VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

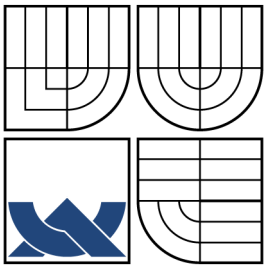
FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

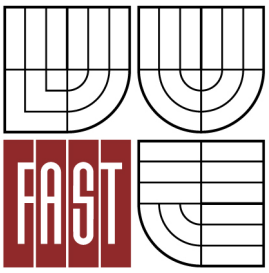
MODELOVÁNÍ LOMOVÉHO PROCESU V KVAZIKŘEHKÝCH MATERIÁLECH

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE Bc. JIŘÍ KLON
AUTHOR



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

MODELOVÁNÍ LOMOVÉHO PROCESU V KVAZIKŘEHKÝCH MATERIÁLECH

MODELING OF FRACTURE PROCESS IN QUASI-BRITTLE MATERIALS

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE — Bc. JIŘÍ KLON
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — doc. Ing. VÁCLAV VESELÝ, Ph.D.
SUPERVISOR

BRNO 2016

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Diplomant	Bc. Jiří Klon
Název	Modelování lomového procesu v kvazikřehkých materiálech
Vedoucí diplomové práce	Ing. Václav Veselý, Ph.D.
Datum zadání diplomové práce	31. 3. 2015
Datum odevzdání diplomové práce	15. 1. 2016

V Brně dne 31. 3. 2015

.....	.....
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.	prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA
Vedoucí ústavu	Děkan Fakulty stavební VUT

Podklady a literatura

- Červenka, V. a kol. (2007) ATENA Program Documentation, Praha: Cervenka Consulting.
- Bažant, Z. P., Planas, J. (1998) Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials. Boca Raton: CRC Press.
- Karihaloo, B. L. (1995) Fracture mechanics and structural concrete. New York: Longman Scientific & Technical.
- Jirásek, M. (1998) Numerical modeling of deformation and failure of materials. Czech Technical University, Prague.
- van Mier, J. G. M. (1997) Fracture Processes of Concrete: Assessment of Material Parameters for Fracture Models. Boca Raton: CRC Press.
- Relevantní články z vědeckých časopisů a další podklady dle pokynů vedoucího práce.

Zásady pro vypracování (zadání, cíle práce, požadované výstupy)

- Vypracujte rešerši zahrnující relevantní teorie porušování kvazikřehkých materiálů se zaměřením na vybrané aspekty.
- Vypracujte podrobné numerické modely lomových testů v zadaných zkušebních konfiguracích.
- Implementujte vhodné podmínky porušení do zpřístupněného akademického softwaru pro odhad velikosti a tvaru lomové procesní zóny.
- Proveďte vylepšení stávajících metod pro určování lomových parametrů zahrnutím charakteristik lomové procesní zóny.
- Proveďte parametrickou studii vlivu materiálových parametrů vyvíjeného modelu na lomovou odezvu zkušebního tělesa.

Struktura bakalářské/diplomové práce

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

.....

Ing. Václav Veselý, Ph.D.
Vedoucí diplomové práce

ABSTRAKT

Tato práce je zaměřena na vyhodnocení vybraných lomových parametrů kvazikřehkého materiálu, zejména betonu, a posouzení jejich závislosti na velikosti a tvaru lomové procesní zóny vyvíjející se během lomu v okolí vrcholu makroskopické trhliny. K tomuto účelu byly využity experimentálně získané zatěžovací diagramy publikované v odborné literatuře, které byly zpracovány tak, aby podle nich bylo možné sestavit a nakalibrovat numerické modely těchto testů v MKP programu ATENA. Z výsledků získaných nasimulováním testů tříbodového ohybu trámců čtyř velikostí, se zářezy tří délek, pomocí vytvořených numerických modelů bylo provedeno určení lomových parametrů betonu. Výsledkem práce je určení specifické energie disipované na vznik povrchů efektivní trhliny a odhad specifické energie disipované v objemu lomové procesní zóny, která má pro každou velikost trámce a délku zářezu specifické parametry.

KLÍČOVÁ SLOVA

lomová procesní zóna, disipace energie, kvazikřehký materiál, křehký lom, efektivní trhlina, lineární elastická lomová mechanika, nelineární lomová mechanika

ABSTRACT

This work is focused on the evaluation of the selected fracture parameters of quasi-brittle material, especially concrete, and an assessment of their dependence on the size and shape of the fracture process zone developing at the tip of the macroscopic crack during fracture. For this purpose, experimentally obtained loading diagrams published in the scientific literature have been utilized. These diagrams have been processed into a form enabling creation and calibration of numerical models of these tests in the ATENA FEM program. The results obtained from simulations of the three-point bending tests on beams of four sizes, with three notches lengths, using the created numerical models were used for determination of fracture parameters of concrete. Results of the work consist of the determined values of the specific energy dissipated for creation of new surfaces of the effective crack and an estimation of the specific energy dissipated in the volume of the fracture process zone, which exhibits specific parameters for each beam size and notch length.

KEYWORDS

fracture process zone, energy disipation, quasi-brittle material, brittle fracture, effective crack, linear elastic fracture mechanics, nonlinear fracture mechanics

KLON, Jiří *Modelování lomového procesu v kvazikřehkých materiálech*: diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, 2016. 81 s. Vedoucí práce byl doc. Ing. Václav Veselý, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 11.1.2016

……

podpis autora
Bc. Jiří Klon

Poděkování:

Tento výstup vznikl v rámci řešení projektu Grantové agentury České republiky č. 15-07210S.

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Václavu Veselému, Ph.D. za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci.

OBSAH

1 Úvod **12**
1.1 Cíle práce 14

2 Teorie **15**
2.1 Nelineární lomová mechanika 15
2.1.1 Modely efektivní trhliny 16
2.1.2 Rezistenční křivky 18
2.1.3 Model kohezivní trhliny 19
2.2 Vybrané části z teorie lineární elastické lomové mechaniky 21
2.2.1 Odvození průhybu trámce s trhlinou 21

3 Metody a postup řešení **25**
3.1 Zpracování experimentálně naměřených dat 25
3.1.1 Zpracování *P–CMOD* diagramů 26
3.1.2 Rekonstrukce testů tříbodově ohýbaných trámců se zářezem pomocí numerického modelu 29
3.1.3 Zpracování *P–d* diagramů 33
3.1.4 Převody zatěžovacích křivek 40
3.1.5 Vyhodnocení zatěžovacích křivek, určení lomových parametrů 46
3.1.6 Určení velikosti a tvaru lomové procesní zóny 49

4 Rozbor a diskuze výsledků **55**
4.1 Aproximace a rekonstrukce zatěžovacích diagramů 55
4.2 Vyhodnocení lomových parametrů nástroji lineární elastické lomové mechaniky 57
4.3 Vyhodnocení parametrů lomové procesní zóny 57

5 Závěr **63**

Seznam symbolů, veličin a zkratek **65**

Seznam příloh **67**

A Zpracované zatěžovací zkoušky **68**

B Seznam testovaných těles **81**

SEZNAM OBRÁZKŮ

1.1 Tříbodový ohyb trámce. Převzato z [1] 12
2.1 Typy nelineárních zón. 15
2.2 Formování nelineární zóny v kvazikřehkém materiálu. 16
2.3 Grafické znázornění metodiky modelu efektivní trhliny. 17
2.4 Převod mezi zatěžovacími křivkami. 19
2.5 Model kohezivní trhliny. 20
2.6 Definice pásů poškození. 21
3.1 Rozměry testovaných těles. 25
3.2 *P–d* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$ – poskytnutá data. 27
3.3 *P–CMOD* transformace pro vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, provedená v softwaru GTDiPS. 28
3.4 *P–CMOD* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$. 29
3.5 Modely vzorků D040, D093, D215 a D500 s relativní délkou zářezu $\alpha = 0{,}15$. 31
3.6 *P–CMOD* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, hledání průměrného průběhu křivky. 33
3.7 *P–d* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, upraveno pomocí GTDiPS. . . 34
3.8 *P–d* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, úprava vzestupné větve. 35
3.9 *P–d* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, upraveno. 35
3.10 *P–d* diagramy, vzorky D093, $\alpha = 0{,}15$. 36
3.11 *P–d* diagramy, vzorky D093, $\alpha = 0{,}15$, porovnání s numerickým modelem. 37
3.12 *P–CMOD* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, proložení exponenciální funkce. 38
3.13 Poměr *d–CMOD*, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$. 39
3.14 *P–d* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, dopočtená sestupná větev. . . . 39
3.15 Geometrie těles. 41
3.16 Segment programu pro výpočet efektivní délky trhliny a. 44
3.17 *R–a* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$. 45
3.18 *P–d* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, porovnání lomových energií. . . 47
3.19 *R–a* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, porovnání lomových energií. . . 48
3.20 Lomová energie kumulativně, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$. 50
3.21 Disipace energie v trámci. 51
3.22 Rovnice regrese pro křivky lomové energie, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$. . . 52
3.23 Tvar LPZ, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$. 53
3.24 Tvar LPZ, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$. 53
3.25 Tvar LPZ, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$. 54

4.1 Nastavení parametrů numerického modelu. 56
4.2 Zobrazení LPZ všech relativních délek zářezu pro trámce D040, D093. 60
4.3 Zobrazení LPZ všech relativních délek zářezu pro trámce D215, D500. 61
4.4 Zobrazení LPZ relativní délky zářezu $\alpha = 0{,}15$ pro všechny trámce, $R = 30; 40; 50$ Jm^{-2}. 62

SEZNAM TABULEK

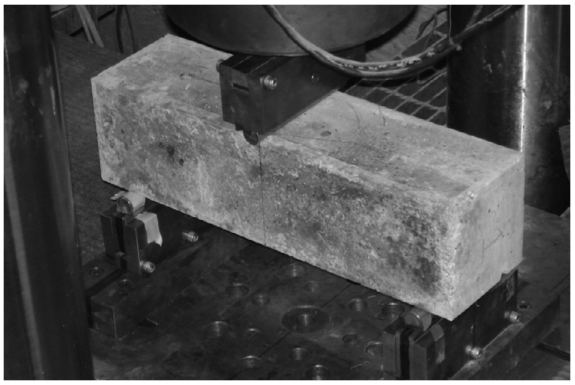
3.1 Přehled velikostí vzorků 26
4.1 Nastavení parametrů numerického modelu 55
4.2 Porovnání lomové práce $\mathcal{W}_\mathrm{f}$ [J], vzorky se zářezem délky $\alpha = 0{,}075$ . . 58
4.3 Porovnání lomové práce $\mathcal{W}_\mathrm{f}$ [J], vzorky se zářezem délky $\alpha = 0{,}15$ . . 58
4.4 Porovnání lomové práce $\mathcal{W}_\mathrm{f}$ [J], vzorky se zářezem délky $\alpha = 0{,}30$ . . 58
B.1 Počet vyhodnocených vzorků pro jednotlivé velikosti 81

1 ÚVOD

Tato práce se zabývá problematikou *lomové procesní zóny* (LPZ) u kvazikřehkých materiálů, zejména betonu, a jejím vlivem na průběh lomu těchto materiálů.

LPZ je oblast před čelem trhliny, ve které u kvazikřehkých materiálů probíhají mechanizmy zhouževnatění materiálu. Tyto mechanizmy jsou příčinou takzvaného tahového změkčení. Jsou způsobeny např. ohybem trhliny, přemosťováním trhliny zrny kameniva, třením líců trhliny, zaslepením čela trhliny v pórech, rozvětvováním trhlin apod. Práce je zaměřena na určení lomových parametrů pomocí kombinace nástrojů klasické lineární elastické lomové mechaniky a nelineárních lomových modelů pro beton a pokouší se tak vysvětlit některé charakteristické znaky nelineárního lomu jako např. vliv velikosti a geometrie tělesa na hodnoty určených lomových parametrů. V této souvislosti se práce věnuje určení velikosti a tvaru LPZ.

K řešení byly využity výsledky testů tříbodově ohýbaných trámců se zářezem, publikované v článku „Comprehensive concrete fracture tests: Description and results“ od autorů Christian G. Hoover, Zdeněk P. Bažant, Jan Vorel, Roman Wendner, Mija H. Hubler, 2013 [1]. Příklad testování trámce je zobrazen na obr. 1.1, v tomto případě se jedná o trámec bez iniciačního zářezu.



Obr. 1.1: Tříbodový ohyb trámce. Převzato z [1]

Dr. Christianem G. Hooverem byly přímo poskytnuty výsledky testů tříbodově ohýbaných trámců, který se celá tato práce věnuje a určuje lomové parametry betonu, z něhož byly vyrobeny. Poskytnuty byly záznamy *P–d* (závislost zatěžující síly na průhybu trámce uprostřed rozpětí) a *P–CMOD* (závislost zatěžující síly na rozevření líců trhliny) zatěžovacích diagramů z experimentu, při kterém se zkoušela tělesa čtyř velikostí s různými délkami iniciačních zářezů. Jednotlivé kroky, kterými byly výsledky upravovány, jsou popsány v dalších kapitolách. Pomocí těchto výsledků byly sestaveny numerické modely každé zkoušky, a provedeny simulace, z jejichž výsledků byly pro každou testovací konfiguraci těles určeny lomové parametry a byl

proveden odhad velikosti a tvaru LPZ.

1.1 Cíle práce

Cíle práce se dají shrnout do následujících bodů:

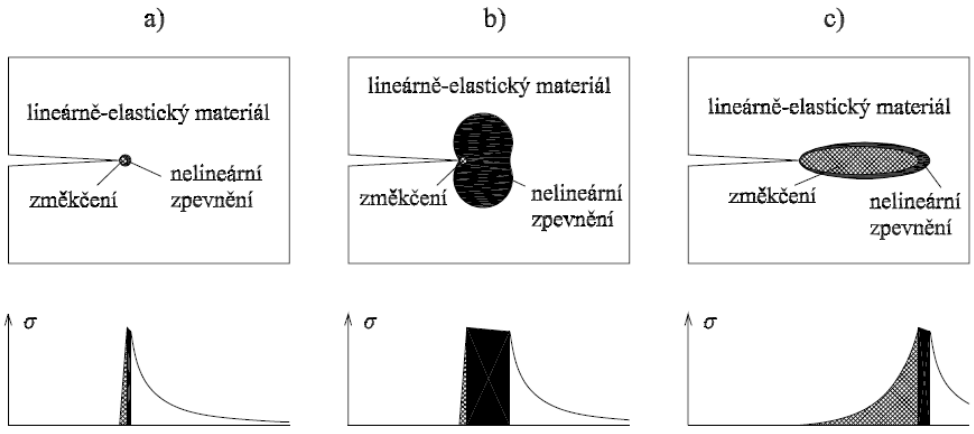
- Shrnutí vybraných částí teorie porušování kvazikřehkých materiálů, které budou použity v práci. Odvození vybraných vztahů lineární elastické i nelineární lomové mechaniky.
- Úprava výsledků (zatěžovacích diagramů) získaných z experimentálních zkoušek tříbodově ohýbaných trámců se zářezem pro další zpracování pomocí numerických modelů.
- Sestavení odpovídajících numerických modelů a provedení simulace zkoušky tříbodově ohýbaných trámců se zářezem pro vyhodnocení lomových parametrů.
- Návrh alternativní metody pro vyhodnocení výsledků získaných z numerického modelu, a to pomocí přesnějšího odhadu rozsahu lomové procesní zóny.
- Posouzení a rozbor hodnot materiálových parametrů navrženého modelu získaných z lomových odezev zkušebních těles.

2 TEORIE

2.1 Nelineární lomová mechanika

Lom u kvazikřehkých materiálů se značně odlišuje od křehkého lomu, který lze popsat pomocí nástrojů *lineární elastické lomové mechaniky*. Při rozsáhlých experimentálních měřeních v druhé polovině 20. století bylo zjištěno, že výsledky určené pomocí lineární elastické lomové mechaniky vykazují značnou závislost na testovacích podmínkách [2]. Důvodem tohoto chování, je vznik neelastické zóny v okolí vrcholu trhliny. V místě koncentrace napětí vznikají nezanedbatelně velké zóny nelineární působícího materiálu. Tyto zóny nazýváme *lomové procesní zóny* (LPZ). Jedná se o neelastické zóny nacházející se v blízkosti vrcholu trhliny.

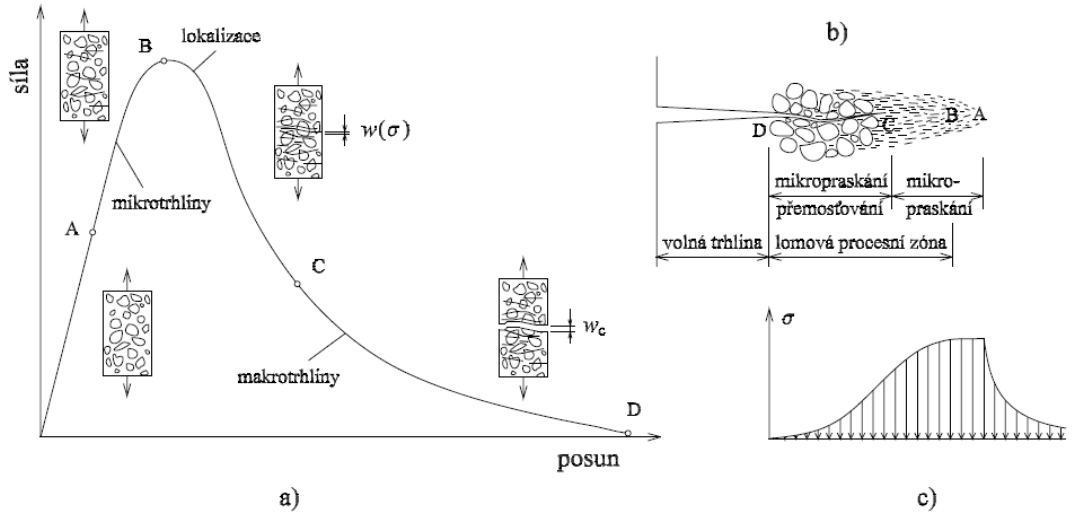
Tyto zóny sestávají ze dvou částí. Nejblíže vrcholu trhliny se nachází oblast změkčení. Na vnějším okraji této oblasti dosahuje napětí meze kluzu/meze pevnosti a klesá na nulu, které dosahuje v místech volného povrchu trhliny. Tato oblast je obklopena druhou nelineární oblastí, v níž nedochází ke změkčení, ale k tečení, případně zpevnění materiálu. Mimo tyto oblasti se materiál chová lineárně elasticky. Toto chování pozorujeme u křehkých, duktilních a kvazikřehkých materiálů. U každého z těchto druhů materiálů jsou procesy přetvoření a porušení v nelineární zóně, a tedy i rozsah této zóny, různé. Důsledek specifických průběhů těchto procesů pro jednotlivé druhy materiálů je znázorněn na obr. 2.1.



Obr. 2.1: Typy nelineárních zón pro materiály a) křehké, b) duktilní, c) kvazikřehké. Převzato a upraveno z [2].

Tato práce se zabývá chováním kvazikřehkého materiálu při lomu. U tohoto materiálu vzniká velká lomová procesní zóna a zabírá téměř celou plochu neelastické zóny. Plastická zóna, v níž dochází k tečení a zpevňování materiálu, bývá nepatrná,

a nachází se na přechodu mezi lineárně elastickým materiálem a lomovou procesní zónou, což je dobře viditelné na obr. 2.1c). Toto chování se objevuje například u betonu, malty a dalších kompozitů na bázi cementu, hornin s vyšší pevností, keramiky atd. Děje, k nimž dochází během růstu trhliny, jsou znázorněny na obr. 2.2. V první



Obr. 2.2: Formování nelineární zóny v kvazikřehkém materiálu a)zatěžovací diagram taženého vzorku, b)schematické znázornění pochodů v neelastické zóně, c)rozdělení napětí po délce nelineární zóny. Převzato z [3].

části diagramu od počátku do bodu A vykazuje vzorek lineárně elastickou odezvu a nedochází ke změnám mikrostruktury. V intervalu mezi body A a B se již nejedná o lineární materiálovou odezvu, dochází ke vzniku a rozvoji mikropraskání. Tyto trhliny se dále spojují navzájem a zároveň se propojují s trhlinami vznikajícími na rozhraní cementové matrice a kameniva. Jedná se o oblast *mikrotrhlin*. Při dosažení maximální hodnoty zatěžující síly v bodě B začíná docházet k lokalizaci mikrotrhlin, z nichž začíná vznikat *makrotrhlina* tj. začíná se tvořit *lomová plocha*. Tento děj probíhá mezi body B a C. V poslední části diagramu mezi body C a D, který se nazývá oblast *makrotrhlin*, je již lomová procesní zóna i *lomová plocha* zformovaná. Dochází k rozvětvování makrotrhlin, jejich přemosťování zrny kameniva a vytahování z cementové matrice, apod.

2.1.1 Modely efektivní trhliny

Jedním z klasických nelineárních modelů, postihujících do jisté míry nelineární lomové chování kvazikřehkých materiálů, je model *efektivní trhliny* vytvořený autory Nallathambim a Karihalooem v roce 1986 [8]. Tento model se užívá k určení lomové houževnatosti kvazikřehkého materiálu (její tzv. efektivní hodnoty), jež má

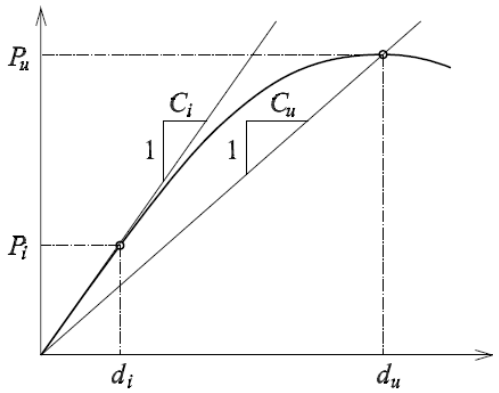
být nezávislá na velikosti zkušebního tělesa (což bylo dokázáno, že platí jen ve velmi omezeném rozsahu velikosti zkušebních těles [2]). Model byl vytvořen pro testovací konfiguraci tříbodového ohybu trámce se zářezem, ale je možno jej rozšířit i na jiné zkušební konfigurace. Zde je vysvětlen na příkladu konfigurace taženého pásu s postranní trhlinou, pro kterou platí vztah

$$d = d_1 + d_2 = \frac{P}{EB}\left[\frac{L}{W} + 2\int_0^{\alpha} xY^2(x)dx\right] \tag{2.1}$$

se vyjádří *modul pružnosti* E. V tomto vztahu značí d celkový posun tělesa, d_1 posun pásu, jako by v něm neexistovala trhlina, a d_2 vyjadřuje posun pásu od existence trhliny. Dalšími veličinami určujícími rozměry jsou délka L, výška W a šířka B určující rozměry zkušebního tělesa. P je velikost zatěžující síly, Y značí funkci geometrie, jež bude vysvětlena v další kapitole, a α je relativní délka zářezu, kterou získáme ze vztahu

$$\alpha = \frac{a}{W}, \tag{2.2}$$

kde a je délka trhliny. Dosazením dvojice naměřených hodnot z lineární části zatěžovacího diagramu (bod $[d_i,\ P_i]$) do vztahu 2.1 získáme hodnotu E, jež je modulem pružnosti nepoškozeného materiálu. Grafické znázornění polohy tohoto bodu je na obr. 2.3. Horní mez integrálu je určena délkou iniciačního zářezu a_0, resp. její



Obr. 2.3: Grafické znázornění metodiky určení P a d, dle Nallathambi a Karihaloo. Převzato z [4].

relativní hodnotou. Hodnotu modulu pružnosti vyjádříme ze vztahu odpovídajícímu taženému pásu s trhlinou ve tvaru

$$E = \frac{P_i}{d_i B}\left[\frac{L}{W} + 2\int_0^{\alpha_0} xY^2(x)dx\right] \tag{2.3}$$

Nyní dosadíme souřadnice vrcholu zatěžovací křivky $[d_u, P_u]$ do vztahu pro výpočet modulu pružnosti 2.3. Následně pomocí iterativního výpočtu hledáme hodnotu horní meze integrálu tak, aby se určený modul pružnosti E_{it} rovnal modulu pružnosti nepoškozeného materiálu E. Tato horní mez α_{ec}, z níž získáme odpovídající délku trhliny a_{ec}, dosahuje vyšší hodnoty, než je relativní počáteční délka zářezu α_0. Dalším parametrem, kterým potřebujeme v rámci tohoto modelu určit, je *efektivní lomová houževnatost*, kterou vypočteme ze vztahu pro faktor intenzity napětí s odpovídající funkcí geometrie $Y(\alpha)$

$$K_{\mathrm{I}} = \sigma_N \sqrt{a}\, Y(\alpha). \tag{2.4}$$

Nyní dosazením hodnoty σ_N odpovídající maximálnímu zatížení P_u a dosazením hodnoty kritické délky efektivní trhliny a_{ec} získáme druhý parametr K_{Ic}^e, efektivní lomovou houževnatost.

Dalšími aproximativními modely jsou například *model o dvou parametrech*, *model rozměrového efektu*, nebo *model dvojí K*, tyto modely ovšem nejsou v této práci dále použity, proto se jim zde nebudeme věnovat.

2.1.2 Rezistenční křivky

Pod pojmem rezistenční křivka nebo-li R-křivka se rozumí vyjádření *odporu proti šíření trhliny* $\mathcal{R}$ (ekvivalentně lomové houževnatosti K_{Ic}) jako funkce prodloužení elastické ekvivalentní trhliny Δa, což můžeme vyjádřit jako závislost

$$\mathcal{R} = R(\Delta a), \tag{2.5}$$

respektive

$$K_{\mathrm{Ic}} = K_{\mathrm{R}}(\Delta a). \tag{2.6}$$

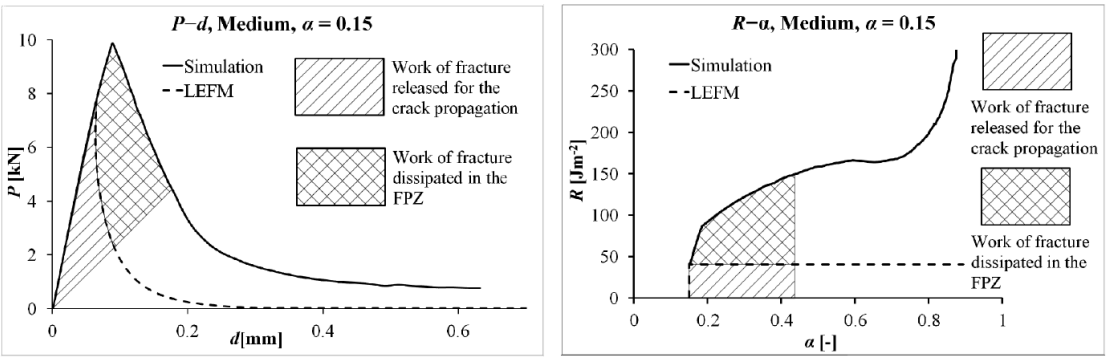
Přírůstek trhliny Δa můžeme vyjádřit jako rozdíl délek trhlin v daném bodě zatěžovacího diagramu a počáteční délky trhliny, $\Delta a = a_i - a_0$. Odpor proti šíření trhliny $\mathcal{R}$ pak lze pro libovolné prodloužení trhliny Δa vyjádřit ze vztahu

$$\mathcal{R} = G_{\mathrm{f}} R\left(\frac{\Delta a}{c_{\mathrm{f}}}\right). \tag{2.7}$$

Hodnoty parametrů *lomové energie* G_{f}, *efektivní délky lomové procesní zóny* c_{f} a bezrozměrné funkce $R\left(\frac{\Delta a}{c_f}\right)$ jsou předpokládány jako materiálové parametry.

R-křivka popisuje celý průběh šíření trhliny skrz ligament tělesa, je z ní možno určit konstrukční odezvu. Při předpokladu rovnosti $G = R$ v libovolném okamžiku

lomového procesu lze P–d diagram získat jako transformaci R–Δa křivky za použití vztahů lineárně elastické lomové mechaniky. Tento převod je graficky znázorněn na obr. 2.4 (zobrazený zatěžovací diagram je ve tvaru R–α, převod z relativní délky zářezu α na délku trhliny a je možný pomocí vztahu $a = \alpha W$). Zde je plnou čarou



Obr. 2.4: Převod mezi zatěžovacími křivkami. Převzato z [5].

znázorněna zatěžovací křivka, v tomto případě získaná z numerického modelu, čárkovaně je zobrazena křivka odpovídající křehkému lomu, který je charakterizován konstantní hodnotou odporu proti šíření trhliny R, jeho převod do P–d diagramu byl proveden pomocí nástrojů lineární elastické lomové mechaniky (bude blíže popsán dále v textu). Na zobrazeném R–a diagramu zároveň popíšeme tři možné stavy, v nichž se konstrukce s trhlinou může nacházet. R-křivka je hranicí rozdělující prostor na dvě části: stabilní a nestabilní oblast. Pokud

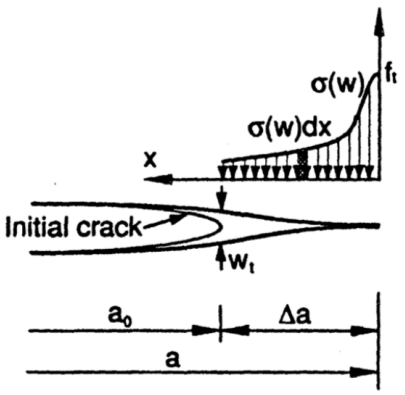
- $G < R \Rightarrow$ oblast pod R-křivkou – stabilní stav, trhlina se nešíří,
- $G > R \Rightarrow$ oblast nad R-křivkou – nestabilní stav, dochází k dynamickému šíření trhliny,
- $G = R \Rightarrow$ body R-křivky – nastává rovnovážný stav, rovnováha může být stabilní, nebo nestabilní, rozhoduje režim zatěžování.

Ke stanovení odpovídajících hodnot $[a, R]$ pro jednotlivé body $[d, P]$ těchto křivek v různých stádiích kvazistatického růstu trhliny, pro který platí $G = R$, lze použít dvou metod, a to přímého měření délky trhliny (opticky z povrchu vzorku, případně z pronikání kapaliny o nízkém povrchovém napětí – nepřesné, atd.), nebo lze tyto hodnoty určit z poddajnosti tělesa. Zjištění bodů pomocí poddajnosti tělesa, je metoda, která je v této práci dále užita a bude vysvětlena v následující kapitole.

2.1.3 Model kohezivní trhliny

Jelikož se v této práci k provedení numerických simulací testů tříbodového ohybu trámce se zářezem užívá program ATENA [6], který pracuje s *modelem kohezivní*

trhliny, vysvětlíme si nyní podstatu těchto modelů. Narozdíl od lineární elastické lomové mechaniky dochází ke vzniku trhliny po překročení *tahové pevnosti* materiálu a k popisu porušení potřebujeme více než dva parametry. Mezi základní varianty modelu kohezivní trhliny patří *model fiktivní trhliny* a *model pásu trhlin*. Tyto modely umožňují popis porušení konstrukce od stavu bez trhliny až do úplného porušení. Model fiktivní trhliny je založen na pravidle otevření trhliny (jež je v modelu pásu trhlin interpretováno jako rozetřené na šířku pásu prvků, čili jako neelastické poměrné přetvoření) a lomové energii. Chování v materiálovém bodě je řízeno *kohezivním zákonem*, který je graficky znázorněn na obr. 2.5. Zde je znázorněno snížení napětí, po dosažení jeho maximální hodnoty (σ_w), odpovídajícího tahové pevnosti materiálu na vrcholu trhliny. Toto progresivní snižování napětí na lících otevírající se trhliny, je modelováno jako, *kohezivní síly* působící v porušeném materiálu za čelem trhliny.

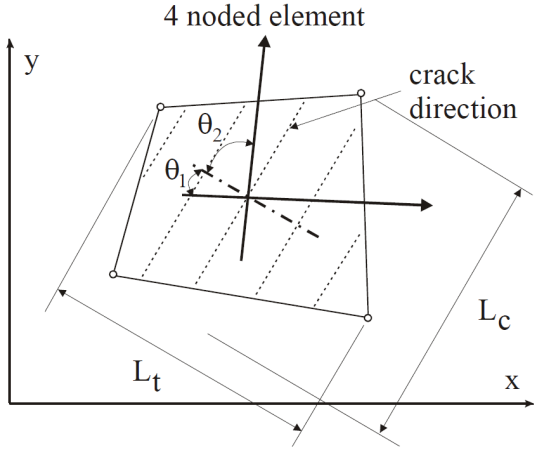


Obr. 2.5: Model kohezivní trhliny. Převzato z [7].

Tato formulace je vhodná pro modelování šíření trhlin v betonu. Pro použití v *metodě konečných prvků* (MKP), např. u programu ATENA, se využívá formulace v rámci teorie kontinua, a to model pásu trhlin. Této kombinace se používá k odstranění dvou nedostatků, které se vyskytují u úloh modelování porušení v rámci metody konečných prvků. Jsou to vliv velikosti prvků a vliv jejich orientace na obdržené výsledky.

Vliv velikosti a orientace prvku

Směr roviny porušení se předpokládá kolmý ke směru tahových i tlakových napětí (viz [6]). Pásy porušení (pro tah L_t, pro tlak L_c) jsou definovány jako průměty rozměrů konečných prvků na roviny porušení, což je znázorněno na obr. 2.6. Vliv orientace prvku se snižuje zvýšením počtu pásů porušení pro zkosené prvky (viz [6])



Obr. 2.6: Definice pásů poškození. Převzato z [6].

podle vztahu

$$L'_t = \gamma L_t, \qquad L'_c = \gamma L_c, \tag{2.8}$$

$$\gamma = 1 + (\gamma^{max} - 1)\frac{\theta}{45}, \qquad \theta \in \langle 0; 45 \rangle \,. \tag{2.9}$$

Kde θ je menší z úhlů (θ_1, θ_2) mezi kolmicí k rovině porušení a stranou prvku viz obr. 2.6. V případě čtyřstranného prvku se strana prvku určuje jako průměrný směr pro dva protilehlé rohy prvku. Výše uvedený vztah je lineární interpolací mezi hodnotou $\gamma = \{1, 0\}$ pro směr rovnoběžný se stranou prvku a $\gamma = \gamma^{max}$, pokud se úhel dosahuje 45°.

2.2 Vybrané části z teorie lineární elastické lomové mechaniky

2.2.1 Odvození průhybu trámce s trhlinou

Vzhledem k tomu, že se tato práce zabývá vyhodnocením lomových parametrů, k čemuž jsou použity zatěžovací P–d diagramy a jejich převod na R–a křivky, bude nyní vysvětleno, jakým způsobem se určí průhyb d uprostřed trámce se zářezem od vlastní tíhy a zatěžující síly umístěné uprostřed rozpětí. Tento průhyb se skládá ze dvou částí $d = d_1 + d_2$. Část d_1 reprezentuje posun tělesa bez oslabení trhlinou (zářezem) v bodě přiložené síly. Tato část se určuje pomocí klasické nosníkové teorie a metod pružnosti. Část d_2 vyjadřuje zvětšení posunu tělesa v důsledku existence trhliny (zářezu). První část průhybu d_1 se skládá ze dvou částí, a to průhybu od zatěžující síly $d_{1,\mathrm{P}}$ a průhybu od vlastní tíhy $d_{1,\mathrm{q}}$. Průhyb trámce bez oslabení trhlinou

tedy vyjádříme jako součet jeho částí

$$d_1 = d_{1,\mathrm{P}} + d_{1,\mathrm{q}} \tag{2.10}$$

Pro vyjádření těchto částí potřebujeme nejprve určit *moment setrvačnosti* trámce I, k tomu použijeme vztah

$$I = \frac{1}{12} BW^3. \tag{2.11}$$

Nyní můžeme vyjádřit jednotlivé části, tedy

$$d_{1,\mathrm{P}} = \frac{1}{48} \frac{PS^3}{EI} \tag{2.12}$$

a

$$d_{1,\mathrm{q}} = \frac{5}{384} \frac{mgS^4}{EI}. \tag{2.13}$$

Uvedené veličiny značí *hmotnost vzorku* m, *tíhové zrychlení* g a rozpětí podpor trámce S. Součtem jednotlivých částí získáme

$$\begin{aligned} d_1 &= d_{1,\mathrm{P}} + d_{1,\mathrm{q}} = && (2.14)\\ &= \frac{1}{48} \frac{PS^3}{EI} + \frac{5}{384} \frac{mgS^4}{EI} = && (2.15)\\ &= \frac{1}{4} \frac{PS^3}{EBW^3} + \frac{5}{32} \frac{mgS^4}{EBW^3} = && (2.16)\\ &= \frac{1}{4} \frac{S^3}{EBW^3} \left(P + \frac{5}{8} mgS \right). && (2.17) \end{aligned}$$

Odvození druhé části průhybu dle Karihaloo 1995 [4], je provedeno v následujících řádcích. Napětí σ_N vznikající uprostřed rozpětí nosníku od zatížení P a vlastní tíhy trámce mg je

$$\sigma_N = \frac{M}{W_{\mathrm{prurez}}} = \frac{3S\left(P + \frac{mg}{2}\right)}{2BW^2}. \tag{2.18}$$

M je ohybový moment určený z působící síly a vlastní tíhy tělesa a W_{prurez} je průřezový modul trámce, který se pro obdélníkový průřez určí ze vztahu

$$W_{\mathrm{prurez}} = \frac{1}{6} BW^2. \tag{2.19}$$

Připomeňme, že faktor intenzity napětí K_{I} se určí ze vztahu 2.4 a je svázán s energií dostupnou pro šíření trhliny dle vztahu

$$\mathcal{G} = \frac{K_{\mathrm{I}}^2}{E}. \tag{2.20}$$

Z definičního vztahu pro $\mathcal{G}$

$$\frac{1}{B}\frac{\partial}{\partial a}(\mathcal{W}-\mathcal{U}) = -\frac{1}{B}\frac{\partial \Pi}{\partial a} = \mathcal{G} = \frac{K_{\mathrm{I}}^2}{E} \tag{2.21}$$

se vyjádří rozdíl $\mathcal{W}-\mathcal{U}$. $\mathcal{W}$ je přetvárná práce vnějších sil působících na těleso s trhlinou, $\mathcal{U}$ je elastická deformační energie tělesa a Π je potenciální energie systému těleso s trhlinou + zatížení bez uvažování povrchových sil trhliny. Platí

$$\partial(\mathcal{W}-\mathcal{U}) = \frac{BK_{\mathrm{I}}^2}{E}\partial a = \frac{B\sigma_N^2\, a\, Y^2(\alpha)}{E}\partial a = \frac{B}{E}\sigma_N^2\frac{a}{W}WY^2\left(\frac{a}{W}\right)\partial a. \tag{2.22}$$

Nyní se infinitezimální přírůstek ∂a přetransformuje na $\partial\alpha$

$$\partial(\mathcal{W}-\mathcal{U}) = \frac{BW}{E}\sigma_N^2\frac{a}{W}Y^2\left(\frac{a}{W}\right)\partial\left(W\frac{a}{W}\right) = \frac{BW^2}{E}\sigma_N^2\,\alpha\, Y^2(\alpha)\partial\alpha. \tag{2.23}$$

Rozdíl $\mathcal{W}-\mathcal{U}$ pak nabývá tvaru

$$\mathcal{W}-\mathcal{U} = \frac{BW^2}{E}\sigma_N^2\int_0^\alpha x\, Y^2(x)dx. \tag{2.24}$$

Nyní je možno užít Castiglianův teorém, jehož výsledkem je průhyb konstrukce v místě působící síly P. Platí

$$d_2 = \frac{\partial(\mathcal{W}-\mathcal{U})}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{BW^2}{E}\sigma_N^2\int_0^\alpha x\, Y^2(x)dx\right] \tag{2.25}$$

a po dosazení vztahu 2.18, zderivování a úpravě

$$\begin{aligned}
d_2 &= \frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{BW^2}{E}\frac{9S^2}{4B^2W^4}\left(P^2+2P\frac{mg}{2}+\frac{m^2g^2}{4}\right)\int_0^\alpha x\, Y^2(x)dx\right] = && (2.26)\\
&= \frac{BW^2}{E}\frac{9S^2}{4B^2W^4}(2P+mg)\int_0^\alpha x\, Y^2(x)dx = && (2.27)\\
&= \frac{9S^2}{2BW^2E}\left(P+\frac{mg}{2}\right)\int_0^\alpha x\, Y^2(x)dx = && (2.28)\\
&= \frac{9}{2BE}\left(\frac{S}{W}\right)^2\left(P+\frac{mg}{2}\right)\int_0^\alpha x\, Y^2(x)dx. && (2.29)
\end{aligned}$$

Nakonec sečteme obě části průhybu, d_1 uvedenou ve vztahu 2.17 a d_2 dle vztahu 2.29 a získáme

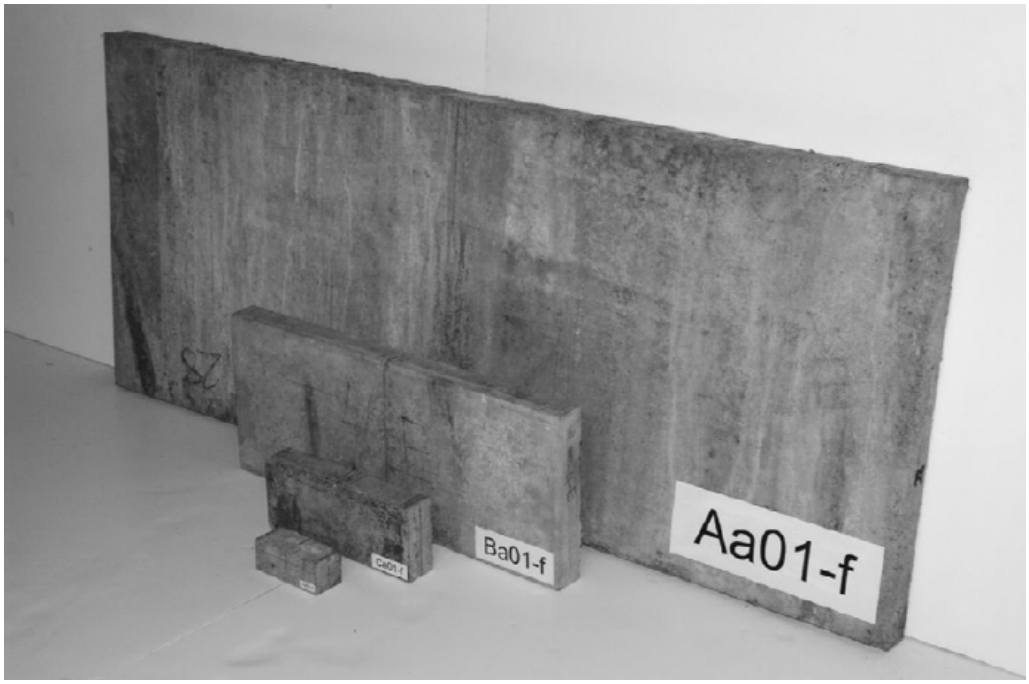
$$d = \frac{1}{4}\frac{S^3}{EBW^3}\left(P+\frac{5}{8}mgS\right)+\frac{9}{2BE}\left(\frac{S}{W}\right)^2\left(P+\frac{mg}{2}\right)\int_0^\alpha x\, Y^2(x)dx. \tag{2.30}$$

Tímto postupem získáme celkový průhyb trámce uprostřed rozpětí. V dalších částech této práce budeme vztah 2.30 užívat v upravené podobě, bez vlastní tíhy vzorku a se zahrnutím přírůstku průhybu od vlivu smyku do části d_1. Výsledný tvar rovnice je uveden ve vztahu 3.18.

3 METODY A POSTUP ŘEŠENÍ

3.1 Zpracování experimentálně naměřených dat

Jak již bylo řečeno v úvodu této práce, k určení lomových parametrů bylo využito výsledků testů tříbodově ohýbaných trámců se zářezem publikovaných v článku „Comprehensive concrete fracture tests: Description and results“ od autorů Christian G. Hoover, Zdeněk P. Bažant, Jan Vorel, Roman Wendner, Mija H. Hubler, 2013 [1]. Jejich práce se zabývala především zkoumáním *vlivu velikosti* na konstrukční odezvu (resp. lomové chování) těles z prostého betonu. Tento jev se projevuje s rostoucími rozdíly velikosti těles, kdy se velká tělesa chovají „křehčeji“ než geometricky stejná tělesa menších rozměrů. Poměr velikostí testovaných těles je znázorněn na obr. 3.1.



Obr. 3.1: Rozměry testovaných těles. Převzato z [1].

V článku byly uveřejněny výsledky testů celkem 128 těles. Tělesa byla čtyř různých velikostí se shodnou geometrií. Poměr velikostí nejmenšího a největšího tělesa byl 1:12,5. Zachovával se poměr délky a rozpětí podpor k výšce a délce zářezu. Tloušťka těles byla u všech velikostí konstantní, a to 40 mm. V experimentu byla zkoušena tělesa čtyř relativních délek zářezů ($\alpha = 0{,}025; 0{,}075; 0{,}15; 0{,}30$) a navíc byla zkoušena i tělesa bez zářezu. V této práci se dále pracuje s výsledky těles o relativních délkách zářezů $\alpha = 0{,}025; 0{,}075; 0{,}15; 0{,}30$, jejich seznam je uveden v příloze B. Pro tělesa s nejkratší délkou zářezu nebyly k dispozici výsledky všech velikostí a pro tělesa bez zářezu není v této práci vhodný analytický model pro vyhodnocení

výsledků. Nominální rozměry jednotlivých těles použitých k vyhodnocení lomových parametrů jsou uvedeny v tab. 3.1.

Tab. 3.1: Přehled velikostí vzorků

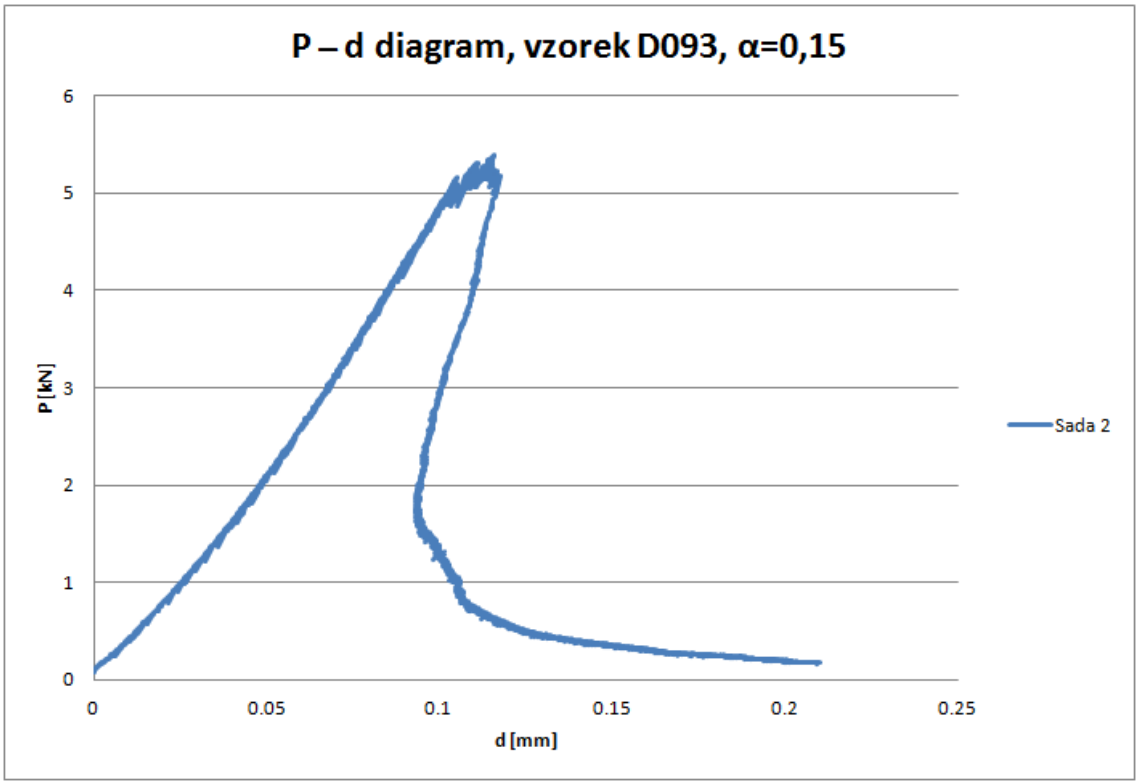
Označení vzorku	Zářez a_0 [mm]	Zářez $\alpha = a_0/W$	Počet vzorků	Délka L [mm]	Rozpětí S [mm]	Tloušťka B [mm]	Výška W [mm]
D040	3,00	0,075	11	96,00	87,04	40,00	40,00
	6,00	0,15	10				
	12,00	0,30	8				
D093	6,98	0,075	8	223,20	209,00	40,00	93,00
	13,95	0,15	8				
	27,90	0,30	8				
D215	16,13	0,075	8	516,00	467,84	40,00	215,00
	32,25	0,15	6				
	64,50	0,30	6				
D500	37,50	0,075	6	1200,00	1088,00	40,00	500,00
	75,00	0,15	6				
	150,00	0,30	6				

Z této tabulky (konkrétně 4. sloupce) je patrné, že bylo zpracováno poměrně velké množství experimentálně naměřených dat. Celkem se jedná o 91 zatěžovacích zkoušek. U každé zkoušky byl snímán svislý průhyb uprostřed rozpětí d a rozevření trhliny *CMOD* v závislosti na působící síle vnášené uprostřed rozpětí nad zářezem P. Při experimentu nebyl použit pomocný rám, který by nesl snímače pro měření průhybu. Snímače byly uchyceny přímo na rámu zkušebního lisu, což patrně vedlo ke zkreslení naměřených P–d diagramů, bylo tedy nutno přistoupit k jejich rekonstrukci pomocí dostupných P–*CMOD* diagramů, jež jsou považovány za regulérně naměřené.

3.1.1 Zpracování *P–CMOD* diagramů

Zaznamenané P–d diagramy nebylo možno přímo využít k dalšímu zpracování. Nejprve bylo nutné naměřená data upravit tak, aby se zatěžovací křivka vykreslovala do prvního kvadrantu zobrazovaného prostoru, tedy P–*CMOD* resp. P–d grafu. Poskytnuté výstupy ze zkoušek měly dva formáty. Pro dvě menší velikosti vzorků tj. D040 a D093 byl výstup zakreslen do třetího kvadrantu, tudíž bylo nutné jak rozevření trhliny *CMOD*, tak působící sílu P vynásobit hodnotou -1 a od všech hodnot odečíst první hodnotu *CMOD*, čímž bylo dosaženo nulové hodnoty pro počáteční

rozevření trhliny. U zbylých dvou velikostí, D215 a D500, bylo nutno vynásobit -1 pouze působící sílu P a odečíst od všech hodnot rozevření trhliny *CMOD* první hodnotu, aby bylo dosaženo stejného výsledku jako u dvou menších velikostí. V tomto případě se tedy zatěžovací křivky vykreslovaly do čtvrtého kvadrantu. Na obr. 3.2 je znázorněna upravená zatěžovací křivka pro vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$.

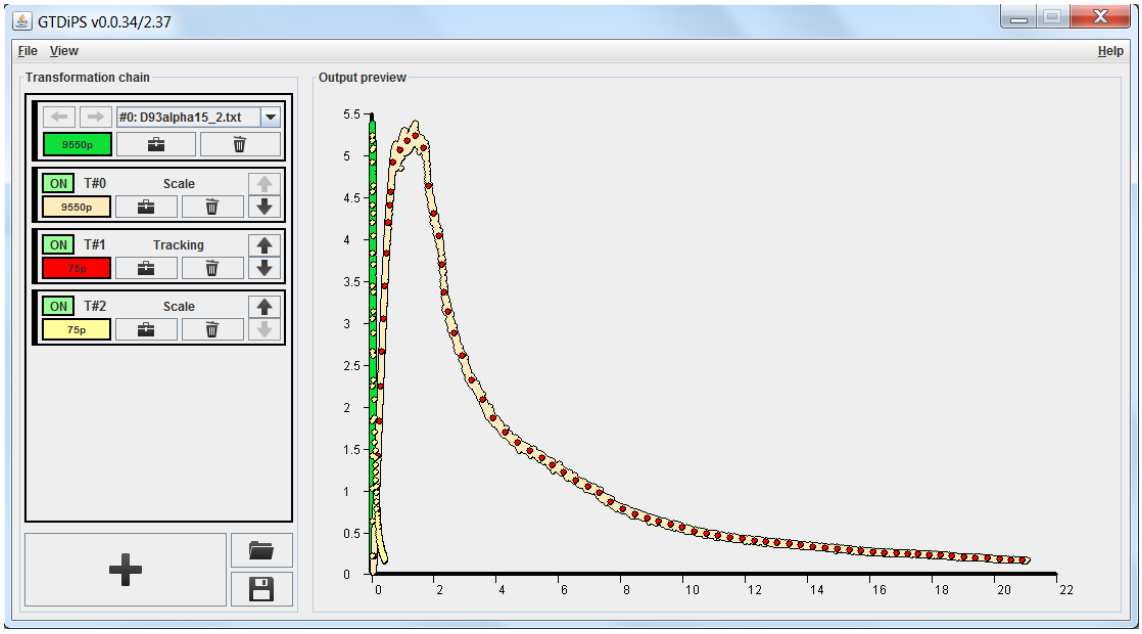


Obr. 3.2: P–d diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$ – poskytnutá data.

Je zde patrné, že vzestupná větev zatěžovacího diagramu není lineární, ale dochází ke zvyšování tuhosti při zatěžování, což by u cementového kompozitu, ze kterého byly vzorky vyrobeny, nemělo nastat. Dle názoru autora je tento jev způsoben postupným zatlačováním podpor při zatěžování do testovaného tělesa, z čehož vyplynul takto zaznamenaný posun d, kvůli umístění měřicí aparatury na rámu/podstavci zkušebního lisu. Vhodnější by patrně bylo umístění senzoru pro měření průhybu na přídavné konstrukci, ze které by bylo možno snímat průhyb nezávisle na deformacích v oblasti podpor. Z tohoto důvodu bylo třeba přistoupit k rekonstrukci zatěžovacího diagramu, která byla provedena pomocí *P–CMOD* křivek, jež byly zaznamenány bez uvedeného zkreslení.

Jednotlivé zatěžovací křivky byly tvořeny ze zhruba 2000 až 15000 bodů. Vzhledem k velkému počtu bodů tvořících jednotlivé křivky bylo nejprve nutné zredukovat jejich počet. Při této redukci bylo zároveň dosaženo odstranění „šumu“ a dalších nepřesností v měření. K této redukci byl využit program GTDiPS [9] vyvíjený

na Ústavu stavební mechaniky Vysokého učení technického v Brně panem Ing. Petrem Frantíkem, Ph.D. a Bc. Janem Maškem. Tento program slouží pro provádění transformací diskrétní posloupnosti bodů. V našem případě byl použit pro snížení počtu bodů a eliminaci „šumu“ v grafu. Program používá několik matematických transformací. V tomto případě byl využit řetězec tří transformací, a to „scale“, následně „tracking“ a poté zpětně „scale“, viz [9]. Transformace „scale“ provádí změnu měřítka os prostoru, kde se vykresluje zpracovávaná posloupnost bodů. Pro všechny zpracovávané případy bylo změněno měřítko vodorovné souřadnice bodů, aby bylo možno lépe provést další transformaci, kterou je „tracking“. Tato transformace nahrazuje zdrojové body ležící ve výběrové kružnici těžištěm těchto bodů. Poloha kružnice je dána posledním vypočteným bodem. Následně byla použita opět transformace „scale“, ovšem byla nastavena převrácená hodnota měřítka než při první transformaci, čímž se křivka vrátila zpět do původních souřadnic. Přesné nastavení pro jednotlivé transformace bylo zvoleno pro každou křivku zvlášť, aby se transformovaná podoba grafu co nejvíce blížila původnímu průběhu, ale bylo dosaženo snížení počtu bodů na 50 až 80 bodů. Příklad transformace pro vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$ je znázorněn na obr. 3.3.

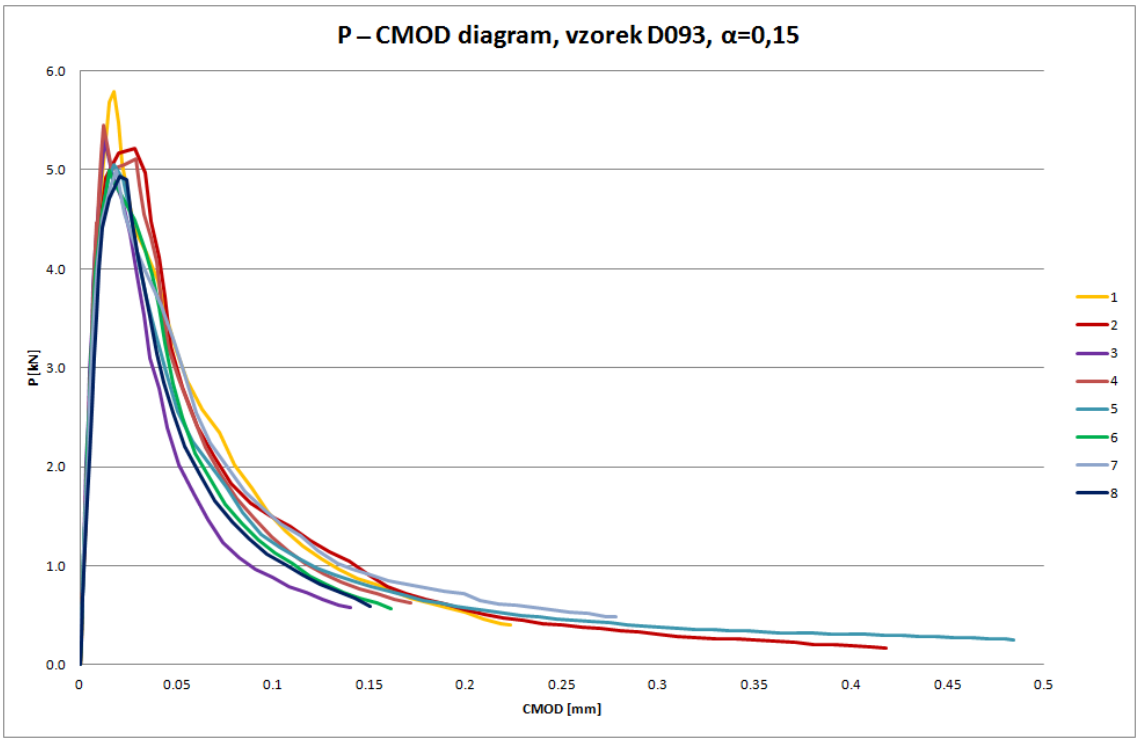


Obr. 3.3: *P–CMOD* transformace pro vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, provedená v softwaru GTDiPS.

Na levé straně je zelenou barvou znázorněna původní zatěžovací křivka. Transformace „scale“ je zobrazena béžovou barvou a přes ní jsou červeně vyznačeny body provedené transformace „tracking“. Žlutě je vyznačeno vrácení transformovaných

bodů do původního měřítka vodorovné osy, pomocí transformace „scale“ s převrácenou hodnotou.

Pomocí aplikace GTDiPS byly tímto způsobem upraveny všechny zatěžovací křivky *P–CMOD*. Pro jednotlivá tělesa tedy bylo získáno od 6 do 11 zatěžovacích diagramů z experimentu. Příklad pro těleso velikosti D093 a délku zářezu $\alpha = 0{,}15$ je zobrazen na obr. 3.4. Křivky pro další tělesa jsou zobrazena v příloze A. Takto upravené *P–CMOD* zatěžovací diagramy byly dále použity pro „naladění“ konečněprvkových modelů vytvořených v programu ATENA [6].



Obr. 3.4: *P–CMOD* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$.

3.1.2 Rekonstrukce testů tříbodově ohýbaných trámců se zářezem pomocí numerického modelu

Kvůli nemožnosti (z výše uvedených důvodů) přímo použít pro lomovou analýzu poskytnutá *P–d* data, bylo nutno přistoupit k provedení rekonstrukce (pomocí numerické simulace) testů tříbodově ohýbaných trámců se zářezem a z nich získat potřebnou *P–d* odezvu. Tato rekonstrukce byla provedena pro všechny rozměry těles a délky zářezů. Po úpravě *P–CMOD* diagramů blíže popsané v předchozí kapitole jsme získali pro každou velikost a délku zářezu příslušný počet experimentálně naměřených křivek. Podle průběhu těchto křivek dále provedeme kalibraci parametrů

materiálového modelu tak, abychom z vytvořeného konečněprvkového modelu získali odpovídající „průměrnou“ odezvu těchto křivek pro jednotlivé velikosti těles a délky zářezů.

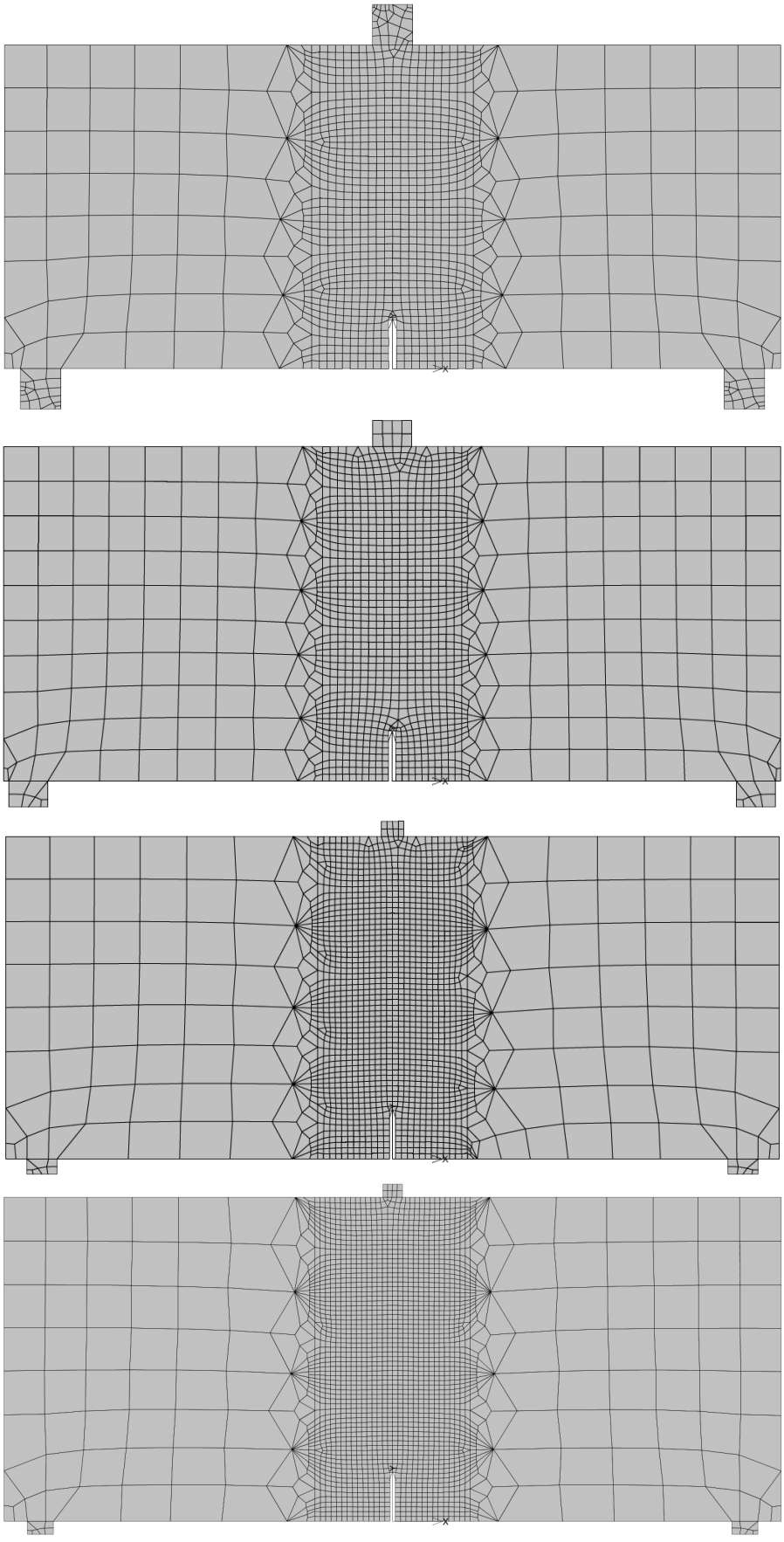
Pro sestavení modelu a provedení výpočtu metodou konečných prvků byl použit program ATENA [6], který byl vyvinut k provádění nelineární analýzy konstrukcí na bázi metody konečných prvků a má nástroje speciálně navržené pro počítačovou simulaci chování betonu včetně porušování.

V tomto programu byl vytvořen dvourozměrný model všech zkušebních těles odpovídající skutečné velikosti vzorků. Z důvodu předpokládaného rozvoje trhliny od iniciačního zářezu směrem vzhůru k zatěžovacímu bloku byly modely sestaveny tak, aby co nejpřesněji zachycovaly materiálovou odezvu v této části. Střední pětina vzorku byla pokryta jemnější sítí konečných prvků. Délka strany prvku v této části byla zvolena stejná, jako je šířka iniciačního zářezu. V závislosti na velikosti vzorku se jedná o délku strany 1 až 4 mm. Z důvodu symetrického generování sítě konečných prvků však byly trhlině na šířku přiděleny dva prvky. Směrem od střední pětiny ke krajům tělesa byla síť zředěna tak, aby bylo těleso po výšce rozděleno na 8 řad prvků a prvky měly tvar blízký čtverci.

Konečněprvkové modely pro jednotlivé velikosti jsou zobrazeny na obr. 3.5. Všechny zobrazené vzorky jsou s relativní délkou zářezu $\alpha = 0{,}15$, tedy středně dlouhý zářez. Část prvků v přechodu z jemnější na hrubší síť konečných prvků má spíše obdélníkový tvar. Autor si je této negativní vlastnosti vytvořeného modelu vědom, avšak s přihlédnutím k faktu, že se v této oblasti nešíří trhlina, ani nedochází k jinému způsobu porušení materiálu, byla zanedbána.

Modely všech velikostí a délek zářezu mají shodnou tloušťku, a to 40 mm. Tento rozměr byl převzat z experimentu, kde byla také všechna tělesa vyrobena s touto tloušťkou. Uložení modelu je realizováno pro všechny velikosti modelů trámců pomocí dvou ocelových podložek na spodní straně, jejich osová vzdálenost (S) představuje rozpětí podpor. Na horní ploše je jedna ocelová podložka, přes kterou je vnášena zatěžující síla P umístěná uprostřed trámce nad zářezem. Pro model těchto podložek byl použit materiál *Pružný – rovinná napjatost*, viz. [6].

Podpory byly zvoleny pro svislý směr na střed spodního líce ocelových podložek, pro vodorovný směr byla zvolena podpora uprostřed horní podložky, přes kterou byla zároveň vnášena deformace a monitorována síla, která vnesenou deformaci vyvolá. Dále byl monitorován vodorovný a svislý posun na spodním líci trámce u okrajů zářezu. Sečtením absolutních hodnot vodorovného posunu bylo monitorováno rozevření trhliny, odpovídající naměřené hodnotě *CMOD*. Obdobně zprůměrováním svislého posunu obou stran zářezu byl monitorován průhyb uprostřed rozpětí *d*. Dále byla monitorována svislá složka reakce na obou spodních podporách, čímž byla opravena nepřesnost způsobená monitorováním výše uvedené síly odpovídající způsobené



Obr. 3.5: Modely vzorků D040, D093, D215 a D500 s relativní délkou zářezu $\alpha =$ 0,15.

deformaci, která neumožňuje zahrnout sílu působící od vlastní tíhy vzorku. Po sečtení obou složek svislé reakce byla získána svislá síla P. Tato síla fungovala zároveň jako kontrola správnosti výpočtu, při zatěžování se musí lišit od síly monitorované na horní podložce vždy o konstantní hodnotu, odpovídající vlastní tíze vzorku.

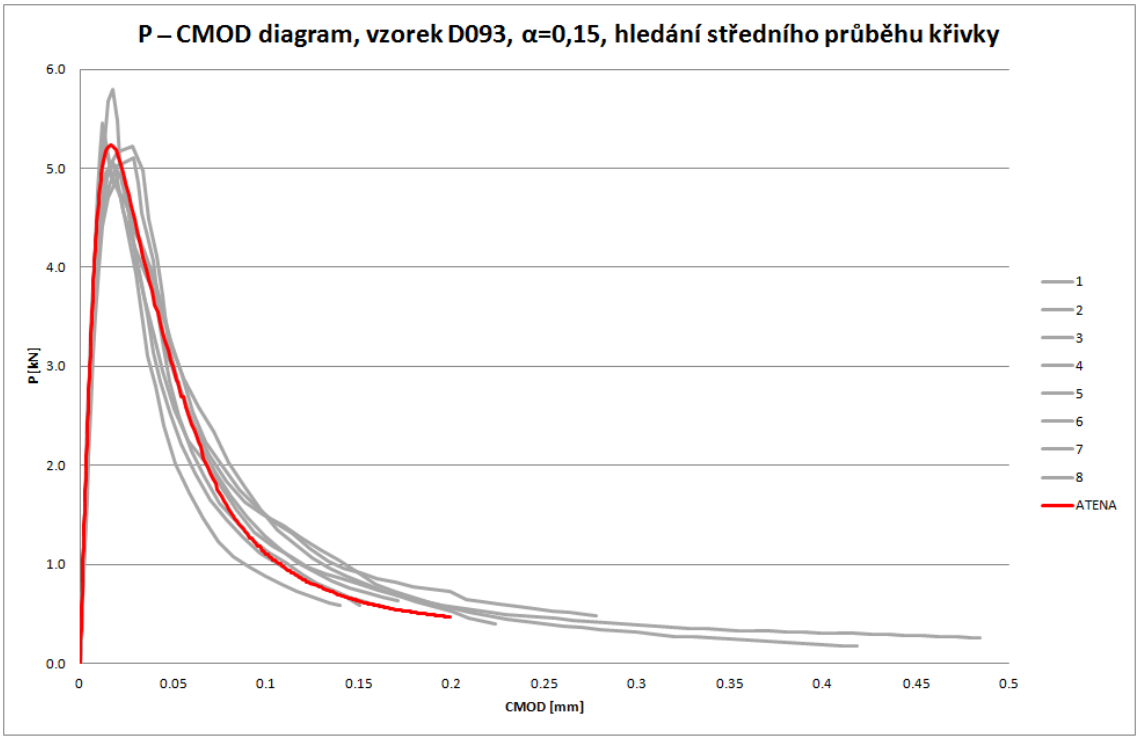
V úvody kapitoly bylo řečeno, že se materiálový model užitý v těchto simulacích „ladil“ podle průběhu zkoušek skutečných trámců. Z nabízené knihovny materiálů v programu ATENA byl vybrán jako nejvhodnější *3D Non Linear Cementitious 2*, jehož vybrané materiálové parametry byly dále upravovány pro dosažení „optimální“ shody s průběhem experimentálně testovaných trámců. Shoda byla hledána podle průběhu *P–CMOD* diagramů. Aby jí bylo možné dosáhnout, byly v materiálovém modelu upravovány tyto parametry:

- modul pružnosti E,
- pevnost v tahu f_{t},
- specifická lomová energie G_{f},
- součinitel fixovaného modelu trhlin.

Pevnost v tlaku na krychli f_{cu} byla pro všechny velikosti těles a délky zářezů stejná, převzatá z experimentálního měření, a to 55,6 MPa. Hodnota součinitele fixovaného modelu trhlin byla pro všechny modely stanovena na 0,5. Ostatní parametry byly postupně upravovány pro nalezení odpovídajícího průběhu křivky pro každý model zvlášť. Příklad hledání „středního“ průběhu křivek je zobrazen na obr. 3.6. Zde jsou znázorněny *P–CMOD* diagramy pro těleso D093, relativní délky zářezu $\alpha = 0{,}15$, upravené podle předchozí kapitoly programem GTDiPS a nalezení středního průběhu těchto křivek pomocí numerického modelu. Z grafu je patrné, že průběhy experimentálně naměřených dat a numerického modelu mají dobrou shodu. Konec sestupné větve již naznačuje částečný odklon od experimentu, ale tento rozdíl je dále řešen v úpravě *P–d* křivek popsané v jedné z dalších sekcí. Hledání vhodného průběhu křivek probíhalo postupným upravováním vstupních parametrů a sledováním jejich vlivu na odezvu numerického modelu. Tyto průběhy pro všechny velikosti těles jsou zobrazeny v příloze A.

Model byl upraven do požadovaných parametrů pomocí vlastností, které jsme mohli vyčíst z *P–CMOD* diagramů. Díky snímaní jak vodorovného, tak svislého posunu můžeme nyní z numerických výsledků sestavit odpovídající *P–d* diagramy. Pomocí těchto výsledků budou dále upravovány *P–d* diagramy a srovnáním jejich průběhů je možno ověřit správné „naladění“ hodnot parametrů.

Výše popsaný postup byl aplikován pro všechny vzorky se všemi délkami zářezů, čímž jsme získali zrekonstruované *P–d* diagramy všech dvanácti variant zkušebních trámců.



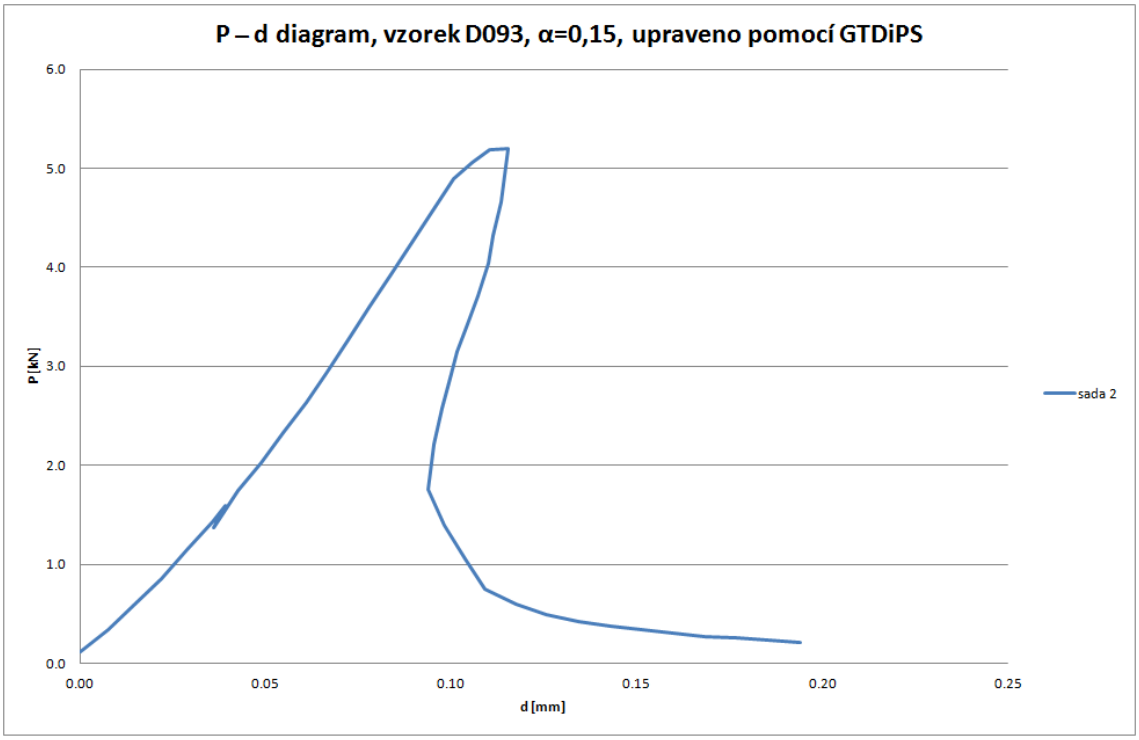
Obr. 3.6: *P–CMOD* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, hledání průměrného průběhu křivky.

3.1.3 Zpracování *P–d* diagramů

Po úpravě *P–CMOD* diagramů, sestavení a „naladění“ numerických modelů, můžeme přistoupit ke zpracování *P–d* křivek. Zpracovávat budeme experimentálně naměřené křivky, abychom ověřili zda „střední“ průběh z *P–CMOD* diagramů odpovídá střednímu průběhu *P–d* křivek, u kterých odstraníme nežádoucí „zvyšování tuhosti“ na vzestupné větvi křivky popsané v jedné z předchozích kapitol. Nejprve z důvodu velkého množství bodů tvořícího tyto křivky, je nutné přistoupit, obdobně jako u *P–CMOD* diagramů ke zpracování pomocí programu GTDiPS.

Byl použit stejný transformační řetězec, jako u *P–CMOD* diagramů popsaných výše. Pro každou křivku bylo opět nalezeno vhodné nastavení jednotlivých transformací, aby došlo k redukci na zhruba 30 až 60 bodů. Nastavování těchto transformací bylo složitější z důvodu „nespojitosti“ (výrazným mezerám mezi body v jistých partiích těchto křivek) některých *P–d* křivek. Tato vlastonost se u *P–CMOD* diagramů tolik neprojevovala. Příklad transformované *P–d* křivky je znázorněn na obr. 3.7.

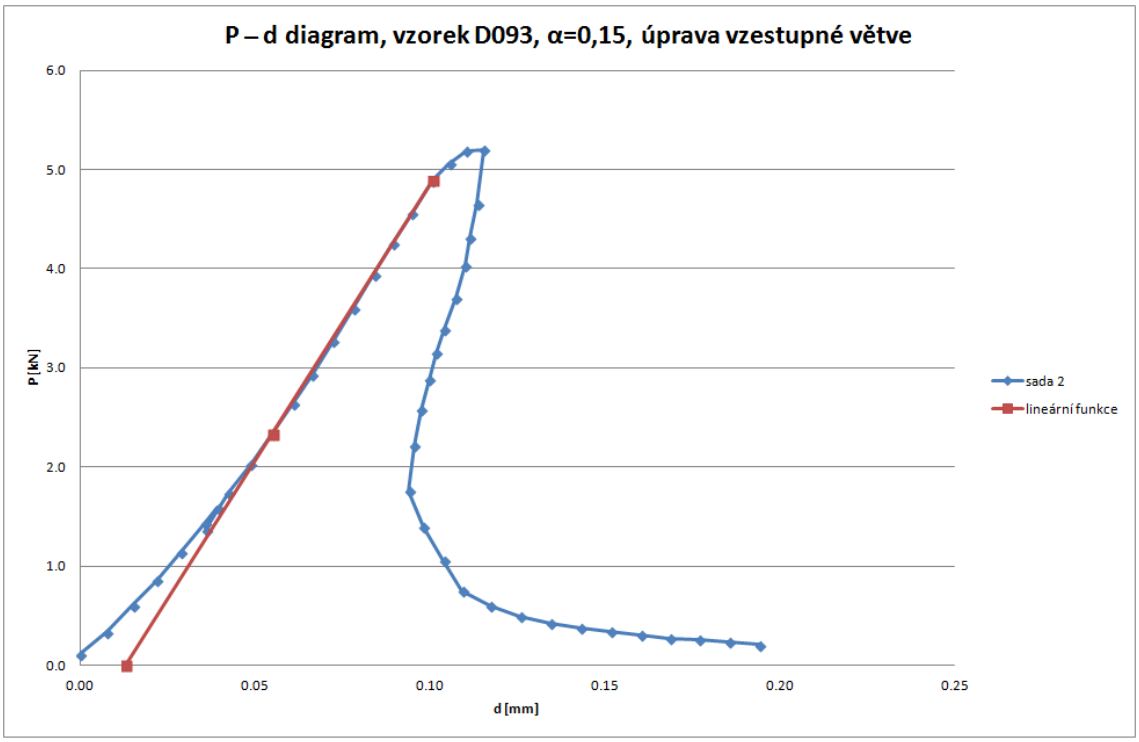
Po úpravě křivek pomocí aplikace GTDiPS bylo přistoupeno k nahrazení vzestupné větve s konvexním tvarem lineární funkcí. Jako poslední bod lineární funkce byl vybrán bod zatěžovací křivky, ve kterém se její průběh mění z konvexní na konkávní. Tento bod se nachází mezi 90 až 100% maximálního zatížení *P*. Druhý bod,



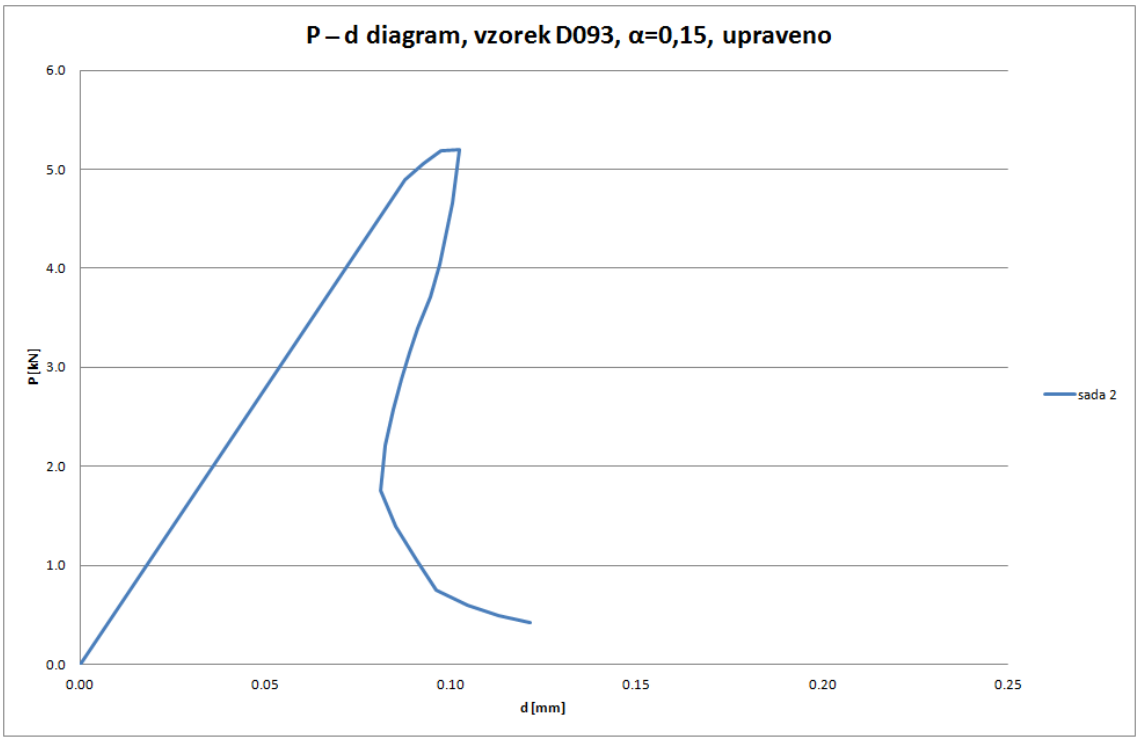
Obr. 3.7: P–d diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, upraveno pomocí GTDiPS.

kterým je proložena lineární funkce, je bod na zatěžovací křivce s nejnižší možnou hodnotou zatížení P, pro nějž je splněna podmínka minimální odchylky od lineární funkce v intervalu od tohoto bodu po poslední bod lineární funkce popsaný výše. Graficky je tato metoda znázorněna na obr. 3.8. Zespod je lineární funkce omezena bodem s nulovou hodnotou síly P. Další úpravou, kterou bylo třeba se zatěžovacím P–d diagramem provést, je posun celé křivky tak, aby její počátek byl v bodě 0,0. Toho docílíme odečtením hodnoty průhybu d pro bod s nulovou hodnotou zatížení P od všech bodů P–d diagramu. Výsledná podoba upraveného zatěžovacího diagramu je znázorněna na obr. 3.9.

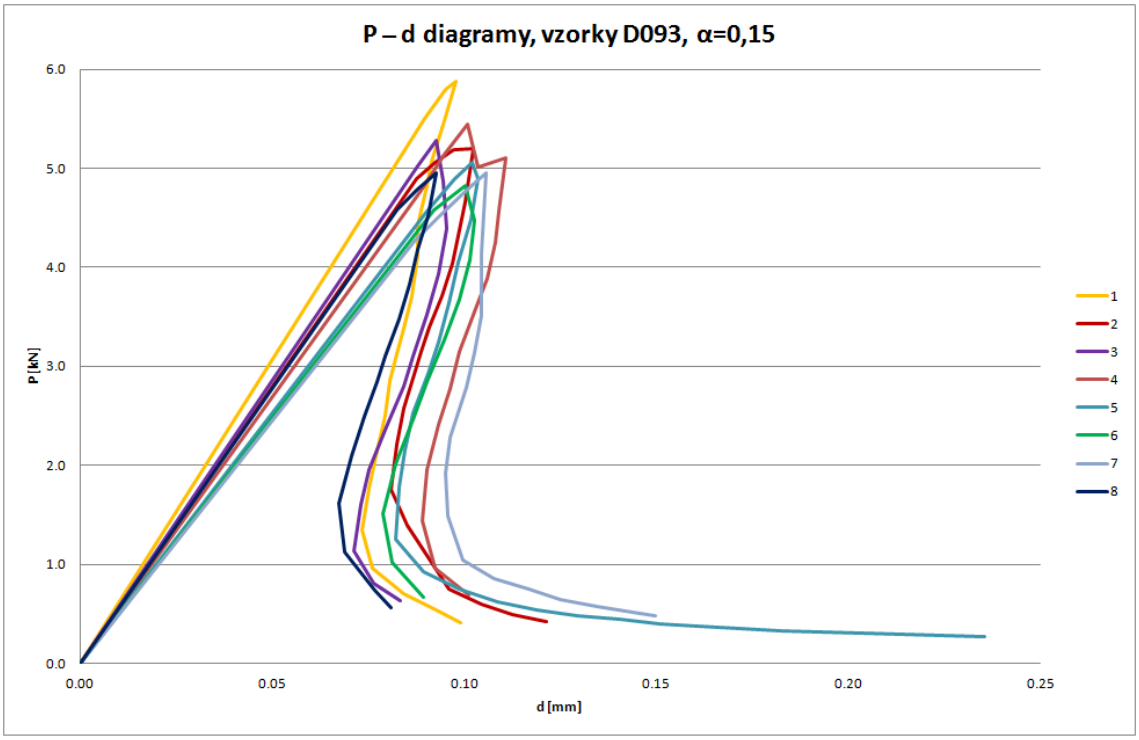
Tímto způsobem byly upraveny všechny experimentálně naměřené zatěžovací křivky. Porovnání upravených křivek pro velikost D093 s relativní délkou zářezu $\alpha = 0{,}15$ je zobrazeno na obr. 3.10. Z tohoto grafu je patrné, že při jednotlivých experimentech měly vzorky rozdílnou počáteční tuhost. Pro potřebu dalšího zpracování je výhodné upravit jednotlivé zatěžovací diagramy do podoby se shodnou počáteční tuhostí. K tomuto účelu využijeme P–d křivku získanou z numerikého modelu. U této křivky byla nahrazena lineární část vzestupné větve sestávající z více bodů pouze dvěma body, abychom mohli přesně určit poddajnost tělesa. Tato křivka byla použita jako vzor pro upravení experimentálně naměřených P–d diagramů. Upraveny byly vždy všechny body zatěžovací křivky. Nejprve byla určena poddajnost C_1



Obr. 3.8: P–d diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, úprava vzestupné větve.



Obr. 3.9: P–d diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, upraveno.



Obr. 3.10: P–d diagramy, vzorky D093, $\alpha = 0{,}15$.

pro zatěžovací křivku z numerického modelu pomocí vztahu

$$C_1 = \frac{d_1}{P_1}, \tag{3.1}$$

kde d_1 je průhyb trámce uprostřed rozpětí na konci lineární části vzestupné větve a P_1 je zatěžující síla odpovídající tomuto průhybu. Dále byla podle stejného vztahu určena poddajnost experimentálně naměřené křivky C_2. Poté byl ze vztahu

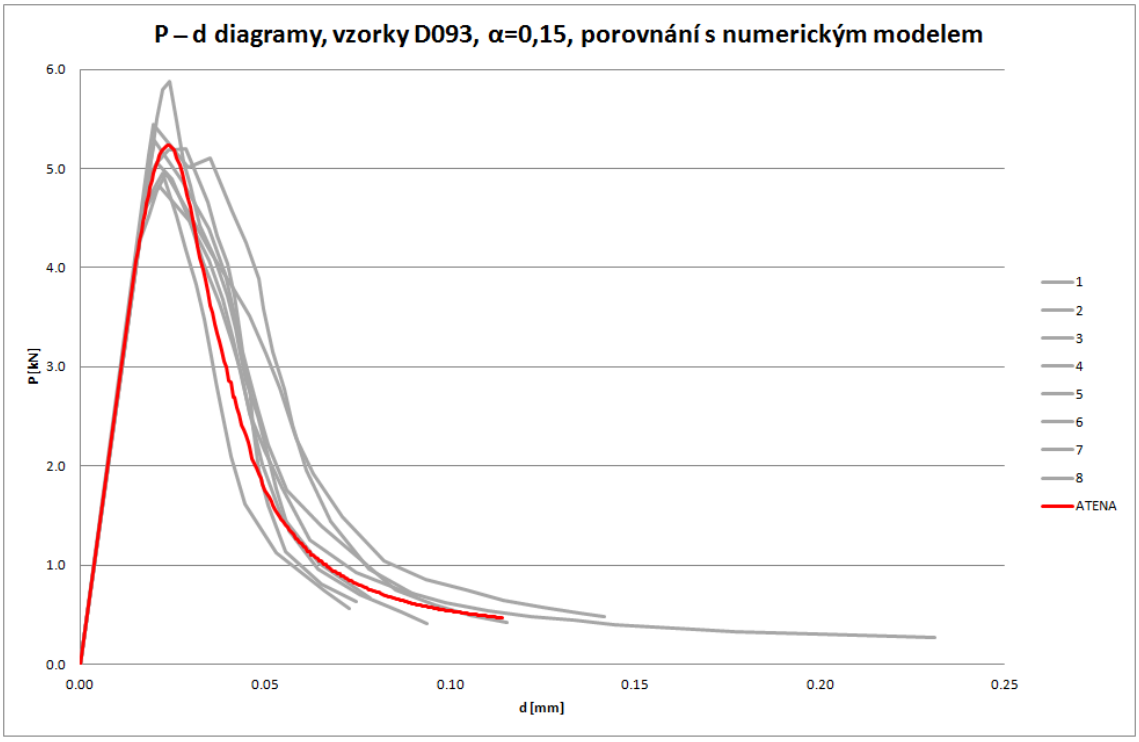
$$\Delta C = C_1 - C_2 \tag{3.2}$$

určen rozdíl poddajností ΔC. Pomocí této hodnoty byly upraveny všechny body experimentálně získaného zatěžovacího diagramu. K tomu byl použit vztah

$$d_i = d_{\mathrm{exp},i} - \Delta C P_i, \tag{3.3}$$

kde d_i je průhyb $i$tého bodu po úpravě poddajnosti, $d_{\mathrm{exp},i}$ je průhyb tohoto bodu před úpravou poddajnosti a P_i je experimentálně změřená síla odpovídající tomuto průhybu, která se úpravou nemění. Pomocí tohoto vztahu byly upraveny všechny zatěžovací křivky, vždy byla použita hodnota C_1 numerického modelu odpovídající

velikosti a délce zářezu a pro každou experimentálně naměřenou zatěžovací křivku byla stanovena hodnota C_2. Příklad srovnání zatěžovacích křivek podle poddajnosti numerického modelu je znázorněn na obr. 3.11, je zde dobře vidět i dosažení „středního“ průběhu P–d křivky z numerického modelu vůči sestupným větvím experimentálně naměřených diagramů. Upravené zatěžovací křivky všech experimentálně měřených trámců jsou zobrazeny v příloze A.



Obr. 3.11: P–d diagramy, vzorky D093, $\alpha = 0{,}15$, porovnání s numerickým modelem.

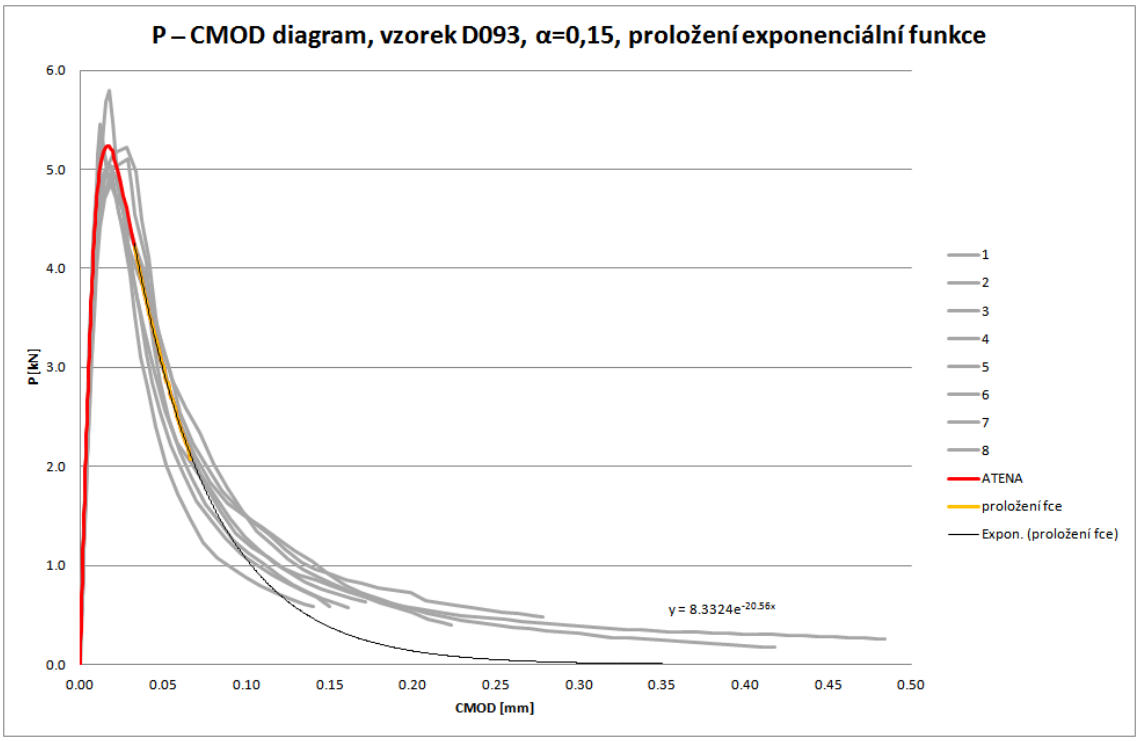
Vzhledem k tomu, že se tato práce zabývá vyhodnocením lomových parametrů pomocí metody lomové práce, bylo nutno užitím *Heronova vzorce* (bude vysvětlen v jedné z dalších kapitol) ověřit, zda nedochází úpravou poddajnosti zatěžovacích křivek ke změně množství *lomové práce* $\mathcal{W}_\mathrm{f}$ vyjádřené jako obsah plochy pod zatěžovací křivkou. Výpočtem bylo ověřeno, že tato energie se úpravou nemění a její množství zůstává zachováno.

Po ověření správnosti kalibrace materiálových modelů pomocí porovnání s upravenými experimentálními křivkami bylo přistoupeno k poslední úpravě P–d křivek, a to dopočtu (resp. extrapolaci) sestupné větve.

Jelikož byly pro další výpočty použity P–d křivky získané z numerického modelu, které nebylo možno z důvodu nestability výpočtu dopočítat až do porušení trhlinou po celé výšce tělesa (dosažení nulové síly P na sestupné větvi), byla zvolena metoda extrapolace sestupné větve. Jelikož sestupná větev P–d diagramu neumožňovala

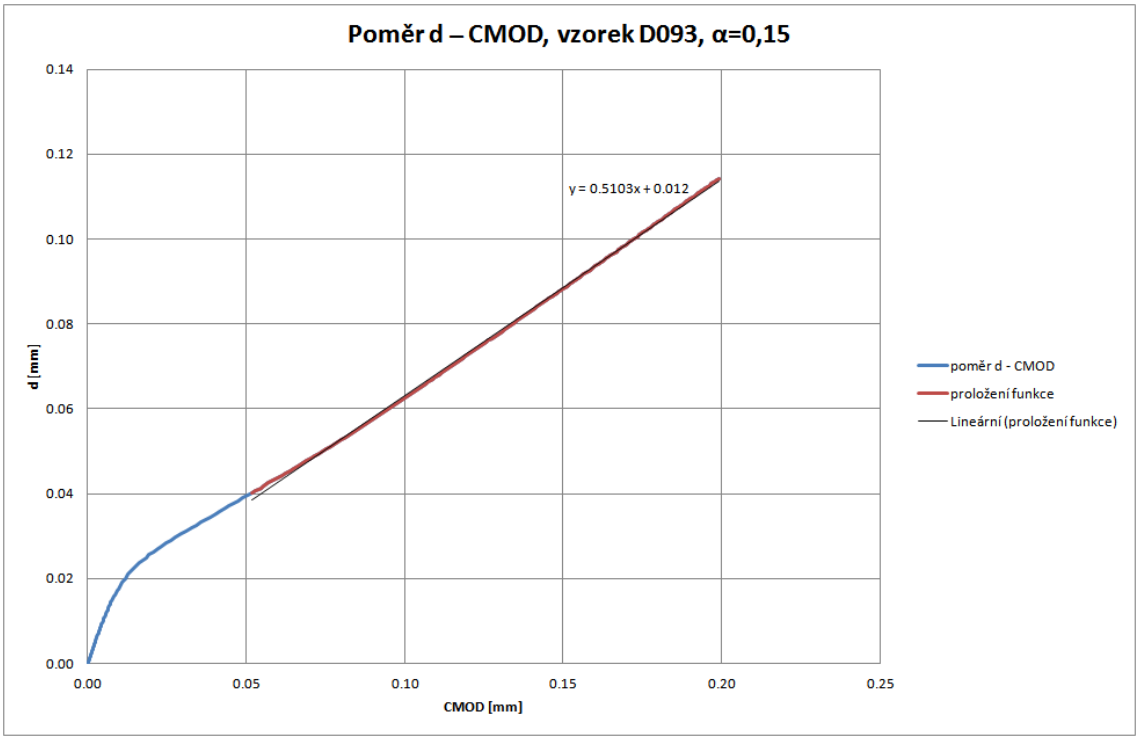
dostatečně výstižné proložení funkcí, která by aproximovala chování experimentálně naměřených zatěžovacích křivek, byla k tomuto účelu vybrána P–$CMOD$ křivka s následným přepočtem bodů pomocí závislosti průhybu tělesa na rozevření trhliny.

Nejprve byl na sestupné větvi zatěžovacího P–$CMOD$ diagramu vybrán bod ležící co nejblíže hodnotě odpovídající 80% maximálního zatížení P. Toto byl výchozí bod pro proložení sestupné větve exponenciální funkcí, která předpokládejme nejlépe vystihuje chování skutečného vzorku při zatěžování v oblasti sestupné větve diagramu. Jako poslední bod pro proložení exponenciální funkce byl vybrán bod nejblíže 40% maximálního zatížení P. Příklad proložení exponenciální funkcí je zobrazen na obr. 3.12. Je zde zároveň zapsána rovnice regrese, jejíž pomocí byly pro zvo-

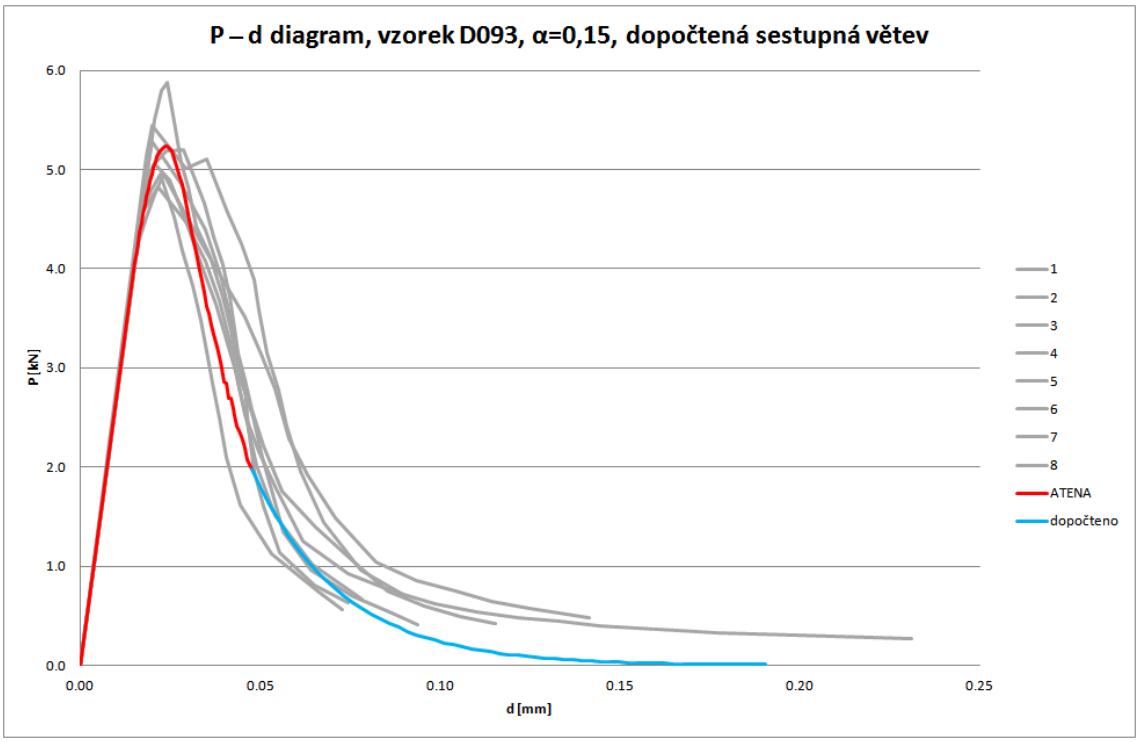


Obr. 3.12: P–$CMOD$ diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, proložení exponenciální funkce.

lené hodnoty rozevření trhliny $CMOD$, které byly zvoleny rostoucí vždy o 0,005 mm, dopočetny odpovídající hodnoty P. Aby bylo možno použít tyto výsledky pro dopočet P–d diagramu, je třeba určit závislost mezi průhybem tělesa a otevřením trhliny. Tato závislost je pro vzorky velikosti D093 a relativní délku zářezu $\alpha = 0{,}15$ vykreslena na obr. 3.13. Tento graf ukazuje zhruba bilineární závislost průhybu tělesa d a rozevření trhliny $CMOD$. V tomto případě bylo využito lineární závislosti přibližně od hodnoty rozevření trhliny 0,05 mm. Rovnice této závislosti byla využita k dopočtení průhybu d z výše uvedené exponenciální funkce. Výsledná podoba P–d diagramu s dopočtenou sestupnou větví je zobrazena na obr. 3.14. Touto



Obr. 3.13: Poměr *d–CMOD*, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$.



Obr. 3.14: *P–d* diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, dopočtená sestupná větev.

úpravou bylo dokončeno zpracování zatěžovacích křivek a je možno přejít k jejich vyhodnocení. Výsledné křivky těles všech velikostí a délek zářezu, které se dále vyhodnocovaly jsou znázorněny v příloze A.

3.1.4 Převody zatěžovacích křivek

Nyní se dostáváme k jednomu z hlavních cílů této práce, kterým je porovnání lomových parametrů určených pro tělesa různé velikosti a délky zářezu. Tyto lomové parametry budou vyhodnocovány ze zatěžovacích křivek získaných z numerického modelu, jejichž zpracování bylo popsáno v předchozích sekcích.

Pro každou velikost testovaného trámce a délku zářezu je tedy k dispozici zpracovaný *P–d* diagram. Tato křivka odpovídá kvazikřehkému lomu testovaného trámce. To znamená, že u tohoto procesu vzniká lomová procesní zóna, tudíž energie, která byla při porušování trámce disipována, byla přetvořena nejen na vznik nových povrchů trhliny, ale i na procesy přetváření a (zejména) porušování materiálu v lomové procesní zóně.

ATENA toto chování zohledňuje ve výpočtu pomocí modelu tzv. *kohezivní trhliny*. Tento model narozdíl od lineární elastické lomové mechaniky předpokládá, že ke vzniku trhliny dochází při překročení tahové pevnosti. Model kohezivní trhliny umožňuje popis porušení konstrukce ze stavu bez trhliny až do úplného porušení.

Cílem této práce je zjistit, jaké množství energie se disipovalo v lomové procesní zóně. Aby ji bylo možné vyčíslit, je potřeba nejprve určit, kolik energie se přeměnilo na vznik nových povrchů šířící se trhliny. V mé bakalářské práci, vypracované na téma „Lomová procesní zóna a disipace energie při lomu kvazikřehkých materiálů“ [10] byla energie přeměněná na vznik nových povrchů trhliny určována z jisté oblasti *P–d* diagramu. V tomto diagramu byl vyhledán poslední bod vzestupné větve, ve kterém byla odezva testovaného vzorku elastická, a z tohoto bodu byla dopočítána sestupná větev diagramu, která znázorňuje chování křehkého materiálu při lomu. Tento výpočet byl proveden pomocí nástrojů lineární elastické lomové mechaniky a předpokládá konstantní hodnotu *odporu proti šíření trhliny* R (ekvivalentně *lomové houževnatosti*) během celého lomu. Tato konstantní hodnota lomového parametru byla určena ze zatížení v tomto vybraném bodě. U křehkého materiálu nevzniká lomová procesní zóna, tudíž energie přeměněná při tomto lomu připadá na vznik nových povrchů trhliny. Tento přístup se bohužel ukázal jako dosti problematický z pohledu metody vyhledávání onoho bodu, ze kterého se začne šířit trhlina.

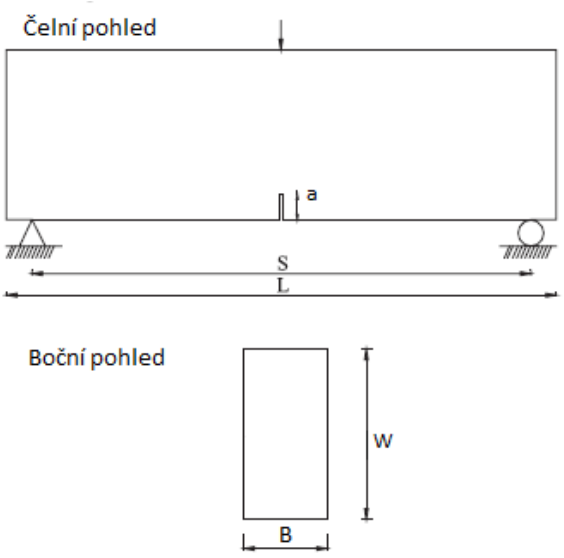
Z tohoto důvodu byla v této práci zvolena jiná metodika, a to určení pevné hodnoty *odporu proti šíření trhliny* R, a to z důvodu neznalosti této hodnoty dopředu,

jako odhad ve třech úrovních, tj. 30, 40 a 50 Jm^{-2}, pro které byla dopočítána sestupná větev P–d diagramu pomocí nástrojů lineární elastické lomové mechaniky. Tato hodnota, jak již bylo zmíněno výše, je konstantní během celého lomu. Aby bylo možné tyto transformace z P–d křivky do R–a diagramu provádět, byl v programu Mathcad vytvořen nástroj (naprogramována procedura), který pomocí vztahů lineární elastické lomové mechaniky tyto převody bodů mezi jednotlivými křivkami provádí.

Nejprve bude vysvětlen postup přepočtu z P–d křivky do R–a diagramu. Tento převod byl proveden se zanedbáním vlastní tíhy vzorku, která vzhledem k velikosti testovacích těles tvořila pouze minimální část celkového zatížení. Jako vstupní data jsou použity jednak body P–d diagramu a dále veličiny specifikující geometrii testovaného tělesa:

- výška W,
- tloušťka B,
- délka L,
- rozpětí S,
- délka zářezu a.

Geometrie tělesa je znázorněna na obr. 3.15. Další vstupní veličiny jsou Poissonovo



Obr. 3.15: Geometrie těles.

číslo, pro všechny vzorky byla použita hodnota $\nu = 0{,}2$, a součinitel smyku pro obdélníkový průřez $\kappa = 1{,}2$. Ve výpočtu se dále pracuje s relativní délkou zářezu α, která se určí ze vztahu

$$\alpha = \frac{a}{W} \tag{3.4}$$

a s parametrem β, který vyjadřuje poměr mezi rozpětím podpor a výškou trámce

$$\beta = \frac{S}{W}. \tag{3.5}$$

Tyto dva parametry jsou použity ve výpočtu mimo jiné jako vstupní hodnoty pro *funkci geometrie*. Ve výpočtu byla jako funkce geometrie použita *Pastorova funkce* [2] ve tvaru

$$Y(\alpha,\beta) = \frac{p(\alpha,\beta)}{(1+2\alpha)(1-\alpha)^{\frac{3}{2}}}, \tag{3.6}$$

$$p(\alpha,\beta) = p_{\text{infinity}}(\alpha) + \frac{4}{\beta}(p_4(\alpha) - p_{\text{infinity}}(\alpha)), \tag{3.7}$$

$$p_4(\alpha) = 1{,}900 - \alpha[-0{,}089 + 0{,}603(1-\alpha) - 0{,}441(1-\alpha)^2 + 1{,}223(1-\alpha)^3], \tag{3.8}$$

$$p_{\text{infinity}}(\alpha) = 1{,}989 - \alpha(1-\alpha)[0{,}448 - 0{,}458(1-\alpha) + 1{,}226(1-\alpha)^2]. \tag{3.9}$$

Nejdříve je ze zatěžovacího diagramu určen *modul pružnosti* E. Ze vztahu pro průhyb tříbodově ohýbaného trámce s trhlinou uprostřed rozpětí je vyjádřen pomocí vztahu

$$E = \frac{1}{4}\frac{1}{BC_{\text{le}}}\left(\frac{S}{W}\right)^3 + \frac{1}{2}\frac{\kappa(1+\nu)}{BC_{le}}\frac{S}{W} + \frac{9}{2}\frac{1}{BC_{le}}\left(\frac{S}{W}\right)^2 \int_0^{\alpha} \alpha Y(\alpha,\beta)^2 d\alpha, \tag{3.10}$$

kde C_{le} je počáteční poddajnost, která je spočtena pro poslední bod lineární části vzestupné větve zatěžovacího diagramu (vzhledem k úpravám popsaným v předchozích sekcích se jedná o druhý bod zatěžovacího diagramu). Po určení *modulu pružnosti* E můžeme přejít k výpočtu *efektivní délky trhliny* a. K tomuto výpočtu je využita hodnota průhybu trámce uprostřed rozpětí d pro každý bod zatěžovacího diagramu. Průhyb d se skládá ze dvou částí. První část d_1 vyjadřuje průhyb trámce, jako by v něm neexistovala trhlina, a d_2, vyjadřující přírůstek průhybu od existence trhliny. V případě, že zanedbáme vlastní tíhu a přidáme člen zohledňující vliv smyku, lze tyto části vyjádřit pomocí vzorců

$$d_1 = \frac{1}{4}\frac{P}{EB}\left(\frac{S}{W}\right)^3 + \frac{1}{2}\frac{\kappa(1+\nu)P}{EB}\frac{S}{W}, \tag{3.11}$$

$$d_2 = \frac{9}{2}\frac{P}{EB}\left(\frac{S}{W}\right)^2 \int_0^{\alpha} \alpha Y(\alpha,\beta)^2 d\alpha. \tag{3.12}$$

K určení hodnoty *efektivní délky trhliny* a se ve výpočtu používá modelu efektivní trhliny dle Nallathambi a Karihaloo [4]. Tento program byl sestaven v Mathcadu. Jeho pomocí byla určena délka efektivní trhliny pro každý bod zatěžovacího diagramu, výpočet probíhal iterační metodou. Segment programu pro výpočet efektivní délky trhliny je zobrazen na obr. 3.16. V tomto segmentu uvedená hodnota d_{1P_j} odpovídá celé části průhybu d_1, uvedené ve vztahu 3.11.

Z výše popsaného postupu je zřejmé, jak byla určena pro jednotlivé body zatěžovací křivky odpovídající délka trhliny. Aby bylo možné sestavit R–a diagram, je dále třeba přiřadit každému bodu odpovídající hodnotu odporu proti šíření trhliny R. Jelikož je známá pro každý bod velikost působící síly P a odpovídající délka trhliny a, vyjádříme tuto hodnotu pomocí *efektivní lomové houževnatosti* K_{Ic}, která odpovídá tahovému namáhání líců trhliny. Lomová houževnatost byla určena ze vztahu

$$K_{\mathrm{Ic}} = \frac{3SP}{2BW^2}\sqrt{a}\,Y(\alpha,\beta)^2, \tag{3.13}$$

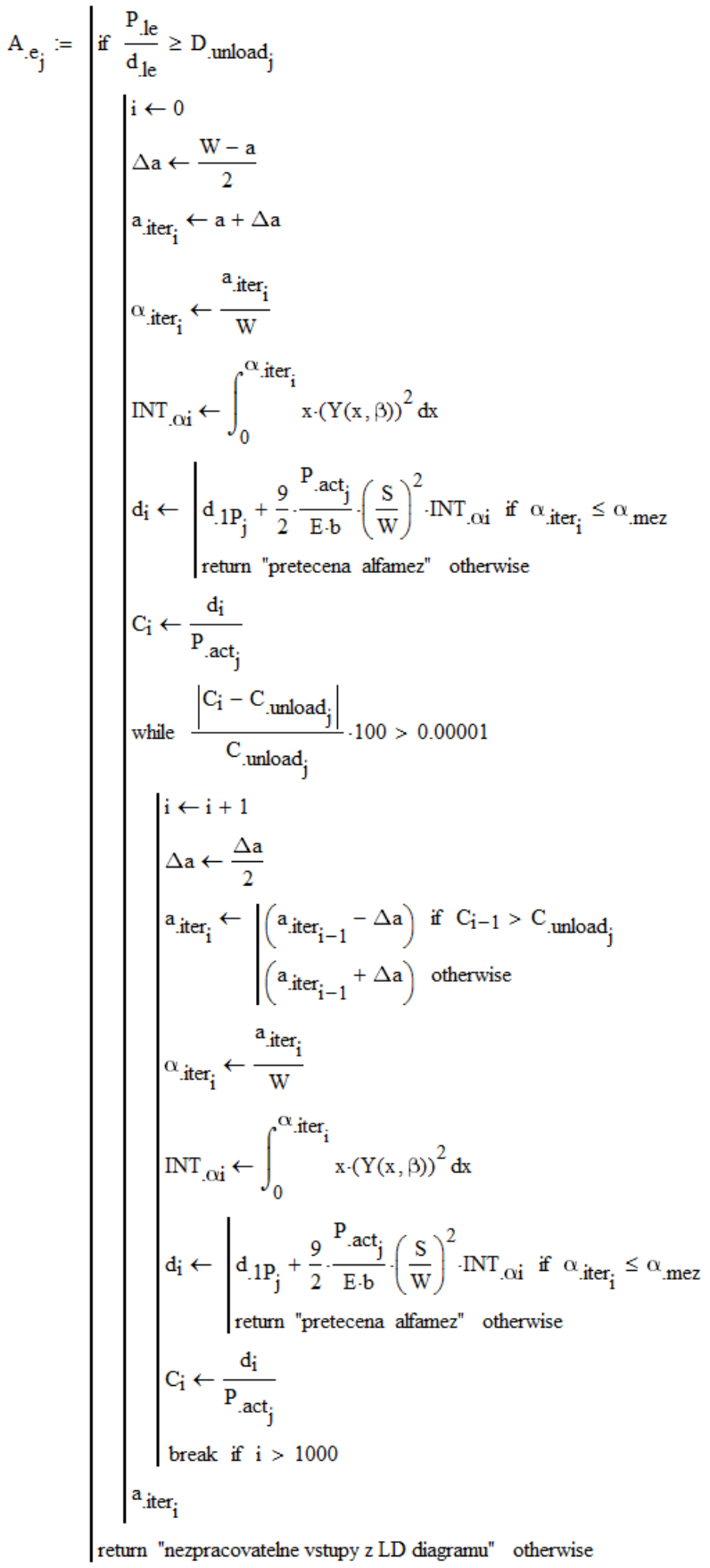
hodnota byla určena pro každou délku zářezu (opět zde byla zanedbána vlastní tíha trámce). Z těchto hodnot bylo dopočteno R

$$R = \frac{K_{\mathrm{Ic}}^2}{E} \tag{3.14}$$

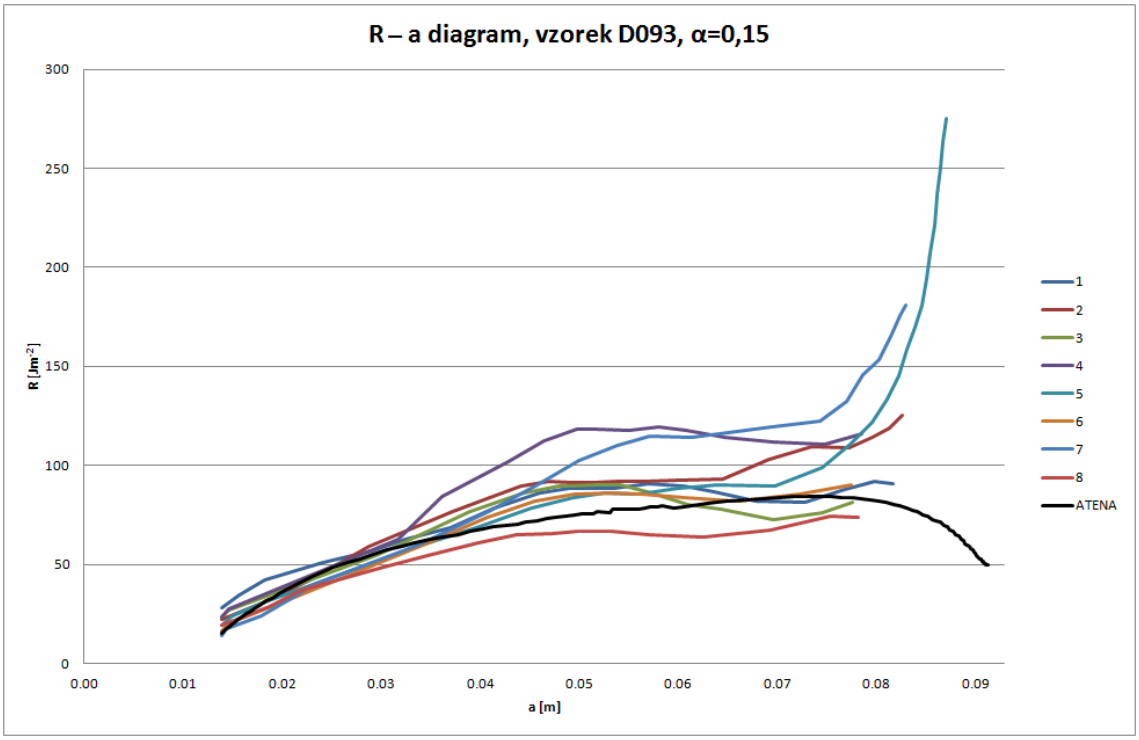
Tímto postupem byl pro každý bod P–d diagramu určen odpovídající bod R–a křivky. Příklad převodu zatěžovacích křivek je vidět na obr. 3.17, v němž jsou vykresleny R–a křivky vzorku D093, α=0,15, jejichž upravené P–d diagramy jsou znázorněny na obr. 3.14. Výsledné R–α diagramy pro všechna měřená tělesa se nacházejí v příloze A.

Jelikož, jak bylo řečeno na začátku této kapitoly, byla zvolena metoda určení tří pevných hodnot odporu proti šíření trhliny R, je zapotřebí provádět i zpětný převod, kterým ze zadaného R–a diagramu získáme odpovídající P–d křivku. Nástroj pro tento převod byl opět vytvořen v programu Mathcad. Obdobně jako u předchozího převodu slouží jako vstupní data jednak R–a diagram a dále veličiny specifikující geometrii testovaného tělesa. Tentokrát je navíc zapotřebí zadat i *modul pružnosti* E. Jeho hodnota byla určena pro každou velikost vzorku a délku zářezu ze vztahu 3.10. Výpočet opět pracuje s funkcí geometrie dle Pastora a kol. [2], uvedenou ve vztazích 3.6 až 3.9. Vzhledem k tomu, že je známá hodnota odporu proti šíření trhliny i její délka, byl proveden výpočet aktuální síly P podle vztahu

$$P = \frac{\sqrt{RE}2BW^2}{3S\sqrt{a}\,Y(\alpha,\beta)} \tag{3.15}$$



Obr. 3.16: Segment programu pro výpočet efektivní délky trhliny a.



Obr. 3.17: R–a diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$.

Po určení aktuální síly je možno dopočítat i odpovídající průhyb d, který se opět skládá ze dvou částí, jejichž odvození bylo provedeno v předchozí kapitole. V tomto případě je průhyb určován bez zahrnutí vlastní tíhy vzorku. Druhý člen rovnice pro výpočet d_1 zohledňuje do výpočtu vliv smyku. První část d_1 se určí ze vztahu 3.11 a d_2 z rovnice 3.12. Jejich součtem získáme celkový průhyb $d = d_1 + d_2$

$$d = \frac{P}{4BE}\left[\frac{S^3}{W^3} + 2\kappa(1+\nu)\frac{S}{W}\right] + \frac{9P}{2BE}\left(\frac{S}{W}\right)^2 \int_0^{\alpha} \alpha Y(\alpha,\beta)^2 d\alpha. \tag{3.16}$$

Pro potřeby kontroly průběhu zatěžovacích diagramů je v nástroji implementována i zjednodušená metoda určení rozevření trhliny $CMOD$, nezahrnující do výpočtu vlastní tíhu. Pro potřeby tohoto výpočtu bylo nutno užít odlišnou funkci geometrie (*Shah* [7] a *Tada* [11]), funkce byla pro výpočet použita ve tvaru

$$Y_{CMOD}(\alpha) = g_{2,5} + (\beta - 2{,}5)\frac{g_4(\alpha) - g_{2,5}(\alpha)}{4 - 2{,}5}, \tag{3.17}$$

$$g_{2,5}(\alpha) = \frac{1{,}73 - 8{,}56\alpha + 31{,}2\alpha^2 - 46{,}3\alpha^3 + 25{,}1\alpha^4}{(1-\alpha)^{3/2}}, \tag{3.18}$$

$$g_4(\alpha) = 0{,}76 - 2{,}28\alpha + 3{,}87\alpha^2 - 2{,}04\alpha^3 + \frac{0{,}66}{(1-\alpha)^2}. \tag{3.19}$$

Nyní je možno pro všechny body R–a diagramu, pro které již byla určena zatěžující síla P, dopočítat i hodnotu rozevření trhliny $CMOD$ pomocí vztahu

$$CMOD = \frac{6SP}{EBW^2}\, a\, Y_{CMOD}(\alpha). \tag{3.20}$$

Tato metoda nebyla v práci dále využita, protože se zde užívají výpočty z P–d a R–a diagramů. Je zde uvedena jako relevantní pro doplnění zpracovávaného tématu.

Tímto nástrojem byly určeny pro P–d diagramy odpovídající R–a křivky, ze kterých bude dále určována *lomová práce*. Zároveň lze z určených hodnot odporu proti šíření trhliny R a z délek trhlin zvolených tak, že prochází přes celé těleso, dopočítat sestupnou větev P–d diagramu.

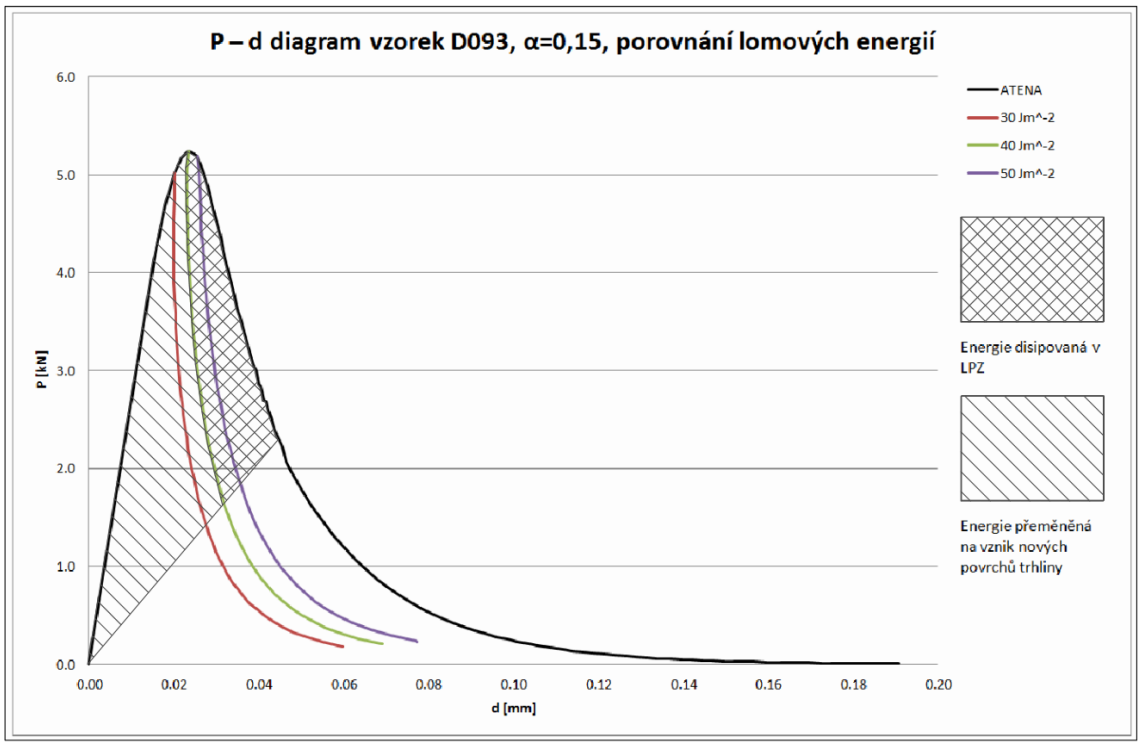
3.1.5 Vyhodnocení zatěžovacích křivek, určení lomových parametrů

Výše popsanými úpravami byly zpracovány všechny zatěžovací křivky získané z numerických modelů. Pro ověření správnosti těchto úprav byly provedeny i přepočty pro experimentálně získané zatěžovací křivky. Opět byl kladen důraz na ověření „středního“ průběhu křivek získaných z numerické simulace vůči křivkám z experimentálních měření. Toto je znázorněno například na obr. 3.17.

Ze získaných křivek nyní bude určena lomová práce $\mathcal{W}_{\mathrm{f}}$, jako obsah plochy pod křivkou. Tuto práci lze rozdělit na dvě části. Jedna část připadá na křehký lom, při kterém nevzniká lomová procesní zóna a všechna energie je přeměněna na vznik nových povrchů trhliny $\mathcal{W}_{\mathrm{f,b}}$. Druhá část se disipuje v lomové procesní zóně $\mathcal{W}_{\mathrm{f,fpz}}$. Toto rozdělení je graficky znázorněno na P–d diagramu vzorku velikosti D093, $\alpha = 0{,}15$ v obr. 3.18. Barevnými čarami jsou zde znázorněny sestupné větve určené pomocí nástrojů lineární elastické lomové mechaniky pro hodnoty odporu proti šíření trhliny $R = 30; 40; 50$ Jm^{-2}. Tato větev představuje křehký lom, při kterém nevzniká lomová procesní zóna a veškerá energie se přeměňuje na vznik nových povrchů trhliny. Tato energie je v grafu zobrazena jednostrannou šrafou. Černou čarou je vykreslena P–d odezva z numerického modelu, která představuje kvazikřehký lom. Plocha mezi těmito křivkami představuje energii disipovanou v lomové procesní zóně, je zde znázorněna oboustrannou šrafou. Pro určení těchto ploch byl použit *Heronův vzorec*.

Je to vzorec pro výpočet obsahu obecného trojúhelníka z polohy jeho vrcholů zadaných v *kartézské soustavě souřadnic*. V tomto případě jsou tyto trojúhelníky tvořeny vždy počátkem souřadné soustavy a dvěma po sobě jdoucími body zatěžovacího diagramu. Heronův vzorec je použit ve tvaru

$$\mathcal{W}_{\mathrm{f},i} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}B, \tag{3.21}$$



Obr. 3.18: P–d diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, porovnání lomových energií.

kde $\mathcal{W}_{\mathrm{f},i}$ značí lomovou práci $i$tého trojúhelníka, B je tloušťka trámce a s je polovina obvodu trojúhelníka, která se vyjádří jako

$$s = \frac{a+b+c}{2}, \tag{3.22}$$

kde a, b a c jsou délky stran trojúhelníka, které jsou spočteny z bodů zatěžovacího diagramu. Pokud bude jeden z vrcholů vždy v počátku, je možno vztahy pro výpočet délek stran zapsat ve tvaru

$$a = \sqrt{P_i^2 + d_i^2}, \tag{3.23}$$

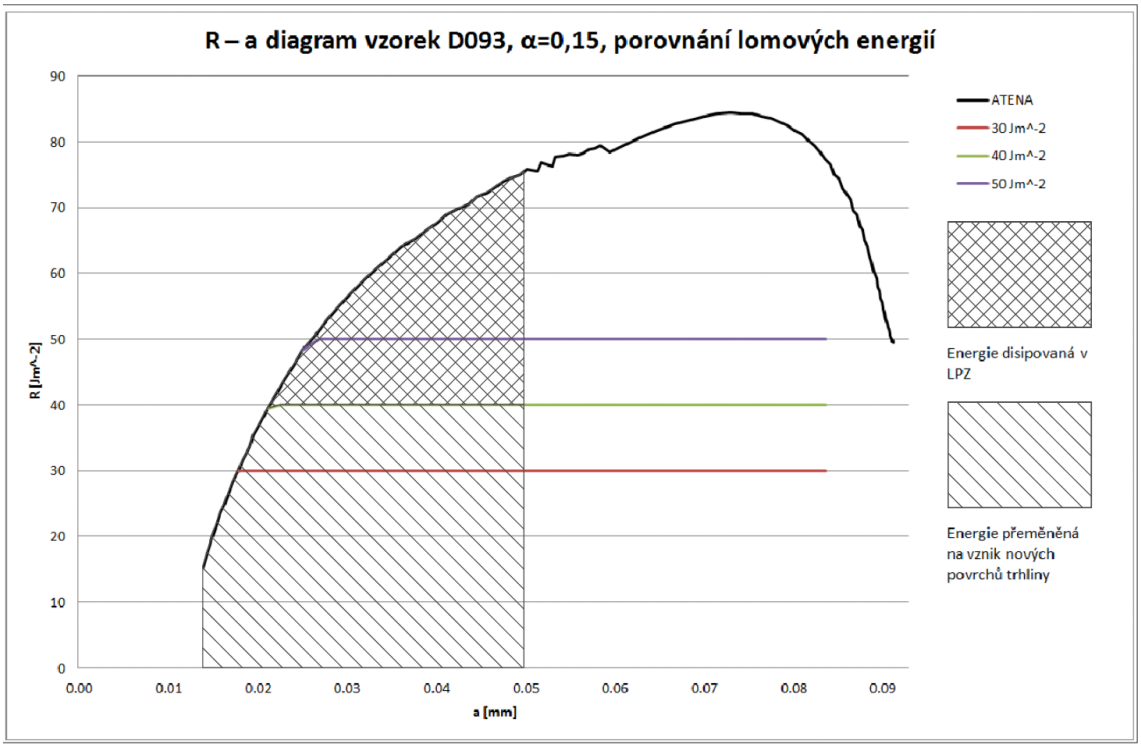
$$b = \sqrt{(P_{i+1} - P_i)^2 + (d_{i+1} + d_i)^2}, \tag{3.24}$$

$$c = \sqrt{P_{i+1}^2 + d_{i+1}^2}. \tag{3.25}$$

Celková lomová práce se potom vyjádří jako součet ploch trojúhelníků

$$\mathcal{W}_{\mathrm{f}} = \sum_{i=1} \mathcal{W}_{\mathrm{f},i}. \tag{3.26}$$

Stejným způsobem, jakým byla lomová energie určena z P–d diagramu, lze ji vyjádřit i z R–a křivky, jak je zobrazeno na obr. 3.19. Křivka značená černou barvou



Obr. 3.19: R–a diagram, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$, porovnání lomových energií.

představuje kvazikřehký lom z numerického modelu. Barevně jsou značeny křivky odpovídající křehkému lomu pro konstantní hodnotu odporu proti šíření trhliny R = 30; 40; 50 Jm^{-2}. Je zde dobře vidět, že tyto křivky nebyly dopočítány až do plného porušení tělesa, ale jen do relativní délky trhliny $\alpha = 0{,}9$. Tato hodnota byla zvolena z důvodu, že pro větší délky zářezu již roste chyba funkce geometrie a získané výsledky byly nepřesné. Obdobně jako u P–d diagramu je zde jednostranně vyšrafovaná plocha představující energii přeměněnou na vznik nových povrchů trhliny, což je způsob přeměny energie u křehkých materiálů. Křížem šrafovaná plocha znázorňuje energii disipovanou v lomové procesní zóně, tedy mechanismus porušení u kvazikřehkých materiálů.

Z tohoto diagramu se lomová energie pro kvazikřehký lom určí jako obsah lichoběžníka, vynásobeného tloušťkou trámce B

$$\mathcal{W}_{\mathrm{f},i} = \frac{R_i + R_{i+1}}{2}(a_{i+1} - a_i)B. \tag{3.27}$$

Díky konstantnímu odporu proti šíření trhliny se lomová práce pro křehký lom

vyjádří jako obsah obdélníka, opět vynásobeného tloušťkou trámce

$$\mathcal{W}_{\mathrm{f},i} = R(a_{i+1} - a_i)B. \tag{3.28}$$

Celková lomová energie pro křehký i kvazikřehký se opět vyjádří jako součet jednotlivých ploch

$$\mathcal{W}_{\mathrm{f}} = \sum_{i=1} \mathcal{W}_{\mathrm{f},i}. \tag{3.29}$$

Jelikož, jak bylo zmíněno výše, lze lomovou práci určit jak z P–d, tak z R–a křivky, bylo provedeno srovnání těchto dvou variant. Bylo ověřeno, že výsledky získané z obou křivek jsou shodné s požadovanou přesností ($\pm$ 5%). Vzhledem k tomu, že výsledky získané z R–a křivky dávají lepší představu o aktuální délce trhliny při výpočtu, byly vybrány pro vyhodnocení kumulativní energie přeměněné na vznik nových povrchů a disipované v lomové procesní zóně během růstu trhliny. Tuto energii vyjádříme nejprve pro jednotlivé přírůstky trhliny Δa ze vztahu

$$\mathcal{W}_{f,i} = \frac{\mathcal{W}_{f,i} + \mathcal{W}_{f,i\text{-}1}}{2}(a_i - a_{i-1})B \tag{3.30}$$

a následně provedeme součet jednotlivých dílčích částí

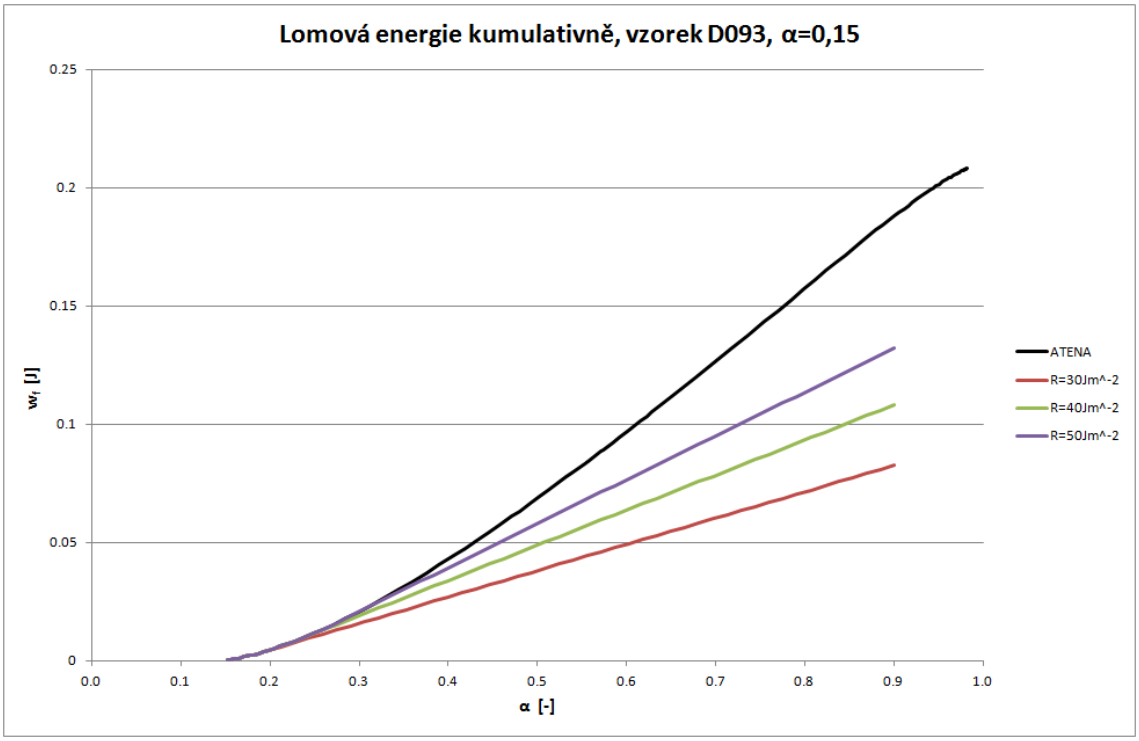
$$\mathcal{W}_f = \sum_{i=1} \mathcal{W}_{f,i}. \tag{3.31}$$

Takto určená energie je zobrazena na obr. 3.20. Jednotlivé barevné křivky představují energii přeměněnou na vznik nových povrchů trhliny pro zvolenou hodnotu R. Svislá vzdálenost mezi danou křivkou pro křehký lom a černou čárou představující kvazikřehký lom určuje množství energie přeměněné během lomového procesu od jeho počátku až po zvolenou délku trhliny.

Tento rozklad energie na část přeměněnou na vznik nových povrchů trhliny $\mathcal{W}_{\mathrm{f,b}}$ a část disipovanou v lomové procesní zóně $\mathcal{W}_{\mathrm{f,fpz}}$ byl proveden pro všechny velikosti těles a délky zářezů.

3.1.6 Určení velikosti a tvaru lomové procesní zóny

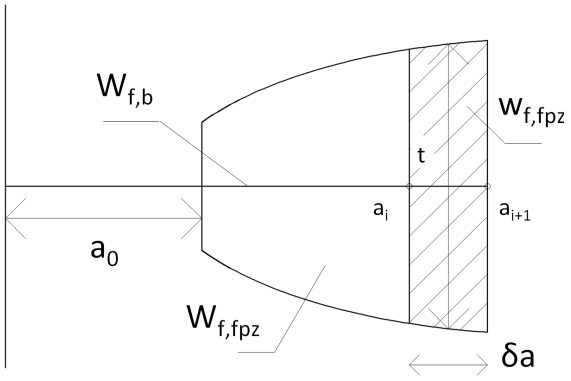
Nyní můžeme přistoupit k určení paramterů lomové procesní zóny. Aby bylo možno určit tvar a velikost zóny, byla přijata určitá zjednodušení, která umožňují složité děje v ní probíhající snáze popsat. Především se jedná o předpoklad konstantní *hustoty disipace* energie v objemu lomové procesní zóny. Tato hodnota je dále použita



Obr. 3.20: Lomová energie kumulativně, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$.

pod označením H_f a udává množství lomové energie disipované v jednotce objemu betonového trámce [Jm^{-3}]. Dalším předpokladem je, že se energie disipuje konstantní hodnotou po celé tloušťce trámce. Tento předpoklad umožňuje řešit lomovou procesní zónu nikoliv jako prostorový objekt, ale zjednodušeně jako rovinnou oblast. Posledním zjednodušením je předpoklad, že při růstu trhliny o δa ($\delta a = a_{i+1} - a_i$, viz obr. 3.21) se energie, která se při tomto růstu přeměnila, všechna disipovala pouze v pásu, jehož šířka je funkcí jejího přírůstku δa. Při předpokladu konstantní hodnoty disipace energie v objemu lomové procesní zóny v betonu, tedy odpovídá množství energie ploše tohoto pásu označené $w_{\mathrm{f,fpz}}$ a celková energie disipovaná v LPZ je označena $\mathcal{W}_{\mathrm{f,fpz}}$. Toto je graficky znázorněno na obr. 3.21, který znázorňuje čelní pohled na část trámce s prodlužující se trhlinou.

V předchozí části byla disipovaná energie rozdělena na část připadající na křehký lom a procesy zhouževnatění v LPZ, nyní toto rozdělení využijeme pro určení parametrů lomové procesní zóny. Pracovali jsme se třemi hladinami odporu proti šíření trhliny R, jelikož se tyto ukázaly spíše jako nadhodnocené, byla pro určení parametrů použita nejnižší hladina, a to $R = 30$ Jm^{-2}. Prvním krokem je určení přesného množství energie disipované v lomové procesní zóně pro jednotlivé přírůstky δa. Abychom mohli určit velikost a tvar lomové procesní zóny až do úplného porušení tělesa, bylo přistoupeno k analytickému řešení, pomocí kterého byla určena plocha



Obr. 3.21: Disipace energie v trámci.

mezi křivkami představujícími křehký a kvazikřehký lom (viz obr. 3.22).

Pro křivku odpovídající celkové disipované energii byla nalezena rovnice regrese v polynomickém tvaru, pro všechny vyšetřované vzorky se jednalo o polynom třetího až pátého stupně. Křivka odpovídající energii přeměněné při křehkém lomu byla rozdělena na dvě části. Jelikož z důvodu nadhodnocení hladiny R, neměly všechny křivky tuto hodnotu konstantní po celé délce trhliny, ale u některých vzorků byl počátek křivky souběžný s R-křivkou kvazikřehkého lomu (postupně rostla hodnota R až do stanovené hodnoty souběžně s prodlužováním trhliny, viz obr. 3.19), byla použita pouze část křivky, která byla lineární. Pro tuto část byla tedy zvolena rovnice regrese v lineárním tvaru. Graficky je tento krok znázorněn na obr. 3.22, včetně nalezených funkcí regrese pro vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$. Nyní získáme křivku vyjadřující kumulativní množství energie disipované v lomové procesní zóně odečtením zvolené lineární funkce od polynomické, což je na obr. 3.22 znázorněno zelenou křivkou.

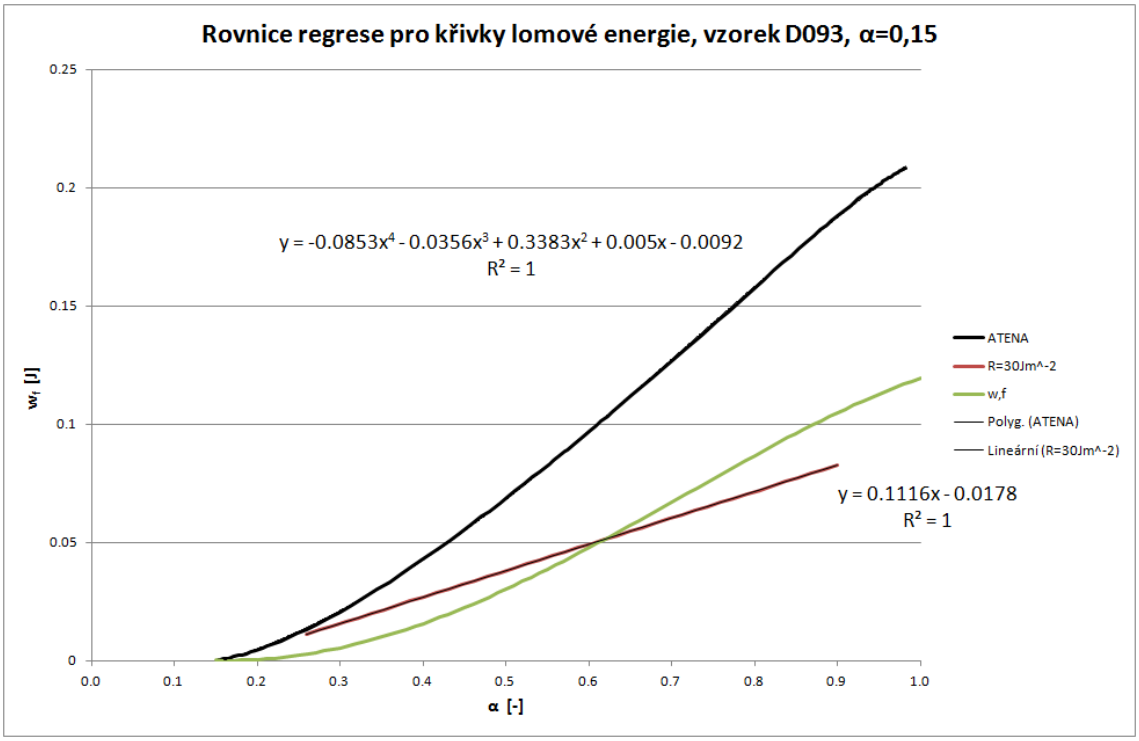
Nyní určíme šířku pásu t (viz obr. 3.21), ve kterém se disipuje energie při prodloužení trhliny o δa. Prvním krokem k tomuto určení bude derivace polynomické funkce energie disipované v lomovém procesní zóně podle délky trhliny a dle vztahu

$$w_{\mathrm{f,fpz}} = \frac{\mathrm{d}\mathcal{W}_{\mathrm{f,fpz}}}{\mathrm{d}a}. \tag{3.32}$$

Jak již bylo řečeno výše, při určování šířky pásu budeme vycházet z hustoty disipované energie H_{f}. Tato hustota se určí ze vztahu

$$H_{\mathrm{f}} = \frac{w_{\mathrm{f},i}}{Bt_i}. \tag{3.33}$$

Vzhledem k tomu, že neznáme délku pásu, v němž se energie při prodloužení trhliny disipovala, byl proveden odhad maximální šířky lomové procesní zóny. Pro největší vzorek D500, jehož rozměry jsou délka $L = 1200$ mm a výška $W = 500$ mm, byla



Obr. 3.22: Rovnice regrese pro křivky lomové energie, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$.

odhadnuta maximální šířka lomové procesní zóny $t = 200$ mm, pro kterou vychází hustota disipované energie $H_\mathrm{f} = 2000\ \mathrm{Jm}^{-3}$. Pomocí úpravy vztahu 3.35 jsme získali rovnici

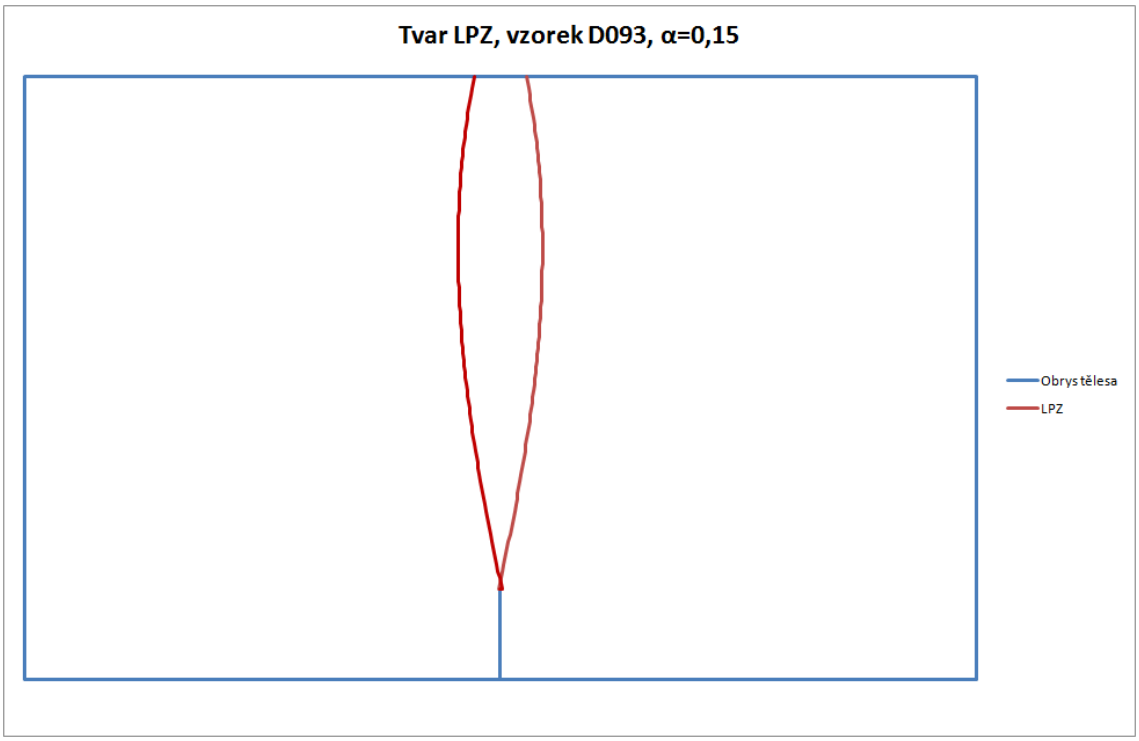
$$t_i = \frac{w_{\mathrm{f},i}}{BH_\mathrm{f}}, \tag{3.34}$$

jejíž pomocí můžeme dopočítat šířku lomové procesní zóny pro každý přírůstek trhliny δa. Kumulativní určení velikosti a tvaru lomové procesní zóny pro vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$ a hustotu disipované energie $H_\mathrm{f} = 2000\ \mathrm{Jm}^{-3}$ je znázorněn na obr. 3.23.

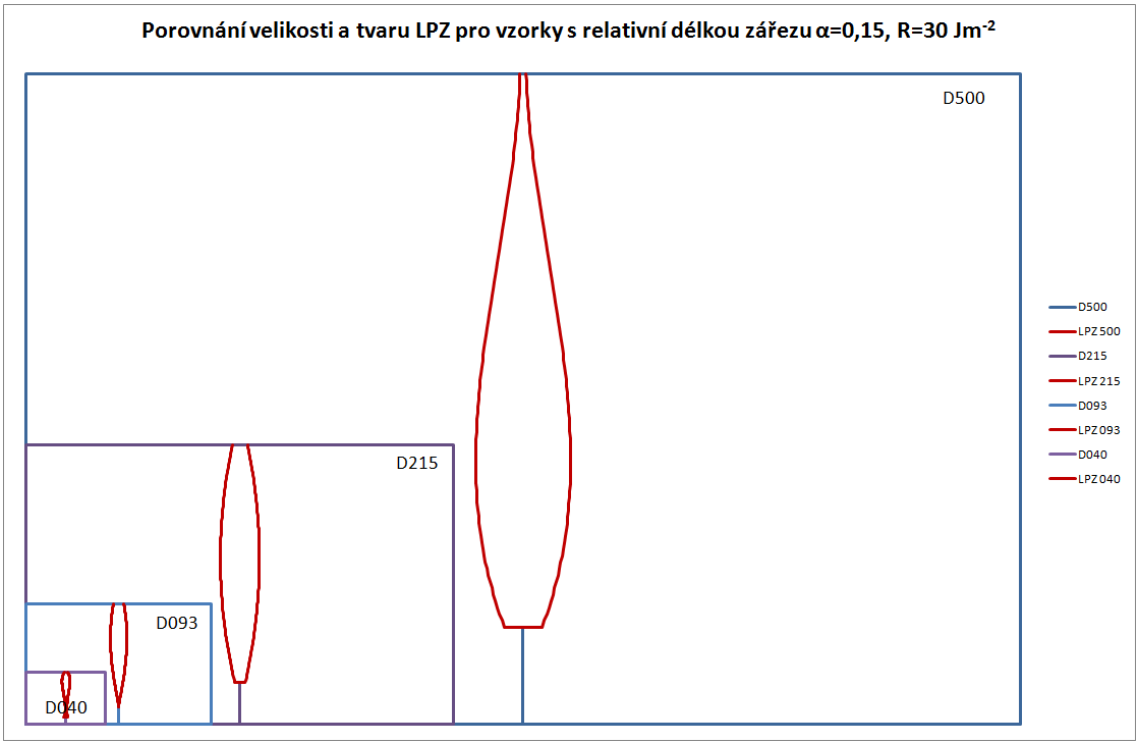
Zkreslení lomové procesní zóny v těsné blízkosti iniciačního zářezu je způsobeno výše uvedeným nadhodnocením hodnoty odporu proti šíření trhliny.

Toto zkreslení se projevilo zejména u dvou menších vzorků. Porovnání tvarů a velikostí LPZ se shodným nastavením lomových parametrů a relativní délkou zářezu $\alpha = 0{,}15$ je znázorněno na obr. 3.24. Porovnání tvaru a velikosti LPZ pro relativní délky zářezu $\alpha = 0{,}075; 0{,}15; 0{,}30$ je znázorněno na obr. 3.25. Obdobně jako u menších vzorků se i u zmenšující délky iniciačního zářezu projevuje nadhodnocení R, které deformuje počátek obrysu LPZ.

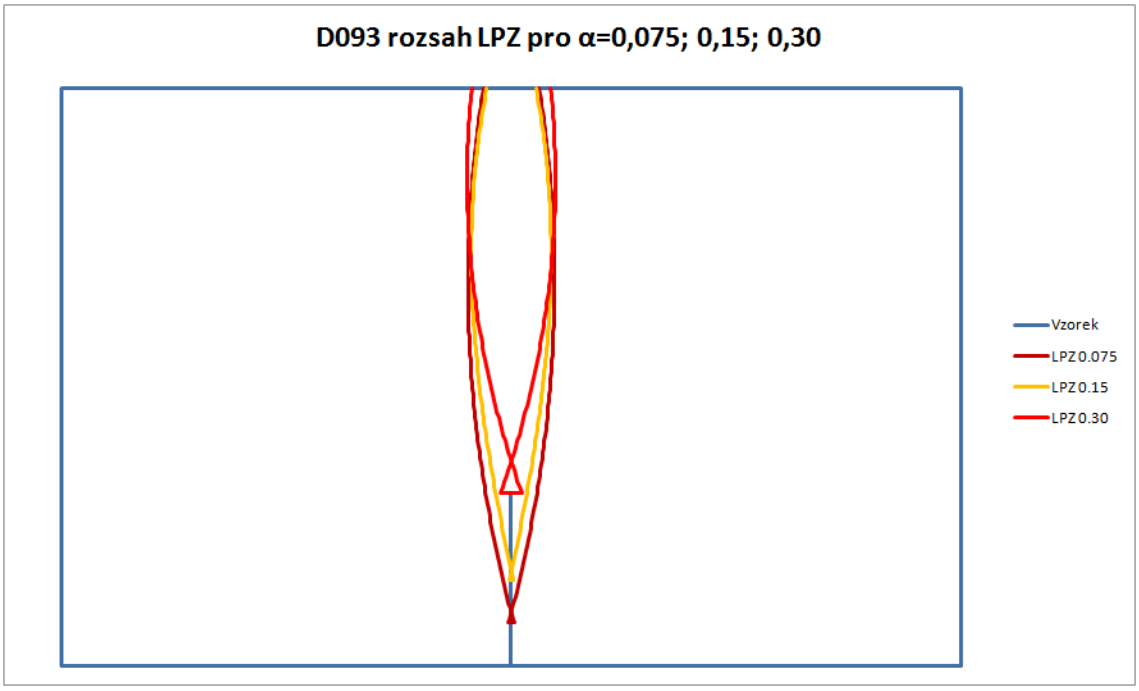
Znázornění LPZ bylo provedeno pro všechny velikosti a délky zářezu, hodnota odporu proti šíření trhliny byla vybrána $R = 30\ \mathrm{Jm}^{-2}$ a hustota disipační energie $H_\mathrm{f} = 2000\ \mathrm{Jm}^{-3}$.



Obr. 3.23: Tvar LPZ, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$.



Obr. 3.24: Tvar LPZ, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$.



Obr. 3.25: Tvar LPZ, vzorek D093, $\alpha = 0{,}15$.

4 ROZBOR A DISKUZE VÝSLEDKŮ

4.1 Aproximace a rekonstrukce zatěžovacích diagramů

Na začátku třetí kapitoly této práce nazvané Zpracování experimentálně naměřených dat bylo nejprve vysvětleno, jakým způsobem byly pomocí programu GTDiPS upravovány experimentálně naměřené zatěžovací křivky, *P–CMOD* diagramy. Takto upravené zatěžovací křivky byly dále využity k hledání „průměrného“ průběhu numerických modelů vytvořených v programu ATENA, jejichž sestavení bylo popsáno v další části nazvané Rekonstrukce testů tříbodově ohýbaných trámců se zářezem pomocí numerického modelu. V této části bylo řečeno, že k hledání „průměrného“ průběhu křivek bylo upravováno několik parametrů. Nastavení jednotlivých parametrů je znázorněno v tabulce 4.1.

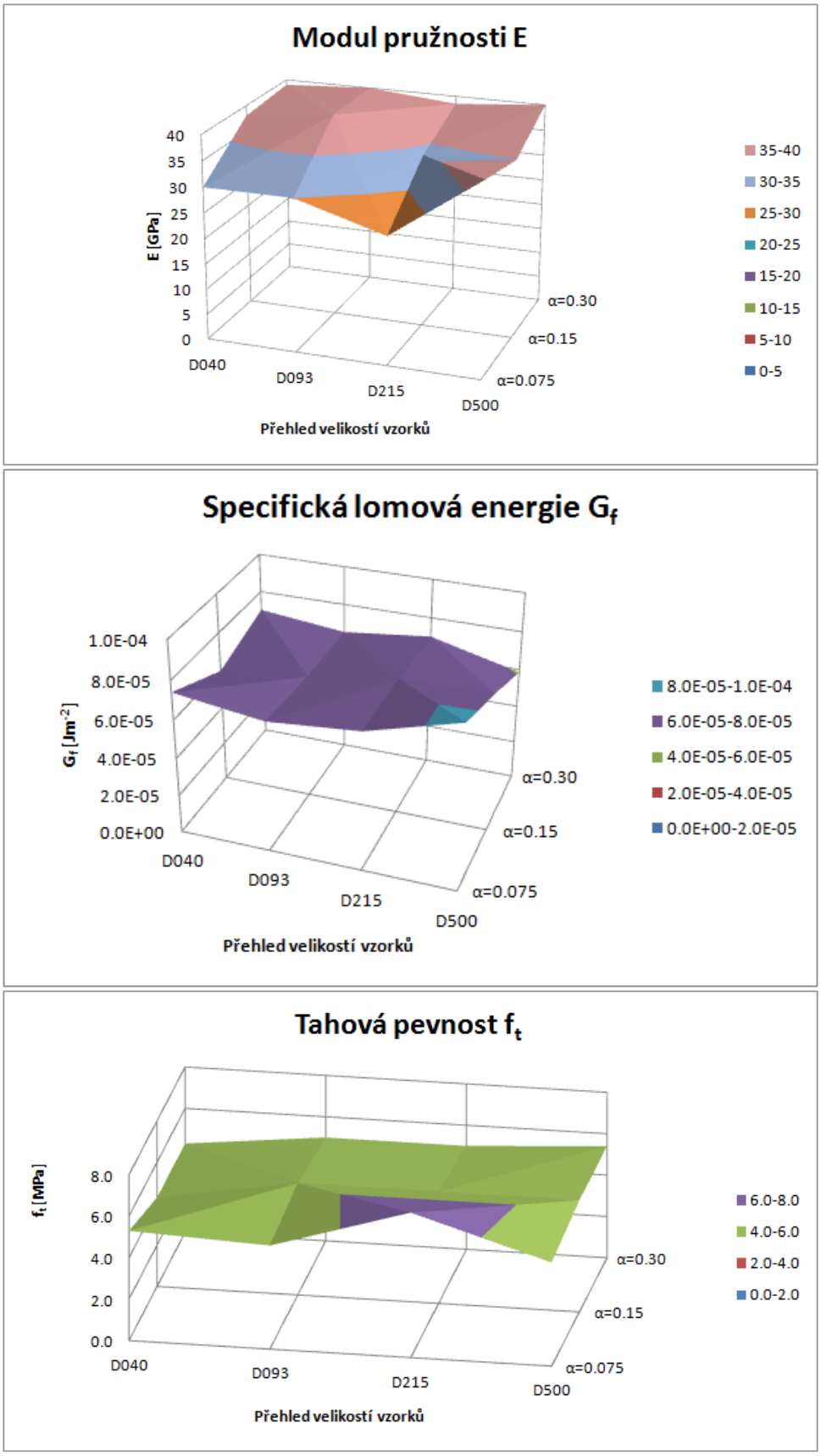
Tab. 4.1: Nastavení parametrů numerického modelu

Ozn. vzorku	Parametr		$\alpha = 0,075$	$\alpha = 0,15$	$\alpha = 0,30$
D040	E	[GPa]	30,0	38,0	39,0
	f_t	[MPa]	5,3	4,3	4,3
	G_f	[Jm^{-2}]	74,0	60,0	70,0
D093	E	[GPa]	30,0	40,0	40,0
	f_t	[MPa]	5,0	5,4	4,0
	G_f	[Jm^{-2}]	68,0	65,0	65,0
D215	E	[GPa]	25,0	34,0	38,5
	f_t	[MPa]	7,0	5,4	5,0
	G_f	[Jm^{-2}]	72,0	72,0	70,0
D500	E	[GPa]	37,5	35,0	40,0
	f_t	[MPa]	5,0	5,4	5,4
	G_f	[Jm^{-2}]	85,0	72,5	5,85

Jednotlivé parametry značí:

- modul pružnosti E,
- pevnost v tahu f_t,
- specifická lomová energie G_f.

Pro lepší přehlednost jsou hodnoty jednotlivých veličin zobrazeny v prostorovém grafu na obr. 4.1. Dalšími parametry, které byly nastaveny pro všechny modely



Obr. 4.1: Nastavení parametrů numerického modelu.

stejnou hodnotou, jsou pevnost v tlaku na krychli f_{cu} = 55,6 MPa a součinitel fixovaného modelu trhlin, jehož hodnota byla stanovena na 0,5.

Z parametrů bohužel nejsou patrné žádné bližší vztahy, které by naznačovaly vazby jednotlivých veličin na velikost vzorku, případně délku zářezu. Hodnota modulu pružnosti se pohybovala v rozmezí 30 až 40 GPa, tahová pevnost 4 až 7 MPa a specifická lomová energie 58,5 až 85,0 Jm^{-2}.

Dále byly upraveny *P–d* diagramy obdobně jako *P–CMOD* diagramy nejdříve programem GTDiPS a následně byla upravena vzestupná větev zetěžovacích křivek podle numerických modelů z ATENY. Jako poslední krok úprav zatěžovacích křivek byla doplněna sestupná část diagramu pomocí vztahu *d–CMOD*.

4.2 Vyhodnocení lomových parametrů nástroji lineární elastické lomové mechaniky

Nejprve byla v programu Mathcad naprogramována procedura, která pomocí nástrojů lineární elastické lomové mechaniky provádí převody mezi zatěžovacími křivkami *P–d* a *R–a* (případně *R–a* a *P–CMOD*). Tímto nástrojem byly určeny *R–a* křivky experimentálně naměřených dat a *P–d* diagramy odpovídající stanoveným hladinám odporu proti šíření trhliny R, představující křehký lom. Jak již bylo v předchozí kapitole řečeno, lomová práce se určí jako plocha pod výše uvedenými zatěžovacími křivkami, a je možno jí rozdělit na část připadající na křehký lom, která se přemění na vznik nových povrchů trhliny, a část která se disipuje v lomové procesní zóně. V části nazvané Vyhodnocení zatěžovacích křivek, určení lomových parametrů, bylo vysvětleno, jakým způsobem tyto plochy určit, také zde bylo uvedeno, že bylo dosaženo požadované shody mezi výsledky získanými z *P–d* a *R–a* diagramů. V tabulce 4.2 až 4.4 jsou uvedeny konkrétní hodnoty lomové práce $\mathcal{W}_{\mathrm{f}}$ získané při tomto srovnání.

Z uvedených výsledků je patrné, že s rostoucí velikostí vzorku je třeba dodat více energie, aby došlo k rozlomení trámce. Tento trend nastává i s klesající délkou iniciačního zářezu, což jsou výsledky, které potvrzují vykreslené plochy lomových procesních zón (viz obr. 4.2, 4.3 a 4.4) z části Určení velikosti a tvaru lomové procesní zóny, jejichž plocha reprezentuje množství energie disipované v procení zóně.

4.3 Vyhodnocení parametrů lomové procesní zóny

V poslední části třetí kapitoly, nazvané Určení velikosti a tvaru lomové procesní zóny, bylo vysvětleno, jakým způsobem bude z grafu kumulativní energie $\mathcal{W}_{\mathrm{f}}$ určován rozsah a tvar lomové procesní zóny. K tomuto vyhodnocení jsou užity tři parametry,

Tab. 4.2: Porovnání lomové práce $\mathcal{W}_\mathrm{f}$ [J], vzorky se zářezem délky $\alpha = 0{,}075$

Vst. diagram	Křivka	D040	D093	D215	D500
P–d	ATENA	0,1022	0,2364	0,5361	1,3946
	30 Jm^{-2}	0,0381	0,0917	0,2126	0,5077
	40 Jm^{-2}	0,0493	0,1198	0,2822	0,6719
	50 Jm^{-2}	0,0598	0,1476	0,3507	0,8324
R–a	ATENA	0,1024	0,2372	0,5252	1,4162
	30 Jm^{-2}	0,0380	0,0912	0,2125	0,4945
	40 Jm^{-2}	0,0493	0,1201	0,2822	0,6570
	50 Jm^{-2}	0,0599	0,1473	0,3506	0,8167

Tab. 4.3: Porovnání lomové práce $\mathcal{W}_\mathrm{f}$ [J], vzorky se zářezem délky $\alpha = 0{,}15$

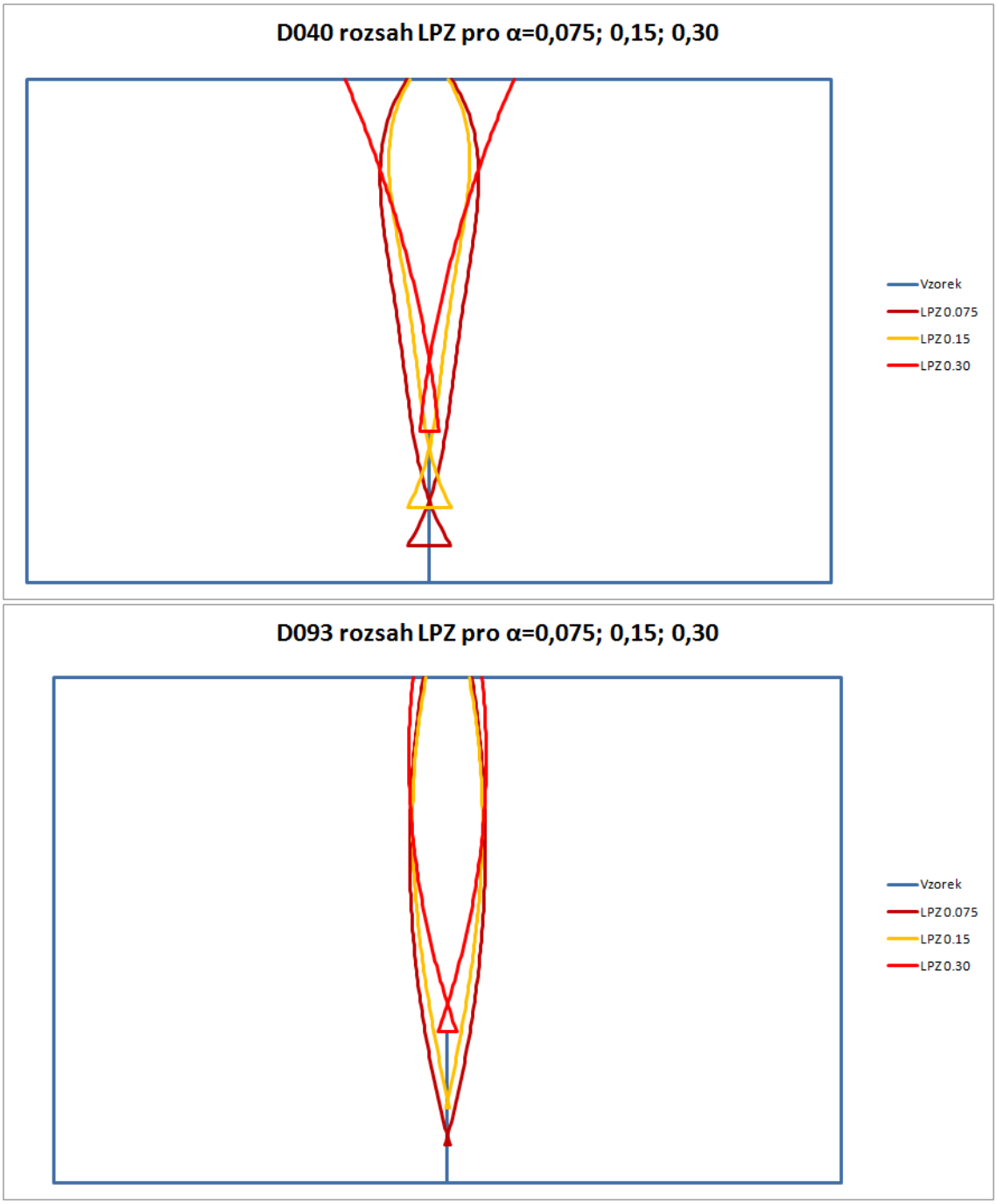
Vst. diagram	Křivka	D040	D093	D215	D500
P–d	ATENA	0,0796	0,2072	0,5023	1,0446
	30 Jm^{-2}	0,0336	0,0826	0,1950	0,4502
	40 Jm^{-2}	0,0432	0,1083	0,2574	0,6003
	50 Jm^{-2}	0,0513	0,1322	0,3190	0,7504
R–a	ATENA	0,0798	0,2082	0,5083	1,0673
	30 Jm^{-2}	0,0336	0,0826	0,1935	0,4500
	40 Jm^{-2}	0,0432	0,1082	0,2573	0,6000
	50 Jm^{-2}	0,0513	0,1323	0,3192	0,7493

Tab. 4.4: Porovnání lomové práce $\mathcal{W}_\mathrm{f}$ [J], vzorky se zářezem délky $\alpha = 0{,}30$

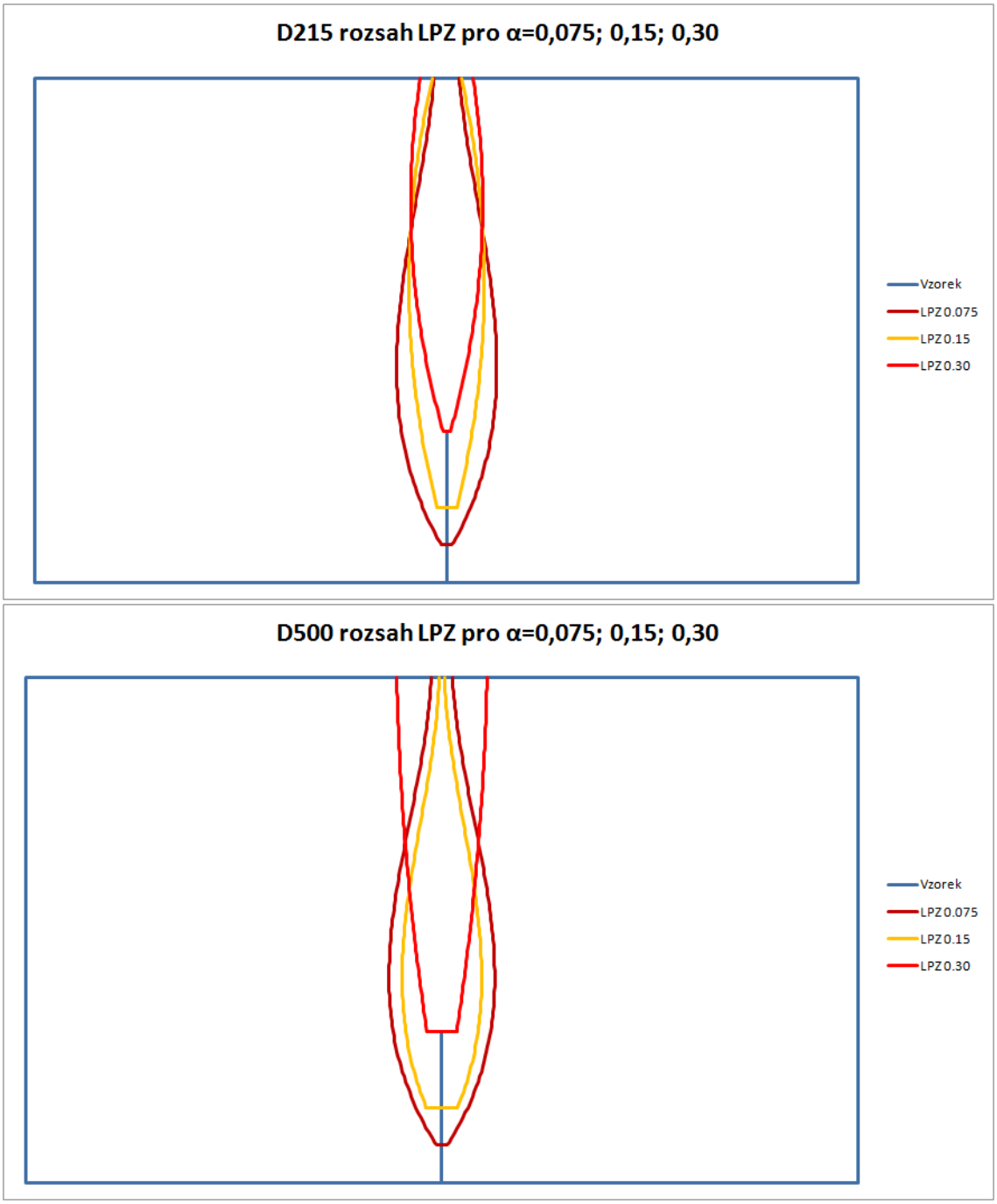
Vst. diagram	Křivka	D040	D093	D215	D500
P–d	ATENA	0,0733	0,1714	0,3954	0,9432
	30 Jm^{-2}	0,0281	0,0651	0,1530	0,3601
	40 Jm^{-2}	0,0334	0,0848	0,2024	0,4802
	50 Jm^{-2}	0,0392	0,1029	0,2498	0,5971
R–a	ATENA	0,0735	0,1723	0,4020	0,9991
	30 Jm^{-2}	0,0265	0,0651	0,1530	0,3600
	40 Jm^{-2}	0,0334	0,0848	0,2025	0,4800
	50 Jm^{-2}	0,0392	0,1030	0,2502	0,5995

a to hustota disipace energie H_{f}, šířka pásu pro disipaci energie kolmého na směr trhliny označený jako t a hodnota odporu proti šíření trhliny R, která určuje poměr, v jakém bude enerie rozdělena na část přeměněnou na vznik nových povrchů a disipovanou v lomové procesní zóně. Pomocí těchto parametrů byl určen tvar i velikost lomové procesní zóny pro všechny velikosti trámců a délky zářezů.

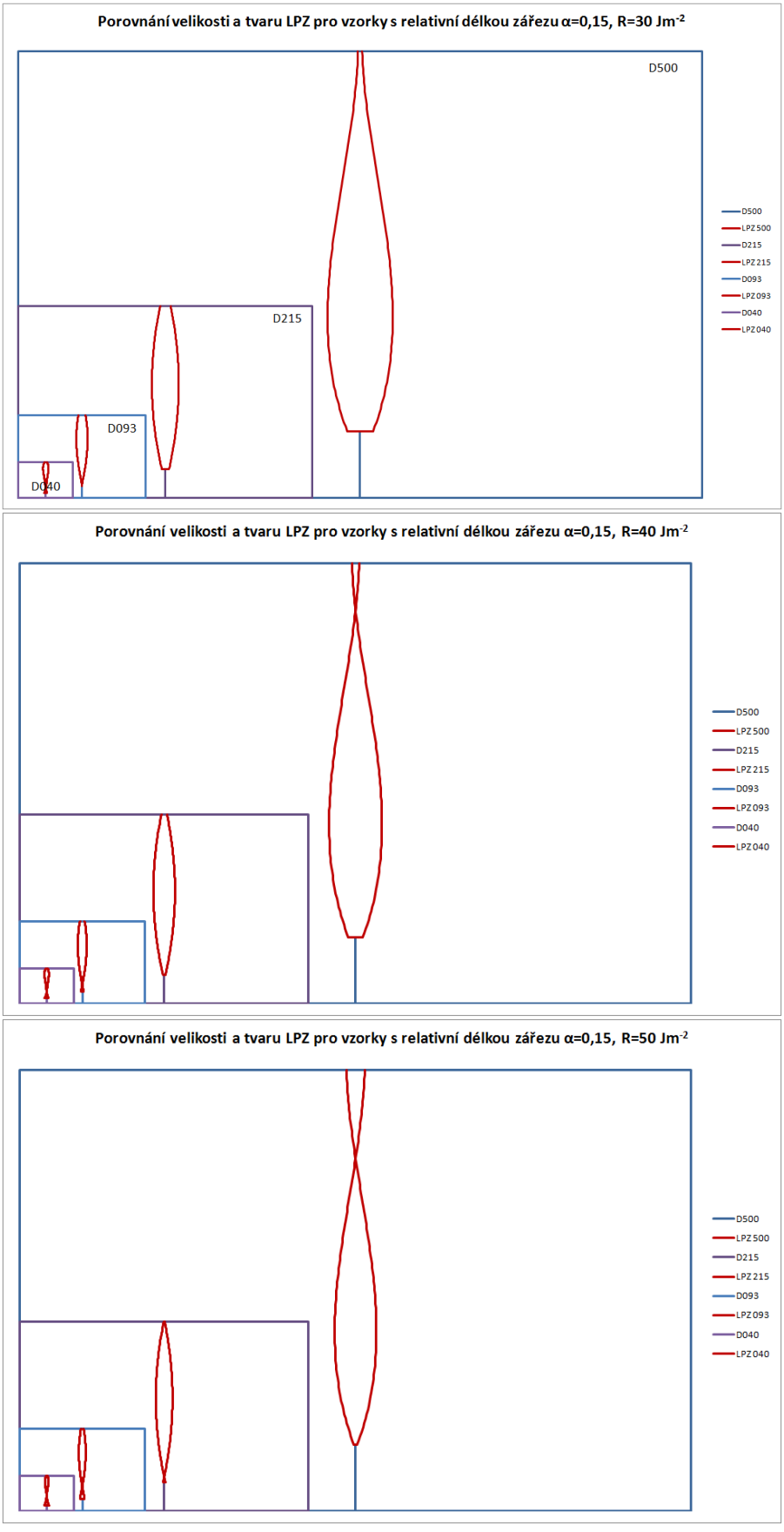
Tvary jednotlivých zón pro $R = 30$ Jm^{-2} jsou zobrazeny na obr 4.2 a 4.3. Tvary jednotlivých zón pro $R = 30; 40; 50$ Jm^{-2}, avšak konstantní délku zářezu $\alpha = 0{,}15$ jsou zobrazeny na obr 4.4. Bohužel se u menších trámců a některých krátkých zářezů projevila výše uvedená chyba na počátku LPZ způsobená příliš vysokou hodnotou R. Ve dvou případech, a to u trámce velikosti D040, délka zářezu $\alpha = 0{,}30$, a D500, délka zářezu $\alpha = 0{,}30$, se projevila chyba v numerickém modelu, u kterého byla sestupná větev tvořena nízkým počtem bodů, což se projevilo špatně zobrazenou LPZ, která má tendenci neustále se rozšiřovat s rostoucí délkou trhliny.



Obr. 4.2: Zobrazení LPZ všech relativních délek zářezu pro trámce D040, D093.



Obr. 4.3: Zobrazení LPZ všech relativních délek zářezu pro trámce D215, D500.



Obr. 4.4: Zobrazení LPZ relativní délky zářezu $\alpha = 0{,}15$ pro všechny trámce, $R = 30; 40; 50$ Jm^{-2}.

5 ZÁVĚR

Cíle práce, jež byly popsány v první kapitole, byly splněny a jejich dosažení je okomentováno na následujících řádcích.

- V teoretické části se podařilo shrnout použité relevantní modely porušování kvazikřehkých materiálů, jež byly dále aplikovány pro určení lomových parametrů kvazikřehkých materiálů, včetně určení rozsahu a tvaru lomové procesní zóny.
- Všechny experimentálně získané křivky byly upraveny pro další zpracování pomocí aplikace GTDiPS a zároveň byly provedeny další dílčí úpravy (např. úprava poddajnosti vzestupné větve P–d diagramu) k dosažení „optimálního“ průběhu zatěžovacích diagramů k dalšímu zpracování.
- Byly sestaveny numerické modely jednotlivých zatěžovacích zkoušek, které byly naladěny podle upravených zatěžovacích křivek. Z nich byla získána data potřebná k určení rozsahu a tvaru lomové procesní zóny.
- Nástroje pro určení lomových parametrů (např. převod mezi zatěžovacími křivkami P–d a R–a) byly vhodně upraveny pro efektivnější práci s daty. Byl optimalizován způsob výpočtu celkové lomové energie, pro určení parametrů LPZ.
- Byla provedena studie vlivu hodnoty odporu proti šíření trhliny na lomovou odezvu tělesa. V tomto bodě se bohužel ukázalo, že vybrané hodnoty R, byly zvoleny příliš vysoko a pro malá tělesa a tělesa s krátkým iniciačním zářezem je tvar LPZ nevhodný.

Všech vytyčených cílů práce tedy bylo dosaženo. Pro další rozvoj této metodiky by bylo vhodné užít experimentálně získaných dat, které nebudou zatíženy chybou měření u P–d diagramů a bude možno zpracovat větší množství vzorků, ze kterých by bylo možno určit LPZ a získat i data ke statistickému vyhodnocení. Vhodné by bylo také přesnější určení bodu, ze kterého se šíří trhlina při křehkém lomu, čímž by nedošlo k nadhodnocení hodnoty odporu proti šíření trhliny a nebyl by tímto jevem zkreslen počátek LPZ u iniciačního zářezu. Dalšími cíli do budoucna je tedy vhodně určit lomové parametry, které při současném vyhodnocování nebyly zvoleny optimálně a pokusit se o zpřesnění určení LPZ na jejím počátku.

LITERATURA

[1] HOOVER, CH.G., BAŽANT, Z.P., VOREL, J., WENDNER, R., HUBLER M.H. *Comprehensive concrete fracture tests: Description and results*. Engineering Fracture Mechanics, 2013, Volume 114, December 2013, Pages 92–103, DOI:0013-7944/$.

[2] BAŽANT, Z.P., PLANAS, J. *Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials*. Boca Raton: CRC Press, 1998.

[3] VESELÝ, V. *Parametry betonu pro popis lomového chování*. Ústav stavební mechaniky Vysokého učení technického v Brně, Brno, 2004.

[4] KARIHALOO, B.L. *Fracture mechanics and structural concrete*. New York: Longman Scientific & Techical, 1995.

[5] KLON, J., VESELÝ, V. *Energy dissipation during quasi-brittle fracture associated with the crack and the fracture process zone progression*. Key Engineering Materials, 2016, Vol. 665 (2016), 261-264, doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.665.261

[6] ATENA *Theory manual*. Praha, 2012, <`http://www.cervenka.cz`>.

[7] SHAH, S.P. *High performance concrete: Strength vs. ductility and durability*. In proceedings of conference Non-Traditional Cement and Concrete, Brno, 2002, 347-358.

[8] NALLATHAMBI, P., KARIHALOO, B.L. *Determination of specimen-size independent fracture toughness of plain concrete*. Magazine of Concrete Research, 1986, Vol. 38, 67-76.

[9] FRANTÍK, P., LEHKÝ, D., KERŠNER, Z. *Vyhodnocení lomových experimentů: Efektivní náhrady zatěžovacích diagramů*. Konference 70 rokov SvF STU, Bratislava, Slovensko, prosinec 2008 , <`http://www.kitnarf.cz`>.

[10] KLON, J. *Lomová procesní zóna a disipace energie při lomu kvazikřehkých materiálů*. Ústav stavební mechaniky Vysokého učení technického v Brně, Brno, 2014.

[11] TADA, H., PARIS, P.C., IRWIN, G.R. *The stress analysis of cracks handbook, 3rd ed.*. Bury St. Edmunds, UK: Professional Engineering Publishing, Ltd., 2000.

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

LELM lineární elastická lomová mechanika

MKP metoda konečných prvků

LPZ lomová procesní zóna

CMOD rozevření trhliny

d průhyb uprostřed rozpětí

P síla zatěžující trámec

B šířka trámce

L délka trámce

W výška trámce

S rozpětí podpor trámce

α relativní délka zářezu

a délka trhliny

a_0 délka iniciačního zářezu

Δa přírůstek délky trhliny

Y funkce geometrie

K_{I} faktor intenzity napětí (pro mód I)

σ nominální napětí v průřezu uprostřed trámce

R odpor proti šíření trhliny

G_{f} specifická lomová energie

c_{f} efektivní délka lomové procesní zóny

I moment setrvačnosti průřezu

m hmotnost trámce

g tíhové zrychlení

W_{prurez} průřezový modul trámce

M	ohybový moment uprostřed trámce
$\mathcal{W}$	přetvárná práce vnějších sil působících na těleso s trhlinou
$\mathcal{U}$	elastická deformační energie tělesa
Π	potenciální energie systému těleso s trhlinou + zatížení bez uvažování povrchových sil trhliny
E	modul pružnosti
f_{t}	pevnost v tahu
f_{cu}	pevnost v tlaku na krychli
C	poddajnost
ΔC	rozdíl poddajností
$\mathcal{W}_{\mathrm{f}}$	lomová práce
$\mathcal{W}_{\mathrm{f,b}}$	lomová práce pro křehký lom
$\mathcal{W}_{\mathrm{f,fpz}}$	energie disipovaná v lomové procesní zóně
H_f	hustota disipace energie v LPZ
t	šířka lomové procesní zóny
δa	prodloužení trhliny od předchozího bodu

SEZNAM PŘÍLOH

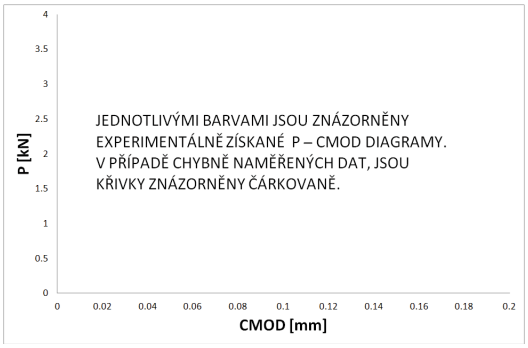
A Zpracované zatěžovací zkoušky **68**

B Seznam testovaných těles **81**

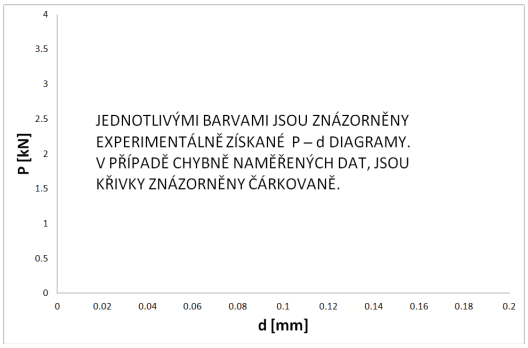
A ZPRACOVANÉ ZATĚŽOVACÍ ZKOUŠKY

Legenda přílohy A

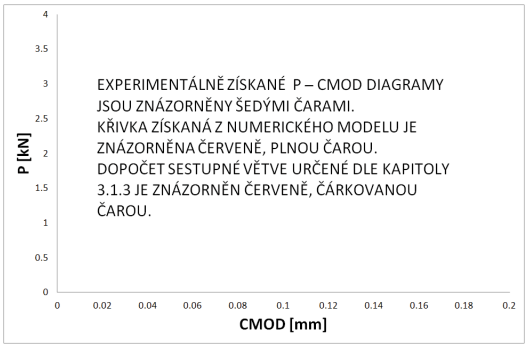
P – CMOD, experimentálně získaná data



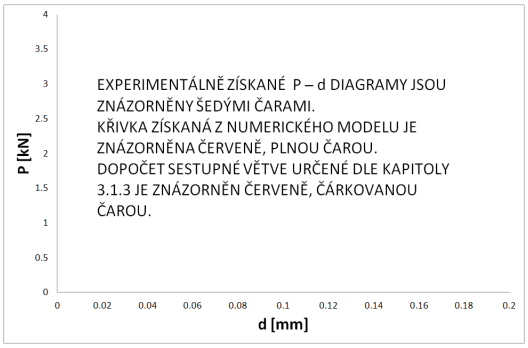
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



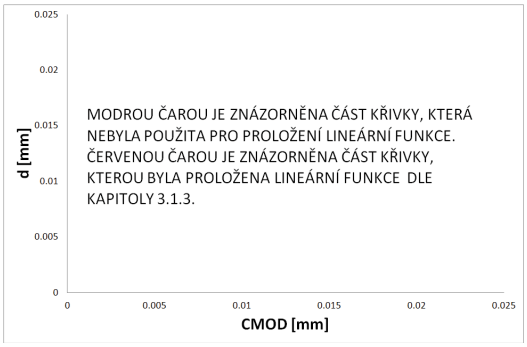
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



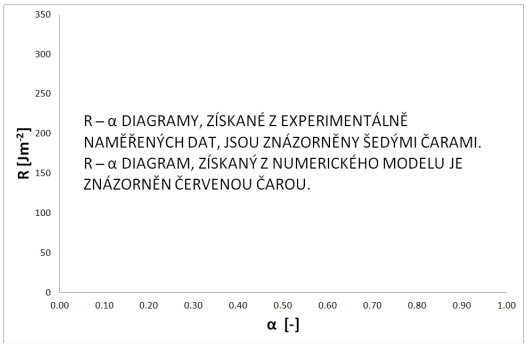
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

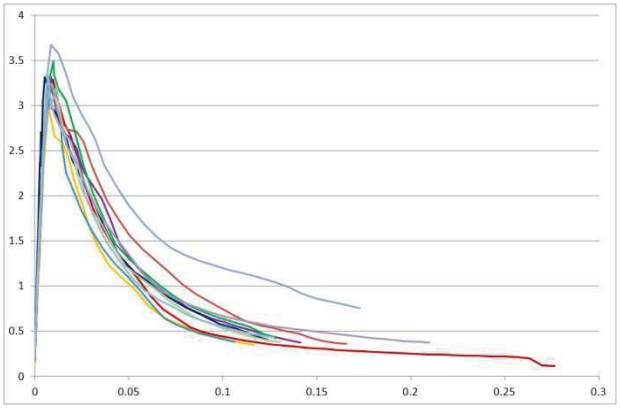


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

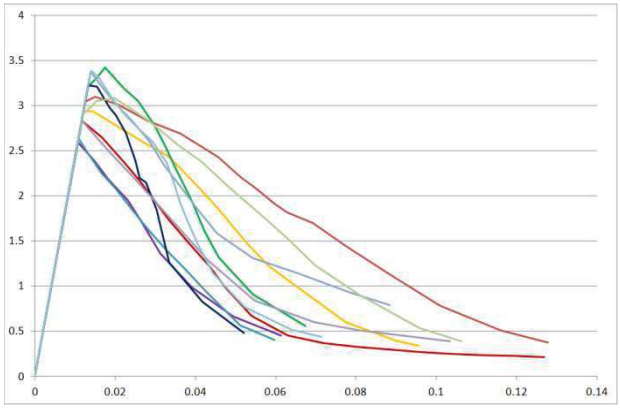


D040, α = 0,075

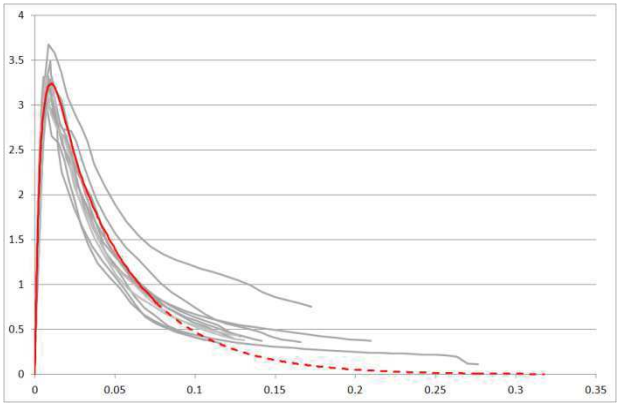
P – CMOD, experimentálně získaná data



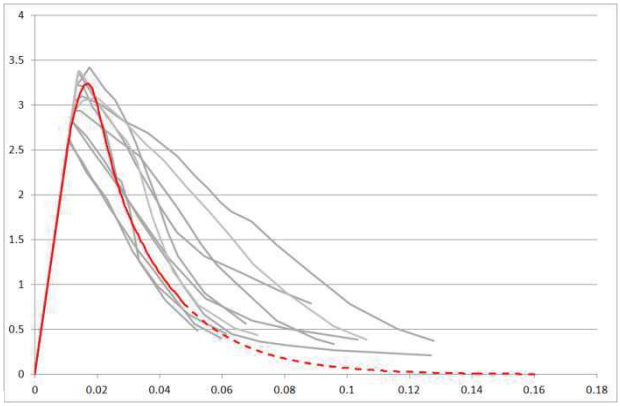
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



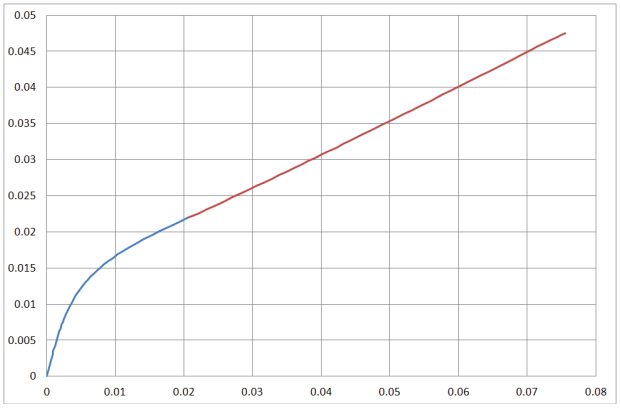
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



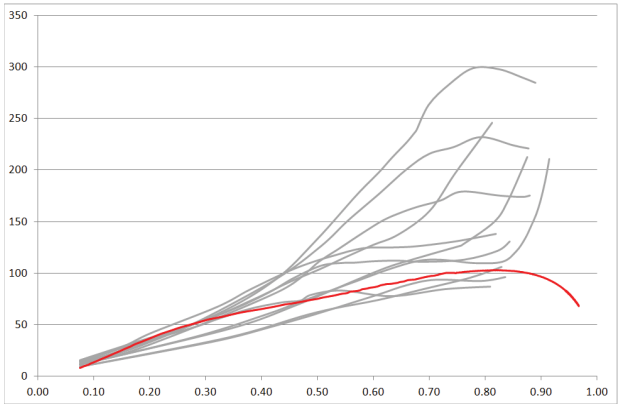
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

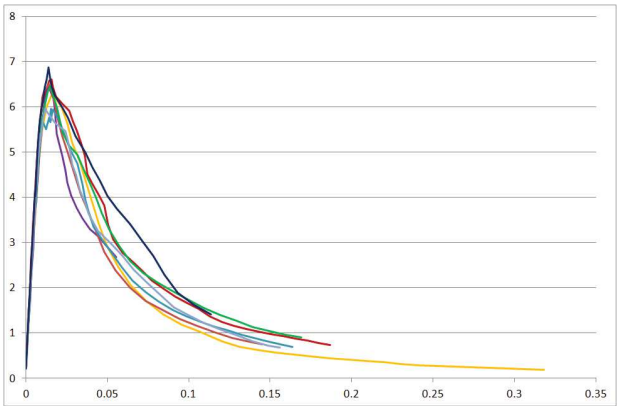


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

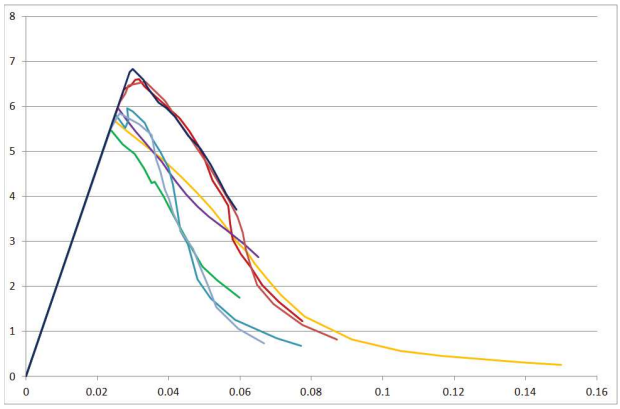


D093, α = 0,075

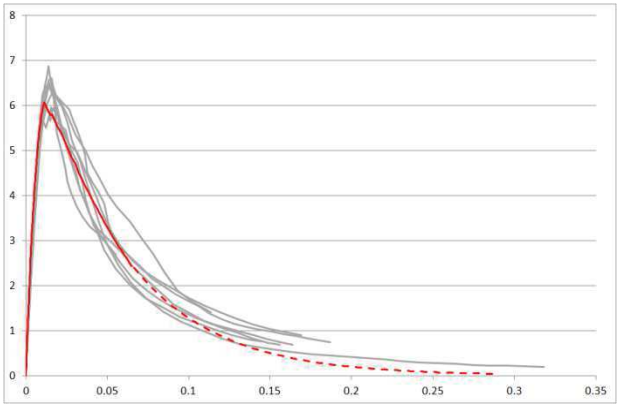
P – CMOD, experimentálně získaná data



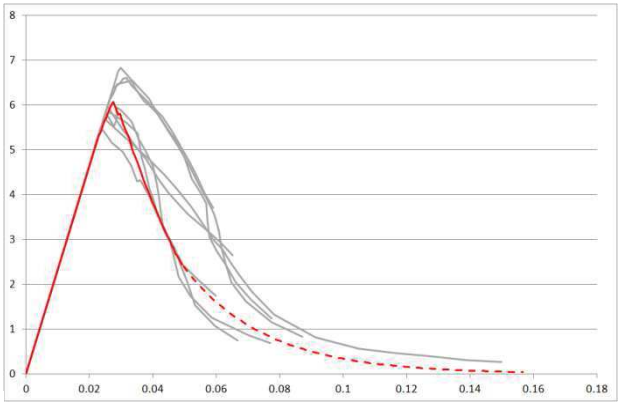
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



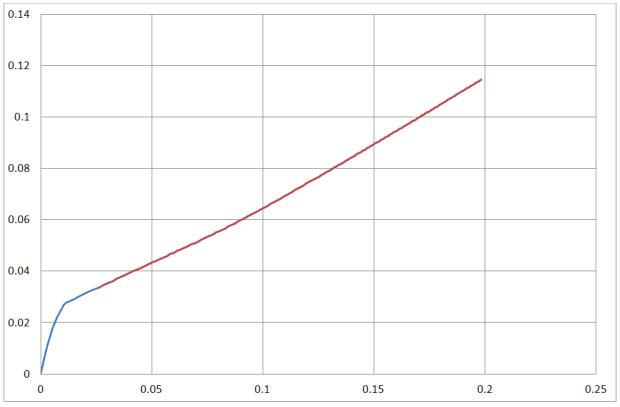
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



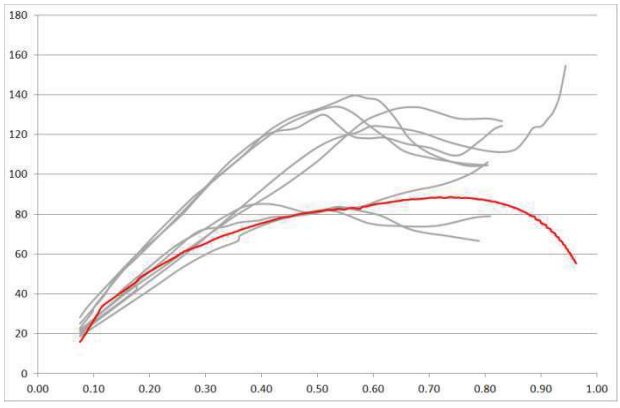
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

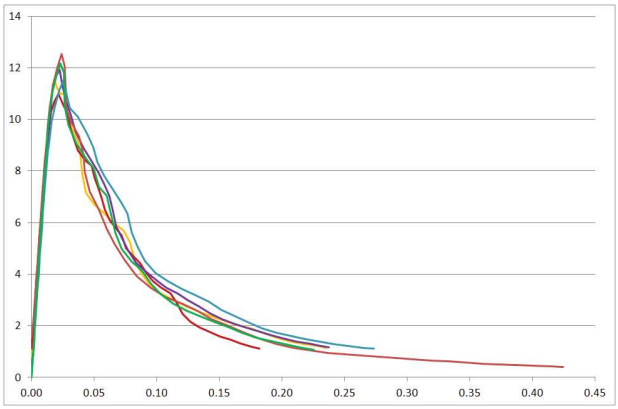


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

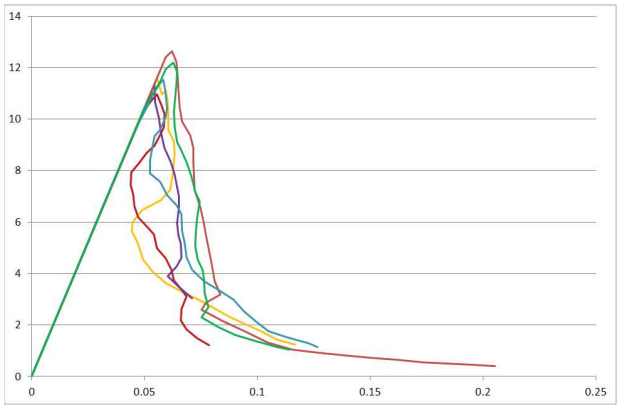


D215, α = 0,075

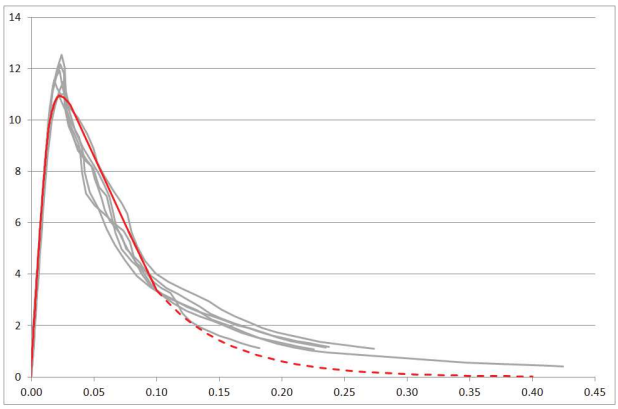
P – CMOD, experimentálně získaná data



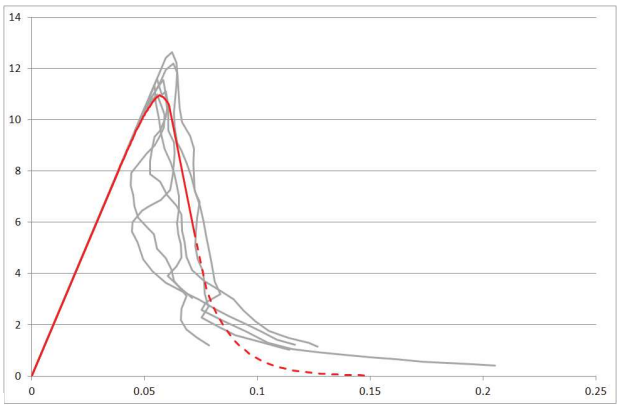
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



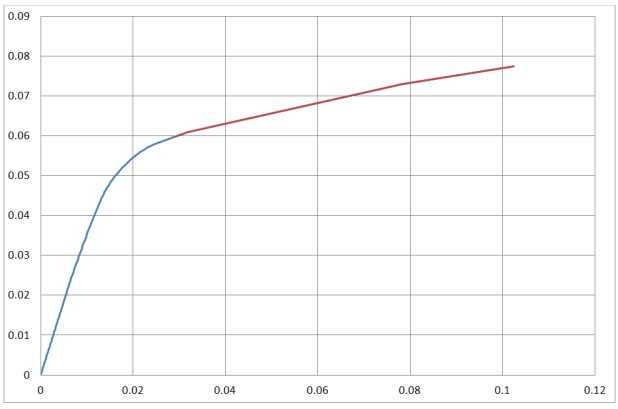
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



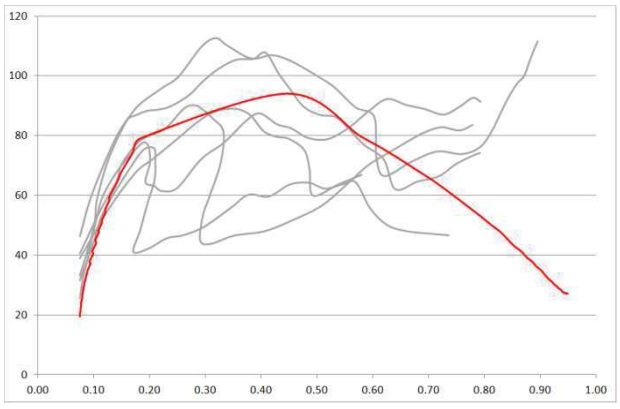
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

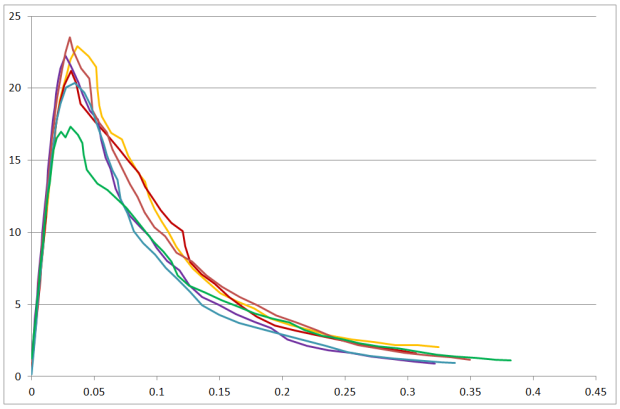


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

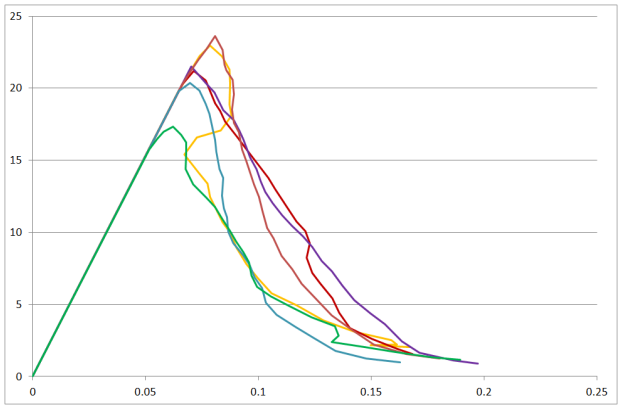


D500, α = 0,075

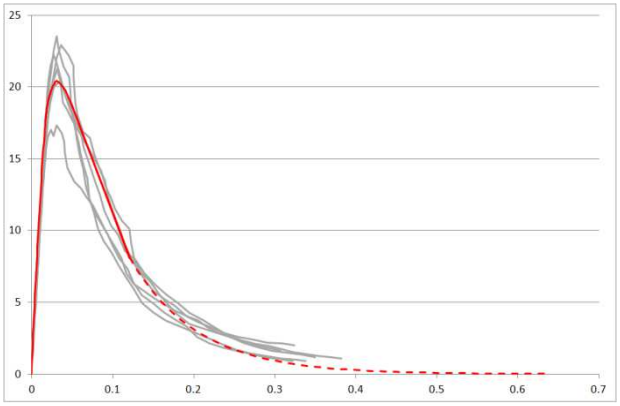
P – CMOD, experimentálně získaná data



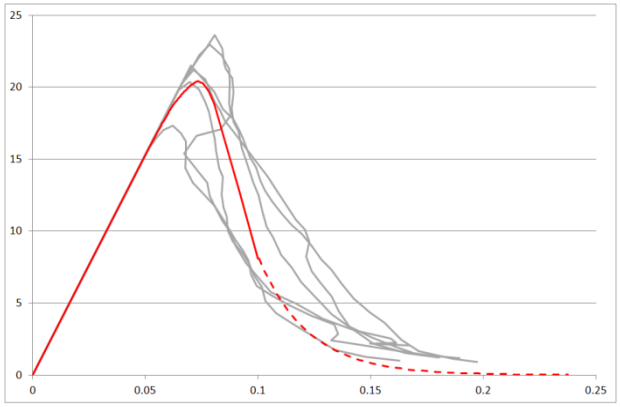
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



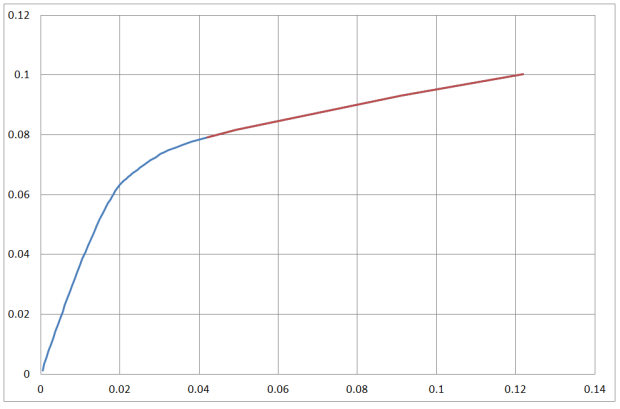
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



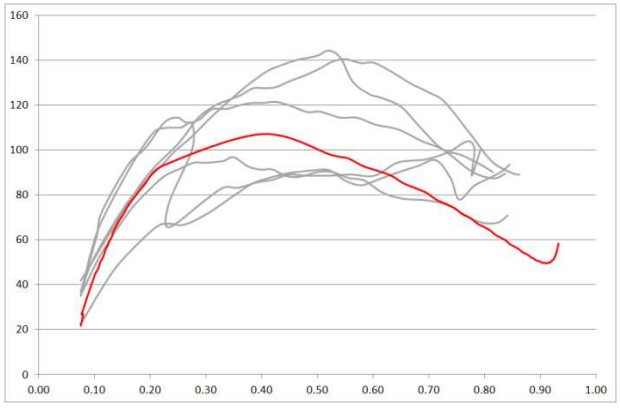
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

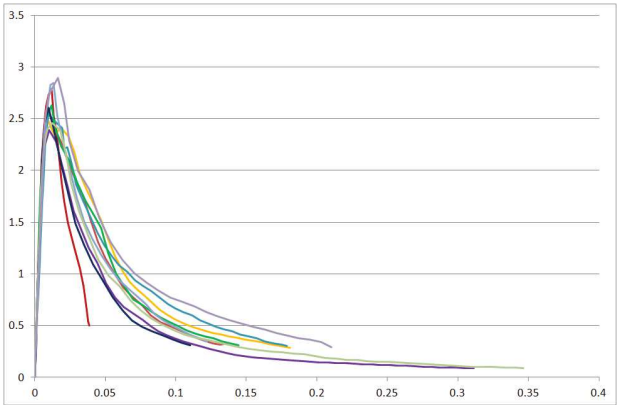


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

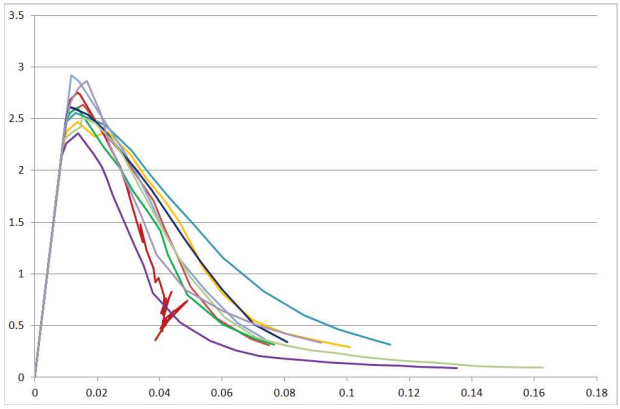


D040, α = 0,15

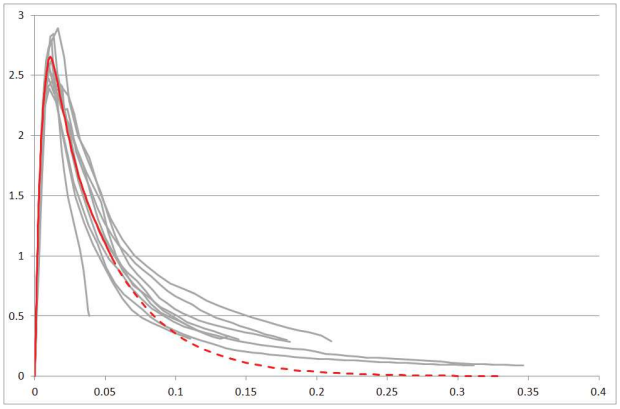
P – CMOD, experimentálně získaná data



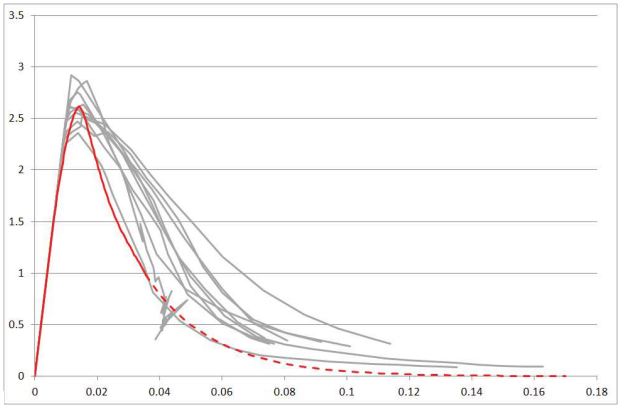
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



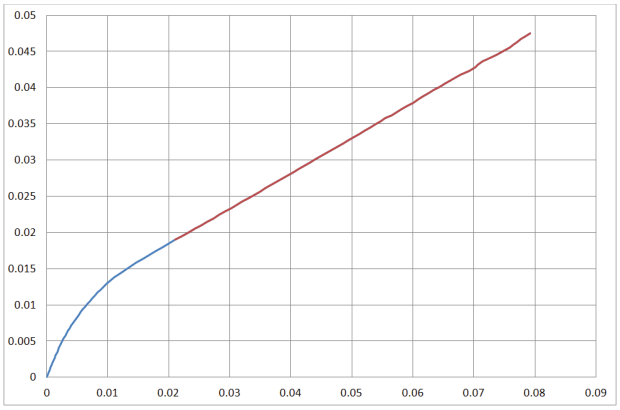
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



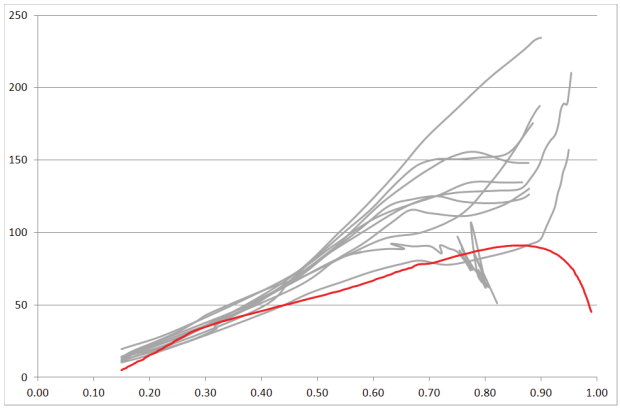
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

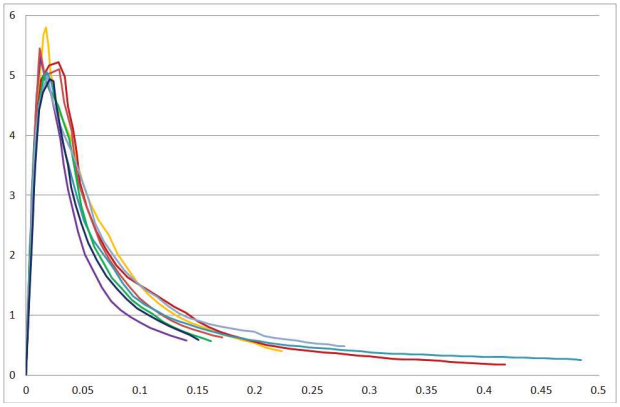


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

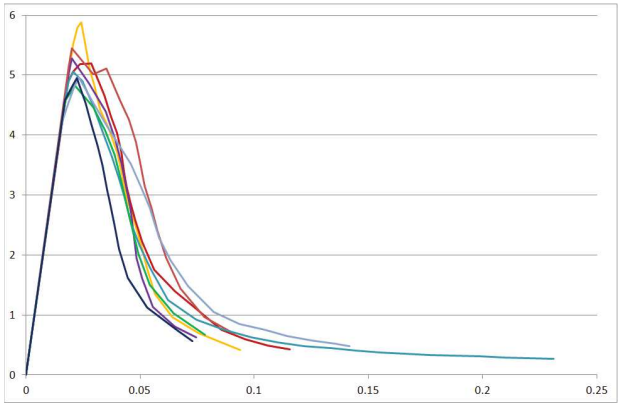


D093, α = 0,15

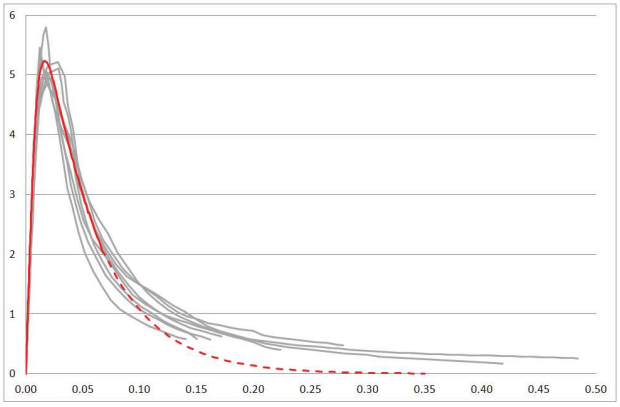
P – CMOD, experimentálně získaná data



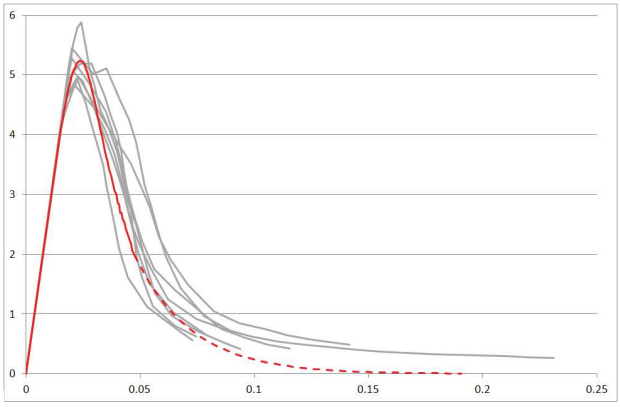
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



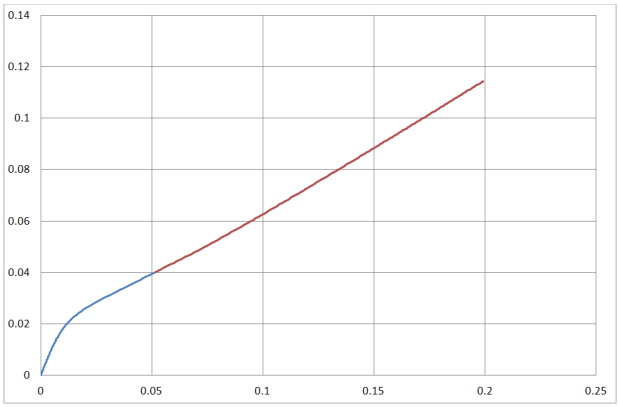
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



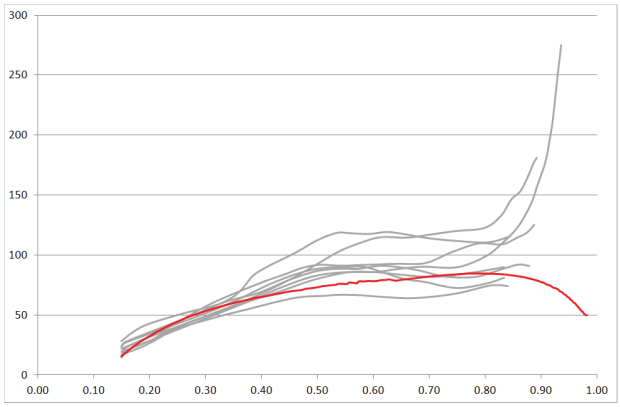
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

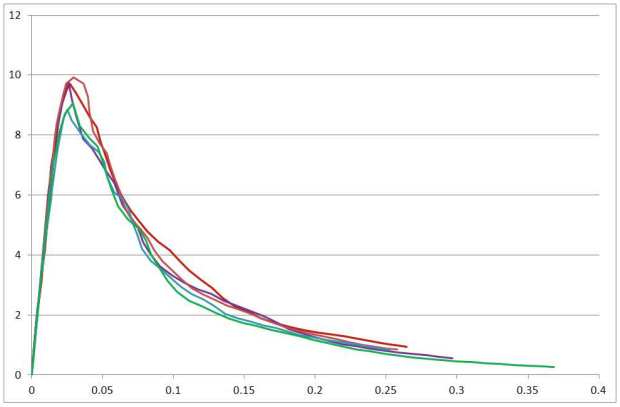


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

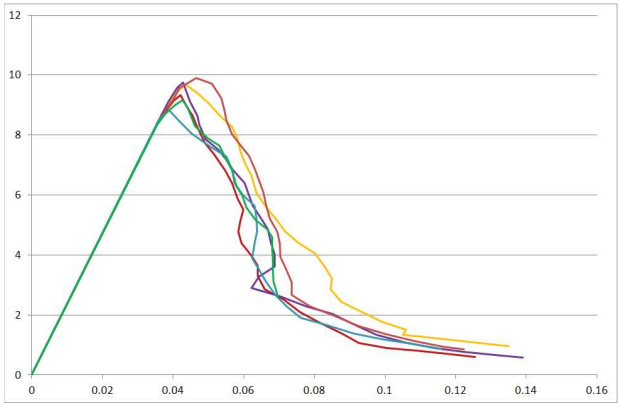


D215, α = 0,15

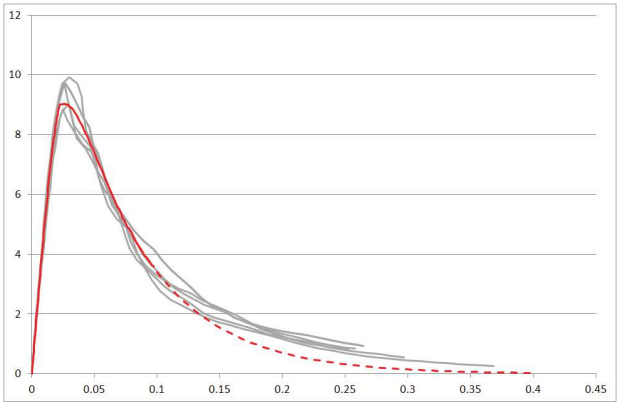
P – CMOD, experimentálně získaná data



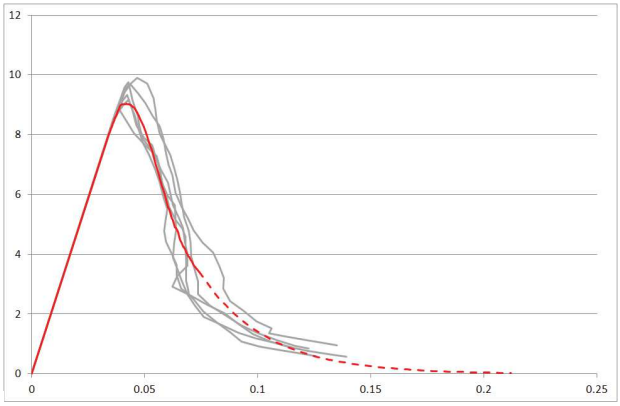
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



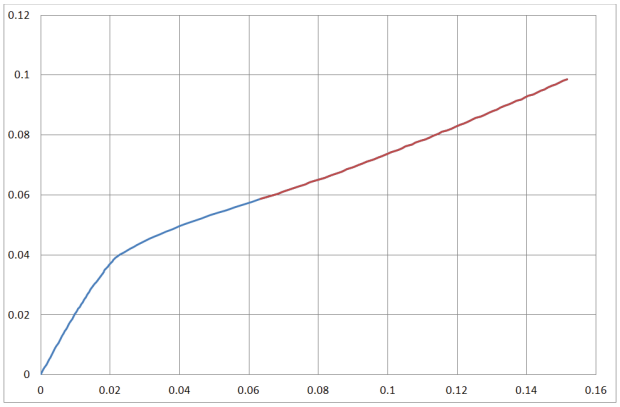
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



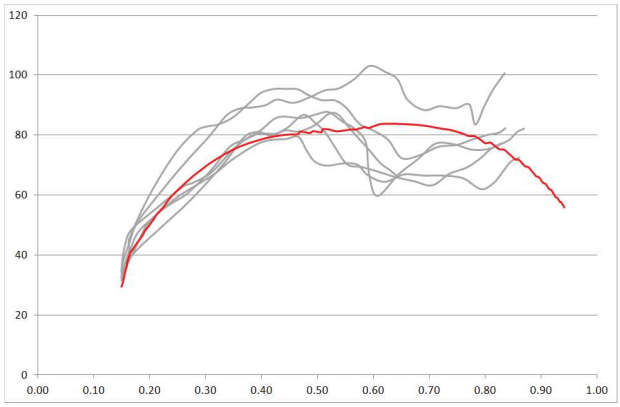
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

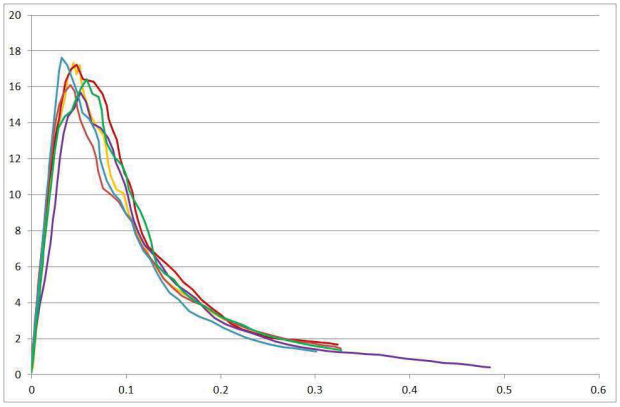


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

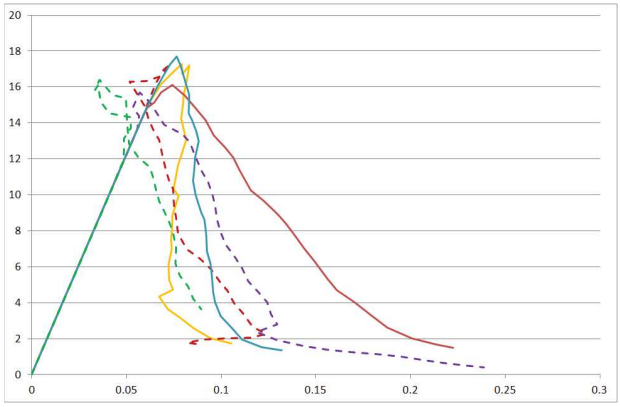


D500, α = 0,15

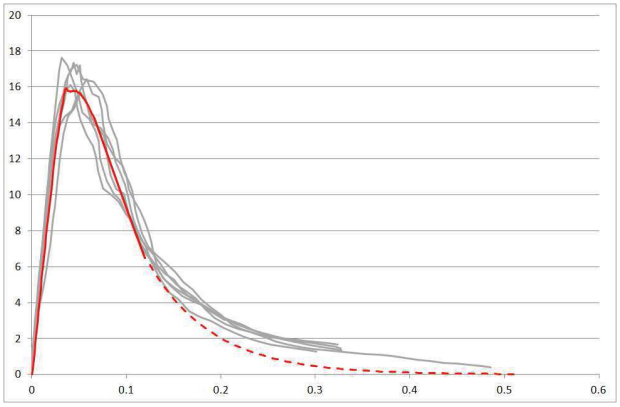
P – CMOD, experimentálně získaná data



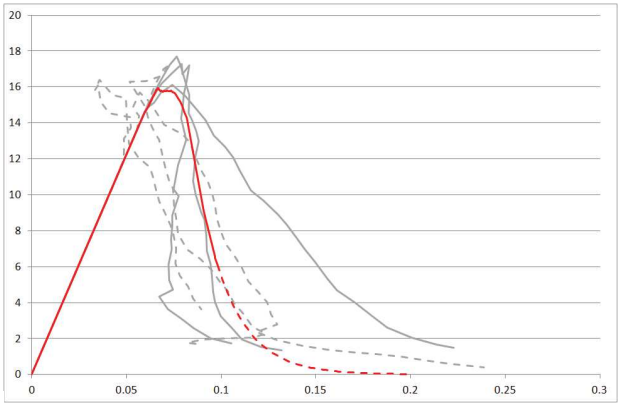
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



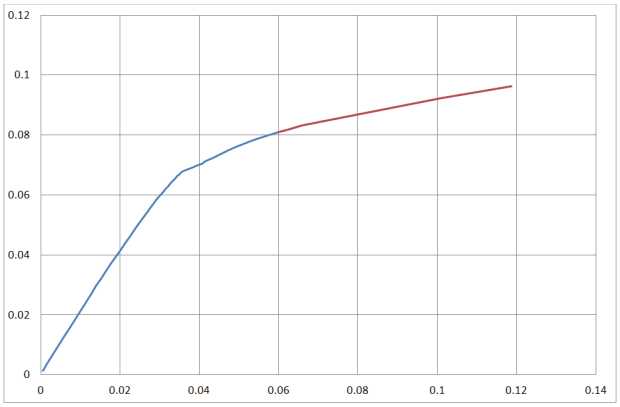
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



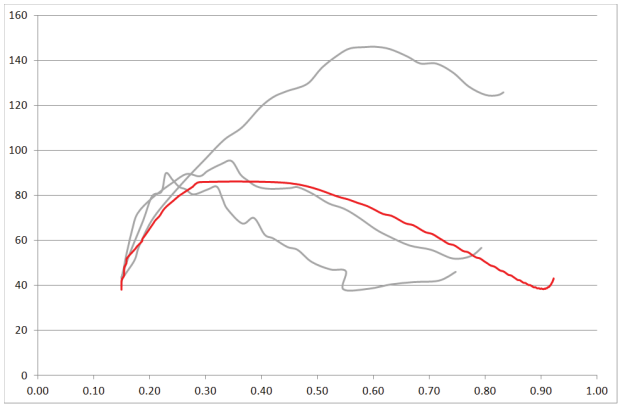
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

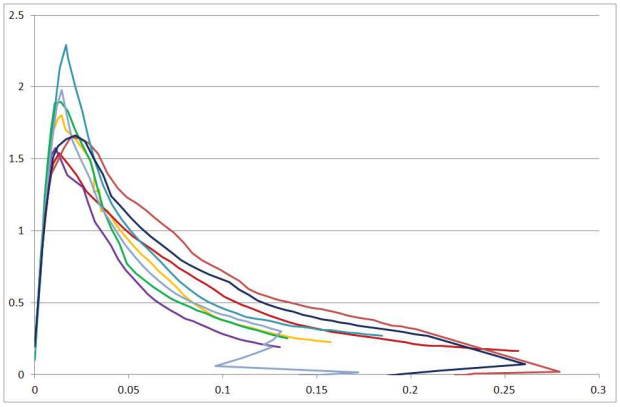


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

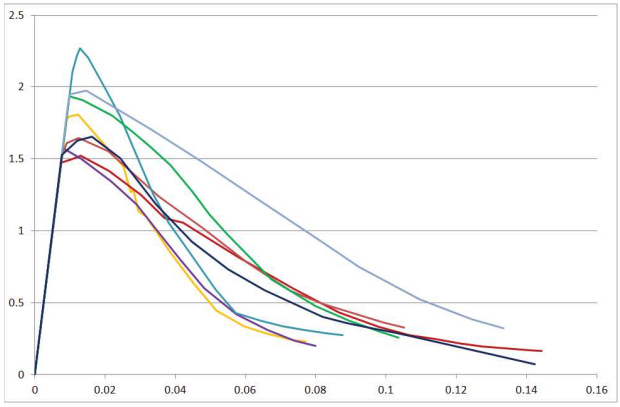


D040, α = 0,30

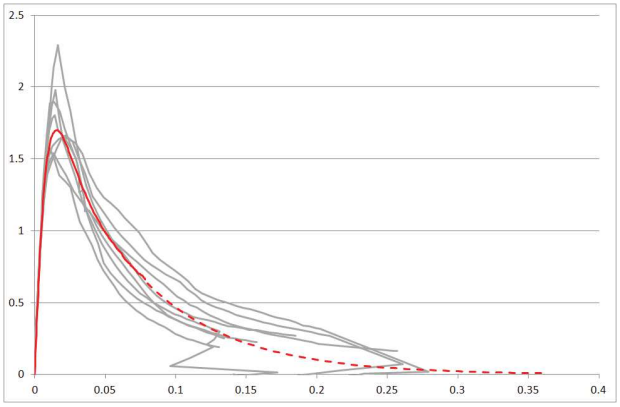
P – CMOD, experimentálně získaná data



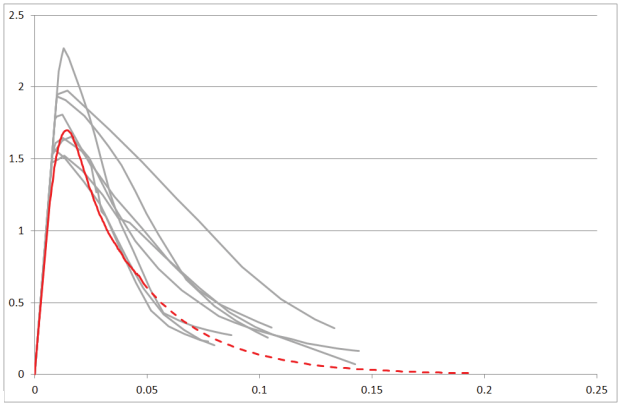
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



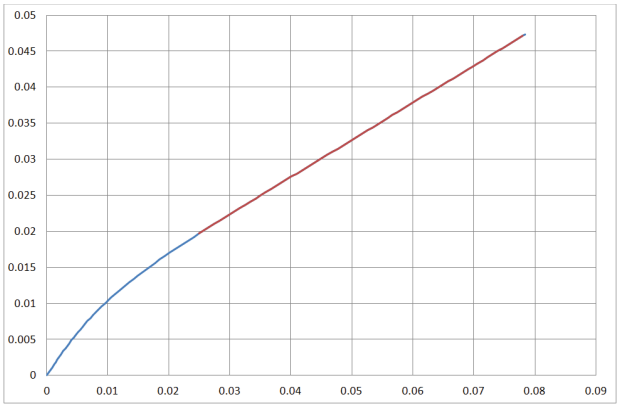
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



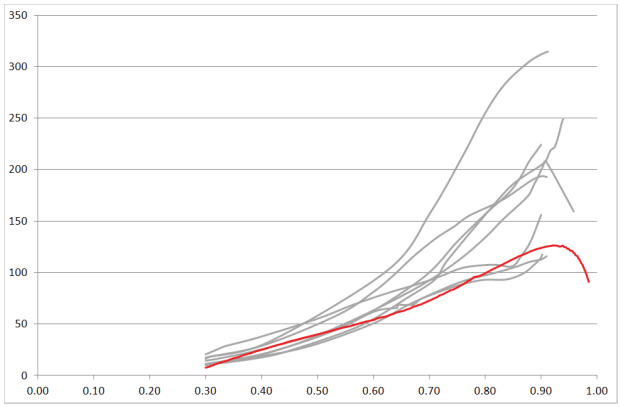
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

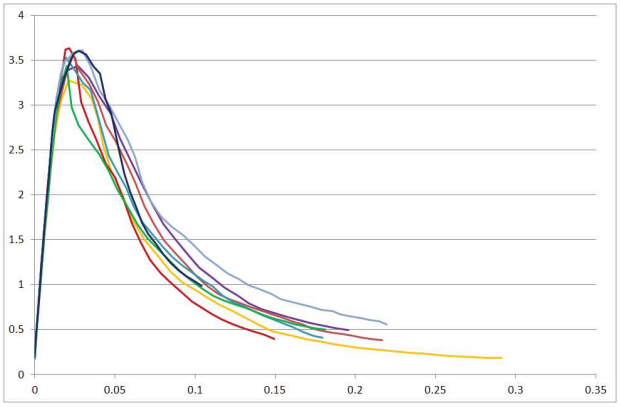


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

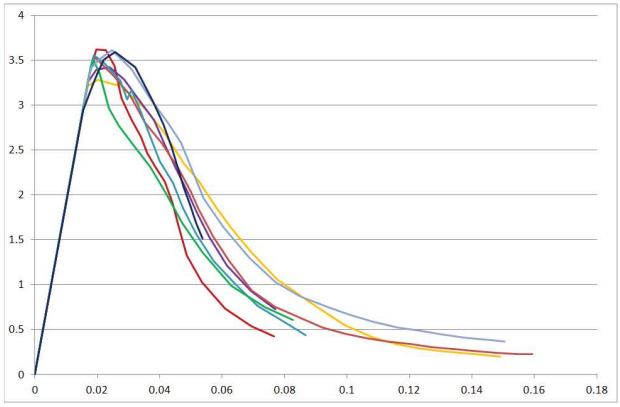


D093, α = 0,30

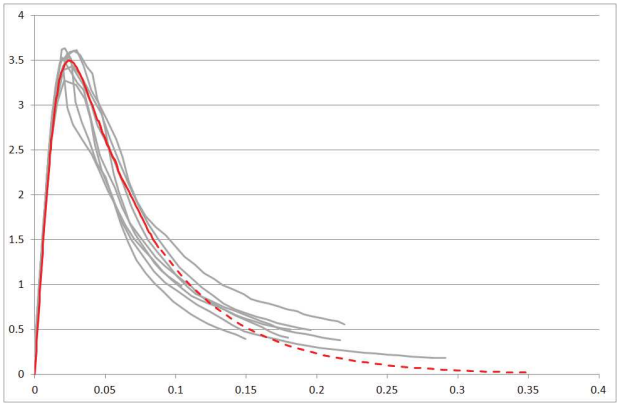
P – CMOD, experimentálně získaná data



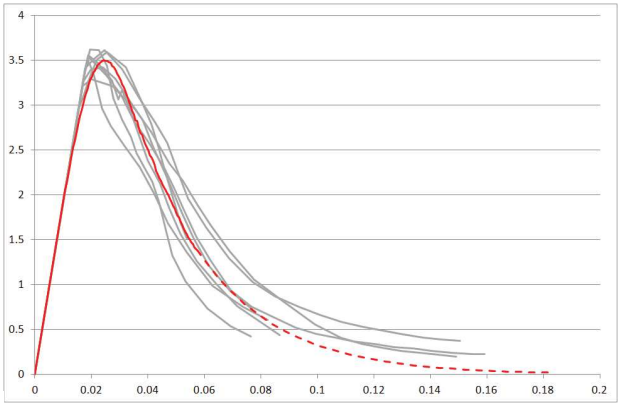
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



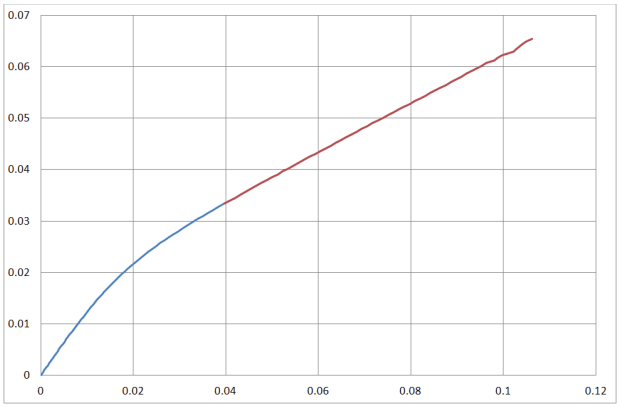
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



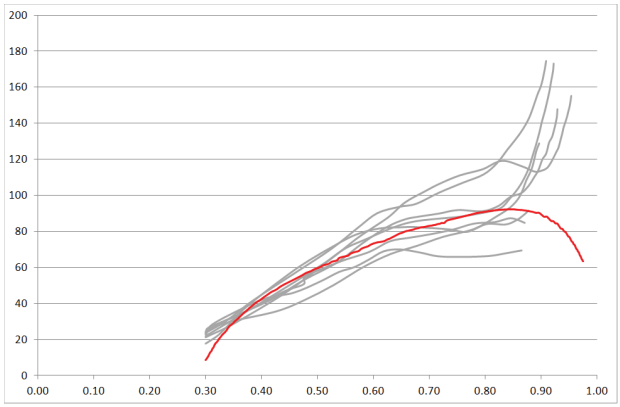
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

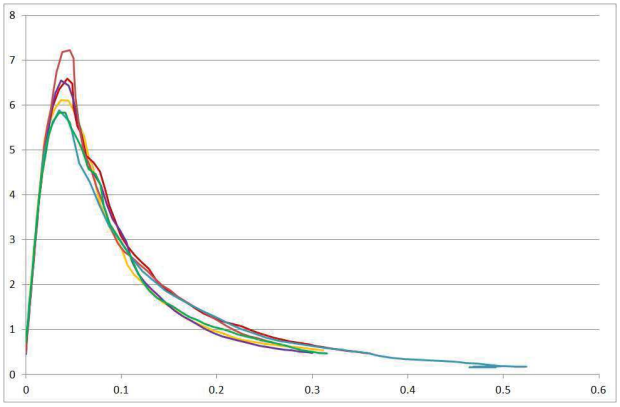


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

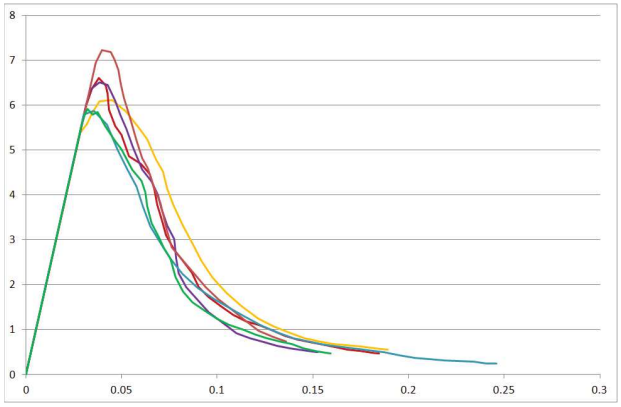


D215, α = 0,30

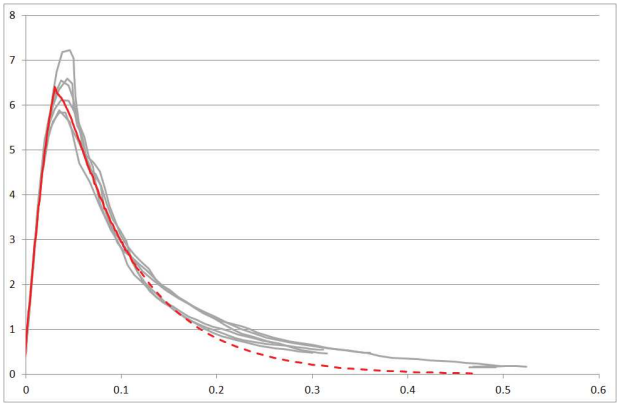
P – CMOD, experimentálně získaná data



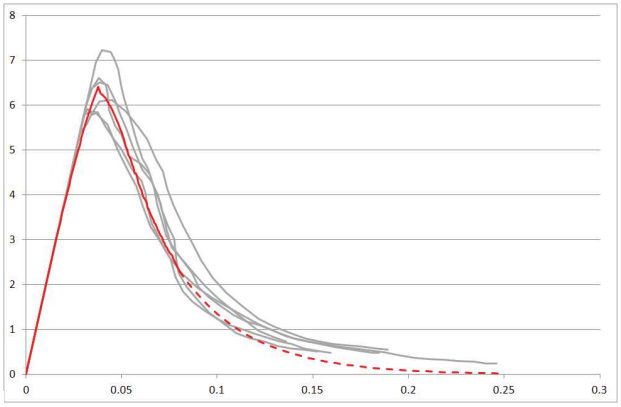
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



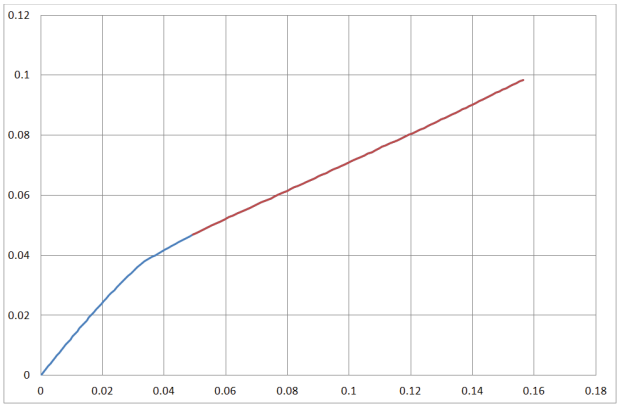
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



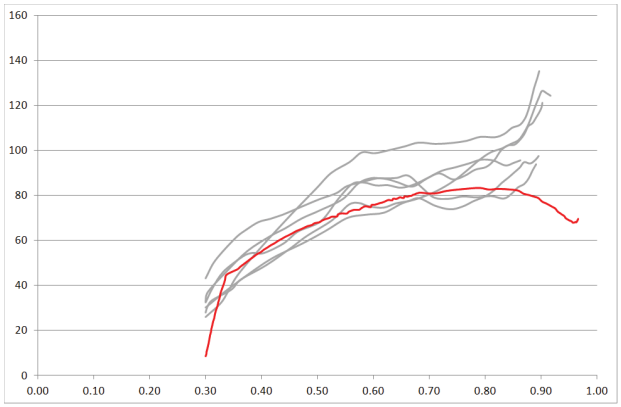
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD

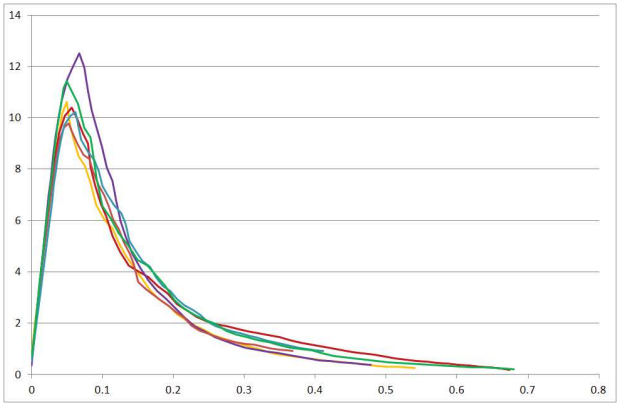


R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem

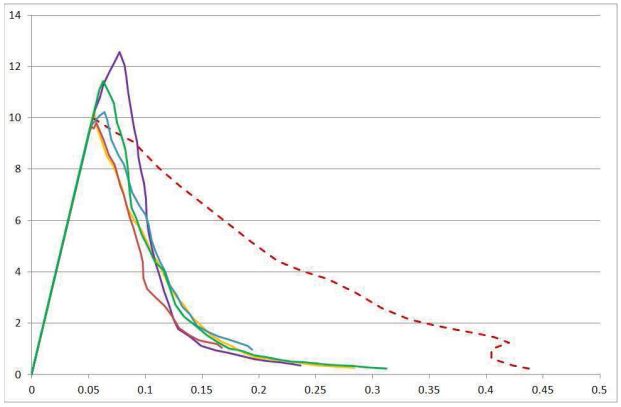


D500, α = 0,30

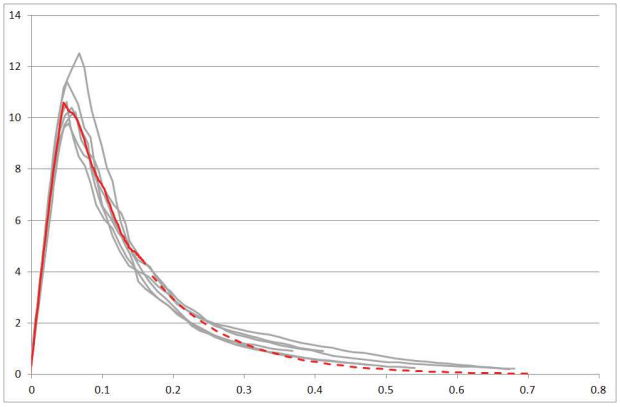
P – CMOD, experimentálně získaná data



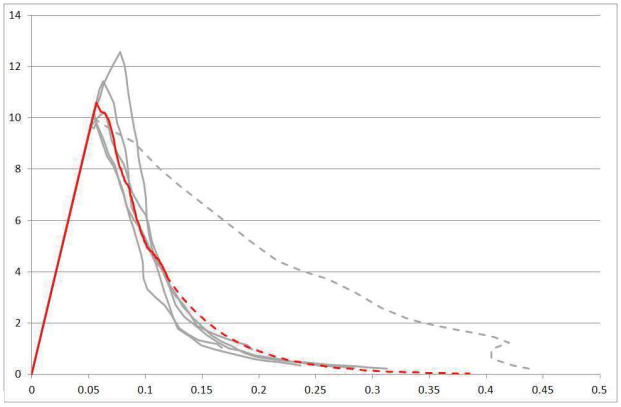
P – d, experimentálně získaná data, upravená poddajnost



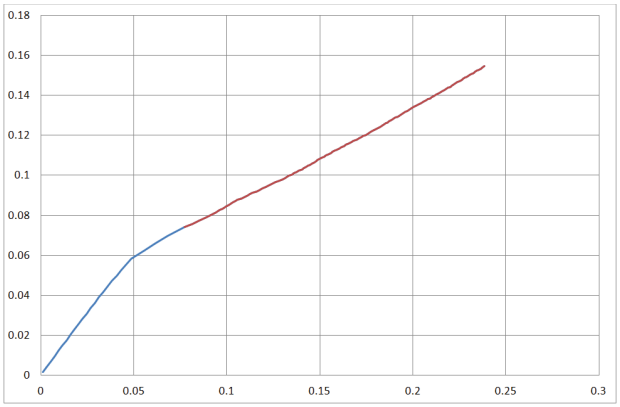
P – CMOD, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



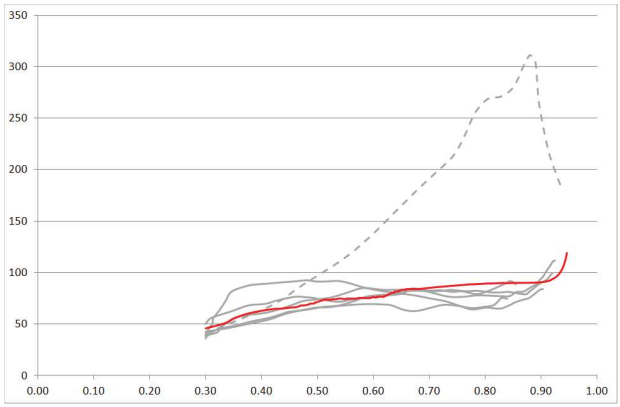
P – d, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



Závislost d – CMOD



R – α křivky, porovnání experimentálně získaných dat s numerickým modelem



B SEZNAM TESTOVANÝCH TĚLES

Tab. B.1: Počet vyhodnocených vzorků pro jednotlivé velikosti

Relativní délka zářezu α		0,075	0,15	0,30
Označení tělesa	D040	11	10	8
	D093	8	8	8
	D215	8	6	6
	D500	6	6	6
Trámců pro jednotlivé délky zářezu		33	30	28
Trámců celkem			91	