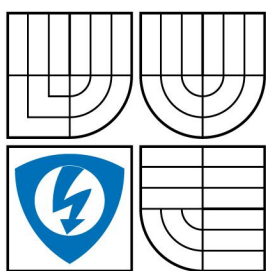


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNologiÍ
ÚSTAV ELEKTROTECHNOLOGIE**



**FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC TECHNOLOGY**

VYUŽITÍ WALDENOVA ZÁKONA V DIAGNOSTICE ELEKTROIZOLAČNÍCH KAPALIN

WALDEN'S LAW UTILIZATION IN DIAGNOSTICS OF ELEKTROINSULATING LIQUIDS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

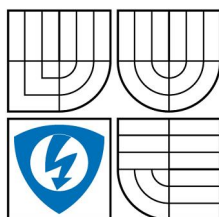
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

LUKÁŠ GÖTZ

VEDOUcí PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. MARTIN FRK, Ph.D.

BRNO 2009



VYSOKÉ UCENÍ
TECHNICKÉ V BRNE

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav elektrotechnologie

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor

Mikroelektronika a technologie

Student: Lukáš Götze
Ročník: 3

ID: 78155
Akademický rok: 2008/2009

NÁZEV TÉMATU:

Využití Waldenova zákona v diagnostice elektroizolačních kapalin

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Prostudujte teorii elektrické vodivosti a dynamické viskozity izolačních kapalin a seznamte se s možnými měřicími metodami. S přihlédnutím k přístrojovému vybavení ústavu elektrotechnologie realizujte laboratorní pracoviště pro ověření Waldenova zákona v širokém teplotním rozsahu. Pracoviště se pokuste automatizovat. Ověřte možnou využitelnost metody k diagnostice aktuálního stavu kapalných izolantů v průběhu jejich životnosti.

DOPORUCENÁ LITERATURA:

Podle pokynu vedoucího práce.

Termín zadání: 9.2.2009
Vedoucí práce: Ing. Martin Frk, Ph.D.

Termín odevzdání: 3.6.2009

prof. Ing. Radimír Vrba, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNENÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následku porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestně právních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

ABSTRAKT:

Práce pojednává o využití Waldenova zákona v diagnostice elektroizolačních kapalin. Především je zkoumána elektrická vodivost, dynamická viskozita, hustota a metody měření. Měření probíhá na vzorku minerálního transformátorového oleje ESTO BNX za pomoci vytvořeného měřicího pracoviště.

ABSTRACT:

This bachelor's thesis deals with utilization of Walden's law in diagnostics of electroinsulating liquids. It is studied electrical conductivity, dynamic viscosity, density of liquids and measurement methods. Measurements are realized on experimental sample of transformer oil ESTO BNX by created measuring laboratory workplace.

KLÍČOVÁ SLOVA:

Dynamická viskozita, elektrická vodivost, hustota, kapaliny, transformátorový olej.

KEYWORDS:

Dynamic viscosity, electrical conductivity, density, liquids, transformer oil

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE PRÁCE:

GÖTZ, L. *Využití Waldenova zákona v diagnostice elektroizolačních kapalin*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 37 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Martin Frk, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto vysokoškolskou kvalifikační práci vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce, s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení §11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 2. června 2009

.....

Lukáš Götzt

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucím bakalářské práce Ing. Martinu Frkovi, Ph.D, za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne 2. června 2009

.....
Lukáš Götze

OBSAH

ÚVOD	- 9 -
1 TEORETICKÁ ČÁST	- 10 -
1.1 DYNAMICKÁ VISKOZITA	- 10 -
1.1.1 Vnitřní tření kapalin.....	- 10 -
1.1.2 Poiseuilleův vztah.....	- 11 -
1.1.3 Stokesův vzorec	- 12 -
1.2 VODIVOST	- 13 -
1.2.1 Elektrická vodivost kapalných izolantů	- 13 -
1.2.2 Závislost elektrické vodivosti na struktuře kapalného izolantu.....	- 17 -
1.2.3 Teplotní závislost konduktivity kapalných izolantů.....	- 18 -
1.2.4 Výpočet rezistivity.....	- 20 -
1.3 WALDENOVO PRAVIDLO	- 21 -
2 EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST	- 22 -
2.1 MINERÁLNÍ OLEJ	- 22 -
2.2 MĚŘÍCÍ ZAŘÍZENÍ	- 23 -
2.2.1 Höpplerův viskozimetr s termostatem.....	- 23 -
2.2.2 Pracoviště pro měření vodivosti.....	- 25 -
2.3 VÝSLEDKY A VYHODNOCENÍ EXPERIMENTU	- 26 -
2.3.1 Měření hustoty.....	- 26 -
2.3.2 Měření dynamické viskozity.....	- 28 -
2.3.3 Měření elektrické vodivosti	- 30 -
3 ZÁVĚR	- 34 -
POUŽITÁ LITERATURA.....	- 35 -
SEZNAM SYMBOLŮ	- 36 -

Seznam Obrázků

Obr. 1 Znázornění gradientu rychlosti (převzato z [8]).	- 10 -
Obr. 2 Laminární proudění.	- 12 -
Obr. 3 Voltampérová charakteristika extrémně čistých kapalných izolantů.	- 14 -
Obr. 4 Voltampérová charakteristika technicky čistých kapalných izolantů.	- 14 -
Obr. 5 Popis dynamické viskozity.	- 18 -
Obr. 6 Voltampérová metoda pro měření odporu.	- 21 -
Obr. 7 Síly působící na kuličku v Höpplerově viskozimetru (převzato z [8]).	- 23 -
Obr. 8 Höpplerův viskozimetr B3 (převzato z [11]).	- 24 -
Obr. 9 Šroubové spojení spádové trubice.	- 25 -
Obr. 10 Šroubové spojení spádové trubice.	- 25 -
Obr. 11 Schéma měřicího systému Tettex 2903.	- 26 -
Obr. 12 Graf závislosti hustoty na teplotě transformátorového oleje ESTO BNX.	- 27 -
Obr. 13 Závislost dynamické viskozity na teplotě transformátorového oleje ESTO BNX.	- 29 -
Obr. 14 Graf závislosti násobku konduktivity a dynamické viskozity na teplotě.	- 31 -
Obr. 15 Graf závislosti nabíjecího proudu na čase transformátorového oleje s parametrem teploty měření (19 - 50 °C).	- 32 -
Obr. 16 Graf závislosti nabíjecího proudu na čase transformátorového oleje s parametrem teploty měření (65 - 90 °C).	- 33 -

Úvod

V elektrotechnickém průmyslu je použití kapalných izolantů mnohostranné. Vzhledem k jejich dvěma významným vlastnostem, a to elektrické pevnosti a dynamické viskozitě je lze využít jako izolační nebo chladicí médium v transformátorech.

Úkolem bakalářské práce bylo prostudovat teorii elektrické vodivosti a dynamické viskozity izolačních kapalin, v našem případě transformátorového oleje, dále realizovat laboratorní pracoviště pro ověření Waldenova zákona a pokusit se jej co nejvíce automatizovat.

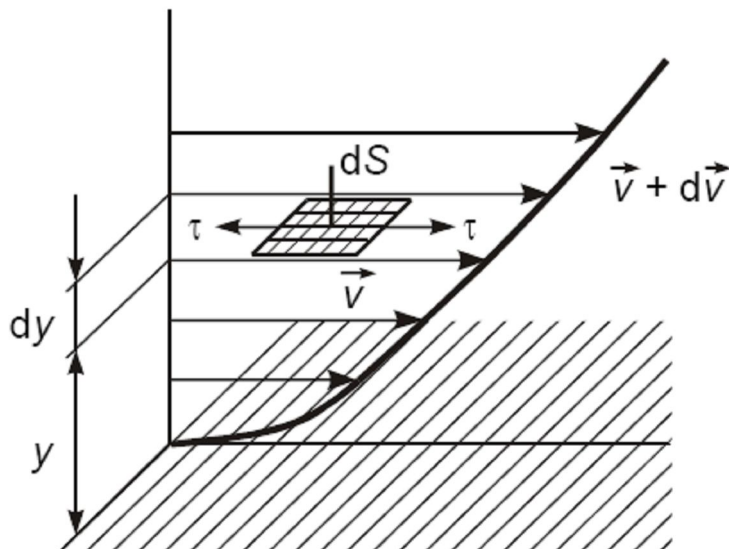
1 Teoretická část

Na rozdíl od prostředí plynného se prostředí kapalin přirozeně liší výrazně svým charakterem. Kapaliny vznikají kondenzací plynů (nebo tavením pevné látky), kdy dochází k podstatnému přiblížení molekul látek. Jedná se o těsnější uspořádání molekul než u plynů - mezimolekulové síly, které mají krátký dosah a ovlivňují okolní částice. Z toho plyne, že je značné omezení pohybu molekul ve srovnání s plyny a zvýšení koncentrace molekul vedoucí až ke vzniku určitých pevnějších, pochopitelně nestabilních neustále se měnících uspořádání - tzv. klastrů. Jednotlivé částice, nebo i celé klastry, se mohou vzájemně posunovat. Díky tomu mohou kapaliny zaujímat tvar podle nádob a těci.

1.1 Dynamická viskozita

1.1.1 Vnitřní tření kapalin

O ideální kapalině předpokládáme, že v ní neexistují smyková napětí. Pro reálnou kapalinu to platí pouze tehdy, jsou-li její jednotlivé části vůči sobě v klidu. Proudí-li reálná kapalina, tj. jsou-li její části v relativním pohybu a dvě po sobě se posouvající vrstvy kapaliny mají různou rychlost, dochází mezi nimi ke tření.



Obr. 1 Znázornění gradientu rychlosti (převzato z [8]).

Třecí - tečná- síla a tím i tečné neboli smykové napětí τ (podíl tečné síly a velikosti styčné plochy) jsou nenulové. Tečné napětí, které je kompenzováno proměnnou rychlostí kapaliny, je tím větší, čím více se mění rychlost od vrstvy k vrstvě. Změnu rychlosti, kterou bychom pozorovali při postupu od vrstvy k vrstvě kolmo ke směru proudění (Obr. 1), můžeme charakterizovat podílem dv/dy - gradientem rychlosti ve směru kolmém k proudu. Při tzv. laminárním proudění, při němž probíhají proudová vlákna souběžně, a kapalina se nepromíchává, je tečné napětí úměrné gradientu rychlosti, tj.

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy} . \quad (1)$$

Konstanta úměrnosti η se nazývá dynamická viskozita. Podíl dynamické viskozity a hustoty kapaliny nazýváme kinematickou viskozitou ν

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} . \quad (2)$$

Viskozita patří mezi transportní jevy. Jde v podstatě o přenos hybnosti mezi dvěma sousedními vrstvami kapaliny realizovaný prostřednictvím molekul. Tento proces je procesem tepelně aktivovaným. Změnu viskozity s teplotou můžeme charakterizovat vztahem

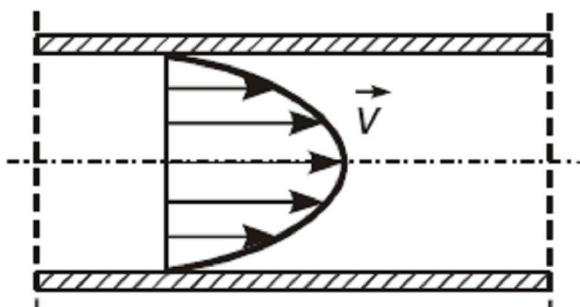
$$\eta = \exp \left(A + \frac{B}{T} \right) , \quad (3)$$

kde T je termodynamická teplota, A , B jsou empirické konstanty. Ke stanovení viskozity využíváme závislosti mezi dynamickými a kinematickými veličinami, jimiž je charakterizováno proudění kapalin.

1.1.2 Poiseuilleův vztah

Proudí-li newtonovská kapalina malou rychlostí úzkou trubicí, je rozložení vektoru rychlosti v osovém řezu parabolické (Obr. 2) a proudění je laminární. Za těchto podmínek odvodil Poiseuille vztah mezi objemem kapaliny V (o dynamické viskozitě η) protékajícím trubicí za čas t a úbytkem tlaku Δp na délce L trubice o poloměru R ve tvaru

$$V = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{L} t . \quad (4)$$



Obr. 2 Laminární proudění.

Proudí-li kapalina hustoty ρ kapilárou délky L účinkem vlastního hydrostatického tlaku, lze tlakový úbytek Δp , odpovídající vnitřnímu tření v kapalině, určit z hydrostatického tlakového rozdílu, zmenšeného o kinetickou energii objemové jednotky v ústí kapiláry, podle Bernoulliovy rovnice

$$\Delta p = \rho h g - \frac{1}{2} \rho \bar{v}^2, \quad (5)$$

kde střední rychlost proudění je $\bar{v} = V / (\pi R^2 t)$. Z toho pak pro dynamickou viskozitu odvodíme vztah [8] ve tvaru

$$\eta = \rho \frac{\pi R^4}{8VL} h g t - \frac{\rho V}{16 \pi L} \frac{1}{t}. \quad (6)$$

1.1.3 Stokesův vzorec

Při pohybu tělesa v kapalině klade kapalina jeho pohybu odpor, který je při pomalém proudění přímo úměrný rychlosti. Pro odpor, který klade kapalina o viskozitě η pohybu koule o poloměru r , odvodil Stokes z pohybové rovnice nestlačitelné kapaliny s vnitřním třením vztah

$$F = 6 \pi \eta r v, \quad (7)$$

který platí pro nepřilíš velké rychlosti pohybu koule, při nichž je obtékání laminární. Padá-li koule hustoty ρ_k v kapalině hustoty $\rho < \rho_k$, působí na ni tíhová síla zmenšená silou vztlakovou, tedy síla

$$F' = m g - V \rho g = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_k - \rho) g, \quad (8)$$

kteřá ji z počátku zrychluje. Proti ní však působí síla odporu F tím větší, čím větší je rychlost v . Ta bude teoreticky vzrůstat, až dosáhne jisté maximální hodnoty v_m , tzv. mezní rychlosti, při níž bude $F = F'$ a další pohyb koule bude rovnoměrný. Mezní rychlost je tedy dána podmínkou

$$6\pi\eta rv_m = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_k - \rho)g, \quad (9)$$

ze které můžeme vypočítat dynamickou viskozitu kapaliny

$$\eta = \frac{2}{9}g(\rho_k - \rho)\frac{r^2}{v_m}. \quad (10)$$

Pro měření viskozity byl sestaven velký počet přístrojů různých druhů, které nazýváme viskozimetry. Základní podmínkou měření všemi typy viskozimetrů je, že proudění kapaliny musí být laminární. Viskozimetry lze rozdělit na tři základní skupiny: výtokové, založené na vztahu (4) resp. (6), tělískové, založené na vztahu (10) a rotační, jimiž se určuje viskozita na základě odporu, který klade kapalina otáčivému pohybu vhodně volených těles [8].

1.2 Vodivost

1.2.1 Elektrická vodivost kapalných izolantů

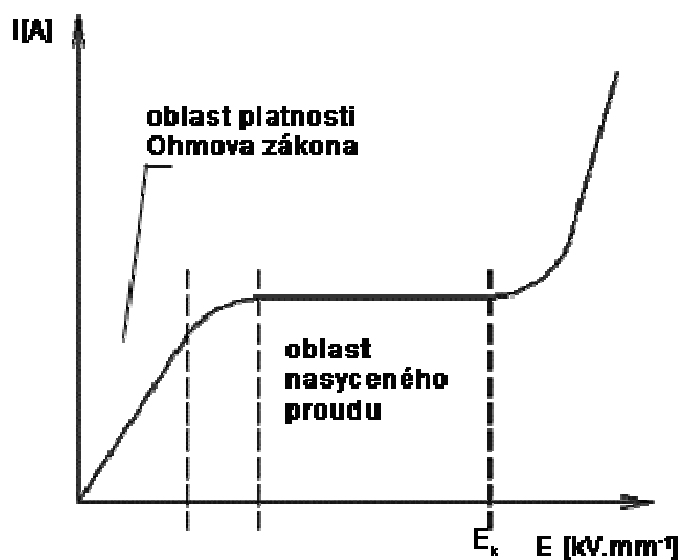
Extrémně čisté kapalně izolanty se vyznačují velmi nízkou hodnotou konduktivity 10^{-14} až $10^{-15} \text{ S m}^{-1}$ způsobenou volnými nosiči elektrického náboje. Ty mohou vzniknout některým z následujících způsobů:

- ionizací neutrálních molekul působením ionizujícího činidla např. záření
- disociací molekul vlastní kapaliny a případných stopových množství molekul příměsí
- tepelnou excitací elektronů
- emisí elektronů z katody

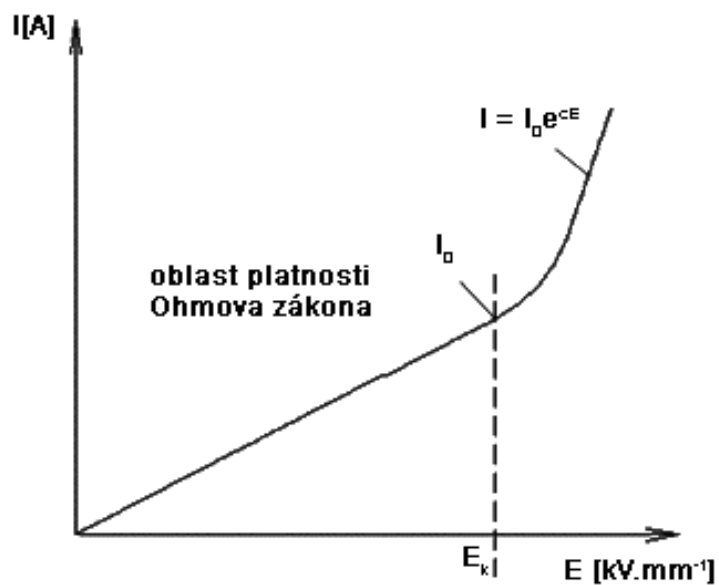
Technicky čisté izolanty mají hodnotu konduktivity 10^{-11} do $10^{-12} \text{ S m}^{-1}$. Je to důsledek zvýšené koncentrace volných nosičů elektrického náboje. Ty jsou různého charakteru a závisí na druhu příměsí, velikosti přítomných částic a stupni jejich disociace.

V technicky čistých kapalných izolantech se vyskytují dva typy vodivosti – iontová a elektroforetická.

Odlišnosti v chování extrémně a technicky čistých kapalných izolanů ukazují voltampérové charakteristiky na (Obr. 3) a na (Obr. 4).



Obr. 3 Voltampérová charakteristika extrémně čistých kapalných izolanů.



Obr. 4 Voltampérová charakteristika technicky čistých kapalných izolanů.

Iontovou elektrickou vodivost kapalných izolanů dělíme na vlastní a nevlastní.

Vlastní elektrická vodivost je způsobena pohybem iontů vzniklých v důsledku disociací molekul vlastního kapalného izolantu. Stupeň disociace kapaliny závisí na relativní permitivitě kapalného izolantu. Polární kapaliny mají vyšší stupeň disociace než kapaliny nepolární.

Nevlastní elektrická vodivost je způsobená přítomnými disociovanými příměsemi a vyskytuje se ve všech technicky čistých kapalných izolantech. Stupeň disociace molekul příměsí závisí především na jejich struktuře a koncentraci.

K pohybu iontu v kapalném izolantu, který je vyvolán vlivem vnějšího elektrického pole, může dojít i tak, že se iont zachytí na molekule a vytvoří s ní celek. Vlivem tepelného pohybu je však určitá pravděpodobnost, že iont se od molekuly odtrhne. Při tomto odtržení musí iont překonat vazební síly, které ho k molekule váží. Energie těchto vazeb vytváří potenciálovou bariéru W rovnající se tzv. aktivační energii. Po odtržení může iont vykonat pohyb, omezený volnou dráhou l , jejíž velikost je srovnatelná s rozměry molekul.

Pro popis pohybu volného iontu kapalným izolantem lze použít model dvojité potenciálové jámy. Pravděpodobnost přeskočení iontu z jedné možné rovnovážné polohy do druhé je dána Boltzmannovým rozdělením ve tvaru

$$P(A \rightarrow B) \approx e^{-\frac{W}{kT}}, \quad (11)$$

kde W je výška potenciálové bariéry, která odděluje obě rovnovážné polohy vzdálené od sebe o vzdálenost l , k je Boltzmannova konstanta, T je termodynamická teplota.

Na základě této pravděpodobnosti pak můžeme určit počet přeskoků z , které připadají na jeden iont za jednu sekundu ve vnějším elektrickém poli o intenzitě E

$$z = \frac{f_0 q l}{6kT} E e^{-\frac{W}{kT}}, \quad (12)$$

kde f_0 je kmitočet vlastních tepelných kmitů okolo rovnovážných poloh a q náboj iontu.

Driftová (pomalá změna veličiny vyvolaná vnějším podnětem) pohyblivost iontu vyvolaná působícím elektrickým polem je dána vztahem

$$\mu = \frac{v}{E} = \frac{z l}{E} = \frac{f_0 q l^2}{6kT} e^{-\frac{W}{kT}}, \quad (13)$$

Jak je patrné ze vztahu (13), driftová pohyblivost iontu není závislá na intenzitě elektrického pole. To znamená, že v této části charakteristiky platí Ohmův zákon (pouze za

podmínky působení slabého elektrického pole). V silných elektrických polích přírůstek energie iontu působením elektrického pole nelze zanedbat a driftová pohyblivost závisí na intenzitě elektrického pole.

Při předpokladu stejné pohyblivosti kladných i záporných iontů, lze konduktivitu kapalného izolantu určit ze vztahu

$$\gamma = n\mu q, \quad (14)$$

kde n je koncentrace volných nosičů náboje (iontů).

Dosazením dostaneme

$$\gamma = \frac{nf_0 q^2 l^2}{6kT} e^{-\frac{W}{kT}}. \quad (15)$$

Za předpokladu platnosti

$$\frac{nf_0 q^2 l^2}{6k} = A \quad (16)$$

a

$$\frac{W}{k} = a, \quad (17)$$

můžeme vztah (15) přepsat do tvaru

$$\gamma = \frac{A}{T} e^{-\frac{a}{T}}. \quad (18)$$

Protože se výraz A/T mění s teplotou podstatně méně než exponenciální výraz, lze vztah (18) zjednodušit na tvar

$$\gamma = A' e^{-\frac{a}{T}}, \quad (19)$$

kde A' a a jsou materiálové konstanty.

V úzkém intervalu teplot platí pro konduktivitu kapalných izolantů ještě následující vztah

$$\gamma = \gamma_0 e^{\alpha \theta}, \quad (20)$$

kde je γ_0 hodnota konduktivity při teplotě 0°C .

Elektroforetická vodivost se vzhledem ke své podstatě výrazně neliší od vodivosti iontové. Elektroforetická vodivost se vyskytuje v koloidních systémech vyznačujících se tím, že jsou tvořeny dvěma fázemi. Jedna fáze vystupuje ve formě jemných částic a nazývá se disperzní fází. Tato fáze je rozptýlená ve fázi druhé, v tak zvaném disperzním prostředí. V kapalných izolantech se vyskytují emulze - obě fáze jsou kapaliny, i suspenze - disperzní fáze je tvořena pevnou látkou, disperzní prostředí je kapalné. Stabilita těchto látek se vysvětluje tím, že na povrchu částic, které tvoří disperzní fázi, se nachází elektrické náboje, díky jejichž silovým účinkům se obě fáze neoddělí [7].

1.2.2 Závislost elektrické vodivosti na struktuře kapalného izolantu

Elektrická vodivost kapalných izolantů silně závisí na jejich struktuře. Podle chemických vazeb v molekulách kapalin dělíme kapalně izolanty takto:

1) Kapaliny s kovalentními vazbami. Podle stupně polárnosti jsou tyto tři:

- a) Nepolární kapalně izolanty – u nichž má elektrická vodivost iontový charakter, ionty vznikají disociací molekul nečistot a příměsí přítomných v kapalině. Pokud jde o koloidní soustavu, uplatňuje se elektroforetická vodivost.
- b) Polární kapalně izolanty – vodivost má rovněž iontový charakter. Ionty zde však nevznikají pouze disociací molekul příměsí a nečistot, ale i částečnou disociací molekul vlastního kapalného izolantu. Z toho důvodu je vodivost těchto izolantů větší, než je vodivost nepolárních kapalin.
- c) Silně polární kapalně izolanty - jako izolanty je v praxi nelze použít. Pouze ve velmi čistém stavu mají elektroizolační schopnosti.

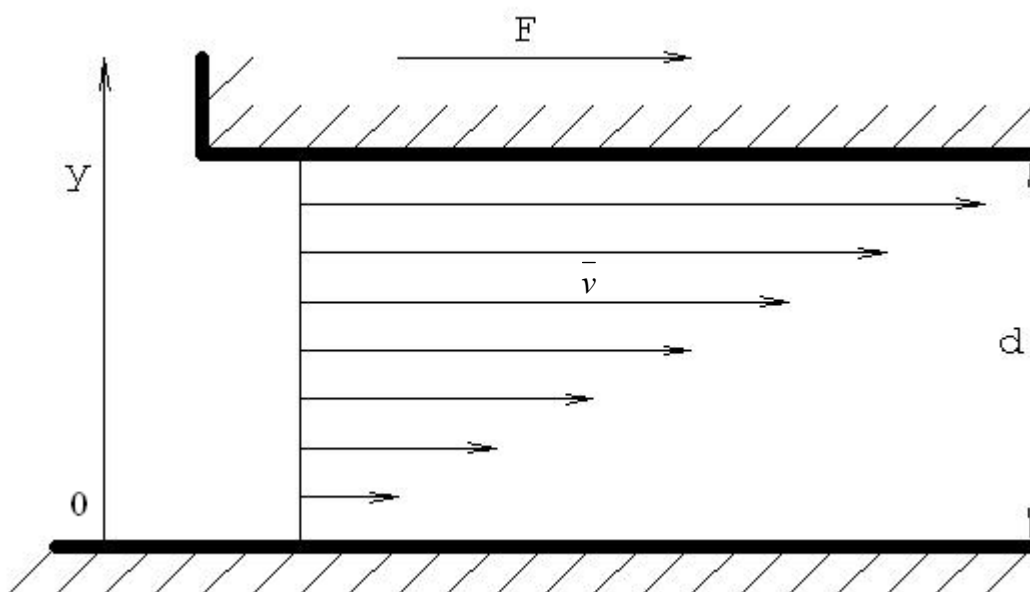
2) Kapaliny s iontovými vazbami – jedná se o taveniny tuhých látek a roztoky těchto látek v disociujícím rozpouštědle. Jedná se o roztoky, eventuálně taveniny elektrolytů - což jsou vodiče druhé třídy, které nemají elektroizolační schopnosti.

3) Kapaliny s kovovými vazbami – roztavené kovy nebo jejich slitiny – vodiče prvního druhu.

Z výše uvedeného rozpisu látek v kapalném skupenství vyplývá, že jako kapalně izolanty lze v praxi použít pouze kapaliny s molekulárními kovalentními vazbami, nevykazujícími příliš velký dipólový moment s permitivitou řádově do deseti [7].

1.2.3 Teplotní závislost konduktivity kapalných izolantů

Z předešlých informací vyplývá, že konduktivita kapalných izolantů je velmi závislá na teplotě. Tato závislost je ovlivněna pohyblivostí volných nosičů elektrického náboje, jelikož je teplotní závislost pohyblivosti volných nosičů elektrického náboje spjata s dynamickou viskozitou, jsou rovněž závislé na teplotě. Vztah mezi konduktivitou, viskozitou kapaliny a teplotou studoval experimentálně a později i teoreticky doložil Walden.



Obr. 5 Popis dynamické viskozity.

Předpokládáme, že vrstva kapaliny se nachází mezi dvěma rovnoběžnými plochami. Spodní plocha je v klidu, na horní působí síla F a uděluje jí tak rychlost v_0

$$v_0 = \frac{1}{\eta} Fd, \quad (21)$$

kde je η dynamická viskozita kapaliny, d vzdálenost ploch, F síla vztahující se na jednotku plochy.

Vrstva kapaliny těsně přiléhající k horní ploše má stejnou rychlost jako tato plocha. V kladném směru osy y , tedy od spodní nepohyblivé plochy k horní se rychlostí jednotlivých vrstev kapaliny plynule mění od nuly do rychlosti v_0 . Pro rychlosti jednotlivých vrstev platí

$$v = \frac{v_0}{d} y. \quad (22)$$

Rozdíl rychlostí mezi jednotlivými vrstvami lze vyjádřit vztahem

$$v = \frac{v_0}{d}(y_2 - y_1). \quad (23)$$

V kapalinách jsou vzdálenosti molekul úměrné jejich velikostem a vzdálenost jednotlivých vrstev odpovídá rozměru molekuly l (přibližná velikost volné dráhy).

Potom lze (22) upravit na tvar

$$v = \frac{v_0}{d}l. \quad (24)$$

Odpovídající rychlost uspořádaného pohybu molekul vyvolaná touto silou bude dána vztahem

$$v = \mu Fl^2, \quad (25)$$

kde μ je pohyblivost.

Ze vztahu (24) vyplývá pro rychlost v_0

$$v_0 = \frac{vd}{l}. \quad (26)$$

Dosazením do tohoto vztahu podle (25) dostaneme a po dosazení do výchozí rovnice (21) dostaneme

$$v_0 = \frac{\mu Fl^2 d}{l} = \frac{1}{\eta} Fd. \quad (27)$$

Po zkrácení a jednoduché úpravě dostaneme pro dynamickou viskozitu kapaliny

$$\eta = \frac{1}{\mu l}. \quad (28)$$

Pohyblivost molekul lze vyjádřit na základě následující rovnice

$$\mu = \frac{l^2 f_0}{6kT} e^{-\frac{W}{kT}}. \quad (29)$$

Dosazením rovnice (29) do vztahu (28) získáme pro dynamickou viskozitu vztah

$$\eta = \frac{6kT}{l^3 f_0} e^{\frac{W}{kT}}. \quad (30)$$

Ačkoliv odvozené vztahy formálně platí jak pro molekuly, tak pro ionty, číselné hodnoty W, l a f_0 se obecně liší. Index 1 mají veličiny vztahující se na ionty a index 2 veličiny vztahující se na molekuly. Potom lze psát

$$\eta = \frac{6kT}{l_2^3 f_{02}} e^{-\frac{W_2}{kT}} \quad (31)$$

a

$$\gamma = \frac{nq^2 l_1^2 f_{01}}{6kT} e^{-\frac{W_1}{kT}}. \quad (32)$$

Vynásobením levých a pravých stran těchto rovnic dostaneme

$$\gamma\eta = \frac{nq^2}{l_2} \frac{l_1^2}{l_2^2} \frac{f_{01}}{f_{02}} e^{-\frac{W_1-W_2}{kT}}. \quad (33)$$

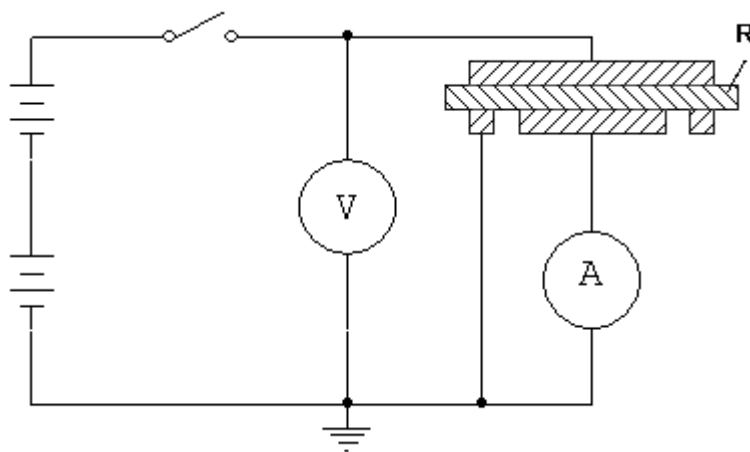
Při rozboru tohoto vztahu můžou nastat tři možnosti:

- $W_1 > W_2$ – ionty jsou vázány s molekulami pevněji než samotné molekuly mezi sebou. Součin $\gamma \cdot \eta$ s rostoucí teplotou vzrůstá. Nastane i tehdy, když se s rostoucí teplotou zvětšuje koncentrace volných nosičů elektrického náboje – dochází k disociaci.
- $W_1 < W_2$ – vazby mezi molekulami jsou silnější než vazby iont – molekula. Součin $\gamma \cdot \eta$ s rostoucí teplotou klesá – pokles viskozity je rychlejší než nárůst konduktivity.
- $W_1 = W_2$ – oba druhy vazeb jsou přibližně stejně silné. Pokud platí $f_{01} = f_{02}$ a $l_1 = l_2$, má nárůst konduktivity γ a pokles dynamické viskozity η s teplotou totožný charakter. Za těchto okolností jsou splněny podmínky Waldenova pravidla ve tvaru [7]

$$\gamma\eta = \frac{nq^2}{l} = konst.. \quad (34)$$

1.2.4 Výpočet rezistivity

Pro získání hodnot rezistivity byla použita voltampérová metoda. Jedná se o přímou metodu. Nejjednodušší metoda, ve které se mění při připojení napětí procházejícího proudu, vycházející ze schématu (Obr. 6).



Obr. 6 Voltampérová metoda pro měření odporu.

Použité napětí se měří voltmetrem. Proud měříme odpovídajícím přístrojem na měření proudu. Neznámý odpor R se vypočítá

$$R = \frac{U}{I}, \quad (35)$$

kde je U připojené napětí, I proud protékající vzorkem.

Vnitřní rezistivita se vypočítá vztahem

$$\rho_v = R_v \frac{S_{ef}}{h}, \quad (36)$$

kde je S_{ef} plocha vzorku, R_v vnitřní odpor a h tloušťka vzorku.

1.3 Waldenovo pravidlo

Součin konduktivity a dynamické viskozity kapalného izolantu je konstantní a nezávisí na teplotě.

Obecně Waldenovo pravidlo nemůže platit v širším intervalu teplot a ve všech kapalných izolantech. Uplatní se v nepolárních kapalinách s minimálním obsahem příměsí a nečistot tehdy, když se v daném kapalném izolantu s teplotou nemění stupeň disociace molekul kapaliny a vodivost je způsobena pouze ionty vlastní kapaliny. Čím více se uplatňuje vodivost způsobená přítomností příměsí a nečistot, tím více se chování kapalného izolantu odklání od Waldenova pravidla.

Waldenovo pravidlo lze formulovat i pro kapalně izolanty, v nichž se uplatňuje elektroforetická vodivost. Při zanedbání závislosti elektrokinetického potenciálu a permitivity disperzního prostředí na teplotě platí vztah

$$\gamma_k = \frac{n_k r \xi^2 \epsilon^2}{6 \pi \eta}. \quad (37)$$

2 Experimentální část

Cílem experimentální části práce bylo vyhodnocení charakteristických veličin hustoty, dynamické viskozity a elektrické vodivosti transformátorového oleje v širší teplotní závislosti.

2.1 Minerální olej

V experimentu byl použit transformátorový olej ESTO BNX. Jde o naftenický minerální olej s optimalizovaným obsahem aromatických uhlovodíků, který se vyznačuje velkou stabilitou proti oxidaci. Olej má velmi dobré izolační a chladicí vlastnosti. Lze jej vhodně využít v izolačních systémech vysokonapěťových zařízení. Elektrické vlastnosti tohoto oleje jsou velmi dobré. V tabulce uvedené níže se nachází údaje o základních fyzikálních, chemických a elektrických vlastnostech získané od dodavatele oleje – Energetické strojírny Brno.

Tab. 1 Vlastnosti minerálního oleje ESTO BNX (převzato z [2]).

Elektrické vlastnosti	elektrická pevnost	$\min. 2 \cdot 10^7 \text{ V m}^{-1}$
	relativní permitivita	2,14
	ztrátový činitel	$\max. 5 \cdot 10^{-3}$
	vnitřní rezistivita	$\min. 6 \cdot 10^{10} \Omega \text{ m}$
Fyzikální vlastnosti	hustota	$\max. 895 \text{ kg m}^{-3}$
	dyn. viskozita při 40 °C	$\max. 1,65 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
	povrchové napětí	$\min. 4 \cdot 10^{-2} \text{ N m}^{-1}$
Chemické vlastnosti	obsah vody	$\max. 30 \text{ mg kg}^{-1}$
	obsah inhibitorů	$\max. 0,3-0,5 \text{ \% hmotnosti}$
	neutralizační číslo	$\max. 0,03 \text{ mg KOH g}^{-1}$

2.2 Měřicí zařízení

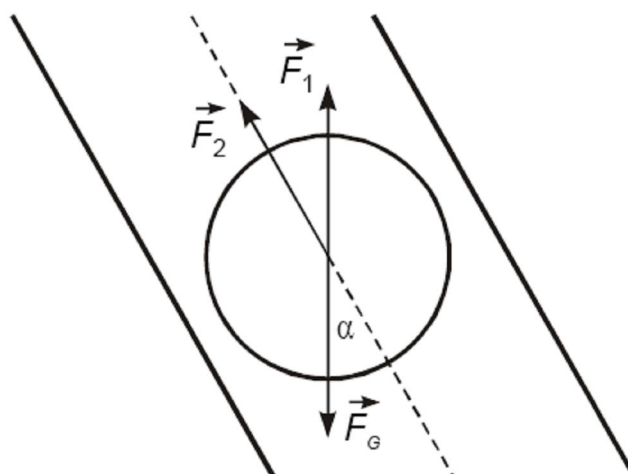
2.2.1 Höpplerův viskozimetr s termostatem

Höpplerův viskozimetr je tělískový viskozimetr; viskozita je zjišťována Stokesovou metodou. Dynamická viskozita se určuje z rychlosti pohybu kuličky v měrné trubici, naplněné zkoumanou kapalinou. Trubice je obklopena válcovým pláštěm, kterým protéká temperační kapalina (většinou voda), udržovaná na požadované teplotě pomocí termostatu. Měrná trubice je odkloněna od svislé osy o 10° a opatřena značkami, které slouží k zjištění doby pádu klesající kuličky. Při měření volíme takovou kuličku, aby její pohyb mezi značkami byl rovnoměrný. Na kuličku působí tři síly - tíhová síla F_G , vztlak F_1 a odpor prostředí F_2

(Obr. 7) [8].

Při uvážení jejich směrů a sklonu měrné trubice pro jejich složky ve směru pohybu platí

$$F_G \cos \alpha - F_1 \cos \alpha - F_2 = 0 . \quad (38)$$



Obr. 7 Síly působící na kuličku v Höpplerově viskozimetru (převzato z [8]).

Pokud dosadíme a upravíme tíhovou sílu (8) a odpor prostředí podle Stokesova zákona (7), dostaneme pro dynamickou viskozitu

$$\eta = \frac{Vg (\rho_k - \rho) \cos \alpha}{6\pi r v} = K (\rho_k - \rho) t , \quad (39)$$

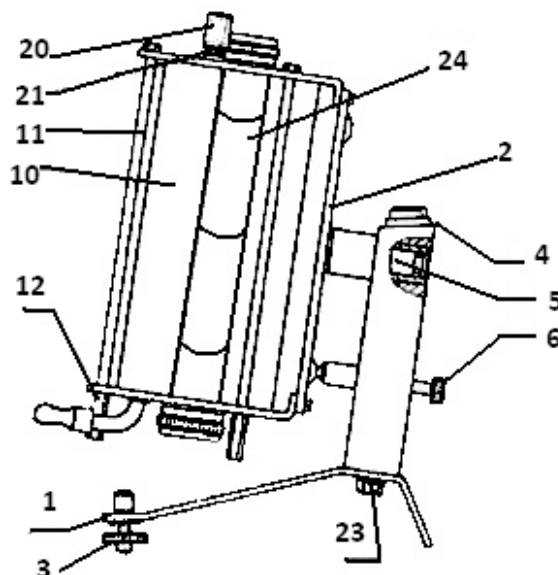
kde ρ_k je hustota kuličky, ρ hustota zkoumané kapaliny, r poloměr kuličky, s vzdálenost značek na měrné trubici, t doba pohybu kuličky mezi značkami, K konstanta kuličky pro danou vzdálenost s a poloměr kuličky r , $v = s/t$ je rychlost pohybu kuličky v kapalině.

Termostat je určen k regulaci a nastavení stálé teploty. Termostaty dělíme na kapalinové, kovové a vzduchové podle prostředí, které je v nich temperováno. Nejčastěji je používán kapalinový termostat, který lze použít v rozsahu teplot od $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $+300\text{ }^{\circ}\text{C}$.

V laboratoři se používá průmyslově vyráběný kapalinový (lázněový) termostat. Temperující lázeň je promíchávána čerpadlem a zahřívána topným tělesem. Elektrický proud tekoucí topným tělesem je zapínán a vypínán regulačním obvodem.

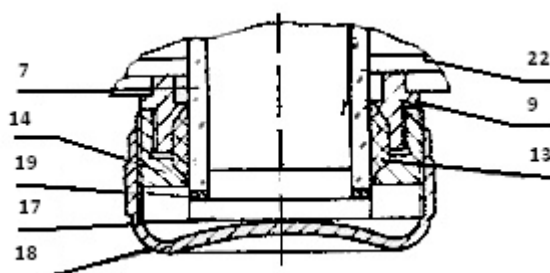
Pomocí teploměru nastavíme požadovanou teplotu temperující kapaliny a její přesnou hodnotu odečítáme na vsunutém teploměru. Stálost teploty temperující lázně je u termostatu $\pm 0,02\text{ }^{\circ}\text{C}$ [8].

Höpplerův viskozimetr a jeho součásti jsou popsány na (Obr. 8).

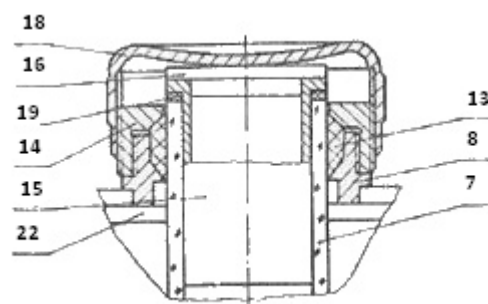


Obr. 8 Höpplerův viskozimetr B3 (převzato z [11]).

- | | |
|-----------------------|--------------------------------------|
| 1) nosná konstrukce | 13) pryžové těsnění |
| 2) viskozimetr | 14) šroubové spojení spádové trubice |
| 3) stavěcí šroub | 15) závěrná zátka |
| 4) vodováha | 16) víko |
| 5) ložiskový šroub | 17) závěrná zátka |
| 6) šroub se zářezem | 18) závěrné pouzdro |
| 7) spádová trubice | 19) těsnící kroužek |
| 8) horní deska | 20) teploměrový šroub |
| 9) spodní deska | 21) těsnící kroužek |
| 10) plášť vodní lázně | 22) pryžový kroužek |
| 11) spojovací tyč | 23) šroub se šestihrannou hlavou |
| 12) matice | 24) trubice |



Obr. 9 Šroubové spojení spádové trubice na spodní desce (převzato z [11]).



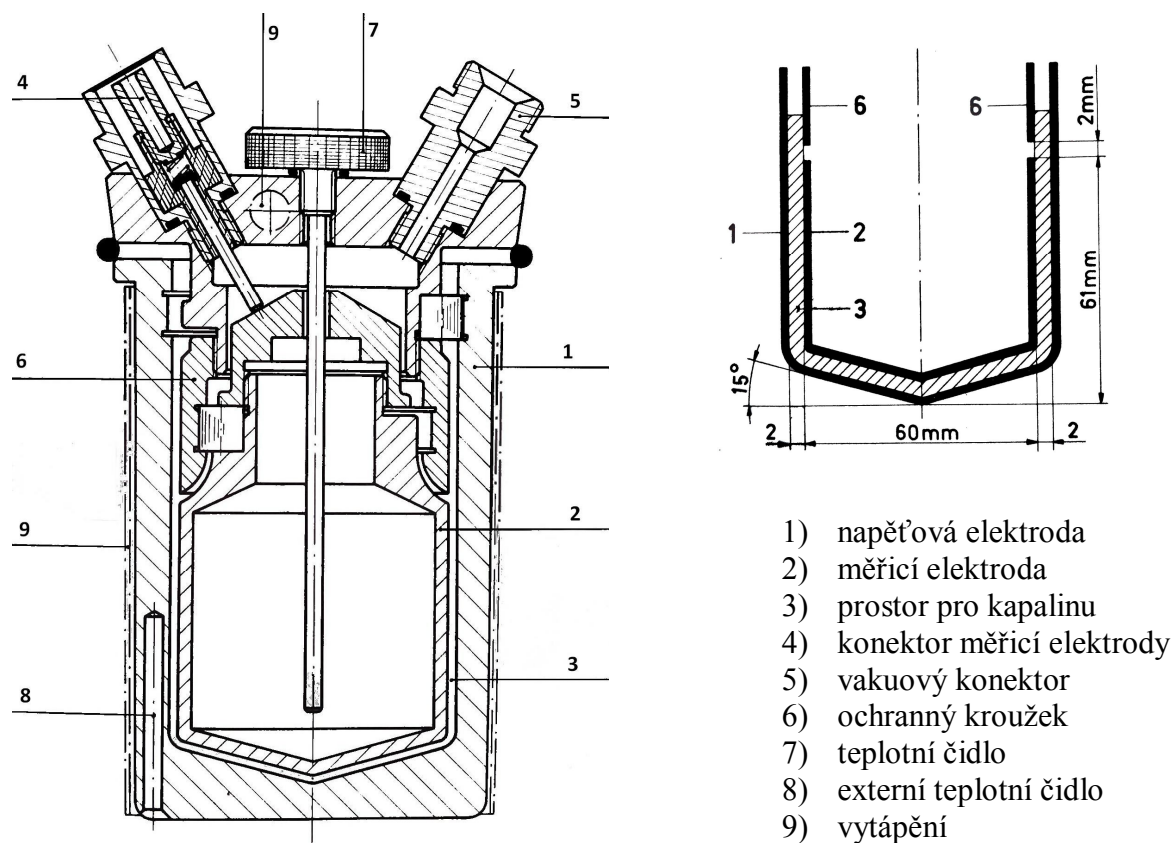
Obr. 10 Šroubové spojení spádové trubice na horní desce (převzato z [11]).

2.2.2 Pracoviště pro měření vodivosti

Pracoviště se skládalo z elektrometru Keithley 617, vysokonapětového zdroje SRS PS350, a měřicího systému s válcovým kondenzátorem Tettex 2903 s ochranným kroužkem pro kapalné materiály.

Tab. 2 Technické parametry přístroje Tettex 2903(převzato z [10]).

Rozteč elektrod [mm]	2
Kapacita na prázdno [pF]	60
Maximální napětí [V]	2000
Požadované množství kapaliny [cm ³]	cca. 40
Rozměry [mm]	Ø 240 x 220(výška)
Celková hmotnost [kg]	cca. 10



Obr. 11 Schéma měřicího systému Tettex 2903.

Vztah pro výpočet vnitřní rezistivity při použití měřicího systému Tettex 2903

$$\rho_v = \frac{C_0 R}{\varepsilon_0}, \quad (40)$$

kde je C_0 geometrická kapacita, R vypočítaný odpor a ε_0 permitivita vakua.

2.3 Výsledky a vyhodnocení experimentu

2.3.1 Měření hustoty

Hustotu byla změřena za použití laboratorního hustoměru s rozsahem $800-900 \text{ kg m}^{-3}$ s rozlišovací schopností 1 kg . Byla měřena do teploty 70°C (Tab. 3). Jelikož pro výpočet dynamické viskozity bylo potřeba znát hodnoty hustoty oleje pro teploty do 90°C a vzhledem k tomu, že přístrojové vybavení ústavu elektrotechnologie neumožňovalo provést měření hustoty až do 90°C , bylo nutné aproximovat naměřené hodnoty popisující teplotní závislost hustoty ve tvaru

$$\rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \beta(t_1 - t_0)}, \quad (41)$$

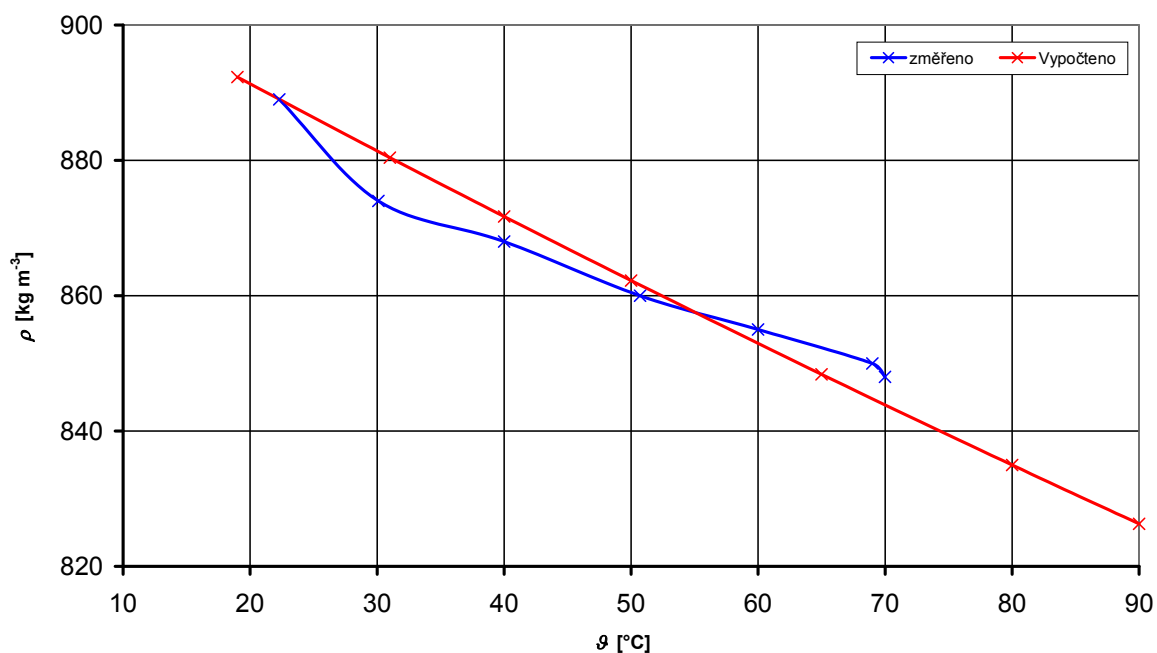
kde ρ_0 je počáteční hustota, t_0 počáteční teplota, t_1 teplota při ρ_1 .

Tab. 3 Naměřené hodnoty hustoty.

ϑ [°C]	ρ [kg m ³]
22,3	889
30,1	874
40	868
50,7	860
60	855
69	850
70	848

Tab. 4 Vypočítané hodnoty hustoty.

ϑ [°C]	ρ [kg m ³]
19	892
31	880
40	872
50	862
65	848
80	835
90	826



Obr. 12 Graf závislosti hustoty na teplotě transformátorového oleje ESTO BNX.

Výrobce udává hodnotu hustoty 895 kg m⁻³ a námi naměřená hodnota byla 889 kg m⁻³ při 22,3 °C a vypočítaná hodnota 892 kg m⁻³ při 19 °C.

2.3.2 Měření dynamické viskozity

Hmotnost kuličky byla změřena dvěma váhami. Váhou RAD WAG WPS 360/C/2 jsme změřili hodnotu 4,455 g a váhou KERN ALS 120-4 hodnotu 4,4593 g. Při porovnání změřených hodnot s katalogovými jsem použil hodnotu 4,455 g. Ostatní parametry jsou uvedeny v (Tab. 5)

Tab. 5 Parametry skleněné kuličky pro měření dynamické viskozity.

	K [mPa cm ³ g ⁻¹]	m [g]	d [mm]	V [cm ³]
Skleněná kulička	0,07	4,455	15,61	1991,6

Dynamická viskozita byla měřena na transformátorovém oleji, získané a vypočítané hodnoty jsou následující:

Hustota ρ_{sk} skleněné kuličky je

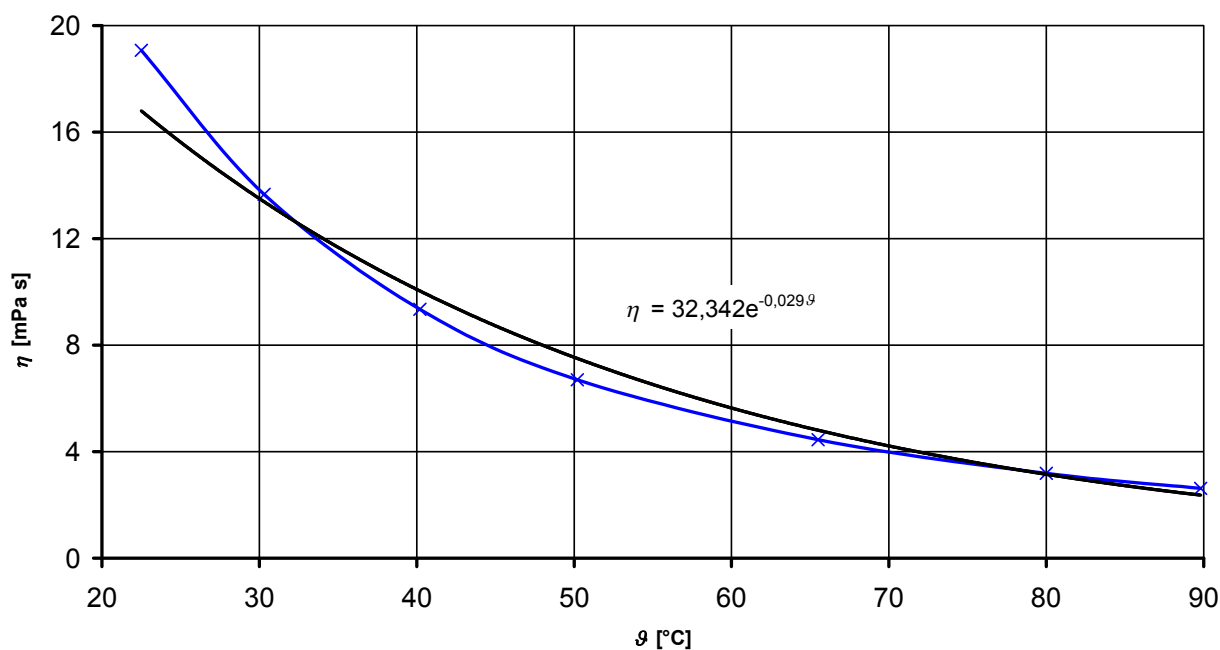
$$\rho_{sk} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{4,455}{\frac{4}{3}\pi 7,805^3} = 2,23 \text{ g cm}^{-3} . \quad (42)$$

Pro výpočet dynamické viskozity byl použit vztah (39) a konkrétní příklad výpočtu pro teplotu 22,5 °C je

$$\eta = \bar{t}(\rho_{sk} - \rho_2)K = 203,16 \cdot (2,23 - 0,889) \cdot 0,07 = 19,07 \text{ mPa s} . \quad (43)$$

Tab. 6 Změřené a vypočítané hodnoty dynamické viskozity.

ϑ [°C]	22,5	30,3	40,2	50,2	65,5	80,0	89,8
ρ_{sp} [g cm ⁻³]	0,889	0,881	0,871	0,862	0,847	0,834	0,826
t_1 [s]	203,49	144,32	97,90	69,66	45,69	32,88	26,58
t_2 [s]	204,61	143,73	98,51	69,72	45,59	32,61	26,44
t_3 [s]	203,57	144,71	97,93	70,24	45,93	32,41	26,64
t_4 [s]	202,91	144,53	97,98	70,41	46,01	32,63	26,71
t_5 [s]	202,41	144,23	98,00	70,53	46,04	32,88	26,53
t_6 [s]	203,51	144,97	98,19	69,61	45,90	32,80	26,86
t_7 [s]	203,63	145,00	98,49	69,86	46,01	32,59	27,01
t_8 [s]	203,17	145,53	98,69	69,44	46,07	32,64	26,46
t_9 [s]	202,16	144,90	98,37	69,86	46,00	32,52	26,63
t_{10} [s]	202,11	145,11	98,57	70,56	46,08	32,62	26,86
$\bar{t}$ [s]	203,16	144,70	98,26	69,99	45,93	32,66	26,67
η [mPa s]	19,07	13,664	9,348	6,702	4,447	3,191	2,621



Obr. 13 Závislost dynamické viskozity na teplotě transformátorového oleje ESTO BNX.

2.3.3 Měření elektrické vodivosti

V průběhu experimentu byl sledován a zaznamenáván nabíjecí proud v závislosti na čase při napětí 500 V pro různé teploty. Změřené hodnoty jsou vyneseny do následujících grafických závislostí.

Při měření každé teploty bylo změřeno 21000 hodnot. Pro lepší práci s hodnotami se použilo prvních 1000 hodnot, kdy se charakteristika grafu hodně měnila, a pak ze zbylých 20000 hodnot pouze každá dvacátá hodnota.

Za pomoci rovnice (35) byla v souladu s předepsanou normou vypočítána hodnota minutové rezistivity, a následně konduktivity transformátorového oleje.

Tab. 7 Hodnoty vnitřní rezistivity a konduktivity pro 500V při různých teplotách.

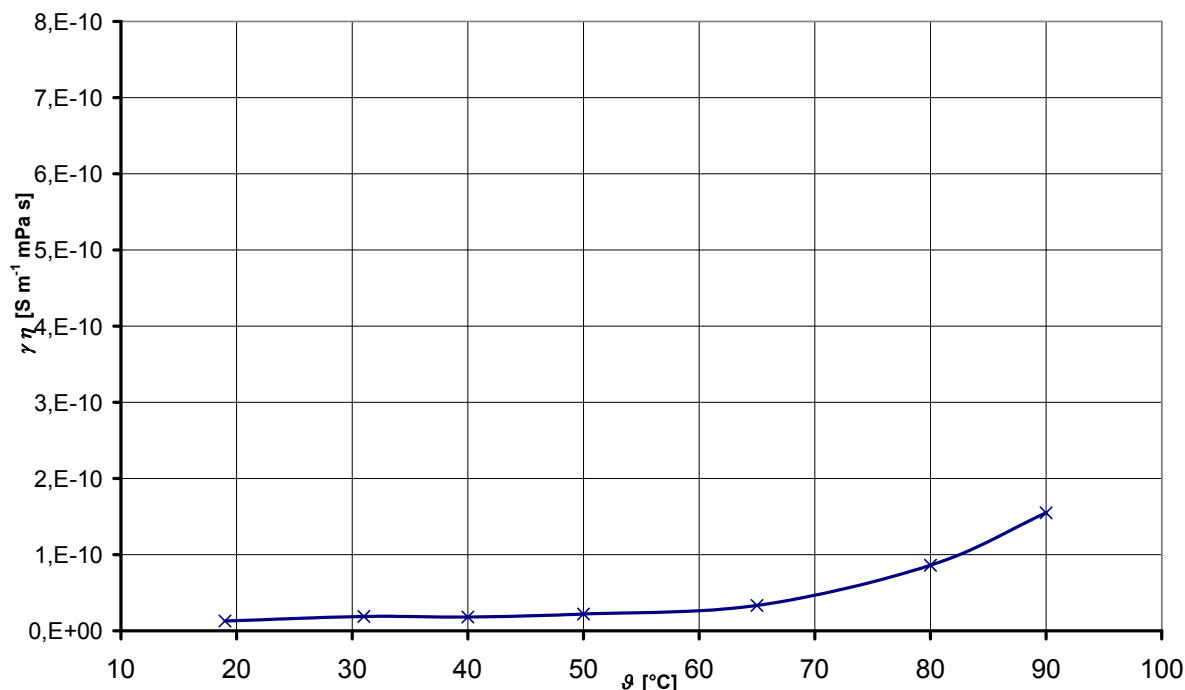
ϑ [°C]	I [A]	R_v [Ω]	ρ_v [$\Omega \text{ m}^{-1}$]	γ [S m^{-1}]
19	2,31E-09	2,16E+11	1,47E+12	6,79E-13
31	4,68E-09	1,07E+11	7,28E+11	1,37E-12
40	6,64E-09	7,53E+10	5,13E+11	1,95E-12
50	1,12E-08	4,47E+10	3,05E+11	3,28E-12
65	2,55E-08	1,96E+10	1,34E+11	7,48E-12
80	9,20E-08	5,43E+09	3,70E+10	2,70E-11
90	2,02E-07	2,48E+09	1,69E+10	5,91E-11

V následujících grafických závislostech jsou vyneseny časové závislosti nabíjecího proudu s parametrem teploty měření transformátorového oleje ESTO BNX. Pro lepší přehlednost byly rozděleny do dvou grafů (Obr. 15 a Obr. 16).

Dále byl použit výpočet pro Waldenovo pravidlo podle (34).

Tab. 8 Vypočítané hodnoty násobku konduktivity a dynamické viskozity.

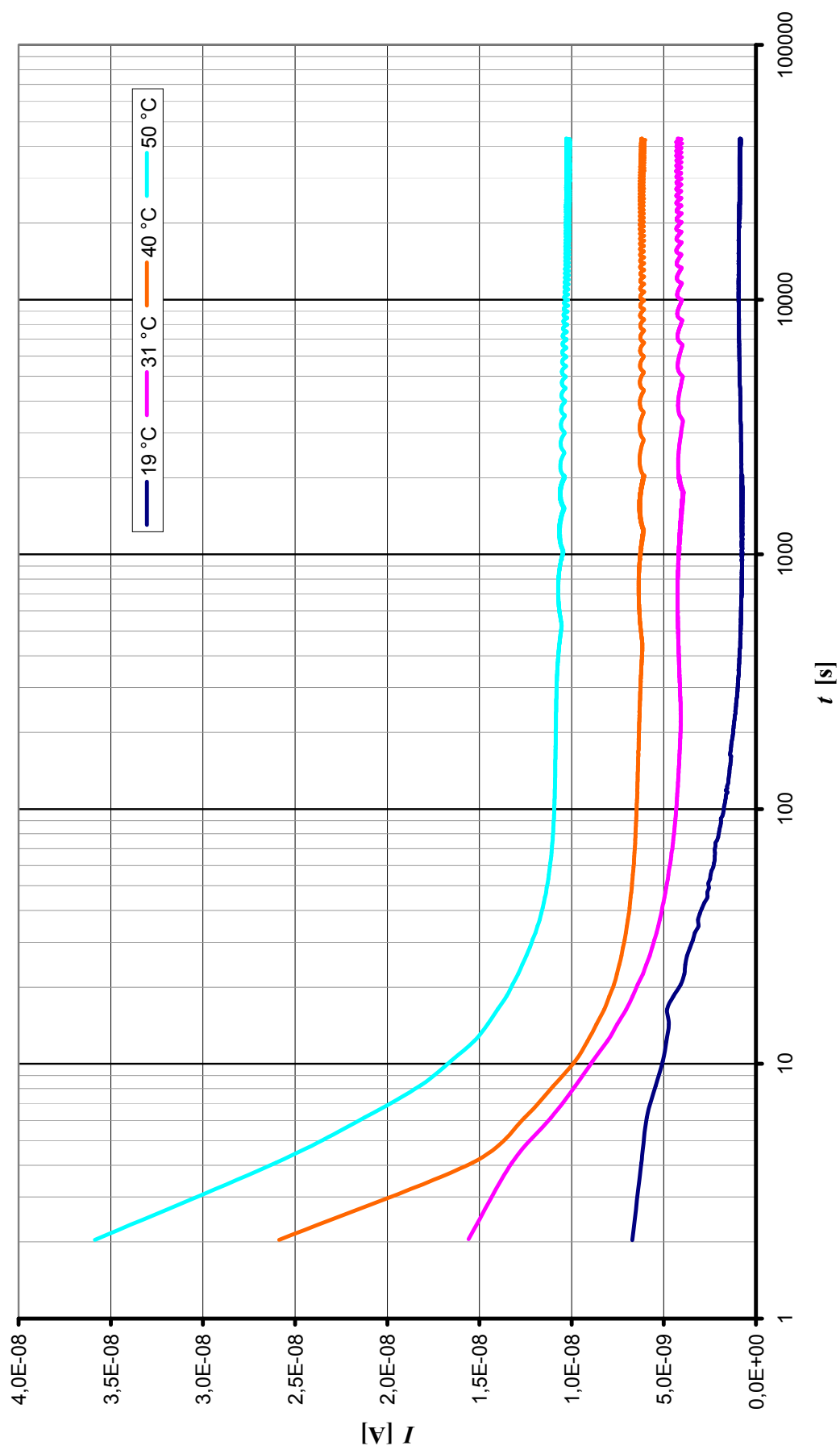
ϑ [°C]	γ [S m^{-1}]	η [mPa s]	$\gamma \eta$ [$\text{S m}^{-1} \text{ mPa s}$]
19	6,79E-13	19,07	1,29E-11
31	1,37E-12	13,66	1,88E-11
40	1,95E-12	9,35	1,82E-11
50	3,28E-12	6,70	2,20E-11
65	7,48E-12	4,45	3,33E-11
80	2,70E-11	3,19	8,62E-11
90	5,91E-11	2,62	1,55E-10



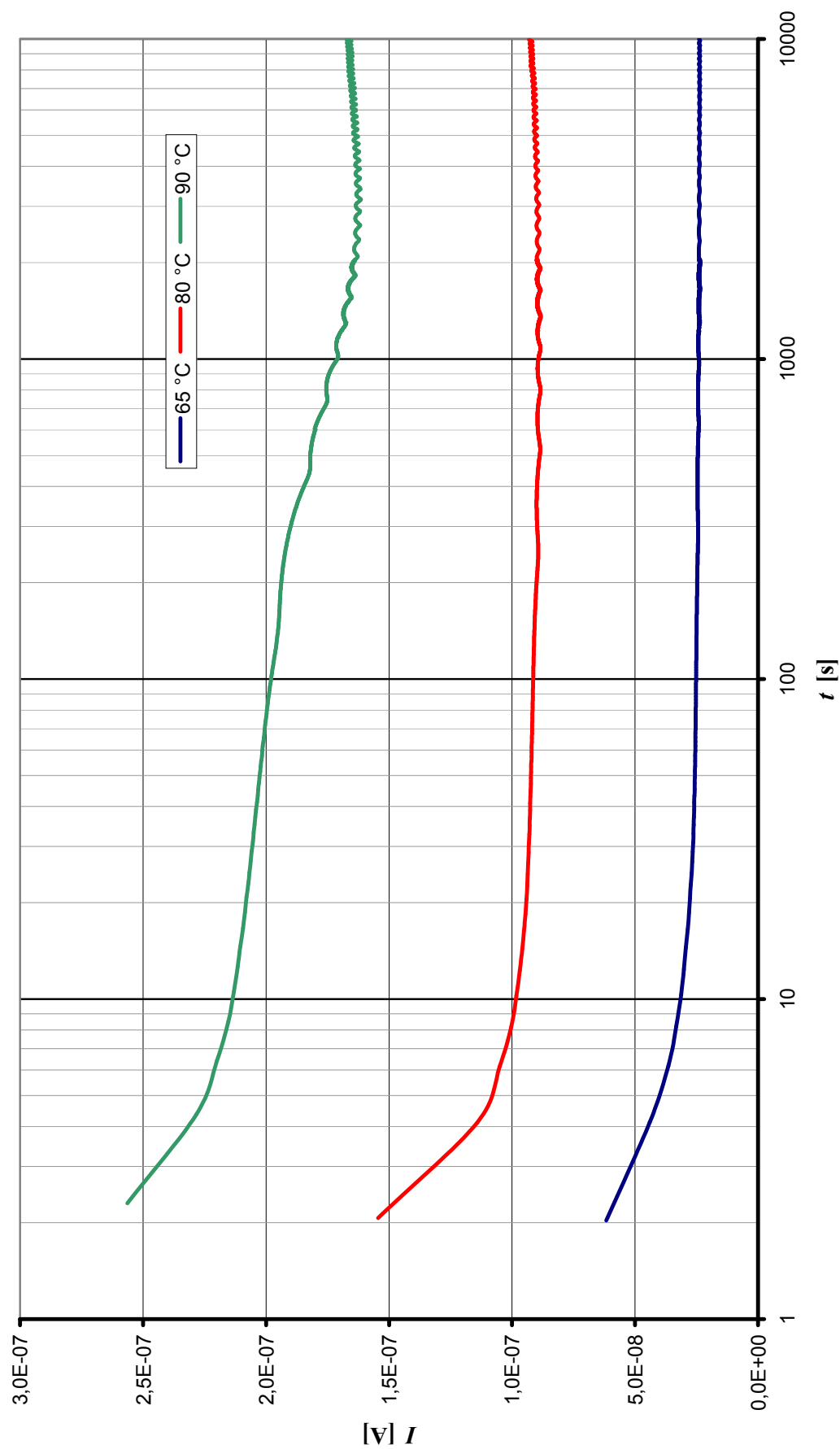
Obr. 14 Graf závislosti násobku konduktivity a dynamické viskozity na teplotě.

Z grafu na (Obr. 14) je patrné, že v rozpětí teplot 19-60 °C je průběh závislosti konstantní a tudíž je možné uplatňovat Waldenův zákon. Od teploty 60 °C má křivka zvyšující se charakter, což nasvědčuje, že ionty jsou vázány s molekulami pevněji než samotné molekuly mezi sebou a neplatí rovnost jejich hodnot vazebních energií, jako v případě nižších teplot. Uvedená skutečnost rovněž souvisí s tím, že se zvětšuje koncentrace volných nosičů elektrického náboje s rostoucí teplotou, která je způsobena disociací molekul příměsí a nečistot.

Výsledky z měření elektrické vodivosti jsou uvedeny v grafech (Obr. 15) a (Obr. 16), v těchto grafech je uveden elektrický proud v závislosti na čase při napětí 500 V a následně tyto hodnoty byli přepočítány na vnitřní rezistivitu a konduktivitu. Katalogová hodnota vnitřní rezistivity je při 20 °C min. $6 \cdot 10^{10} \Omega \text{ m}$, naměřené hodnoty byly nižší pouze pro teploty 80 °C a 90 °C, pro nižší teploty, přibližně od 70 °C, hodnoty vnitřní rezistivity odpovídaly katalogovým nebo byly vyšší, jak je uvedeno v (Tab. 7).



Obr. 15 Graf závislosti nabíjecího proudu na čase transformátorového oleje s parametrem teploty měření (19 - 50 °C).



Obr. 16 Graf závislosti nabíjecího proudu na čase transformátorového oleje s parametrem teploty měření (65 - 90 °C).

3 Závěr

V průběhu experimentu byly sledovány a zaznamenávány hodnoty hustoty, dynamické viskozity a elektrické vodivosti minerálního transformátorového oleje ESTO BNX, který byl dlouhodobě skladován při normálních atmosférických podmínkách. Úkolem experimentu bylo prošetřit možnou změnu vlastností takto skladovaného oleje od parametrů udávaných výrobcem v materiálovém listu, a zda je možné pro toto porovnání použít Waldenův zákon. Bylo zjištěno, že použití Waldenova zákona je možné pouze do teploty 60 °C.

Sledování a zaznamenávání hodnot hustoty probíhalo do teploty 70 °C a dále do teploty 90 °C musely být hodnoty dopočítány, uvedeny jsou v (Tab. 3), (Tab. 4). Hodnoty dynamické viskozity jsou uvedeny v (Tab. 6) a znázorněny v (Obr. 13). Graf má exponenciální průběh a byl aproximován exponenciální funkcí ve tvaru $\eta = 32,342 e^{-0,029 \nu}$. Výsledky z měření elektrické vodivosti jsou uvedeny v grafech (Obr. 15) a (Obr. 16).

Z naměřených hodnot vyplývá, že fyzikální veličiny charakterizující elektrické vlastnosti se, v průběhu dlouhodobého skladování za běžných atmosférických podmínek, výrazně neliší od hodnot uvedených v materiálovém listě. Transformátorový olej lze využít i po delším skladování v technické praxi.

Použitá literatura

- [1] *Density of Fluids - Changing Pressure and Temperature* [online]. 2005 [cit. 2009-05-08]. Dostupný z WWW: <http://www.engineeringtoolbox.com/fluid-density-temperature-pressure-d_309.html>.
- [2] Energetické strojířny Brno, a.s. *Materiálový list transformátorového oleje ESTO BNX*, 2003.
- [3] Jirář, Josef. Autrata, R. Liedermann, K., a spol. *Materiály v elektrotechnice*: Interní texty UETE Vysokého učení technického v Brně
- [4] KEITHLEY INSTRUMENTS. *Instruction manual model 617 programmable electrometer*. [s.l.] : [s.n.], 1988.
- [5] KEITHLEY INSTRUMENTS. *Model 6517A electrometer users manual*. [s.l.] : [s.n.], 2003.
- [6] Kocman, V. *Fyzika a technologie elektrotechnických materiálů* -Izolanty A. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1971.
- [7] MENTLÍK, Václav. *Dielektrické prvky a systémy*. 1. vyd. Praha : BEN - technická literatur, 2006. 240 s. ISBN 80-7300-189-6.
- [8] *Měření viskozity* [online]. [cit. 2008-11-10]. Dostupný z WWW:<vscht.cz/ufmt/cs/pomucky/uhrovah/skripta/Uloha%203.pdf>
- [9] *Metody měření reologických vlastností kapalin* [online]. [cit. 2009-05-06]. Dostupný z WWW: <kf.upce.cz/Reologie%20a%20reometrie%20kapalin.doc>.
- [10] Tettex A.G. Zurich, *Schutzringkondensatoren Typen 2903 und 2904 –Návod k obsluze*.
- [11] VEB MLV PRÜFDERÄTE+WERK MEDINGEN. *Höpplerův viskozimetr B3 – Návod k obsluze*.

Seznam symbolů

$\bar{t}$	[s]	průměrná doba pádu kuličky
β	[°C ⁻¹]	objemová roztažnost
γ	[S m ⁻¹]	Konduktivita
η	[Pa s]	dynamická viskozita
ϑ	[°C]	Teplota
ρ	[kg m ⁻³]	Hustota
ρ_{sp}	[kg m ⁻³]	spočítaná hustota
γ_0	[S m ⁻¹]	hodnota konduktivity při teplotě 0 °C
γ_k	[S m ⁻¹]	elektroforetická vodivost
Δp	[Pa]	tlakový spád
ρ_v	[Ω m]	vnitřní rezistivita
μ	[m ² s ⁻¹ V ⁻¹]	Pohyblivost
A, B	[-]	Konstanta
C_0	[F]	geometrická kapacita
d	[m]	vzdálenost ploch
f, F	[N]	Síla
f_0	[Hz]	kmitočet vlastních tepelných kmitů okolo rovnovážných poloh
g	[m s ⁻²]	tíhové zrychlení
h	[m]	výška sloupce kapaliny
I, I_x	[A]	Proud
K	[mPa cm ³ g ⁻¹]	konstanta kuličky
k	[J.K ⁻¹]	Boltzmannova konstanta
L	[m]	délka trubice
m	[kg]	Hmotnost
n	[m ⁻³]	koncentrace volných nosičů náboje
q	[C]	náboj iontu
R	[Ω]	elektrický odpor
R	[m]	poloměr trubice
r	[m]	Poloměr
S	[m ²]	plocha elektrod
T	[K]	termodynamická teplota
t	[s]	Čas

V	$[\text{m}^{-3}]$	objem kapaliny
ν	$[\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$	kinetická viskozita
v, v_0	$[\text{m.s}^{-1}]$	Rychlost
W	$[\text{kJ mol}^{-1}]$	výška potenciálové bariéry
y	$[\text{m}]$	výška smýkané vrstvy kapaliny
z	$[-]$	počet přeskoků