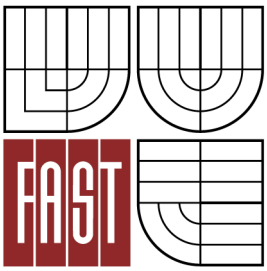
VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

# NUMERICKÉ MODELY PRO POSUZOVÁNÍ STABILITY ZEMNÍHO SVAHU

NUMERICAL PATTERNS FOR EVALUATION OF THE STABILITY SLOPE

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE — Bc. JAN EKR
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — Ing. ROMAN GRATZA, Ph.D.
SUPERVISOR

BRNO 2012

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
# FAKULTA STAVEBNÍ

| | |
|---|---|
| **Studijní program** | N3607 Stavební inženýrství |
| **Typ studijního programu** | Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia |
| **Studijní obor** | 3608T001 Pozemní stavby |
| **Pracoviště** | Ústav stavební mechaniky |

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

| | |
|---|---|
| **Diplomant** | Bc. Ekr Jan |
| **Název** | Numerické modely pro posuzování stability zemního svahu |
| **Vedoucí diplomové práce** | Ing. Roman Gratza, Ph.D. |
| **Datum zadání diplomové práce** | 31. 3. 2011 |
| **Datum odevzdání diplomové práce** | 13. 1. 2012 |

V Brně dne 31. 3. 2011

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÁ V BRNĚ Fakulta stavební DĚKANÁT

.....
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu

.....
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

**Podklady a literatura**

[1] Bittnar, Z., Šejnoha, J. Numerické metody mechaniky 1, 2. Vydavatelství ČVUT, Praha: 1992.
[2] Kolář, V., Němec, I., Kanický, V. FEM – Principy a praxe metody konečných prvků. Vydavatelství Computer Press, 1997.
[3] Mencl, V. Mechanika zemin a skalních hornin. Academia, Praha: 1966.
[4] Weiglová, K. Mechanika zemin. Akademické nakladatelství, Brno: 2007.
[5] Theory Reference – ANSYS, release 12.0.

**Zásady pro vypracování**

V rámci posuzování stability zemních těles využít vhodné metody pro stanovení napjatosti zemního svahu při různých návrhových situacích. Řešení realizovat na bázi metody konečných prvků s využitím programového systému ANSYS. Výsledky porovnat s klasickými přístupy určování stupňů stability zemních svahů.

**Předepsané přílohy**

Licenční smlouva o zveřejňování vysokoškolských kvalifikačních prací

.....

Ing. Roman Gratza, Ph.D.
Vedoucí diplomové práce

**Abstrakt**
V diplomové práci se řeší numerické modely pro posuzování stability zemních těles. Výpočty byly provedeny metodou konečných prvků pro různé návrhové situace s využitím programového systému ANSYS. Výsledky byly porovnány s klasickými přístupy určování stupňů stability zemních svahů.

**Klíčová slova**
svah, zemina, posouzení, analýza, stupeň stability, redukce smykových parametrů, Drucker-Prager, Petterson, Bishop, ANSYS

**Abstract**
The master's thesis deals with numerical patterns for evaluation of the stability slopes. Solutions have been made with finite element method for different design situations with using programme system ANSYS. The results were compared with conventional approaches determining of the slope safety factor.

**Keywords**
slope, soil, evaluation, analysis, safety factor, shear strength reduction, Drucker-Prager, Petterson, Bishop, ANSYS

**Bibliografická citace VŠKP**

EKR, Jan. *Numerické modely pro posuzování stability zemního svahu.* Brno, 2012. 60 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce Ing. Roman Gratza, Ph.D.

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně, a že jsem uvedl všechny použité, informační zdroje.

V Brně dne 12. 1. 2012

.....

podpis autora

**Poděkování**

Chtěl bych poděkovat všem, kteří se mi věnovali a měli se mnou trpělivost při psaní této diplomové práce. Vřele děkuji hlavně mému vedoucímu diplomové práce Ing. Romanu Gratzovi, Ph.D. Oceňuji jeho snahu předat mi co nejvíce ze svých odborných znalostí. Jsem mu za tento přístup velmi vděčný.

# Obsah

**1 Úvod ..... 2**

**2 Vlastnosti zemin ..... 3**

2.1 Popisné vlastnosti ..... 3

2.2 Mechanické vlastnosti ..... 5

2.2.1 Pevnost zemin ..... 5

2.2.2 Vliv pórového tlaku na pevnost zeminy ..... 7

2.2.3 Stlačitelnost ..... 8

2.2.4 Základní typy smykových zkoušek ..... 8

2.3 Kategorie zemin ..... 9

**3 Klasické metody řešení stability svahů ..... 15**

3.1 Pettersonova metoda ..... 15

3.2 Bishopova metoda ..... 17

3.3 Algoritmus řešení ..... 18

**4 Numerické modelování metodou konečných prvků ..... 25**

4.1 Metoda redukce smykových parametrů pevnosti ..... 25

4.2 Mohrova-Coulombova podmínka plasticity ..... 27

4.3 Druckerova-Pragerova podmínka plasticity ..... 28

4.4 Použité konečné prvky ..... 31

**5 Řešené příklady ..... 33**

5.1 Srovnání klasických a moderních metod ve 2D ..... 33

5.1.1 Jednovrstvý svah – parametrická studie ..... 33

5.1.2 Vícevrstvý svah ..... 43

5.2 Výpočet moderními metodami ve 3D ..... 49

**6 Závěr ..... 53**

**7 Literatura a zdroje ..... 54**

**8 Seznam symbolů ..... 55**

**PŘÍLOHA ..... 57**

# 1 Úvod

Diplomová práce se zabývá numerickými modely pro posuzování stability svahu. Obvykle se úloha určení míry bezpečnosti stability svahu řeší při návrhu či posouzení dopravních, vodních, pozemních a dalších staveb. Cílem numerického modelování je získání kvalifikovaných informací pro bezpečné posouzení přírodních či uměle vytvořených svahů. Bohužel i v současné době jsou známy případy, kdy nestabilní svah způsobí velké škody na majetku nebo dokonce i ztráty na životech. Projektované svahy je přitom navíc často nutné ekonomicky navrhnout.

V druhé kapitole práce jsou uvedeny základní popisné a mechanické vlastnosti zemin, které jsou potřebné při zadávání vstupních údajů pro materiálové charakteristiky do výpočtů. Zařazení zemin do kategorií vychází z dřívějších i současně platných norem.

Ve třetí kapitole jsou popsány klasické metody řešení stability svahů, a to zejména Pettersonova metoda a Bishopova metoda. Jelikož je ruční výpočet těmito metodami časově náročný, byl jako pomocný nástroj vytvořen vlastní program. Je napsán v jazyce C# na platformě .NET Framework 4.0. Algoritmus, podle kterého byl program vytvořen, je rovněž stručně popsán.

Ve stěžejní čtvrté kapitole je popsáno řešení stability svahu pomocí metody konečných prvků. Výpočet se provádí metodou redukce smykových parametrů (SSR Shear Strength Reduction) společně s využitím materiálového modelu s vnitřním třením postihujícím plastické chování. Jsou uvedeny materiálové modely, které se hodí pro řešení zemin. Patří mezi ně Mohrův-Coulombův a Druckerův-Pragerův materiálový model.

V páté kapitole jsou prezentovány příklady řešení stability svahu metodou konečných prvků, jejichž výsledky jsou srovnávány s klasickými metodami. Navíc byla provedena parametrická studie, která poukazuje na vliv jednotlivých vstupních parametrů.

V závěrečné části práce jsou zhodnoceny výsledky z provedených numerických studií a shrnut postup pro řešení úloh stability svahů metodou konečných prvků.

# 2 Vlastnosti zemin

Zemina je z fyzikální stránky velmi složitý materiál. Od jiných látek se liší hlavně tím, že sestává ze tří složek (pevné, kapalné a plynné) [7]. Vzájemný poměr těchto tří složek a jejich vzájemný vztah je faktorem, který výrazně ovlivňuje chování zeminy jako celku.

Vlastnosti zemin lze rozdělit na

- popisné (indexové),
- mechanické.

## 2.1 Popisné vlastnosti

Popisné vlastnosti charakterizují zeminu, definují její stavbu a určují množství pevné, kapalné a plynné složky. Mezi tyto vlastnosti patří např. objemová tíha, vlhkost, pórovitost, stupeň nasycení, konzistence, zrnitost atd.

Pro výpočet **objemové tíhy** zeminy je potřebné znát nejprve její hustotu. Je to hmotnost jednotkového objemu zeminy. Uvažuje se tedy s hmotností pevných částic a pórů, které mohou být vyplněny vodou či vzduchem. Pro hustotu platí

$$\rho = \frac{m}{V}, \tag{2.1}$$

kde $m$ je hmotnost daného objemu zeminy a $V$ je objem zeminy.

Rozeznává se [7]

- hustota v přirozeném uložení (všeobecný případ, trojsložkový systém) $\rho$,
- hustota nasycené zeminy (dvojsložkový systém) $\rho_{sat}$,
- hustota suché zeminy (jednosložkový systém) $\rho_{d}$,
- hustota pod hladinou vody $\rho_{su}$.

V půdně-mechanických výpočtech se uvažuje objemová tíha zeminy ($\gamma_{sat}$, $\gamma_{d}$, $\gamma_{su}$) vztahem [7]

$$\gamma = g \cdot \rho, \tag{2.2}$$

kde $g$ je tíhové zrychlení.

**Vlhkost** je důležitým faktorem, který ovlivňuje chování zeminy. Např. zvýšením vlhkosti se sníží pevnost jílovitých zemin. Voda v zemině je buď vázána chemicky na pevné částice, nebo je obsažena v pórech. Jako vlhkost zeminy označujeme pouze množství vody obsažené v pórech [3]. Tuto vodu lze odstranit zahřátím na teplotu mírně nad 100 °C. Chemicky vázanou vodu lze z části odstranit dalším zvýšením teploty. Vlhkost se stanovuje dle výrazu [7]

$$w = \frac{m_{\mathrm{w}}}{m_{\mathrm{d}}} \cdot 100, \tag{2.3}$$

kde $m_w$ je hmotnost vody ve vzorku a $m_d$ je hmotnost vzorku zeminy po vysušení.

**Pórovitost** udává poměr objemu pórů k celkovému objemu zeminy [7]

$$n = \frac{V_{\text{pórů}}}{V_{\text{zeminy}}} = \frac{\rho_s - \rho_d}{\rho_s} \cdot 100, \tag{2.4}$$

kde $\rho_s$ je hustota pevných částic a $\rho_d$ je hustota suché zeminy.

**Stupeň nasycení** udává, jaká část objemu pórů je vyplněna vodou [7]

$$S_r = \frac{V_{\text{vody}}}{V_{\text{pórů}}}, \tag{2.5}$$

kde $V_{\text{vody}}$ je objem vody v pórech a $V_{\text{pórů}}$ je objem pórů.

**Konzistence** je významná charakteristická vlastnost jílovitých zemin. Při různém obsahu jílovitých minerálů a jejich odlišné povaze může zemina při stejné vlhkosti vykazovat různé chování. Vyplývá to z rozdílného chemického složení daných jílovitých částic, které působí různými silovými účinky na molekuly vody.

Podle obsahu vody může být zemina v některém z konzistenčních stavů uvedených v tab. 2.1, kde $w_s$ je mez smrštitelnosti, $w_p$ je mez plasticity a $w_l$ je mez tekutosti. Dané meze jsou zjištěny z laboratorních zkoušek.

Tab. 2.1 Konzistenční meze

<table>
<tr><td colspan="4">Stav</td></tr>
<tr><td rowspan="2">tvrdý</td><td rowspan="2">pevný</td><td colspan="2">plastický</td><td rowspan="2">tekutý</td></tr>
<tr><td>tuhý</td><td>měkký</td></tr>
<tr><td colspan="2">$w_s$</td><td colspan="2">$w_p$</td><td>$w_l$</td></tr>
</table>

**Index plasticity $I_p$** je rozdíl meze tekutosti $w_l$ a meze plasticity $w_p$. Stanovuje rozsah vlhkosti, ve kterém je zemina plastická [7]

$$I_p = w_l - w_p\,. \tag{2.6}$$

**Stupeň konzistence $I_c$** vyjadřuje konzistenční stav zeminy. Je dán vztahem

$$I_c = \frac{w_l - w}{w_l - w_p} = \frac{w_l - w}{I_p}\,. \tag{2.7}$$

**Zrnitost** je významná charakteristika zeminy. Stanovuje podíl jednotlivých frakcí zrn na celkovém množství. Znázorňuje se graficky křivkou zrnitosti. Ta se vynáší do grafu, kde na vodorovné osy jsou v logaritmické stupnici průměry zrn a na svislé lineární stupnici podíly

zrn v procentech. Pro stanovení zrnitosti se používá síťový rozbor pro nesoudržné zeminy a aerometrická zkouška pro soudržné zeminy.

## 2.2 Mechanické vlastnosti

Velice významné jsou mechanické vlastnosti, neboť přímo ovlivňují statické řešení. Patří mezi ně např. pevnost a deformační charakteristiky. Podle mechanických vlastností se rozeznávají zeminy soudržné a nesoudržné.

Mezi **soudržné zeminy** patří jílovité zeminy. Smyková pevnost soudržných zemin je určena úhlem vnitřního tření $\varphi$ a také soudržností (kohezí) $c$. Soudržnost je způsobena solemi a silovými účinky mezi jílovými minerály a částicemi vody [3]. Z toho vyplývá, že obsah vody ovlivňuje pevnost soudržných zemin. S větším obsahem vody se soudržnost zmenšuje. Díky kohezi mohou tyto zeminy přenést i napětí v tahu. Soudržné zeminy mají malou propustnost, proto jejich konsolidace probíhá dlouhodobě.

K **nesoudržným zeminám** patří sypké zeminy (štěrky, písky). Smyková pevnost je dána úhlem vnitřního tření. Soudržnost (koheze) u nesoudržných zemin je rovna nule. Tyto zeminy mají dobrou propustnost, a proto u nich dochází k rychlejší konsolidaci. Mechanické vlastnosti nezávisí na vlhkosti, ale na ulehlosti (pórovitosti), dále na granulometrickém složení a tvaru zrn, pod hladinou podzemní vody na směru spádu vody [7].

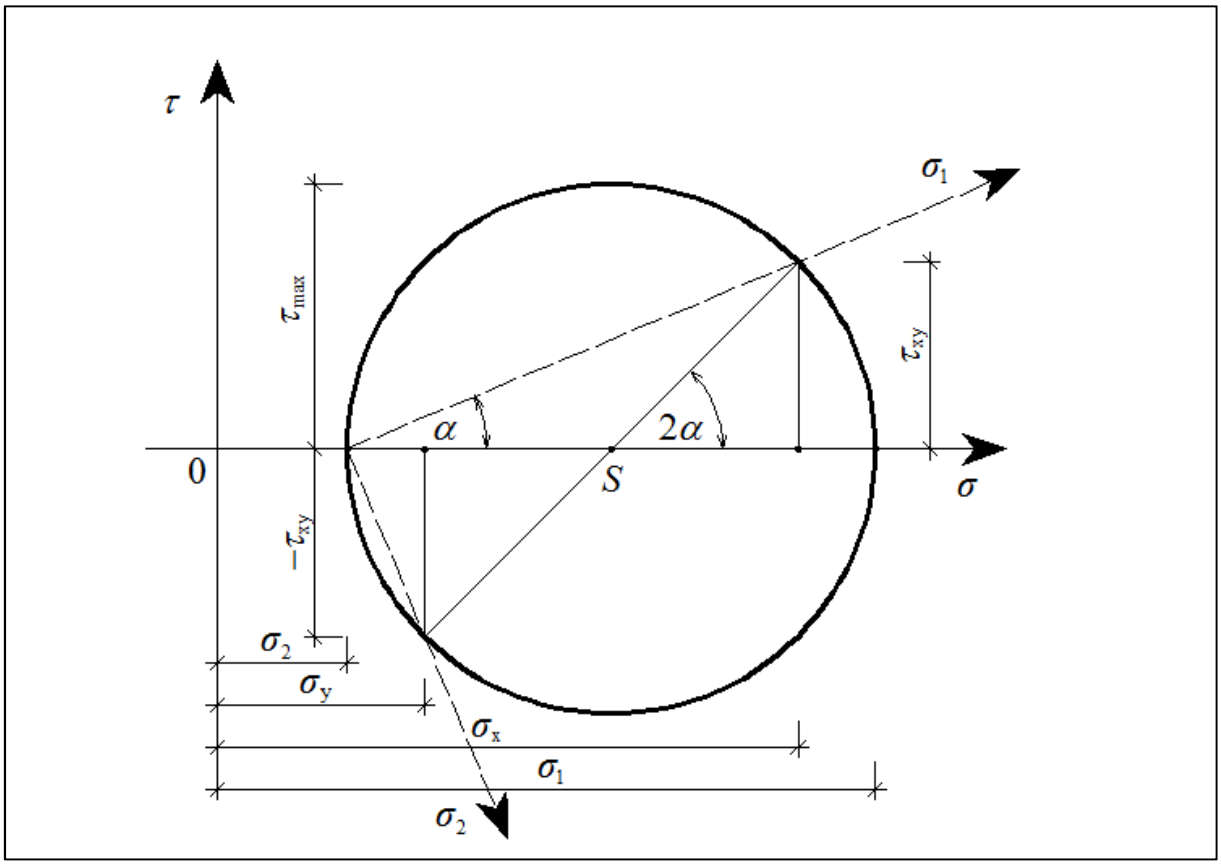
### 2.2.1 Pevnost zemin

Zeminy se nejčastěji porušují smykovým namáháním, proto je pro statické posouzení nutné určit jejich smykovou pevnost. Obecně je pevnost ve smyku $\tau_f$ vyjádřena Coulombovým vztahem [7]

$$\tau_{\mathrm{f}} = \sigma \cdot \mathrm{tg}\,\varphi + c, \tag{2.8}$$

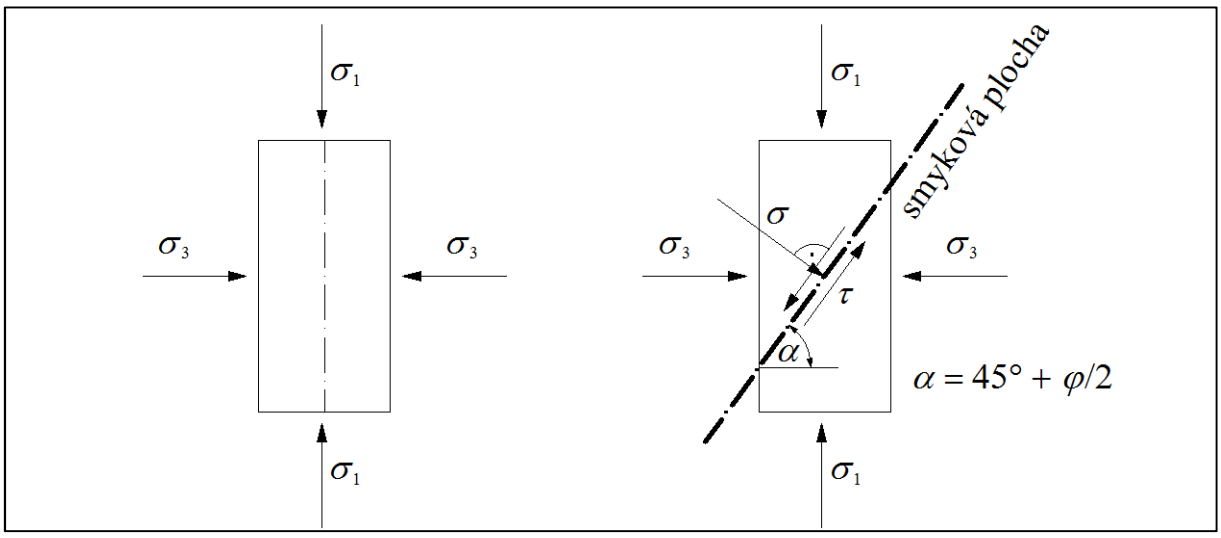
kde $\tau_{\mathrm{f}}$ je tangenciální napětí na smykové ploše (vnitřní odpor zeminy), $\sigma$ je normálové napětí působící kolmo na smykovou plochu porušení, $c$ je soudržnost a $\varphi$ je úhel vnitřního tření zeminy.

K zobrazení stavu napjatosti v bodě tělesa se používá Mohrova kružnice, viz obr. 2.1. Její jednotlivé body znázorňují svými souřadnicemi napětí k jednotlivým různě skloněným řezům v tomto bodě tělesa [3]. Lze nalézt řez, na kterém nebude působit smykové napětí, ale pouze extrémní normálová napětí $\sigma_2 < \sigma_1$ (pro případ rovinné úlohy). Tyto napětí se označují jako hlavní napětí. Napjatost v bodě je definována pokud známe působící napětí pro libovolný sklon řezu v daném bodě.

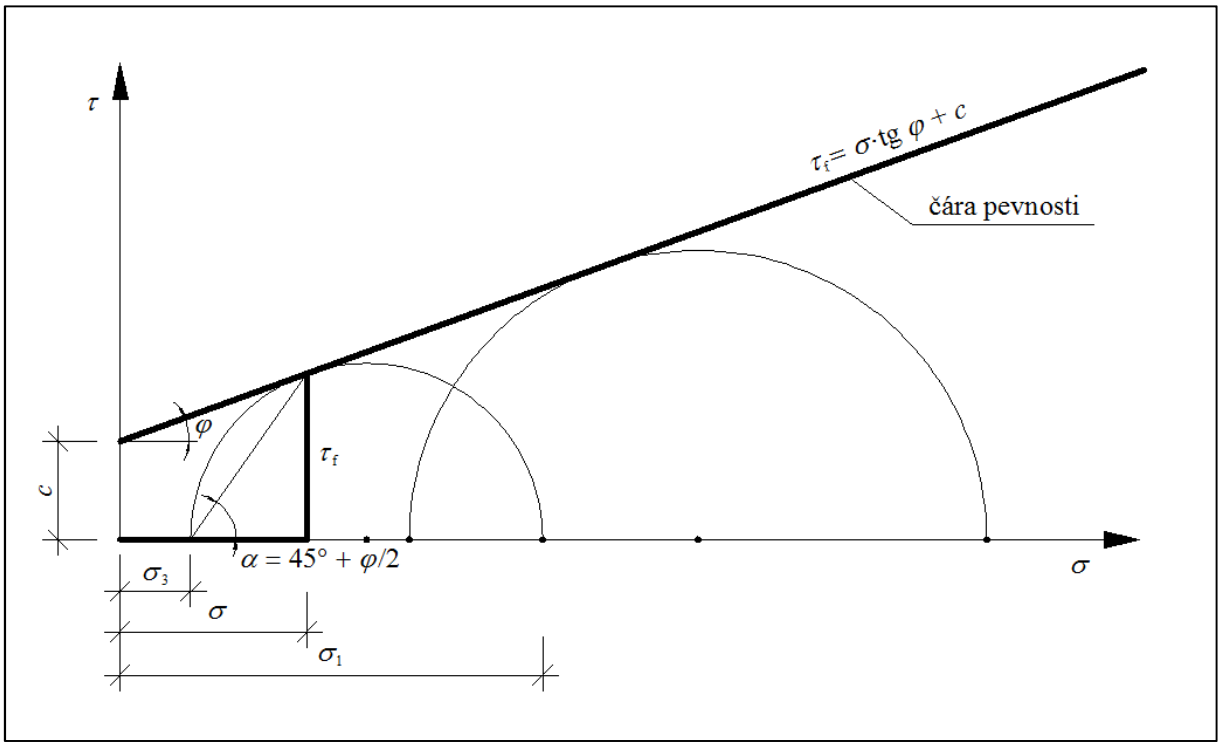



Obr. 2.1 Mohrova kružnice [4]

K získání smykových parametrů zeminy lze použít Mohrovu kružnici. Zatěžuje-li se vzorek ve tvaru válce napětím $\sigma_1$, $\sigma_2$ a $\sigma_3$ dle obr. 2.2, kde $\sigma_2$ je totožné se $\sigma_3$, dojde k jeho porušení. Z výsledného napětí při porušení sestrojíme Mohrovu kružnici. Tento postup se provede pro více vzorků se změnou napětí $\sigma_3$. Pro jiné napětí $\sigma_3$ dostaneme odlišné napětí $\sigma_1$. Sestrojí-li se obalová čára daných kružnic, získá se čára pevnosti dle Coulomba, viz obr. 2.3. Z daného grafu lze odečíst úhel vnitřního tření $\varphi$ a kohezi $c$.




Obr. 2.2 Zatěžování vzorku [7]




Obr. 2.3 Mohrovo-Coloumbovo zobrazení [7]

### 2.2.2 Vliv pórového tlaku na pevnost zeminy

Voda významně ovlivňuje mechanické chování zeminy. Působí-li normálové napětí na soudržnou zeminu, část tohoto napětí přenese voda v pórech a část se přenese na pevnou složku zeminy. Napětí vzniklé ve vodě se označuje jako pórový tlak (neutrální napětí) $u$ a napětí, které přenáší zemina je napětí efektivní $\sigma_{ef}$. Celkové napětí se označuje jako napětí totální

$$\sigma_{tot} = \sigma_{ef} + u. \tag{2.9}$$

Změnou zatížení se změní i velikost pórového tlaku, ten se dále mění i při působení konstantního zatížení (probíhá konsolidace). Je to dáno tím, že voda v pórech nemá kam uniknout. Rychlost změny pórového tlaku je tedy ovlivněna propustností zeminy. Z toho vyplývá, že konsolidace probíhá rychleji u zemin s větší propustností, jako jsou písky a štěrky. Naopak u zemin s malou propustností, např. jíly, probíhá pomalu, většinou déle než bývá životnost stavby. Z tohoto důvodu se rozlišují totální a efektivní parametry zemin. Totální parametry $c_u$ a $\varphi_u$ jsou zjišťovány na neodvodněných vzorcích. Charakterizují tedy zeminu, která nestačila zkonsolidovat během životnosti stavby. Naopak efektivní parametry $c_{ef}$ a $\varphi_{ef}$ jsou zjišťovány na odvodněných (zkonsolidovaných) vzorcích a jsou používány pro zeminy, které zkonsolidují již během výstavby.

S ohledem na vyjádření smykové pevnosti (rovnice 2.8) lze řešení stability provést [5]

a) v totálních napětích za využití totálních parametrů smykové pevnosti, kdy platí

$$\tau_{\mathrm{f}} = \sigma_{\mathrm{tot}} \cdot \mathrm{tg}\, \varphi_u + c_u. \tag{2.10}$$

Při výpočtu se vychází z totálního zatížení na smykové ploše. Vliv tlaku vody v pórech se neuvažuje, je zahrnut ve smykových parametrech.

b) v efektivních napětích s použitím pórového tlaku *u*, kdy platí

$$\tau_{\mathrm{f}} = (\sigma_{\mathrm{tot}} - u) \cdot \mathrm{tg}\, \varphi_{\mathrm{ef}} + c_{\mathrm{ef}} = \sigma_{\mathrm{ef}} \cdot \mathrm{tg}\, \varphi_{\mathrm{ef}} + c_{\mathrm{ef}}. \tag{2.11}$$

Pro výpočty se někdy používá koeficient pórového tlaku $r_{\mathrm{u}}$, který je definován jako poměr mezi změřenou hodnotou pórového tlaku a svislým totálním geostatickým napětím v zemině [11]

$$r_{\mathrm{u}} = \frac{u}{\gamma \cdot H}, \tag{2.12}$$

kde γ je objemová tíha zeminy a *H* je výška zeminy.

### 2.2.3 Stlačitelnost

Vnesením napětí do zeminy dochází k její deformaci. Nejprve nastává primární deformace, kdy je vytlačována voda z pórů. Při dalším zatěžování nastává deformace sekundární, kdy se deformují pevné částice zeminy. Velikost deformace při daném zatížení je ovlivněna edometrickým modulem přetvárnosti $E_{\mathrm{oed}}$ nebo deformačním modulem $E_{\mathrm{def.}}$

Edometrický modul přetvárnosti $E_{\mathrm{oed}}$ se používá tam, kde se zemina nemůže deformovat do stran. Deformace tedy probíhá pouze v jednom směru. Naopak modul přetvárnosti je používán v situaci, kdy se zemina může deformovat do stran. Mezi edometrickým modulem $E_{\mathrm{oed}}$ a modulem přetvárnosti $E_{\mathrm{def}}$ existuje vztah který je definován jako [7]

$$E_{\mathrm{oed}} = \frac{1}{\delta} E_{\mathrm{def}}, \tag{2.13}$$

$$\delta = 1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}, \tag{2.14}$$

kde $\nu$ je Poissonův součinitel.

### 2.2.4 Základní typy smykových zkoušek

V závislosti na tom, které parametry smykové pevnosti je potřebné získat, rozlišují se následující typy zkoušek [7].

Smyková zkouška neodvodněná, nekonsolidovaná (typ UU), u které nedochází k odvodnění vzorku ani k poklesu pórového napětí ve vzorku. Používá se u soudržných zemin. Výsledkem laboratorní zkoušky jsou totální parametry smykové pevnosti $\varphi_u$ a $c_u$. Pro jejich stanovení se používá triaxiální smykový přístroj.

Smyková zkouška odvodněná, konsolidovaná (typ CD), u které dochází k odvodnění vzorku a pórový tlak je nulový. Používá se u nesoudržných zemin. Výsledkem laboratorní zkoušky jsou efektivní parametry smykové pevnosti $\varphi_{\mathrm{ef}}$ a $c_{\mathrm{ef}}$. Pro jejich stanovení se používá smykový krabicový přístroj.

Smykové zkoušky konsolidované, neodvodněné, s měřením pórového tlaku (typ CIUP, CAUP). Tyto zkoušky se provádějí na smykovém triaxiálním přístroji. Používají se na soudržné zeminy. Výsledkem jsou totální i efektivní parametry smykové pevnosti $\varphi_{\mathrm{u}}$, $c_{\mathrm{u}}$ a $\varphi_{\mathrm{ef}}$, $c_{\mathrm{ef}}$.

## 2.3 Kategorie zemin

Základním parametrem pro pojmenování minerálních zemin je velikost zrna. V tab. 2.2 jsou uvedeny názvy pro každou třídu zrnitosti.

Tab. 2.2 Velikost zrn frakcí [8]

| Skupiny zemin | Frakce | Značka | Velikost zrn [mm] |
|---|---|---|---|
| velmi hrubozrnná zemina | velký balvan | LBo | od 630 |
| | balvan | Bo | od 200 do 630 včetně |
| | valoun | Co | od 63 do 200 včetně |
| hrubozrnná zemina | štěrk | Gr | od 2,0 do 63 včetně |
| | hrubozrnný štěrk | CGr | od 20 do 63 včetně |
| | střednězrnný štěrk | MGr | od 6,3 do 20 včetně |
| | jemnozrnný štěrk | FGr | od 2,0 do 6,3 včetně |
| | písek | Sa | od 0,063 do 2,0 včetně |
| | hrubozrnný písek | CSa | od 0,63 do 2,0 včetně |
| | střednězrnný písek | MSa | od 0,2 do 0,63 včetně |
| | jemnozrnný písek | FSa | od 0,063 do 0,2 včetně |
| jemnozrnná zemina | prach | Si | od 0,002 do 0,063 včetně |
| | hrubozrnný prach | CSi | od 0,02 do 0,063 včetně |
| | střednězrnný prach | MSi | od 0,0063 do 0,02 včetně |
| | jemnozrnný prach | FSi | od 0,002 do 0,0063 včetně |
| | jíl | CL | do 0,002 včetně |

Zeminy se většinou skládají z více frakcí. Hlavní frakce, která předurčuje inženýrské vlastnosti, se označuje podstatným jménem a ve značce je uváděna velkými písmeny. Vedlejší frakce, které ovlivňují vlastnosti zeminy, se označují jedním nebo více přídavnými jmény a ve značce jsou uvedeny malými písmeny [8]. Například písčitý štěrk se označí jako saGr.

Zatřiďování zemin do příslušných skupin musí probíhat pouze na základě složení zeminy. Na zatřiďování nemá vliv vlhkost ani ulehlost. V úvahu pro zatřiďování se berou následující vlastnosti zeminy [9]:

- zrnitost,
- plasticita,
- obsah organických látek,
- geneze.

Zatřiďování hrubozrnných a velmi hrubozrnných zemin se provádí pouze na základě zrnitostního rozboru. Jestliže je v zemině zastoupena jemná i hrubá frakce, pak zatřiďování této zeminy musí být založeno jak na určení plasticity, tak na zrnitosti zeminy [9].

Jemná frakce zeminy reprezentovaná jílem, siltem a jílovými minerály, která se může vyskytovat samostatně nebo ve směsi s hrubším materiálem, se obvykle klasifikuje podle plasticity. Plasticita se stanovuje laboratorními zkouškami meze tekutosti $w_l$ a meze plasticity $w_p$. Stupeň plasticity jemnozrných zemin má být pojmenován pomocí uvedeného názvosloví [9]:

a) neplastické,
b) nízká plasticita,
c) střední plasticita,
d) vysoká plasticita.

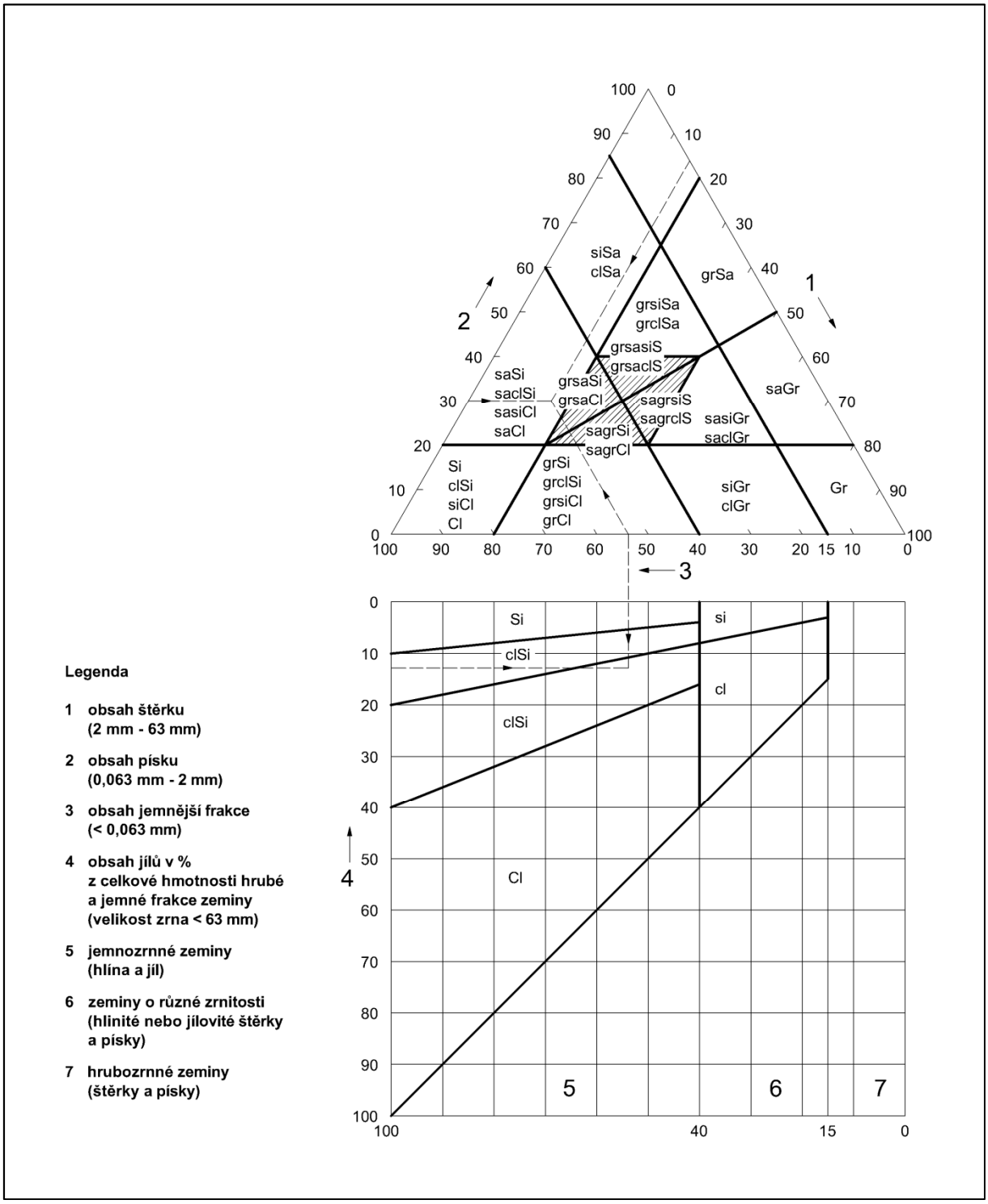
Zeminy se dají zatřiďovat podle řady dalších parametrů. Patří mezi ně např. ulehlost, stupeň konzistence, stupeň nasycení, propustnost, součinitel stlačitelnosti.

Názvy stupňů konzistence $I_c$ uvádí tabulka 2.3.

Tab. 2.3 Index konzistence $I_c$ prachů a jílů [9]

| Konzistence hlín a jílů | Index konzistence |
|---|---|
| Velmi měkké | < 0,25 |
| Měkké | 0,25 až 0,50 |
| Tuhé | 0,50 až 0,75 |
| Pevné | 0,75 až 1,0 |
| Velmi pevné | > 1,00 |

Diagram pro zatřiďování zeminy pouze na základě zrnitosti je uveden na obr. 2.4. Velmi hrubozrné zeminy se zatřiďují mimo tento diagram.




Obr. 2.4 Zatřiďování zemin pouze na základě zrnitosti [9]

Pro získání mechanických vlastností pro zatříděnou zeminu je nutné provést laboratorní smykové zkoušky. Starší norma ČSN 73 1001 [10] uvádí pro kategorie zemin mechanické

parametry. Tyto mechanické parametry jsou uvedeny tab. 2.4 pro jílové zeminy F1-F8, v tab. 2.5 pro písčité zeminy S1-S5 a v tab. 2.6 pro štěrkovité zeminy G1-G5, viz [10].

Tab. 2.4 Směrné normové charakteristiky jílovitých zemin [10], [7]

| Třída | Symbol | Charakteristika | | Konzistence | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | měkká | tuhá | pevná | | tvrdá | |
| | | | | - | - | $S_r > 0,8$ | $S_r < 0,8$ | $S_r > 0,8$ | $S_r < 0,8$ |
| F1 | MG | $\nu, \delta, \gamma$ | kN/m$^3$ | $\nu = 0,35$; $\delta = 0,62$; $\gamma = 19,0$; | | | | vyšetří se zkouškami | |
| | | $E_{def}$ | MPa | 5 až 10 | 10 až 20 | 12 až 21 | 15 až 30 | | |
| | | $c_u$ | kPa | 40 | 70 | 70 | 70 až 80 | | |
| | | $\varphi_u$ | ° | 0 | 0 | 10 | 12 až 15 | | |
| | | $c_{ef}$ | kPa | 4 až 12 | | 8 až 16 | 12 až 16 | 16 až 24 | |
| | | $\varphi_{ef}$ | ° | 26 až 32 | | | | | |
| F2 | CG | $\nu, \delta, \gamma$ | kN/m$^3$ | $\nu = 0,35$; $\delta = 0,62$; $\gamma = 19,5$; | | | | vyšetří se zkouškami | |
| | | $E_{def}$ | MPa | 4 až 8 | 7 až 15 | 10 až 12 | 18 až 25 | | |
| | | $c_u$ | kPa | 30 | 60 | 60 | 60 až 70 | | |
| | | $\varphi_u$ | ° | 0 | 0 | 10 | 12 až 15 | | |
| | | $c_{ef}$ | kPa | 6 až 14 | | 10 až 18 | 18 až 36 | 18 až 26 | |
| | | $\varphi_{ef}$ | ° | 24 až 30 | | | | | |
| F3 | MS | $\nu, \delta, \gamma$ | kN/m$^3$ | $\nu = 0,35$; $\delta = 0,62$; $\gamma = 18,0$; | | | | vyšetří se zkouškami | |
| | | $E_{def}$ | MPa | 3 až 6 | 5 až 8 | 8 až 12 | 12 až 15 | | |
| | | $c_u$ | kPa | 30 | 60 | 60 | 60 až 70 | | |
| | | $\varphi_u$ | ° | 0 | 0 | 10 | 12 až 15 | | |
| | | $c_{ef}$ | kPa | 8 až 16 | | 12 až 20 | 20 až 40 | 20 až 28 | |
| | | $\varphi_{ef}$ | ° | 24 až 29 | | | | | |
| F4 | CS | $\nu, \delta, \gamma$ | kN/m$^3$ | $\nu = 0,35$; $\delta = 0,62$; $\gamma = 18,5$; | | | | vyšetří se zkouškami | |
| | | $E_{def}$ | MPa | 2,5 až 4 | 4 až 6 | 5 až 8 | 8 až 12 | | |
| | | $c_u$ | kPa | 30 | 50 | 70 | 70 až 80 | | |
| | | $\varphi_u$ | ° | 0 | 0 | 5 | 8 až 14 | | |
| | | $c_{ef}$ | kPa | 10 až 18 | | 14 až 22 | 22 až 44 | 22 až 30 | |
| | | $\varphi_{ef}$ | ° | 22 až 27 | | | | | |
| F5 | ML MI | $\nu, \delta, \gamma$ | kN/m$^3$ | $\nu = 0,40$; $\delta = 0,47$; $\gamma = 20,0$; | | | | vyšetří se zkouškami | |
| | | $E_{def}$ | MPa | 1,5 až 3 | 3 až 5 | 5 až 8 | 7 až 10 | 10 až 15 | 12 až 20 |
| | | $c_u$ | kPa | 30 | 60 | 70 | 70 až 80 | 200 | 80 až 90 |
| | | $\varphi_u$ | ° | 0 | 0 | 5 | 8 až 14 | 0 | 15 až 20 |
| | | $c_{ef}$ | kPa | 8 až 16 | | 12 až 20 | 20 až 40 | 20 až 28 | vyšetří se zkouškami |
| | | $\varphi_{ef}$ | ° | 19 až 23 | | | | | |

| Třída | Symbol | Charakteristika | | Konzistence | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | měkká | tuhá | pevná | | tvrdá | |
| | | | | - | - | $S_r > 0,8$ | $S_r < 0,8$ | $S_r > 0,8$ | $S_r < 0,8$ |
| F6 | CL CI | $v, \delta, \gamma$ | kN/m$^3$ | $v$ = 0,40; $\delta$ = 0,47; $\gamma$ = 20,0; | | | | vyšetří se zkouškami | |
| | | $E_{def}$ | MPa | 1,5 až 3 | 3 až 6 | 6 až 8 | 8 až 12 | 10 až 15 | 12 až 20 |
| | | $c_u$ | kPa | 25 | 50 | 80 | 80 až 90 | 170 | 80 až 90 |
| | | $\varphi_u$ | ° | 0 | 0 | 0 | 4 až 12 | 0 | 14 až 18 |
| | | $c_{ef}$ | kPa | 8 až 16 | | 12 až 20 | 20 až 40 | 20 až 28 | vyšetří se zkouškami |
| | | $\varphi_{ef}$ | ° | 17 až 21 | | | | | |
| F7 | MH MV ME | $v, \delta, \gamma$ | kN/m$^3$ | $v$ = 0,40; $\delta$ = 0,47; $\gamma$ = 21,0; | | | | vyšetří se zkouškami | |
| | | $E_{def}$ | MPa | 1 až 3 | 3 až 5 | 5 až 7 | 7 až 10 | 10 až 15 | 12 až 20 |
| | | $c_u$ | kPa | 25 | 50 | 80 | 80 až 90 | 170 | 80 až 90 |
| | | $\varphi_u$ | ° | 0 | 0 | 0 | 4 až 12 | 0 | 14 až 18 |
| | | $c_{ef}$ | kPa | 4 až 10 | | 8 až 16 | 14 až 28 | 16 až 24 | vyšetří se zkouškami |
| | | $\varphi_{ef}$ | ° | 15 až 19 | | | | | |
| F8 | CH CV CE | $v, \delta, \gamma$ | kN/m$^3$ | $v$ = 0,42; $\delta$ = 0,37; $\gamma$ = 20,5; | | | | vyšetří se zkouškami | |
| | | $E_{def}$ | MPa | 1 až 2 | 2 až 4 | 4 až 6 | 6 až 8 | 8 až 10 | 10 až 15 |
| | | $c_u$ | kPa | 20 | 40 | 80 | 80 až 90 | 150 | 80 až 90 |
| | | $\varphi_u$ | ° | 0 | 0 | 0 | 3 až 10 | 0 | 12 až 16 |
| | | $c_{ef}$ | kPa | 2 až 8 | | 8 až 14 | 14 až 28 | 14 až 22 | vyšetří se zkouškami |
| | | $\varphi_{ef}$ | ° | 13 až 17 | | | | | |

Tab. 2.5 Směrné normové charakteristiky písčitých zemin [10], [7]

| Třída | Symbol | $\nu$ [-] | $\delta$ [-] | $\gamma$ [kN/m$^3$] | $E_{def}$ [MPa] | | $\varphi_{ef}$ [°] | | $c_{ef}$ [kPa] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $I_D$ = 0,33 až 0,67 | $I_D$ = 0,67 až 1,0 | $I_D$ = 0,33 až 0,67 | $I_D$ = 0,67 až 1,0 | |
| S1 | SW | 0,28 | 0,78 | 20 | 30 až 60 | 50 až 100 | 34 až 39 | 37 až 42 | 0 |
| S2 | SP | 0,28 | 0,78 | 18,5 | 15 až 35 | 30 až 50 | 32 až 35 | 34 až 37 | 0 |
| S3 | S-F | 0,30 | 0,74 | 17,5 | 12 až 19 | 17 až 25 | 28 až 31 | 30 až 33 | 0 |
| S4 | SM | 0,30 | 0,74 | 18 | 5 až 15 | | 28 až 30 | | 0 až 10 |
| S5 | SC | 0,35 | 0,62 | 18,5 | 4 až 12 | | 26 až 28 | | 4 až 12 |

Tab. 2.6 Směrné normové charakteristiky štěrkových zemin [10], [7]

| Třída | Symbol | $\nu$ [-] | $\delta$ [-] | $\gamma$ [kN/m$^3$] | $E_{def}$ [MPa] | | $\varphi_{ef}$ [°] | | $c_{ef}$ [kPa] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $I_D$ = 0,33 až 0,67 | $I_D$ = 0,67 až 1,0 | $I_D$ = 0,33 až 0,67 | $I_D$ = 0,67 až 1,0 | |
| G1 | GW | 0,20 | 0,90 | 21 | 250 až 390 | 360 až 500 | 36 až 41 | 39 až 44 | 0 |
| G2 | GP | 0,20 | 0,90 | 20 | 100 až 190 | 170 až 250 | 33 až 38 | 36 až 41 | 0 |
| G3 | G-F | 0,25 | 0,83 | 19 | 80 až 90 | 90 až 100 | 30 až 35 | 33 až 38 | 0 |
| G4 | GM | 0,30 | 0,74 | 19 | 60 až 80 | | 30 až 35 | | 0 až 8 |
| G5 | GC | 0,30 | 0,74 | 19,5 | 40 až 60 | | 28 až 32 | | 2 až 10 |

# 3 Klasické metody řešení stability svahů

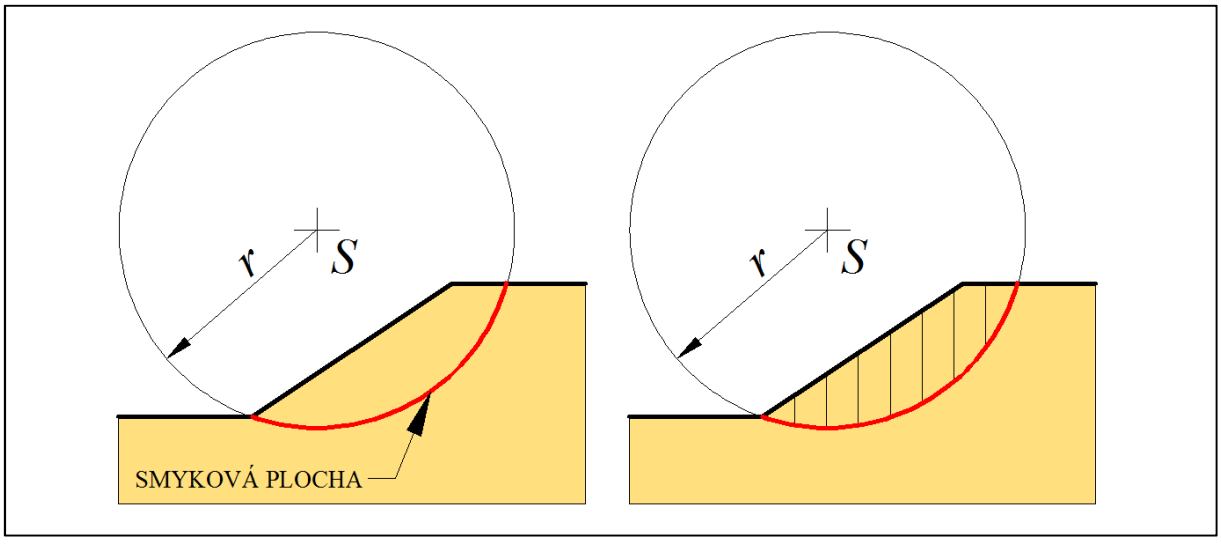
Na zemní těleso může působit celá řada silových účinků. Tyto účinky se můžou rozdělit na aktivní, které způsobují jeho nestabilitu, a pasivní, které naopak přispívají ke stabilitě. Jejich porovnáním lze u klasických metod určit tzv. stupeň stability $F$, který udává míru stability daného zemního tělesa. Jestliže aktivní a pasivní silové účinky jsou v rovnováze, svah je ve stavu indiferentním a stupeň stability $F = 1$. Pokud je tedy stupeň stability $F > 1$ (převažují pasivní síly), svah je stabilní a naopak, pokud $F < 1$, svah je labilní (nestabilní). Principem metod je nalezení takové smykové plochy, po které dojde nejsnáze k usmýknutí [12]. Hledá se tedy případ, kdy stupeň stability je minimální. Tvar smykových ploch může být různý. U nesoudržných zemin je tvar smykových ploch rovinný a u soudržných zemin je nejčastěji kruhový. Těmito metodami nelze získat průběhy deformací a napětí. Doporučená hodnota minimálního stupně stability je podle [3] pro svahy v písčitých zeminách $F = 1{,}2$ a v jílovitých zeminách $F = 1{,}5$.

Pro výpočet stupně stability $F$ se používají různé metody. Mezi nejznámější patří metoda Pettersonova a Bishopova. Tyto metody uvažují kruhovou smykovou plochu. Zemní těleso nad smykovou plochou se rozdělí na určitý počet proužků, proto se též označují jako tzv. proužkové metody. Bishopova metoda na rozdíl od metody Pettersonovy uvažuje s vlivem spolupůsobení sousedních proužků a je metodou iterační.

Mezi další klasické metody patří Janbuova a Spencerova metoda, které uvažují místo kružnice polygon. Oblast nad smykovou plochou se u těchto metod rozdělí na bloky, na kterých se poté počítají podmínky rovnováhy.

## 3.1 Pettersonova metoda

Pro výpočet stability svahu soudržných zemin se často pro svou jednoduchost používá Pettersonova metoda. Smyková plocha se uvažuje jako válcová, v rovině tedy jako kruhová. Výpočet se provádí v rovině.




Obr. 3.1 Pettersonova metoda - rozdělení na proužky

Nejprve je nutné určit geometrii profilu daného svahu. Poté se zvolí předpokládaná smyková plocha, která je definována pomocí kružnice se středem $S$ a poloměrem $r$. Oblast nad smykovou plochou se rozdělí na proužky, viz obr. 3.1. Čím více proužků se zvolí, tím bude výsledek přesnější, ale výpočet bude pracnější.

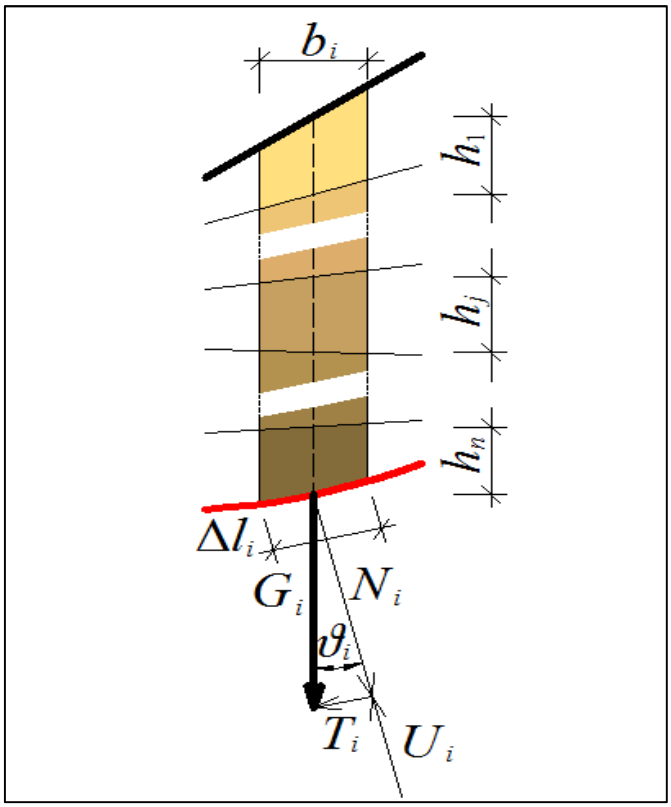
Pro proužek se vypočítá jeho tíha $G_i$ a tato síla se rozloží na tečnou $T_i$ a normálovou $N_i$ vzhledem ke smykové ploše, takže

$$G_{\mathrm{i}} = b_i \cdot \sum_{j=1}^{n} h_j \cdot \gamma_j\,, \quad i = \{1 \ldots m\}, j = \{1 \ldots n\}, \tag{3.1}$$

$$N_i = G_i \cdot \cos\vartheta_i\,, \tag{3.2}$$

$$T_i = G_i \cdot \sin\vartheta_i\,, \tag{3.3}$$

kde $m$ je počet proužků, $n$ je počet vrstev zemin v daném proužku, $b_i$ je šířka proužku, $h_j$ je výška vrstvy zeminy, $\gamma_j$ je objemová tíha zeminy a $\vartheta_i$ je úhel odklonu normálové síly $N_i$ od tíhové síly $G_i$ (viz obr. 3.2).




Obr. 3.2 Pettersonova metoda – proužek

Porovnáním momentu pasivních a aktivních sil získáme stupeň stability

$$F = \frac{M_{\mathrm{pasiv}}}{M_{\mathrm{aktiv}}} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(N_i - U_i)\mathrm{tg}\,\varphi_i + c_i \sum_{i=1}^{m} \Delta l_i}{\sum_{i=1}^{m} T_i}, \tag{3.4}$$

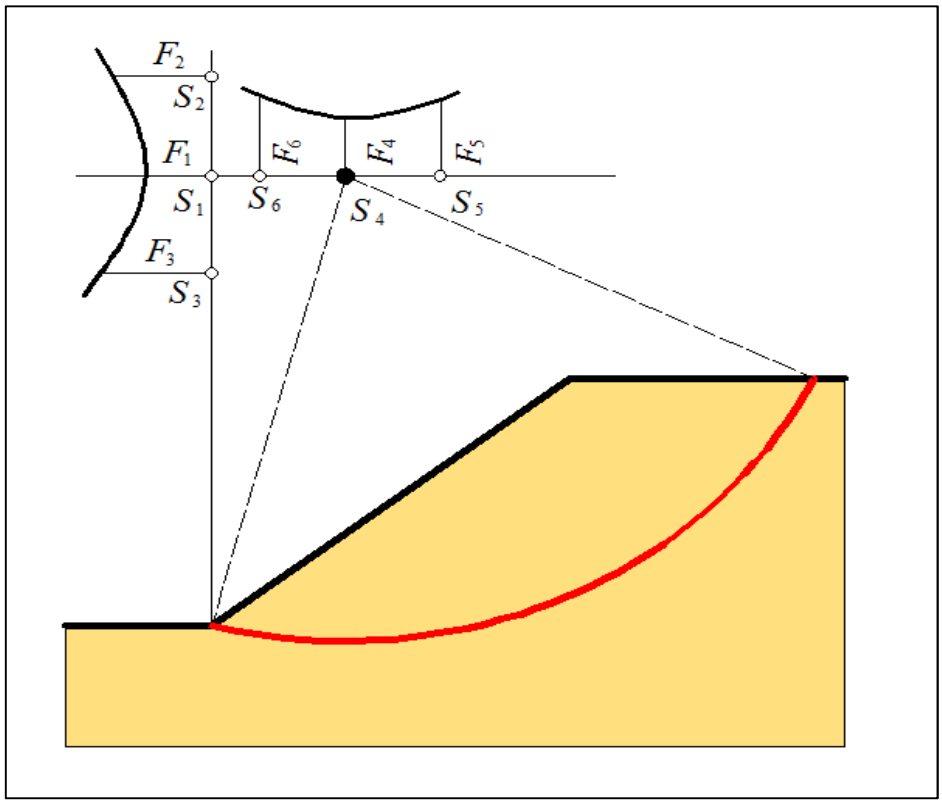
$$U_i = u_i \Delta l_i \,, \tag{3.5}$$

kde $M_{\text{pasiv}}$ je moment pasivních sil, $M_{\text{aktiv}}$ je moment aktivních sil, $\varphi_i$ je úhel vnitřního tření zeminy a $c_i$ je koheze zeminy, kterou prochází smyková plocha, $\Delta l_i$ je délka smykové plochy daného proužku, $U_i$ je výslednice pórového tlaku $u$.

Někteří autoři uvažují pouze 80 % délky smykové plochy, viz [7], [3]. Je to z důvodu vzniku tahových trhlinek v horní části smykové plochy, kde není koheze účinná. Stupeň stability se poté počítá jako

$$F = \frac{M_{\text{pasiv}}}{M_{\text{aktiv}}} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(N_i - U_i)\text{tg}\,\varphi_i + \ 0{,}8\ c_i \sum_{i=1}^{m} \Delta l_i}{\sum_{i=1}^{m} T_i}. \tag{3.6}$$

Daná metoda neuvažuje vliv sousedních proužků. Pro zjištění stupně stability daného svahu hledáme takovou kružnici, pro kterou bude stupeň stability minimální. Střed kružnice takové kružnice lze nalézt dle obr. 3.3.




Obr. 3.3 Stanovení nebezpečné smykové plochy [7]

## 3.2 Bishopova metoda

Jak již bylo uvedeno výše, Bishopova metoda na rozdíl od metody Pettersonovy nezanedbává vliv sousedních proužků. Výpočet se provádí iteračně, kdy se zvolí počáteční stupeň stability, který je v každé iteraci upřesňován, dokud nedosáhne požadované přesnosti. Jako výchozí stupeň stability lze výhodně zvolit stupeň podle Pettersonovy metody. Definování smykové

plochy, její rozdělení na proužky a určení normálových a tangenciální sil se provede stejně jako u Pettersonovy metody. Výpočet stupně stability *F* se provede dle vztahu

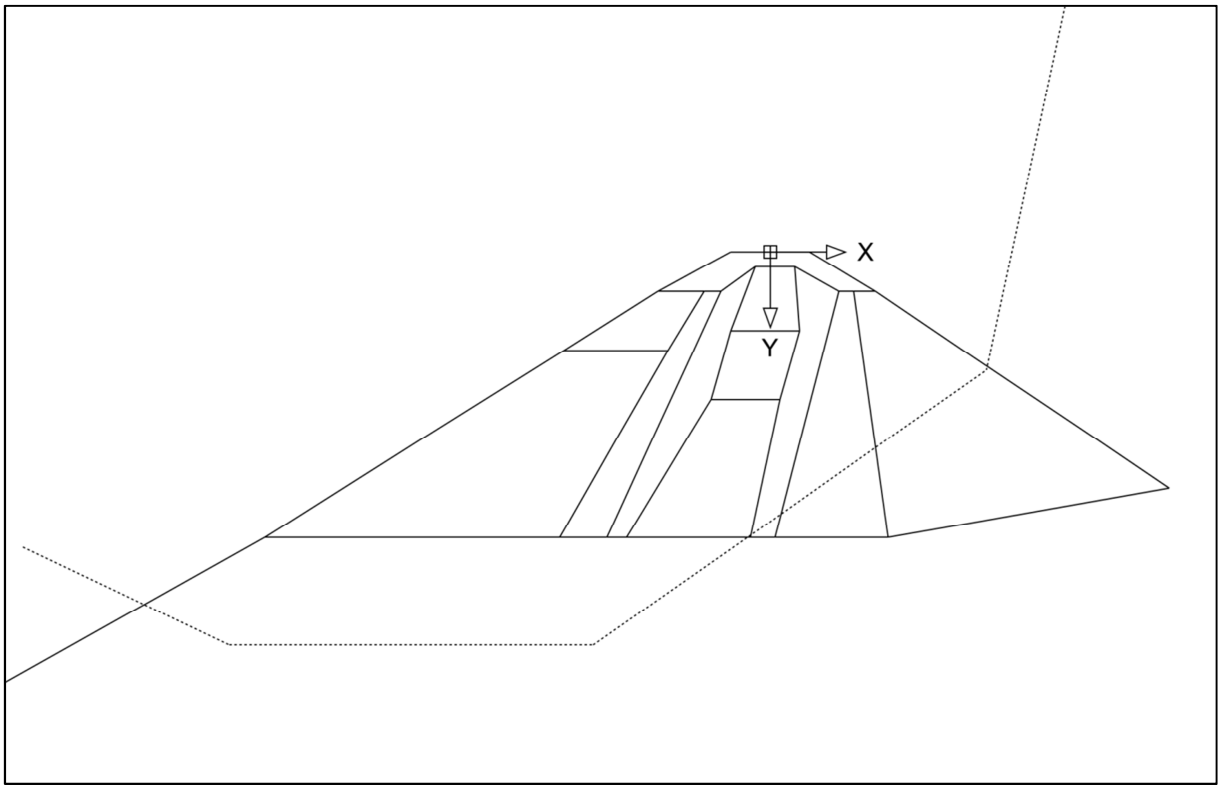
$$F_j = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} T_i} \sum_{i=1}^{m} \frac{c_i b_i + (G_i - u_i b_i)\mathrm{tg}\,\varphi_i}{N_i + \frac{\mathrm{tg}\,\varphi_i\, T_i}{F_{j-1}}}, \tag{3.7}$$

kde $G_i$ je tíhová síla určená dle vztahu (3.1), $N_i$ je normálová síla určená dle vztahu (3.2), $T_i$ je tangenciální síla určená dle vztahu (3.3), $\varphi_i$ je úhel vnitřního tření zeminy, kterou prochází smyková plocha, $c_i$ je koheze zeminy, kterou prochází smyková plocha, $b_i$ je šířka daného proužku, $u_i$ je pórový tlak a *j* je krok iterace.

## 3.3 Algoritmus řešení

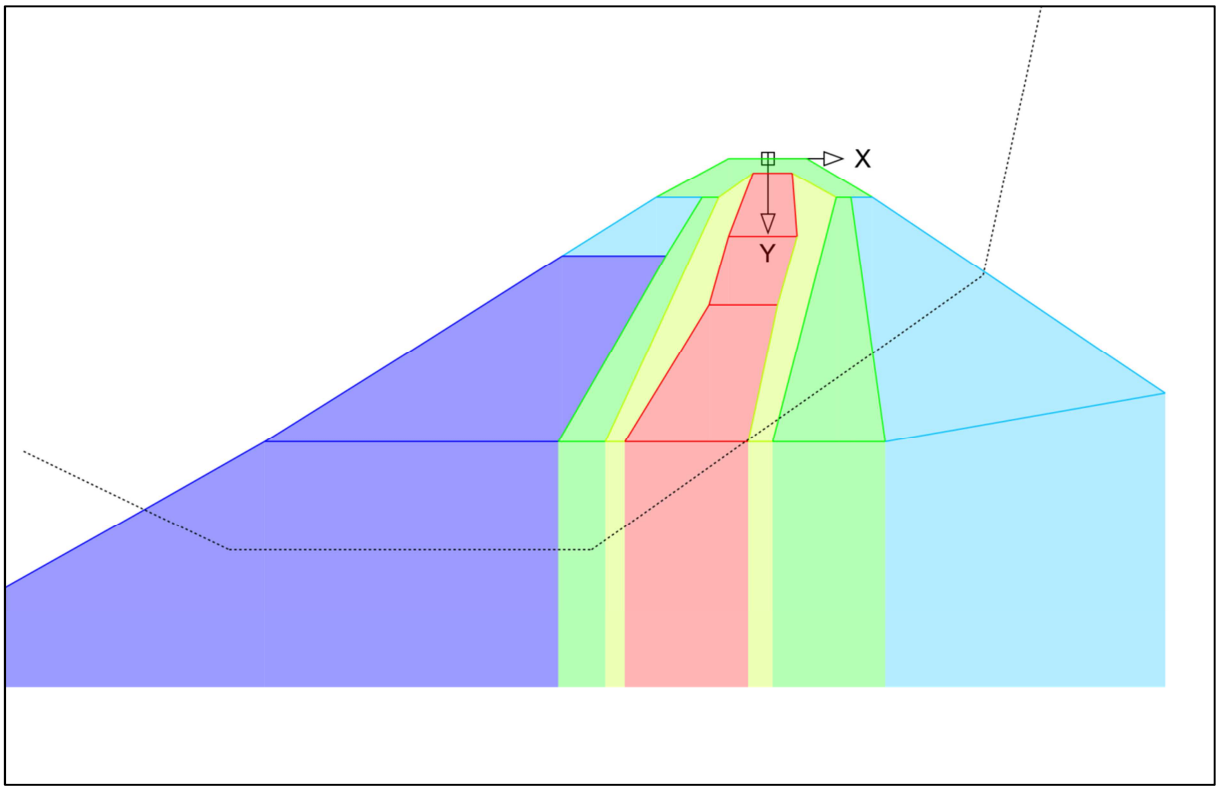
Pokud se provádí výpočet stupně stability *F* podle výše uvedených metod pouze pro jednu kružnici, je výpočet celkem nenáročný. Záleží ovšem na složitosti zemního profilu a na zvoleném počtu proužků. Jestliže se však hledá minimální stupeň stability pro celý svah, tedy iteračně se mění střed a poloměr kružnice a výpočet se provádí opakovaně, časové nároky extrémně vzrostou. Z tohoto důvodu byl vytvořen vlastní program [1], který výpočet výrazně urychlí.

Nejprve je nutné definovat vstupní hodnoty výpočtu. Mezi ně patří geometrie svahu, materiály, omezující podmínky, metoda integrace, metoda pro řešení stability svahu, přesnost výpočtu aj.




Obr. 3.4 Určení geometrie pro výpočet [1]

Geometrie svahu je definována pomocí úseček. Úsečky se nesmí křížit a nesmí být svislé. Pro inicializaci materiálů je nutné definovat objemovou tíhu $\gamma$, úhel vnitřního tření $\varphi$, kohezi $c$ a koeficient pórového tlaku $r_u$. Dále je možné zadat název a barvu z důvodu grafického rozlišení. Zadané materiály je možné přiřadit k úsečkám, přičemž se uvažuje, že daný materiál se nachází pod úsečkou, ke které byl přiřazen. Na obr. 3.4 je zobrazena geometrie příčného profilu svahu, která je určena plnými úsečkami. Na obr. 3.5 je pak zobrazena geometrie tvořená úsečkami, ke kterým jsou přiřazeny materiály.



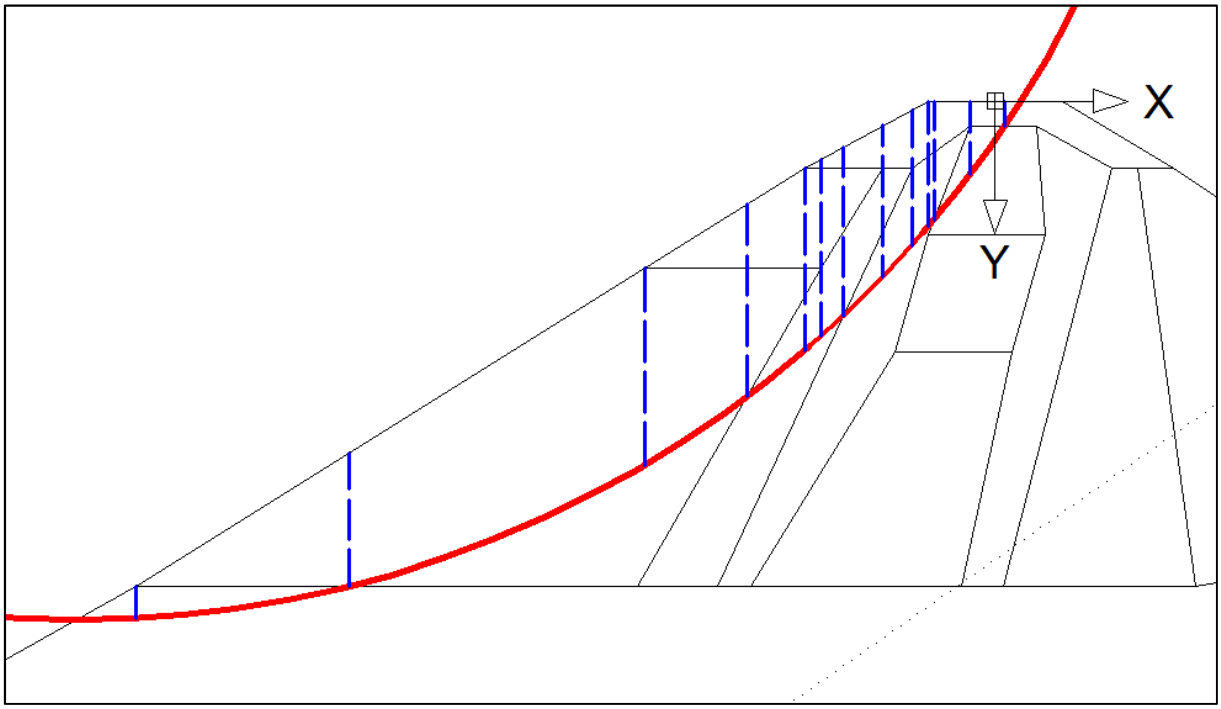

Obr. 3.5 Přiřazení materiálů k úsečkám [1]

Pro určení stupně stability je nutné zvolit smykovou plochu, podél níž dojde k usmyknutí části svahu. Smyková plocha je určena kružnicí se středem $S$ a poloměrem $r$. Pokud se provádí opakovaný výpočet, při kterém se mění poloměr kružnice $r$ nebo střed $S$ je nutné definovat omezující podmínky. Ty jsou určeny omezujícími úsečkami, které jsou na obr. 3.4 a 3.5 zobrazeny tečkovanými čarami.

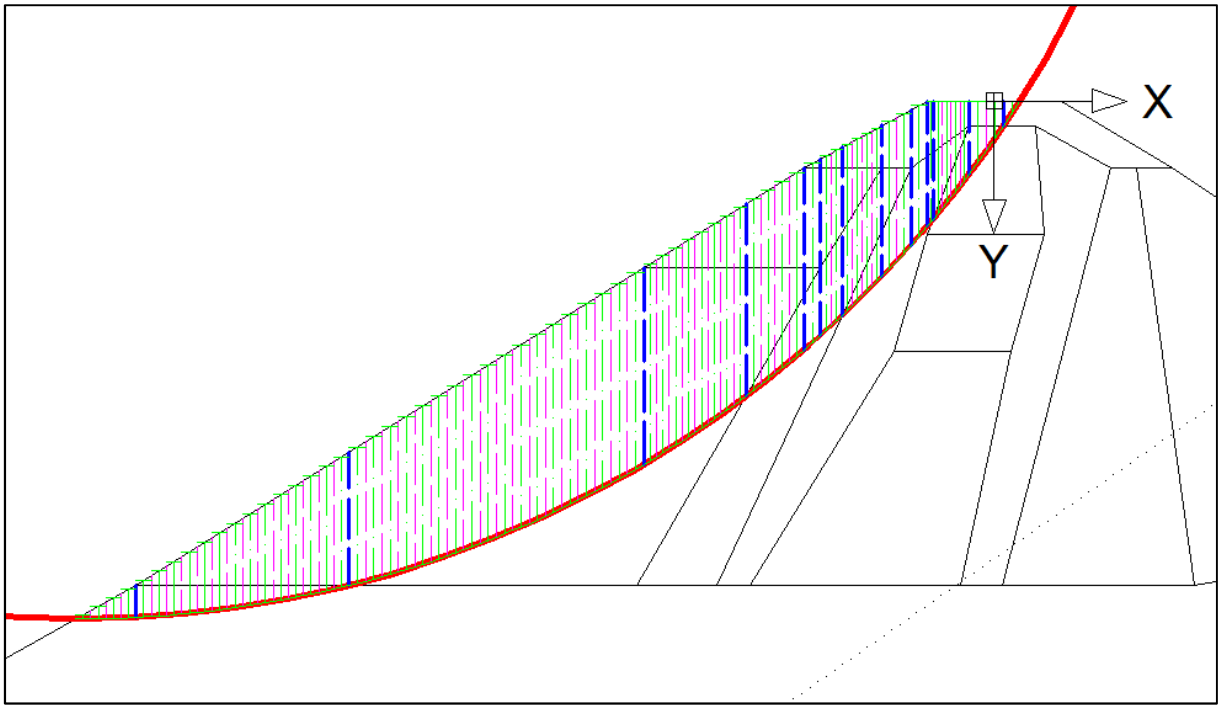
Program umožňuje provádět numerickou integraci pomocí obdélníkového či Simpsonova pravidla. Určení stupně stability lze provést dle Pettersona nebo Bishopa.

Postup výpočtu pro jednu kružnici s daným středem $S$ a poloměrem $r$ je následující. Nejprve se vyberou ty úsečky, které protínají kružnici. Jejich vzdálenost od středu kružnice $S$ je tedy menší než poloměr kružnice $r$. Poté se určí intervaly na ose $x$. Pro celý interval musí platit, že obsahuje konstantní počet úseček. Rozdělení na intervaly je zobrazeno na obr. 3.6 modrými čárkovanými úsečkami a smyková plocha červenou částí kružnice. Každý interval je tedy

definován počáteční a konečnou souřadnicí *x* a seznamem úseček, které se v daném intervalu vyskytují. Tyto úsečky jsou v seznamu seřazeny podle souřadnice *y*.




Obr. 3.6 Rozdělení na intervaly




Obr. 3.7 Rozdělení intervalů na proužky

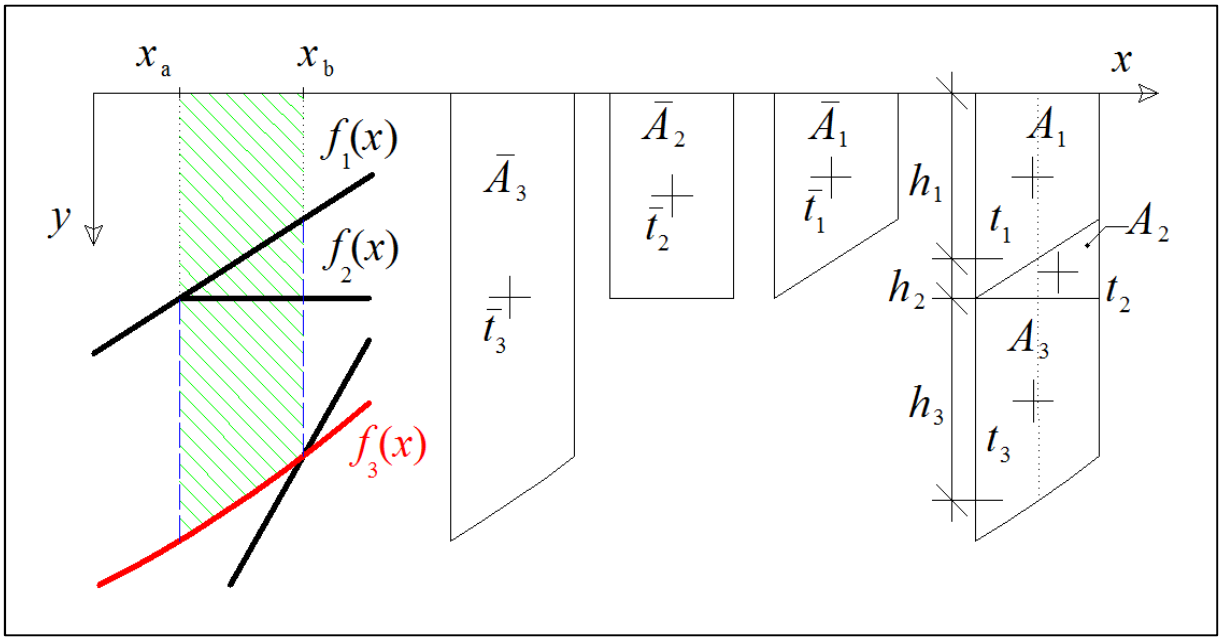
Intervaly lze poté integrovat podle obdélníkového či Simpsonova pravidla. Pokud se provádí integrace podle obdélníkového pravidla, daný interval se rozdělí na obdélníky (proužky) dle

požadované přesnosti, viz obr. 3.7. Čím více proužků, tím větší přesnost. Proužek může být po výšce rozdělen na více vrstev, jestliže interval, ve kterém se vyskytuje, obsahuje více než jednu úsečku, viz obr. 3.2. Zjistíme-li výšky jednotlivých vrstev proužku $h_j$, můžeme určit dle vztahu (3.1) tíhu každého proužku $G_i$, která se poté rozloží na normálovou sílu $N_i$ a tangenciální sílu $T_i$ podle vztahu (3.2) a (3.3).

Pokud se integrace provádí pomocí Simpsonova pravidla je postup následující. Pro jeden interval $i$ se nejprve určí plochy lichoběžníků $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$ a jejich těžiště $\bar{t}_1$ a $\bar{t}_2$ (zde, i v dalším textu, je na mysli pouze $x$-ová souřadnice těžiště) viz obr 3.8. Lichoběžníky jsou omezeny ve směru $x$ počáteční $x_a$ a koncovou $x_b$ souřadnicí a ve směru $y$ souřadnou osou $x$ a úsečkami. Každý lichoběžník má boční strany svislé. Proloží-li se úsečkami přímky, u kterých je znám jejich funkční předpis, je výpočet ploch jednoduchý

$$\bar{A}_j = \frac{f_j(x_b) - f_j(x_a)}{2} \cdot (x_b - x_a). \tag{3.8}$$

V příkladu na obr. 3.8 je $j$ = 1,2. Funkce přímky $f_j(x)$, která je proložena danou úsečkou, $x_a$ je $x$-ová souřadnice počátku intervalu a $x_b$ je $x$-ová souřadnice konce intervalu.




Obr. 3.8 Výpočet ploch a jejich těžišť

Podle následujících vztahů se určí $x$-ová souřadnice těžiště dané plochy

$$\bar{t}_j = \frac{k_j \cdot \left(\frac{x_b^3}{3} - \frac{x_a^3}{3}\right) + q_j \cdot \left(\frac{x_b^2}{2} - \frac{x_a^2}{2}\right)}{\bar{A}_j}, \tag{3.9}$$

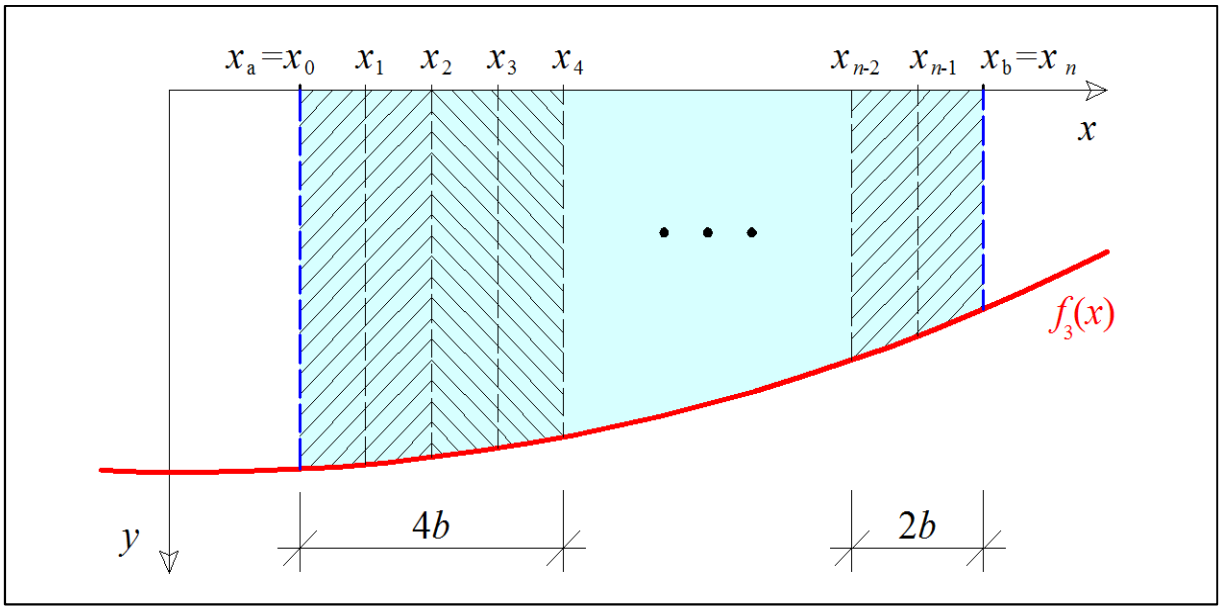
$$y = k \cdot x + q, \tag{3.10}$$

kde $k_j$ a $q_j$ jsou členy ze směrnicové rovnice přímky, viz rovnice (3.10). Daná přímka je proložená úsečkou omezující plochu, u které se počítá těžiště, viz obr. 3.8.

Plocha a její těžiště, kterou ohraničuje kružnice, se vypočítá pomocí Simpsonova pravidla. Na obr. 3.8 je to plocha $\bar{A}_3$ a těžiště $\bar{t}_3$. Postup integrace je následující. Nejprve se určí šířka podintervalu

$$b = \frac{x_b - x_a}{n}, \tag{3.11}$$

kde *n* je počet podintervalů a pro Simpsonovo pravidlo musí být sudý. Počet podintervalů se určí podle požadované přesnosti. Čím větší je *n*, tím větší bude přesnost numerického řešení integrálu, viz obr. 3.9.




Obr. 3.9 Simpsonovo pravidlo

Plocha intervalu se určí dle vztahu

$$\bar{A}_3 = \int_{x_a}^{x_b} f_3(x)dx \approx \frac{b}{3}[f_3(x_0) + 4f_3(x_1) + 2f_3(x_2) + 4f_3(x_3) + \cdots + 2f_3(x_{n-2}) + 4f_3(x_{n-1}) + f_3(x_n)]. \tag{3.12}$$

Pro výpočet těžiště platí vztahy

$$\bar{I}_3 = \int_{x_a}^{x_b} f_3(x)x\,dx \approx \frac{b}{3}[x_0f_3(x_0) + 4x_1f_3(x_1) + 2x_2f_3(x_2) + 4x_3f_3(x_3) + \cdots + x_{n-2}f_3(x_{n-2}) + x_{n-1}f_3(x_{n-1}) + x_nf_3(x_n)], \tag{3.13}$$

$$\bar{t}_3 = \frac{\bar{I}_3}{\bar{A}_3}. \tag{3.14}$$

Známé jsou tedy plochy a jejich těžiště $\bar{A}_1$ a $\bar{t}_1$, $\bar{A}_2$ a $\bar{t}_2$, $\bar{A}_3$ a $\bar{t}_3$ (výpočet byl proveden Simpsonovým pravidlem), viz obr. 3.8. Dále je potřeba spočítat plochy a jejich těžiště $A_2$ a $t_2$, $A_3$ a $t_3$. Plochy a těžiště se určí podle vztahů

$$A_j = \bar{A}_j - \bar{A}_{j-1}\,, \tag{3.15}$$

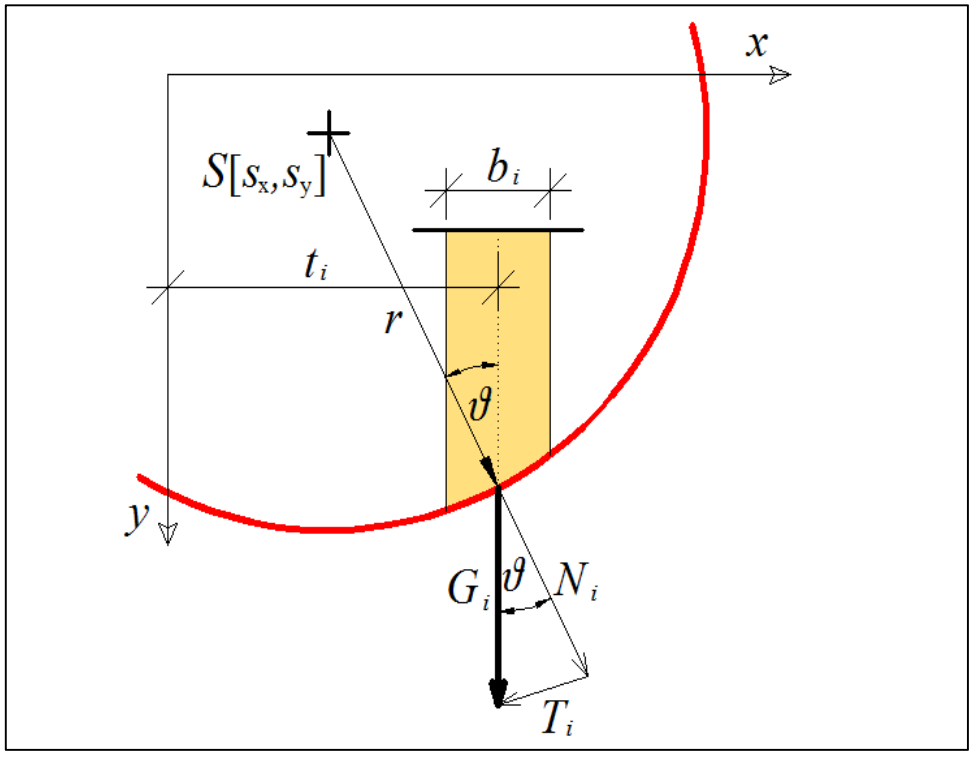
$$t_j = \frac{\bar{A}_j \cdot \bar{t}_j - \bar{A}_{j-1} \cdot \bar{t}_{j-1}}{A_j}. \tag{3.16}$$

K určení pórových tlaků je dále nutné vypočítat výšku jednotlivých vrstev $h_j$. Ty se počítají uprostřed intervalu, viz obr. 3.8. U každé plochy je známý materiál, neboť je přiřazen k úsečce, pod kterou je daná plocha umístěna. Může se tedy vypočítat tíhová síla a její těžiště

$$G_i = \sum_{j=2} A_j \cdot \gamma_j. \tag{3.17}$$

$$t_i = \frac{\sum_{j=2} A_j \cdot t_j \cdot \gamma_j}{\sum_{j=2} A_j \cdot \gamma_j} \tag{3.18}$$

Pro rozklad tíhové síly na normálovou $N_i$ a tangenciální $T_i$ je nutné určit úhel $\vartheta$, viz obr. 3.10.




Obr. 3.10 Stanovení úhlu $\vartheta$

Platí

$$\vartheta = \operatorname{asin}\left(\frac{t_i - s_x}{r}\right), \tag{3.19}$$

kde $t_i$ je $x$-ová souřadnice těžiště daného proužku, $s_x$ je $x$-ová souřadnice středu kružnice a $r$ je poloměr kružnice.

Nebezpečnou smykovou plochu lze nalézt, provádí-li se výpočet opakovaně se změnou poloměru kružnice $r$ a jejího středu $S$. Hledání středu kritické kružnice $S$ se provádí na principu podle obr. 3.3. Nejprve se ve směru $y$ hledá $S_1$, kdy $F_1 < F_2$ a $F_1 < F_3$. Poté se ve směru $x$ hledá $S_4$, kdy $F_4 < F_5$ a $F_4 < F_6$. Veškerá změna poloměru kružnice $r$ a středu $S$ se provádí podle nastavené přesnosti.

Podle výše popsaného algoritmu byl napsán program [1] v jazyce *C#* na platformě .NET Framework 4.0. Je použita technologie WPF. Po spuštění programu se zobrazí pracovní plocha, která je rozdělena na grafické okno a příkazový řádek. V grafickém okně, je zobrazena ikona souřadného systému a definovaná geometrie. Geometrii lze zadávat přímo v grafickém okně kliknutím do plochy, pomocí příkazového řádku nebo ji lze importovat ve formátu DXF. V programu je dále možné definovat libovolný počet materiálů, které lze přiřadit úsečkám. Výpočet lze provést Pettersonovou nebo Bishopovou metodou. Integrovat lze obdélníkovým nebo Simpsonovým pravidlem. Výsledky lze ukládat do seznamu a porovnávat. Vypočtená a zadaná data je možné ukládat do souboru.

# 4 Numerické modelování metodou konečných prvků

Pro získání stupně stability svahu se ve výpočtech metodou konečných prvků (MKP) používá metoda redukce smykových parametrů (SSR – Shear Strength Reduction) společně s využitím vhodného materiálového modelu s vnitřním třením postihujícím plastické chování. Mezi vhodné materiálové modely vystihující chování zemin patří Mohrův-Coulombův, Druckerův-Pragerův materiálový model aj. Při modelování MKP je nutné se zabývat přesností, stabilitou a časovou náročností výpočtu.

## 4.1 Metoda redukce smykových parametrů pevnosti

Metoda redukce smykových parametrů pevnosti (SSR) je metoda, pomocí níž lze získat stupeň stability metodou konečných prvků. Principem řešení je iterační výpočet, kdy se v každém kroku redukují (zvyšují či snižují) smykové parametry $\varphi$ a $c$. Velikost redukce závisí na stupni stability $F$. V každém kroku se po redukci parametrů provede výpočet. Závislost mezi smykovými parametry a stupněm stability je [15]

$$\varphi^i = \operatorname{atan}\left(\frac{\tan\varphi}{F^i}\right), \tag{4.1}$$

$$c^i = \frac{c}{F^i}, \tag{4.2}$$

kde $i$ je číslo kroku iterace. Některé publikaci např. [13] uvádějí jinou závislost mezi redukovanými smykovými parametry a stupněm stability

$$\alpha^i = \frac{\alpha}{F^i}, \tag{4.3}$$

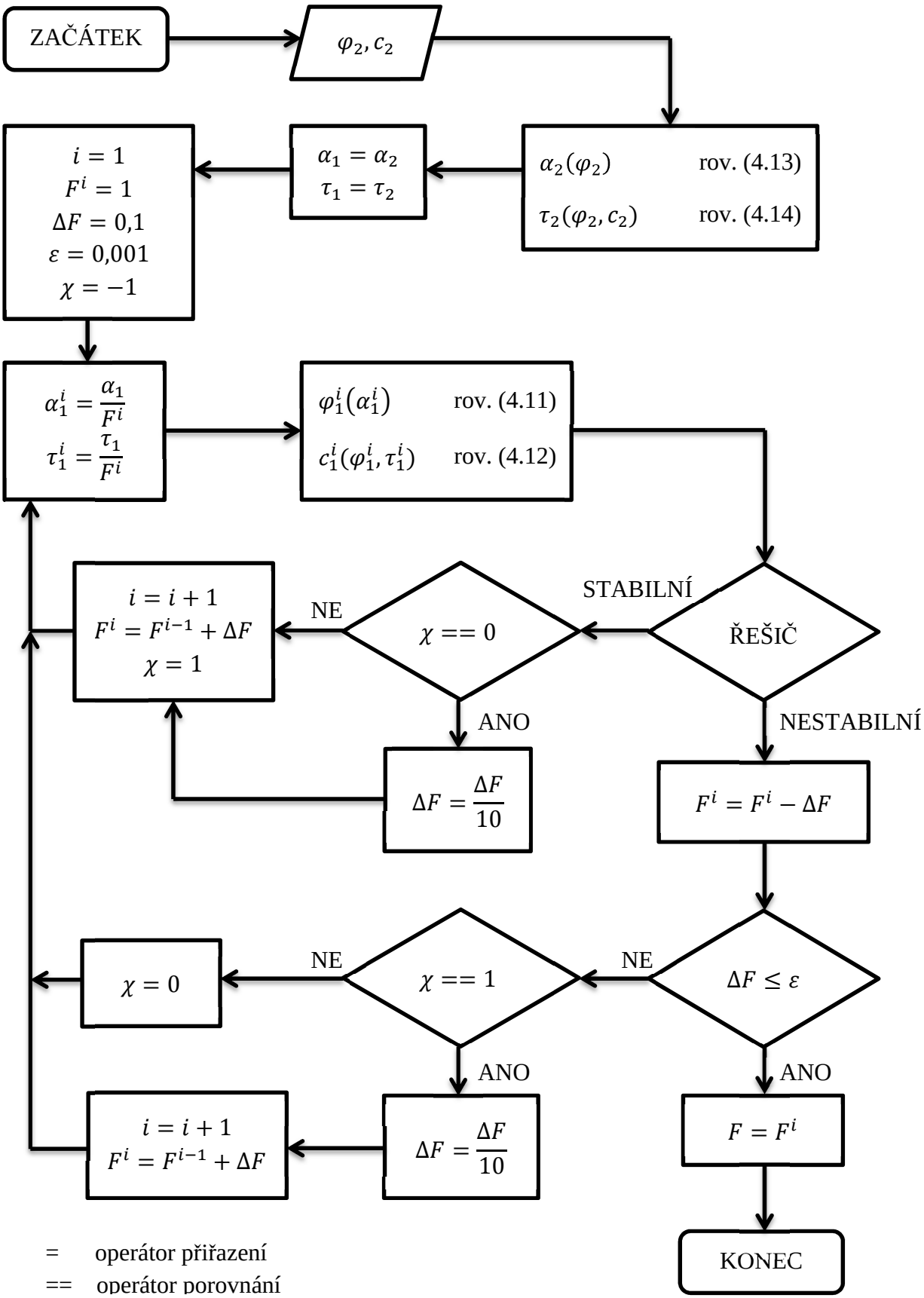
$$\tau^i = \frac{\tau}{F^i}, \tag{4.4}$$

kde $\alpha$ a $\tau$ jsou koeficienty, které charakterizují materiál v Druckerově-Pragerově materiálovém modelu, viz kap. 4.3.

Hledá se kombinace nejnepříznivějších hodnot $\varphi^i$ a $c^i$ a tedy maximální $F$ viz rovnice (4.1) až (4.4). Zde je rozdíl od klasických metod, kde se hledá minimální $F$. U klasických metod se nemění pevnostní charakteristiky materiálů a hledá se nebezpečná smyková plocha. U SSR se naopak mění pevnostní charakteristiky materiálů a nebezpečná smyková plocha je dána výpočtem.

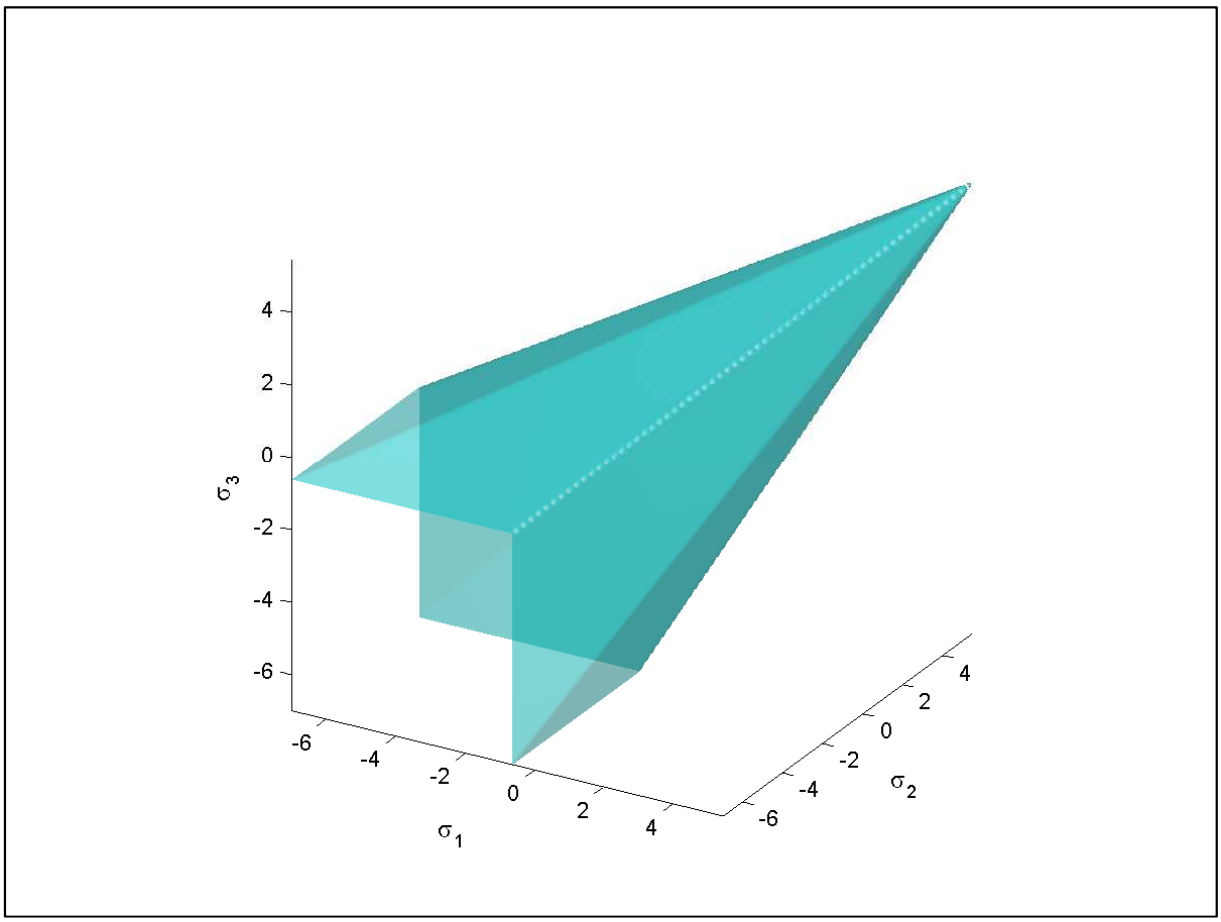
Dále je uveden vývojový diagram výpočtu stupně stability $F$ metodou SSR a dle daného diagramu je napsáno makro do programu ANSYS, které obsahuje příloha 1. Na vývojovém diagramu je provedena redukce smykových parametrů na Druckerův-Pragerův ekvivalentní kužel, viz kap. 4.3. Dolní indexy označují variantu Druckerova-Pragerova materiálového modelu (1 – opsaný kužel, 2 – ekvivalentní kužel, 3 – vepsaný kužel). Horní index $i$ označuje číslo kroku iterace, $\varepsilon$ udává přesnost výpočtu.

**Vývojový diagram pro výpočet stupně stability *F***

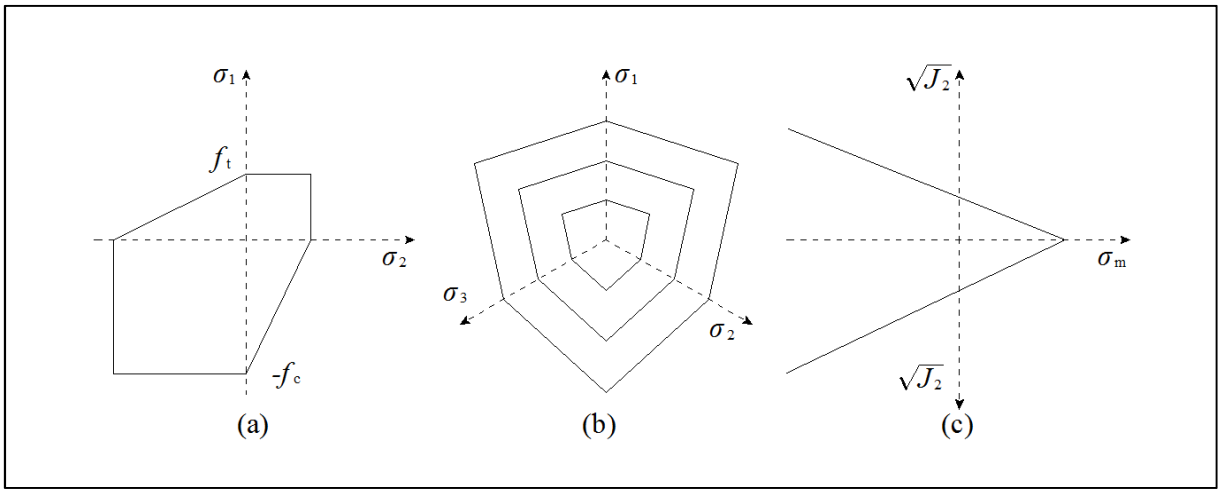


## 4.2 Mohrova-Coulombova podmínka plasticity

Mohrova-Coulombova podmínka plasticity se používá pro materiály s vnitřním třením. Je zobecněním Trescovy podmínky plasticity [2]. Nejlépe vystihuje chování zemin.




Obr. 4.1 Mohrova-Coulombova plocha plasticity [14]




Obr. 4.2 Řezy Mohrovou-Coulombovou plochou plasticity: (a) řez odpovídající rovinné napjatosti, (b) deviatorické řezy pro různé úrovně středního napětí, (c) meridiány [2].

Ve Westergaardově prostoru představuje šestiboký jehlan (viz obr. 4.1), jehož osa je totožná s hydrostatickou osou. V meridiánovém řezu je plasticky přípustná oblast zobrazena jako klín a deviatorické řezy představují šestiúhelníky, viz obr. 4.2.

Funkce plasticity má tvar [2]

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{\max}(\boldsymbol{\sigma}) - \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}\sigma_{\min}(\boldsymbol{\sigma}) - \frac{2c\cdot\cos\varphi}{1+\sin\varphi}, \tag{4.5}$$

$$\sigma_{\max} = \max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \tag{4.6}$$

$$\sigma_{\min} = \min(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \tag{4.7}$$

kde $\sigma_1$, $\sigma_2$ a $\sigma_3$ jsou hlavní napětí. Pro nulový úhel vnitřního tření $\varphi$ přejde Mohrova-Coulombova podmínka plasticity v Trescovu.

Významnou nevýhodou tohoto materiálového modelu je, že nemá hladké plochy plasticity. Což je problematické z hlediska numerického řešení. Tuto nevýhodu lze eliminovat použitím Druckerova-Pragerova materiálového modelu.

## 4.3 Druckerova-Pragerova podmínka plasticity

Jako Mohrova-Coulombova podmínka plasticity, tak se i Druckerova-Pragerova (DP) podmínka plasticity používá pro materiály s vnitřním třením. Je zobecněním Misesovy podmínky plasticity. Ve Westergaardově prostoru představuje plocha plasticity kužel osově symetrický podél hydrostatické osy [2], viz obr. 4.3. Plocha plasticity je tedy hladká, což je výhodné z hlediska numerického řešení. Deviatorickým řezem je kružnice, jejíž poloměr závisí na středním napětí $\sigma_{\mathrm{m}}$. V meridiánovém řezu je plasticky přípustná oblast zobrazena jako klín.

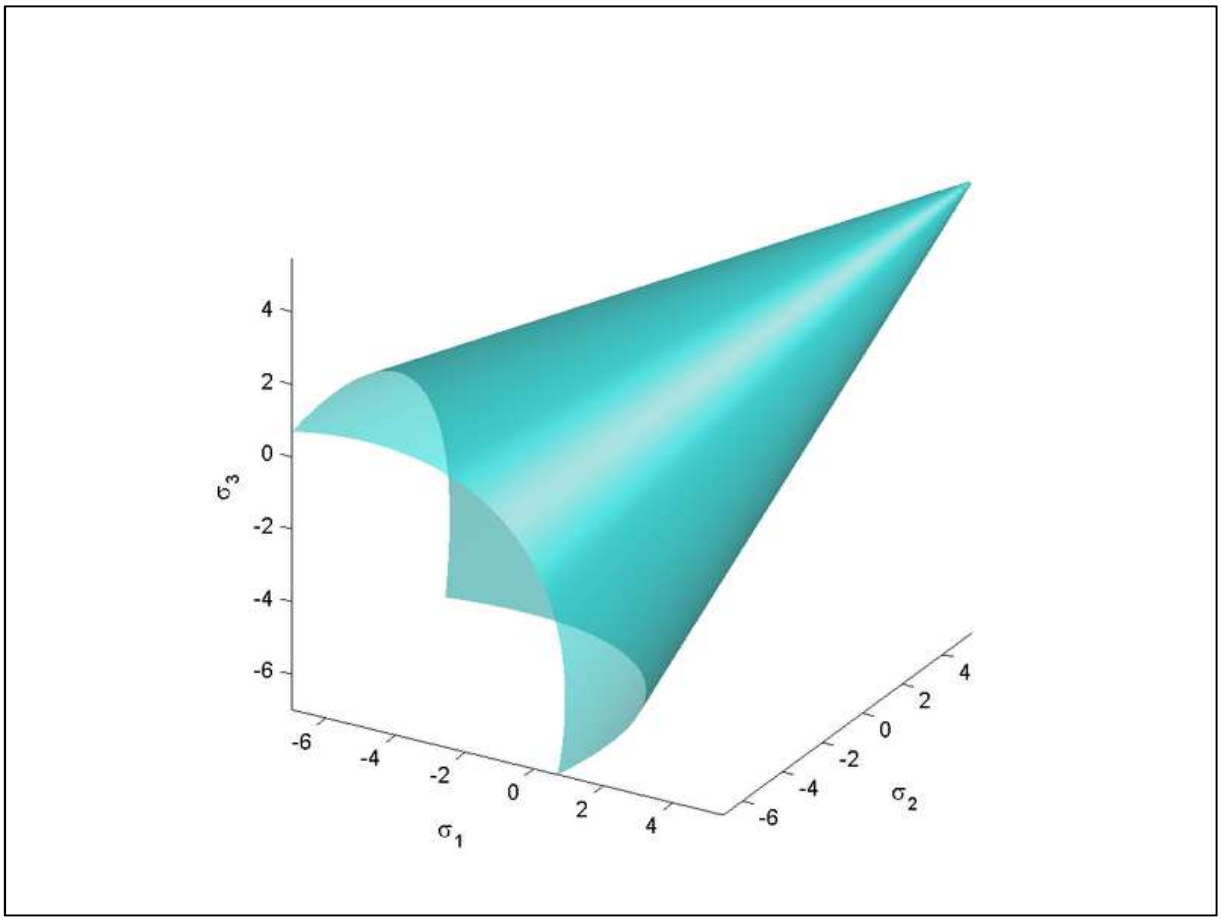
Funkce plasticity má tvar

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \alpha_j I_1(\boldsymbol{\sigma}) + \sqrt{J_2(\boldsymbol{\sigma})} - \tau_j, \tag{4.8}$$

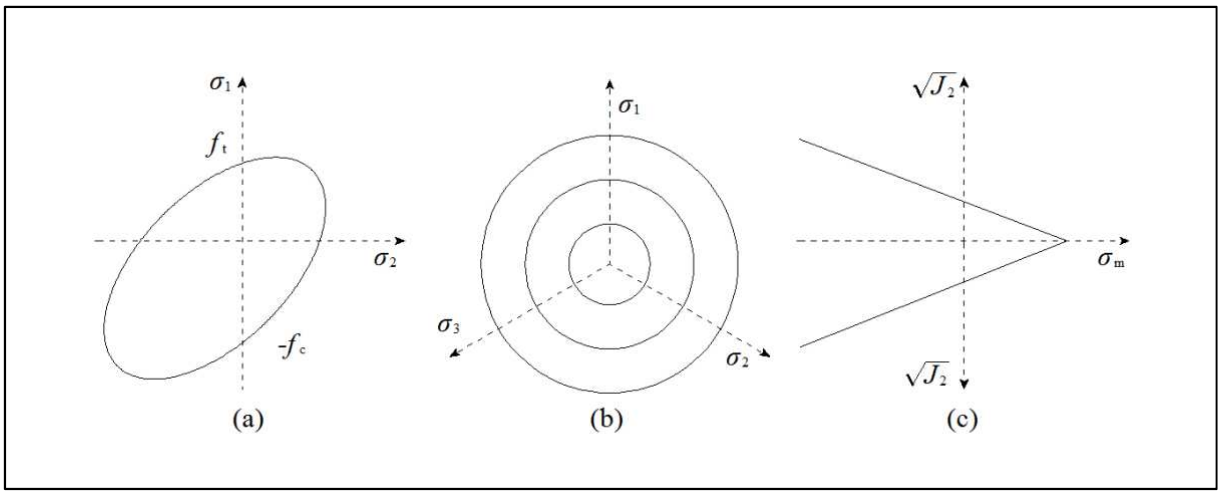
$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 3\sigma_{\mathrm{m}}, \tag{4.9}$$

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2], \tag{4.10}$$

kde $\alpha_j$ je koeficient vnitřního tření, $\tau_j$ je koeficient udávající mezní hodnotu smykového napětí, $I_1$ je první invariant, $J_2$ je druhý invariant a $\sigma_{\mathrm{m}}$ je střední napětí. První invariant $I_1$ závisí na hydrostatické části napětí a je tedy pro danou deviatorickou rovinu konstantní. Odmocnina druhého invariantu $J_2$ vyjadřuje velikost deviatorické části napětí.

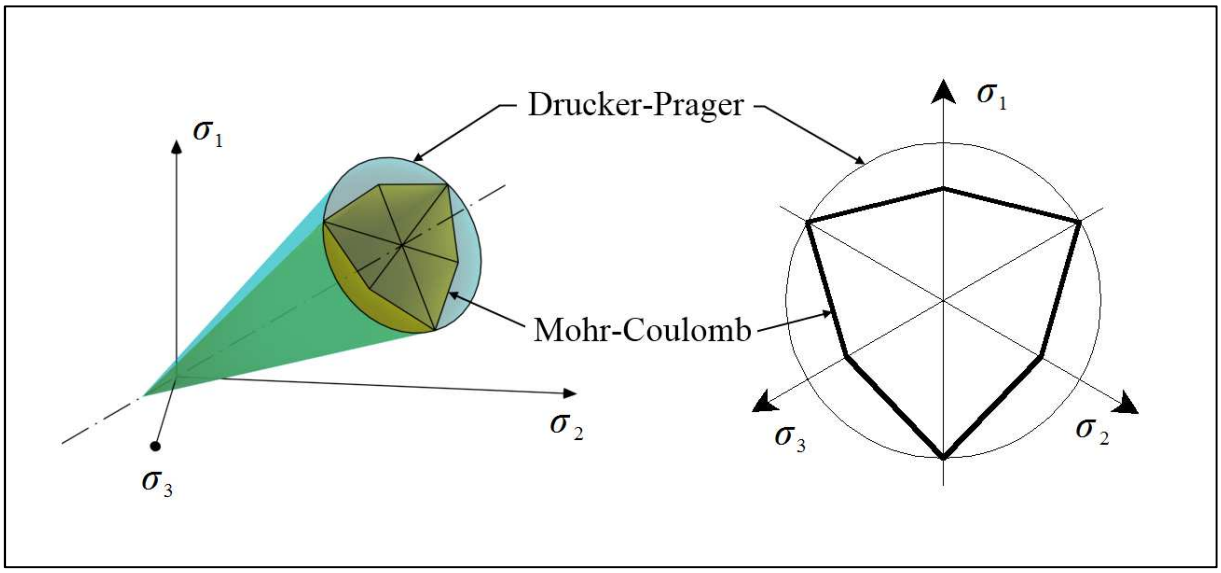



Obr. 4.3 Druckerova-Pragerova plocha plasticity [14]

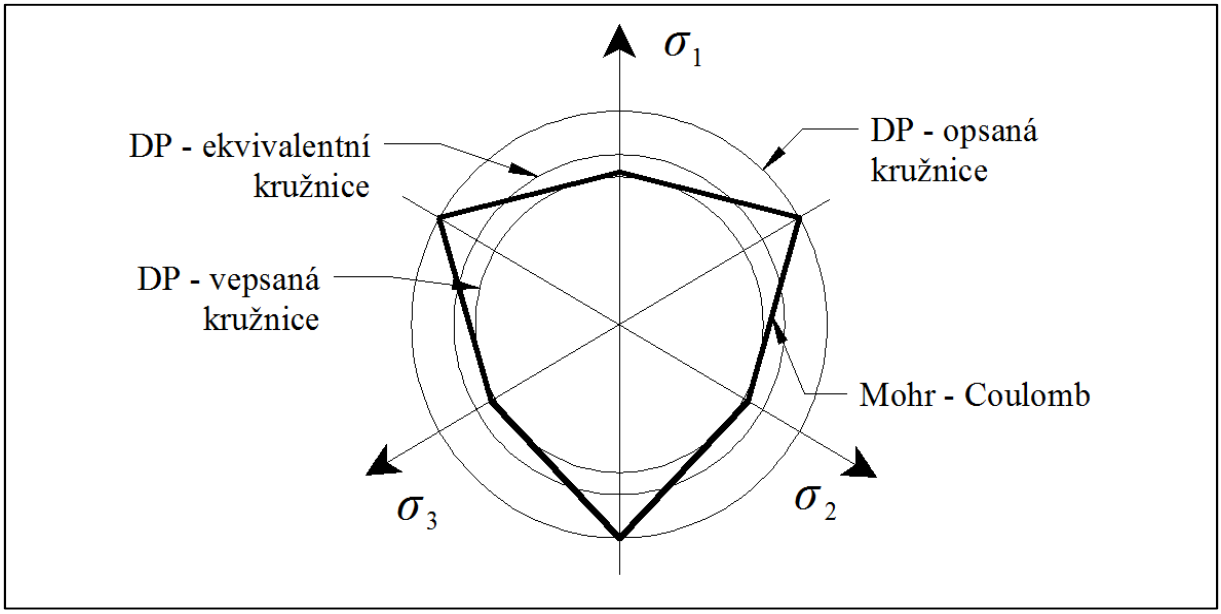



Obr. 4.4 Řezy Druckerovou -Pragerovou plochou plasticity: (a) řez odpovídající rovinné napjatosti, (b) deviatorické řezy pro různé úrovně středního napětí, (c) meridiány [2]

Existují různé varianty Druckerova-Pragerova materiálového modelu. Buď kužel reprezentující plochu plasticity může být opsán kolem Mohrova-Coulombova šestibokého jehlanu obr. 4.5. Deviatorickým řezem je opsaná kružnice kolem šestiúhelníku viz obr. 4.6. Další variantou je vepsaný kužel nebo tzv. ekvivalentní kužel.




Obr. 4.5 Druckerova-Pragerova a Mohrova-Coulombova plocha plasticity




Obr. 4.6 Deviatorický řez Druckerovou-Pragerovou a Mohrovou-Coulombovou plochou plasticity [13]

Pro výše zmíněné varianty Druckerova-Pragerova materiálového modelu se mění funkční předpisy pro koeficienty $\alpha$ a $\tau$ viz rovnice (4.8). Pro opsaný kužel je dáno [13]

$$\alpha_1 = \frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}, \tag{4.11}$$

$$\tau_1 = \frac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}, \tag{4.12}$$

kde $c$ je koheze a $\varphi$ je úhel vnitřního tření.

Pro ekvivalentní kužel platí [13]

$$\alpha_2 = \frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}}, \tag{4.13}$$

$$\tau_2 = \frac{6\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}}. \tag{4.14}$$

Pro vepsaný kužel platí [13]

$$\alpha_3 = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{3+\sin^2\varphi}}, \tag{4.15}$$

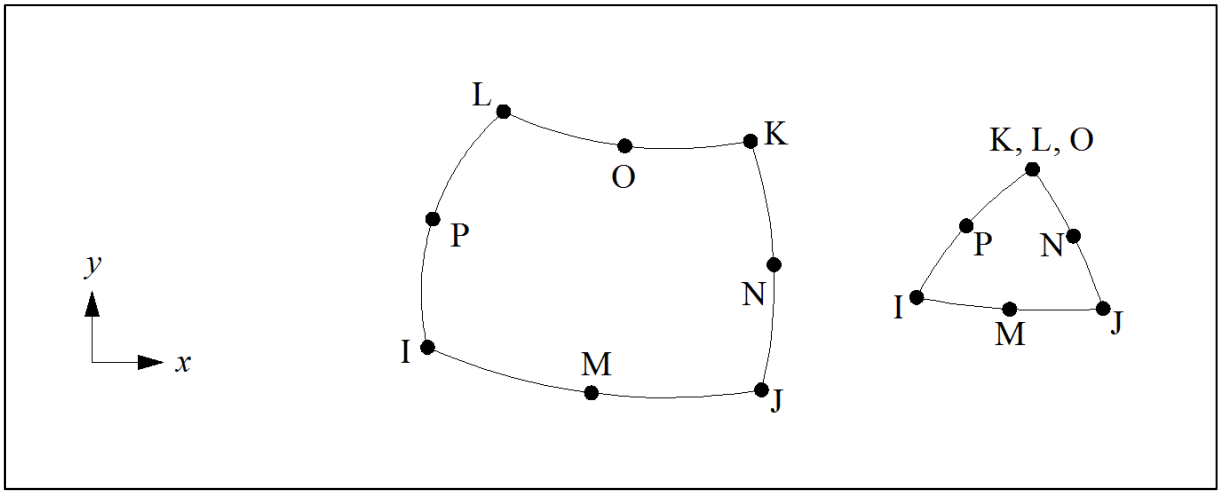
$$\tau_3 = \frac{\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{3+\sin^2\varphi}}. \tag{4.16}$$

Program ANSYS [6] počítá s opsaným kuželem, viz obr. 4.5, jehož výsledky nejsou uspokojivé. Pro provedení výpočtu s ekvivalentním nebo vepsaným kuželem se musí redukovat parametry $\varphi$ a $c$. Např. redukce na ekvivalentní kužel se provede následujícím postupem. Nejprve se vypočítají parametry $\alpha_2$ a $\tau_2$ pro ekvivalentní kužel. Tyto parametry se dosadí za $\alpha_1$ a $\tau_1$ do rovnic (4.11) a (4.12) a z nich se poté vyjádří $\varphi$ a $c$, které se zadají do výpočtu.

Dále je možné zadat do programu ANSYS úhel dilatance $\psi$ [°]. Tato materiálová charakteristika udává míru zvětšení objemu materiálu při namáhání smykem. Pokud je $\psi = 0$, poté materiál při namáhání smykem nemění svůj objem. Pro písky je úhel dilatance závislý na ulehlosti a pro jíly se uvažuje $\psi = 0$.

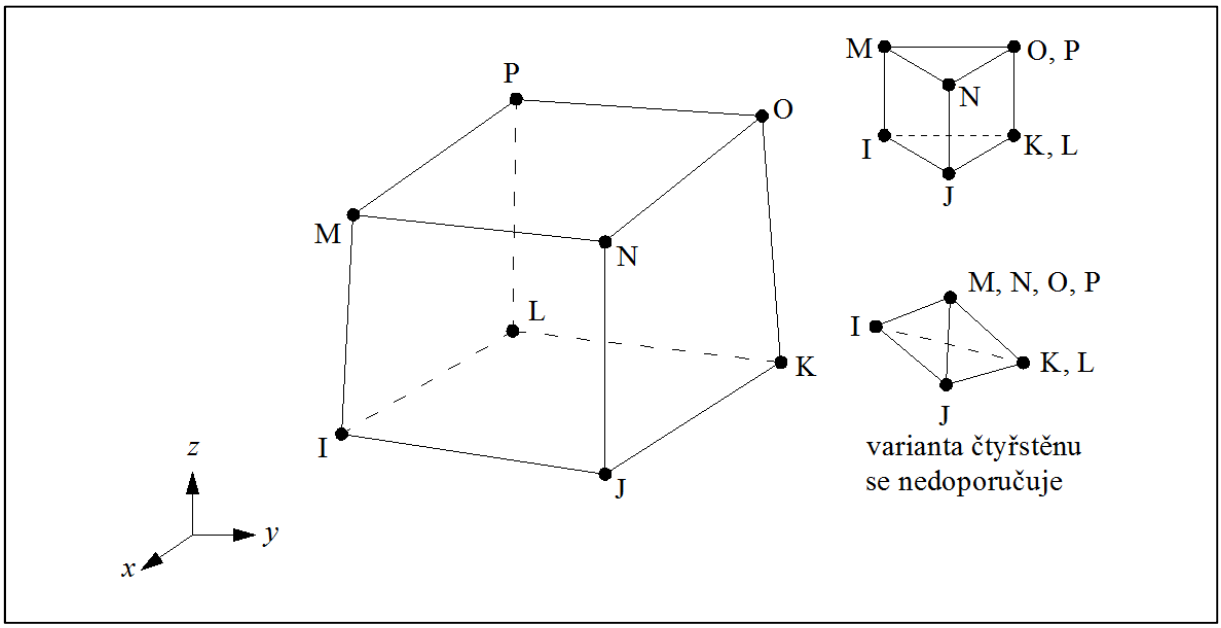
## 4.4 Použité konečné prvky

Pro výpočty MKP v rovinné úloze byl zvolen prvek **PLANE82** [6]. Jedná se o izoparametrický rovinný prvek s osmi uzly. Každý uzel má dva stupně volnosti, a to posuvy ve směru $x$ a $y$. Daný prvek lze použít při výpočtech plasticity, tečení (creep) a geometrické nelinearity [6]. Geometrie a umístění uzlů je zobrazeno na obr. 4.7. Lze vytvořit i trojúhelníkový prvek zadáním stejných souřadnic pro dva uzly. Pro případ rovinné napjatosti lze zadat tloušťku stěny.




Obr. 4.7 Prvek PLANE82 – geometrie [6]

Objemový prvek **SOLID45** se používá pro modelování prostorových konstrukcí [6]. Prvek obsahuje 8 uzlů, které mají po 3 stupních volnosti (posuny ve směru *x*, *y* a *z*). Prvek lze použít při výpočtech plasticity, tečení (creep) a geometrické nelinearity [6]. Geometrie prvku je na obr. 4.8.




Obr. 4.8 Prvek SOLID45 - geometrie [6]

# 5 Řešené příklady

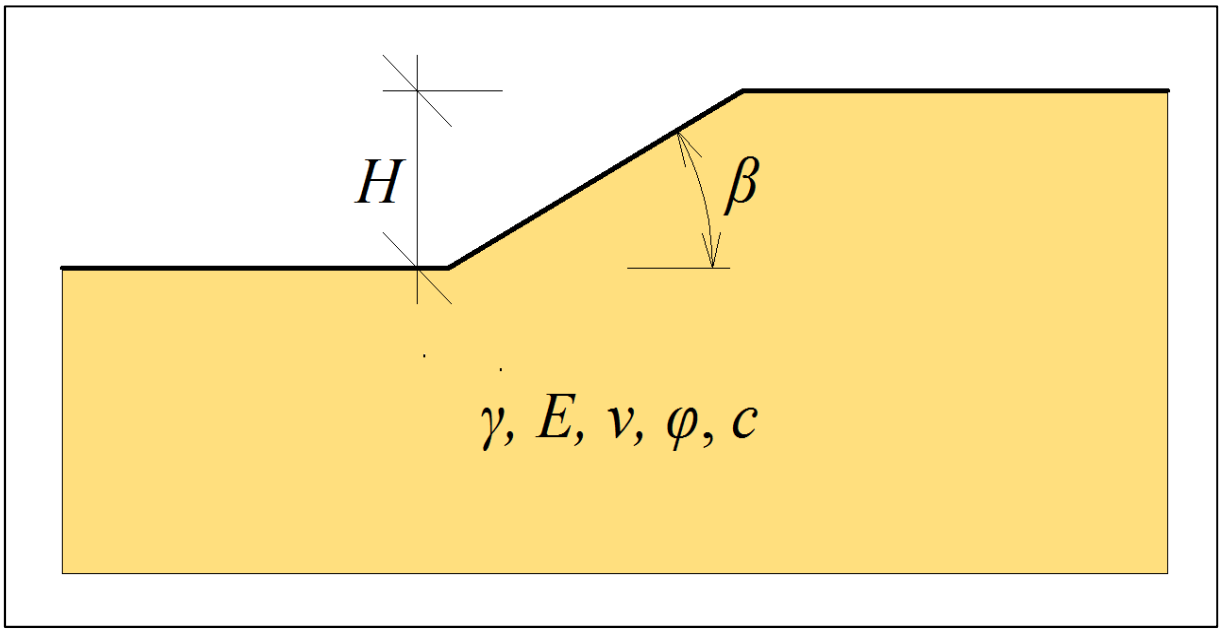
V předchozích kapitolách byly popsány jak klasické metody pro řešení stability svahů, tak metody moderní založené na MKP. Vhodné je provést jejich srovnání na praktických příkladech.

## 5.1 Srovnání klasických a moderních metod ve 2D

Nejprve byla snaha ověřit metody na jednoduchém příkladu. Byl tedy zvolen jednovrstvý svah. Až poté byla pozornost zaměřena na svahy vícevrstvé.

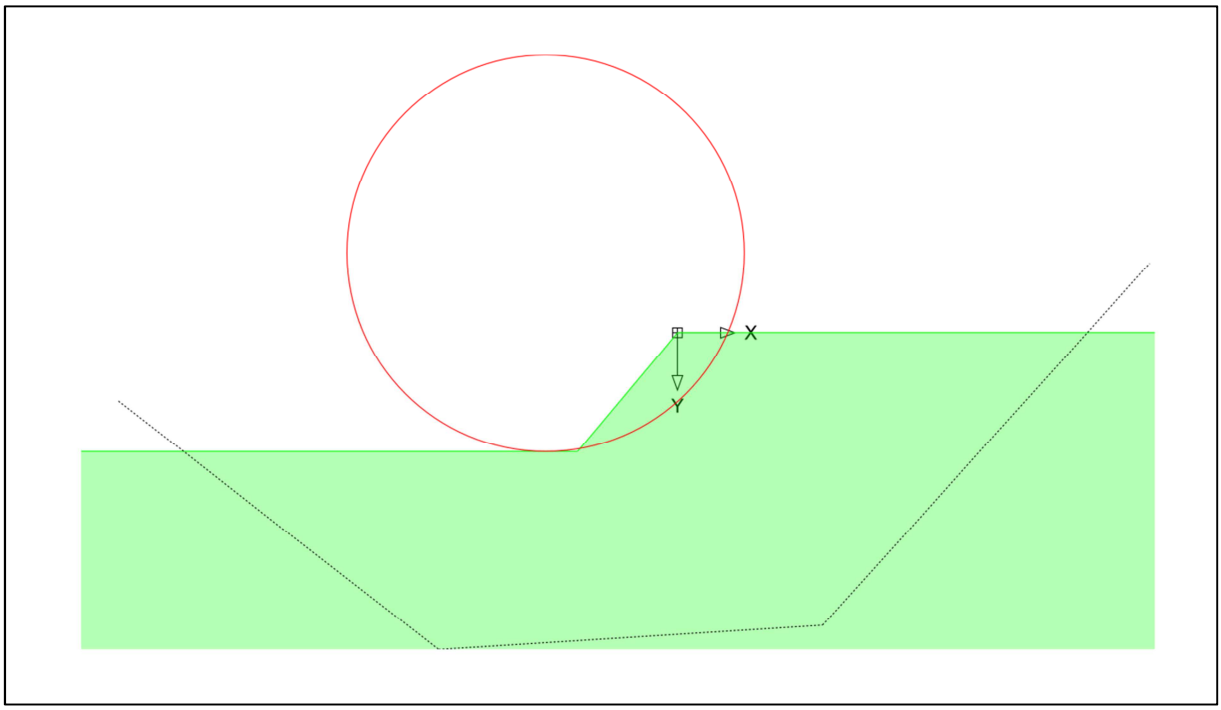
### 5.1.1 Jednovrstvý svah – parametrická studie

Byl vybrán příklad, který je uvedený v [13]. Výška svahu je $H$ = 20 m, úhel sklonu $\beta$ = 50°, objemová tíha zeminy $\gamma$ = 25 kN/m$^3$, modul pružnosti $E$ = 10 MPa, Poissonův součinitel $\nu$ = 0,2, úhel vnitřního tření $\varphi$ = 17°, koheze $c$ = 42 kPa, viz obr. 5.1.

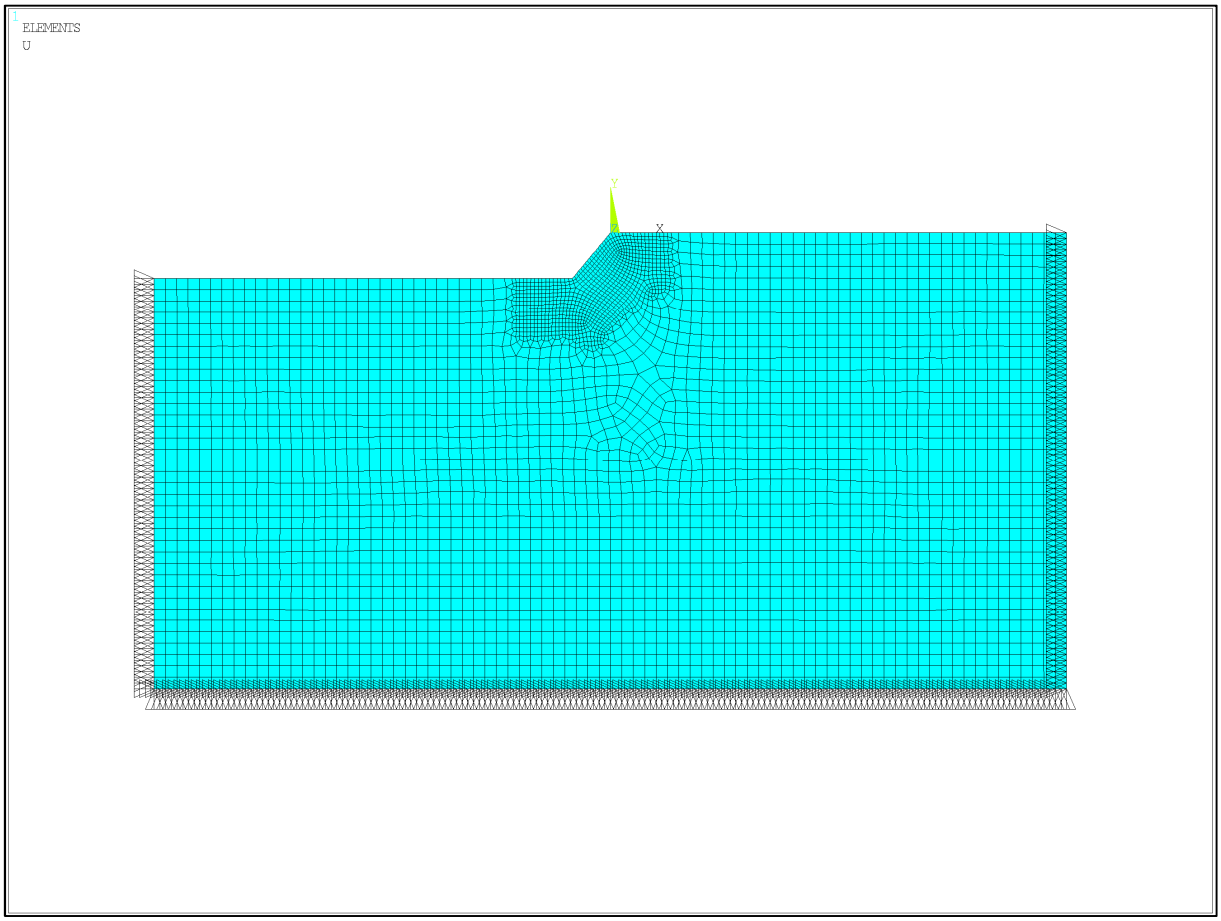



Obr. 5.1 Jednovrstvý svah – zadání

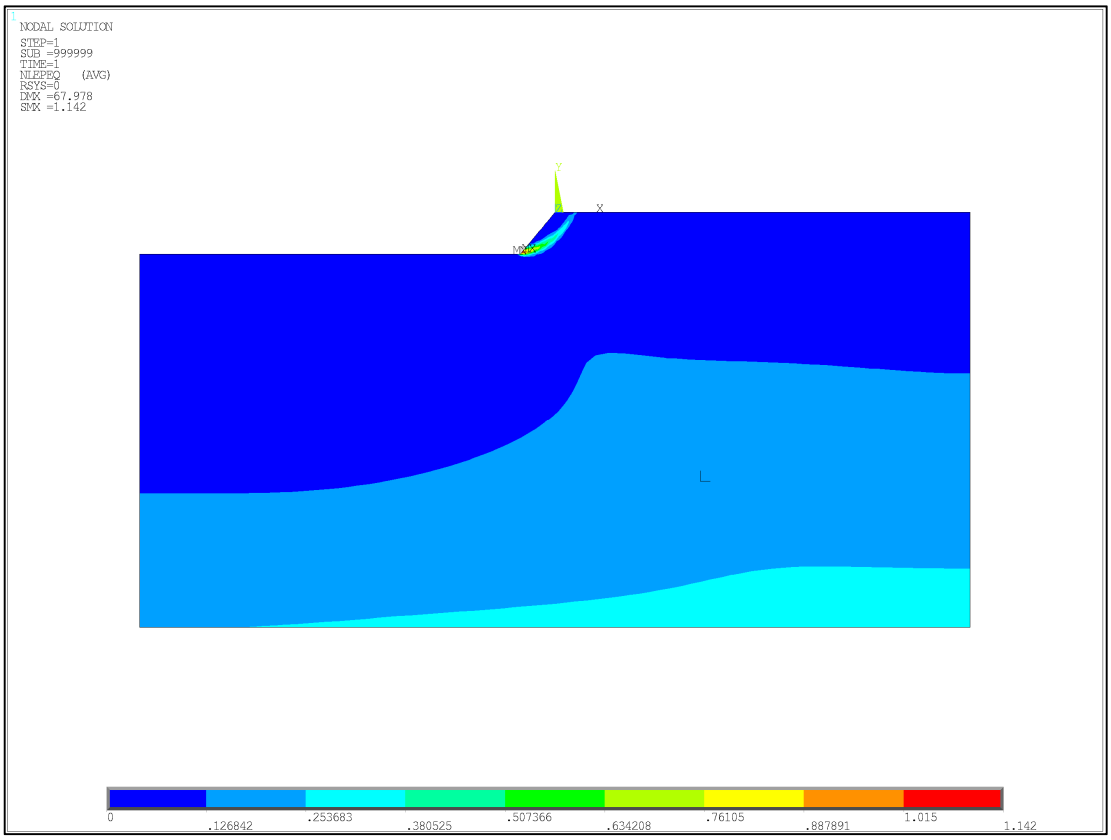
Příklad s danými parametry byl vypočítán Bishopovou metodou. Integrace byla provedena obdélníkovým pravidlem. Byl vypočítán stupeň stability $F$ = 1,00. Nalezená smyková plocha je na obr. 5.2. Tento příklad byl také vypočítán programem ANSYS, ve kterém vyšel stupeň stability $F$ = 1,05. Na obr. 5.3 je zobrazena síť konečných prvků a okrajové podmínky. Na svislých okrajích modelu bylo zabráněno posunům ve směru $x$ a u dolního okraje bylo zabráněno posunům ve směru $x$ a $y$. Byly použity konečné prvky PLANE82. Zatížení se aplikuje pouze ve formě vlastní tíhy. Na obr. 5.5 až 5.8 je zobrazeno ekvivalentní plastické přetvoření znázorňující rozvoj smykové plochy, po aplikaci čtvrtiny, poloviny, tříčtvrtiny a celého zatížení. Obr. 5.4 znázorňuje ekvivalentní plastické přetvoření na celém modelu. Vytvořená smyková plocha je porovnána na obr. 5.9 s klasickými metodami. Je patrné, že výsledky jsou shodné.



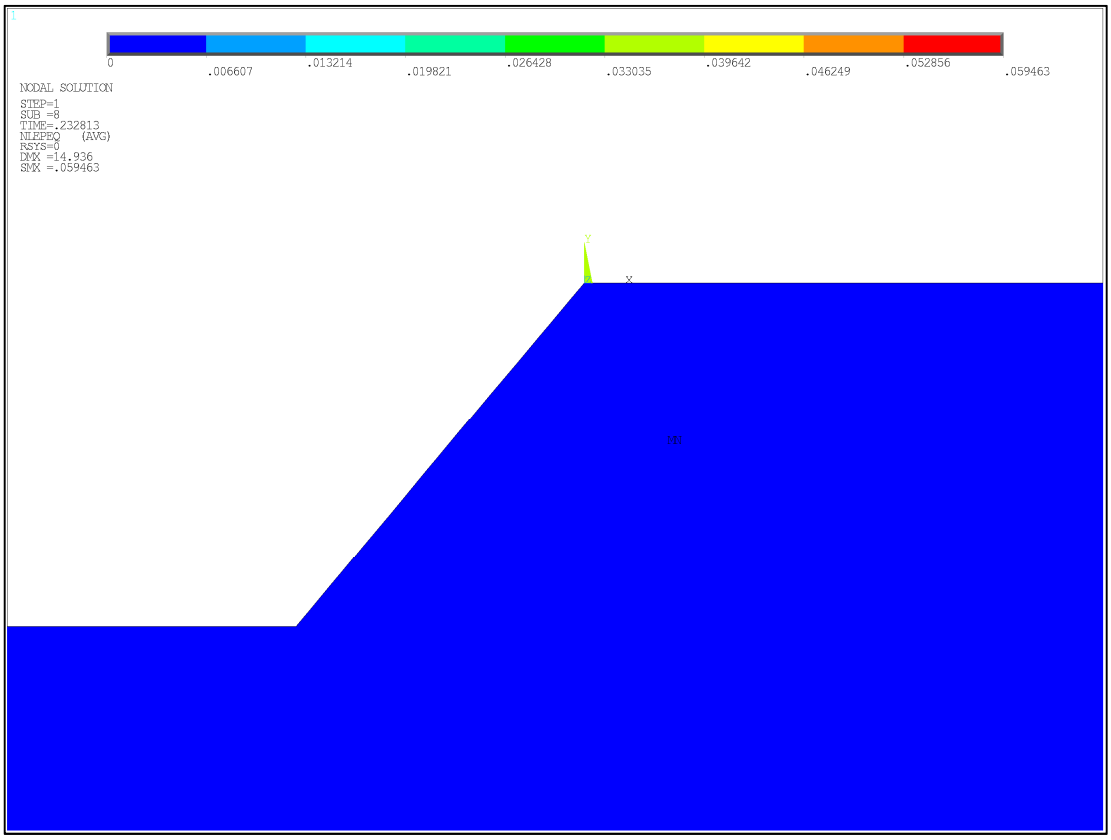

Obr. 5.2 Smyková plocha nalezená výpočtem podle Bishopovy metody a integrací podle obdélníkového pravidla ($F$ = 1,00)



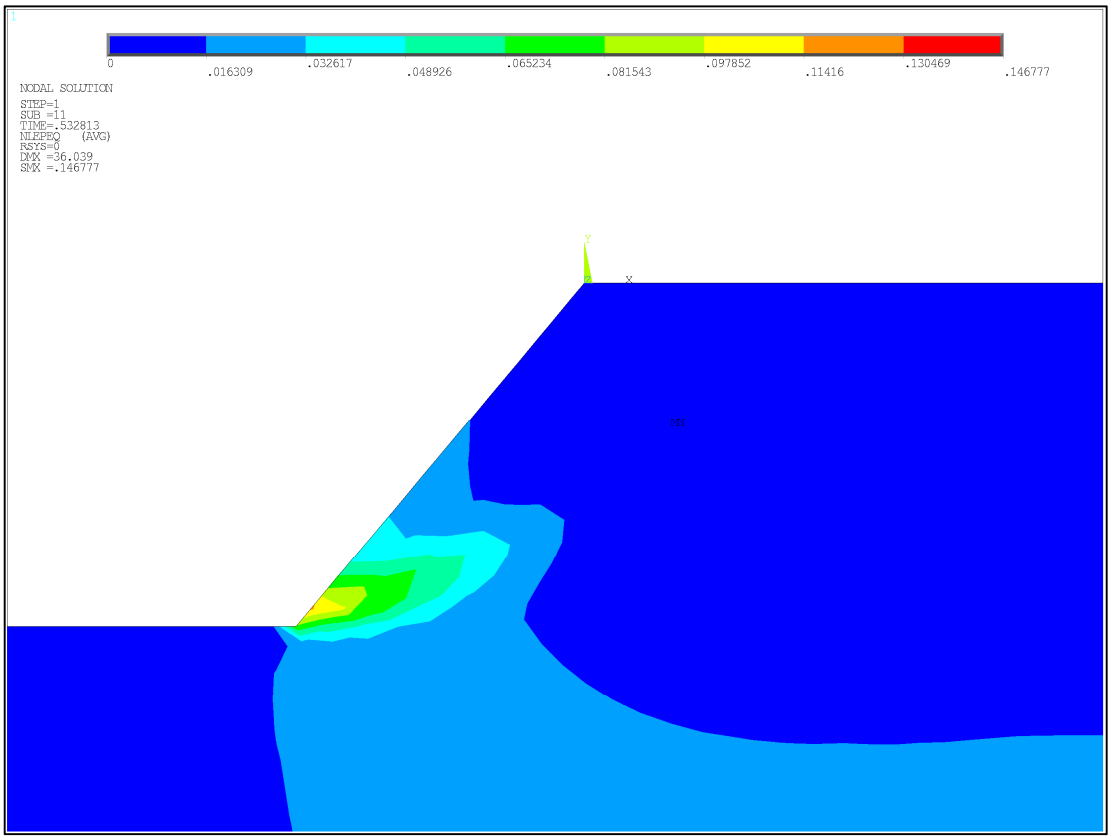

Obr. 5.3 Jednovrstvý svah - dělení na konečné prvky (PLANE82)



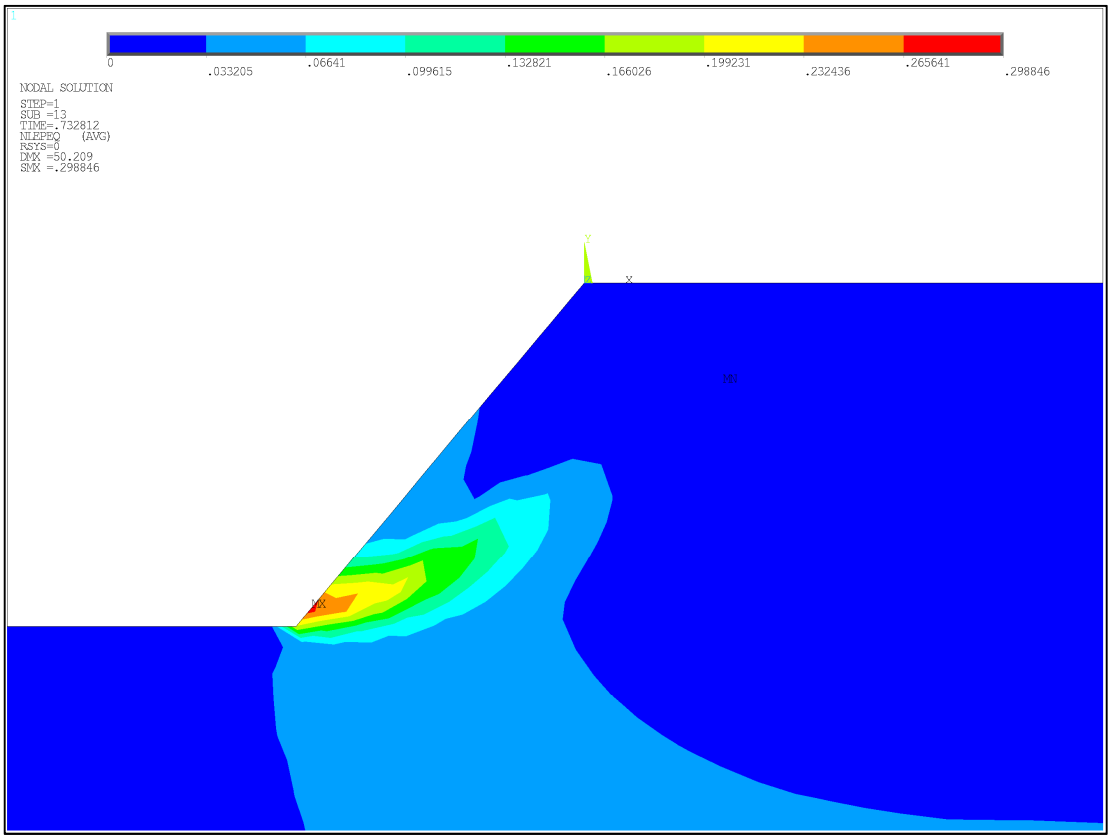

Obr. 5.4 Ekvivalentní plastická deformace ($F$ = 1,05)



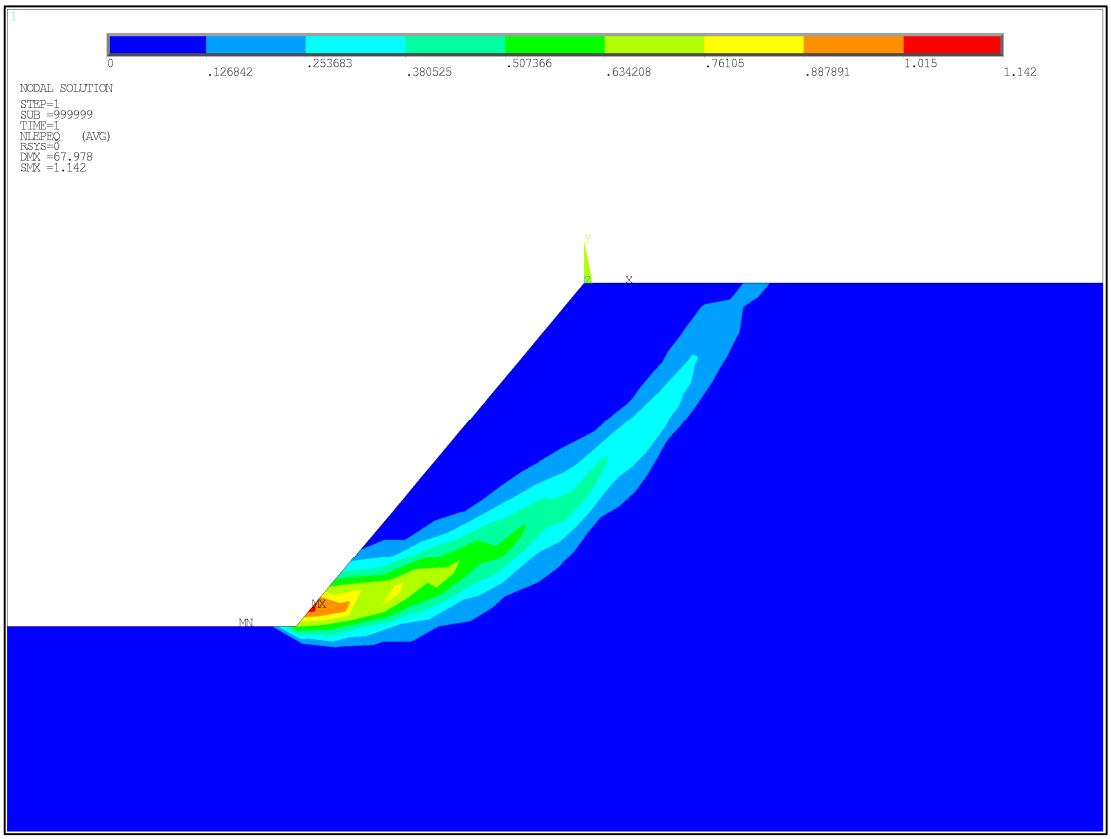

Obr. 5.5 Ekvivalentní plastická deformace – detail (čtvrtina zatížení)



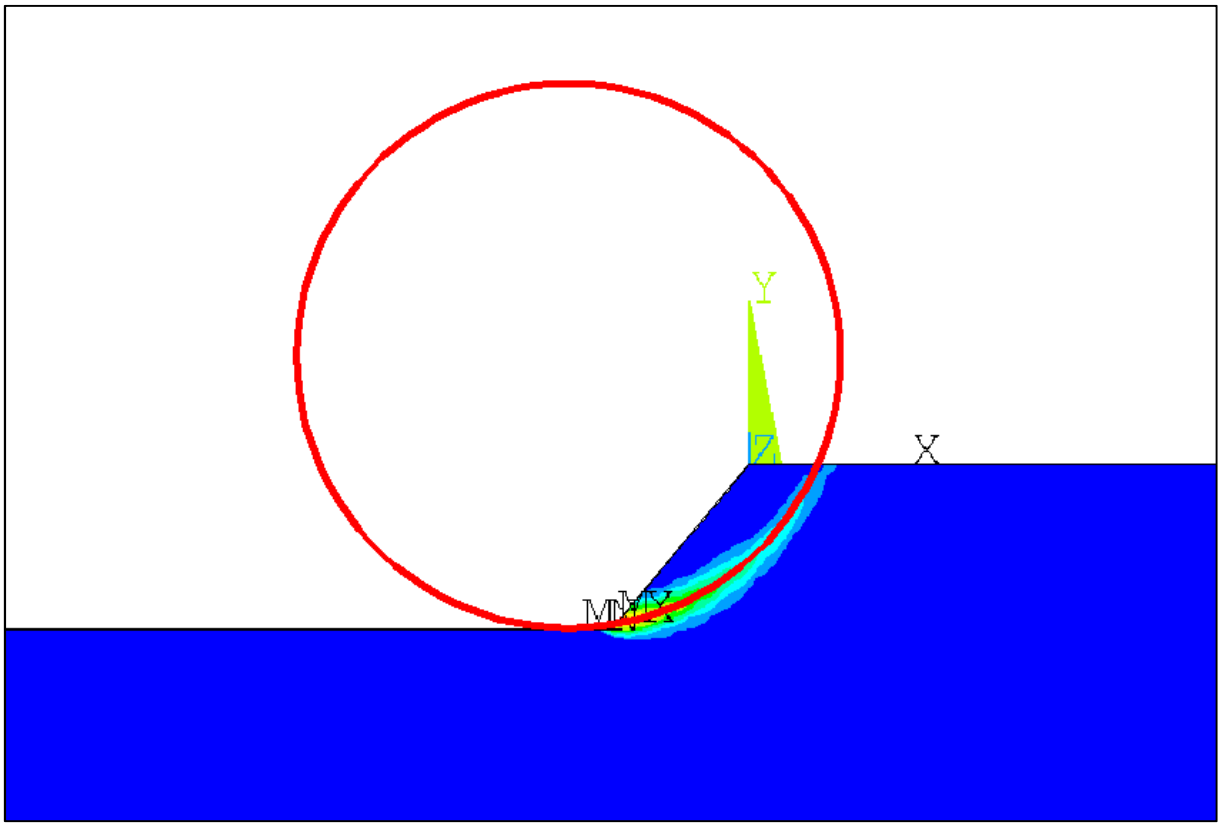

Obr. 5.6 Ekvivalentní plastická deformace – detail (polovina zatížení)




Obr. 5.7 Ekvivalentní plastická deformace – detail (tříčtvrtina zatížení)




Obr. 5.8 Ekvivalentní plastická deformace – detail (celé zatížení)




Obr. 5.9 Porovnání klasického výpočtu a MKP

Dále byla provedena parametrická studie. Byl měněn vždy jen jeden parametr, přičemž bylo sledováno, jak se mění stupeň stability svahu. Ostatní parametry zůstaly konstantní. Výpočty byly provedeny metodou konečných prvků MKP v programu ANSYS a porovnávány s klasickými metodami. V tab. 5.1 jsou uvedeny výsledky pro proměnnou výšku svahu. Z výsledků je patrné že výška svahu významně ovlivňuje stupeň stability svahu. Čím je výška svahu větší, tím působí větší hmota zeminy tíhovou silou na smykovou plochu.

Tab. 5.1 Určení stupně stability *F* získaného různými metodami pro proměnnou výšku svahu *H*

| Metoda | | | Výška *H* [m] | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 |
| MKP – SSR | DP – vnější kužel | | 5,51 | 3,75 | 2,29 | 1,44 | 1,00 |
| | DP – ekvivalentní kužel | | 4,54 | 3,09 | 1,88 | 1,19 | 0,83 |
| | DP – vepsaný kužel | | 4,25 | 2,89 | 1,77 | 1,11 | 0,77 |
| Klasické | Pettersonova metoda | obdélníkové pravidlo | 5,40 | 2,97 | 1,75 | 1,10 | 0,75 |
| | | Simpsonovo pravidlo | 5,41 | 2,98 | 1,76 | 1,11 | 0,76 |
| | Bishopova metoda | obdélníkové pravidlo | 5,44 | 2,97 | 1,76 | 1,12 | 0,78 |
| | | Simpsonovo pravidlo | 4,73 | 2,72 | 1,64 | 1,07 | 0,76 |

Úhel sklonu svahu $\beta$ je další parametr, který významně ovlivňuje stupeň stability svahu *F*. Čím strmější je svah, tím bývá poměr tangenciální síly a normálové síly na kritické smykové ploše větší. Výsledky parametrické studie pro tuto proměnnou jsou uvedeny v tab. 5.2.

Vliv objemové tíhy na stupeň stability *F* je patrný z tab. 5.3. Při rostoucí objemové tíze $\gamma$ klesá stupeň stability *F*. Pokud se sníží objemová tíha zeminy $\gamma$ zmenší se i tíhová síla *G*. Zmenší-li se objemová tíha *G* zmenší se i aktivní tangenciální síla *T*, ale na druhou stranu i normálová síla, která má vliv na pevnost zeminy ve smyku. V tomto případě je tedy vliv změny aktivní tangenciální síly větší než normálové síly.

Úhel vnitřního tření je parametr, který má vliv na pevnost zeminy. V tab. 5.4 jsou uvedeny výsledky parametrické studie pro tuto proměnnou. Je logické, že zvýšením úhlu vnitřního tření $\varphi$ dojde ke zvýšení pevnosti zeminy a také stupně stability *F*.

Další parametr, který ovlivňuje pevnost zeminy, je koheze *c*. Parametrická studie určení stupně stability pro proměnnou kohezi *c* je uvedena v tab. 5.5. Zvýšením koheze *c* dojde ke zvýšení pevnosti zeminy a tím k větší stabilitě svahu.

Tab. 5.2 Určení stupně stability $F$ získaného různými metodami pro proměnný úhel sklonu svahu $\beta$

| Metoda | | | Úhel sklonu $\beta$ [°] | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| MKP – SSR | DP – vnější kužel | | 3,56 | 2,25 | 1,74 | 1,46 | 1,27 | 1,13 | 0,99 | 0,89 |
| | DP – ekvivalentní kužel | | 2,94 | 1,84 | 1,44 | 1,21 | 1,05 | 0,93 | 0,81 | 0,73 |
| | DP – vnitřní kužel | | 2,74 | 1,72 | 1,34 | 1,13 | 0,98 | 0,86 | 0,77 | 0,68 |
| Klasické | Pettersonova metoda | obdélníkové pravidlo | 2,73 | 1,70 | 1,32 | 1,12 | 0,97 | 0,88 | 0,81 | 0,77 |
| | | Simpsonovo pravidlo | 2,81 | 1,75 | 1,35 | 1,14 | 0,98 | 0,89 | 0,82 | 0,77 |
| | Bishopova metoda | obdélníkové pravidlo | 2,91 | 1,81 | 1,39 | 1,16 | 1,00 | 0,90 | 0,79 | 0,70 |
| | | Simpsonovo pravidlo | 2,79 | 1,72 | 1,34 | 1,12 | 0,97 | 0,85 | 0,74 | 0,65 |

Tab. 5.3 Určení stupně stability *F* získaného různými metodami pro proměnnou objemovou tíhu materiálu $\gamma$

| Metoda | | | Objemová tíha $\gamma$ [kN/m$^3$] $\cdot 10^3$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| MKP – SSR | DP – vnější kužel | | 1,70 | 1,63 | 1,57 | 1,52 | 1,48 | 1,44 | 1,40 | 1,36 |
| | DP – ekvivalentní kužel | | 1,40 | 1,35 | 1,30 | 1,26 | 1,22 | 1,18 | 1,15 | 1,12 |
| | DP – vnitřní kužel | | 1,31 | 1,26 | 1,21 | 1,17 | 1,14 | 1,11 | 1,08 | 1,05 |
| Klasické | Pettersonova metoda | obdélníkové pravidlo | 1,33 | 1,27 | 1,22 | 1,18 | 1,14 | 1,10 | 1,08 | 1,05 |
| | | Simpsonovo pravidlo | 1,33 | 1,29 | 1,23 | 1,19 | 1,15 | 1,11 | 1,08 | 1,05 |
| | Bishopova metoda | obdélníkové pravidlo | 1,34 | 1,29 | 1,25 | 1,20 | 1,16 | 1,12 | 1,09 | 1,07 |
| | | Simpsonovo pravidlo | 1,28 | 1,24 | 1,19 | 1,16 | 1,13 | 1,09 | 1,06 | 1,04 |

Tab. 5.4 Určení stupně stability *F* získaného různými metodami pro proměnný úhel vnitřního tření materiálu $\varphi$

| Metoda | | | Úhel vnitřního tření $\varphi$ [°] | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| MKP – SSR | DP – vnější kužel | | 1,00 | 1,07 | 1,23 | 1,39 | 1,54 | 1,71 | 1,85 | 1,99 |
| | DP – ekvivalentní kužel | | 0,78 | 0,91 | 1,02 | 1,12 | 1,22 | 1,32 | 1,41 | 1,49 |
| | DP – vnitřní kužel | | 0,74 | 0,86 | 0,96 | 1,04 | 1,12 | 1,20 | 1,25 | 1,31 |
| Klasické | Pettersonova metoda | obdélníkové pravidlo | 0,73 | 0,84 | 0,95 | 1,06 | 1,17 | 1,29 | 1,42 | 1,55 |
| | | Simpsonovo pravidlo | 0,73 | 0,84 | 0,96 | 1,08 | 1,18 | 1,30 | 1,43 | 1,56 |
| | Bishopova metoda | obdélníkové pravidlo | 0,74 | 0,86 | 0,97 | 1,08 | 1,20 | 1,32 | 1,45 | 1,59 |
| | | Simpsonovo pravidlo | 0,71 | 0,82 | 0,93 | 1,06 | 1,17 | 1,29 | 1,42 | 1,56 |

Tab. 5.5 Určení stupně stability *F* získaného různými metodami pro proměnnou kohezi materiálu *c*

| Metoda | | | Koheze *c* [kPa] | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |
| MKP – SSR | DP – vnější kužel | | 0,61 | 0,72 | 0,83 | 0,92 | 1,01 | 1,09 | 1,16 | 1,23 |
| | DP – ekvivalentní kužel | | 0,50 | 0,60 | 0,68 | 0,76 | 0,83 | 0,89 | 0,95 | 1,02 |
| | DP – vnitřní kužel | | 0,47 | 0,56 | 0,64 | 0,71 | 0,77 | 0,83 | 0,89 | 0,95 |
| Klasické | Pettersonova metoda | obdélníkové pravidlo | 0,43 | 0,52 | 0,61 | 0,68 | 0,75 | 0,82 | 0,89 | 0,95 |
| | | Simpsonovo pravidlo | 0,44 | 0,53 | 0,61 | 0,69 | 0,76 | 0,83 | 0,89 | 0,96 |
| | Bishopova metoda | obdélníkové pravidlo | 0,45 | 0,55 | 0,63 | 0,70 | 0,78 | 0,84 | 0,91 | 0,98 |
| | | Simpsonovo pravidlo | 0,45 | 0,54 | 0,62 | 0,69 | 0,76 | 0,82 | 0,88 | 0,94 |

Tab. 5.6 uvádí parametrickou studii určení stupně stability *F* získaného pro proměnný modul pružnosti *E*. Z tabulky je zřejmé, že modul pružnosti *E* nemá vliv na stupeň stability *F*. Velmi malý nebo téměř žádný vliv má na stupeň stability *F* Poissonův součinitel *v*, jehož parametrická studie je v tab. 5.7.

Tab. 5.6 Určení stupně stability *F* získaného různými metodami pro proměnný modul pružnosti materiálu *E*

| Metoda | | Modul pružnosti *E* [MPa] | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| MKP – SSR | DP – vnější kužel | 1,28 | 1,27 | 1,27 | 1,27 | 1,27 | 1,27 |
| | DP – ekvivalentní kužel | 1,06 | 1,05 | 1,05 | 1,05 | 1,05 | 1,05 |
| | DP – vnitřní kužel | 0,99 | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,98 |

Tab. 5.7 Určení stupně stability *F* získaného různými metodami pro proměnný Poissonův součinitel *v*

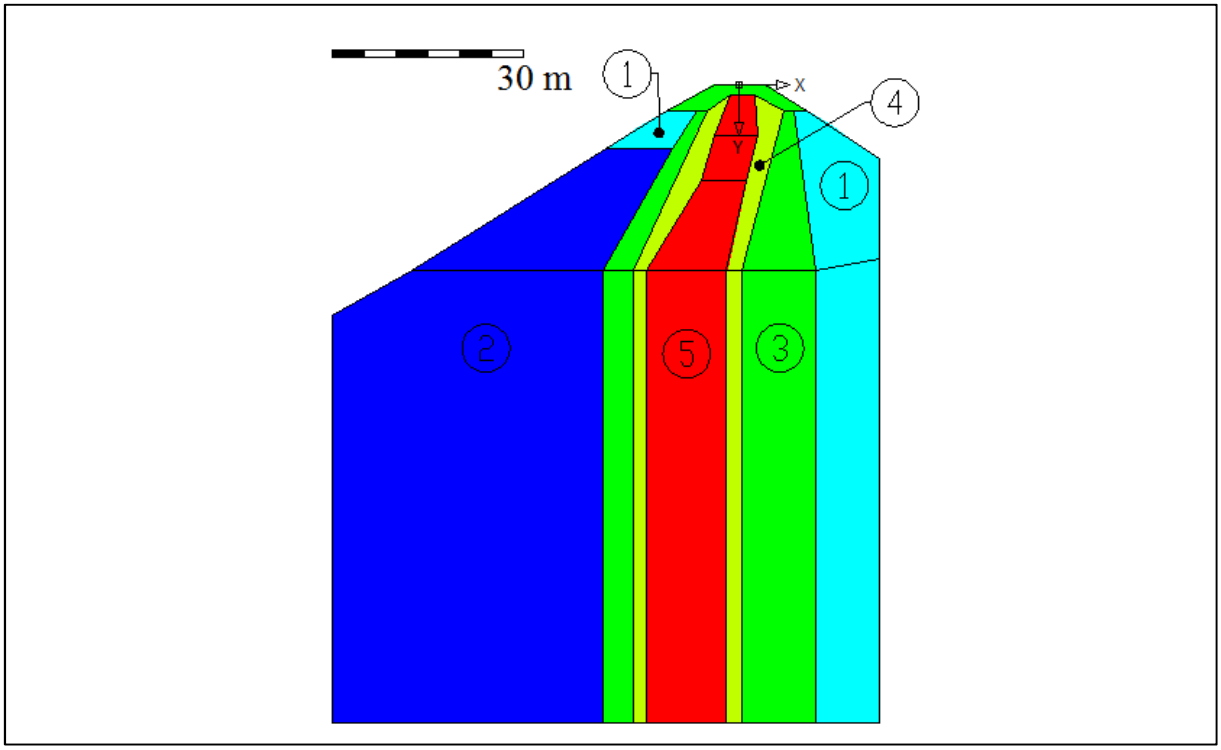
| Metoda | | Poissonův součinitel *v* [-] | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0,2 | 0,25 | 0,3 | 0,35 | 0,4 | 0,45 |
| MKP – SSR | DP – vnější kužel | 1,27 | 1,27 | 1,28 | 1,28 | 1,28 | 1,28 |
| | DP – ekvivalentní kužel | 1,05 | 1,05 | 1,05 | 1,05 | 1,05 | 1,05 |
| | DP – vnitřní kužel | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,98 | 0,99 | 0,98 |

### 5.1.2 Vícevrstvý svah

Dále byl zvolen vícevrstvý (nehomogenní) svah. Jeho geometrie je zobrazena na obr. 5.10. Jednotlivé plochy jsou barevně rozděleny podle materiálu. Každý materiál je označen číslem, jehož charakteristiky jsou uvedeny v tab. 5.8. Výsledky stupňů stability jsou uvedeny v tab. 5.9. Na obr. 5.11 je zobrazena síť konečných prvků a okrajové podmínky. Byly zvoleny prvky PLANE82. Ekvivalentní plastické deformace vypočítané pro Druckerův-Pragerův ekvivalentní kužel jsou zobrazeny na obr. 5.12. Smyková plocha nalezená výpočtem Pettersonovou metodou a integrací obdélníkovým pravidlem je patrná na obr. 5.13. Porovnání obou smykových ploch je na obr. 5.14. Z výsledků je patrné, že k porušení smykem by došlo na povrchu svahu. Odlišný tvar smykové plochy pro klasické metody a MKP může mít vliv na rozdílné výsledky stupňů stability.

Tab. 5.8 Vícevrstvý svah - materiálové charakteristiky

| Barva | Číslo materiálu | $\gamma$ [kN/m$^3$] | $\varphi$ [°] | $c$ [Pa] |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 23,50 | 42 | 0 |
| | 2 | 24,90 | 42 | 0 |
| | 3 | 23,40 | 38 | 10000 |
| | 4 | 23,40 | 36 | 0 |
| | 5 | 20,50 | 26 | 25000 |

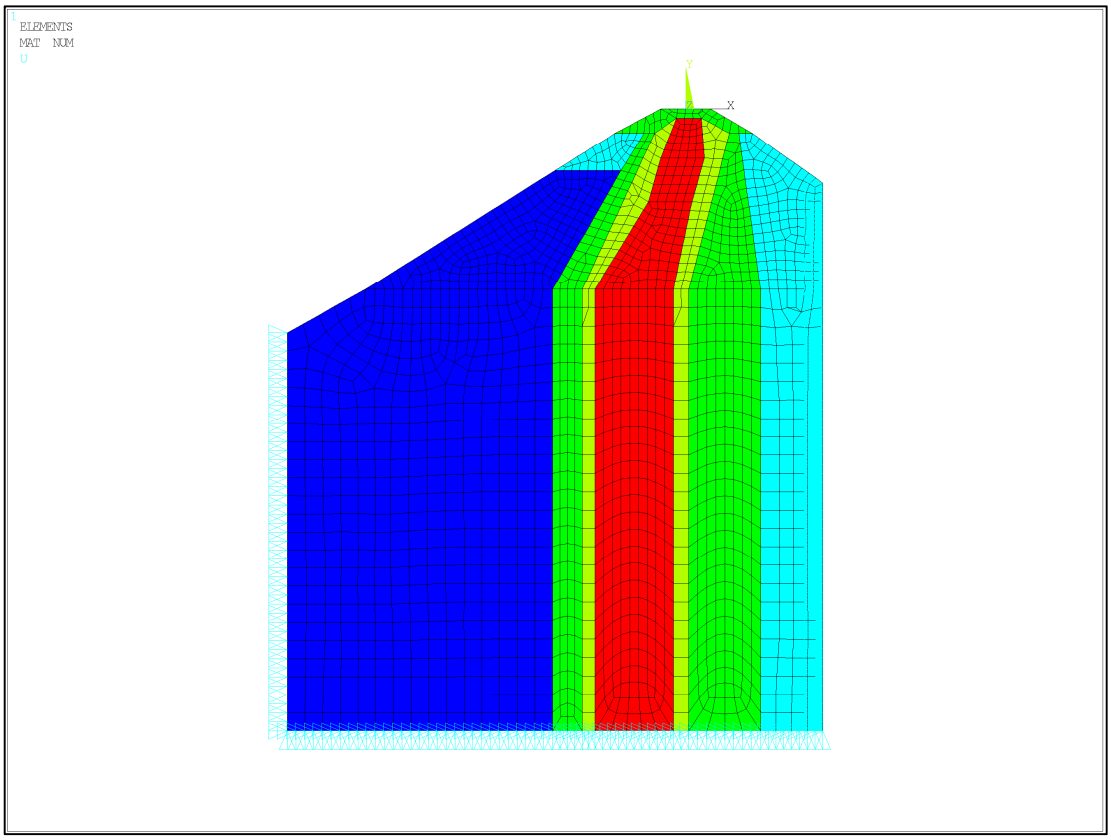



Obr. 5.10 Vícevrstvý svah – materiály a geometrie

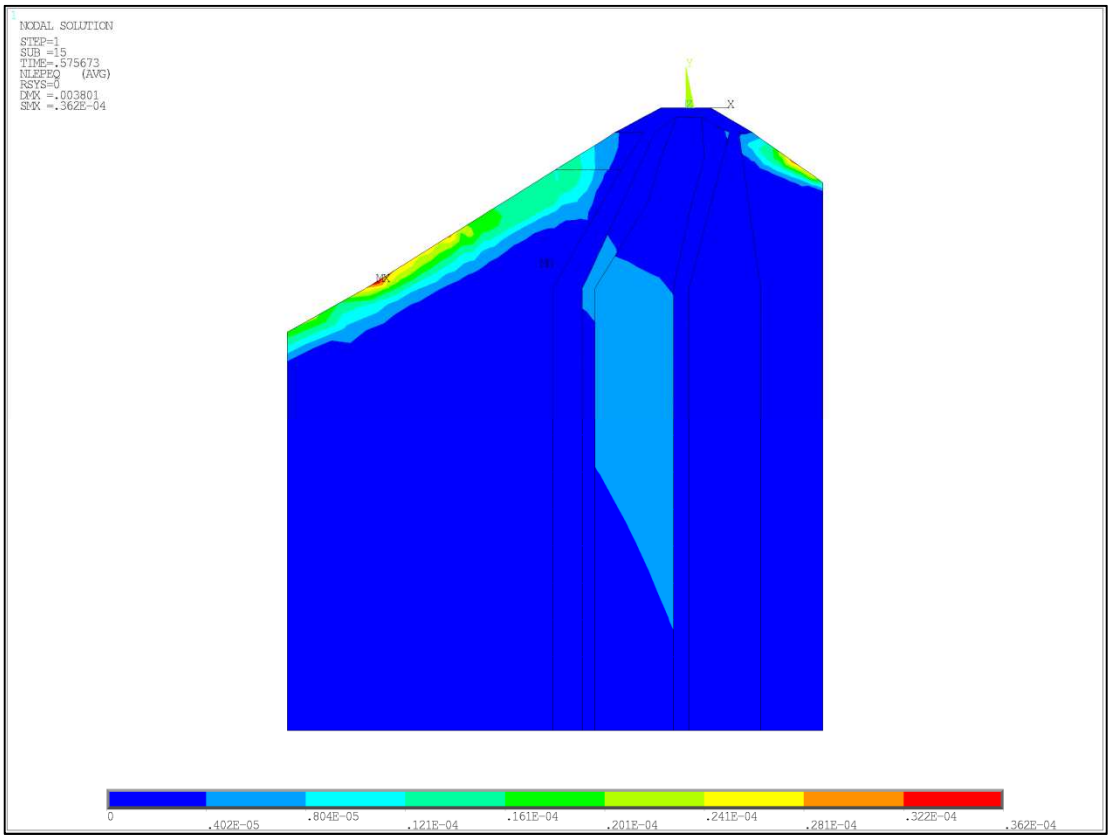
Tab. 5.9 Vícevrstvý svah – výsledky

| Klasické metody | | | | MKP - SSR | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Pettersonova metoda | | Bishopova metoda | | DP – vnitřní kužel | DP – ekvivalentní kužel | DP – vnější kužel |
| OBD | SIM | OBD | SIM | | | |
| 1,44 | 1,44 | 1,44 | 1,44 | 1,16 | 1,34 | 1,85 |

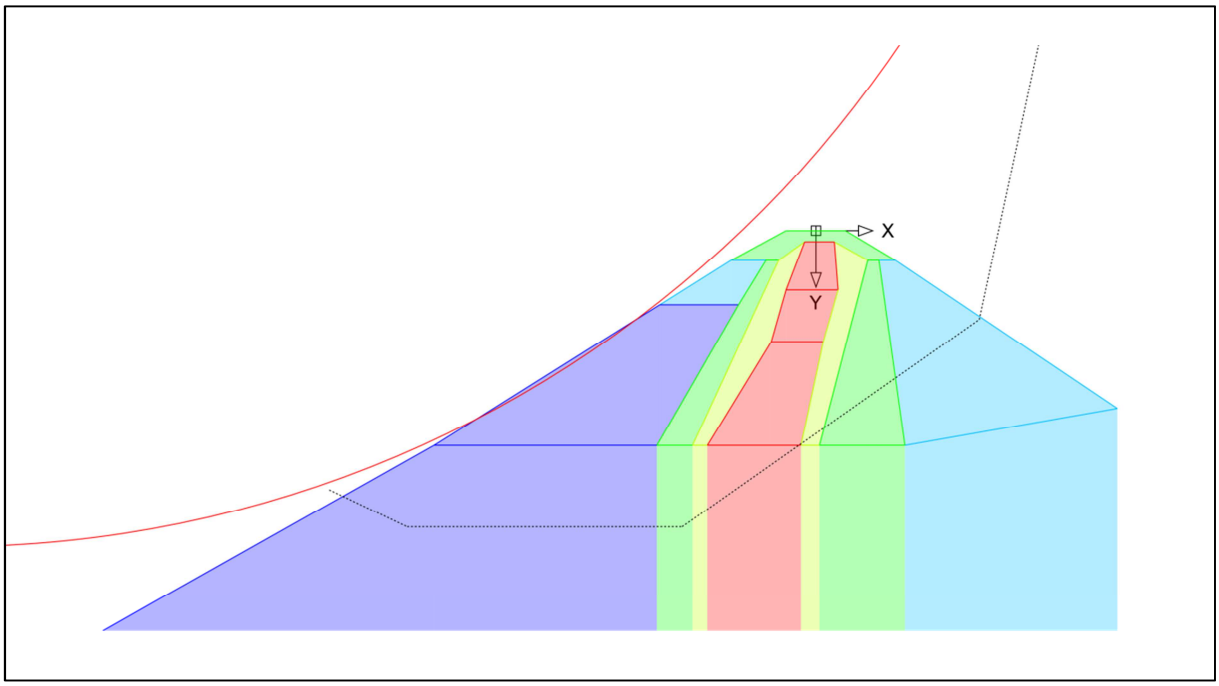
Pozn.: OBD – obdélníkové pravidlo; SIM – Simpsonovo pravidlo



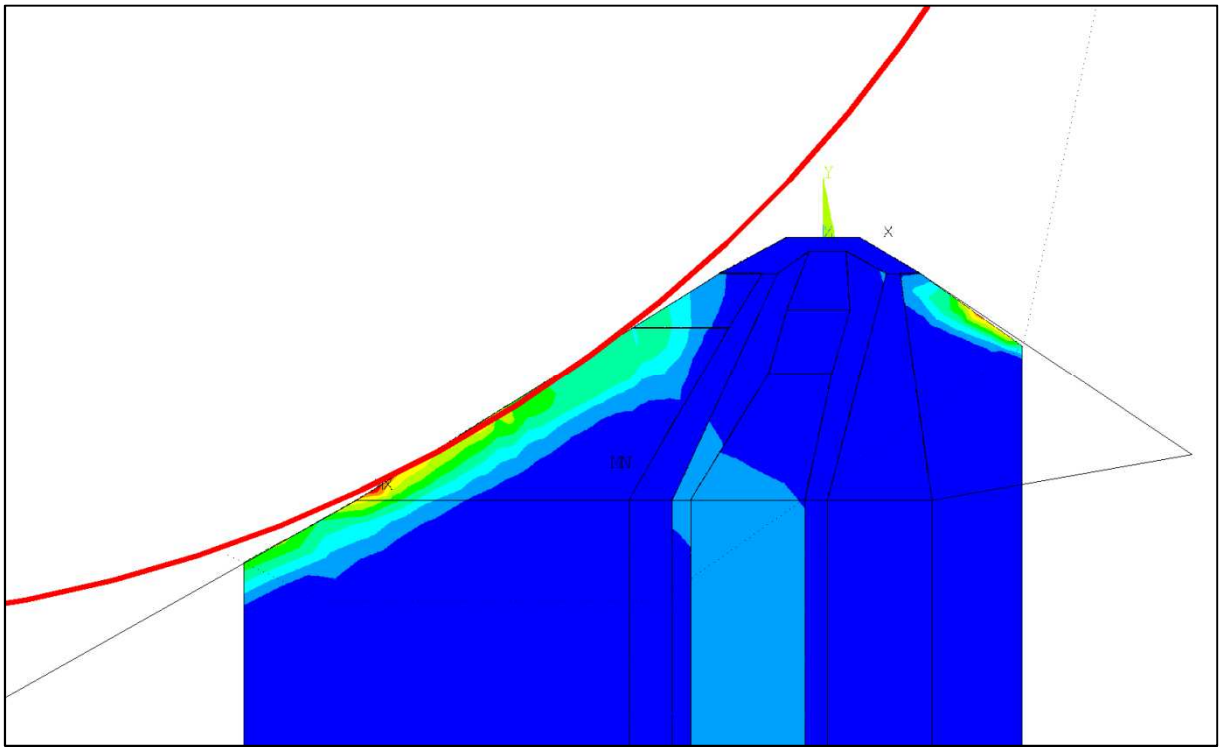

Obr. 5.11 Vícevrstvý svah – síť konečných prvků (PLANE82)




Obr. 5.12 Vícevrstvý svah – ekvivalentní plastická deformace ($F$ =1,34)




Obr. 5.13 Smyková plocha nalezená výpočtem podle Pettersonovy metody a integrací podle obdélníkového pravidla ($F$ = 1,44)



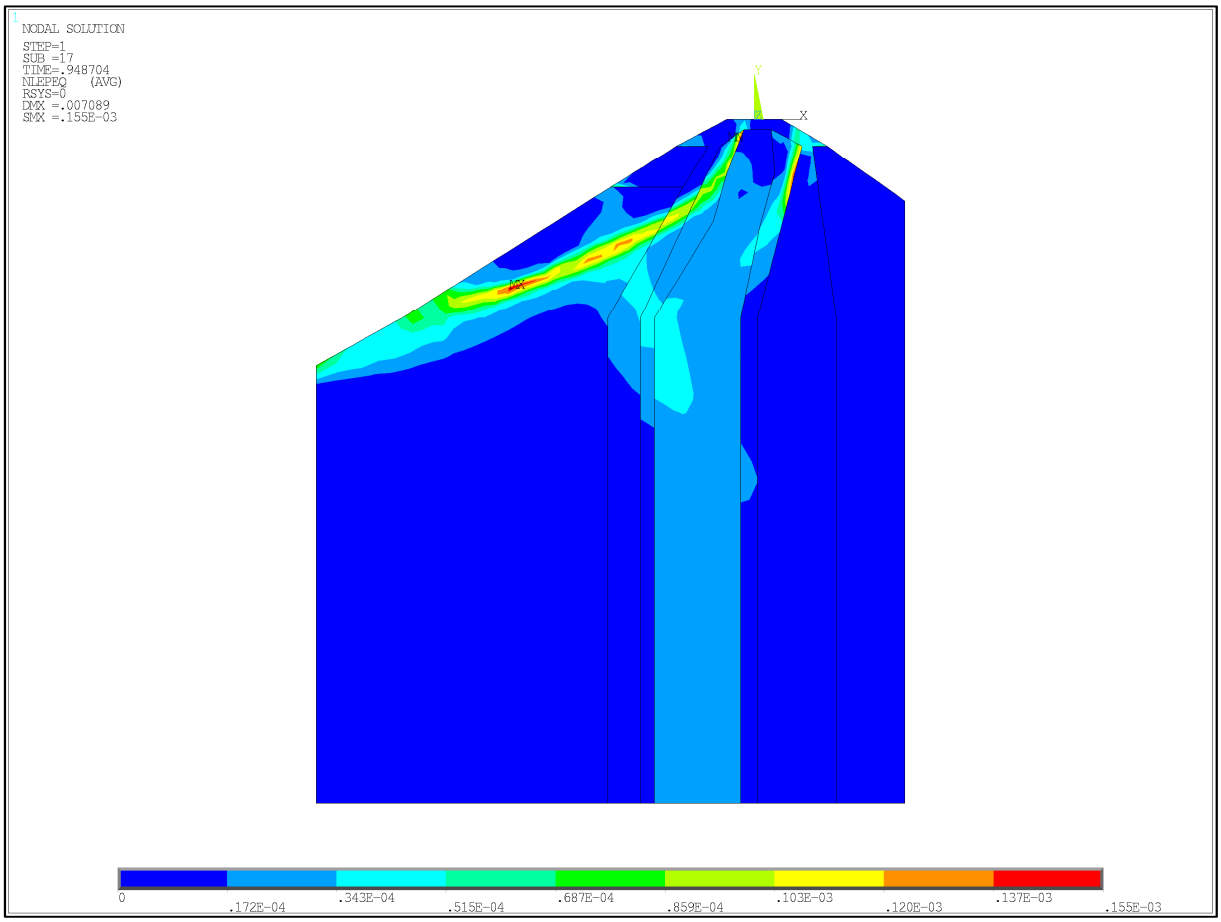
Obr. 5.14 Porovnání klasického výpočtu a MKP

Pro ověření daných výsledků byly změněny materiálové charakteristiky zemin, které jsou umístěny na povrchu svahu. Tím by se měla nebezpečná smyková plocha posunout více do hloubky svahu. Upravené materiálové charakteristiky jsou uvedeny v tab. 5.10. Pro materiály 1 a 2 byla zvýšena koheze $c$ z nulové hodnoty na hodnotu $c$ = 25000 Pa.

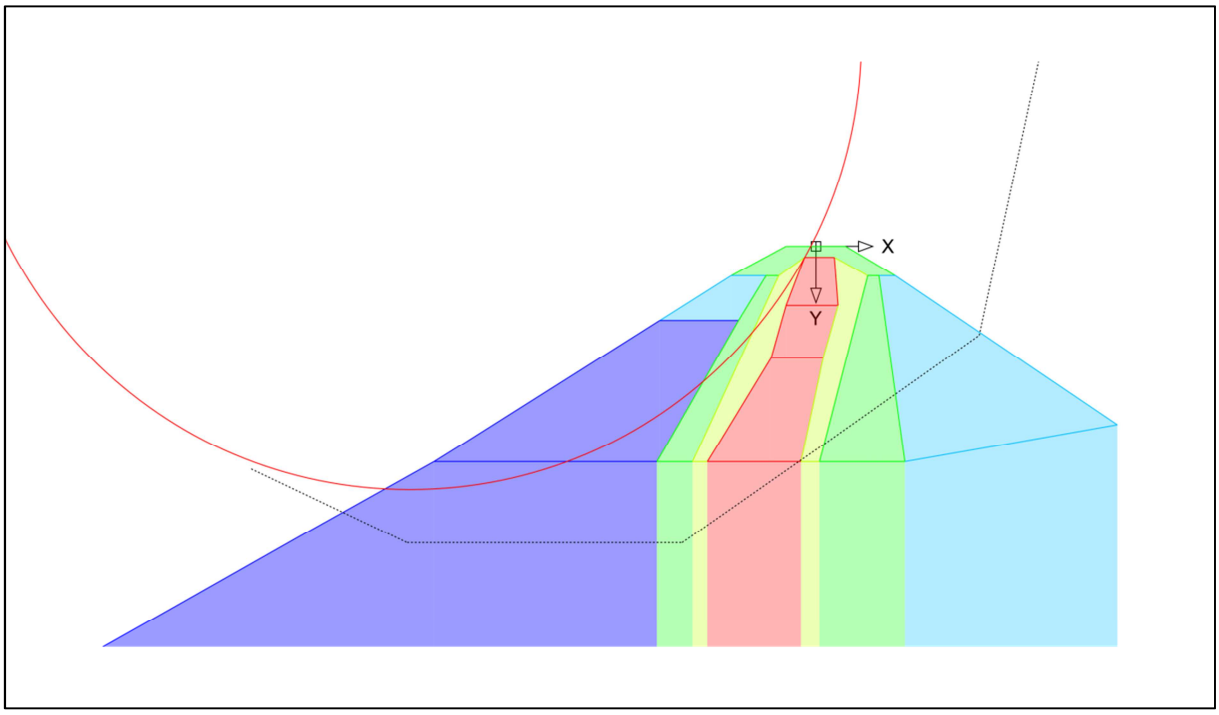
Tab. 5.10 Vícevrstvý svah - modifikované materiálové charakteristiky

| Barva | Číslo materiálu | $\gamma$ [kN/m$^3$] | $\varphi$ [°] | $c$ [Pa] |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 23,50 | 42 | 25000 |
| | 2 | 24,90 | 42 | 25000 |
| | 3 | 23,40 | 38 | 10000 |
| | 4 | 23,40 | 36 | 0 |
| | 5 | 20,50 | 26 | 25000 |

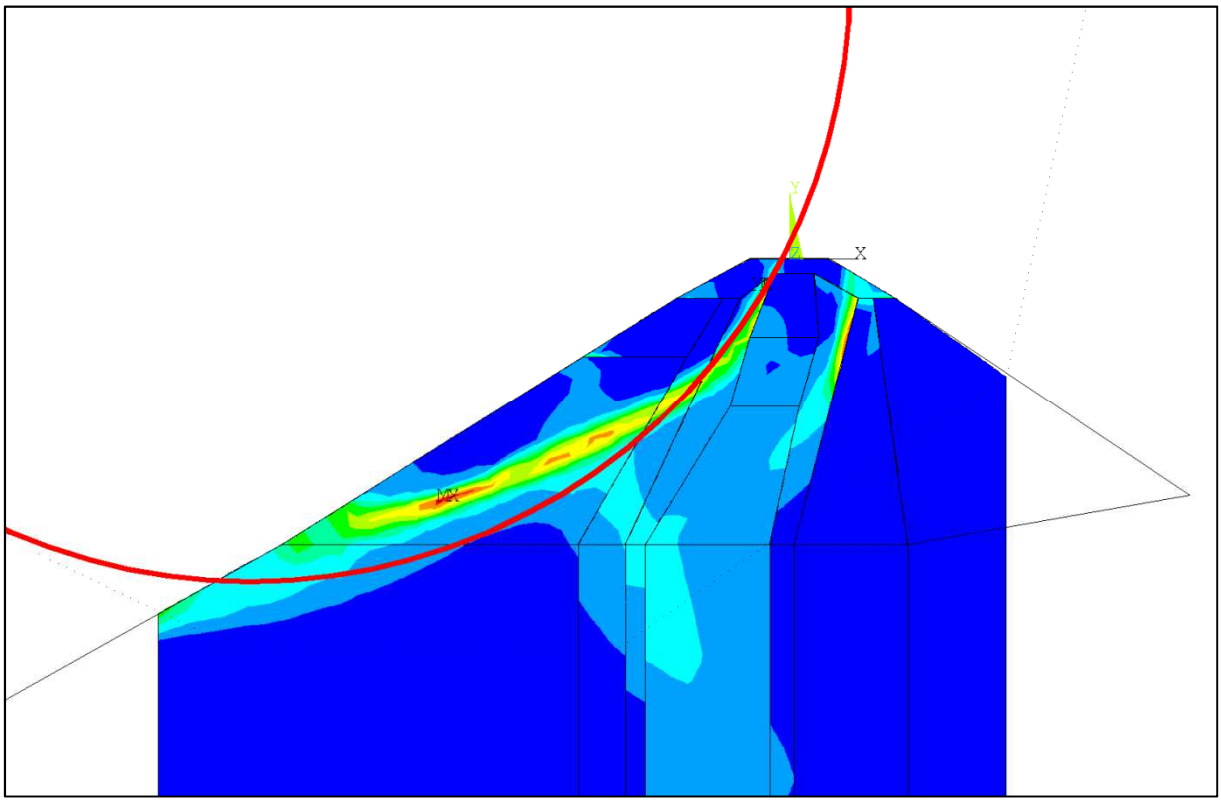
Výsledné ekvivalentní plastické přetvoření vypočítané pro Druckerův-Pragerův ekvivalentní kužel je zobrazeno na obr. 5.15. Smyková plocha nalezená Pettersonovou metodou a integrací obdélníkovým pravidlem je na obr. 5.16. Porovnání obou smykových ploch je na obr. 5.17.




Obr. 5.15 Vícevrstvý svah s modifikovanými materiály – ekvivalentní plastická deformace ($F$ = 1,65)




Obr. 5.16 Vícevrstvý svah s modifikovanými materiály – smyková plocha nalezená výpočtem podle Pettersonovy metody a integrací podle obdélníkového pravidla ($F$ = 1,85)




Obr. 5.17 Vícevrstvý svah s modifikovanými materiály – porovnání řešení MKP s klasickým výpočtem

Nová smyková plocha jen nyní umístěna více v hloubce svahu. Z obr. 5.17 je zřejmé, že tvar smykových ploch zjištěných klasickými metodami a MKP je rozdílný. To může být příčinou odlišného stupně stability zjištěného oběma metodami. Výsledky pro ostatní varianty výpočtů jsou uvedeny v tab. 5.11.

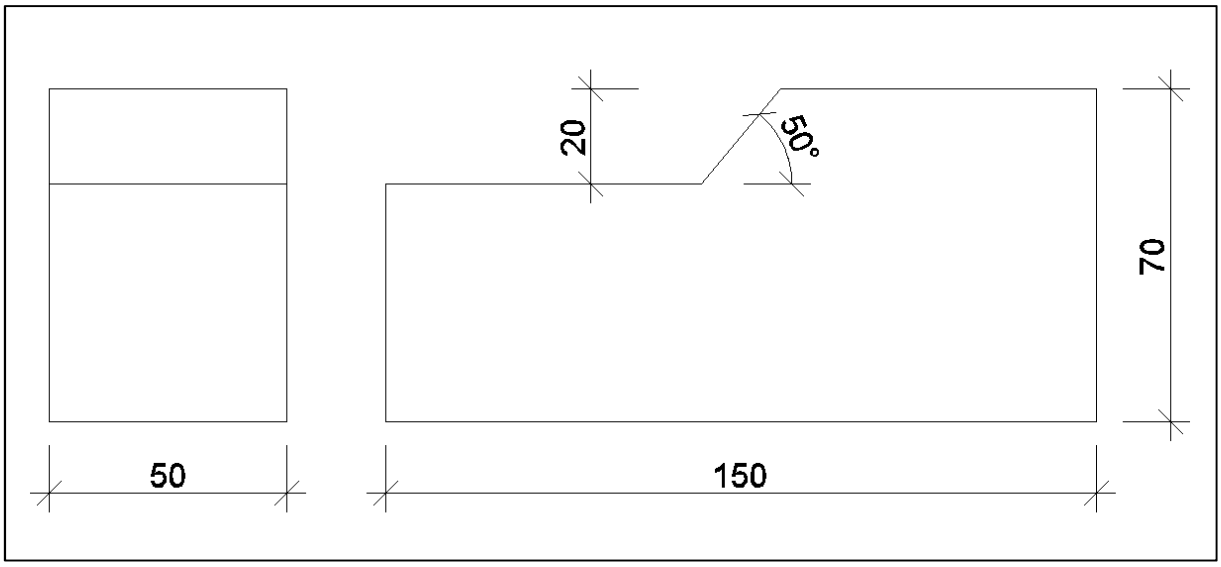
Tab. 5.11 Vícevrstvý svah s modifikovanými materiálovými charakteristikami – výsledky

| Klasické metody | | | | MKP – SSR | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Pettersonova metoda | | Bishopova metoda | | DP – vnitřní kužel | DP – ekvivalentní kužel | DP – vnější kužel |
| OBD | SIM | OBD | SIM | | | |
| 1,85 | 1,84 | 1,93 | 1,93 | 1,43 | 1,65 | 2,28 |

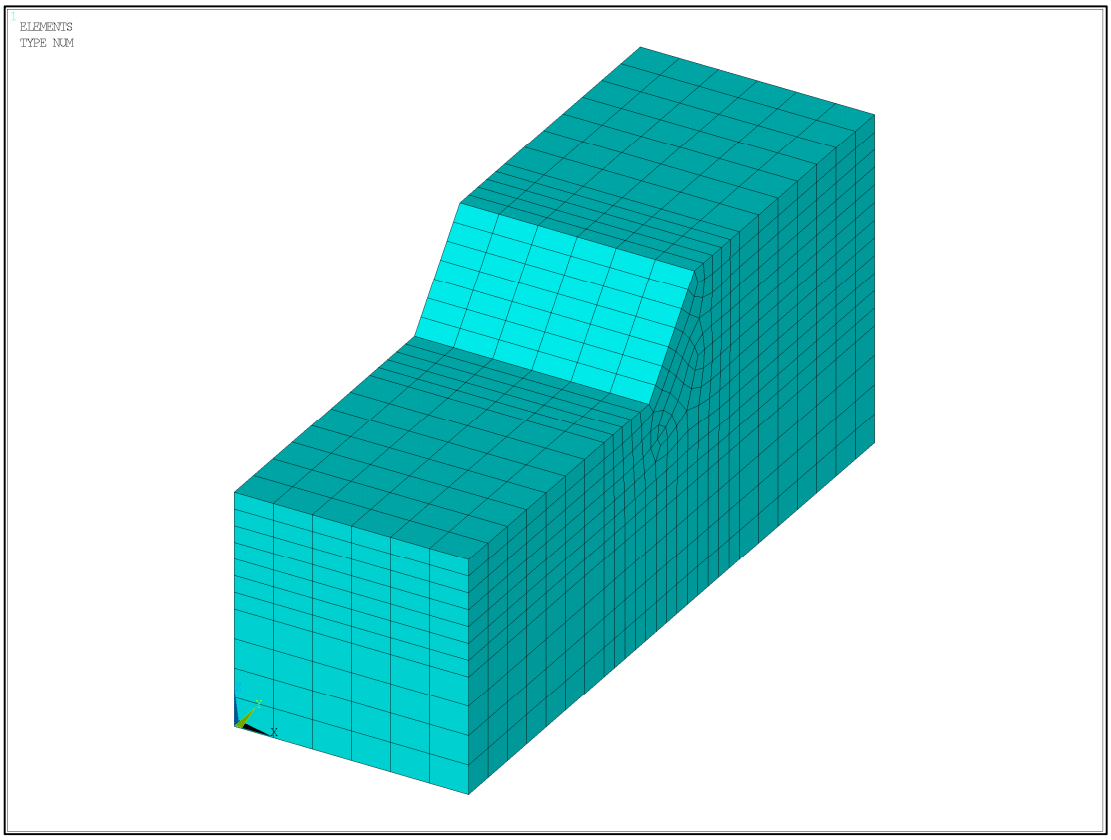
Pozn.: OBD – obdélníkové pravidlo; SIM – Simpsonovo pravidlo

## 5.2 Výpočet moderními metodami ve 3D

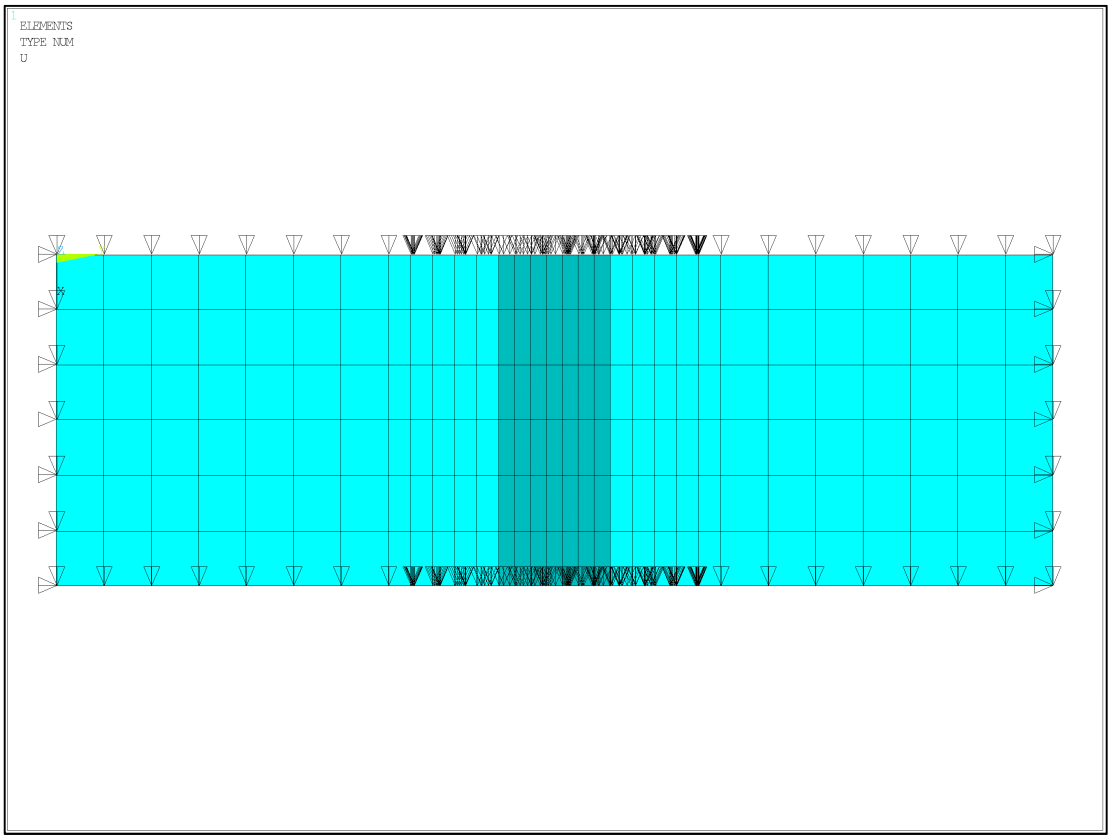
Byl řešen prostorový model. Kvůli velkým časovým nárokům na výpočet byl zvolen velmi jednoduchý jednovrstvý (homogenní) svah, jehož geometrie je na obr. 5.18. Příčný profil a materiálové charakteristiky odpovídají příkladu rovinné úlohy uvedené v kap. 5.1.1. Síť konečných prvků je na obr. 5.19. Byly použity prvky SOLID45. Okrajové podmínky na bočních stěnách modelu jsou na obr. 5.20. U spodního okraje modelu bylo zabráněno posunům ve všech směrech. Výsledný stupeň stability vypočítaný pro ekvivalentní Druckerův-Pragerův kužel je $F = 1{,}12$, viz obr. 5.21. Tento výsledek neodpovídá výsledku z rovinné úlohy uvedené v kap. 5.1.1. Byla snaha o nalezení příčiny tohoto rozdílu.



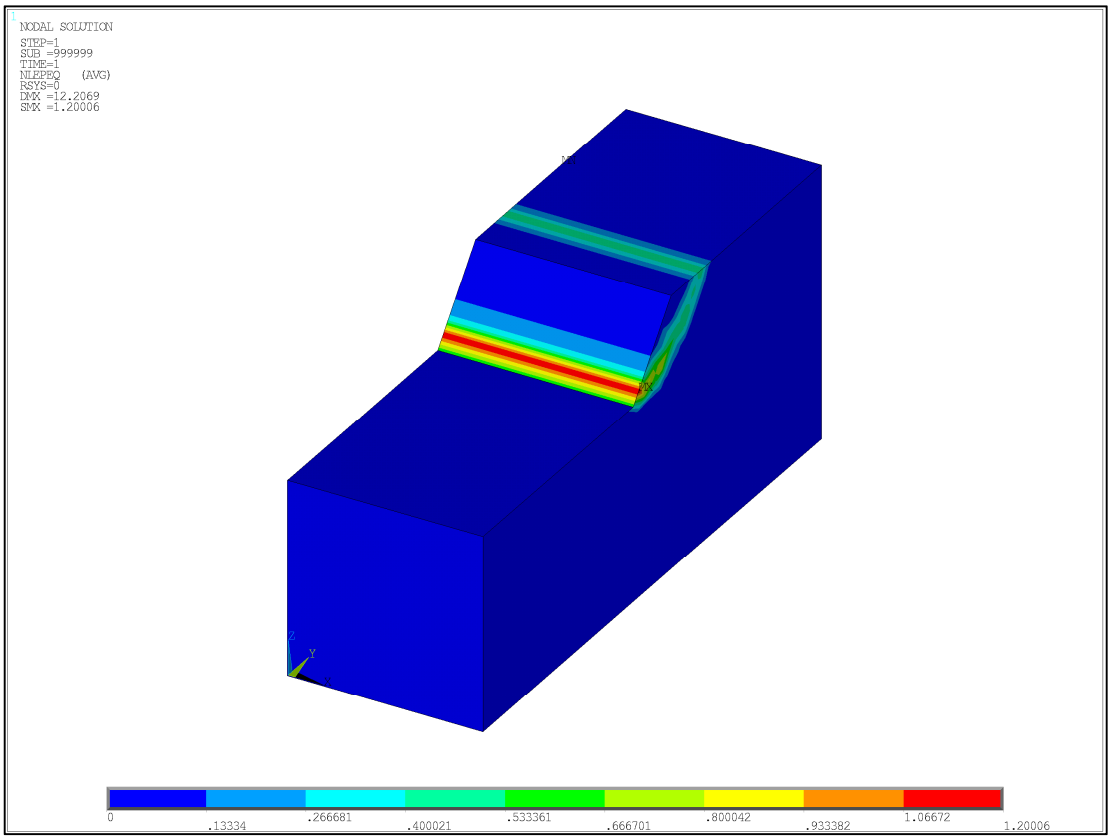

Obr. 5.18 Prostorový model – geometrie



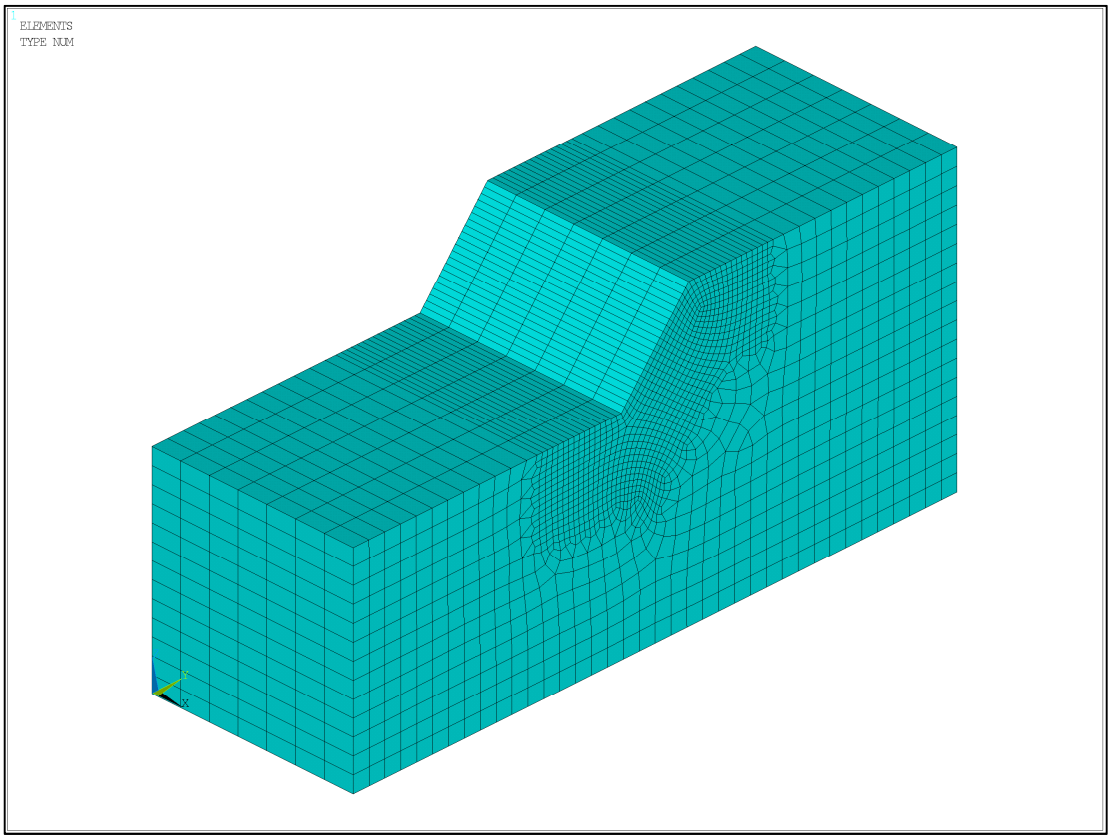

Obr. 5.19 Prostorový model - síť konečných prvků (SOLID45)



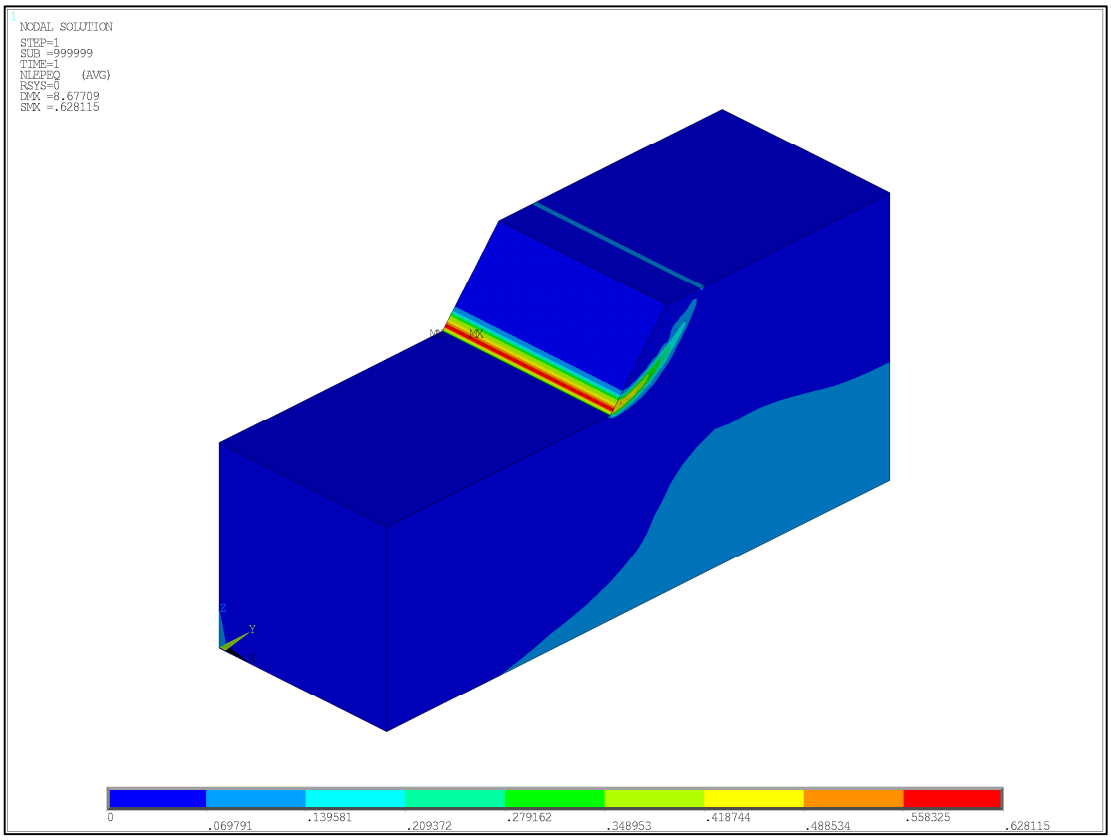

Obr. 5.20 Prostorový model - okrajové podmínky




Obr. 5.21 Ekvivalentní plastická deformace ($F$ = 1,12)




Obr. 5.22 Prostorový model - zjemněná síť konečných prvků




Obr. 5.23 Ekvivalentní plastické přetvoření při zjemněné síti konečných prvků ($F$ = 1,05)

Síť konečných prvků byla zjemněna v oblastech, kde se předpokládají rozhodující smyková namáhání, viz obr. 5.22. Okrajové podmínky zůstaly stejné. Pro tento případ byl zjištěn stupeň stability pro ekvivalentní Druckerův-Pragerův ekvivalentní kužel $F$ = 1,05. Stejný výsledek vyšel i pro případ úlohy rovinné deformace uvedený v kap. 5.1.1. Ekvivalentní plastická deformace je na obr. 5.23.

# 6 Závěr

V diplomové práci jsem zpracoval řešení stability zemních těles. Pro správné určení vstupních dat pro klasické i moderní metody posuzování stability svahů bylo nutné se zabývat kvalifikovaným stanovením mechanických vlastností zemin včetně jejich získání ze zkoušek. Jedná se zejména o hustotu, úhel vnitřního tření, kohezi aj. Důležitým faktorem při posuzování stability svahu je vedle tvaru, rozměrů a vrstevnatosti zemního tělesa také stupeň nasycení zemního prostředí vodou.

Pro možnost srovnávání posouzení stability zemního svahu pomocí moderních metod na bázi metody konečných prvků byl vytvořen vlastní program [1] využívající klasické metody určení stupně stability svahu, a to Pettersonova a Bishopova metoda ve dvou variantách numerické integrace. Tento program v jazyce C# na platformě .NET Framework byl sestaven pro snadné a rychlé získávání stupňů stability.

Výpočtem MKP se získá pole napětí a pole deformací. Nelze však přímo určit stupeň stability odpovídající klasickému pojetí posuzování stability. Podstatou moderních numerických metod založených na metodě konečných prvků pro posuzování stability těles je využití metody redukce smykových parametrů pevnosti společně s vhodným materiálovým modelem s vnitřním třením vystihujícím plastické chování.

Přestože chování zemin velmi dobře vystihuje Mohrův-Coulombův materiálový model, nelze jej v současné době využít, neboť není implementován v používané verzi programového systému ANSYS. Programový systém ANSYS umožňuje volit jen Druckerův-Pragerův materiálový model ve tvaru opsaného kužele k Mohrově-Coulombově modelu, jehož výsledky však nejsou příliš uspokojivé. Vzhledem k tomu je nutné provádět přepočty pevnostních parametrů zemin na hodnoty ekvivalentního nebo vepsaného kužele Druckerova-Pragerova modelu. Proto byl v této práci vytvořen algoritmus, který převádí opsaný Druckerův-Pragerův materiálový model na ekvivalentní nebo vepsaný a určí stupeň stability metodou redukce smykových parametrů pevnosti podle zadané přesnosti. Tento algoritmus je uložen v macru implementovaném do systému ANSYS a je uveden v příloze diplomové práce.

Klasické i novodobé metody byly ověřeny na příkladech a jejich výsledky vzájemně porovnány. Ukázalo se, že hodnoty stupně stability získané uvedenou metodikou vycházejí srovnatelné s klasickými metodami. Byla vytvořena parametrická studie, ve které je zachycen vliv vstupních parametrů. Mezi faktory, které ovlivňují stupeň stability, patří geometrie svahu, jemnost dělení sítě konečných prvků, hustota a pevnostní charakteristiky materiálu. Modul pružnosti a Poissonův součinitel nemají na stupeň stability vliv.

Mezi výhody novodobých metod využívajících MKP oproti metodám klasickým patří ten fakt, že se nevyžaduje zadání předpokládané smykové plochy a rovněž to, že metodu lze použít i pro prostorové úlohy. Mezi nevýhody MKP patří stanovení kritéria pro vystižení nestabilního chování a tím ukončení výpočtu s ohledem na přesnost a časovou náročnost výpočtu.

# 7 Literatura a zdroje

[1] Ekr, J. *Stabilita svahů* [počítačový program]. 2011.

[2] Jirásek, M., Zeman, J. *Přetváření a porušování materiálů.* ČVUT, Praha: 2008.

[3] Mencl, V. *Mechanika zemin.* Nakladatelství Československé akademie věd. Praha: 1966.

[4] Novák, D., Brdečko, L. *Pružnost a pevnost – základní pojmy a předpoklady.* 2004.

[5] Šimek, J., Jesenák, J., Eichler, J. *Mechanika zemin.* Nakladatelství technické literatury – SNTL. Praha: 1990.

[6] *Theory Reference.* ANSYS, release 12.0.

[7] Weiglová, K. *Mechanika zemin.* Akademické nakladatelství CERM. Brno: 2007.

[8] ČSN EN ISO 14688-1 *Geotechnický průzkum a zkoušení – Pojmenování a zatřiďování zemin – Část 1: Pojmenování a popis.* 2003.

[9] ČSN EN ISO 14688-2 *Geotechnický průzkum a zkoušení – Pojmenování a zatřiďování zemin – Část 2: Zásady pro zatřiďování.* 2005.

[10] ČSN 73 1001 *Zakládání staveb. Základová půda pod plošnými základy.*

[11] Bubeníček, M. *Úvahy o zavedení vlivu vody do výpočtů stability svahu. http://www.fce.vutbr.cz/veda/JUNIORSTAV2007/Sekce_2.6/Bubenicek_Michal_CL.pdf.*

[12] Modelování stability svahů. *http://geologie.vsb.cz/svadef/Text/7_stabilita.htm.*

[13] Shangyi, Z., Yingren, Z. *Slope safety factor analysis using ANSYS. http://www.ansys.com/staticassets/ansys/staticassets/resourcelibrary/confpaper/2002-int-ansys-conf-22.pdf*

[14] Wikipedia. *http://en.wikipedia.org/*

[15] www.rocscience.com. *http://www.rocscience.com/library/rocnews/summer2004/StrengthReduction.pdf.*

# 8 Seznam symbolů

| | | |
|---|---|---|
| $A$ | [$m^2$] | plocha |
| $B$ | [m] | šířka intervalu |
| $b$ | [m] | šířka podintervalu (šířka proužku) |
| $c$ | [Pa] | koheze |
| $c_{ef}$ | [Pa] | efektivní koheze |
| $c_u$ | [Pa] | totální koheze |
| $E$ | [Pa] | modul pružnosti |
| $E_{def}$ | [Pa] | deformační modul přetvárnosti |
| $E_{oed}$ | [Pa] | edometrický modul přetvárnosti |
| $F$ | [-] | stupeň stability |
| $G$ | [N] | tíhová síla |
| $g$ | [$m/s^2$] | gravitační zrychlení ($g$ = 9,81 $m/s^2$) |
| $H$ | [m] | výška |
| $h$ | [m] | výška vrstvy |
| $\bar{I}$ | | hodnota integrálu pro výpočet těžiště |
| $I_1$ | | první invariant |
| $I_c$ | [%] | stupeň konzistence |
| $I_p$ | [%] | index plasticity |
| $i$ | | index |
| $J_2$ | | druhý invariant |
| $j$ | | index |
| $k$ | | směrnice přímky |
| $\Delta l$ | [m] | délka smykové plochy proužku |
| $M_{pasiv}$ | [Nm] | moment pasivních sil |
| $M_{aktiv}$ | [Nm] | moment aktivních sil |
| $m$ | [-] | index |
| $m$ | [kg] | hmotnost |
| $m_d$ | [kg] | hmotnost suché zeminy |
| $m_w$ | [kg] | hmotnost vody |
| $N$ | [N] | normálová síla |
| $n$ | | index |
| $n$ | [%] | pórovitost |
| $q$ | | konstanta rovnice přímky |
| $r$ | [m] | poloměr kružnice |
| $r_u$ | [-] | koeficient pórového tlaku |
| $S$ | | střed kružnice |
| $S_r$ | [-] | stupeň nasycení |
| $s_x$ | [m] | $x$-ová souřadnice středu kružnice |
| $s_y$ | [m] | $y$-ová souřadnice středu kružnice |
| $T$ | [N] | tangenciální síla |
| $t$ | | těžiště |
| $U$ | [N] | výslednice pórového tlaku |

| | | |
|---|---|---|
| $u$ | [Pa] | pórový tlak |
| $V$ | [$m^3$] | objem |
| $V_{pórů}$ | [$m^3$] | objem pórů |
| $V_{vody}$ | [$m^3$] | objem vody |
| $V_{zeminy}$ | [$m^3$] | objem zeminy |
| $w$ | [%] | vlhkost zeminy |
| $w_l$ | [%] | mez tekutosti |
| $w_p$ | [%] | mez plasticity |
| $w_s$ | [%] | mez smrštitelnosti |
| $x$ | [m] | souřadnice |
| $x_a$ | [m] | *x*-ová souřadnice počátku intervalu |
| $x_b$ | [m] | *x*-ová souřadnice konce intervalu |
| $y$ | [m] | souřadnice |
| | | |
| $\alpha$ | [°] | úhel odklonu hlavních os |
| $\alpha_j$ | | koeficient vnitřního tření u D-P podmínky |
| $\delta$ | [-] | součinitel přetvárnosti |
| $\beta$ | [°] | úhel sklonu svahu |
| $\gamma$ | [$N/m^3$] | objemová tíha zeminy |
| $\gamma_d$ | [$N/m^3$] | objemová tíha suché zeminy |
| $\gamma_{sat}$ | [$N/m^3$] | objemová tíha nasycené zeminy |
| $\gamma_{su}$ | [$N/m^3$] | objemová tíha zeminy pod hladinou vody |
| $\varepsilon$ | [-] | přesnost výpočtu |
| $\vartheta$ | [°] | úhel odklonu normálové síly od tíhové |
| $\nu$ | [-] | Poissonův součinitel |
| $\rho$ | [$kg/m^3$] | hustota zeminy |
| $\rho_d$ | [$kg/m^3$] | hustota suché zeminy |
| $\rho_s$ | [$kg/m^3$] | hustota pevných částic |
| $\rho_{sat}$ | [$kg/m^3$] | hustota nasycené zeminy |
| $\rho_{su}$ | [$kg/m^3$] | hustota zeminy pod hladinou vody |
| $\sigma$ | [Pa] | normálové napětí |
| $\sigma_{ef}$ | [Pa] | efektivní normálové napětí |
| $\sigma_m$ | [Pa] | střední napětí |
| $\sigma_{tot}$ | [Pa] | totální normálové napětí |
| $\tau$ | [Pa] | smykové napětí |
| $\tau_f$ | [Pa] | pevnost ve smyku |
| $\tau_j$ | [Pa] | koeficient udávající mezní hodnotu smykového napětí u D-P podmínky |
| $\varphi$ | [°] | úhel vnitřního tření |
| $\varphi_{ef}$ | [°] | efektivní úhel vnitřního tření |
| $\varphi_u$ | [°] | totální úhel vnitřního tření |
| $\chi$ | [-] | pomocná proměnná (SSR) |
| $\psi$ | [°] | dilatance |

# PŘÍLOHA

**Macro pro výpočet stupně stability metodou redukce parametrů smykové pevnosti SSR pro Druckerovu – Pragerovu podmínku plasticity ve tvaru ekvivalentního kužele programem ANSYS:**

```
Finish
/PREP7

/UIS,MSGPOP,3
/NERR, 0, 0, , 1

pi = 4*atan(1)
SF=

!Získání vstupních parametrů
!-----------------------------------
*GET, pocetMat, MAT, 0, COUNT
*DIM, c, ARRAY, pocetMat
*DIM, fi, ARRAY, pocetMat

*DO, i, 1, pocetMat, 1
        *GET, c(i), DP, i, , , CONST, 1
        *GET, fi(i), DP, i, , , CONST, 2
*ENDDO

!Redukce na ekvivalentní oblast
!--------------------------------------
*DIM, alfaEkvi, ARRAY, pocetMat
*DIM, tauEkvi, ARRAY, pocetMat

*DO, i, 1, pocetMat, 1
        alfaEkvi(i) = 2*sqrt(3)*sin(fi(i)/180*pi)/(sqrt(2*sqrt(3)*pi*(9-(sin(fi(i)/180*pi))**2)))
        tauEkvi(i) = 6*sqrt(3)*c(i)*cos(fi(i)/180*pi)/(sqrt(2*sqrt(3)*pi*(9-
        (sin(fi(i)/180*pi))**2)))

        *Msg, NOTE,i, alfaEkvi(i), tauEkvi (i)
        Material %i %/&
        Alfa ekvivalentni %G %/&
        Tau ekvivalentni %G
*ENDDO

SF = 1.0
```

```
dSF = 0.1
epsilon = 0.01
i=1
chi = -1
Finish

!Cyklus
!---------
*DOWHILE, i

	/Prep7
	*DO, j, 1, pocetMat, 1

		alfaVnejsiRed = alfaEkvi(j)/SF
		tauVnejsiRed = tauEkvi(j)/SF

		fii = (180*asin((3*3**(1/2)*alfaVnejsiRed)/(3**(1/2)*alfaVnejsiRed + 2)))/pi
		ci = (3**(1/2)*tauVnejsiRed*(3 - sin(1/180*fii*pi)))/(6*cos((pi*fii)/180))

		TB,DP,j
		TBDATA,1,ci,fii,0

		*Msg, NOTE, j, fii, ci
		Material %i %/&
		Fi vnejsi %G %/&
		C vnejsi %G

	*ENDDO
	Finish

	!Řešič
	/Solu
	Solve
	Finish

	/Post1
	Set, Last
	*GET, konecnySubStep, ACTIVE, 0, set, SBST
	Finish

	*IF, konecnySubStep, EQ, 999999, Then

		SF = SF - dSF
```

```
            *IF, dSF, LE, epsilon, Then
                i = -1
            *ELSEIF, chi, EQ, 1, Then
                dsF = dSF/10
                SF = SF + dSF
            *Else
                chi = 0
            *ENDIF

        *ELSE

            *IF, chi, EQ, 0, Then
                dsF = dSF/10
            *ENDIF

            SF = SF + dSF
            chi = 1

        *ENDIF

        *MSG, UI, SF, dSF
        SF = %G, dSF = %G

*ENDDO

FINISH

/PREP7
/NERR, 5, 10e3, , 0
/UIS, MSGPOP, 2

*DO, i, 1, pocetMat, 1
        TB, DP, i
        TBDATA, 1, c(i), fi(i), 0
*ENDDO

Finish

*MSG, UI, SF
Stupen stability je %G
```

CHI=
dSF=
fii=
ci=
i=
j=
KONECNYSUBSTEP=
POCETMAT=
EPSILON=
*DEL, ALFAEKVI
*DEL, TAUEKVI
*DEL, c
*DEL, fi