



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

DYNAMICKÝ MODEL HARMONICKÉ PŘEVODOVKY

DYNAMIC MODEL OF HARMONIC GEARBOX

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Boris Garami

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

BRNO 2016

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bc. Boris Garami
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.
Akademický rok:	2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Dynamický model harmonické převodovky

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Harmonické převodovky se používají především v aplikacích, u kterých má být realizováno přesné polohování s vysokým zatížením. Pro potřeby přesného polohování, především při rozjezdu a reverzaci otáček, je potřeba analyzovat vlivy konstrukce, uložení či vůle jednotlivých komponent. Tyto vlivy je vhodné analyzovat na modelu a vyvodit z nich závěry, které je nutno implementovat pro potřeby řízení takovýchto pohonů.

Cíle diplomové práce:

1. Analýza principu harmonické převodovky.
2. Možnosti modelování dynamiky harmonické převodovky.
3. Vytvoření modelu převodovky.
4. Model nepřesností a vůlí a jejich vliv na dynamiku převodovky.
5. Experimentální ověření modelu dynamiky převodovky.

Seznam literatury:

Haug, E.J.: Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, Allyn and Bacon, 1989.

Schiehlen, W.: Multibody System Dynamics: Roots and Perspectives (1997) Multibody System Dynamics, 1 (2), pp. 149-188.

Rajendra, S., Houser, D.R., Kahraman, A.: Non-linear dynamic analysis of geared systems. OHIO STATE UNIV COLUMBUS DEPT OF MECHANICAL ENGINEERING, 1990.

Ebrahimi, S., Eberhard, P.: Rigid-elastic modeling of meshing gear wheels in multibody systems (2006) Multibody System Dynamics, 16 (1), pp. 55-71.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Táto práca sa zaoberá návrhom dynamického modelu harmonickej prevodovky. Teoretická štúdia tejto práce je zameraná na analýzu princípu harmonickej prevodovky a jej nelineárnych vlastností. V praktickej časti tejto práce je najprv vykonaný analytický výpočet nedeformovaného tvaru Flexspline, na základe ktorého sa vytvorí niekoľko simulácií v programe ANSYS na identifikáciu torzných charakteristík harmonickej prevodovky. Tieto simulačné modely sú ďalej rozšírené o analýzu vplyvu vôle a nepresností na dané torzné charakteristiky. Na základe týchto výsledkov sa následne vytvorí v programe MATLAB/Simulink niekoľko dynamických submodelov reprezentujúcich jednotlivé nelineárne charakteristiky harmonickej prevodovky. Na záver sa vytvorí komplexný dynamický model mechatronického systému popisujúci nelineárne vlastnosti a kinematickú chybu prevodovky. Dynamický model je taktiež experimentálne overený na základe verifikácie tlmenia prevodovky.

Abstract

This thesis deals with the design of a dynamic model of a harmonic drive. It includes a theoretical study aimed at the analysis of the harmonic drive gearing principle and its nonlinear properties. The first part of the practical section deals with the analytical calculation of the nondeformed geometry of the Flexspline. Based on these results, several simulations in ANSYS are created to identify torsional characteristics of a harmonic drive. These simulation models are further enhanced by the analysis of clearance, backlash and inaccuracies and their impact on torsional properties. By using MATLAB /Simulink, several dynamic submodels are created representing the individual characteristics of nonlinearities in harmonic drives. Furthermore, a comprehensive dynamic model is created of the mechatronic system which is describing all nonlinearities and kinematic error of the transmission. The dynamic model is also experimentally verified based on its damping properties.

Kľúčové slová

harmonická prevodovka, torzná charakteristika, nelineárne tuhosť, kontaktný problém, kinematická chyba, tuhosť ozubení, dynamický model

Keywords

harmonic drive, torsional characteristics, nonlinear stiffness, contact problem, kinematic error, mesh stiffness, dynamic model

Bibliografická citace

GARAMI, B. Dynamický model harmonické převodovky. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 97 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D..

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že som diplomovú prácu na tému „Dynamický model harmonické převodovky“ vypracoval samostatne s použitím odbornej literatúry a prameňov uvedených v zozname, ktorý tvorí prílohu tejto práce.

27.05. 2016

.....
Bc. Boris Garami

Pod'akovanie

Na tomto mieste by som rád vyjadril svoje pod'akovanie vedúcemu mojej diplomovej práce doc. Ing. Zdeňku Hadašovi, Ph.D. za všetku jeho ochotu, čas, seriózny prístup a cenné rady, ktoré mi poskytol počas vypracovania tejto práce. Moja vďaka patrí taktiež všetkým, predovšetkým mojim najbližším, ktorí pri mne v tomto náročnom období stáli a podporovali ma.

Obsah

1	Úvod	11
2	Formulácia problému a ciele práce	12
2.1	Formulácia problému	12
2.2	Ciele práce.....	12
3	Popis aplikácie s prevodovkou	13
4	Harmonické prevody a prevodovky	16
4.1	Schéma harmonickej prevodovky	16
4.2	História harmonických prevodoviek a ich súčasné využitie	17
4.3	Základné typy harmonických prevodoviek	18
4.3.1	Harmonic Drive séria CSG®-2UH, CobaltLine®-2UH a CobaltLine®-CP 18	
4.3.2	Harmonic Drive séria CPL®-2A	19
4.3.3	Harmonic Drive séria HFUC®-2A.....	20
4.3.4	Harmonic Drive séria CSD®-2A.....	20
4.3.5	Harmonic Drive séria HFUS®-2A	21
4.4	Konštrukcia a komponenty harmonickej prevodovky	22
4.4.1	Wave Generator	23
4.4.2	Flexspline.....	24
4.4.3	Circular Spline	25
4.5	Princíp práce a prevodový pomer	25
4.5.1	Princíp práce harmonickej prevodovky	25
4.5.2	Prevodový pomer a vplyv komponentov HP na prevodový pomer.....	27
5	Mechanické vlastnosti harmonickej prevodovky	29
5.1	Kinematická chyba.....	29
5.1.1	Závislosť kinematickej chyby na veľkosti záťaže	30
5.1.2	Závislosť kinematickej chyby na chybách zostavenia HP.....	31
5.1.3	Závislosť kinematickej chyby na veľkosti uhlovej rýchlosti.....	32
5.2	Tuhosť prevodu a mŕtvy chod.....	33
5.2.1	Tuhosť prevodu a torzná charakteristika HP	33
5.2.2	Backlash – mŕtvy chod	34
5.3	Vplyv eliptickej deformácie na geometriu ozubenia	35
6	Model harmonickej prevodovky	37
6.1	Parametre harmonickej prevodovky	37
6.1.1	Mechanické parametre harmonickej prevodovky.....	37
6.1.2	Geometria harmonickej prevodovky	37
6.1.3	Materiálové charakteristiky komponentov harmonickej prevodovky	38

6.2	Identifikácia nedeformovanej geometrie flexsplíne.....	39
6.2.1	Analytický popis strednicových plôch známych konfigurácii harmonických prevodoviek	39
6.2.2	Výpočet nedeformovaných rozmerov pružného ozubeného kolesa	42
6.3	Modely komponentov harmonickej prevodovky	44
6.3.1	Zjednodušený model pružného ozubeného kolesa bez ozubení	44
6.3.2	Zjednodušený model pružného ozubeného kolesa s ozubením	45
6.3.3	Zjednodušený model WG (model vnútornej vachy a vonkajšieho prstenca pružného ložiska).....	46
6.3.4	Zjednodušený model WG (model vachy).....	46
6.3.5	Zjednodušený model CS s ozubením.....	46
7	Simulácie nelineárnych vlastností	47
7.1	Výpočet torznej tuhosti pružného ozubeného kolesa.....	47
7.1.1	Geometria a sieť konečných prvkov	47
7.1.2	Okrajové podmienky.....	47
7.1.3	Simulácia a výsledky simulácie	48
7.2	Výpočet torznej tuhosti v dôsledku eliptickej deformácie elementov prevodovky a trecích síl	49
7.2.1	Geometria.....	49
7.2.2	Kontakty.....	50
7.2.3	Sieť konečných prvkov	53
7.2.4	Okrajové podmienky a mechanické väzby geometrie	54
7.2.5	Parametre simulácie	55
7.2.6	Výsledky simulácie.....	55
7.3	Tuhosť ozubení (pre jeden pár ozubení).....	59
7.3.1	Deformačne napät'ová analýza jedného zubu	59
7.3.2	Výpočet tuhosti zubového páru	61
7.4	Výpočet počtu zubov v zábere	62
7.4.1	Geometria.....	63
7.4.2	Kontakty.....	64
7.4.3	Sieť konečných prvkov	65
7.4.4	Okrajové podmienky a mechanické väzby geometrie	66
7.4.5	Parametre simulácie	67
7.4.6	Výsledky simulácie.....	67
7.5	Celková tuhosť ozubení harmonickej prevodovky	70
8	Vplyv montážnych, geometrických nepresností a vôle na dynamiku prevodu	72
8.1	Montážne a geometrické nepresnosti	72
8.1.1	Simulačný model	72

8.1.2	Vyosenie WG v osi X	73
8.1.3	Vyosenie WG v osi Y	74
8.1.4	Hĺbka zasunutia WG v osi Z	75
8.2	Vôľa v ozubení - backlash	75
9	Dynamický model elektromechanického systému	77
9.1	Ideálny model DC motoru.....	77
9.2	Verifikácia tlmenia harmonickej prevodovky.....	78
9.3	Ideálny model elektromechanického systému s HP a záťažou	80
9.4	Simulácia vplyvov nelineárnych charakteristík	81
9.4.1	Dynamický model sústavy s uvažovaním torznej tuhosti geometrie FS ..	81
9.4.2	Dynamický model sústavy s uvažovaním torznej tuhosti v dôsledku eliptickej deformácie a vplyvu trecích síl	82
9.4.3	Dynamický model sústavy s uvažovaním mesh stiffness a backlash	83
9.5	Dynamický model celej elektromechanickej sústavy	84
10	Možnosti ďalšieho rozvoja	87
11	Záver.....	89
	Zoznam použitých zdrojov	90
	Zoznam obrázkov	92
	Zoznam tabuliek	96
	Zoznam príloh.....	97

1 ÚVOD

Vyspelé mechatronické systémy dnešných polohovacích mechanizmov majú čoraz vyššie nároky na presnosť translačných a rotačných pohybov. Tieto systémy sa skladajú z pohonovej jednotky, ktorej výstupné otáčky sú vo väčšine prípadov redukované pomocou vhodne zvoleného prevodového mechanizmu. Súčasťou mechatronického systému je taktiež riadiaca jednotka ovládajúca daný pohonový systém. Jej úloha spočíva v správnom riadení a regulovaní napájania pohonu tak, aby bola daná regulovaná veličina vždy čo najbližšia požadovanej veličine, čo v našom prípade znamená posuv, prípadne rotáciu koncového člena (efektoru). Z tohto dôsledku tvorí kritickú úlohu modelovanie, resp. vytvorenie modelu pohonovej sústavy, ktorá vhodným spôsobom popíše dynamické vlastnosti mechanizmu a umožní riadiacej jednotke vhodne ovládať vstupné parametre systému.

V mechatronických systémoch s požiadavkou na vysokú redukciu otáčok, prenos extrémne vysokých krútiacich momentov, so zachovaním kompaktných rozmerov a hmotnosti, je častou ak nie preferovanou voľbou harmonická prevodka. Mechanizmus harmonickej prevodovky v dôsledku špecifického princípu takéto požiadavky spĺňa a aplikuje sa v rozličných mechanizmoch. Majú uplatnenie od robotických systémov až po vesmírne aplikácie.

Dynamické vlastnosti a správanie harmonických prevodoviek v reálnych aplikáciách nemá ideálny charakter, ktorý by bol definovaný jedine prevodovým pomerom. Na dynamiku prevodovky vplyva mnoho faktorov, ktoré spôsobujú nelineárne charakteristiky prevodového mechanizmu a zároveň prispievajú v zvýšenej kinematickej chybe.

Moderné komplexné simulácie metódy konečných prvkov nám umožňujú dôkladné prešetrenie deformačne napät'ových stavov rozličných sústav, posúdiť ich medzné stavy a prípadne identifikovať iné, nami skúmané charakteristiky. Okrem variačného počtu je silným modelovacím nástrojom aj prostredie *multibody* systémov, kde dokážeme analyzovať a simulovať statické, no predovšetkým dynamické vlastnosti zložitých mechanizmov a sústav. Pomocou týchto výpočtových a simulačných nástrojov dokážeme identifikovať parametre i tak zložitých mechanizmov ako sú harmonické prevodovky a na základe nich vytvoriť dynamické modely.

2 FORMULÁCIA PROBLÉMU A CIELE PRÁCE

2.1 FORMULÁCIA PROBLÉMU

Harmonické prevodovky majú široké uplatnenie v dôsledku špecifických a jedinečných vlastností vyplývajúcich z ich mechanizmu. Tento mechanizmus je založený na odvaľovaní ozubení spôsobeného eliptickou deformáciou pružného ozubeného kolesa. Má vynikajúce vlastnosti predovšetkým v ustálenom stave za konštantných otáčok a za vhodných okolitých podmienok.

Tieto mechanizmy mimo ustálenej oblasti vykazujú veľmi nelineárnu charakteristiku a výrazne sa prejavuje kinematická chyba prevodu. Tieto charakteristiky sú zapríčinené z rozličných faktorov, predovšetkým z dôsledku konštrukcie prevodu. Nelineárna torzná tuhosť prevodového mechanizmu spôsobuje problémy pre riadenie a reguláciu pohonovej sústavy. Táto problematika je aktuálna v mnohých oblastiach aplikácie harmonického prevodu, predovšetkým v aplikáciách s prioritou na presnosť polohovania.

Riadiaca jednotka pohonového systému tvoreného motorom a harmonickou prevodovkou potrebuje pre správne riadenie a reguláciu napájania motoru vhodný model sústavy, ktorý v dostatočnej miere popisuje dynamické správanie sústavy, predovšetkým harmonickej prevodovky. Na základe tohto dynamického modelu, ktorý zahrňuje aj problematiku nelinearít, je možné dosiahnuť presné polohovanie a redukovanie kinematickej chyby prevodovky.

2.2 CIELE PRÁCE

Hlavným cieľom tejto práce je vytvorenie dynamického modelu sústavy DC motoru a harmonickej prevodovky, ktorá bude vhodným spôsobom popisovať jej nelineárne charakteristiky. Tento model bude vytvorený z torzných charakteristík vyplývajúcich z jednotlivých komponentov a mechanizmu prevodovky.

Prvá časť tejto práce sa bude zaoberať komplexným rozborom problematiky harmonických prevodoviek, detailne popíše ich použitie, princíp fungovania mechanizmu a predovšetkým obsiahne rešerš doterajších analýz zdrojov nelinearít a problematiky kinematickej chyby harmonickej prevodovky.

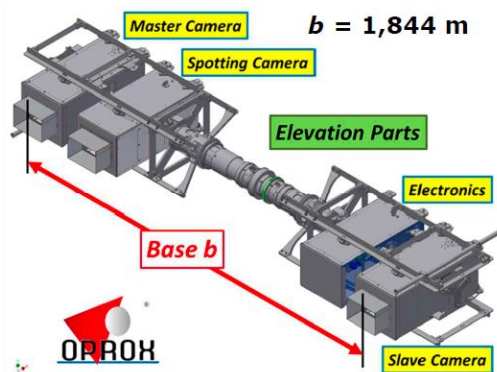
V ďalšej časti práce dôjde k podrobnej štúdii jednotlivých zdrojov nelineárnych charakteristík a na základe simulácií MKP sa určia torzné tuhosti, ktoré majú výrazný vplyv na chod mechanizmu. Tieto výsledky následne použijeme pri tvorbe *multibody* systému, ktorý popíše dynamiku celej zostavy DC motoru a harmonickej prevodovky. Bude vyšetrený vplyv jednotlivých torzných charakteristík na chod a dynamiku prevodu a následne dôjde k vytvoreniu komplexného modelu, kde sa budú uvažovať všetky nelineárne vplyvy. Výsledný model bude popisovať dynamiku pohonového mechanizmu s vplyvom poddajností, a tým bude tvoriť základný model pre vytvorenie vhodnej riadiacej sústavy.

3 POPIS APLIKÁCIE S PREVODOVKOU

Zariadenia slúžiace na rozpoznávanie a sledovanie objektov majú vysoké nároky na presnosť mechanizmov slúžiacich na ich polohovanie. Zariadenie vyvíjané firmou *Oprox, a.s.* pod vedením pána doc. Ing. Vladimíra Čecha, CSc. má označenie *Passive Optoelectronic Rangefinder* alebo *POERF*. Jedná sa o komplexný mechatronický systém manipulátora, ktorý musí dosahovať maximálnu presnosť pri polohovaní optických zariadení umiestnených v danom prístroji (Obrázok 1, Obrázok 2, prevzaté z [1]).



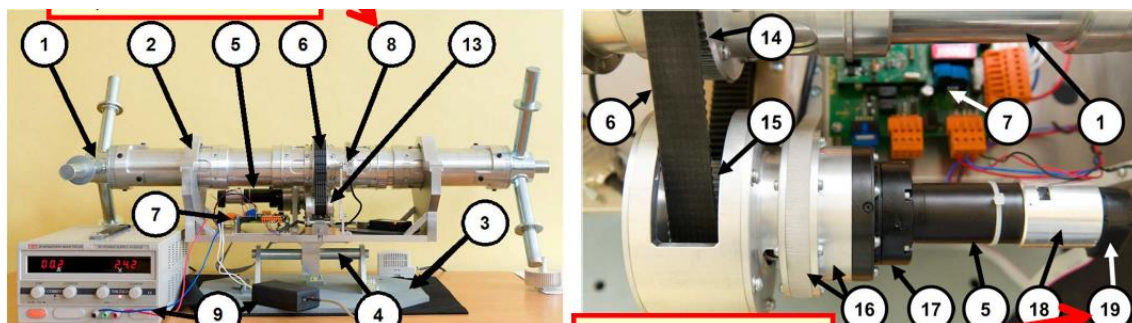
Obrázok 1: Passive Optoelectronic Rangefinder POERF



Obrázok 2: Model POERF

Tieto zariadenia musia mať dostatočnú dynamiku manipulačných mechanizmov k tomu, aby bolo možné sledovať objekty pohybujúce sa v diaľke. Z tohto dôvodu je potrebná veľmi jemná manipulácia s optickými zariadeniami. Dynamika sústavy by však mala byť schopná detekovať a sledovať objekty ako sú lietadlá, ktoré sa pohybujú veľmi rýchle. Čím bližšie sa daný objekt k danému *POERF* nachádza, tým rýchlejšie musí byť aj optika manipulátora natáčaná. Najvyššiu uhlovú rýchlosť má daný *POERF* počas preletu zariadenia nad daným detektorom/manipulátorom.

Pohonová sústava je tvorená DC motorom, ktorý poháňa harmonickú prevodovku. Tento typ prevodovky má vhodné dynamické vlastnosti na to, aby spĺňal požiadavky na manipuláciu s daným *POERF*. Keďže sa jedná o mechatronickú sústavu, zariadenie je vybavené aj vyspelým riadením, kde dochádza k regulácii danej sústavy tak, aby dosahovala čo najmenšiu odchýlku od požadovanej polohy.



Obrázok 3: Experimentálna sústava na identifikáciu dynamického chovania

Harmonické prevodovky napriek svojim špecifickým vlastnostiam vykazujú mnohé nelineárne vlastnosti, ktoré výrazne ovplyvňujú dynamické chovanie sústavy [2].

Na identifikáciu dynamického chovania bola vytvorená experimentálna sústava s harmonickou prevodovkou a riadením (Obrázok 3, prevzaté z [2]), na ktorej bude možné sledovať charakter celého manipulátora. Na základe neho sa následne k nemu vytvorí vhodné riadenie pre čo najpresnejšie polohovanie. Riadenie musí byť schopné vhodne regulovať napájanie DC motoru tak, aby *POERF* vždy dosahoval potrebné natočenie/polohu. Ďalej sa budeme zaoberať len pohonovou sústavou a jej členmi.

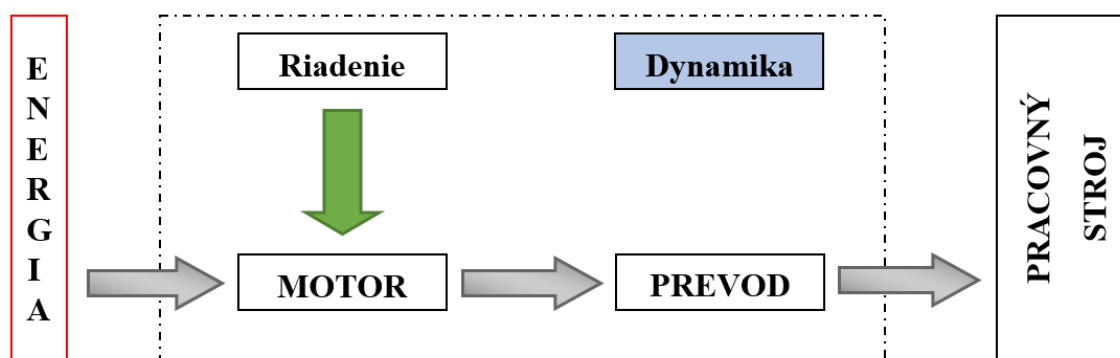
Zariadenia slúžiace na premenu energie a na riadenie danej premeny nazývame pohony. Pohony nám umožňujú uviesť poháňaný stroj do požadovaného stavu. Podľa druhu energie využitej k premene na energiu mechanickú v pracovnom stroji klasifikujeme pohony na:

- Spaľovacie
- Elektrické
- Hydraulické
- Pneumatické

Podľa spôsobu riadenia premeny energie delíme pohony na:

- Neriadené – majú konštantné parametre
- Riadené – sledujeme riadenú veličinu (parameter) a pomocou riadiaceho systému docielime vhodnej zmeny tejto veličiny priamym zásahom do vstupných parametrov motoru.

Dôležitú úlohu v procese riadenia má regulácia. Regulovaná veličina vstupujúca do regulátoru – akčná veličina – skrz riadiaci mechanizmus ovplyvňuje motor. Obrázok 4 nám schematicky znázorňuje pohon pracovného stroja.



Obrázok 4: Schéma pohonu

Z daného obrázku je známe, že základné prvky pohonu sú tvorené motorom, prevodom a riadiacim systémom. Pre potreby tejto práce sa ďalej zameriame len na časť prevodu.

Hlavnou funkciou prevodov aplikovaných na elektrické servomotory je redukcia výstupných otáčok a zvýšenie momentu od motoru na pripojený poháňaný mechanizmus. Elektrické servomotory pracujú s vysokou účinnosťou na úrovni 95% len pri relatívne vysokých otáčkach (1000 *ot/min*). Práve z tohto dôvodu je potrebná transformácia parametrov.

Na prevody (predovšetkým pre aplikácie vyžadujúce presné a precízne polohovanie, ako napríklad roboty, letecká a vesmírna technika...) sa kladú kvalitatívne požiadavky:

- Minimálna vôľa
- Čo najvyššia účinnosť
- Veľká redukcia otáčok v málo krokoch
- Malé momenty zotrvačnosti
- Malá hmotnosť
- Malé vnútorné rozmery
- Kompaktnosť
- Čo najnižšie straty trením
- Vysoká tuhosť
- Vysoká hustota výkonu

Pre vyššie spomenuté aplikácie sa prevažne používajú servomotory s rotačným pohybom, pričom prevody majú výstup vo forme rotačného pohybu (identická transformácia) alebo vo forme lineárneho pohybu (neidentická transformácia). Prevody typu rotačný vstup – rotačný výstup delíme na:

- Ozubené – jednoduché prevody a planétové prevody
- Harmonické – polohovacie a orientačné aplikácie
- Cykloprevody – polohovacie aplikácie
- Špeciálne
- Remeňové – polohovacie aplikácie
- Reťazové
- Lankové – efektory
- Kĺbové – pantograf, paralelogram, efektory

Predmetom štúdia tejto diplomovej práce sú práve harmonické prevody, harmonické prevodovky, ktoré budú podrobne charakterizované v ďalšej kapitole.

4 HARMONICKÉ PREVODY A PREVODOVKY

4.1 SCHÉMA HARMONICKEJ PREVODOVKY

Každá harmonická prevodovka sa skladá z troch základných komponentov (Obrázok 5), ktoré sú nevyhnutné pre správne fungovanie mechanizmu prevodovky:

1) **WAVE GENERATOR (WG)**

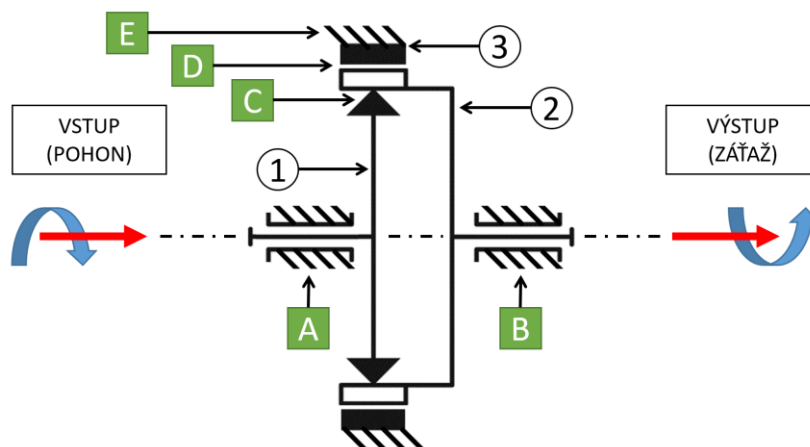
- vnútornú časť tvorí eliptická vačka, na ktorej sa nachádza špeciálne pružné guľčikové ložisko
- vo väčšine aplikácii je WG vstupným elementom prevodu

2) **FLEX SPLINE (FS)**

- pružné ozubené koleso tvaru polouzavretej valcovej nádoby
- pri otvorenom okraji sa nachádza vonkajšie ozubenie
- vo väčšine aplikácii je FS výstupným elementom prevodu

3) **CIRCULAR SPLINE (CS)**

- tuhé ozubené koleso, na vnútornej strane sa nachádza ozubenie
- vo väčšine aplikácii je CS pevne ukotvený a nie je pohyblivým elementom prevodovky



Obrázok 5: Zjednodušená schéma harmonickej prevodovky

Obrázok 5 nám zobrazuje zjednodušenú schému HP. Jednotlivé komponenty sú vzájomne prepojené väzbami:

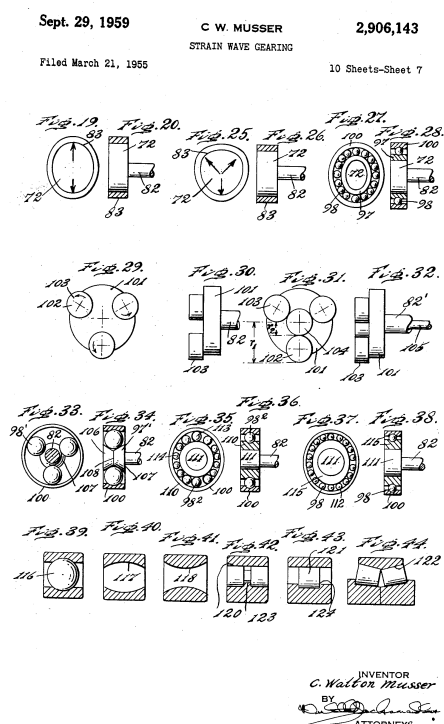
- A) **Rotačná väzba** medzi základným telesom (zafixovaným) a vstupným hriadeľom HP, ktorá poháňa WG
- B) **Rotačná väzba** medzi základným telesom (zafixovaným) a výstupným hriadeľom HP, ktorá poháňaná výstupným elementom – FS
- C) **Flexibilná väzba** medzi WG a FS
- D) **Ozubený prevod** medzi FS a CS
- E) **Pevná väzba** medzi CS a základovým telesom

Princíp fungovania HP je založený na rotačno-eliptickej deformácii FS, ktorá je spôsobená rotáciou WG zasunutého do otvoreného konca FS. Ozubenie na vonkajšom okraji FS preberá eliptickú formu počas rotácie WG a tým dochádza k odvaľovaniu ozubení medzi FS a CS, ktorý je pevne uložený v konštrukcii prevodovky.

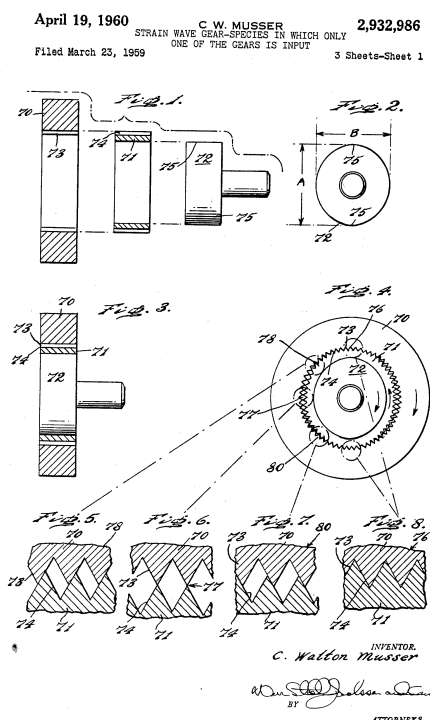
Mechanizmus prevodovky mení zmysel otáčania, má veľmi vysoké hodnoty prevodového pomeru a dokáže prenášať veľmi vysoký krútiaci moment. Podrobná charakteristika HP bude predmetom záujmu ďalších podkapitol tejto kapitoly.

4.2 HISTÓRIA HARMONICKÝCH PREVODOVIEK A ICH SÚČASNÉ VYUŽITIE

V januári roku 1955 americký vynálezca Clarence Walton Musser uverejnil koncept mechanizmu označeného ako „*Strain Wave Gearing*“ a v roku 1957 daný mechanizmus pod týmto označením patentoval (anglicky *Harmonic Drive Gearing*, *Strain Wave Gearing*). Oficiálne informácie boli vydané až v roku 1959, kedy daný koncept vyvolal veľký rozruch a otázky, keďže idea flexibilného (elastického) ozubeného kolesa bola proti konvenčným pravidlám mechaniky tuhého telesa a klasických prevodových mechanizmov. Vynález W. Mussera bol založený na dynamike elastického telesa. Obrázok 6 [3] a Obrázok 7 [4] sú náhľadom pôvodných patentov založených p. W. Musserom.



Obrázok 6: Patent US 2906143 A



Obrázok 7: Patent US 2932986 A

Prvé modely harmonických prevodoviek boli vyrobené v roku 1958 v meste Beverly, štát Massachusetts, vo firme United Machinery Group Corp v jej divízii Harmonic Drive Division. V súčasnosti existujú tri veľké spoločnosti zaoberajúce sa výrobou a vývojom harmonických prevodoviek:

- Harmonic Drive Systems (Japonsko)
- Harmonic Drive LLC (USA)
- Harmonic Drive AG (Nemecko)

Okrem týchto veľkých svetových spoločností sa výrobou HP zaoberá aj spoločnosť *RR Slovakia a. s.* sídliaca vo Zvolene.

HP majú celosvetovo široké použitie. Ich aplikáciu môžeme sledovať predovšetkým v:

- Industriálne roboty
- Obrábacie stroje
- Medicínska technika
- Tlačové stroje
- Vysoko precízna produkcia elektronických súčiastok
- Letecká a vesmírna technika

4.3 ZÁKLADNÉ TYPY HARMONICKÝCH PREVODOVIEK

Harmonické prevodovky sa rozšírili do mnohých odvetví priemyslu, kde majú svoje špecifické aplikácie ako sme ich už vymenovali v úvode 4. kapitoly. Jednotlivé typy aplikácií kladú dôraz na rozličné požiadavky a charakteristiky prevodu. Z tohto dôsledku došlo k výraznému vývoju HP a vzniku rozličných druhov a konfigurácií, ktoré firma Harmonic Drive AG plne implementovala do svojho katalógu produktov.

Medzi základné, charakteristické vlastnosti HP sa radia:

- Vynikajúca presnosť (menšia než 1')
- Možnosť prenášať vysoký krútiaci moment
- Až 1/3 zubov v zábere (v závislosti od veľkosti zaťaženia)
- Účinnosť okolo 85%
- Minimálne opotrebovanie a dlhá životnosť (problematika únavy)
- Nie sú samosvorné (výstupný prevod na ktorejkoľvek osi)
- Poddajnosť prevodoviek (problém s kmitaním)
- Nízke momenty zotrvačnosti
- Kompaktnosť
- Prevodový pomer v rozsahu od 1:80 až 1:320

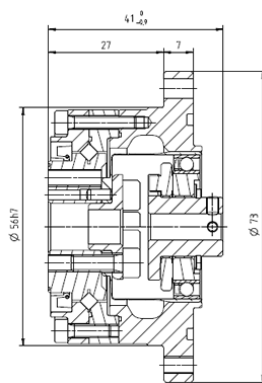
Okrem vyššie spomenutých vlastností sa postupom času vytvorili rozličné konfigurácie HP, ktoré sú ďalej špecializujú ich aplikácie a vlastnosti. V nasledujúcej časti tejto kapitoly budú charakterizované základné typy HP s označením od firmy *Harmonic Drive AG*.

4.3.1 Harmonic Drive séria CSG®-2UH, CobaltLine®-2UH a CobaltLine®-CP

Výstupné ložisko série (Obrázok 8 a), b), prevzaté z [5]) CSG® a CobaltLine® je výnimočné tým, že má výstupné ložisko spevnené, s vysokou tuhosťou náklonu, v dôsledku čoho je možná priama montáž na ťažkú záťaž bez potreby dodatočnej podpory alebo konštrukcie. Táto rada HP umožňuje jednoduchú a priestorovo úspornú aplikáciu. Zároveň dokážu prenášať veľký rozsah krútiaceho momentu a majú vysokú životnosť pri zachovaní vysokej presnosti chodu a dynamiky. Dokážu taktiež fungovať v teplotnom rozsahu od -40°C až po 90°C. Táto konfigurácia má nulový mŕtvý chod [5]. Séria CobaltLine®-CP má opciu vysokej odolnosti voči korózii a sú plne utesnené pre aplikáciu do drsných podmienok [6].



a) Zostava HP



b) Schematický rez



c) Aplikácia

Obrázok 8: Harmonic Drive séria CSG®-2UH

Tabuľka 1: Charakteristické vlastnosti série CSG®-2UH

Prenášaný krútiaci moment	M_m [Nm]	23 ÷ 841
Prevodový pomer	i [–]	50:1 ÷ 160:1
Maximálna výkonová hustota	[Nm/kg]	545

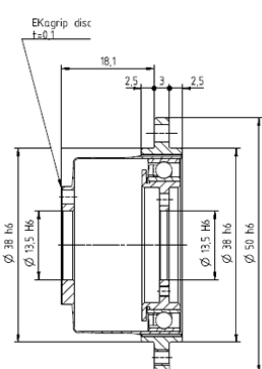
Firma Kuka používa tento druh HP (Obrázok 8 c), prevzaté z [7]) pre roboty série KR AGILUS (prezývané aj ako „majstri rýchlostí“) umožňujúce najvyšší level kvality produkcie pri zachovaní maximálnej precíznosti chodu (predovšetkým v aplikáciách „uchop a polož“). Práve rada CobaltLine® umožnila o 30% vyšší prenos krútiaceho momentu a až o 40% dlhšiu životnosť oproti sérii HFUC a to v dôsledku optimalizácie zubového profilu adoptovaním tvaru vlnového generátoru [7].

4.3.2 Harmonic Drive séria CPL®-2A

Charakteristikou vlastnosťou tejto série harmonických prevodoviek je nízky moment zotrvačnosti a návrh s čo najnižšou hmotnosťou, ktorý je dosiahnutý redukováním priečného profilu geometrie a tak isto upraveným vzorom vrtania dier. Osou HP je vedená veľká diera (Obrázok 9 a),b), prevzaté z [8]), ktorá umožňuje inštaláciu ďalšej osi/hriadele [8].



a) Zostava HP



b) Schematická rez



c) Aplikácia

Obrázok 9: Harmonic Drive séria CPL®-2A

Tabuľka 2: Charakteristické vlastnosti série CPL®-2A

Prenášaný krútiaci moment	M_m [Nm]	18 ÷ 372
Prevodový pomer	i [–]	50:1 ÷ 160:1
Maximálna výkonová hustota	[Nm/kg]	735

Tieto HP majú uplatnenie aj v medicíne. University of Bern a NTB Buchs v spolupráci s ARTORG Center vyvinuli chirurgický robot (*Obrázok 9 c*), prevzaté z [9]), pomocou ktorého dokážu vykonávať chirurgické zákroky, ktoré doteraz nebolo možné nijakou inou metódou realizovať. Nulový mŕtvy chod a vysoká presnosť prevodoviek CPL®-2A umožňujú implantovať sluchový implantát priamo do slúchadla vnútorného ucha a to precíznym vŕtaním skrz lebku pacienta. Dutá hriadeľ HP zároveň umožňuje vedenie káblov pre senzory, predovšetkým pre senzor snímajúci prítlak vŕtaku na lebku pacienta [9].

4.3.3 Harmonic Drive séria HFUC®-2A

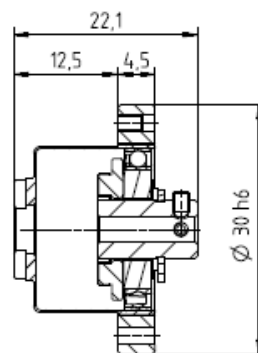
Ideálne na prenos extrémne vysokých krútiacich momentov, tieto HP (*Obrázok 10*, prevzaté z [10]) sú navyše mazané mazivami pre veľkú škálu pracovných teplôt a sú vyrábané zo špeciálnych materiálov pre extrémne pracovné podmienky. Konštrukciou sú kompaktné a zároveň ľahkým typom HP [10].

Tabuľka 3: Charakteristické vlastnosti série HFUC®-2A

Prenášaný krútiaci moment	M_m [Nm]	1,8 ÷ 9180
Prevodový pomer	i [–]	30:1 ÷ 160:1
Maximálna výkonová hustota	[Nm/kg]	420



a) Zostava HP



b) Schematický rez

Obrázok 10: Harmonic Drive séria HFUC®-2A

4.3.4 Harmonic Drive séria CSD®-2A

HP majú široké uplatnenie aj vo vesmírnej technike, pričom prvé HP boli vyslané do vesmíru už pre vyše 40. rokmi počas misie *Apollo 15*. S ňou však súvisia nároky na čo najkompaktnejšie rozmery a tak isto na použitie špeciálnych materiálov a mazív, ktoré sú pre dané podmienky vhodné. Firma *Harmonic Drive* postupne vyvinula sériu prevodoviek série CSD®-2A (*Obrázok 11 a*), *b*), prevzaté z [11]), ktorá spĺňa všetky vyššie uvedené kritériá a zároveň sú konštruované s ohľadom na čo najkratšiu osovú

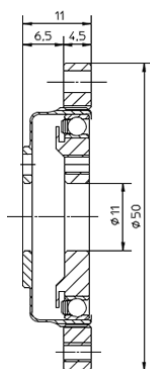
vzdialenosť prevodovky. Dutá hriadeľ prevodovky umožní vedenie dodatočných osí skrz prevodovku, prípadne vedenie kabeláže [11]. Firma *RUAG Switzerland AG* aplikuje HP pre satelity (Obrázok 11 c), prevzaté z [12]), konkrétne ako mechanizmy natáčajúce solárne panely napájajúce tieto satelity smerom na zdroj svetla [12].

Tabuľka 4: Charakteristické vlastnosti série CSD®-2A

Prenášaný krútiaci moment	M_m [Nm]	12 ÷ 823
Prevodový pomer	i [–]	50: 1 ÷ 160: 1
Maximálna výkonová hustota	[Nm/kg]	512



a) Zostava HP



b) Schematický rez



c) Aplikácia

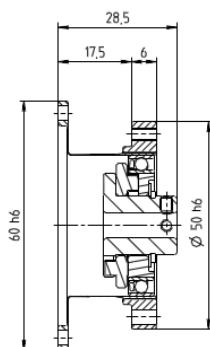
Obrázok 11: Harmonic Drive séria CSD®-2A

4.3.5 Harmonic Drive séria HFUS®-2A

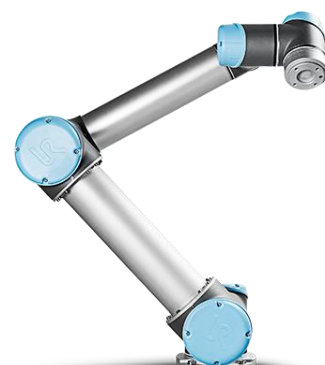
HP rady HFUS (Obrázok 12 a), b), prevzaté z [13]) sú odlišné v prvom rade svojou konštrukciou – zväčšená hriadeľ umožňuje vytvorenie otvoru pre ďalšie aplikácie ako hriadele pre ďalšie osi pohonu, prípadne pre vedenie káblov. Rovnako, ako rada HFUC®-2A, tieto HP spĺňajú podmienky pre chod v extrémnych podmienkach [13]. Séria SHG®-2A má oproti sérii HFUS®-2A ešte väčší dutý hriadeľ a maximálny krútiaci moment až 3419 Nm.



a) Zostava HP



b) Schematický rez



c) Aplikácia

Obrázok 12: Harmonic Drive séria HFUS®-2A

Tabuľka 5: Charakteristické vlastnosti série HFUS®-2A

Prenášaný krútiaci moment	M_m [Nm]	9 ÷ 1840
Prevodový pomer	i [–]	30:1 ÷ 160:1
Maximálna výkonová hustota	[Nm/kg]	384

Firma *Universal Robots* aplikuje tieto HP vo svojich industriálnych robotoch malej a strednej kategórie, ktoré majú vo svojich kĺboch implementované práve tieto HP (Obrázok 12 c), prevzaté z [14]). Jednostupňový prevod HFUS-2SH s prevodovým pomerom 100:1 zabezpečí vysokú dynamiku vďaka nízkej hmotnosti pod 1 kg a s možným krútiacim momentom 100 Nm, sú ideálnou voľbou pre tieto kompaktné a vysoko dynamické roboty [14].

4.4 KONŠTRUKCIA A KOMPONENTY HARMONICKEJ PREVODOVKY

Harmonické a cykloidné prevodovky boli odvodené z konkrétnych typov planétových prevodov, kde vstupným členom je unášač a výstupné otáčky získavame zo satelitu vyoseného z centrálnej osi, na ktorú sa musíme dostať výstupnú hriadeľ z prevodovej skrine [15]. Obrázok 13 nám zobrazuje zostavu harmonickej prevodovky pripravenú na priamu montáž a Obrázok 14 je tvorený zostavou harmonickej prevodovky s príslušným elektrickým servopohonom. Firma Harmonic Drive vyrába kompletne zostavy, ktoré sú plne konfigurovateľné podľa požiadaviek zákazníka, pričom elektrický servomotor môže byť doplnený o senzor polohy/otáčok a o brzdu.



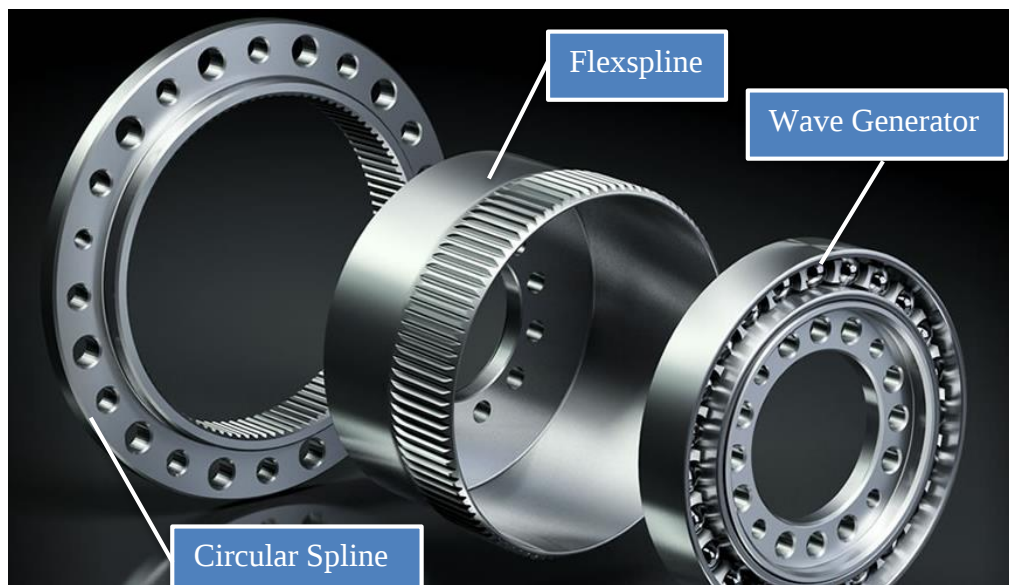
Obrázok 13: Zostava HP



Obrázok 14: Zostava HP a elektrického servopohonu

Ozubený harmonický prevod je charakteristický unikátnou konštrukciou, ktorú nazývame ako plávajúci dvojvlňový vačkový generátor vln. Tá sa skladá z troch hlavných komponentov (Obrázok 15), ktorých kombinácia zaručí vlastnosti a výhody (zároveň aj nevýhody) pre HP typické :

- Wave Generator (WG) – generátor vln
- Flexspline (FS) – pružné ozubené koleso
- Circular Spline (CS) – tuhé ozubené koleso

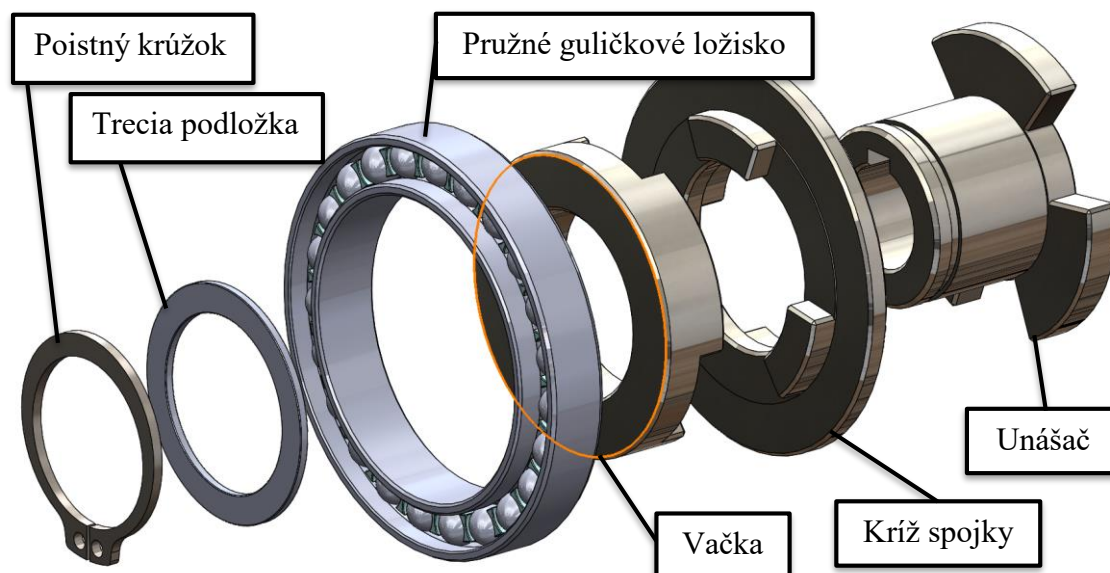


Obrázok 15: Hlavné komponenty HP

Jednotlivé komponenty HP, ich konštrukcia, vlastnosti, voľba materiálu a iné budú popísané v nasledujúcich odsekoch tejto práce.

4.4.1 Wave Generator

WG alebo generátor vĺn je vo väčšine prípadov vstupným (závisí od konfigurácie HP) členom a je namontovaný na vstupný hriadeľ prevodovky. Nepresnosti súvisiace s uložením vstupného hriadeľa sú čiastočne eliminované pripojením generátora vĺn HP. Skladá sa z viacerých prvkov (Obrázok 16), pričom jej kľúčovými elementami sú vačka a špeciálne pružné guľčkové ložisko.



Obrázok 16: Zostava generátora vĺn HP

Vačka, ktorá má špeciálne upravený tvar (vo väčšine prípadov formu elipsy), je spojená s poháňaným unášačom pomocou Oldhamovej spojky. Tento spôsob montáže s využitím spojky umožní relatívny pohyb medzi vačkou a unášačom. Celá zostava je

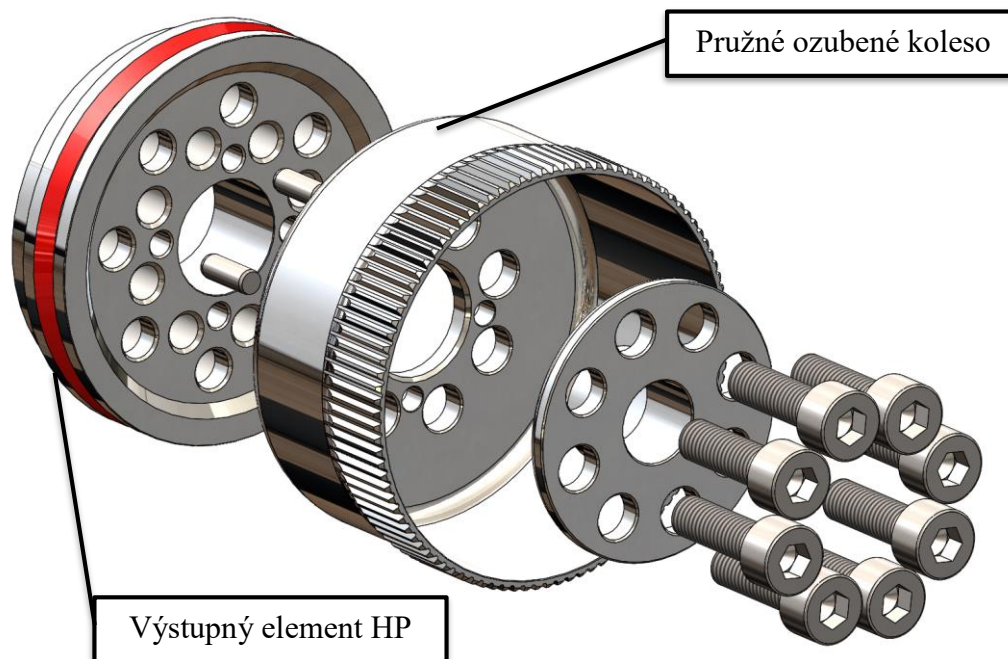
proti axiálnemu vysunutiu zaistená poistným krúžkom (pred ktorým je inštalovaná trecia podložka).

Druhým významným elementom WG je pružné ložisko s jedným radom guľičiek, ktorého prstence sú konštruované z materiálov podobných pružinovej oceli, keďže po nasunutí – nalisovaní na eliptickú vačku dochádza k neustálej deformácii vonkajšieho prstenca pri rotácii elipsy. Kľetka ložiska je istená proti axiálnemu vysunutiu plochou na kríži spojky.

4.4.2 Flexspline

Kľúčovým elementom HP slúžiace na prenos pohybu je pružné ozubené koleso, ktoré je tvorené tenkostenným valcom, pričom na jeho vonkajšom okraji (otvorenom) sa nachádza vonkajšie ozubenie. Uzavretá časť valcovej nádoby je vo väčšine prípadov zosilnená (hrubšia ako valcový povrch FS), keďže sa k nej priamo pripája výstupný hriadeľ prevodovky prenášajúci vysoké krútiace momenty. Tvar FS závisí od typu vlnového generátora, ktorý sa zasúva pri montáži do otvorenej časti FS [16].

Obrázok 17 zobrazuje zostavu FS aj s montážou výstupného elementu prevodovky. Skrz uzavretú časť valcovej nádoby sú vedené diery. Pomocou skrutiek vedených skrz tieto diery je následne primontovaný výstupný člen prevodového stupňa, ku ktorému sa dajú pripájať záťaže potrebným spôsobom.

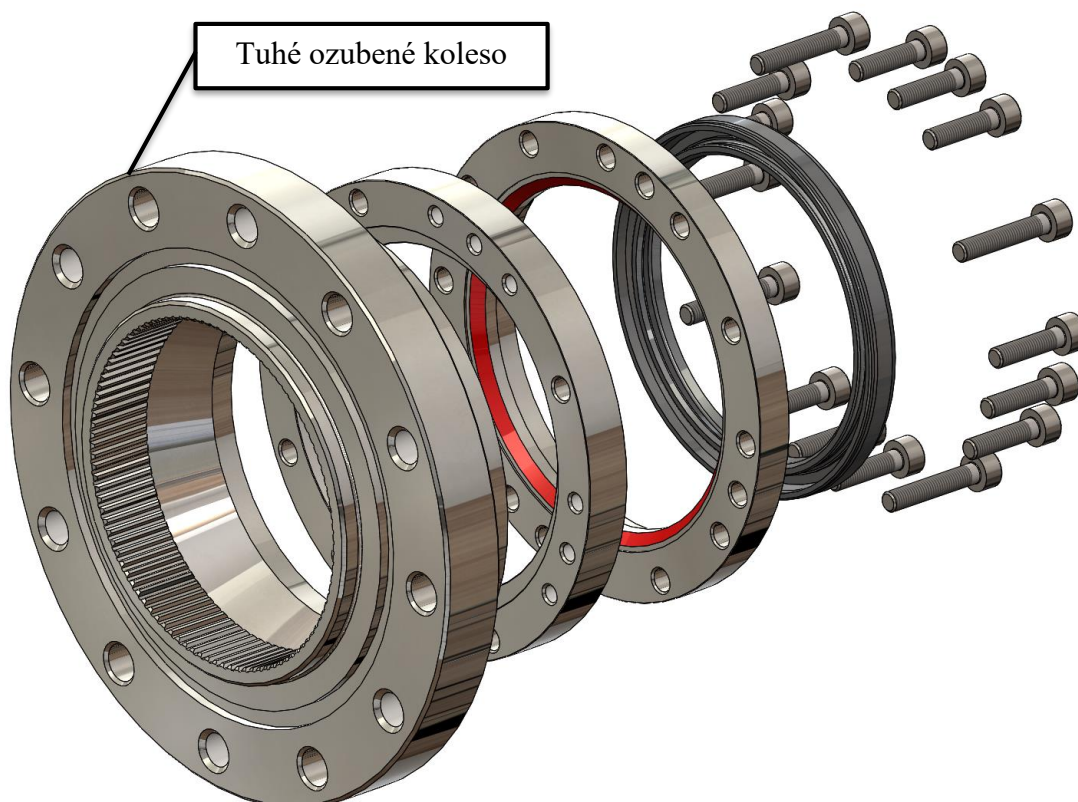


Obrázok 17: Zostava pružného ozubeného kolesa HP

FS podlieha počas behu prevodovky neustálej deformácii od WG a zároveň dochádza k viacnásobnému kontaktu v ozubení medzi FS a CS. Z tohto dôsledku je dôležitá správna voľba materiálu FS. Pre súčasné aplikácie sa FS vo väčšine prípadov vyrába z pružinovej ocele, ale prebiehajú už aj výskumy na aplikáciu kompozitných materiálov namiesto ocele.

4.4.3 Circular Spline

Najtuhší element prevodovky je CS – tuhé ozubené koleso, ktoré je tvorené vnútorným ozubením a zároveň je konštruované tak, aby celej zostave HP zaručilo čo najväčšiu pevnosť. Ozubenie je obklopené hrubým oceľovým prstencom vyrobeného z ocelevej liatiny zvýšenej pevnosti (Obrázok 18). Prstenec je na rozdiel od WG kruhového tvaru a vo väčšine konfigurácii HP je počas celého chodu prevodovky v stabilnej polohe, voči ktorej dochádza k rotačnému pohybu WG a FS; zároveň k odvaľovaniu ozubenia.



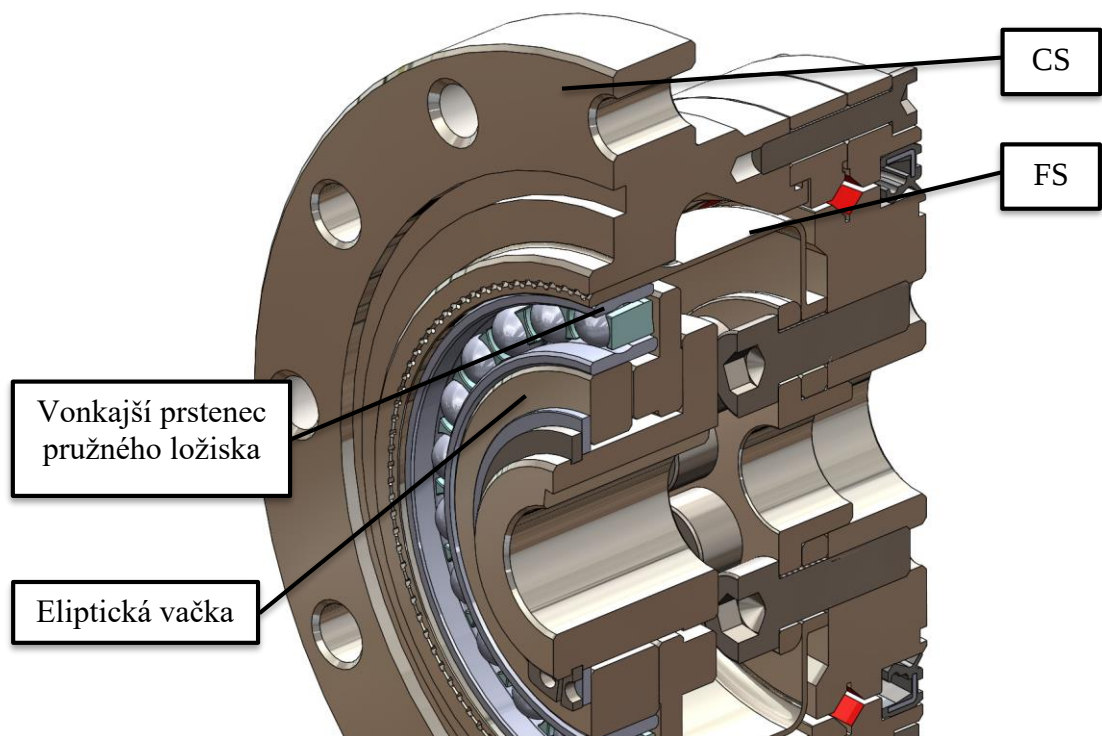
Obrázok 18: Zostava tuhého ozubeného kolesa HP

4.5 PRINCÍP PRÁCE A PREVODOVÝ POMER

Unikátna konštrukcia HP a ich princíp fungovania umožňujú HP mať vysoký prevodový pomer a zároveň prenos obrovského krútiaceho momentu vzhľadom na ich veľkosť. V tejto podkapitole bude detailne vysvetlený princíp fungovania HP a tak isto prevodový pomer vzhľadom na daný režim fungovania HP.

4.5.1 Princíp práce harmonickej prevodovky

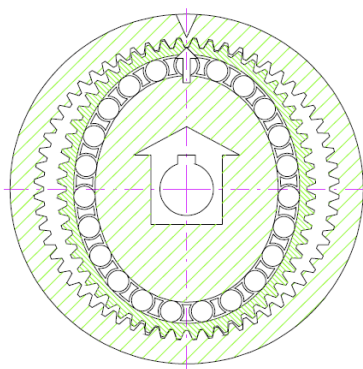
V zmontovanom stave HP (Obrázok 19) dôjde k zasunutiu eliptickej vaky WG do otvorenej časti FS. V tomto stave nastane kontakt medzi vonkajším pružným prstencom pružného ložiska a vnútornou stenou FS pod oblasťou vonkajšieho ozubenia. Tieto dve plochy po sebe nekĺžu, len sa vzájomne elipticky deformujú počas rotácie eliptickej vaky WG.



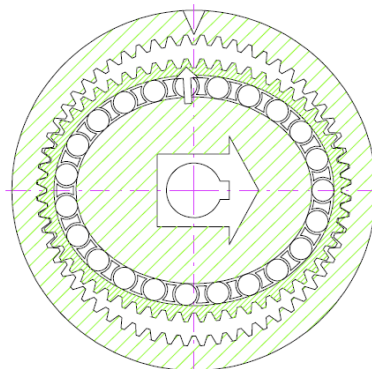
Obrázok 19: Zostava HP - priečny rez

Elipsoidická deformácia FS a zároveň s ňou späť deformácia vnútorného ozubení nám umožní použiť FS s počtom zubov o dva menej, ako počet vnútorného ozubení CS. Po deformácii na elipsu zuby v mieste hlavnej osi elipsy do seba zapadajú, pričom na vedľajšej osi elipsy dôjde k vytvoreniu vôle medzi ozubením a tým sa umožní odváľovanie.

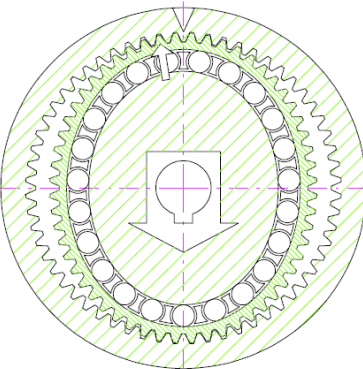
Obrázok 20 a) [17] nám schematicky znázorňuje vzájomnú polohu troch kľúčových komponentov HP. V tomto stave je uvažujeme nulové natočenie WG voči CS. Rotáciou WG o 90° (Obrázok 20 b)) dochádza k postupnej eliptickej deformácii pružného ložiska a zároveň aj FS. Dochádza k posuvu záberovej zóny s hlavnou eliptickou osou a odváľovaniu ozubení. Otočenie WG o 180° (Obrázok 20 c)) dochádza k relatívnemu posuvu pružného ozubeného kolesa FS voči tuhému ozubenému kolesu CS v opačnom smere o jeden zub – HP prevodovka mení zmysel otáčania výstupného hriadeľa. Úplným otočením WG o 360° (Obrázok 20 d)) sa posunie FS voči CS o pozíciu dvoch zubov v smere opačnom, než je rotácia WG. Dôležité je taktiež povedať, že harmonické prevodovky nie sú samosvorné [17].



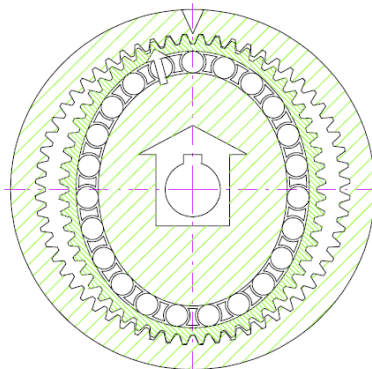
a) Rotácia WG o 0°



b) Rotácia WG o 90°



c) Rotácia WG o 180°



d) Rotácia WG o 360°

Obrázok 20: Otočenie WG o 360°

4.5.2 Prevodový pomer a vplyv komponentov HP na prevodový pomer

Prevodový pomer HP je definovaný na základe počtu zubov pružného a tuhého ozubeného kola nasledovne:

$$i = \frac{z_2}{z_2 - z_1} \quad (4.1)$$

kde i je prevodový pomer, z_1 je počet zubov CS a z_2 je počet zubov FS. U HP je štandardný počet zubov $z_2 = 100 \div 640$, z čoho vyplýva prevodový pomer prevodovky v rozsahu $i = 50 \div 320$ a zároveň rozdiel v počte zubov FS a CS je $(z_1 - z_2) = 2$ [18]. Tieto vzťahy sú platné v prípade, že HP pracuje v režime reduktora otáčok (Tabuľka 6 prípad a)).

Harmonické prevodovky môžu byť používané v rozličných prevozných režimoch (teoretických) na základe voľby vstupného, výstupného a zafixovaného komponentu. Podľa toho sa odvíja aj ich prevodový pomer a charakter následnej aplikácie v mechanizme. Tabuľka 6 nám detailne charakterizuje jednotlivé režimy chodu prevodovky, stav jednotlivých komponentov prevodu a taktiež výsledný prevodový pomer. Komponenty so vyšrafovanou zelenou oblasťou uvažujeme ako fixované komponenty prevodovky.

Tabuľka 6: Vplyv konfigurácie komponentov na prevodový pomer

	Graf. znázornenie	Prevod. p.	Charakteristika
a)		i	Reduktor otáčok - WG – vstupný komponent - FS – výstupný komponent - CS – zafixovaný komponent Dochádza k reverzácii otáčok.
b)		$i = \frac{1}{i}$	Multiplikátor otáčok - WG – výstupný komponent - FS – vstupný komponent - CS – zafixovaný komponent Dochádza k reverzácii otáčok.
c)		$i = \frac{i + 1}{i}$	Reduktor otáčok - WG – vstupný komponent - FS – zafixovaný komponent - CS – výstupný komponent Nedochádza k reverzácii otáčok.
d)		$i = \frac{1}{i + 1}$	Multiplikátor otáčok - WG – výstupný komponent - FS – vstupný komponent - CS – zafixovaný komponent Nedochádza k reverzácii otáčok.
e)		$i = \frac{i + 1}{i}$	Reduktor otáčok - WG – vstupný komponent - FS – zafixovaný komponent - CS – výstupný komponent Nedochádza k reverzácii otáčok.
f)		$i = \frac{i}{i + 1}$	Multiplikátor otáčok - WG – výstupný komponent - FS – vstupný komponent - CS – zafixovaný komponent Nedochádza k reverzácii otáčok.
g)		–	Diferenciál - WG – riadený/regulovaný komp. - FS – výstupný komponent - CS – vstupný komponent (prípadne iná kombinácia týchto troch komponentov)

5 MECHANICKÉ VLASTNOSTI HARMONICKEJ PREVODOVKY

Harmonické prevodovky majú široké uplatnenie, ale ich kľúčová aplikácia je predovšetkým vo vesmírnom priemysle, robotike a presnom polohovaní, kde sú používané pre ich špecifické vlastnosti, ako sú vysoká presnosť, vysoký prevodový pomer pri zachovaní kompaktných rozmerov a nízkej hmotnosti prevodového mechanizmu. Veľkou výhodou je taktiež ideálne nulový mŕtvy chod prevodovky v dôsledku viacnásobného zubového kontaktu. HP vykazujú lineárnu charakteristiku vo väčšine prípadov len za ustáleného stavu pri určitej hodnote nominálnych otáčok. Všetky tieto parametre by za ideálnych okolností umožnili jednoduché riadenie a reguláciu sústavy pohonu a prevodovky.

Na druhej strane však mechanizmus harmonických prevodoviek zahŕňa v sebe mnohé nelinearity, ktoré sa prejavujú ako nepriaznivé charakteristiky HP. Tie sa vo väčšine prípadov prejavujú pri rozbehu prevodovky z pokoja alebo pri reverzácii otáčok prevodovky. Veľký vplyv na charakteristiku prevodovky má aj veľkosť aplikovaného krútiaceho momentu. Na vlastnosti HP majú veľký vplyv taktiež geometrické nepresnosti súvisiace s jednotlivými komponentmi, ale aj výsledné zloženie zostavy HP, predovšetkým zasunutie WG do FS – čiže ich vzájomná poloha. V celej nasledujúcej práci budeme uvažovať charakteristiky a výpočty, ktoré sú charakteristické pre konfiguráciu prevodovky v režime reduktora otáčok, kde vstupným členom je WG a výstupným členom je FS pri zafixovanom CS (Tabuľka 6 prípad a)).

Teoretické podklady o fungovaní HP boli položené v 50. rokoch 20. storočia, pričom štúdium ich nepresností neboli dôkladne analyzované. Poslednú dobu došlo k výraznej štúdiu tejto oblasti, pričom boli identifikované nelineárne vlastnosti HP:

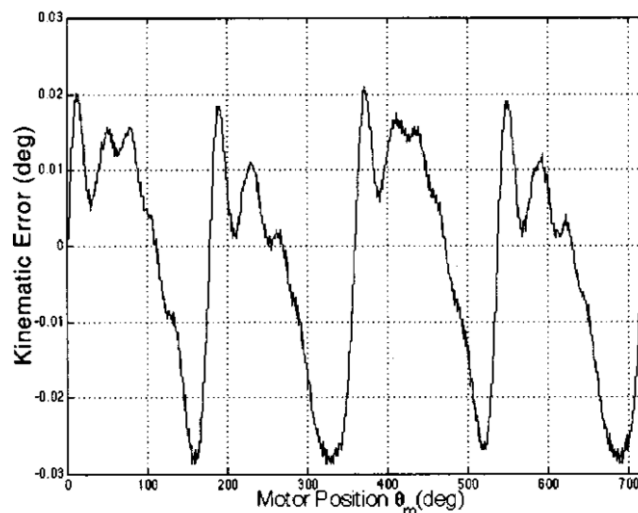
- kinematická chyba
- flexibilita prevodu – deformácia komponentov prevodovky
- trenie
- napätie a deformácia v ozubení

5.1 KINEMATICKÁ CHYBA

Kinematická chyba je definovaná ako odchýlka medzi očakávanou výstupnou polohou a skutočnou výstupnou polohou. To môžeme zapísať ako

$$\tilde{\theta} = \frac{\theta_m}{N} - \theta_l \quad (5.1)$$

kde θ_m je rotácia hriadele motora pripojeného k WG HP, N je hodnota prevodového pomeru a θ_l je rotácia výstupnej hriadele pripojenej k FS HP. Obrázok 21 [19] zobrazuje typický priebeh kinematickej chyby HP pri hodnote rotácie hriadeľa elektrického servopohonu na 300 ot/min bez zapojenia záťaže. Z daného priebehu je známe, že na hodnote dvojnásobku frekvencie otáčania sa nám objavuje základná harmonická zložka, na ktorej sú nasuperponované vyššie frekvencie.



Obrázok 21: Kinematická chyba HP

I napriek nízkej amplitúde kinematickej chyby, má výrazný vplyv na charakteristiku prevodovky, keďže v dôsledku jej periodického charakteru pôsobí ako budič a tým spôsobuje vibrácie pri behu HP. Tieto vibrácie sa stávajú dominantnými predovšetkým v oblasti rezonančných frekvencií HP a v ich dôsledku dochádza k výraznému úniku energie, výraznému poklesu hodnoty krútiaceho momentu a tak isto môžeme sledovať fluktuácie rýchlosti prevodovky.

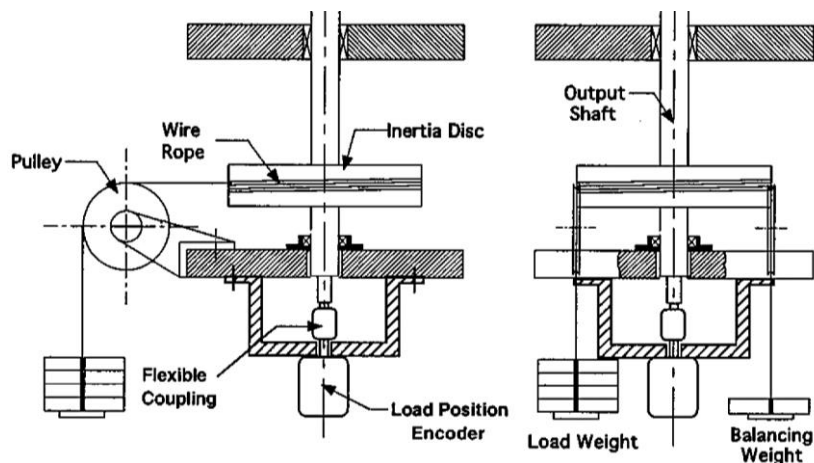
Uvažujeme, že kinematická chyba je dominantne daná súčtom dvoch komponent nasledovne

$$\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_p + \tilde{\theta}_s \quad (5.2)$$

kde $\tilde{\theta}_p$ je základnou zložkou a predstavuje „čistú“ kinematickú chybu vyplývajúcu z kinematickej štruktúry HP a $\tilde{\theta}_s$ je chyba vyplývajúca z charakteristík tuhosti komponentov HP. Na základe experimentálnych výsledkov vyplývajúcich z [19] boli zhrnuté tri základné faktory ovplyvňujúce kinematickú chybu HP.

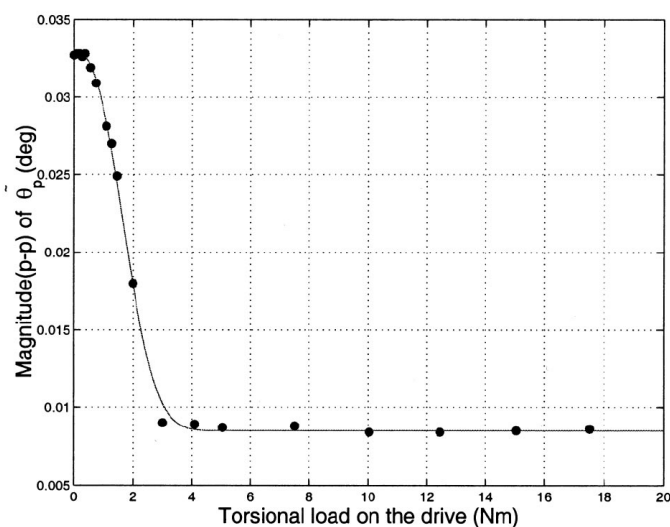
5.1.1 Závislosť kinematickej chyby na veľkosti záťaže

Závislosť kinematickej chyby $\tilde{\theta}_p$ bola vyhodnotená na základe experimentu, kde bol výstupný zotrvačník zaťažený torzne a to mechanizmom kladky a závažia (Obrázok 22 [19]). Výstupný hriadeľ HP je teda zaťažovaný torzne, keďže je priamo spojený so zotrvačníkom. Počas experimentu došlo k postupnému zvyšovaniu hmotnosti závažia a tým aj zaťaženia výstupného hriadeľa prevodovky.



Obrázok 22: Experimentálna zostava na zaťaženie HP

Z výsledkov experimentu (Obrázok 23 [19]) môžeme jednoznačne vysloviť záver, že s narastajúcou záťažou HP hodnota kinematickej chyby výrazne klesá (hodnota od zápornej po kladnú amplitúdu $\widetilde{\theta}_p$). HP prevodovky sú citlivé predovšetkým na zmenu malých hodnôt torzného zaťaženia, čo je známe pod pojmom *soft-windup* fenoménu. Vyššie hodnoty záťaže vykazujú konštantnú hodnotu kinematickej chyby prevodovky [19].

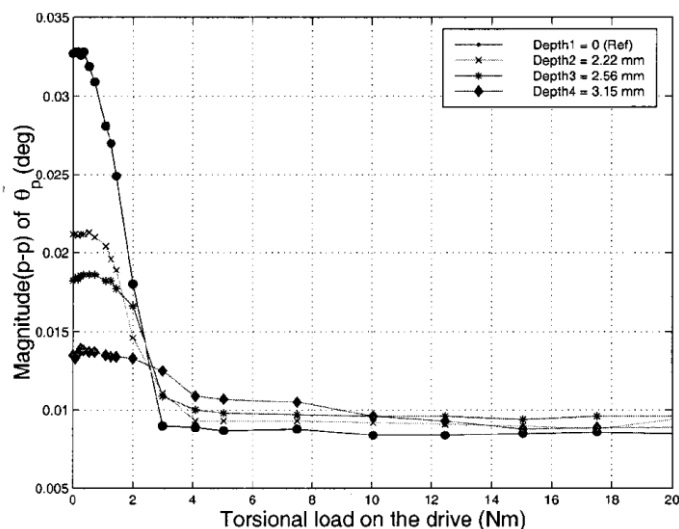


Obrázok 23: Závislosť kinematickej chyby na veľkosti aplikovaného krútiaceho momentu

5.1.2 Závislosť kinematickej chyby na chybách zostavenia HP

Zostavenie prevodovky nám umožňuje do určitej miery definovať hĺbku penetrácie vlnového generátora do vnútra pružného ozubeného kolesa. Experimentálne bolo overené, že hĺbka tohto vsunutia má zo všetkých faktorov zostavenia najväčší vplyv na veľkosť kinematickej chyby. Obrázok 24 [19] nám zobrazuje výsledky experimentu a to priebeh krútiaceho momentu a kinematickej chyby v závislosti na jednotlivých konfiguráciách experimentu – hĺbke zasunutia WG do FS. Výrazné závislosti sledujeme opäť pri malých veľkostiach zaťažujúceho krútiaceho momentu. Zvyšovaním penetrácie WG do FS výrazne znižuje veľkosť amplitúdy kinematickej chyby, čo by mohlo

znamenat istú formu riešenia na zníženie kinematickej chyby mechanizmu. Zvýšením penetrácie však dochádza k nárastu veľkosti kontaktnej plochy v ozubení, s ktorým súvisí zvýšenie opotrebovania ozubenia. Ďalej pozorujeme zníženie gradientu poklesu amplitúdy kinematickej chyby so zvyšujúcou sa hĺbkou penetrácie, čo môže byť spôsobené predpätím mechanizmu [19].

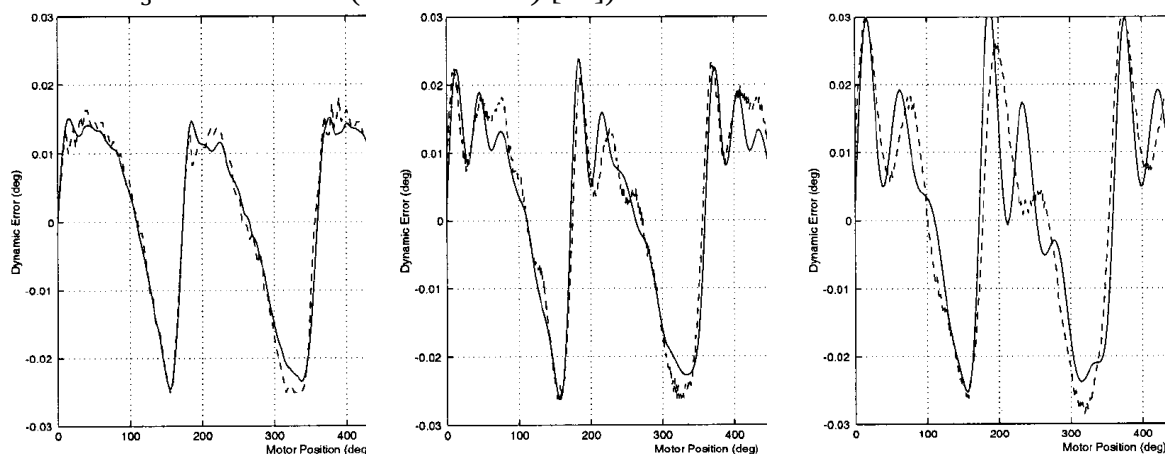


Obrázok 24: Závislosť kinematickej chyby hĺbke zasunutia WG do FS

5.1.3 Závislosť kinematickej chyby na veľkosti uhlovej rýchlosti

Experimentálne bola dokázaná závislosť kinematickej chyby na veľkosti uhlovej rýchlosti servopohonu. Boli vykonané tri experimenty pri nasledovných rýchlostiach:

- $\omega_1 = 120 \text{ min}^{-1}$ (Obrázok 25 a) [19]
- $\omega_2 = 310 \text{ min}^{-1}$ (Obrázok 25 b) [19]
- $\omega_3 = 500 \text{ min}^{-1}$ (Obrázok 25 c) [19]



a) $\omega_1 = 120 \text{ min}^{-1}$

b) $\omega_2 = 310 \text{ min}^{-1}$

c) $\omega_3 = 500 \text{ min}^{-1}$

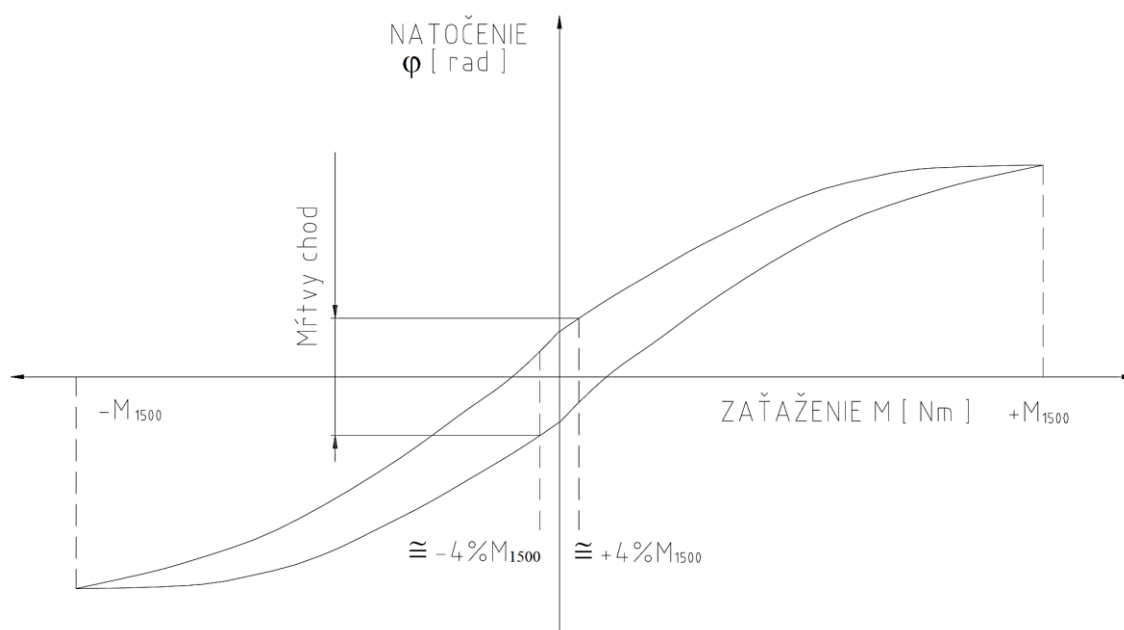
Obrázok 25: Závislosť kinematickej chyby na veľkosti uhlovej rýchlosti

Na základne jednotlivých priebehov sledujeme dve zložky kinematickej chyby, čiže čistú chybu mechanizmu HP a chybu súvisiacu s pružnou deformáciou komponentov HP. Zároveň sledujeme výraznú závislosť $\tilde{\theta}_s$ na zvyšovaní rýchlosti otáčania pohonu [19].

5.2 TUHOŠŤ PREVODU A MŔTVY CHOD

Princíp fungovania HP je založený na mechanizme rotačne eliptickej deformácie FS pomocou eliptického WG a následným odvaľovaním ozubení. Tento mechanizmus však v sebe skrýva dva zdroje nelineárneho chovania HP (Obrázok 26 [17]):

- Tuhosť prevodu
- Mŕtvy chod



Obrázok 26: Mŕtvy chod a tuhosť HP

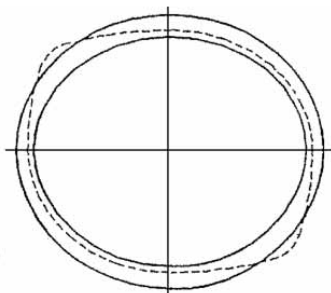
5.2.1 Tuhosť prevodu a torzná charakteristika HP

Princíp fungovania mechanizmu HP sme už vysvetlili v predchádzajúcich častiach tejto práce. Je všeobecne známe, že HP majú výrazne nelineárnu torznú charakteristiku (Obrázok 26). Nelineárna torzná charakteristika FS je spôsobená predovšetkým v dôsledku tenkostennej konštrukcie komponentu, ktorá je však nevyhnutná v dôsledku umožnenia pružnej eliptickej deformácie pod oblasťou vonkajšieho ozubení.

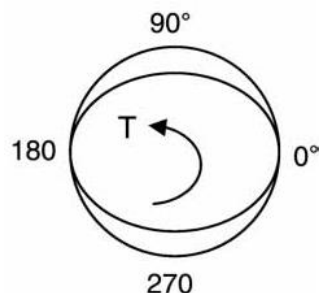
Konštanta torznej tuhosti C nám vyjadruje závislosť natočenia na veľkosti aplikovaného krútiaceho momentu:

$$C = \frac{M_k}{\varphi} \quad (5.3)$$

kde $M_k [Nm]$ je veľkosť pôsobiaceho krútiaceho momentu a $\varphi [rad]$ je veľkosť natočenia.



Obrázok 27: Deformácia FS



Obrázok 28: Smer otáčania WG v FS

Zvyšovaním veľkosti krútiaceho momentu pri zabrzdenom vstupnom elemente HP (v našom prípade WG) sa dostáva do záberu čoraz viac zubov v ozubení a tým sa zvyšuje torzná tuhosť, keďže na prenose krútiaceho momentu sa podieľa naraz viac zubov (počet zubov v kontakte nie je konštantný počas chodu prevodovky). S týmto javom je potrebné uvažovať *mesh stiffness*, ktorý bude popísaný v ďalších častiach tejto práce. Obrázok 27 [20] názorne zobrazuje zdeformovaný tvar FS pri danom zmysle otáčania (Obrázok 28) [20].

Okrem torznej charakteristiky súvisiacej s premenlivým počtom zubov je daná charakteristika závislá aj od skrúcovania valcovej časti tenkostennej konštrukcie pôsobením krútiaceho momentu.

5.2.2 Backlash – mŕtvy chod

Mŕtvy chod (*Backlash*) medzi zubami ozubení je prítomný v ozubených prevodoch z rozličných dôvodov:

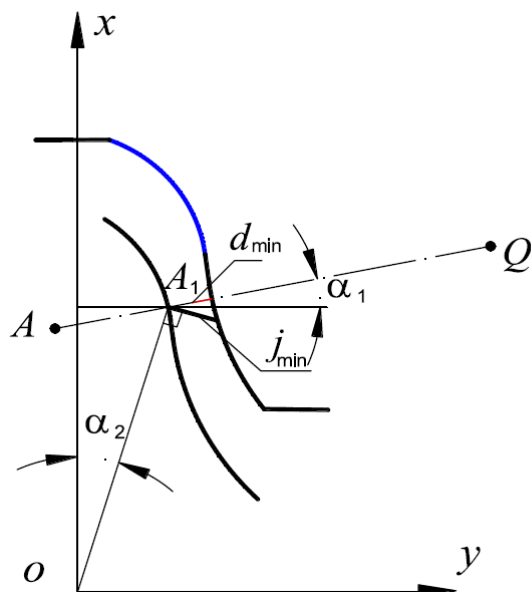
- Výrobné chyby a nepresnosti
- Zabezpečenie dostatočného mazania medzi zubami
- Eliminovanie príliš veľkého kontaktu v ozubení a prípadného zadrhnutie ozubení

Backlash je definovaný ako prebytočná vôľa medzi odvaľujúcimi sa zubami (Obrázok 29 [21]) oproti ideálnemu prípadu odvaľovania evolventného profilu, kedy uvažujeme ideálny stav bez vôle. V praxi sa mŕtveho chodu dosiahne úpravou profilu ozubení alebo zmenou (zvýšením) osovej vzdialenosti medzi dvojicou ozubených kolies.

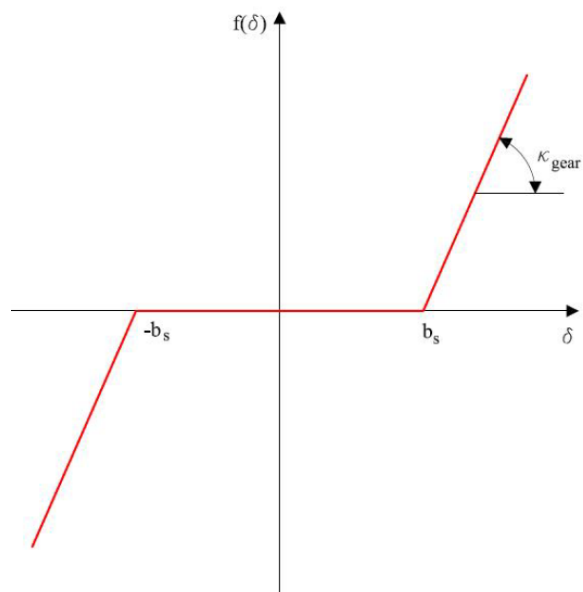
Interpretáciou mŕtveho chodu je nelineárna funkcia (Obrázok 30 [22]), ktorá v sebe zahŕňa ako efekt mŕtveho chodu, tak torznú charakteristiku zubov v zábere s meniacim sa zaťažujúcim krútiacim momentom. Táto krivka nám aproximuje reálnu charakteristiku (Obrázok 26). Túto funkciu popíšeme nasledovne:

$$f(\delta) = \begin{cases} \delta - b_s, & \delta > b_s \\ 0, & \delta = b_s \\ \delta + b_s, & \delta < b_s \end{cases} \quad (5.4)$$

Tento popis nám charakteristiku rozdeľuje do troch zón, keďže uvažujeme aj spätný chod ozubených kolies. Veľkosť mŕtvej zóny je v tomto prípade rovná veľkosti $2b_s$. Obrázok 31 [22] je zobrazením týchto troch zón.

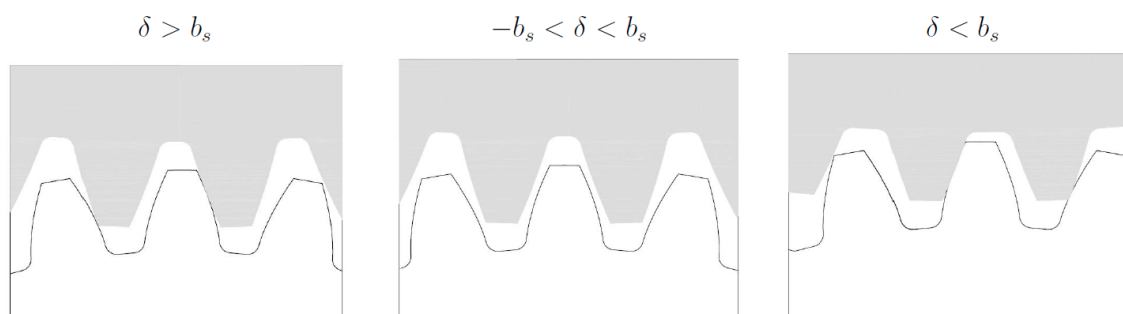


Obrázok 29: Backlash a minimálna vzdialenosť medzi zubami d_{min}



Obrázok 30: Backlash model s mesh stiffness

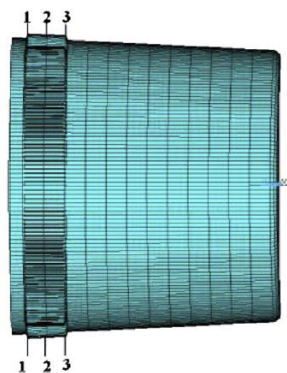
Mŕtva zóna znamená úplnú stratu kontaktu medzi zubami a prejavuje sa predovšetkým pri nezaťaženom alebo mierne zaťaženom prevode. Veľkým problémom je taktiež pri reverzácii zmyslu otáčania. Strata kontaktu a následný kontakt – náraz zubov z druhej strany zubu je príčinou hluku, vibrácií, ktoré sú sprevádzané znížením účinnosti prevodu, zvýšením opotrebovania povrchu zubov a následným znížením životnosti mechanizmu.



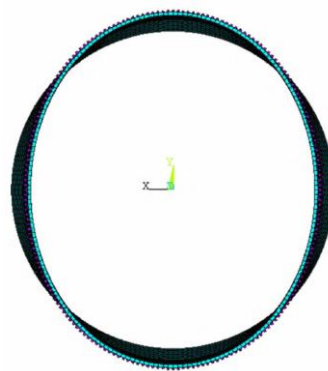
Obrázok 31: Zobrazenie troch možných konfigurácií zubov pri valení (vrátane mŕtveho chodu)

5.3 VPLYV ELIPTICKEJ DEFORMÁCIE NA GEOMETRIU OZUBENIA

Vonkajšie ozubenie vytvorené na otvorenom okraji valcovej nádoby podlieha neustálej eliptickej deformácii. Obrázok 32 a Obrázok 33 sú grafickou interpretáciou deformácie FS od eliptickej formy WG. Obvodová deformácia profilu však nie je rovnomerná po celej hĺbke FS. Zdeformovaný tvar v priereze 1, 2 a 3 nie sú konštantné, čo v konečnom dôsledku vnáša ďalšie nelinearity do odvaľovania zubového profilu.

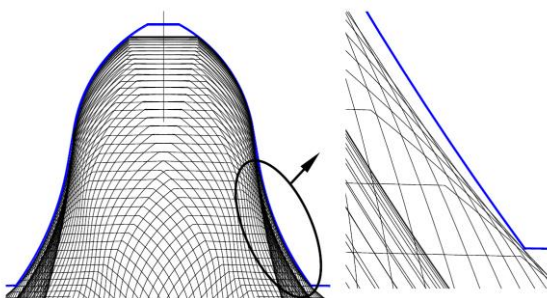


Obrázok 32: Zdeformovaný tvar FS
(bočný pohľad)



Obrázok 33: Zdeformovaný tvar FS
(predný pohľad)

Nehomogénna deformácia pozdĺž hĺbky ozubení má za príčinu zmenu geometrie zubu (Obrázok 34 [21]). Predná časť geometrie zubu je oveľa viac zdeformovaná a má za príčinu väčší kontakt ozubení v prednej časti (Obrázok 32 rez 1). Zadná časť geometrie (Obrázok 32 rez 3) je obvodovo zdeformovaná menej, čiže aj kontakt ozubení je menší. Okrem spomínaného vplyvu na *mesh stiffness* ozubení má táto nekonštantná obvodová deformácia vplyv aj na veľkosť mŕtvej zóny ozubení.



Obrázok 34: Deformácia zubového profilu v dôsledku eliptickej deformácie FS

Okrem mechanických vlastností HP spôsobujúcich nelineárne správanie prevodu, existujú mnohé iné faktory pôsobiace na dynamiku mechanizmu, ktoré sú však nad rámec teoretickej časti tejto práce. Veľký vplyv na dynamiku má aj pružné guľčkové ložisko a rozloženie kontaktných tlakov v guľčákoch v dôsledku eliptickej deformácie [23].

6 MODEL HARMONICKEJ PREVODOVKY

Základným polohovacím mechanizmom pasívneho optoelektronického zameriavacieho systému (POERF) je harmonická prevodovka *Harmonic Drive CPU-14A-100-M-06.XX-SP*, ktorá je poháňaná elektrickým DC servomotorom *Maxon 273759 - Motor RE 35* (Obrázok 35). Pred tým, než by sme mohli skúmať a simulovať dynamické vlastnosti danej HP, musíme poznať presné parametre prevodovky, geometriu a materiálové charakteristiky jednotlivých komponentov prevodovky.



Obrázok 35: Zostava elektrického servomotoru a HP aplikovaného v POERF

6.1 PARAMETRE HARMONICKEJ PREVODOVKY

6.1.1 Mechanické parametre harmonickej prevodovky

Výrobca nám v katalógu ponúka nasledovné technické parametre pre model CPU-14A-100-M-06.XX-SP:

Tabuľka 7: Technické parametre harmonickej prevodovky

Prevodový pomer	$i [-]$	-100
Maximálny opakovateľný krútiaci moment	$M_R [Nm]$	28
Priemerný krútiaci moment	$M_A [Nm]$	11
Menovitý krútiaci moment	$M_N [Nm]$	7,8
Maximálny dočasný krútiaci moment	$M_M [Nm]$	54
Maximálne vstupné otáčky	$n_{in(max)} [min^{-1}]$	8500
Priemerné vstupné otáčky	$n_{av(max)} [min^{-1}]$	3500
Moment zotrvačnosti	$J [\times 10^{-4} kgm^2]$	0,033
Hmotnosť	$m [kg]$	0,54

6.1.2 Geometria harmonickej prevodovky

Vonkajšia geometria prevodovky je nám do detailov dokumentovaná a sprístupnená výrobcom, tá je však dôležitá len pri montáži harmonickej prevodovky do zostavy, prípadne pri modelovaní HP 3D modelovacími programami. Pre vytvorenie vhodného simulačného modelu sú nám však dôležité práve geometrické rozmery vnútorných komponentov a ich materiálové charakteristiky.

Harmonická prevodovka bola odmontovaná a rozobratá tak, aby nedošlo k poškodeniu jej komponentov a zároveň, aby bola možná následná bezproblémová montáž zostavy späť do pôvodného stavu. Z nášho merania sme získali nasledovné rozmery nevyhnutné pre tvorbu modelu HP:

Tabuľka 8: Namerané rozmery rozobratej harmonickej prevodovky

WG	Hlavná polos elipsy	$R_{WG\ max} [mm]$	17,16
	Vedľajšia polos elipsy	$R_{WG\ min} [mm]$	16,75
	Hĺbka vonkajšieho prstenca pružného ozubeného kola	$h_{WG} [mm]$	5
FS	Hĺbka (od otvoreného okraja po vnútorné dno)	$h_{FS\ inner} [mm]$	21
Zostava	Ponor WG do FS	$h_{insert} [mm]$	4

Okrem meraní komponentov posuvným meradlom sme vyhotovili makro zábery jednotlivých súčiastok, ktoré sme následne spracovali pomocou softwaru. Snímky boli upravené, narovnané a následne boli zväčšené, prípadne zmenšené tak, aby boli v presnej mierke s reálnymi rozmermi. Takto bolo možné odhadnúť ďalšie nevyhnutné parametre súčiastok:

Tabuľka 9: Rozmery vyhodnotené na základe digitálne spracovaných makro fotografií

WG	Hrúbka vonkajšieho prstenca pružného ložiska	$t_{WG\ STRIP} [mm]$	0,5
FS	Hrúbka steny valcovej nádoby	$t_{FS} [mm]$	0,3
	Výška zubu	$t_{FS\ teeth} [mm]$	0,3
	Počet zubov	$z_2 [-]$	200
CS	Počet zubov	$z_1 [-]$	202

Vyhodnotený počet zubov na základe makro fotografií nám potvrdilo výrobcom udávaný prevodový pomer $i = -100$. Záporné hodnoty prevodového pomeru znamená zmenu zmyslu otáčania výstupného elementu prevodovky.

6.1.3 Materiálové charakteristiky komponentov harmonickej prevodovky

Nevyhnutným vstupným údajom pre naše budúce simulácie sú materiálové charakteristiky WG, FS a CS. Tieto komponenty sú vyrábané zo špeciálnych materiálov, ktoré zabezpečia potrebné mechanické vlastnosti a životnosť súčiastok. Kritickými súčiastkami sú predovšetkým WG a FS podliehajúce neustálej eliptickej deformácii.

Keďže výrobca HP priamo neuvádza potrebné špecifikácie, v prvom kroku sme kontaktovali pána Ing. Vladimíra Trhoňa, ktorý je výhradným zástupcom HDAG pre oblasť CZ/SK. On nám poskytol čiastočné informácie o materiálových charakteristikách HP:

- WG – materiálové vlastnosti charakteristické ložiskovej oceli
– vnútorná eliptická doska: 42CrMo4
– vonkajšia pás pružného guľčového ložiska: 100Cr6 s tepelným opracovaním pre zvýšenie pevnosti
- FS – materiálové vlastnosti charakteristické pružinovej oceli

- CS – materiálové vlastnosti charakteristické ušľachtilej oceli

Presnejšie materiálové charakteristiky sme použili na základe štúdia niekoľkých vedeckých článkov. Za bežné materiály použité pri výrobe harmonických prevodoviek považujeme [24]:

Tabuľka 10: Typické materiály FS a CS

FS	Materiály	42CrMo4, 35CrMo4, 34CrNiMo6, 40NiCrMo6
CS	Materiály	C45, C55, 28Cr4

Väčšina vedeckých článkov používa na výpočty materiál 42CrMo4 charakterizovaný nasledujúcimi parametrami [24], ktoré sú doplnené o údaje z materiálových listov konkrétneho výrobcu (SAARSTAHL):

Tabuľka 11: Materiálové charakteristiky 42CrMo4

42CrMo4	Modul pružnosti v ťahu	E [GPa]	210
	Šmykový modul v šmyku	G [GPa]	80
	Poissonovo číslo	μ [–]	0,3
	Medza klzu	R_e [MPa]	min 900
	Medza pevnosti	R_m [MPa]	1100 – 1300
	Hustota	ρ [kgm ⁻³]	7850

6.2 IDENTIFIKÁCIA NEDEFORMOVANEJ GEOMETRIE FLEXSPLINE

Z princípu fungovania harmonickej prevodovky a jej spôsobu zostavenia popísaných v kapitole 4.5.1 vieme, že zasunutím WG do FS dochádza k eliptickej deformácii FS, ktorý sa prispôsobí tvaru vonkajšieho pružného elementu pružného ložiska. Pre správne identifikovanie a popis deformačne napätového stavu pružného ozubeného kola je nevyhnuté, aby sme určili pôvodnú nedeformovanú geometriu komponentu.

Z našich meraní nie je možné presné vyhodnotenie nedeformovaného polomeru otvoreného konca valcovej nádoby FS. Tenkostenná konštrukcia FS je veľmi ľahko deformovateľná a vytiahnutím WG z FS nedôjde k nadobudnutiu ideálneho nedeformovaného stavu.

Znalosť presných rozmerov hlavnej a vedľajšej polosi eliptickej formy WG nám umožní určiť deformovaný tvar FS, ktorý nadobudne po zostavení. Analytický popis deformovanej strednicovej plochy FS nám umožní určiť nedeformovaný tvar (polomer valcovej nádoby).

6.2.1 Analytický popis strednicových plôch známych konfigurácii harmonických prevodoviek

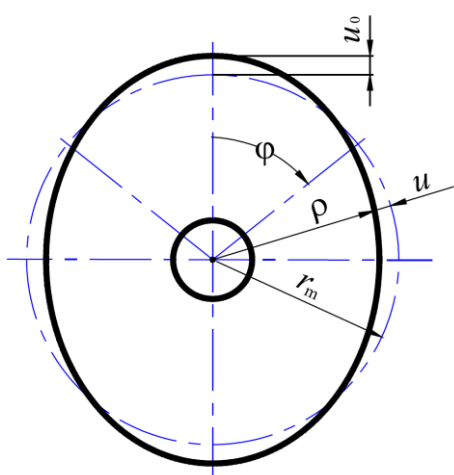
Vlnový generátor môže mať rozličnú konfiguráciu, pričom pri každom z nich dochádza k deformácii FS iným spôsobom. To znamená, že deformovaný tvar FS je definovaný tvarom WG [16]. V praxi sa využívajú nasledovné typy vlnového generátora:

- WG typu ideálnej elipsy (štandardný)

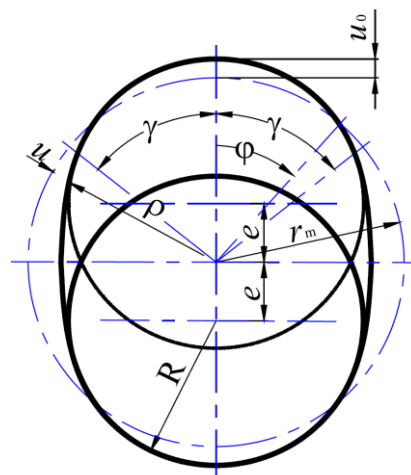
- WG typu vačky (Obrázok 36 a))
- WG typu dvoch diskov (Obrázok 36 b))
- WG typu dvoch odvaľujúcich sa elementov (Obrázok 36 c))
- WG typu štyroch odvaľujúcich sa elementov (Obrázok 36 d))

Pre analytický popis strednicovej plochy pružného ozubeného kola jednotlivých konfigurácií WG je potrebné zaviesť niekoľko predpokladov, za ktorých budú nami popísané rovnice platné:

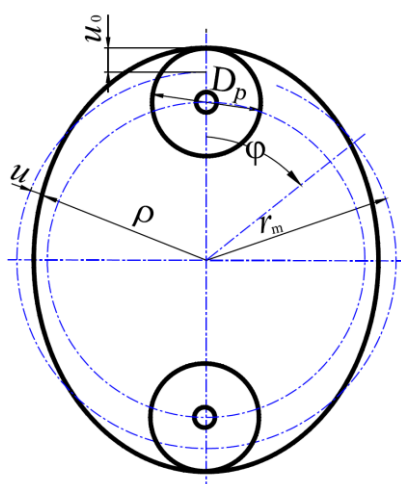
- Neutrálna krivka FS má konštantnú dĺžku (nemení sa počas deformácie)
- Jednotlivé zuby FS považujeme za tuhé, k deformácii dochádza len v koreni zubu
- Pričný rez geometriou zubu považujeme za nemenný počas deformácie a v každom bude kolmý na strednicovú plochu
- Uvažujeme, že zub je v zdeformovanom stave FS „odrezaný“ od povrchu FS (oddelenie v koreni zubu)



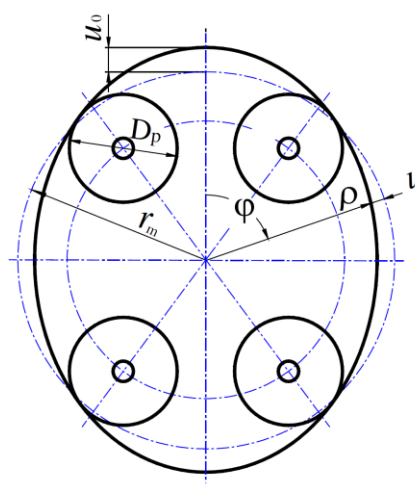
a) WG typu vačky



b) WG typu dvoch diskov



c) WG typu dvoch odvaľujúcich sa elementov



d) WG typu štyroch odvaľujúcich sa elementov

Obrázok 36: Schematické znázornenie typických konfigurácií WG

Pre analytický popis tvaru strednicovej plochy FS po deformácii si zavedieme nasledujúcu funkciu:

$$\rho_{def}(\varphi) = r_m + u(\varphi) \quad (6.1)$$

kde $\rho_{def}(\varphi)$ je vektor polomeru strednicovej plochy, r_m je polomer nedeformovanej strednicovej plochy FS a $u(\varphi)$ je hodnota deformácie jednotlivých častí strednicovej plochy.

Jednotlivé typy mechanického vlnového generátora majú nasledujúci analytický popis pre $\rho_{def}(\varphi)$ alebo $u(\varphi)$:

A) WG typu ideálnej elipsy (štandardný) (TYP A)

V tomto prípade sa jedná o aproximáciu tvaru strednicovej plochy pomocou ideálneho eliptického tvaru:

$$\rho_{elliptical}(\varphi) = \frac{(r_m + u_0)(r_m - u_0)}{\sqrt{(r_m + u_0)^2 \sin^2 \varphi + (r_m - u_0)^2 \cos^2 \varphi}} \quad (6.2)$$

kde u_0 je hodnota maximálnej deformácie neutrálnej osi (jej odchýlka od hodnoty nedeformovaného polomeru).

B) WG typu vaky (TYP B)

Vačkový typ vlnového generátoru je charakteristický kosínusovou funkciou pre deformáciu strednicovej plochy:

$$u_{CAM}(\varphi) = u_0 \cos 2\varphi \quad (6.3)$$

C) WG typu dvoch diskov (TYP C)

Dva disky umiestnené vo vnútri FS sú vyosené a tým dôjde k rozťahnutiu FS na požadovaný tvar. Jej analytický popis je nasledovný:

$$\begin{cases} u_{Double Disk}(\varphi) = \frac{u_0(A_1 \cos \varphi - B_1)}{A_1 - B_1}, & (0 \leq \varphi \leq \gamma) \\ u_{Double Disk}(\varphi) = \frac{u_0[(1 + \sin^2 \gamma) \sin \varphi]}{A_1 - B_1} \\ + \frac{u_0\left[\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \cos \varphi - 2 \sin \gamma - B_1\right]}{A_1 - B_1}, & (\gamma \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad (6.4)$$

pričom

$$A_1 = \frac{\pi}{2} - \gamma - \sin \gamma \cos \gamma$$

$$B_1 = \frac{4}{\pi} \left[\cos \gamma - \left(\frac{\pi}{2} - \gamma \right) \sin \gamma \right]$$

kde R je polomer jedného z dvojice diskov deformujúcich FS, e je hodnota excentricity – vyosenia disku z osi, γ je polovičná hodnota uhlu definujúci veľkosť styčnej plochy jedného z deformujúcich diskov na povrch FS.

D) WG typu dvoch odvaľujúcich sa elementov (TYP D)

Táto konfigurácia je tvorená dvoma menšími diskmi, ktorými je dosiahnutá potrebná hodnota deformácie. Jej analytický popis je:

$$u_{Two-roller} = \frac{u_0}{\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi}} \left[\sin \varphi + \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \cos \varphi - \frac{4}{\pi} \right] \quad (6.5)$$

kde D je priemer jedného z dvojice deformujúcich diskov.

E) WG typu štyroch odvaľujúcich sa elementov (TYP E)

Štyri menšie disky sú umiestnené na kružnici so stredov v osi zostavy a majú za úlohu taktiež vhodne deformovať FS. Popis deformácie strednicovej plochy:

$$\begin{cases} u_{Four-roller}(\varphi) = \frac{u_0}{A - \frac{4}{\pi}} \left(A \cos \varphi + \varphi \sin \beta \sin \varphi - \frac{4}{\pi} \right), & (0 \leq \varphi \leq \beta) \\ u_{Four-roller}(\varphi) = \frac{u_0}{A - \frac{4}{\pi}} \left[B \sin \varphi + \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \cos \beta \cos \varphi \right], & (\beta \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad (6.6)$$

pričom

$$A = \sin \beta + \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) \cos \beta$$

$$B = \cos \beta + \beta \sin \beta$$

kde β je uhol určujúci polohu deformujúceho disku na rozstupovej kružnici. Pre dosiahnutie vhodnej deformácie FS (strednicová plocha) sa jej hodnota pohybuje medzi hodnotami $\beta = 20 \sim 40$.

Pre zabezpečenie správneho chodu harmonickej prevodovky je potrebné, aby došlo k správne odvaľovaniu ozubení medzi FS a CS. Touto cestou je nám zrejmé, že pre zabezpečenie tejto požiadavky je potrebná vhodná deformácia FS, ktorá závisí ako od tvaru WG, ale aj od jej konfigurácie. Najmenšie napätie vo FS vzniká pri použití WG typu dvojitého disku [16].

6.2.2 Výpočet nedeformovaných rozmerov pružného ozubeného kolesa

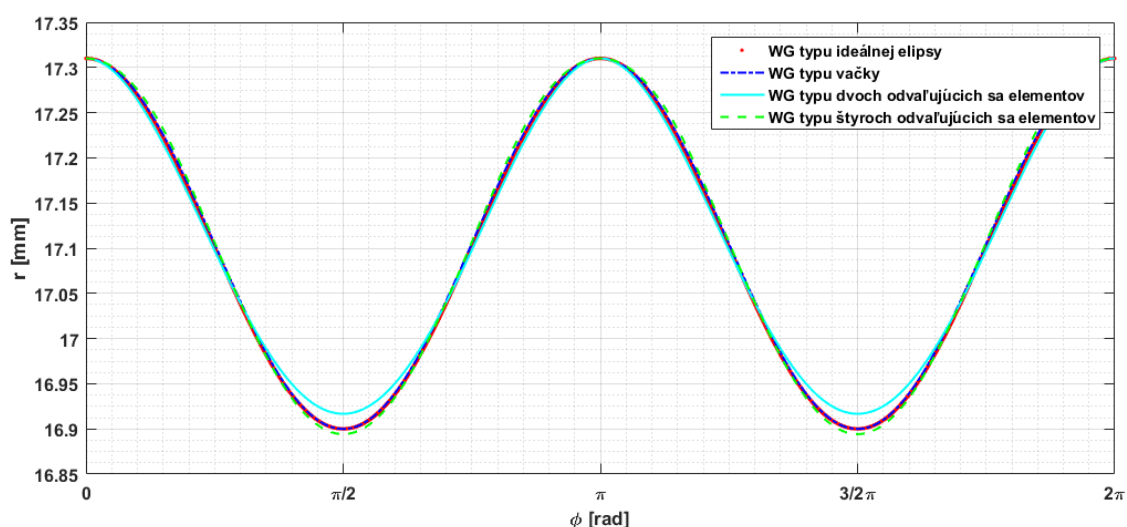
Na základe znalostí analytického popisu deformácie strednicovej plochy jednotlivých typov WG popísaných v predchádzajúcej kapitole vieme vypočítať nedeformované rozmery FS.

HP typu CPU-14A-100-M-06.XX-SP má vlnový generátor typu eliptickej vachy. Pre naše výpočty budeme preto uvažovať rovnice uvedené pre WG typu ideálnej elipsy – rovnica (6.2). Pomocou programu MALTAB vypočítame počítame sústavu rovníc, ktorých vstupným parametrom sú: $R_{WG \min}$ a $R_{WG \max}$ určené z merania WG HP. Tieto hodnoty platia pre vonkajší povrch vonkajšieho prstena pružného ložiska. Aby sme splnili predpoklady pre platnosť analytických vzťahov, prepočítame tieto polomery na polomery strednice. Danú sústavu rovníc vieme riešiť pre dva stavy – pre maximálnu a minimálnu deformáciu strednicovej plochy, kedy sa rovnajú hodnoty u_0 . Výsledky nám zobrazuje nasledujúca tabuľka:

Tabuľka 12: Rozmery nedeformovanej strednice vonkajšieho pružného prstenca WG

WG	Polomer nedeformovanej strednice pružného prstenca WG	r_{m_WG} [mm]	16,705
	Maximálna deformácia neutrálnej osi	u_{0_WG} [mm]	0,205

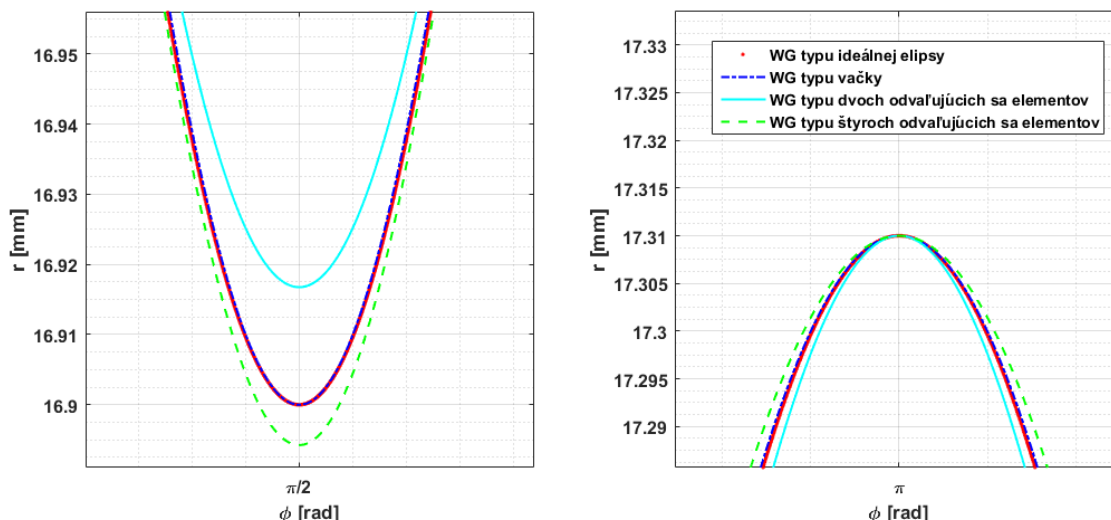
Na základe týchto rozmerov dokážeme vykresliť zdeformované tvary jednotlivých typov WG. Všetky výsledky majú rovnaký nedeformovaný polomer strednice a zároveň rovnakú veľkosť maximálnej deformácie u_0 . Týmto je zabezpečená presná poloha zubov v mieste maximálnej deformácie FS a tým aj správny oval zubov. Graficky si daný priebeh vykreslíme vo forme harmonickej vlny (Obrázok 37), ktorá sa skladá z nedeformovaného polomeru neutrálnej osi, na ktorú je nasuperponovaná hodnota $u(\varphi)$.



Obrázok 37: Porovnanie tvaru deformovanej strednice WG pre jednotlivé konfigurácie WG vo forme harmonických vln

Najväčší rozdiel sledujeme v bode minimálnej deformácie neutrálnej osi (Obrázok 38). Najmenšiu deformáciu pozorujeme pre WG typu D, kedy je tvar definovaný len dvoma valčekmi. Maximálnu však pozorujeme pre WG typu E. Tvary WG typu vačky a ideálnej elipsy sú takmer identické pre celý tvar deformovanej neutrálnej osi.

Pre ďalšie výpočty a modelovanie vstupných geometrií do simulácii budeme uvažovať analytický popis WG typu B – vačku. Tvar strednicovej plochy exportujeme ako textový súbor z prostredia programu MATLAB, ktorý dokážeme importovať ako vopred definovanú krivku do prostredia programu Solidworks.



Obrázok 38: Porovnanie tvaru minimálnej (vľavo) a maximálnej deformácie WG (vpravo)

Nedeformovaný tvar FS vieme určiť na základe známeho polomeru WG a hrúbok jednotlivých komponentov. Zároveň uvažujeme ideálny kontakt medzi vonkajším povrchom pružného prstenca WG a vnútorným povrchom tenkostennej valcovej nádoby FS.

6.3 MODEL Y KOMPONENTOV HARMONICKEJ PREVODOVKY

Všetky potrebné informácie o geometrických rozmeroch komponentov HP sú nám z predchádzajúcej podkapitoly známe. V tejto podkapitole budú vytvorené viaceré modely komponentov HP, ktoré sú prispôbované konkrétnym potrebám jednotlivých simulácií chýb HP. Zároveň, v tejto podkapitole budú prezentované len modely dielcov, pričom simulačné zostavy budú súčasťou samotných simulačných modelov. Všetky vytvorené geometrie sú priložené na DVD nosiči vo forme 3D modelov.

6.3.1 Zjednodušený model pružného ozubeného kola bez ozubenia

Tento model je tvorený tenkostenným valcovým telesom bez uvažovania ozubenia. Oproti pôvodnému modelu HP, ktorú sme uviedli v kapitole 4.4, resp. modelu FS uvedeného v kapitole 4.4.2, sa nenachádzajú montážne diery na prichytenie výstupného elementu HP. Náš typ harmonickej prevodovky sa spája s výstupným elementom pomocou lisovaného spoja. Táto forma montáže je použitá v dôsledku malých rozmerov HP. Z tohto dôvodu sa nachádza v geometrii diera veľkosti $\phi 12 \text{ mm}$.

Polomer strednice valcovej nádoby sme určili z výpočtov z kapitoly 6.2.2, pričom jej veľkosť je $r_{m_FS} = 17,105 \text{ mm}$ a hrúbka steny je $t_{FS} = 0,3 \text{ mm}$. Polomer $R1$ je volený, keďže v dôsledku zalisovaného spoja nebolo možné danú oblasť premerať. Model bol vytvorený ako dielec rozdelený do viacerých segmentov tak, aby bola následná tvorba siete konečných prvkov čo najlepšie prispôsobiteľná.

6.3.2 Zjednodušený model pružného ozubeného kola s ozubením

Model FS z kapitoly 6.3.1 sme doplnili o ozubenie. Profil ozubenía HP nie je predmetom štúdia tejto diplomovej práce, preto sme pri vytváraní tvaru zubu uvažovali ideálnu situáciu – evolventný profil ozubenía. Na vytvorenie evolventného profilu ozubenía potrebujeme viaceré vstupné parametre, ktoré sme vypočítali z rozmerov vyhodnotených z digitálnych makro fotografií.

Tabuľka 13: Parametre ozubenía FS

FS	Veľkosť pätnkej kružnice	$d_{f_FS} [mm]$	34,51
	Veľkosť hlavovej kružnice	$d_{a_FS} [mm]$	35,12
	Uhol záberu (zvolený)	$\alpha [^\circ]$	20

Pre daný uhol záberu platia nasledujúce vzťahy [25]:

$$h_{a_FS} = m \quad (6.7)$$

kde h_{a_FS} je výška hlavy zubu a m je modul [25].

$$h_{f_FS} = 1,25 \cdot m \quad (6.8)$$

kde h_{f_FS} je výška päty zubu.

V ďalšom kroku vypočítame veľkosť modulu m :

$$\begin{aligned} h_{a_FS} + h_{f_FS} &= d_{a_FS} - d_{f_FS} \\ m + 1,25 \cdot m &= d_{a_FS} - d_{f_FS} \\ m &= \frac{2}{15} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Na základe veľkosti modulu vypočítame [25]:

- Veľkosť rozstupovej kružnice:

$$d_{FS} = d_{a_FS} - 2 \cdot h_{a_FS} = d_{a_FS} - 2 \cdot m = 34,85333 \text{ mm} \quad (6.10)$$

- Rozstup:

$$p = \pi \cdot m = \frac{2\pi}{15} \text{ mm} \quad (6.11)$$

- Hlavová vôľa:

$$c = 0,25 \cdot m = \frac{1}{30} \text{ mm} \quad (6.12)$$

- Zubová medzera:

$$e = \frac{\pi \cdot m}{2} = \frac{\pi}{15} \text{ mm} \quad (6.13)$$

Na základe týchto parametrov sme následne vytvorili evolventný profil s 200 zubmi. Generovanie daného profilu sme vykonali nástrojom, ktorý je voľne dostupný online: <http://hessmer.org/gears/InvoluteSpurGearBuilder.html>. V danom nástroji vieme nastaviť aj jemnosť vykreslenia zubového profilu, podľa ktorého nám rozdeľuje tvar zubu

na istý počet segmentov tak, aby čo najlepšie aproximovali ideálny tvar evolventného profilu. Vygenerovali sme niekoľko profilov s rozličným „rozlíšením“ tvaru vo formáte *.dxf*, ktoré sme následne importovali do programu Solidworks.

Hĺbka zubového profilu veľkosti 7 mm bola opäť zvolená, keďže v dôsledku lisovaného spoja nebolo možné vybrať FS z pevného obalu CS.

6.3.3 Zjednodušený model WG (model vnútornej vačky a vonkajšieho prstenca pružného ložiska)

Prvý z modelov WG sa skladá z dvoch komponentov, z vnútornej vačky a nedeformovaného vonkajšieho prstenca pružného ložiska.

Tvar vnútornej vačky bol vytvorený na základe analytického popisu uvedeného v kapitole 6.2.2, pričom bol zmenšený o hrúbku vonkajšieho prstenca pružného ložiska. Táto zostava WG totiž v sebe zahŕňa aj deformačne napäťové stavy daného prstenca, ktorý podlieha neustálej eliptickej deformácii v dôsledku rotácie vačky. Hĺbka vnútornej vačky je zväčšená z pôvodných 5 mm na 7 mm v dôsledku kontaktnej úlohy. Týmto zabránime prípadným problémom pri konvergencii kontaktnej úlohy – dve na sebe ležiace ostré hrany v kontakte. Hĺbka vonkajšieho prstenca pružného ložiska zodpovedá nameranej hĺbke WG. Pôvodný model popísaný v kapitole 4.4.1 v sebe obsahuje komplexnú geometriu špeciálne navrhnutého pružného ložiska, ktorú v našom modeli neuvažujeme. Nedostatok informácií o použitom ložisku a tak isto komplexnosť prípadných simulácií sú dôvodom použitia daného zjednodušeného modelu.

6.3.4 Zjednodušený model WG (model vačky)

Podobne, ako pri modeli WG z predchádzajúcej kapitoly, aj v tomto prípade uvažujeme zjednodušený model, ktorý však neobsahuje vonkajší prstenec pružného ložiska. Eliptická vačka je opäť vytvorená z analytického popisu kapitoly 6.2.2, pričom poloha strednice je upravená tak, aby opisovala zdeformovanú strednicu vonkajšieho prstenca pružného ložiska. V podstate dôjde k zväčšeniu pôvodných rozmerov vačky o hrúbku prstenca. Tento model vačky má zmenenú aj hĺbku na 5 mm, aby zodpovedal reálnej hĺbke WG z merania.

6.3.5 Zjednodušený model CS s ozubením

Model CS bude vo všetkých simuláciách modelované ako *rigid body* a jedinou dôležitou časťou je ozubenie, keďže bude tvoriť kontaktnú plochu. Vonkajší priemer modelu je preto volený a na jeho veľkosti nezáleží. Vnútorne ozubenie je tvorené 202 zubmi a krivka popisujúca dané evolventné ozubenie bola vygenerovaná analogickým postupom, ako v kapitole 6.3.2. Taktiež bolo vygenerovaných viacero modelov s rozličnou jemnosťou „rozlíšenia“ danej krivky.

7 SIMULÁCIE NELINEÁRNYCH VLASTNOSTÍ

Na základe mnohých štúdií, popísaných v kapitole 5, je nám zrejmé, že harmonické prevodovky majú výrazne nelineárne chovanie. Nelineárne vlastnosti HP sú zapríčinené viacerými faktormi, predovšetkým geometriou komponentov HP, ich materiálovými charakteristikami, chybami vznikajúcimi v dôsledku nepresného zostavenia prevodovky, odvaľovaním ozubení a inými faktormi.

V predchádzajúcich kapitolách sme zhrnuli všetky potrebné parametre k tomu, aby sme mohli vytvoriť simulácie na identifikáciu jednotlivých zdrojov nelinearít a zároveň ich štúdiu. Všetky potrebné 3D modely kľúčových komponentov HP sú nám v tejto časti práce prístupné a kompletné.

V tejto kapitole bude vytvorených niekoľko komplexných simulačných modelov, ktorými vymedzíme jednotlivé zdroje nelinearít. Výsledky týchto simulácií budú hrať kľúčovú úlohu pri vytváraní dynamického modelu HP, kde budú implementované nelineárne závislosti vyplývajúce z jednotlivých simulácií.

7.1 VÝPOČET TORZNEJ TUHOSTI PRUŽNÉHO OZUBENÉHO KOLESA

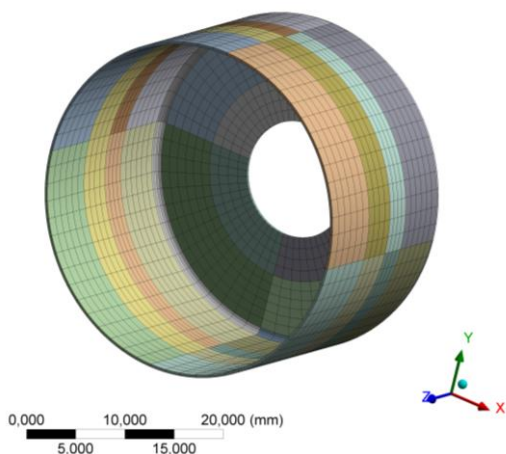
HP sa vo väčšine aplikácií používajú v konfigurácii reduktora otáčok (Tabuľka 6 a)), kedy je možné prenášať vysoký krútiaci moment na výstupný člen a tým aj vysoko zaťažiť výstupný element prevodovky. Aplikovaním vysokých krútiacich momentov na zostavu pružného generátora spôsobí negatívny jav a to skrúcovanie tenkostennej stavby FS. Tento jav sledujeme predovšetkým pri rozbehu prevodovky z pokoja – uvedenie veľkej záťaže z pokoja do pohybu, prípadne pri reverzovaní zmyslu otáčania prevodovky.

7.1.1 Geometria a sieť konečných prvkov

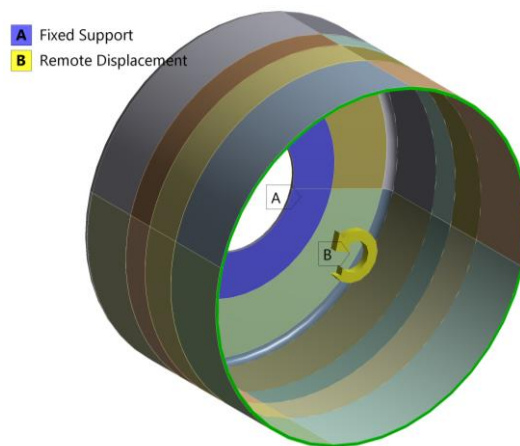
Do prostredia programu ANSYS Workbench sme importovali geometriu FS vytvorenú v kapitole 6.3.1, čiže sa jedná o jednoduché tenkostenné valcové teleso. Rozdelenie geometrie na jednotlivé segmenty nám umožnilo vygenerovať mapovanú sieť konečných prvkov (Obrázok 39), ktorej sme pevne predpísali počet segmentov na jednotlivé čiary na hranách subobjektov.

7.1.2 Okrajové podmienky

V mieste nalisovania FS boli zablokované všetky stupne voľnosti (*A Fixed Support*). Ako druhú okrajovú podmienku (*B Remote Displacement*) sme predpísali jeden stupeň voľnosti – rotáciu v osi Z. Jej hodnota však nebude nulová, keďže definujeme určitú hodnotu natočenia. Táto okrajová podmienka je aplikovaná na vonkajší okraj tenkostenného valcového telesa.



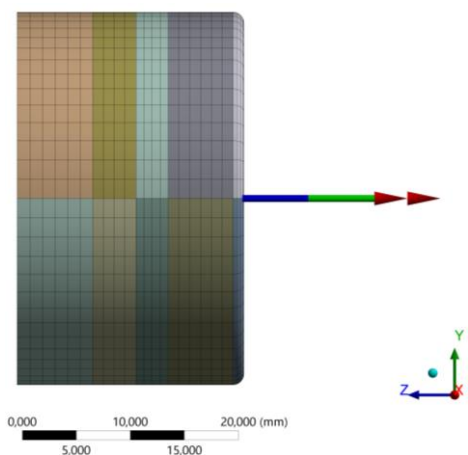
Obrázok 39: Siet' konečných prvkov



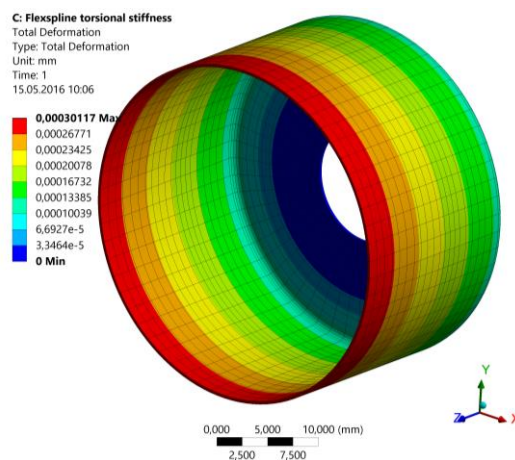
Obrázok 40: Okrajové podmienky

7.1.3 Simulácia a výsledky simulácie

Naším cieľom je vytvorenie závislosti natočenia na veľkosti krútiaceho momentu. Parametrizovanie simulácie nám umožní vyhodnotiť veľkosť krútiaceho momentu v závislosti na veľkosti natočenia – skrútenia prednej časti geometrie – vo veľkom rozsahu. Riešime statickú deformačne napät'ovú analýzu, kde zaznamenávame veľkosť natočenia okolo osi z definovanou okrajovou podmienkou a reakčný krútiaci moment v OP označením A (Obrázok 41).

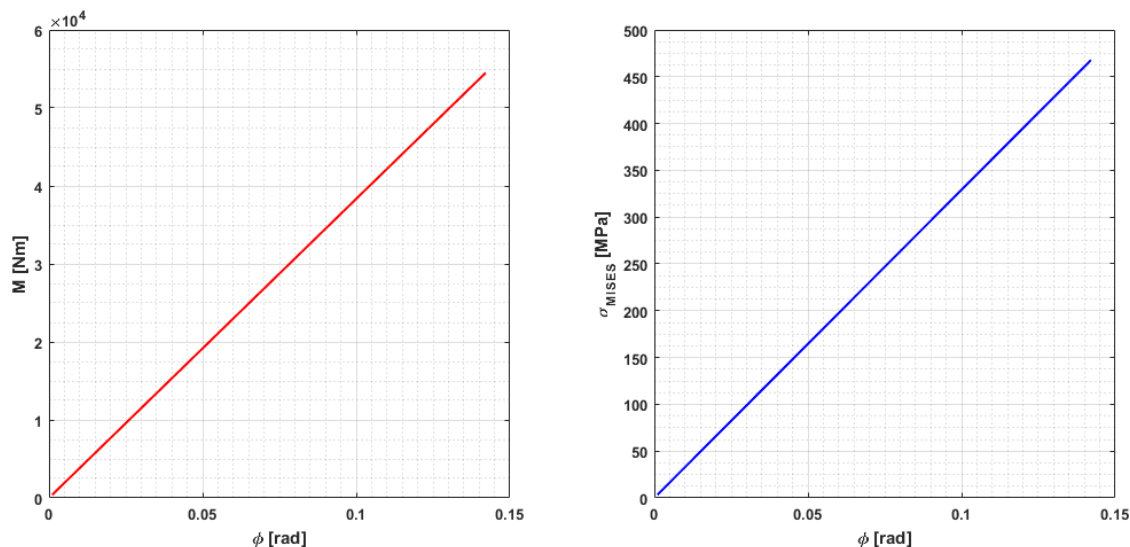


Obrázok 41: Reakčný krútiaci moment vo väzbe



Obrázok 42: Celková deformácia

Obrázok 43 nám zobrazuje závislosť krútiaceho momentu (reakčného momentu z OP A) a veľkosti redukovaného von Misesovho napätia na veľkosti skrútenia – natočenia prednej plochy otvoreného konca tenkostenného valcového telesa. Keďže sa jedná o lineárny materiálový model (lineárna závislosť medzi modulom pružnosti a veľkosťou relatívneho pretvorenia), nami získané výsledky majú lineárny priebeh. Výsledky sme vyhodnotili po limitnú hodnotu krútiaceho momentu (Tabuľka 7), ktorej hodnota je $M_m = 54 \text{ Nm}$. Smernica danej závislosti udáva hodnotu torznej tuhosti $C_{FS_torsion} = 3,8348 \cdot 10^5 \text{ Nm} \cdot \text{rad}^{-1}$. Pre danú hodnotu krútiaceho momentu sa pohybuje hodnota redukovaného napätia na úrovni $\sigma_{MISES} = 468 \text{ MPa}$ a veľkosť natočenia $\varphi = 0,1421 \text{ rad}$.



Obrázok 43: Závislosť krútiaceho momentu (vľavo) a redukovaného napätia (vpravo) na skrútení FS

7.2 VÝPOČET TORZNEJ TUHOSTI V DÔSLEDKU ELIPTICKEJ DEFORMÁCIE ELEMENTOV PREVODOVKY A TRECÍCH SÍL

Kapitola 7.1 poníma problematiku torznej charakteristiky v zjednodušenom stave, uvažujeme ideálnu situáciu skrúcovania tenkostenného valcového telesa bez uvažovania eliptických deformácií a kontaktných stavov. Táto kapitola bude riešiť komplexnú simuláciu zostavy vlnového generátora a pružného ozubeného kolesa. Simulačný model bude popisovať účinky trecích síl pôsobiacich v zostave WG, presnejšie v špeciálnom pružnom ložisku. Okrem toho bude simulačný model zahrňovať aj deformačne napäťové stavy spôsobené vymedzením tvaru elipsy pružným ložiskom a pružným ozubeným kolesom. Torzné charakteristiky sa prejavia otočením vačky WG.

7.2.1 Geometria

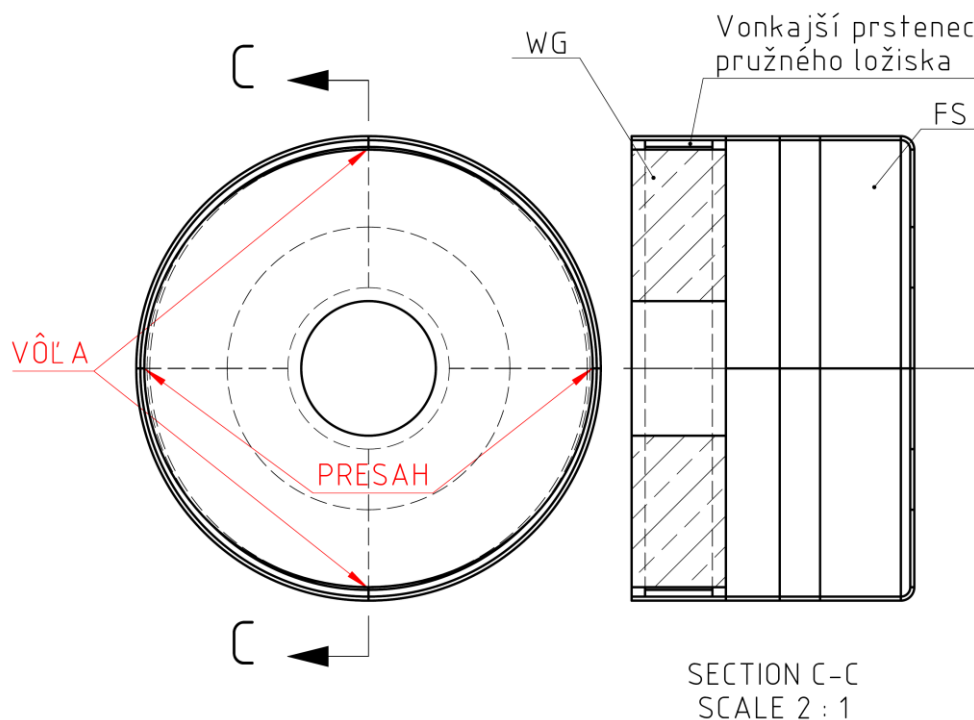
Zjednodušená zostava (Obrázok 44) pre túto simuláciu je zložená z nasledovných modelov:

- Zjednodušený model FS bez ozubenia (model z kapitoly 6.3.1)
- Zjednodušený model WG – zostava vačky a vonkajšieho prstenca pružného ložiska (model z kapitoly 6.3.3)

Keďže sa neuvažuje o kontakte v ozubení medzi FS a CS, použijeme 3D model FS bez vymodelovaného ozubenia, čím výrazne znížime počet stupňov voľnosti simulácie a tým zrýchlime výpočet. Zanedbaním geometrie ozubenia nedôjde k výraznému ovplyvneniu simulovaných charakteristík, keďže ozubenie vytvorené na povrchu FS nemá spevňujúci charakter vzhľadom na eliptickú deformáciu FS od WG.

Model WG je zjednodušený podľa popisu z kapitoly 6.3.3, pričom medzi eliptickou vačkou a vonkajším prstencom pružného ložiska sa uvažuje určitá hodnota trenia tak, aby zjednodušene popísala trenie v ložisku WG. Okrem trenia, vonkajší prstenec spolu s FS preberá eliptický tvar vačky. Deformačne napäťové stavy pružného ložiska čiastočne

charakterizujeme práve geometriou vonkajšieho prstenca, ktorý preberá eliptický tvar a prenáša ho na vnútorný povrch FS. Vnútna eliptická vďaka je považovaná za dokonale nedeformovateľné teleso, preto je jeho charakter tuhosti nastavený na *Rigid*.



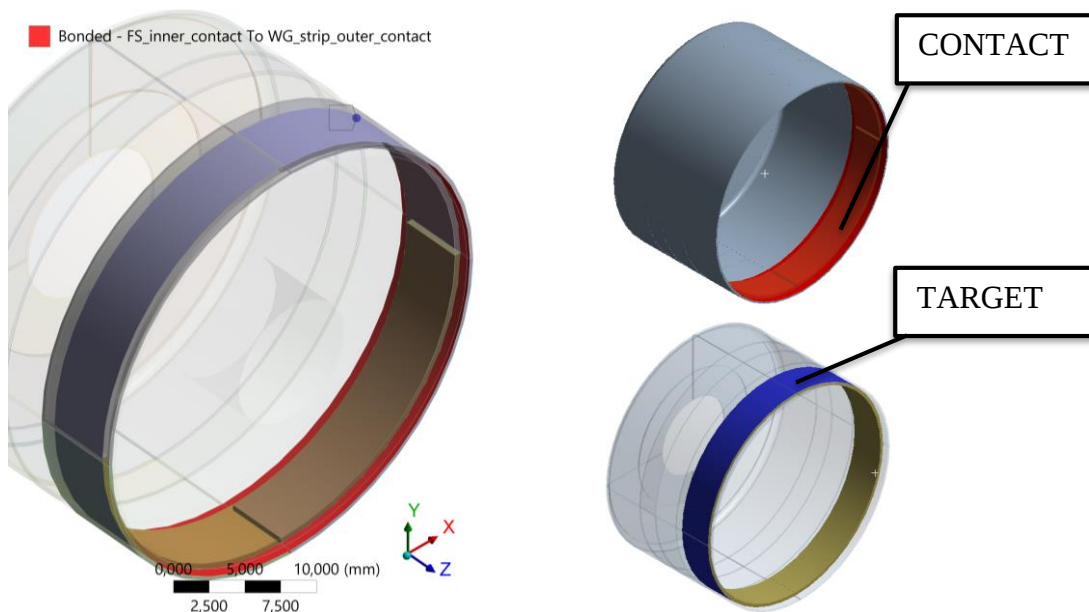
Obrázok 44: Geometria simulačnej zostavy

7.2.2 Kontakty

Z charakteru simulácie je nám jasné, že pre správne fungovanie simulácie je nevyhnutné definovanie kontaktu medzi jednotlivými telesami.

Kontakt medzi vnútorným povrchom otvoreného konca tenkostenného valcového telesa a vonkajším povrchom vonkajšieho prstenca pružného ložiska je nastavený ako *Bonded*. Obrázok 45 nám znázorňuje definovanie daného kontaktu medzi kontaktnými telesami. Voľbu tohto typu kontaktu medzi danými povrchmi možno zdôvodniť úvahou, že dané kontaktné plochy k sebe prináležia počas celého behu prevodovky a nedochádza medzi nimi k pohybu ani k preklzu. Naším cieľom je zabezpečiť „prenos“ eliptickej deformácie medzi zostavou WG a FS.

Tabuľka 14 nám popisuje manuálne nastavené parametre danej kontaktnej úlohy. Algoritmus riešenia daného kontaktu volíme *Augmented Lagrange*, ktorý je odporúčaným algoritmom pre riešenia simulácií s problematikou veľkých pretvorení. Táto formulácia automaticky redukuje veľkosť penetrácie, preto sa používa v nelineárnych úlohách. Nevýhodou tejto metódy je predovšetkým vyšší výpočtový čas (vyšší počet iterácií) [26].

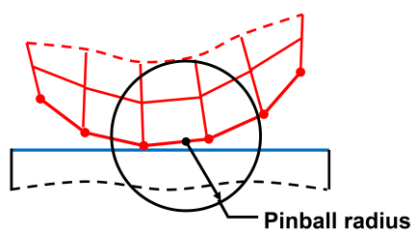


Obrázok 45: Kontakt typu BONDED medzi prstencom ložiska a FS

Tabuľka 14: Parametre kontaktu typu BONDED medzi prstencom ložiska a FS

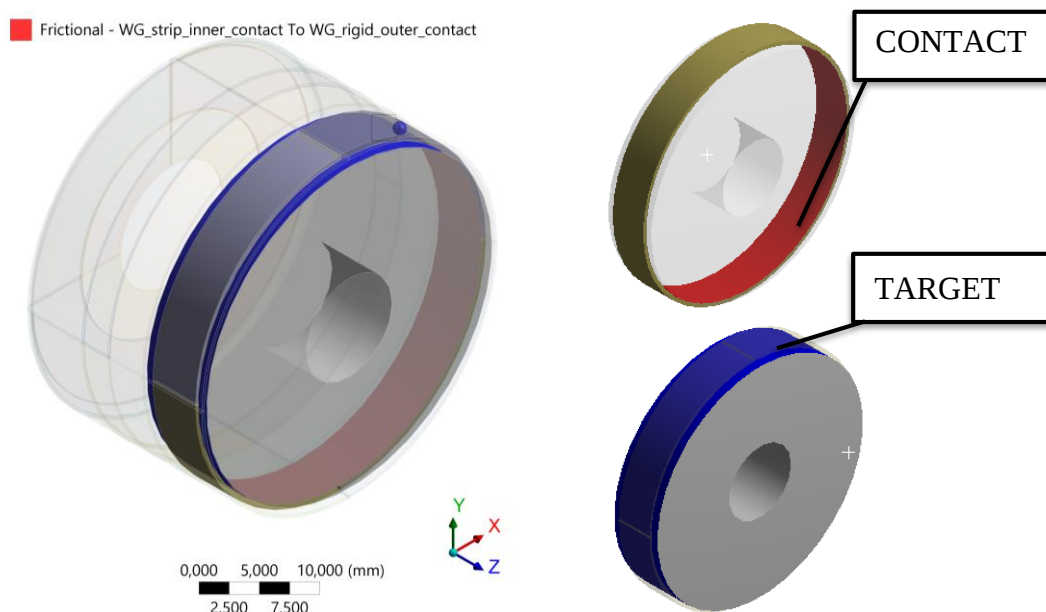
Typ kontaktu	<i>BONDED</i>
Algoritmus riešenia/formulácia	<i>Augmented Lagrange</i>
Definícia <i>Pinball Region</i>	<i>Pinball Radius</i>
Veľkosť <i>Pinball Radius</i>	$R_{PB} = 0,3 \text{ mm}$

V tomto kontakte sme dodatočne nastavili veľkosť parametru kontaktného páru *Pinball Region* (Obrázok 46, prevzaté z [27]), ktorý posudzuje „otvorenosť“ kontaktu. Pre prípad kontaktu typu *Bonded*, medzera medzi telesami vo vnútri tejto oblasti je považovaná za kontakt typu *Bonded* [27]. V tomto kontakte sme nastavili hodnotu *Pinball Radius* manuálne na hodnotu 0,3 mm.



Obrázok 46: Grafická interpretácia Pinball radius

Druhým kontaktom v tejto simulácii je kontakt medzi vonkajším povrchom vnútornej vaky WG a vnútorným povrchom vonkajšieho prstenca pružného ložiska (Obrázok 47). V tomto kontakte dochádza ku zmene kruhového tvaru prstenca pružného ložiska na eliptický tvar vaky WG. Okrem toho uvažujeme trenie medzi danými dvoma kontaktnými povrchmi, čím umožníme preklz medzi telesami.



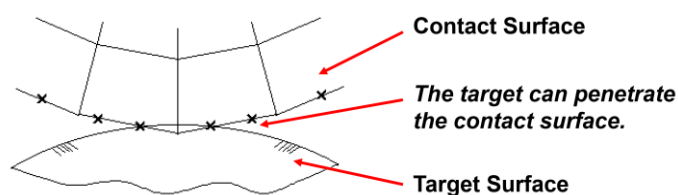
Obrázok 47: Kontakt typu *FRICTIONAL* medzi WG a prstencom ložiska

Tabuľka 15: Parametre kontaktu typu *FRICTIONAL* medzi prstencom ložiska a vačkou

Typ kontaktu	<i>FRICTIONAL</i>
Statický koeficient trenia	$\mu = 0,002$
Charakter kontaktu	<i>Asymmetric</i>
Algoritmus riešenia/formulácia	<i>Augmented Lagrange</i>
Normálová tuhosť v kontakte	<i>Manual</i>
Faktor normálovej tuhosti	1
Aktualizácia tuhosti	<i>Each Iteraition, Aggressive</i>
Definícia <i>Pinball Region</i>	<i>Pinball Radius</i>
Veľkosť <i>Pinball Radius</i>	$R_{PB} = 0,6 \text{ mm}$

Kontakt typu *Frictional* nastavíme ako *Asymmetric*, ktorý umožní detekciu integračných bodov určitú mieru penetrácie na hrane elementu v dôsledku umiestnenia detekčných bodov kontaktu [27]. Obrázok 48 (prevzaté z [27]) nám ilustruje popisovaný prípad. Hodnota statického koeficientu trenia je $\mu = 0,002$, čo približne zodpovedá hodnote jednoradového guľčkového ložiska [28].

Algoritmus kontaktu je opäť nastavený na *Augmented Lagrange* z už vysvetlených dôvodov. Veľkosť *Pinball Radius* má pri tomto kontakte kritickú úlohu, keďže sa jedná simuláciu s veľkými deformáciami a je nevyhnuté správne definovať kontaktnú oblasť, ktoré je tvorená ako vôľou, tak presahom medzi dvomi telesami (Obrázok 44). Pre tento typ kontaktnej úlohy platí, že ak je *NOD* na *Target* ploche vo vnútri tejto sféry, ANSYS považuje daný nod ako *blízky* a podrobne posudzuje jeho vzťah k miestnu detekcie kontaktu. Ak sa *NOD* ležiaci na *Target* ploche nachádza mimo tejto sféry, ANSYS nezahŕňa daný *NOD* do kontaktu [27]. V našom prípade predpisujeme optimálnu hodnotu *Pinball Radius* tak, aby sme zaistili detekciu *NODov* aj v mieste s najväčšou vzdialenosťou od kontaktnej plochy – v mieste vôle. Je vhodné poznamenať, že zvyšovaním jeho veľkosti narastá aj náročnosť úlohy na výpočet.

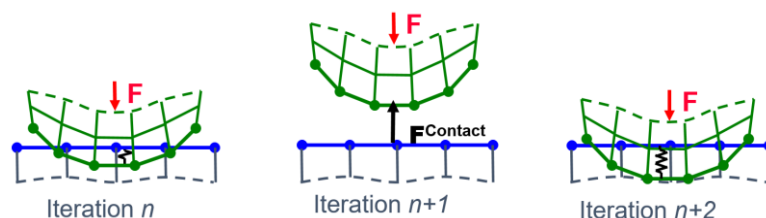


Obrázok 48: Asymetrický typ kontaktu

Pre tento kontakt sme manuálne nastavovali parametre normálovej tuhosti tak, aby výsledný stav kontaktu v dostatočnej miere a správne simuloval stav medzi dvoma telesami. Veľkosť normálového faktoru tuhosti, resp. veľkosť normálovej tuhosti má tie dva vplyvy na kontaktnú úlohu [29]:

- Príliš nízka hodnota kontaktnej tuhosti:
 - vysoká penetrácia
 - nižšie kontaktné tlaky
 - menší počet iterácií potrebných na konvergenciu úlohy
 - nepresné výsledky kontaktnej úlohy
- Vysoká hodnota kontaktnej tuhosti
 - nízka hodnota penetrácie
 - vyššie kontaktné tlaky
 - vyšší počet iterácií potrebných na konvergenciu úlohy
 - presnejšie výsledky

Prehnane vysoká hodnota kontaktnej tuhosti môže viesť k problémom s konvergenciou, kedy dochádza k opakovaným osciláciám medzi styčnými bodmi – periodický stav uzatvoreného a otvoreného kontaktu (Obrázok 49, prevzaté z [29]).

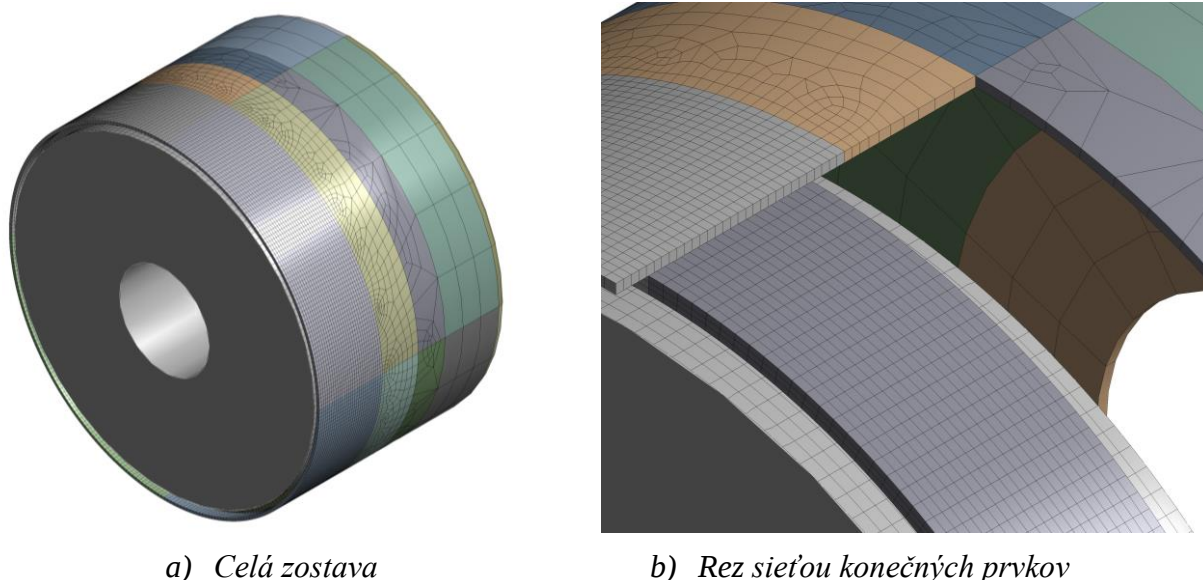


Obrázok 49: Problematika voľby kontaktnej tuhosti

Veľkosť faktoru normálovej tuhosti sme nastavili hodnotu 1, kedy sme dosahovali uspokojivé výsledky s dostatočne nízkou hodnotou penetrácie a zachovaní reálnej možnosti konvergence (viac informácií bude uvedených vo vyhodnotení simulácie).

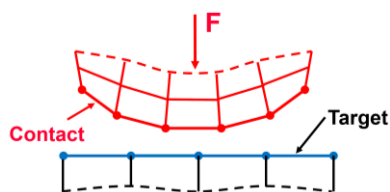
7.2.3 Sieť konečných prvkov

Obrázok 50 nám zobrazuje vytvorenú sieť konečných prvkov. Naším cieľom bolo vytvoriť v čo najväčšom podiele mapovanú sieť, ktorá je však v niektorých miestach siete nepravidelná v dôsledku zjemnenia siete.



Obrázok 50: Sieť konečných prvkov

Pri kontaktných úlohách je dôležité, aby sme vždy zabezpečili jemnejšiu sieť konečných prvkov na *Contact* geometrii ako na *Target* geometrii. Nami vytvorená sieť daný predpoklad spĺňa (Obrázok 50 b)) a *Contact* plocha má vždy hustejšiu *mesh* ako *Target*. *Mesh* eliptickej vachky WG je vytvorené len na jej povrchu, keďže dané teleso má nastavené chovanie ako *Rigid body*. Vonkajší prstenec pružného ložiska je po hrúbke meshovaný na niekoľko vrstiev, aby sme vhodným spôsobom dokázali diskretizovať stav v miestach penetrácie geometrií. Najjemnejšiu sieť má geometria FS v mieste kontaktu s prstencom a smerom k uzavretému koncu tenkostenného valcového telesa je vytvorená hrubšia sieť konečných prvkov z dôvodu zníženia počtu stupňov voľnosti. V tomto mieste totiž nevyšetrujeme kontaktnú úlohu, len eliptickú deformáciu a skrúcovanie geometrie.

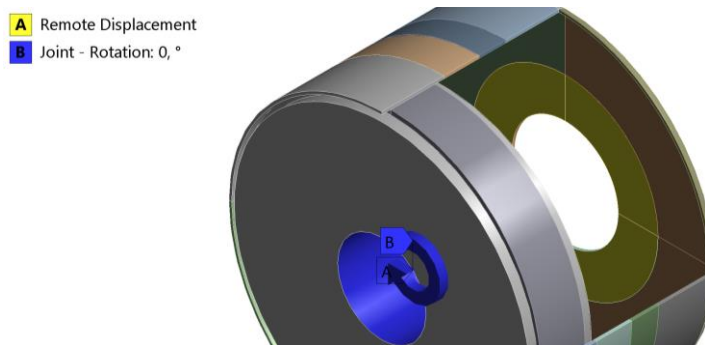


Obrázok 51: Porovnanie hustoty siete konečných prvkov CONTACT a TARGET

7.2.4 Okrajové podmienky a mechanické väzby geometrie

V mieste nalisovania FS sme predpísali okrajovú podmienku podobným spôsobom ako v kapitole 7.1.1. *Remote Displacement(A)* – v tejto OP sme zamedzili všetky posuvy a rotácie vybranej geometrie FS.

Pre vnútornú eliptickú vachku WG sme definovali OP typu *Joint (B)*, ktorou ovládame väzbu typu *GENERAL, Body – Ground*. Táto OP má v sebe zafixované všetky stupne voľnosti okrem rotácie okolo osi *z*, čím vieme následne v simulácii ovládať natočenie vachky WG.



Obrázok 52: Okrajové podmienky simulácie

7.2.5 Parametre simulácie

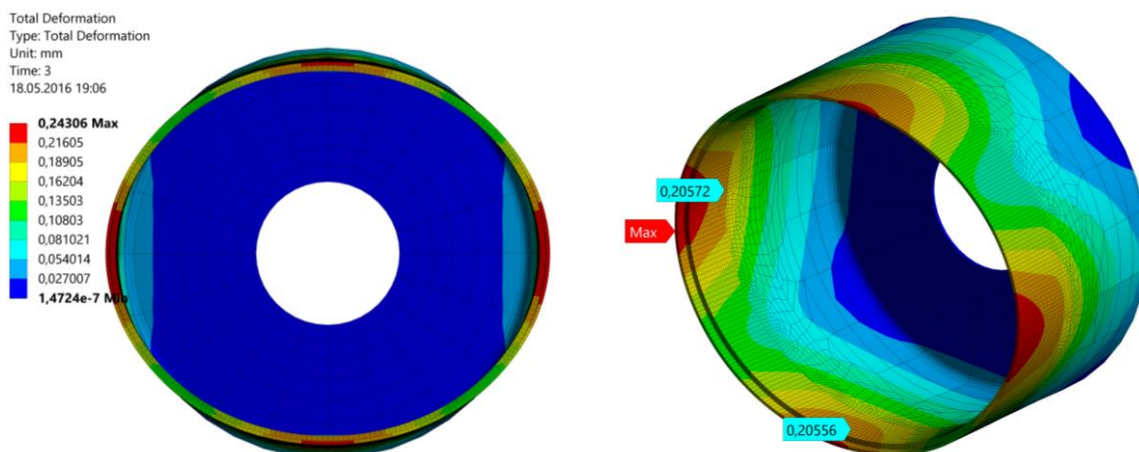
Ako je nám už známe, daná úloha v sebe zahŕňa ako problematiku vymedzenia eliptického tvaru, tak problematiku rotovania eliptickej vačky. Jedná sa o komplexnú nelineárnu simuláciu, ktorú sme z dôvodu náročnosti na výpočtový výkon a relatívne problematickej konvergenzie rozdelili na dva *Loadstepey* (*LS*).

V prvom *Loadstepe* simulujeme vymedzenie eliptického tvaru. V tomto *LS* je hodnota rotácie *OP Joint* (*B*) pevne nastavená na hodnotu 0 rad . Tým máme pevne zafixované všetky komponenty zostavy a vyšetrujeme len kontaktný problém, počas ktorého dôjde k postupnému vymedzeniu vôle a presahu (v zjednodušenom poňatí sa jedná o lisovaný spoj) medzi eliptickou vačkou a vonkajším prstencom pružného ložiska, ktoré zároveň „prenáša“ zdeformovaný tvar na otvorený koniec FS.

Druhým *LS* popisujeme rotácie eliptickej vačky okolo osi *z* a sledujeme torznú charakteristiku celej zostavy, ktorá spočíva jednak z deformačne napäťového stavu eliptickej deformácie a z trenia medzi kontaktnými plochami vačky a prstenca. V tejto sekcii simulácie postupne zvyšujeme veľkosť natočenia rotácie vačky okolo osi *Z*.

7.2.6 Výsledky simulácie

Skonvergovaním dvoch *LS* sme vyhodnotili deformačne napäťový stav simulačnej zostavy. Obrázok 53 nám zobrazuje eliptickú deformáciu celej zostavy (grafická interpretácia deformovaného tvaru je znásobená pre názornejšiu prezentáciu), kde pozorujeme predovšetkým deformáciu plynúcu z prvého *LS*. Rotácia vačky bola veľmi malá oproti vymedzeniu vôle na to, aby sme ju graficky interpretovali. Daný obrázok nezobrazuje *Rigid Body* vnútornej vačky, keďže v ňom k deformácii nedochádza. Simulácia vykazuje maximálnu hodnotu deformácie o hodnote $u_{max} = 0,24 \text{ mm}$, ktorá je väčšia ako hodnota u_0 vnútornej vačky (kapitola 6.2.2). Táto hodnota je totiž vyhodnotením posuvu na okraji otvoreného konca tenkostennej valcovej nádoby. Miesta s oranžovou oblasťou na danom obrázku vykazuje presne hodnotu u_0 . Týmto výsledkom potvrdzujeme teoretické konštatovania z kapitoly 5.3, kde sa hovorí o nehomogénnej obvodovej deformácii skrz hĺbku FS.

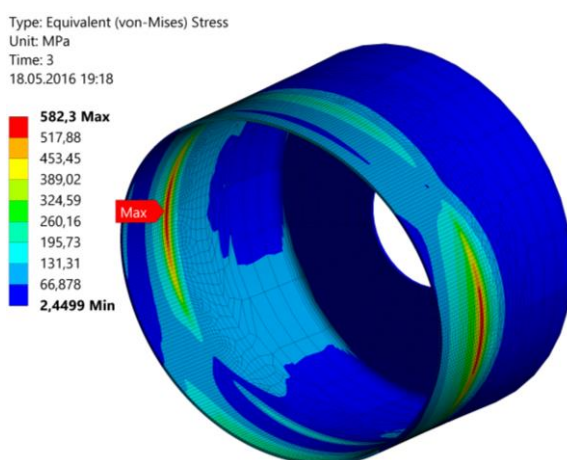


Obrázok 53: Celková deformácia zostavy

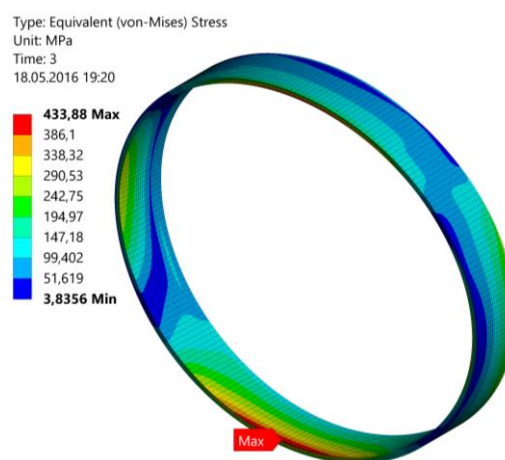
Okrem deformácie geometrie popíšeme aj priebeh napätia na jednotlivých vyšetrovaných telesách. Vnútnu vačku opäť nevyhodnocujeme z už vyššie spomenutých dôvodov. Hodnoty redukovaného napätia nám udáva Tabuľka 16, pričom maximálnu hodnotu identifikujeme v FS. Táto hodnota napätia môže byť do istej miery skreslená, resp. príliš vysoká v dôsledku ostrých hrán prstenca WG. Pri deformácii na elipsu dochádza k vtlačovaniu prstenca do vnútorného povrchu FS. Na presnejšie vyhodnotenie napätia v tejto oblasti by sme modifikovať geometriu prstenca a to zrazením hrán s určitým rádiusom. Takýto postup by nám však mimoriadne zvýšil počet prvkov *meshe* a zvýšil by tým celkový čas na výpočet. Veľkosti redukovaných napätí považujeme za prijateľné, keďže nepresahujeme veľkosť medze pevnosti v ťahu (Tabuľka 11) a nehrozí porušenie materiálu. Problematiku plastizovania materiálu taktiež nepovažujeme za prítomnú, keďže veľkosť redukovaného napätia FS sa pohybuje približne na polovičnej hodnote medze klzu (Tabuľka 11).

Tabuľka 16: Veľkosť redukovaného napätia

FS	σ_{MISES} [MPa]	582
Vonkajší prstenec WG	σ_{MISES} [MPa]	434



Obrázok 54: Redukované napätie na FS



Obrázok 55: Redukované napätie na prstenci

V kritických miestach oboch telies okrem redukovaného napätia vyšetrujeme aj veľkosti hlavných napätí. Na základe nich charakterizujeme napjatosť v Mohrovej rovine, na základe ktorých vyhodnotíme charakter napjatosti.

Tabuľka 17 nám zobrazuje veľkosti hlavných napätí tenkostenného valcového telesa FS po eliptickej deformácii a rotácii vnútornej eliptickej vacky. Najväčšie hodnoty hlavných napätí sme vyhodnotili v mieste presahu. Napjatosť môžeme v tomto mieste klasifikovať za *obecnú*, kedy obe hlavné napätia sú nenulové, pričom $\sigma_3 = 0 \text{ MPa}$. V mieste vôle je dvojica hlavných napätí nulová a hlavné napätie je kladnej hodnoty, čo znamená, že sa jedná o jednoosovú ťahovú napjatosť. Riziko vzniku medzného stavu plasticity v týchto miestach telesa nepredpokladáme. Problémy však môžu vzniknúť napríklad pri uvážení cyklického namáhania daného telesa, kedy dochádza k neustálej zmene napjatosti počas rotácie vnútornej eliptickej vacky. Problematika cyklickej únavy je aktuálna aj v geometrii pružného ložiska a v jednotlivých prstencoch, kde dochádza taktiež k cyklickým javom v dôsledku rotácie vacky. V prípade vzniku trhliny je prítomné kladné hlavné napätie, ktoré by mohlo spôsobiť rast a šírenie trhliny. Avšak, cyklická únava nie je predmetom záujmu tejto diplomovej práce.

Tabuľka 17: Charakter napjatosti v FS

Kritické miesto	Znázornenie napjatosti v Mohrovej rovine	Veľkosti hlavných napätí
FS PRESAH		$\sigma_1 = 582 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = 554 \text{ MPa}$ $\sigma_3 = 0 \text{ MPa}$
FS VÔĽA		$\sigma_1 = \sigma_k = 255 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

Veľkosť hlavných napätí a ich vykreslenie v Mohrovej rovine nám zobrazuje Tabuľka 18. Oproti FS, v mieste presahu v geometrii prstenca identifikujeme obecnú napjatosť, kedy $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ a ani jedno z nich nemá nulovú hodnotu. Opäť sa nachádzame v ťahovej oblasti. Kontaktná úloha v oblasti presahu je klasifikovaná dvojosou (rovinnou) napjatosťou, ktorá je určená dvomi nenulovými, vzájomne

odlišnými hlavnými napätiami. Jedno z hlavných napätí je nulové. Podobne, ako pri FS, ani pri prstenci nám simulácia nevykazuje neprijateľné, prípadne nebezpečného hodnoty hlavných napätí.

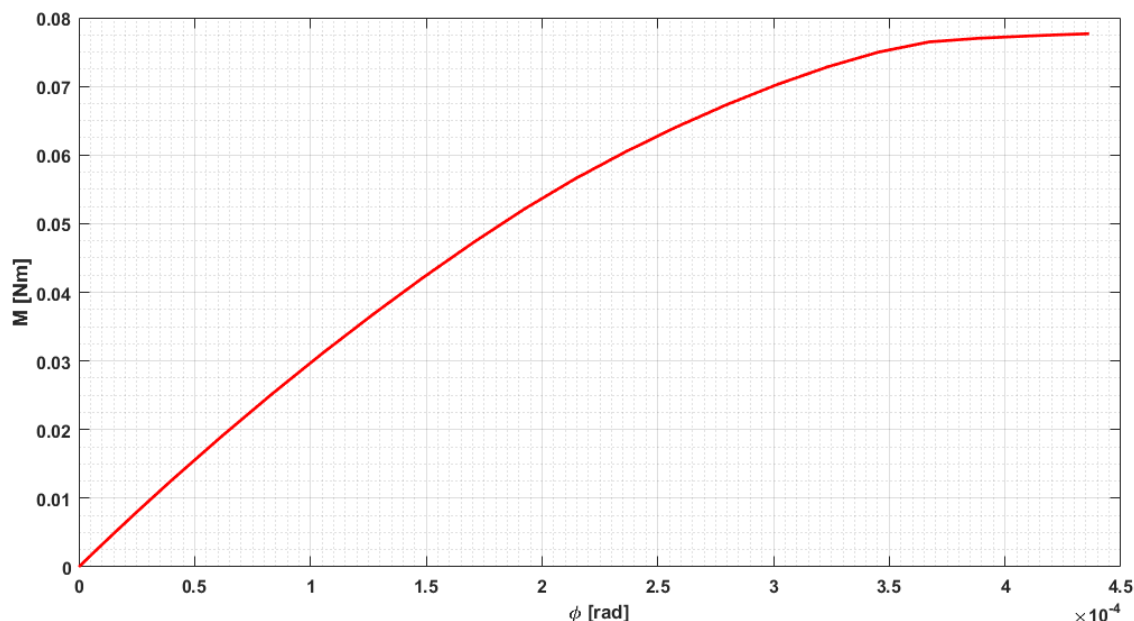
Tabuľka 18: Charakter napjatosti vo vonkajšom prstenci pružného ložiska

Kritické miesto	Znázornenie napjatosti v Mohrovej rovine	Veľkosti hlavných napätí
PRSTENEC PRESAH		$\sigma_1 = 284 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = 100 \text{ MPa}$ $\sigma_3 = 19 \text{ MPa}$
PRSTENEC VÔĽA		$\sigma_1 = 410 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = 0 \text{ MPa}$ $\sigma_3 = -43 \text{ MPa}$

Na simulačnej zostave sme vykonali konvergenciu siete a tak isto aj kontrolu penetrácie v kontaktných úlohách. Veľkosť penetrácie nepresahovala pomer 1/10 oproti najmenej dĺžke elementu v kontakte. Detailný rozbor nebudeme uvádzať z časových dôvodov.

Najdôležitejším výstupným parametrom tejto simulácie je torzná tuhosť zostavy, resp. závislosť veľkosti krútiaceho momentu na natočení vlnového generátora (vačky). Výsledný priebeh je určený podobným spôsobom ako v kapitole 7.1.3. Veľkosť reakčného momentu je určená z reakčného krútiaceho momentu pôsobiaceho na zaväzbený koniec zatvoreného konca tenkostenného valcového telesa FS.

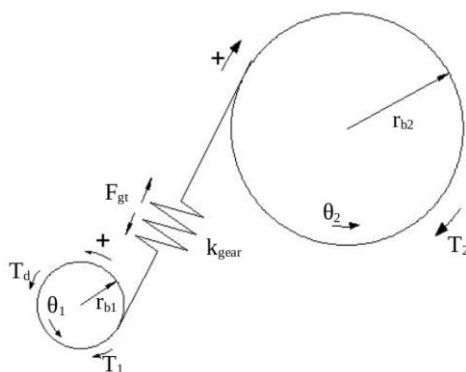
Prvý LS simulácie nevykazuje žiadnu momentovú reakciu v žiadnom smere, keďže sa jedná o symetrickú podľa rovín $X - Z$ a $Y - Z$ (pre prvý LS). Momentové reakcie, ktoré sú zapríčinené v dôsledku vymedzenia vôle a presahu sa navzájom vyrušia. Druhý LS však zahŕňa rotáciu WG a v dôsledku kontaktu nastaveného s určitou hodnotu trenia vzniká krútiaci moment v ose z (Obrázok 56). Naše výsledky budú aplikované formou LUT tabuľky v záverečnej simulácii dynamického modelu prevodovky.



Obrázok 56: Závislosť krútiaceho momentu na veľkosti natočenia WG

7.3 TUHOŠŤ OZUBENIA (PRE JEDEN PÁR OZUBENIA)

Na určenie torznej charakteristiky vyplývajúcej z odvaľovania ozubenia, jej vplyv na dynamiku a chod prevodovky, je potrebné vyhodnotiť tuhosť páru zubu. Táto problematika je známa aj pod pojmom *mesh stiffness*. Obrázok 57 (prevzaté z [22]) zobrazuje zjednodušený, čisto torzný model tuhosti ozubenia. Naším cieľom je určenie parametru k_{gear} pre prípad nami modelovanej harmonickej prevodovky.

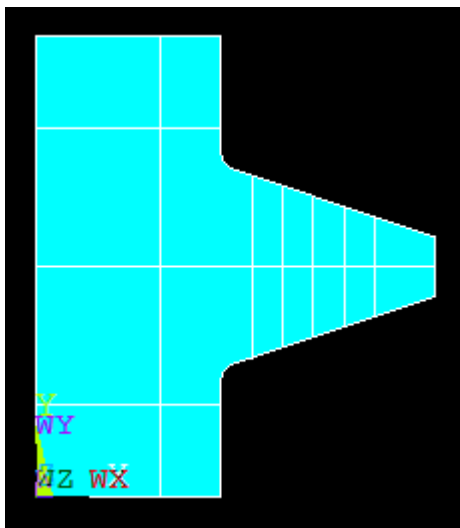


Obrázok 57: Zjednodušený torzný model záberu ozubenia

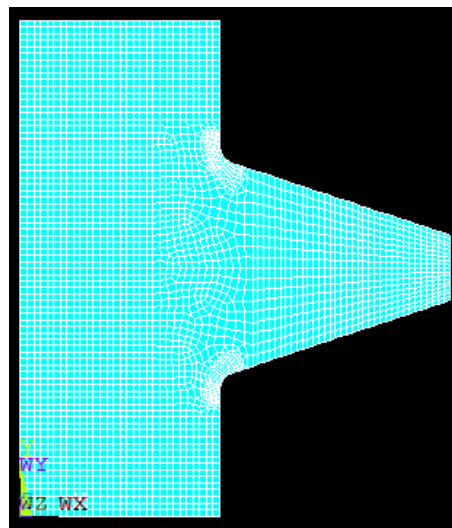
7.3.1 Deformačne napäťová analýza jedného zubu

Zjednodušená geometria (profil) ozubenia bola charakterizovaná v kapitole 6.3.2, kde sme z presného evolventného profilu vygenerovaného na základe vypočítaných parametrov HP vytvorili zjednodušený profil zubu. Evolventný profil bol zjednodušený a upravený tak, aby sme dokázali vytvoriť komplexnú simulačnú zostavu, ktorá nám simuluje kontaktný stav ozubenia HP (problematika bude obsahom nasledujúcej kapitoly). Simulačný model bude tvorený modelom jedného zubu, pričom zanedbáme radiálnu deformáciu geometriu a uvažujeme len rovinný model.

Obrázok 58 nám znázorňuje model jedného zubu, ktorý sme vytvorili v programe *ANSYS Mechanical APDL*. Oblasť vytvorenú na základe znalosti polohy krajných bodov geometrie zubu v súradnicovom systéme $X - Y$ sme následne rozdelili na niekoľko podoblastí tak, aby následná tvorba mapovanej siete bola realizovateľná (Obrázok 59). Zjemnenie siete bolo vykonané v oblasti koreňa zubu, v mieste zaoblenia. Na tvorbu siete konečných prvkov sme použili kvadratické 2D prvky *PLANE183*, ktorým sme nastavili 2D charakter typu *Plane strain*, kedy sa uvažuje nulové pretvorenie v osi Z .

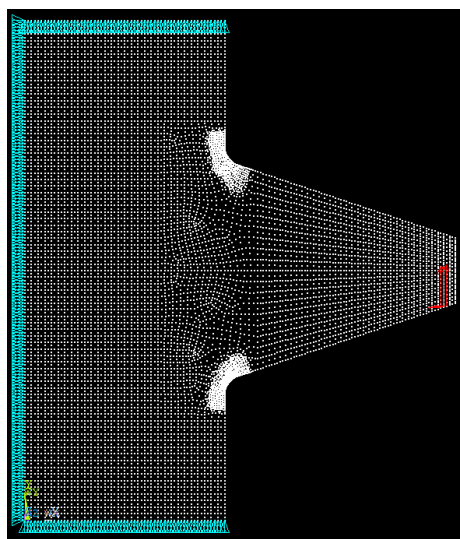


Obrázok 58: Geometria zubu

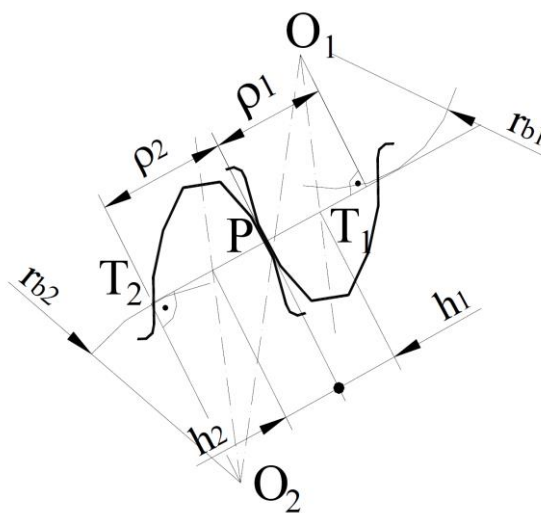


Obrázok 59: Sieť konečných prvkov

Predpísali sme okrajové podmienky (Obrázok 60), čím sme zamedzili posuvy krajných *nodov*, ktoré patria tenkostennému valcovému telesu FS. Geometriu zubu zaťažujeme normálovou silou k ploche zubu, ktorú rozložíme do niekoľkých vedľa seba ležiacich *nodov*, aby sme predišli extrémne zdeformovaným elementom z dôsledku bodového zaťaženia. Toto zaťaženie nám reprezentuje kontakt evolventného plôch dvoch zubov v zábere (Obrázok 61, prevzaté z [30]).



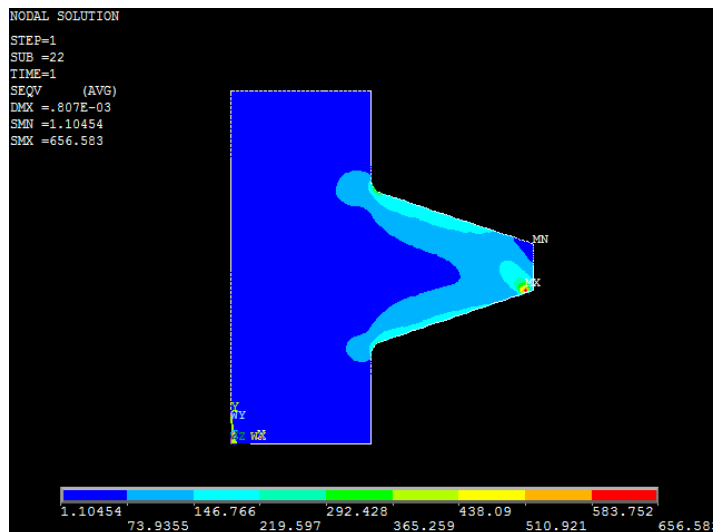
Obrázok 60: Okrajové podmienky a zaťaženie zubu



Obrázok 61: Záber zubového páru

Počas odvaľovania dochádza v ideálnom prípade ku kontaktu od hlavy zubu smerom ku koreňu, pričom, pri druhom zube je to presne v opačnom poradí (od koreňa smerom k hlave). Keďže simulujeme len jeden zub, pomocou cyklu postupne zaťažíme geometriu zubu od hlavy po koreň a následne, pre každé zaťaženie vyhodnocujeme posuv *nodov* na symetrickej strane zubového profilu. Z každého merania zaznamenáme set dát, ktoré obsahujú informácie o:

- Polohe a veľkosti zaťaženia *nodov*
- Polohe a veľkosti posuvov symetricky umiestnených *nodov*



Obrázok 62: Priebeh redukovaného napätia

Priebeh a veľkosť redukovaného napätia nám zobrazuje Obrázok 62, kde identifikujeme maximálnu hodnotu redukovaného napätia tesne pod povrchom geometrie v mieste zaťaženia.

7.3.2 Výpočet tuhosti zubového páru

Dátové súbory exportované z prostredia programu *ANSYS APDL Mechanical* sme importovali do programu *Matlab*, kde sme ich spracovali pre následné výpočty. Zo znalosti pôsobiacej sily a posuvu vieme vypočítať hodnotu tuhosti pre jednotlivé miesta zubového profilu:

$$k_{gear1} = \frac{F_{total}}{u_y} \quad (7.1)$$

Pre naše potreby je dôležitá tuhosť v smere osi *Y*, preto vo výpočte uvažujeme len posuv *nodov* v smere u_y . V dôsledku zvoleného charakteru simulácie MKP (*Plane strain*) je dôležité poznamenať, že daná tuhosť ja charakteristická na jednotku hrúbky (v našom prípade platí pre zub hrubý 1 mm).

Mesh stiffness je daný odvaľovaním zubového páru, ktorý popíšeme pomocou dvoch pružín (Obrázok 63). Z princípu odvaľovania dvoch evolventných profilov vieme, že v kontakte sú vždy opačné časti zubového profilu, preto sú tuhosti k_{gear1} a k_{gear2} navzájom inverzné.

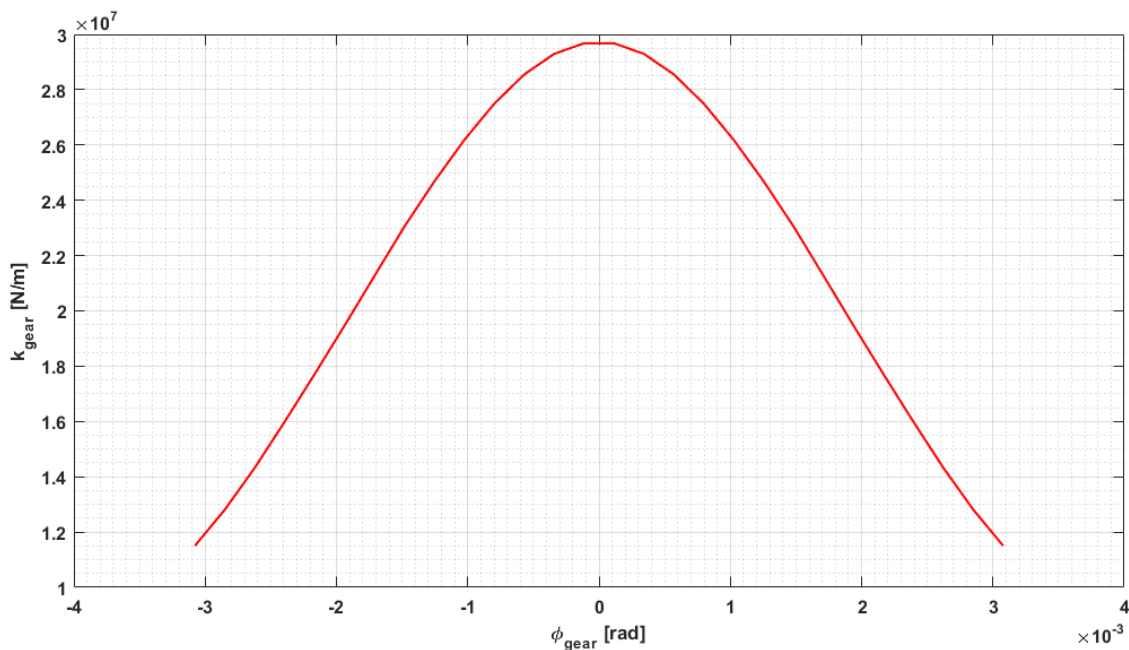


Obrázok 63: Sériové zapojenie dvoch pružín

Pre výslednú tuhosť dvoch sériovo radených pružín platí nasledujúca rovnica:

$$k_{gear} = \left(\frac{1}{k_{gear1}} + \frac{1}{k_{gear2}} \right)^{-1} \quad (7.2)$$

Obrázok 64 zobrazuje výslednú tuhosť jedného zubového páru počas odvaľovania vzťažného na veľkosť natočenia/rotovanie ozubeného kolesa. Priebeh tuhosti spĺňa naše predpoklady, kedy v krajných miestach vyhodnocujeme minimálnu tuhosť, kedy dôjde ku kontaktu hlavy jedného zubu (najmenšia hodnota tuhosti) a koreňa druhého zubu. V mieste $\varphi = 0 \text{ rad}$ sú v kontakte presne stredné časti oboch zubových profilov, čo má za následok najvyššiu tuhosť. V danom grafe je hodnota tuhosti určená už s uvažovaním hrúbky zubu, ktorá v našom modeli činí 7 mm .



Obrázok 64: Mesh stiffness jedného páru zubov

Výsledná tuhosť ozubení HP bude vyhodnotená v kapitole 7.5, kde na základe znalosti počtu zubov v zábere dokážeme vypočítať celkovú *mesh stiffness*. Identifikáciou počtu zubov v zábere sa bude zaoberať nasledujúca kapitola.

7.4 VÝPOČET POČTU ZUBOV V ZÁBERE

K odvaľovaniu ozubení v HP dochádza jedinečným a špeciálnym spôsobom – eliptickou deformáciou pružného ozubeného kolesa. Tento princíp sme priblížili v teoretickej časti práce, v kapitole 4.5.1. Zároveň je potrebné poznamenať, že súčasne je v kontakte väčší počet párov zubov. Táto kapitola bude pojednávať o komplexnom

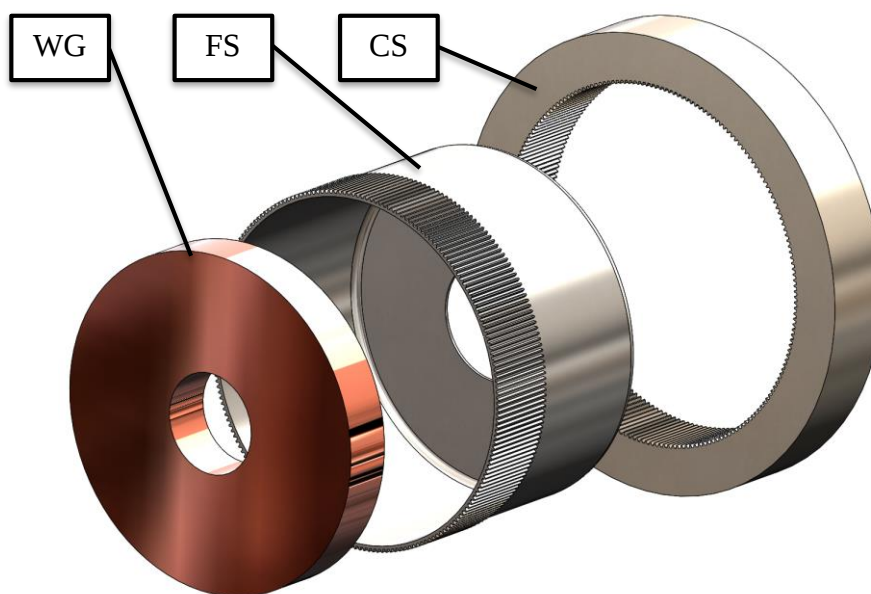
simulačnom modeli popisujúcom kontaktný stav medzi WF, FS a CS. Výsledným parametrom bude celkový počet zub v zábere pri chode prevodovky.

7.4.1 Geometria

Obrázok 65 zobrazuje vstupnú geometriu použitú v tejto kontaktnej úlohe. Zostava sa skladá z nasledujúcich modelov:

- Zjednodušený model FS s ozubením (model z kapitoly 6.3.26.3.1)
- Zjednodušený model WG – vačka bez pružného ložiska (model z kapitoly 6.3.4)
- Zjednodušený model CS s ozubením (model z kapitoly 6.3.5)

Na rozdiel od simulačnej zostavy z kapitoly 7.2 je model vlnového generátora zjednodušený v dôsledku komplexnosti riešenej úlohy. V tomto prípade sme zo vylúčili model vonkajšieho prstencu pružného ložiska a geometriu vačky sme o jej hrúbku zväčšili, aby v konečnom dôsledku vyvolali rovnakú veľkosť deformácie ako v simulačnej zostave s prstencom. Model WG je opäť nastavený ako *Rigid*.



Obrázok 65: Geometria simulačnej zostavy

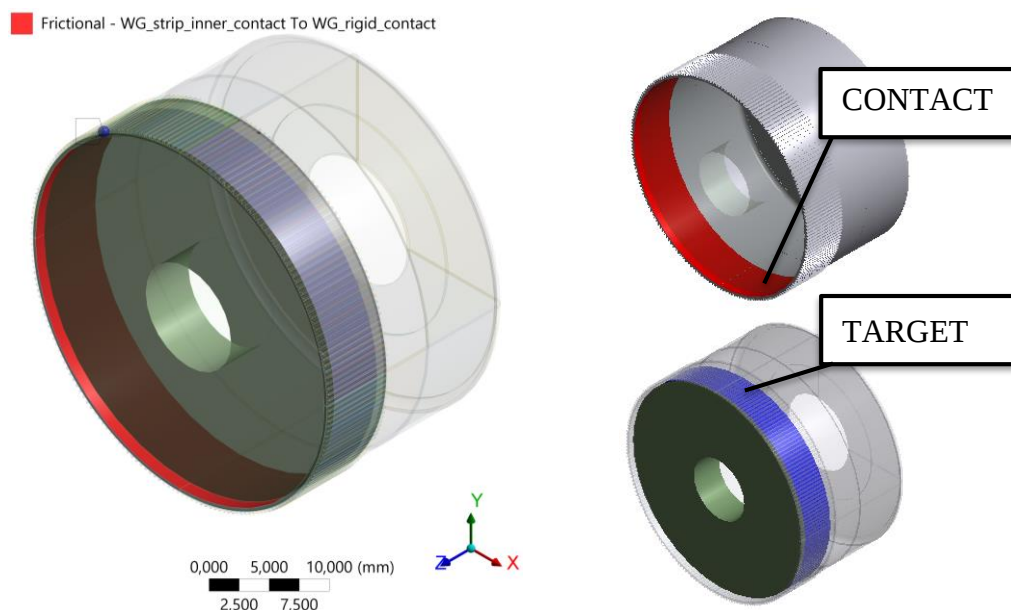
Model FS sme doplnili o vhodne upravený tvar ozubení. Segmentovanie geometrie sme taktiež zrušili, keďže sme narazili na problémy pri tvorbe siete konečných prvkov. Vhodné rozdelenie geometrie bolo vykonané až následne po importovaní zostavy, v module *DesignModeler*. Aby sme vedeli vytvoriť vhodnú sieť pre potreby skúmanej kontaktnej úlohy, všetkých 200 zubov sme od tenkostenného valcového telesa odrezali, čím sme umožnili separátne *meshovanie* objemových telies jednotlivých zubov. Samozrejme, v konečnom dôsledku sme nadelené geometrie zlúčili do jedného dielca. Vygenerované evolventné profily ozubení sme nakoniec zjednodušili (Obrázok 58), keďže tvorba siete konečných prvkov v kontaktnej úlohe bola problematická a extrémne náročná na veľkosť siete konečných prvkov.

Model CS je považovaný za najtuhší element celej zostavy HP. Aj z tohto dôvodu sme ho v simulácii uvažovali ako *Rigid body* a za dôležitú časť geometrie sme považovali len kontaktnú plochu vo vnútri ozubení. Tvar zubov sme

upravili/zjednodušili z rovnakých dôvodov rovnakým postupom ako v prípade ozubenia FS.

7.4.2 Kontakty

Kontakt medzi WG a FS (Obrázok 66) slúži ako na vymedzenie eliptického tvaru, tak na následnú rotácie WG vo vnútri FS. Medzi kontaktnými plochami sme definovali rovnakú veľkosť trenia ako v kapitole 7.2.2, aby sme simulovali trenie, ktoré by bolo pôvodne prítomné k konštrukcii pružného ložiska. Tabuľka 19 udáva hlavné parametre daného kontaktu.

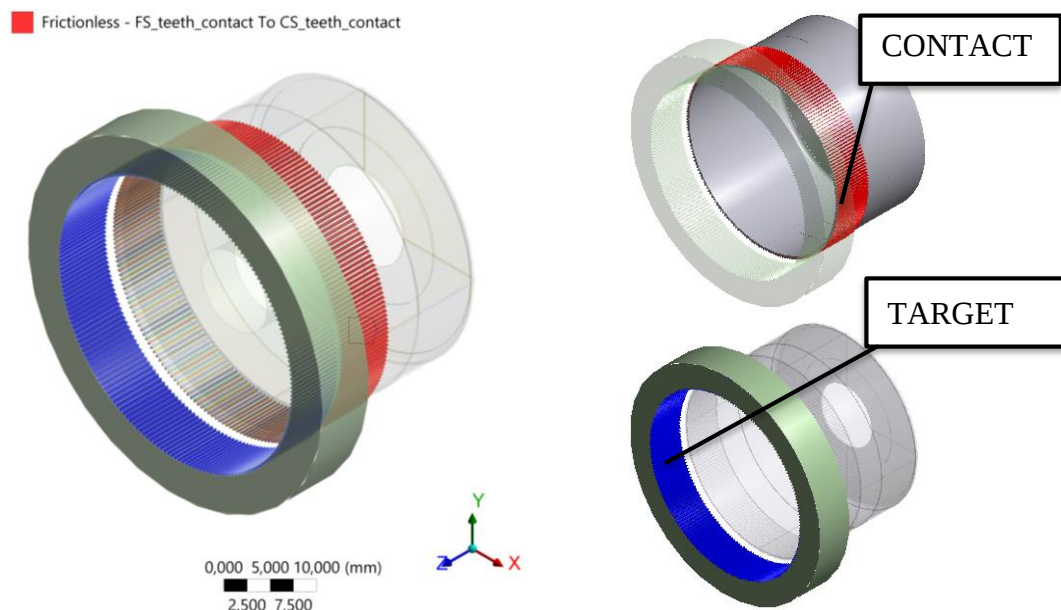


Obrázok 66: Kontakt typu FRICTIONAL medzi WG a FS

Tabuľka 19: Parametre kontaktu typu FRICTIONAL medzi WG a FS

Typ kontaktu	<i>FRICTIONAL</i>
Statický koeficient trenia	$\mu = 0,002$
Charakter kontaktu	<i>Asymmetric</i>
Algoritmus riešenia/formulácia	<i>Augmented Lagrange</i>
Normálová tuhosť v kontakte	<i>Manual</i>
Faktor normálovej tuhosti	0,5
Aktualizácia tuhosti	<i>Each Iteraition, Aggressive</i>
Definícia <i>Pinball Region</i>	<i>Pinball Radius</i>
Veľkosť <i>Pinball Radius</i>	$R_{PB} = 0,5 \text{ mm}$

Zložitejšou kontaktnou úlohou je kontakt v ozubení (Obrázok 67). Hlavným cieľom tejto simulácie je práve určenie počtu zubových párov v kontakte, ktoré nám umožní táto kontaktná úloha identifikovať. Medzi jednotlivými kontaktnými plochami tak isto predpisujeme určitú hodnotu trenia, aby sme zamedzili voľné prešmykovanie kontaktných plôch pri kontakte. Okrem hodnoty trenia nám Tabuľka 20 udáva aj údaj o veľkosti *Pinball Region*, ktorý je volený tak, aby ANSYS správne identifikoval kontaktné elementy.



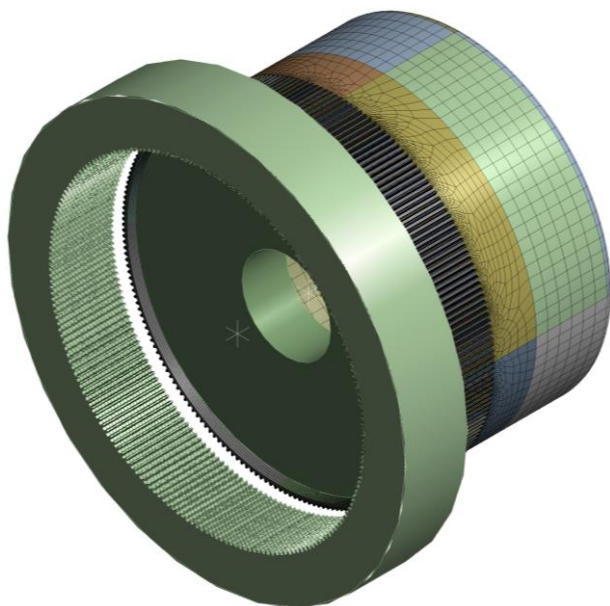
Obrázok 67: Kontakt typu *FRictionAL* medzi FS a CS

Tabuľka 20: Parametre kontaktu typu *FRictionAL* medzi prstencom ložiska a vačkou

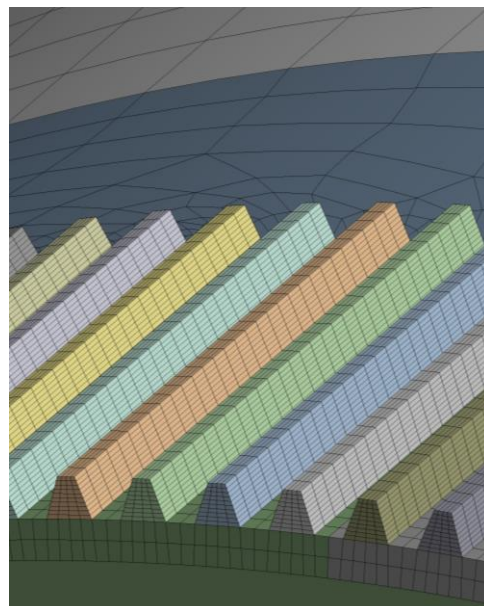
Typ kontaktu	<i>FRictionAL</i>
Statický koeficient trenia	$\mu = 0,06$
Charakter kontaktu	<i>Asymmetric</i>
Algoritmus riešenia/formulácia	<i>Augmented Lagrange</i>
Normálová tuhosť v kontakte	<i>Manual</i>
Faktor normálovej tuhosti	0,5
Aktualizácia tuhosti	<i>Each Iteraition, Aggressive</i>
Definícia <i>Pinball Region</i>	<i>Pinball Radius</i>
Veľkosť <i>Pinball Radius</i>	$R_{PB} = 0,01 \text{ mm}$

7.4.3 Sieť konečných prvkov

Tvorba siete bola opäť generovaná s ohľadom na typ kontaktnej plochy (*TARGET* – *CONTACT*). WG a CS majú *meshované* len kontaktné plochy, keďže sú to telesá typu *Rigid Body*. Geometriu FS sme vhodne segmentovali tak, aby sme mali čo najlepšiu kontrolu nad tvorbou siete konečných prvkov. Okrem oddelenia objemových tiel zubov sme rozdelili FS podobne, ako v kapitole 7.2.1 (Obrázok 44). Následne sme definovali presný počet segmentov pre väčšinu čiar (hrán) geometrie FS. Tým sme získali plne manuálnu kontrolu, pričom sme zrýchlili aj tvorbu siete.



Obrázok 68: Mesh simulačnej zostavy

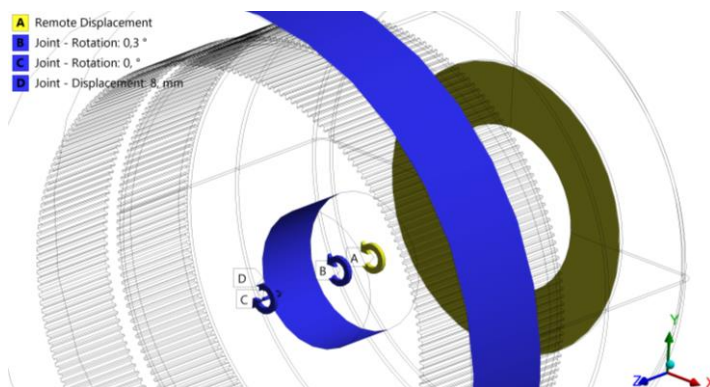


Obrázok 69: Sieť konečných prvkov ozubenia FS

Výsledná sieť konečných prvkov (Obrázok 68) je zložená z 1780267 *Nodov* a 372 892 elementov. Obrázok 69 znázorňuje jemnosť mapovanej siete vytvorenej na ozubení FS.

7.4.4 Okrajové podmienky a mechanické väzby geometrie

Obrázok 70 nám znázorňuje predpísané OP a väzby, ktoré boli vytvorené v danej simulačnej zostave. FS je opäť zaväzbené pomocou *Remote Displacement*(A), kde však na rozdiel od predchádzajúcich simulácií definujeme veľkosť rotácie v smere osi Z. Ostatných 5 stupňov voľnosti ostáva zafixovaných.



Obrázok 70: Okrajové podmienky a mechanické väzby

V tejto simulácii je potrebné rotovať tak isto aj vačkou (WG) v zmysle osi Z. Definovaná OP typu *Joint* (B) tento účel spĺňa, umožní jedine rotáciou okolo osi vačky (*Revolute, Body – Ground*). OP je predpísaná na vnútorný kruhový otvor geometrie.

Geometriu CS je potrebné v tejto simulácii posunúť v smere osi Z a prípadne rotovať taktiež v zmysle rovnakej osi. Definovaný *Joint* (C), (D) na vonkajšiu valcovú

plochu *Rigid* telesa má charakter *Cylindrical, Body – Ground*. Na základe tejto OP ovládame posuv a natočenie v osi *Z*.

7.4.5 Parametre simulácie

V dôsledku zložitosti riešenej kontaktnej úlohy bolo nevyhnutné simuláciu rozdeliť na 4 *Loadstepy*:

- Vymedzenie presahu a vôle medzi WG a FS – eliptická deformácia
- Posunutie CS v smere osi *Z*
- Súčasná rotácia v smere osi *Z* telies WG a FS (pred kontaktom ozubenia)
- Súčasná rotácia v smere osi *Z* telies WG a FS (kontakt ozubenia)

Dôvodom tohto rozdelenia je rozdelenie dvoch riešených kontaktných úloh a predovšetkým problém kolízie v ozubení pred v počiatočnom stave simulácie. Pred vymedzením eliptickej formy FS od WG totiž v oblasti presahov (Obrázok 44) vzniká veľký presah jednotlivých zubov (Obrázok 71), ktorý je zdrojom zlej, resp. nemožnej konvergence úlohy.



Obrázok 71: Kolízia v ozubení pred eliptickou deformáciou

Ako je badateľné z doterajších obrázkov, problém kolízie zubov a vysoko zdeformovaných elementov sme vyriešili polohovaním geometrie CS. V prvom *LS* simulácie je geometrie CS posunutá v smere osi *Z* o 8 mm. V tomto *LS* sa rieši jedine vymedzenie eliptickej formy FS. Po vymedzení vôle a presahu sa poloha zubov FS upraví presne podľa našich teoretických predpokladov (kapitola 4.5.1).

Druhý *LS* má za úlohu posun geometrie CS na zdeformované ozubenie FS. Tento krok je vykonaný pomocou OP *Joint (D)*. Dostatočne nízka hodnota *Pinball Region* zabezpečí, že pri zasunutí CS nedôjde k detekcii kontaktných párov ozubenia FS a CS.

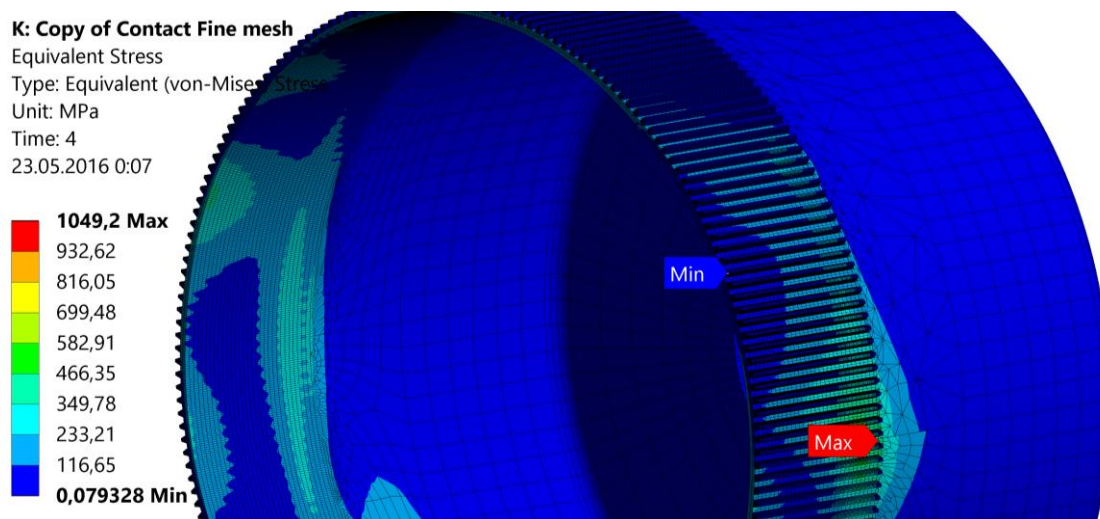
V treťom *LS* dochádza k súčasnej rotácii WG a CS v osi *Z* pomocou OP *Remote Displacement(A)* a *Joint (B)*. Postupným natáčaním dôjde takmer kontaktu v ozubení a následne, posledný *LS* má zjemnený krok simulácie v dôsledku detailného popisu postupne dotýkajúcich sa zubov v ozubení.

7.4.6 Výsledky simulácie

Podrobná analýza deformačne napätových stavov simulácie nebude vykonaná v dôsledku obmedzeného rozsahu tejto práce. Tieto výsledky budú zhrnuté a zhodnotené len čiastočne.

Hodnotu redukovaného napätia (*Von MISES*) v pružnom ozubenom kolese znázorňuje Obrázok 72. Napätie vyvolané eliptickou deformáciou je veľmi podobné výsledkom, ktoré sme určili z analýzy z kapitoly 7.2.6. Maximálnu hodnotu redukovaného napätia identifikujeme v koreni zubov nachádzajúcich sa v mieste najväčšej eliptickej deformácie – v mieste najväčšieho kontaktu v ozubení. Hodnota

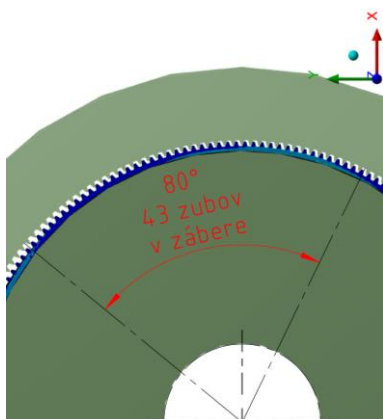
$\sigma_{red_max} = 1049,2 \text{ MPa}$ je v tomto mieste vysoká, no nie úplne presná. Pre overenie tejto hodnoty napätia v koreni zubu by bolo potrebné vykonať zjemnenie siete konečných prvkov a odstránenie ostrého koreňa zubov.



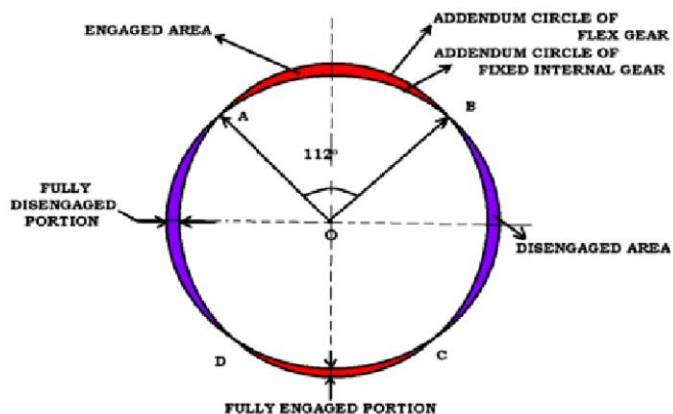
Obrázok 72: Redukované napätie v FS

Kontaktnú úlohu medzi povrchmi telies WG a FS nebudeme podrobne analyzovať, keďže naše výsledky sú veľmi podobné, ak nie rovnaké výsledkom z kapitoly 7.2.6. Model prešiel kontrolou konvergencie siete, predovšetkým v mieste kontaktu a zároveň sme kontrolovali veľkosť maximálnej penetrácie v kontakte, ktorá opäť neprekročila maximálny prípustný pomer voči najmenšej dĺžke elementu.

Cieľom tejto kapitoly je určiť počet zubových párov v kontakte. Vo 4. LS došlo ku kontaktu v ozubení a k postupnému nárastu počtu zubov v kontakte. Obrázok 73 je znázornením jednej polovice zostavy, kde došlo ku kontaktu na 43 párov zubov. K rovnakému záberu – kontaktu došlo aj na druhej polovici zostavy, kde je v kontakte ďalších 43 párov zubov. Celkovo je v kontakte 86 zubov z 200 z geometrie FS. Teoretický predpoklad záberových zón nám zobrazuje Obrázok 74 (prevzaté z [31]), kde oblasti $A - B$ a $C - D$ sú kontaktné zóny. Naša simulácia vykazuje záberovú zónu vo veľkosti 80° oproti ideálnemu stavu 112° [31]. Tento rozdiel môže byť zapríčinený z rozličných dôvodov, predovšetkým z odlišného tvaru zubového profilu a tak isto veľkosti aplikovaného natočenia/krútiaceho momentu. Zvyšovaním zaťaženia sa totiž zvyšuje deformácia a tým narastá aj počet zubov v zábere (5.2.1). V našej simulácii dochádza k momentovej reakcii vo veľkosti približne 7 Nm .

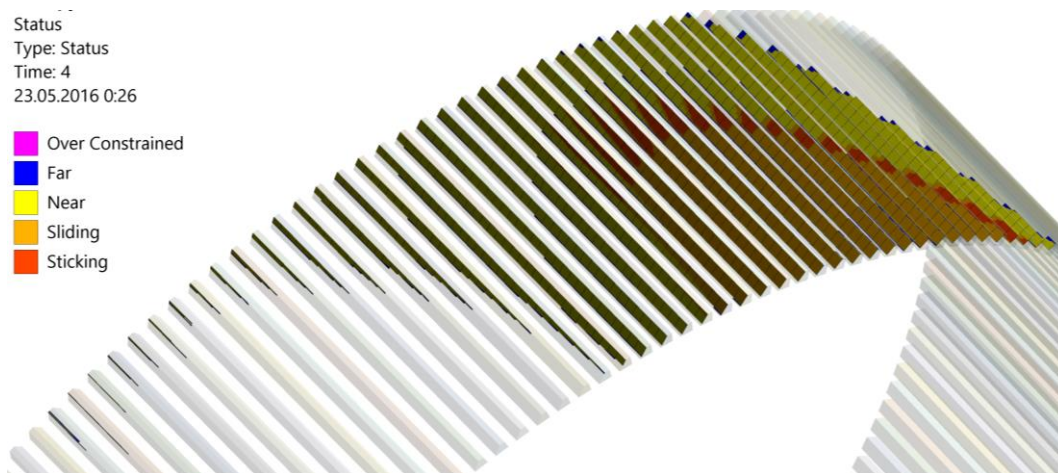


Obrázok 73: Celkový počet zubov v kontakte (polovica)



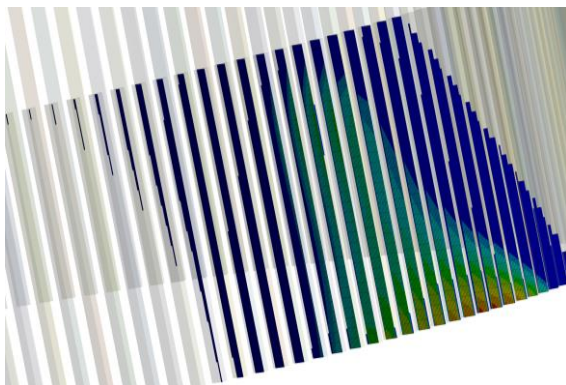
Obrázok 74: Teoretický predpoklad veľkosti kontaktnej plochy

Náš model však zahŕňa komplexnú deformáciu FS, ktorú sme vyhodnotili v kapitole 7.2.6. Na základe deformácie FS vieme, že radiálna poloha zubov závisí aj od hĺbky na otvorenom okraji tenkostenného valcového telesa, pričom najvyššiu polohu majú zuby na samotnom okraji FS. Z tohto dôsledku dôjde k počiatočnému kontaktu práve v tejto oblasti (zuby v mieste maximálnej radiálnej deformácie na otvorenom okraji FS). Obrázok 75 podáva informáciu o kontaktnom stave danej oblasti. Zároveň je vhodné poznamenať, že k rovnakému kontaktu dochádza na symetrickej strane geometrie (Obrázok 77).



Obrázok 75: Stav kontaktu v ozubení FS

Animáciou posledného LS je možné vyhodnotiť priebežný charakter kontaktnej úlohy. Kontakt v ozubení je veľmi komplexný, nedochádza k rovnomernému záberu na všetkých zuboch, čo má za následok nerovnomernú distribúciu zaťaženia na jednotlivých zubových pároch. K najväčšej penetrácii dochádza práve na okraji FS, resp. na zuboch v okraji FS, čo nám znázorňuje Obrázok 76. Nerovnomerná distribúcia zaťaženia v ozubení má za následok veľa negatívnych efektov, ktoré sa prejavajú predovšetkým vo výraznom opotrebovaní ozubení, v náraste vibrácií a nižšej životnosti prevodovky.



Obrázok 76: Penetrácia v oblasti plného záberu



Obrázok 77: Symetrický priebeh kontaktu (tmavé časti)

7.5 CELKOVÁ TUHOŠŤ OZUBENIA HARMONICKEJ PREVODOVKY

Na základe znalosti *mesh stiffness* jedného zubu, ktorú sme určili v kapitole 7.3 a na základe znalosti presného počtu zubov v zábere (kapitola 7.4) vieme vyhodnotiť celkovú tuhosť ozubenia. Budeme uvažovať ideálny stav, kedy sa na zábere ozubenia podieľa 86 zubových párov. Pomocou programu *Matlab* aproximujeme tuhosť jedného zubového páru polynómom 8. stupňa, ktorý nám popíše daný tvar krivky. Na základe znalosti rovnice generujeme priebehy tuhosti ozubenia s 86 párami zubov (Obrázok 78). Červená krivka v grafe charakterizuje *mesh stiffness* jedného zubového páru. Superpozíciou hodnôt pre jednotlivé veľkosti natočenia sme určili charakteristickú hodnotu tuhosti ozubenia, ktorá má hodnotu $k_{gear_sum} = 5,598 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-1}$. Výslednú tuhosť ideálneho záberu považujeme za konštantu, keďže v dôsledku veľmi veľkého počtu zubov v zábere sa táto hodnota ustáli na danej hodnote tuhosti s nepatrnými odchýlkami. Týmto považujeme veľkosť tuhosti za lineárnu.

Náš výsledný simulačný model popisujúci sústavu motoru a HP potrebuje charakter torznej tuhosti. Torznú tuhosť určíme na základe nasledujúcej úvahy:

- Veľkosť torznej tuhosti je daná:

$$C = \frac{M_k}{\varphi} \quad (7.3)$$

- Úpravou vzťahu získame:

$$C = \frac{F \cdot R}{\varphi} = \frac{k_{gear_sum} \cdot UY \cdot R}{\varphi} \quad (7.4)$$

- Pre malé uhly uvažujeme predpoklad:

$$\tan \varphi \cong \varphi = \frac{UY}{R} \quad (7.5)$$

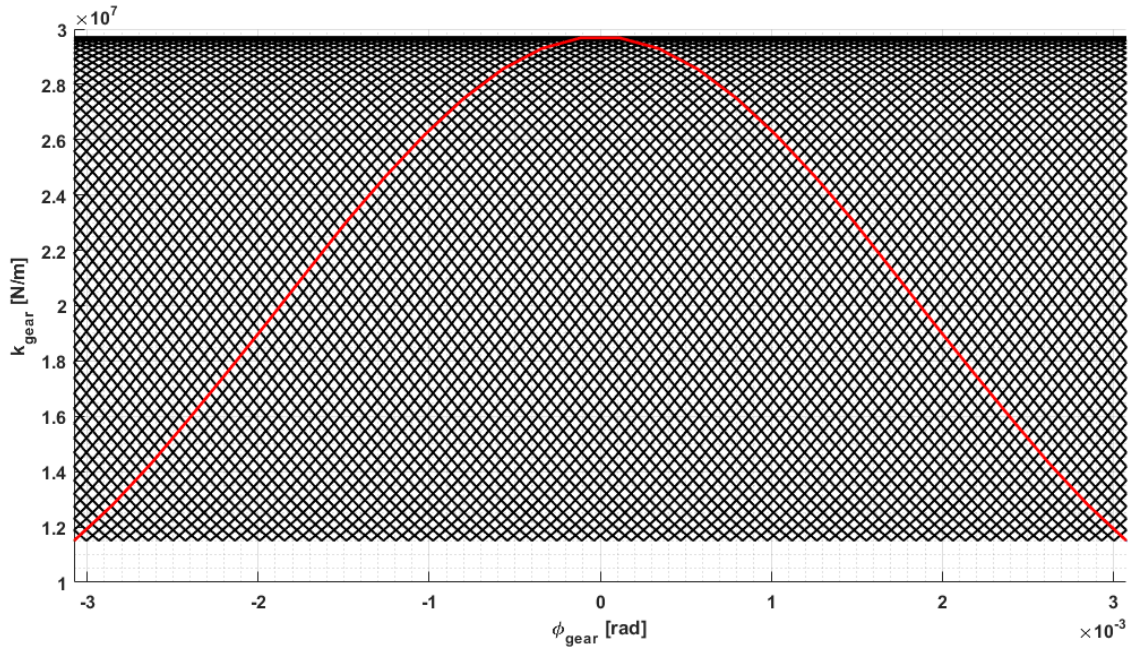
kde R je poloha zubu od stredu rotácie.

- Pre torznú tuhosť získame vzťah:

$$C = \frac{k_{gear_sum} \cdot UY \cdot R}{\frac{UY}{R}} = k_{gear_sum} \cdot R^2 \quad (7.6)$$

Na základe tejto úvahy sme získali hodnotu torznej tuhosti:

$$C_{gear} = 1,667 \cdot 10^6 Nm \cdot rad^{-1}$$



Obrázok 78: Súčasný záber 86 zubových párov (mesh stiffness)

8 VPLYV MONTÁŽNYCH, GEOMETRICKÝCH NEPRESNOSTÍ A VÔLE NA DYNAMIKU PREVODU

Harmonické prevodovky sú charakteristické nelineárnym chodom, ktorý spočíva v mnohých faktoroch. Kapitola 5 obsahla niekoľko zdrojov nelineárneho chovania HP, resp. ich pôvod. Jedným z cieľov tejto diplomovej práce je aj analýza zdrojov nelineárneho chovania HP a zároveň štúdium ich vplyvu na chod prevodovky. Predmetom štúdia tejto kapitoly je identifikácia torzných charakteristík, ktoré sú ovplyvnené už spomínanými faktormi. Tieto charakteristiky budeme následne implementovať do dynamického modelu sústavy a sledovať ich vplyv na beh celého mechanizmu.

8.1 MONTÁŽNE A GEOMETRICKÉ NEPRESNOSTI

Jedným z primárnych predpokladov pred správny chod, ale aj životnosť harmonického prevodu, je presná vzájomná poloha troch kľúčových komponentov. Odchýlky od ideálnej/teoretickej vzájomnej polohy majú za následok nepriaznivé vibrácie, zvýšený hluk a v konečnom dôsledku i poruchy. Oblasť štúdia nepresností plynúcich z montáže alebo výrobných nedokonalostí je veľmi široká. V tejto práci sa budeme zaoberať len problematikou pozície vlnového generátora vo vnútri FS. Posledný krok montáže HP spočíva práve v zasunutí WG do FS a nesprávnym zasunutím, polohovaním a zmontovaním komponentov môžu vzniknúť vyššie spomenuté problémy.

8.1.1 Simulačný model

Naše výsledné simulácie dynamického správania sústavy prevodovky sú charakterizované torznými tuhosťami, ktoré vyplývajú z jednotlivých skúmaných vlastností HP. Na simuláciu montážnych a výrobných nepresností použijeme identický model ako v kapitole 7.2, v ktorom sa budú meniť polohy vnútornej vačky.

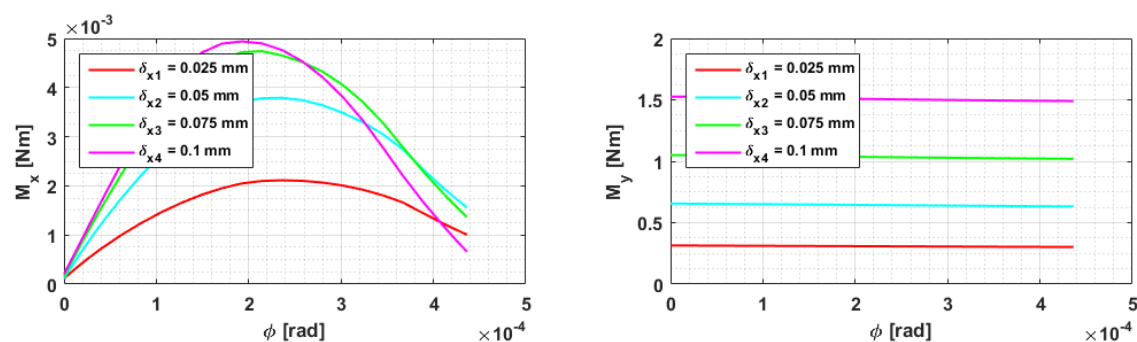
Kapitola 7.2.4 definuje charakter okrajových podmienok simulačnej zostavy. *Rigid* teleso vačky má na vnútornom cylindrickom otvore predpísanú OP typu *Joint* (B), (C), (D), (E), ktoré nám umožnia nasledovné posuvy geometrie (orientované podľa globálneho súradnicového systému):

- *Joint* (B)
 - Typ: *GENERAL, Body – Ground*
 - Rotácia v ose Z
- *Joint* (C)
 - Typ: *GENERAL, Body – Ground*
 - Posuv v ose X
- *Joint* (D)
 - Typ: *GENERAL, Body – Ground*
 - Posuv v ose Y
- *Joint* (E)
 - Typ: *GENERAL, Body – Ground*
 - Posuv v ose Z

Rotácia Z bude pre všetky simulácie identická. Naším cieľom je preskúmanie vplyvu posuvu v jednotlivých smeroch na charakter momentových účinkov.

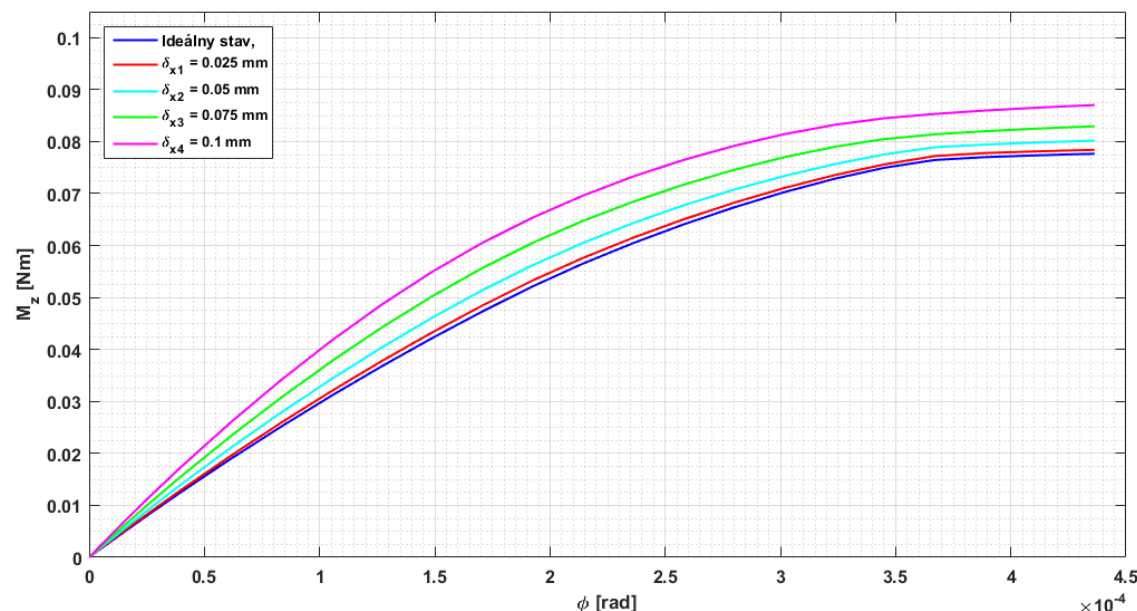
8.1.2 Vyosenie WG v osi X

V tejto časti simulácie dôjde k postupnému posuvu vnútornej vačky v zmysle osi X . Zároveň je dôležité poznamenať, že rovina $X - Z$ je rovinou umiestnenia presahov medzi WG a FS. Spustené boli štyri simulácie, ktoré postupne posunuli geometriu vačky s krokom $0,025\text{ mm}$.



Obrázok 79: Závislosť ohybových momentov M_x (vľavo) a M_y (vpravo) na veľkosti natočenia WG (vyosenie X)

Obrázok 79 zobrazuje veľkosti ohybových momentov, ktoré pôsobia ako reakcia na vtlačovanie geometrie WG do vnútorného povrchu kontaktnej plochy FS. Ohybový moment M_x je v tomto prípade zanedbateľný, keďže jeho hodnoty sú rádovo menšie v porovnaní s ohybovým momentom v ose Y . Pribeh ohybového momentu M_y výrazne narastá s veľkosťou vyosenia a zároveň sledujeme jeho mierny pokles v dôsledku rotácie v osi Z .



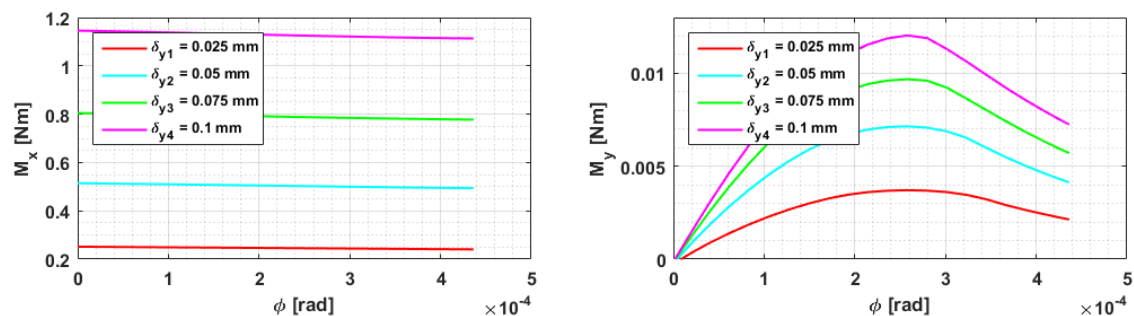
Obrázok 80: Závislosť krútiaceho momentu na veľkosti natočenia WG (vyosenie X)

Naším hlavným cieľom je sledovať priebeh krútiaceho momentu v ose Z v závislosti na veľkosti daného vyosenia (Obrázok 80). Graf obsahuje aj referenčný

priebeh krútiaceho momentu určeného z ideálneho stavu zostavy. Opäť sledujeme zvyšujúcu sa hodnotu M_z .

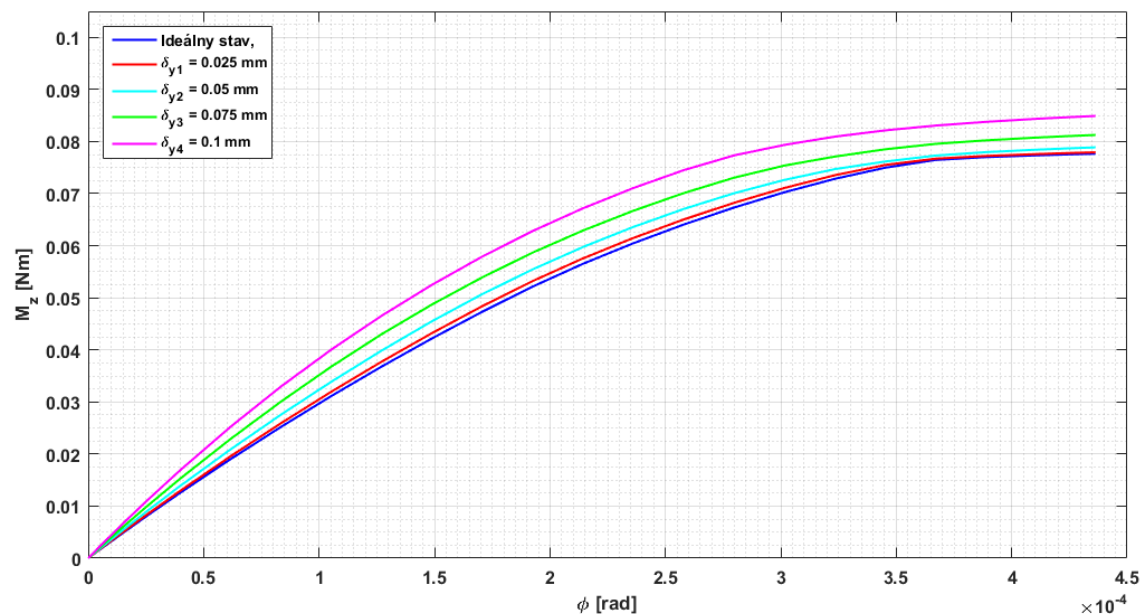
8.1.3 Vyosenie WG v osi Y

Tento cyklus štyroch simulácií je späť s posuvom – vyosením vačky WG v smere osi Y (rovinu Y – Z je rovinou vôle medzi prstencom WG a FS). Aby sme mohli porovnávať výsledky s výsledkami z kapitoly 8.1.2, opäť posúvame geometriu s krokom 0,025 mm.



Obrázok 81: Závislosť ohybových momentov M_x (vľavo) a M_y (vpravo) na veľkosti natočenia WG (vyosenie Y)

Na rozdiel od výsledkov z kapitoly 8.1.2, vyosenie v smere Y má za následok opačný charakter ohybových momentov (Obrázok 82). Reakčný ohybový moment M_y dosahuje výrazne vysoké hodnoty a opäť sa radikálne zvyšuje s veľkosťou vyosenia. S rotáciou vačky sledujeme jeho mierny pokles a zároveň môžeme konštatovať, že jeho hodnota je nižšia oproti M_x z predchádzajúcej kapitoly, keďže dochádza k vtlačovaniu geometrie v mieste vôle. To má za následok menší nárast napätia v stene FS a tým i hodnota M_y je menšia. Ohybový moment v osi Y môžeme opäť považovať za zanedbateľný.

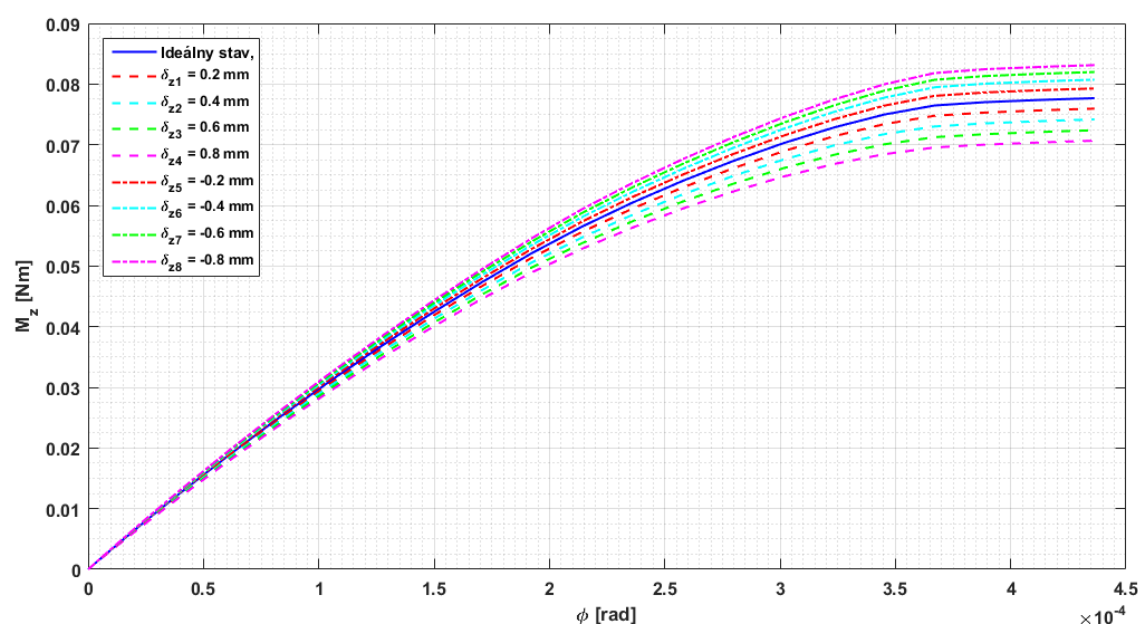


Obrázok 82: Závislosť krútiaceho momentu na veľkosti natočenia WG (vyosenie Y)

Vyhodnotenie priebehu krútiaceho momentu vykonáme rovnakým spôsobom ako v predchádzajúcej kapitole. Jeho nárast s veľkosťou vyosenia je opäť badateľný, ale nie tak výrazný, ako pri vyosení v smere osi X .

8.1.4 Hĺbka zasunutia WG v osi Z

Predošlé dva prípady vyosenia môžeme považovať za problematiku výrobných nepresností. Hĺbka zasunutia zostavy WG však súvisí predovšetkým s finálnou montážou prevodovky. Zároveň z kapitoly 5.1.2 je známe, že veľkosť kinematickej chyby výrazne závisí od polohy – penetrácie WG v FS. Na základe tohto predpokladu sme vykonali cyklus 8 simulácií, kde došlo v zmene hĺbky zostavy WG v FS v rozmedzí od $-0,8\text{ mm}$ do $+0,8\text{ mm}$ s krokom $0,2\text{ mm}$ (kladná hodnota znamená vysunutie WG, záporná zasunutie WG).



Obrázok 83: Závislosť krútiaceho momentu na veľkosti natočenia WG (penetrácia Z)

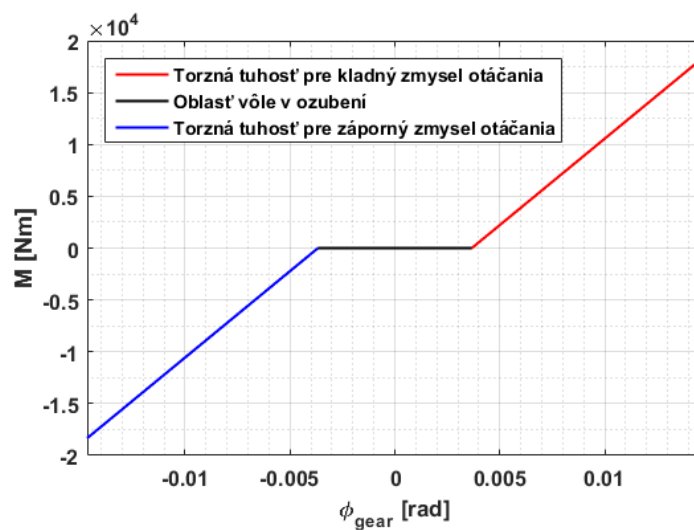
Ohybové momenty M_x a M_y sú pre všetky simulácie nulovej hodnoty, keďže sa jedná o ideálne uloženie WG v ose zostavy prevodovky. Pokles, resp. nárast krútiaceho momentu M_z je spätý s polohou WG v ose Z (Obrázok 83). Postupným zasúvaním WG do vnútra tenkostenného valcového telesa spôsobí nárast veľkosti reakčného momentu.

8.2 VÔĽA V OZUBENÍ - BACKLASH

Teoretickému popisu problematiky vôle v ozubení sme sa venovali v kapitole 5.2.2. Na základe znalosti veľkosti torznej tuhosti ozubenia, resp. súčasného záberu 86 zubových párov (kapitola 7.5) vieme vytvoriť ideálny lineárny model torznej tuhosti ozubenia bez uvažovania vôle v ozubení.

Tento model v tejto kapitole rozšírime o vôľu medzi zubami. Z kapitoly 7.4 vieme veľkosť vôle medzi ozubením, ktorú sme určili vychýlením – rotáciou FS z neutrálnej polohy až po kontakt. Celkovú vôľu v ozubení určíme ako dvojnásobnú hodnotu tohto vychýlenia z neutrálnej polohy po kontakt: $\varphi_{backlash} = 0.007330\text{ rad}$. Obrázok 84 je

zobrazením výslednej torznej charakteristiky s uvažovaním mŕtvej zóny v ozubení. Táto charakteristika bude použitá v simulačnom modeli vo forme LUT tabuľky.



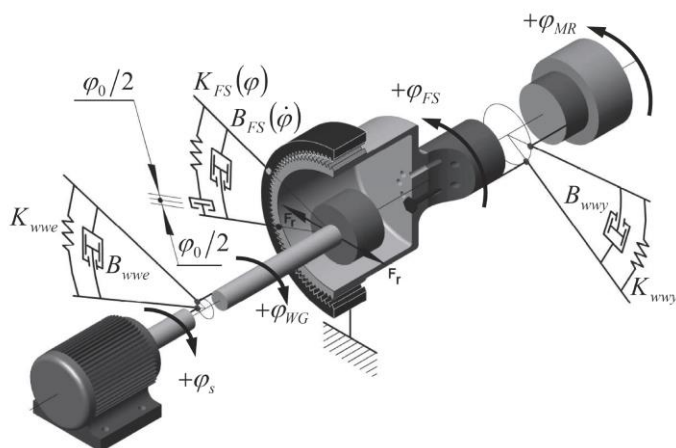
Obrázok 84: Model torznej charakteristiky s vôľou v ozubení

9 DYNAMICKÝ MODEL ELEKTROMECHANICKÉHO SYSTÉMU

Mechanizmus harmonických prevodoviek je charakteristický špecifickými vlastnosťami, predovšetkým vysokou redukciou otáčok a možnosťou prenosu extrémne vysokých krútiacich momentov. HP sú taktiež charakteristické mnohými nelinearitami, ktoré sa prejavujú pri dynamickom behu prevodovky. V našej práci sme uviedli niekoľko oblastí popisujúcich zdroj nelinearity, z ktorej sme vyvodili určitý vplyv na torznú charakteristiku prevodu. Cieľom tejto kapitoly je na základe všetkých doterajších poznatkov a výsledkov simulácií vytvoriť dynamický model zostavy DC motoru a harmonického prevodu, ktorý bude vhodným spôsobom reprodukovat' dynamiku elektro mechanického systému.

Obrázok 85 (prevzaté z [32]) nám zobrazuje zostavu pohonu, spojok, HP a záťaže. Jednotlivé komponenty majú nasledovné dynamické parametre:

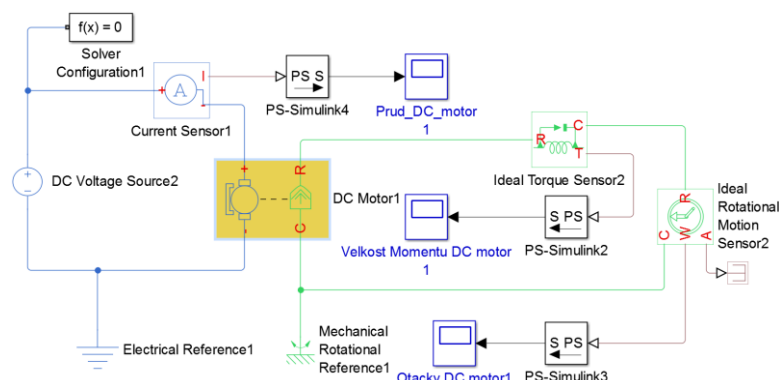
- DC motor MAXON 273759 - *Motor RE 35*
- Hriadeľová spojka (DC motor – HP)
 - Charakteristiky: K_{wwe}, B_{wwe}
- Harmonická prevodovka *Harmonic Drive CPU-14A-100-M-06.XX-SP*
 - Charakteristiky: $K_{FS}, B_{FS}, \text{backslash } (\pm\varphi/2)$
- Hriadeľová spojka (HP – záťaž)
 - Charakteristiky: K_{wwy}, B_{wwy}
- Záťaž/brzda



Obrázok 85: Dynamický model elektromechanického systému s HP

9.1 IDEÁLNY MODEL DC MOTORU

Obrázok 35 nám zobrazuje zostavu z vyššie uvedených komponentov (okrem výstupnej spojky a záťaže/brzdy). DC motor MAXON má primontovanú aj brzdu a enkodér, ktorých vplyv na chod prevodovky zanedbáme (predovšetkým vplyv brzdy). Dynamické modely elektromechanického systému DC motoru, i všetkých ďalších modelov, bude vytvorená v prostredí programu *MATLAB Simulink* použitím modulu *Simscape*.



Obrázok 86: Elektromechanický model DC motoru bez záťaže

Na základe špecifikácií DC motoru od výrobcu dokážeme namodelovať dynamický systém elektromechanickej sústavy (Obrázok 86). Tento model nám nahradzuje popis sústavy diferenciálnymi rovnicami pre elektrickú a mechanickú časť:

$$u_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + C\phi\omega \quad (9.1)$$

kde u_a je elektrické napätie na motore [V], R_a je elektrický odpor vinutia motoru [Ω], i_a je elektrický prúd tečúci motorom [A], $C\phi$ je konštanta motoru (momentová) [NmA^{-1}] a ω je uhlová rýchlosť otáčania [rad/s].

$$C\phi i_a = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega + M_0 \quad (9.2)$$

kde J je celkový moment zotrvačnosti na hriadieli motoru [kgm^2], B je koeficient viskózneho trenia [$Nm/rads^{-1}$] a M_0 je moment odporu [Nm].

Na základe verifikovania daného modelu môžeme konštatovať, že daný model reprodukuje výrobcom uvedené špecifikácie. Vstupné údaje (výber) pre túto sústavu sú uvedené v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 21: Technické parametre DC motoru MAXON

Rezistencia terminálu	R [Ω]	11,5
Induktancia terminálu	L [mH]	3,16
Momentová konštanta	$K_M = C\phi$ [NmA^{-1}]	0,119
Prúd naprázdno	I_0 [A]	0,0342
Nominálne napätie	U_n [V]	48
Moment zotrvačnosti	J [$\times 10^{-7} kgm^2$]	65,5

9.2 VERIFIKÁCIA TLMENIA HARMONICKEJ PREVODOVKY

Vykonalí sme experiment, kde došlo k roztočeniu harmonickej prevodovky poháňanej DC motorom, ktorý bol napájaný vždy určitou veľkosťou elektrického napätia. Z každého merania sme zaznamenali hodnotu prúdu a napätia vždy za ustáleného stavu. Tieto výsledky nám prezentuje Obrázok 87. Zároveň je dôležité poznamenať, že veľkosti nameraného prúdu tečúceho obvodom je rozdielny pre jednotlivé veľkosti el. napätia – pri reverzácii otáčok motoru.

Na základe diferenciálnych rovníc(9.1) a (9.6) odvodíme vzťahy pre sústavu v ustálenom stave:

$$C\phi I_a = B\omega \quad (9.3)$$

$$U = R_a I_a + C\phi\omega \quad (9.4)$$

Na základe platnosti vyššie uvedených vzťahov vieme odvodiť vzorec na výpočet tlmenia sústavy za ustáleného stavu:

$$B = \frac{C\phi I_a}{\frac{U}{C\phi} - \frac{R_a I_a}{C\phi}} \quad (9.5)$$

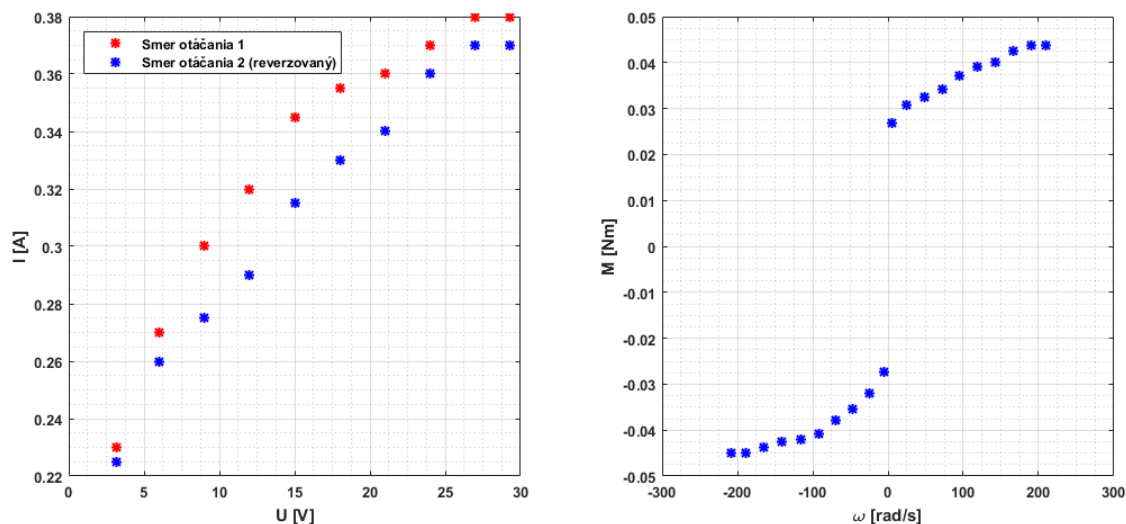
V tejto rovnici sú nám všetky parametre známe a na základe vstupných dát z experimentu vieme určiť veľkosť tlmenia pre danú hodnotu elektrického napätia a prúdu.

Parameter tlmenia HP implementujeme do dynamického modelu DC motoru (Obrázok 86), kde spúšťame simuláciu vždy s danou hodnotou napájacieho napätia a tlmenia. Zaznamenávame veľkosť otáčok motoru v ustálenom stave a pre overenie správnosti tlmenia kontrolujeme zhodu medzi nameraným elektrickým prúdom a elektrickým prúdom z nášho modelu.

Veľkosť krútiaceho momentu vypočítame v ustálenom stave podľa vzťahu:

$$M = B \cdot \omega \quad (9.6)$$

Na základe týchto výsledkov následne zostrojíme graf závislosti krútiaceho momentu na veľkosti otáčok motoru (Obrázok 87). Tieto hodnoty následne použijeme formou LUT tabuľky do modelu nelineárneho rotačného tlmiča a následne ich aproximujeme tak, aby sme získali hodnotu tlmenia pre ľubovoľnú hodnotu otáčok motora.



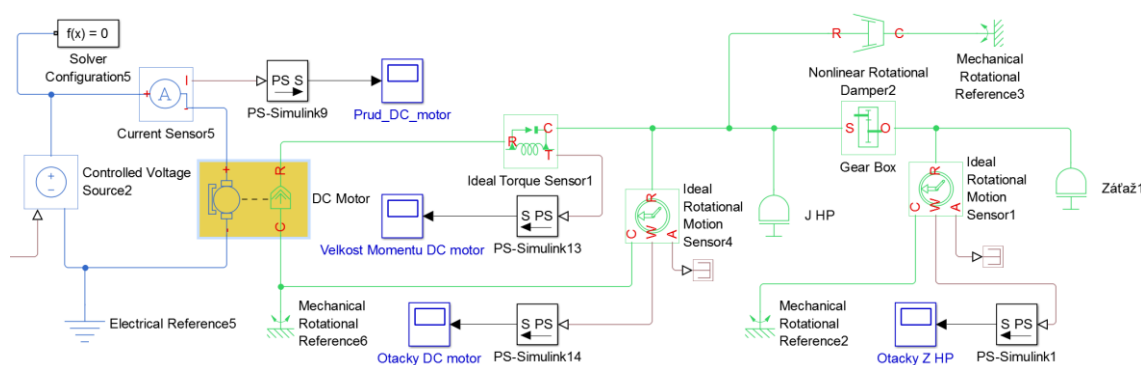
Obrázok 87: Výsledky experimentálneho merania v ustálenom stave (vľavo) a vyhodnotenie tlmenia (vpravo)

Verifikáciu modelu sme opäť vykonali, kde sme napájali model motoru s daným modelom nelineárneho tlmiča hodnotou el. napätia z merania. Výsledná veľkosť

simulovaného prúdu presne zodpovedá hodnotám určených z merania. Model nelineárneho rotačného tlmiča týmto považujeme za správny.

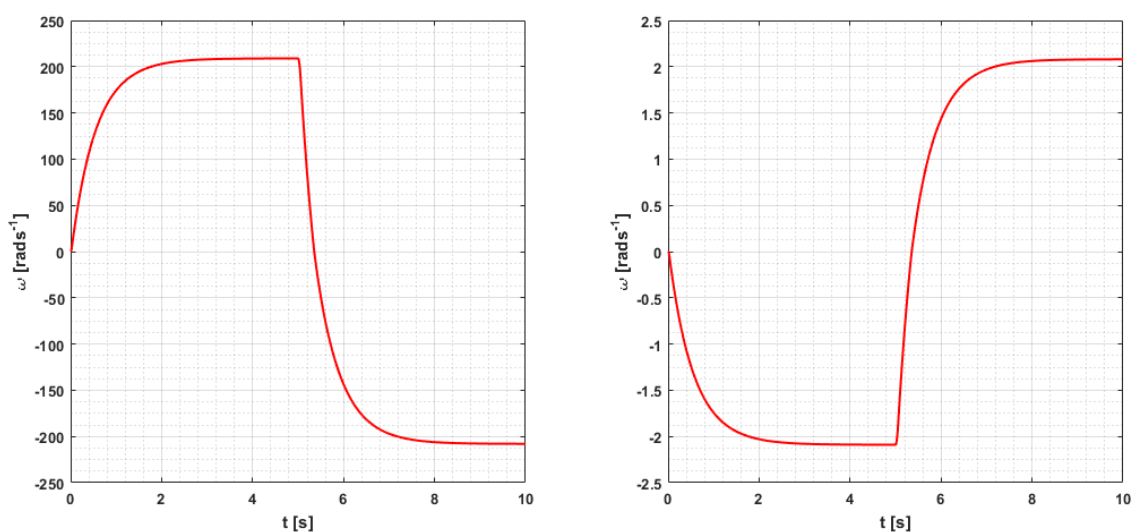
9.3 IDEÁLNY MODEL ELEKTROMECHANICKÉHO SYSTÉMU S HP A ZÁŤAŽOU

Model elektromechanického systému rozšírime o nelineárnu charakteristiku tlmenia vo forme nelineárneho rotačného tlmiča, momentami zotrvačnosti HP (Tabuľka 7), ideálnym reduktorom otáčok s prevodovým pomerom $i = -100$ a so záťažou, ktorej veľkosť momentu zotrvačnosti je $J = 7 \text{ kgm}^2$. Veľkosť záťaže je dimenzovaná pre dostatočné, ale nie prehnané zaťaženie prevodovky. Tento model nám prezentuje Obrázok 88.



Obrázok 88: Ideálny model DC motoru so zaťaženým modelom HP

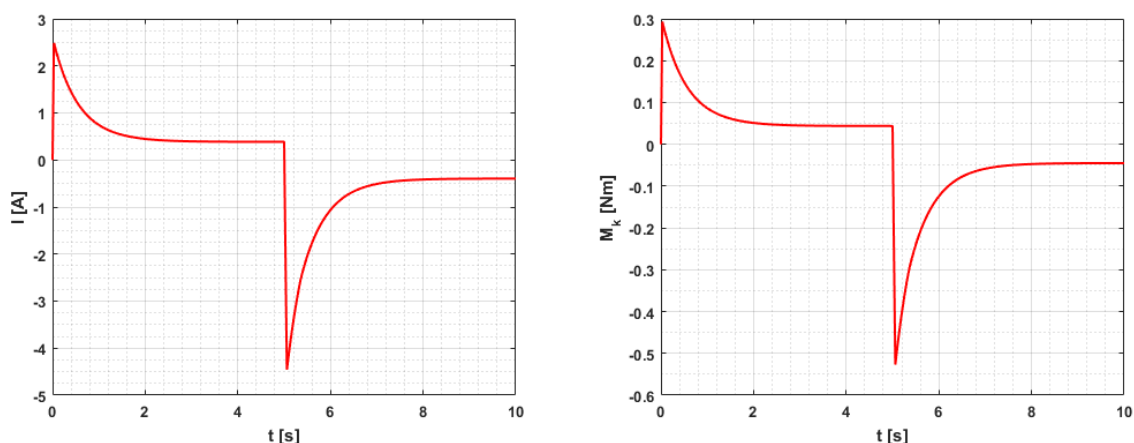
Prvá polovica simulácie je charakteristická rozbehom a ustáleným stavom motoru a prevodovky do jedného smeru, následne znížime napájacie napätie pokým nedosiahneme hodnotu opačnú pôvodnému napájaciemu napätiu. Počas postupnej zmeny polaroty dôjde k reverzácii otáčok. Nábeh a pokles prúdu má charakter rampy, aby sme predišli prípadným problémom s konvergenciou v dôsledku nekonečnej smernice nárastu napätia.



Obrázok 89: Priebeh uhlovej rýchlosti výstupu DC motoru (vpravo) a výstupu HP (vľavo)

Priebeh uhlovej rýchlosti na výstupe DC motoru a na výstupe HP nám zobrazuje Obrázok 89. Tento model dynamického systému v sebe zahŕňa dynamiku elektromechanického systému DC motoru, ku ktorému je pripojená ideálna HP s tlmením verifikovaného z merania HP. Z priebehu otáčok vidíme postupný nárast otáčok DC motoru po ustálení stavu. Uhlová rýchlosť výstupu prevodovky je daná prevodovým pomerom.

Elektrický prúd tečúci obvodom DC motoru (Obrázok 90 vľavo) pri rozbehu nedosiahne svojej kritickej hodnoty v dôsledku postupného zvyšovania hodnoty napájacieho napätia, pričom v ustálenom stave sledujeme hodnotu prúdu prináležiacemu danej hodnote napájacieho napätia z nášho experimentu. Zmenou polaritu v dôsledku dokonale tuhého preporenia sústavy motoru, prevodovky a záťaže dôjde k dosiahnutiu maximálnej hodnoty el. prúdu (krátkodobo) a opäť sa zníži na nominálnu hodnotu po zmene otáčok a dosiahnutí ustáleného stavu. Rovnaký charakter priebehu sledujeme aj pre krútiaci moment motoru (Obrázok 90 vpravo). Veľkosti sú opäť v rámci očakávaných úrovní.



Obrázok 90: Priebeh elektrického prúdu DC motorom a veľkosti krútiaceho momentu

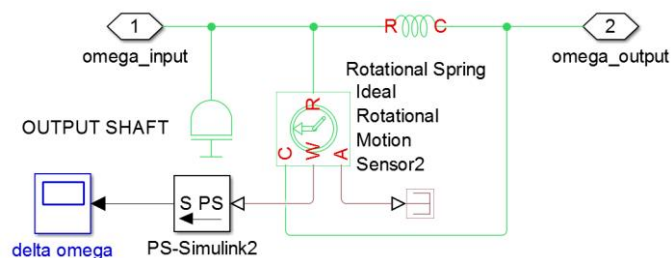
9.4 SIMULÁCIA VPLYVOV NELINEÁRNYCH CHARAKTERISTÍK

Dynamický model elektromechanického systému DC motoru s ideálnou HP, tlmením a záťažou vytvorený v kapitole 9.3 opisuje chovanie systému bez uvažovania torzných charakteristík, nelinearít, ktoré sú nevyhnutné pre správny popis dynamiky. Torzné charakteristiky identifikované v kapitole 7 a vplyv nelinearít z kapitoly 8 budeme postupne implementovať do nášho modelu, pričom budeme sledovať ich vplyv na chod prevodovky.

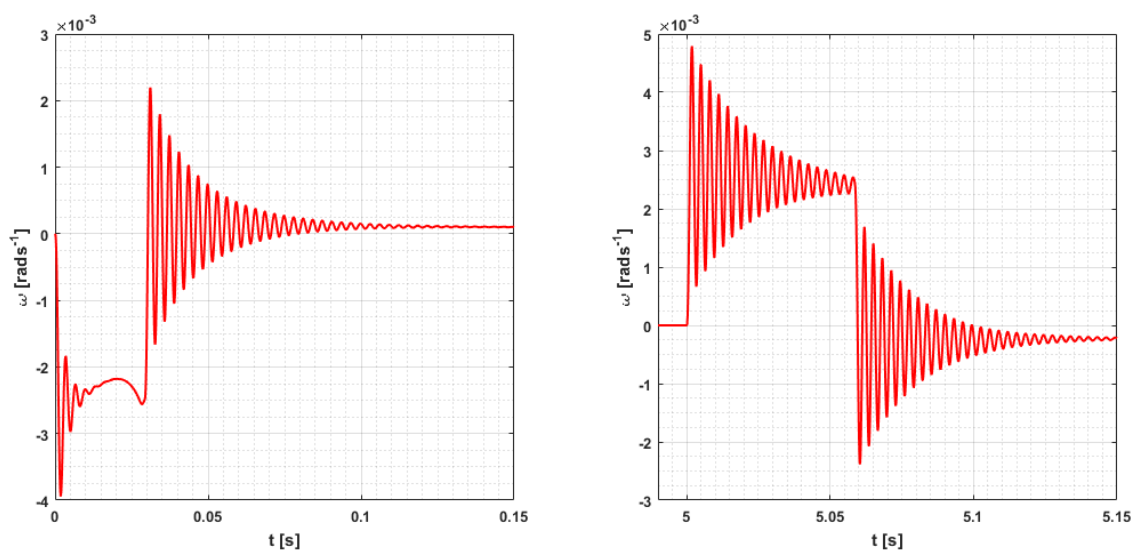
9.4.1 Dynamický model sústavy s uvažovaním torznej tuhosti geometrie FS

Doplnením modelu o torznú tuhosť (kapitola 7.1) tenkostenného valcového telesa FS (Obrázok 91) dochádza k ovplyvneniu uhlovej rýchlosti na výstupnej časti HP – na strane výstupného hriadeľa prevodovky. Keďže ku skrúcovaniu dochádza po redukcii otáčok, v tejto časti prevodovky pôsobia vysoké hodnoty krútiacich momentov. Obrázok 92 nám zobrazuje veľkosť ovplyvnenia uhlovej rýchlosti danou torznou charakteristikou (jedná sa o rozdiel medzi ω_{VSTUP} a ω_{VYSTUP}). V miestach rozbehu a reverzácie sledujeme zakmitanie sústavy, resp. nelineárne kmitanie sústavy. V ustálenej oblasti, kedy

nedochádza zmene krútiaceho momentu sa daný rozdiel stabilizuje na nulovú hodnotu (záťaž je pripojená a v ustálenom stave nepôsobí na veľkosť otáčok).



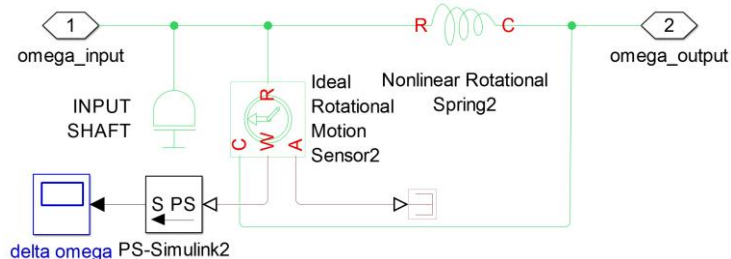
Obrázok 91: Dynamický submodel torznej tuhosti FS



Obrázok 92: Zmena uhlovej rýchlosti v dôsledku skrúcovania FS (rozbeh vľavo, reverzácia vpravo)

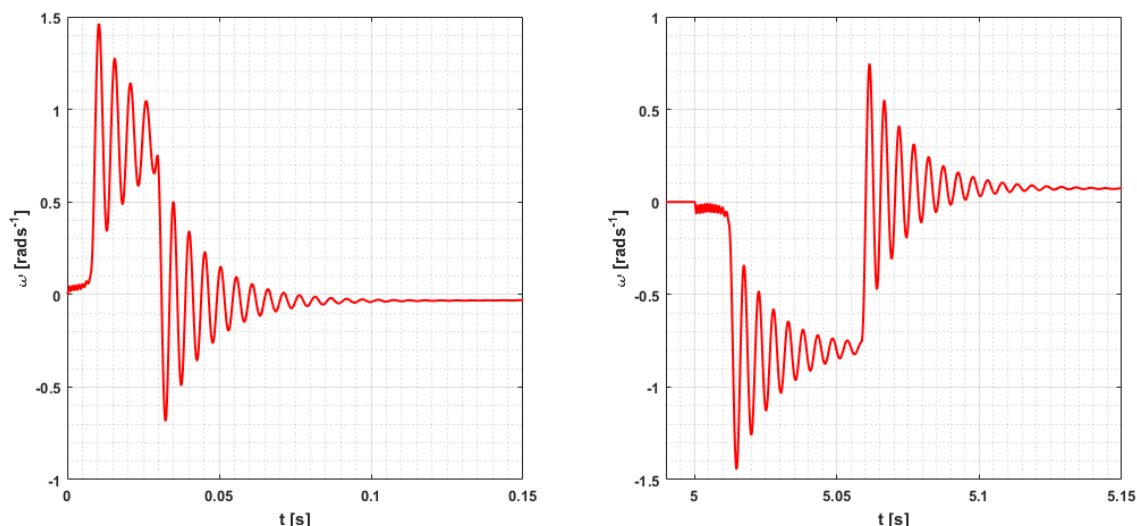
9.4.2 Dynamický model sústavy s uvažovaním torznej tuhosti v dôsledku eliptickej deformácie a vplyvu trecích síl

Výsledky simulácie z kapitoly 7.2 aplikujeme vo forme dynamického submodelu s nelineárnou torznou charakteristikou (Obrázok 93), kde naše dáta sú importované formou LUT tabuľky. Tento submodel je umiestnený na stranu vstupného hriadeľa prevodovky, čiže dochádza k prenosu vysokých uhlových rýchlostí. Submodel je opäť doplnený o parameter momentu zotrvačnosti vstupného hriadeľa.



Obrázok 93: Dynamický submodel nelineárnej torznej tuhosti (eliptická deformácia a trenie)

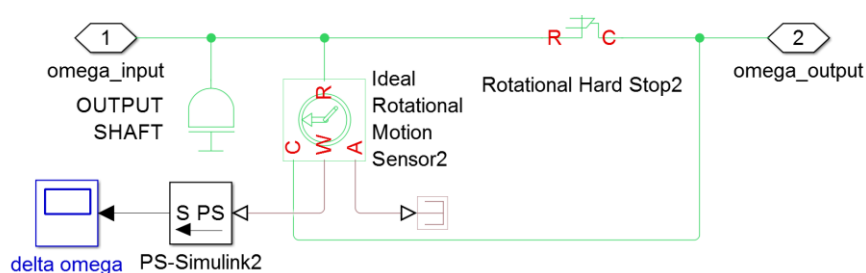
Ku zmene uhlovej rýchlosti opäť dochádza vo forme nelineárneho kmitania (Obrázok 94), ktorý sa neprejavuje v ustálenom stave sústavy. Dochádza však k rádoovo vyššiemu ovplyvneniu charakteru otáčok než v kapitole 9.4.1 na strane vysokých otáčok vstupného hriadeľa. Na výstupných otáčkach sa táto nelinearita opäť výrazne neprejavuje, v dôsledku celkového tlmenia prevodovky.



Obrázok 94: Zmena uhlovej rýchlosti v eliptickej deformácie a vplyvu trenia (rozbeh vľavo, reverzácia vpravo)

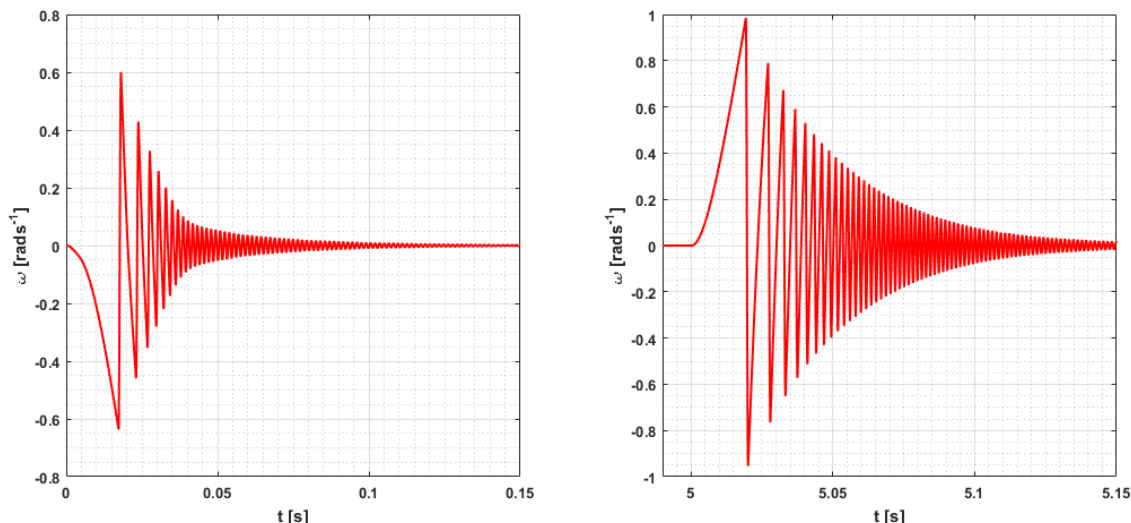
9.4.3 Dynamický model sústavy s uvažovaním mesh stiffness a backlash

Všeobecne známym problémom a charakteristikou ozubených prevodov je tuhosť v ozubení a vôľa medzi zubami prevodu. Pre prípad našej harmonickej prevodovky sme tieto nelineárne charakteristiky identifikovali v kapitole 7.5, resp. v kapitole 8.2, kde sme k parametru *mesh stiffness* pridali vplyv mŕtvej zóny – vôle medzi zubami. V našom dynamickom modeli sme ho aplikovali ako dynamický subsystém s prvkom *Rotational hard stop* a parametrom momentu zotrvačnosti výstupného hriadeľa.



Obrázok 95: Dynamický submodel mesh stiffness a backlash

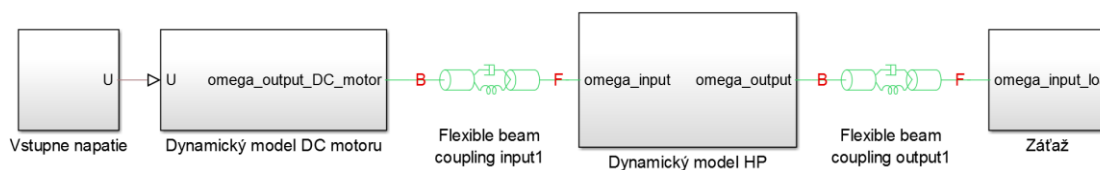
Submodel vôle a torznej tuhosti charakterizujúci kontakt 86 zubových párov má špecifický, resp. výrazný vplyv na dynamiku prevodu (Obrázok 96). Keďže sa jedná o charakteristiku čisto nelineárnej torznej tuhosti bez uvažovania tlmenia, v okamihu roztočenia hriadeľa dochádza k nárazu v ozubení, čo spôsobí osciláciu v charakteristike uhlovej rýchlosti. Toto kmitanie je výrazné aj z dôvodu extrémne vysokej hodnoty torznej tuhosti. Vplyv tohto submodelu sledujeme aj v miernom zakmitaní výstupných otáčok harmonickej prevodovky.



Obrázok 96: Zmena uhlovej rýchlosti v mesh stiffness a backlash (rozbeh vľavo, reverzácia vpravo)

9.5 DYNAMICKÝ MODEL CELEJ ELEKTROMECHANICKEJ SÚSTAVY

Na základe jednotlivých submodelov sme boli schopní vytvoriť komplexný dynamický model HP, ktorý charakterizuje jeho dynamické vlastnosti a s ním i nelinearity. Obrázok 97 znázorňuje dynamický model celej elektromechanickej sústavy, ktorú sme doplnili o torzné spojky umiestnené medzi DC motor a prevodovku a zároveň medzi výstupnú hriadeľ HP a záťaž. Bloky *Flexible beam coupling* v sebe zahrňujú moment zotrvačnosti spojky, torznú tuhosť i tlmenie. Model HP je vytvorený zlúčením jednotlivých submodelov kapitoly 9.4, pričom sú jednotlivé submodely doplnené o bloky tlmenia, ktoré bolo proporcionálne rozdelené medzi jednotlivé sústavy.

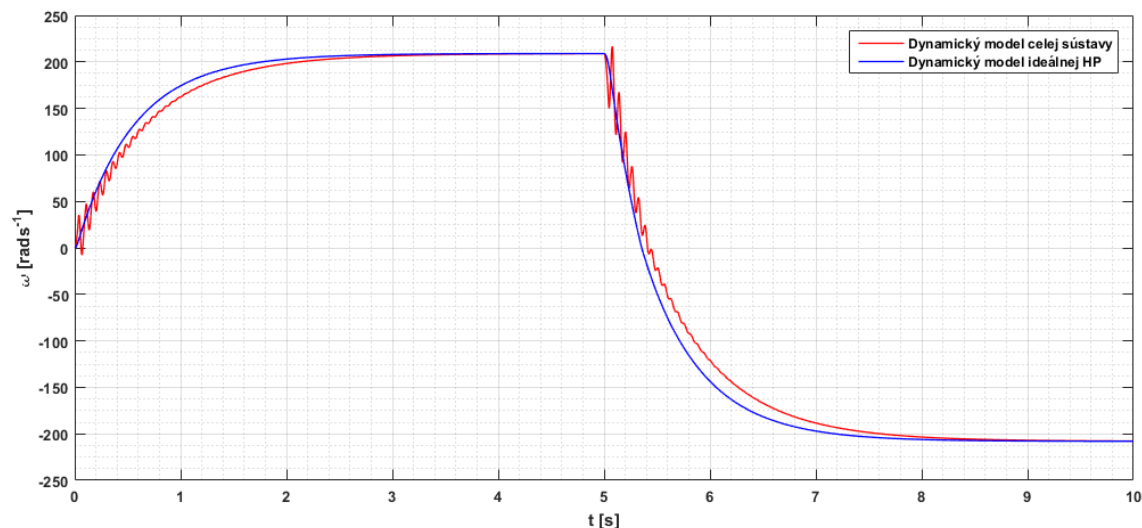


Obrázok 97: Dynamický model elektromechanickej sústavy

Daný dynamický model sme napájali rovnakým spôsobom, ako všetky naše doterajšie simulačné modely. Sledujeme jeho rozbeh z pokoja a následne, reverzáciu. Pribeh uhlovej rýchlosti výstupného hriadeľa DC motoru nám zobrazuje Obrázok 98. Vplyv nelinearit v modeli HP má výrazný vplyv na jeho charakter, pričom dochádza k výraznému kmitaniu pri rozbehu a následne aj pri reverzácii, kedy DC motor pôsobí najväčším krútiacim momentom.

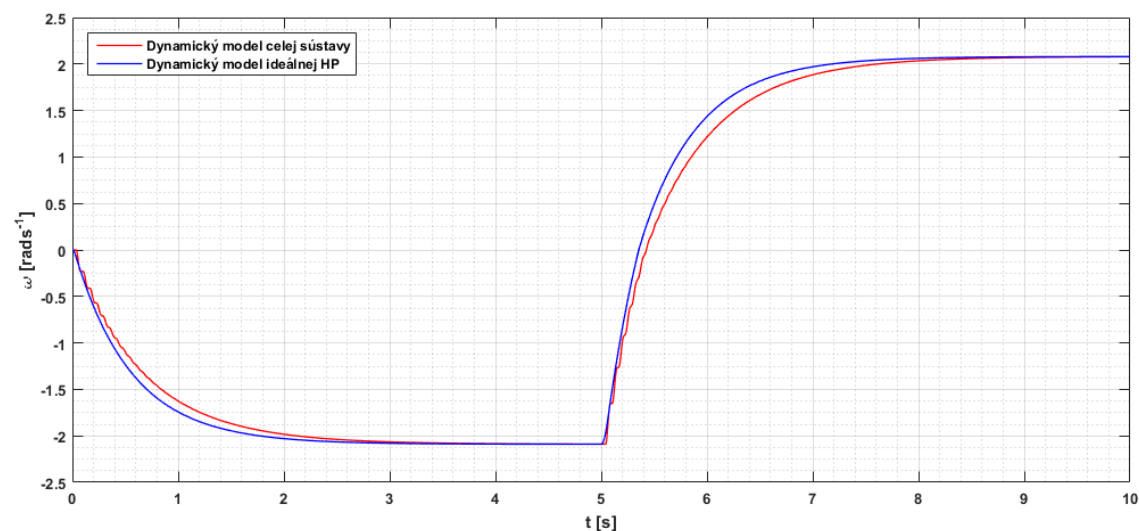
Kmitanie je samozrejme tlmené, vplyv tuhosti ozubenia sa neprejavuje tak výrazne, ako pri ideálnom modeli popísaného v kapitole 9.4.3. Do istej miery náš model zahrňuje aj tlmenie, ktoré sme verifikovali z nášho experimentu. Reálne chovanie harmonickej prevodovky natoľko výrazné kmitanie nevykazuje. Model *mesh stiffness* a *backlash* v sebe nezahŕňa presný charakter tlmenia a zároveň, nami použitý model uvažuje

dokonalý kontakt 86 zubových párov. Ako je nám z výsledkov simulácií kapitoly 7.4 jasné, v ozubení dochádza ku komplexnému kontaktu a zároveň k nerovnomernej distribúcii prenášaného krútiaceho momentu. Zároveň je dôležité povedať, že nami vytvorený model je charakterizovaný jedinou hodnotou torznej tuhosti. Tento model by sa dal rozšíriť komplexnou identifikáciou charakteru tejto kontaktnej úlohy, keďže množstvo zubových párov v kontakte je výrazne závislé od veľkosti krútiaceho momentu i od natočenia, resp. deformácie tenkostenného valcového telesa FS.

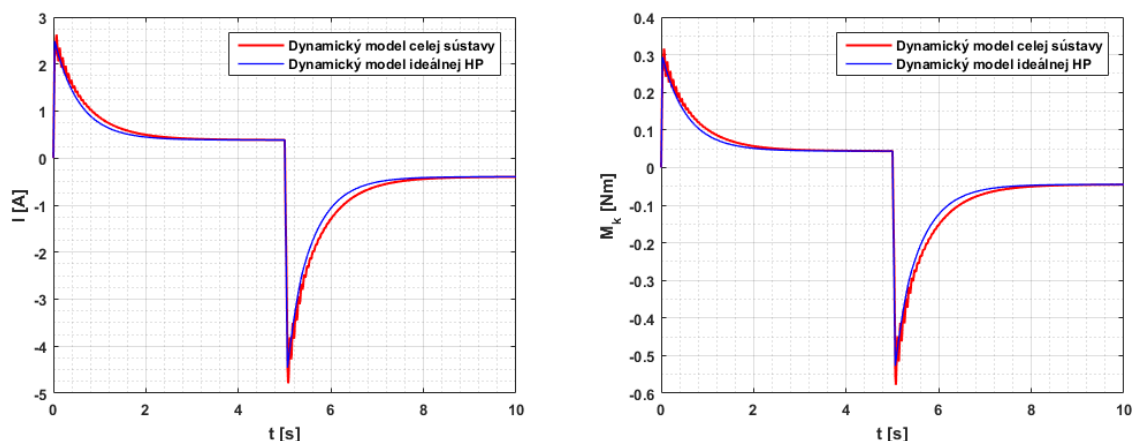


Obrázok 98: Priebeh uhlovej rýchlosti výstupu DC motoru

Obrázok 99 zobrazuje priebeh výstupných otáčok/uhlovej rýchlosti výstupného hriadeľa torznej spojky, teda uhlovú rýchlosť pripojenej záťaže. V dôsledku redukcie otáčok a jednotlivých blokov tlmenia dochádza k zníženiu kmitania oproti kmitaniu uhlovej rýchlosti výstupu DC motoru. V konečnom dôsledku ale dochádza k výraznému ovplyvneniu celkovej dynamiky sústavy. Obrázok 100 je znázornením priebehu elektrického prúdu a krútiaceho momentu.



Obrázok 99: Priebeh uhlovej rýchlosti výstupu torznej spojky (na záťaži)



Obrázok 100: Priebeh elektrického prúdu DC motorom (vľavo) a veľkosti krútiaceho momentu (vpravo)

Z našich simulácií vieme taktiež vyvodiť záver, že na dynamiku sústavy prevodovky a DC motoru majú veľký vplyv torzné spojky, ktoré prispievajú k nelinearitám pri chode prevodovky.

Všetky nami analyzované nelinearity v konečnom dôsledku spôsobia ovplyvnenie dynamického chovania prevodovky. Identifikácia zdroja kinematickej chyby HP je zložitý proces, pričom je potrebné povedať, že daných zdrojov je viacero a každý z nich má iný dopad na dynamiku a celkovú presnosť mechanizmu. Okrem nami popisovaných chýb má na HP vplyv mnoho iných kritických faktorov. Medzi nich patrí predovšetkým teplota, ktorá je jednou z kritických faktorov pôsobiacich na vlastnosti prevodu.

10 MOŽNOSTI ĎALŠIEHO ROZVOJA

Z doterajších výsledkov našich simulácií môžeme konštatovať, že nami identifikované a charakterizované nelinearity majú výrazný vplyv na dynamiku prevodového mechanizmu. Rozsah tejto práce však neumožňuje ďalší rozvoj týchto problematík a ich hlbšiu analýzu. Popis dynamických vlastností HP je veľmi komplexný a rozsiahly problém, ktorého každá oblasť je veľmi náročná na simuláciu a popis, ktorý čo najlepšie prezentuje danú nelineárnu charakteristiku.

Problematika vplyvu eliptickej deformácie a trecích síl na torznú tuhosť prevodovky, ktorú sme analyzovali v kapitole 7.2, je jednou zo zdrojov nelineárneho správania prevodovky. Tento simulačný model bol zjednodušený predovšetkým v zostave generátora vln, kde došlo k zanedbaniu niektorých častí konštrukcie pružného ložiska. Náhrada spočívajúca v kontaktnej úlohe s predpísaným súčiniteľom trenia by mohla byť rozšírená o kompletný model pružného ložiska. Týmto by sme mohli podrobne popísať charakter deformačne napäťových stavov a kontaktných tlakov, ktoré majú charakter Hertzovho tlaku [23]. Vylepšenie tohto modelu by spočívalo aj v riešení tranzientnej analýzy, kde by sme sledovali rozličné zaťaženie v čase danej simulačnej zostavy. S týmito vylepšeniami súvisí aj problematika kapitoly 8.1, ktorá popisuje vplyv geometrických nelinearit, resp. vplyv vyosenia vlnového generátora v dôsledku montážnych nepresností, na charakter torznej tuhosti HP. V tomto prípade by sa výsledky dali rozšíriť preskúmaním celej jednej otáčky vlnového generátora s pružným ložiskom vo vnútri tenkostenného valcového telesa. Takýto typ simulácie by však potreboval mnohonásobne vyšší výpočtový výkon a taktiež dlhší čas konverencie. Výpočtový *cluster* by mohol byť veľkým urýchlením úlohy s takto vysokým počtom stupňov voľnosti, predovšetkým využitím GPU výpočtových jednotiek typu *nVidia TESLA*, kde je možné využiť tisíce výpočtových *CUDA* jadier oproti niekoľkým jadram klasických serverových *CPU* (najmodernejšie *Intel XEON* serverové procesory majú v architektúre 22 fyzických jadier s možnosťou *HT*). Okrem simulácie otočenia WG o 360° by sa taktiež mohla vykonať simulácia vyosení vo väčšom rozsahu.

Tuhosť ozubenia spolu s vôľou v ozubení najviac ovplyvňuje dynamiku zostavy harmonickej prevodovky (kapitola 7.3, 7.4, 7.5 a 8.2). Výsledná nelineárna torzná tuhosť v dôsledku kontaktu v ozubení závisí od mnohých faktorov. Vhodným ďalším vylepšením našich výsledkov by bolo vyhodnotenie tohto faktoru poddajnosti s uvažovaním komplexného kontaktu v ozubení a nerovnomernej distribúcie prenášaného krútiaceho momentu na jednotlivých častiach ozubenia. Navyše, kontakt v ozubení a vyhodnotenie počtu zubových párov v kontakte by sme mohli vyšetriť pre rozličné hodnoty pôsobiaceho krútiaceho momentu. Vytvorením komplexnej 3D *LUT* tabuľky by sme mohli charakterizovať torznú tuhosť a backlash nielen v závislosti od natočenia, ale aj od veľkosti krútiaceho momentu.

Všetky naše doterajšie výsledky boli vyhodnotené bez úvahy vplyvu teploty na nelineárny chod prevodu a na jeho kinematickú chybu. Harmonické prevodovky totiž výrazne menia svoje vlastnosti v závislosti od teploty [33]. Výrobca síce udáva vysoký rozsah operačných teplôt, ale na druhej strane neudáva ovplyvnenie charakteristík prevodového mechanizmu v dôsledku tepelných zmien.

Charakter a popis kinematických chýb, ktoré sme definovali v kapitole 5.1, by sme mohli rozšíriť o vlastnú experimentálnu sústavu, ktorou by sme mohli experimentálne

potvrdiť resp. vyvodiť ďalšie charakteristiky na popis dynamického správania harmonickej prevodovky.

Dynamický model vytvorený v kapitole 9.5 je simulovaný len pre jediný priebeh napájania DC motoru. Túto oblasť je možné ďalej rozširovať a vytvoriť ešte lepší a podrobnejší dynamický model prevodovky. Dôsledná simulácia vplyvu geometrických nelinearit a montážnych nepresností by taktiež mohla rozšíriť daný dynamický model, do ktorého by sme implementovali naše výsledky z kapitoly 8.1. Z časovej náročnosti sú však tieto výsledky spracované a simulované len čiastočne.

Jedným z možných rozšírení a ďalšej aplikácie našich výsledkov je doplnenie dynamického modelu o regulačnú sústavu. Návrh regulátoru tvorí kritickú časť pri regulácii pohonovej jednotky s harmonickou prevodovkou. Jej správnym návrhom by bolo možné ovládať pohyby a rotáciu *POERF* s oveľa vyššou presnosťou s menšími otrasmi a vibráciami.

11 ZÁVER

Hlavným cieľom diplomovej práce bolo vytvorenie dynamického modelu mechatronickej sústavy, ktorá je tvorená DC motorom, torznými spojkami a predovšetkým harmonickou prevodovkou. Tento dynamický model v sebe zahŕňa submodely nelineárnych charakteristík, ktoré sme identifikovali v našich simuláciách.

Rešeršná štúdia diplomovej práce nám priniesla detailné znalosti o princípe fungovania mechanizmu harmonickej prevodovky a predovšetkým o mechanických vlastnostiach HP. Následne sme teoretickú časť práce rozšírili o analýzu vedeckých prác zaoberajúcich sa nelineárnymi vlastnosťami HP a aj kinematickou chybou. Z tejto časti práce jednoznačne vyplýva nelineárny charakter prevodového mechanizmu, a tak isto dôležitosť správnej identifikácie zdrojov týchto nelinearít.

Úvodom praktickej časti diplomovej práce došlo k vytvoreniu vhodne zjednodušených geometrií častí HP, ktoré boli určené na základe nášho merania jednotlivých komponentov, prípadne analýzou makro fotografií. Z dôsledku nevyhnutnej znalosti nedeformovaného tvaru pružného ozubeného kolesa došlo k analytickému výpočtu nedeformovaných rozmerov. Na základe týchto výsledkov sme následne vytvorili potrebné geometrie FS, pričom došlo aj k identifikácii vhodného tvaru ozubení FS a CS.

V ďalšej časti práce sme vytvorili niekoľko simulačných modelov, pomocou ktorých sme určili charakter a priebeh torzných tuhostí pôsobiacich ako zdroje nelineárneho správania prevodového mechanizmu. Niektoré časti našich simulácií sme rozšírili o vplyv geometrických nelinearít a montážnych nepresností, ktoré sme adekvátne vyhodnotili taktiež ako nelineárne torzné charakteristiky.

V poslednej časti tejto práce sme vytvorili komplexný dynamický model celej mechatronickej sústavy. Táto mechatronická sústava je zložená z jednotlivých submodelov reprezentujúcich poddajnosti vyplývajúce z jednotlivých simulácií predošlých kapitol. Jednotlivé submodely sme separátne analyzovali a sledovali ich vplyv na dynamické vlastnosti sústavy. Tak isto sme verifikovali tlmenie harmonickej prevodovky, kde sme zároveň overili priebehy veličín s experimentálnou sústavou. Výsledný mechatronický model v sebe zahŕňa všetky poddajnosti, vplyv tlmenia a tak isto aj torzných spojok na celkovú dynamiku sústavy.

V neposlednom rade môžeme konštatovať, že nami vytvorený mechatronický systém spĺňa predpoklady a popisuje dynamiku sústavy so zahrnutím všetkých vyšetrovaných nelinearít. O mnohých možnostiach rozšíriteľnosti a aplikácii tejto diplomovej práce sme sa zmienili v kapitole 10.

ZOZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV

- [1] V. Čech a M. Červinka, “The Manipulator of Passive Optoelectronic Rangefinder (POERF) as a Controlled System of Servomechanisms”. s. 1–22, 2013.
- [2] “Harmonic Drive as a Source of Problems with the Control of Rotary Actuators”. s. 1–21, 2014.
- [3] C. W. Musser, “United States Patent Office 2,906,143 STRAIN WAVE GEARING”, 1959.
- [4] C. W. Musser, “United States Patent Office 2,932,986 STRAIN WAVE GEAR-SPECIES IN WHICH ONLY ONE OF THE GEARS IS INPUT”, 1960.
- [5] “CobaltLine®-2A Maximum torque capacity with extended temperature range”. [Online]. Dostupné z: <http://harmonicdrive.de/en/products/component-sets/cobaltline-2a.html>.
- [6] “CobaltLine®-CPM Maximum torque capacity with precision output bearing”. [Online]. Dostupné z: <http://harmonicdrive.de/en/products/units-gearboxes-and-planetary-gears/units/cobaltline-cp/cobaltline-cpm.html>.
- [7] “Kuka Robot as a master of speed”. [Online]. Dostupné z: <http://harmonicdrive.de/en/applications/kuka>.
- [8] “CPL-2A The lightweight series”. [Online]. Dostupné z: <http://harmonicdrive.de/en/products/component-sets/cpl-2a.html>.
- [9] “University of Bern and NTB Buchs The future – precision ear surgery”. [Online]. Dostupné z: <http://harmonicdrive.de/en/applications/ntb-buchs>.
- [10] “HFUC-2A The standard series”. [Online]. Dostupné z: <http://harmonicdrive.de/en/products/component-sets/hfuc-2a.html>.
- [11] “CSD-2A The short series”. [Online]. Dostupné z: <http://harmonicdrive.de/en/products/component-sets/csd-2a.html>.
- [12] “RUAG Special lightweight gears for space”. [Online]. Dostupné z: <http://harmonicdrive.de/en/applications/ruag-schweiz-ag>.
- [13] “HFUS-2A Compact with largest hollow shaft”. [Online]. Dostupné z: <http://harmonicdrive.de/en/products/component-sets/hfus-2a.html>.
- [14] “Universal Robots Flexible robots optimise production”. [Online]. Dostupné z: <http://harmonicdrive.de/en/applications/universal-robots>.
- [15] V. Čech, “Pohony pohybového systému PRaM I.”, 2014.
- [16] Xiaoxia Chen, Shuzhong Lin, a Jingzhong Xing, “The investigation of elongation of the neutral line in harmonic drive”, v *2010 International Conference On Computer Design and Applications*, 2010, roč. 4, s. V4–383–V4–386.
- [17] “Katalóg HP RR SLOVAKIA”. 2012.
- [18] D. Jelaska, “Gears and Gear Drives”, v *Gears and Gear Drives*, John Wiley & Sons Ltd, 2012, s. 359–361.
- [19] F. H. Ghorbel, P. S. Gandhi, a F. Alpeter, “On the Kinematic Error in Harmonic Drive Gears”, *J. Mech. Des.*, roč. 123, č. 1, s. 90–97, 2001.

- [20] F.-E. Rhéaume, H. Champliand, a Z. Liu, “Understanding and modelling the torsional stiffness of harmonic drives through finite-element method”, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.*, roč. 223, č. 2, s. 515–524, feb. 2009.
- [21] X. Chen, Y. Liu, J. Xing, S. Lin, a W. Xu, “The parametric design of double-circular-arc tooth profile and its influence on the functional backlash of harmonic drive”, *Mech. Mach. Theory*, roč. 73, s. 1–24, 2014.
- [22] M. Amezketa, X. Iriarte, J. Ros, a J. M. Pintor, “Dynamic model of a helical gear pair with backlash and angle-varying mesh stiffness”, *Multibody Dyn.*, č. July, s. 1–17, 2009.
- [23] W. Ostapski, “Analysis of the stress state in the harmonic drive generator-flexspline system in relation to selected structural parameters and manufacturing deviations”, *Bull. Polish Acad. Sci. Tech. Sci.*, roč. 58, č. 4, s. 683–698, 2011.
- [24] P. Folega, “FEM analysis of the options of using composite materials in flexsplines”, *Int. Sci. J.*, roč. 51, č. 1, s. 55–60, 2011.
- [25] J. E. Shigley, C. R. Mischke, a R. G. Budynas, “Převody s ozubenými koly”, v *Konstruování strojních součástí*, Nakladatelství VUTIU, 2010, s. 718–741.
- [26] “ANSYS Advanced Contact”. ANSYS, Inc. Proprietary, 2005.
- [27] “ANSYS Mechanical structural nonlinearities”, č. December. ANSYS, Inc. Proprietary, 2010.
- [28] SKF, “Estimating the frictional moment”. [Online]. Dostupné z: <http://www.skf.com/group/products/bearings-units-housings/ball-bearings/principles/friction/estimating-frictional-moment/index.html>.
- [29] J. Petruška, “Kontaktní úlohy a jejich řešení pomocí MKP”. s. 12.
- [30] V. Atanasiu a I. Doroftei, “Dynamic Contact Loads of Spur Gear Pairs with Addendum Modifications”, *Eur. J. Mech. Environ. Eng.*, s. 1–6, 2010.
- [31] Y. S. Hareesh a J. Varghese, “Design and Analysis of Flex Spline with Involute Teeth Profile for Harmonic Drive Mechanism”, roč. 4, č. 12, s. 613–618, 2015.
- [32] P. Folega, “1401. Dynamic model of a harmonic drive in a toothed gear transmission system.”
- [33] V. Čech a J. Jevický, “Simplified dynamic model of the gearbox”. s. 1–28, 2008.

ZOZNAM OBRÁZKOV

Obrázok 1: Passive Optoelectronic Rangefinder POERF.....	13
Obrázok 2: Model POERF.....	13
Obrázok 3: Experimentálna sústava na identifikáciu dynamického chovania	13
Obrázok 4: Schéma pohonu.....	14
Obrázok 5: Zjednodušená schéma harmonickej prevodovky	16
Obrázok 6: Patent US 2906143 A.....	17
Obrázok 7: Patent US 2932986 A.....	17
Obrázok 8: Harmonic Drive séria CSG®-2UH.....	19
<i>Obrázok 9: Harmonic Drive séria CPL®-2A.....</i>	<i>19</i>
<i>Obrázok 10: Harmonic Drive séria HFUC®-2A</i>	<i>20</i>
Obrázok 11: Harmonic Drive séria CSD®-2A.....	21
Obrázok 12: Harmonic Drive séria HFUS®-2A	21
Obrázok 13: Zostava HP.....	22
Obrázok 14: Zostava HP a elektrického servopohonu.....	22
Obrázok 15: Hlavné komponenty HP	23
Obrázok 16: Zostava generátora vln HP	23
Obrázok 17: Zostava pružného ozubeného kolesa HP	24
Obrázok 18: Zostava tuhého ozubeného kolesa HP	25
Obrázok 19: Zostava HP - priečny rez.....	26
Obrázok 20: Otočenie WG o 360°	27
Obrázok 21: Kinematická chyba HP	30
Obrázok 22: Experimentálna zostava na zaťaženie HP	31
Obrázok 23: Závislosť kinematickej chyby na veľkosti aplikovaného krútiaceho momentu	31
Obrázok 24: Závislosť kinematickej chyby hĺbke zasunutia WG do FS.....	32
Obrázok 25: Závislosť kinematickej chyby na veľkosti uhlovej rýchlosti.....	32
Obrázok 26: Mŕtvy chod a tuhosť HP	33
Obrázok 27: Deformácia FS	34
Obrázok 28: Smer otáčania WG v FS.....	34
Obrázok 29: Backlash a minimálna vzdialenosť medzi zubami d_{min}	35
Obrázok 30: Backlash model s mesh stiffness.....	35
Obrázok 31: Zobrazenie troch možných konfigurácií zubov pri valení (vrátane mŕtveho chodu)	35

Obrázok 32: Zdeformovaný tvar FS (bočný pohľad)	36
Obrázok 33: Zdeformovaný tvar FS (predný pohľad)	36
Obrázok 34: Deformácia zubového profilu v dôsledku eliptickej deformácie FS	36
Obrázok 35: Zostava elektrického servomotoru a HP aplikovaného v POERF	37
Obrázok 36: Schematické znázornenie typických konfigurácií WG	40
Obrázok 37: Porovnanie tvaru deformovanej strednice WG pre jednotlivé konfigurácie WG vo forme harmonických vln	43
Obrázok 38: Porovnanie tvaru minimálnej (vľavo) a maximálnej deformácie WG (vpravo).....	44
Obrázok 39: Sieť konečných prvkov	48
Obrázok 40: Okrajové podmienky.....	48
Obrázok 41: Reakčný krútiaci moment vo väzbe	48
Obrázok 42: Celková deformácia	48
Obrázok 43: Závislosť krútiaceho momentu (vľavo) a redukovaného napätia (vpravo) na skrútení FS	49
Obrázok 44: Geometria simulačnej zostavy	50
Obrázok 45: Kontakt typu BONDED medzi prstencom ložiska a FS	51
Obrázok 46: Grafická interpretácia Pinball radius	51
Obrázok 47: Kontakt typu FRICTIONAL medzi WG a prstencom ložiska.....	52
Obrázok 48: Asymetrický typ kontaktu.....	53
Obrázok 49: Problematika voľby kontaktnej tuhosti.....	53
Obrázok 50: Sieť konečných prvok	54
Obrázok 51: Porovnanie hustoty siete konečných prvkov CONTACT a TARGET	54
Obrázok 52: Okrajové podmienky simulácie	55
Obrázok 53: Celková deformácia zostavy	56
Obrázok 54: Redukované napätie na FS.....	56
Obrázok 55: Redukované napätie na prstenci.....	56
Obrázok 56: Závislosť krútiaceho momentu na veľkosti natočenia WG	59
Obrázok 57: Zjednodušený torzný model záberu ozubenia.....	59
Obrázok 58: Geometria zubu	60
Obrázok 59: Sieť konečných prvkov	60
Obrázok 60: Okrajové podmienky a zaťaženie zubu.....	60
Obrázok 61: Záber zubového páru.....	60
Obrázok 62: Priebeh redukovaného napätia	61
Obrázok 63: Sériové zapojenie dvoch pružín	62

Obrázok 64: <i>Mesh stiffness</i> jedného páru zubov	62
Obrázok 65: Geometria simulačnej zostavy	63
Obrázok 66: Kontakt typu FRICTIONAL medzi WG a FS	64
Obrázok 67: Kontakt typu FRICTIONAL medzi FS a CS	65
Obrázok 68: Mesh simulačnej zostavy	66
Obrázok 69: Sieť konečných prvkov ozubenia FS	66
Obrázok 70: Okrajové podmienky a mechanické väzby	66
Obrázok 71: Kolízia v ozubení pred eliptickou deformáciou	67
Obrázok 72: Redukované napätie v FS	68
Obrázok 73: Celkový počet zubov v kontakte (polovica)	69
Obrázok 74: Teoretický predpoklad veľkosti kontaktnej plochy	69
Obrázok 75: Stav kontaktu v ozubení FS	69
Obrázok 76: Penetrácia v oblasti plného záberu	70
Obrázok 77: Symetrický priebeh kontaktu (tmavé časti)	70
Obrázok 78: Súčasný záber 86 zubových párov (<i>mesh stiffness</i>)	71
Obrázok 79: Závislosť ohybových momentov M_x (vľavo) a M_y (vpravo) na veľkosti natočenia WG (vyosenie X)	73
Obrázok 80: Závislosť krútiaceho momentu na veľkosti natočenia WG (vyosenie X) ..	73
Obrázok 81: Závislosť ohybových momentov M_x (vľavo) a M_y (vpravo) na veľkosti natočenia WG (vyosenie Y)	74
Obrázok 82: Závislosť krútiaceho momentu na veľkosti natočenia WG (vyosenie Y) ..	74
Obrázok 83: Závislosť krútiaceho momentu na veľkosti natočenia WG (penetrácia Z) ..	75
Obrázok 84: Model torznej charakteristiky s vôľou v ozubení	76
Obrázok 85: Dynamický model elektromechanického systému s HP	77
Obrázok 86: Elektromechanický model DC motoru bez záťaže	78
Obrázok 87: Výsledky experimentálneho merania v ustálenom stave (vľavo) a vyhodnotenie tlmenia (vpravo)	79
Obrázok 88: Ideálny model DC motoru so zaťaženým modelom HP	80
Obrázok 89: Priebeh uhlovej rýchlosti výstupu DC motoru (vpravo) a výstupu HP (vľavo)	80
Obrázok 90: Priebeh elektrického prúdu DC motorom a veľkosti krútiaceho momentu ..	81
Obrázok 91: Dynamický submodel torznej tuhosti FS	82
Obrázok 92: Zmena uhlovej rýchlosti v dôsledku skrúcovania FS (rozbeh vľavo, reverzácia vpravo)	82
Obrázok 93: Dynamický submodel nelineárnej torznej tuhosti (eliptická deformácia a trenie)	82

Obrázok 94: Zmena uhlovej rýchlosti v eliptickej deformácii a vplyvu trenia (rozbeh vľavo, reverzácia vpravo)	83
Obrázok 95: Dynamický submodel mesh stiffness a backlash.....	83
Obrázok 96: Zmena uhlovej rýchlosti v mesh stiffness a backlash (rozbeh vľavo, reverzácia vpravo).....	84
Obrázok 97: Dynamický model elektromechanickej sústavy.....	84
Obrázok 98: Priebeh uhlovej rýchlosti výstupu DC motoru.....	85
Obrázok 99: Priebeh uhlovej rýchlosti výstupu torznej spojky (na záťaži).....	85
Obrázok 100: Priebeh elektrického prúdu DC motorom (vľavo) a veľkosti krútiaceho momentu (vpravo).....	86

ZOZNAM TABULIEK

Tabuľka 1: Charakteristické vlastnosti série CSG®-2UH.....	19
Tabuľka 2: Charakteristické vlastnosti série CPL®-2A	20
Tabuľka 3: Charakteristické vlastnosti série HFUC®-2A.....	20
Tabuľka 4: Charakteristické vlastnosti série CSD®-2A.....	21
Tabuľka 5: Charakteristické vlastnosti série HFUS®-2A	22
Tabuľka 6: Vplyv konfigurácie komponentov na prevodový pomer	28
Tabuľka 7: Technické parametre harmonickej prevodovky	37
Tabuľka 8: Namerané rozmery rozobratej harmonickej prevodovky.....	38
Tabuľka 9: Rozmery vyhodnotené na základe digitálne spracovaných makro fotografií	38
Tabuľka 10: Typické materiály FS a CS	39
Tabuľka 11: Materiálové charakteristiky 42CrMo4	39
Tabuľka 12: Rozmery nedeformovanej strednice vonkajšieho pružného prstenca WG	43
Tabuľka 13: Parametre ozubení FS.....	45
Tabuľka 14: Parametre kontaktu typu <i>BONDED</i> medzi prstencom ložiska a FS	51
Tabuľka 15: Parametre kontaktu typu <i>FRICTIONAL</i> medzi prstencom ložiska a vačkou	52
Tabuľka 16: Veľkosť redukovaného napätia	56
Tabuľka 17: Charakter napjatosti v FS	57
Tabuľka 18: Charakter napjatosti vo vonkajšom prstenci pružného ložiska	58
Tabuľka 19: Parametre kontaktu typu <i>FRICTIONAL</i> medzi WG a FS.....	64
Tabuľka 20: Parametre kontaktu typu <i>FRICTIONAL</i> medzi prstencom ložiska a vačkou	65
Tabuľka 21: Technické parametre DC motoru MAXON.....	78

ZOZNAM PRÍLOH

Príloha A: DVD s elektronickou verziou diplomovej práce, 3D geometriami simulačných zostáv, súbormi simulácií a *Simulink* modely.