VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

# PEVNOSTNÍ NÁRVH RÁMOVÉ KONSTRUKCE LISU A STANOVENÍ PODDAJNOSTI V MÍSTĚ PŮSOBENÍ ZATÍŽENÍ

STRENGTH DESIGN OF THE PRESS FRAME CONSTRUCTION AND THE COMPLIANCE CALCULATION AT THE LOAD POSITION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR´S THESIS

AUTOR PRÁCE — MARTIN DOBEŠ
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — prof. RNDr. Ing. JAN VRBKA, DrSc., dr.h.c.
SUPERVISOR

BRNO 2009

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Akademický rok: 2008/2009

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Martin Dobeš

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

**Pevnostní návrh rámové konstrukce lisu a stanovení poddajnosti v místě silového zatížení.**

v anglickém jazyce:

**Strength design of the press frame construction and the compliance calculation at the load position.**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Použitím přístupů prosté pružnosti
a) proveďte návrh charakteristických rozměrů příčného průřezu
b) posuďte vliv polohy silového zatížení na napjatost a deformaci rámu.
Použijte rovinného výpočtového modelu rámu. Pevnostní návrh proveďte pro statické zatěžování vzhledem k meznímu stavu pružnosti i pro míjivé cyklické zatěžování vzhledem k mezi únavy.

Cíle bakalářské práce:

Posouzení možností aplikace přístupů prosté pružnosti při pružnostně pevnostní a deformační analýze konstrukce. Získání praktických zkušeností.

Seznam odborné literatury:

Janíček,Ondráček,Vrbka: Mechanika těles. Pružnost a pevnost I. VUT,1992
Gere, Timoshenko: Mechanics of Materials. Chapman and Hall, 1991
Hoschl: Pružnost a pevnost ve strojnictví. SNTL Praha, 1971.

Vedoucí bakalářské práce: prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc.,dr. h. c.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2008/2009.

V Brně, dne 25.11.2008

L.S.

| | |
|---|---|
| prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.<br>Ředitel ústavu | doc. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.<br>Děkan fakulty |

## ABSTRAKT

Bakalářská práce je zaměřená na výpočet rovinného rámu používaného pro hydraulické lisy. Teoretický základ pro výpočet je uveden v první části této práce. V druhé části je proveden výpočet konkrétní úlohy formulované v zadání bakalářské práce. Jako výpočtový model rámu jsme použili rovinný rám se dvěma příčníky. Zatížení je interpretováno osamělými silami působícími na příčníky. Celý výpočet využívá Castiglianovy věty jako prostředku pro určení neznámých parametrů z deformačních podmínek. Výpočet uvažuje ohybovou energii napjatosti. V další části výpočtu uvažujeme pro srovnání i energii napjatosti od posouvajících a normálových sil. Souřadnici polohy zatížení lze měnit libovolně. Konečné výsledky práce tvoří návrh konkrétního rámu a posouzení poddajnosti tohoto rámu. Výpočet byl proveden v softwaru *MAPLE 11*.



**Klíčová slova:** Rovinný rám, deformace, bezpečnost, Castiglianova věta, mez únavy, posouvající síla



## ABSTRACT

The bachelor's thesis is intent on the calculation of a plane frame which is used for hydraulic press. The theoretical basis for the calculation is mentioned in the first part of this thesis. The calculation of a concrete exercise according to the task set in the bachelor's thesis is in the second part. As a frame model we used a plane frame with two crossbeams. The load on the plane frame is interpreted by solitary forces which work upon the crossbeams. The calculation uses the Castiglian's theorem to specify the unknown parameters from deformation conditions. The calculation considers flexion energy of tensity. In the next part of the calculation, we consider the energy of tensity caused by vertical and normal shear for comparison. Coordinates of the load position can be changed at will. The final results of the thesis are a concrete frame proposal and an examination of pliability of the frame. The calculation was carried out in *MAPLE 11* software.



**Key words:** plane frame, deformation, safety, Castiglian's theorem, fatigue limit, vertical shear

**Citace**

DOBEŠ, M. *Pevnostní návrh rámové konstrukce lisu a stanovení poddajnosti v místě silového zatížení*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 66 s. Vedoucí bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc.,dr. h. c.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně pod odborným vedením vedoucího bakalářské práce za použití uvedené literatury.

V Brně , květen 2009

……………………………..

Martin Dobeš

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych chtěl poděkovat vedoucímu bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Janu Vrbkovi, DrSc., dr.h.c. za cenné rady a připomínky během uskutečnění této práce . Chtěl bych také poděkovat své rodině za podporu po celou dobu mého studia.

# OBSAH

# 1. ÚVOD

Dnešní dobu lze charakterizovat neustálým rozvojem v oblasti techniky. Významnou roli přitom hrají výpočetní systémy a simulační softwary. V oblasti navrhování a kontrolních analýz konstrukcí se používají softwary založené např. na metodě konečných prvků (MKP). Tyto systémy se stávají postupně nedílnou součástí v etapě návrhu konstrukčního článku či celého celku. Dříve ovšem nebylo nasazení výpočetní techniky tak rapidní jako dnes. Většina úloh se tehdy částečně zjednodušila a analyzovala s využitím metod prosté pružnosti a pevnosti. Tento přístup lze však uplatnit i v dnešní době, kdy tuto možnost výpočtu můžeme použít pro kontrolu výpočtu MKP nebo jako předběžný výpočet úlohy.

Jedním z mnoha případů, kdy lze využít metody prosté pružnosti a pevnosti, je oblast rámových konstrukcí. Rám hydraulického lisu patří bezesporu mezi tyto konstrukce. V této bakalářské práci bude proveden pevnostní návrh 2-D rámu pro hydraulický lis. Součástí výpočtu bude i uvažování změny polohy zatížení.

Další cíl této práce je zhodnocení vlivu zanedbání některých druhů namáhání v určitých etapách výpočtu.

# 2. TEORIE Z MECHANIKY TĚLES- PRUŽNOST A PEVNOST

Pružnost a pevnost je oddíl mechaniky těles zabývající se určováním napjatosti, deformací a porušováním celistvosti těles za působení vnějšího zatížení. Součástí obecné pružnosti je i stanovení bezpečnosti k různým tzv. mezním stavům. Vzhledem k dalším kapitolám kde budeme používat pojmy týkající se pružnosti a pevnosti těles, deformace těles apod., je nutné si některé základní pojmy definovat. Budeme vycházet z literatury [1].

## 2.1. ZÁKLADNÍ POJMY

### 2.1.1. DEFORMACE TĚLES

Pohyb tělesa se skládá z pohybu tělesa jako celku a z deformace vzhledem ke vztažnému systému souřadnic. Deformace může být klasifikována dvěma způsoby:

a) Posuv bodu $\vec{u}_A(u, v, w)$

b) Deformací všech trojnásobně elementárních prvků tělesa, změna rozměrů je dána poměrným přetvořením $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ a změna tvaru tzv. zkosy $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$.

Deformace v bodě tělesa je určena tenzorem napětí $T\varepsilon$. [1]

**Tenzor přetvoření** je dán v maticovém tvaru $T\varepsilon = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_z \end{vmatrix}$

### 2.1.2. NAPJATOST TĚLESA

Zavedeme-li pojem napjatost v bodě tělesa A, rozumíme tím obecná napětí $\vec{f}_A$ působící ve všech řezech $\omega_i$, které bodem A provedeme. Napjatost v bodě tělesa je jednoznačně určena tenzorem napětí $T\sigma$. Vnější zatížení vede ke vzniku vnitřní napjatosti v tělese. Napjatost tvoří normálné napětí $\sigma$ a smykové napětí $\tau$. Elementární plošná síla vzájemného působení je také tvořena těmito dvěma složkami $dF_A = dF_N + dF_T$

Pro obecné napětí $\vec{f}_A$ a jeho složky platí analogický vztah z vektorového počtu $f_A = \sqrt{\sigma_A^2 + \tau_A^2}$.

Znaménková konvence je dána následovně:

$\sigma > 0$ - jestliže má směr vnější normály (TAH)

$\sigma < 0$ - pro směr opačný (TLAK)

Znaménko smykového napětí $\tau$ má v praxi smluvní charakter.

**Tenzor napětí** je zapsán v maticovém tvaru $T\sigma = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix}$

## 2.2. PRUTOVÉ PŘEDPOKLADY [1]

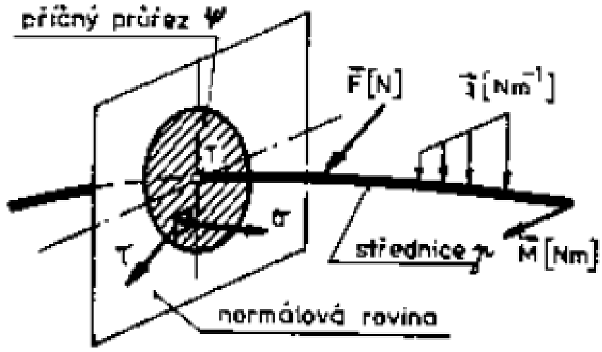
Prut je nejjednodušším výpočtovým modelem reálného tělesa z hlediska vyšetřování napjatosti a deformace. Prut musí splňovat jisté geometrické deformační a napjatostní předpoklady, které souhrnně nazýváme **prutovými předpoklady** . Předpoklady lze rozdělit následovně:

### *a) GEOMETRICKÉ PŘEDPOKLADY*

- Prut je geometricky určen střednicí $\gamma$ a příčným průřezem v kterémkoli místě střednice.
- $\gamma$ je spojitá čára
- Příčný průřez $\psi$ je jednonásobně nebo vícenásobně souvislá oblast, ohraničená obrysem a charakterizována charakteristikami průřezu.
- Délka střednice je minimálně stejně velká jako největší rozměr příčného průřezu.

### *b) VAZBOVÉ A ZATĚŽOVACÍ PŘEDPOKLADY*

- Vazby omezují jen posuvy a úhly natočení střednice.
- Zatížení je soustřeďeno na střednici (silovým působením jsou osamělé síly, liniové zatížení, silové dvojice s působištěm na střednici (obr.1.1)).

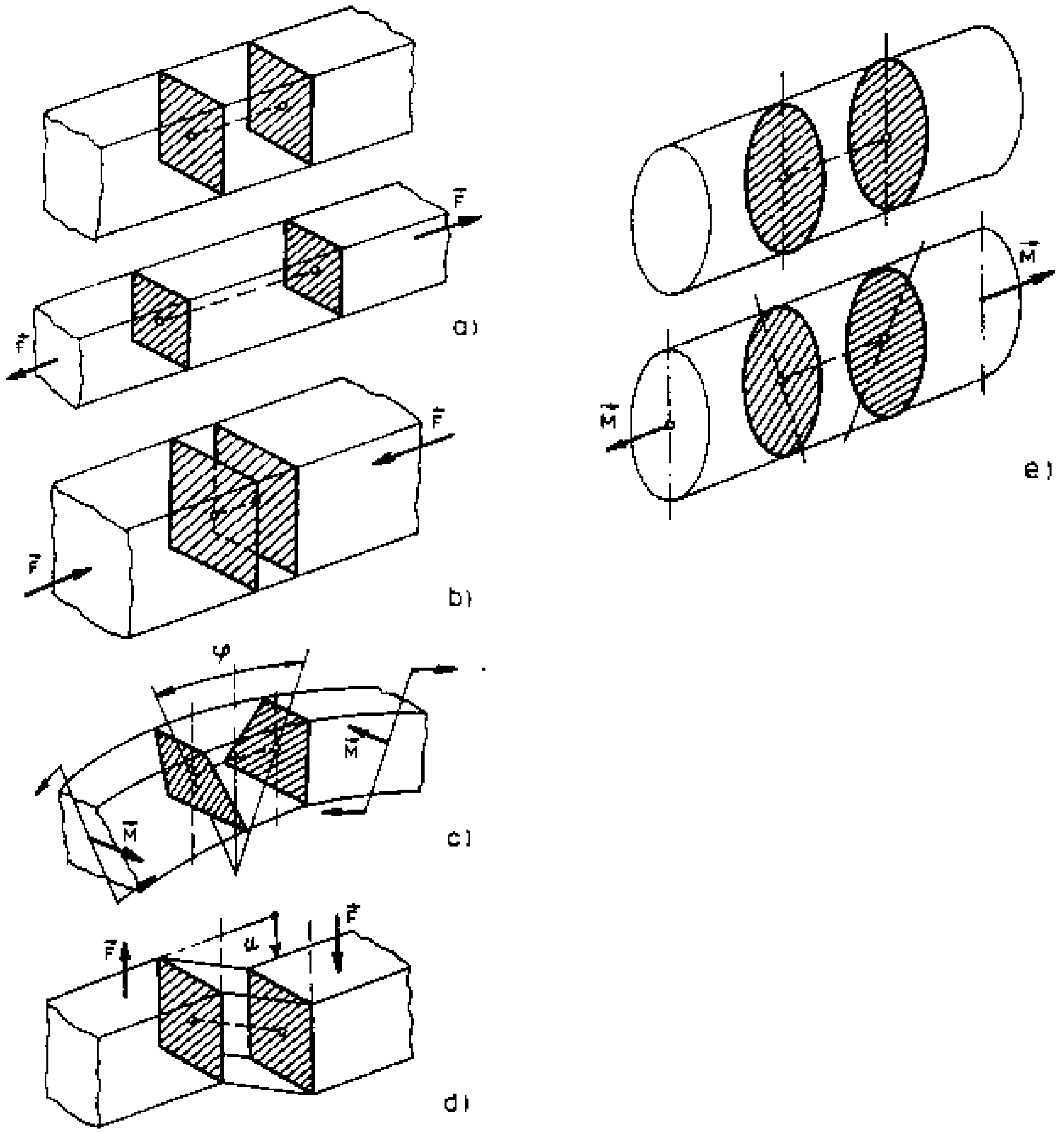



Obr.1.1 Zatížení na střednici [1]

### *c) DEFORMAČNÍ PŘEDPOKLADY*

- Střednice zůstává v procesu deformace spojití a hladká.
- Příčné průřezy zůstávají v průběhu deformace zase příčnými průřezy tj. zachovávají si rovinnost a kolmost k deformované střednici. Příčné průřezy se podle charakteru zatěžování :

  - vzájemně oddalují a deformují (obr.1.2a) **TAH**
  - vzájemně přibližují a deformují (obr1.2b) **TLAK**
  - natáčejí kolem osy ležící v $\psi$ a deformují se (obr.1.2c) **OHYB**
  - natáčejí se kolem osy kolmé k $\psi$ a deformují se (obr 1.2e) **KRUT**
  - posouvají se bez deformace (obr.1.2d) **SMYK**



Obr.1.2 Deformace příčného průřezu [1]

### *d) NAPJATOSTNÍ PŘEDPOKLADY*

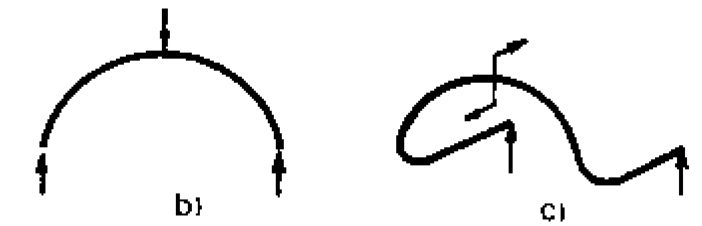
- napjatost v prutu je určena normálným a smykovým napětím v příčném průřezu (obr.1.1), je to zvláštní typ napjatosti tzv. **prutová napjatost**

## 2.3. KLASIFIKACE PRUTŮ [1]

Prut je velice široký pojem, proto si zde uvedeme některé z možných rozčlenění podle různých hledisek.

### *a) GEOMETRICKÉ HLEDISKO*

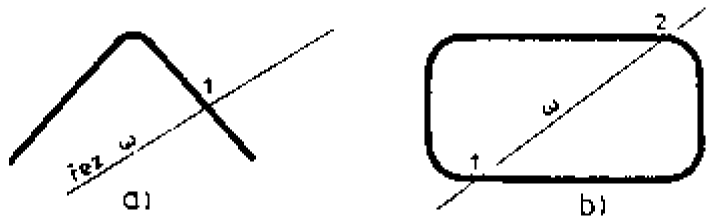
1) **Dle křivosti střednice**
   - pruty přímé
   - pruty křivé - rovinné (obr.1.3b), prostorové(obr.1.3c)




Obr.1.3 Křivost střednice [1]

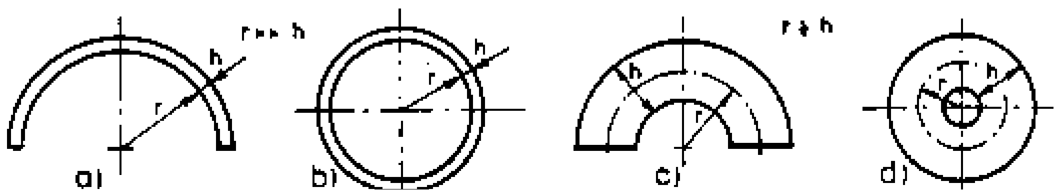
2) **Dle uzavřenosti střednice**
   - pruty otevřené (obr.1.4a)
   - pruty uzavřené (obr.1.4b)

Prut považujeme za n-krát uzavřený, jestliže rovinný řez rozdělí tento prut na 2 části tak, že existuje n+1 průsečíků.



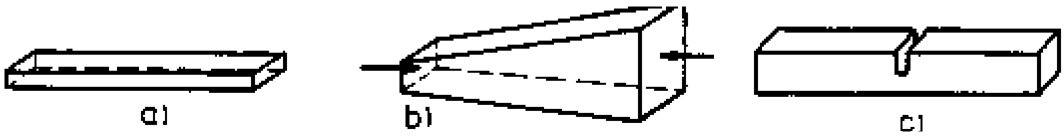

Obr.1.4 Uzavřenost prutu [1]

3) **Dle poměru příčného rozměru prutu a poloměru křivosti střednice**
   - slabě zakřivené (obr.1.5a,b)
   - silně zakřivené (obr.1.5c,d)




Obr.1.5 Zakřivení střednice [1]

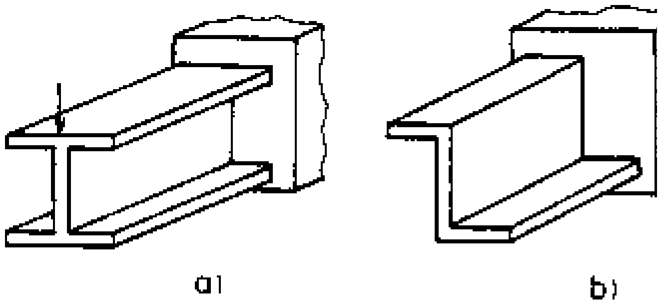
4) **Dle proměnlivosti průřezu**
   - pruty konstantního průřezu (obr.1.6a)
   - pruty proměného průřezu - spojitá změna (obr.1.6b)
     - skoková změna (obr.1.6c)




Obr.1.6 Proměnlivost průřezu [1]

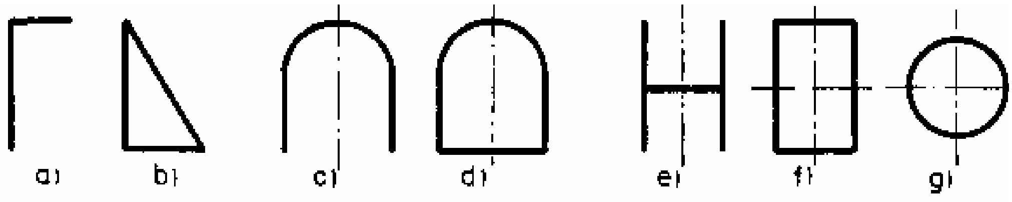
5) **Dle natočení průřezu podél střednice**
   - prut nešroubovaný - hlavní centrální osy kvadr. mom. zůstavají stejné
   - prut šroubový

6) **Dle příčného průřezu**
   - pruty elementární - kruh, čtverec
   - profily - jedná se o profily jejichž tvary jsou normované např. profil tvaru I, U, T, Z (obr.1.7a,b)




Obr.1.7 Profily [1]

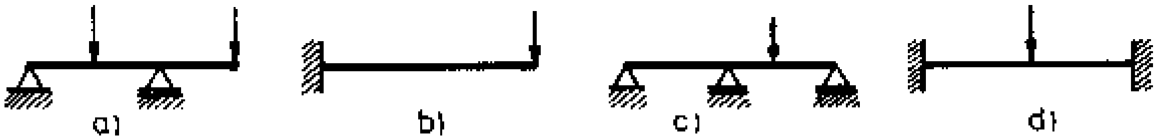
7) **Dle symetrie střednice a příčného průřezu**
   - nesymetrické (obr.1.8a,b)
   - symetrické podle jedné nebo více os(obr.1.8.c až f)
   - rotečně symetrické(obr.1.8g)




Obr.1.8 Symetrie prutů [1]

### *b) HLEDISKO VAZEB*

- pruty volné
- pruty vázané
    - **staticky určité -** stykové výslednice (reakce) můžeme stanovit z podmínek statické rovnováhy (obr.1.9a,b)
    - **staticky neurčité -** stykové výslednice určíme na základě podmínek statické rovnováhy a potřebného počtu deformačních podmínek (obr.1.9c,d)



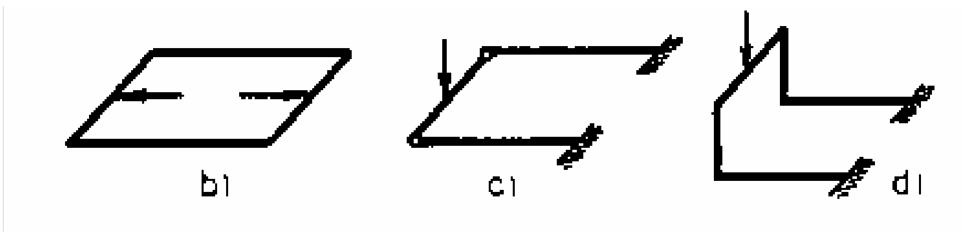

Obr.1.9 Vazby [1]

### *c) HLEDISKO ZATÍŽENÍ*

- pruty zatížené jednodušše
- pruty zatížené kombinovaně

### *d) HLEDISKO VAZEB MEZI STUPNĚM PROSTOROVOSTI GEOMETRIE A PROSTOROVOSTI DEFORMACE*

- pruty rovinné geometricky a deformačně (obr 2.b)
- pruty rovinné geometricky a prostorově deformačně (obr.2c)
- pruty prostorové geometricky i deformačně (obr.2d)




Obr.2 Rovinné a prostorové pruty [1]

## 2.4. ENERGIE NAPJATOSTI

Pro výpočet, který bude proveden v druhé části této práce je důležitý pojem energie napjatosti. Energie napjatosti lze rozdělit podle druhu namáhání:

- **TAHOVÁ ENERGIE NAPJATOSTI**

$$dW = \frac{N_{(x)}^2 dx}{2ES} \tag{2.1}$$

$dW$...energie napjatosti
$N_{(x)}$...normálová síla
$E$.......modul pružnosti
$S$.......plocha průřezu

- **SMYKOVÁ ENERGIE NAPJATOSTI**

$$dW = \frac{\beta_y T_{(x)}^2 dx}{2GS} \qquad (2.2)$$

$dW$...energie napjatosti
$T_{(x)}$...posouvající síla
$G$.......modul pružnosti ve smyku
$S$.......plocha průřezu
$\beta$ .....tvarový součinitel

- **OHYBOVÁ ENERGIE NAPJATOSTI**

$$dW = \frac{M_{(x)}^2 dx}{2EJ_Y} \qquad (2.3)$$

$dW$....energie napjatosti
$M_{(x)}$...ohybový moment
$E$........modul pružnosti
$S$........kvadratický moment průřezu

## 2.5. VYBRANÉ VĚTY LINEÁRNÍ PRUŽNOSTI

### 2.5.1. VĚTA O SUPERPOZICI NAPJATOSTI A DEFORMACE

Jeli těleso zatěžováno silovou soustavou, pak v lineární pružnosti a pevnosti je jeho napjatost a deformace rovna součtu napjatostí a deformací od jednotlivých sil této soustavy.

### 2.5.2. CASTIGLIANOVA VĚTA

Vychází z deformační práce, kterou koná silová soustava při zatěžování, a která se akumuluje ve formě energie napjatosti. Pro naše účely postačuje stručná definice této věty, bez odvození. Castiglianova věta se používá v souvislosti s posuvy a s úhly natočení a zní:

**Posuv** působiště síly $\vec{F}_i$ po její nositelce je dán jako parciální derivace celkové energie napjatosti soustavy $W$ podle této síly.

$$u_i = \frac{\partial W}{\partial F_i} \qquad (2.4)$$

**Úhel natočení** v místě působení momentu $\vec{M}_i$ v rovině jejího působení je dán jako parciální derivace celkové energie napjatosti soustavy $W$ podle tohoto momentu.

$$\varphi_i = \frac{\partial W}{\partial M_i} \qquad (2.5)$$

#### 2.5.2.1. ZNAMÉNKOVÁ KONVENCE

Jestliže nám vyjde záporné znaménko posuvu, znamená to, že posuv se uskutečňuje proti směru působení odpovídající síly. Analogicky toto pravidlo platí pro úhly natočení v případě momentového účinku. Konvence je odvozena na základě teorie práce. Práce je kladná v případě že se posuv koná ve směru působící síly.

# 3. RÁMY

Rám tvoří zpravidla základní nosný díl ve většině stavebních a strojních aplikací. Jedná se o část konstrukce, která tvoří základní nosný díl(skelet). Rám má za úkol přenášet síly, momenty a vytvářet vhodnou platformu pro upínání a připevňování ostatních dílců konstrukce.

V některých případech plní rám i ochrannou funkci např. orámování křehkého předmětu proti zničení, další častým důvodem kdy jsou rámy využívány je možnost vytvořit na nich ozdobné prvky např. zdobený rám obrazu, okenní rámy. V našem případě se budeme dívat na rám z pohledu strojní součásti a jeho využití ve strojírenství. Pro orientaci v problematice rámových konstrukcí je nutné rámy patřičně klasifikovat.

## 3.1. ROZDĚLENÍ RÁMŮ

U rozdělení rámů je nutné uvádět vždy hledisko dle kterého jsou rámy rozděleny.

a) **Dle prostorové geometrie**
   - 2D rovinné rámy
   - 3D prostorové rámy

b) **Dle uzavřenosti rámů**
   - uzavřené
   - otevřené

c) **Dle statické určitosti**
   - staticky určité
   - vnitřně staticky neurčité
   - vnějškově staticky neurčité

## 3.2. VNITŘNÍ VÝSLEDNÉ ÚČINKY (VVÚ) V RÁMU

Složky VVÚ v rámu v našem případě pro 2D rám, jsou:

- normálová síla **N** namáhání prutu tahem
- posouvající síla **T** namáhání prutu smykem
- ohybový moment $\mathbf{M_O}$ namáhání prutu ohybem

Z průběhů těchto složek je dále možné určit nebezpečné místo v rámu a popřípadě posoudit bezpečnost v tomto kritickém místě. Obecný postup určování VVÚ pro jednotlivé úlohy dle statické určitosti si uvedeme níže.

## 3.3. ROVINNÉ A PROSTOROVÉ RÁMY

V řešení rovinných a prostorových rámech jsou určité odlišnosti, které zde uvedeme.

Základní rozdíl je ve složitosti řešení. Zatímco 2D rovinné rámy lze v mnoha případech řešit relativně jednodušše, varianta 3D rámů už tak triviální není.

V případě řešení 2D rámů používáme 3 podmínky statické rovnováhy ($\upsilon$=3) pro těleso jako celek i pro každou jeho část a z těch vycházíme při určování statické určitosti, o které bude pojednáno dále. Typickou ukázkou rámu, který lze označit jako rovinný uvedeme na obr.3.


Obr.3. Rám hydraulického lisu [3]

## 3.4. STATICKÁ URČITOST RÁMŮ

Jak jsme již uvedli, jedno z možných hledisek dělení rámů je podle jejich uzavřenosti. Z tohoto dělení vyplývá částečně i určování statické určitosti.

Rámy uzavřené jsou vždy vnitřně staticky neurčité. Následně mohou být i staticky určité nebo neurčité vnějškově. Je nutné tedy provést vhodné řezy v rámu, abychom dostali rám otevřený. Ten pak musíme doplnit např. vhodnými deformačními podmínkami k získání průběhů VVÚ.

## 3.5. OBECNÝ ALGORITMUS URČOVÁNÍ SLOŽEK VVÚ [1]

1. ***Klasifikace prutu***
   - otevřený přímý prut - vázaný staticky určitě, neurčitě
   - otevřený zakřivený prut
   - uzavřený zakřivený prut

2. ***Uvolnění prutu***

   Je nutné sestavit podmínky statické rovnováhy a určení stykových sil.

3. ***Rozdělení prutu na úseky***

   Prut dělíme vhodným způsobem v místech kde:

   1. působí osamělé vnější zatěžovací účinky
   2. je změna charakteru spojitého zatížení
   3. kde nastává zlom nebo se mění směr střednice

4. ***Vlastní řešení***

   V každém úseku dělení prutu provedeme:
   - uvolnění prvku prutu řezem v obecném bodě střednice
   - s deformačních podmínek určíme neznámé parametry
   - graficky znázorníme průběhy VVÚ
   - určíme lokální extrémy složek VVÚ a jejich polohu
   - provedeme pevnostní kontrolu

## 3.6. DEFORMAČNÍ PODMÍNKY

Provede se statická analýza pro úplně uvolněné těleso. Řešení se provede s využitím podmínek statické rovnováhy a tolika deformačních podmínek kolikrát je úloha staticky neurčitá.

# 4. ROVINNÝ RÁM LISU

## 4.1. ZADÁNÍ ÚLOHY

Použitím přístupu prosté pružnosti a pevnosti proveďte návrh charakteristických rozměrů příčného průřezu, posuďte vliv polohy silového zatížení na napjatost a deformaci rámu. Použijte rovinného výpočtového modelu rámu. Pevnostní návrh proveďte pro statické zatěžování vzhledem k meznímu stavu pružnosti i pro míjivé cykly zatěžování.

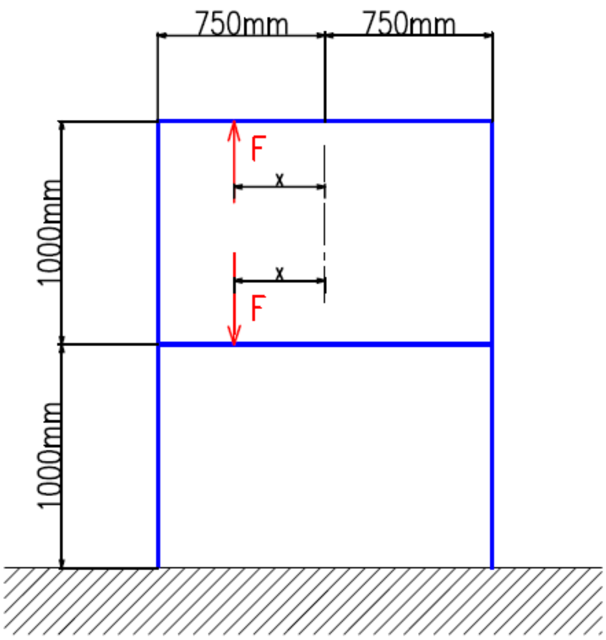
Zadané parametry lisu volím dle nejpoužívanějších druhů hydraulických lisů, tak aby měl výpočet co nejvíce reálnou formu, a byl částečně použitelný i z praktického hlediska.

**Zadané parametry lisu:**

| | |
|---|---|
| Maximální zatěžující síla: | F= 200 kN |
| Rozměry lisu: [v x š] | 2 x 1,5 m, s jedním příčníkem |
| Materiál konstrukce lisu: | ocel 11 503 |
| Mez kluzu: | $R_e$ = 335 MPa |
| Mez pevnosti: | $R_m$= 510 MPa |

## 4.2. ŘEŠENÍ ÚKOLU

Přesnější model, který je základem následujícího výpočtu je uveden na obr.3.1. Zatěžující síly jsou zakótovány obecnou souřadnicí [x], kterou budeme na závěr výpočtu měnit. Na základě změny této souřadnice, lze dospět k závěrům jaký vliv má poloha silového zatížení na napjatost a deformaci rámu.

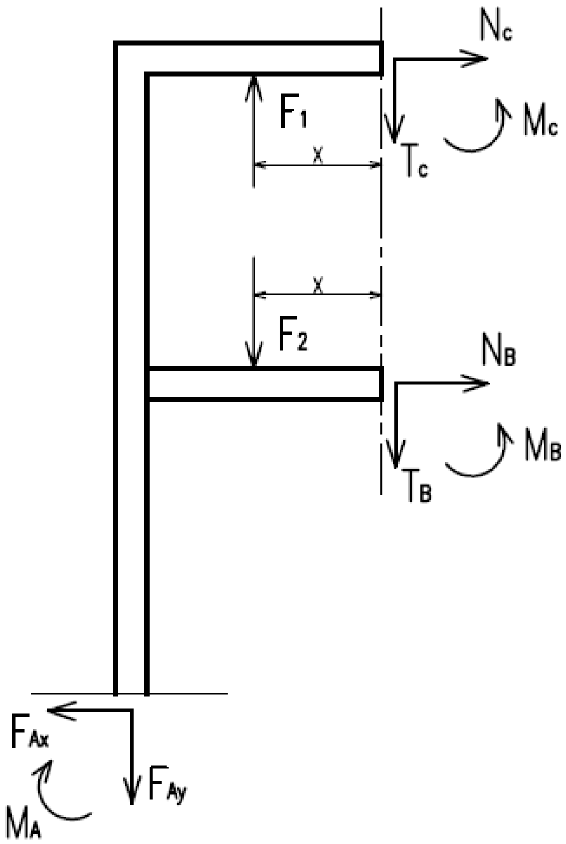



Obr.3.1 Model rovinného rámu lisu

### 4.2.1. KLASIFIKACE ÚLOHY

#### 4.2.1.1. UVOLNĚNÍ RÁMU A STATICKÁ URČITOST ÚLOHY

Rám je geometricky symetrický avšak není symetrický z hlediska silového působení, jelikož poloha silového působení je libovolná po příčníku. Z těchto důvodů rám vhodnými řezy rozdělíme a budeme řešit ve dvou etapách. V první kroku výpočtu vyřešíme levou část rámu (1.část) a v dalším pravou část rámu (2. část).




Obr.3.2a Uvolnění první části rámu

Provedeme rozbor neznámých parametrů, dále jen NP a počet použitelných podmínek statické rovnováhy pro první část rámu.

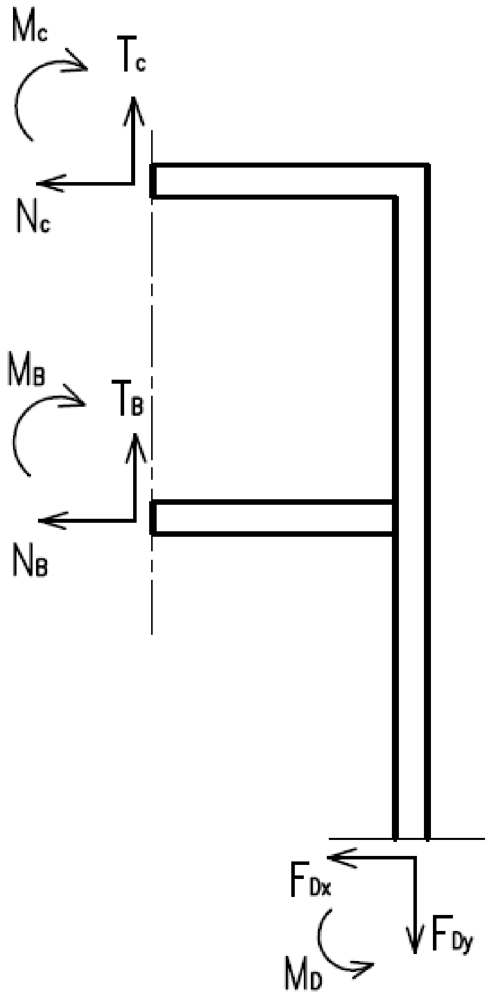
$$NP : F_{AX}, F_{AY}, N_B, T_B, N_C, T_C, M_A, M_B, M_C$$

$$NP = \mu = 9$$

$\upsilon = 3$ ...počet použitelných podmínek statické rovnováhy

$\Rightarrow$ úloha je **6x staticky neurčitá.**

V rozboru dále uvolníme druhou (pravou část rámu) pro názornost. Výpočet však bude rozčleněný na vypočet NP v první části rámu a na výpočet NP v druhé části rámu. Síly a momenty v místech řezů *B* a *C* jsou stejně velké, ale opačně orientované.




Obr.3.2b Uvolnění druhé části rámu

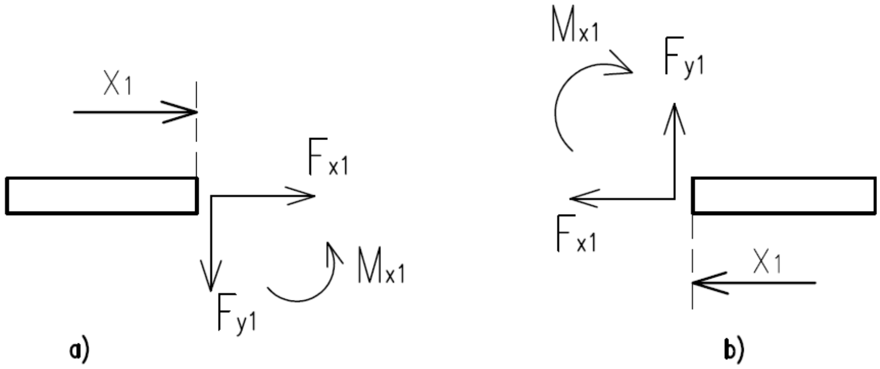
$NP: F_{DX}, F_{DY}, N_B, T_B, N_C, T_C, M_D, M_B, M_C$

$NP = \mu = 9$

$\upsilon = 3$ ...počet použitelných podmínek statické rovnováhy

$\Rightarrow$ úloha je **6x staticky neurčitá.**

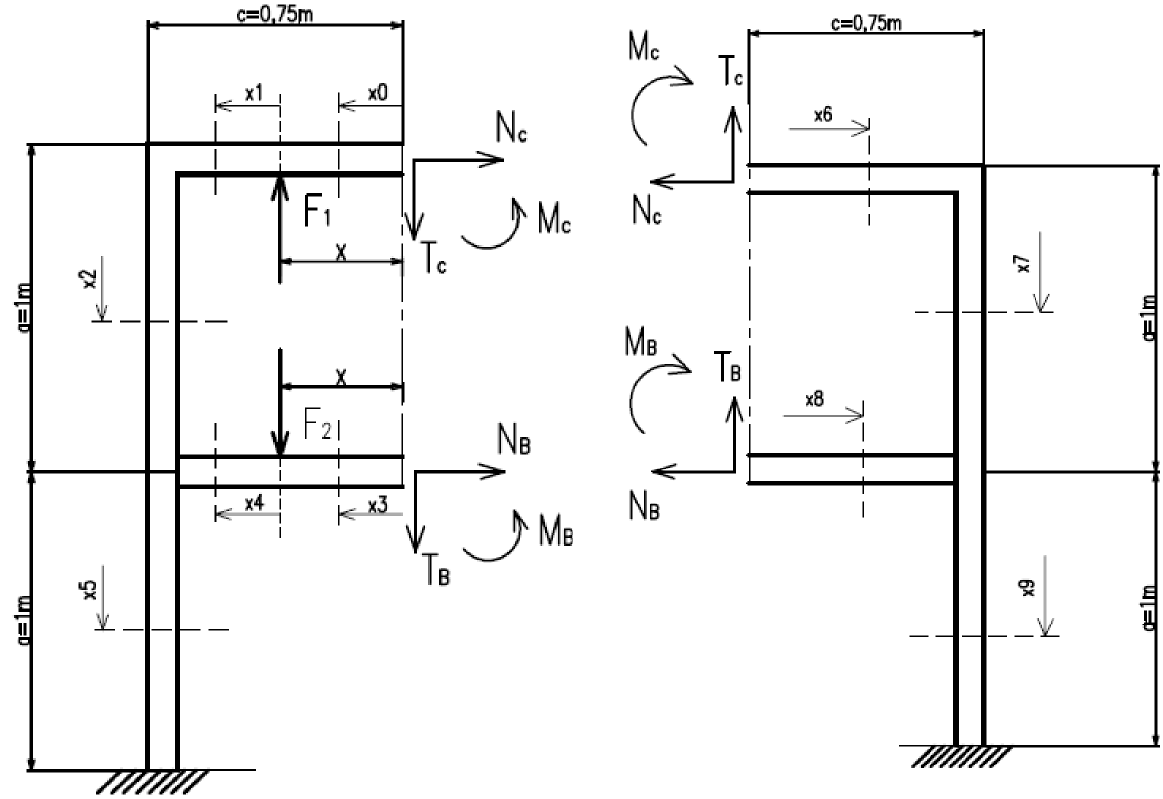
V dalším kroku výpočtu zavedeme do modelu rámu ve vhodných místech řezy, kde budeme stanovovat vnitřní výsledné účinky, dále jen VVÚ. Rám má uprostřed příčník, ten téměř znemožňuje dodržovat při provádění jednotlivých řezů určitý systém. Řezy tedy budeme provádět zleva i zprava, přičemž se budeme snažit na rám dívat zevnitř rámu. Na obr.3.2c naznačíme systém VVÚ v řezech.




Obr.3.2c Systém VVÚ v řezech
a) řez zleva, b) řez zprava

### 4.2.2. ČÁSTEČNÉ UVOLNĚNÍ

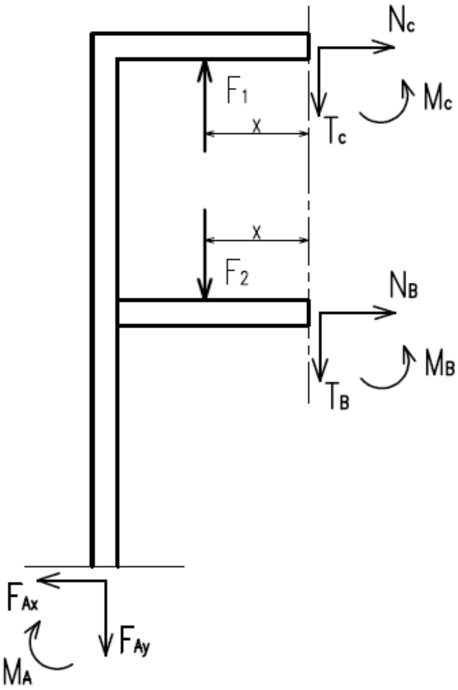
Obě části rámu musíme částečně uvolnit, abychom každou část rámu zjednodušili na úroveň úlohy staticky určité.



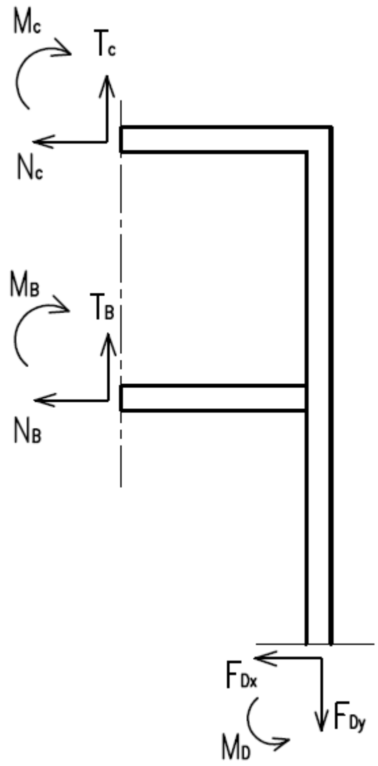

Obr.3.2d Částečné uvolnění rámu

### 4.2.3. PODMÍNKY STATICKÉ ROVNOVÁHY

U obou částí rámu můžeme napsat tři podmínky statické rovnováhy pro každou část rámu, protože tyto části řešíme nezávisle na sobě. Tím dostáváme 3 rovnice o 9 neznámých. Zbylých 6 neznámých parametrů vypočteme za použití deformačních podmínek a Castiglianovy věty v následujícím.




Obr. 3.2e Uvolnění levé části rámu




Obr. 3.2f Uvolnění pravé části rámu

***LEVÁ ČÁST:***

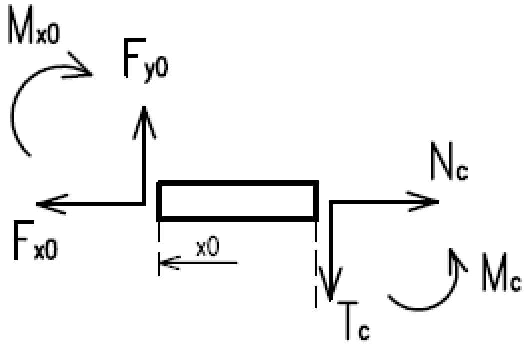
$$\sum F_X : -F_{AX} + N_C + N_B = 0$$
$$\sum F_Y : -F_{AY} - T_C - T_B - F_2 + F_1 = 0$$
$$\sum M_{RA} : -M_A + M_B + M_C - T_B \cdot c - T_C \cdot c - N_B \cdot a - N_C \cdot 2a - F_2 \cdot (c-x) + F_1 \cdot (c-x) = 0$$

***PRAVÁ ČÁST:***

$$\sum F_X : -F_{DX} - N_C - N_B = 0$$
$$\sum F_Y : -F_{DY} + T_C + T_B = 0$$
$$\sum M_{RD} : M_D - M_B - M_C - T_B \cdot c - T_C \cdot c + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a = 0$$

### 4.2.4. VÝPOČET VVÚ V ŘEZECH V LEVÉ ČÁSTI RÁMU

**ŘEZ X$_0$**

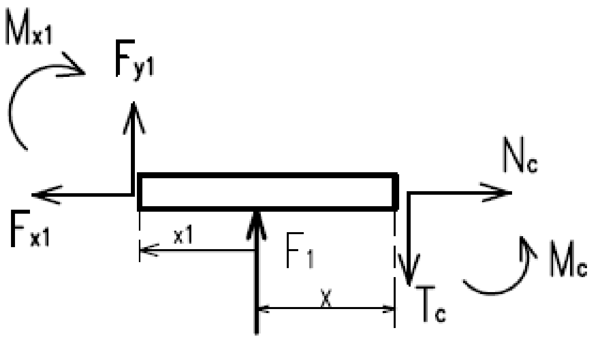



Obr. 3.3 Uvolnění v řezu x $_0$

$$\sum F_X : -F_{X0} + N_C = 0$$
$$\sum F_Y : F_{Y0} - T_C = 0$$
$$\sum M_R : -M_{X0} - T_C \cdot x_0 + M_C = 0$$

$$F_{X0} = N_C \tag{4.1}$$
$$F_{Y0} = T_C \tag{4.2}$$
$$M_{X0} = M_C - T_C \cdot x_0 \tag{4.3}$$

**ŘEZ X$_1$**

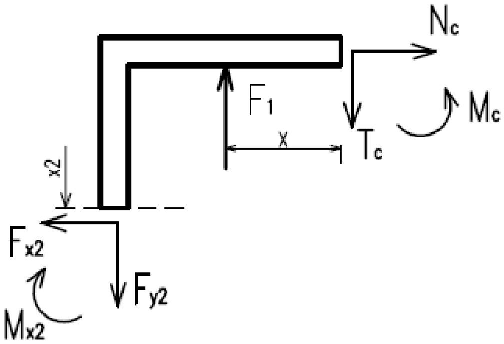



Obr. 3.4 Uvolnění v řezu x $_1$

$$\sum F_X : -F_{X1} + N_C = 0$$
$$\sum F_Y : F_{Y1} - T_C + F_1 = 0$$
$$\sum M_R : -M_{X1} - T_C \cdot (x_1 + x) + M_C + F_1 \cdot x_1 = 0$$

$$F_{X1} = N_C \tag{4.4}$$
$$F_{Y1} = T_C - F_1 \tag{4.5}$$
$$M_{X1} = M_C + F_1 \cdot x_1 - T_C \cdot (x_1 + x) \tag{4.6}$$

**ŘEZ $X_2$**

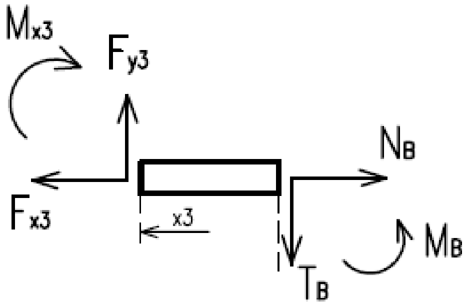



Obr. 3.5 Uvolnění v řezu x $_2$

$$\sum F_X : -F_{X2} + N_C = 0$$
$$\sum F_Y : -F_{Y2} - T_C + F_1 = 0$$
$$\sum M_R : -M_{X2} - T_C \cdot c + M_C + F_1 \cdot (c - x) - N_C \cdot x_2 = 0$$

$$F_{X2} = N_C \tag{4.7}$$
$$F_{Y1} = F_1 - T_C \tag{4.8}$$
$$M_{X2} = M_C + F_1 \cdot (c - x) - T_C \cdot c - N_C \cdot x_2 \tag{4.9}$$

**ŘEZ $X_3$**



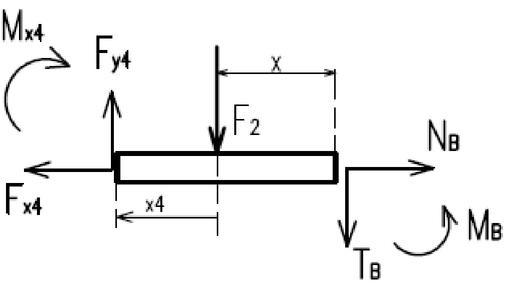

$$\sum F_X : -F_{X3} + N_B = 0$$
$$\sum F_Y : F_{Y3} - T_B = 0$$
$$\sum M_R : -M_{X3} - T_B \cdot x_3 + M_B = 0$$

$$F_{X3} = N_B \tag{4.10}$$
$$F_{Y3} = T_B \tag{4.11}$$
$$M_{X3} = M_B - T_B \cdot x_3 \tag{4.12}$$

Obr. 3.6 Uvolnění v řezu x $_3$

**ŘEZ $X_4$**

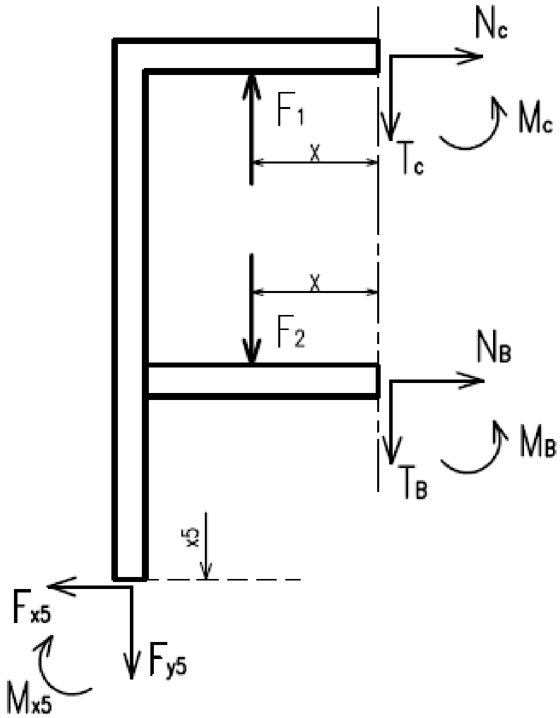
$$\sum F_X : -F_{X4} + N_B = 0$$
$$\sum F_Y : F_{Y4} - F_2 - T_B = 0$$
$$\sum M_R : -M_{X4} - T_B \cdot (x_4 + x) - F_2 \cdot x_4 + M_B = 0$$




$$F_{X4} = N_B \tag{4.13}$$
$$F_{Y4} = T_B + F_2 \tag{4.14}$$
$$M_{X4} = M_B - T_B \cdot (x_4 + x) - F_2 \cdot x_4 \tag{4.15}$$

Obr. 3.7 Uvolnění v řezu x $_4$

**ŘEZ X$_5$**



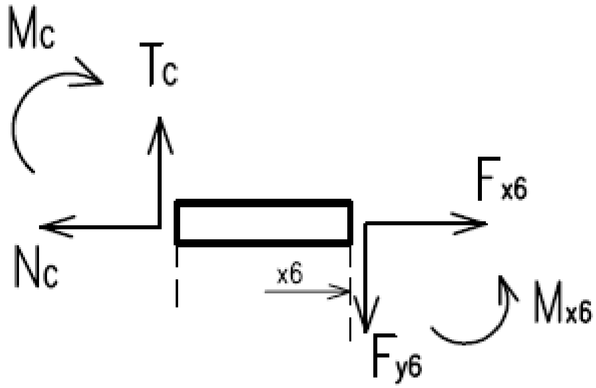

Obr. 3.8 Uvolnění v řezu x $_5$

$$\sum F_X : -F_{X5} + N_B + N_C = 0$$
$$\sum F_Y : -F_{Y5} + F_1 - F_2 - T_B - T_C = 0$$
$$\sum M_R : -M_{X5} + M_B + M_C - T_C \cdot c - T_B \cdot c - N_B \cdot x_5 - N_C \cdot (x_5 + a) - F_2 \cdot (c - x) + F_1 \cdot (c - x) = 0$$

$$F_{X5} = N_B + N_C \tag{4.16}$$
$$F_{Y5} = F_1 + F_2 - T_B - T_C \tag{4.17}$$
$$M_{X5} = M_B + M_C - T_C \cdot c - T_B \cdot c - N_B \cdot x_5 - N_C \cdot (x_5 + a) - F_2 \cdot (c - x) + F_1 \cdot (c - x) \tag{4.18}$$

### 4.2.5. VÝPOČET VVÚ V ŘEZECH V PRAVÉ ČÁSTI RÁMU

**ŘEZ $X_6$**

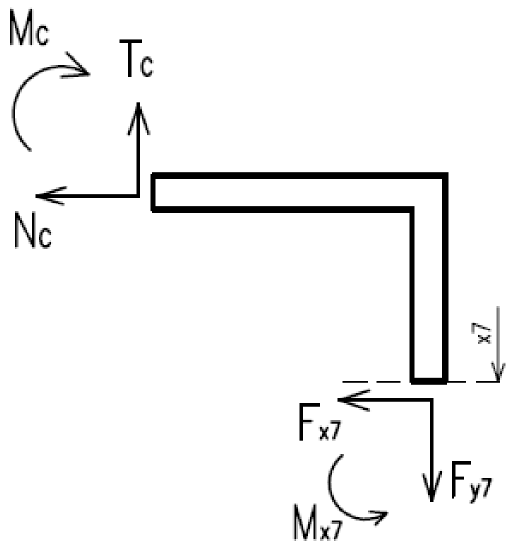



Obr. 3.9 Uvolnění v řezu x 6

$$\sum F_X : F_{X6} - N_C = 0$$
$$\sum F_Y : -F_{Y6} + T_C = 0$$
$$\sum M_R : M_{X6} - T_C \cdot x_6 - M_C = 0$$

$$F_{X6} = N_C \quad (4.19)$$
$$F_{Y6} = T_C \quad (4.20)$$
$$M_{X6} = M_C + T_C \cdot x_6 \quad (4.21)$$

**ŘEZ $X_7$**

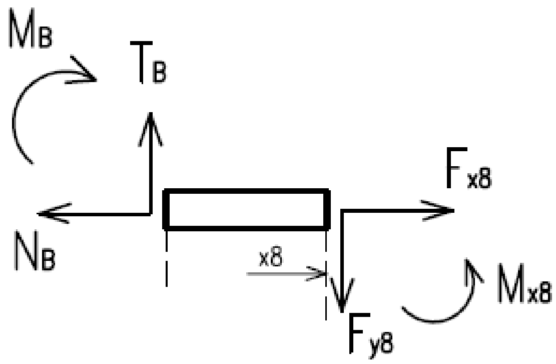



$$\sum F_X : -F_{x7} - N_C = 0$$
$$\sum F_Y : -F_{Y7} + T_C = 0$$
$$\sum M_R : M_{X7} - T_C \cdot c - M_C + N_C \cdot x_7 = 0$$

$$F_{X7} = -N_C \quad (4.22)$$
$$F_{Y7} = T_C \quad (4.23)$$
$$M_{X7} = M_C + T_C \cdot c - N_C \cdot x_7 \quad (4.24)$$

Obr. 3.10 Uvolnění v řezu x 7

**ŘEZ X$_8$**

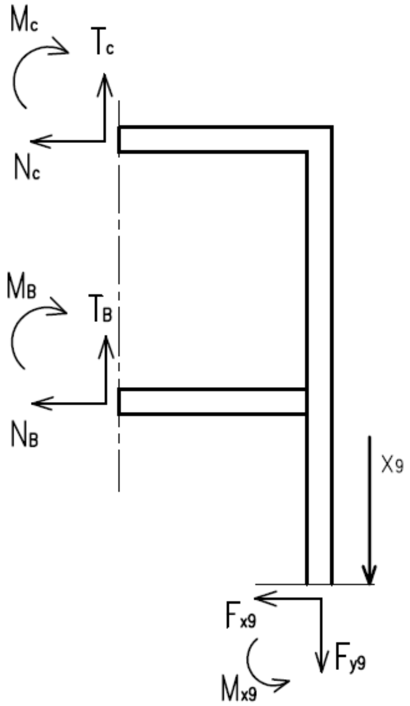



$$\sum F_X : F_{X8} - N_B = 0$$
$$\sum F_Y : -F_{Y8} + T_B = 0$$
$$\sum M_R : M_{X8} - M_B - T_B \cdot x_8 = 0$$

$$F_{X8} = N_B \tag{4.25}$$
$$F_{Y8} = T_B \tag{4.26}$$
$$M_{X8} = M_B + T_B \cdot x_8 \tag{4.27}$$

Obr. 3.11 Uvolnění v řezu x $_8$

**ŘEZ X$_9$**




Obr. 3.12 Uvolnění v řezu x $_9$

$$\sum F_X : -F_{X9} - N_B - N_C = 0$$
$$\sum F_Y : -F_{Y9} + T_B + T_C = 0$$
$$\sum M_R : M_{X9} - M_B - M_C - T_C \cdot c - T_B \cdot c + N_B \cdot x_9 + N_C \cdot (x_9 + a) = 0$$

$$F_{X9} = -N_B - N_C \tag{4.28}$$
$$F_{Y9} = T_B + T_C \tag{4.29}$$
$$M_{X9} = M_B + M_C + T_C \cdot c + T_B \cdot c - N_B \cdot x_9 - N_C \cdot (x_9 + a) \tag{4.30}$$

### 4.2.6. DEFORMAČNÍ PODMÍNKY PRO VÝPOČTOVÝ MODEL RÁMU

Deformační podmínky mají v našem případ charakter spojitosti deformace. Na levé části rámu budeme značit ohybovou energii napjatosti $\boldsymbol{W_1}$ a pravá část rámu bude počítána s ohybovou energií napjatosti $\boldsymbol{W_2}$ . Posuvy a natočení budou mít stejnou hodnotu, ale opačné znaménko.

$$\frac{\partial W_1}{\partial N_C}=-\frac{\partial W_2}{\partial N_C} \qquad \frac{\partial W_1}{\partial N_B}=-\frac{\partial W_2}{\partial N_B}$$
$$\frac{\partial W_1}{\partial T_C}=-\frac{\partial W_2}{\partial T_C} \qquad \frac{\partial W_1}{\partial T_B}=-\frac{\partial W_2}{\partial T_B} \qquad \text{soustava rovnic (4.31)}$$
$$\frac{\partial W_1}{\partial M_C}=-\frac{\partial W_2}{\partial M_C} \qquad \frac{\partial W_1}{\partial M_B}=-\frac{\partial W_2}{\partial M_B}$$

Do energie napjatosti $\boldsymbol{W_1}$ dosadíme vyjádřené momenty $\boldsymbol{M_{x0}}$ až $\boldsymbol{M_{x5}}$ a energii napjatosti $\boldsymbol{W_2}$ vyjádříme momenty $\boldsymbol{M_{x6}}$ až $\boldsymbol{M_{x9}}$.

## 4.3. VÝPOČET S UVAŽOVÁNÍM OHYBOVÉ ENERGIE NAPJATOSTI

### 4.3.1. VÝPOČET DEFORMACÍ V LEVÉ ČÁSTI RÁMU

#### 4.3.1.1. VODOROVNÉ POSUNUTÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ SÍLY $N_C$

$$\frac{\partial W_1}{\partial N_C}=\sum\int_{\kappa}\frac{M_{(x)}}{E\cdot J_Y}\cdot\frac{\partial M_{(x)}}{\partial N_C}dx \tag{4.32}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{E\cdot J_Y}\cdot\left[\int_0^x((M_C-T_C\cdot x_0)\cdot 0)dx_0+\int_0^{c-x}((M_C+F_1\cdot x_1-T_C\cdot(x_1+x))\cdot 0)dx_1\right.\\
&+\int_0^a((M_C-T_C\cdot c-N_C\cdot x_2+F_1\cdot(c-x))\cdot(-x_2))dx_2+\int_0^x((M_B-T_B\cdot x_3)\cdot 0)dx_3\\
&+\int_0^{c-x}((M_B-T_B\cdot(x_4+x)-F_2\cdot x_4)\cdot 0)dx_4+\int_0^a((M_B+M_C-T_B\cdot c-N_B\cdot x_5\\
&\left.-F_2\cdot(c-x)+F_1\cdot(c-x)-T_C\cdot c-N_C\cdot(x_5+x))\cdot(-x_5-a))dx_5\right]
\end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_1}{\partial N_C}$

$$\boxed{\begin{aligned}
\frac{\partial W_1}{\partial N_C}=\frac{1}{E\cdot J_Y}\cdot&\left[\frac{1}{3}N_C\cdot c\cdot a^3+\frac{1}{2}\left(-M_C+T_C\cdot c-F_1\cdot(c-x)\right)\cdot a^2+\frac{1}{3}\left(N_B+N_C\right)\cdot a^3\right.\\
&+\frac{1}{2}\left(-M_B-M_C+T_B\cdot c+N_C\cdot a+F_2\cdot(c-x)-F_1\cdot(c-x)+T_C\cdot c-(-N_B-N_C)\cdot a\right)\cdot a^2\\
&\left.-(M_B+M_C-T_B\cdot c-N_C\cdot a-F_2\cdot(c-x)+F_1\cdot(c-x)-T_C\cdot c)\cdot a^2\right]
\end{aligned}}$$

(4.33)

#### 4.3.1.2. SVISLÉ POSUNUTÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ SÍLY $T_C$

$$\frac{\partial W_1}{\partial T_C} = \sum \int_{\kappa} \frac{M_{(x)}}{E \cdot J_Y} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial T_C} dx \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Bigg[ & \int_0^x ((M_C - T_C \cdot x_0) \cdot (-x_0)) dx_0 + \int_0^{c-x} ((M_C + F_1 \cdot x_1 - T_C \cdot (x_1 + x)) \cdot (-x_1 - x)) dx_1 \\ & + \int_0^a ((M_C - T_C \cdot c - N_C \cdot x_2 + F_1 \cdot (c - x)) \cdot (-c)) dx_2 + \int_0^x ((M_B - T_B \cdot x_3) \cdot 0) dx_3 \\ & + \int_0^{c-x} ((M_B - T_B \cdot (x_4 + x) - F_2 \cdot x_4) \cdot 0) dx_4 + \int_0^a ((M_B + M_C - T_B \cdot c - N_B \cdot x_5 \\ & - F_2 \cdot (c - x) + F_1 \cdot (c - x) - T_C \cdot c - N_C \cdot (x_5 + x)) \cdot (-c)) dx_5 \Bigg] \end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_1}{\partial T_C}$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial W_1}{\partial T_C} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Bigg[ & \frac{1}{3} T_C \cdot x^3 - \frac{1}{2} M_C \cdot x^2 + \frac{1}{3}(-F_1 + T_C) \cdot (c - x)^3 + \frac{1}{2} N_C \cdot c \cdot a^2 - (M_C - T_C \cdot x - (F_1 - T_C) \cdot x) \\ & \cdot (c - x)^2 - (M_C - T_C \cdot x) \cdot x \cdot (c - x) + \frac{1}{2} N_C \cdot c \cdot a^2 - (M_C - T_C \cdot c + F_1 \cdot (c - x)) \cdot c \cdot a \\ & - \frac{1}{2}(-N_B - N_C) \cdot c \cdot a^2 - (M_B + M_C - T_B \cdot c - N_C \cdot a - F_2 \cdot (c - x) + F_1 \cdot (c - x) - T_C \cdot c) \cdot c \cdot a \Bigg] \end{aligned}}$$

(4.35)

#### 4.3.1.3. ÚHEL NATOČENÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ MOMENTU $M_C$

$$\frac{\partial W_1}{\partial M_C} = \sum \int_{\kappa} \frac{M_{(x)}}{E \cdot J_Y} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial M_C} dx \tag{4.36}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Bigg[ & \int_0^x ((M_C - T_C \cdot x_0) \cdot (1)) dx_0 + \int_0^{c-x} ((M_C + F_1 \cdot x_1 - T_C \cdot (x_1 + x)) \cdot (1)) dx_1 \\ & + \int_0^a ((M_C - T_C \cdot c - N_C \cdot x_2 + F_1 \cdot (c - x)) \cdot (1)) dx_2 + \int_0^x ((M_B - T_B \cdot x_3) \cdot 0) dx_3 \\ & + \int_0^{c-x} ((M_B - T_B \cdot (x_4 + x) - F_2 \cdot x_4) \cdot 0) dx_4 + \int_0^a ((M_B + M_C - T_B \cdot c - N_B \cdot x_5 \\ & - F_2 \cdot (c - x) + F_1 \cdot (c - x) - T_C \cdot c - N_C \cdot (x_5 + x)) \cdot (1)) dx_5 \Bigg] \end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_1}{\partial M_C}$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{\partial W_1}{\partial M_C}=\frac{1}{E\cdot J_Y}\cdot\Big[&M_C\cdot x-\frac{1}{2}T_C\cdot x^2+\frac{1}{2}(F_1-T_C)\cdot(c-x)^2+M_C\cdot(c-x)-T_C\cdot x\cdot(c-x)+2\cdot M_C\cdot a-\frac{3}{2}N_C\cdot a^2\\&-2\cdot T_C\cdot c\cdot a+2\cdot F_1\cdot(c-x)\cdot a+\frac{1}{2}(-N_B-N_C)\cdot a^2+M_B\cdot a-T_B\cdot c\cdot a-F_2\cdot a\cdot(c-x)\Big]\end{aligned}}$$

(4.37)

#### 4.3.1.4. VODOROVNÉ POSUNUTÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ SÍLY $N_B$

$$\frac{\partial W_1}{\partial N_B}=\sum\int_{\kappa}\frac{M_{(x)}}{E\cdot J_Y}\cdot\frac{\partial M_{(x)}}{\partial N_B}dx$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{E\cdot J_Y}\cdot\Big[&\int_0^x((M_C-T_C\cdot x_0)\cdot(0))dx_0+\int_0^{c-x}((M_C+F_1\cdot x_1-T_C\cdot(x_1+x))\cdot(0))dx_1\\&+\int_0^a((M_C-T_C\cdot c-N_C\cdot x_2+F_1\cdot(c-x))\cdot(0))dx_2+\int_0^x((M_B-T_B\cdot x_3)\cdot 0)dx_3\\&+\int_0^{c-x}((M_B-T_B\cdot(x_4+x)-F_2\cdot x_4)\cdot 0)dx_4+\int_0^a((M_B+M_C-T_B\cdot c-N_B\cdot x_5-F_2\cdot(c-x)\\&+F_1\cdot(c-x)-T_C\cdot c-N_C\cdot(x_5+x))\cdot(-x_5))dx_5\Big]\end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_1}{\partial N_B}$

$$\boxed{\frac{\partial W_1}{\partial N_B}=\frac{1}{E\cdot J_Y}\cdot\left[\frac{1}{3}(N_B+N_C)\cdot a^3+\frac{1}{2}(-M_B-M_C+T_B\cdot c+N_C\cdot a+F_2\cdot(c-x)-F_1\cdot(c-x)+T_C\cdot c)\cdot a^2\right]}$$

(4.38)

#### 4.3.1.5. SVISLÉ POSUNUTÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ SÍLY $T_B$

$$\frac{\partial W_1}{\partial T_B}=\sum\int_{\kappa}\frac{M_{(x)}}{E\cdot J_Y}\cdot\frac{\partial M_{(x)}}{\partial T_B}dx \tag{4.39}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{E\cdot J_Y}\cdot\Big[&\int_0^x((M_C-T_C\cdot x_0)\cdot(0))dx_0+\int_0^{c-x}((M_C+F_1\cdot x_1-T_C\cdot(x_1+x))\cdot(0))dx_1\\&+\int_0^a((M_C-T_C\cdot c-N_C\cdot x_2+F_1\cdot(c-x))\cdot(0))dx_2+\int_0^x((M_B-T_B\cdot x_3)\cdot(-x_3))dx_3\\&+\int_0^{c-x}((M_B-T_B\cdot(x_4+x)-F_2\cdot x_4)\cdot(-x_4-x))dx_4+\int_0^a((M_B+M_C-T_B\cdot c-N_B\cdot x_5\\&-F_2\cdot(c-x)+F_1\cdot(c-x)-T_C\cdot c-N_C\cdot(x_5+x))\cdot(-c))dx_5\Big]\end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_1}{\partial T_B}$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{\partial W_1}{\partial T_B}=\frac{1}{E\cdot J_Y}\cdot\Big[&\frac{1}{3}T_B\cdot x^3+\frac{1}{3}(T_B+F_2)\cdot(c-x)^3-\frac{1}{2}M_B\cdot x^2+\frac{1}{2}(-M_B+T_B\cdot x-(-T_B-F_2)\cdot x)\cdot(c-x)^2\\ &-(M_B-T_B\cdot x)\cdot x\cdot(c-x)-\frac{1}{2}(-N_B-N_C)\cdot c\cdot a^2-(M_B+M_C-T_B\cdot c-N_C\cdot a\\ &-F_2\cdot(c-x)+F_1\cdot(c-x)-T_C\cdot c)\cdot c\cdot a\Big]\end{aligned}}$$

(4.40)

#### 4.3.1.6. ÚHEL NATOČENÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ MOMENTU $M_B$

$$\frac{\partial W_1}{\partial M_B}=\sum\int_{\kappa}\frac{M_{(x)}}{E\cdot J_Y}\cdot\frac{\partial M_{(x)}}{\partial M_B}dx \tag{4.41}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{E\cdot J_Y}\cdot\Bigg[&\int_0^x((M_C-T_C\cdot x_0)\cdot(0))dx_0+\int_0^{c-x}((M_C+F_1\cdot x_1-T_C\cdot(x_1+x))\cdot(0))dx_1\\ &+\int_0^a((M_C-T_C\cdot c-N_C\cdot x_2+F_1\cdot(c-x))\cdot(0))dx_2+\int_0^x((M_B-T_B\cdot x_3)\cdot(1))dx_3\\ &+\int_0^{c-x}((M_B-T_B\cdot(x_4+x)-F_2\cdot x_4)\cdot(1))dx_4+\int_0^a((M_B+M_C-T_B\cdot c-N_B\cdot x_5\\ &-F_2\cdot(c-x)+F_1\cdot(c-x)-T_C\cdot c-N_C\cdot(x_5+x))\cdot(1))dx_5\Bigg]\end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_1}{\partial M_B}$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{\partial W_1}{\partial M_B}=\frac{1}{E\cdot J_Y}\cdot\Big[&M_B\cdot x-\frac{1}{2}T_B\cdot x^2+\frac{1}{2}(-T_B-F_2)\cdot(c-x)^2+M_B\cdot(c-x)-T_B\cdot x\cdot(c-x)+\frac{1}{2}(-N_B-N_C)\cdot a^2\\ &+M_B\cdot a+M_C\cdot a-T_B\cdot c\cdot a-N_C\cdot a^2-F_2\cdot a\cdot(c-x)+F_1\cdot(c-x)\cdot a-T_C\cdot a\cdot c\Big]\end{aligned}}$$

(4.42)

### 4.3.2. VÝPOČET DEFORMACÍ V PRAVÉ ČÁSTI RÁMU

#### 4.3.2.1. VODOROVNÉ POSUNTÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ SÍLY $N_C$

$$\frac{\partial W_2}{\partial N_C}=\sum\int_{\kappa}\frac{M_{(x)}}{E\cdot J_Y}\cdot\frac{\partial M_{(x)}}{\partial N_C}dx \tag{4.43}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{E\cdot J_Y}\cdot\Bigg[&\int_0^c((M_C+T_C\cdot x_6)\cdot(0))dx_6+\int_0^a((M_C+T_C\cdot c-N_C\cdot x_7)\cdot(-x_7))dx_7+\int_0^c((M_B+T_B\cdot x_8)\cdot(0))dx_8\\ &+\int_0^a((M_B+M_C+T_B\cdot c-N_B\cdot x_9+T_C\cdot c-N_C\cdot(x_9+a))\cdot(-x_9-a))dx_9\Bigg]\end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_2}{\partial N_C}$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{\partial W_2}{\partial N_C} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Big[ & \frac{1}{3} N_C \cdot a^3 + \frac{1}{2}(-M_C - T_C \cdot c) \cdot a^2 + \frac{1}{3}(N_B + N_C) \cdot a^3 + \frac{1}{2}(-M_B - M_C - T_B \cdot c \\ & - T_C \cdot c + N_C \cdot a - (-N_B - N_C) \cdot a) \cdot a^2 - (M_B + M_C + T_B \cdot c + T_C \cdot c - N_C \cdot a) \cdot a^2 \Big]\end{aligned}}$$

(4.44)

#### 4.3.2.2. SVISLÉ POSUNUTÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ SÍLY $T_C$

$$\frac{\partial W_2}{\partial T_C} = \sum \int_{\kappa} \frac{M_{(x)}}{E \cdot J_Y} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial T_C} dx \tag{4.45}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Big[ & \int_0^c ((M_C + T_C \cdot x_6) \cdot (x_6)) dx_6 + \int_0^a ((M_C + T_C \cdot c - N_C \cdot x_7) \cdot (c)) dx_7 + \int_0^c ((M_B + T_B \cdot x_8) \cdot (0)) dx_8 \\ & + \int_0^a ((M_B + M_C + T_B \cdot c - N_B \cdot x_9 + T_C \cdot c - N_C \cdot (x_9 + a)) \cdot (c)) dx_9 \Big]\end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_2}{\partial T_C}$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{\partial W_2}{\partial T_C} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Big[ & \frac{1}{3} T_C \cdot c^3 + \frac{1}{2} M_C \cdot c^2 - \frac{1}{2} N_C \cdot c \cdot a^2 + (M_C + T_C \cdot c) \cdot c \cdot a \\ & + \frac{1}{2}(-N_B - N_C) \cdot c \cdot a^2 + (M_B + M_C + T_B \cdot c + T_C \cdot c - N_C \cdot a) \cdot c \cdot a \Big]\end{aligned}}$$

(4.46)

#### 4.3.2.3. ÚHEL NATOČENÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ MOMENTU $M_C$

$$\frac{\partial W_2}{\partial M_C} = \sum \int_{\kappa} \frac{M_{(x)}}{E \cdot J_Y} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial M_C} dx \tag{4.47}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Big[ & \int_0^c ((M_C + T_C \cdot x_6) \cdot (1)) dx_6 + \int_0^a ((M_C + T_C \cdot c - N_C \cdot x_7) \cdot (1)) dx_7 + \int_0^c ((M_B + T_B \cdot x_8) \cdot (0)) dx_8 \\ & + \int_0^a ((M_B + M_C + T_B \cdot c - N_B \cdot x_9 + T_C \cdot c - N_C \cdot (x_9 + a)) \cdot (1)) dx_9 \Big]\end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_2}{\partial M_C}$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{\partial W_2}{\partial M_C} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Big[ & M_C \cdot c + \frac{1}{2} T_C \cdot c^2 + 2M_C \cdot a + 2T_C \cdot c \cdot a - \frac{3}{2} N_C \cdot a^2 + \frac{1}{2}(-N_B - N_C) \cdot a^2 \\ & + M_B \cdot a + T_B \cdot c \cdot a \Big]\end{aligned}} \tag{4.48}$$

### 4.3.2.4. VODOROVNÉ POSUNUTÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ SÍLY $N_B$

$$\frac{\partial W_2}{\partial N_B} = \sum \int_{\kappa} \frac{M_{(x)}}{E \cdot J_Y} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial N_B} dx \tag{4.49}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Bigg[ & \int_0^c ((M_C + T_C \cdot x_6) \cdot (0)) dx_6 + \int_0^a ((M_C + T_C \cdot c - N_C \cdot x_7) \cdot (0)) dx_7 + \int_0^c ((M_B + T_B \cdot x_8) \cdot (0)) dx_8 \\ & + \int_0^a ((M_B + M_C + T_B \cdot c - N_B \cdot x_9 + T_C \cdot c - N_C \cdot (x_9 + a)) \cdot (-x_9)) dx_9 \Bigg]\end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_2}{\partial N_B}$

$$\boxed{\frac{\partial W_2}{\partial N_B} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \left[ \frac{1}{3}(N_B + N_C) \cdot a^3 + \frac{1}{2}(-M_B - M_C - T_B \cdot c - T_C \cdot c + N_C \cdot a) \cdot a^2 \right]} \tag{4.50}$$

### 4.3.2.5. SVISLÉ POSUNUTÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ SÍLY $T_B$

$$\frac{\partial W_2}{\partial T_B} = \sum \int_{\kappa} \frac{M_{(x)}}{E \cdot J_Y} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial T_B} dx$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Bigg[ & \int_0^c ((M_C + T_C \cdot x_6) \cdot (0)) dx_6 + \int_0^a ((M_C + T_C \cdot c - N_C \cdot x_7) \cdot (0)) dx_7 + \int_0^c ((M_B + T_B \cdot x_8) \cdot (x_8)) dx_8 \\ & + \int_0^a ((M_B + M_C + T_B \cdot c - N_B \cdot x_9 + T_C \cdot c - N_C \cdot (x_9 + a)) \cdot (c)) dx_9 \Bigg]\end{aligned}$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_2}{\partial T_B}$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{\partial W_2}{\partial T_B} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \Big[ & \frac{1}{3} T_B \cdot c^3 + \frac{1}{2} M_B \cdot c^2 + \frac{1}{2}(-N_B - N_C) \cdot c \cdot a^2 + (M_B + M_C + T_B \cdot c + T_C \cdot c \\ & - N_C \cdot a) \cdot c \cdot a \Big]\end{aligned}} \tag{4.51}$$

#### 4.3.2.6. ÚHEL NATOČENÍ V MÍSTĚ PŮSOBENÍ MOMENTU $M_B$

$$\frac{\partial W_2}{\partial M_B} = \sum \int_{\kappa} \frac{M_{(x)}}{E \cdot J_Y} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial M_B} dx \tag{4.52}$$

$$\frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \left[ \int_0^c ((M_C + T_C \cdot x_6) \cdot (0)) dx_6 + \int_0^a ((M_C + T_C \cdot c - N_C \cdot x_7) \cdot (0)) dx_7 + \int_0^c ((M_B + T_B \cdot x_8) \cdot (1)) dx_8 \right.$$
$$\left. + \int_0^a ((M_B + M_C + T_B \cdot c - N_B \cdot x_9 + T_C \cdot c - N_C \cdot (x_9 + a)) \cdot (1)) dx_9 \right]$$

Po dosazení mezí dostáváme vztah pro $\frac{\partial W_2}{\partial M_B}$

$$\boxed{\frac{\partial W_2}{\partial M_B} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \cdot \left[ M_B \cdot c + \frac{1}{2} T_B \cdot c^2 + \frac{1}{2} (-N_B - N_C) \cdot a^2 + M_B \cdot a + M_C \cdot a + T_B \cdot c \cdot a + T_C \cdot c \cdot a - N_C \cdot a^2 \right]} \tag{4.53}$$

### 4.3.3. PODMÍNKY SPOJITOSTI DEFORMACE V RÁMU

Vyjádřené deformační podmínky dosadíme do soustavy rovnic (4.31), které určují podmínky spojitosti deformace z levé a z pravé části rámu.

Dosadíme rozměry rámu:

$$a = 1m$$
$$c = 0{,}75m$$
$$F_1 = F_2 = 200000\,N$$

Po provedení těchto operací dostáváme **6 rovnic a 6 neznámých** kde se vyskytuje i souřadnice ***x***, kterou dále můžeme měnit libovolně.

$$\frac{2}{3} N_B + \frac{5}{3} N_C - M_B - M_C = 0 \tag{4.54}$$

$$\frac{1}{3} T_B \cdot x^3 - \frac{1}{2} M_B \cdot x^2 + \frac{1}{3} (T_B + 200000) \cdot (0{,}75 - x)^3 + \frac{1}{2} [- M_B + T_B \cdot x - (-T_B - 200000) \cdot x]$$
$$\cdot (0{,}75 - x)^2 - (M_B - T_B \cdot x) \cdot x \cdot (0{,}75 - x) + 0{,}28125 \cdot M_B + 1{,}265625 \cdot T_B + 1{,}125 \cdot T_C = 0 \tag{4.55}$$

$$M_B \cdot x - \frac{1}{2}T_B \cdot x^2 + \frac{1}{2}(-T_B - 200000)\cdot(0{,}75 - x)^2 + M_B \cdot (0{,}75 - x) - T_B \cdot x \cdot (0{,}75 - x)$$
$$- N_B - 3N_C + 2{,}75M_B + 2M_C + 0{,}28125T_B = 0 \tag{4.56}$$

$$\frac{16}{3}N_C - 4M_C - 75000 + 100000 \cdot x + \frac{5}{3}N_B - 3M_B = 0 \tag{4.57}$$

$$\frac{1}{3}T_C \cdot x^3 - \frac{1}{2}M_C \cdot x^2 + \frac{1}{3}(-200000 + T_C)\cdot(0{,}75 - x)^3 + \frac{1}{2}\left[-M_C + T_C \cdot x - (200000 - T_C)\cdot x\right]$$
$$\cdot(0{,}75 - x)^2 - (M_C - T_C \cdot x)\cdot x \cdot (0{,}75 - x) - 1{,}125\times 10^5 + 0{,}28125 \cdot M_C + 2{,}390625 \cdot T_C$$
$$+ 1{,}5\times 10^5 \cdot x + 1{,}125 \cdot T_B = 0 \tag{4.58}$$

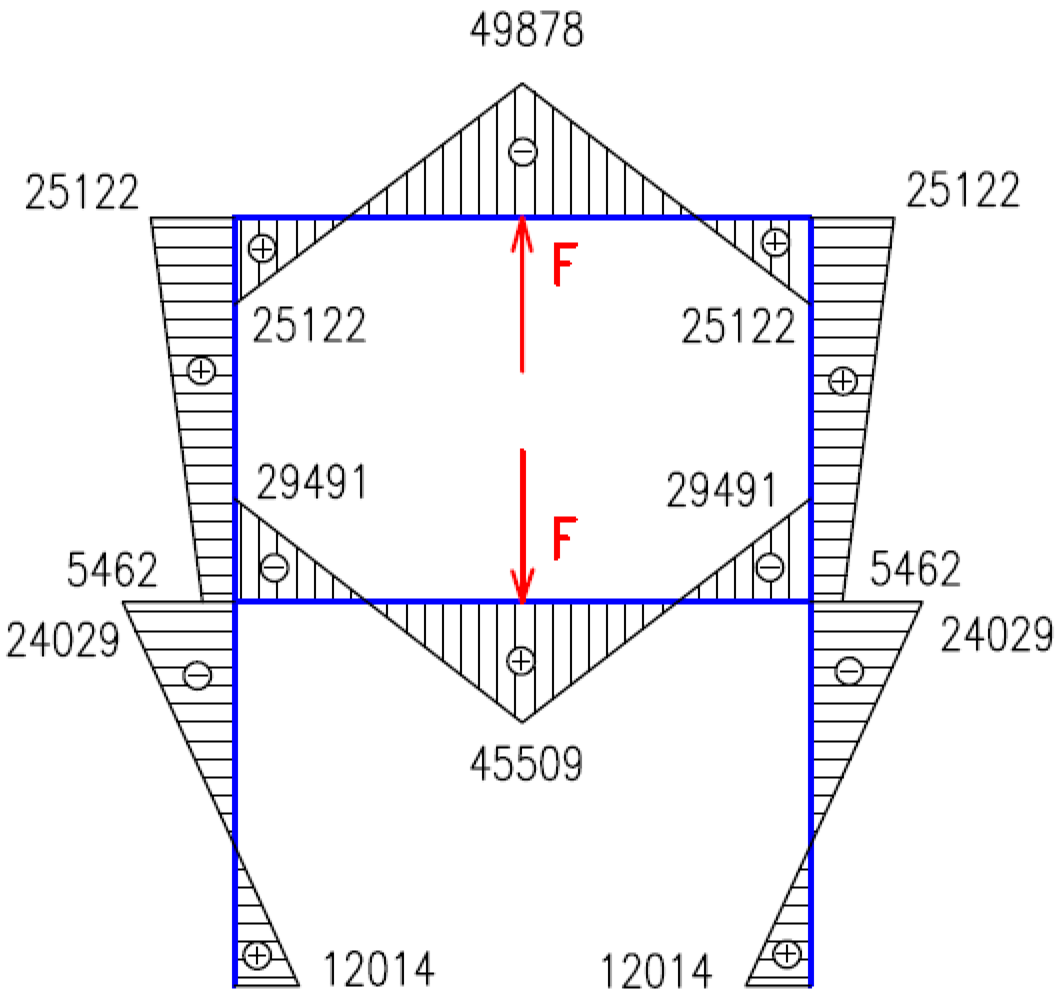
$$M_C \cdot x - \frac{1}{2}T_C \cdot x^2 + \frac{1}{2}(200000 - T_C)\cdot(0{,}75 - x)^2 + M_C(0{,}75 - x) - T_C \cdot x \cdot (0{,}75 - x)$$
$$+ 4{,}75M_C + 0{,}28125T_C - 4N_C + 1{,}5\times 10^5 - 200000 \cdot x - N_B + 2M_B = 0 \tag{4.59}$$

Po úpravě rovnic do vhodného tvaru dostáváme soustavu rovnic v maticovém tvaru, kterou vyřešíme softwarem **MAPLE 11** rozšířeným příkazem ***solve***, což je uvedeno v příloze bakalářské práce. Výsledkem jsou hodnoty neznámých parametrů, které dosadíme do rovnic průběhů VVÚ a ty poté graficky znázorníme. Znázornění provedeme na zjednodušeném modelu rámu.

### 4.3.4. ZOBRAZENÍ PRŮBĚHŮ OHYBOVÝCH MOMENTŮ

Všechny složky VVÚ zobrazíme ve třech různých polohách silového zatížení, jehož poloha je charakterizována souřadnicí x. Pod grafickým zobrazením jsou uvedeny vypočtené hodnoty neznámých parametrů pro konkrétní souřadnici x.

**Souřadnice x = 0, $M_O$[Nm]**




Obr.3.13 Průběh momentů při x = 0

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $N_C$ = 19 660 N |
| $T_C$ = 100 000 N |
| $M_C$ = -49 878 Nm |
| $N_B$ = -55 703 N |
| $T_B$ = -100 000 N |
| $M_B$ = 45 509 Nm |

**REAKCE VE VETKNUTÍCH**

$F_{AX} = -36043N$

$F_{AY} = 0N$

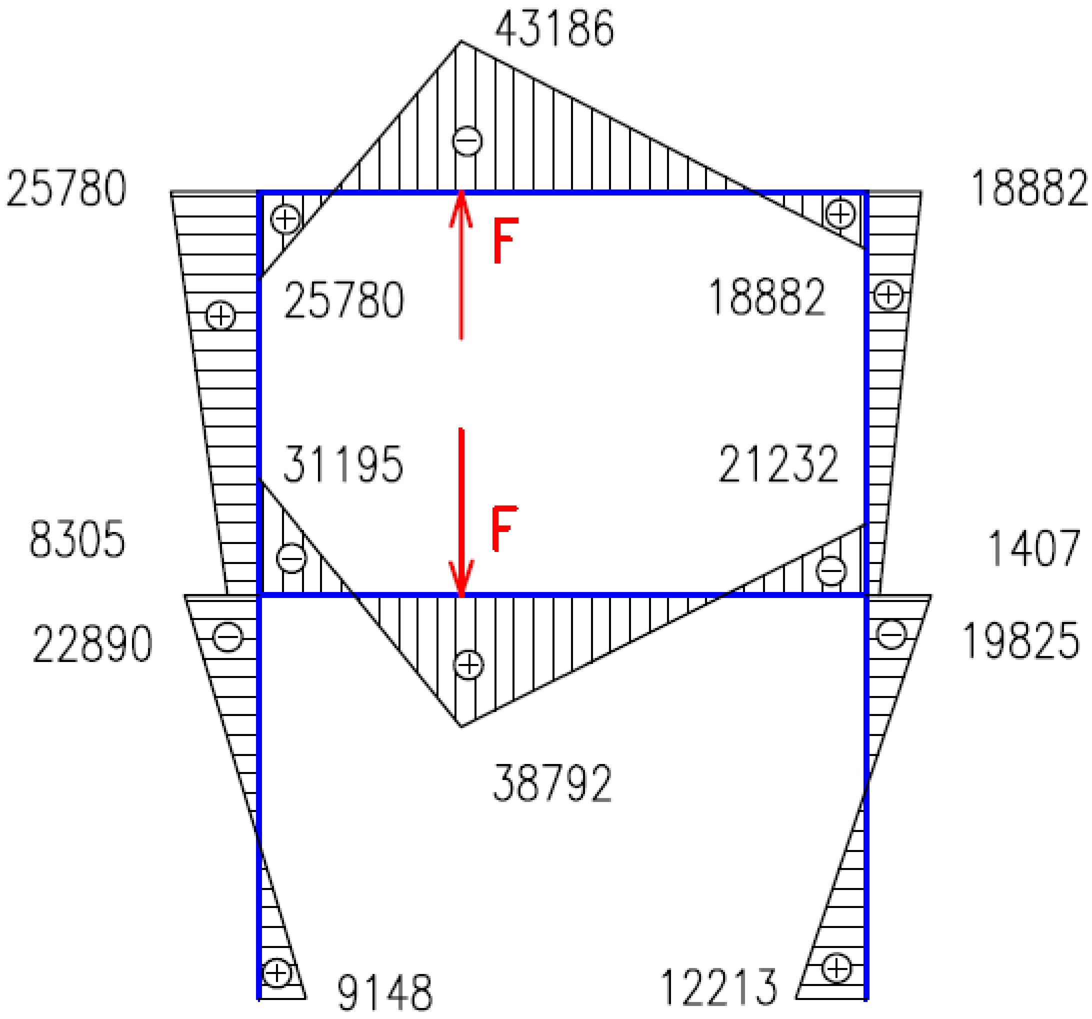
$M_A = 12014Nm$

$F_{DX} = 36043N$

$F_{DY} = 0N$

$M_D = 12014Nm$

**Souřadnice x = 0.25, $M_O$[Nm]**



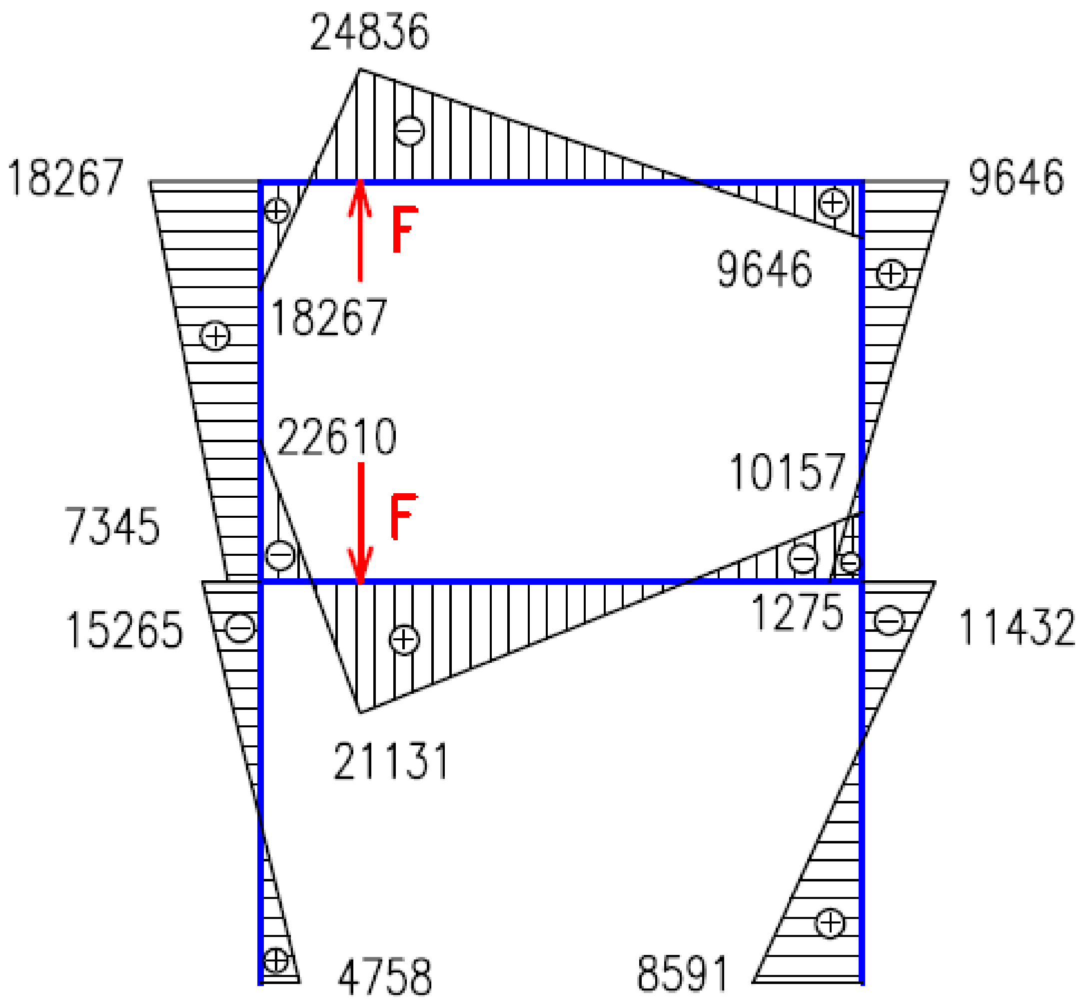

Obr.3.14 Průběh momentů při x = 0.25

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $N_C$ = 17 475 N |
| $T_C$ = 62 068 N |
| $M_C$ = -27 669 Nm |
| $N_B$ = -49 514 N |
| $T_B$ = -60 025 N |
| $M_B$ = 23 786 Nm |

**REAKCE VE VETKNUTÍ**

$$F_{AX} = -32039N$$
$$F_{AY} = -2043N$$
$$M_A = 9148Nm$$
$$F_{DX} = 32039N$$
$$F_{DY} = 2043N$$
$$M_D = 12213Nm$$

**Souřadnice x = 0.5, $M_O$[Nm]**




Obr.3.15 Průběh momentů při x = 0.5

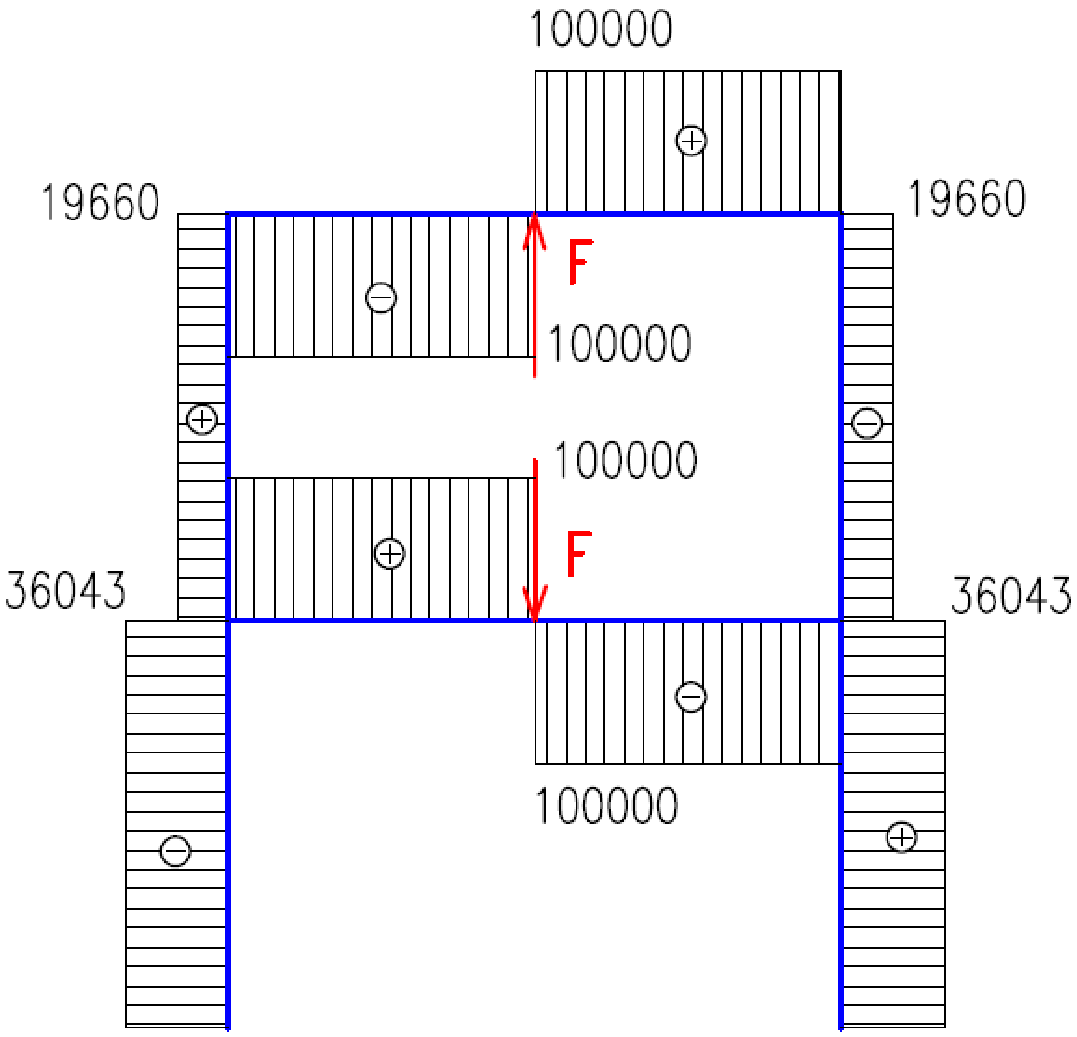
| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| **$N_C$** = 10 922 N |
| **$T_C$** = 27 586 N |
| **$M_C$** = -11 043 Nm |
| **$N_B$** = -30 946 N |
| **$T_B$** = -25 031 N |
| **$M_B$** = 8 616 Nm |

**REAKCE VE VETKNUTÍ**

$$F_{AX} = -20024N$$
$$F_{AY} = -2555N$$
$$M_A = 4758Nm$$
$$F_{DX} = 20024N$$
$$F_{DY} = 2555N$$
$$M_D = 8591Nm$$

### 4.3.5. ZOBRAZENÍ PRŮBĚHŮ POSOUVAJÍCÍCH SIL

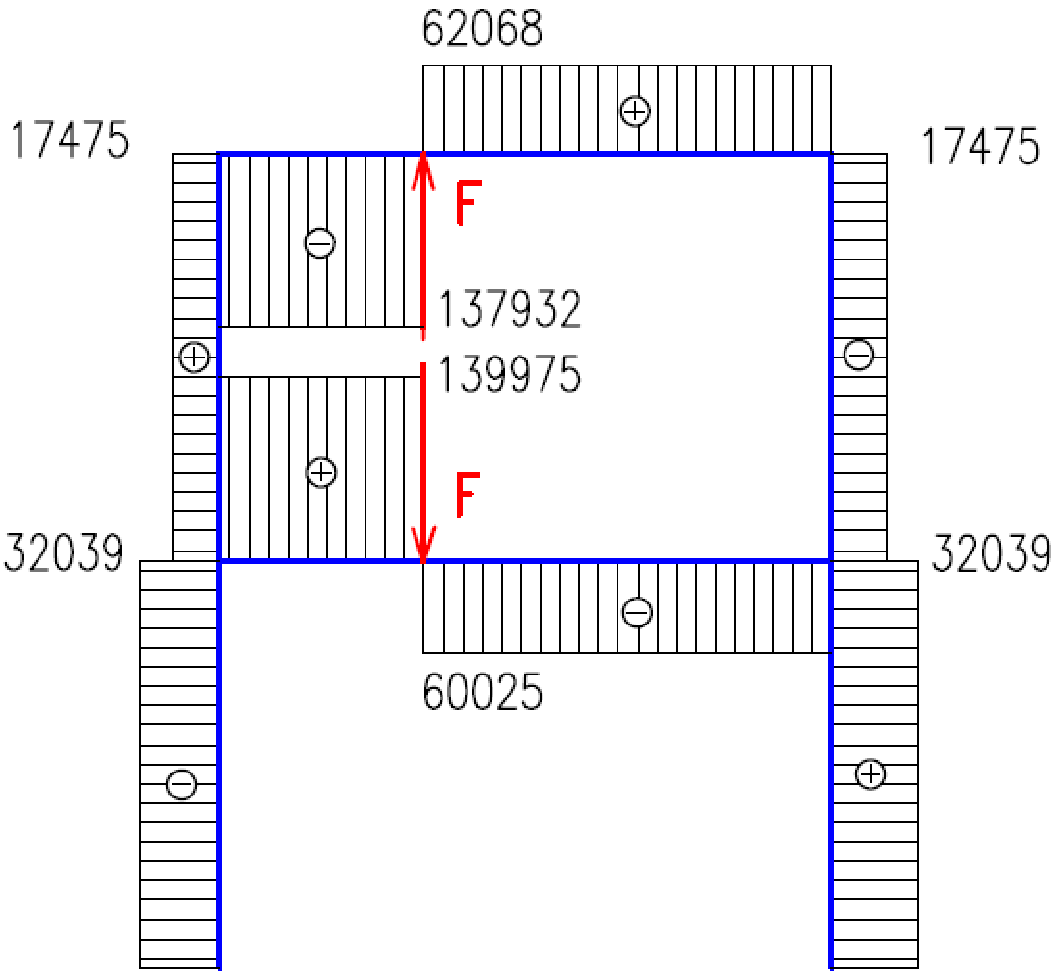
**Souřadnice x = 0, $T_x$[N]**




Obr.3.16 Průběh posouvajících sil při x = 0

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $N_C$ = 19 660 N |
| $T_C$ = 100 000 N |
| $M_C$ = -49 878 Nm |
| $N_B$ = -55 703 N |
| $T_B$ = -100 000 N |
| $M_B$ = 45 509 Nm |

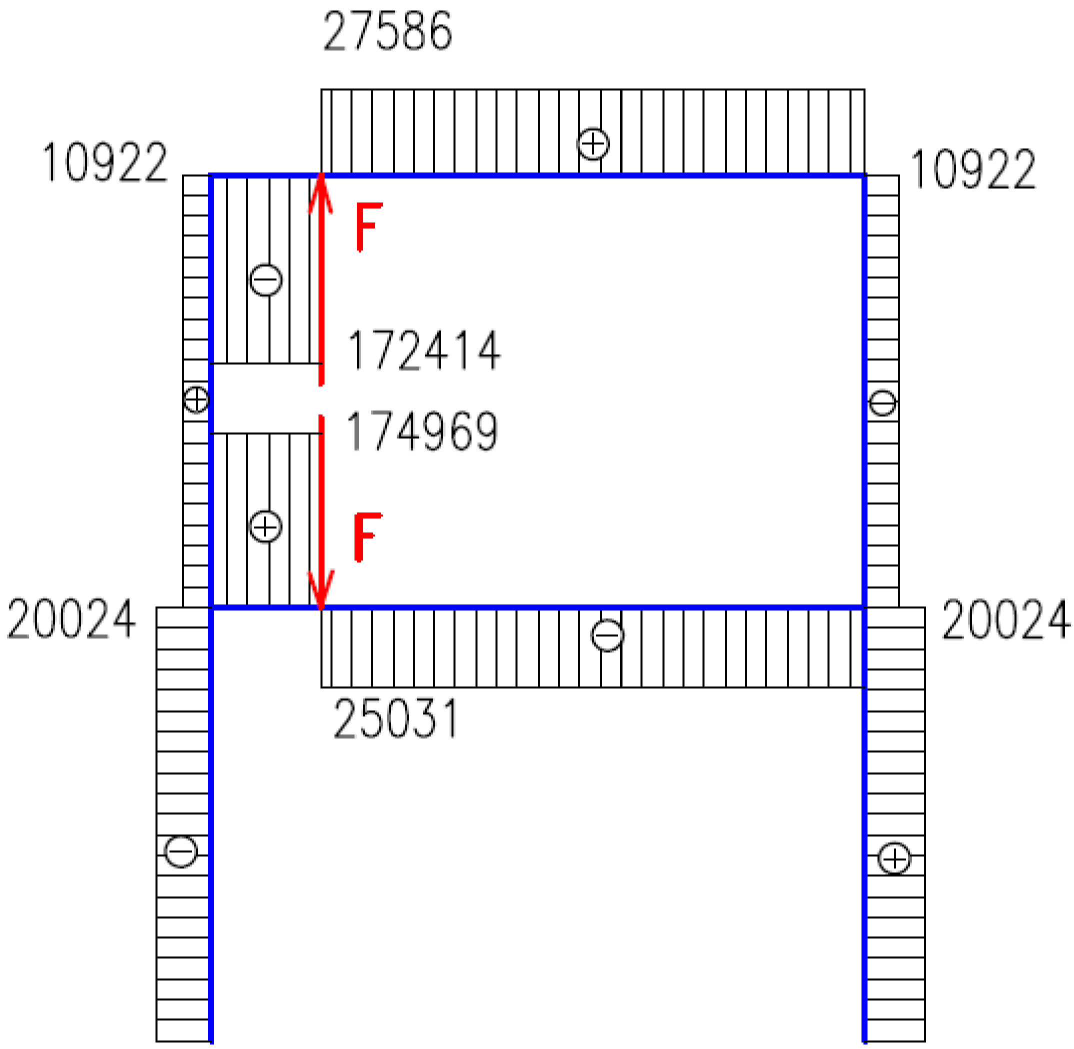
**Souřadnice x = 0.25, $T_x$[N]**




Obr.3.17 Průběh posouvajících sil při x = 0,25

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $N_C$ = 17 475 N |
| $T_C$ = 62 068 N |
| $M_C$ = -27 669 Nm |
| $N_B$ = -49 514 N |
| $T_B$ = -60 025 N |
| $M_B$ = 23 786 Nm |

**Souřadnice x = 0.5, $T_x$[N]**

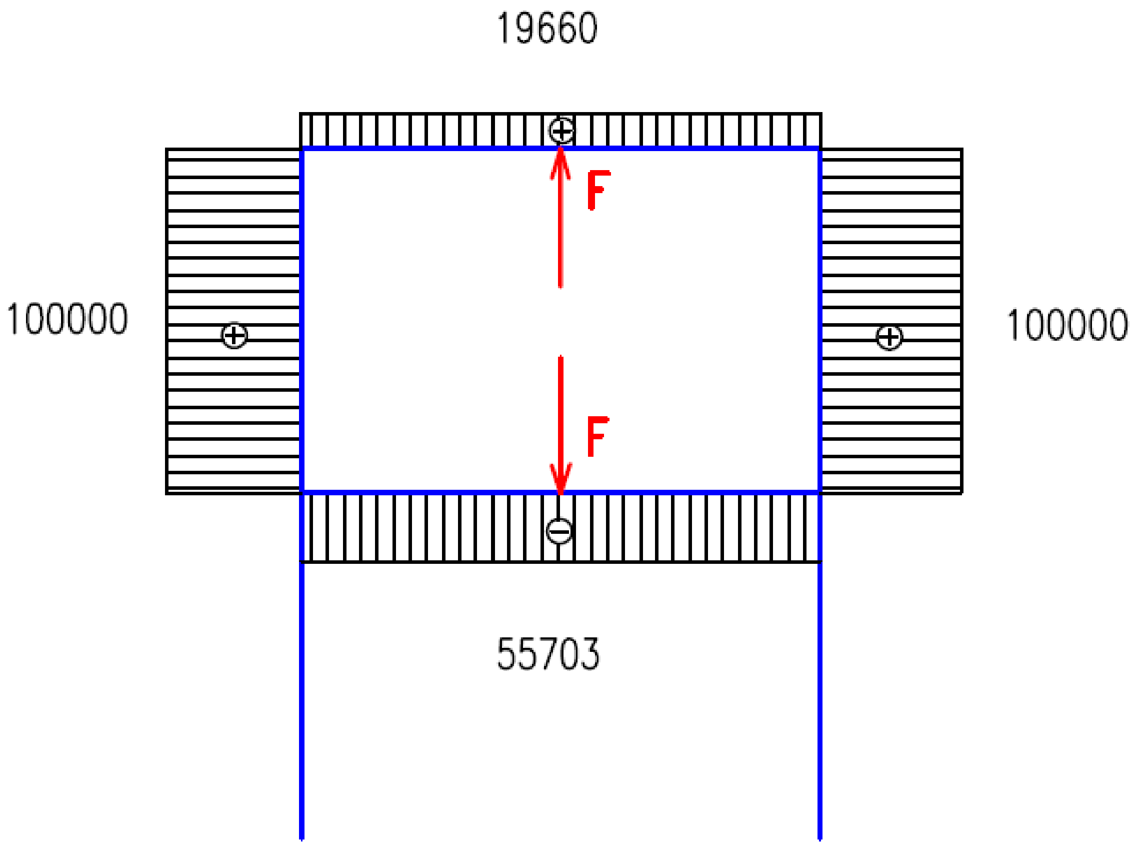



Obr.3.18 Průběh posouvajících sil při x = 0,5

| **Síla [N], Moment [Nm]** |
|---|
| **$N_C$** = 10 922 N |
| **$T_C$** = 27 586 N |
| **$M_C$** = -11 043 Nm |
| **$N_B$** = -30 946 N |
| **$T_B$** = -25 031 N |
| **$M_B$** = 8 616 Nm |

### 4.3.6. ZOBRAZENÍ PRŮBĚHŮ NORMÁLOVÝCH SIL

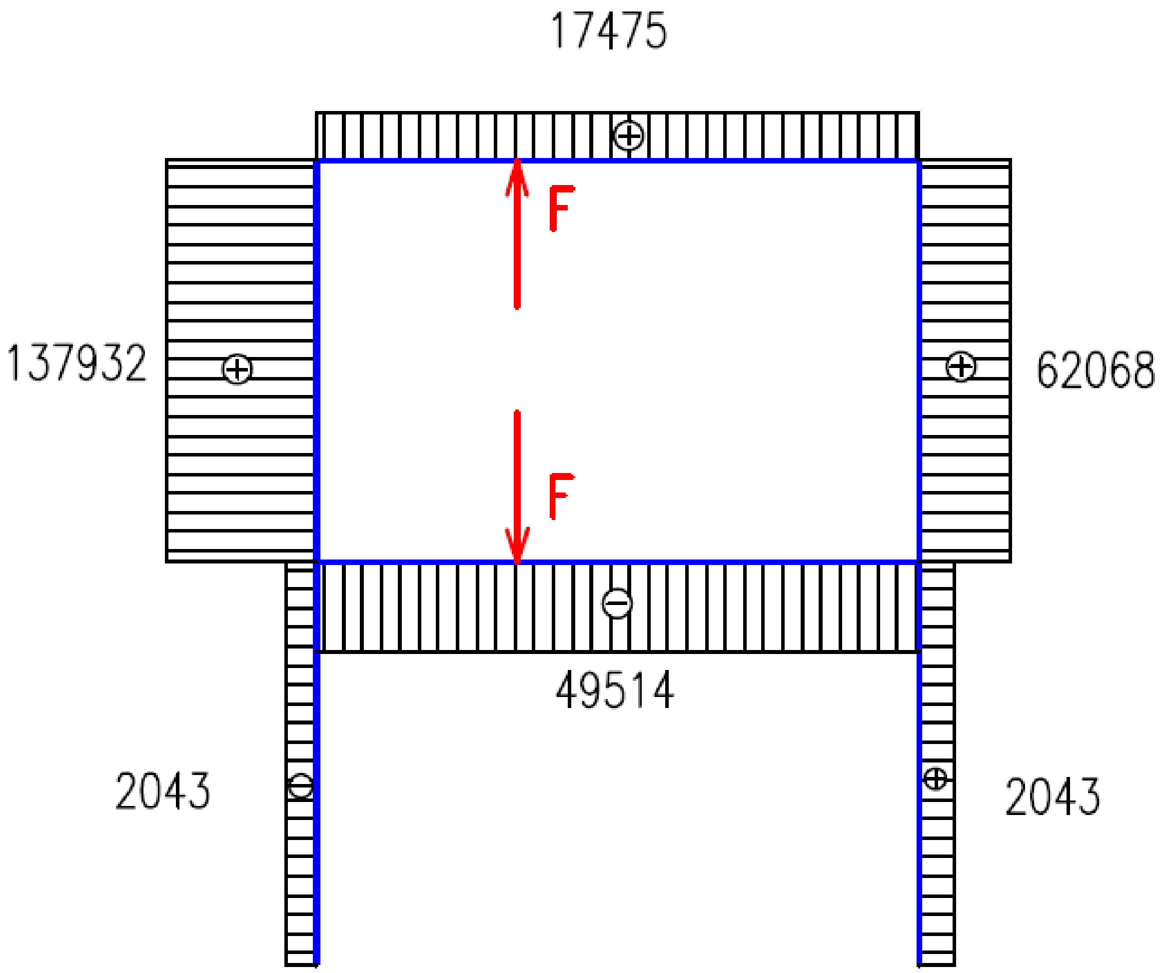
**Souřadnice x = 0, $N_x$[N]**




Obr.3.19 Průběh normálových sil při x = 0

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $N_C$ = 19 660 N |
| $T_C$ = 100 000 N |
| $M_C$ = -49 878 Nm |
| $N_B$ = -55 703 N |
| $T_B$ = -100 000 N |
| $M_B$ = 45 509 Nm |

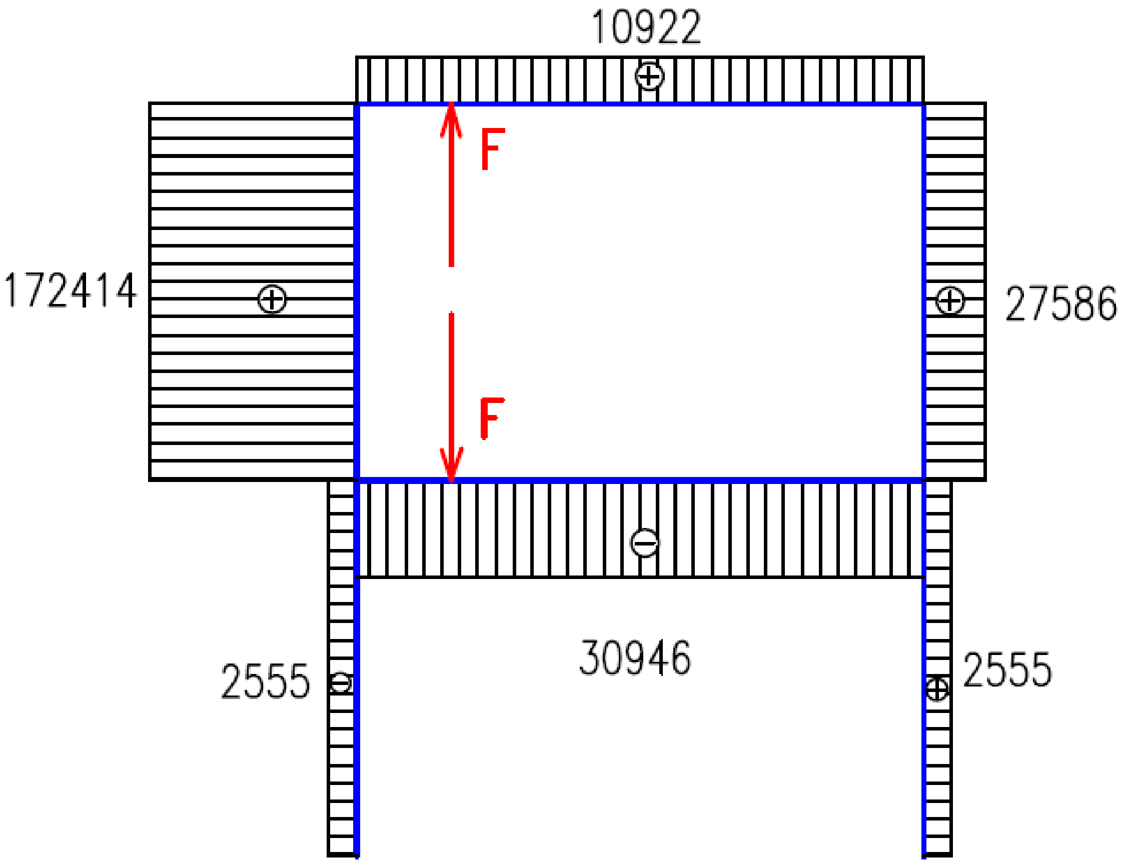
**Souřadnice x = 0.25, $N_x$[N]**




Obr.3.20 Průběh normálových sil při x = 0,25

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $N_C$ = 17 475 N |
| $T_C$ = 62 068 N |
| $M_C$ = -27 669 Nm |
| $N_B$ = -49 514 N |
| $T_B$ = -60 025 N |
| $M_B$ = 23 786 Nm |

**Souřadnice x = 0.5, $N_x$[N]**




Obr.3.21 Průběh normálových sil při x = 0,5

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $N_C$ = 10 922 N |
| $T_C$ = 27 586 N |
| $M_C$ = -11 043 Nm |
| $N_B$ = -30 946 N |
| $T_B$ = -25 031 N |
| $M_B$ = 8 616 Nm |

## 4.3.7. VÝPOČET PRŮŘEZOVÉ CHARAKTERISTIKY

### 4.3.7.1. Z MAXIMÁLNÍHO OHYBOVÉHO NAMÁHÁNÍ

Rám je ve reálném provedení tvořen různými profily, jiný profil je použit na svislých konzolách a jiný na příčnících. V našem případě ovšem tuto skutečnost zjednodušíme a budeme uvažovat v každém místě rámu stejný profil. Abychom se však neodchýlili příliš od skutečnosti, rám budeme navrhovat z dutého čtvercového profilu určité tloušťky stěny.

Rám budeme navrhovat a kontrolovat vzhledem k **mezi kluzu $R_e$**, a dále k **mezi únavy $\sigma_C$** v místě působení síly $F_1$ a při souřadnici $x = 0$. V tomto místě je maximální ohybový moment, což je v tomto případě dominantní namáhání. Při návrhu rámu budeme uvažovat běžné bezpečnosti, které se při návrhu lisu používají.

***OCEL 11 503***

$R_e = 335\ MPa$

$R_m = 531\ MPa$

$\sigma_C = 0{,}504\ R_m = 267\ MPa$

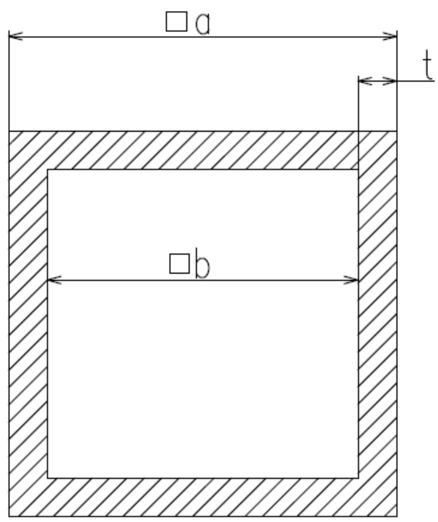
$M_{Omax} = 49\ 878\ Nm$

*k = 4-5, volím k=5…bezpečnost*

$$\sigma_{DOV} = \frac{R_e}{k} = \frac{335}{5} = 67 MPa$$

$$W_O = \frac{1}{6a}\left(a^4 - b^4\right) \qquad (4.60)$$

volím rozměr **a = 250mm**




Obr.4 Navrhovaný profil

$$\sigma_{DOV} = \frac{M_{O\max}}{W_O} \Rightarrow W_O = \frac{M_O}{\sigma_{DOV}} \qquad (4.61)$$

$$\frac{1}{6a}\left(a^4 - b^4\right) = \frac{M_O}{\sigma_{DOV}}$$

$$-b^4 = \frac{6M_O a}{\sigma_{DOV}} - a^4$$

$$-b^4 = -2{,}7895 \times 10^{-3}$$

$$b = \sqrt[4]{2{,}7895 \times 10^{-3}}$$

$$b = 0{,}229 m \cong 23 mm$$

**tloušťka stěny** $$\boxed{t = \frac{250 - 230}{2} = 10 mm}$$

### 4.3.7.2. VLIV POSOUVAJÍCÍ SÍLY

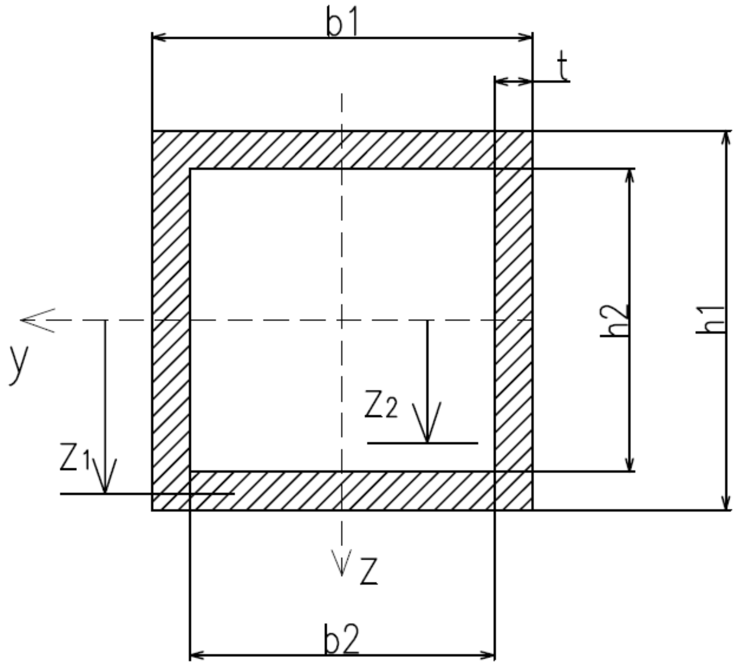
Osamělé síly, které v našem případě zatěžují rám lisu mají za důsledek vznik smykových napětí v příčném průřezu. Pro výpočet velikosti smykového napětí od posouvající síly platí tzv**. Žuravského vzorec**, který má následující tvar:

$$\tau_{(x)} = \frac{T_{(x)} \cdot U_y^{\psi}}{b \cdot J_y}$$

Posouvající sílu budeme uvažovat v místě rámu **B**, při souřadnici x =0.

$$T_{(x)} = T_B = 100000\,N$$

Statický moment si vypočteme ze vztahu $U_y = \int_{\psi} z \cdot dS$




Obr.4.1 Průřez profilu a jeho rozměry

$$U_{Y1} = b_1\left(\frac{h_1}{2} - z_1\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{h_1}{2} + z_1\right) = \frac{b_1}{2}\left(\frac{h_1^{\,2}}{4} - z_1^{\,2}\right) \tag{4.61a}$$

$$U_{Y2} = b_1\left(\frac{h_1}{2} - z_2\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{h_1}{2} + z_2\right) - b_2\left(\frac{h_2}{2} - z_2\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{h_2}{2} + z_2\right) \tag{4.61b}$$

Vztahy pro smykové napětí od posouvající síly jsou následující:

**smykové napětí v horizontálních částech profilu** $\left(z_1 > \frac{h_2}{2}\right)$

$$\tau_{(1)} = \frac{T_C \cdot \left[\frac{b_1}{2}\left(\frac{h_1^{\,2}}{4} - z_1^{\,2}\right)\right]}{b_1 \cdot J_y} \tag{4.61c}$$

**smykové napětí ve vertikálních částech profilu** $\left(z_2 \leq \frac{h_2}{2}\right)$

$$\tau_{(2)} = \frac{T_C \cdot \left[b_1\left(\frac{h_1}{2} - z_2\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{h_1}{2} + z_2\right) - b_2\left(\frac{h_2}{2} - z_2\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{h_2}{2} + z_2\right)\right]}{2 \cdot t \cdot J_y} \tag{4.61d}$$

kvadratický moment průřezu

$$J_y = \frac{1}{12}\left(a^4 - b^4\right) = \frac{1}{12}(0{,}25^4 - 0{,}23^4) = 0{,}00009232\ m^4 \tag{4.62}$$

**maximální smykové napětí v průřezu :**

$$\tau_{(x)MAX} = \frac{T_C \cdot \left(\frac{b_1}{2}\frac{h_1^{\,2}}{4} - \frac{b_2}{2}\frac{h_2^{\,2}}{4}\right)}{2 \cdot t \cdot J_y} = \frac{100000 \cdot \left(\frac{0{,}25}{2}\cdot\frac{0{,}25^2}{4} - \frac{0{,}23}{2}\cdot\frac{0{,}23^2}{4}\right)}{2 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}00009232} = 23{,}41MPa$$

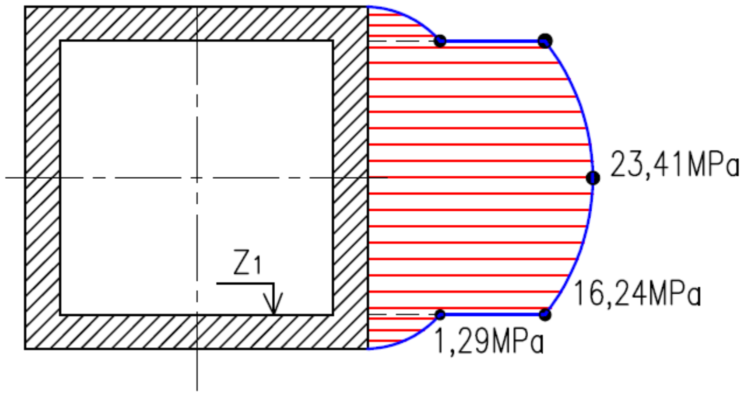
$$\tau_{(x)MAX} = 23{,}41MPa \tag{4.63}$$

**smykové napětí v místě přechodu změny tloušťky stěny**

$$\tau_{Z1} = \frac{T_C \cdot \left[\frac{b_1}{2}\left(\frac{h_1^{\,2}}{4} - z_2^2\right) - \frac{b_2}{2}\left(\frac{h_2^{\,2}}{4} - z_2^2\right)\right]}{2 \cdot t \cdot J_y} =$$

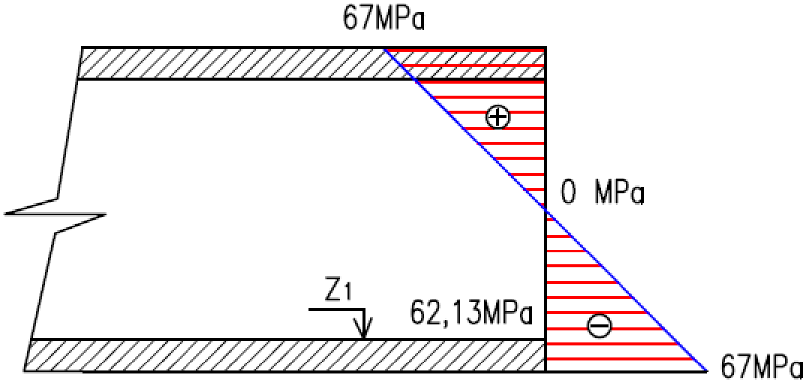
$$= \frac{100000 \cdot \left[\frac{0{,}25}{2}\cdot\left(\frac{0{,}25^2}{4} - 0{,}115^2\right) - \frac{0{,}23}{2}\cdot\left(\frac{0{,}23^2}{4} - 0{,}115^2\right)\right]}{2 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}00009232} = 16{,}24MPa$$

$$\tau_{Z1} = 16{,}24MPa \tag{4.64}$$




Obr.4.2 Průběh smykového napětí od posouvající síly

Výpočet potvrdil teorii, že největší smykové namáhání od posouvající síly je uprostřed průřezu. Z toho lze konstatovat, že největší část smykového namáhání přenáší vertikální část profilu.




Obr.4.3 Průběh ohybového napětí

### 4.3.7.3. REDUKOVANÉ NAPĚTÍ VE VYBRANÉM PROFILU

Z posouzení vlivu posouvající síly je zřejmé, že v průřezu jsou tři nebezpečná místa:

- uprostřed průřezu, kde je maximální smykové napětí $\tau_{MAX}$
- v místě skokové změny tloušťky profilu v bodě $z_1$
- na povrchu součásti , kde je maximální ohybové napětí $\sigma_{OMAX}$

Redukované napětí vypočteme ve všech třech nebezpečných místech použitím teorie max $\tau$ .

**Podmínka max$\tau$** $$\sigma_{RED} = \sqrt{\sigma_0^2 + 4\tau_s^2} \qquad (4.65)$$

### A) MÍSTO MAXIMÁLNÍHO SMYKOVÉHO NAMÁHÁNÍ

V tomto místě je jen smykové namáhání, ohybové napětí je zde nulové.

$$\sigma_{RED\ 1} = \sqrt{0 + 4\tau_{MAX}{}^{2}} = \sqrt{4 \cdot 23{,}41^{2}} = 46{,}82MPa \tag{4.66}$$

### B) MÍSTO SKOKOVÉ ZMĚNY TLOUŠTKY PROFILU V MÍSTĚ $z_1$

Ohybové napětí je v tomto místě dáno vztahem

$$\sigma_{O(z1)} = \frac{M_{OMAX}}{J_Y} \cdot z_1 = \frac{49878}{0{,}00009232} \cdot 0{,}115 = 62{,}13MPa \tag{4.67}$$

pak $\sigma_{RED2}$ je

$$\sigma_{RED\ 2} = \sqrt{\sigma_{O(z1)}^{2} + 4\tau_{S(z1)}^{2}} = \sqrt{62{,}13^{2} + 4 \cdot 16{,}24^{2}} = 70{,}1MPa \tag{4.68}$$

### C) MÍSTO MAXIMÁLNÍHO OHYBOVÉHO NAPĚTÍ

$$W_O = \frac{1}{6a}\left(a^4 - b^4\right) = \frac{1}{6 \cdot 0{,}25}(0{,}25^4 - 0{,}23^4) = 0{,}00073856m^3 \tag{4.69}$$

$$\sigma_{O\max} = \frac{M_{OMAX}}{W_O} = \frac{49878}{0{,}00073856} = 67{,}5MPa \tag{4.70}$$

$$\sigma_{RED\ 3} = \sqrt{\sigma_{O\max}^{2} + 4\tau_{\max}^{2}} = \sqrt{67^{2} + 4 \cdot 0^{2}} = 67MPa \tag{4.71}$$

Nejnebezpečnější místo z hlediska redukovaného napětí je v místě skokové změny tloušťky profilu. V tomto místě vypočteme bezpečnost k mezi kluzu.

$$k_{C1} = \frac{\mathrm{Re}}{\sigma_{RED1}} = \frac{335}{70{,}1} = 4{,}77 \tag{4.72}$$

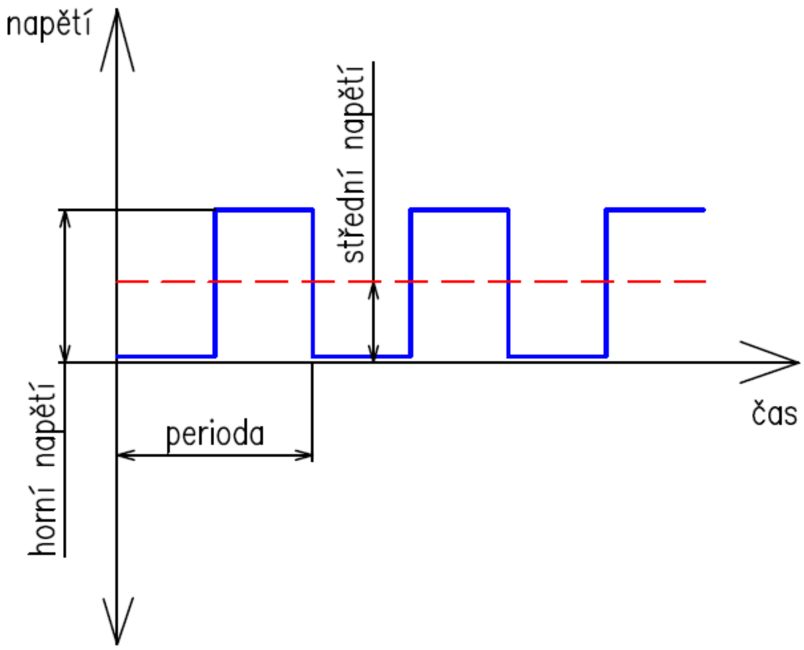
Redukované napětí je větší oproti ohybovému napětí o $3{,}1MPa$ Celková bezpečnost se zmenšila z hodnoty ***k = 5*** na ***$k_{c1}$ = 4,77***. Změna bezpečnosti **je vyhovující,** bezpečnost vzhledem k mezi kluzu může nabývat hodnot z intervalu $k = \langle\ 4\,;5\ \rangle$.

### 4.3.7.4. KONTROLNÍ VÝPOČET K MEZI ÚNAVY

Předpokládáme, že hydraulický lis bude umístěn ve výrobní lince, která je v provozu nepřetržitě. Z tohoto důvodu musíme navrhovaný průřez vypočítat i z kontrolního výpočtu k mezi únavy $\sigma_c$. Lis bude namáhán cyklicky, i když s menší frekvencí zatěžování než ostatní součástky, které jsou cyklicky namáhané. Ve výpočtu zanedbáváme veškeré vrubové účinky a parametry, které by nám snižovaly skutečnou mez únavy, jelikož kontrolované místo je uprostřed příčníku kde není žádný svar, jako je tomu např. v rozích rámu.

$$\sigma_C = 0{,}504\ R_m = 267\ MPa \tag{4.73}$$

Jedná se míjivý zátěžný cyklus , který nemá nulové střední napětí $\sigma_m \neq 0$ a se součinitelem nesouměrnosti cyklu R=0.




Obr. 4.4 Zátěžný cyklus

Výpočet bezpečnosti vzhledem k neomezené životnosti, bude mít dvě části, protože se jedná o kombinované namáhání. Kombinované namáhání se v tomto případě skládá **z ohybového a smykového.** Hodnoty těchto napětí jsou stanoveny v nejnebezpečnějším místě a ze vztahu (4.68)

***OHYBOVÉ NAMÁHÁNÍ***

$$\sigma_A = \frac{\sigma_h - \sigma_n}{2} = \frac{62{,}13 - 0}{2} = 31{,}065 MPa$$ ...amplituda ohybového napětí (4.74)

$$\sigma_m = \frac{\sigma_h + \sigma_n}{2} = \frac{62{,}13 + 0}{2} = 31{,}065 MPa$$ ...střední napětí cyklu (4.75)

Dále budeme pokračovat konstrukcí Haighova diagramu. Ke konstrukci je nutné znát úhel $\gamma_{H,}$ ten určíme výpočtem podle vzorce:

$$tg\gamma_H = \psi_\sigma \tag{4.76}$$

Hodnotu $\psi_\sigma$ odečteme z tabulky tab.4.1 [2]

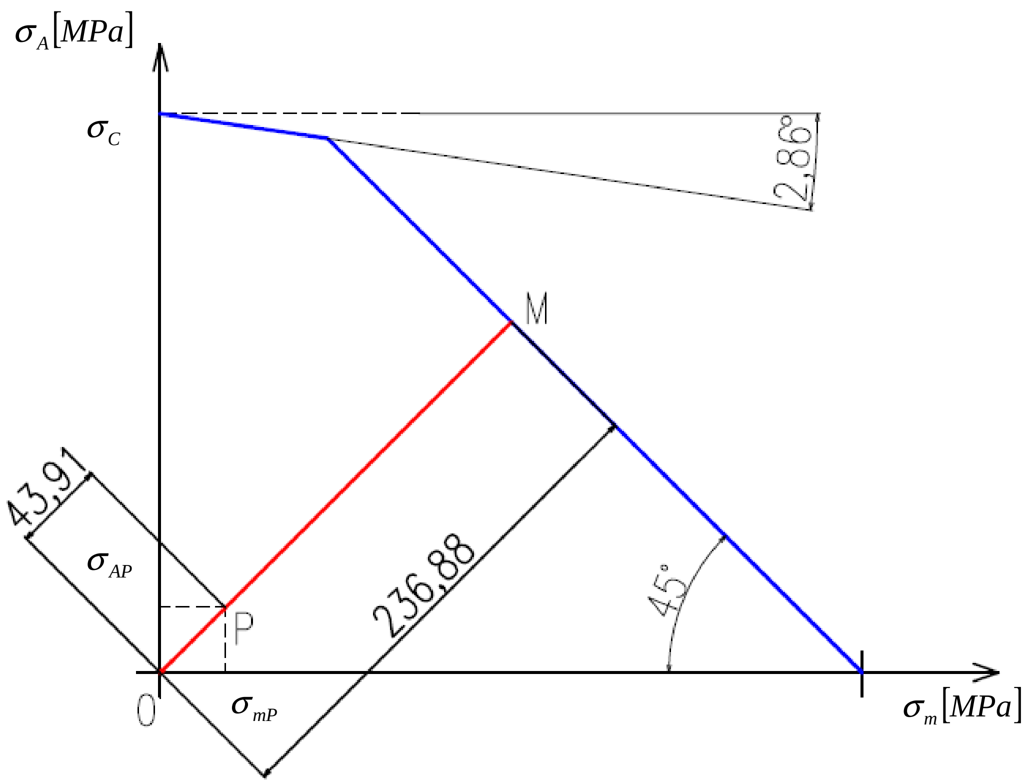
Tab.4.1 [2]

| $R_m$ [MPa] | 350 - 520 | 520 - 700 | 700 - 1000 | 1000 - 1200 | 1200 - 1400 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\psi_\sigma$ | 0 | 0,05 | 0,1 | 0,2 | 0,25 |

V našem případě je mez pevnosti $R_m$= 531 MPa => $\psi_\sigma = 0{,}05$

$$tg\gamma_H = \psi_\sigma = 0{,}05 \Rightarrow \gamma_H = 2{,}86° \tag{4.77}$$

**HAIGHŮV DIAGRAM**




Bezpečnost vzhledem k neomezené životnosti (ohyb) získáme ze vztahu:

$$k_{\sigma C} = \frac{\overline{0M}}{\overline{0P}} = \frac{236{,}88}{43.91} = 5{,}39 \tag{4.78}$$

***SMYKOVÉ NAMÁHÁNÍ***

Jedná se o stejný míjivý cyklus jako v případě ohybového namáhání.

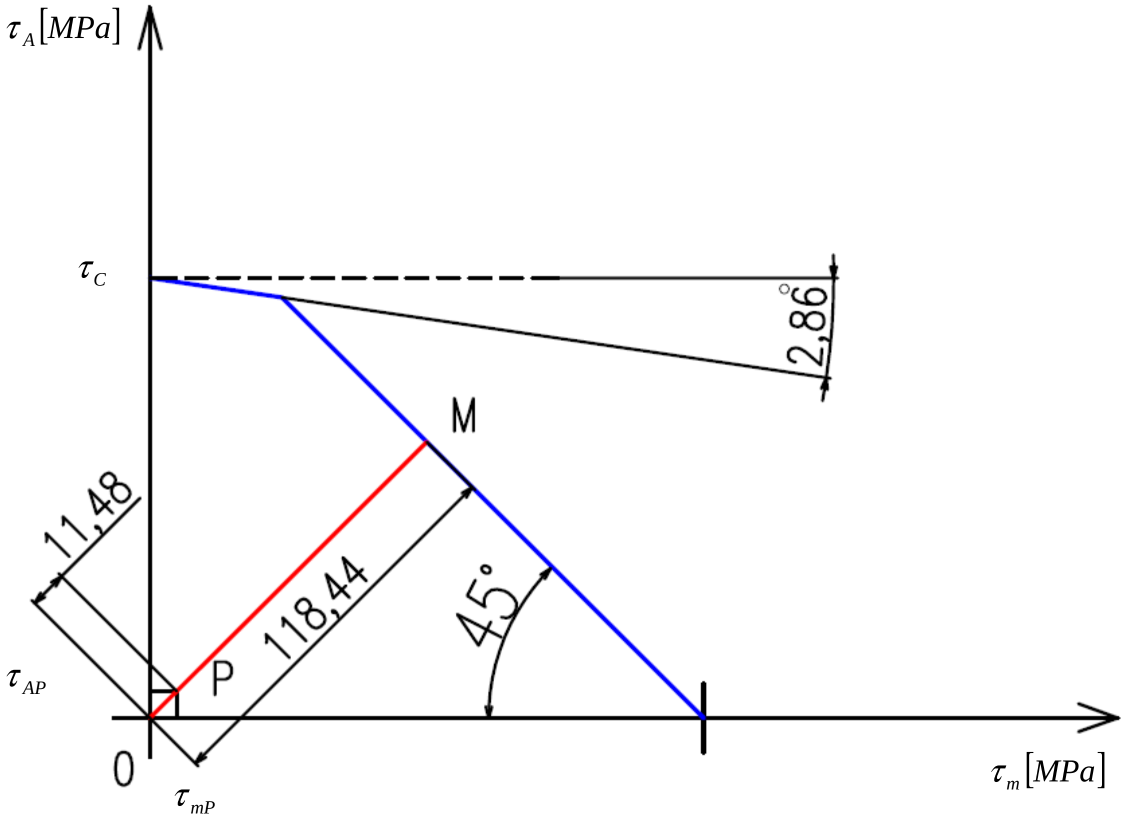
$$\tau_A = \frac{\tau_h - \tau_n}{2} = \frac{16{,}24 - 0}{2} = 8{,}12 MPa$$ ...amplituda smykového napětí (4.79)

$$\tau_m = \frac{\tau_h + \tau_n}{2} = \frac{16{,}24 + 0}{2} = 8{,}12 MPa$$ ...střední napětí cyklu (4.80)

Hodnotu meze únavy pro smykové namáhání stanovíme dle literatury [2].
$\sigma_C^2 = k \cdot \tau_C^2$, pro případ podmínky $\tau_{\max}$ je k=4. Dostáváme tedy vztah pro **smykovou mez únavy:**

$$\tau_C = \sqrt{\frac{\sigma_C^2}{k}} = \sqrt{\frac{\sigma_C^2}{4}} = \sqrt{\frac{267^2}{4}} = 133{,}5 MPa \qquad (4.81)$$

## HAIGHŮV DIAGRAM




Bezpečnost vzhledem k neomezené životnosti (smyk) získáme ze vztahu:

$$k_{\tau C} = \frac{\overline{0M}}{\overline{0P}} = \frac{118{,}44}{11{,}48} = 10{,}31 \qquad (4.82)$$

**CELKOVÁ BEZPEČNOST**

Celková bezpečnost vzhledem k neomezené životnosti pro kombinované namáhání je dána vztahem:

$$k_{C1} = \frac{k_\tau \cdot k_\sigma}{\sqrt{k_\tau^2 \cdot k_\sigma^2}} = \frac{10{,}31 \cdot 5{,}39}{\sqrt{10{,}31^2 + 5{,}39^2}} = 4{,}78 \qquad (4.83)$$

$k_{C1} > 1 \Rightarrow$ **Rám vydrží neomezený počet cyklů**

# 5. STANOVENÍ PODDAJNOSTI RÁMU

Stanovení poddajnosti rámu budeme provádět pro souřadnici x = 0, protože v tomto případě bude poddajnost největší. Posuv pod silovým zatížením provedeme zvlášť pro sílu v horním příčníku $F_1$ a sílu v dolním příčníku $F_2$. Stanovení těchto dvou posuvů provedeme z energie napjatosti a pomocí Castiglianovy věty:

$$u_{(F_1)} = \frac{1}{E \cdot J_y} \int_\psi M_{Ox} \cdot \frac{\partial M_{Ox}}{\partial F_1} \quad (5.1) \qquad u_{(F_2)} = \frac{1}{E \cdot J_y} \int_\psi M_{Ox} \cdot \frac{\partial M_{Ox}}{\partial F_2} \quad (5.2)$$

Výpočet se značně zjednoduší, protože některé integrály neobsahující sílu $F_1$ a $F_2$ , a proto jsou nulové. Nulové integrály nebudeme vypisovat. Výpočet je obdobný jako pro výpočet neznámých vnitřních účinků, který byl proveden výše.

## 5.1. POSUV OD SÍLOVÉHO ZATÍŽENÍ $F_1$

Posuvy stanovíme pro každou osamělou sílu zvlášť a to dle vztahů (5.1) a (5.2).

$$u_{(F_1)} = \frac{1}{E \cdot J_y} \Bigg[ \int_0^{c-x} (M_C + F_1 \cdot x_1 - T_C \cdot (x_1 + x)) \cdot x_1 dx_1 + \int_0^a (M_C - T_C \cdot c - N_C \cdot x_2 +$$

$$+ F_1 \cdot (c-x)) \cdot (c-x) dx_2 + \int_0^a (M_B + M_C - T_C \cdot c - T_B \cdot c - N_B \cdot x_5 -$$

$$- N_C \cdot (x_5 + a) - F_2 \cdot (c-x) + F_1 \cdot (c-x)) \cdot (c-x) dx_5 \Bigg]$$

$$u_{(F_1)} = \frac{6997}{2{,}1 \times 10^{11} \cdot 0{,}00009232} = 0{,}360\, mm \qquad (5.3)$$

### 5.2. POSUV OD SÍLOVÉHO ZATÍŽENÍ $F_2$

$$u_{(F_2)} = \frac{1}{E \cdot J_y}\left[\int_0^{c-x}(M_B - F_2 \cdot x_4 - T_B \cdot (x_4 + x)) \cdot (-x_4)dx_4 + \int_0^{a}(M_B + M_C - T_C \cdot c - T_B \cdot c - \right.$$

$$\left. - N_B \cdot x_5 - N_C \cdot (x_5 + a) - F_2 \cdot (c-x) + F_1 \cdot (c-x)) \cdot (x-c)dx_5\right]$$

$$u_{(F_2)} = \frac{5768}{2{,}1\times10^{11} \cdot 0{,}00009232} = 0{,}297mm \tag{5.4}$$

# 6. PEVNOSTNÍ NÁVRH RÁMU S ENERGIÍ NAPJATOSTI OD OHYBU, POSOUVAJÍCÍCH SIL A NORMÁLOVÝCH SIL

Výpočet výsledných vnitřních účinků, který byl proveden v kapitole 4, neuvažoval energie napjatosti od posouvajících a normálových sil. Nyní provedeme výpočet znovu, avšak s uvažováním energií napjatostí od posouvajících a normálových sil. Na závěr porovnáme výsledky výpočtu z kapitoly 3 a kapitoly 5.

Hodnoty neznámých profilových charakteristik ve výpočtu dosadíme z předchozího výpočtu:

$$\left.\begin{array}{l} S = 0{,}0096\, m^2 \\ J_Y = 0{,}0009232\ m^4 \\ \beta = 1{,}2 \\ E = 2{,}11 \cdot 10^5\, MPa\ ,\ \mu = 0{,}3 \\ G = \dfrac{E}{2(\mu+1)} = 8{,}7\times10^{10}\, MPa \end{array}\right\} \tag{6.1}$$

### 6.1. SLOŽKY VVÚ V RÁMU

$$\left.\begin{array}{ll} M_{X0} = M_C - T_C \cdot x_0 & \\ M_{X1} = M_C + F_1 \cdot x_1 - T_C(x_1 + x) & \\ M_{X2} = M_C - T_C \cdot c - N_C \cdot x_2 + F_1(c-x) & \\ M_{X3} = M_B - T_B \cdot x_3 & \\ M_{X4} = M_B - F_2 \cdot x_4 - T_B(x_4 + x) & \\ M_{X5} = M_B + M_C - T_C \cdot c - T_B \cdot c - N_B \cdot x_5 - N_C(x_5 + a) - F_2(c-x) + F_1(c-x) & \\ & \\ T_0 = T_C & N_0 = N_C \\ T_1 = T_C - F_1 & N_1 = N_C \\ T_2 = N_C & N_2 = F_1 - T_C \\ T_3 = T_B & N_3 = N_B \\ T_4 = T_B + F_2 & N_4 = N_B \\ T_5 = N_B + N_C & N_5 = -T_C - T_B + F_1 - F_2 \end{array}\right\} \text{levá část rámu} \tag{6.2}$$

$$\left.\begin{array}{ll}
M_{X6} = M_C + T_C \cdot x_6 & \\
M_{X7} = M_C + T_C \cdot c - N_C \cdot x_7 & \\
M_{X8} = M_B + T_B \cdot x_8 & \\
M_{X9} = M_B + M_C + T_C \cdot c + T_B \cdot c - N_B \cdot x_9 - N_C (x_9 + a) & \\
 & \\
T_6 = T_C & N_6 = N_C \\
T_7 = -N_C & N_7 = T_C \\
T_8 = T_B & N_8 = N_B \\
T_9 = -N_B - N_C & N_9 = T_C + T_B
\end{array}\right\} \text{pravá část rámu} \quad (6.3)$$

## 6.2. DEFORMAČNÍ PODMÍNKY

### 6.2.1. LEVÁ ČÁST RÁMU

$$\frac{\partial W_{11}}{\partial N_C} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_\kappa M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial N_C} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_\kappa N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial N_C} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_\kappa T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial N_C} dx$$

$$\frac{\partial W_{11}}{\partial T_C} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_\kappa M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial T_C} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_\kappa N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial T_C} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_\kappa T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial T_C} dx$$

$$\frac{\partial W_{11}}{\partial M_C} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_\kappa M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial M_C} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_\kappa N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial M_C} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_\kappa T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial M_C} dx$$

$$\frac{\partial W_{11}}{\partial N_B} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_\kappa M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial N_B} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_\kappa N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial N_B} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_\kappa T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial N_B} dx$$

$$\frac{\partial W_{11}}{\partial T_B} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_\kappa M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial T_B} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_\kappa N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial T_B} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_\kappa T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial T_B} dx$$

$$\frac{\partial W_{11}}{\partial M_B} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_\kappa M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial M_B} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_\kappa N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial M_B} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_\kappa T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial M_B} dx$$

rovnice (6.4)

### 6.2.2. PRAVÁ ČÁST RÁMU

$$\frac{\partial W_{22}}{\partial N_C} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_{\kappa} M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial N_C} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_{\kappa} N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial N_C} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_{\kappa} T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial N_C} dx$$

$$\frac{\partial W_{22}}{\partial T_C} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_{\kappa} M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial T_C} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_{\kappa} N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial T_C} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_{\kappa} T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial T_C} dx$$

$$\frac{\partial W_{22}}{\partial M_C} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_{\kappa} M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial M_C} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_{\kappa} N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial M_C} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_{\kappa} T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial M_C} dx$$

$$\frac{\partial W_{22}}{\partial N_B} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_{\kappa} M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial N_B} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_{\kappa} N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial N_B} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_{\kappa} T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial N_B} dx$$

$$\frac{\partial W_{22}}{\partial T_B} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_{\kappa} M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial T_B} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_{\kappa} N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial T_B} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_{\kappa} T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial T_B} dx$$

$$\frac{\partial W_{22}}{\partial M_B} = \frac{1}{E \cdot J_Y} \sum \int_{\kappa} M_{(x)} \cdot \frac{\partial M_{(x)}}{\partial M_B} dx + \frac{1}{E \cdot S} \sum \int_{\kappa} N_{(x)} \cdot \frac{\partial N_{(x)}}{\partial M_B} dx + \frac{\beta}{G \cdot S} \sum \int_{\kappa} T_{(x)} \cdot \frac{\partial T_{(x)}}{\partial M_B} dx$$

rovnice (6.5)

### 6.2.3. PODMÍNKY SPOJITOSTI DEFORMACE

Podmínky spojitosti deformace jsou stejné jako v kapitole 3.3.3. Rozdíl je v uvažování energií napjatosti od všech složek VVÚ.

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_{11}}{\partial N_C} &= -\frac{\partial W_{22}}{\partial N_C} & \qquad \frac{\partial W_{11}}{\partial N_B} &= -\frac{\partial W_{22}}{\partial N_B} \\ \frac{\partial W_{11}}{\partial T_C} &= -\frac{\partial W_{22}}{\partial T_C} & \qquad \frac{\partial W_{11}}{\partial T_B} &= -\frac{\partial W_{22}}{\partial T_B} \\ \frac{\partial W_{11}}{\partial M_C} &= -\frac{\partial W_{22}}{\partial M_C} & \qquad \frac{\partial W_{11}}{\partial M_B} &= -\frac{\partial W_{22}}{\partial M_B} \end{aligned}$$

soustava rovnic (6.6)

Po dosazení deformačních podmínek do rovnic určených pro spojitosti deformací, dostáváme, **6 rovnic o 6 neznámých** ( $N_B, T_B, M_B, N_C, T_C, M_C$ ).

$$8{,}906526710\times10^{-8} N_C + 3{,}785686671\times10^{-8} N_B - 5{,}158042420\times10^{-8} M_B$$
$$- 5{,}158042420\times10^{-8} M_C + 4{,}960317460\times10^{-10} N_B \cdot x + 4{,}960317460\times10^{-10} N_B \tag{6.7}$$
$$\cdot (0{,}75 - x) = 0$$

$$1{,}719347473\times10^{-8} T_B \cdot x^3 - 2{,}579021210\times10^{-8} M_B \cdot x^2 + 1{,}719347473\times10^{-8}$$
$$\cdot (200000 + T_B)(0{,}75 - x)^3 + 2{,}579021210\times10^{-8} (-M_B + T_B \cdot x - (-T_B - 200000)x)$$
$$\cdot (0{,}75 - x)^2 - 5{,}158042420\times10^{-8} (M_B - T_B \cdot x) \cdot x \cdot (0{,}75 - x) + 0{,}0002323420076 \tag{6.8}$$
$$+ 1{,}450699431\times10^{-8} M_B + 6{,}743524791\times10^{-8} T_B + 5{,}902004072\times10^{-8} T_C$$
$$+ 1{,}548946717\times10^{-9} T_B \cdot x - 0{,}0003097893434 \cdot x + 1{,}548946717\times10^{-9} T_B (0{,}75 - x) = 0$$

$$5{,}158042420\times10^{-8} M_B \cdot x - 2{,}579021210\times10^{-8} T_B \cdot x^2 + 2{,}579021210\times10^{-8}$$
$$\cdot (-T_B - 200000) \cdot (0{,}75 - x)^2 + 5{,}158042420\times10^{-8} M_B \cdot (0{,}75 - x) - 5{,}158042420\times10^{-8}$$
$$\cdot T_B \cdot x \cdot (0{,}75 - x) - 5{,}158042420\times10^{-8} N_B - 1{,}547412726\times10^{-7} N_C + 1{,}418461666\times10^{-7} \tag{6.9}$$
$$\cdot M_B + 1{,}031608484\times10^{-7} M_C + 1{,}450699431\times10^{-8} T_B = 0$$

$$2{,}816634064\times10^{-7} N_C - 2{,}063216968\times10^{-7} M_C - 0{,}003868531815 + 0{,}005158042420 \cdot x$$
$$+ 8{,}906526710\times10^{-8} N_B - 1{,}547412726\times10^{-7} M_B + 4{,}960317460\times10^{-10} N_C \cdot x \tag{6.10}$$
$$+ 4{,}96031746010\times10^{-10} N_C \cdot (0{,}75 - x) = 0$$

$$0{,}008046852973 \cdot x + 1{,}450699431 \cdot 10^{-8} M_C - 0{,}00613346079 + 5{,}902004072\times10^{-8} T_B$$
$$+ 1{,}719347473\times10^{-8} \cdot (T_C - 200000) \cdot (0{,}75 - x)^3 + 2{,}579021210\times10^{-8} (-M_C + T_C \cdot x$$
$$- (-T_C + 200000) \cdot x) \cdot (0{,}75 - x)^2 + 1{,}548946717\times10^{-9} T_C \cdot (0{,}75 - x) + 1{,}7193474731 \tag{6.11}$$
$$\times10^{-8} T_C \cdot x^3 - 2{,}579021210\times10^{-8} M_C \cdot x^2 + 1{,}264552886\times10^{-7} T_C + 1{,}548946717$$
$$\times10^{-9} T_C \cdot x - 5{,}158042420\times10^{-8} \cdot (M_C - T_C \cdot x) \cdot x \cdot (0{,}75 - x) = 0$$

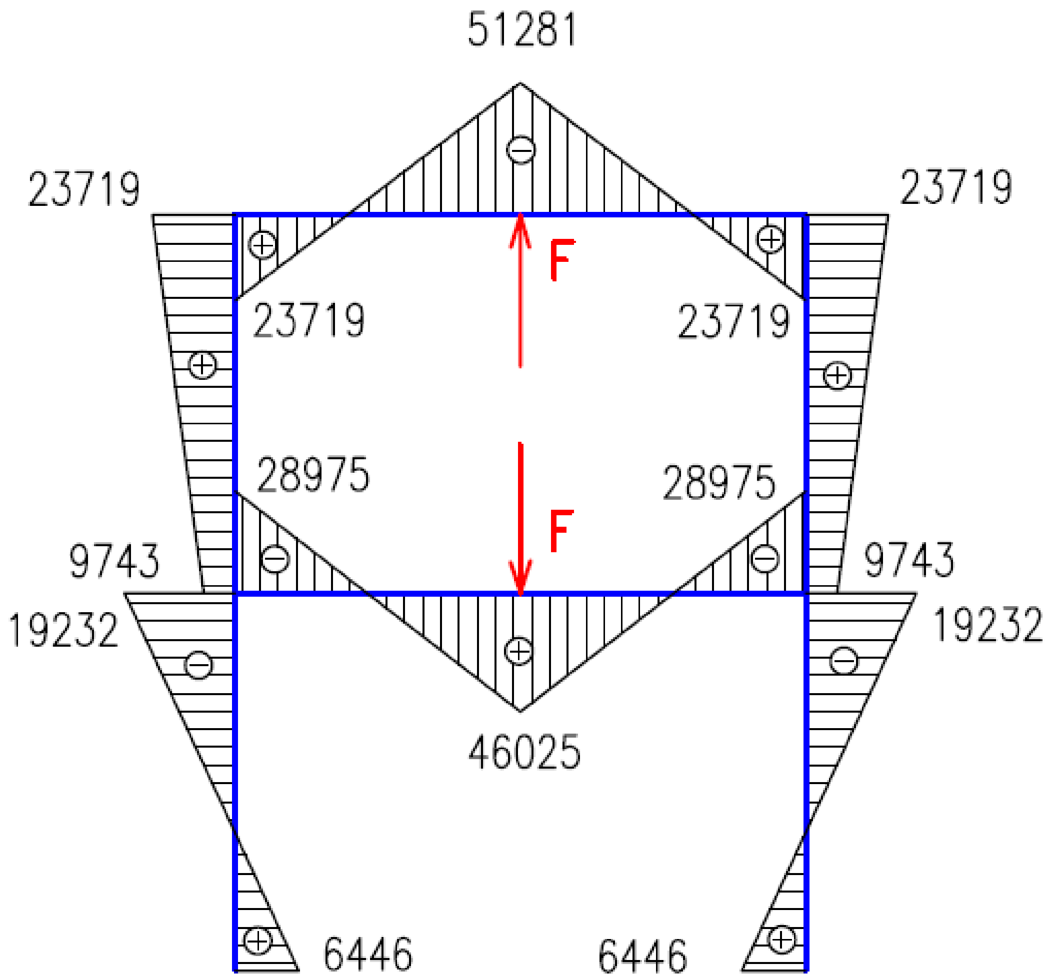
$$5{,}158042420\times10^{-8} M_C \cdot x - 2{,}579021210\times10^{-8} T_C \cdot x^2 + 2{,}579021210\times10^{-8} \cdot (-T_C + 200000)$$
$$\cdot (0{,}75 - x)^2 + 5{,}158042420\times10^{-8} M_C \cdot (0{,}75 - x) - 5{,}158042420\times10^{-8} T_C \cdot x \cdot (0{,}75 - x) \tag{6.12}$$
$$+ 2{,}450070150\times10^{-7} M_C + 1{,}450699431\times10^{-8} T_C - 2{,}063216968\times10^{-7} N_C + 0{,}00773706363$$
$$- 0{,}01031608484 \cdot x - 5{,}15804242\times10^{-8} N_B + 1{,}031608484\times10^{-7} M_B = 0$$

### 6.2.4. VÝPOČET VVÚ

Výpočet neznámých parametrů provedeme opět v softwaru ***MAPLE 11***. Podrobný výpočet je opět uveden v příloze bakalářské práce.

### 6.2.5. ZOBRAZENÍ PRŮBĚHŮ OHYBOVÝCH MOMENTŮ

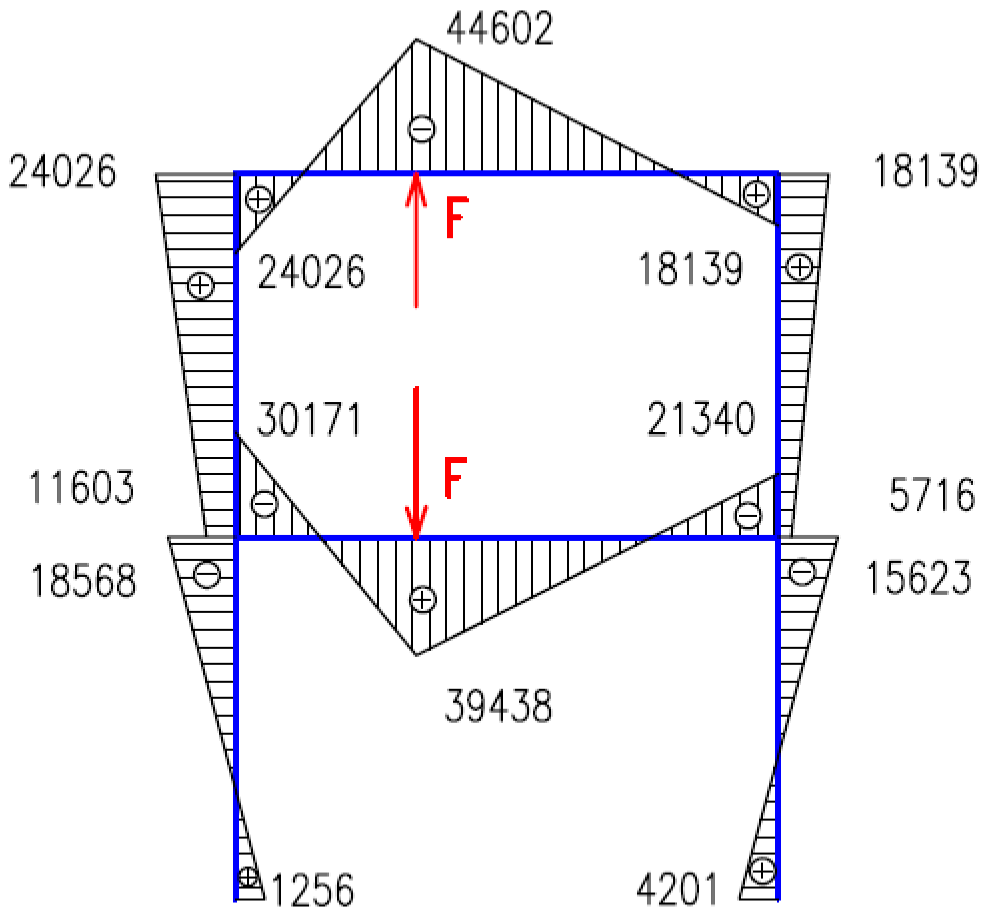
**Souřadnice x = 0, $M_O$[Nm]**




Obr.5.1 Průběh momentů při x = 0

| **Síla [N], Moment [Nm]** |
|---|
| $N_C$ = 13 976 N |
| $T_C$ = 100 000 N |
| $M_C$ = -51 281 Nm |
| $N_B$ = -39 654 N |
| $T_B$ = -100 000 N |
| $M_B$ = 46 025 Nm |

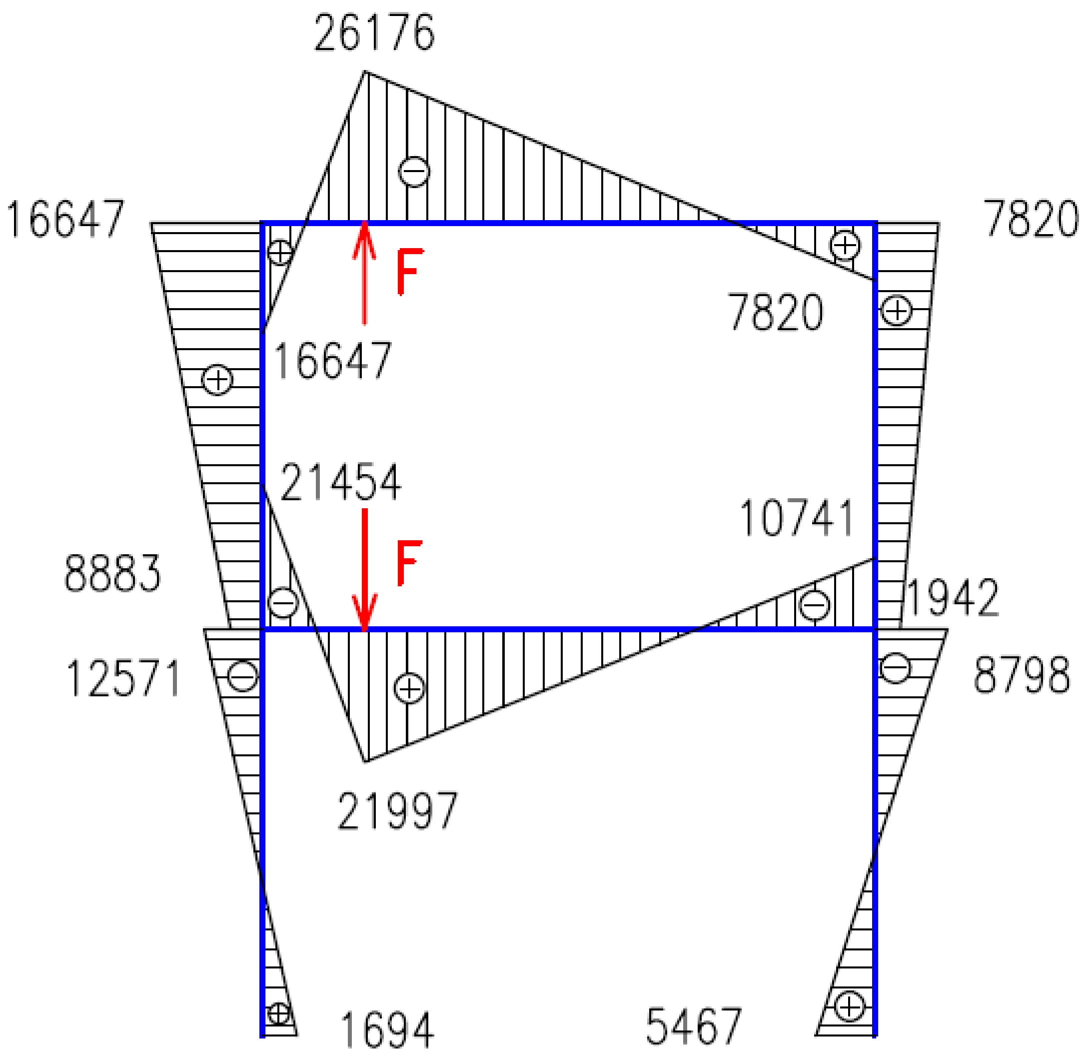
**Souřadnice x = 0.25, $M_O$[Nm]**




Obr.5.2 Průběh momentů při x = 0.25

| **Síla [N], Moment [Nm]** |
| --- |
| $\mathbf{N_C}$ = 12 423 N |
| $\mathbf{T_C}$ = 62 742 N |
| $\mathbf{M_C}$ = -28 917 Nm |
| $\mathbf{N_B}$ = -32 248 N |
| $\mathbf{T_B}$ = -60 779 N |
| $\mathbf{M_B}$ = 24 244 Nm |

**Souřadnice x = 0.5, $M_O$[Nm]**

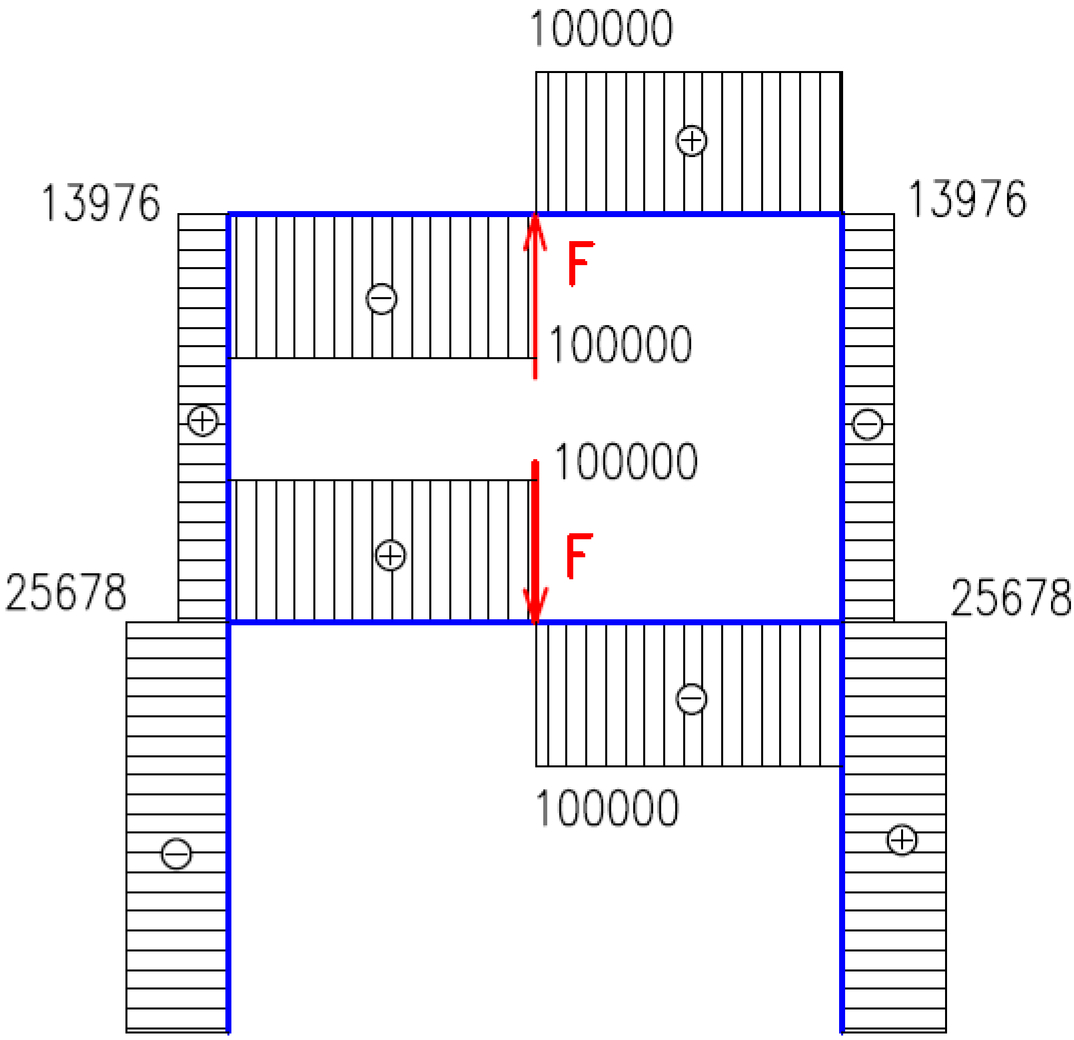



Obr.5.3 Průběh momentů při x = 0.5

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $N_C$ = 7 764 N |
| $T_C$ = 28 706 N |
| $M_C$ = -11 823 Nm |
| $N_B$ = -22 030 N |
| $T_B$ = -26 191 N |
| $M_B$ = 8 902 Nm |

### 6.2.6. ZOBRAZENÍ PRŮBĚHŮ POSOUVAJÍCÍCH SIL

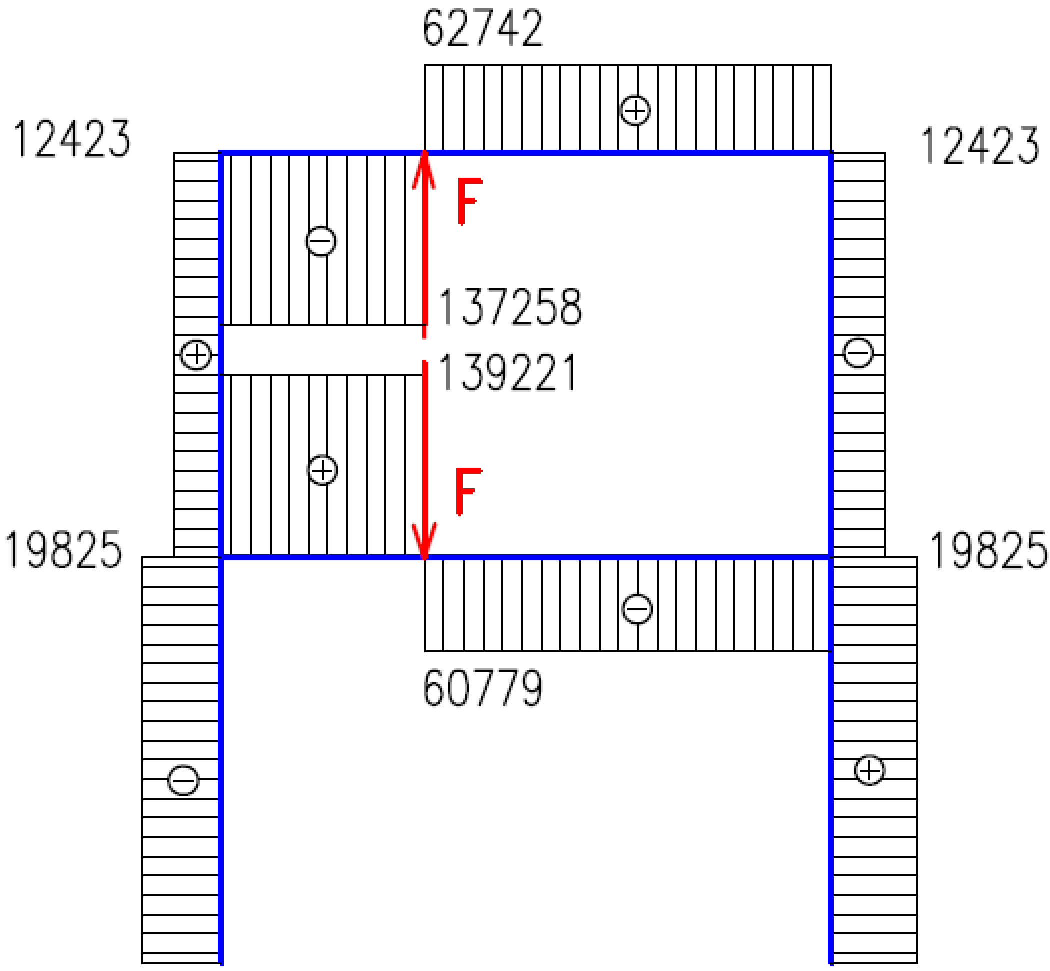
**Souřadnice x = 0, $T_x$[N]**




Obr.5.4 Průběh posouvajících sil při x = 0

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| **$N_C$** = 13 976 N |
| **$T_C$** = 100 000 N |
| **$M_C$** = -51 281 Nm |
| **$N_B$** = -39 654 N |
| **$T_B$** = -100 000 N |
| **$M_B$** = 46 025 Nm |

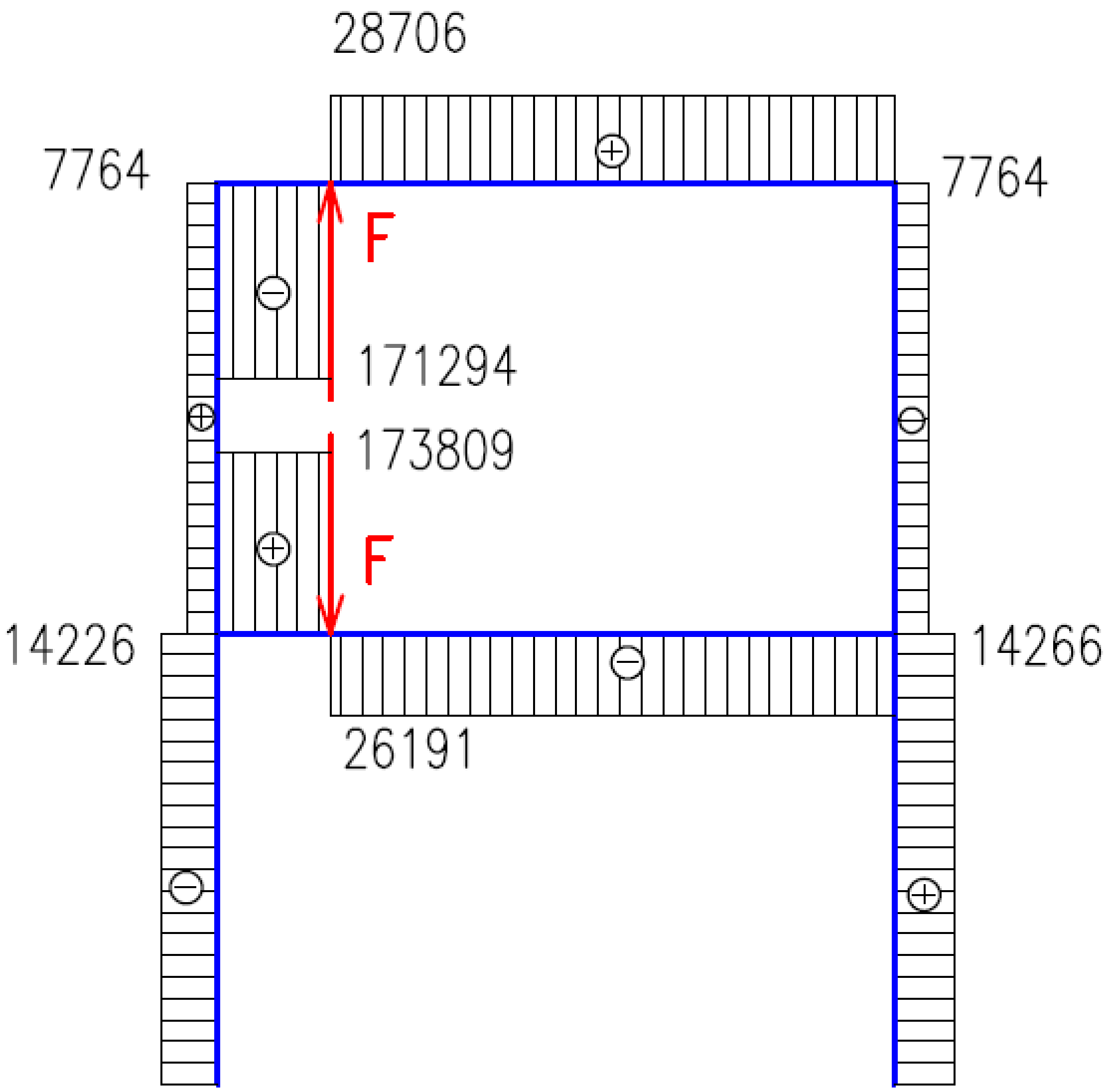
**Souřadnice x = 0.25, $T_x$[N]**




Obr.5.5 Průběh posouvajících sil při x = 0,25

| **Síla [N], Moment [Nm]** |
|---|
| $N_C$ = 12 423 N |
| $T_C$ = 62 742 N |
| $M_C$ = -28 917 Nm |
| $N_B$ = -32 248 N |
| $T_B$ = -60 779 N |
| $M_B$ = 24 244 Nm |

**Souřadnice x = 0.5, $T_x$[N]**

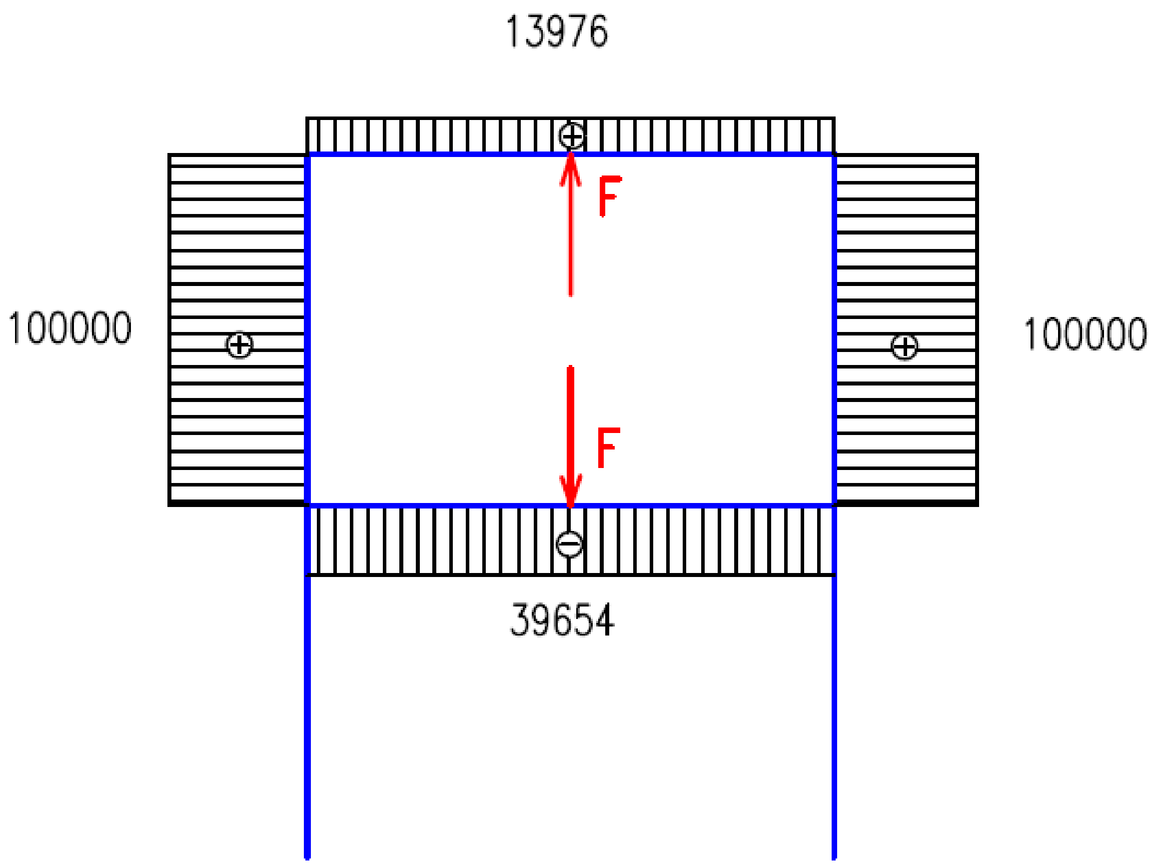



Obr.5.6 Průběh posouvajících sil při x = 0,5

| **Síla [N], Moment [Nm]** |
|---|
| $N_C$ = 7 764 N |
| $T_C$ = 28 706 N |
| $M_C$ = -11 823 Nm |
| $N_B$ = -22 030 N |
| $T_B$ = -26 191 N |
| $M_B$ = 8 902 Nm |

### 6.2.7. ZOBRAZENÍ PRŮBĚHŮ NORMÁLOVÝCH SIL

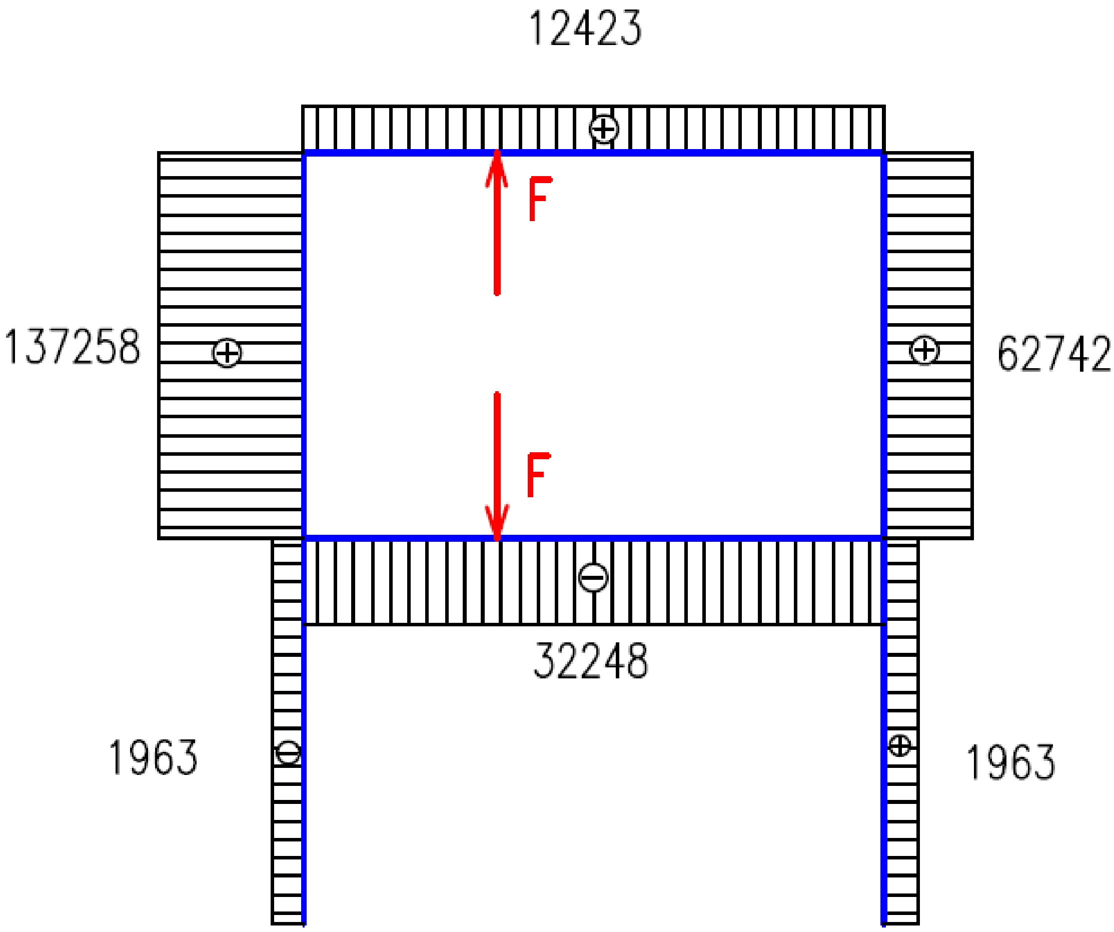
**Souřadnice x = 0, $N_x$[N]**




Obr.5.7 Průběh normálových sil při x = 0

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $\mathbf{N_C}$ = 13 976 N |
| $\mathbf{T_C}$ = 100 000 N |
| $\mathbf{M_C}$ = -51 281 Nm |
| $\mathbf{N_B}$ = -39 654 N |
| $\mathbf{T_B}$ = -100 000 N |
| $\mathbf{M_B}$ = 46 025 Nm |

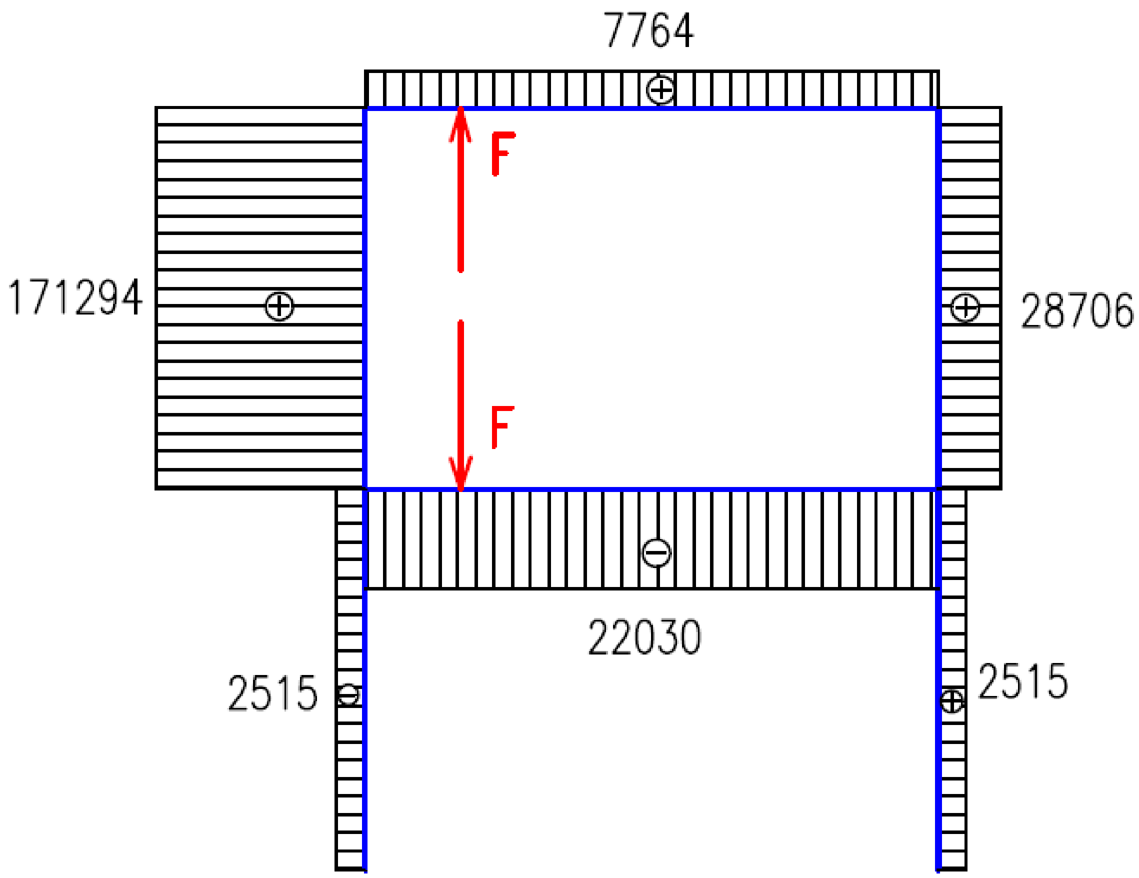
**Souřadnice x = 0.25, $N_x$[N]**




Obr.5.8 Průběh normálových sil při x = 0,25

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $N_C$ = 12 423 N |
| $T_C$ = 62 742 N |
| $M_C$ = -28 917 Nm |
| $N_B$ = -32 248 N |
| $T_B$ = -60 779 N |
| $M_B$ = 24 244 Nm |

**Souřadnice x = 0.5, $N_x$[N]**




Obr.5.9 Průběh normálových sil při x = 0,5

| Síla [N], Moment [Nm] |
|---|
| $N_C$ = 7 764 N |
| $T_C$ = 28 706 N |
| $M_C$ = -11 823 Nm |
| $N_B$ = -22 030 N |
| $T_B$ = -26 191 N |
| $M_B$ = 8 902 Nm |

## 6.3. VÝPOČET BEZPEČNOSTI

Nejnebezpečnější místo je opět v místě působení síly $F_1$ a při $x = 0$.
Jako výchozí profil uvažujeme profil vypočtený z kapitoly 4, který má následující charakteristiky:

$W_O = 0{,}00073856\,m^3$

$t = 10\,mm$

$b_1 = a = 250\,mm$

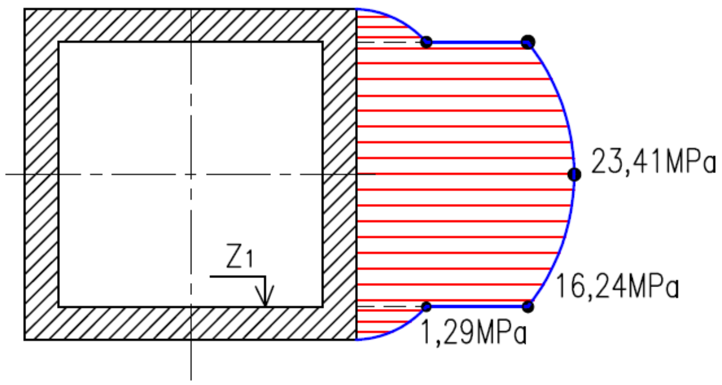
**maximální ohybové napětí**

$$\sigma_{OMAX} = \frac{M_{OMAX}}{W_O} = \frac{51281}{0{,}00073856} = 69{,}43\,MPa \quad (6.13)$$

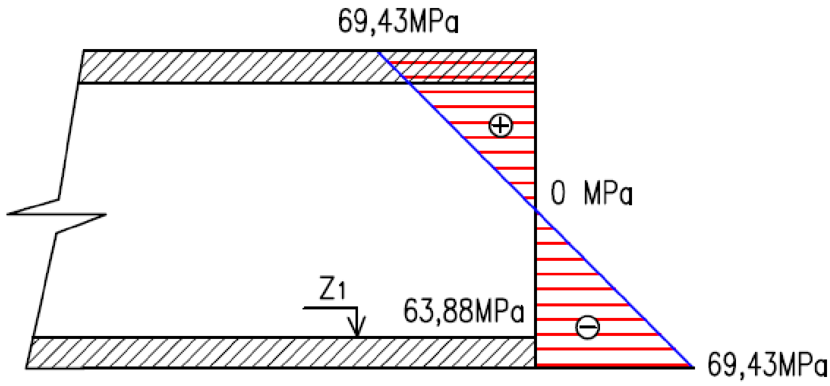
Hodnoty smykových napětí od posouvající síly jsou stejné jako v kapitole 4, protože posouvající síla při souřadnici $x = 0$ se při uvažování všech energií napjatosti VVÚ nezměnila a je rovna $T_C = 100000\,N$.

$\tau_{(x)MAX} = 23{,}41\,MPa$

$\tau_{Z1} = 16{,}24\,MPa$




Obr.6.1 Průběh smykového napětí od posouvající síly




Obr.6.2 Průběh ohybového napětí

### 6.3.1. REDUKOVANÉ NAPĚTÍ VE VYBRANÉM PROFILU

Výpočet je obdobný jako v kapitole 4. Redukované napětí vypočteme opět ve všech třech nebezpečných místech.

**Podmínka maxτ** $$\sigma_{RED} = \sqrt{\sigma_0^2 + 4\tau_s^2} \quad (6.14)$$

#### A) MÍSTO MAXIMÁLNÍHO SMYKOVÉHO NAMÁHÁNÍ

V tomto místě je jen smykové namáhání, ohybové napětí je zde nulové.

$$\sigma_{RED\ 1} = \sqrt{4\tau_{MAX}{}^2} = \sqrt{4 \cdot 23{,}41^2} = 46{,}82 MPa \quad (6.15)$$

#### B) MÍSTO SKOKOVÉ ZMĚNY TLOUŠTKY PROFILU V MÍSTĚ $z_1$

Ohybové napětí je v tomto místě dáno vztahem

$$\sigma_{O(z1)} = \frac{M_{OMAX}}{J_Y} \cdot z_1 = \frac{51281}{0{,}00009232} \cdot 0{,}115 = 63{,}88 MPa \quad (6.16)$$

pak $\sigma_{RED2}$ je

$$\sigma_{RED\ 2} = \sqrt{\sigma_{O(z1)}^2 + 4\tau_{S(z1)}^2} = \sqrt{63{,}88^2 + 4 \cdot 16{,}24^2} = 71{,}66 MPa \quad (6.17)$$

#### C) MÍSTO MAXIMÁLNÍHO OHYBOVÉHO NAPĚTÍ

$W_O$ je známé ze vztahu (4.69)

$$\sigma_{O\max} = \frac{M_{OMAX}}{W_O} = \frac{51281}{0{,}00073856} = 69{,}43 MPa \quad (6.18)$$

$$\sigma_{RED\ 3} = \sqrt{\sigma_{O\max}^2 + 4\tau_{\max}^2} = \sqrt{69{,}43^2 + 4 \cdot 0^2} = 69{,}43 MPa \quad (6.19)$$

Nejnebezpečnější místo z hlediska redukovaného napětí je v místě skokové změny tloušťky profilu. V tomto místě vypočteme bezpečnost k mezi kluzu.

$$k_{C2} = \frac{\mathrm{Re}}{\sigma_{RED1}} = \frac{335}{71{,}66} = 4{,}67 \quad (6.20)$$

Redukované napětí je větší oproti ohybovému napětí o $2{,}23MPa$ Celková bezpečnost je ***k<sub></sub>*** $\boldsymbol{k_{c2} = 4{,}67}$, což **je vyhovující,** bezpečnost vzhledem k mezi kluzu může nabývat hodnot z intervalu $k = \langle\, 4\,;5\, \rangle$.

### 6.3.2. KONTROLNÍ VÝPOČET K MEZI ÚNAVY

Výpočet k mezi únavy je opět obdobný jako v kapitole 4. Dosazené hodnoty jsou ovšem z výpočtu uvažujícího energie napjatosti od všech složek VVÚ.

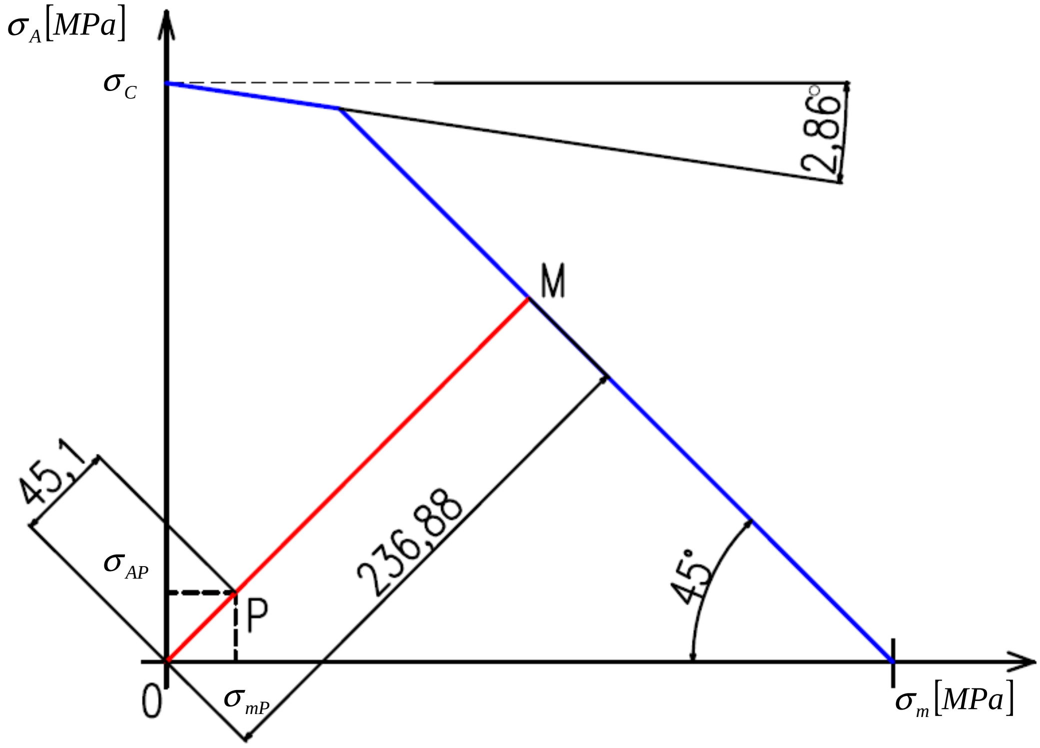
***OHYBOVÉ NAMÁHÁNÍ***

$$\sigma_A = \frac{\sigma_h - \sigma_n}{2} = \frac{63{,}88 - 0}{2} = 31{,}94MPa$$ ...amplituda ohybového napětí (6.21)

$$\sigma_m = \frac{\sigma_h + \sigma_n}{2} = \frac{63{,}88 + 0}{2} = 31{,}94MPa$$ ...střední napětí cyklu (6.22)

Dále budeme pokračovat konstrukcí Haighova diagramu. Konstrukce je obdobná jako v kapitole 4.

**HAIGHŮV DIAGRAM**




Bezpečnost vzhledem k neomezené životnosti (ohyb) získáme ze vztahu:

$$k_{\sigma C} = \frac{\overline{0M}}{\overline{0P}} = \frac{236{,}88}{45.1} = 5{,}25 \tag{6.23}$$

**SMYKOVÉ NAMÁHÁNÍ**

Jedná se o stejný míjivý cyklus jako v případě ohybového namáhání. Hodnota smykového namáhání se nezměnila oproti kapitole 4.

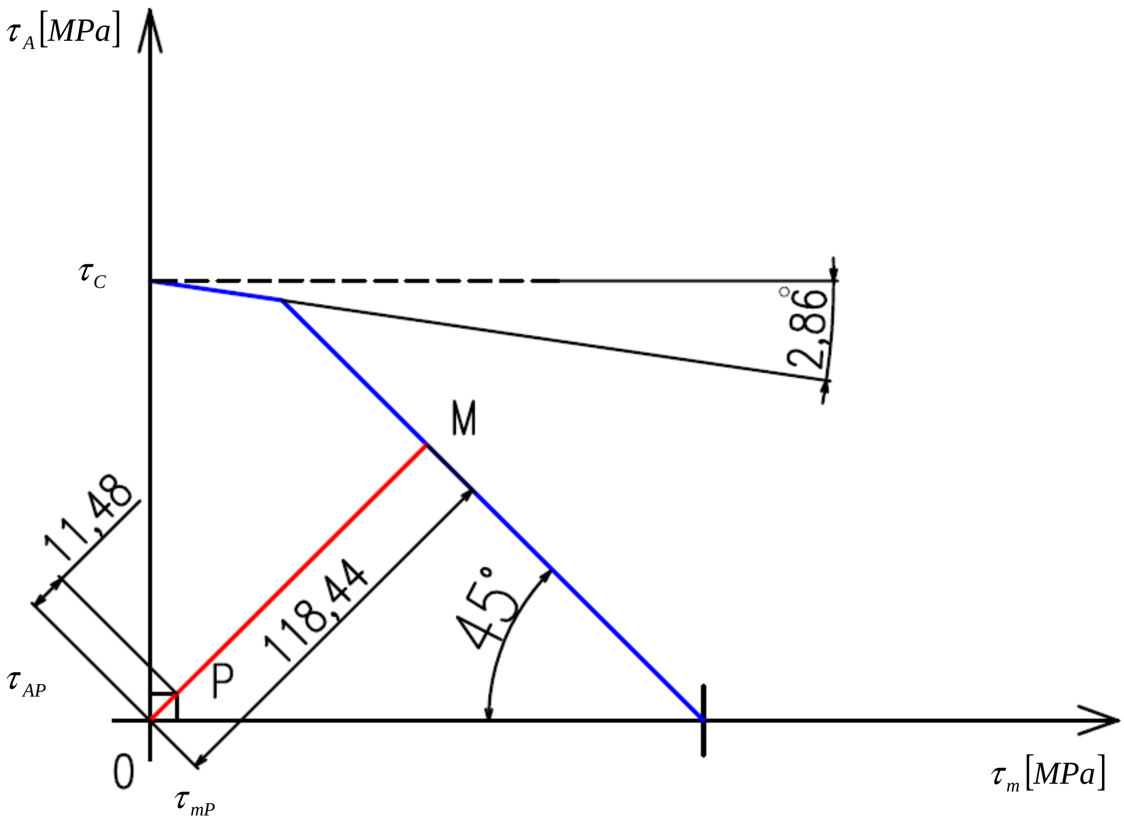
$$\tau_A = \frac{\tau_h - \tau_n}{2} = \frac{16{,}24 - 0}{2} = 8{,}12 MPa$$ ...amplituda smykového napětí (6.24)

$$\tau_m = \frac{\tau_h + \tau_n}{2} = \frac{16{,}24 + 0}{2} = 8{,}12 MPa$$ ...střední napětí cyklu (6.25)

Hodnotu meze únavy pro smykové namáhání stanovíme dle literatury [2].
$\sigma_C^2 = k \cdot \tau_C^2$, pro případ podmínky $\tau_{\max}$ je k=4. Dostáváme vztah
pro **smykovou mez únavy:**

$$\tau_C = \sqrt{\frac{\sigma_C^2}{k}} = \sqrt{\frac{\sigma_C^2}{4}} = \sqrt{\frac{267^2}{4}} = 133{,}5 MPa \tag{6.26}$$

**HAIGHŮV DIAGRAM**




Bezpečnost vzhledem k neomezené životnosti (smyk) získáme ze vztahu:

$$k_{\tau C} = \frac{\overline{0M}}{\overline{0P}} = \frac{118{,}44}{11{,}48} = 10{,}31 \tag{6.27}$$

### CELKOVÁ BEZPEČNOST

Celková bezpečnost vzhledem k neomezené životnosti pro kombinované namáhání je dána vztahem:

$$k_{C2} = \frac{k_\tau \cdot k_\sigma}{\sqrt{k_\tau^2 \cdot k_\sigma^2}} = \frac{10{,}31 \cdot 5{,}25}{\sqrt{10{,}31^2 + 5{,}25^2}} = 4{,}68 \qquad (6.28)$$

$k_{C1} > 1 \Rightarrow$ **Rám vydrží neomezený počet cyklů**

## 7. ANALÝZA VÝSLEDKŮ VÝPOČTŮ

| parametr | kapitola 3 | kapitola 5 | diference |
|---|---|---|---|
| **x=0** | | | |
| $T_B$ | -100000 N | -100000 N | 0 N |
| $N_B$ | -55703 N | -39654 N | 16049 N |
| $M_B$ | 45509 Nm | 46025 Nm | 516 Nm |
| $T_C$ | 100000 N | 100000 N | 0 N |
| $N_C$ | 19660 N | 13976 N | 5684 N |
| $M_C$ | -49878 Nm | -51281 Nm | 1403 Nm |
| **x=0.25** | | | |
| $T_B$ | -60025 N | -60779 N | 754 N |
| $N_B$ | -49514 N | -32 248 N | 17266 N |
| $M_B$ | 23786 Nm | 24244 Nm | 458 Nm |
| $T_C$ | 62068 N | 62742 N | 674 N |
| $N_C$ | 17475 N | 12423 N | 5052 N |
| $M_C$ | -27669 Nm | -28917 Nm | 1248 Nm |
| **x=0.5** | | | |
| $T_B$ | -25031 N | -26191 N | 1160 N |
| $N_B$ | -30946 N | -22030 N | 8916 N |
| $M_B$ | 8616 Nm | 8902 Nm | 286 Nm |
| $T_C$ | 27586 N | 28706 N | 1120 N |
| $N_C$ | 10922 N | 7764 N | 3158 N |
| $M_C$ | -11043 Nm | -11823 Nm | 780 Nm |
| Hodnoty v místě působení síly $F_1$ a při x=0 | | | |
| $N_{x=0}$ | 19660 N | 13976N | 5684 N |
| $T_{x=0}$ | 100000 N | 100000 N | 0 N |
| $M_{omax}$ | 49878 Nm | 51281 Nm | 1403 Nm |
| $k_{\sigma,c}$ …k mezi únavy | 4,78 | 4,68 | 0,1 [-] |
| $k_{c,red}$ …k mezi kluzu | 4,77 | 4,67 | 0,1 [-] |

Z porovnání výsledků z kapitoly 4 a 6 je zřejmé, že zanedbání energií napjatosti od posouvajících sil a normálových sil je v našem případě **zanedbatelné.**

Hodnota maximálního ohybového momentu se zvyšila v případě uvažování energií napjatosti od posouvajících sil a normálových sil nepatrně.

Posouvající síla v místě působení $F_1$ a $x = 0$ se s uvažovaním energií napjatosti všech složek VVÚ se nezměnila a hodnota normálové síly se zmenšila. Lze tedy konstatovat, že návrh profilu z kapitoly 4 je optimální. Výsledný čtvercový tenkostěnný profil má tedy následující parametry:

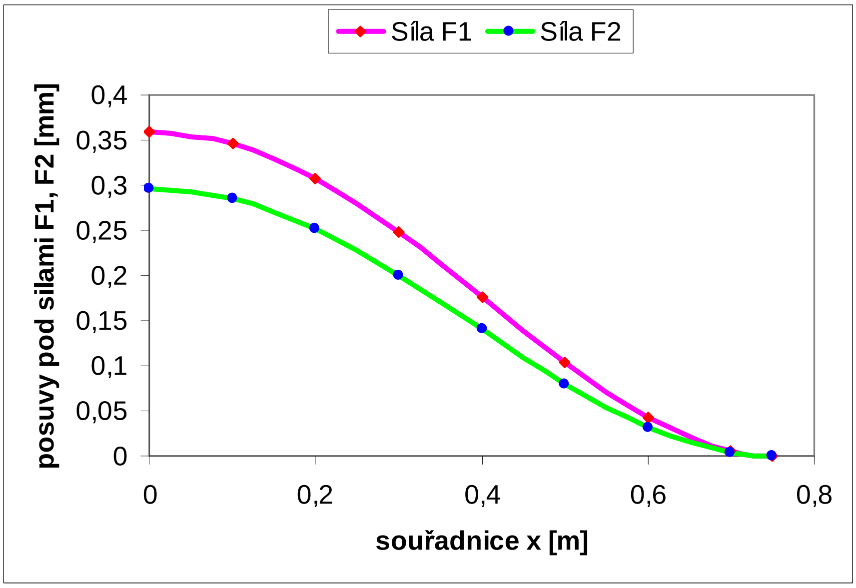
**Materiál**: Ocel 11 503, ČSN 41 1503
**Druh profilu:** čtvercový tenkostěnný 250mm, $t = 10$ mm
**Kvadratický moment průřezu $J_Y$:** 0,00009232 m$^4$

# 8. VLIV POSUNUTÍ ZATĚŽUJÍCÍCH SIL NA PODDAJNOST RÁMU

Nyní v softwaru ***MAPLE 11*** budeme ve výpočtu měnit souřadnici **x** v intervalu $x \in \langle 0\,;0.75\rangle$. Dále provedeme analýzu změny hodnot posunutí pod zatěžujícími silami. Výsledky zobrazíme v tabulce a grafu závislosti.

| Souřadnice x | Posuv pod silou $F_1$ [mm] | Posuv pod silou $F_2$ [mm] | Diference |
|---|---|---|---|
| 0 | 0,360 | 0,297 | 0,063 |
| 0,1 | 0,347 | 0,285 | 0,062 |
| 0,2 | 0,307 | 0,251 | 0,056 |
| 0,3 | 0,248 | 0,2 | 0,048 |
| 0,4 | 0,176 | 0,140 | 0,036 |
| 0,5 | 0,103 | 0,080 | 0,023 |
| 0,6 | 0,042 | 0,031 | 0,011 |
| 0,7 | 0,005 | 0,003 | 0,002 |
| 0,75 | 0 | 0 | 0 |

Tab.7.1 Posuvy pod silami $F_1$, $F_2$




Graf 7.2 Závislost posuvů na posunutí souřadnice x

# 9. ZÁVĚR

Hlavní cílem této práce bylo navržení optimální konstrukce rámu hydraulického lisu metodami prosté pružnosti a pevnosti, dále také posouzení vlivu posunutí zatěžovacích parametrů a v neposlední řadě kontrola rámu k mezi kluzu a mezi únavy.

Návrh rámu byl proveden s podstatným využitím Castiglianovy věty, jelikož tato úloha byla po rozdělení 6-krát staticky neurčitá. První verze byla spočítána ze zanedbáním energií napjatosti od normálové síly a posouvající síly a s uvažováním pouze ohybové energie napjatosti. V této části byl navržen profil, který byl dále zkontrolován k mezi kluzu a mezi únavy při míjivém cyklu zatěžování. Ve všech kontrolních výpočtech rám vyhověl požadované bezpečnosti. Pro srovnání vlivu zanedbání zmiňovaných energií napjatosti na celkovou bezpečnost byl proveden další obdobný výpočet, ovšem uvažující energie napjatosti od všech složek VVÚ. Ze srovnání obou výpočtů je zřejmé, že v našem případě zanedbání energií napjatosti od normálové a posouvající síly nemá podstatný vliv na bezpečnost konstrukce.

Na závěr výpočtu byla provedena analýza poddajnosti rámu v místě působení zatížení. Skutečnost, že největších posuvů dosahujeme pod silou $F_1$, je způsobena větším ohybovým namáháním v horním příčníku než v dolním. Další příčina je, že dolní příčník rámu „zpevňují“ svislé nosníky z horní i z zdolní části rámu. Vypočtené posuvy při souřadnici $x = 0{,}75$ jsou nulové, což posloužilo jako ověření správnosti výpočtu.

Výpočet je za určitých podmínek univerzální i pro více rámů. Po celou dobu výpočtu je počítáno z obecnými neznámými (např. rozměry rámu A,C, souřadnice změny polohy zatížení X a síly $F_1$, $F_2$). Tudíž můžeme tyto parametry v algoritmu výpočtu pro software *MAPLE 11* libovolně měnit. Tento algoritmus je uveden v příloze této bakalářské práce.

# 10. SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

[1] JANÍČEK, P.; ONDRÁČEK, E.; VRBKA, J.; BURŠA, J.: *Mechanika těles Pružnost a pevnost I*, Brno: Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., 2004. 287 s. ISBN: 80-214-2592-X

[2] ONDRÁČEK, E., VRBKA, J., JANÍČEK, P.: *Mechanika těles Pružnost a pevnost II*, Brno: Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., 2002. 262 s. ISBN 80-214-2214-9

[3] http://www.bow.cz/index.php?lang=&pid=206&action=detail&main=205&objcislo=8 210020&vyr=14&kat=1 - stránky výrobce hydraulických lisů První hanácká BOW spol. s.r.o.

# 11. SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

- v pořadí jak se nacházejí v textu

| | | |
|---|---|---|
| a,c | [m] | rozměry rámu |
| x | [m] | souřadnice polohy zatěžujících sil |
| $R_e$ | [MPa] | mez kluzu |
| E | [MPa] | modul pružnosti oceli |
| $R_m$ | [MPa] | mez pevnosti |
| $N_B$ | [N] | normálová síla v místě řezu B |
| $T_B$ | [N] | posouvající síla v místě řezu B |
| $M_B$ | [Nm] | ohybový moment v místě řezu B |
| $N_C$ | [N] | normálová síla v místě řezu C |
| $T_C$ | [N] | posouvající síla v místě řezu C |
| $M_C$ | [Nm] | ohybový moment v místě řezu C |
| $F_1$,$F_2$ | [N] | zatěžující síly |
| $F_{AX}$ | [N] | reakce ve směru osy x v místě vetknutí A |
| $F_{AY}$ | [N] | reakce ve směru osy y v místě vetknutí A |
| $M_A$ | [Nm] | ohybový momet v místě vetknutí A |
| $F_{DX}$ | [N] | reakce ve směru osy x v místě vetknutí D |
| $F_{DY}$ | [N] | reakce ve směru osy y v místě vetknutí D |
| $M_D$ | [Nm] | ohybový momet v místě vetknutí D |
| $\mu$ | [-] | počet neznámých parametrů |
| $\vartheta$ | [-] | počet použitelných podmínek statické rovnováhy |
| $x_{1..9}$ | [m] | souřadnice řezů |
| $F_{x1..x9}$ | [N] | síly ve směru osy x v řezech 1..9 |
| $F_{y1..y9}$ | [N] | síly ve směru osy y v řezech 1..9 |
| $M_{x1..x9}$ | [Nm] | ohybové momenty v řezech 1..9 |
| $W_1$ | [J] | energie napjatosti v kapitole 4 pro levou část rámu |
| $W_2$ | [J] | energie napjatosti v kapitole 4 pro pravou část rámu |
| $J_Y$ | [$mm^4$] | kvadratický moment průřezu |
| $M_{Omax}$ | [Nm] | maximální ohybový moment |
| k | [-] | zadaná bezpečnost |
| $\sigma_{DOV}$ | [MPa] | dovolené ohybové napětí |
| $W_O$ | [$m^3$] | ohybový modul průřezu |
| t | [m] | tloušťka stěny profilu |
| $\tau_{(x)}$ | [MPa] | smykové napětí od posouvající síly |
| $T_{(x)}$ | [N] | obecná posouvající síla |
| $U_y^w$ | [$mm^3$] | statický moment průřezu |
| b | [mm] | šířka profilu pro pro výpočet smykového napětí ze Žuravského vztahu |
| $\tau_1$ | [MPa] | smykové napětí v horizontálních částech profilu |
| $\tau_2$ | [MPa] | smykové napětí ve vertikálních částech profilu |
| $\tau_{(x)\max}$ | [MPa] | maximální smykové napětí |
| $\tau_{Z1}$ | [MPa] | smykové napětí v místě přechodu změny tloušťky stěny |
| $\sigma_{RED}$ | [MPa] | redukované napětí |
| $\sigma_{RED1}$ | [MPa] | redukované napětí v místě maximálního smykového namáhání |
| $\sigma_{RED2}$ | [MPa] | redukované napětí v místě změny tloušťky stěny $z_1$ |

| | | |
|---|---|---|
| $\sigma_{RED\,3}$ | [MPa] | redukované napětí v místě maximálního ohybového namáhání |
| $z_1$ | [mm] | souřadnice místa uvnitř profilu, vnitřní strana stěny |
| $k_{C1}$ | [-] | bezpečnost v místě skokové změny průřezu |
| $\sigma_C$ | [MPa] | mez únavy |
| $\sigma_m$ | [MPa] | střední napětí |
| $\sigma_A$ | [MPa] | amplituda napětí |
| $\gamma_H$ | [º] | úhel pro konstrukci Haighova diagramu |
| $\sigma_h$ | [MPa] | horní napětí cyklu |
| $\sigma_n$ | [MPa] | dolní napětí cyklu |
| $\tau_h$ | [MPa] | horní smykové napětí cyklu |
| $\tau_h$ | [MPa] | dolní symkové napětí cyklu |
| $\psi_Y$ | [-] | tangens úhlu $\gamma_H$ |
| $\sigma_{AP}$ | [MPa] | amplituda napětí pracovního bodu |
| $\sigma_{mP}$ | [MPa] | střední napětí pracovního bodu |
| $\overline{OM}$ | [mm] | délka odečtená z Haighova diagramu |
| $\overline{OP}$ | [mm] | délka odečtená z Haighova diagramu |
| $k_{\sigma C}$ | [-] | bezpečnost k mezi únavy (ohyb) |
| $k_{\tau C}$ | [-] | bezpečnost k mezi únavy (smyk) |
| $u_{F1}$ | [mm] | posuv v místě působení síly $F_1$ |
| $u_{F2}$ | [mm] | posuv v místě působení síly $F_2$ |
| S | [mm$^2$] | plocha průřezu |
| $\beta$ | [-] | koeficient tvaru průřezu |
| G | [MPa] | modul pružnosti ve smyku |
| $T_{0..9}$ | [N] | posouvající síly v řezech |
| $N_{0..9}$ | [N] | normálové síly v řezech |
| $M_{x0..x9}$ | [N] | ohybové momenty v řezech |
| $W_{11}$ | [J] | energie napjatosti pro výpočet v kapitole 6 pro levou část rámu |
| $W_{22}$ | [J] | energie napjatosti pro výpočet v kapitole 6 pro pravou část rámu |

# 12. SEZNAM PŘÍLOH

(1) Výpočet neznámých parametrů z kapitoly 4 - MAPLE 11

(2) Výpočet neznámých parametrů z kapitoly 6 - MAPLE 11

(3) Poddajnost rámu - MAPLE 11

# 13. PŘÍLOHY

## (1) VÝPOČET NEZNÁMÝCH PARAMETRŮ Z KAPITOLY 4 - MAPLE 11

> $\frac{dW1}{dNc}$

$$\frac{dW1}{dNc} \tag{1}$$

>

> $dW1dNc := \int_0^x ((Mc - Tc \cdot x0) \cdot (0))\, dx0 + \int_0^{c-x} ((Mc + F1 \cdot x1 - Tc \cdot (x1 + x)) \cdot (0))\, dx1 + \int_0^a ((Mc - Tc \cdot c - Nc \cdot x2 + F1 \cdot (c - x)) \cdot (-x2))\, dx2 + \int_0^x (Mb - Tb \cdot x3) \cdot 0 dx3 + \int_0^{c-x} (Mb - Tb \cdot (x4 + x) - F2 \cdot x4) \cdot 0\, dx4 + \int_0^a ((Mb + Mc - Tb \cdot c - Nb \cdot x5 - F2 \cdot (c - x) + F1 \cdot (c - x) - Tc \cdot c - Nc \cdot (x5 + a)) \cdot (-x5 - a))\, dx5$

$$dW1dNc := \frac{1}{3} Nc\, a^3 + \frac{1}{2} (-Mc + Tc\, c - F1\, (c - x))\, a^2 + \frac{1}{3} (Nb + Nc)\, a^3 + \frac{1}{2} (-Mb - Mc + Tb\, c + Nc\, a + F2\, (c - x) - F1\, (c - x) + Tc\, c - (-Nb - Nc)\, a)\, a^2 - (Mb + Mc - Tb\, c - Nc\, a - F2\, (c - x) + F1\, (c - x) - Tc\, c)\, a^2 \tag{2}$$

$\frac{dW1}{dTc}$

> $dW1dTc := \int_0^x ((Mc - Tc \cdot x0) \cdot (-x0))\, dx0 + \int_0^{c-x} ((Mc + F1 \cdot x1 - Tc \cdot (x1 + x)) \cdot (-x1 - x))\, dx1 + \int_0^a ((Mc - Tc \cdot c - Nc \cdot x2 + F1 \cdot (c - x)) \cdot (-c))\, dx2 + \int_0^x (Mb - Tb \cdot x3) \cdot 0\, dx3 + \int_0^{c-x} (Mb - Tb \cdot (x4 + x) - F2 \cdot x4) \cdot 0\, dx4 + \int_0^a ((Mb + Mc - Tb \cdot c - Nb \cdot x5 - F2 \cdot (c - x) + F1 \cdot (c - x) - Tc \cdot c - Nc \cdot (x5 + a)) \cdot (-c))\, dx5$

$$dW1dTc := \frac{1}{3} Tc\, x^3 - \frac{1}{2} Mc\, x^2 + \frac{1}{3} (-F1 + Tc)\, (c - x)^3 + \frac{1}{2} (-Mc + Tc\, x - (F1 - Tc)\, x)\, (c - x)^2 - (Mc - Tc\, x)\, x\, (c - x) + \frac{1}{2} Nc\, c\, a^2 - (Mc - Tc\, c + F1\, (c - x))\, c\, a - \frac{1}{2} (-Nb - Nc)\, c\, a^2 - (Mb + Mc - Tb\, c - Nc\, a - F2\, (c - x) + F1\, (c - x) \tag{3}$$

$- Tc\, c)\, c\, a$

\>

\>

\>

$\frac{dW1}{dMc}$

$$> dW1dMc := \int_0^x ((Mc - Tc \cdot x0) \cdot (1))\, dx0 + \int_0^{c-x} ((Mc + F1 \cdot x1 - Tc \cdot (x1 + x)) \cdot (1))\, dx1 + \int_0^a ((Mc - Tc \cdot c - Nc \cdot x2 + F1 \cdot (c - x)) \cdot (1))\, dx2 + \int_0^x (Mb - Tb \cdot x3) \cdot 0 dx3 + \int_0^{c-x} (Mb - Tb \cdot (x4 + x) - F2 \cdot x4) \cdot 0\, dx4 + \int_0^a ((Mb + Mc - Tb \cdot c - Nb \cdot x5 - F2 \cdot (c - x) + F1 \cdot (c - x) - Tc \cdot c - Nc \cdot (x5 + a)) \cdot (1))\, dx5$$

$$dW1dMc := Mc\, x - \frac{1}{2}\, Tc\, x^2 + \frac{1}{2}\, (F1 - Tc)\, (c - x)^2 + Mc\, (c - x) - Tc\, x\, (c - x) + 2\, Mc\, a - 2\, Tc\, c\, a - \frac{3}{2}\, Nc\, a^2 + 2\, F1\, (c - x)\, a + \frac{1}{2}\, (-Nb - Nc)\, a^2 + Mb\, a - Tb\, c\, a - F2\, (c - x)\, a \tag{4}$$

\>

\>

\>

$\frac{dW1}{dNb}$

$$> dW1dNb := \int_0^x ((Mc - Tc \cdot x0) \cdot (0))\, dx0 + \int_0^{c-x} ((Mc + F1 \cdot x1 - Tc \cdot (x1 + x)) \cdot (0))\, dx1 + \int_0^a ((Mc - Tc \cdot c - Nc \cdot x2 + F1 \cdot (c - x)) \cdot (0))\, dx2 + \int_0^x (Mb - Tb \cdot x3) \cdot 0 dx3 + \int_0^{c-x} (Mb - Tb \cdot (x4 + x) - F2 \cdot x4) \cdot 0\, dx4 + \int_0^a ((Mb + Mc - Tb \cdot c - Nb \cdot x5 - F2 \cdot (c - x) + F1 \cdot (c - x) - Tc \cdot c - Nc \cdot (x5 + a)) \cdot (-x5))\, dx5$$

$$dW1dNb := \frac{1}{3}\, (Nb + Nc)\, a^3 + \frac{1}{2}\, (-Mb - Mc + Tb\, c + Nc\, a + F2\, (c - x) - F1\, (c - x) + Tc\, c)\, a^2 \tag{5}$$

\>

\>

\>

$\frac{dW1}{dTb}$

$$> dW1dTb := \int_0^x ((Mc - Tc\cdot x0)\cdot(0))\,dx0 + \int_0^{c-x} ((Mc + F1\cdot x1 - Tc\cdot(x1 + x))\cdot(0))\,dx1 + \int_0^a ((Mc - Tc\cdot c - Nc\cdot x2 + F1\cdot(c - x))\cdot(0))\,dx2 + \int_0^x ((Mb - Tb\cdot x3)\cdot(-x3))\,dx3 + \int_0^{c-x} ((Mb - Tb\cdot(x4 + x) - F2\cdot x4)\cdot(-x4 - x))\,dx4 + \int_0^a ((Mb + Mc - Tb\cdot c - Nb\cdot x5 - F2\cdot(c - x) + F1\cdot(c - x) - Tc\cdot c - Nc\cdot(x5 + a))\cdot(-c))\,dx5$$

$$dW1dTb := \frac{1}{3}\,Tb\,x^3 - \frac{1}{2}\,Mb\,x^2 + \frac{1}{3}\,(Tb + F2)\,(c - x)^3 + \frac{1}{2}\,(-Mb + Tb\,x - (-Tb - F2)\,x)\,(c - x)^2 - (Mb - Tb\,x)\,x\,(c - x) - \frac{1}{2}\,(-Nb - Nc)\,c\,a^2 - (Mb + Mc - Tb\,c - Nc\,a - F2\,(c - x) + F1\,(c - x) - Tc\,c)\,c\,a \tag{6}$$

\>

\>

\>

$$\frac{dW1}{dMb}$$

$$> dW1dMb := \int_0^x ((Mc - Tc\cdot x0)\cdot(0))\,dx0 + \int_0^{c-x} ((Mc + F1\cdot x1 - Tc\cdot(x1 + x))\cdot(0))\,dx1 + \int_0^a ((Mc - Tc\cdot c - Nc\cdot x2 + F1\cdot(c - x))\cdot(0))\,dx2 + \int_0^x ((Mb - Tb\cdot x3)\cdot(1))\,dx3 + \int_0^{c-x} ((Mb - Tb\cdot(x4 + x) - F2\cdot x4)\cdot(1))\,dx4 + \int_0^a ((Mb + Mc - Tb\cdot c - Nb\cdot x5 - F2\cdot(c - x) + F1\cdot(c - x) - Tc\cdot c - Nc\cdot(x5 + a))\cdot(1))\,dx5$$

$$dW1dMb := Mb\,x - \frac{1}{2}\,Tb\,x^2 + \frac{1}{2}\,(-Tb - F2)\,(c - x)^2 + Mb\,(c - x) - Tb\,x\,(c - x) + \frac{1}{2}\,(-Nb - Nc)\,a^2 + Mb\,a + Mc\,a - Tb\,c\,a - Nc\,a^2 - F2\,(c - x)\,a + F1\,(c - x)\,a - Tc\,c\,a \tag{7}$$

\>

\>

\>

\>

\>

$$\frac{dW2}{dTc}$$

$$> dW2dTc := \int_0^c ((Mc + Tc\cdot x6)\cdot(x6))\,dx6 + \int_0^a ((Mc + Tc\cdot c - Nc\cdot x7)\cdot(c))\,dx7 + \int_0^c ((Mb + Tb\cdot x8)\cdot(0))\,dx8 + \int_0^a ((Mb + Mc + Tb\cdot c - Nb\cdot x9 + Tc\cdot c - Nc\cdot(x9 + a))\cdot(c))\,dx9$$

**(8)**

$$dW2dTc := \frac{1}{3}\, Tc\, c^3 + \frac{1}{2}\, Mc\, c^2 - \frac{1}{2}\, Nc\, c\, a^2 + (Mc + Tc\, c)\, c\, a + \frac{1}{2}\, (-Nb - Nc)\, c\, a^2 + (Mb + Mc + Tb\, c + Tc\, c - Nc\, a)\, c\, a \tag{8}$$

>

>

>

$$\frac{dW2}{dNc}$$

> $$dW2dNc := \int_0^c ((Mc + Tc\cdot x6)\cdot(0))\,dx6 + \int_0^a ((Mc + Tc\cdot c - Nc\cdot x7)\cdot(-x7))\,dx7 + \int_0^c ((Mb + Tb\cdot x8)\cdot(0))\,dx8 + \int_0^a ((Mb + Mc + Tb\cdot c - Nb\cdot x9 + Tc\cdot c - Nc\cdot(x9 + a))\cdot(-x9 - a))\,dx9$$

$$dW2dNc := \frac{1}{3}\, Nc\, a^3 + \frac{1}{2}\, (-Mc - Tc\, c)\, a^2 + \frac{1}{3}\, (Nb + Nc)\, a^3 + \frac{1}{2}\, (-Mb - Mc - Tb\, c - Tc\, c + Nc\, a - (-Nb - Nc)\, a)\, a^2 - (Mb + Mc + Tb\, c + Tc\, c - Nc\, a)\, a^2 \tag{9}$$

>

>

>

$$\frac{dW2}{dMc}$$

> $$dW2dMc := \int_0^c ((Mc + Tc\cdot x6)\cdot(1))\,dx6 + \int_0^a ((Mc + Tc\cdot c - Nc\cdot x7)\cdot(1))\,dx7 + \int_0^c ((Mb + Tb\cdot x8)\cdot(0))\,dx8 + \int_0^a ((Mb + Mc + Tb\cdot c - Nb\cdot x9 + Tc\cdot c - Nc\cdot(x9 + a))\cdot(1))\,dx9$$

$$dW2dMc := Mc\, c + \frac{1}{2}\, Tc\, c^2 + 2\, Mc\, a + 2\, Tc\, c\, a - \frac{3}{2}\, Nc\, a^2 + \frac{1}{2}\, (-Nb - Nc)\, a^2 + Mb\, a + Tb\, c\, a \tag{10}$$

>

>

>

>

$$\frac{dW2}{dNb}$$

> $$dW2dNb := \int_0^c ((Mc + Tc\cdot x6)\cdot(0))\,dx6 + \int_0^a ((Mc + Tc\cdot c - Nc\cdot x7)\cdot(0))\,dx7 + \int_0^c ((Mb + Tb\cdot x8)\cdot(0))\,dx8 + \int_0^a ((Mb + Mc + Tb\cdot c - Nb\cdot x9 + Tc\cdot c - Nc\cdot(x9 + a))\cdot(-x9))\,dx9$$

$$dW2dNb := \frac{1}{3}\ (Nb+Nc)\ a^3 + \frac{1}{2}\ (-Mb - Mc - Tb\,c - Tc\,c + Nc\,a)\ a^2 \qquad (11)$$

>

>

>

$$\frac{dW2}{dTb}$$

> $dW2dTb := \int_0^c ((Mc + Tc\cdot x6)\cdot(0))\,dx6 + \int_0^a ((Mc + Tc\cdot c - Nc\cdot x7)\cdot(0))\,dx7 + \int_0^c ((Mb + Tb\cdot x8)\cdot(x8))dx8 + \int_0^a ((Mb + Mc + Tb\cdot c - Nb\cdot x9 + Tc\cdot c - Nc\cdot(x9 + a))\cdot(c))\,dx9$

$$dW2dTb := \frac{1}{3}\ Tb\,c^3 + \frac{1}{2}\ Mb\,c^2 + \frac{1}{2}\ (-Nb - Nc)\ c\,a^2 + (Mb + Mc + Tb\,c + Tc\,c - Nc\,a)\ c\,a \qquad (12)$$

>

>

>

$$\frac{dW2}{dMb}$$

> $dW2dMb := \int_0^c ((Mc + Tc\cdot x6)\cdot(0))\,dx6 + \int_0^a ((Mc + Tc\cdot c - Nc\cdot x7)\cdot(0))\,dx7 + \int_0^c ((Mb + Tb\cdot x8)\cdot(1))dx8 + \int_0^a ((Mb + Mc + Tb\cdot c - Nb\cdot x9 + Tc\cdot c - Nc\cdot(x9 + a))\cdot(1))\,dx9$

$$dW2dMb := Mb\,c + \frac{1}{2}\ Tb\,c^2 + \frac{1}{2}\ (-Nb - Nc)\ a^2 + Mb\,a + Mc\,a + Tb\,c\,a + Tc\,c\,a - Nc\,a^2 \qquad (13)$$

> $F1 := 200000$

$$F1 := 200000 \qquad (14)$$

> $F2 := 200000$

$$F2 := 200000 \qquad (15)$$

> $c := 0.75$

$$c := 0.75 \qquad (16)$$

> $a := 1$

$$a := 1 \qquad (17)$$

> $rovnice1 := dW1dNb + dW2dNb$

$$rovnice1 := \frac{2}{3}\ Nb + \frac{5}{3}\ Nc - Mb - Mc \qquad (18)$$

> $rovnice2 := dW1dTb + dW2dTb$

$$rovnice2 := \frac{1}{3}\ Tb\,x^3 - \frac{1}{2}\ Mb\,x^2 + \frac{1}{3}\ (Tb + 200000)\ (0.75 - x)^3 + \frac{1}{2}\ (-Mb + Tb\,x - (-Tb - 200000)\ x)\ (0.75 - x)^2 - (Mb - Tb\,x)\ x\ (0.75 - x) + 0.281250000\ Mb \qquad (19)$$

$+ 1.265625000\, Tb + 1.1250\, Tc$

> $rovnice3 := dW1dMb + dW2dMb$

$$rovnice3 := Mb\, x - \frac{1}{2}\, Tb\, x^2 + \frac{1}{2}\, (-Tb - 200000)\, (0.75 - x)^2 + Mb\, (0.75 - x) - Tb\, x\, (0.75 - x) - Nb - 3\, Nc + 2.75\, Mb + 2\, Mc + 0.281250000\, Tb \quad \textbf{(20)}$$

> $rovnice4 := dW1dNc + dW2dNc;$

$$rovnice4 := \frac{16}{3}\, Nc - 4\, Mc - 75000.00000 + 100000\, x + \frac{5}{3}\, Nb - 3\, Mb \quad \textbf{(21)}$$

> $rovnice5 := dW1dTc + dW2dTc$

$$rovnice5 := \frac{1}{3}\, Tc\, x^3 - \frac{1}{2}\, Mc\, x^2 + \frac{1}{3}\, (-200000 + Tc)\, (0.75 - x)^3 + \frac{1}{2}\, (-Mc + Tc\, x - (200000 - Tc)\, x)\, (0.75 - x)^2 - (Mc - Tc\, x)\, x\, (0.75 - x) - 1.125000000\, 10^5 + 0.281250000\, Mc + 2.390625000\, Tc + 1.5000000\, 10^5\, x + 1.1250\, Tb \quad \textbf{(22)}$$

> $rovnice6 := dW1dMc + dW2dMc$

$$rovnice6 := Mc\, x - \frac{1}{2}\, Tc\, x^2 + \frac{1}{2}\, (200000 - Tc)\, (0.75 - x)^2 + Mc\, (0.75 - x) - Tc\, x\, (0.75 - x) + 4.75\, Mc + 0.281250000\, Tc - 4\, Nc + 1.5000000\, 10^5 - 200000\, x - Nb + 2\, Mb \quad \textbf{(23)}$$

> $restart;$

> $x := 0.6;$

$$x := 0.6 \quad \textbf{(24)}$$

> $solve\Big(\Big\{\frac{2}{3}\, Nb + \frac{5}{3}\, Nc - Mb - Mc,\ \frac{1}{3}\, Tb\, x^3 - \frac{1}{2}\, Mb\, x^2 + \frac{1}{3}\, (Tb + 200000)\, (0.75 - x)^3 + \frac{1}{2}\, (-Mb + Tb\, x - (-Tb - 200000)\, x)\, (0.75 - x)^2 - (Mb - Tb\, x)\, x\, (0.75 - x) + 0.281250000\, Mb + 1.265625000\, Tb + 1.1250\, Tc,\ Mb\, x - \frac{1}{2}\, Tb\, x^2 + \frac{1}{2}\, (-Tb - 200000)\, (0.75 - x)^2 + Mb\, (0.75 - x) - Tb\, x\, (0.75 - x) - Nb - 3\, Nc + 2.75\, Mb + 2\, Mc + 0.281250000\, Tb,\ \frac{16}{3}\, Nc - 4\, Mc - 75000.00000 + 100000\, x + \frac{5}{3}\, Nb - 3\, Mb,\ \frac{1}{3}\, Tc\, x^3 - \frac{1}{2}\, Mc\, x^2 + \frac{1}{3}\, (-200000 + Tc)\, (0.75 - x)^3 + \frac{1}{2}\, (-Mc + Tc\, x - (200000 - Tc)\, x)\, (0.75 - x)^2 - (Mc - Tc\, x)\, x\, (0.75 - x) - 1.125000000\, 10^5 + 0.281250000\, Mc + 2.390625000\, Tc + 1.5000000\, 10^5\, x + 1.1250\, Tb,\ Mc\, x - \frac{1}{2}\, Tc\, x^2 + \frac{1}{2}\, (200000 - Tc)\, (0.75 - x)^2 + Mc\, (0.75 - x) - Tc\, x\, (0.75 - x) + 4.75\, Mc + 0.281250000\, Tc - 4\, Nc + 1.5000000\, 10^5 - 200000\, x - Nb + 2\, Mb\Big\},\ \{Nb, Tb, Mb, Nc, Tc, Mc\}\Big);$

$$\{Mb = 4383.495146,\ Nc = 7077.669903,\ Mc = -5956.310680,\ Nb = -20053.39806,\ Tb = -13544.82759,\ Tc = 15531.03448\} \quad \textbf{(25)}$$

>

## (2) VÝPOČET NEZNÁMÝCH PARAMETRŮ Z KAPITOLY 6 - MAPLE 11

> $\frac{dW1}{dNc}$

$$\frac{dW1}{dNc} \tag{1}$$

> $E := 210000000000$

$$E := 210000000000 \tag{2}$$

> $Jy := 0.00009232$

$$Jy := 0.00009232 \tag{3}$$

> $G := 80700000000$

$$G := 80700000000 \tag{4}$$

> $B := 1.2$

$$B := 1.2 \tag{5}$$

> $S := 0.0096$

$$S := 0.0096 \tag{6}$$

> $dW1dNc := \left(\frac{1}{E\cdot Jy}\cdot\left(\int_0^x((Mc - Tc\cdot x0)\cdot(0))\,dx0 + \int_0^{c-x}((Mc + F1\cdot x1 - Tc\cdot(x1+x))\cdot(0))\,dx1 + \int_0^a((Mc - Tc\cdot c - Nc\cdot x2 + F1\cdot(c-x))\cdot(-x2))\,dx2 + \int_0^x(Mb - Tb\cdot x3)\cdot 0\,dx3 + \int_0^{c-x}(Mb - Tb\cdot(x4+x) - F2\cdot x4)\cdot 0\,dx4 + \int_0^a((Mb + Mc - Tb\cdot c - Nb\cdot x5 - F2\cdot(c-x) + F1\cdot(c-x) - Tc\cdot c - Nc\cdot(x5+a))\cdot(-x5-a))\,dx5\right) + \frac{B}{G\cdot S}\cdot\left(\int_0^x Tc\cdot 0\,dx0 + \int_0^{c-x}(Tc - F1)\cdot 0\,dx1 + \int_0^a Nc\cdot 1\,dx2 + \int_0^x Tb\cdot 0\,dx3 + \int_0^{c-x}(F2 + Tb)\cdot 0\,dx4 + \int_0^a(Nc + Nb)\cdot 1\,dx5\right) + \frac{1}{E\cdot S}\cdot\left(\int_0^x Nc\cdot 1\,dx0 + \int_0^{c-x} Nc\cdot 1 dx1 + \int_0^a(-Tc + F1)\cdot 0\,dx2 + \int_0^x Nb\cdot 0\,dx3 + \int_0^{c-x} Nb\cdot 0\,dx4 + \int_0^a((-Tc - Tb + F1 - F2)\cdot(0))\,dx5\right)\right)$

$$\begin{aligned} dW1dNc :=\ & 1.719347473\ 10^{-8}\,Nc\,a^3 + 2.579021210\ 10^{-8}\,(-Mc + Tc\,c - F1\,(c-x))\,a^2 \\ & + 1.719347473\ 10^{-8}\,(Nc + Nb)\,a^3 + 2.579021210\ 10^{-8}\,(-Mb - Mc + Tb\,c + Nc\,a \\ & + F2\,(c-x) - F1\,(c-x) + Tc\,c - (-Nb - Nc)\,a)\,a^2 - 5.158042420\ 10^{-8}\,(Mb + Mc \\ & - Tb\,c - Nc\,a - F2\,(c-x) + F1\,(c-x) - Tc\,c)\,a^2 + 3.097893434\ 10^{-9}\,Nc\,a \\ & + 1.548946717\ 10^{-9}\,Nb\,a + 4.960317460\ 10^{-10}\,Nc\,x + 4.960317460\ 10^{-10}\,Nc\,(c-x) \end{aligned} \tag{7}$$

$$\frac{dW1}{dTc}$$

$$> dW1dTc := \left(\frac{1}{E \cdot Jy} \cdot \left(\int_0^x ((Mc - Tc \cdot x0) \cdot (-x0))\, dx0 + \int_0^{c-x} ((Mc + F1 \cdot x1 - Tc \cdot (x1 + x)) \cdot (-x1 - x))\, dx1 + \int_0^a ((Mc - Tc \cdot c - Nc \cdot x2 + F1 \cdot (c - x)) \cdot (-c))\, dx2 + \int_0^x (Mb - Tb \cdot x3) \cdot 0\, dx3 + \int_0^{c-x} (Mb - Tb \cdot (x4 + x) - F2 \cdot x4) \cdot 0\, dx4 + \int_0^a ((Mb + Mc - Tb \cdot c - Nb \cdot x5 - F2 \cdot (c - x) + F1 \cdot (c - x) - Tc \cdot c - Nc \cdot (x5 + a)) \cdot (-c))\, dx5\right) + \frac{B}{G \cdot S} \cdot \left(\int_0^x Tc \cdot 1\, dx0 + \int_0^{c-x} (Tc - F1) \cdot 1\, dx1 + \int_0^a Nc \cdot 0\, dx2 + \int_0^x Tb \cdot 0\, dx3 + \int_0^{c-x} (F2 + Tb) \cdot 0\, dx4 + \int_0^a (Nc + Nb) \cdot 0\, dx5\right) + \frac{1}{E \cdot S} \cdot \left(\int_0^x Nc \cdot 0\, dx0 + \int_0^{c-x} Nc \cdot 0 dx1 + \int_0^a (-Tc + F1) \cdot (-1)\, dx2 + \int_0^x Nb \cdot 0\, dx3 + \int_0^{c-x} Nb \cdot 0\, dx4 + \int_0^a ((-Tc - Tb + F1 - F2) \cdot (-1))\, dx5\right)\right)$$

$$dW1dTc := 1.719347473\ 10^{-8}\ Tc\, x^3 - 2.579021210\ 10^{-8}\ Mc\, x^2 + 1.719347473\ 10^{-8}\ (Tc - F1)\ (c - x)^3 + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Mc + Tc\, x - (-Tc + F1)\ x)\ (c - x)^2 - 5.158042420\ 10^{-8}\ (Mc - Tc\, x)\ x\ (c - x) + 2.579021210\ 10^{-8}\ Nc\, c\, a^2 - 5.158042420\ 10^{-8}\ (Mc - Tc\, c + F1\ (c - x))\ c\, a - 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Nb - Nc)\ c\, a^2 - 5.158042420\ 10^{-8}\ (Mb + Mc - Tb\, c - Nc\, a - F2\ (c - x) + F1\ (c - x) - Tc\, c)\ c\, a + 1.548946717\ 10^{-9}\ Tc\, x + 1.548946717\ 10^{-9}\ Tc\ (c - x) - 1.548946717\ 10^{-9}\ F1\ (c - x) + 9.920634920\ 10^{-10}\ Tc\, a - 9.920634920\ 10^{-10}\ F1\, a + 4.960317460\ 10^{-10}\ Tb\, a + 4.960317460\ 10^{-10}\ F2\, a \tag{8}$$

>

>

>

$$\frac{dW1}{dMc}$$

$$> dW1dMc := \left(\frac{1}{E \cdot Jy} \cdot \left(\int_0^x ((Mc - Tc \cdot x0) \cdot (1))\, dx0 + \int_0^{c-x} ((Mc + F1 \cdot x1 - Tc \cdot (x1 + x)) \cdot (1))\, dx1 + \int_0^a ((Mc - Tc \cdot c - Nc \cdot x2 + F1 \cdot (c - x)) \cdot (1))\, dx2 + \int_0^x (Mb - Tb \cdot x3) \cdot 0 dx3\right.\right.$$

$$+\int_0^{c-x}(Mb-Tb\cdot(x4+x)-F2\cdot x4)\cdot 0\,dx4+\int_0^a((Mb+Mc-Tb\cdot c-Nb\cdot x5-F2\cdot(c-x)+F1\cdot(c-x)-Tc\cdot c-Nc\cdot(x5+a))\cdot(1))\,dx5\Bigg)+\frac{B}{G\cdot S}\cdot\Bigg(\int_0^x Tc\cdot 0\,dx0+\int_0^{c-x}(Tc-F1)\cdot 0\,dx1+\int_0^a Nc\cdot 0\,dx2+\int_0^x Tb\cdot 0\,dx3+\int_0^{c-x}(F2+Tb)\cdot 0\,dx4+\int_0^a(Nc+Nb)\cdot 0\,dx5\Bigg)+\frac{1}{E\cdot S}\cdot\Bigg(\int_0^x Nc\cdot 0\,dx0+\int_0^{c-x}Nc\cdot 0\,dx1+\int_0^a(-Tc+F1)\cdot 0\,dx2+\int_0^x Nb\cdot 0\,dx3+\int_0^{c-x}Nb\cdot 0\,dx4+\int_0^a((-Tc-Tb+F1-F2)\cdot(0))\,dx5\Bigg)\Bigg)$$

$$dW1dMc := 5.158042420\ 10^{-8}\,Mc\,x-2.579021210\ 10^{-8}\,Tc\,x^2+2.579021210\ 10^{-8}\,(-Tc+F1)\,(c-x)^2+5.158042420\ 10^{-8}\,Mc\,(c-x)-5.158042420\ 10^{-8}\,Tc\,x\,(c-x)+1.031608484\ 10^{-7}\,Mc\,a-1.031608484\ 10^{-7}\,Tc\,c\,a-7.737063630\ 10^{-8}\,Nc\,a^2+1.031608484\ 10^{-7}\,F1\,(c-x)\,a+2.579021210\ 10^{-8}\,(-Nb-Nc)\,a^2+5.158042420\ 10^{-8}\,Mb\,a-5.158042420\ 10^{-8}\,Tb\,c\,a-5.158042420\ 10^{-8}\,F2\,(c-x)\,a \quad (9)$$

>

>

>

$$\frac{dW1}{dNb}$$

$$> dW1dNb := \Bigg(\frac{1}{E\cdot Jy}\cdot\Bigg(\int_0^x((Mc-Tc\cdot x0)\cdot(0))\,dx0+\int_0^{c-x}((Mc+F1\cdot x1-Tc\cdot(x1+x))\cdot(0))\,dx1+\int_0^a((Mc-Tc\cdot c-Nc\cdot x2+F1\cdot(c-x))\cdot(0))\,dx2+\int_0^x(Mb-Tb\cdot x3)\cdot 0dx3+\int_0^{c-x}(Mb-Tb\cdot(x4+x)-F2\cdot x4)\cdot 0\,dx4+\int_0^a((Mb+Mc-Tb\cdot c-Nb\cdot x5-F2\cdot(c-x)+F1\cdot(c-x)-Tc\cdot c-Nc\cdot(x5+a))\cdot(-x5))\,dx5\Bigg)+\frac{B}{G\cdot S}\cdot\Bigg(\int_0^x Tc\cdot 0\,dx0+\int_0^{c-x}(Tc-F1)\cdot 0\,dx1+\int_0^a Nc\cdot 0\,dx2+\int_0^x Tb\cdot 0\,dx3+\int_0^{c-x}(F2+Tb)\cdot 0\,dx4+\int_0^a(Nc+Nb)\cdot 1\,dx5\Bigg)+\frac{1}{E\cdot S}\cdot\Bigg(\int_0^x Nc\cdot 0\,dx0+\int_0^{c-x}Nc\cdot 0\,dx1+\int_0^a(-Tc+F1)\cdot 0\,dx2+\int_0^x Nb\cdot 1\,dx3+\int_0^{c-x}Nb\cdot 1\,dx4+\int_0^a((-Tc-Tb+F1-F2)\cdot(0))\,dx5\Bigg)\Bigg)$$

$$dW1dNb := 1.719347473\ 10^{-8}\,(Nc+Nb)\,a^3+2.579021210\ 10^{-8}\,(-Mb-Mc+Tb\,c+Nc\,a+F2\,(c-x)-F1\,(c-x)+Tc\,c)\,a^2+1.548946717\ 10^{-9}\,Nc\,a+1.548946717\ 10^{-9}\,Nb\,a \quad (10)$$

$+ 4.960317460\ 10^{-10}\ Nb\ x + 4.960317460\ 10^{-10}\ Nb\ (c-x)$

>

>

>

$\frac{dW1}{dTb}$

> $dW1dTb := \left(\frac{1}{E\cdot Jy}\cdot\left(\int_0^x ((Mc - Tc\cdot x0)\cdot(0))\,dx0 + \int_0^{c-x}((Mc + F1\cdot x1 - Tc\cdot(x1+x))\cdot(0))\,dx1 + \int_0^a((Mc - Tc\cdot c - Nc\cdot x2 + F1\cdot(c-x))\cdot(0))\,dx2 + \int_0^x((Mb - Tb\cdot x3)\cdot(-x3))\,dx3 + \int_0^{c-x}((Mb - Tb\cdot(x4+x) - F2\cdot x4)\cdot(-x4-x))\,dx4 + \int_0^a((Mb + Mc - Tb\cdot c - Nb\cdot x5 - F2\cdot(c-x) + F1\cdot(c-x) - Tc\cdot c - Nc\cdot(x5+a))\cdot(-c))\,dx5\right) + \frac{B}{G\cdot S}\cdot\left(\int_0^x Tc\cdot 0\,dx0 + \int_0^{c-x}(Tc - F1)\cdot 0\,dx1 + \int_0^a Nc\cdot 0\,dx2 + \int_0^x Tb\cdot 1\,dx3 + \int_0^{c-x}(F2 + Tb)\cdot 1\,dx4 + \int_0^a(Nc + Nb)\cdot 0\,dx5\right) + \frac{1}{E\cdot S}\cdot\left(\int_0^x Nc\cdot 0\,dx0 + \int_0^{c-x} Nc\cdot 0\,dx1 + \int_0^a(-Tc + F1)\cdot 0\,dx2 + \int_0^x Nb\cdot 0\,dx3 + \int_0^{c-x} Nb\cdot 0\,dx4 + \int_0^a((-Tc - Tb + F1 - F2)\cdot(-1))\,dx5\right)\right)$

$dW1dTb := 1.719347473\ 10^{-8}\ Tb\ x^3 - 2.579021210\ 10^{-8}\ Mb\ x^2 + 1.719347473\ 10^{-8}\ (F2 + Tb)\ (c-x)^3 + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Mb + Tb\ x - (-Tb - F2)\ x)\ (c-x)^2 - 5.158042420\ 10^{-8}\ (Mb - Tb\ x)\ x\ (c-x) - 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Nb - Nc)\ c\ a^2 - 5.158042420\ 10^{-8}\ (Mb + Mc - Tb\ c - Nc\ a - F2\ (c-x) + F1\ (c-x) - Tc\ c)\ c\ a + 1.548946717\ 10^{-9}\ Tb\ x + 1.548946717\ 10^{-9}\ F2\ (c-x) + 1.548946717\ 10^{-9}\ Tb\ (c-x) + 4.960317460\ 10^{-10}\ Tc\ a + 4.960317460\ 10^{-10}\ Tb\ a - 4.960317460\ 10^{-10}\ F1\ a + 4.960317460\ 10^{-10}\ F2\ a$ **(11)**

>

>

>

$\frac{dW1}{dMb}$

> $dW1dMb := \left(\frac{1}{E\cdot Jy}\cdot\left(\int_0^x ((Mc - Tc\cdot x0)\cdot(0))\,dx0 + \int_0^{c-x}((Mc + F1\cdot x1 - Tc\cdot(x1+x))\cdot(0))\,dx1 + \int_0^a((Mc - Tc\cdot c - Nc\cdot x2 + F1\cdot(c-x))\cdot(0))\,dx2 + \int_0^x((Mb - Tb\cdot x3)\cdot(1))\right.\right.$

$$\mathrm{d}x3 + \int_0^{c-x} ((Mb - Tb\cdot(x4+x) - F2\cdot x4)\cdot(1))\,\mathrm{d}x4 + \int_0^{a} ((Mb + Mc - Tb\cdot c - Nb\cdot x5 - F2\cdot(c-x) + F1\cdot(c-x) - Tc\cdot c - Nc\cdot(x5+a))\cdot(1))\,\mathrm{d}x5\Bigg) + \frac{B}{G\cdot S}\cdot\Bigg(\int_0^{x} Tc\cdot 0\,\mathrm{d}x0 + \int_0^{c-x} (Tc - F1)\cdot 0\,\mathrm{d}x1 + \int_0^{a} Nc\cdot 0\,\mathrm{d}x2 + \int_0^{x} Tb\cdot 0\,\mathrm{d}x3 + \int_0^{c-x} (F2 + Tb)\cdot 0\,\mathrm{d}x4 + \int_0^{a} (Nc + Nb)\cdot 0\,\mathrm{d}x5\Bigg) + \frac{1}{E\cdot S}\cdot\Bigg(\int_0^{x} Nc\cdot 0\,\mathrm{d}x0 + \int_0^{c-x} Nc\cdot 0\,\mathrm{d}x1 + \int_0^{a} (-Tc + F1)\cdot 0\,\mathrm{d}x2 + \int_0^{x} Nb\cdot 0\,\mathrm{d}x3 + \int_0^{c-x} Nb\cdot 0\,\mathrm{d}x4 + \int_0^{a} ((-Tc - Tb + F1 - F2)\cdot(0))\,\mathrm{d}x5\Bigg)\Bigg)$$

$$dW1dMb := 5.158042420\ 10^{-8}\ Mb\,x - 2.579021210\ 10^{-8}\ Tb\,x^2 + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Tb - F2)\ (c-x)^2 + 5.158042420\ 10^{-8}\ Mb\ (c-x) - 5.158042420\ 10^{-8}\ Tb\,x\ (c-x) + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Nb - Nc)\ a^2 + 5.158042420\ 10^{-8}\ Mb\,a + 5.158042420\ 10^{-8}\ Mc\,a - 5.158042420\ 10^{-8}\ Tb\,c\,a - 5.158042420\ 10^{-8}\ Nc\,a^2 - 5.158042420\ 10^{-8}\ F2\ (c-x)\ a + 5.158042420\ 10^{-8}\ F1\ (c-x)\ a - 5.158042420\ 10^{-8}\ Tc\,c\,a \quad (12)$$

>
>
>
>
>

$$\frac{dW2}{dTc}$$

$$> dW2dTc := \Bigg(\frac{1}{E\cdot Jy}\cdot\Bigg(\int_0^{c} ((Mc + Tc\cdot x6)\cdot(x6))\,\mathrm{d}x6 + \int_0^{a} ((Mc + Tc\cdot c - Nc\cdot x7)\cdot(c))\,\mathrm{d}x7 + \int_0^{c} ((Mb + Tb\cdot x8)\cdot(0))\,\mathrm{d}x8 + \int_0^{a} ((Mb + Mc + Tb\cdot c - Nb\cdot x9 + Tc\cdot c - Nc\cdot(x9+a))\cdot(c))\,\mathrm{d}x9\Bigg) + \frac{B}{G\cdot S}\cdot\Bigg(\int_0^{c} Tc\cdot 1\,\mathrm{d}x6 + \int_0^{a} (-Nc)\cdot 0\,\mathrm{d}x7 + \int_0^{c} Tb\cdot 0\,\mathrm{d}x8 + \int_0^{a} (-Nb - Nc)\cdot 0\,\mathrm{d}x9\Bigg) + \frac{1}{E\cdot S}\cdot\Bigg(\int_0^{c} Nc\cdot 0\,\mathrm{d}x6 + \int_0^{a} Tc\cdot 1\,\mathrm{d}x7 + \int_0^{c} Nb\cdot 0\,\mathrm{d}x8 + \int_0^{a} (Tb + Tc)\cdot 1\,\mathrm{d}x9\Bigg)\Bigg)$$

$$dW2dTc := 1.719347473\ 10^{-8}\ Tc\,c^3 + 2.579021210\ 10^{-8}\ Mc\,c^2 - 2.579021210\ 10^{-8}\ Nc\,c\,a^2 + 5.158042420\ 10^{-8}\ (Mc + Tc\,c)\ c\,a + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Nb - Nc)\ c\,a^2 + 5.158042420\ 10^{-8}\ (Mb + Mc + Tb\,c + Tc\,c - Nc\,a)\ c\,a + 1.548946717\ 10^{-9}\ Tc\,c + 9.920634920\ 10^{-10}\ Tc\,a + 4.960317460\ 10^{-10}\ Tb\,a \quad (13)$$

>
>
>

$$\frac{dW2}{dNc}$$

$$> dW2dNc := \left(\frac{1}{E\cdot Jy}\cdot\left(\int_0^c ((Mc+Tc\cdot x6)\cdot(0))\,dx6+\int_0^a ((Mc+Tc\cdot c-Nc\cdot x7)\cdot(-x7))\,dx7 + \int_0^c ((Mb+Tb\cdot x8)\cdot(0))dx8+\int_0^a ((Mb+Mc+Tb\cdot c-Nb\cdot x9+Tc\cdot c-Nc\cdot(x9+a))\cdot(-x9-a))\,dx9\right)+\frac{B}{G\cdot S}\cdot\left(\int_0^c Tc\cdot 0\,dx6+\int_0^a (-Nc)\cdot(-1)\,dx7+\int_0^c Tb\cdot 0\,dx8+\int_0^a (-Nb-Nc)\cdot(-1)\,dx9\right)+\frac{1}{E\cdot S}\cdot\left(\int_0^c Nc\cdot 1\,dx6+\int_0^a Tc\cdot 0\,dx7+\int_0^c Nb\cdot 0\,dx8+\int_0^a (Tb+Tc)\cdot 0\,dx9\right)\right)$$

$$dW2dNc := 1.719347473\ 10^{-8}\ Nc\ a^3+2.579021210\ 10^{-8}\ (-Mc-Tc\ c)\ a^2 + 1.719347473\ 10^{-8}\ (Nc+Nb)\ a^3+2.579021210\ 10^{-8}\ (-Mb-Mc-Tb\ c-Tc\ c+Nc\ a-(-Nb-Nc)\ a)\ a^2-5.158042420\ 10^{-8}\ (Mb+Mc+Tb\ c+Tc\ c-Nc\ a)\ a^2 + 3.097893434\ 10^{-9}\ Nc\ a+1.548946717\ 10^{-9}\ Nb\ a+4.960317460\ 10^{-10}\ Nc\ c \quad (14)$$

\>

\>

\>

$$\frac{dW2}{dMc}$$

$$> dW2dMc := \left(\frac{1}{E\cdot Jy}\cdot\left(\int_0^c ((Mc+Tc\cdot x6)\cdot(1))\,dx6+\int_0^a ((Mc+Tc\cdot c-Nc\cdot x7)\cdot(1))\,dx7 + \int_0^c ((Mb+Tb\cdot x8)\cdot(0))dx8+\int_0^a ((Mb+Mc+Tb\cdot c-Nb\cdot x9+Tc\cdot c-Nc\cdot(x9+a))\cdot(1))\,dx9\right)+\frac{B}{G\cdot S}\cdot\left(\int_0^c Tc\cdot 0\,dx6+\int_0^a (-Nc)\cdot 0\,dx7+\int_0^c Tb\cdot 0\,dx8+\int_0^a (-Nb-Nc)\cdot 0\,dx9\right)+\frac{1}{E\cdot S}\cdot\left(\int_0^c Nc\cdot 0\,dx6+\int_0^a Tc\cdot 0\,dx7+\int_0^c Nb\cdot 0\,dx8+\int_0^a (Tb+Tc)\cdot 0\,dx9\right)\right)$$

$$dW2dMc := 5.158042420\ 10^{-8}\ Mc\ c+2.579021210\ 10^{-8}\ Tc\ c^2+1.031608484\ 10^{-7}\ Mc\ a + 1.031608484\ 10^{-7}\ Tc\ c\ a-7.737063630\ 10^{-8}\ Nc\ a^2+2.579021210\ 10^{-8}\ (-Nb-Nc)\ a^2 + 5.158042420\ 10^{-8}\ Mb\ a+5.158042420\ 10^{-8}\ Tb\ c\ a \quad (15)$$

\>

\>

\>

\>

$$\frac{dW2}{dNb}$$

$$> dW2dNb := \left(\frac{1}{E \cdot Jy} \cdot \left(\int_0^c ((Mc + Tc \cdot x6) \cdot (0))\, dx6 + \int_0^a ((Mc + Tc \cdot c - Nc \cdot x7) \cdot (0))\, dx7 + \int_0^c ((Mb + Tb \cdot x8) \cdot (0))dx8 + \int_0^a ((Mb + Mc + Tb \cdot c - Nb \cdot x9 + Tc \cdot c - Nc \cdot (x9 + a)) \cdot (-x9))\, dx9\right) + \frac{B}{G \cdot S} \cdot \left(\int_0^c Tc \cdot 0\, dx6 + \int_0^a (-Nc) \cdot 0\, dx7 + \int_0^c Tb \cdot 0\, dx8 + \int_0^a (-Nb - Nc) \cdot (-1)\, dx9\right) + \frac{1}{E \cdot S} \cdot \left(\int_0^c Nc \cdot 0\, dx6 + \int_0^a Tc \cdot 0\, dx7 + \int_0^c Nb \cdot 1\, dx8 + \int_0^a (Tb + Tc) \cdot 0\, dx9\right)\right)$$

$$dW2dNb := 1.719347473\ 10^{-8}\ (Nc + Nb)\ a^3 + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Mb - Mc - Tb\, c - Tc\, c + Nc\, a)\ a^2 + 1.548946717\ 10^{-9}\ Nc\, a + 1.548946717\ 10^{-9}\ Nb\, a + 4.960317460\ 10^{-10}\ Nb\, c \tag{16}$$

\>
\>
\>

$$\frac{dW2}{dTb}$$

$$> dW2dTb := \left(\frac{1}{E \cdot Jy} \cdot \left(\int_0^c ((Mc + Tc \cdot x6) \cdot (0))\, dx6 + \int_0^a ((Mc + Tc \cdot c - Nc \cdot x7) \cdot (0))\, dx7 + \int_0^c ((Mb + Tb \cdot x8) \cdot (x8))dx8 + \int_0^a ((Mb + Mc + Tb \cdot c - Nb \cdot x9 + Tc \cdot c - Nc \cdot (x9 + a)) \cdot (c))\, dx9\right) + \frac{B}{G \cdot S} \cdot \left(\int_0^c Tc \cdot 0\, dx6 + \int_0^a (-Nc) \cdot 0\, dx7 + \int_0^c Tb \cdot 1\, dx8 + \int_0^a (-Nb - Nc) \cdot 0\, dx9\right) + \frac{1}{E \cdot S} \cdot \left(\int_0^c Nc \cdot 0\, dx6 + \int_0^a Tc \cdot 0\, dx7 + \int_0^c Nb \cdot 0\, dx8 + \int_0^a (Tb + Tc) \cdot 1\, dx9\right)\right)$$

$$dW2dTb := 1.719347473\ 10^{-8}\ Tb\, c^3 + 2.579021210\ 10^{-8}\ Mb\, c^2 + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Nb - Nc)\ c\, a^2 + 5.158042420\ 10^{-8}\ (Mb + Mc + Tb\, c + Tc\, c - Nc\, a)\ c\, a + 1.548946717\ 10^{-9}\ Tb\, c + 4.960317460\ 10^{-10}\ Tb\, a + 4.960317460\ 10^{-10}\ Tc\, a \tag{17}$$

\>
\>
\>

$$\frac{dW2}{dMb}$$

$$> dW2dMb := \left(\frac{1}{E \cdot Jy} \cdot \left(\int_0^c ((Mc + Tc \cdot x6) \cdot (0))\, dx6 + \int_0^a ((Mc + Tc \cdot c - Nc \cdot x7) \cdot (0))\, dx7 + \right.\right.$$

$$\int_0^c ((Mb + Tb \cdot x8) \cdot (1))\,dx8 + \int_0^a ((Mb + Mc + Tb \cdot c - Nb \cdot x9 + Tc \cdot c - Nc \cdot (x9 + a)) \cdot (1))\,dx9\Bigg) + \frac{B}{G \cdot S} \cdot \left(\left(\int_0^c Tc \cdot 0\,dx6 + \int_0^a (-Nc) \cdot 0\,dx7 + \int_0^c Tb \cdot 0\,dx8 + \int_0^a (-Nb - Nc) \cdot 0\,dx9\right) + \frac{1}{E \cdot S} \cdot \left(\int_0^c Nc \cdot 0\,dx6 + \int_0^a Tc \cdot 0\,dx7 + \int_0^c Nb \cdot 0\,dx8 + \int_0^a (Tb + Tc) \cdot 0\,dx9\right)\right)$$

$$dW2dMb := 5.158042420\ 10^{-8}\ Mb\ c + 2.579021210\ 10^{-8}\ Tb\ c^2 + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Nb - Nc)\ a^2 + 5.158042420\ 10^{-8}\ Mb\ a + 5.158042420\ 10^{-8}\ Mc\ a + 5.158042420\ 10^{-8}\ Tb\ c\ a + 5.158042420\ 10^{-8}\ Tc\ c\ a - 5.158042420\ 10^{-8}\ Nc\ a^2 \quad \textbf{(18)}$$

> $F1 := 200000$

$$F1 := 200000 \quad \textbf{(19)}$$

> $F2 := 200000$

$$F2 := 200000 \quad \textbf{(20)}$$

> $c := 0.75$

$$c := 0.75 \quad \textbf{(21)}$$

> $a := 1$

$$a := 1 \quad \textbf{(22)}$$

> $rovnice1 := dW1dNb + dW2dNb$

$$rovnice1 := 8.906526710\ 10^{-8}\ Nc + 3.785686671\ 10^{-8}\ Nb - 5.158042420\ 10^{-8}\ Mb - 5.158042420\ 10^{-8}\ Mc + 4.960317460\ 10^{-10}\ Nb\ x + 4.960317460\ 10^{-10}\ Nb\ (0.75 - x) \quad \textbf{(23)}$$

> $rovnice2 := dW1dTb + dW2dTb$

$$rovnice2 := 1.719347473\ 10^{-8}\ Tb\ x^3 - 2.579021210\ 10^{-8}\ Mb\ x^2 + 1.719347473\ 10^{-8}\ (200000 + Tb)\ (0.75 - x)^3 + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Mb + Tb\ x - (-Tb - 200000)\ x)\ (0.75 - x)^2 - 5.158042420\ 10^{-8}\ (Mb - Tb\ x)\ x\ (0.75 - x) + 0.0002323420076 + 1.450699431\ 10^{-8}\ Mb + 6.743524791\ 10^{-8}\ Tb + 5.902004072\ 10^{-8}\ Tc + 1.548946717\ 10^{-9}\ Tb\ x - 0.0003097893434\ x + 1.548946717\ 10^{-9}\ Tb\ (0.75 - x) \quad \textbf{(24)}$$

> $rovnice3 := dW1dMb + dW2dMb$

$$rovnice3 := 5.158042420\ 10^{-8}\ Mb\ x - 2.579021210\ 10^{-8}\ Tb\ x^2 + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Tb - 200000)\ (0.75 - x)^2 + 5.158042420\ 10^{-8}\ Mb\ (0.75 - x) - 5.158042420\ 10^{-8}\ Tb\ x\ (0.75 - x) - 5.158042420\ 10^{-8}\ Nb - 1.547412726\ 10^{-7}\ Nc + 1.418461666\ 10^{-7}\ Mb + 1.031608484\ 10^{-7}\ Mc + 1.450699431\ 10^{-8}\ Tb \quad \textbf{(25)}$$

> $rovnice4 := dW1dNc + dW2dNc;$

$$rovnice4 := 2.816634064\ 10^{-7}\ Nc - 2.063216968\ 10^{-7}\ Mc - 0.003868531815 + 0.005158042420\ x + 8.906526710\ 10^{-8}\ Nb - 1.547412726\ 10^{-7}\ Mb + 4.960317460\ 10^{-10}\ Nc\ x + 4.960317460\ 10^{-10}\ Nc\ (0.75 - x) \quad \textbf{(26)}$$

> $rovnice5 := dW1dTc + dW2dTc$

$$rovnice5 := 0.008046852973\ x + 1.450699431\ 10^{-8}\ Mc - 0.006134346079 + 5.902004072\ 10^{-8}\ Tb + 1.719347473\ 10^{-8}\ (Tc - 200000)\ (0.75 - x)^3 \quad \textbf{(27)}$$

$$+2.579021210\ 10^{-8}\ (-Mc + Tc\,x - (-Tc + 200000)\ x)\ (0.75 - x)^2 + 1.548946717\ 10^{-9}\ Tc\ (0.75 - x) + 1.719347473\ 10^{-8}\ Tc\,x^3 - 2.579021210\ 10^{-8}\ Mc\,x^2 + 1.264552886\ 10^{-7}\ Tc + 1.548946717\ 10^{-9}\ Tc\,x - 5.158042420\ 10^{-8}\ (Mc - Tc\,x)\ x\ (0.75 - x)$$

> *rovnice6* := *dW1dMc* + *dW2dMc*

$$rovnice6 := 5.158042420\ 10^{-8}\ Mc\,x - 2.579021210\ 10^{-8}\ Tc\,x^2 + 2.579021210\ 10^{-8}\ (-Tc + 200000)\ (0.75 - x)^2 + 5.158042420\ 10^{-8}\ Mc\ (0.75 - x) - 5.158042420\ 10^{-8}\ Tc\,x\ (0.75 - x) + 2.450070150\ 10^{-7}\ Mc + 1.450699431\ 10^{-8}\ Tc - 2.063216968\ 10^{-7}\ Nc + 0.007737063630 - 0.01031608484\,x - 5.158042420\ 10^{-8}\ Nb + 1.031608484\ 10^{-7}\ Mb \tag{28}$$

> *restart*;

> $x := 0.5$;

$$x := 0.5 \tag{29}$$

> *solve*( {8.906526710 10^-8 Nc + 3.785686671 10^-8 Nb − 5.158042420 10^-8 Mb − 5.158042420 10^-8 Mc + 4.960317460 10^-10 Nb x + 4.960317460 10^-10 Nb (0.75 − x), 1.719347473 10^-8 Tb x^3 − 2.579021210 10^-8 Mb x^2 + 1.719347473 10^-8 (200000 + Tb) (0.75 − x)^3 + 2.579021210 10^-8 (−Mb + Tb x − (−Tb − 200000) x) (0.75 − x)^2 − 5.158042420 10^-8 (Mb − Tb x) x (0.75 − x) + 0.0002323420076 + 1.450699431 10^-8 Mb + 6.743524791 10^-8 Tb + 5.902004072 10^-8 Tc + 1.548946717 10^-9 Tb x − 0.0003097893434 x + 1.548946717 10^-9 Tb (0.75 − x), 5.158042420 10^-8 Mb x − 2.579021210 10^-8 Tb x^2 + 2.579021210 10^-8 (−Tb − 200000) (0.75 − x)^2 + 5.158042420 10^-8 Mb (0.75 − x) − 5.158042420 10^-8 Tb x (0.75 − x) − 5.158042420 10^-8 Nb − 1.547412726 10^-7 Nc + 1.418461666 10^-7 Mb + 1.031608484 10^-7 Mc + 1.450699431 10^-8 Tb, 2.816634064 10^-7 Nc − 2.063216968 10^-7 Mc − 0.003868531815 + 0.005158042420 x + 8.906526710 10^-8 Nb − 1.547412726 10^-7 Mb + 4.960317460 10^-10 Nc x + 4.960317460 10^-10 Nc (0.75 − x), 0.008046852973 x + 1.450699431 10^-8 Mc − 0.006134346079 + 5.902004072 10^-8 Tb + 1.719347473 10^-8 (Tc − 200000) (0.75 − x)^3 + 2.579021210 10^-8 (−Mc + Tc x − (−Tc + 200000) x) (0.75 − x)^2 + 1.548946717 10^-9 Tc (0.75 − x) + 1.719347473 10^-8 Tc x^3 − 2.579021210 10^-8 Mc x^2 + 1.264552886 10^-7 Tc + 1.548946717 10^-9 Tc x − 5.158042420 10^-8 (Mc − Tc x) x (0.75 − x), 5.158042420 10^-8 Mc x − 2.579021210 10^-8 Tc x^2 + 2.579021210 10^-8 (−Tc + 200000) (0.75 − x)^2 + 5.158042420 10^-8 Mc (0.75 − x) − 5.158042420 10^-8 Tc x (0.75 − x) + 2.450070150 10^-7 Mc + 1.450699431 10^-8 Tc − 2.063216968 10^-7 Nc + 0.007737063630 − 0.01031608484 x − 5.158042420 10^-8 Nb + 1.031608484 10^-7 Mb}, {Nb, Tb, Mb, Nc, Tc, Mc});

$$\{Mb = 8902.866592,\ Tb = -26191.26105,\ Nc = 7764.604333,\ Tc = 28706.40683,\ Nb = -22030.12033,\ Mc = -11823.17021\} \tag{30}$$

>

>

>

>

## (3) PODDAJNOST RÁMU - MAPLE 11

POSUV POD SILOU F1

> $Tb := -100000$

$$Tb := -100000 \tag{31}$$

> $Tc := 100000$

$$Tc := 100000 \tag{32}$$

> $Nb := -55703$

$$Nb := -55703 \tag{33}$$

> $Nc := 19660$

$$Nc := 19660 \tag{34}$$

> $Mb := 45509$

$$Mb := 45509 \tag{35}$$

> $Mc := -49878$

$$Mc := -49878 \tag{36}$$

> $a := 1$

$$a := 1 \tag{37}$$

> $c := 0.75$

$$c := 0.75 \tag{38}$$

> $x := 0$

$$x := 0 \tag{39}$$

> $F1 := 200000$

$$F1 := 200000 \tag{40}$$

> $F2 := 200000$

$$F2 := 200000 \tag{41}$$

> $integralF1 := \left( \int_0^x (Mc + F1 \cdot x1 - Tc \cdot (x1 + x) \cdot x1) \, dx1 + \int_0^{c-x} ((Mc - Tc \cdot c - Nc \cdot x2 + F1 \cdot (c - x)) \cdot (c - x)) \, dx2 + \int_0^a ((Mb + Mc - Tb \cdot c - Nb \cdot x5 - F2 \cdot (c - x) + F1 \cdot (c - x) - Tc \cdot c - Nc \cdot (x5 + a)) \cdot (c - x)) \, dx5 \right);$

$$integralF1 := 5478.468750 \tag{42}$$

>

> $integralF2 := \left( \int_0^{c-x} ((Mb - Tb \cdot (x4 + x) - F2 \cdot x4) \cdot (-x4)) \, dx4 + \int_0^a ((Mb + Mc - Tb \cdot c - Nb \cdot x5 - F2 \cdot (c - x) + F1 \cdot (c - x) - Tc \cdot c - Nc \cdot (x5 + a)) \cdot (x - c)) \, dx5 \right);$

$$integralF2 := 5768.718750 \tag{43}$$

>