VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA TECHNOLOGICKÁ SE SÍDLEM VE ZLÍNĚ

Modelování elastických vlastností polymerů vyztužených krátkými vlákny

Modeling of elastic properties of short-fiber-reinforced polymers

Obor: 28-03-9 Technologie makromolekulárních látek

Autor: Ing. Miroslava Kovářová

Školitel: Doc. Ing. Oldřich Šuba, CSc.

Oponenti: RNDr. Karel Kouba, CSc.

Doc. Ing. Josef Krebs, CSc.

Doc. Ing. Stanislav Vašut, CSc.

Datum obhajoby: 14. 12. 1998

OBSAH

1. SHRNUTÍ - OBSAH PRÁCE

V současnosti získávají kompozitní materiály na bázi polymeru vyztuženého krátkými vlákny stále větší význam. Důvodem pro masové rozšíření těchto materiálů je fakt, že vhodnou kombinací vláken a matrice lze pokrýt širokou oblast elastických vlastností. To je také důvod, proč je nutné studovat vlastnosti a chování krátkovláknových kompozitů v závislosti na geometrických parametrech a koncentraci výztuže.

V práci jsou sledovány dvě mezní struktury kompozitních materiálů vyztužených krátkými vlákny. Jde o kompozit s přednostní orientací vláken v jednom směru, tedy o usměrněnou kompozitní strukturu a materiál s náhodnou orientací krátkých vláken v rovině.

Elastické vlastnosti obou typů kompozitních struktur jsou stanovovány s použitím matematických modelů struktury materiálu. Je simulován definovaný způsob zatížení těchto modelů a z makroskopické odezvy na vložené fiktivní namáhání jsou určeny elastické konstanty jednotlivých kompozitních struktur. Matematické modely kompozitní struktury vycházejí z polydisperzního strukturního modelu krátkovláknového usměrněného kompozitu.

V práci jsou sledovány elastické vlastnosti struktur vyztužených vlákny různých délek. Štíhlostní poměr délek vláken leží v intervalu 5 až 500. Měněna je také koncentrace výztužných vláken v kompozitu, a to v rozsahu 2,5 až 20 objemových procent. V práci je použito předpokladu, že materiál vlákna i matrice se chovají lineárně elasticky. Pro přiblížení se skutečnosti jsou v práci sledovány také matematické modely kompozitů se záměrně vnesenou technologickou chybou do struktury. Jde o poruchu přilnavosti mezi vláknem a matricí na konci vlákna.

Výsledky, tedy hodnoty elastických konstant krátkovláknových kompozitních struktur s různou koncentrací a délkou výztužných vláken, jsou vyneseny ve formě přehledných grafů.

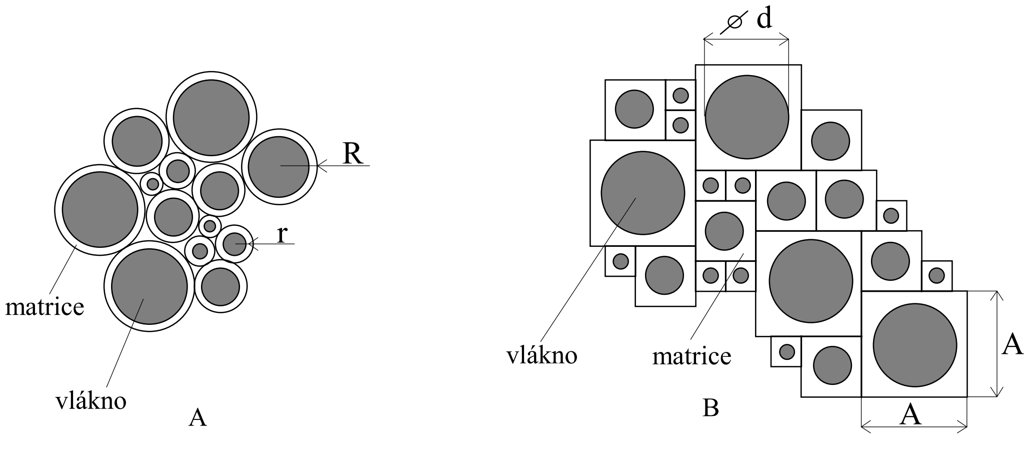
2. STAV PROBLEMATIKY

Kompozit vyztužený vlákny s přednostní orientací v jednom směru lze považovat za základní element, z nějž jsou složeny kompozitní materiály. Je také nejjednodušší geometrickou jednotkou vláknových kompozitů. Z mechanického hlediska jsou nejjednodušším typem kompozitu vyztuženého vlákny takové materiály, kde se předpokládá lineárně elastické chování materiálu vlákna i matrice. Studium elastických vlastností usměrněných vláknových kompozitů a predikce těchto vlastností je proto jedním z hlavních úkolů spojených se studiem kompozitů.

Na základě znalosti elastických vlastností usměrněného kompozitu je možno určit elastické vlastnosti kompozitních materiálů s náhodnou orientací vláken v rovině. Toho lze dosáhnout s použitím tzv. laminátové teorie. Princip laminátové teorie spočívá v skládání vrstev tvořených materiálem s jednosměrnou orientací výztužných vláken na sebe tak, že každá vrstva je pootočena o určitý úhel. Ve výsledku pak vznikne plošný prvek, v němž mají krátká vlákna náhodnou orientaci.

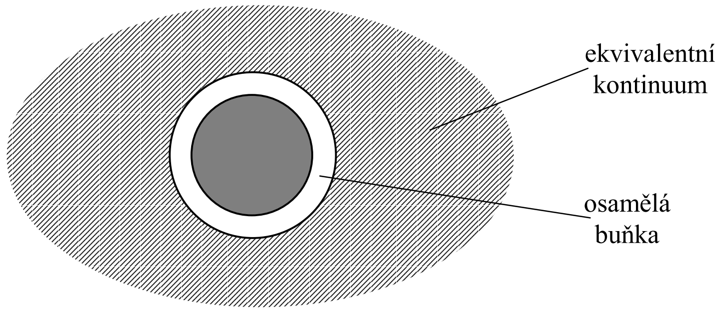
V literatuře se objevuje velké množství teoretických modelů usměrněné kompozitní struktury. Dvěma nejznámějšími modely, které jsou používány pro modelování struktury usměrněných kompozitních systémů jsou *třífázový* neboli *selfconsistentní model* a *model polydisperzní*. K těmto modelům lze přiřadit také *třífázový model,* který zahrnuje přítomnost *mezifáze* mezi vláknem a matricí kompozitní struktury.

Nejjednodušším strukturním modelem je model polydisperzní. Jeho geometrie vychází z jednoduchého předpokladu, že celý objem materiálu je bezezbytku vyplněn válečky, v nichž poměr mezi objemem plniva a matrice zůstává zachován (obr. 2.1 A). To tedy znamená, že jeden každý váleček - každá buňka polydisperzního modelu bude *reprezentativním objemem*. Je možno použít také polydisperzního modelu, v němž je matrice rozdělena na hranolky se souose umístěným válcovým vláknem, které zcela vyplňují objem kompozitu (obr. 2.1 B). Také v tomto strukturním modelu zůstává v každé „buňce“ zachován poměr objemů vlákna a matrice, takže každá buňka je opět reprezentativním objemem kompozitu.



Obr. 2.1: Polydisperzní mikromechanický model

Schéma selfconsistentního strukturního modelu je zobrazeno na obr. 2.2. Model se skládá z osamělé „buňky“ (reprezentativního objemu) umístěné v nekonečném efektivním kontinuu. Elastické vlastnosti, které přísluší efektivnímu kontinuu pak budou příslušet i vloženému reprezentativnímu objemu, neboť bude platit, že deformační energie náhradního kontinua bude rovna deformační energii vynaložené na stejnou deformaci buňky reprezentativního objemu.



Obr. 2.2: Třífázový selfconsistentní mikromechanický model

Na základě třífázového strukturního mikromechanického modelu byly sestaveny známé a pro určení elastických vlastností nehojněji používané Halpin-Tsaiovy vztahy.

Do řady teoretických modelů dále zapadají ty, které zvažují přítomnost mezifáze. Ta se vytvoří při přípravě kompozitního materiálu. Mezifáze hraje významnou roli v termomechanickém chování kompozitu. Přítomnost třetí fáze v třífázové struktuře lze dokázat pomocí termodynamických měření. Mezifáze disponuje mechanickými vlastnostmi, které se odlišují od mechanických vlastností dvou hlavních fází. Jejich hodnoty leží v oblasti mezi hodnotami elastických vlastností vlákna a matrice.

Většina autorů se na základě výše zmíněných modelů snaží nalézt určité vztahy, které by měly sloužit k určení elastických konstant kompozitního materiálu. V této práci jde však o numerické řešení tohoto problému, které je založeno na použití metody konečných prvků (FEM), respektive počítačového programu, který využívá FEM pro řešení problémů zadaných geometrií, zatížením a okrajovými podmínkami. Tomuto přístupu nejlépe vyhovuje model založený na geometrii polydisperzního mikromechanického modelu usměrněné kompozitní struktury.

3. CÍL PRÁCE

Elastické vlastnosti kompozitu lze určit pomocí experimentálních zkoušek, které jsou však časově a finančně náročné. Tato náročnost byla důvodem pro sestavování empirických vztahů, které by napomohly při rychlé predikci elastických konstant kompozitu. Empirické vztahy mohou posloužit jako kvalifikovaný odhad hledaných vlastností, ovšem vždy musí být počítáno s určitými omezujícími podmínkami vyplývajícími z daného experimentu.

Jistým řešením, jak překonat zmíněné překážky, je sestavení a řešení jednoduchých modelů kompozitní struktury, které jsou fiktivně zatěžovány definovaným namáháním. Z odezvy modelu na vložené zatížení jsou pak určeny potřebné
elastické konstanty materiálu. Při takovéto simulaci je možno nejen předpovědět numerické hodnoty materiálových vlastností kompozitu, ale také sledovat způsob

chování materiálu (modelu), při určitém způsobu zatížení. Touto metodou je možno také simulovat mechanické zkoušky, kterým je nutno kompozitní materiál podrobit, chceme-li získat hodnoty elastických konstant materiálu.

Cílem práce tedy je sestavit soubor matematických modelů kompozitu tak, aby bylo možno simulovat zatěžování těchto modelů způsobem, kdy z makromechanické odezvy na vložené zatížení lze určit efektivní elastické konstanty, které popisují mechanické chování kompozitního materiálu.

V práci je sledována ucelená řada krátkovláknových kompozitních materiálů. Jednotlivé kompozitní struktury se od sebe liší koncentrací výztužných vláken v polymerní matrici, ale také délkou respektive štíhlostním poměrem těchto vláken. Práce tedy zároveň sleduje vliv koncentrace výztužných vláken a vliv délky výztužných vláken na změnu elastických vlastností kompozitního materiálu.

4. ZPRACOVÁNÍ ZADÁNÍ

4.1 Usměrněná krátkovláknová kompozitní struktura

Lineární vztah mezi prostorovou deformací a napjatostí obecně anizotropního materiálu vyjadřuje *zobecněný Hookův zákon*. V nejobecnějším případě vystupuje v tomto zákoně 81 konstant úměrnosti, které jsou materiálovými konstantami. Pro obecně anizotropní materiál lze počet materiálových konstant zredukovat ne 36 a Hookův zákon pak zapsat rovnicí:

$$[\varepsilon]=[C]\cdot[\sigma] \tag{4.1}$$

Prostorové deformace jsou zapsány ve sloupcové matici deformací $[\varepsilon]$, která má 6 řádků. Napjatost popisuje matice napjatosti $[\sigma]$, která je také sloupcová a má 6 řádků. Matici $[C]$ nazýváme *maticí poddajnosti*. Matice $[C]$ bude obsahovat materiálové konstanty.

Počet konstant zapsaných v matici poddajnosti (nebo v inverzní matici tuhosti $[S]$) je možno dále snížit na základě nalezení roviny nebo několika rovin pružné symetrie v materiálu.

Kompozitní materiál vyztužený vlákny s přednostní orientací v jednom směru je materiálem *monotropním*. Monotropie je zvláštním případem ortotropie materiálu. Materiál je monotropní tehdy, jestliže v každém jeho bodě existuje osa pružné symetrie. V případě usměrněného krátkovláknového systému leží tato osa ve směru rovnoběžném s vlákny. Tento směr se nazývá longitudinální a osu monotropie označujeme L. Směr transverzální, tedy ležící kolmo k vláknům, je potom každý směr ležící v rovině, jejíž normálou je osa L. V této rovině lze nalézt nekonečně mnoho dvojic vzájemně kolmých os označovaných T, T'. Vlastnosti ve směru obou těchto os jsou stejné.

Počet nezávislých elastických konstant zapsaných v matici poddajnosti monotropního materiálu se zredukuje na pět.

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \varepsilon_4\\ \varepsilon_5\\ \varepsilon_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0\\ & & & C_{44} & 0 & 0\\ & & & & C_{44} & 0\\ & & & & & 2(C_{11}-C_{12})\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \sigma_4\\ \sigma_5\\ \sigma_6\end{bmatrix} \tag{4.2}$$

Při studiu kompozitního materiálu s přednostní orientací krátkých vláken v jednom směru dáme přednost zápisu matice poddajnosti s použitím tzv. *inženýrských konstant.*

$$[\varepsilon]=\begin{bmatrix}\frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{TT}}{E_T} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & -\frac{\nu_{TT}}{E_T} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TT}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}}\end{bmatrix}\cdot[\sigma] \tag{4.3}$$

V monotropním materiálu dále platí:

$$G_{TT}=\frac{E_T}{2(1+\nu_{TT})} \tag{4.4}$$

a na základě symetrie matice poddajnosti platí:

$$\frac{\nu_{LT}}{E_L}=\frac{\nu_{TL}}{E_T} \tag{4.5}$$

Je tedy zřejmé, že pro popis vztahu mezi deformací a napětím monotropního prvku je potřeba znát tyto nezávislé elastické konstanty:

- modul pružnosti v tahu v podélném směru E_L
- modul pružnosti v tahu v příčném směru E_T
- Poissonovo číslo ν_{LT}
- Poissonovo číslo ν_{TT}
- modul pružnosti ve smyku G_{LT}

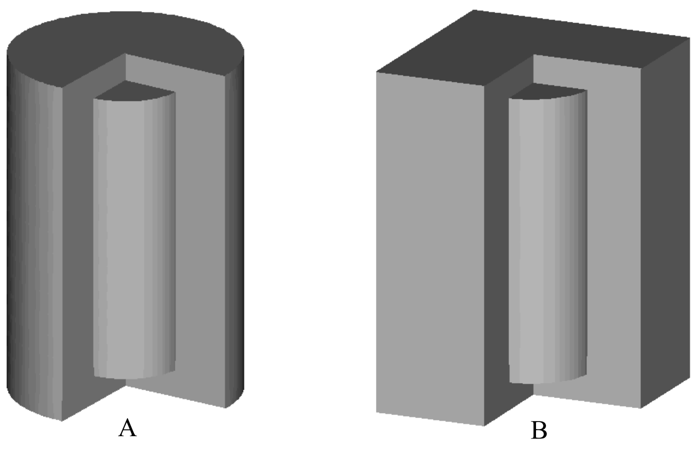
Matematické modely reprezentativního objemu krátkovláknové jednosměrně orientované kompozitní struktury jsou vytvářeny a řešeny pomocí FEM programu COSMOS/M verze 1.75 firmy Structural Research and Analysis Corporation, California USA. Každý problém je v programu definován *geometrickým modelerem*. Pro potřeby analýzy je dále vytvořena *síť konečných prvků*, na jejíž hustotě závisí přesnost analýzy.

Stručně a zjednodušeně lze zadání každé úlohy popsat tímto schématem:

- vytvoření geometrického obrazu modelu
- definování typu konečných prvků
- deklarace konstant vztahujících se k typu konečných prvků
- definování materiálových konstant
- generace sítě
- deklarace zatížení
- definování okrajových podmínek
- vlastní analýza
- aktivace výsledků a jejich prohlížení

Výsledky lze zobrazit buď v grafické formě, nebo ve formě tabulky. Výsledkem jsou napětí a deformace vypočtené v každém uzlovém bodě sítě.

Geometrii matematických modelů krátkovláknové usměrněné kompozitní struktury vycházející z polydisperzního mikromechanického modelu lze nejlépe charakterizovat obrázkem (obr. 4.1).

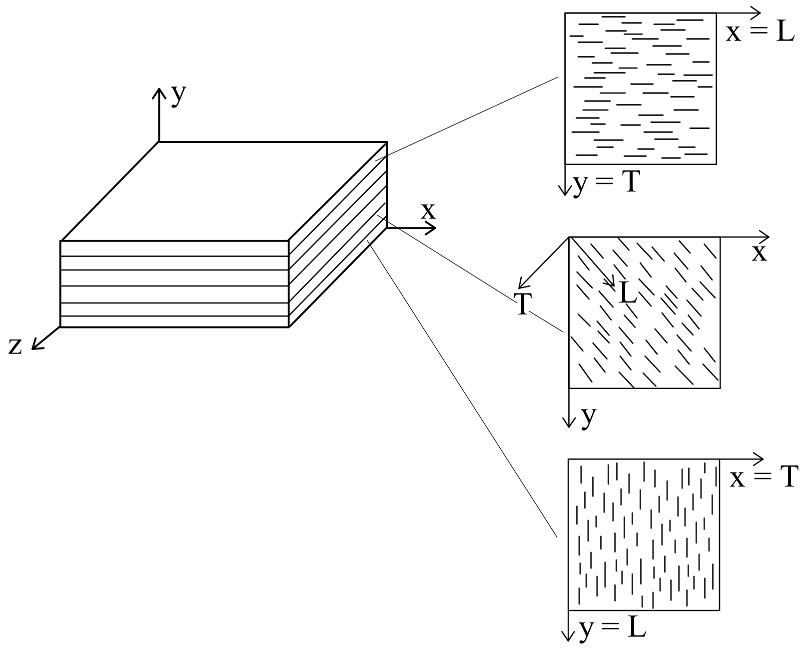


Obr. 4.1: Reprezentativní objem polydisperzního modelu s válcovými buňkami (A), reprezentativní objem polydisperzního modelu s hranolovými buňkami (B). Matematické modely usměrněné krátkovláknové struktury

4.2 Neusměrněná krátkovláknová kompozitní struktura

Hovoříme-li o neusměrněné krátkovláknové struktuře, jedná se o plošný prvek, v jehož ploše jsou krátká vlákna náhodně orientována a vytváří tzv. statisticky izotropní strukturu. Pojem „statisticky izotropní“ vypovídá o tom, že pro úplný popis závislosti napětí na deformaci v prostotu postačí určit dvě nezávislé elastické konstanty, a že získané vlastnosti budou efektivními vlastnostmi daného kontinua. Budou to tedy jakési statisticky průměrné elastické vlastnosti.

Model neusměrněné struktury lze sestavit na základě tzv. laminátové teorie. Klíč k sestavení statisticky izotropní struktury na základě laminátové teorie je následující: monovrstvy stejné tloušťky a totožných materiálových vlastností (daných maticí tuhosti či poddajnosti monovrstvy) jsou kladeny na sebe tak, že každé dvě sousední monovrstvy jsou vůči sobě pootočeny o úhel $\varphi = \frac{180^o}{n}$, kde $n \geq 3$ je počet lamin v laminátu, jak je schématicky znázorněno na obr. 4.2.



Obr. 4.2: Způsob vytvoření statisticky izotropního prvku na základě laminátové teorie

Hledanými nezávislými vlastnostmi neusměrněné krátkovláknové kompozitní struktury budou:

- efektivní modul pružnosti v tahu E
- efektivní Poissonovo číslo ν

Efektivní modul pružnosti ve smyku G je konstanta závislá. G lze vyjádřit ze vztahu:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{4.6}$$

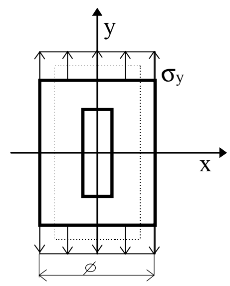
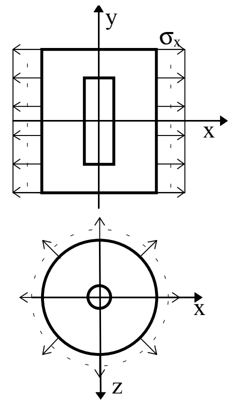
Simulaci kladení jednotlivých vrstev na sebe s příslušným pootočením lze provést s pomocí FEM programu COSMOS/M se speciálními laminátovými 3D prvky, nebo skořepinovými prvky, s jejichž použitím je program schopen sám provést transformace vlastností jednotlivých lamin z jejich lokálních souřadných systémů (LT) do souřadného systému globálního (xy).

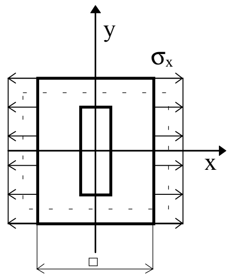
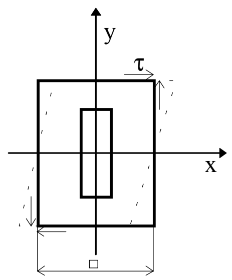
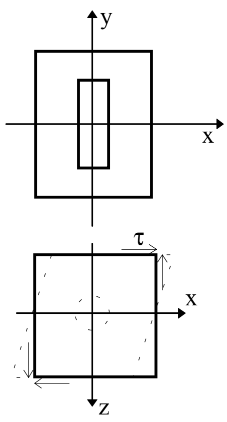
V konkrétním řešení byl sestaven model neusměrněné krátkovláknové struktury, který má tvar destičky čtvercového půdorysu. Byl zvolen počet šesti jednosměrně vyztužených monovrstev, jejichž lokální souřadné systémy jsou vzájemně pootočeny vždy o 30^o. Pro jednoduchost je tloušťka monovrstev jednotková.

4.3 Způsob určení elastických konstant

Zatížíme-li modely reprezentativního objemu kompozitního materiálu z obr. 4.1 definovaným fiktivním napětím, lze na základě makroskopické deformační odezvy na vložené napětí určit příslušné elastické konstanty usměrněné kompozitní struktury, jak je shrnuto v tab. 4.1.

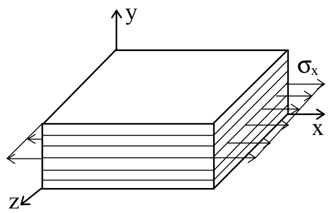
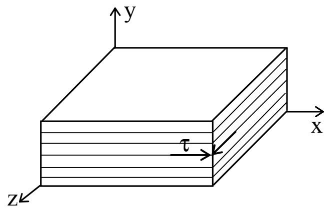
Tab. 4.1: Určení elastických konstant usměrněné krátkovláknové struktury pomocí modelů sestavených v programu COSMOS/M

<table>
<tr><td>Hledané vlastnosti</td><td>E_L, ν_{LT}</td><td rowspan="4">
</td></tr>
<tr><td>Zátěžné napětí</td><td>$\sigma_y \neq 0$</td></tr>
<tr><td>Okrajové podmínky</td><td>$\varepsilon_x = konst.,\ \sigma_x = 0$</td></tr>
<tr><td>Použité vztahy</td><td>$E_L = \dfrac{\sigma_y}{\varepsilon_y}$
$\nu_{LT} = -\dfrac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$</td></tr>
<tr><td>Hledané vlastnosti</td><td>K_{TT}</td><td rowspan="4">
</td></tr>
<tr><td>Zátěžné napětí</td><td>$\sigma_x \neq 0$</td></tr>
<tr><td>Okrajové podmínky</td><td>$\varepsilon_y = 0,\ \sigma_y = 0$</td></tr>
<tr><td>Použité vztahy</td><td>$K_{TT} = \dfrac{\sigma_x}{2\varepsilon_x}$</td></tr>
</table>

Hledané vlastnosti	$E_T,\ \nu_{TT},\ \nu_{TL}$	
Zátěžné napětí	$\sigma_x \neq 0$	
Okrajové podmínky	$\varepsilon_y = konst.,$ $\varepsilon_z = konst.\ \sigma_y = 0$	
Použité vztahy	$\nu_{TT} = \dfrac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$ $\nu_{TL} = \dfrac{\varepsilon_z}{\varepsilon_y}$ $E_T = \dfrac{\sigma_x}{\varepsilon_y}$	
Hledané vlastnosti	G_{LT}	
Zátěžné napětí	$\tau \neq 0$	
Použité vztahy	$G_{LT} = \dfrac{\tau}{\gamma}$	
Hledané vlastnosti	G_{TT}	
Zátěžné napětí	$\tau \neq 0$	
Použité vztahy	$G_{TT} = \dfrac{\tau}{\gamma}$	

Elastické konstanty usměrněné struktury lze použít pro deklaraci vlastností monovrstvy laminátové struktury, která reprezentuje kompozitní materiál s náhodnou orientací krátkých vláken v rovině. Tab. 4.2 shrnuje způsob určení efektivních elastických konstant této kompozitní struktury na základě modelů sestavených s použitím FEM programu COSMOS/M.

Tab. 4.2: Určení elastických konstant neusměrněné krátkovláknové struktury pomocí modelu sestaveného v programu COSMOS/M

Hledané vlastnosti	E, ν	
Zátěžné napětí	$\sigma_x \neq 0$	
Použité vztahy	$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}$ $\nu = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$	
Hledané vlastnosti	G	
Zátěžné napětí	$\tau \neq 0$	
Použité vztahy	$G = \frac{\tau}{\gamma}$	

5. PREZENTACE VÝSLEDKŮ

Výsledky jsou prezentovány ve formě grafů. V jednotlivých grafech jsou hodnoty příslušných materiálových konstant vyneseny vždy jako relativní, bezrozměrná hodnota mající tvar příslušné elastické konstanty vztažené k odpovídající konstantě čisté matrice:

$$\frac{M}{M_2} = \frac{vlastnost \quad kompozitu}{vlastnost \quad matrice}$$

Vypovídací hodnota takto voleného vyjádření elastických konstant je poměrně vysoká. Bezrozměrné číslo vypovídá o tom, kolikanásobně je hodnota příslušné materiálové konstanty kompozitu větší či menší v porovnání s hodnotou téže elastické vlastnosti čisté, nevyztužené matrice.

Hodnoty elastických konstant jsou vynášeny v grafech vždy v závislosti na objemové koncentraci plniva v kompozitu c_1. Byly prověřovány objemové koncentrace vláken v oblasti 2,5 - 20%. Jednotlivé křivky jsou dále přiřazeny rozdílným štíhlostním poměrům vlákna *l/d* z intervalu 5 - 500.

Modul pružnosti v tahu v podélném směru $\boldsymbol{E_L}$ (obr. 5.1) je jednou z nejvýznamnějších a nejčastěji sledovaných či počítaných charakteristik usměrněných kompozitních struktur. Je tak tomu proto, že největší přednost usměrněných vláknových kompozitů spočívá právě ve výrazném zlepšení vlastností ve směru vláken. Schopnost vyztužení materiálu v podélném směru roste se vzrůstající délkou vlákna a maximální pak bude pro kontinuální vláknitou výztuž v kompozitu.

Hodnoty longitudinálního modulu pružnosti lze stanovit z prosté tahové zkoušky, kdy je vzorek zatížen tahovým napětí ve směru vláken.

Na základě takové tahové zkoušky lze stanovit také **Poissonovo číslo** $\boldsymbol{\nu_{LT}}$ (obr. 5.2), které je určeno příčným smrštěním (ve směru osy T materiálového souřadného systému kompozitu) vzniklým v důsledku podélného protažení (ve směru osy L) vzorku materiálu. Hodnoty této elastické konstanty jsou srovnány s hodnotami Poissonova čísla $\nu_{LT\infty}$ pro kompozit s usměrněnou kontinuální výztuží.

U materiálů, které jsou vyztuženy krátkými vlákny s přednostní orientací v jednom směru je nárůst tuhosti v tomto směru velmi výrazný. Ve směru kolmém ke směru vyztužení materiálu dojde také ke zvýšení tuhosti, tedy modulu pružnosti v tahu, které však nebude tak výrazné. Minimální hodnotu modulu pružnosti vláknité, jednosměrně vyztužené kompozitní struktury ve směru kolmém ke směru vyztužení je možno odhadnout na základě vztahu:

$$\frac{1}{E_{T\min}} = \frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2} \tag{5.1}$$

kde E_1 a c_1 jsou modul pružnosti v tahu respektive objemová koncentrace výztuže, E_2 a c_2 pak přísluší polymerní matrici.

Hodnoty **transverzálního modulu pružnosti** $\boldsymbol{E_T}$ (obr. 5.3) lze stanovit z tahové zkoušky, kdy je vzorek zatížen tahovým napětím ve směru kolmém na směr vláken.

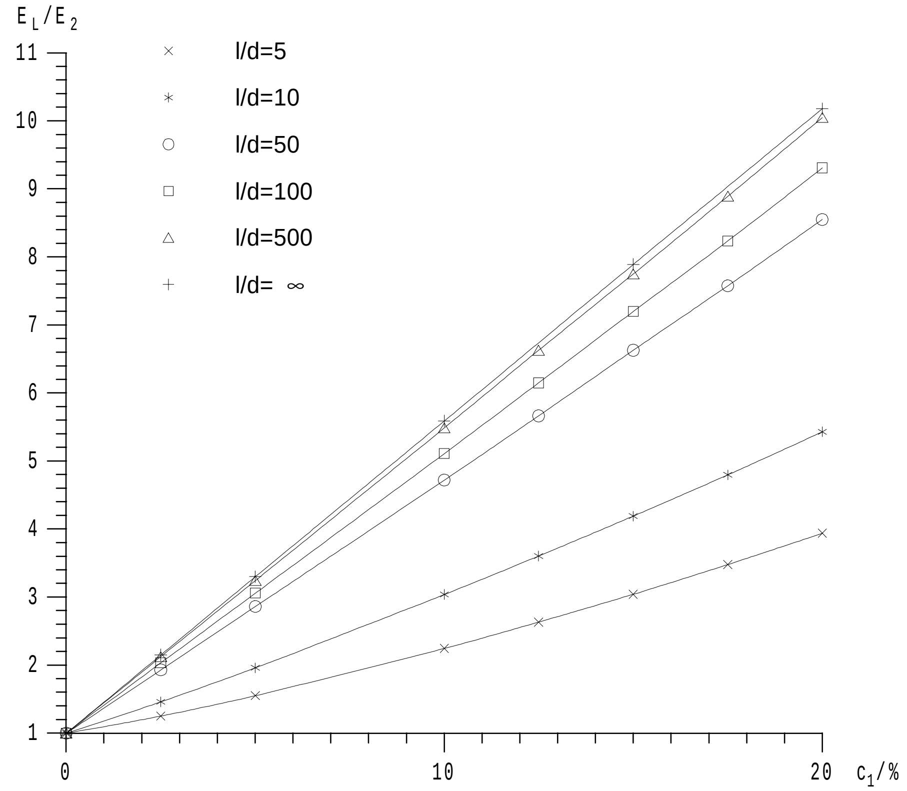
Na základě tahové zkoušky prováděné ve směru kolmém na směr vláken usměrněného kompozitu lze stanovit také **Poissonovo číslo** $\boldsymbol{\nu_{TT}}$ (obr. 5.4), které je určeno příčným smrštěním (ve směru osy T materiálového souřadného systému kompozitu) vzniklým v důsledku protažení ve směru osy T' vzorku materiálu. Tato elastická konstanta krátkovláknového usměrněného kompozitu je v literatuře poněkud opomíjena a není uváděn ani žádný důvěryhodný empirický či semiempirický vztah pro určení alespoň jisté mezní hodnoty této elastické konstanty.

Je-li vzorek materiálu zatížen smykovým napětí v rovině LT, pak elastickou konstantou umožňující popis vztahu mezi zmíněným smykovým napětím a deformací je **modul pružnosti ve smyku** $\boldsymbol{G_{LT}}$ (obr. 5.5).

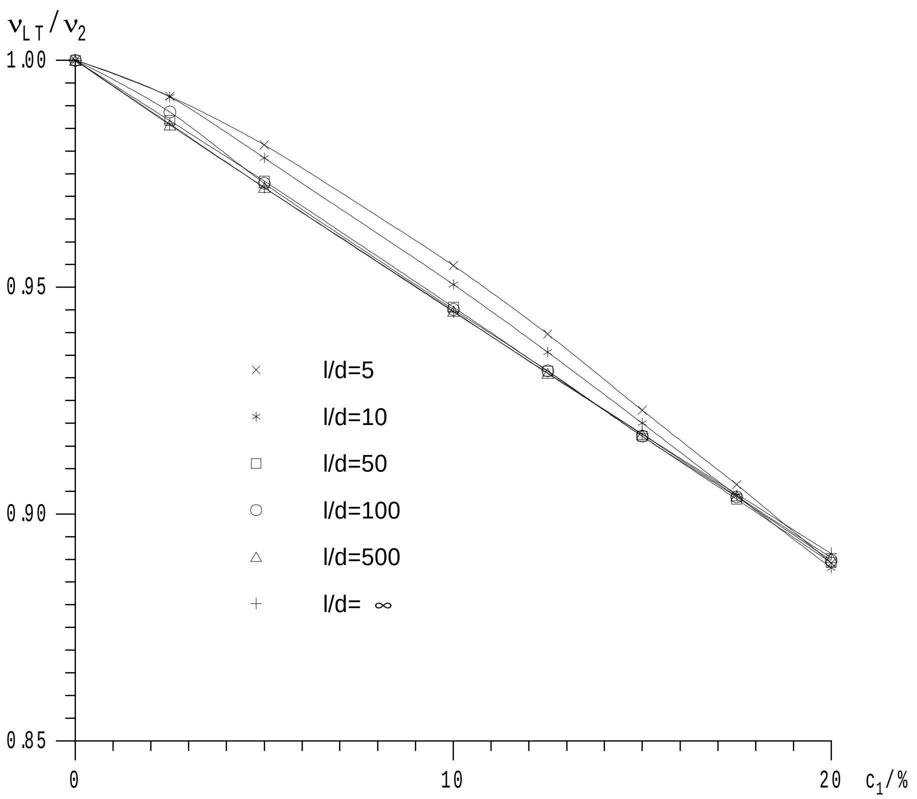
Neusměrněná kompozitní struktura je popsána dvěma nezávislými efektivními elastickými konstantami jimiž jsou:

- **Efektivní modul pružnosti v tahu E** (obr. 5.6)
- **Efektivní Poissonovo číslo** $\boldsymbol{\nu}$ (obr. 5.7)

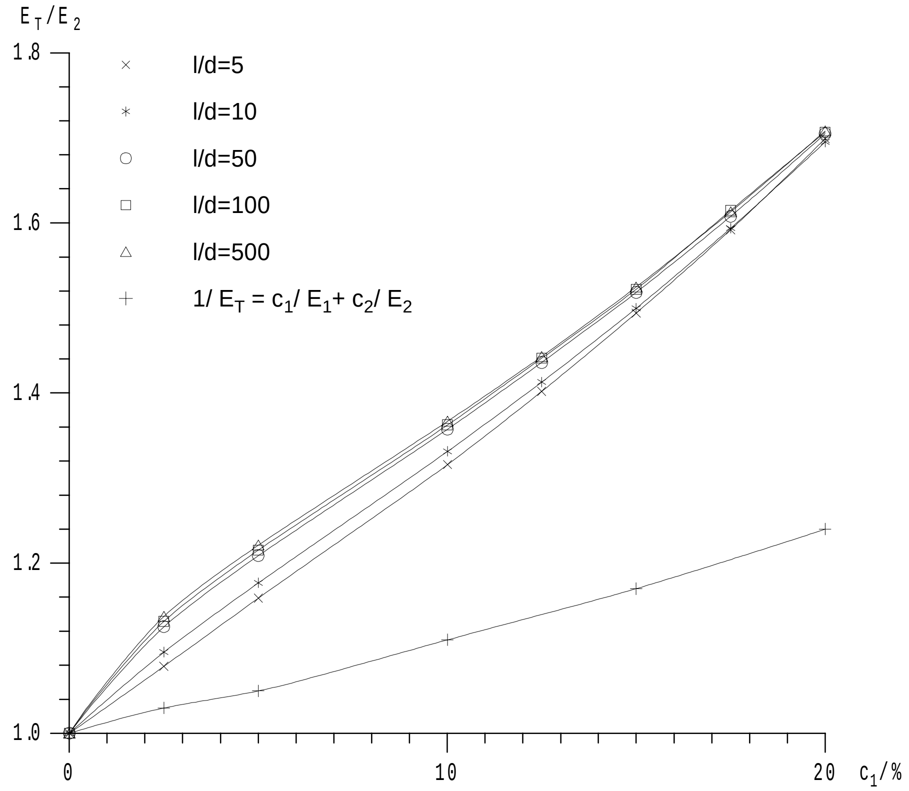
Tyto konstanty lze určit z tahové zkoušky vzorku materiálu.



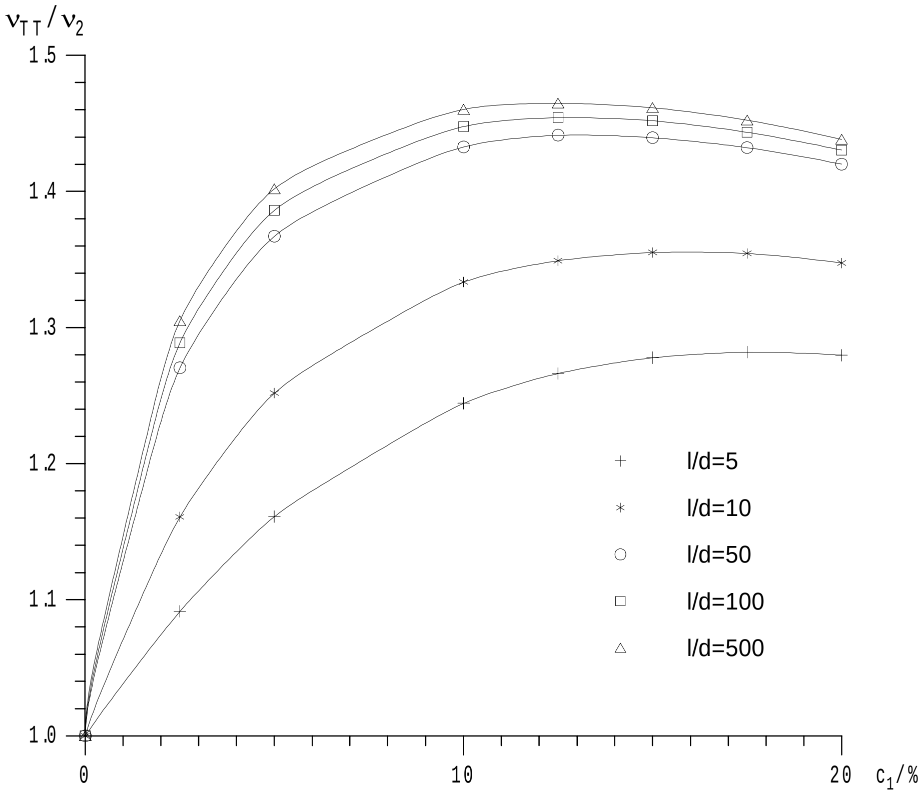
Obr. 5.1: Graf závislosti longitudinálního modulu pružnosti v tahu krátkovláknového usměrněného kompozitu na objemové koncentraci vláken



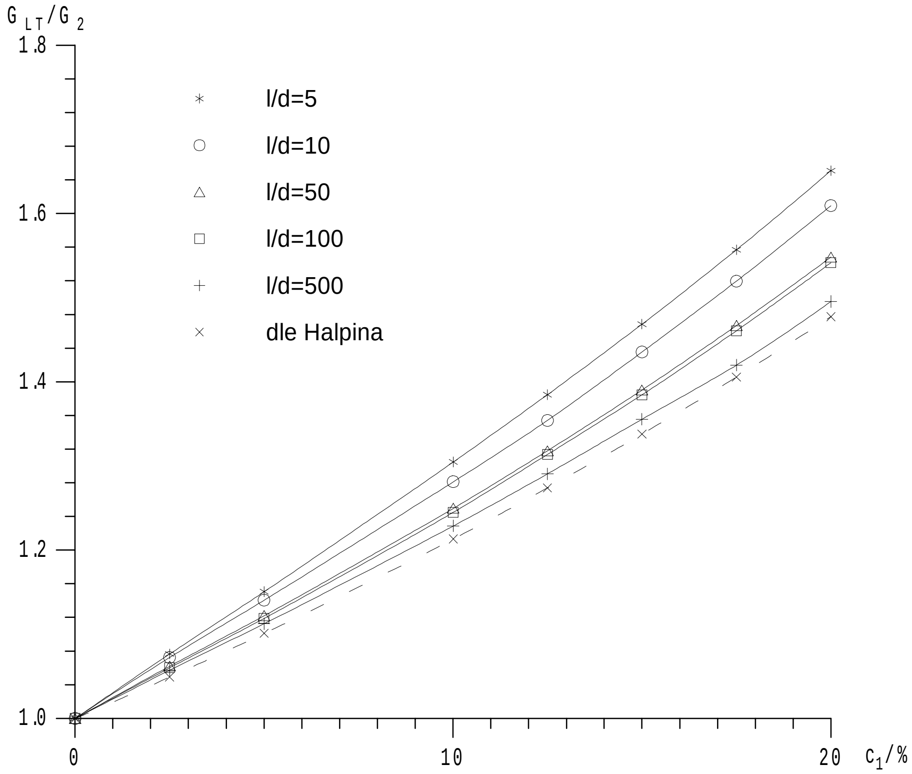
Obr. 5.2: Graf závislosti Poissonova čísla ν_{LT} krátkovláknového usměrněného kompozitu s ideální přilnavostí matrice k vláknu na objemové koncentraci vláken



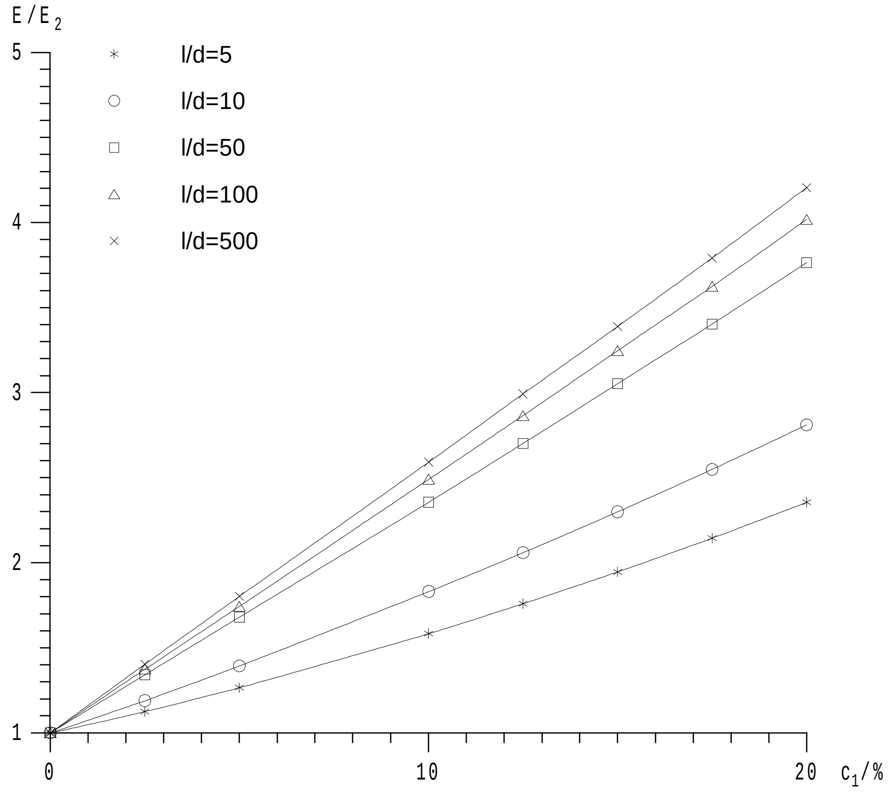
Obr. 5.3: Graf závislosti transverzálního modulu pružnosti v tahu krátkovláknového usměrněného kompozitu na objemové koncentraci vláken



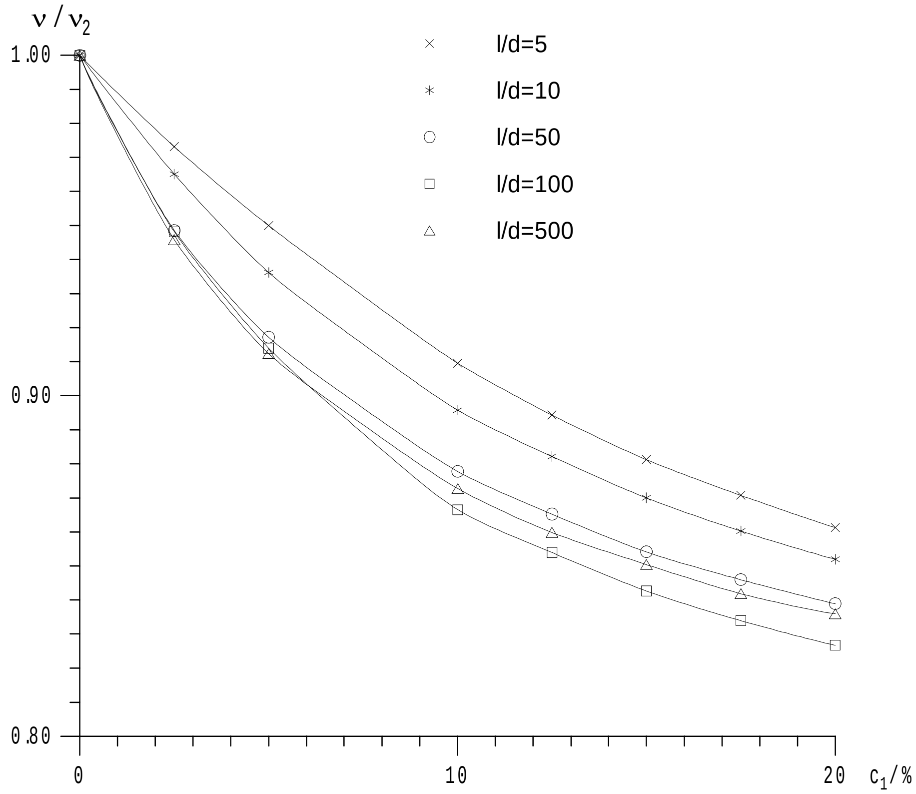
Obr. 5.4: Graf závislosti Poissonova čísla ν_{TT} krátkovláknového usměrněného kompozitu s ideální přilnavostí matrice k vláknu na objemové koncentraci vláken



Obr. 5.5: Graf závislosti modulu pružnosti ve smyku G_{LT} krátkovláknového usměrněného kompozitu na objemové koncentraci vláken



Obr. 5.6: Graf závislosti efektivního modulu pružnosti v tahu krátkovláknového neusměrněného kompozitu na objemové koncentraci vláken



Obr. 5.7: Graf závislosti efektivního Poissonova čísla krátkovláknového neusměrněného kompozitu na objemové koncentraci vláken

6. ZÁVĚR

Byl sestaven soubor matematických modelů kompozitních materiálů, na jejichž základě je možno určit všechny nezávislé efektivní elastické konstanty usměrněné krátkovláknové kompozitní struktury i efektivní elastické vlastnosti kompozitní struktury s náhodnou orientací krátkých výztužných vláken v rovině.

Soubor modelů byl sestaven za předpokladu lineárně elastického chování materiálu vlákna i matrice. Jednotlivé sledované kompozitní struktury se od sebe lišily koncentrací výztužných vláken v kompozitu a délkou, respektive štíhlostním poměrem vláken.

Výsledky práce byly sestaveny do přehledných grafů závislosti jednotlivých elastických konstant na koncentraci vláken pro jednotlivé štíhlostní poměry vláken. Grafické zobrazení výsledků dává dobrý přehled o změně elastických konstant kompozitní struktury se změnou vyztužení.

Téma zpracovávané v této práci není uzavřené a je možno nalézt několik cest, kterými lze pokračovat v jeho rozvíjení. Nejbližším cílem by mohlo být ověření výsledků a korektnosti modelů pomocí reálného experimentu, kdy budou reálné kompozitní struktury vystaveny mechanickému zatížení. Pro výpočet a modely byl proto v práci záměrně zvolen reálný materiál. Jde o polypropylenovou matrici a skleněná výztužná vlákna.

Další kroky by mohly zohlednit chování polymerní matrice. Polymery jsou výrazně plasticko-elastické. Bylo by tak možné sledovat chování kompozitních materiálů při vyšších namáháních a vyšších deformacích. Je možno také modelovat vliv teploty na chování kompozitu a určit například koeficient teplotní roztažnosti kompozitních struktur.

Jiný směr rozvíjení tohoto tématu může být zaměřen na oblast vstřikování krátkovláknových kompozitů. Ve výstřicích dochází ke vzniku oblastí s různou orientací vláken. Způsob orientace vláken při toku polymeru je možno modelovat s použitím programů, které jsou zaměřeny na sledování způsobu plnění formy, jako je program Moldflow, C-Mold apod. Získané výsledky je možno zpracovat do formy určité orientační funkce a sledovat tak proměnlivost elastických vlastností ve výstřiku.

V neposlední řadě je možno výsledky práce a možnost modelovat elastické chování krátkovláknových struktur uplatnit ve vztahu k aplikacím polymerních recyklátů plněných vlákny do oblasti hlukové ekologie. Aplikace recyklátů jsou omezeny obecně méně příznivými užitnými vlastnostmi ve srovnání s původními materiály. Hluk a vibrace jsou jistým způsobem znečištění životního prostředí. A právě polymerní recykláty plněné vlákny mohou sloužit jako dobrá ochrana před jejich působením. Problematika predikce a hodnocení elastického chování krátkovláknových kompozitů v závislosti na jejich strukturních parametrech se promítne i do oblasti navrhování protihlukových prvků, neboť akustické vlastnosti dané kompozitní struktury závisí na jejích makroskopických elastických konstantách.

7. SUMMARY

The fibre-reinforced composites became of major technological significance in recent years. A significant number of technical applications utilize their potential to cover wide area of elastic properties by proper combination of the matrix (binder) and of the fibres of inclusion. This is the reason why there is the necessity to study properties and behaviour of short fibre reinforced composites in conjunction on their geometrical parameters and concentration of the reinforcement.

The goal of this dissertation was to create a set of mathematical models of short-fibre-reinforced composite, in order to be able to simulate loading of this models so that is possible to determine effective elastic constants describing mechanical behaviour of composite based on the macro-mechanical response to inserted loading.

The effect of the concentration and fibre length of the reinforcing inclusion on elastic properties of composite has been also observed. Two kinds of boundary structures of the composites have been studied, the unidirectional short-fibre-reinforced composite and a composite with random-in-plane orientation of short-fibre reinforcement.

The elastic properties of both the types of composite structures have been determined using mathematical models of the structures. For a specifically defined type of the load of the model simulated, the macroscopic responses to fictive load are used to determine elastic constants for each composite structure. Mathematical models of the composite structures are based on polydisperse structure model of unidirectionally aligned composite.

The unidirectional fibre-reinforced composite can be considered as a basic element from which composite structures are constructed and also the simplest one from the geometrical point of view. From the mechanical point of view the simplest kind of fibre reinforced material is an elastic one composed of linear elastic fibres and matrix. The study of the elastic properties of uniaxially fibre-reinforced materials on the basis of constituent elastic properties and the prediction of elastic moduli is one of the main engineering problems.

There are number of existing theoretical models for uniaxially fibre-reinforced composites described in the literature. Two of the best known approaches used for modelling of the structure of uniaxial composite systems are three-phase model - also called *selfconsistent* - and the *polydisperse* model. This might also include the *three-phase model with a intermediate phase* between the matrix and the fibre of inclusion material. The polydisperse model is far the simplest one.

Most authors try to use the above models to find specific analytical relations or equations to be used for determining elastic constants for composite. This work, however, uses a different approach - numerical solution of this problem. It utilizes finite element method (FEM), more specifically a FEM-capable software package to solve the problem specified by geometry, load and boundary conditions. The model based on geometry of polydisperse micromechanical model of the uniaxially reinforced composite structure is one that best meets this approach.

The knowledge of elastic properties of uniaxially short-fibre-reinforced composite could be utilized to determine elastic properties of composites with random-in-plane orientation of fibrous reinforcement. This could be achieved by using so called laminate theory. Its principle consists in stacking layers of uniaxially fibre-reinforced composite each on top of the other, so that each subsequent layer is rotated by a given angle. This results into a planar element where short fibres have random orientation there.

The elastic properties of structures reinforced with fibres of various lengths have been studied in this dissertation. The aspect ratio of the fibres has been assumed to be between 5 and 500. The concentration of the inclusion has varied from 2.5 to 20 volume percent. It has been assumed that the matrix and inclusion materials are both linearly elastic. In order to model a more realistic case, an intentional technological defect has been infused to structures of some of the studied models. The defect concerned adhesivity of the fibre and matrix at the end of the fibre.

To create the mathematical models of representative volume of uniaxially short fibre-reinforced composite structure the FEM software package COSMOS/M, version 1.75 from Structural Research and Analysis Corporation, California USA has been utilized.

The mathematical models have been used to observe the following elastic constants of the uniaxially fibre-reinforced composite structures:

- **longitudinal modulus of elasticity in tension E_L**
- **transversal modulus of elasticity in tension E_T**
- **Poisson ratio ν_{LT}**
- **Poisson ratio ν_{TT}**
- **Poisson ratio ν_{LT}**
- **modulus of elasticity in shear G_{LT}**
- **modulus of elasticity in shear G_{TT}**

The following elastic constants have been determined based on macromechanical response of the models of short-fibre random-in-plane orientation composite structure to the applied load:

- **effective modulus of elasticity in tension E**
- **effective Poisson ratio ν**
- **effective modulus of elasticity in shear G**

The overview of the results, i.e. the values of elastic constants of short-fibre-reinforced composite structures with varying concentration and length of reinforcing fibres, is presented in the form of well arranged graphs.

The problems studied in this dissertation are far from being satisfactory closed. It is possible to follow many new ways to enhance the presented solutions. The next logical goal would be verification of results and the correctness of the presented models in the real experiment, exposing the real composite structures to the mechanical load. A real composite (polypropylene matrix and glass fibres) has been used for computations and models throughout this work, which could be a stepping stone to real experiments.

Future models could consider the behaviour of the polymer matrix. The polymers are considerably viskoelastic. This would allow studying the behaviour of composites under higher loads and higher deformations.

Yet another way to extend this topic could be oriented into the area of moulding of short-fibre composites. In the injection moulded products arise areas with diverse orientation of fibres. It is possible to observe the way the fibres are oriented during moulding by using software packages designated to follow the process of mould filling such as Moldflow, C-Mold and other. Achieved results could be formulated as a specific orientation function and used to examine variability of elastic properties in the injection moulded product.

Last but not least it is possible to utilize the achieved results as well as proposed modelling of elastic behaviour of short-fibre structures in the applications of the recycled polymer materials in the field of noise ecology. The applications of recycled materials are generally constrained because of their less favourable usefulness in comparison to the original materials. Noise and vibrations could be considered a kind of environmental pollution. This is where the short-fibre-filled recyclated materials could be used as a good protection. The issues related to prediction and evaluation of elastic behaviour of short-fibre reinforced composites in conjunction to their structural parameters could be reflected in the field of design of anti-noise elements, since acoustic properties of a given composite structure depends on its macroscopic elastic constants.

LITERATURA

[1] AGARVAL, B. D. - BROUTMAN, L. J.: Vláknové kompozity. 1. vyd. Praha: SNTL, 1987. 294 s. Strojírenská literatura. ISBN 04-217-87

[2] CHRISTENSEN, R. M.: Vvjedenie v mechaniku kompozitov. 1. vyd. Moskva: Mir, 1982. 334 s. ISBN 041(01)-8236-82

[3] BAREŠ, R. A.: Kompozitní materiály. 1. vyd. Praha: SNTL 1988. 328 s. ISBN 04-734-88

[4] SIDERIDIS, E. P. The transverse elastic modulus of fiber-reinfirced composites as defined by the concept of interphase, *J.Appl. Polym. Sci.*, 1993, 48, no. 2, p. 243-255.

[5] LOUGHLIN, T. P., CHEN. C. Y., TUCKER, C. L.: Properties of short fiber reinforced polymers. In: ANTEC. Boston 1981, s. 61.

[6] ŠUBA, O. - VAŠUT, S. - BRIŠ, P. K otázce predikce elastického chování krátkovláknových polymerních recyklátů pro snižování hluku a vibrací. Plasty a kaučuk, 1997, roč. 34, č. 9, s. 260.