



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

**ŠESTIVÁLCOVÝ ŘADOVÝ VZNĚTOVÝ MOTOR S  
VYPÍNÁNÍM VÁLCŮ**

SIX-CYLINDER IN-LINE DIESEL ENGINE WITH CYLINDER DEACTIVATION

**PRÍLOHY K DIPLOMOVEJ PRÁCI**

MASTER'S THESIS APPENDICES

**AUTORPRÁCE**

AUTHOR

Bc. Ivan Novosád

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.

BRNO 2020

# Obsah

<b>1 Zadané parametre motora .....</b>	<b>4</b>
<b>2 Kinematika kľukového mechanizmu .....</b>	<b>5</b>
2.1 Dráha piestu .....	5
2.2 Rýchlosť piestu .....	5
2.3 Zrýchlenie piestu .....	6
<b>3 Silové pôsobenie v kľukovom mechanizme.....</b>	<b>7</b>
3.1 Priebeh tlaku vo valci.....	7
3.2 Sily v smere osi valca prenášané piestnym čapom.....	7
3.3 Sily prenášané ojnicou v osi ojnice.....	8
3.4 Bočná sila pôsobiaca na piest.....	8
3.5 Sily na ojničnom čape .....	9
3.6 Točivý moment na jednom ojničnom čape.....	10
<b>4 Optimalizovanie tvaru vývažku .....</b>	<b>11</b>
4.1 Východiskový tvar zalomenia .....	11
4.2 Zalomenie A: minimalizácia hmotnosti pri úplnom silovom vyvážení .....	11
4.3 Zalomenie B: minimalizácia hmotnosti.....	11
4.4 Zalomenie C: kompromisný návrh .....	11
4.5 Zalomenie bez vývažkov .....	12
<b>5 Torzné kmitanie kľukového hriadeľa.....</b>	<b>13</b>
5.1 Náhradná torzná sústava kľukového mechanizmu .....	13
5.1.1 Momenty zotrvačnosti .....	13
5.1.2 Redukované momenty zotrvačnosti.....	13
5.1.3 Výpočet redukovaných dĺžok.....	14
5.2 Redukovaná dĺžka predného konca kľukového hriadeľa .....	14
5.3 Redukovaná dĺžka zadného konca kľukového hriadeľa .....	16
5.4 Výpočet torzných tuhostí.....	17
5.5 Vlastné torzné kmitanie sústavy .....	17
5.6 Tvary vlastných torzných výchyliek .....	18
5.6.1 Prvá vlastná frekvencia .....	18
5.6.2 Druhá vlastná frekvencia .....	19
5.7 Vynútené torzné kmitanie .....	20
5.7.1 Fourierova analýza točivého momentu v komplexnom obore .....	20
5.8 Rezonančné otáčky motora .....	21
5.9 Výdatnosť rezonancií pre prvú vlastnú frekvenciu.....	22
5.10 Výdatnosť rezonancií pre druhú vlastnú frekvenciu .....	24
<b>6 Tlmič torzných kmitov .....</b>	<b>26</b>
6.1 Návrh parametrov torzného tlmiča.....	26
6.2 Výpočet vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom torzných kmitov .....	26
6.3 Tvary vlastných torzných výchyliek.....	27
6.3.1 Prvá vlastná frekvencia .....	27
6.3.2 Druhá vlastná frekvencia .....	28
6.4 Rezonančné otáčky motora .....	29

<b>7 Pevnostná kontrola kľukového hriadeľa .....</b>	<b>30</b>
<b>7.1 Vlastnosti materiálu 42CrMo4 .....</b>	<b>30</b>
<b>7.2 Výpočet bezpečnosti voči únavovému poškodeniu pre chod motora na 6V .....</b>	<b>30</b>
7.2.1 Stanovenie veličín potrebných pre výpočet bezpečnosti pre chod na 6V .....	30
7.2.2 Súčiniteľ bezpečnosti pre chod motora na 6V .....	31
<b>7.3 Výpočet bezpečnosti voči únavovému poškodeniu pre chod motora na 4V .....</b>	<b>31</b>
7.3.1 Stanovenie veličín potrebných pre výpočet bezpečnosti pre chod na 4V .....	32
7.3.2 Súčiniteľ bezpečnosti pre chod motora na 4V .....	32

## 1 Zadané parametre motora

Polomer zalomenia kl'ukového hriadeľa

$$r := 60 \text{ mm}$$

Vrtanie valca

$$D := 105 \text{ mm}$$

Nominálne otáčky motora

$$n := 2200 \text{ min}^{-1}$$

Nominálne otáčky motora v rad/s

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot n = 230.383 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Dĺžka ojnice

$$l := 215 \text{ mm}$$

Ojničný pomer

$$\lambda := \frac{r}{l} = 0.279$$

Priemer hlavných čapov

$$D_{hc} := 80 \text{ mm}$$

Priemer ojničných čapov

$$D_{oc} := 66 \text{ mm}$$

Dĺžka hlavných čapov

$$l_{hc} := 44 \text{ mm}$$

Dĺžka ojničných čapov

$$l_{oc} := 40 \text{ mm}$$

Hmotnosť piestu

$$m_p := 1.364 \text{ kg}$$

Hmotnosť prvého piestneho krúžku

$$m_{k1} := 0.025 \text{ kg}$$

Hmotnosť druhého piestneho krúžku

$$m_{k2} := 0.019 \text{ kg}$$

Hmotnosť stieracieho piestneho krúžku

$$m_{k3} := 0.023 \text{ kg}$$

Hmotnosť piestneho čapu

$$m_{\check{c}ap} := 0.614 \text{ kg}$$

Hmotnosť poistného krúžku (potrebné 2ks)

$$m_{pk} := 0.005 \text{ kg}$$

Hmotnosť piestnej skupiny

$$m_{ps} := m_p + m_{k1} + m_{k2} + m_{k3} + m_{\check{c}ap} + 2 \cdot m_{pk}$$

$$m_{ps} = 2.055 \text{ kg}$$

Hmotnosť posuvného podielu ojnice

$$m_1 := 0.907 \text{ kg}$$

Hmotnosť rotačného podielu ojnice

$$m_2 := 1.645 \text{ kg}$$

Poissonova konštanta

$$\mu := 0.3$$

Modul pružnosti v ťahu

$$E := 210 \text{ GPa}$$

Modul pružnosti v šmyku

$$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} = 80.769 \text{ GPa}$$

## 2 Kinematika kl'ukového mechanizmu

Krok pootočenia kl'ukového hriadeľa

$$krok := 1 \cdot deg$$

$$i := 0 .. 719$$

$$\alpha_i := i \cdot krok$$

### 2.1 Dráha piestu

Dráha piestu

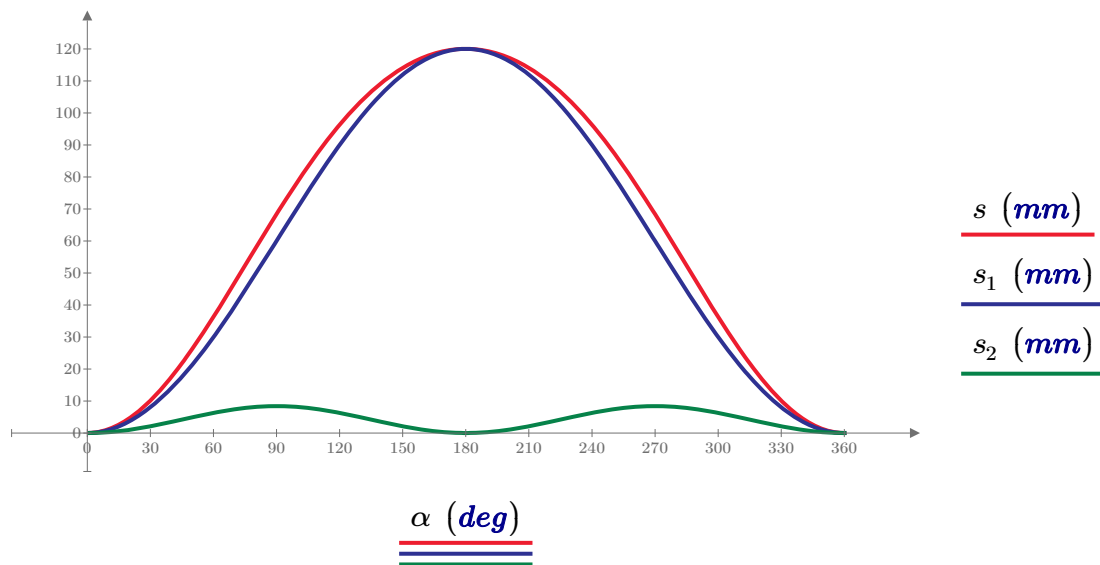
$$s := r \cdot \left( (1 - \cos(\alpha)) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \alpha)) \right)$$

Prvá harmonická zložka dráhy piestu

$$s_1 := r \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

Druhá harmonická zložka dráhy piestu

$$s_2 := r \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \alpha))$$



### 2.2 Rýchlosť piestu

Rýchlosť piestu

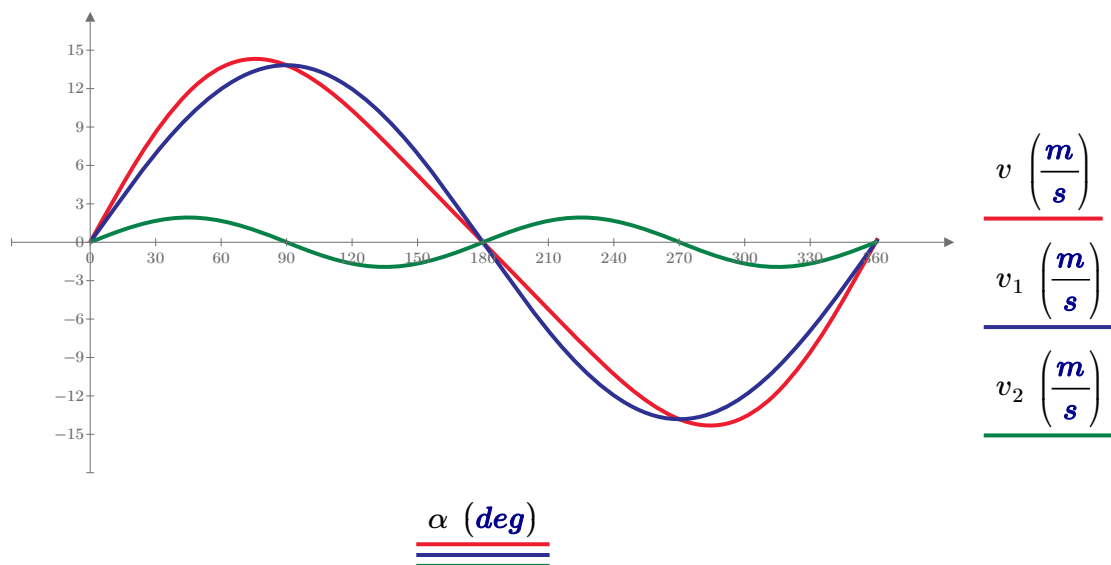
$$v := r \cdot \omega \cdot \left( \sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \right)$$

Prvá harmonická zložka rýchlosti piestu

$$v_1 := r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$$

Druhá harmonická zložka rýchlosti piestu

$$v_2 := r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)$$



## 2.3 Zrýchlenie piestu

Zrýchlenie piestu

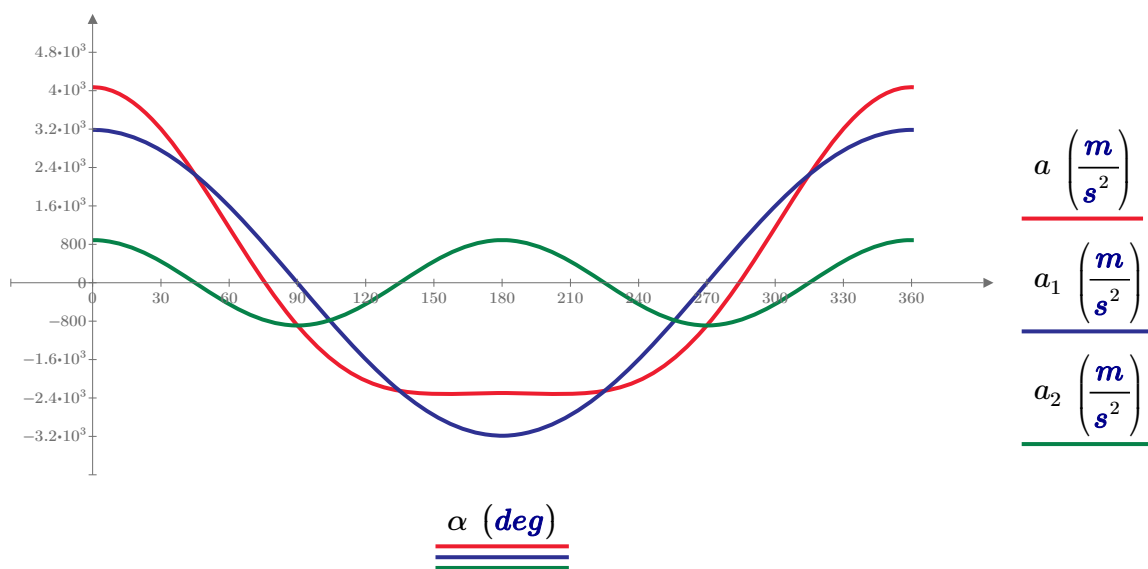
$$a := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha))$$

Prvá harmonická zložka zrýchlenia piestu

$$a_1 := r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

Druhá harmonická zložka zrýchlenia piestu

$$a_2 := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$$



### 3 Silové pôsobenie v kľukovom mechanizme

#### 3.1 Pribeh tlaku vo valci

Plocha piestu

$$S_p := \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 86.59 \text{ cm}^2$$

Načítanie indikátorového diagramu

$P := \text{READExcel}(\text{".\p\_alfa.xlsx"}, \text{"Hárok1!A1:A720"})$

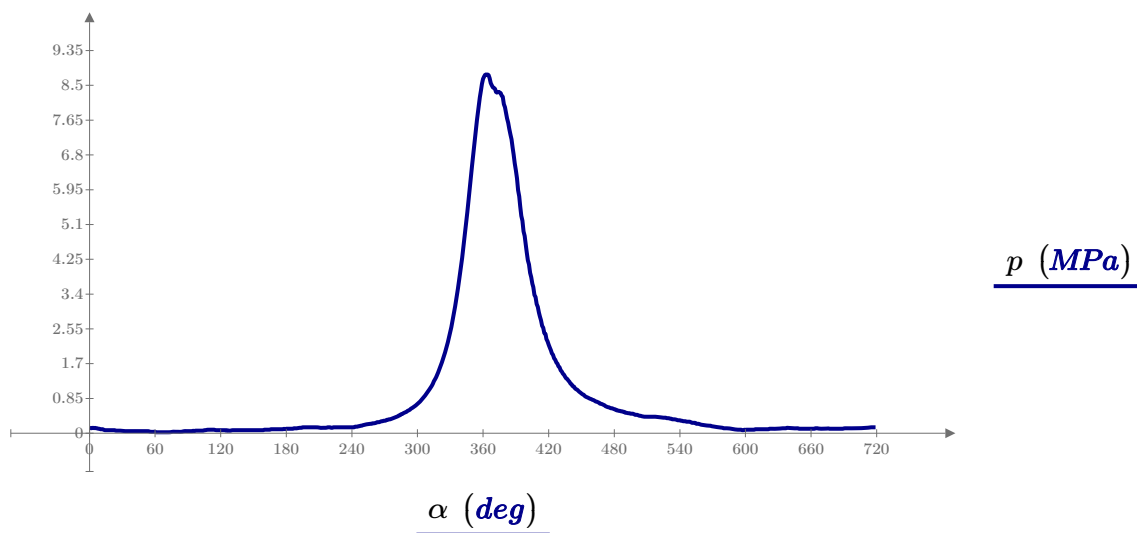
$$i := 0 \dots 719$$

$$\alpha_i := i \cdot \text{deg}$$

$$p_i := P_i \cdot \text{MPa}$$

Atmosférický tlak

$$p_{atm} := 0.1 \text{ MPa}$$



#### 3.2 Sily v smere osi valca prenášané piestnym čapom

Sila od tlaku plynov pôsobiaca na piest

$$F_p := (p - p_{atm}) \cdot S_p$$

Zotrvačné sily piestnej skupiny

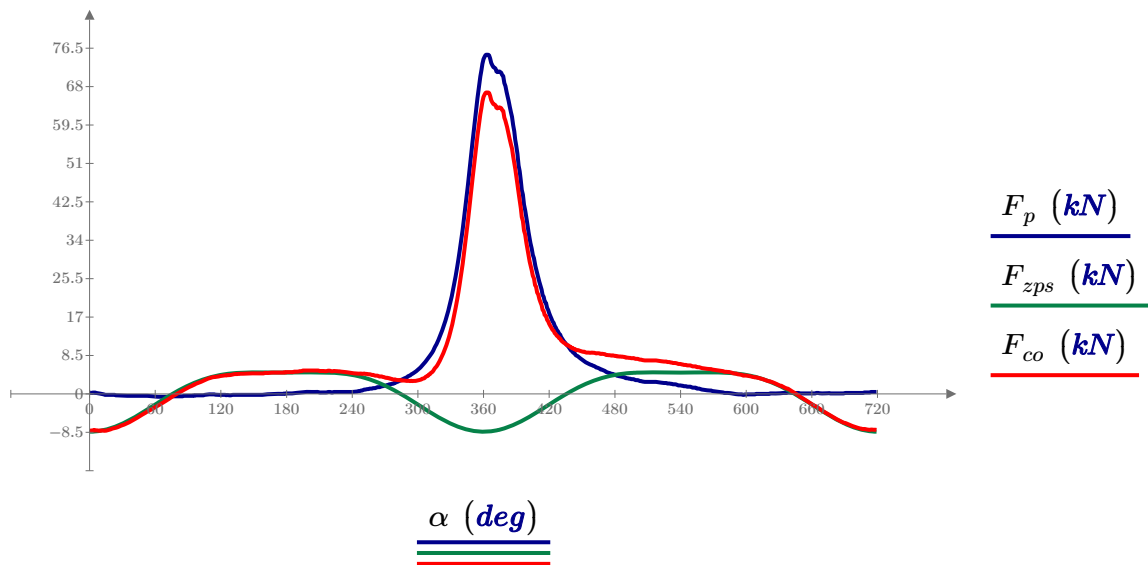
$$F_{zps} := -m_{ps} \cdot a$$

Celkové sily pôsobiace na malé oko ojnice

$$F_{co} := F_p + F_{zps}$$

Maximálna sila od tlaku plynov

$$F_{pmax} := \max(F_p) = 75.03 \text{ kN}$$



### 3.3 Sily prenášané ojnicou v osi ojnice

Odklon ojnice od osi valca

$$\beta_i := \arcsin(\lambda \cdot \sin(\alpha_i))$$

Zotrvačná sila od posuvných častí

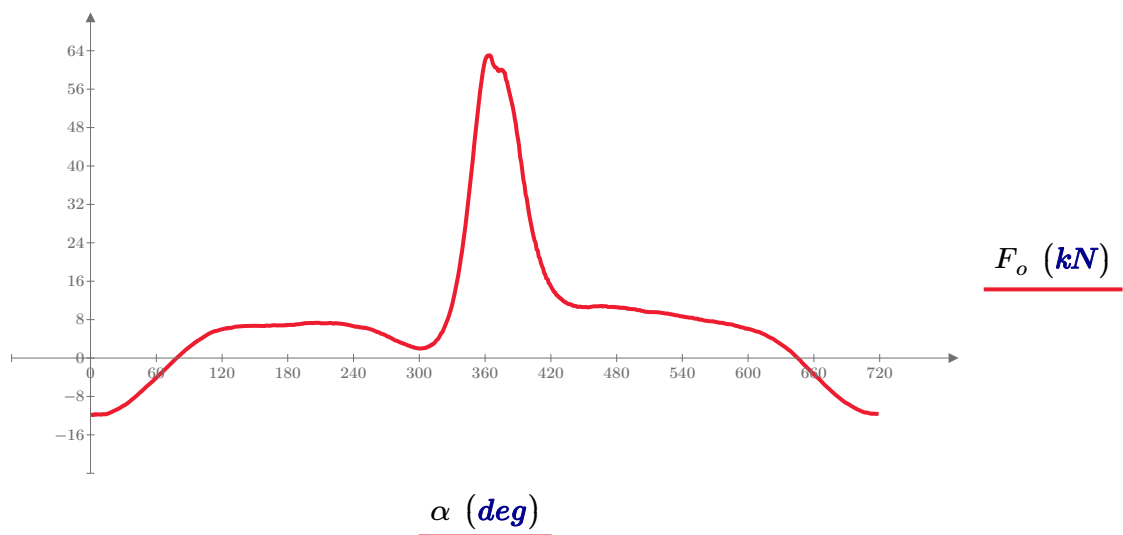
$$F_{zp} := -(m_{ps} + m_1) \cdot a$$

Výsledná sila pôsobiaca na piest

$$F_c := F_p + F_{zp}$$

Celková sila pôsobiaca v osi ojnice

$$F_o := \frac{F_c}{\cos(\beta)}$$

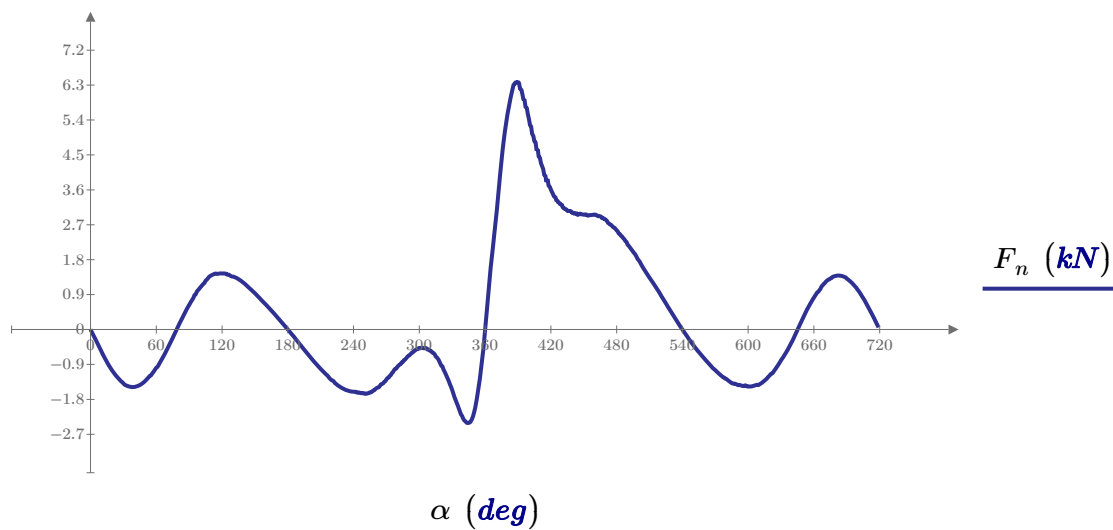


### 3.4 Bočná sila pôsobiaca na piest

Normálová sila na piest

$$F_{n_i} := F_{c_i} \cdot \tan(\beta_i)$$





### 3.5 Sily na ojníčnom čape

Radiálna zložka celkovej sily

$$F_{r_i} := -F_{o_i} \cdot \cos(\alpha_i + \beta_i)$$

Tangenciálna sila

$$F_{t_i} := F_{o_i} \cdot \sin(\alpha_i + \beta_i)$$

Zotrvačná sila rotačná pôsobiaca na ojníčny čap

$$F_{zro} := m_2 \cdot r \cdot \omega^2 = 5.239 \text{ kN}$$

Celková radiálna sila pôsobiaca na ojníčny čap

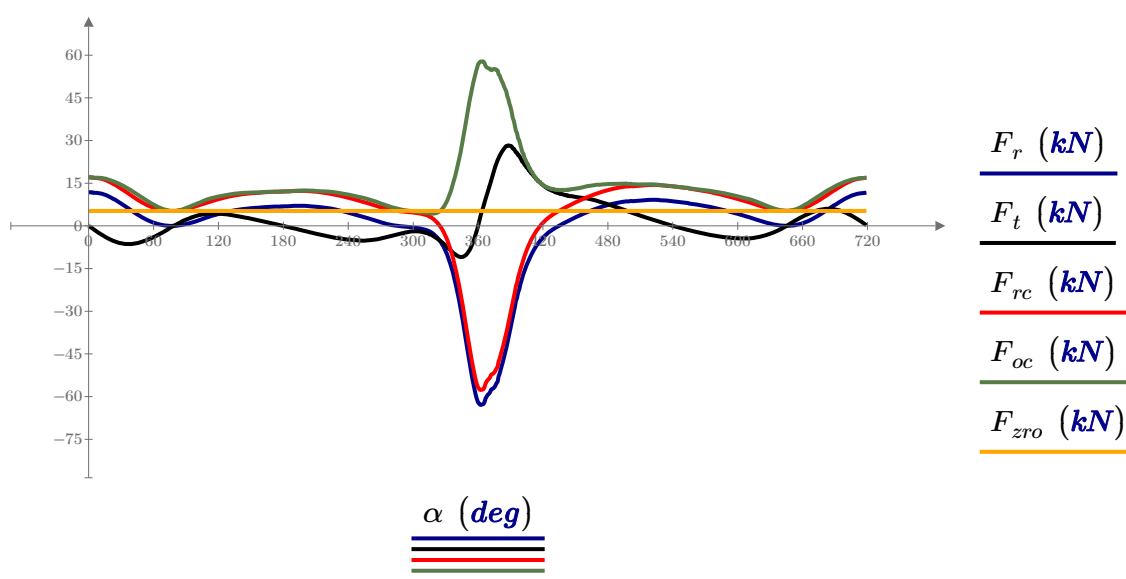
$$F_{rc_i} := F_{r_i} + F_{zro}$$

Celková sila pôsobiaca v ojníčnom čape

$$F_{oc} := \sqrt{F_t^2 + F_{rc}^2}$$

(úprava pre vykreslenie konštanty)

$$F_{zro} := \alpha \cdot 0 \cdot \text{kN} + F_{zro}$$



### 3.6 Točivý moment na jednom ojničnom čape

Točivý moment na jednom ojničnom čape

$$M_{t_i} := F_{t_i} \cdot r$$

Najvyššia hodnota točivého momentu na jednom ojničnom čape

$$M_{tmax} := \max(M_t) = (1.699 \cdot 10^3) \text{ } \mathbf{N \cdot m}$$

Najnižšia hodnota točivého momentu na jednom ojničnom čape

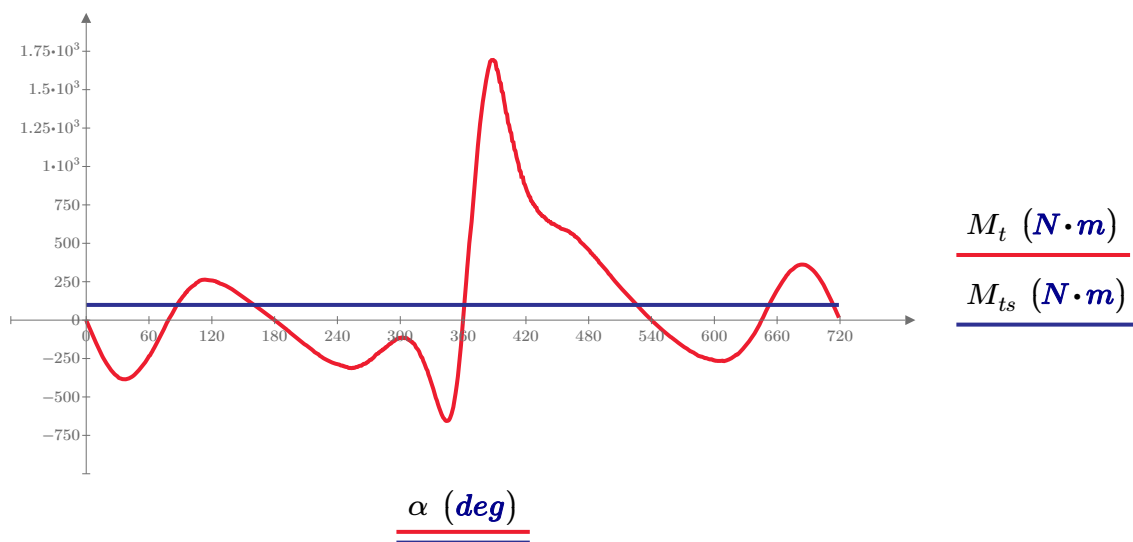
$$M_{tmin} := \min(M_t) = -656.614 \text{ } \mathbf{N \cdot m}$$

Stredná hodnota točivého momentu na jednom ojničnom čape

$$M_{ts} := \text{mean}(M_t) = 99.599 \text{ } \mathbf{N \cdot m}$$

(úprava pre vykreslenie konštanty)

$$M_{ts} := \alpha \cdot 0 \cdot \mathbf{N \cdot m} + M_{ts}$$



## 4 Optimalizovanie tvaru vývažku

### 4.1 Východiskový tvar zalomenia

hmotnosť zalomenia aj s rotačným podielom ojnice	$m_0 := 11.04 \text{ kg}$
poloha ťažiska	$r_{t0} := 2.51 \text{ mm}$
hmotnosť zalomenia redukovaná na polomer kľukového hriadeľa	$m_{red_0} := m_0 \cdot \frac{r_{t0}}{r} = 0.462 \text{ kg}$
Zotrvačná sila rotujúcich častí	$Fzr_0 := m_{red_0} \cdot r \cdot \omega^2 = 1.471 \text{ kN}$

### 4.2 Zalomenie A: minimalizácia hmotnosti pri úplnom silovom vyvážení

hmotnosť zalomenia aj s rotačným podielom ojnice	$m_A := 11.34 \text{ kg}$
poloha ťažiska	$r_{tA} := 0 \text{ mm}$
hmotnosť zalomenia redukovaná na polomer kľukového hriadeľa	$m_{red_A} := m_A \cdot \frac{r_{tA}}{r} = 0 \text{ kg}$
Zotrvačná sila rotujúcich častí	$Fzr_A := m_{red_A} \cdot r \cdot \omega^2 = 0 \text{ kN}$

### 4.3 Zalomenie B: minimalizácia hmotnosti

hmotnosť zalomenia aj s rotačným podielom ojnice	$m_B := 10.28 \text{ kg}$
poloha ťažiska	$r_{tB} := 6.64 \text{ mm}$
hmotnosť zalomenia redukovaná na polomer kľukového hriadeľa	$m_{red_B} := m_B \cdot \frac{r_{tB}}{r} = 1.138 \text{ kg}$
Zotrvačná sila rotujúcich častí	$Fzr_B := m_{red_B} \cdot r \cdot \omega^2 = 3.623 \text{ kN}$

### 4.4 Zalomenie C: kompromisný návrh

hmotnosť zalomenia aj s rotačným podielom ojnice	$m_C := 11 \text{ kg}$
poloha ťažiska	$r_{tC} := 1 \text{ mm}$
hmotnosť zalomenia redukovaná na polomer kľukového hriadeľa	$m_{red_C} := m_C \cdot \frac{r_{tC}}{r} = 0.183 \text{ kg}$
Zotrvačná sila rotujúcich častí	$Fzr_C := m_{red_C} \cdot r \cdot \omega^2 = 0.584 \text{ kN}$

#### 4.5 Zalomenie bez vývažkov

hmotnosť zalomenia aj s rotačným podielom ojnice

$$m_{bez} := 8.27 \text{ kg}$$

poloha ťažiska

$$r_{tbez} := 26.7 \text{ mm}$$

hmotnosť zalomenia redukovaná na polomer  
klúkového hriadeľa

$$m_{red_{bez}} := m_{bez} \cdot \frac{r_{tbez}}{r} = 3.68 \text{ kg}$$

Zotrvačná sila rotujúcich častí

$$Fzr_{bez} := m_{red_{bez}} \cdot r \cdot \omega^2 = 11.72 \text{ kN}$$

## 5 Torzné kmitanie kl'ukového hriadeľa

### 5.1 Náhradná torzná sústava kl'ukového mechanizmu

#### 5.1.1 Momenty zotrvačnosti

Moment zotrvačnosti predného konca kl'ukového hriadeľa	$J_{pk} := 9.436 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Moment zotrvačnosti 1. zalomenia	$J_{z1} := 0.036 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Moment zotrvačnosti 2. zalomenia	$J_{z2} := 0.036 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Moment zotrvačnosti 3. zalomenia	$J_{z3} := 0.036 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Moment zotrvačnosti 4. zalomenia	$J_{z4} := 0.036 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Moment zotrvačnosti 5. zalomenia	$J_{z5} := 0.036 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Moment zotrvačnosti 6. zalomenia	$J_{z6} := 0.036 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Moment zotrvačnosti zadného konca kl'ukového hriadeľa	$J_{zk} := 0.004 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Moment zotrvačnosti remenice pomocných agregátov	$J_{rem} := 0.022 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Moment zotrvačnosti zotrvačníku	$J_{zot} := 1.060 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

#### 5.1.2 Redukované momenty zotrvačnosti

Redukovaný moment zotrvačnosti rotačného podielu ojnice	$J_{oj} := m_2 \cdot r^2$ $J_{oj} = 5.922 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-3}$
Redukovaný moment zotrvačnosti posuvných hmôt kl'ukového mechanizmu	$J_{ph} := (m_{ps} + m_1) \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \cdot r^2$ $J_{ph} = 5.435 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-3}$
Redukovaný moment zotrvačnosti predného konca kl'ukového mechanizmu	$J_0 := J_{pk} + J_{rem}$ $J_0 := J_0 = 22.944 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-3}$
Redukovaný moment zotrvačnosti 1. zalomenia	$J_1 := J_{z1} + J_{oj} + J_{ph}$ $J_1 := J_1 = 47.357 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-3}$
Redukovaný moment zotrvačnosti 2. zalomenia	$J_2 := J_{z2} + J_{oj} + J_{ph}$ $J_2 := J_2 = 47.357 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-3}$

Redukovaný moment zotrvačnosti 3. zalomenia

$$J_3 := J_{z3} + J_{oj} + J_{ph}$$

$$J_3 := J_3 = 47.357 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-3}$$

Redukovaný moment zotrvačnosti 4. zalomenia

$$J_4 := J_{z4} + J_{oj} + J_{ph}$$

$$J_4 := J_4 = 47.357 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-3}$$

Redukovaný moment zotrvačnosti 5. zalomenia

$$J_5 := J_{z5} + J_{oj} + J_{ph}$$

$$J_5 := J_5 = 47.357 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-3}$$

Redukovaný moment zotrvačnosti 6. zalomenia

$$J_6 := J_{z6} + J_{oj} + J_{ph}$$

$$J_6 := J_6 = 47.357 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-3}$$

Redukovaný moment zotrvačnosti zadného konca kľukového hriadeľa

$$J_7 := J_{zk} + J_{zot}$$

$$J_7 := J_7 = 1064 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-3}$$

### 5.1.3 Výpočet redukovaných dĺžok

Redukovaný priemer hriadeľa

$$D_r := D_{hc}$$

Dĺžka hlavného čapu

$$l_{hc} := 44 \text{ mm}$$

Dĺžka ojnicného čapu

$$l_{oc} := 40 \text{ mm}$$

Hrúbka ramena kľuky

$$t_r := 26 \text{ mm}$$

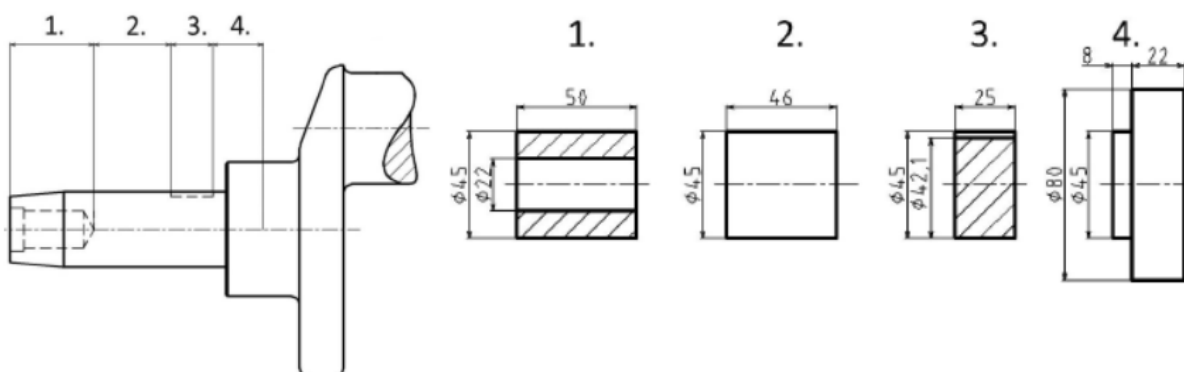
Šírka ramena kľuky

$$b_r := 100 \text{ mm}$$

Redukovaná dĺžka zalomenia podľa Ker-Wilson

$$l_{red} := D_r^4 \cdot \left( \frac{l_{hc} + 0.4 \cdot D_{hc}}{D_{hc}^4} + \frac{l_{oc} + 0.4 \cdot D_{oc}}{D_{oc}^4} + \frac{r - 0.2 \cdot (D_{hc} + D_{oc})}{t_r \cdot b_r^3} \right) = 0.268 \text{ m}$$

### 5.2 Redukovaná dĺžka predného konca kľukového hriadeľa



### Prvá časť

dĺžka	$l_{pk1} := 50 \text{ mm}$
vonkajší priemer	$D_{pk1} := 45 \text{ mm}$
priemer diery	$d_{pk1} := 22 \text{ mm}$
redukovaná dĺžka	$l_{red\_pk1} := l_{pk1} \cdot \frac{D_r^4}{D_{pk1}^4 - d_{pk1}^4} = 0.53 \text{ m}$

### Druhá časť

dĺžka	$l_{pk2} := 46 \text{ mm}$
vonkajší priemer	$D_{pk2} := 45 \text{ mm}$
redukovaná dĺžka	$l_{red\_pk2} := l_{pk2} \cdot \left( \frac{D_r}{D_{pk2}} \right)^4 = 0.459 \text{ m}$

### Tretia časť

dĺžka	$l_{pk3} := 25 \text{ mm}$
vonkajší priemer	$D_{pk3} := 45 \text{ mm}$
redukovaná dĺžka	$l_{red\_pk3} := l_{pk3} \cdot \frac{D_r^4}{D_{pk3}^4} \cdot 1.25 = 0.312 \text{ m}$

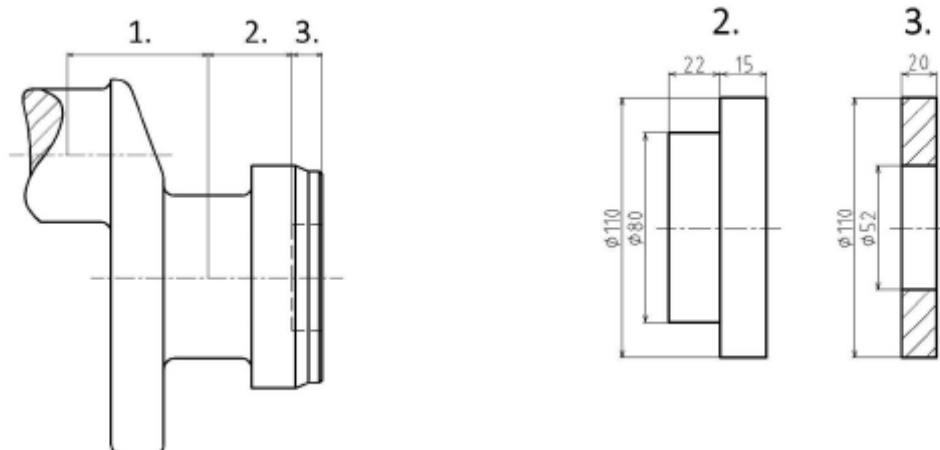
### Štvrtá časť

dĺžka menšieho priemeru	$l_{pk4} := 8 \text{ mm}$
dĺžka väčšieho priemeru	$L_{pk4} := 22 \text{ mm}$
menší priemer	$d_{pk4} := 45 \text{ mm}$
väčší priemer	$D_{pk4} := 80 \text{ mm}$
tabuľková konštanta	$\xi := 0.093$
redukovaná dĺžka	$l_{red\_pk4} := (l_{pk4} + \xi \cdot d_{pk4}) \cdot \frac{D_r^4}{d_{pk4}^4} + (L_{pk4} - \xi \cdot d_{pk4}) \cdot \frac{D_r^4}{D_{pk4}^4}$ $l_{red\_pk4} = 0.14 \text{ m}$

celková redukovaná dĺžka predného konca

$$l_{pk\_red} := l_{red\_pk1} + l_{red\_pk2} + l_{red\_pk3} + l_{red\_pk4} + \frac{l_{red}}{2} = 1.575 \text{ m}$$

### 5.3 Redukovaná dĺžka zadného konca kľukového hriadeľa



#### Druhá časť

dĺžka menšieho priemeru

$$l_{zk1} := 22 \text{ mm}$$

dĺžka väčšieho priemeru

$$L_{zk1} := 15 \text{ mm}$$

menší priemer

$$d_{zk1} := 80 \text{ mm}$$

väčší priemer

$$D_{zk1} := 110 \text{ mm}$$

tabuľková konštanta

$$\xi := 0.07$$

redukovaná dĺžka

$$l_{red\_zk1} := (l_{zk1} + \xi \cdot d_{zk1}) \cdot \frac{D_r^4}{d_{zk1}^4} + (L_{zk1} - \xi \cdot d_{zk1}) \cdot \frac{D_r^4}{D_{zk1}^4}$$

$$l_{red\_zk1} = 0.03 \text{ m}$$

#### Tretia časť

dĺžka

$$l_{zk2} := 20 \text{ mm}$$

vonkajší priemer

$$D_{zk2} := 110 \text{ mm}$$

priemer diery

$$d_{zk2} := 52 \text{ mm}$$

redukovaná dĺžka

$$l_{red\_zk2} := l_{zk2} \cdot \frac{D_r^4}{D_{zk2}^4 - d_{zk2}^4} = 0.006 \text{ m}$$

celková redukovaná dĺžka zadného konca

$$l_{zk\_red} := \frac{l_{red}}{2} + l_{red\_zk1} + l_{red\_zk2} = 170.048 \text{ mm}$$



## 5.4 Výpočet torzných tuhostí

Polárny moment zotrvačnosti  
redukovaného hriadeľa

$$I_p := \frac{\pi \cdot D_r^4}{32} = (4.021 \cdot 10^{-6}) \text{ m}^4$$

Torzná tuhosť kľukového  
hriadeľa za remenicou

$$c_0 := \frac{G \cdot I_p}{l_{pk\_red}} = (2.062 \cdot 10^5) \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzná tuhosť za 1. zalomením  
kľukového hriadeľa

$$c_1 := \frac{G \cdot I_p}{l_{red}} = (1.213 \cdot 10^6) \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzná tuhosť za 2. zalomením  
kľukového hriadeľa

$$c_2 := \frac{G \cdot I_p}{l_{red}} = (1.213 \cdot 10^6) \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzná tuhosť za 3. zalomením  
kľukového hriadeľa

$$c_3 := \frac{G \cdot I_p}{l_{red}} = (1.213 \cdot 10^6) \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzná tuhosť za 4. zalomením  
kľukového hriadeľa

$$c_4 := \frac{G \cdot I_p}{l_{red}} = (1.213 \cdot 10^6) \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzná tuhosť za 5. zalomením  
kľukového hriadeľa

$$c_5 := \frac{G \cdot I_p}{l_{red}} = (1.213 \cdot 10^6) \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzná tuhosť za 6. zalomením  
kľukového hriadeľa

$$c_6 := \frac{G \cdot I_p}{l_{zk\_red}} = (1.91 \cdot 10^6) \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

## 5.5 Vlastné torzné kmitanie sústavy

Matica hmotnosti:

$$M := \begin{bmatrix} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 \end{bmatrix}$$

Matica tuhosti:

$$C := \begin{bmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 \end{bmatrix}$$

Modálna matica:

$$A := M^{-1} \cdot C$$

Vlastné číslo:

$$\lambda_{vc} := \text{eigenvals}(A)$$

Vektor vlastných frekvencií:

$$\Omega := \sqrt{\lambda_{vc}}$$

Vlastné tvary:

$$w := \text{eigenvecs}(A)$$

$$\lambda_{vc} = \begin{bmatrix} 9.829 \cdot 10^7 \\ 8.467 \cdot 10^7 \\ 6.282 \cdot 10^7 \\ 3.797 \cdot 10^7 \\ 1.736 \cdot 10^7 \\ 8.684 \cdot 10^6 \\ 1.718 \cdot 10^6 \\ 1.989 \cdot 10^{-10} \end{bmatrix} \frac{1}{s^2}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 9.914 \cdot 10^3 \\ 9.202 \cdot 10^3 \\ 7.926 \cdot 10^3 \\ 6.162 \cdot 10^3 \\ 4.167 \cdot 10^3 \\ 2.947 \cdot 10^3 \\ 1.311 \cdot 10^3 \\ 1.41 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \frac{1}{s}$$

$$w = \begin{bmatrix} 0.012 & 0.03 & 0.064 & -0.152 & 0.509 & -0.893 & -0.602 & 0.354 \\ -0.116 & -0.253 & -0.385 & 0.489 & -0.474 & -0.03 & -0.487 & 0.354 \\ 0.307 & 0.535 & 0.483 & -0.127 & -0.32 & 0.127 & -0.435 & 0.354 \\ -0.449 & -0.446 & 0.166 & -0.555 & 0.051 & 0.241 & -0.354 & 0.354 \\ 0.519 & 0.048 & -0.558 & -0.16 & 0.387 & 0.273 & -0.248 & 0.354 \\ -0.504 & 0.383 & 0.087 & 0.473 & 0.461 & 0.213 & -0.127 & 0.354 \\ 0.409 & -0.549 & 0.518 & 0.404 & 0.222 & 0.08 & 0.004 & 0.354 \\ -0.008 & 0.012 & -0.015 & -0.02 & -0.026 & -0.021 & 0.086 & 0.354 \end{bmatrix}$$

## 5.6 Tvary vlastných torzných výchylek

$i := 0 \dots 7$

### 5.6.1 Prvá vlastná frekvencia

Pomerné výchylky:

$$y_{1_i} := \frac{w_{i,6}}{w_{0,6}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.809 \\ 0.722 \\ 0.587 \\ 0.412 \\ 0.21 \\ -0.006 \\ -0.143 \end{bmatrix}$$

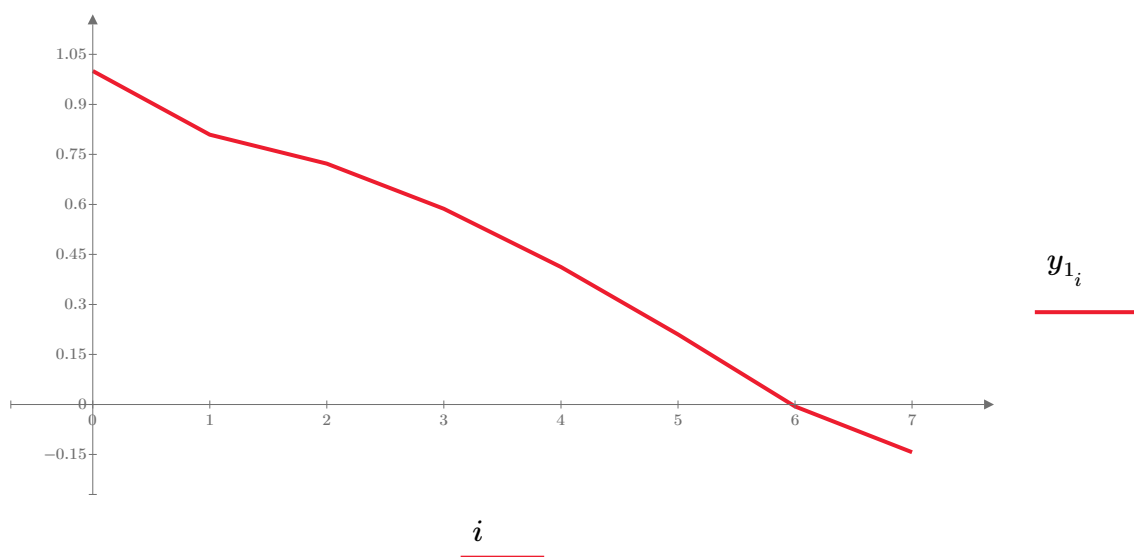
Vlastná uhlová frekvencia

$$\Omega_6 = (1.311 \cdot 10^3) \frac{\text{rad}}{s}$$

Vlastná frekvencia

$$N_1 := \frac{\Omega_6}{2 \cdot \pi} = 208.581 \frac{1}{s}$$

## Tvar prvej vlastnej frekvencie



## 5.6.2 Druhá vlastná frekvencia

Pomerné výchylky:

$$y_{2_i} := \frac{w_{i,5}}{w_{0,5}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.034 \\ -0.142 \\ -0.27 \\ -0.306 \\ -0.238 \\ -0.09 \\ 0.023 \end{bmatrix}$$

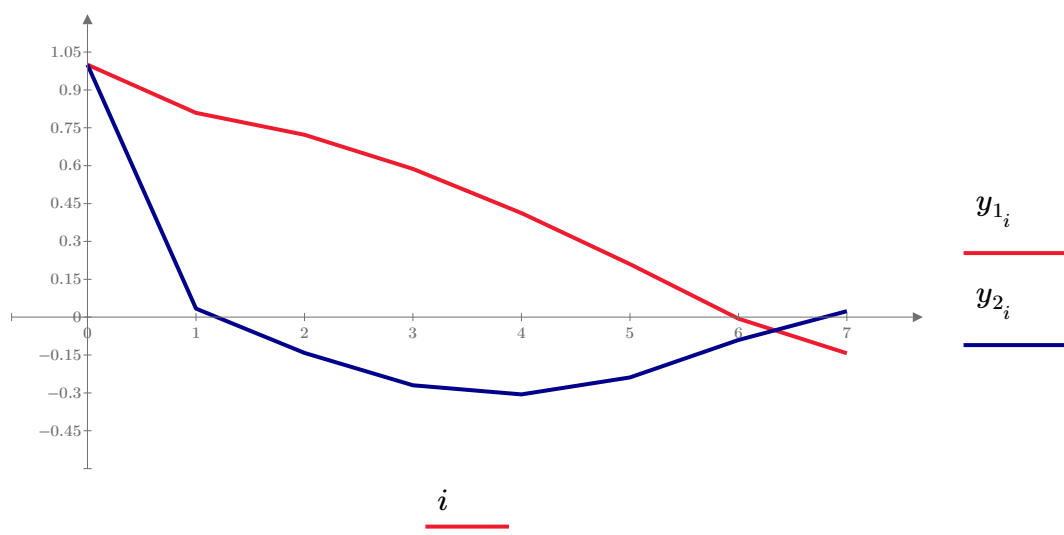
Vlastná uhlová frekvencia

$$\Omega_5 = (2.947 \cdot 10^3) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Vlastná frekvencia

$$N_2 := \frac{\Omega_5}{2 \cdot \pi} = 469.01 \frac{1}{\text{s}}$$

## Tvar druhej vlastnej frekvencie



## 5.7 Vynútené torzné kmitanie

### 5.7.1 Fourierova analýza točivého momentu v komplexnom obore

$$n_p := 720$$

$$k := 0 \dots 24$$

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

$$i := 1i \quad (\text{imaginárna jednotka})$$

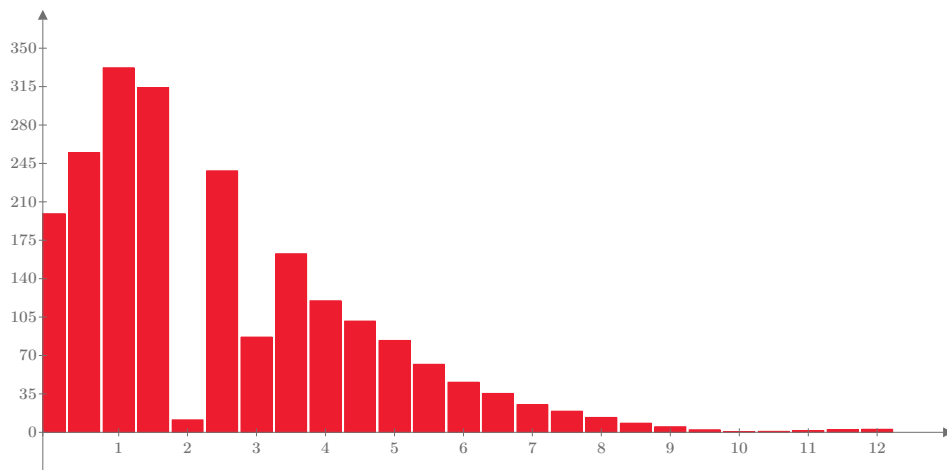
$$\text{Fourierova transformácia točivého momentu} \quad h_k := \frac{2}{n_p} \cdot \left( \sum_{j=0}^{n_p-1} M_{t_j} \cdot e^{i \cdot \left( k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{j}{n_p} \right)} \right)$$

$$\text{Reálna zložka} \quad R_{h_k} := \text{Re}(h_k)$$

$$\text{Imaginárna zložka} \quad I_{h_k} := \text{Im}(h_k)$$

$$\text{Amplitúda točivého momentu k-tej harmonickej zložky} \quad M_{h_k} := |h_k|$$

$\kappa_k =$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.5 \\ 3 \\ 3.5 \\ 4 \\ 4.5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 6 \\ 6.5 \\ 7 \\ 7.5 \\ 8 \\ 8.5 \\ 9 \\ 9.5 \\ 10 \\ 10.5 \\ 11 \\ 11.5 \\ 12 \end{bmatrix}$	$R_{h_k} =$	$\begin{bmatrix} 199.197 \\ -185.805 \\ 105.223 \\ -31.265 \\ -10.555 \\ 38.354 \\ -41.999 \\ 54.187 \\ -53.281 \\ 48.268 \\ -46.253 \\ 38.188 \\ -30.115 \\ 25.629 \\ -19.078 \\ 15.537 \\ -11.215 \\ 7.451 \\ -4.508 \\ 2.325 \\ -0.649 \\ -0.669 \\ 1.521 \\ -2.249 \\ 2.705 \end{bmatrix}$	$N \cdot m$	$I_{h_k} =$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -174.4 \\ 315.146 \\ -312.536 \\ -4.096 \\ -235.215 \\ 75.88 \\ -153.372 \\ 107.403 \\ -89.105 \\ 69.768 \\ -48.86 \\ 34.336 \\ -24.428 \\ 16.571 \\ -11.253 \\ 7.529 \\ -3.702 \\ 2.261 \\ -0.333 \\ 0.336 \\ 0.577 \\ 0.619 \\ -0.989 \\ -0.051 \end{bmatrix}$	$N \cdot m$	$M_{h_k} =$	$\begin{bmatrix} 199.197 \\ 254.831 \\ 332.249 \\ 314.096 \\ 11.322 \\ 238.321 \\ 86.728 \\ 162.663 \\ 119.892 \\ 101.338 \\ 83.708 \\ 62.013 \\ 45.672 \\ 35.405 \\ 25.27 \\ 19.184 \\ 13.508 \\ 8.32 \\ 5.043 \\ 2.349 \\ 0.731 \\ 0.883 \\ 1.642 \\ 2.457 \\ 2.706 \end{bmatrix}$	$N \cdot m$
--------------	--	-------------	--	-------------	-------------	--	-------------	-------------	--	-------------



$M_{h_k} \text{ (N·m)}$

$\kappa_k$

## 5.8 Rezonančné otáčky motora

$$k := 1, 2 \dots 24 \quad \kappa_k := 0.5 \cdot k$$

Rezonančné otáčky pre 1. vlastnú frekvenciu  $n_{1rez_k} := \frac{N_1}{\kappa_k}$

Rezonančné otáčky pre 2. vlastnú frekvenciu  $n_{2rez_k} := \frac{N_2}{\kappa_k}$

$\kappa_k =$	$n_{1rez_k} =$	$\frac{1}{\text{min}}$	$n_{2rez_k} =$	$\frac{1}{\text{min}}$
0.5	25030		56281	
1	12515		28141	
1.5	8343		18760	
2	6257		14070	
2.5	5006		11256	
3	4172		9380	
3.5	3576		8040	
4	3129		7035	
4.5	2781		6253	
5	2503		5628	
5.5	2275		5116	
6	2086		4690	
6.5	1925		4329	
7	1788		4020	
7.5	1669		3752	
8	1564		3518	
8.5	1472		3311	
9	1391		3127	
9.5	1317		2962	
10	1251		2814	
10.5	1192		2680	
11	1138		2558	
11.5	1088		2447	
12	1043		2345	

## 5.9 Výdatnosť rezonancií pre prvú vlastnú frekvenciu

$$k := 0 \dots 24$$

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

rozostupy medzi vznieteniami jednotlivých valcov  
(prvý člen nemá význam, je vložený pre potreby  
výpočtov)

$$\nu := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 480 \\ 240 \\ 600 \\ 120 \\ 360 \end{bmatrix} \cdot \text{deg}$$

$$\varepsilon_1 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \sin(\kappa_1 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \cos(\kappa_1 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 0.5; 3.5; 6.5; 9.5;$

$$\varepsilon_1 = 0.555$$

$$\varepsilon_2 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \sin(\kappa_2 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \cos(\kappa_2 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 1; 4; 7; 10;$

$$\varepsilon_2 = 0.173$$

$$\varepsilon_3 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \sin(\kappa_3 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \cos(\kappa_3 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 1.5; 4.5; 7.5; 10.5;$

$$\varepsilon_3 = 1.502$$

$$\varepsilon_4 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \sin(\kappa_4 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \cos(\kappa_4 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 2; 5; 8; 11;$

$$\varepsilon_4 = 0.173$$

$$\varepsilon_5 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \sin(\kappa_5 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \cos(\kappa_5 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 2.5; 5.5; 8.5; 11.5;$

$$\varepsilon_5 = 0.555$$

$$\varepsilon_6 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \sin(\kappa_6 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{1_{io}} \cdot \cos(\kappa_6 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

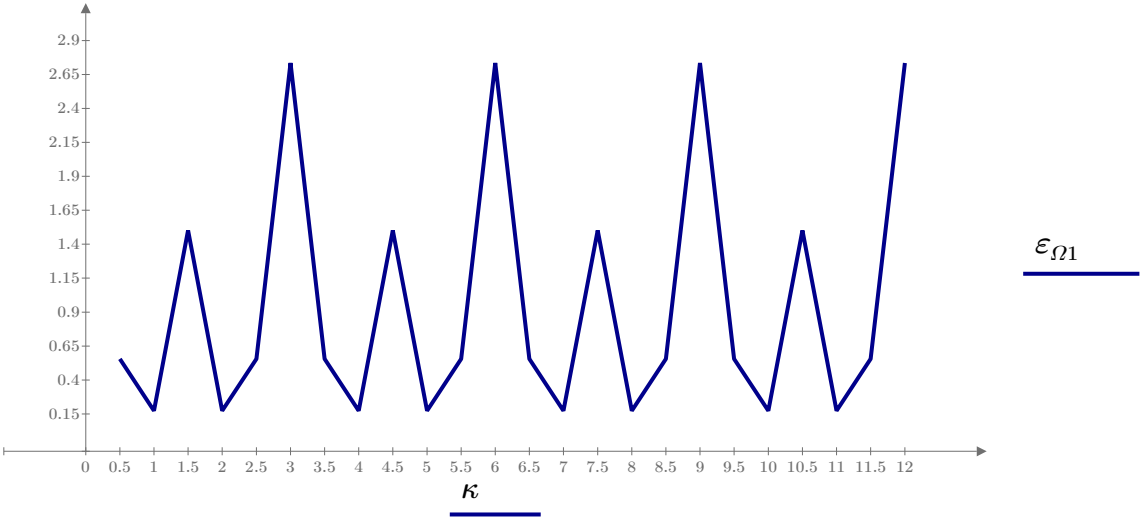
Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa=3; 6; 9; 12;$

$$\varepsilon_6=2.734$$

$$j:=0..23$$

$$\kappa_j:=j\cdot0.5+0.5$$

$$\varepsilon_{\Omega 1}:=\left[\begin{array}{c} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{array}\right]$$



## 5.10 Výdatnosť rezonancií pre druhú vlastnú frekvenciu

$$k := 0 \dots 24$$

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

rozostupy medzi vznieteniami jednotlivých valcov  
(prvý člen nemá význam, je vložený pre potreby  
výpočtov)

$$\nu := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 480 \\ 240 \\ 600 \\ 120 \\ 360 \end{bmatrix} \cdot \text{deg}$$

$$\varepsilon'_1 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \sin(\kappa_1 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \cos(\kappa_1 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 0.5; 3.5; 6.5; 9.5;$

$$\varepsilon'_1 = 0.078$$

$$\varepsilon'_2 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \sin(\kappa_2 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \cos(\kappa_2 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 1; 4; 7; 10;$

$$\varepsilon'_2 = 0.454$$

$$\varepsilon'_3 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \sin(\kappa_3 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \cos(\kappa_3 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 1.5; 4.5; 7.5; 10.5;$

$$\varepsilon'_3 = 0.257$$

$$\varepsilon'_4 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \sin(\kappa_4 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \cos(\kappa_4 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 2; 5; 8; 11;$

$$\varepsilon'_4 = 0.454$$

$$\varepsilon'_5 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \sin(\kappa_5 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \cos(\kappa_5 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$

Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 2.5; 5.5; 8.5; 11.5;$

$$\varepsilon'_5 = 0.078$$

$$\varepsilon'_6 := \sqrt{\left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \sin(\kappa_6 \cdot \nu_{io}) \right)^2 + \left( \sum_{io=1}^6 y_{2_{io}} \cdot \cos(\kappa_6 \cdot \nu_{io}) \right)^2}$$



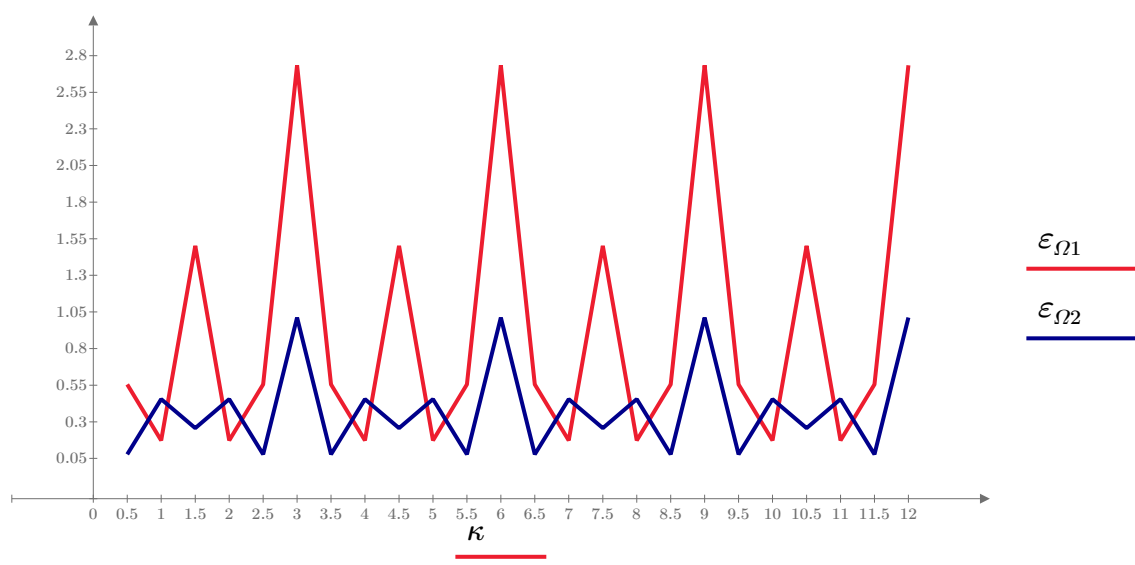
Výdatnosť rezonancie pre rády  
 $\kappa = 3; 6; 9; 12;$

$$\varepsilon'_6 = 1.012$$

$$j := 0 \dots 23$$

$$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$$

$$\varepsilon_{\Omega 2} := \begin{bmatrix} \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_3 \\ \varepsilon'_4 \\ \varepsilon'_5 \\ \varepsilon'_6 \\ \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_3 \\ \varepsilon'_4 \\ \varepsilon'_5 \\ \varepsilon'_6 \\ \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_3 \\ \varepsilon'_4 \\ \varepsilon'_5 \\ \varepsilon'_6 \\ \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_3 \\ \varepsilon'_4 \\ \varepsilon'_5 \\ \varepsilon'_6 \end{bmatrix}$$



## 6 Tlmič torzných kmitov

### 6.1 Návrh parametrov torzného tlmiča

Moment zotrvačnosti tlmiča (získaný iteratívne)

$$J_{tl} := 0.03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Efektívny moment zotrvačnosti sústavy bez tlmiča

$$J_{ef} := \sum_{i=0}^7 J_i \cdot (y_{1_i})^2 = 0.127 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Pomerná veľkosť tlmiča

$$\mu_{tl} := \frac{J_{tl}}{J_{ef}} = 0.236$$

Optimálne ladenie tlmiča

$$w_{tl} := \frac{1}{1 + \mu_{tl}} = 0.809$$

Vlastná frekvencia tlmiča

$$N_{tl} := w_{tl} \cdot N_1 = 168.708 \text{ Hz}$$

$$\Omega_{tlmic} := N_{tl} \cdot 2 \cdot \pi = (1.06 \cdot 10^3) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Tuhosť tlmiča

$$c_{tl} := J_{tl} \cdot \Omega_{tlmic}^2 = (3.371 \cdot 10^4) \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

### 6.2 Výpočet vlastnej frekvencie sústavy s tlmičom torzných kmitov

Matica hmotnosti:

$$M_{tl} := \begin{bmatrix} J_{tl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 \end{bmatrix}$$

Matica tuhosti:

$$C_{tl} := \begin{bmatrix} c_{tl} & -c_{tl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{tl} & c_{tl} + c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 \end{bmatrix}$$

Modálna matica:

$$A_{tl} := M_{tl}^{-1} \cdot C_{tl}$$

Vlastné číslo:

$$\lambda_{vc\_tl} := \text{eigenvals}(A_{tl})$$

Vektor vlastných frekvencií:

$$\Omega_{tl} := \sqrt{\lambda_{vc\_tl}}$$

Vlastné tvary:

$$w_{tl} := \text{eigenvecs}(A_{tl})$$

$$\lambda_{vc\_tl} = \begin{bmatrix} 98286468.727 \\ 84672603.438 \\ 62821050.436 \\ 37992196.778 \\ 17620549.389 \\ 9766486.51 \\ 2143297.589 \\ 805794.003 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{1}{s^2}$$

$$\Omega_{tl} = \begin{bmatrix} 9913.953 \\ 9201.772 \\ 7925.973 \\ 6163.781 \\ 4197.684 \\ 3125.138 \\ 1464.001 \\ 897.66 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{1}{s}$$

$$w_{tl} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.001 & 0.005 & -0.039 & 0.116 & -0.457 & -0.943 & -0.333 \\ 0.012 & -0.031 & 0.066 & -0.16 & 0.572 & -0.889 & 0.415 & -0.267 & -0.333 \\ -0.116 & 0.253 & -0.385 & 0.489 & -0.449 & -0.087 & 0.458 & -0.132 & -0.333 \\ 0.307 & -0.535 & 0.482 & -0.126 & -0.314 & 0.082 & 0.428 & -0.105 & -0.333 \\ -0.449 & 0.446 & 0.166 & -0.554 & 0.038 & 0.221 & 0.361 & -0.075 & -0.333 \\ 0.519 & -0.048 & -0.558 & -0.16 & 0.363 & 0.275 & 0.264 & -0.042 & -0.333 \\ -0.504 & -0.383 & 0.087 & 0.472 & 0.439 & 0.224 & 0.145 & -0.008 & -0.333 \\ 0.409 & 0.549 & 0.518 & 0.404 & 0.212 & 0.088 & 0.014 & 0.026 & -0.333 \\ -0.008 & -0.012 & -0.015 & -0.02 & -0.024 & -0.02 & -0.07 & 0.047 & -0.333 \end{bmatrix}$$

### 6.3 Tvary vlastných torzných výchylek

$i := 0 \dots 8$

#### 6.3.1 Prvá vlastná frekvencia

Pomerné výchylky:

$$y_{1tl_i} := \frac{w_{tl_i,7}}{w_{tl_0,7}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.283 \\ 0.14 \\ 0.112 \\ 0.079 \\ 0.045 \\ 0.009 \\ -0.028 \\ -0.05 \end{bmatrix}$$

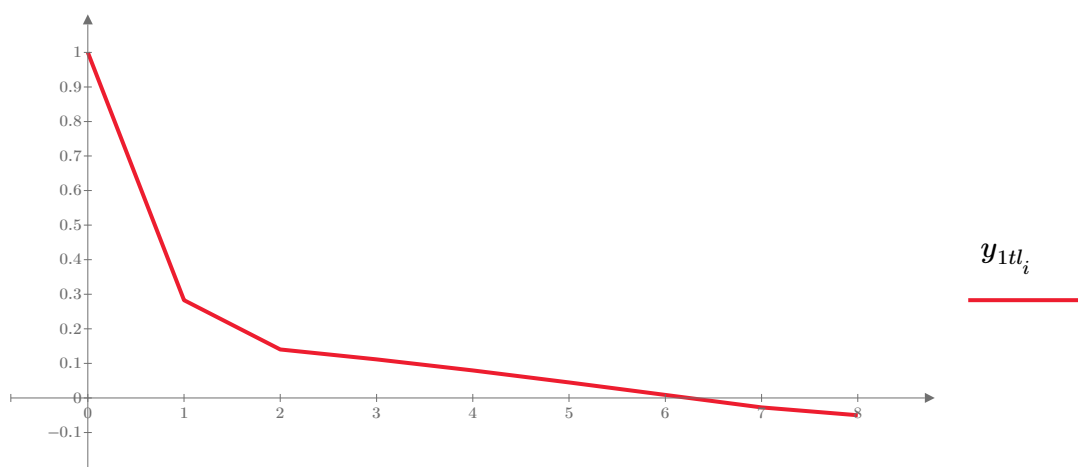
Vlastná uhlová frekvencia

$$\Omega_{tl_7} = 897.66 \frac{\text{rad}}{s}$$

Vlastná frekvencia

$$N_{1tl} := \frac{\Omega_{tl_7}}{2 \cdot \pi} = 142.867 \frac{1}{s}$$

## Tvar prvej vlastnej frekvencie



## 6.3.2 Druhá vlastná frekvencia

Pomerné výchylky:

$$y_{2tl_i} := \frac{w_{tl_i,6}}{w_{tl_0,6}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.907 \\ -1.003 \\ -0.935 \\ -0.789 \\ -0.577 \\ -0.317 \\ -0.03 \\ 0.154 \end{bmatrix}$$

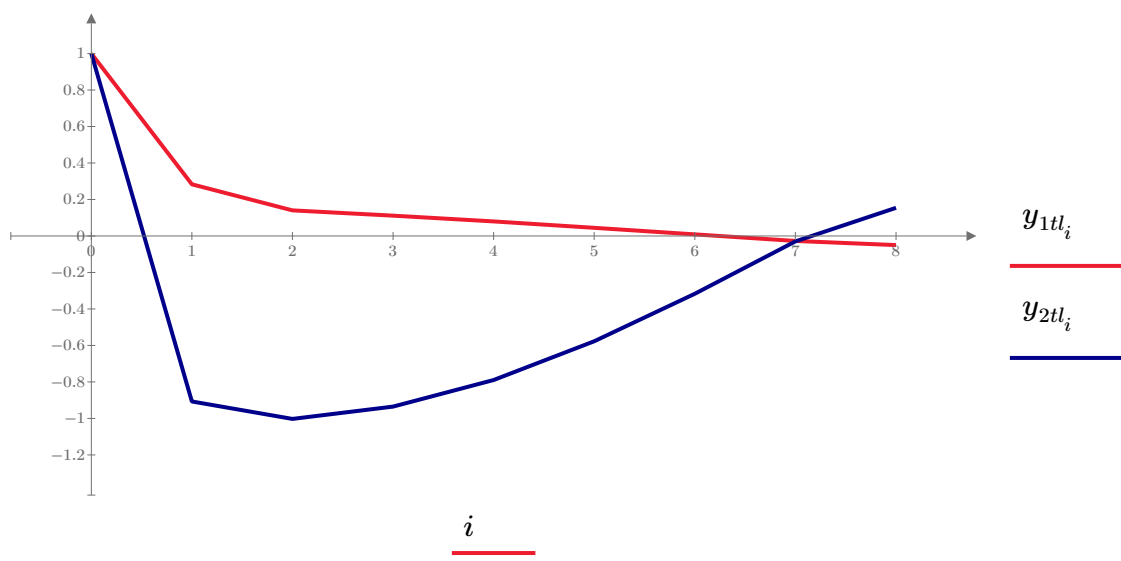
Vlastná uhlová frekvencia

$$\Omega_{tl_6} = (1.464 \cdot 10^3) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Vlastná frekvencia

$$N_{2tl} := \frac{\Omega_{tl_6}}{2 \cdot \pi} = 233.003 \frac{1}{\text{s}}$$

## Tvar druhej vlastnej frekvencie



## 6.4 Rezonančné otáčky motora

$$k := 1, 2 \dots 24$$

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

Rezonančné otáčky pre 1. vlastnú frekvenciu

$$n_{1rez\_tl\_k} := \frac{N_{1tl}}{\kappa_k}$$

Rezonančné otáčky pre 2. vlastnú frekvenciu

$$n_{2rez\_tl\_k} := \frac{N_{2tl}}{\kappa_k}$$

$\kappa_k =$					
0.5		17144		27960	
1		8572		13980	
1.5		5715		9320	
2		4286		6990	
2.5		3429		5592	
3		2857		4660	
3.5		2449		3994	
4		2143		3495	
4.5		1905		3107	
5		1714		2796	
5.5		1559		2542	
6		1429	$\frac{1}{\text{min}}$	2330	$\frac{1}{\text{min}}$
6.5	$n_{1rez\_tl\_k} =$	1319		2151	
7		1225		1997	
7.5		1143		1864	
8		1072		1748	
8.5		1008		1645	
9		952		1553	
9.5		902		1472	
10		857		1398	
10.5		816		1331	
11		779		1271	
11.5		745		1216	
12		714		1165	

## 7 Pevnostná kontrola kľukového hriadeľa

max. sila od tlaku plynov

$$F_{pmax} = 75.03 \text{ kN}$$

ložisková vôľa

$$c_l := 0.1 \text{ mm}$$

Výpočet tuhosti prvku Spring-damper 14

$$k_s := \frac{0.5 \cdot F_{pmax}}{0.8 \cdot c_l} = (4.689 \cdot 10^5) \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

### 7.1 Vlastnosti materiálu 42CrMo4

Medza klzu

$$R_e := 900 \text{ MPa}$$

Medza pevnosti v ťahu

$$R_m := 1100 \text{ MPa}$$

Medza únavy v ťahu (stried. sym. cyklus)

$$\sigma_{c\check{t}AH} := 440 \text{ MPa}$$

Medza únavy na ohyb (stried. sym. cyklus)

$$\sigma_{cOHYB} := 550 \text{ MPa}$$

Medza únavy v šmyku (stried. sym. cyklus)

$$\sigma_{c\check{S}MYK} := 330 \text{ MPa}$$

### 7.2 Výpočet bezpečnosti voči únavovému poškodeniu pre chod motora na 6V

#### Chod na 6 valcov - zaťažovací stav A

Maximálna hodnota lokálneho napätia na povrchu

$$\sigma_{eXA\_6V} := 298.18 \text{ MPa}$$

Napätie vo vzdialenosti  $xx_1$  pod povrchom prvku

$$\sigma_{eX1A\_6V} := 127.55 \text{ MPa}$$

Vzdialenosť krajných uzlov prvku

$$xx_1 := 2.88 \text{ mm}$$

#### Chod na 6 valcov - zaťažovací stav B

Maximálna hodnota lokálneho napätia na povrchu

$$\sigma_{eXB\_6V} := 115.59 \text{ MPa}$$

#### 7.2.1 Stanovenie veličín potrebných pre výpočet bezpečnosti pre chod na 6V

Pomerný gradient napätia pre 6V  $\chi_{R\_6V} := \frac{1}{\sigma_{eXA\_6V}} \cdot \left( \frac{\sigma_{eXA\_6V} - \sigma_{eX1A\_6V}}{xx_1} \right) = 0.199 \text{ mm}^{-1}$

Priemer skúšobnej vzorky

$$d_{vzorka} := 7.5 \text{ mm}$$

Korekčný súčiniteľ pre 6V

$$f_{G\_6V} := 1 + \frac{\frac{\sigma_{cOHYB}}{\sigma_{c\check{t}AH}} - 1}{\frac{2}{d_{vzorka}}} \cdot \chi_{R\_6V} = 1.186$$

Pomer súčiniteľa vrubu a koncentrácie napätia pre 6V (označenie  $\beta\alpha_{6V}$ )

$$\beta\alpha_{6V} := 1 + \sqrt{\chi_{R_{6V}} \cdot mm} \cdot 10^{-\left(0.35 + \frac{R_e}{810 \cdot MPa}\right)}$$

$$\beta\alpha_{6V} = 1.015$$

Maximálne ekvivalentné napätie pre 6V

$$\sigma_{emax_{6V}} := \sigma_{eXA_{6V}} = 298.18 \text{ MPa}$$

Minimálne ekvivalentné napätie pre 6V

$$\sigma_{emin_{6V}} := \sigma_{eXB_{6V}} = 115.59 \text{ MPa}$$

Amplitúda ekvivalentného napätia pre 6V

$$\sigma_{ea_{6V}} := \frac{\sigma_{emax_{6V}} - \sigma_{emin_{6V}}}{2}$$

$$\sigma_{ea_{6V}} = 91.295 \text{ MPa}$$

Stredná hodnota ekvivalentného napätia pre 6V

$$\sigma_{em_{6V}} := \frac{\sigma_{emax_{6V}} + \sigma_{emin_{6V}}}{2}$$

$$\sigma_{em_{6V}} = 206.885 \text{ MPa}$$

Preimer ojnicného čapu v mm

$$D_{oc} := 66$$

Súčiniteľ vplyvu veľkosti súčasti

$$\eta_{\sigma} := 1.189 \cdot D_{oc}^{-0.097} = 0.792$$

Súčiniteľ vplyvu pravdepodobnosti prežitia

$$v_{\sigma} := 0.753$$

### 7.2.2 Súčiniteľ bezpečnosti pre chod motora na 6V

$$k_{6V} := \frac{1}{\beta\alpha_{6V} \cdot \frac{\sigma_{ea_{6V}}}{\sigma_{cOHYB} \cdot \eta_{\sigma} \cdot v_{\sigma} \cdot f_{G_{6V}}} + \frac{\sigma_{em_{6V}}}{R_m}} = 2.346$$

Výpočet bezpečnosti pre povrchovo kalené rádiusy

$$k_{k_{6V}} := 1.3 \cdot k_{6V} = 3.049$$

### 7.3 Výpočet bezpečnosti voči únavovému poškodeniu pre chod motora na 4V

#### Chod na 4 valce - zat'azovací stav A

Maximálna hodnota lokálneho napätia na povrchu

$$\sigma_{eXA_{4V}} := 288.82 \text{ MPa}$$

Napätie vo vzdialenosti  $xx_1$  pod povrchom prvku

$$\sigma_{eX1A_{4V}} := 120.45 \text{ MPa}$$

Vzdialenosť krajných uzlov prvku

$$xx_2 := 2.88 \text{ mm}$$

#### Chod na 4 valce - zat'azovací stav B

Maximálna hodnota lokálneho napätia na povrchu

$$\sigma_{eXB_{4V}} := 122.53 \text{ MPa}$$

### 7.3.1 Stanovenie veličín potrebných pre výpočet bezpečnosti pre chod na 4V

Pomerný gradient napätia pre 6V  $\chi_{R\_4V} := \frac{1}{\sigma_{eXA\_4V}} \cdot \left( \frac{\sigma_{eXA\_4V} - \sigma_{eX1A\_4V}}{xx_2} \right) = 0.202 \text{ mm}^{-1}$

Priemer skúšobnej vzorky  $d_{vzorka} := 7.5 \text{ mm}$

Korekčný súčiniteľ pre 6V  $f_{G\_4V} := 1 + \frac{\frac{\sigma_{cOHYB}}{\sigma_{c\check{A}H}} - 1}{\frac{2}{d_{vzorka}}} \cdot \chi_{R\_4V} = 1.19$

Pomer súčiniteľa vrubu a koncentrácie napätia pre 6V (označenie  $\beta\alpha_{6V}$ )  $\beta\alpha_{4V} := 1 + \sqrt{\chi_{R\_4V} \cdot \text{mm} \cdot 10}^{-\left(0.35 + \frac{R_e}{810 \cdot \text{MPa}}\right)}$

$$\beta\alpha_{4V} = 1.016$$

Maximálne ekvivalentné napätie pre 6V  $\sigma_{emax\_4V} := \sigma_{eXA\_4V} = 288.82 \text{ MPa}$

Minimálne ekvivalentné napätie pre 6V  $\sigma_{emin\_4V} := \sigma_{eXB\_4V} = 122.53 \text{ MPa}$

Amplitúda ekvivalentného napätia pre 6V  $\sigma_{ea\_4V} := \frac{\sigma_{emax\_4V} - \sigma_{emin\_4V}}{2}$

$$\sigma_{ea\_4V} = 83.145 \text{ MPa}$$

Stredná hodnota ekvivalentného napätia pre 6V  $\sigma_{em\_4V} := \frac{\sigma_{emax\_4V} + \sigma_{emin\_4V}}{2}$

$$\sigma_{em\_4V} = 205.675 \text{ MPa}$$

Priemer ojníčného čapu v mm  $D_{oc} := 66$

Súčiniteľ vplyvu veľkosti súčasti  $\eta_{\sigma} := 1.189 \cdot D_{oc}^{-0.097} = 0.792$

Súčiniteľ vplyvu pravdepodobnosti prežitia  $v_{\sigma} := 0.753$

### 7.3.2 Súčiniteľ bezpečnosti pre chod motora na 4V

$$k_{4V} := \frac{1}{\beta\alpha_{4V} \cdot \frac{\sigma_{ea\_4V}}{\sigma_{cOHYB} \cdot \eta_{\sigma} \cdot v_{\sigma} \cdot f_{G\_4V}} + \frac{\sigma_{em\_4V}}{R_m}} = 2.479$$

Výpočet bezpečnosti pre povrchovo kalené rádiusy  $k_{k\_4V} := 1.3 \cdot k_{4V} = 3.223$