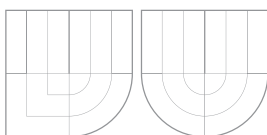


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV POČÍTAČOVÝCH SYSTÉMŮ



FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY
DEPARTMENT OF COMPUTER SYSTEMS

VÝUKOVÝ PROGRAM PRO DEMONSTRACI PRINCIPU SPLINE KŘIVEK

TUTORIAL FOR DEMONSTRATING PRINCIPLES OF SPLINE CURVES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

SLAVOMÍR KRBYLA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Doc. PŘEMYSL KRŠEK, Ph.D.

BRNO 2009

Abstrakt

Bakalárska práca sa zaoberá návrhom a implementáciou výukového programu pre demonštráciu spline kriviek. Program založený na frameworku Qt v programovacom jazyku C++ dáva užívateľovi možnosť vyskúšať si zadávanie niektorých v počítačovej grafike často používaných kriviek. Pritom sa môže bižšie zamerať na ich vybrané vlastnosti.

Klíčová slova

Spline krivka krivky výukový demonštračný program spojitosť stupeň Fergusonova Kochanek-Bartels Catmull-Rom Bezierové NURBS DeCasteljau kubika racionálne neracionálne

Abstract

The bachelor thesis deals with the design and the implementation of tutorial program for demonstration of spline curves. The program is based on the Qt framework ported into the C++ programming language. User can interact with feeding in some of the splines mostly used in computer graphic. He can also focus on spline characteristics.

Keywords

Spline curve curves tutorial demonstrate program continuity level Ferguson Kochanek-Bartels Catmull-Rom Bezier NURBS DeCasteljau cubic racional iracional

Citace

Slavomír Krbyla: Výukový program pro demonstraci principu spline křivek, bakalářská práce, Brno, FIT VUT v Brně, 2009

Výukový program pro demonstraci principu spline křivek

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně pod vedením pana Přemysla Krška

.....
Slavomír Krbyla
26. ledna 2009

© Slavomír Krbyla, 2009.

Tato práce vznikla jako školní dílo na Vysokém učení technickém v Brně, Fakultě informačních technologií. Práce je chráněna autorským zákonem a její užití bez udělení oprávnění autorem je nezákonné, s výjimkou zákonem definovaných případů.

Obsah

1	Úvod	2
2	Formulácia cieľa	3
3	Teória kriviek	4
3.1	Reprezentácia kriviek	4
3.2	Spojitosť	6
3.3	Modelovanie kriviek	7
4	Analýza typov kriviek	10
4.1	Interpoláčn� krivky	10
4.1.1	Hermitovsk� kubiky	10
4.1.2	Kochaek-Bartels spline	11
4.1.3	Catmull-Rom spline	12
4.2	Aproxima�n� krivky	12
4.2.1	Bezierov� krivky	12
4.2.2	NURBS	14
5	Vlastn� implementácia	16
5.1	Programovací jazyk, framework a v�vojov� prostredie	16
5.2	Popis tried	16
5.3	Vzhľad fomrmul�ru	18
5.3.1	Hlavn� okno	18
5.3.2	Parametre kriviek	19
5.4	Testovanie	21
6	Záver	22

Kapitola 1

Úvod

Rýchli vývoj informačných technológií rozšíril sféru ich použitia už skoro do každej oblasti. Medzi výjimky nepatrí ani použitie pre interaktívnu výuku. Takýchto programov v dnešnej dobe nájdeme mnoho.

Výukovým programom obecné rozumieme konkrétne software, ktorý je určený k výukovým účelom a je schopný plniť aspoň jednu z didaktických funkcií ktorými sú motivácia, expozícia učiva, upevňovanie osvojených vedomostí a dovedností a kontrola získanej úrovne vedomostí a dovedností.[6] Demonštračný program sa zaoberá práve expozíciou učiva a slúži ako pomôcka učiteľovi pri vyučovaní, demonštráciou danej látky.

Pri demonštrácii princípu spline kriviek rozoberáme princíp jednotlivých metód pre vykresľovanie kriviek, snažíme sa ukázať ich vlastnosti a taktiež vstupné parametre, ktoré určujú tvar krivky. Pre jednoduchšie a prehľadnejšie zobrazenie budeme používať krivky dvojrozmerné, ktoré nám na demonštráciu princípu spline kriviek bohato postačujú.

Na začiatku dokumentu si formulujeme cieľ našej práce a pozrieme sa na dôvody jej implementácie, potom nasleduje kapitola Teória kriviek v ktorej bližšie pozrieme na teoretickú časť kriviek, ktorá nám priblíži ich matematickú reprezentáciu, spôsoby ako sa môžu medzi sebou jednotlivé krivky spájať, ako aj spôsoby ich modelovania. Ďalšia kapitola s názvom Analýza typu kriviek bude venovaná bližšie jednotlivým typom kriviek použitých v našom programe, ich matematickému zápisu, ako aj ich najvýznamnejším vlastnostiam a parametrom. V kapitole Vlastná implementácia sa zameráme na popis implementovaného programu, rozoberieme použité implementačné prostredie a framework, popíšeme si jednotlivé triedy a povieme si aj niečo k ovládaniu programu.

Kapitola 2

Formulácia cieľa

Naším cieľom je vytvoriť program spustiteľný v operačnom systéme Microsoft Windows v jazyku C++ s frameworkom Qt vo vývojovom prostredí Visual Studio 2005. Implementované typy kriviek budú Fergusnove krivky, Kochanek-Bartels spline a Catmull-Rom Spline s interpolačných kriviek. S pomedzi aproximačných kriviek budeme implementovať Bezierové krivky a to konkrétne Obecné Bezierové krivky, Racionálne Bezierové krivky, Bezierové kubiky a algoritmus DeCasteljau používaný pre vykresľovanie týchto kriviek, a krivky NURBS - neuniformný racionálny B-Spline. Princíp kriviek sa demonštruje pomocou vlastností a funkcií jednotlivých typov kriviek a to hlavne spojitosť, polynomiálna báza, stupeň krivky ako aj spôsob ich vykresľovania. Aby sme boli schopný pochopiť jednotlivé typy kriviek a ich princípy, musíme sa najprv zamerať na teóriu kriviek a zistiť čo vlastne jednotlivé vlastnosti znamenajú, čo sú ich výhody a nevýhody a podľa toho ich začleniť do programu a nájsť spôsob ako tieto princípy prezentovať užívateľovi čo najjednoduchšie a najintuitívnejšie.

Existuje veľa programov podobných tomu našemu. Väčšinou sa jedná o kvalitné výukové programy, ktoré sa vo väčšine prípadov veľmi odlišujú od nášho programu. Ale tieto malé odlišnosti práve viedli ku nevýhodám pri istých spôsoboch ich použitia, vďaka čomu vznikol náš program. Medzi spomínané nevýhody patrí napríklad práca v online režime pri výukových programoch pomocou WWW, alebo prítomnosť teoretickej časti, ktorá je nadbytočná a niekedy ja máťúca keď sa program používa pre demonštráciu učiva učiteľom. Ďalšou nevýhodou je aj že niektoré programy sa zameriavajú iba na niektoré typy kriviek (napríklad iba na interpolačné alebo iba aproximačné, alebo len konkrétne na jeden typ kriviek).

Kapitola 3

Teória kriviek

Aby sme mohli začať rozoberať jednotlivé typy kriviek, musíme najprv pochopiť čo to vlastne krivky sú, ich význam v počítačovej grafike, takisto ako sa zoznámim s matematickým spôsobom ich zápisu a osvetliť si bližšie niektoré ich základné vlastnosti a parametre.

Krivky sa používajú v počítačovej grafike a súvisiacich aplikáciach na mnoho rôznych miestach. Stretávame sa s nimi pri modelovaní v dvoch dimenziách, pri definícii fontov, pri určovaní dráhy pohybujúcich sa objektov v počítačovej animácii, pri definícii objektov pre šablónovanie atď. Rôzne aplikácie majú rôzne požiadavky a preto je táto oblasť pomerne široká.

V počítačovej grafike je pre väčšinu operácií objektov v počítači nutné ich exaktné vymedzenie. Objekty sú obyčajne množiny bodov, ktoré sú v rovine obmedzené krivkami. Kvôli tomu vznikol požiadavok zjednodušiť fyzické vkladanie pomocou vstupného zariadenia práve pre krivky. Krivky sú najlepšie reprezentované funkciami a tie je problematické zadávať. Pri ich zadávaní v tvare $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ si len ťažko dokážeme predstaviť tvar krivky. Hľadajú sa preto metódy, ktoré umožnia užívateľovi čo najjednoduchšie zadávať neakú krivku, a to pokým je možné tak aby sa dal dopredu odhadnúť jej tvar. Užívateľ má obyčajne za úlohu zadávať iba niekoľko riadiacich bodov, poprípade parametrov a matematický aparát sa o vytvorenie krivky postará sám.

3.1 Reprezentácia kriviek

Krivky sú obyčajne v počítači reprezentované ako sústava parametrov neakej rovnice, ktorá je hneď nato generatívne zobrazovaná. Toto vyjadrenie môže byť trojitého druhu - explicitne, implicitne, parametricky.

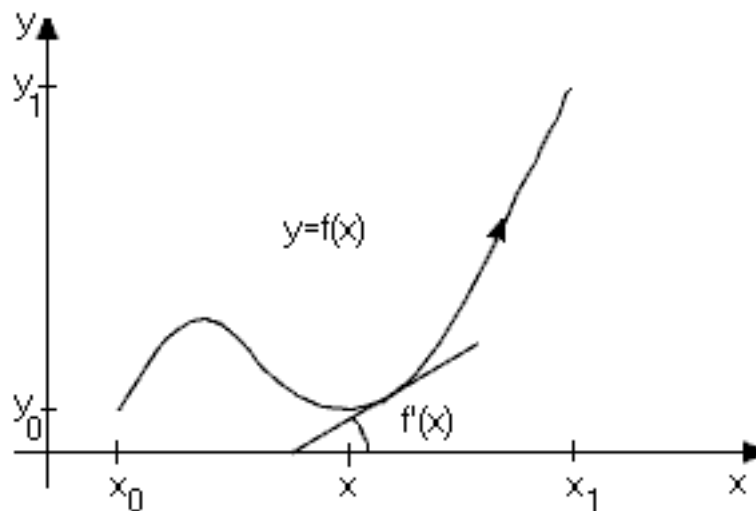
Explicitne zadaná krivka môže byť zadaná ako spojitá funkcia v tvare $y = f(x)$ a býva orientovaná v smere rastúceho x (obrázok 3.1). Jedná sa však o zadanie, ktoré je možné použiť pre krivky, ktoré sú zároveň funkciami, tzn. že hodnote x z definičného oboru odpovedá jediná funkčná hodnota y .

Implicitné zadanie krivky má tvar $F(x, y) = 0$. Toto zadanie je pomerne obtiažne zobraziteľné v porovnaní s ostatnými, pretože neumožňuje v obecných prípadoch postupný výpočet krivky. Svoj význam má napríklad pri testovaní oblastí vymedzených implicitne zadanou krivkou.

V počítačovej grafike sa pre vyjadrenie kriviek najčastejšie používa tvar parametrický (obrázok 3.2). Ten krivku chápe fyzikálne, ako dráhu pohybujúceho sa bodu, jeho súradnice sú funkciami parametru t (času).

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t).$$

Parameter t je z intervalu $t \in \langle t_{min}, t_{max} \rangle$ a najčastejšie je volený v rozsahu $t \in \langle 0, 1 \rangle$.



Obrázek 3.1: Explicitne zadaná krivka

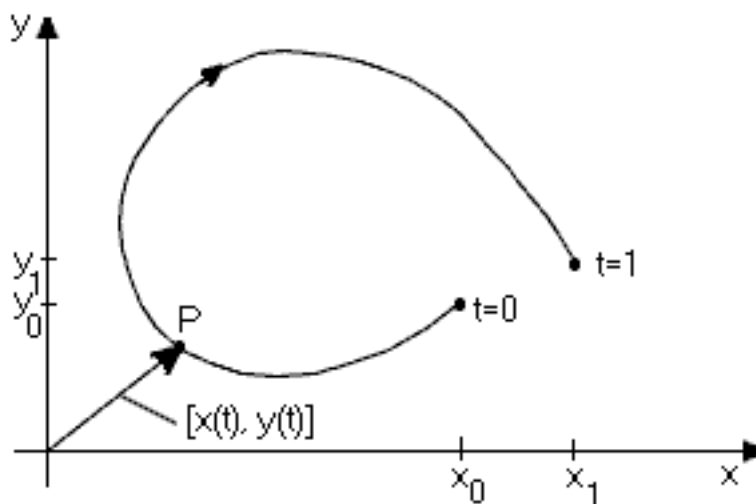
Funkciamy je určená bodová rovnica krivky

$$Q(t) = [x(t), y(t), z(t)]$$

alebo vektorová rovnica

$$\vec{q}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

Výhodov parametrického zápisu je závislosť súradníc krivky na jedinom parametry t . Vďaka tomu je možné vyjadriť priebeh, kedy krivka prechádza viackrát rovnakými bodmy v priestore.



Obrázek 3.2: Parametricky zadaná krivka

Tečný vektor v bode $Q(t_0)$ je určený deriváciami parametricky vyjadrenej krivky po zložkách

v tvare

$$\vec{q}'(t_0) = (x'(t_0), y'(t_0), z'(t_0)) = \left(\frac{dx(t_0)}{dt}, \frac{dy(t_0)}{dt}, \frac{dz(t_0)}{dt} \right).$$

Rovnica tečny, tj. priamky ktorá sa krivky dotýka, sa vypočíta z tečného vektora a bodu na krivke ako

$$P(u) = Q(t_0) + u\vec{q}'(t_0)$$

3.2 Spojitosť

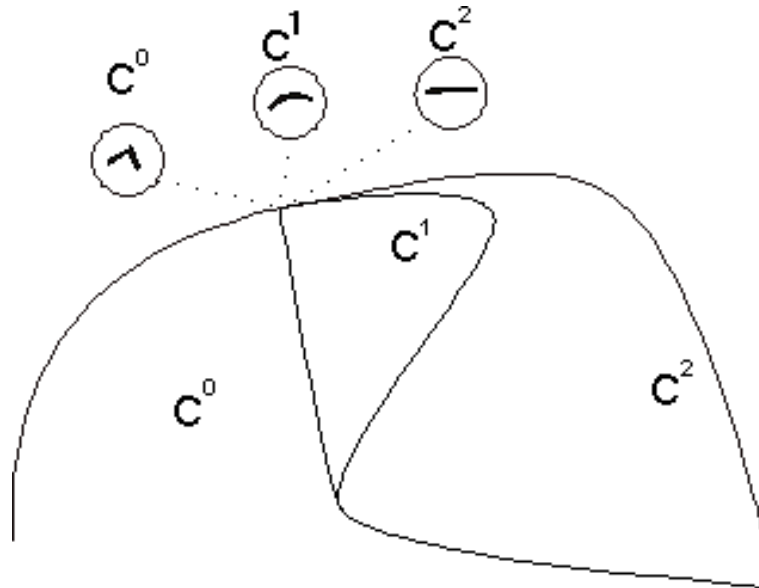
Segmety $Q_1(t)$ a $Q_2(t)$ sú dve časti jedinej krivky $Q(t)$ spojené v bode $Q_1(1) = Q_2(0)$. Bod v ktorom sa krivky spájajú budeme nazývať uzol (knot). Zaujímá nás hlavne spôsob ich napojenia, hlavne spojitosť (continuity) v uzle.

Hovoríme, že krivka $Q(t)$ je spojitosti C^n , ak má vo všetkých bodoch spojité derivácie podľa parametru t do rádu n . Označenie C^n sa nazýva parametrická spojitosť stupňa n (obrázok 3.3).

Dva segmenty sú spojitě naviazané, tj. majú spojenie triedy C^0 , ak je koncový bod prvého segmentu počiatočným bodom segmentu druhého. Spojitosť C^1 majú, ak tečný vektor v koncovom bode prvého segmentu rovný tečnému vektoru druhého segmentu. Analogicky rovnosť vektoru prvej a druhej derivácie je požadovaná pre C^2 atď. Zkrátene zapisujeme

$$\vec{q}_1^{(i)} = \vec{q}_2^{(i)}(0); \forall i = 0, 1, \dots, n.$$

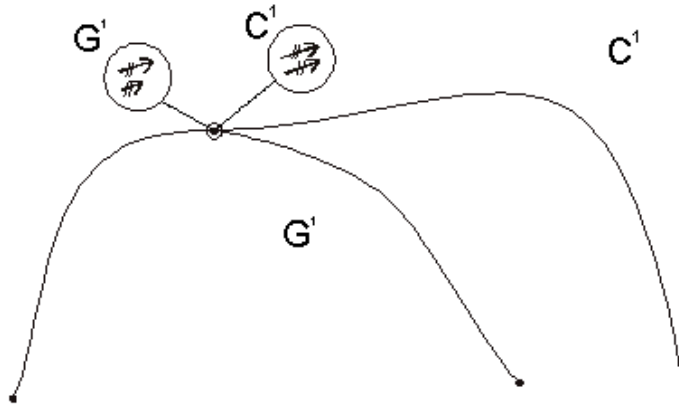
Čím vyššia spojitosť je požadovaná, tým dlhšiu dobu (v zmysle parametru t) sa oba segmenty primykajú k rovnakému smeru. Zjavne $C^{n+1} \Rightarrow C^n$.



Obrázok 3.3: Spojitosť C^0, C^1 a C^2

Hladkosť naväzovania kriviek možme taktiež posudzovať podľa geometrickej postupnosti označovanej G^n , najčastejšie sa používajú geometrickej spojitosť G^0 a G^1 . Dva segmenty krivky $Q(t)$ sú G^0 spojité, ak je koncový bod Q_1 totožný s počiatočným bodom Q_2 . Dva segmenty sú G^1 spojité, ak sú G^0 a súčasne tečné vektory $\vec{q}'_1(1)$ segmentu Q_1 a $\vec{q}'_2(0)$ segmentu Q_2 sú súhlasne kolineárne, tj. platí:

$$\vec{q}'_1(1) = k\vec{q}'_2(0); k > 0.$$



Obrázek 3.4: Geometrická a parametrická spojitosť

Táto spojitosť zaručuje totožnosť tečien (ale nie tečných vektorov).

Geometrická spojitosť G^n v danom bode je definovaná nezávisle na spôsobe akým boli segmenty vytvorené, tj. nezávisle na parametre t . Za predpokladu, že obe krivky sú v mieste spojenia diferencovateľné, potom $Q(1)$ a $Q(2)$ splňujú podmienku geometrickej spojitosť G^n , ak sú v bode $[x_0, y_0, z_0]$ G^{n-1} spojité a platí

$$\left[\frac{\delta^n Q(1)}{\delta x^n}, \frac{\delta^n Q(1)}{\delta y^n}, \frac{\delta^n Q(1)}{\delta z^n} \right]_{[x_0, y_0, z_0]} = h * \left[\frac{\delta^n Q(2)}{\delta x^n}, \frac{\delta^n Q(2)}{\delta y^n}, \frac{\delta^n Q(2)}{\delta z^n} \right]_{[x_0, y_0, z_0]}, n > 0, h > 0.$$

Zo subjektívneho hľadiska zaručuje G^1 spojitosť takmer rovnakú hladkosť ako C^1 , z hľadiska použitia je ďaleko jednoduchšie zaručiť spojitosť G^1 ako C^1 . Spojitosť C^1 implikuje G^1 s výnimkou jediného prípadu a, keď vektor rýchlosti v mieste spojenia dvoch segmentov je $(0,0,0)$. Obrátcene toto neplatí, pretože geometrická spojitosť nepostihuje rýchlosť a zrýchlenie pohybu. [2]

3.3 Modelovanie kriviek

Základným druhom parametrických kriviek používaných v počítačovej grafike sú krivky polynomiálne

$$Q_n(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n$$

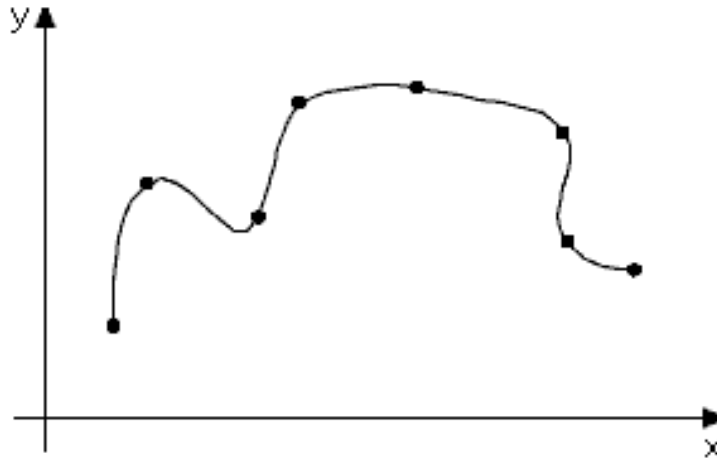
Polynomiálne krivky môžeme jednoducho vyčíslieť a ich ďalšou výhodou je že sú jednoducho diferencovateľné. Z polynomiálnych kriviek je možné skladať krivky po častiach polynomiálne, krivky ich segmentami sú polynomiálnymi krivkami. Najčastejšie používané sú krivky tretieho stupňa - kubiky, ktoré poskytujú dostatočne širokú škálu tvarov, ich výpočet býva nenáročný a je možné nimi jednoducho manipulovať.

Existujú dva základne spôsoby interpretácie riadiacich bodov a to interpolácia a aproximácia. Krivka generovaná pri interpolácii prebieha danými bodmi, zatiaľ čo pri aproximácii je riadiacimi bodmi tvar určený, ale krivka samotná nimi prechádzať nemusí.

Medzi najznámejších predstaviteľov interpolačných kriviek patria Hermitovské krivky, Kochanek-Batrals spline a Catmull-Rom spline.

U aproximačných sú to Bezierové krivky a Neuniformný racionálny B-spline (NURBS). Princíp a vlastnosti týchto kriviek som sa preto rozhodol demonštrovať v našom výukovom programe.

Parametricky zadanú kubiku $Q(t)$ v tvare:



Obrázek 3.5: Interpoláčna krivka

$$\begin{aligned} x(t) &= a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x \\ y(t) &= a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + d_y \\ z(t) &= a_z t^3 + b_z t^2 + c_z t + d_z \end{aligned}$$

mozeme napisat skrátene v matematickom tvare:

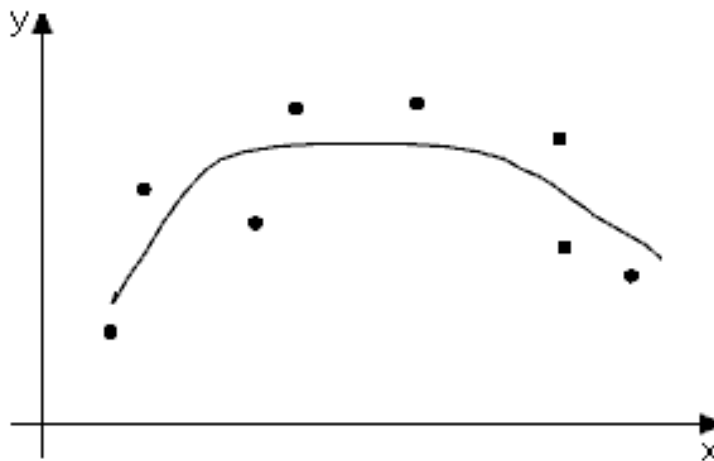
$$Q(t) = \mathbf{TC} = [t^3 t^2 t 1] \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \\ d_x & d_y & d_z \end{bmatrix}$$

Deriváciou $\vec{q}'(t)$ získame derivaciu vektoru \mathbf{T}

$$\vec{q}'(t) = \frac{d}{dt} Q(t) = \frac{d}{dt} \mathbf{TC} = [3t^2 2t 1 0] \mathbf{C}$$

Kubika v priestore je určena dvanástimi parametrami, ktoré tvoria prvky matice \mathbf{C} . Ovládanie tvaru krivky pomocou jednotlivých parametrov však nie je dosť intuitívne, zo zmeny parametrov sa nedá jednoducho odhadnúť zmena tvaru krivky. Pri definícii kriviek je s urcitymi vlastnostami je teda výhodnejšie oddeliť charakteristiky ktoré sú pre danú krivku individuálne od vlastností ktoré sú rovnaké pre všetky krivky modelované rovnakým spôsobom. V prípade kubik mozme maticu \mathbf{C} rozpisat do súčinu $\mathbf{C} = \mathbf{MG}$ kde matica konštant \mathbf{M} je typu 4×4 a nazýva sa bázová matica až štvorprkovy vektor \mathbf{G} sa nazýva vektor geometrických podmienok. Súčin \mathbf{TM} definuje polynomiálnu bázu, ktorá je spoločná pre všetky krivky urciteho typu. Vektor geometrických podmienok obsahuje konkrétne parametre, ktoré ovplyvňujú tvar krivky, napr. riadiace body alebo riadiace body a tečné vektory. Kubika je definovaná vzťahom

$$Q(t) = \mathbf{TMG} = [t^3 t^2 t 1] \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \end{bmatrix}$$



Obrázek 3.6: Aproximačná krivka

Túto rovnicu rozpíšeme ako súčet polynomov násobených geometrickými podmienkami

$$Q(t) = (m_{11}t^3 + m_{21}t^2 + m_{31}t + m_{41}) * G_1 + (m_{12}t^3 + m_{22}t^2 + m_{32}t + m_{42}) * G_2 + (m_{13}t^3 + m_{23}t^2 + m_{33}t + m_{43}) * G_3 + \dots$$

Polynomy, ktorými sú geometrické podmienky násobené sa uplatnia ako premenlivé váhy riadené parametrom t . Podľa hodnoty parametru t bázové polynomy určujú ktorá podmienka sa viac uplatní na začiatku krivky a ktorá má väčší vplyv na vnútorný priebeh alebo na koncovú časť.

Medzi často požadované vlastnosti kriviek patrí:

1. Invariácia k lineárnym transformáciám a projekciám
2. Vlastnosť konvexnej obálky:
 - silná podmienka - celá krivka leží v konvexnej obálke všetkých svojich riadiacich bodov
 - slabá podmienka - časť krivky leží v konvexnej obálke niektorých riadiacich bodov (segment v obálke svojho generujúceho polynomu)
3. Lokalita zmien - zmenov polohy a/alebo váhy riadiaceho bodu sa mení iba časť krivky, ale nie krivka celá
4. Krivka má prechádzať krajnými bodmi svojho riadiaceho polynomu [7]

Kapitola 4

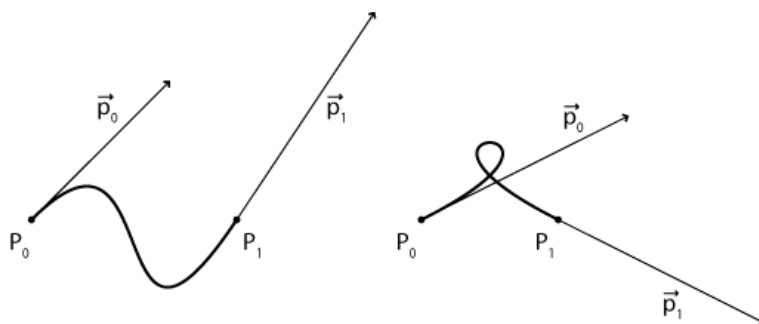
Analýza typov krivek

Pri analýze typov krivek nás zaujímajú hlavne spôsoby ich zadávania pomocou periferneho zariadenia a taktiež ich vlastnosti ako sú spojitosť krivky a jej polynomiálna báza ako aj spôsob ako tieto vlastnosti jednoducho a zrozumiteľne demonštrovať pre užívateľov programu. Pri každej zvolenej krivke bude užívateľ vydieť akú má spojitosť ako aj graf polynomov použitých pre jej výpočet (výnimkov je algoritmus DeCasteljau kde sa pri vykreslení polynomy nepoužívajú)

4.1 Interpoláčné krivky

4.1.1 Hermitovské kubiky

Jedná sa o krivky, ktoré sú zadávané pomocou dvoch bodov P_0 a P_1 a pomocou vektorov \vec{p}_0 a \vec{p}_1 v týchto bodoch.



Obrázek 4.1: Fergusnova krivka

Predpis pre výpočet Heritovskej kubiky má tvar:

$$Q(t) = [t^3 t^2 t 1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \vec{p}_0 \\ \vec{p}_1 \end{bmatrix}$$

Ak tento vzťah rozpíšeme do jednej rovnice dostávame

$$Q(t) = P_0 F_1(t) + P_1 F_2(t) + \vec{p}_0 F_3(t) + \vec{p}_1 F_4(t)$$

kde F_1, F_2, F_3, F_4 sú takzvané Hermitovské polynomy

$$\begin{aligned} F_1(t) &= 2t^3 - 3t^2 + 1 \\ F_2(t) &= -2t^3 + 3t^2 \\ F_3(t) &= t^3 - 2t^2 + t \\ F_4(t) &= t^3 - t^2 \end{aligned}$$

Po dosadení hodnôt $t = 0$ a $t = 1$ do rovníc Hermitovských polynomov zisťujeme ich vplyv na začiatok a koniec krivky. Pre $t = 0$ sú všetky polynomy okrem F_1 nulové, to znamená, že krivka bude pre $t = 0$ určená funkciou $Q(0) = P_0$. Podobne je tomu aj v prípade $t = 1$ kedy je krivka určená funkciou $Q(1) = P_1$. Stoho vyplýva že krivka začína v prvom a končí v poslednom bode kubiky. Na jej priebeh ale majú hlavný vplyv vektory \vec{p}_0 a \vec{p}_1 . Od nich práve závisí tvar krivky, miera jej vyklenutia. Čím je veľkosť vektoru väčšia, tým viac sa knemu krivka primyká. Kvůli tejto vlastnosti som sa rozhodol demonštrovať vplyv tečného vektora na krivku. Najprv demonštrujeme príklad kedy sa bude meniť iba smer vektoru, pričom jeho dĺžka ostane nezmenná, a hneď zánim bude nasledovať demonštrácia vplyvu jeho veľkosti, pričom tentokrát ostane nezmenný smer. [7]

Jeden segment Hermitovej krivky je stupňa 3. Celkový stupeň krivky je teda tiež 3.

Výhodov týchto kriviek je jednoduchá realizácia ich hladkej spojitosti. Pre prípad zadávania bodov a ich vektorov použitý v našom programe, a to že koncový bod predchádzajúceho segmentu a jeho vektor sú vždy počiatočným bodom a vektorom sektoru druhého, čiže tečné vektory oboch sektorov sú totožné a dostávame v každom prípade spojitost' C^1 .

4.1.2 Kochaek-Bartels spline

Tieto krivky majú rovnakú interpolačnú schému ako Fergusnove krivky, s tým rozdielom že tečné vektory sa unich musia vypočítať a to tak že máme možnosť riadenia priebehu krivky cez interpolované body, konkrétne umožňuje definovať napätie (tension), spojitost' (continuity) a šikomst' (bias). Kvůli tomu sú taktiež nazývané aj TCB krivky.

Krivka je zadaná postupnosťou bodov P_0, P_1, \dots, P_n a riadiacmy koeficientamy a_i, b_i, c_i pre každý z vnútorných bodov P_1, P_2, \dots, P_{n-1} . Krajné body síce definujú tvar krivky ale tá nimi neprechádza. Aby krivka prechádzala aj krajnými bodmy, je potreba tieto body zdvojiť. Pre výpočet krivky sa používa Fergusnova kubika, stým rozdielom že Kochanek-Bartels má pre každý bod definované dva vektory, vstupný \vec{l}_i - v zmysle parametru t pre ľavý segment - a výstupný \vec{r}_i - pre pravý segment. Tieto vektory vypočítame podľa vzťahu:

$$\begin{aligned} \vec{l}_i &= \frac{(1-a)(1+b)(1-c)}{2}(P_i - P_{i-1}) + \frac{(1-a)(1-b)(1+c)}{2}(P_{i+1} - P_i) \\ \vec{r}_i &= \frac{(1-a)(1+b)(1+c)}{2}(P_i - P_{i-1}) + \frac{(1-a)(1-b)(1-c)}{2}(P_{i+1} - P_i) \end{aligned}$$

Parameter napätia a_i určuje veľkosť tečny v i -tom bode. Parameter šikomosti b_i mení smer a dĺžku tečného vektora. Parameter šikomosti c_i riadi spojitost' v príslušnom bode[7]. Náš program bude navyše obsahovať simuláciu týchto parametrov a ich vplyv na krivku. Simulácia bude prebiehať spôsobom, pri ktorom budú dva parametre rovné nule a ten tretí (ktorý bude simulovaný) bude postupne nadobúdať hodnôt v rámci celej svojej škály.

Zo vzťahu pre výpočet tečných vektorov zisťujeme že krivka je spojitosti C^1 , ak je hodnota parametru c_i pre všetky vnútorné body rovná nule. Potom dostávame vzťah

$$\vec{l}_i = \frac{(1-a)(1+b)}{2}(P_i - P_{i-1}) + \frac{(1-a)(1-b)}{2}(P_{i+1} - P_i)$$

$$\vec{r}'_i = \frac{(1-a)(1+b)}{2}(P_i - P_{i-1}) + \frac{(1-a)(1-b)}{2}(P_{i+1} - P_i)$$

takže vstupný a výstupný vektor sú totožné.

V opačnom prípade sú vstupný a výstupný vektor odlišné a krivka má spojitost C^0 .

Segment medzi dvoma vnútornými bodmi je stupňa 3, čiže celkový stupeň je rovnako ako u Hermitovských kriviek 3.

4.1.3 Catmull-Rom spline

Jedná sa vlastne o špeciálny prípad krivky Kochanek-Bartels a to keď sú hodnoty parametrov $a = b = c = 0$. V tomto prípade sú hodnoty vektoru identické a sú dané iba polohou riadiacich bodov. Hodnota vektoru pre vnútorné body je potom rovná polovici vektoru daného bodmi P_{i+1} a P_{i-1} [7].

Ďalšou vlastnosťou a zároveň nevýhodou týchto kriviek je že nie vždy ležia v konvexnej obálke. Túto vlastnosť som sa rozhodol demonštrovať aj v našom demoštračnom programe.

Spojitosť Catmull-Rom kriviek je v každom prípade C^1 , keďže vstupný a výstupný vektor sú identické.

4.2 Aproximačné krivky

4.2.1 Bezierové krivky

Obecné Bezierové krivky

Bezierové krivky n -tého stupňa sú určené $n + 1$ bodmi P_i riadiaceho polygonu a vzťahom

$$Q(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_i^n(t)$$

kde B_i^n sú Bernsteinové polynomy n -tého stupňa

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}; t \in \langle 0, 1 \rangle; i = 0, 1, \dots, n.$$

V tomto vzťahu je $\binom{n}{0} = 1$ a $0^0 = 1$.

Položíme vo vzťahu $t = 0$, resp. $t = 1$ zistíme že krivka prechádza krajnými bodmi. Po dosadení $t = 0$ a $t = 1$ do derivácie vzťahu získame výrazy pre tečné vektory v krajných bodoch

$$\begin{aligned} \vec{q}'(0) &= n(P_1 - P_0) \\ \vec{q}'(1) &= n(P_n - P_{n-1}). \end{aligned}$$

Medzi nevýhody týchto kriviek patrí fakt že pri zmene jedného bodu sa mení tvar celej krivky, s tohto dôvodu sa tieto krivky robia nižšieho stupňa, ktoré postupne naväzujú [7].

Ich stupeň je rovný počtu riadiacich bodov -1.

Racionálne Bezierové krivky

Jedná sa o zobecnenie Bezierových kriviek. Ku každému bodu sa pridá reálne číslo, ktorého zmena mení aj tvar krivky. Krivka je potom definovaná riadiacimi bodmi P_0, P_1, \dots, P_n a reálnymi

číslamy w_0, w_1, \dots, w_n ktoré reprezentujú váhu bodu. Racionálna Berzierová krivka je potom určená vzťahom

$$P(t) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i P_i B_i^n(t)}{\sum_{i=0}^n w_i B_i^n(t)} = \sum_{i=0}^n w_i P_i R_i^n; i = 0, 1, \dots, n; w_i \geq 0$$

pričom

$$R_i^n = \frac{w_i B_i^n(t)}{\sum_{j=0}^n w_j B_j^n(t)} [7]$$

Racionálne Bezierové krivky sú vlastne Obecné berzierové krivky pre ktoré platí že každý bod má váhu práve 1. Výhodu oproti obecným majú hlavne v tom že pre zmenu krivky nemusíme meniť polohu riadiacich bodov. Tú to vlastnosť som rozhodol demonštrovať v našom programe pomocou simulácie, kde sa postupne mení váha bodu ale riadiace body ostávajú nezmenené a užívateľ teda môže sledovať vplyv váhy bodu na krivku.

Bezierové kubiky

Sú to Berzierové krivky tretieho stupňa ktoré sú zadané 4 riadiacimi bodmi P_0, P_1, P_2, P_3 . Kubika prechádza prvým a posledným bodom a je určená vzťahom

$$Q(t) = \sum_{i=0}^3 P_i B_i(t)$$

pričom Bersteinové polynomy majú tvar

$$\begin{aligned} B_0(t) &= (1-t)^3 \\ B_1(t) &= 3t(1-t)^2 \\ B_2(t) &= 3t^2(1-t) \\ B_3(t) &= t^3 \end{aligned}$$

Maticový zápis Bezierovej kubiky je

$$Q(t) = [t^3 t^2 t 1] \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

tečné vektory v prvom a v poslednom bode majú tvar

$$\vec{p}'(0) = 3(P_1 - P_0)\vec{p}'(1) = 3(P_3 - P_2) [7]$$

Na tých to krivkách som sa rozhodol demonštrovať návaznosť Bezierových kriviek, ako aj obecnú spojitosť C^0, C^1 a G^1 kvoli jednoduchému zobrazeniu tečných vektorov v počiatočných a konečných bodoch. Spojitosť C^0 zaistíme totožnosťou posledného bodu prvého segmentu a prvého bodu druhého segmentu. Spojitosť C^1 zaistíme ak je posledný bod prvého segmentu zároveň prvým bodom druhého segmentu a taktiež ak tento bod leží uprostred úsečky danej predposledným bodom prvého segmentu a druhým bodom druhého segmentu. Spojitosť G^1 nastane v prípade že tieto body ležia na priamke, majú rovnaké poradie ako u spojivosti C^1 , ale nie sú od seba rovnako vzdialené a taktiež nie sú totožné.

Kubiky sú vždy stupňa 3.

Algoritmus DeCasteljau

Tento algoritmus je určený pre rasterizáciu Bezierových kriviek. Naivným a neadaptívnym spôsobom je dosadzovanie parametru t do parametrického vyjadrenia rovnice. Zmena parametru je konštantná keďže Bezierové krivky sú uniformné. Tento spôsob je nefektívny, pretože nerešpektuje zakrivenie úsečky. Tento problém rieši rekurzívny výpočet pomocou algoritmu DeCasteljau. Bod krivky sa vypočíta pomocou rekurentného vzťahu

$$P_{i,j}(t) = (1-t)P_{j-1,i-i} + P_{j,i-i}$$

kde $i = 1, 2, \dots, n$ a $j = i, i+1, \dots, n$ Vstupom tohto algoritmu sú body riadiaceho polygonu[7].

Bezierová krivka môže byť pomocou tohto algoritmu rozdelená na dve ľubovoľne časti v ktoromkoľvek bode. Najideálnejšie je ju v strede, teda pre $t=1/2$. Každé rozdelenie generuje dva nové riadiace polygony, ktoré sú presnejšou aproximáciou tejto krivky.

Výhodou tohto algoritmu je možnosť jeho ukončenia napríklad v prípade že sme už dosiahli požadovanú rovnosť medzi dvoma bodmi krivky. Vďaka tomu generuje algoritmus menšie množstvo dát. Rovnejšie krivky sú vlastne reprezentované ako úsečky zatiaľ čo u krivších častí použijeme hlbšiu rekuziu čím dosiahneme jemnejšie rozdelenie. Ukážku konverzie tohto algoritmu, konkrétne spôsob delenia pre akúkoľvek hodnotu parametru t som sa rozhodol demonštrovať v našom programe.

4.2.2 NURBS

Neuniformný Racionálny B-Spline (ďalej len NURBS) je dvojitém zobecnením B-Spline kriviek. Neuniformný znamená, že zmena parametru t nemusí byť vždy konštantná a racionalizmus pridáva ku každému bodu ešte aj jeho váhový koeficient.

Krivka NURBS je určená $n + 1$ body P_0, P_1, \dots, P_n riadiaceho polygonu, rádom B-Spline k (najvyšší stupeň polygonu je $k - 1$) a uzlovým vektorom \mathbf{U} dĺžky $n + k + 1$. Uzlový vektor je tvorený postupnosťou neklesajúcich reálnych čísel - uzlových hodnôt $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_{n+k}$ Uzlové hodnoty v tejto postupnosti sa môžu opakovať.

Krivka NURBS je určená vzťahom

$$Q(t) = \sum_{i=0}^n P_i R_{i,k}(t)$$

kde $R_{i,k}$ je racionálna B-Spline báza

$$R_{i,k} = \frac{w_i N_{i,k}(t)}{\sum_{j=0}^n w_j N_{j,k}(t)}$$

pričom w_i je váha i -tého bodu riadiaceho polygonu a $N_{i,k}(t)$ sú normalizované B-Spline bazové funkcie definované rekurentným vzťahom

$$N_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k} - t_i} N_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+1} - t}{t_{i+1} - t_{i+1+k}} N_{i+1,k-1}(t) \text{ pre } t_i < t_{i+1+k}, 0 \leq i \leq n. [7]$$

Medzi najdôležitejšie faktory, určujúce tvar NURBS krivky patrí bezpochyby jej stupeň a tvar uzlového vektoru. Vplyv zmeny týchto parametrov na výslednú krivku som sa preto rozhodol demonštrovať. U stupňa krivky to bude prevedením simulácie, ktorá postupne dekrementuje stupeň

krivky až na minimum, a potom ho inkrementuje na pôvodnú hodnotu. U uzlového vektoru to bude pomocou tlačidiel, ktoré zhustia uzlový vektor buď na začiatku, alebo na konci.

Významnou vlastnosťou týchto kriviek je možnosť presne vyjadriť kuželosečky ako podiel polynomov a to pomocou váhových koeficientov. Preto som do programu zahrnul aj dva ukázkové príklady pre vykresľovanie kružníc.

Kapitola 5

Vlastná implementácia

5.1 Programovací jazyk, framework a vývojové prostredie

Pre implemenáciu programu sa ponúka hneď niekoľko programovacích jazykov. Mňa snich najviac zaujal jazyk C++, ktorý podporuje vytváranie GUI aplikácií pomocou prídavných knižníc, pričom je ho možné napojiť na hardware. Pre jazyk C++ existujú rôzne nadstavby nástrojov, tzv. frameworky, ktoré značne uľahčujú písanie programov. Medzi jeho nevýhody patrí hlavne závislosť na platforme, pretože zdrojový kód je nutné pred prelopiť pred spustením do strojového kódu, ktorý je závislý na platforme. Na druhej strane ale vďaka tomu výsledný spustiteľný program získava na svojej rýchlosti[5].

Tým sa nám ale naskytá ďalšia voľba a to vybrať pre našu implementáciu vhodný framework. Spomedzi všetkých vyšiel najvhodnejšie framework *Qt* od firmy TrollTech. Prostredie umožňuje vývoj aj pre viac platforiem, takisto podporuje i iné programovacie jazyky. Framework obsahuje moduly s rôznymi funkciami pre uľahčenie práce programátora. Mimo iné obsahuje vlastné nástroje pre tvorbu GUI, preklad programu do viac jazykov, ako aj nástroje pre vykresľovanie a základnú prácu s grafikou. K dispozícii je Qt Designer, prehľadný grafický nástroj pre tvorbu GUI programov. Sada nástrojov QT neobsahuje iba grafické triedy ale taktiež kompletnú prestavbu štandardnej C++ knižnice. Tieto triedy majú predponu Q. Patrí medzi ne napríklad *QArray*, *QVector*, *QFile*, *QDir*, *QString*, *QTime* či *QDate*. Ďalej podporuje nadstavbu fontu triedami *QFont*, *QFontInfo*. Pre kreslenie je možné použiť triedy *QPainter*, *QColor*, *QPixmap*, *QGraphicsView*. Vytváranie viac vláknových aplikácií Qt zjednodušuje triedami *QThread*, *QProcess*. Taktiež podporuje grafickú knižnicu OpenGL, prácu s XML, znakovými sadami a databázami[4].

Pre vývojové prostredie som sa rozhodol použiť komerčný produkt firmy Microsoft a to Visual Studio 2005, ktoré je v rámci školskej licencie poskytované pre štúdijné účely zdarma. Na internete sa mi podarilo nájsť jednoduchý tutoriál[1], ktorý ukazuje spôsob akým sa dá framework Qt integrovať do tohoto vývojového prostredia. Visual Studio v sebe obsahuje Microsoft Visual C++, integrované vývojárske prostredie pre programovacie jazyky C, C++ a C++/CLI [3]. Taktiež sa Visual Studio stará o prehľadné odsadzovanie zdrojového kódu a zvýrazňovanie kľúčových slov, čo nám výrazne zjednodušuje prácu.

5.2 Popis tried

Medzi najzákladnejšiu triedu programu patrí trieda *Application*, ktorá je potomkom triedy *QApplication*. Konštruktor tejto triedy je volaný s funkcie *main*, ktorá je vlastne vstupným bodom programu. Táto trieda si ukladá instanciu aplikácie, teda ukazovateľ na samu seba z dvovodu vi-

acnásobného spustenia aplikácie. Ďalej ukladá operačný typ, ktorý určuje s akým typom kriviek zrovna pracujeme a je dvoležitov premennou vetvenia programu v mnohých funkciách, hlavne tých súvsejúcich s ovládaním programu a vykreslovaním. Taktiež ukladá vstupné parametre programu pre prípad že by si ich použitie vyžadovalo neskoršie vylepšenie programu. Vo svojom konštruktore taktiež volá konštruktor triedy *MainWindow*, ktorá je srdcom celého nášho programu, a ukladá si ukazovateľ na túto triedu.

Trieda *MainWindow* sa stará hlavne o grafické užívateľské rozhranie, jedná sa o hlavné okno aplikácie. Táto trieda je potomkom triedy *QMainWindow*, určuje rozmiestnenie jedolivých elementov (tlačidiel, prepínačov ...) v hlavnom okne a ako aj obsluhu signálov nimi generovaných. Podľa ich stavu nastavuje operačný typ aplikácie, vykoná príslušnú reinicializáciu alebo vykoná potrebnú postupnosť úkonov. Takisto vypočíta nové veľkosti a rozmiestnenie elementov v prípade že bola zmenená veľkosť hlavného okna. Ďalej obsahuje vektory riadiacich bodov, ich váhového parametru ako aj TCB parametrov v prípade krivky Kochanek-Bartels a inicializáciu týchto vektorov pre špecifický operačný typ. Obsahuje aj implementáciu všetkých funkcií potrebných pre vypočítanie bodov priamky z riadiacich bodov podľa vyššie uvedeného matematického zápisu pre každú implementovanú krivku. Pri krivke Kochanek-Bartels som sa rozhodol najprv použiť funkciu vypočíta vektory v riadiacich bodoch a vráti riadiace body a vektory Fergusnovej kubiky a s týchto riadiacich bodov a vektorov potom vypočíta pomocou funkcie pre výpočet Fergusnovej krivky body krivky. Pri funkcii pre výpočet bodov krivky z riadiacich bodov pre Fergusna som sa zase rozhodol riadiace vektory v jedolivých bodoch 3x vynásobiť, krivka tak nebude mať presne tvar určený matematickým modelom, ale na druhej strane sa tak jednoduchšie ukazuje vplyv tohto vektoru na tvar výslednej krivky. Taktiež sú v tejto triede implementované jednotlivé simulácie. Pre riadenie simulácii som použil triedu *QTimeLine*, ktorá zabezpečuje časovanie v jednotlivých simuláciách. Počas priebehu simulácii sa deaktivuje celé hlavné okno, aby nemohlo dojsť k zmeneniu inicializácie simulácie a tým k jej nečakanému správaniu ktoré vo väčšine prípadov končilo pádom programu. Trieda si taktiež ukladá ukazovatele na triedy *PaintArea* a *FunctionW*, ktoré sú určené pre obsluhu chovania tzv. Widgetov, čo sú komponenty grafického užívateľského rozhrania na ktoré posobý užívateľ. Konštruktory týchto tried sú volané v konštruktore triedy *MainWindow*, kde sa zároveň nastaví aj geometriu týchto Widgetov.

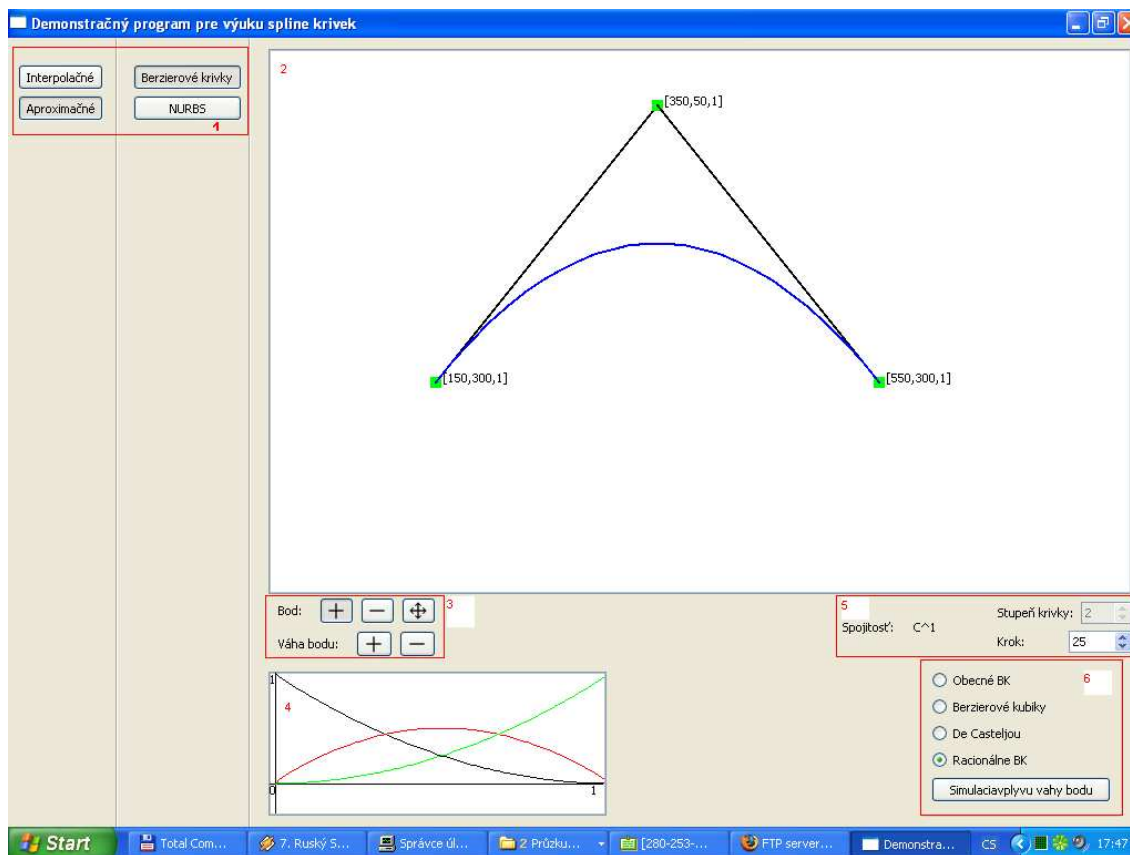
PaintArea je trieda slúžiaca pre vykresľovanie kriviek a obsluhu udalostí myši. Je dedená s triedy *QWidget* vždy keď obdrží požiadavok o prekreslenie, buď implicitne zmenou jej veľkosti vykresľovacieho okna alebo explicitne od triedy *MainWindow* alebo sama od seba pomocou funkcie *Update()* prekreslí obsah vykresľovacieho okna podľa aktuálneho operačného typu. Okrem samotnej krivky a riadiacich bodov vykresľuje aj všetky ostatné požadované veci, ako napríklad konvexnú obálku u Catmull-Rom krivky alebo ukážku rozdelenia krivky v strede pomocou algoritmu De-Casteljau. Na vykresľovanie používame triedu *QPainter*, ktorá v sebe obsahuje základné funkcie pre vykresľovanie geometrických tvaroch, ako aj zmenu šírky čiary alebo farby vykresľovaného objektu. Trieda sa stará aj o obsluhu myši súvisejúcej s vykresľovacím oknom. Pri kliknutí pridá bod, alebo zisťí či bolo kliknuté na bod a potom ho poprípade vymaže, zväčší/zmenší váhu bodu alebo označí bod pre posúvanie ak je pohnuté myšou pred pustením tlačidla, záleží na momentálnom stave aplikácie. Kolečko myši slúži pri označovaní bodu pri Kochanek-Bartels krivke pre ktorý chceme upravovať parametre TCB. Pri pohybe myši sa okrem pohybu bodu taktiež mení aj kurzor myši. Súčasťou tejto triedy mala byť aj funkcia pre vykresľovanie vektorov *drawArrow*, túto funkciu som však už nestihol doimplementovať.

Pre vykresľovanie polynomov slúži trieda *FunctionW*. Rovnako ako trieda *PaintArea* je dedená sa triedy *QWidget*. Jej úlohou je vykresliť jednotlivé polygony podľa operačného typu aplikácie. Prekreslenie tejto funkcie je explicitne vyžiadané od triedy *PaintArea* pomocou metódy *Update()* v momente keď trieda *PaintArea* dokončí vykresľovanie.

5.3 Vzhľad fomrmuláru

Na vzhľad a rozmiestnenie prvkov GUI bol kladený veľký dôraz, aby bolo docielené jednoduché a intuitívne ovládanie. Pre grafické prvky GUI má framework Qt špeciálny modul nazvaný výstižne QtGui. Pre vytvorenie formuláru hlavného okna a rozmiestnenie jednotlivých elementov v ňom vynikajúco poslužil nástroj pre tvorbu GUI programov QDesigner.

5.3.1 Hlavné okno



Obrázek 5.1: Hlavné okno programu

Hlavné okno programu je potomkom triedy `QMainWindow`, čo je základný stavebný prvok v Qt pre väčšie GUI aplikácie. Ako vidíme s obrázku (5.1) prvky hlavného okna sa delia do 6 základných častí. Majú nasledujúce použitie

1. Výber typu krivky
2. Vykreslenie krivky
3. Správa riadiacich bodov
4. Vykreslenie polynomiálnej bázy
5. Vlastnosti krivky

6. Parametre krivky

Výber typu krivky je realizovaný pomocov tlačidiel triedy `QPushButton`, ktoré sú nastavené tak, aby bolo možné tlačidlo zatlačiť, nielen naň kliknúť. Dvojica tlačidiel umiestnená na ľavo slúži pre vybranie skupiny kriviek podľa spôsobu ich modelovania, a to aproximačné alebo interpolačné a určí počet tlačidiel na pravej strane a ich popisky, keďže tieto tlačidlá už reprezentujú konkrétne typy kriviek.

Pre vykresľovanie krivky používame triedu `QWidget`. Samotné kreslenie je realizované pomocov triedy `QPainter`. Pre každý vykreslený riadiaci bod je uvedená X -ová a Y -ová súradnica ako aj váha tohto bodu. Ak nám to matematický aparát dovoľuje (napríklad nie sú zadane iba dva riadiace body pre vykresľovanie kubiky) vykresľujeme aj krivku samotnú. Niektoré krivky si vyžadujú ešte vykreslenie ich špeciálnych parametrov alebo vlastností, napr. tečny ku krivke Catmull-Rom, alebo ukážka algoritmu DeCasteljau.

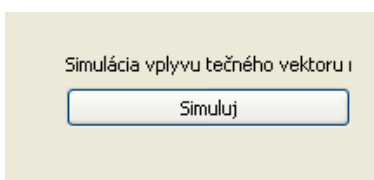
Správa riadiacich bodov je rovnako ako výber typu krivky realizovaný pomocov tlačidiel triedy `QPushButton`. Pomocov stavu týchto tlačidiel nastavujeme operáciu, ktorá sa prevedie pri udalosti myši vyvolanej v oblasti pre vykresľovanie krivky. Vrchné tri tlačidlá slúžia pre vloženie nového bodu, vymazanie existujúceho bodu a premiestnenie existujúceho bodu. Zatiaľ čo dva spodné tlačidlá sú viditeľne iba pri racionálnych krivkách a slúžia pre zvýšenie a zníženie váhy bodu.

Vykresľovanie polynomiálnej bázy je zase rovnako ako pre vykresľovanie krivky použitá trieda `QWidget` a pre samotné kreslenie trieda `QPainter`. Slúži nám pre vykresľovanie polynomiálnej bázy danej krivky. Každý polynom vykresľujeme inou farbou.

Pre zobrazenie vlastností každej krivky sme použili triedy `QLabel` a `QSpinBox`. Výsledná spojitost krivky je zobrazená pomocov triedy `QLabel`, ktorá slúži pre zobrazovanie reťazca a nie je možné ju užívateľsky modifikovať zatiaľ čo stupeň krivky a krok krivky sú dané triedov `QSpinBox`, ktorá slúži pre zobrazovanie a zadávanie čísel užívateľom s programátorsky zvolenej množiny. Stupeň krivky je ale okrem jedného prípadu (krivka NURBS) celý beh programu deaktivovaný a slúži iba pre zobrazenie stupňa krivky, pretože v týchto prípadoch je stupeň konštantný. Krokom krivky rozumieme počet zmien hodnoty t v intervale $< 0, 1 >$.

Parametre krivky záležia od typu krivky, preto sú vo formuláry použité rozne tírdy pre rôzne typy kriviek.

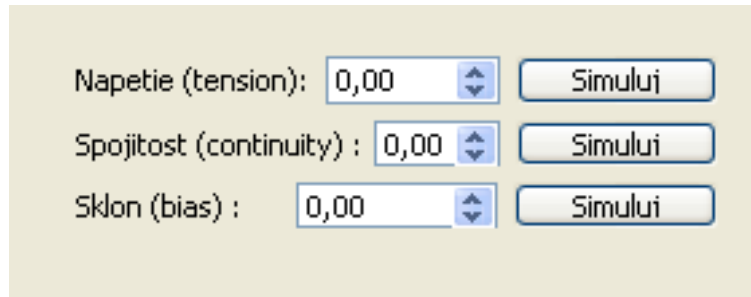
5.3.2 Parametre kriviek



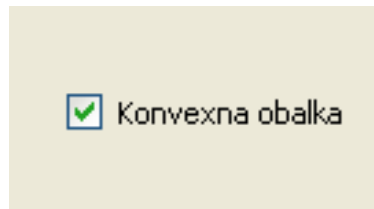
Obrázek 5.2: Parametre Fergusovej krivky

Pre vyjadrenie parametrov Fergusovej krivky je použité jediné tlačidlo triedy `QPushButton`, ktoré slúži pre spustenie simulácie vplyvu tečného vektora na výslednú krivku.

U kriviek Kochanek-Bartels je pre každý z parametrov TCB použitý jeden prvok triedy `QSpinBox` pre zobrazenie a zmenu hodnoty a takisto aj tlačidlo triedy `QPushButton` pre štart simulácie vplyvu tohto parametru.

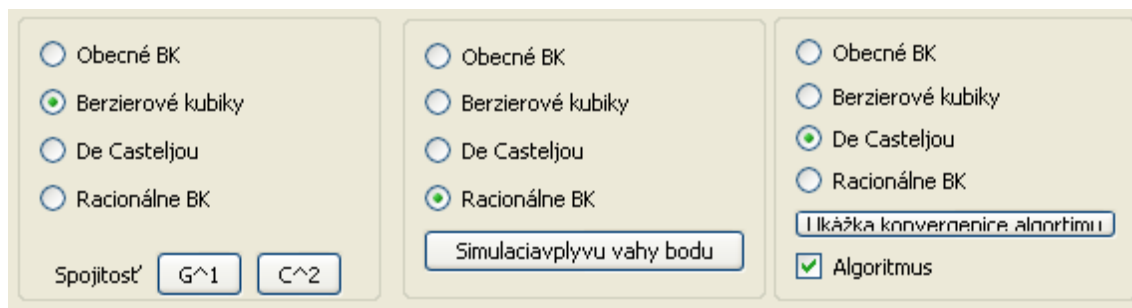


Obrázek 5.3: Parametre krivky Kochanek-Bartles



Obrázek 5.4: Parametre krivky Catmull-Rom

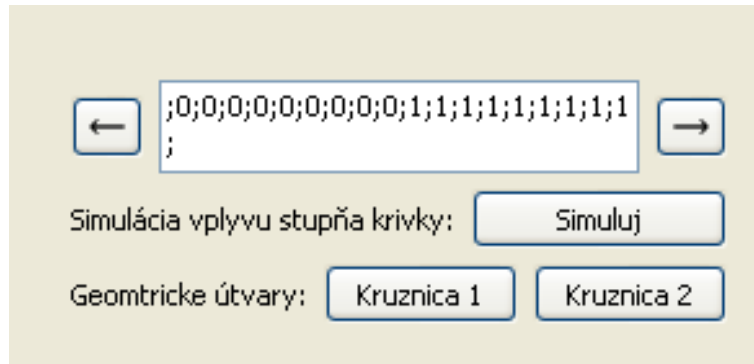
Pre krivku Catmull-Rom je použitý jeden prvok triedy `QCheckBox`, ktorý udáva či sa má konvexná obálka vykresliť alebo nie. Akýmkoľvek zmenením riadiacich bodov krivky sa vykresľovanie konvexnej obálky vypne.



Obrázek 5.5: Parametre Bezierových kriviek

Pri Bezierových krivkách sú použité 4 prvky triedy `QRadioButton`, ktoré slúžia pre výber typu Bezierovej krivky. Ďalej obsahuje dve tlačidlá triedy `QPushButton`, ktoré sú viditeľné iba pre Bezierové Kubické krivky a slúžia pre demonštráciu spojitosti týchto kriviek. Ďalšie prvky a to konkrétne tlačidlo triedy `QPushButton` pre simuláciu konverencie algoritmu Decasteljau a prvok triedy `QCheckBox` určujúci zobrazenie algoritmu DeCasteljau. Ako je už zrejmé tieto dva prvky sú viditeľné iba pre algoritmus DeCasteljau. Posledným prvkom je tlačidlo triedy `QPushButton`, ktoré spúšťa simuláciu vplyvu váhy bodu na výsledný tvar krivky a je viditeľné iba pre Racionálne Bezierové krivky.

Ako posledné si popíšeme parametre krivky NURBS. Tie obsahujú prvok triedy `QTextBrowser`, ktorý je iba na čítanie a zobrazuje uzlový vektor danej krivky. Z oboch strán tohto prvku je umi-



Obrázek 5.6: Parametre krivky NURBS

estnené jedno tlačidlo triedy `QPushButton`. Tieto tlačidlá menia vstupný vektor tak že ho zhusťujú na stranu kde su umiestnené aby tak ukázali vplyv tohto vektoru na výslednu krivku. Ďalej obsahuje ešte tri prvky typu `QPushButton`, jeden pre simuláciu vplyvu stupňa krivky a dva pre demonštráciu spôsobu vykreslovania geometrických tvarov, konkrétne kružníc.

5.4 Testovanie

Program bol testovaný na operačných systémoch Microsoft Windows XP a Microsoft Windows Vista.

Pri testovaní boli najdené 2 chyby, ktoré sa mi nepodarilo odstrániť. Chybné dokročenie simulácie pri simulácii vplyvu tečného vektoru na Fergusonove krivky. Krátku dobu po ukončení simulácie a aktivovaní hlavného okna vedie akákoľvek akcia spôsobená užívateľom ku neočakávanému správaniu a následnému pádu aplikácie. Pri obecných Bezierových krivkách bolo zistené nesprávne modelovanie kriviek pri väčšom počte riadiacich bodov. Keďže táto chyba nastáva približne pri 14 a viac riadiacich bodoch nemusíme túto chybu brať v potaz pretože pri používaní programu väčšinou pracujeme s menším počtom riadiacich bodov.

Kapitola 6

Záver

Úkolom mojej bakalárskej práce bolo vytvoriť čo najjednoduchší a čo najprehľadnejší výukový program. Myslím že vďaka minimalizácii ovládacích prvkov a intuitívnemu ovládaniu sa mi podarilo vytvoriť program, s ktorým sa užívateľ ľahko stotožní a môže si tak vyskúšať ako implementované krivky pracujú a zároveň pochopiť niektoré ich princípy na použitých príkladoch, ako aj použiť tento program ako pomôcku pri vysvetľovaní princípu kriviek niekomu inému. Či sa mi ale naozaj podarilo vytvoriť požadovaný program a splniť kritériá preňho dané ukáže až jeho používanie v praxi.

Pri ďalšom vývoji programu by určite bolo vhodné doimplementovať niektoré v ňom neimplementované typy kriviek a algoritmov pre ich vykreslenie, ako aj sa zamerať na niektoré tu nedemonštrované vlastnosti jednotlivých kriviek a algoritmov, poprípade nájsť spôsob pre rošierenie programu do tretej dimenzie a tým ukázať aj princípy vytvárania ploch pomocou trojrozmerných spline kriviek. Ďalším smerom ktorým by sa mohol program uberať je pridanie rozhranie pre zobrazovanie teórie o danej krivke, čiže by sa užívateľ mohol hneď popri demonštrácii vzdelávať aj v teórii kriviek.

Náš výukový program, spoločne s ostatnými výukovými programy, ktoré sú v tomto školskom roku vyvíjané v rámci predmetu Bakalárska práca ostatnými študentami by mohli slúžiť ako interaktívna učiteľská pomôcka a tým významnou mierou prispieť k skvalitneniu výuky na našej fakulte ako aj pomôcť ostatným študentom pri samovýuke.

Literatura

- [1] Using Qt 4.0 with Visual Studio 2005. [online].
URL <http://www.telldus.se/qt/tutorial.pdf>
- [2] Geometrie/Úvod do křivek. [online], septeber 2008.
URL http://cs.wikibooks.org/wiki/Geometrie/vod_do_kivek
- [3] Microsoft Visual Studio. [online], december 2008.
URL http://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Visual_Studio
- [4] Qt - Wikipedia, the free encyclopedia. [online], deceber 2008.
URL [http://en.wikipedia.org/wiki/Qt_\(toolkit\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Qt_(toolkit))
- [5] C++. [online], január 2009.
URL <http://en.wikipedia.org/wiki/C++>
- [6] Výukový program. [online], november 2009.
URL http://cs.wikipedia.org/wiki/Vukov_program
- [7] Žara J., F. P., Beneš B.: *Moderná počítačová grafika. 1. vyd.* Praha, Computer press, 1998, ISBN 80-7726-049-9.