluid environment, namely for different levels of submerged rotor in fluid. After that follows the detection of natural frequencies of swirl turbine in operating speed.

The problem is solved by computational modeling in ANSYS system. For this solution is used acoustic elements method. The results are compared with experiment.

KLÍČOVÁ SLOVA

Interakce tělesa s tekutinou, rotorová soustava, akustický prvek, FLUID30

KEY WORDS

Fluid-structure interaction, rotor system, acoustic element, FLUID30

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

CHLUD, M. *Dynamické vlastnosti rotoru kmitajícího v tekutině*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 56 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Eduard Malenovský, DrSc.

PROHLÁŠENÍ

Tímto prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně za pomoci vedoucího práce a s použitím uvedené literatury.

V Brně dne 20.5.2010

.....

Bc. Michal Chlud

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Eduardu Malenovskému, DrSc. za odborné vedení, připomínky a cenné rady při realizaci této práce.

OBSAH

1. Úvod.....	10
2. FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE ŘEŠENÍ.....	11
3. REŠERŠE DOSTUPNÉ LITERATURY SOUVISEJÍCÍ S ŘEŠENOU PROBLEMATIKOU	12
4. ANALÝZA PROBLÉMU	15
4.1 POPIS OBJEKTU	15
4.2 SYSTÉMOVÝ PŘÍSTUP	18
4.3 TYP PROBLÉMU	19
4.4 VÝBĚR METODY PRO URČENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ ROTORU V KAPALINĚ	20
4.5 VÝBĚR METODY PRO URČENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ ROTORU ZA ROTACE.....	22
5. STANOVENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ ROTORU V INTERAKCI S TEKUTINOU	23
5.1 MODEL GEOMETRIE HŘÍDELE S KOTOUČEM	23
5.2 MODEL GEOMETRIE ROTORU S LOPATKOVÝM KOLEM.....	26
5.3 MODEL GEOMETRIE OKOLNÍ KAPALINY	28
5.4 MODEL MATERIÁLU	30
5.5 DISKRETIZACE MODELU GEOMETRIE	31
5.6 MODEL VAZEB	33
5.7 PREZENTACE VÝSLEDKŮ ÚLOHY	34
5.8 EXPERIMENTÁLNÍ MODÁLNÍ ANALÝZA ZA KLIDU	40
5.9 ANALÝZA VÝSLEDKŮ A POROVNÁNÍ S EXPERIMENTEM	42
6. URČENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ ROTORU ZA ROTACE.....	43
6.1 MODEL GEOMETRIE	43
6.2 MODEL MATERIÁLŮ	43
6.3 DISKRETIZACE MODELU GEOMETRIE	44
6.4 MODEL VAZEB	44
6.5 ZAHRNUTÍ DYNAMICKÝCH VLASTNOSTÍ LOPATKOVÉHO KOLA A PŘÍDAVNÉ HMOTNOSTI OD KAPALINY	45
6.6 VÝPOČTOVÁ MODÁLNÍ ANALÝZA	47
6.7 CAMPBELLŮV DIAGRAM A JEHO ANALÝZA.....	47

6.8 EXPERIMENTÁLNÍ MODÁLNÍ ANALÝZA ZA ROTACE	48
6.9 ANALÝZA VÝSLEDKŮ A POROVNÁNÍ S EXPERIMENTEM	50
ZÁVĚR	51
SEZNAM POUŽITÉHO ZNAČENÍ	53
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	55

1. Úvod

Každá konstrukce (strojní i stavební) se nachází v interakci s okolním plynným nebo kapalným prostředím. Existují konstrukce, u kterých je vliv působení okolního prostředí velmi malý, až zanedbatelný. Při návrhu těchto staveb a zařízení nemusí být brán zřetel na ovlivňování ze strany okolí. Naproti tomu se ale vyskytuje velké množství konstrukcí, kde je vliv okolního prostředí na chování konstrukce významný a někdy i zásadní. Tyto úlohy se v technické praxi označují jako úlohy vzájemného ovlivňování tekutiny a pevné látky, v zahraničí potom Fluid-Structure Interaction (FSI).

V oblasti dynamické interakce pevné látky s kapalinou rozlišujeme dva případy. Kapalina je obsažena uvnitř konstrukce (přehrady, nádrže, potrubní soustavy) nebo je konstrukce obklopena kapalinou (turbíny, čerpadla). U obou případů přítomnost kapaliny výrazně ovlivňuje dynamické chování konstrukce. Tento vliv kapaliny je možno postihnout pomocí tzv. přídavné hmotnosti kapaliny. Dostatečně přesné stanovení tohoto účinku je klíčové pro úspěšný návrh stavby nebo zařízení a následný spolehlivý provoz.

Analytické stanovení přídavných účinků tekutiny je možné pouze při výrazném zjednodušení geometrie konstrukce a poskytuje tak pouze přibližné výsledky. Protože se jedná převážně o složitá a rozměrná zařízení, bývá experimentální určení přídavných účinků ekonomicky náročné. Využití numerického řešení pomocí metody konečných prvků (MKP), kterým bylo dosaženo dostačující přesnosti řešení a značných úspěchů v nedávných letech, se proto jeví jako správné východisko.

Existuje několik postupů pro numerické určení přídavných účinků tekutiny pomocí MKP. Tato práce využívá přístupu pomocí akustických prvků a doplňuje tak soubor využívaných metod k řešení problematiky interakcí těles s tekutinou na ústavu Inženýrské mechaniky a biomechaniky.

2. FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE ŘEŠENÍ

Stanovení vlastních frekvencí konstrukce patří mezi základní úlohy dynamiky. Přesná znalost vlastních frekvencí je nezbytná pro kvalitní návrh a spolehlivý provoz zařízení. Je-li konstrukce v interakci s kapalinou, její vlastní frekvence se vlivem spolukmitajících částic kapaliny snižují.

Cílem této práce je stanovení prvních dvou vlastních frekvencí rotoru vírové turbíny bez vlivu kapaliny a pro různé výšky ponoření rotoru do kapaliny. K tomu účelu bude vytvořen výpočtový model v systému ANSYS. Dále si práce klade za cíl výpočtovým modelováním zjistit dynamické chování rotoru vírové turbíny při provozních otáčkách. Dosažené výsledky budou následně porovnány s experimentem.

Diplomová práce má dále sloužit k ověření výsledků nového přístupu pro řešení interakcí tělesa s tekutinou, který je již několik let na Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky a Odboru fluidního inženýrství Victora Kaplana, Energetického ústavu FSI VUT v Brně rozvíjen.

3. REŠERŠE DOSTUPNÉ LITERATURY SOUVISEJÍCÍ S ŘEŠENOU PROBLEMATIKOU

Pro zadané téma diplomové práce byla provedena rešerše dostupné literatury související s řešením úloh interakce konstrukcí s tekutinou. Především byly hledány práce, které se zabývají stanovením vlastních frekvencí konstrukce umístěné v kapalině. V následující části jsou prezentována nalezená řešení.

Analýza konstrukcí v interakci s kapalinou [4]

Doc. Ing. Vladislav Salajka, CSc. ze stavební fakulty VUT v Brně ve své habilitační práci prezentuje jím řešené úlohy interakcí konstrukcí s kapalinou. Srovnává chování válcové skořepiny v kapalném prostředí analyticky a pomocí MKP s využitím akustických prvků. Výsledky potvrzují vynikající shodu. V rámci výzkumu sledoval chování tenké kmitající desky a porovnával zjištěné údaje s výpočtem. Ukázalo se, že zvolený přístup lze aplikovat na řešení úloh z praxe. Byla řešena celá řada úloh, např.: studie vlastních frekvencí a tvaru lopatek Kaplanovy turbíny, vynucené ustálené kmitání soustavy potrubí-kapalina, kmitání oběžného kola buzeného tlakovými pulsacemi v oblasti vstupních hran oběžného kola a další. Práce prokazuje, že řešení interakcí konstrukce s kapalinou pomocí MKP s využitím akustických prvků poskytuje dostatečnou přesnost a jsou přijatelné se zřetelem jak k časovým, tak k finančním nárokům.

Effects of Nonlinear Geometric and Material Properties on the Seismic Response of Fluid/Tank Systems [5]

Autoři se v této práci věnují studiu vlivu geometrických a materiálových nelinearit na seismickou odezvu nádrže s tekutinou. Práce primárně srovnává odezvy lineárně-elastického a elasto-plastického materiálu na kinematické buzení. U obou dvou úloh je kapalina popsána pomocí akustických prvků. Studie kromě jiného ukazuje, že pro řešení v časové oblasti u úloh interakcí těles s tekutinou lze použít i jiný než lineárně-elastický model materiálu pro strukturu.

Vliv kapaliny na modální charakteristiky válcové nádrže [6]

V této práci autor zkoumá vliv kapaliny na modální charakteristiky válcové nádrže. Nádrž o průměru 6 metrů a výšce 3,576 metrů v provozním stavu jímá 100m^3 kapaliny. Stěny nádrže jsou složeny z plechů, které mají různou tloušťku. Celá nádrž je uložena na roštu tvořeném nosníky profilu C. K řešení je použita metoda stanovení přídavných účinků pomocí akustických prvků. Ze závěrů plyne, že vlastní frekvence nádoby s tekutinou se oproti nádobě bez přítomnosti tekutiny sníží o více než 50%. Autor tak dokazuje, jak zásadní je vliv přídavných účinků od tekutiny při návrhu tohoto typu zařízení.

ANSYS Tips and Tricks: Acoustics Elements and Boundary Conditions [7]

Autor je dlouholetým spolupracovníkem firmy ANSYS, Inc. Na své webové stránce poskytuje užitečné rady pro práci s tímto systémem. Pro tuto práci je prospěšné srovnání možnosti řešení pomocí různých typů akustických prvků, jejich výhod, nevýhod a nejčastějších problémů se kterými se může uživatel setkat. Jako zajímavý se také jeví jeho nástin možného řešení FSI úloh, kdy je tekutina popsána jako pevná látka se specifickými materiálovými vlastnostmi.

Dynamické vlastnosti rotoru kmitajícího v tekutině [8]

Ve své diplomové práci se autor zabývá dynamickými vlastnostmi rotoru kmitajícího v tekutině. Zadání práce je totožné s mojí prací, využívá jiný přístup k dosažení výsledků. Autor si skutečnou geometrii lopatkového kola aproximoval kotoučem se shodnou hmotností a dynamickými vlastnostmi. K určení vlastních frekvencí a logaritmického dekerementu útlumu používá přechodovou analýzu, kdy rotor vychýlí z rovnovážné polohy a nechává ustalovat. Problém je řešen v MKP systému ANSYS s pomocí jeho CFD modulu FLOTRAN. Pro danou metodu byly zkoušeny a porovnávány různé délky integračního kroku. Výsledky byly verifikovány s experimentem. Práce byla úspěšně obhájena v roce 2009.

Non-linear dynamics and stability of circular cylindrical shells containing flowing flow [9]

Autoři této práce vyšetřují odezvu válcové skořepiny obsahující tekutinu na vlastní frekvence harmonicky vybuzené použitím metody expanze. K řešení je vybrána Galerkinova metoda, ke které jsou přidány výrazy tvarové expanze v závislosti konkrétního řešeného vlastního tvaru kmitání. Metoda je zpracována pomocí softwaru Mathematica a výpočty jsou experimentálně ověřeny.

Fluid-structure coupled analysis of underwater cylindrical shells [10]

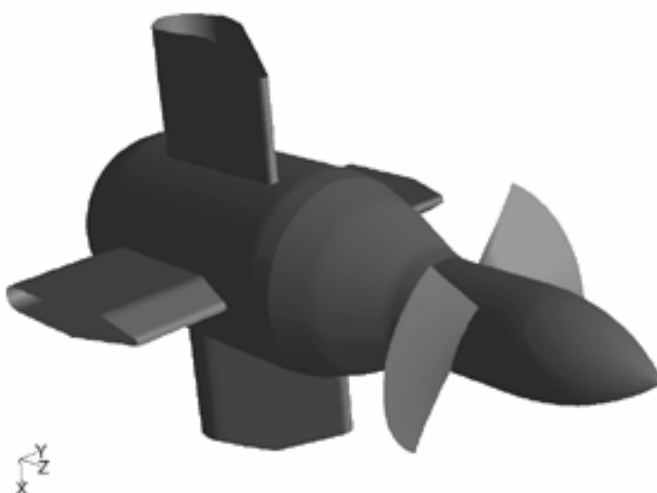
V této práci je zkoumána kombinace vlivů hydrodynamického a hydrostatického tlaku na chování válcové skořepiny umístěné ve vysokých hloubkách (ponorky, ropné plošiny). Autoři využívají MKP řešení pomocí akustických prvků s uvažováním přidaného hydrostatického tlaku pro různé hloubky ponoření skořepiny. Získané vlastní frekvence jsou porovnány s metodou přidaných hmotností založenou na Besselových funkcích. Z výsledků vyplývá, že i hydrostatický tlak významně ovlivňuje dynamické chování ponořené konstrukce.

4. ANALÝZA PROBLÉMU

4.1 POPIS OBJEKTU

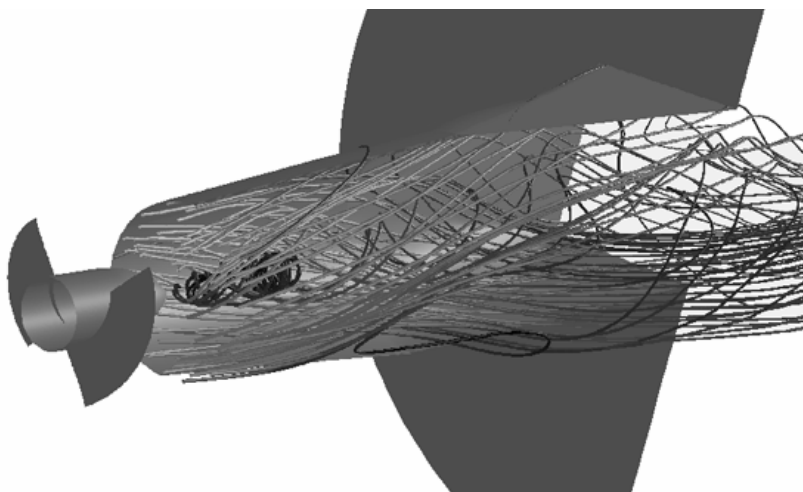
Možnosti výstavby nových vodních děl na našich i evropských řekách jsou prakticky vyčerpány, protože využitelné spády současných řek jsou maximálně do 3 m, kde je použití současných principů vodních turbín z hlediska hydraulické účinnosti a ekonomiky provozu (návratnosti investic) nevýhodné. Vírová turbína, která vznikla na Odboru fluidního inženýrství Victora Kaplana, Energetického ústavu FSI VUT v Brně pracuje na novém principu, který zajišťuje její ekonomický provoz s vysokou účinností a nízkými investicemi.

Vírová turbína (Obr.1) je založena na opačném principu než jsou běžně používané Kaplanovy turbíny. U Kaplanovy turbíny kapalina vstupuje do oběžného kola s rotační složkou, udělenou průchodem přes rozváděcí aparát (velmi náročný na výrobu). Za oběžným kolem vstupuje do savky bez rotace. Tento stav, kdy je kapalina bez rotace, může způsobovat odtrhávání mezní vrstvy a vyšší hydraulické ztráty.



Obr.1: Základním provedení oběžného kola se dvěma lopatkami

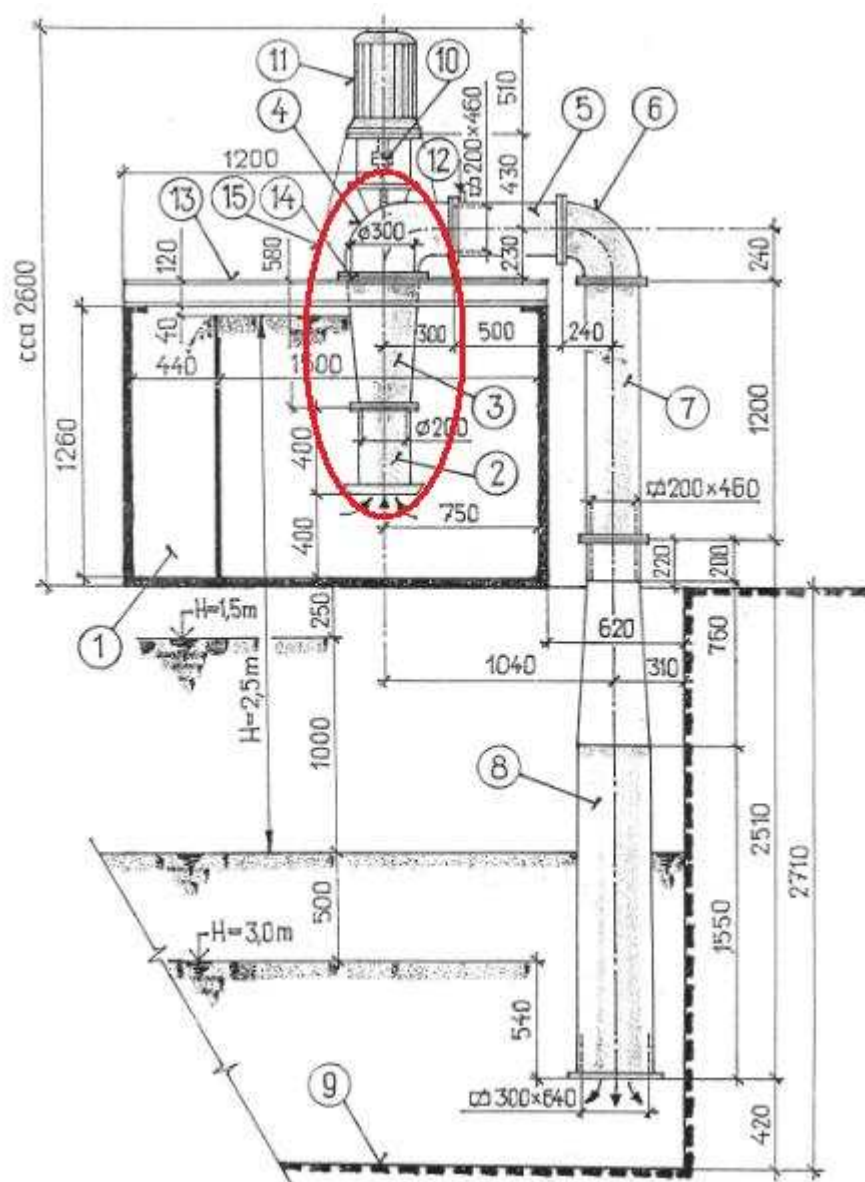
U vírové turbíny kapalina vstupuje do oběžného kola bez předrotace, není tedy nutno používat rozváděcí aparát (výrazná finanční úspora). Z oběžného kola kapalina vystupuje s malou rotační složkou, nedochází tedy k odtržení mezní vrstvy v savce (Obr. 2).



Obr. 2: Tvorba víru za oběžným kolem

Turbína má pro daný výkon vyšší provozní a průběžné otáčky a tak v mnoha případech ani není nutná převodovka. Turbína má i čerpací schopnost, takže je možno ji provozovat i v tzv. násoskovém provedení (Obr. 3) s možností umístění na voru, kde odpadají výrobní náklady na stavbu. Tato diplomová práce se zabývá řešením části vyznačené na obrázku 3.

Vírová turbína, patentována pod číslem PV 2000-4745, získala Cenu ministryně školství, mládeže a tělovýchovy za výzkum a byla prezentována v pořadu Česká hlava.



Obr. 3: Uspořádání v násoskovém provedení

4.2 SYSTÉMOVÝ PŘÍSTUP

Cílem této kapitoly je vytvořit množinu podstatných veličin obsahující ty prvky struktury objektu a jeho okolí, které jsou podstatné z hlediska problému, který se na objektu řeší. Pro problém stanovení vlastních frekvencí rotoru kmitajícího v tekutině je množina podstatných veličin skládá z následujících podmnožin [13]:

Podmnožina S0: veličiny popisující okolí entity

- okolím vírové turbíny je vodní dílo

Podmnožina S1: veličiny popisující topologii a geometrii entity

- geometrie rotoru, statoru
- geometrie prostoru vyplněného tekutinou

Podmnožina S2: vazby entity na okolí

- vazby rotoru na stator (ložiska)
- vazby mezi kapalinou a rotorem

Podmnožina S3: aktivace entity s okolím

- rotor turbíny je aktivován vybuzením vlastního tvaru kmitu odpovídajícího příslušné vlastní frekvenci
- objemovými silami od rotace rotoru

Podmnožina S4: ovlivňování entity s okolím

- rotor turbíny je ovlivňován okolní tekutinou, tedy tlakovými účinky, kterými spolukmitající kapalina působí na rotor
- vliv hydrostatického tlaku se z hlediska podstatnosti může zanedbat
- vlivy tlumení rotoru a vlivy tlumení kapaliny nejsou uvažovány

Podmnožina S5: vlastnosti entity

- materiálové charakteristiky rotoru a tekutiny

Podmnožina S6: procesy v entitě a stavy do kterých se entita dostává

- posuvy, popisující pohyb entity, při vybuzení vlastního tvaru dosáhnou svých extrémních hodnot - entita se dostává do rezonance
- vliv přídavných účinků od tekutiny snižuje hodnotu vlastních frekvencí

Podmnožina S7: veličiny popisující projevy entity

- deformační projevy: těleso kmitající v rezonanci se projevuje několikanásobně většími amplitudy posuvů

Podmnožina S8: důsledkové veličiny

- důsledky rezonančního stavu mohou být zvýšené vibrace, vyšší hluk, vyšší opotřebení konstrukce, z toho plynoucí nižší spolehlivost a případně havárie

4.3 TYP PROBLÉMU

Vstupem do výpočtového algoritmu jsou geometrie a topologie entity (S1), vazby entity (S2) na okolí (S0), aktivace entity (S3), jeho ovlivňování (S4) a vlastnosti entity (S5). Výstupem z algoritmu jsou v našem případě stavy do kterých se entita dostává (S6), tedy vlastní tvary kmitu a jim odpovídající vlastní frekvence znázorněné pomocí posuvů jednotlivých bodů tělesa (S7).

Znáмыми vstupy do algoritmu jsou podmnožiny S0-S5 a neznáмыми jsou podmnožiny S6-S8. Řeším tedy **problém přímý**.

4.4 VÝBĚR METODY PRO URČENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ ROTORU V KAPALINĚ

Z rešeršní studie pro řešený problém vyplynulo, že nejvhodnější metodou pro zjištění vlastních frekvencí konstrukce v interakci s tekutinou se jeví postup řešení pomocí akustických prvků. Tento postup je v technické praxi používán relativně často a výsledky výpočtů a experimentů prokazují velmi dobrou shodu.

Programový systém ANSYS dovoluje řešit odezvu konstrukcí v interakci s tekutinou dvěma odlišnými postupy. A to buď podle Lagrange, kdy formulace konečných prvků vychází z popisu pomocí složek posunutí, nebo podle Eulera, kdy formulace vychází z popisu tlakového pole. Přístup podle Lagrange jsou typické pro úlohy mechaniky pevných látek, naopak přístup podle Eulera je používán v úlohách dynamiky kapalin.

V systému ANSYS jsou implementovány dva akustické prvky vhodné pro modelování kapaliny přístupem podle Eulera: FLUID29 2D Axisymmetric Harmonic Acoustic Fluid, FLUID30 3D Acoustics Fluid. A dva akustické prvky vhodné pro modelování kapaliny přístupem podle Lagrange: FLUID79 2D Contained Fluid a FLUID80 3D Contained Fluid.

Pro řešení naší úlohy je vybrán prvek FLUID30. Tento izoparametrický osmiuzlový prvek má tvar šestistěnu, případně pětistěnu či čtyřstěnu. Prvek existuje ve dvou variantách. V základní variantě má v každém uzlu 4 stupně volnosti, a to tlak p a tři parametry odpovídající složkám posunutí u_x , u_y , u_z . Tento prvek je nutné použít v místě kontaktu s pevným tělesem. Druhou variantou je prvek, který má v každém uzlu pouze jeden stupeň volnosti a to tlak p . Tuto variantu lze využít pro modelování kapaliny bez kontaktu s konstrukcí.

K modelování konstrukce byl vybrán prvek SOLID45. Tento izoparametrický šestistěn má 8 uzlů, každý uzel má tři stupně volnosti odpovídající složkám posunutí u_x , u_y , u_z . Může existovat i v degenerovaném tvaru jako pětistěn, nebo čtyřstěn. Tento prvek byl zvolen hlavně proto, aby byla splněna podmínka vzájemně si odpovídajících uzlů na hranici konstrukce a kapaliny.

Matematický popis metody

V případě diskretizované konstrukce a diskretizované kapalinové oblasti, lze z jednotlivých matic prvků sestavit standardními postupy pohybové rovnice pro celou modelovanou konstrukci a modelovanou kapalinovou oblast. Následné odvození bylo převzato z [4]. Lze tedy zapsat:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{t}) \\ \mathbf{w}(\mathbf{t}) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu vychází ze soustavy:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Za předpokladu nízké úrovně tlumení můžeme v rovnici (2) zanedbat druhý člen na levé straně. Potom obdržíme homogenní rovnice netlumené soustavy.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Za předpokladu, že vlastní kmitání je harmonický pohyb lze zapsat:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \boldsymbol{\phi} \cos(\omega t) \quad (4)$$

Substitucí rovnice (4) do soustavy (3) a drobných úpravách obdržíme rovnici popisující zobecněný problém vlastních čísel ve tvaru

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} - \lambda_i \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_c & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\phi}_s \\ \boldsymbol{\phi}_p \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

nebo kompaktněji

$$\mathbf{K}^* \boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{M}^* \boldsymbol{\phi}_i \lambda_i \quad (6)$$

Matice $\mathbf{K}^*$ a $\mathbf{M}^*$ mohou být nesymetrické a odpovídají matici tuhosti a matici hmotnosti soustavy. Vektor $\boldsymbol{\phi}_i$ je vlastní vektor a odpovídající vlastnímu číslu λ_i . Vlastní úhlová frekvence se vyčísluje ze vztahu $\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$. Úpravou vlastního vektoru získáme vlastní tvar. Zobecněný problém vlastních čísel je řešen modifikacemi Lanczosovy metody.

4.5 VÝBĚR METODY PRO URČENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ ROTORU ZA ROTACE

Výsledkem řešení problému stanovení vlastních frekvencí rotoru rotujícího v tekutině bude Campbellův diagram, což je závislost mezi vlastními frekvencemi a otáčkami za minutu (případně otáčkovou frekvencí nebo úhlovou rychlostí rotace).

Cestu k tomuto cíli nám komplikují dvě omezení. Systém ANSYS není schopen přiřadit akustickým prvkům úhlovou rychlost, tedy vykreslit Campbellův diagram pro rotor ponořený v kapalině. Navíc ANSYS doporučuje k modelování a analýze rotorových soustav používat prutové prvky místo objemových.

Proto bude vytvořen prutový model pomocí prvků BEAM188. Momenty setrvačnosti a hmotnost lopatkového kola budou zadány pomocí prvku MASS21 do odpovídajícího uzlu.

Ke stanovení vlivu kapaliny budou použity výsledky z předchozího problému. Postup vypadá následovně:

- 1) Budou spočteny vlastní frekvence pro rotor bez tekutiny systémem ANSYS.
- 2) Ze vztahu $\lambda_{0\%} = \sqrt{\frac{k_{rotor}}{m_{rotor}}}$, kde je známa vlastní frekvence a hmotnost rotoru vyjádřím tuhost rotoru.
- 3) Budou spočteny vlastní frekvence pro rotor ponořený do tekutiny pomocí akustických prvků.
- 4) Předpokládáme, že okolní kapalina nemá vliv na tuhost rotorové soustavy.
- 5) Ze vztahu $\lambda_{85\%} = \sqrt{\frac{k_{rotor}}{m_{rotor} + m_{kapalina}}}$, kde známe vlastní frekvenci, hmotnost rotoru a tuhost zjistíme z bodu 2); vypočítáme přídatnou hmotnost od kapaliny.

Dále předpokládáme, že takto zjištěná přídatná hmotnost ovlivňuje chování soustavy rovnoměrně po celé délce ponořeného rotoru. Proto bude rozdělena pomocí prvků MASS21 do několika uzlů. Následně bude vytvořen Campbellův diagram a výsledky porovnány s experimentem.

5. STANOVENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ ROTORU V INTERAKCI S TEKUTINOU

V následující kapitole je prezentován postup tvorby výpočtového modelu. Nejprve byly vytvořeny zjednodušené výpočtové modely, kdy je lopatkové kolo nahrazeno kotoučem. Po sérii úspěšných výpočtů se zjednodušeným modelem byl vytvořen geometricky lépe odpovídající výpočtový model rotoru vírové turbíny. Na konci této kapitoly jsou prezentovány a analyzovány výsledky a provedeno srovnání s experimentem.

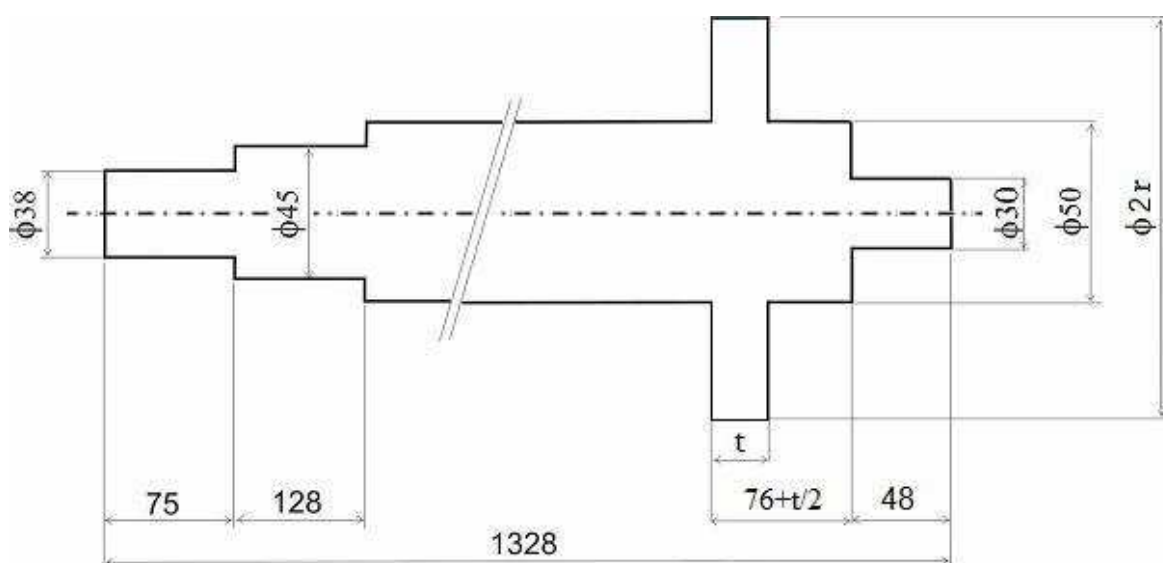
5.1 MODEL GEOMETRIE HŘÍDELE S KOTOUČEM

Model geometrie byl zpracován podle dodané výkresové dokumentace. Lopatkové kolo bylo nahrazeno kotoučem s přibližně stejnými dynamickými vlastnostmi. Základní rozměry rotoru jsou uvedeny na následujícím obrázku (Obr.4). Společně s výkresovou dokumentací byly dodány experimentálně zjištěné dynamické vlastnosti lopatkového kola:

momenty setrvačnosti: $I_{\max} = 2,44 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$I_{\min} = 6,65 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

hmotnost kola: $m_k = 1,12 \text{ kg}$



Obr. 4: Geometrie hřídele s kotoučem

Dle následujících analytických vztahů byl dopočítán poloměr a tloušťka kotouče pro obě hodnoty momentu setrvačnosti. Hustota $\rho = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ byla zvolena.

Varianta A:

$$I = \frac{1}{4} m_k r^2 \quad (7)$$

$$\frac{1}{4} m_k r^2 = 2,44 \cdot 10^{-3}$$

$$r^2 = 4 \frac{2,44 \cdot 10^{-3}}{1,12} = 0,008714$$

$$\underline{\underline{r = 0,0934 \text{ m}}}$$

$$m_k = \pi r^2 t \rho \quad (8)$$

$$1,12 = \pi r^2 t \rho$$

$$t = \frac{1,12}{7850 \cdot 0,0934^2 \cdot \pi}$$

$$\underline{\underline{t = 0,0052 \text{ m}}}$$

Varianta B:

$$I = \frac{1}{4} m_k r^2 \quad (7)$$

$$\frac{1}{4} m_k r^2 = 6,65 \cdot 10^{-4}$$

$$r^2 = 4 \frac{6,65 \cdot 10^{-4}}{1,12} = 0,002375$$

$$\underline{\underline{r = 0,0487 \text{ m}}}$$

$$m_k = \pi r^2 t \rho \quad (8)$$

$$1,12 = \pi r^2 t \rho$$

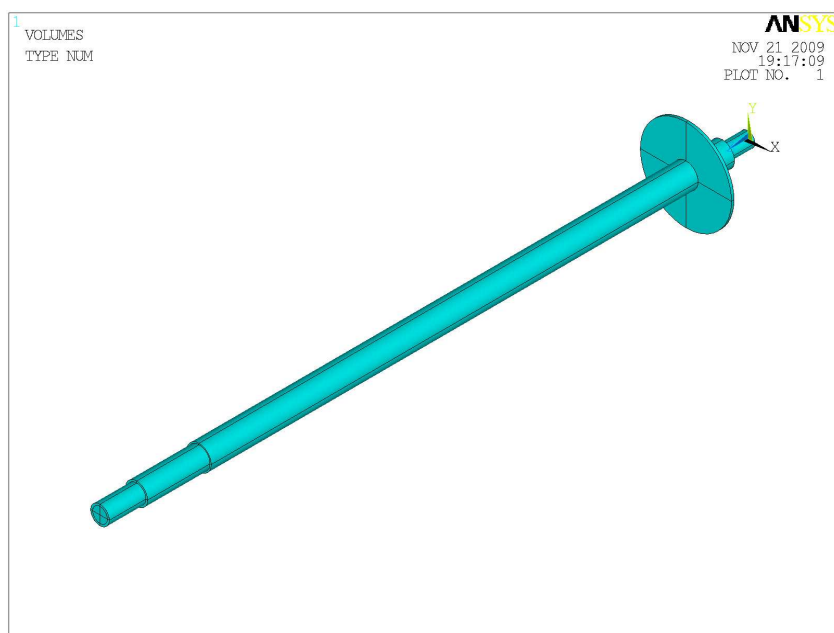
$$t = \frac{1,12}{7850 \cdot 0,0487^2 \cdot \pi}$$

$$\underline{\underline{t = 0,0191 \text{ m}}}$$

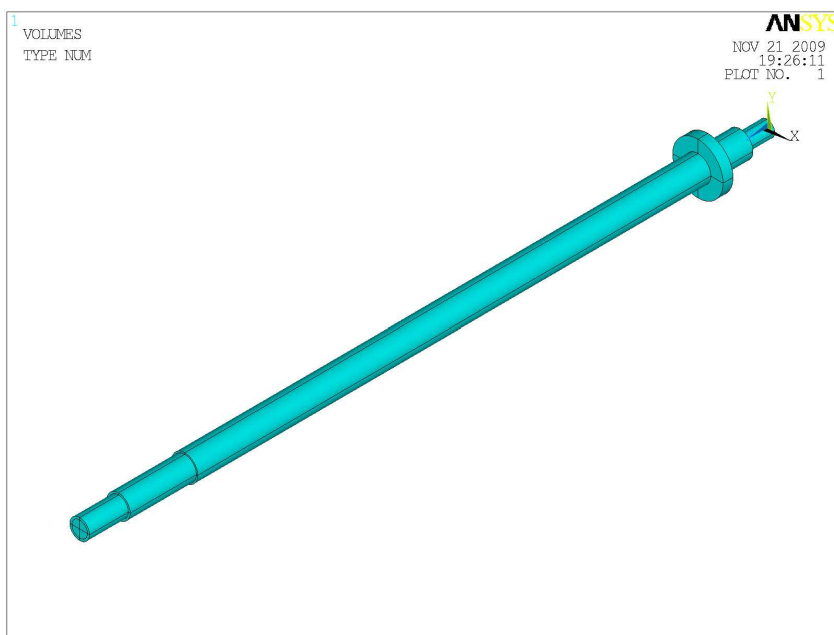
Výsledkem jsou dvě varianty geometrie, pro které byly vytvořeny objemové modely v prostředí ANSYS. Kvůli zjednodušení tvorby konečnoprvkové sítě hřídele byla zanedbána zkosení, která mají minimální vliv na dynamické vlastnosti rotoru. Pro přehlednost jsou poloměry a tloušťky kotoučů uvedeny v následující tabulce (Tab. 1). Modely geometrie potom na následujících obrázcích (Obr. 5,6).

	poloměr kotouče r [m]	tloušťka kotouče t [m]
Varianta A	0,0934	0,0052
Varianta B	0,0487	0,0191

Tab. 1: Poloměry a tloušťky kotouče



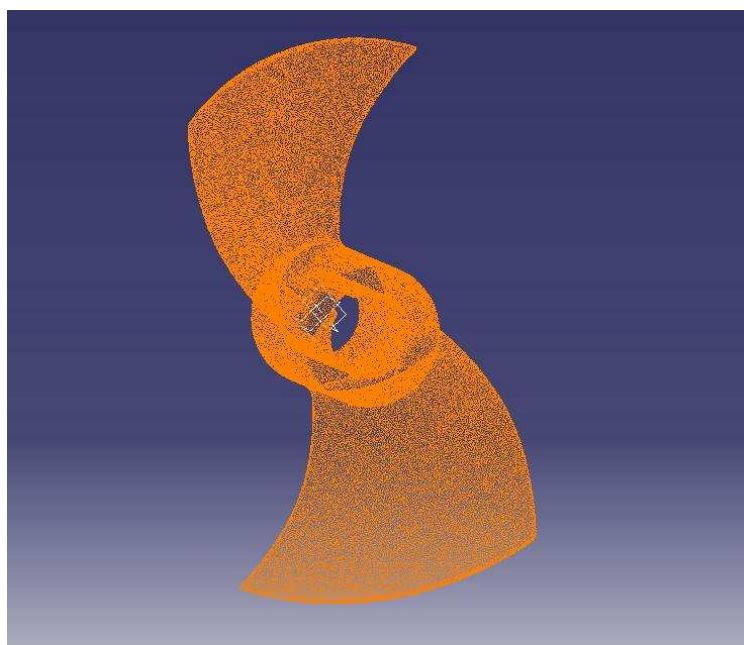
Obr. 5: Model geometrie – varianta A



Obr. 6: Model geometrie – varianta B

5.2 MODEL GEOMETRIE ROTORU S LOPATKOVÝM KOLEM

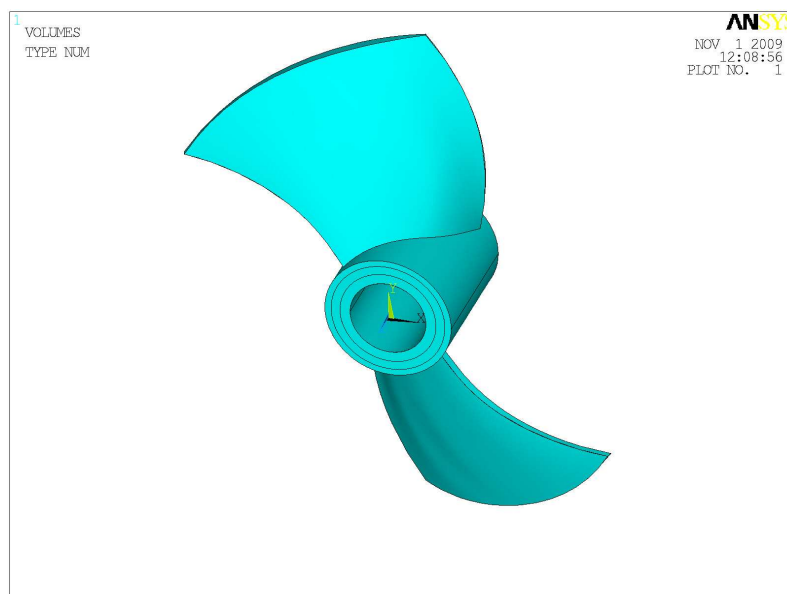
Reálná geometrie lopatkového kola získána metodami reverzního inženýrství. Nejprve bylo lopatkové kolo nasnímáno za pomoci 3D scanneru a pomocí speciálního softwaru upravováno. Výsledkem tohoto procesu byla trojúhelníková síť ve formátu .stl (Obr. 7).



Obr. 7: Trojúhelníková síť ve formátu .stl

Tato síť byla importována do CAD softwaru CATIA V5, kde byl následně pomocí modulů, které software obsahuje, vytvořen objemový model. Při těchto úpravách byl částečně využit postup prezentovaný v [11] a [12]. Tento objemový model byl z důvodu lepší tvorby konečnoprvkové sítě lehce zjednodušen, byly zanedbány rádiusy a vyplněny technologické prvky (drážka pro pero, díra).

Objemový model lopatkového kola byl následně importován do softwaru ANSYS. Tato varianta modelu geometrie je označena jako varianta C (Obr. 8).



Obr.8: Lopatkové kolo varianty C

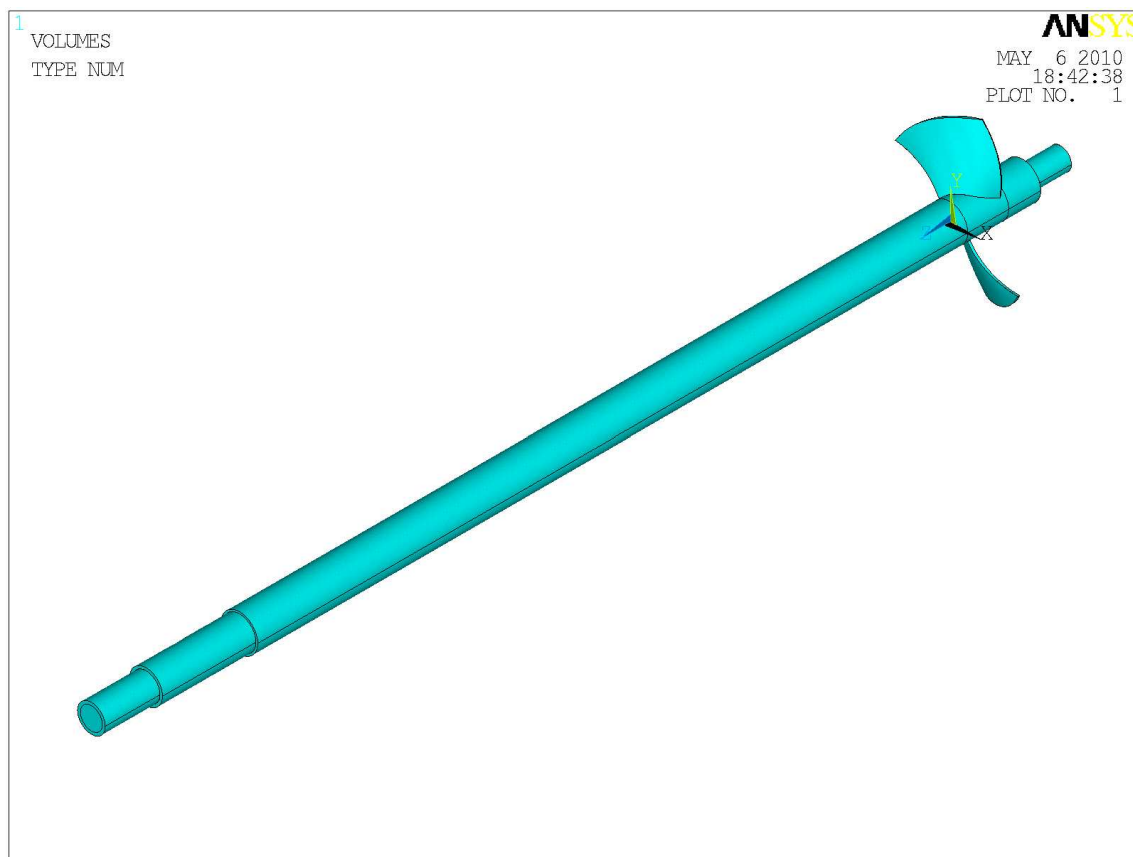
Pro představu přesnosti uvedeného modelu lopatkového kola můžeme porovnat vybrané dynamické vlastnosti vypočtené v programu ANSYS s experimentálně zjištěnými hodnotami (Tab. 2).

	experiment	ANSYS	relativní chyba [%]
moment setrvačnosti $I_{\max} [kg \cdot m^2]$	$2,44 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	6,1
moment setrvačnosti $I_{\min} [kg \cdot m^2]$	$6,65 \cdot 10^{-4}$	$6,42 \cdot 10^{-4}$	3,5
moment setrvačnosti $I_p [kg \cdot m^2]$	$2,62 \cdot 10^{-3}$	$2,51 \cdot 10^{-3}$	4,6
hmotnost $m_k [kg]$	1,12	1,112	0,7

Tab. 2: Srovnání přesnosti modelu lopatkového kola s experimentem

Maximální chyba je 6,1%. Můžeme tedy konstatovat, že model geometrie je vytvořen s dostačující přesností.

Hřídel rotoru byla domodelována pomocí příkazů v systému ANSYS (Obr. 9).



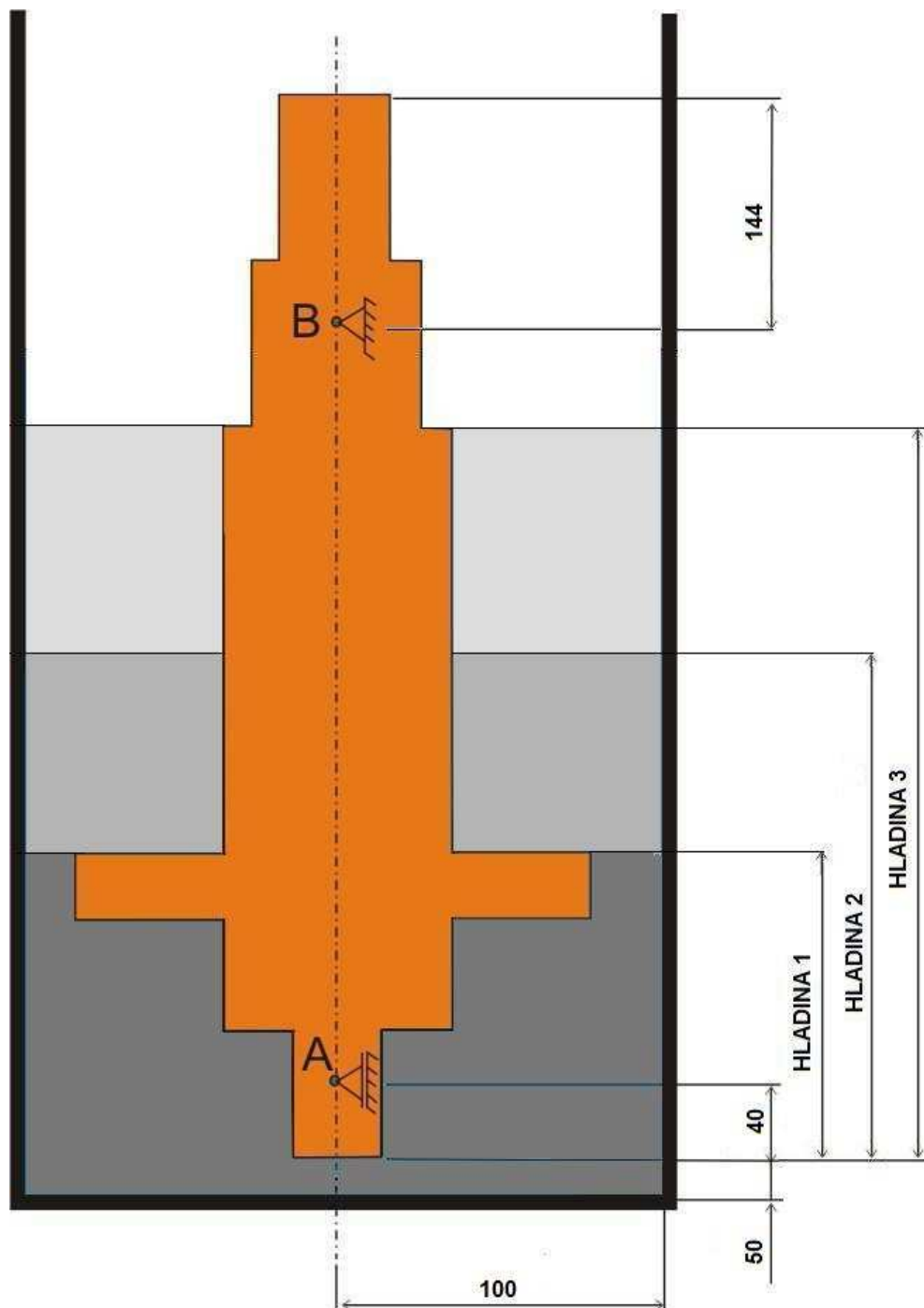
Obr. 9: Model geometrie – varianta C

5.3 MODEL GEOMETRIE OKOLNÍ KAPALINY

Model geometrie okolní kapaliny je znázorněn na obrázku (Obr. 10). Výšky hladin představují vzdálenost od dolního konce rotoru po volnou hladinu a jsou voleny s ohledem na plánovaný experiment. Pro větší přehlednost jsou výšky hladin poděleny celkovou délkou rotoru a tento přibližný poměr vyjádřený v procentech představuje ponoření rotoru do kapaliny (Tab. 3).

	Hladina 1	Hladina 2	Hladina 3
Výška hladiny [m]	0,15	0,6	1,125
Ponoření rotoru do kapaliny [%]	10	45	85

Tab. 3: Výšky hladin a ponoření rotoru



Obr. 10: Model geometrie okolní kapaliny

5.4 MODEL MATERIÁLU

Z hlediska charakteristiky materiálu můžeme soustavu rozdělit na model materiálu rotoru a model materiálu kapaliny.

Model materiálu rotoru

U variant A a B byl pro všechny prvky použit model materiálu s izotropními vlastnostmi a s lineárně pružným chováním. Hřídel s kotoučem je ze stejného materiálu, oceli. U varianty C byl použit stejný model materiálu, pouze pro lopatkové kolo je uvažován materiál bronz, hřídel je potom z oceli. Přesné hodnoty zvolených materiálů jsou v tabulce (Tab. 4).

	Modul pružnosti v tahu $E[Pa]$	Poissonovo číslo $\mu[-]$	Husota $\rho[kg \cdot m^{-3}]$
Hřídel s kotoučem - ocel	$2,1 \cdot 10^{11}$	0,3	7850
Lopatkové kolo - bronz	$1,0 \cdot 10^{11}$	0,34	8800

Tab. 4: Materiál rotoru

Model materiálu kapaliny

Modelovaná kapalina je uvažována jako stlačitelná, neproudící a neviskózní. Pro zadání materiálu okolní kapaliny potom postačuje hustota a rychlost šíření zvuku v daném prostředí (Tab. 5).

	Hustota $\rho[kg \cdot m^{-3}]$	Rychlost šíření zvuku $c[m \cdot s^{-1}]$
Kapalina - voda	1000	1450

Tab. 5: Materiál kapaliny

5.5 DISKRETIZACE MODELU GEOMETRIE

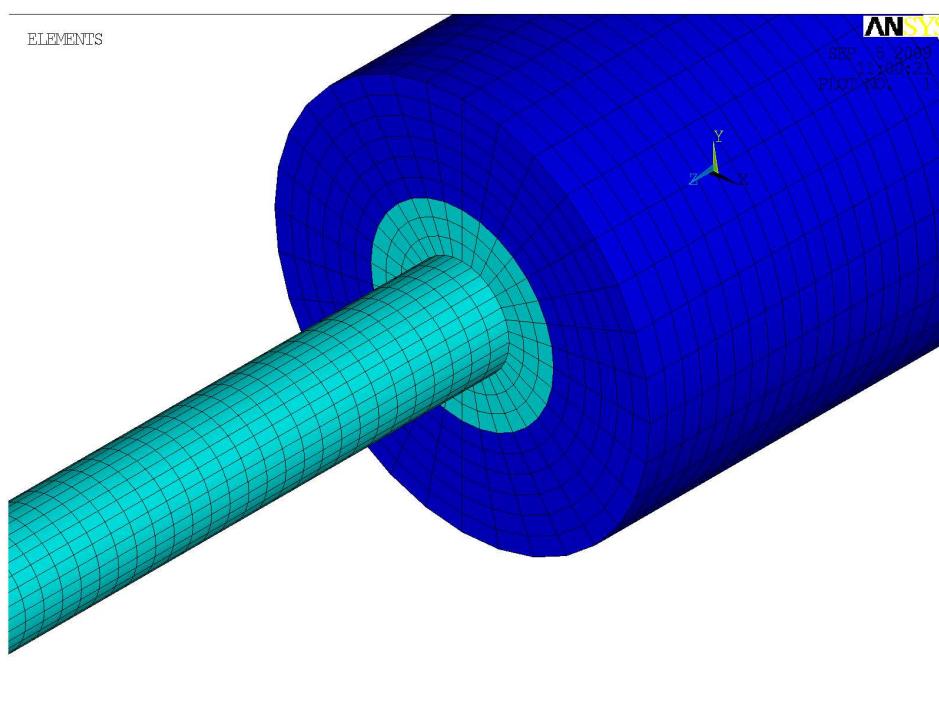
Při tvorbě sítě byl kladen důraz na rovnoměrnost, celkový počet prvků a uzlů a dosažení kompatibility sítě kapaliny a konstrukce v uzlech na rozhraní. U varianty A a B bylo dosaženo použitím mapované sítě s velikostí prvku 0,01-0,015m dostatečné přesnosti a rychlosti výpočtu (Obr. 11). U varianty C byla z důvodů složitější geometrie použita volná síť s velikostí prvku 0,0075m (Obr. 12). Přehled počtu prvků jednotlivých variant je v následující tabulce (Tab. 6).

Varianta A	Bez vody	10% ponořeno	45% ponořeno	85% ponořeno
Solid 45	37180	37180	37180	37180
Fluid 30	0	5980	13000	21400

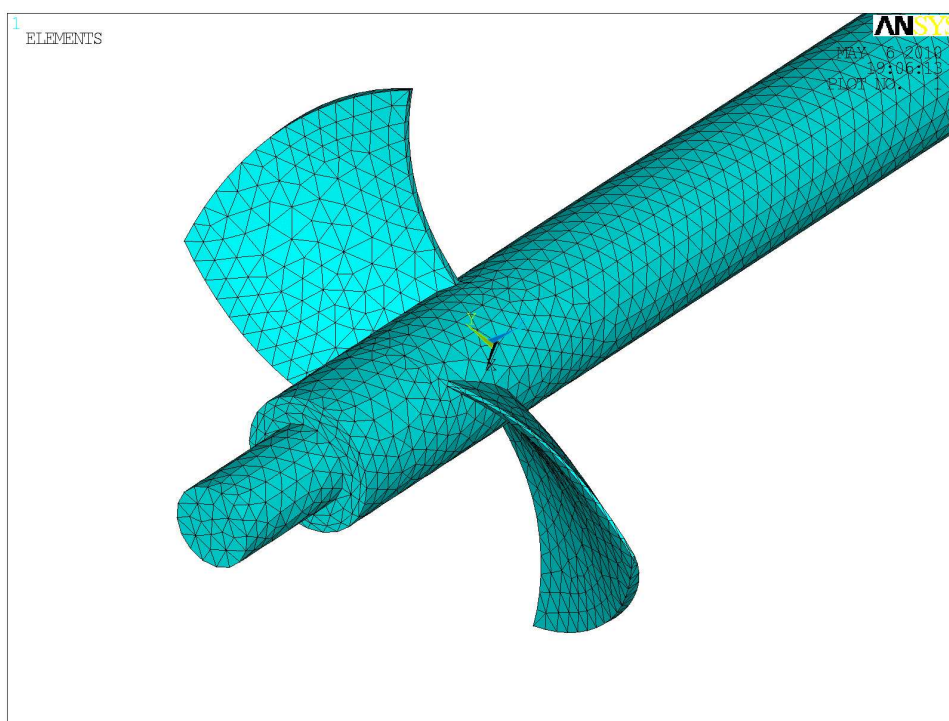
Varianta B	Bez vody	10% ponořeno	45% ponořené	85% ponořeno
Solid 45	37856	37856	37856	37856
Fluid 30	0	7584	21120	36384

Varianta C	Bez vody	10% ponořeno	45% ponořeno	85% ponořeno
Solid 45	56531	56531	56531	56531
Fluid 30	0	129679	371928	643538

Tab. 6: Počty prvků jednotlivých variant



Obr. 11: Varianta B – 10% ponořeno

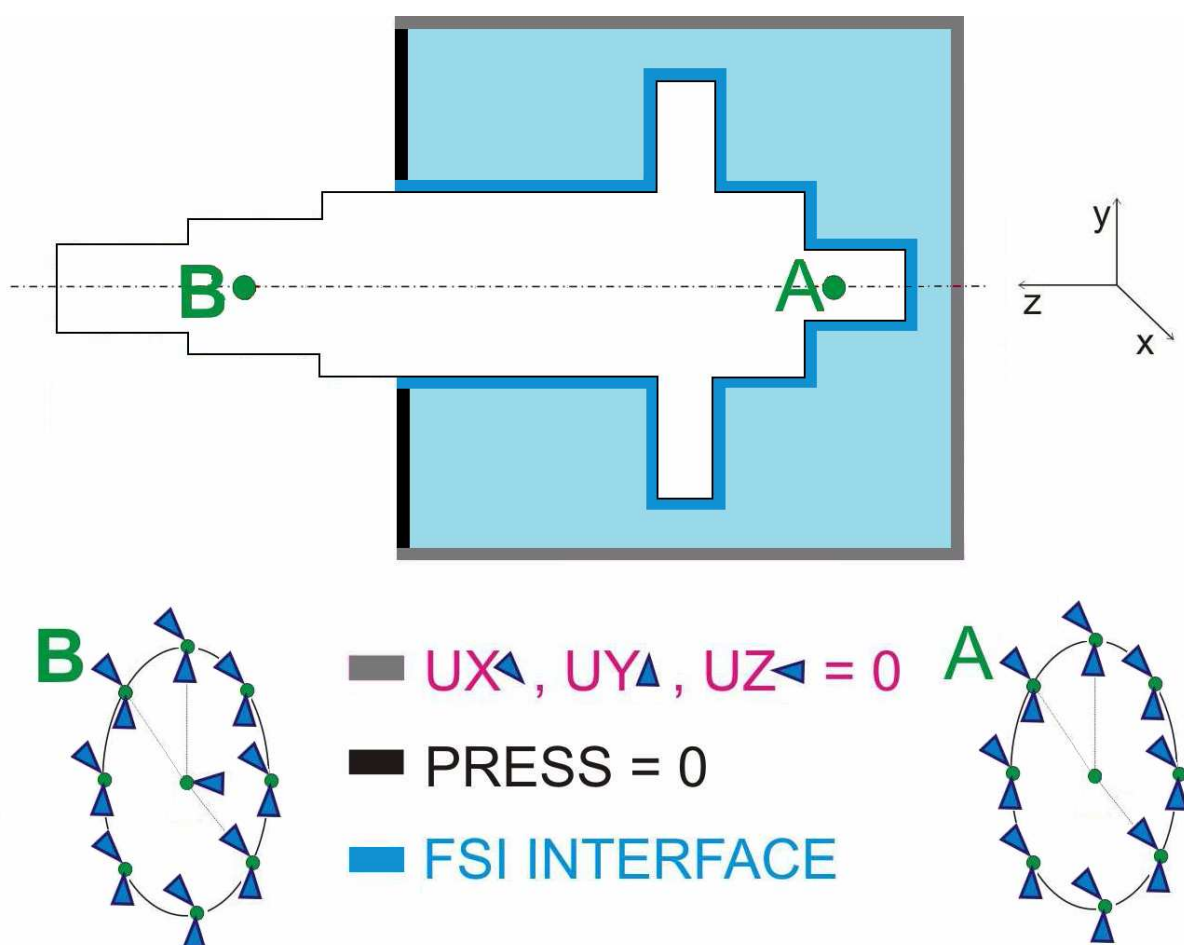


Obr. 12: Varianta C – bez kapaliny

5.6 MODEL VAZEB

Okrajové podmínky modelu rotoru

Hřídel je podle výkresové dokumentace uložena v ložiskách v místech A a B. Nahrazení reálných ložisek vazbami v MKP modelu je znázorněno na následujícím obrázku (Obr. 13). Je zamezeno pohybu všech povrchových uzlům ve směru osy x a y v místě ložiska A. Stejně jsou zamezeny posuvy u ložiska B. V centrálním uzlu ložiska B je navíc zamezen posuv rotoru ve směru osy z .



Obr. 13: Model vazeb

Okrajové podmínky modelu kapaliny

Tekutina se nachází ve válcové nádobě s volným povrchem. Uzly stěny nádoby jsou modelovány nulovými posuvy ($UX = 0$, $UY = 0$, $UZ = 0$). Volný povrch hladiny kapaliny je modelován nulovým tlakem ($PRES = 0$).

Vzájemné okrajové podmínky mezi strukturou a tekutinou

V místě, kde se stýkají povrchy rotoru a kapaliny musí být předepsáno specifické zatížení povrchu v uzlech, tzv. fluid-structure interface (SF,FSI,1). Tuto speciální okrajovou podmínku jsem zadával pro povrchové uzly tekutiny. Tato speciální vazba zajistí, aby bylo správně předáváno zatížení z tekutiny na konstrukci a naopak.

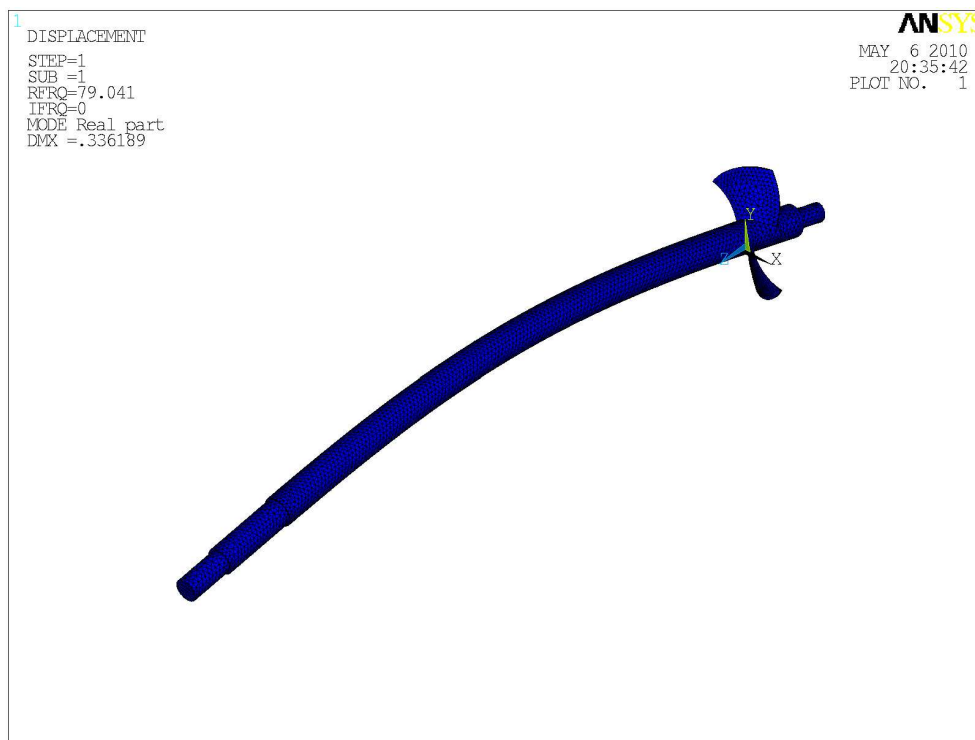
5.7 PREZENTACE VÝSLEDKŮ ÚLOHY

Modální analýza rotoru bez kapaliny

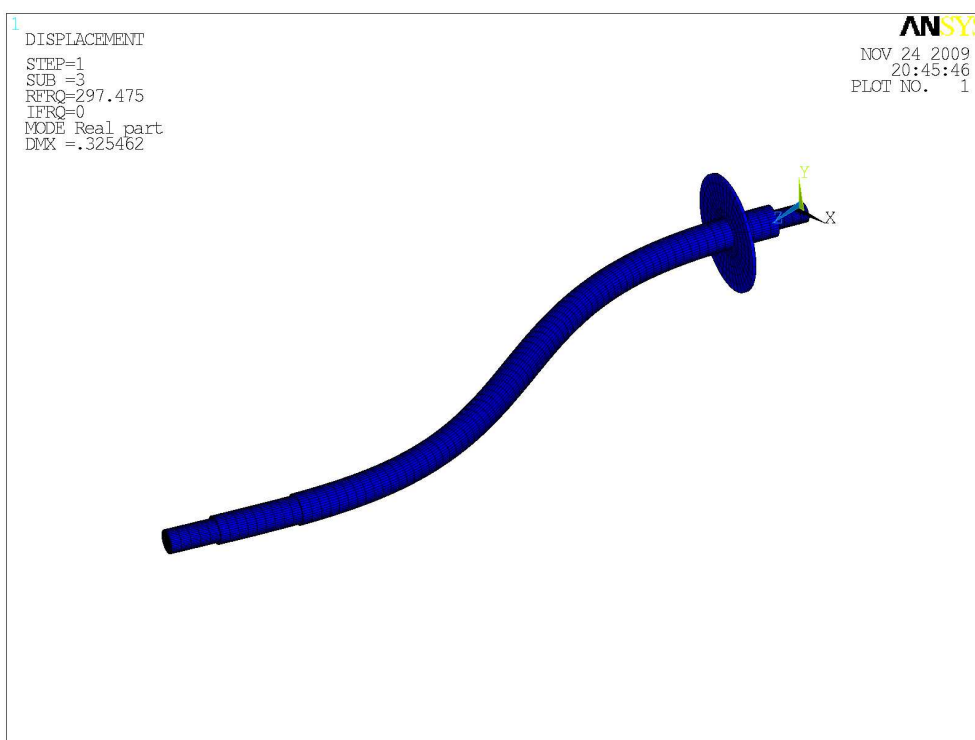
V první fázi byly hledány první dvě vlastní frekvence rotoru všech variant bez přítomnosti kapaliny. Rozdíly mezi variantou C a ostatními variantami jsou dány především zjednodušenou geometrií variant A a B, kdy je lopatkové kolo aproximováno kotoučem. Tyto rozdíly se projevují i u dalších analýz. Výsledky jsou uvedeny v následující tabulce (Tab. 7). U varianty C můžeme vidět dvě vlastní frekvence, které odpovídají vlastnímu tvaru kmitu. Je to dáno tím, že lopatkové kolo má různé momenty setrvačnosti v různých směrech. U variant A a B se ve výsledku objeví také dvě vlastní frekvence, ale jejich hodnoty jsou z důvodu symetrie kotouče shodné a proto jsou uváděny jenom jedenkrát.

	Varianta A	Varianta B	Varianta C
1. vlastní frekvence [Hz]	76.8	77.1	79.0 79.1
2. vlastní frekvence [Hz]	297.5	300.4	304.2 304.5

Tab. 7: Vlastní frekvence – bez kapaliny



Obr. 14: První vlastní tvar kmitu, bez tekutiny– varianta C



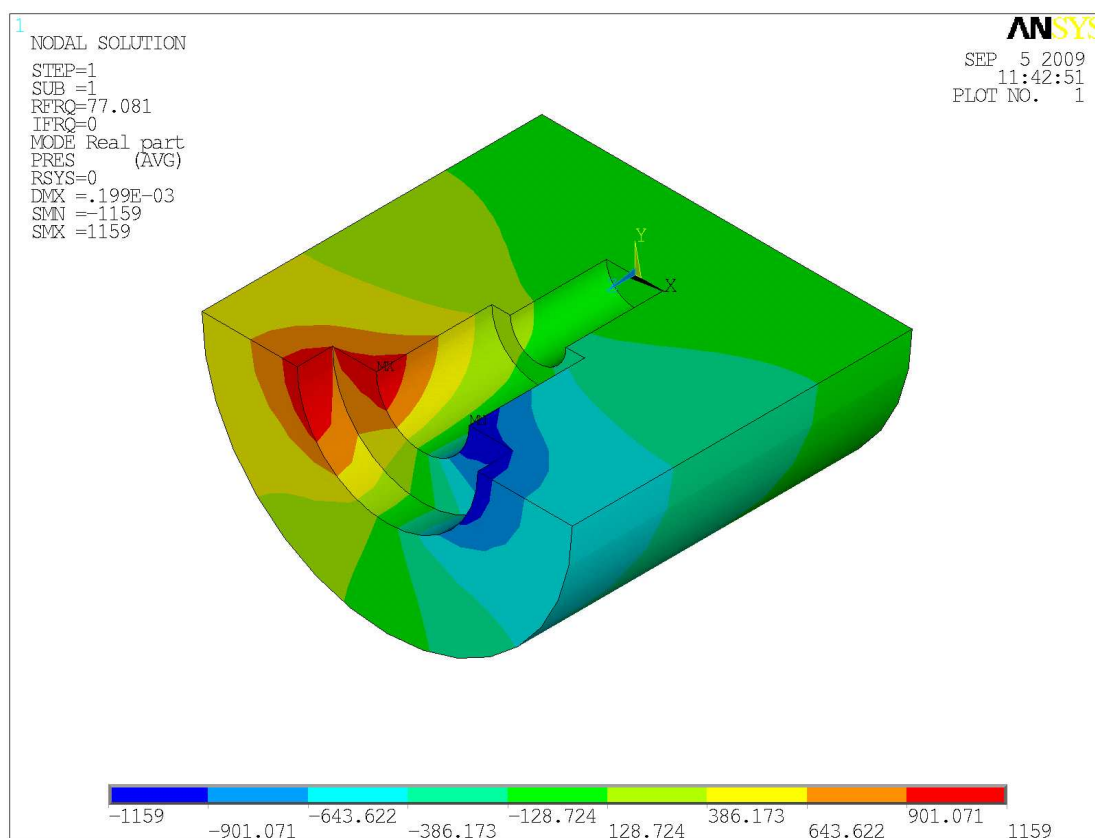
Obr. 15: Druhý vlastní tvar kmitu, bez tekutiny– varianta A

Modální analýza rotoru ponořeného 10% do kapaliny

Následně byly provedeny analýzy, kdy je rotor ponořen přibližně do 10% kapaliny. U variant A a B se mírně liší z důvodu rozdílné tloušťky kotouče. U varianty C byla výška hladiny zvolena tak, aby bylo ponořeno celé lopátkové kolo. Výsledky shrnuje následující tabulka (Tab. 8).

	Varianta A	Varianta B	Varianta C
1. vlastní frekvence [Hz]	76.6	77.1	78.9 79.1
2. vlastní frekvence [Hz]	294.6	299.9	301.9 303.7

Tab. 8: Vlastní frekvence – 10% ponoření



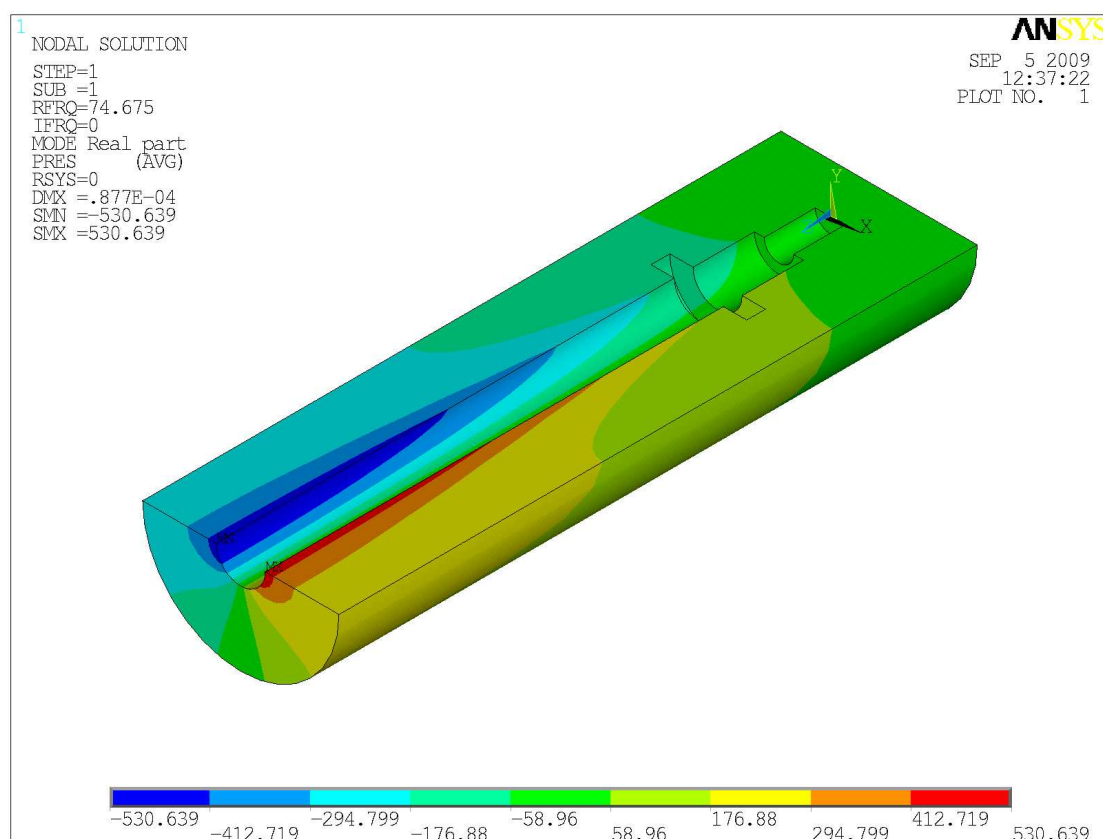
Obr. 16: Rozložení tlaků v kapalině při 1. tvaru kmitu, 10% ponoření – varianta B

Modální analýza rotoru ponořeného 45% do kapaliny

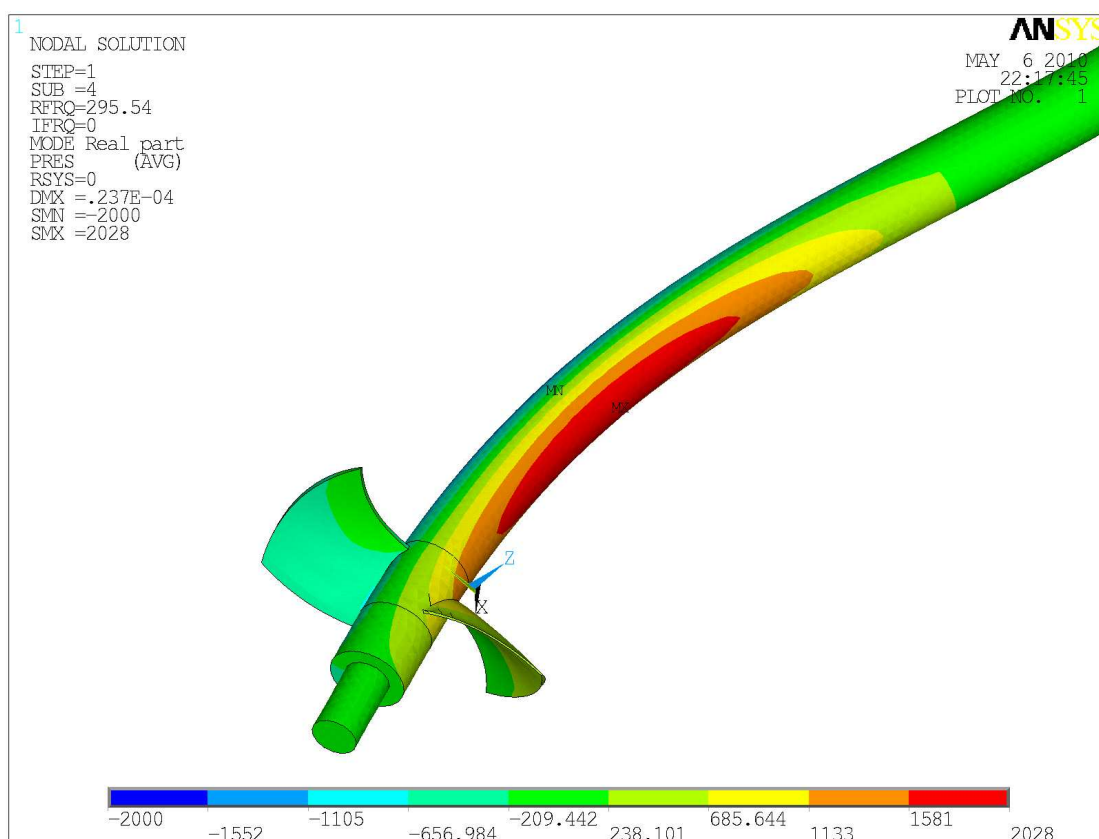
Dále byly hledány vlastní frekvence a tvary rotoru ponořeného přibližně do 45% kapaliny. Výsledky jsou uvedeny v tabulce (Tab. 9).

	Varianta A	Varianta B	Varianta C
1. vlastní frekvence [Hz]	74.3	74.7	76.5 76.6
2. vlastní frekvence [Hz]	287.9	291.3	294.0 295.5

Tab.9: Vlastní frekvence – 45% ponoření



Obr. 17: Rozložení tlaků v kapalině při 1. tvaru kmitu, 45% ponoření – varianta B



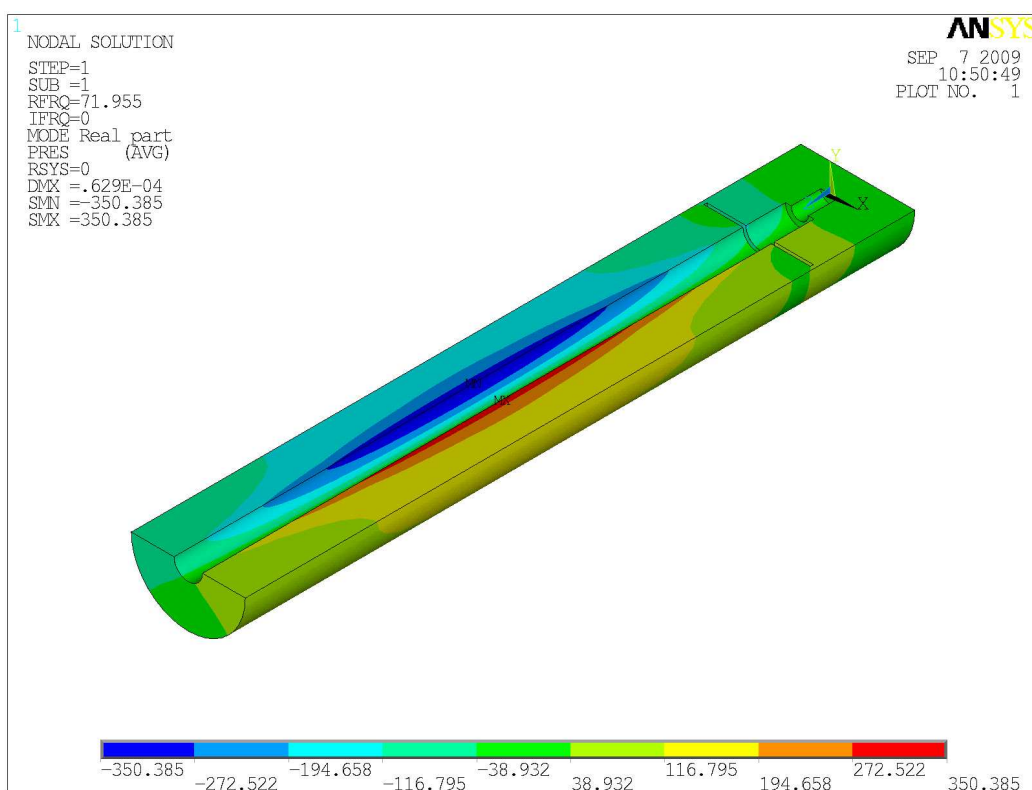
Obr. 18: Rozložení tlaků na rotoru při 2. tvaru kmitu, 45% ponoření – varianta C

Modální analýza rotoru ponořeného 85% do kapaliny

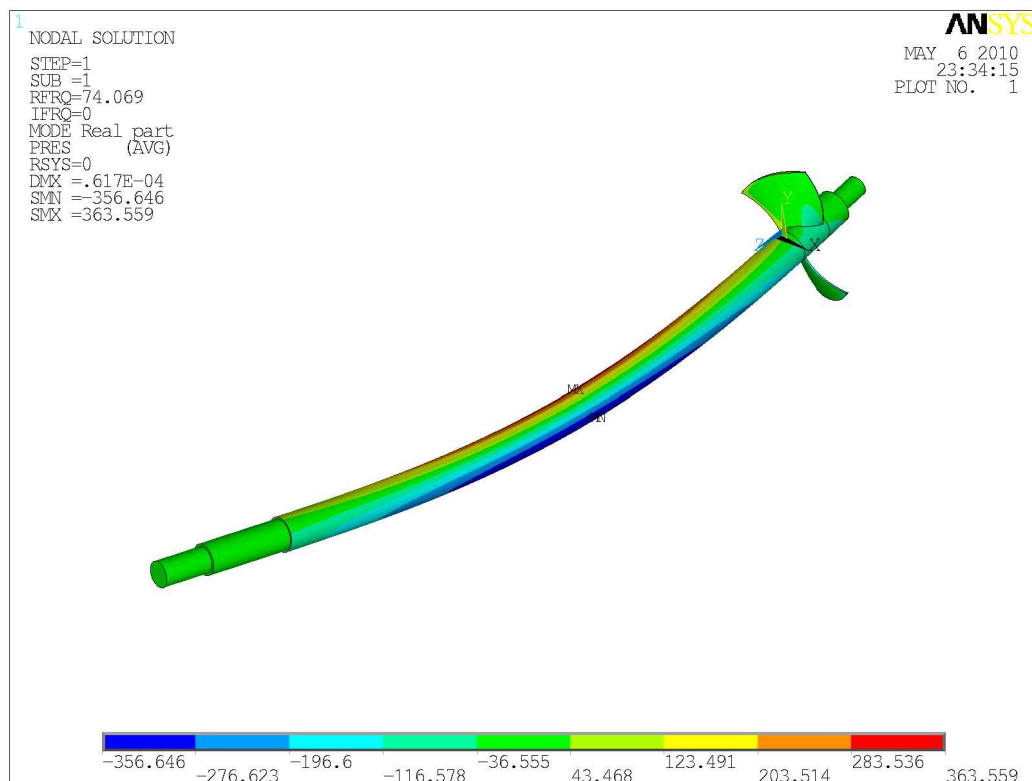
Nakonec byly provedeny analýzy, kdy je rotor ponořen 85% kapaliny (Tab. 10). Tato výška hladiny nejvíce odpovídá hladině kapaliny při provozu vírové turbíny.

	Varianta A	Varianta B	Varianta C
1. vlastní frekvence [Hz]	71.9	72.3	74.1 74.2
2. vlastní frekvence [Hz]	279.5	282.6	285.6 287.0

Tab.10: Vlastní frekvence – 85% ponoření



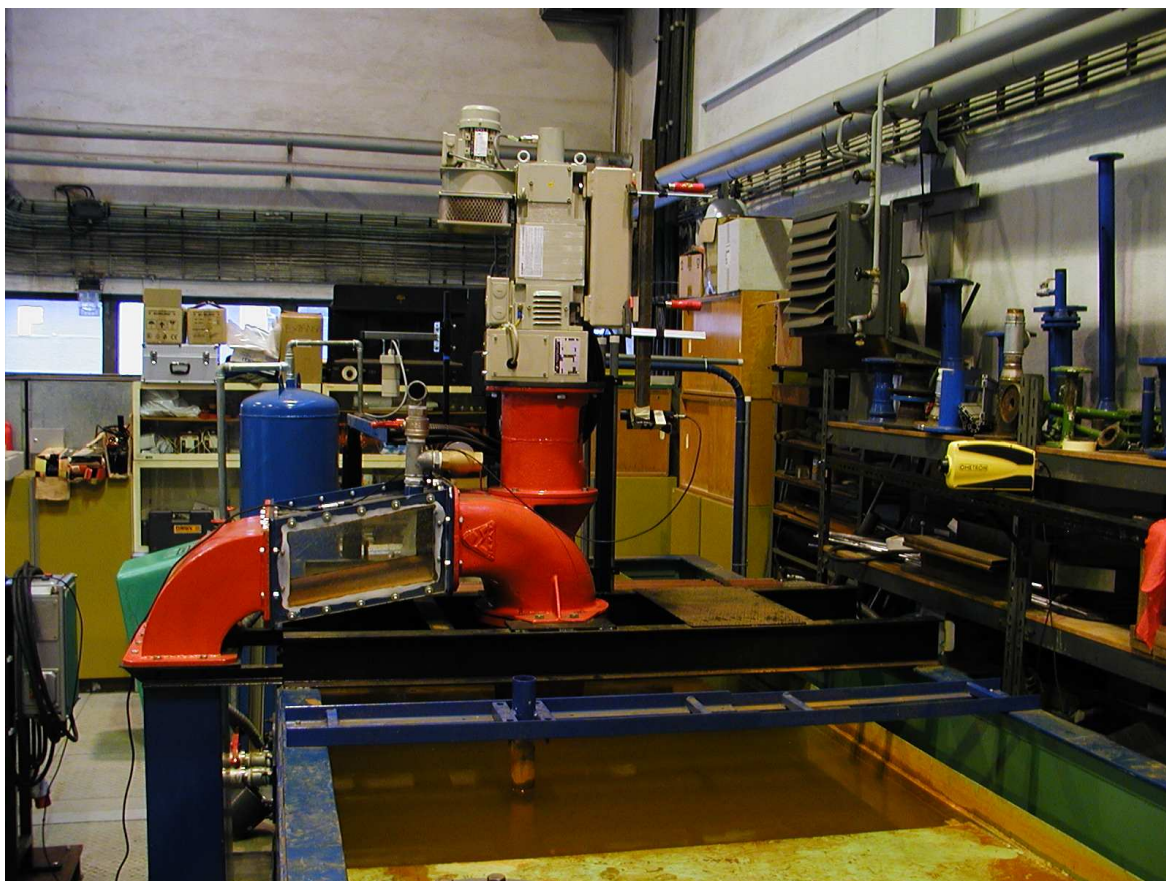
Obr. 19: Rozložení tlaků v tekutině při 1. tvaru kmitu, 85% ponoření – varianta A



Obr. 20: Rozložení tlaků na rotoru při 1. tvaru kmitu, 85% ponoření – varianta C

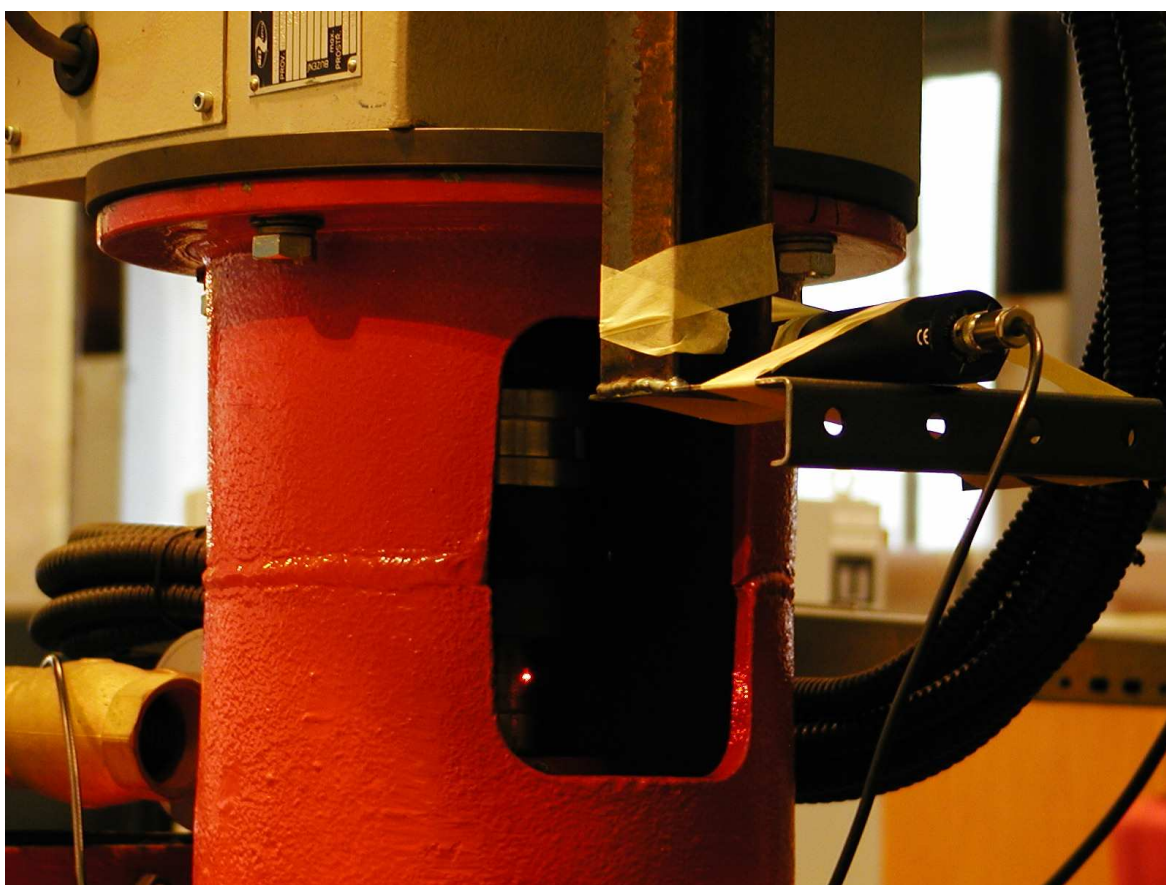
5.8 EXPERIMENTÁLNÍ MODÁLNÍ ANALÝZA ZA KLIDU

Experimentální modální analýza (EMA) byla provedena v laboratořích Odboru fluidního inženýrství Victora Kaplana, Energetického ústavu FSI v Brně (Obr. 21).



Obr. 21: Vírová turbína v laboratoři Odboru fluidního inženýrství

Rotorová soustava byla buzena pod spojkou, v tzv. zvonu. V tom samém místě byla snímána odezva. Toto místo bylo vybráno z důvodu snadné montáže senzorů (Obr. 22). Byla provedena tři měření, bez vody, při hladině odpovídající 45% ponořeného rotoru a pro hladinu odpovídající 85% ponořeného rotoru, tedy provozní stav. Hodnoty vlastních frekvencí pro každé ze tří měření byly odečteny z vytvořeného Fourierova spektra odezev a jsou uvedeny v tabulce (Tab. 11).

*Obr. 22: Zvon vírové turbíny*

	0% ponoření	45% ponoření	85% ponoření
1. vlastní frekvence [Hz]	79.4	77.2	74.1
	80.0	78.1	75.5

Tab. 11: 1. vlastní frekvence zjištěná experimentálně

5.9 ANALÝZA VÝSLEDKŮ A POROVNÁNÍ S EXPERIMENTEM

V následující tabulce (Tab. 12) uvádím výsledky výpočtového modelování a experimentu pro 1. vlastní frekvenci rotoru bez vody a rotoru ponořeného do určitých výšek kapaliny. Jak bylo již uvedeno, při experimentu nebyly měřeny vlastní frekvence pro hladinu odpovídající 10% ponořeného hřídele, proto v tabulce chybí.

1.vlastní frekvence	Varianta A	Varianta B	Varianta C	Experiment
Bez kapaliny [Hz]	76.8	77.1	79.0	79.4
			79.1	80.0
Hladina 10% [Hz]	76.6	77.1	78.9	-
			79.1	-
Hladina 45% [Hz]	74.3	74.7	76.5	77.2
			76.6	78.1
Hladina 85% [Hz]	71.9	72.3	74.1	74.1
			74.2	75.5

Tab.12: 1. vlastní frekvence rotoru bez kapaliny a v určitých výškách ponoření

Z tabulky plyne, že výsledky výpočtového modelování a experimentu pro jednotlivé hladiny si navzájem odpovídají. Rozdíl mezi variantou C (skutečná geometrie lopatkového kola) a experimentem je menší než 2%. Výsledky variant A,B (lopatkové kolo aproximováno kotoučem) a experimentem se liší o 5%.

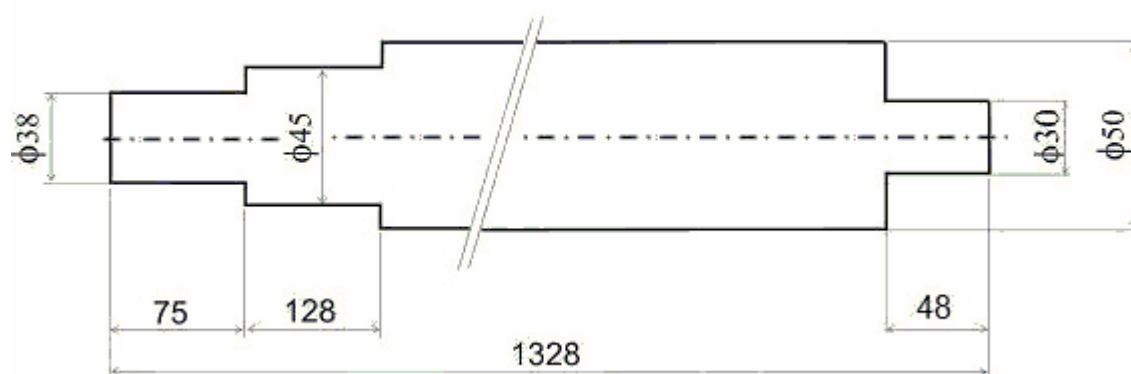
Dále můžeme z tabulky dopočítat, že vlastní frekvence rotoru ponořeného do vody při provoznímu stavu (hladina 85%), oproti vlastní frekvenci rotoru bez kapaliny poklesne přibližně o 6%. Tuto hodnotu potvrzují výpočty všech tří variant i experimentu.

6. URČENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ ROTORU ZA ROTACE

V následující kapitole popisují postup tvorbu dílčích výpočtových modelů pro zadaný problém. Na konci této kapitoly jsou prezentovány výsledky a provedeno porovnání s experimentem.

6.1 MODEL GEOMETRIE

Po analýze problému a výběru metody řešení v kapitole 4.5, bylo zvoleno modelovat rotor pouze jako holý hřídel bez kotouče. Tomu odpovídá i model geometrie (Obr. 23).



Obr. 23: Model geometrie rotoru

6.2 MODEL MATERIÁLŮ

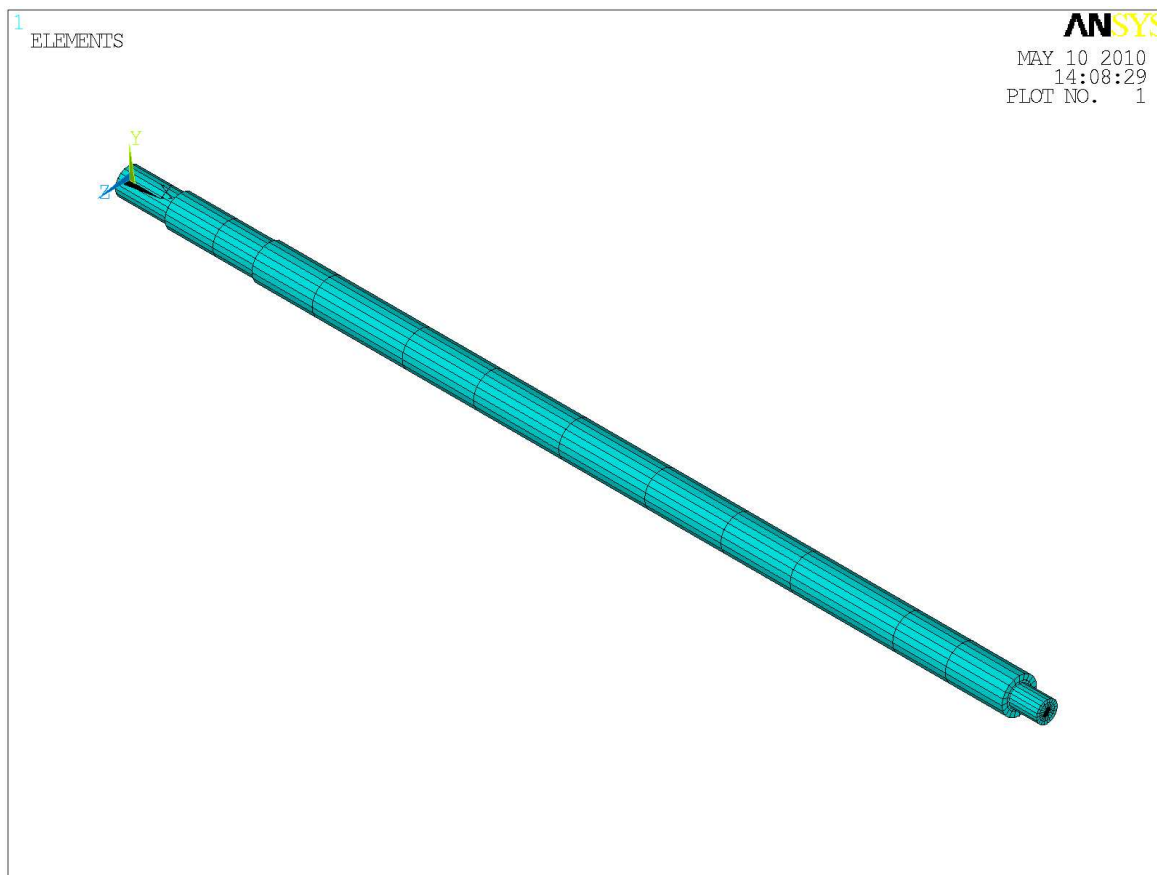
Model materiálu se shoduje s materiálem použitým při řešení problému v kapitole 5. Materiálem je tedy ocel, s následujícími vlastnostmi (Tab. 13).

	Modul pružnosti v tahu $E[Pa]$	Poissonovo číslo $\mu[-]$	Husota $\rho[kg \cdot m^{-3}]$
Hřídel - ocel	$2,1 \cdot 10^{11}$	0,3	7850

Tab. 13: Materiál rotoru

6.3 DISKRETIZACE MODELU GEOMETRIE

Diskretizace modelu geometrie byla provedena pomocí prutových prvků BEAM188, jak znázorňuje následující obrázek (Obr. 24).



Obr. 24: Diskretizace modelu geometrie

6.4 MODEL VAZEB

Hřídel je podle výkresové dokumentace uložena v ložiskách v místech A a B. Nahrazení reálných ložisek vazbami v MKP modelu je provedeno na následujícím obrázku (Obr. 25). Je zamezeno pohybu všech uzlům na střednici ve směru osy y a z v místě ložiska A. V místě ložiska B jsou na střednici zamezeny posuvy ve všech směrech, tedy ve směrech x, y a z.



Obr. 25: Model vazeb

6.5 ZAHRNUTÍ DYNAMICKÝCH VLASTNOSTÍ LOPATKOVÉHO KOLA A PŘÍDAVNÉ HMOTNOSTI OD KAPALINY

Zahrnutí dynamických vlastností lopatkového kola

Momenty setrvačnosti a hmotnost lopatkového kola byly do výpočtového algoritmu zahrnuty pomocí konečného prvku MASS21. Tento prvek umožňuje zadat hmotnosti a momenty setrvačnosti nezávisle pro tři na sebe kolmé osy. Element s charakteristikami, které byly zjištěny experimentálně (kapitola 5.1), byl umístěn do místa, kde se na skutečné konstrukci nachází lopatkové kolo (Obr. 26).

Zahrnutí přídatné hmotnosti kapaliny

Zahrnutí vlivy přídatné hmotnosti bylo provedeno dle metody popsané v kapitole 4.5. Byly použity výsledky z kapitoly 5.7, konkrétně tedy vypočtené vlastní frekvence varianty C bez vody a s 85% ponořením.

Ze spočtené vlastní frekvence pro rotor bez tekutiny:

$$\lambda_{0\%} = \sqrt{\frac{k_{\text{rotor}}}{m_{\text{rotor}}}} \quad (9)$$

$$79.0 = \sqrt{\frac{k_{\text{rotor}}}{19.4}} \Rightarrow k_{\text{rotor}} = 121075.4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \quad (10)$$

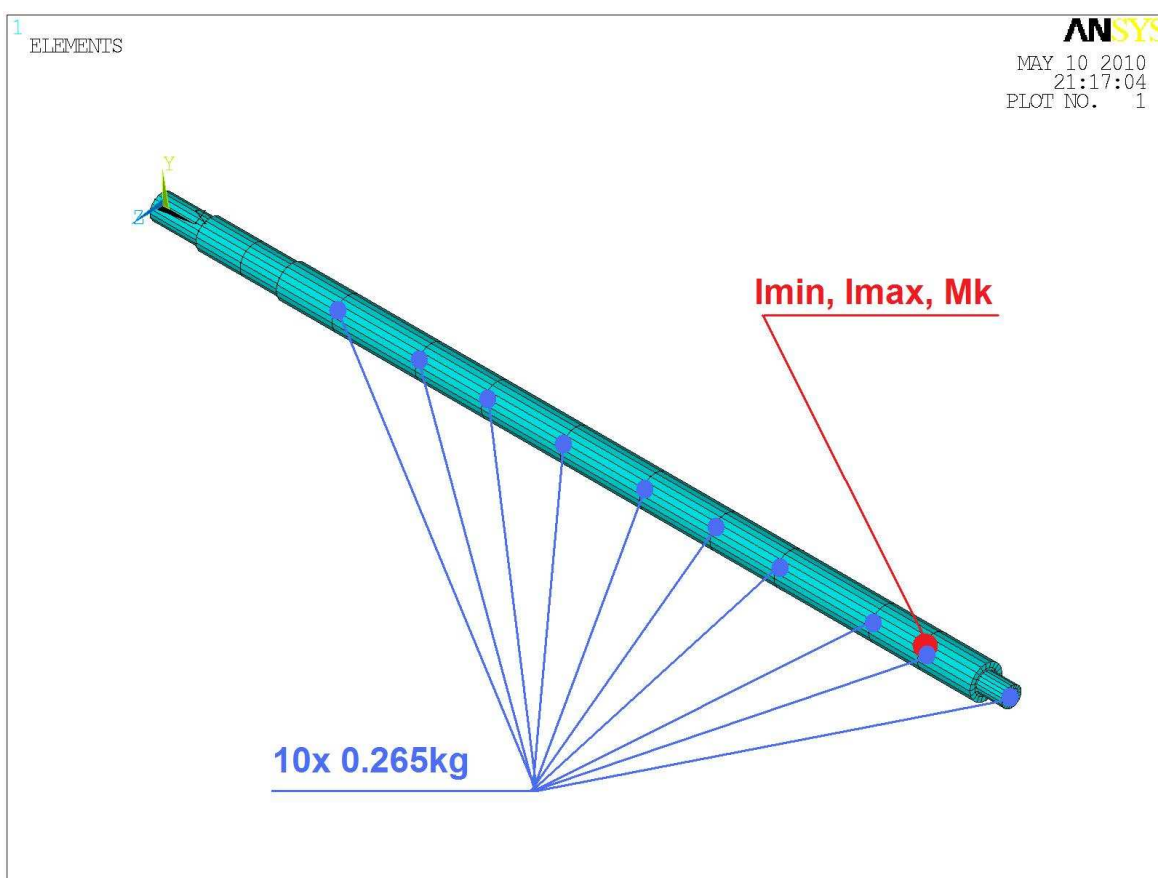
Ze spočtené vlastní frekvence pro rotor ponořený do 85% kapaliny, za předpokladu, že okolní kapalina nemá vliv na tuhost rotorové soustavy:

$$\lambda_{85\%} = \sqrt{\frac{k_{\text{rotor}}}{m_{\text{rotor}} + m_{\text{kapalina}}}} \quad (11)$$

Po dosazení z (10):

$$74.1 = \sqrt{\frac{121075.4}{19.4 + m_{\text{kapalina}}}} \Rightarrow m_{\text{kapalina}} = 2.65\text{kg} \quad (12)$$

Takto zjištěnou přídatnou hmotnost od kapaliny z rovnice (12) jsem se rozhodl rovnoměrně rozdělit po délce ponořeného hřídele pomocí konečného prvku MASS21. Tedy každému z deseti elementům jsem přidělil hmotnost 0.265kg (Obr. 26).



Obr. 26: Zahrnutí dynamických vlastností lopatkového kola a přídatné hmotnosti od kapaliny

6.6 VÝPOČTOVÁ MODÁLNÍ ANALÝZA

Pro ověření přesnosti použitého prutového modelu budou provedeny dvě modální analýzy. Pro rotor bez vlivu kapaliny a pro rotor s vlivem přídavné hmotnosti kapaliny odpovídající 85% ponoření. Výsledky budou porovnány s výsledky varianty C a experimentální modální analýzou za klidu (Tab.14).

1.vlastní frekvence	Prutový model	Varianta C	Experiment
Bez kapaliny [Hz]	77.2	79.0	79.4
	77.3	79.1	80.0
Hladina 85% [Hz]	72.1	74.1	74.1
	72.2	74.2	75.5

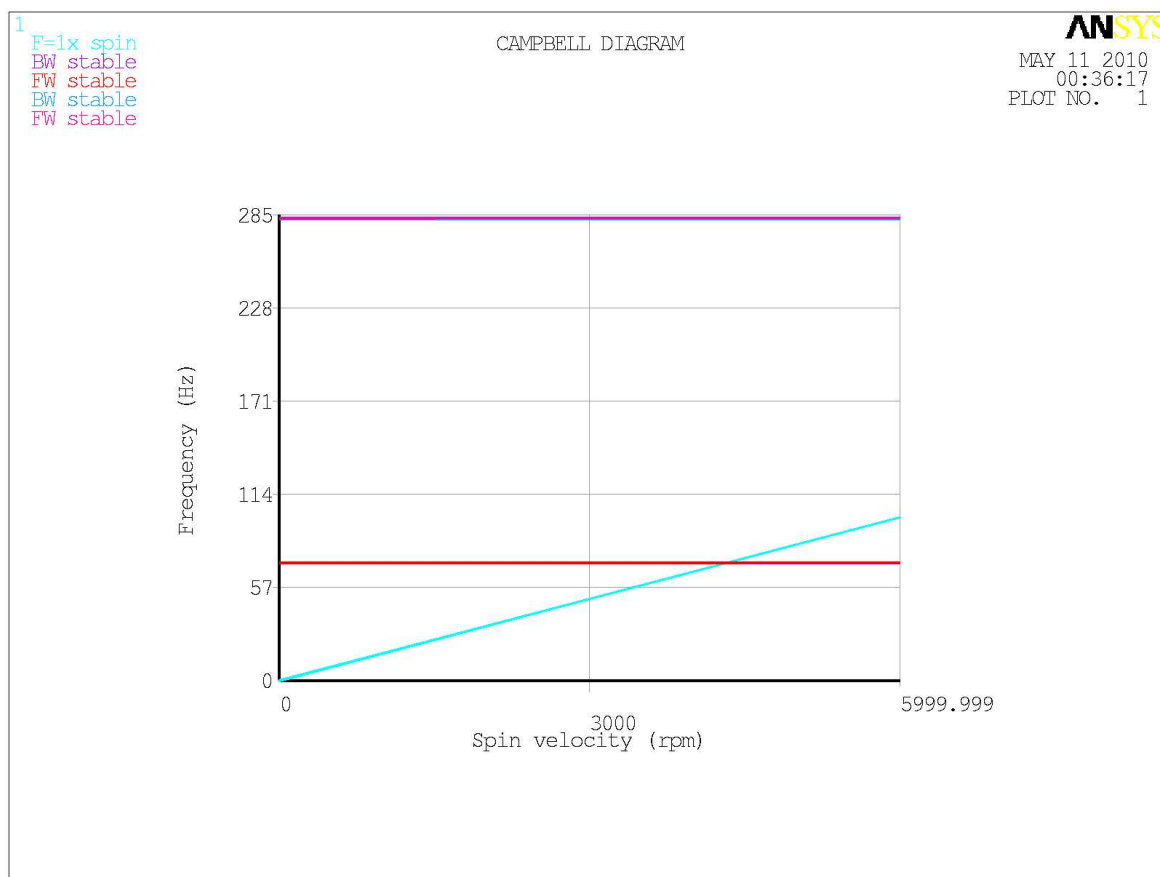
Tab. 14: 1. vlastní frekvence rotoru bez kapaliny a při 85% ponoření

Jak je patrné z tabulky, odchylky vlastních frekvencí prutového modelu, varianty C a experimentu jsou do 5%. Tato přesnost je pro dále řešené úlohy dostačující.

6.7 CAMPBELLŮV DIAGRAM A JEHO ANALÝZA

Campbellův diagram je závislost mezi vlastními frekvencemi a otáčkami za minutu (případně otáčkovou frekvencí nebo úhlovou rychlostí rotace). Pro analýzu chování rotoru za rotace je Campbellův diagram ideálním prostředkem. Campbellův diagram vykresluji od 0 do 6000 ot/min (Obr. 27).

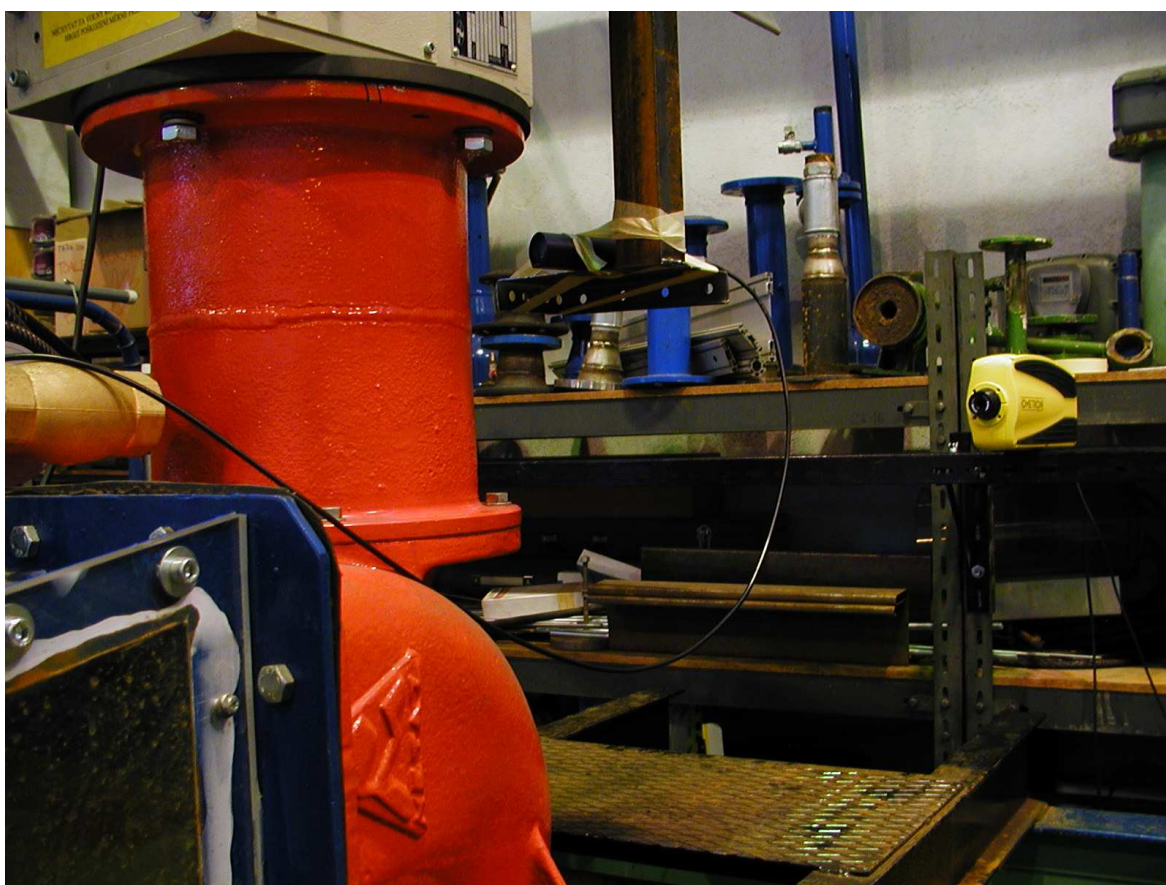
Vliv souběžné a protiběžné precese splynul v rozlišovací schopnosti vykreslované závislosti. Vlastní frekvence při 6000 ot/min naroste (poklesne) přibližně jen o 0,1Hz. Při 3000 ot/min činí rozdíl vlastních frekvencí za klidu a za rotace pouze 0,05 Hz.



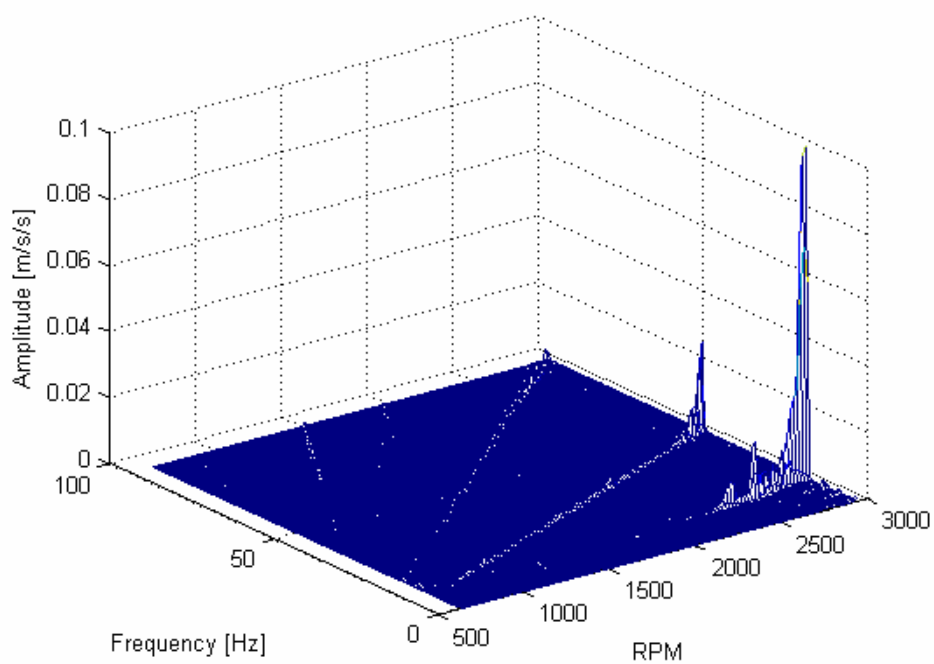
Obr. 27: Campbellův diagram

6.8 EXPERIMENTÁLNÍ MODÁLNÍ ANALÝZA ZA ROTACE

Experimentální analýza vírové turbíny za rotace byla provedena v laboratořích Odboru fluidního inženýrství Victora Kaplana, Energetického ústavu FSI v Brně. Odezva rotoru byla získána pomocí laserového senzoru (Obr. 28), snímajícího místo blízko spojky. Hladina kapaliny odpovídala provoznímu stavu, tedy ponoření rotoru do 85%. Rychlost rotace se během 4 minut měnila od 0 do 3000 ot/min. Výstup z měření tvoří kaskádový diagram (Obr. 29), z něj byly odečteny vlastní frekvence odpovídající 1. vlastnímu tvaru při 3000 ot/min. Tedy 83.3 a 85.6 Hz.



Obr. 28: Laserový snímač



Obr. 29: Kaskádový diagram

6.9 ANALÝZA VÝSLEDKŮ A POROVNÁNÍ S EXPERIMENTEM

Z porovnání údajů z výpočtového modelování a experimentu (Tab. 15) plyne výrazná neshoda, kdy se hodnoty se liší o 15%.

	Prutový model	Experiment
1.vlastní frekvence při 3000 ot/min [Hz]	72.1	83.3
	72.2	85.6

Tab. 15: 1. vlastní frekvence rotoru za rotace

Domnívám se, že tento rozdíl může být způsoben spojkou, která by se vlivem rotace mohla stát výrazně tužší, což by v důsledku zvýšilo vlastní frekvence celé rotorové soustavy. Tato hypotéza však nebyla zatím ověřena. Proto si myslím, že by se problém stanovení vlivu spojení na dynamické chování rotoru mohl stát tématem některé z budoucích diplomových prací.

ZÁVĚR

Prvním cílem této práce bylo stanovit vlastní frekvence rotoru vírové turbíny bez interakce s kapalným prostředím a pro různé výšky ponoření rotoru do kapaliny. K tomu účelu byly vytvořeny dva výpočtové modely v systému ANSYS. V prvním byla geometrie lopatkového kola aproximována kotoučem, v druhém byla reálná geometrie lopatkového kola získána pomocí metod reverzního inženýrství. Po provedení rešeršní studie byla k řešení vybrána metoda využívající akustických prvků. Z výsledků výpočtového modelování plyne, že vlastní frekvence rotoru ponořeného do kapaliny při provozním stavu turbíny se oproti vlastní frekvenci rotoru bez vlivu tekutiny sníží o 6%. Tuto hodnotu potvrzuje i realizovaný verifikační experiment.

Rozdíly výsledků z jednotlivých výpočtových modelů a z experimentu se liší o 2% při použití modelu a s reálnou geometrií lopatkového kola a o 5% při použití modelu, kdy je kolo aproximováno kotoučem. Výsledky tedy můžeme považovat za věrohodné a určený cíl za splněný v celém rozsahu.

Druhým vymezeným cílem bylo zjistit chování rotoru vírové turbíny při rotaci, konkrétně stanovit závislost vlastních frekvencí ponořeného rotoru na rychlosti rotace. K tomu účelu byl vytvořen prutový výpočtový model, který zahrnoval přídatné účinky od tekutiny a následně vykreslen Campbellův diagram. Výsledky výpočtového modelování byly opět srovnány s provedeným verifikačním experimentem. Stanovený cíl byl sice splněn, ale výsledky z modelování a experimentu se liší o 15%.

Tento rozdíl by mohl být způsoben spojkou, která by se vlivem rotace mohla stát výrazně tužší než za klidu a tak v důsledku zvýšit vlastní frekvence celé rotorové soustavy. Tato hypotéza by mohla být ověřena, případně vyvrácena v některé z budoucích diplomových prací.

Použitá akustická metoda poskytuje dostatečně přesné výsledky při malé časové náročnosti. Je mnohonásobně rychlejší než řešení pomocí algoritmů CFD (Computational Fluid Dynamics) a po uživateli nevyžaduje důkladnou teoretickou znalost hydromechaniky. Výstupem z této metody je pouze tlakové pole, na rozdíl od metod CFD, kdy je výstupem i pole rychlostí.

Zvolit akustickou metodu pro řešení interakcí těles s tekutinou proto doporučuji u úloh, kdy pole rychlostí znát nepotřebujeme, např.: stanovení vlastních frekvencí objektu kmitajícího v tekutině (turbína, čerpadlo) nebo objektu obsahujícího tekutinu (nádrže), stanovení odezvy tělesa v tekutině nebo tělesa obsahujícího tekutinu na vnější buzení (zemětřesení), či kmitání tělesa v tekutině vynuceného tlakovými pulsacemi.

SEZNAM POUŽITÉHO ZNAČENÍ

p	$[Pa]$	tlak
u_x, u_y, u_z	$[m]$	složky posunutí
M	$[-]$	matice hmotnosti diskretizované konstrukce
K	$[-]$	matice tuhosti diskretizované konstrukce
C	$[-]$	matice tlumení diskretizované konstrukce
M_p	$[-]$	matice hmotnosti kapaliny
K_p	$[-]$	matice tuhosti kapaliny
C_p	$[-]$	matice tlumení v kapalině
M_c	$[-]$	matice hmotnostních interakcí
K_c	$[-]$	matice tuhostních interakcí
f(t)	$[-]$	vektor zobecněných sil působících na konstrukci
w(t)	$[-]$	vektor zobecněného zatížení v bodech kapalinové oblasti
u, $\dot{u}$, $\ddot{u}$	$[-]$	vektor zobecněných přemístění; jeho derivace
p, $\dot{p}$, $\ddot{p}$	$[-]$	vektor tlaků v kapalině; jeho derivace
K*	$[-]$	matice tuhosti celé soustavy
M*	$[-]$	matice hmotnosti celé soustavy
Φ_i	$[-]$	vlastní vektor odpovídající vlastnímu číslu
λ_i	$[-]$	vlastní číslo
ω_i	$[-]$	vlastní úhlová frekvence
$\lambda_{0\%}$	$[Hz]$	vlastní frekvence rotoru bez tekutiny
$\lambda_{85\%}$	$[Hz]$	vlastní frekvence rotoru v tekutině při provozním stavu
k_{rotor}	$[N \cdot m^{-1}]$	tuhost rotoru
m_{rotor}	$[kg]$	hmotnost rotoru
$m_{kapalina}$	$[kg]$	přídavná hmotnost od kapaliny
I	$[kg \cdot m^2]$	moment setrvačnosti
m_k	$[kg]$	hmotnost lopatkového kola

r	$[m]$	poloměr kotouče
t	$[m]$	tloušťka kotouče
ρ	$[kg \cdot m^{-3}]$	hustota
E	$[Pa]$	modul pružnosti
μ	$[-]$	Poissonova konstanta
c	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlost šíření zvuku v daném prostředí

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Gash, R., Nordmann, R., Pfützner, H.: *Rotordynamik*. Springer, Berlin. 2002. p. 705.
- [2] Axisa, F., Antunes, J.: *Modelling of Mechanical Systems Fluid-Structure Interaction*, Volume 3. Elsevier 2007. p.
- [3] Charing, M., Gartmeier, O.: *A Finite Element Procedure for Calculating Fluid-Structure Interaction Using MSC/NASTRAN*. NASA Technical Memorandum 102857, Amens Research center, Moffett Fiels, USA 1990. p. 162.
- [4] Salajka, V.: *Analýza konstrukcí v interakci s kapalinou*. Habilitační práce, VUT v Brně, 2006
- [5] Liu H., Schubert D.: *Effects of Nonlinear Geometric and Material Properties on the Seismic Response of Fluid/Tank Systems*, University of Alaska Anchorage, Dostupné z: <http://www.ansys.com/events/proceedings/2002/PAPERS/168.pdf>
- [6] Mrázek, M.: *Vliv kapaliny na modální charakteristiky válcové nádrže*. Příspěvek ke konferenci Juniorstav 2008, VUT v Brně, 2008. Dostupné z: http://www.fce.vutbr.cz/veda/juniorstav2008_sekce/pdf/2_7/Mrozek_Michal_CL.pdf
- [7] Imaoka, S.: *Sheldon's ANSYS Tips and Tricks*, ANSYS, Inc., 2004. Dostupné z: <http://ansys.net/collection/922>
- [8] Kučera, M.: *Dynamické vlastnosti rotoru kmitajícího v tekutině*. Diplomová práce, VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 62 s.
- [9] Amabili M., Pellicano F., Paidoussis M.: *Non-linear dynamics and stability of circular cylindrical shells containing flowing flow*. Part III: Truncation effect withoutflow and experiments, Journal of Sound and Vibration, Volume 237(4), p. 617- 640
- [10] Ai, Shang-mao, Li-ping.: *Fluid-structure coupled analysis of underwater cylindrical shells*, Journal of Marine Science and Application, Volume 7 No. 2
- [11] Damborský, P.: *Výpočtová a experimentální analýza napjatosti turbinové lopatky*. Diplomová práce, VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 58 s.
- [12] Přikryl, F.: *Frekvenčně modální analýza lopatkového svazku parní turbíny*. Diplomová práce, VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 71 s.

[13] Janíček, P.: *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky – hledání souvislostí*. 1. vyd., Brno: CERM, VUT IUM, 2007, 1230s.