



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

VLIV MONTÁŽNÍ VŮLE U RADIÁLNÍHO KULIČKOVÉHO LOŽISKA NA NAPJATOST A DEFORMACI

THE ASSEMBLY GAP INFLUENCE ON THE STRESS AND STRAIN AT THE RADIAL BALL
BEARING

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. HANA RAŠOVSKÁ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. RNDr. Ing. JAN VRBKA, DrSc., dr.
h. c.

BRNO 2013

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2012/2013

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Hana Rašovská

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Vliv montážní vůle u radiálního kuličkového ložiska na napjatost a deformaci

v anglickém jazyce:

The assembly gap influence on the stress and strain at the radial ball gearing

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výpočtová deformační a napjatostní analýza u radiálního kuličkového ložiska se zaměřením zejména na oblast kontaktu a blízkého okolí pomocí metody konečných prvků využitím vhodného programového systému (ANSYS, resp. MARC). Posouzení vlivu montážní vůle na napjatost a deformaci. Případné porovnání s adekvátním analytickým řešením.

Jde o prakticky orientovanou diplomovou práci s vazbou na podnik ZKL-Výzkum a vývoj, a.s.

Cíle diplomové práce:

Tvorba adekvátního prostorového výpočtového modelu MKP. Výpočet napjatosti a deformace v ložisku, zejména v místě kontaktu kuličky a kroužku a v blízkém okolí pomocí metody konečných prvků pro charakteristické zátěžné stavy. Návrh optimální montážní vůle.

Seznam odborné literatury:

- Janíček,P.,Ondráček,E.,Vrbka,J.,Burša,J.: Mechanika těles. Pružnost a pevnost I. CERM, 2004
Ondráček,E.,Vrbka,J.,Janíček,P.,Burša,J.: Mechanika těles. Pružnost a pevnost II. CERM, 2006
Madenci,E.,Güven,I.: The finite element method and applications in engineering using ANSYS. Springer, 2006
Froehlich,J.: Technika uložení s valivými ložisky. SNTL/ALFA, Praha, 1980
Harris,T.: Rolling bearing analysis. Taylor and Francis, Boca Raton, 2006
Podkladové materiály fy. ZKL.

Vedoucí diplomové práce: prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2012/2013.

V Brně, dne 2.11.2012

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá určením vlivu velikosti montážní vůle na deformaci a napjatost v radiálním kuličkovém ložisku. Téma diplomové práce bylo zadáno společností ZKL – Výzkum a vývoj, a.s.. Pro šest různých radiálních vůlí a vybrané kuličkové ložisko byla provedena statická analýza silově zatížených globálních výpočtových modelů. Následně byla provedena statická analýza lokálních výpočtových modelů zatížených deformčně podle výsledků z modelů globálních. Výstupem analýzy lokálních modelů byly velikosti napětí, jež vedly k analýze ložiska s dalšími dvěma modely materiálu. K řešení zadaného problému byl použit pre/postprocesor Patran a řešič MSC.Marc.

ABSTRACT

This master thesis deals with the influence of assembly clearance on strain and stress in the radial ball bearing. The theme of this thesis was commissioned by ZKL - Research and development, a. s. For six different assembly clearances and selected ball bearing was made force-loaded static analysis of global computational models. Subsequently was made a static analysis of local computational models loaded by strain according to the results of global models. The output of analysis of local models was sizes of stress, which led to the analysis of bearing with two other models of material. For the solution of the problem was used pre/post processor Patran and solver MSC.Marc.

KLÍČOVÁ SLOVA

kuličkové ložisko, radiální vůle, metoda konečných prvků, kontakt

KEY WORDS

ball bearing, radial clearance, finite element method, contact

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

RAŠOVSKÁ, H. *Vliv montážní vůle u radiálního kuličkového ložiska na napjatost a deformaci*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 59 s.
Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c..

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracovala samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a pramenů, jež jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

20. 5. 2013

.....
Bc. Hana Rašovská

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala prof. RNDr. Ing. Janu Vrbkovi, DrSc., dr. h. c. za rady a připomínky k řešení zadaného problému, Ing. Martinu Zbožínkovi za věnovaný čas, pomoc a připomínky při tvorbě diplomové práce a společnosti ZKL – Výzkum a vývoj, a.s. za poskytnutou výpočetní kapacitu. Dále mé poděkování patří Petře Burgerové za pomoc s grafickou úpravou práce a podporu během studia.

Obsah

1.	Úvod	11
2.	Valivá ložiska	12
2.1	Jednořadá radiální kuličková ložiska	13
2.2	Radiální vůle	14
3.	Volba metody řešení	15
3.1	Analytické řešení	15
3.2	Numerické řešení	16
4.	Nelineární chování součástí	19
4.1	Příčiny nelineárního chování	19
4.2	Kontaktní úlohy a metody jejich řešení	19
4.3	Řešení nelineární soustavy rovnic	21
5.	Použitý software	24
6.	Analýza vlivu radiální vůle pro ložisko 6407A	25
6.1	Základní úloha	26
6.1.1	Globální a lokální výpočtový model	26
6.1.2	Model geometrie a síť	26
6.1.3	Model zatížení ložiska	28
6.1.4	Model vazeb ložiska s okolím	29
6.1.5	Model vnitřních vazeb v ložisku	30
6.1.6	Model materiálu	31
6.1.7	Nastavení analýzy	31
6.1.8	Výsledky analýzy základní úlohy	32
6.2	Volba hustoty sítě pro globální výpočtový model	34
6.3	Analýza ložiska se zahrnutím radiální vůle	41
6.3.1	Ložisko s vůlí C2	41
6.3.2	Ložisko s normální vůlí	43
6.3.3	Ložisko s vůlí C3	45
6.3.4	Ložisko s vůlí C4	46
6.3.5	Ložisko s vůlí C5	47
6.3.6	Shrnutí výsledků analýzy ložiska s radiálními vůlemi	49
7	Analýza ložiska s uvažováním ideálně elasticko-plastického modelu materiálu	52

8	Analýza ložiska s uvažováním elasticko-plastického modelu materiálu s lineárním zpevněním	54
9.	Závěr	59
	Seznam použité literatury	61
	Seznam použitých zkratk a symbolů	62
	Seznam příloh	62

1. Úvod

Valivá ložiska jsou neodmyslitelnými strojními součástmi využívanými v nejrozličnějších strojních aplikacích. Jsou na ně kladeny nároky jak z hlediska únosnosti, tak z hlediska spolehlivosti a životnosti. Tyto požadavky vedou ke snaze o zdokonalení jejich konstrukce a použití nových materiálů za současného udržení přijatelné ceny. Poptávka po ložiscích pro specifické účely vede k vývoji stále nových speciálních ložisek, jejichž vlastnosti jsou co nejlépe uplatnitelné v zadaných provozních podmínkách a zatíženích.

V důsledku nároků na rostoucí životnost a spolehlivost ložisek se přistupuje k analýzám rozložení napjatosti a deformace v ložiscích s různým zatížením, případně se zohledněním podmínek v jejich pracovním prostředí. Získané poznatky pomáhají posoudit vhodnost použitých materiálů, ale i vhodnost aplikace ložiska. Nedílnou součástí hodnocení výsledků řešení je i návrh možných úprav tak, aby byly vlastnosti ložiska využity co nejefektivněji.

Na základě zadání společnosti ZKL – Výzkum a vývoj, a.s. lze problém formulovat následovně:

Provedení deformačně – napětové analýzy radiálního kuličkového ložiska, zhodnocení vlivu montážní vůle na napjatost a deformaci v ložisku, návrh nejvhodnější radiální vůle.

V úvodu práce bude věnováno několik kapitol teoretickému základu k řešení problému, dále bude následovat analýza ložiska s různou hustotou sítě konečných prvků, na jejímž základě bude podle sledovaných kritérií zvolena nejvhodnější, která bude použita při analýze ložisek s různými montážními (radiálními) vůlemi. V závěru práce budou diskutovány výsledky provedené analýzy a navržena optimální radiální vůle.

Tvorba výpočtových modelů a nastavení analýzy je součástí know-how společnosti ZKL – Výzkum a vývoj, a.s.. Detailní nastavení analýzy proto nemůže být v práci uvedeno. Přiložené makro použité k tvorbě výpočtového modelu je rovněž pouze ukázkou, nikoliv kompletním souborem.

2. Valivá ložiska

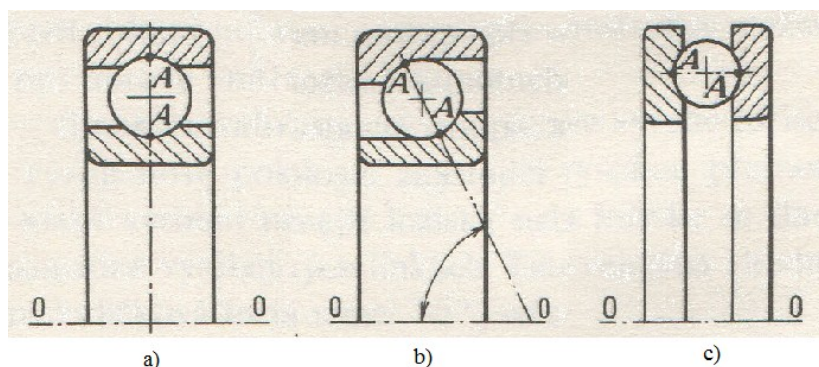
Valivá ložiska jsou konstrukčním prvkem, který umožňuje vzájemný pohyb součástí ve strojích, přičemž současně přenáší působící síly [1]. Zatížení se přenáší prostřednictvím valivých těles, která se odvalují na oběžných drahách vnitřního a vnějšího kroužku.

Pro rovnoměrné rozdělení valivých elementů po obvodu kroužků bývají ložiska opatřena klecí. Klec zabráňuje styku valivých elementů, snižuje jejich vzájemné tření a tím opotřebení. Klec však může v ložisku zcela chybět. Valivá tělesa se také mohou odvalovat přímo v tělese nebo na hřídeli.

Podle směru sil, které mohou zachycovat, lze ložiska dělit na:

- axiální: spojnice stykových bodů valivých těles a kroužků je rovnoběžná s osou ložiska (Obr. 1c),
- radiální: spojnice stykových bodů je kolmá na osu ložiska (Obr. 1a).

Speciálním typem radiálních ložisek jsou ložiska s kosoúhlým stykem, u nichž je spojnice stykových bodů odkloněná o určitý úhel od svislé osy ložiska (Obr. 1b). Dělení ložisek podle tohoto kritéria není ideální, poněvadž radiální ložiska mohou zachycovat i axiální síly a stejně tak axiální ložiska síly radiální.



Obr 1. Typy valivých ložisek a) radiální, b) s kosoúhlým stykem, c) axiální [1]

Ložiska se mohou dále dělit podle tvaru valivých elementů na kuličková, válečková, soudečková, jehlová a kuželíková (Obr. 2).



Obr. 2 Typy valivých ložisek podle druhu valivého elementu – (zleva) kuličková, válečková, dvouřadé soudečková, jehlová a kuželíková ložisko [2]

Náplní této diplomové práce je analýza radiálního kuličkového ložiska, a proto bude dále věnována bližší pozornost pouze tomuto typu valivých ložisek.

Široká nabídka nejrozličnějších typů ložisek umožňuje výběr ložiska odpovídajícího zadaným provozním podmínkám a zatížením. Standardně se volí ložiska z klasických rozměrových řad, ale výjimkou není ani aplikace ložisek speciálních.

Běžně se kroužky a valivé elementy vyrábějí z ložiskové oceli. Klece se vyrábějí jako lisované nebo masivní. Lisované klece se vyrábějí z ocelového či mosazného plechu a nacházejí využití u malých a středně velkých ložisek. Masivní klece se vyrábějí z oceli, mosazi, bronzu nebo z plastů a používají se pro více zatížená ložiska.

Podle velikosti zatížení určujeme zpravidla i velikost ložiska. Ložiska s čárovým stykem (válečková, soudečková, kuželíková, jehlová) jsou schopna přenést vyšší zatížení než ložiska se stykem bodovým (kuličková). Také u nich dochází k rovnoměrnějšímu rozdělení napětí vlivem větší stykové plochy. Použijeme-li ložisko s plným počtem valivých elementů (bez klece), dosáhneme tak jeho větší únosnosti, než jak by tomu bylo u ložiska s klecí.

2.1 Jednořadá radiální kuličková ložiska

Jednořadá kuličková ložiska jsou nejrozšířenějším typem valivých ložisek (Obr. 3). V kroužcích jsou hluboké drážky s poloměrem nepatrně větším, než je poloměr kuliček. Kuličky mají velký průměr, což zajišťuje ložisku poměrně velkou dynamickou únosnost v radiálním, ale i axiálním směru a mohou být tedy použita pro kombinovaná zatížení.



Obr. 3 Jednořadá radiální kuličkové ložisko [9]

Ložiska se vyrábějí s malou radiální vůlí a vyžadují dobrou souosost hřídele a tělesa, v němž jsou uložena, neboť nejsou naklopitelná. Mohou být opatřena z jedné nebo obou stran krycím plechem nebo těsněním. Zakrytovaná ložiska jsou mazána plastickým mazivem, které je uzavřeno v ložiskovém prostoru, obvykle po celou dobu životnosti ložiska. Jinak jsou ložiska mazána olejem.

2.2 Radiální vůle

Vůle v ložisku je určena délkou posunutí jednoho kroužku vzhledem k druhému z jedné krajní polohy do druhé [1]. Posunutí může nastat v radiálním nebo axiálním směru.

U běžně vyráběných ložisek je radiální vůle určena rozměry oběžných drah tak, aby se jeden kroužek uložil pevně a aby i po montáži v ložisku jistá vůle zůstala. Ke zmenšení radiální vůle nepřispívá pouze montáž, ale i teplotní spád mezi kroužky při provozu ložiska, kdy bývá obvykle vnější kroužek chlazen lépe, než kroužek vnitřní.

V provozním stavu by měla být radiální vůle v radiálním kuličkovém ložisku téměř nulová. Menší negativní vůle nemá zpravidla škodlivý vliv, nicméně pokud je příliš velká, dochází ke zvýšenému únavovému namáhání stýkajících se ploch a tím se snižuje životnost ložiska. V praxi se radiální ložisko ve většině případů poškozuje předčasně právě kvůli velkému předpětí.

Běžně se ložiska vyrábějí s normální vůlí. Snížená radiální vůle (menší, než normální), označována přídatným označením *C1* a *C2*, se užívá pouze zřídka. Častější je volba zvýšené radiální vůle (větší, než normální), pro ložiska, která mají oba kroužky zalisovány, při větším teplotním spádu mezi kroužky a v případě jednořadých kuličkových ložisek - pro zvětšení axiální únosnosti. Přídatné označení užívané pro zvýšené radiální vůle, je *C3*, *C4* a *C5*.

3. Volba metody řešení

Zadanou problematiku lze řešit analyticky, experimentálně nebo numericky. Experimentální řešení je nejen časově, ale i finančně náročné. Proto budou v této části popsány zbylé dvě varianty a jejich omezení.

3.1 Analytické řešení

V ložisku dochází ke kontaktu kroužků s valivými elementy. U zakřivených těles rozeznáváme tři druhy styku: bodový, přímkový (čárový) a plošný styk. Tvar stykové plochy závisí na křivosti povrchu obou těles v místě styku [1].

Jsou-li tělesa více zatěžována, více se přibližují, dochází k nárůstu stykového tlaku a tím i ke zvětšení stykové plochy. Při vzniku stykové plochy se jedna ze součástí zploští a u druhé dojde k vyduť.

V případě kuličkových ložisek dochází k bodovému styku. Napětí a přetvoření v místě styku je možné vypočítat pomocí Hertzovy teorie o styku pevných elastických těles, kterou lze použít v případě splnění určitých předpokladů, a sice:

- 1.) stýkající se tělesa jsou izotropní a homogenní,
- 2.) materiál je elastický a jeho mez kluzu není překročena,
- 3.) tělesa se stýkají jen ve velmi malé části povrchu, tj. styková plocha je rovinná,
- 4.) stýkající plochy jsou zcela hladké a mohou tedy vzniknout jen normální síly [1].

První předpoklad není splněn, protože je každá ocel tvořena krystaly, jež jsou ve struktuře nepravidelně rozloženy a chovají se různým způsobem. Materiálové charakteristiky užívané ve výpočtech jsou zprůměrovanými hodnotami vlastností jednotlivých krystalů. K nehomogenitě materiálu dále přispívají vměstky, jejichž množství je sice udržováno na nejnižší mez, nicméně jejich výskytu nelze zcela zamezit. Z makroskopického hlediska je však tato nehomogenita nepodstatná.

V praxi pracují ložiska se zatížením, které vyvolává v ložisku napětí blízké mezi kluzu. U ložisek s větší stykovou plochou (např. soudečková) jsou hodnoty napětí nižší, kdežto u kuličkových ložisek je velikost napětí v ložisku díky bodovému styku někdy i nad mezí kluzu. Během provozu dochází k plastizaci určitého objemu materiálu, ale ložisko je schopno pracovat v těchto provozních podmínkách po celou dobu požadované životnosti, někdy i déle. Druhý předpoklad tedy není rovněž splněn.

U valivých ložisek bývá třetí podmínka nejspíše splněna na vnějším kroužku naklápěcích kuličkových ložisek. U jednořadých kuličkových ložisek a u soudečkových ložisek při velkých zatíženích dosahuje styková plocha vzhledem k poloměrům křivosti již větších hodnot [1].

Vlivem proměnnosti provozních podmínek a zatížení může docházet k poškozování povrchů oběžných drah a kuliček. Pokud dojde k odloučení materiálu z povrchu součásti, může se opětovně dostat mezi stýkající se tělesa a povrch součásti narušovat ještě více. I když jsou ložiska vybírána co nejvhodněji pro danou aplikaci i zatížení, proměnnost provozu nelze vždy zcela eliminovat a je tedy nutné počítat s nedokonalostí povrchů.

Hertzova teorie je odvozena pro kontakt těles, která mají jednoduchou geometrii, tedy koule - rovina, koule - koule, válec - rovina, válec - válec. Z předpokladů uvedených na začátku kapitoly je zřejmé, že jejím použitím přistupujeme i na velké množství zjednodušení. Analytický výpočet je tedy vhodný pouze pro počáteční odhady velikosti kontaktních napětí nebo ověření numerického výpočtu, kterému bude věnována následující kapitola.

3.2 Numerické řešení

Nejrozšířenější numerickou metodou pro analýzu reálných problémů se zahrnutím co největšího množství faktorů, které reálné chování součásti ovlivňují, je metoda konečných prvků (MKP). Tímto způsobem můžeme řešit obecná tělesa s nehomogenní strukturou a zcela obecným zatížením a vazbami. Omezením této metody je aplikace pouze na přímé úlohy, tedy takové, kdy u tělesa se známou geometrií, materiálem, vazbami a zatížením určujeme jeho deformaci a napjatost, nikoliv naopak.

Metoda konečných prvků je založena na variačních principech. Silový (Castigliánův) přístup, u něhož jsou neznámými funkcemi složky tenzoru napětí, není v současné době příliš využíván. Použití deformačního (Lagrangeova) přístupu dnes převládá a proto bude dále rozebrán podrobněji.

V deformační variantě MKP jsou neznámými funkcemi velikosti posuvů nebo natočení. Vychází se z Lagrangeova variačního principu, jehož podstatou je minimalizace kvadratického funkcionálu. Při daném zatížení a vazbách s okolím těleso vždy zaujme energeticky nejméně náročný deformovaný tvar [3].

Slovní vyjádření Lagrangeova variačního principu zní: „Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkové potenciální energii Π stacionární hodnotu.“ Lze dokázat, že uvedená stacionární hodnota existuje, je jednoznačná a představuje zároveň minimum Π [4].

Celkovou potenciální energii Π , která je minimalizovaným funkcionálem, lze vyjádřit jako rozdíl energie napjatosti W a potenciálu vnějšího zatížení P , tedy

$$\Pi = W - P. \quad (3.1)$$

Prvním krokem při užití MKP je diskretizace spojitého problému. Celková potenciální energie je obecně závislá na spojitých funkcích posuvů u , v , w proměnných x , y , z , z nichž každá reprezentuje nekonečné množství hodnot v nekonečně mnoha bodech řešené oblasti.

Aby byla úloha řešitelná numericky, je nutno každou funkci vyjádřit v závislosti na konečném počtu parametrů. Spojitý problém se tedy rozdělí na podoblasti - prvky, jejichž počet je konečný a vytváří tak síť konečných prvků. Aproximační funkce posuvů se vyjadřují přibližně součtem známých funkcí $N_i(x, y, z)$, $N_j(x, y, z)$, $N_k(x, y, z)$, označovaných jako báze funkce, jež jsou násobeny neznámými koeficienty u_i , v_j , w_k , které fyzikálně představují složky posuvů uzlových bodů sítě.

Matematickým zápisem je předchozí věta vyjádřena následovně:

$$u(x, y, z) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) \cdot u_i, \quad (3.2)$$

$$v(x, y, z) = \sum_{j=1}^n N_j(x, y, z) \cdot v_j, \quad (3.3)$$

$$w(x, y, z) = \sum_{k=1}^n N_k(x, y, z) \cdot w_k. \quad (3.4)$$

Dosadí-li se tato aproximace do vztahu pro výpočet celkové potenciální energie, přejde funkcionál, závislý na funkcích u , v , w , na funkcionál závislý na konečném počtu parametrů $u_1, u_2, u_3, \dots, w_n$. Z podmínky minimalizace funkcionálu získáváme soustavu rovnic pro určení těchto neznámých parametrů, užitých pro aproximaci hledaných funkcí posuvů. Matematicky:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Pi}{\partial u_1} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \Pi}{\partial w_n} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow u_1, u_2, \dots, w_n. \quad (3.5)$$

Ze známých posuvů je možné určit složky tenzoru přetvoření a pomocí konstitutivních vztahů i složky tenzoru napětí.

Diskretizací spojitého problému lze určit energii napjatosti a potenciál vnějšího zatížení jednotlivých prvků. Celková potenciální energie Π je integrální veličina, její výslednou hodnotu můžeme tedy získat jako součet příspěvků od jednotlivých prvků

$$\Pi = \sum_{i=1}^n \Pi_i [4]. \quad (3.6)$$

Energie napjatosti závisí na napětí a přetvoření tělesa a je definována následovně:

$$W = \int_{\Omega} \{\sigma\}^T \cdot \{\varepsilon\} dV, \quad (3.7)$$

kde $\{\sigma\}^T$ je řádková matice napětí a $\{\varepsilon\}$ sloupcová matice přetvoření. Napětí a přetvoření v předchozím vztahu lze vyjádřit pomocí posuvů a jejich dosazením do vztahu pro energii napjatosti získáme prvkovou matici tuhosti.

Obdobným způsobem postupujeme i v případě potenciálu vnějšího zatížení, který je dán vztahem

$$P = \int_{\Omega} \{u\}^T \cdot \{o\} dV + \int_{\Gamma_{\sigma}} \{u\}^T \{p\} dS, \quad (3.8)$$

kde $\{u\}^T$ je řádková matice posuvů, $\{o\}$ je sloupcová matice objemového zatížení a $\{p\}$ je sloupcová matice plošného zatížení. Dosazením posuvů a dalšími úpravami obdržíme prvkovou matici vnějšího zatížení.

Z prvkových matic tuhosti a vnějšího zatížení lze vytvořit celkovou matici tuhosti $[K]$ a celkový vektor vnějšího zatížení $\{F\}$, které jsou dosazeny do vztahu pro výpočet celkové potenciální energie, tedy

$$\Pi = \frac{1}{2} \cdot \{U\}^T \cdot [K] \cdot \{U\} - \{U\}^T \cdot \{F\}, \quad (3.9)$$

kde $\{U\}$ je celkový vektor deformačních parametrů tvořený posuvy jednotlivých uzlů.

Dle Lagrangeova variačního principu má Π nabývat stacionární hodnoty, což vede na podmínku

$$\frac{\partial \Pi}{\partial U} = 0 [4]. \quad (3.10)$$

Na základě splnění této podmínky dostáváme základní rovnici metody konečných prvků:

$$[K] \cdot \{U\} = \{F\}. \quad (3.11)$$

4. Nelineární chování součástí

Jak již bylo napsáno v kap. 2., valivá ložiska přenášejí zatížení prostřednictvím valivých elementů. Během zatěžování ložiska se dostávají do kontaktu jednak oba kroužky s valivými elementy a dále kroužky v kontaktu s uložením. Kontakt mezi tělesy je jednou z příčin nelineárního chování součástí. Následující část práce tedy bude věnována nelineárnímu chování a jeho příčinám.

4.1 Příčiny nelineárního chování

Při řešení lineárních úloh do jisté míry idealizujeme reálný problém, ať už se to týká okrajových podmínek, materiálu nebo významnosti deformace. V běžných konstrukcích si ovšem tato zjednodušení můžeme jen málokdy dovolit a ve většině případů je třeba počítat s nelineárním chováním konstrukce.

Nelineární chování může být způsobeno:

- a) velkými posuvy (popřípadě i přetvořeními),
- b) nelineární odezvou materiálu,
- c) změnou okrajových podmínek během zatěžování [5].

Často působí všechny příčiny společně, ale mnohdy není vliv všech příčin stejně podstatný. Je tedy dobré uvážit, který z vlivů je do analýzy vhodné zahrnout a který lze při řešení dané úlohy považovat za nepodstatný.

Pro nelineární chování je charakteristické, že se matice tuhosti mění podle dosaženého stupně deformace. Závislost mezi zatížením a deformací tedy není lineární. Neustálým přepočítáváním matice tuhosti se prodlužuje výpočtový čas a úloha je také více náročná na výpočetní prostředky. Využití lineární analýzy je vhodné, pokud předem víme, jak bude vypadat odezva na zatížení. Pokud si ovšem nejsme jisti chováním dané součásti, je lepší použít nelineární řešení, které je obecné a poskytne korektní výsledky i pro lineární případy.

Nejvýznamnějším faktorem ovlivňujícím chování ložiska je nelinearita způsobená proměnlivostí stykové plochy, a proto bude v následující kapitole tato problematika rozebrána podrobněji.

4.2 Kontaktní úlohy a metody jejich řešení

V kontaktních úlohách dochází ke změně okrajových podmínek v závislosti na velikosti zatížení. Řešení kontaktních úloh je po matematické stránce velice náročné. Oblast dotyku těles není po celou dobu zatěžování stálá, někdy není ani předem známá. Pokud se do kontaktu zahrnuje tření, situace se ještě více komplikuje.

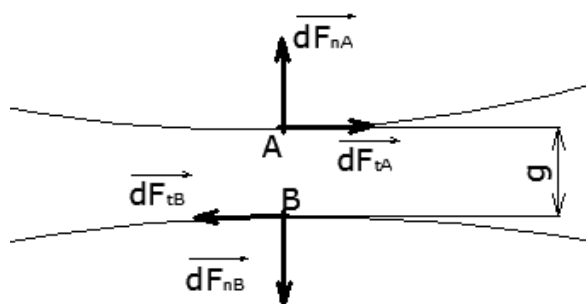
Kontakt mezi tělesy může být otevřený nebo uzavřený. Otevřený kontakt je typický tím, že posuv těles v normálovém směru je menší než mezera mezi tělesy, posuv v tečném směru je libovolný a nedochází k vzájemnému silovému působení mezi tělesy, tedy

$$u_{nA} - u_{nB} < g, \quad (4.1)$$

$$u_{tA} - u_{tB} \neq 0, \quad (4.2)$$

$$dF_{nA} = dF_{nB} = dF_{tA} = dF_{tB} = 0, \quad (4.3)$$

kde dF_t je elementární tečná síla, dF_n elementární normálová síla, u_t posuv v tečném směru, u_n posuv v normálovém směru a g je mezera mezi tělesy (Obr. 4).



Obr. 4 Silové poměry při kontaktu těles

Uzavřené kontakty se dělí podle toho, zda mezi stýkajícími se povrchy dochází ke smyku nebo adhezi. Při adhezi je posuv těles v normálovém směru roven mezeře mezi tělesy, nedochází k pohybu v tečném směru a elementární normálové a tečné síly jsou ve statické rovnováze, tedy

$$u_{nA} - u_{nB} = g, \quad (4.4)$$

$$u_{tA} - u_{tB} = 0, \quad (4.5)$$

$$dF_{nA} - dF_{nB} = 0, \quad (4.6)$$

$$dF_{tA} - dF_{tB} = 0. \quad (4.7)$$

Aby nedošlo k relativnímu pohybu těles, musí platit, že elementární tečná síla musí být menší než elementární mezní třecí síla

$$dF_t < dF_T. \quad (4.8)$$

Elementární mezní třecí síla je dána vztahem

$$dF_T = f \cdot dF_n, \quad (4.9)$$

kde f je součinitel tření.

Pokud při kontaktu dojde ke smyku mezi stýkajícími se povrchy, platí pro kontakt stejné vztahy, jako pro adhezi s tím rozdílem, že dochází k relativnímu pohybu mezi tělesy.

Tato skutečnost je popsána vztahem

$$u_{tA} - u_{tB} \neq 0. \quad (4.10)$$

Pro relativní pohyb ještě musí platit, že se elementární tečná síla musí rovnat elementární třecí síle, tedy

$$dF_t = dF_T. \quad (4.11)$$

Pro řešení kontaktních úloh máme k dispozici několik metod. Základními metodami, které jsou mimo jiné na výběr v programu ANSYS, jsou pokutový přístup a metoda Lagrangeových multiplikátorů.

V pokutovém přístupu se při nalezení kontaktních povrchů skokově změní tuhost a také dojde k penetraci stýkajících se povrchů, což je v rozporu s reálným chováním těles. K celkové matici tuhosti se ještě přidává matice tuhosti zahrnující průnik povrchů a v každém přírůstku zatížení je přepočítávána.

Metoda Lagrangeových multiplikátorů je založena na dodržení neproniknutí kontaktních povrchů. Tato podmínka je pak zahrnuta do vztahu pro celkovou potenciální energii.

V použitém řešiči MSC.Marc se kontaktní úlohy řeší tzv. metodou přímé vazby. V programu ANSYS je při definování použitých prvků potřeba nastavit i prvky, které budou využity pro kontakt a definovat plochy, které během analýzy přijdou do kontaktu, což v tomto případě odpadá, protože jsou kontaktní tělesa definována jako celky (viz dále).

Při nastavování kontaktních těles máme na výběr dvě možnosti. Buď bude těleso bráno jako deformovatelné nebo jako tuhé.

Vybereme-li deformovatelné těleso, pak je možné nastavit kontakt analytický nebo diskrétní. Standardně je nastaven kontakt jako diskrétní. Metodou konečných prvků diskretizujeme těleso na elementy, které původní spojitou plochu dělí na plochu po částech spojitou. Zdiskretizované těleso tak není shodné s původním. Vliv tohoto nedostatku lze zmírnit nastavením většího počtu prvků nebo změnou typu kontaktu na analytický. Při použití analytického kontaktu jsou povrchy prvků nahrazeny povrchy z křivek, které více odpovídají reálnému tělesu.

Použijeme-li tuhé těleso, pak při zatížení časově neproměnnou silou (které je aplikováno v této analýze) nastavíme uzel, do kterého je tato síla zdávána (viz kap. 6.1.5).

Detekce uzlů, jež se dostávají do kontaktu, se provádí na základě nastavené kontaktní tolerance. Je-li příliš velká, dostanou se tělesa do kontaktu prakticky okamžitě a do výpočtu se dostává chyba už na počátku řešení problému. Příliš malá tolerance naopak vede k prodloužení výpočetního času, protože je hledání vyhovujících kontaktních uzlů náročnější.

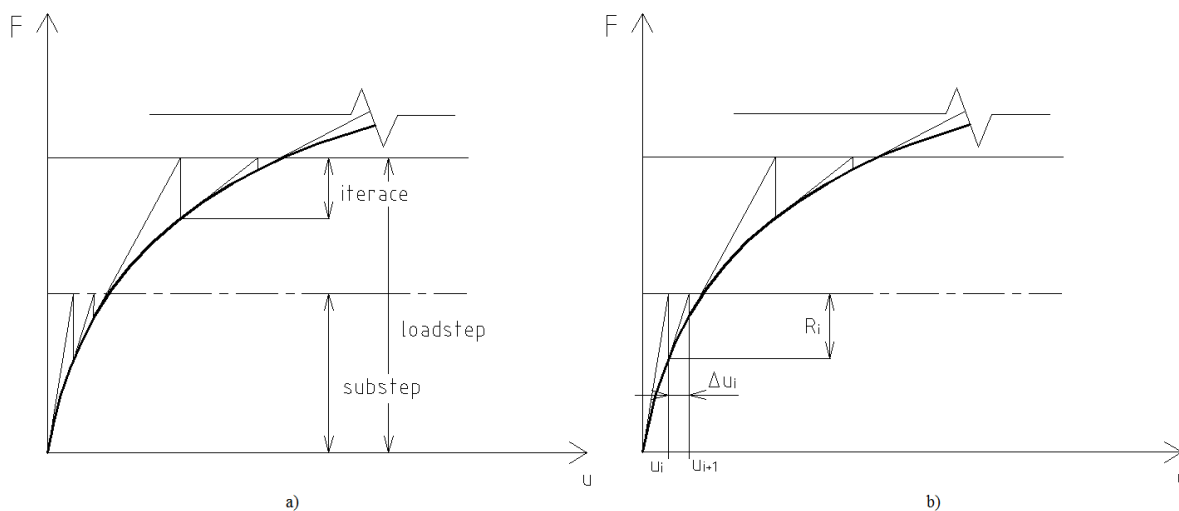
4.3 Řešení nelineární soustavy rovnic

V kap. 4.1 bylo zmíněno, že v nelineárních úlohách není závislost mezi zatížením a jemu odpovídající deformací lineární. Matice tuhosti se mění podle aktuální deformace, tedy

$$[K(U)] \cdot \{U\} = \{F\}. \quad (4.12)$$

Pro řešení nelineárních úloh se využívají iterační metody, které nám sice neposkytnou přesné řešení, ale vhodným nastavením zadávaných parametrů můžeme dosáhnout poměrně dobré shody se skutečností. V programech pro MKP se k řešení nelineárních úloh velmi často využívá metoda Newton-Raphson.

Celkové zatížení je rozděleno do několika kroků – loadstepů, a ty jsou ještě dále děleny na substepy, ve kterých probíhá série iterací, v nichž řešič sestavuje matici tuhosti. Podstatou metody je hledání energetické rovnováhy mezi aktuálním zatížením a zatížením získaným na konci loadstepu. Na počátku řešení se nejdříve zadá velikost přírůstku zatížení, který volíme podle požadované přesnosti úlohy. Pokud bude zadaný přírůstek malý, docílíme tak poměrně přesného řešení úlohy za cenu větší výpočtové náročnosti. Ve většině řešičů se nastavuje minimální počet zátěžných kroků, které mají být alespoň provedeny v případě rychlé konvergence úlohy. Další výhodou této metody je, že lze velikost substepu přizpůsobit aktuální rychlosti konvergence. Ilustrace rozdělení zatížení na loadstepy a substepy je zobrazena na Obr. 5a.



Obr. 5 Metoda Newton-Raphson

Konkrétní postup výpočtu metodou Newton-Raphson je znázorněn na Obr.5b. Při řešení jsme dospěli k iteraci $\{u_i\}$, pro niž se stanoví reziduum, které je rozdílem mezi vektorem vnějšího zatížení $\{F\}$ a vnitřními silami způsobenými napjatostí. Ty jsou dány součinem matice tuhosti iterace $[K(u_i)]$ a vektorem posuvů $\{u_i\}$ pro řešenou iteraci, tedy

$$\{R_i\} = \{F\} - [K(u_i)] \cdot \{u_i\} \quad (4.13)$$

Okamžitá matice tuhosti $[K_{Ti}]$, pro aktuální iteraci, která je sestavována pro každý přírůstek zatížení, představuje tečnu k závislosti zatížení na posuvu. Ze známého rezidua a známé matice tuhosti lze vypočítat vektor přírůstku posuvu $\{\Delta u_i\}$:

$$\{R_i\} = [K_{Ti}] \cdot \{\Delta u_i\} \quad (4.14)$$

Vypočítaný přírůstek se přičte k původní iteraci a získáme tak další přiblížení k řešení – $\{u_{i+1}\}$. Matematický zápis vypadá následovně:

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\}. \quad (4.15)$$

V každém zátěžném kroku je pak kontrolováno, zda není splněno některé z kritérií konvergence. Zadané kritérium konvergence může být silové (dáno poměrem reziduálních sil vůči celkovému zatížení), deformační (dáno poměrem velikosti přírůstku posuvů vůči celkovému posuvu) nebo energetické.

5. Použitý software

Patran je jedním z nejrozšířenějších preprocessorů a postprocessorů pro metodu konečných prvků. Umožňuje 3D modelování, vytváření sítí, nastavení analýz a zpracování jejich výsledků získaných z řešičů, jako jsou Nastran nebo MSC.Marc.

Vytvoření geometrie, sítě, aplikace zatížení, vazeb a nastavení analýzy může být provedeno přímo v uživatelském prostředí Patranu nebo pomocí makra. Jakákoliv činnost, včetně grafických operací s modelem či informativních zpráv je zapsána do textového souboru s příponou *.jou* a uložena do databáze, jejímž opětovným otevřením lze pokračovat v činnosti, která byla prováděna před jejím ukončením.

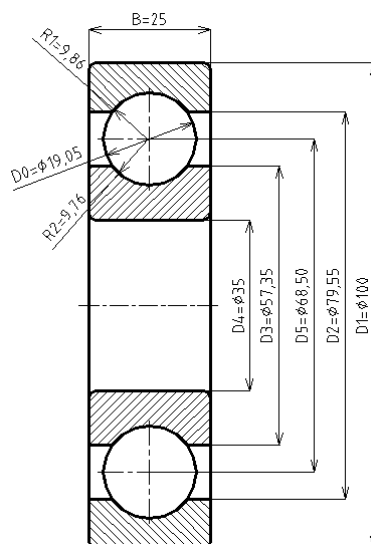
Tvorbu databáze a *joufile* je možné spustit znovu z makra, který má podobnou strukturu jako *joufile* a ukládá se s příponou *.ses*. Na začátku makra je vhodné zadat všechny vstupní veličiny parametricky a dále je v makru používat právě jako tyto parametry. Pokud budeme chtít změnit některou z hodnot, stačí tak udělat pouze na začátku a tyto hodnoty se poté při provádění příkazů přepíší. Za vstupními hodnotami následuje posloupnost příkazů pro tvorbu modelu, sítě, vazeb, zatížení a nastavení analýzy, která již neobsahuje výše zmíněné informativní zprávy a informace o grafických operacích s modelem.

Pro každou radiální vůli byl použit stejný makro soubor, v jehož úvodu jsou parametricky zadány rozměry ložiska, radiální vůle, velikost zatížení, velikost sítě v jednotlivých oblastech a také parametry, které lze z výše zadaných dopočítat a které jsou nutné k vytvoření výpočtového modelu. Při spuštění dané analýzy tedy byla vždy měněna pouze velikost radiální vůle. Ukázka makra použitého pro tvorbu modelu je umístěna v příloze této diplomové práce.

K řešení problému byl použit řešič MSC.Marc a získané výsledky byly opět načteny a vyhodnoceny v Patranu. Vytvoření sítě, vazeb, zatížení a nastavení analýzy bude podrobněji rozebráno v kap. 6.1.

6. Analýza vlivu radiální vůle pro ložisko 6407A

Jako výchozí ložisko, určené pro analýzu vlivu radiální vůle, bylo vybráno radiální kuličkové ložisko s označením 6407A, jehož geometrie je na Obr 6. Vstupními parametry pro makro soubor jsou brány rozměry $D0$, $D1$, $D2$, $D3$, $D4$, $D5$, $R1$, $R2$, B , počet valivých elementů $z = 7$, velikost radiální vůle v a velikost zatížení. Zbylé parametry potřebné k tvorbě geometrie a sítě byly dopočítávány právě z těchto hodnot.



Obr. 6 Rozměry ložiska 6407A [6]

Nejdříve byla analyzována základní úloha, která vychází ze základní geometrie ložiska, s nulovou vůlí a poměrně hrubou sítí (viz kap. 6.1). Výsledkem analýzy základní úlohy byl prvotní odhad rozložení napětí v ložisku za účelem zhodnocení použité úrovně diskretizace v dané části modelu.

Poté byla geometrie ložiska upravena tak, aby bylo možné vytvořit v požadovaných místech adekvátně hustou síť (kap. 6.1). Na geometrii upravené podle předchozích výsledků bylo vytvořeno pět sítí s různou velikostí prvků, aby bylo možné vyslovit závěry o vlivu velikosti prvků na výpočtový čas, velikost deformace a napětí (kap. 6.2).

Z těchto pěti sítí byla podle sledovaných kritérií vybrána nejvhodnější, která bylanásledně aplikována na lokální model (viz kap. 6.1.1). Z analýzy lokálního modelu pak byla zjištěna velikost redukováného napětí HMH pro ložisko 6407A s nulovou vůlí. Na závěr této části práce bylo analyzováno stejné ložisko s několika radiálními vůlemi, na globálním výpočtovém modelu použita vybraná síť a následně vyvozeny závěry o vlivu radiální vůle na deformaci a napjatost v ložisku (kap. 6.3).

Poněvadž je analyzováno stále stejné ložisko, bylo vždy ze stejného materiálu, spojeno s okolím stejnými vazbami a zatěžováno stejnou silou vycházející z dynamické únosnosti. Podrobnější popis tvorby výpočtového modelu je uveden v kap. 6.1.

6.1 Základní úloha

6.1.1 Globální a lokální výpočtový model

Pro každou analýzu byl vytvořen globální a lokální výpočtový model ložiska. Pro globální model byla použita nižší úroveň diskretizace, byl zatížen silově a výstupem analýzy byla velikost deformace. Na lokální model už byla aplikována síť s přibližně dvojnásobnou hustotou prvků a byl zatížen deformačně podle výsledků analýzy globálního modelu. Poněvadž je ložisko symetrické, globální výpočtový model byl tvořen jeho polovinou a lokální model byl tvořen nejvíce zatíženým půlsegmentem, tedy výsečí ložiska příslušící polovině valivého elementu.

6.1.2 Model geometrie a síť

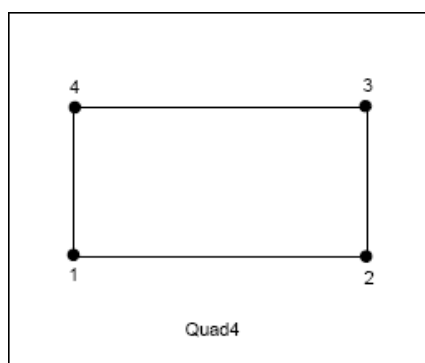
Model geometrie byl vytvořen na základě výkresu poskytnutého firmou ZKL - Výzkum a vývoj, a.s. (Obr. 6). Nejdříve byly pomocí souřadnic vytvořeny body, ty byly následně spojeny čarami a z čar byly vytvořeny plochy. Na plochách byla vytvořena rovinná síť, která může být typu Isomesh nebo typu Paver.

Isomesh je, podobně jako v ANSYSu, sítí pravidelnou. Výhodou pravidelné sítě je menší počet vygenerovaných uzlů a prvků, což má za následek menší nároky na paměť i výpočtový čas. Jistou komplikací může být, že je třeba řešenou oblast nejdříve rozdělit na podoblasti tak, aby byly tvořeny vždy třemi nebo čtyřmi hranami.

Sítí typu Paver je možné vyplnit jakoukoliv oblast, přičemž zadáváme pouze požadovaný počet prvků na hranách oblasti nebo jejich požadovanou velikost v oblasti a síť se pak dané ploše a námi zadaným požadavkům přizpůsobí.

V základní úloze byla k vytvoření rovinné sítě na celém ložisku použita pouze Isomesh.

Rovinná síť může být tvořena obdélníkovými prvky (Quad) nebo trojúhelníkovými prvky (Tria). Na základě preference jedné z možností lze volit mezi lineárními a kvadratickými prvky. K vytvoření rovinné sítě byly pro všechny modely využity obdélníkové prvky typu Quad4 se čtyřmi uzly (Obr. 7).

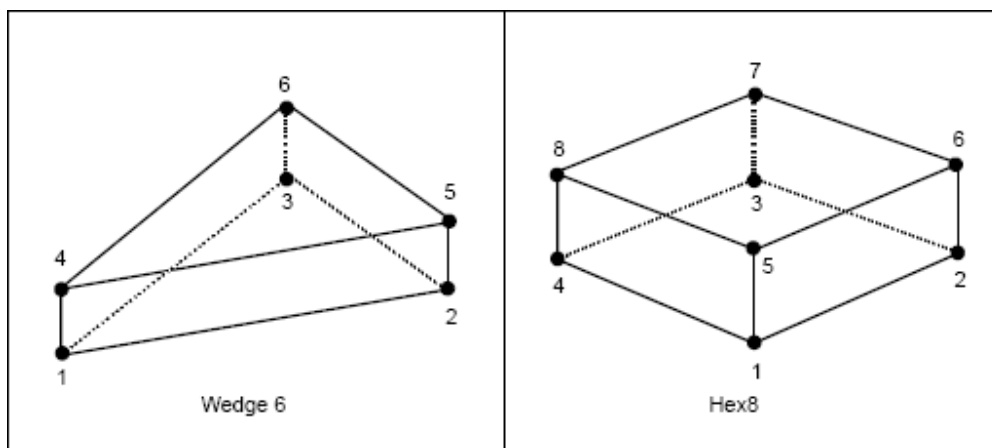


Obr. 7 Obdélníkový prvek [7]

I u sítě Isomesh je možné zadat velikost prvku globálně a nebo může být dopočítávána na základě požadovaného počtu prvků na hranách vytvářející geometrii ložiska.

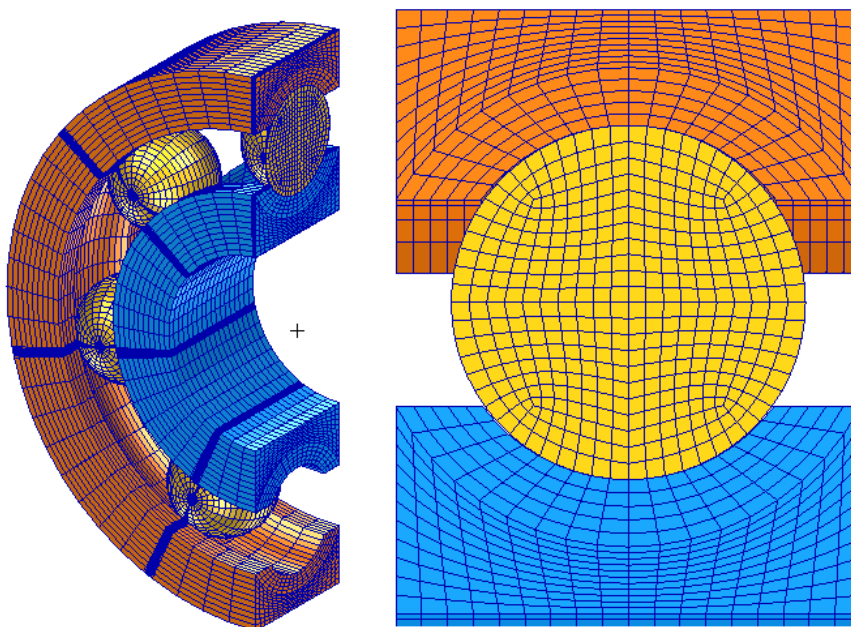
Při nastavování počtu elementů na hranách je také nutné pamatovat na to, aby uzly na hranách stýkajících se ploch ležely na sobě. Pokud by tomu tak nebylo, úloha by špatně konvergovala, protože by při zatížení docházelo k penetraci uzlů prvku do hran prvku sousedního.

Po vytvoření rovinné sítě s požadovanou velikostí prvků byla síť vytažena do prostoru. Z obdélníkových prvků Quad4 tak mohou vzniknout prvky Wedge6 s šesti uzly a prvky Hex8 s osmi uzly (Obr. 8).



Obr. 8 Prostorové prvky a šesti a osmi uzly [7]

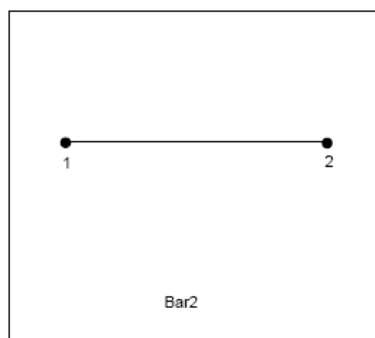
Vzhled prostorové sítě na kuličce, vnějším a vnitřním kroužku je na Obr. 9.



Obr. 9 Síť využitá v analýze základní úlohy

Poněvadž jsou valivé elementy ke kroužkům vázány pouze pomocí nastaveného kontaktu (viz kap. 6.1.5), mohlo by během zatěžování ložiska dojít k vzájemnému pohybu kuličky a kroužků. V globálním modelu je poměrně hodně kontaktních těles (viz kap. 4.2) a pokud by se tělesa vůči sobě během výpočtu pohnula v jiném, než vertikálním směru, řešení

úlohy by nekonvergovalo. Proto byly oba kroužky v globálním modelu spojeny s kuličkou pomocí prutových prvků Bar2, kterým byla přiřazena vlastnost pružiny s nízkou tuhostí tak, aby neovlivnila výsledky a které tomuto pohybu zabráňují (Obr. 10). V lokálním výpočtovém modelu již tolik kontaktních těles není a jejich pohyb vůči sobě již nezpůsobí nekonvergenci řešení úlohy.



Obr. 10 Prutový prvek [7]

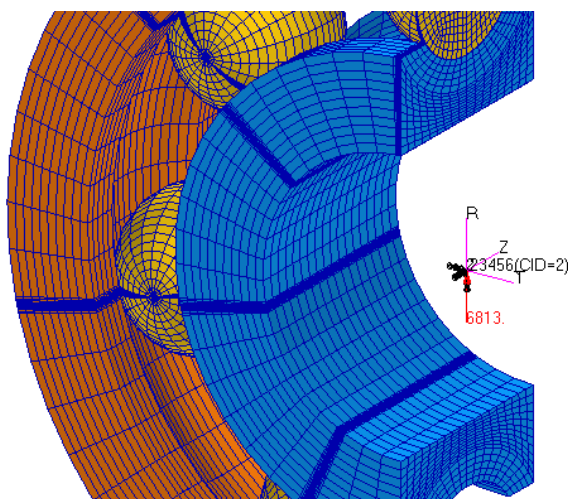
Každý kroužek byl s kuličkou spojen 5–ti prutovými elementy na průřezových plochách a 5–ti elementy v prostoru.

6.1.3 Model zatížení ložiska

Velikost zatížení, užitého v analýze, byla volena na základě zadané dynamické únosnosti ložiska. Základní dynamická únosnost C_r je největší neproměnné radiální zatížení valivého ložiska, při kterém nejméně 90 % ložisek dosáhne základní trvanlivosti $L_r = 10^6$ otáček. Je uváděna v katalogu ložisek výrobcem [8].

V konstruktérské praxi je zvykem užít ložisko v takové aplikaci, v níž je maximálně zatěžováno silou, jejíž velikost je rovna čtvrtině velikosti dynamické únosnosti. Dynamická únosnost analyzovaného ložiska je $C_r = 54,5 \text{ kN}$. Dle výše uvedeného pravidla by mělo být ložisko maximálně zatěžováno silou $13\,625 \text{ N}$. Protože je úloha symetrická a modeluje se pouze polovina ložiska, mělo zatížení užit pro model ložiska poloviční velikost, tedy $6\,812,5 \text{ N}$.

V globálním modelu bylo zatížení ložiska realizováno pomocí řídicího uzlu, do něhož byla umístěna síla v radiálním směru. Řídicímu uzlu byl předepsán pouze jeden stupeň volnosti, a sice ve směru působení zatěžující síly (Obr. 11).

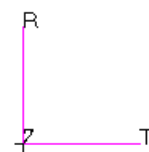
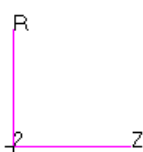
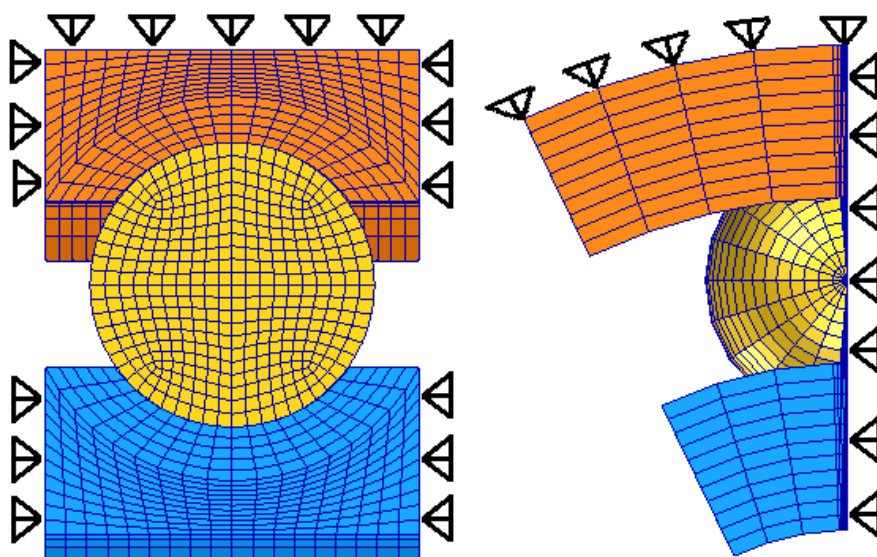


Obr. 11 Zatížení ložiska prostřednictvím řídicího uzlu

6.1.4 Model vazeb ložiska s okolím

Vnitřní kroužek ložiska bývá většinou nalisován na hřídel, vnější kroužek se obvykle zalisuje do díry. Hřídel byl ve výpočtu nahrazen absolutně tuhou plochou. Tato plocha je posouvána zatížením aplikovaným v řídicím uzlu a přenáší jej dále na vnitřní kroužek.

Vazba vnějšího kroužku v uložení je realizována zamezením posuvů uzlů na jeho povrchu v radiálním směru, axiální pohyb ložiska je zamezen pomocí uzlů na bocích kroužků, jimž je předepsán nulový posuv ve směru osy ložiska a symetrie úlohy je zajištěna zamezením posuvů uzlů nacházejících se v řezu ložiska vedeném rovinou symetrie (Obr. 12).



Obr. 12 Vazby ložiska s okolím

6.1.5 Model vnitřních vazeb v ložisku

V kap. 4.2 byly popsány druhy těles, která mohou být použita pro definici kontaktu v Patranu. Oba kroužky i kulička byly nastaveny jako tělesa deformovatelná, absolutně tuhá plocha jako tuhé těleso. V nastavení analýzy je možné upřesnit kontaktní tělesa kontaktní tabulkou Obr. 13.

Parameters Defining Contact Between Bodies

Global Contact Detection: Default(by body #)

☐ View Table Only

Buttons: Touch All, Glue All, Deactivate All, Import/Export, Select Existing

Contact Matrix

	Body Type	Release	1	2	3	4
1-inner_ring	Deformable	N			T	T
2-outer_ring	Deformable	N			T	
3-roll	Deformable	N	T	T		
4-rigid	Rigid	N	T			

Specific Parameters for Body Pairs

Touching Body: inner_ring, outer_ring, roll, rigid

Touched Body: inner_ring, outer_ring, roll, rigid

Distance Tolerance: 0.

Bias Factor: 0.

Analysis Properties: Structural

Force Removal: ☒ Immediate ☐ Gradual

Contact Detection: ☐ Automatic ☐ 1st->2nd ☐ Double Sided ☒ 2nd->1st

☐ Retain Gaps/Overlaps

☒ Stress-free Initial Contact

☐ Delayed Slide Off

☐ Allow Separation

☐ Retain Moment (Shell-Shell)

Separation Threshold: 0.

Friction Coefficient: 0.050000001

Interference Closure: 0.

Friction Stress Limit: 1E+020

Slide Off Distance: 0.

Hard-Soft Ratio: 0.

Obr. 13 Kontaktní tabulka

V tabulce byla nastavena tělesa, která se mají při zatížení dostat do kontaktu a také tření mezi povrchy. Pokud se stýkají dvě deformovatelná tělesa, pak je ještě dále nutné nastavit, které z těles bude iniciátorem kontaktu (touching body) a které bude kontakt akceptovat (touched body). V případě kontaktu vnitřního kroužku s kuličkou (Obr. 13) se kulička dotkne kroužku. Kontaktní tělesa obvykle reagují s jinými kontaktními tělesy přirozeně a nastavení tabulky není pro analýzu nezbytně nutné, nicméně napomáhá rychlejší konvergenci úlohy.

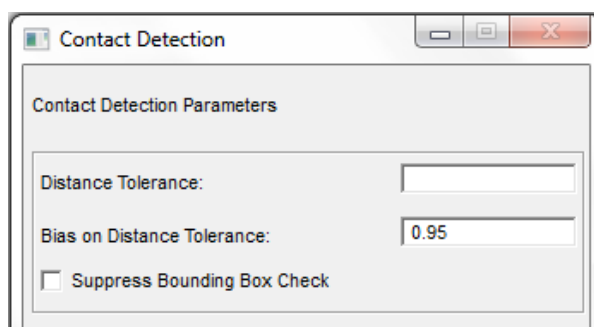
6.1.6 Model materiálu

Materiálovým modelem je homogenní izotropické kontinuum – ocel *14 109* (kalená a popouštěná) s modulem pružnosti $E = 210\,000\text{ MPa}$, Poissonovým číslem $\mu = 0,3$, mezí kluzu $\sigma_k = 1\,350\text{ MPa}$ a mezí pevnosti $\sigma_r = 1\,552\text{ MPa}$ [3]. K nastavení lineárně elastického materiálu užitého k analýze ložiska je potřeba zadat pouze modul pružnosti a Poissonovo číslo.

6.1.7 Nastavení analýzy

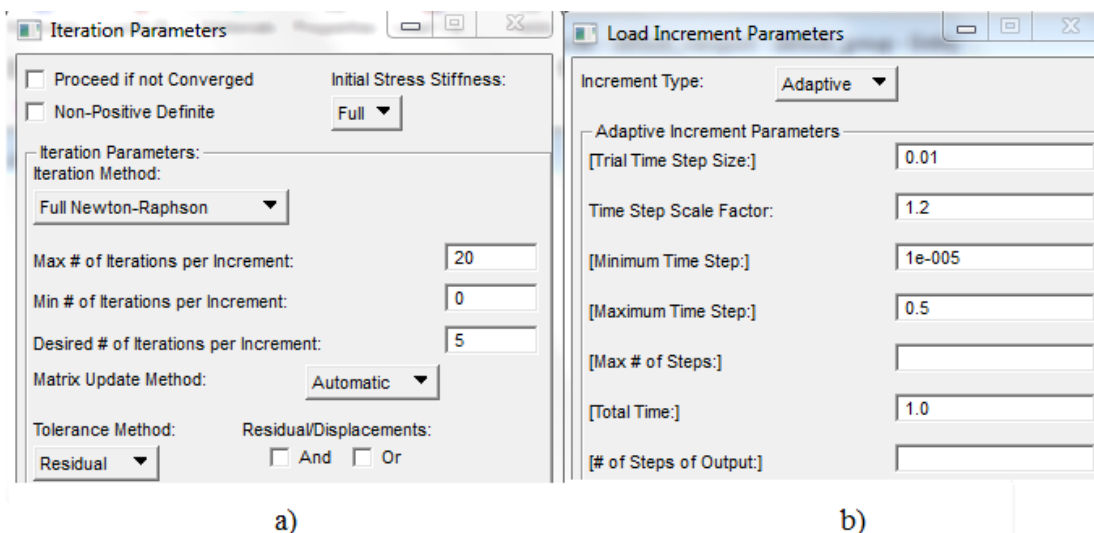
Při nastavování analýzy pro MSC.Marc je nejdříve zadáván typ řešiče. Pro řešení kontaktních úloh je z nabízených možností nejvhodnější řešič Multifrontal Sparse, který kombinuje přímé a iterační řešení úlohy.

Dále je nastavena kontaktní tabulka způsobem, jaký byl popsán v kap. 6.1.5 a kontaktní tolerance. Kontaktní tolerance je obecně stejná z obou stran kontaktního povrchu (50 % je na vnější straně povrchu kontaktního tělesa, 50 % je na jeho vnitřní straně) a pokud není nastavena uživatelem, je řešičem dopočítána. Pokud bude vzdálenost uzlů prvku menší než tato tolerance, pak dojde k aktivaci přímé vazby a ke kontaktu uzlů. Je možné ji ještě upravit pomocí posunutí. Defaultně je hodnota posunutí nastavena na 0,95, která byla pro tuto analýzu snížena. Posunutí 0,95 znamená, že 95 % kontaktní tolerance bude uvnitř kontaktních těles (Obr. 14).



Obr. 14 Defaultní nastavení kontaktní tolerance a posunutí

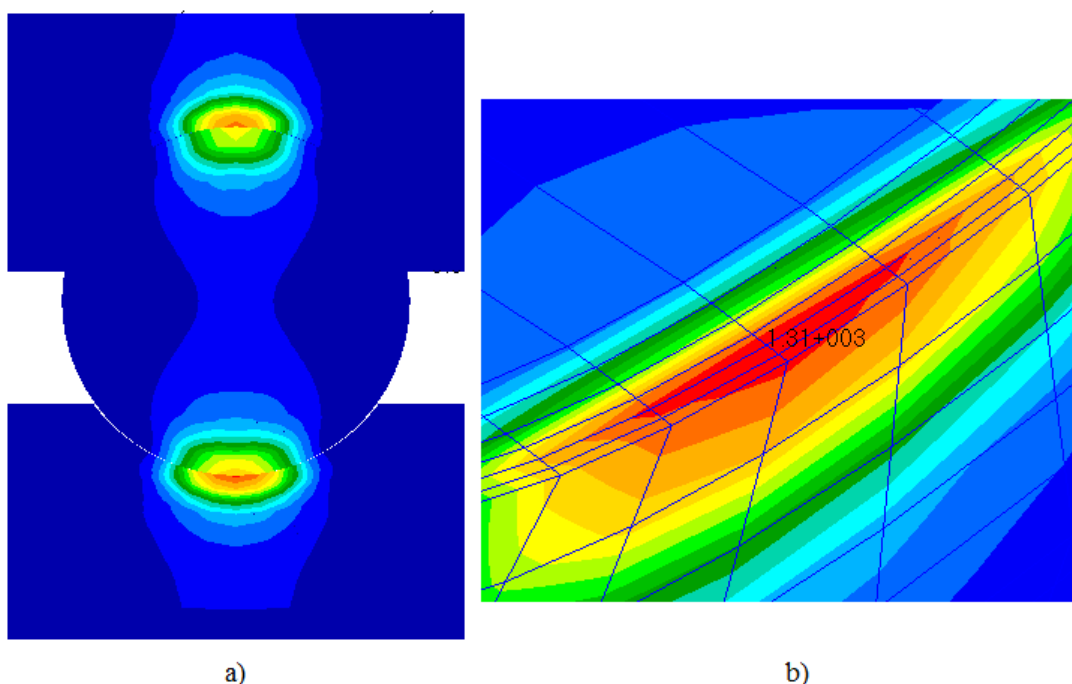
V kap. 4.3 byl popsán postup řešení úlohy metodou Newton–Raphson, která je iterační metodou používanou v programu MSC.Marc. V analýze byl nastavován maximální počet iterací v každém přírůstku zatížení a dále porovnávací množství iterací v přírůstku. Je-li počet iterací v aktuálním přírůstku menší, než toto číslo, pak lze zvětšit velikost příštího přírůstku zatížení a tím zkrátit výpočtový čas. Pokud je množství iterací větší než toto číslo, ale menší, než zadané maximum, pak bude v následujícím kroku přírůstek zatížení snížen (Obr. 15a). Počáteční velikost kroku je defaultně nastavena na 1 % z celkového zatížení, a pokud bude úloha dobře konvergovat, pak je možné navýšit zatížení v přírůstku v dalším kroku o 20 % z jeho původní velikosti (Obr. 15b).



Obr. 15 Defaultní nastavení parametrů iterace a přírůstků zatížení

6.1.8 Výsledky analýzy základní úlohy

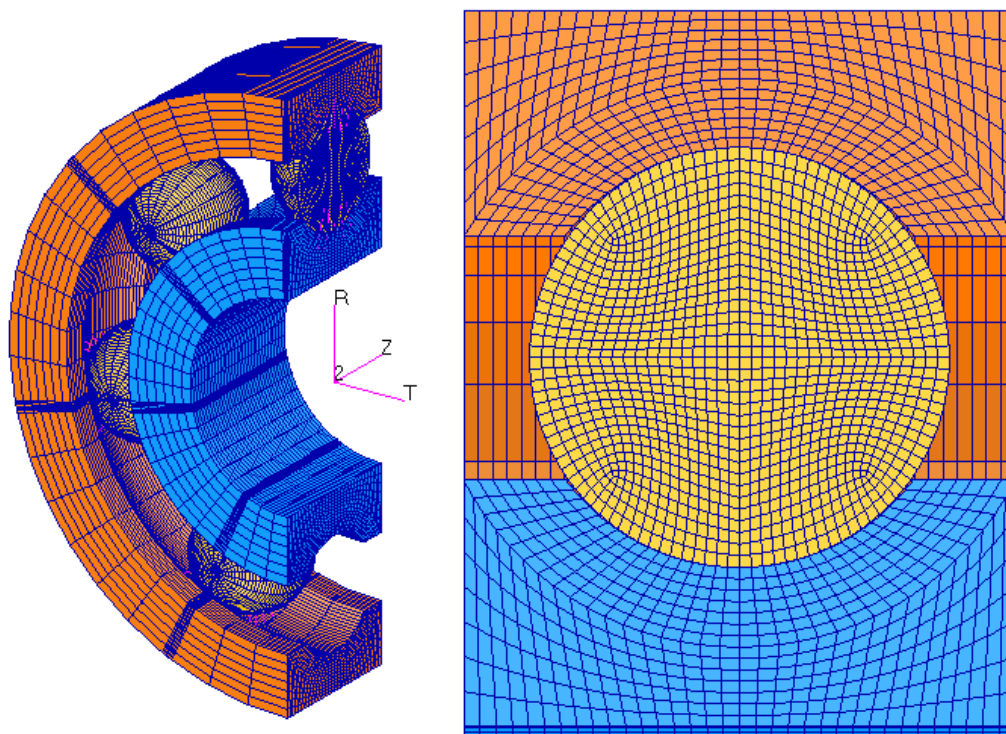
Základní úloha byla analyzována za účelem zjištění rozložení redukovaného napětí HMH v ložisku, které je vykresleno na Obr. 16a. Podle tohoto rozložení byla výchozí jednoduchá geometrie upravena tak, aby bylo možné v místech s nejvyššími hodnotami napětí zajistit požadované zjemnění sítě a dále, aby byla na co největší části ložiska vytvořena pravidelná síť. Při vykreslení rozložení napětí např. na vnitřním kroužku bylo zjištěno, že maximum napětí neleží v rovině symetrie (Obr. 16b). Posunutí maxima napětí mimo rovinu symetrie je způsobeno tím, že jsou prvky v radiálním směru mnohem větší než prvky ve směru tečném.



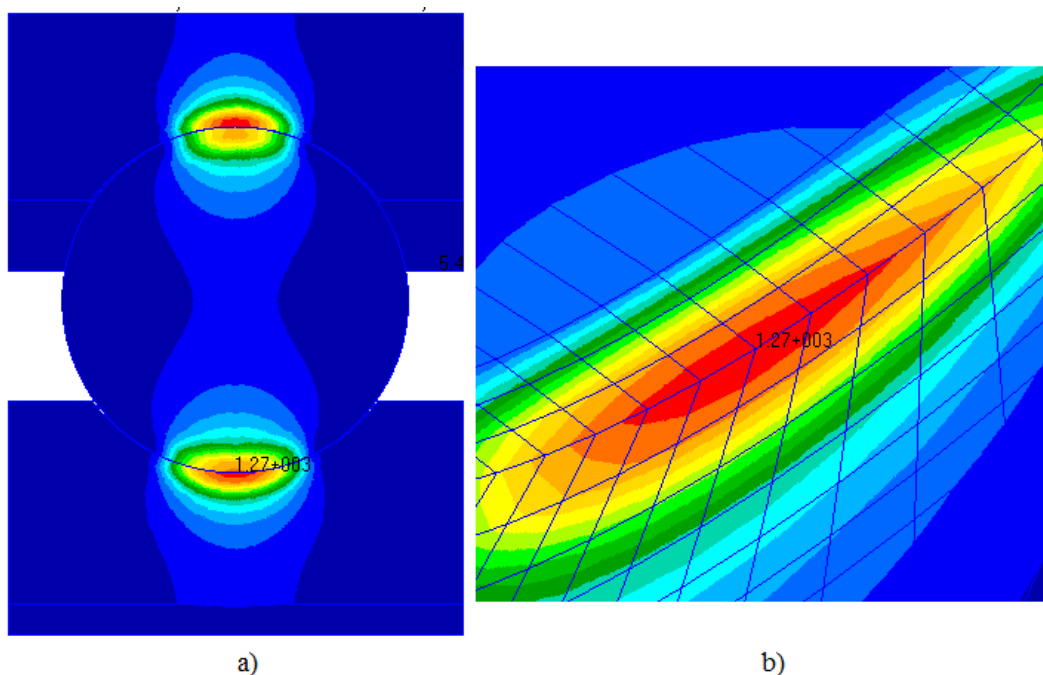
Obr.16 Rozložení redukovaného napětí HMH vykresleného a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku

Pro korektní vykreslení rozložení redukovaného napětí byla původní síť upravena. Došlo ke zjemnění sítě v radiálním směru a také ke snížení počtu prvků v tečném směru v oblasti kontaktu kuličky s kroužky tak, aby byla velikost prvků v obou směrech přibližně srovnatelná (Obr.17).

Při shodném zatížení, materiálu, vazbách s okolím i v rámci ložiska byla provedena jeho analýza s upravenou sítí. Rozložení napětí pro tento model je patrné z Obr. 18a. Na Obr. 18b je možné pozorovat posun maximálního napětí do roviny symetrie ložiska, což bylo i cílem úpravy velikosti sítě.



Obr. 17 Upravená síť použitá pro analýzu základní úlohy



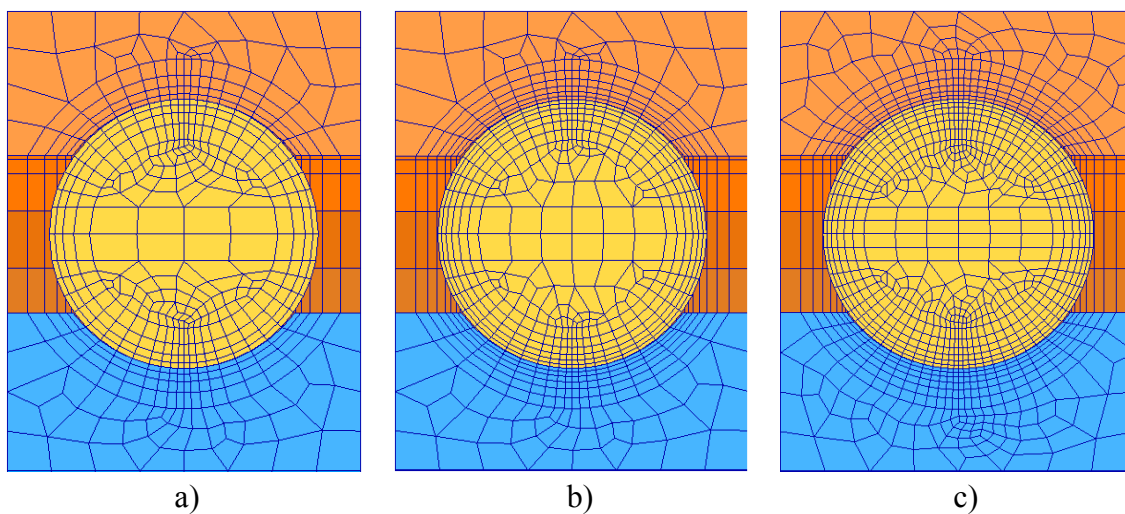
Obr. 18 Rozložení redukovaného napětí HMH vykresleného a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku pro upravenou síť základní úlohy

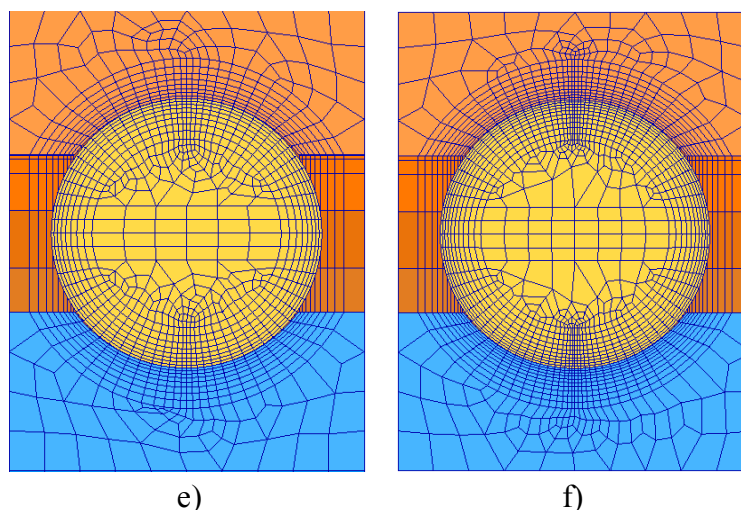
6.2 Volba hustoty sítě pro globální výpočtový model

Z kap. 6.1.8 je známo, ve kterých oblastech je na modelu zapotřebí vytvořit jemnější síť. Síť je zjemňována do okamžiku ustálení hodnot výsledků. Dalším zjemněním sítě by bylo dosaženo pouze nárůstu výpočtového času, nikoliv zpřesnění výsledků.

Dalším krokem v přípravě analýzy ložiska bylo tedy vytvoření několika sítí s rozdílnou velikostí prvků a jejich následná analýza z hlediska náročnosti na výpočetní čas, využitou paměť počítače a změnu sledovaných hodnot v závislosti na počtu uzlů v síti.

Na globálním výpočtovém modelu ložiska s nulovou vůlí bylo vytvořeno a následně analyzováno celkem pět variant sítí podle Obr. 19 a – e.





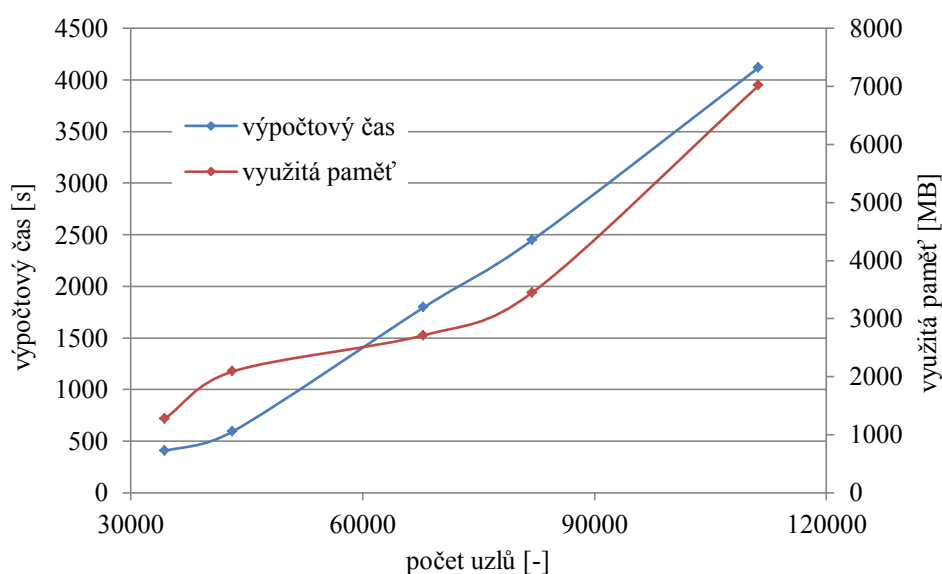
Obr. 19 Varianty hustoty sítě globálního výpočtového modelu

Z analýzy globálního modelu ložiska s nulovou vůlí a různou hustotou sítě byly získány velikosti radiálních posuvů, redukovaných napětí pro dvě rozdílné extrapolace (Tab. 2), velikost využití paměti a doba výpočtu (Tab. 1).

Z Grafu 1 je patrné, že vzrůstající množství uzlů v modelu prodlužuje výpočtový čas a také zvyšuje nároky na paměť, což potvrzuje předpoklady uvedené dříve.

sít'	výpočtový čas [s]	využitá paměť [MB]
a	405	1 279
b	593	2 088
c	1 796	2 713
d	2 448	3 448
e	4 121	7 016

Tab. 1 Výpočtové časy a velikost vyžití paměti pro analyzované sítě

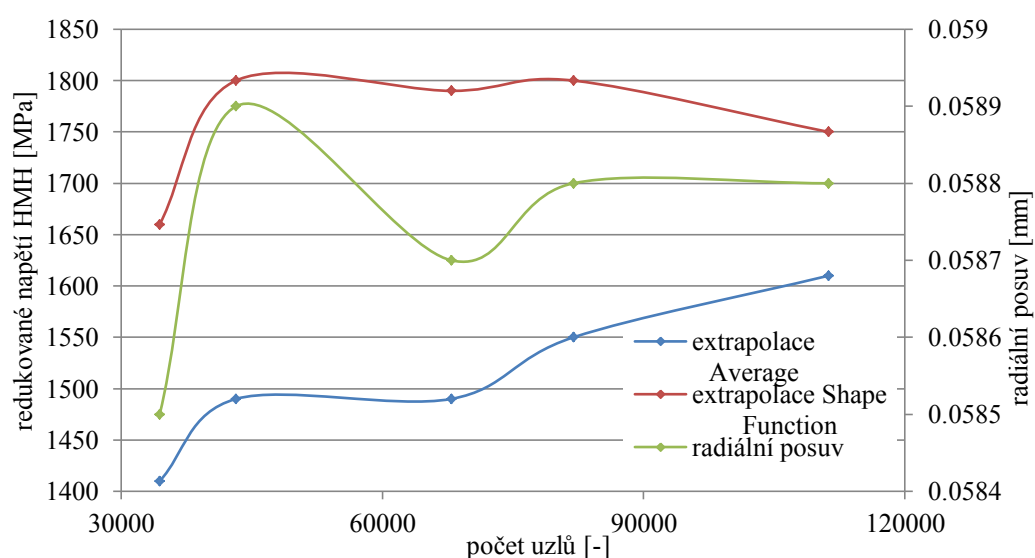


Graf 1 Závislost výpočtového času a využití paměti na počtu uzlů v globálním modelu

sít'	radiální posuv [mm]	redukované napětí HMH [MPa] (extrapolace Shape Function)	redukované napětí HMH [MPa] (extrapolace Average)
a	0,0585	1 660	1 410
b	0,0589	1 800	1 490
c	0,0587	1 790	1 490
d	0,0588	1 800	1 550
e	0,0588	1 750	1 610

Tab. 2 Velikosti radiálních posuvů a redukovaných napětí HMH pro dvě extrapolace

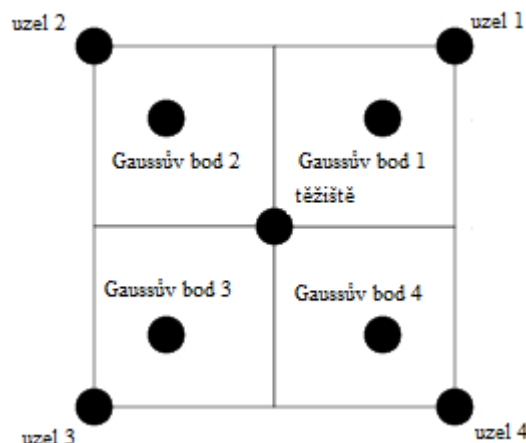
V závislosti uvedené v Grafu 2 je možné sledovat téměř konstantní průběh radiálního posuvu, jehož velikost u všech sítí osciluje okolo hodnoty $0,0587 \text{ mm}$. Výraznější rozdíly lze pozorovat až v průbězích napětí.



Graf 2 Závislost typu extrapolace redukovaného napětí HMH a radiálního posuvu na počtu uzlů v globálním modelu

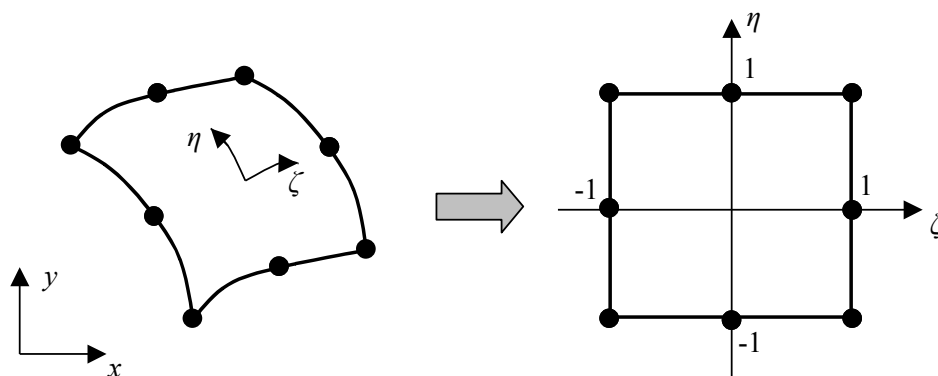
Patran nabízí možnost vykreslení velikosti napětí pro několik typů extrapolací. Ke zjištění přesnosti výsledků získaných analýzou různých sítí je vhodné porovnat hodnoty redukovaných napětí HMH alespoň podle dvou typů extrapolací. Podle zvyklostí společnosti ZKL - Výzkum a vývoj, a.s. se porovnávají napětí získané extrapolací typu Shape Function a Average.

U extrapolace napětí typu Shape Function se nejprve vypočte velikost napětí v Gausových integračních bodech a poté se přepočte do uzlových bodů prvku (Obr. 20).



Obr. 20 Gaussovy integrační body pro integraci řádu $n = 2$ [7]

Máme-li zdiskretizovat tělesa komplikovanějších tvarů, jejichž hrany tvoří úsečky, ale křivky, je nutné použít vyšší řád aproximačních funkcí. Zvýšení jejich řádu často znemožňuje analytickou integraci prvkových matic a přistupuje se k integraci numerické. Z tohoto důvodu se prvek charakterizovaný souřadnicemi v kartézském souřadném systému transformuje na jednotkový prvek přirozeného souřadného systému (Obr. 21).



Obr. 21 Transformace z kartézského do přirozeného souřadného systému [5]

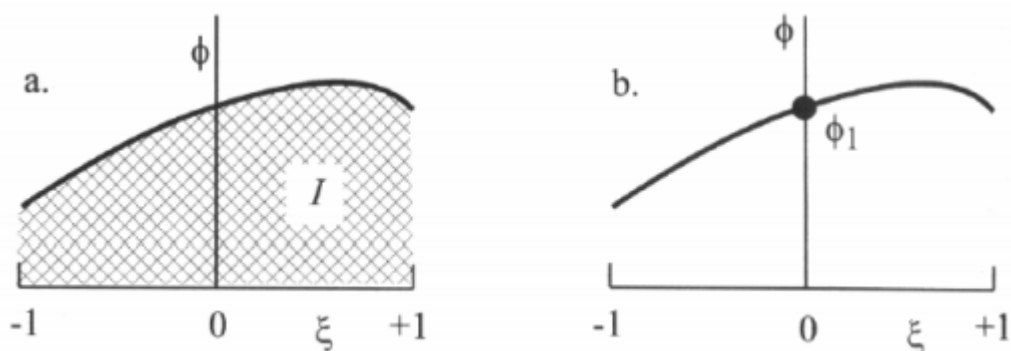
Transformací se zjednoduší integrační meze. Při Gaussově numerické integraci se přistupuje k integraci jen v několika bodech prvku. Přesný výpočet integrálu funkce je nahrazen váženými hodnotami funkce v integračních bodech prvku. Tuto myšlenku popisuje následující vztah

$$\int_{-1}^1 \Phi(\zeta) d\zeta \cong \sum_{i=1}^n w_i \Phi(\zeta_i) [4], \quad (6.1)$$

kde Φ je aproximovaná funkce, n je počet integračních bodů, v nichž se funkce vyčísluje a w_i je váha příslušící i -tému integračnímu bodu.

Vezmeme-li jednotkový prvek uvedený na Obr. 22, můžeme vyčíslit integrovanou funkci v integračním bodě uprostřed intervalu a násobit ji délkou intervalu, tedy

$$\int_{-1}^1 \Phi(\zeta) d\zeta \cong 2 \cdot \Phi(\zeta = 0) [4]. \quad (6.2)$$



Obr. 22 Gaussova integrace funkce pomocí jednoho Gaussova integračního bodu [10]

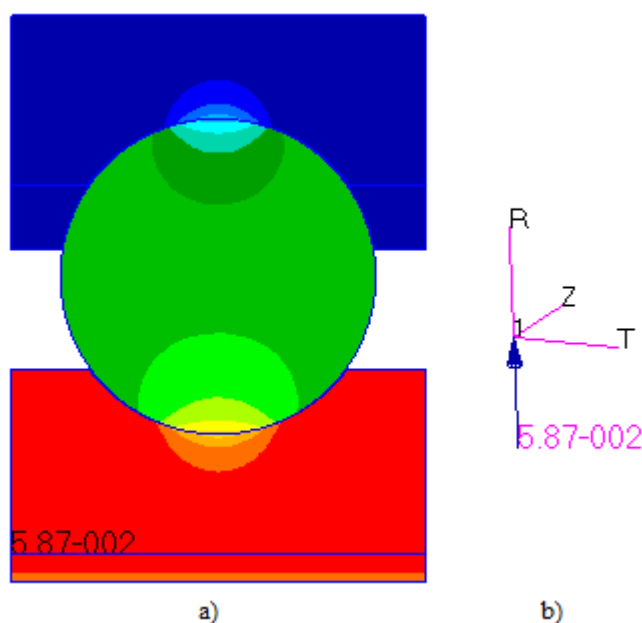
Počet Gaussových bodů je dán řádem Gaussovy integrace. Na Obr. 20 jsou integrační body příslušící řádu $n=2$. Poloha integračních bodů ζ_i je Gaussovou metodou stanovena tak, aby bylo dosaženo nejvyšší přesnosti integrace. Při použití řádu integrace n je možno přesně integrovat polynomy do stupně $(2n - 1)$ [4].

Extrapolace typu Average nejprve vypočte průměrnou velikost napětí v uzlech prvku a tato hodnota je následně přiřazena každému uzlu.

Podle zvyklostí společnosti zadávající téma diplomové práce je k vykreslení redukovaného napětí HMM použita extrapolace typu Average.

Vzhledem k tomu, že výsledkem analýzy globálního modelu je určení deformačního zatížení pro lokální model a nikoliv získání co nejpřesnější hodnoty redukovaného napětí, je vhodným kompromisem pro všechna hodnocená kritéria třetí analyzovaná síť (Obr.19c).

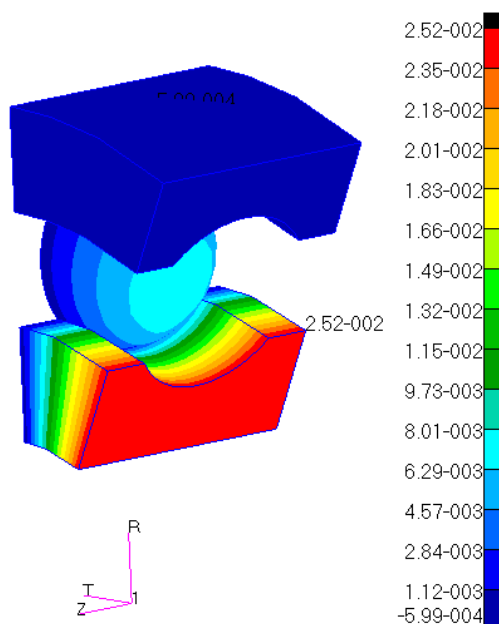
Z globálního výpočtového modelu s nulovou radiální vůlí byla získána velikost radiálního posuvu ložiska o velikosti $0,0587\text{ mm}$, který lze také vykreslit pomocí vektoru v řídicím uzlu, do něhož bylo předepsáno zatížení (Obr. 23).



Obr. 23 Vykreslení radiálního posuvu na globálním výpočtovém modelu pro nulovou vůli
a) na ložisku, b) pomocí řídicího uzlu

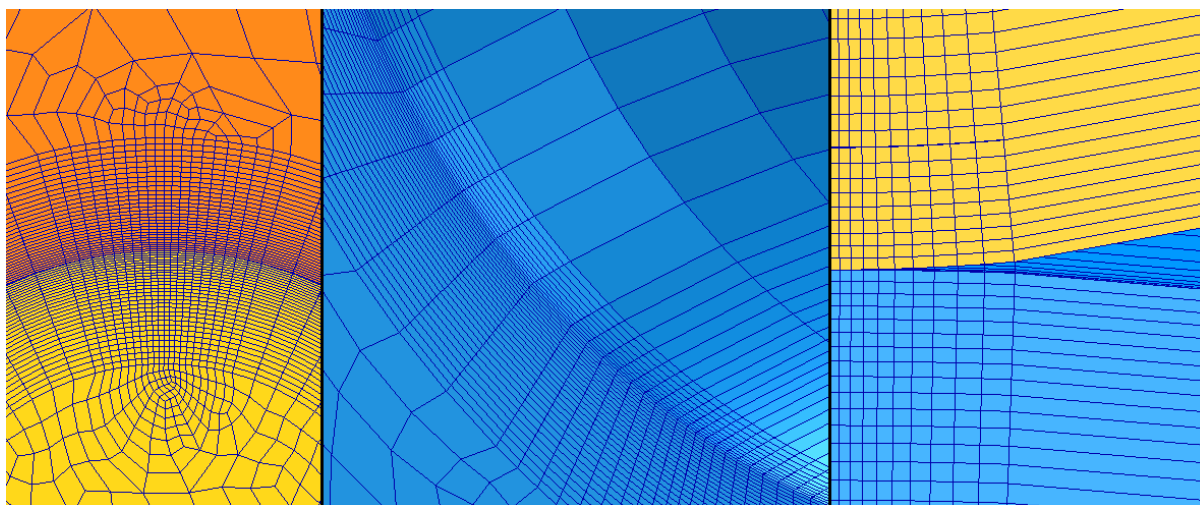
K zatížení lokálního modelu je dále třeba znát velikost posuvů v tečném směru na obou kroužcích. Tento posuv se vykresluje na půlsegmentu, který se používá jako lokální model a ze kterého je poskládán model globální. Tečný posuv na vnitřním kroužku má velikost $0,0252\text{ mm}$ a na uzlech vnějšího kroužku - $0,000599\text{ mm}$ (Obr. 24).

Tečný posuv vnitřního kroužku není omezen, a proto je jeho velikost řádově srovnatelná s posuvem radiálním. Na vnějším kroužku je ovšem zamezen posuv uzlů na jeho povrchu, nahrazující jeho nalisování do díry. Z tohoto důvodu je jeho velikost velmi malá, téměř nulová. Nicméně i přesto je lokální model tímto posuvem zatěžován.



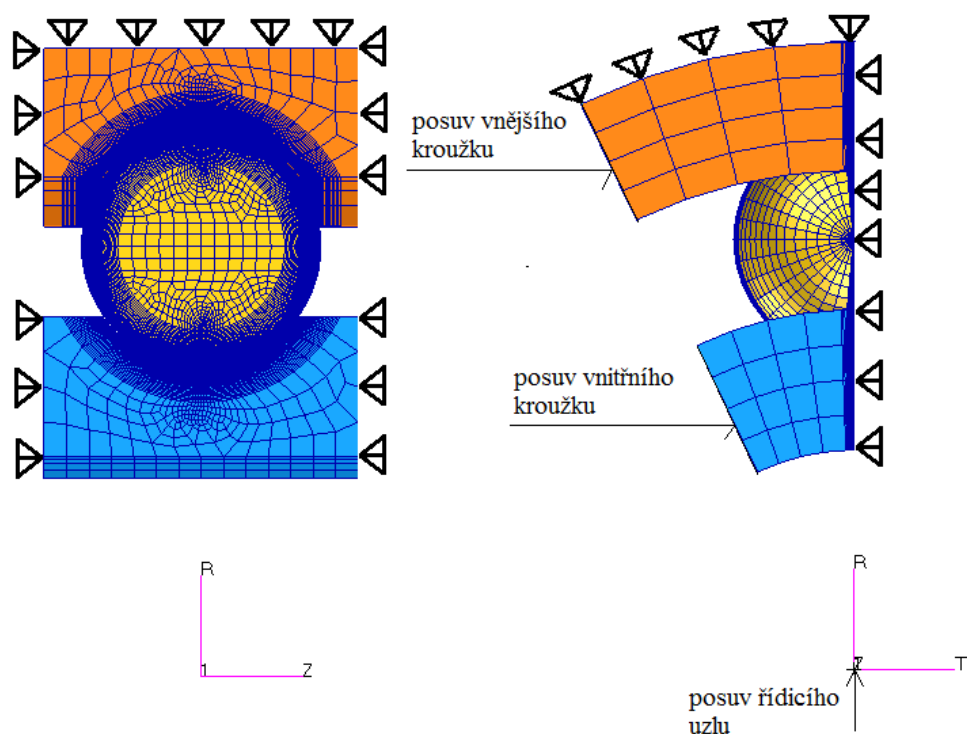
Obr. 24 Vykreslení tečného posuvu pro nulovou vůli

Hustota sítě na lokálním výpočtovém modelu byla oproti globálnímu zdvojnásobena. Její vzhled je patrný z Obr. 25.



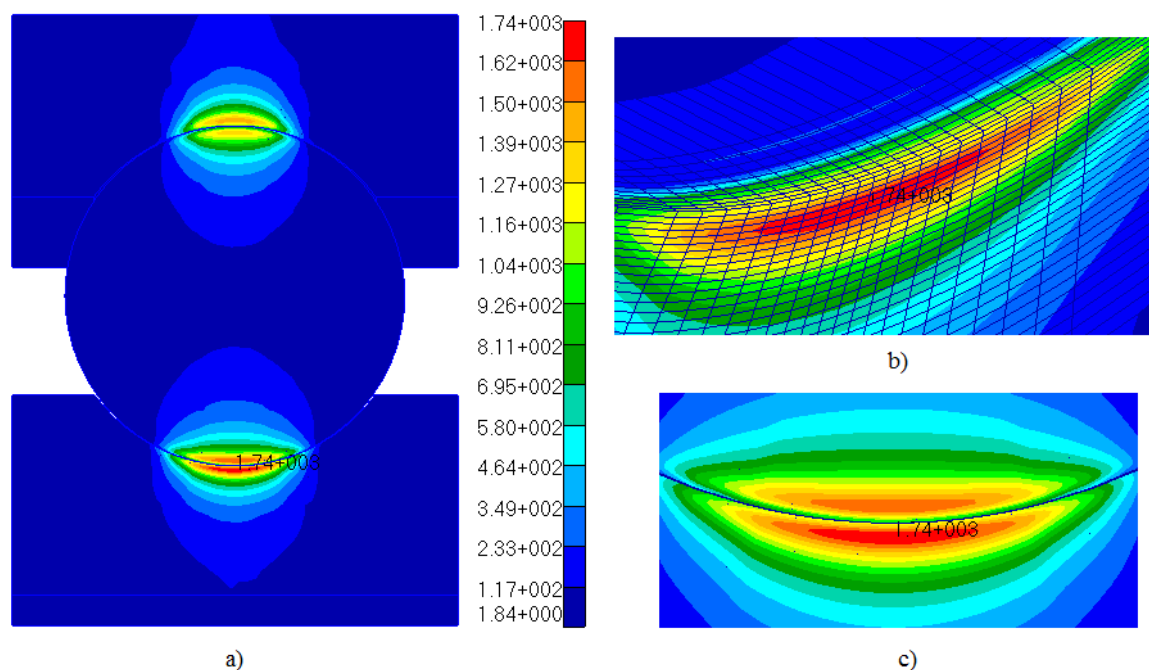
Obr. 25 Hustota sítě lokálního výpočtového modelu – detail v oblasti kontaktu

V lokálním modelu je předepsán radiální posuv do řídicího uzlu a tečné posuvy na plochy kroužků valivého půsegmentu podle Obr. 26.



Obr. 26 Model vazeb na lokálním výpočtovém modelu

Z analýzy ložiska s nulovou radiální vůlí byla získána hodnota redukovaného napětí HMM o velikosti $1\,740\text{ MPa}$ (Obr. 27). Tato hodnota bude dále porovnávána s hodnotami redukovaných napětí pro ložiska s nenulovými vůlemi uvedenými v kap. 6.3.



Obr. 27 Redukované napětí HMM pro nulovou radiální vůli vykreslené a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku, c) detail na kuličce a vnitřním kroužku

6.3 Analýza ložiska se zahrnutím radiální vůle

V této části práce bude analyzována deformace a napjatost v ložisku s uvažováním radiálních vůlí vybraných ze skupin radiálních vůlí zmiňovaných v kap. 2.2.

Z tabulky na Obr. 28 byla vždy pro každou skupinu radiálních vůlí vybrána střední hodnota z nabízeného intervalu, následně byla vložena do makra jako parametr a analýza ložiska se shodným zatížením, materiálem, vazbami mezi ložiskem a okolím i vazbami v rámci ložiska přepočítána znovu. Výsledky analýzy pro různé radiální vůle jsou uvedeny a komentovány v následujících podkapitolách.

Průměr díry <i>d</i> přes do		Radiální vůle										Jednořadá kuličková ložiska rozebí- ratelná typu E	Radiální vůle	
		C 2		normální		C 3		C 4		C 5			min.	max
mm		min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.		min.	max
mm		μm											μm	
2,5	10	0	7	2	13	8	23	—	—	—	—	E 4	10	20
10	18	0	9	3	18	11	25	18	33	25	44	E 5	10	20
18	24	0	10	5	20	13	28	20	36	29	48	E 6	15	25
24	30	0	11	5	20	13	28	23	41	35	55	E 7	15	25
30	40	1	11	6	20	15	33	28	46	40	60	E 8	15	25
40	50	1	11	6	23	18	36	30	51	45	68	E 9	15	30
50	65	1	15	8	28	23	43	38	61	55	80	E 10	15	30
65	80	1	15	10	30	25	51	46	71	66	92	E 12	15	25
80	100	1	18	12	36	30	58	53	84	79	114	E 15	15	30
100	120	2	20	15	41	36	66	61	97	92	124	E 17	20	35
120	140	2	23	18	48	41	81	71	114	105	155	E 20	20	40

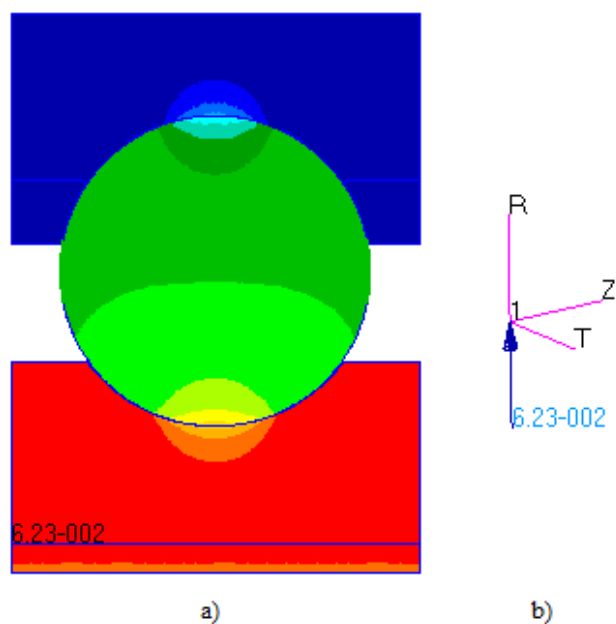
Obr. 28 Tabulka radiálních vůlí [1]

6.3.1 Ložisko s vůlí C2

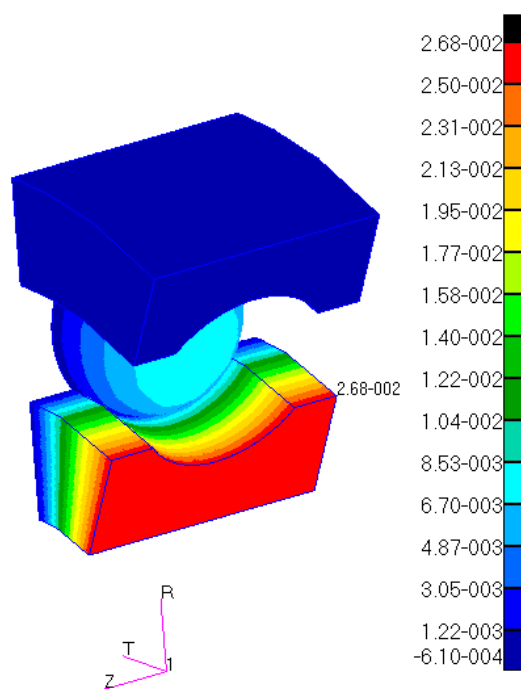
Prvně byla pro analýzu vlivu radiální vůle použita hodnota z intervalu nejmenších radiálních vůlí. Podle Obr. 28 byla z této skupiny vybrána střední hodnota: $6 \mu\text{m}$.

Pro zjištění rozložení napjatosti v ložisku byl nejdříve zatížen globální model, z něhož byla určena velikost posuvu v radiálním směru. Pro ložisko s vůlí C2 je jeho velikost $0,0623 \text{ mm}$ (Obr. 29). Tečný posuv předepisovaný na nejvíce zatížený půlsegment má pro vnitřní kroužek velikost $0,0268 \text{ mm}$, pro vnější - $0,000610 \text{ mm}$ (Obr. 30).

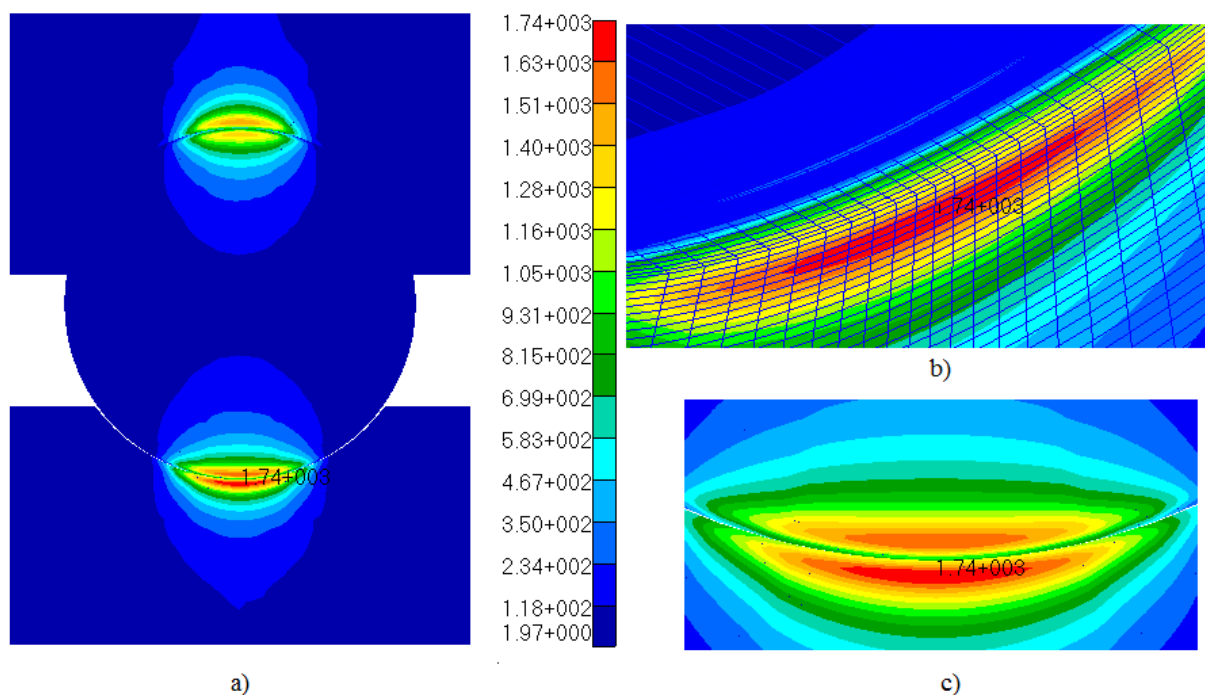
Výstupem analýzy lokálního modelu bylo rozložení napjatosti v ložisku a taky maximální hodnota redukovaného napětí HMH, které má pro vůli $6 \mu\text{m}$ velikost $1\,740 \text{ MPa}$ (Obr. 31).



Obr. 29 Vykreslení radiálního posuvu na globálním modelu pro vůli C2 a) na ložisku, b) pomocí řídicího uzlu



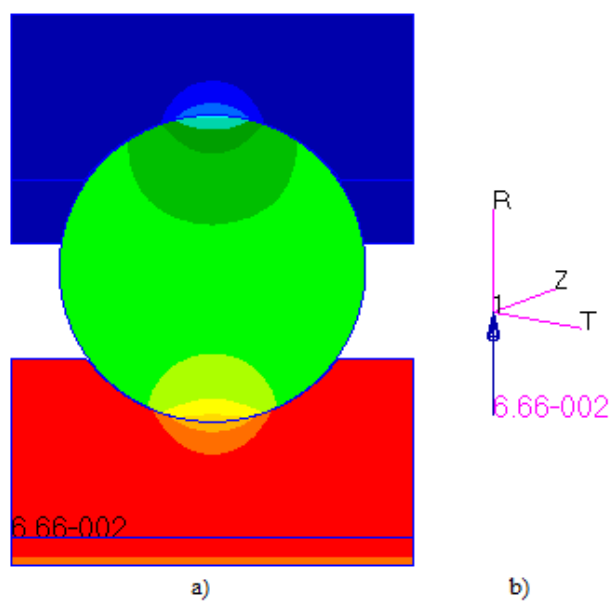
Obr. 30 Vykreslení tečného posuvu pro vůli C2



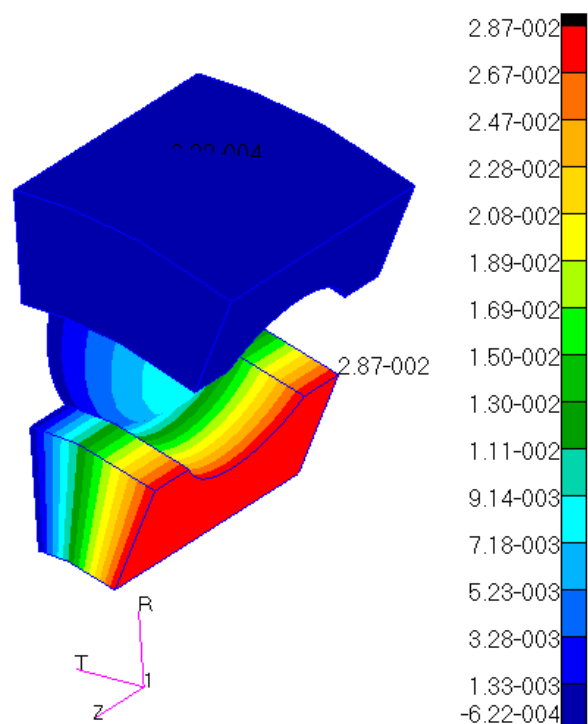
Obr. 31 Redukované napětí HMH pro radiální vůli C2 vykreslené a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku, c) detail na kuličce a vnitřním kroužku

6.3.2 Ložisko s normální vůlí

Radiální vůle řazené do kategorie normálních vůlí jsou vůle, s nimiž jsou ložiska standardně vyráběna. Střední hodnotou z nabízeného intervalu je radiální vůle $13 \mu m$. Posuv řídicího uzlu v radiálním směru je $0,066 mm$ (Obr. 32), posuvy kroužků v tečném směru $0,0287 mm$ a $-0,000622 mm$ (Obr. 33).

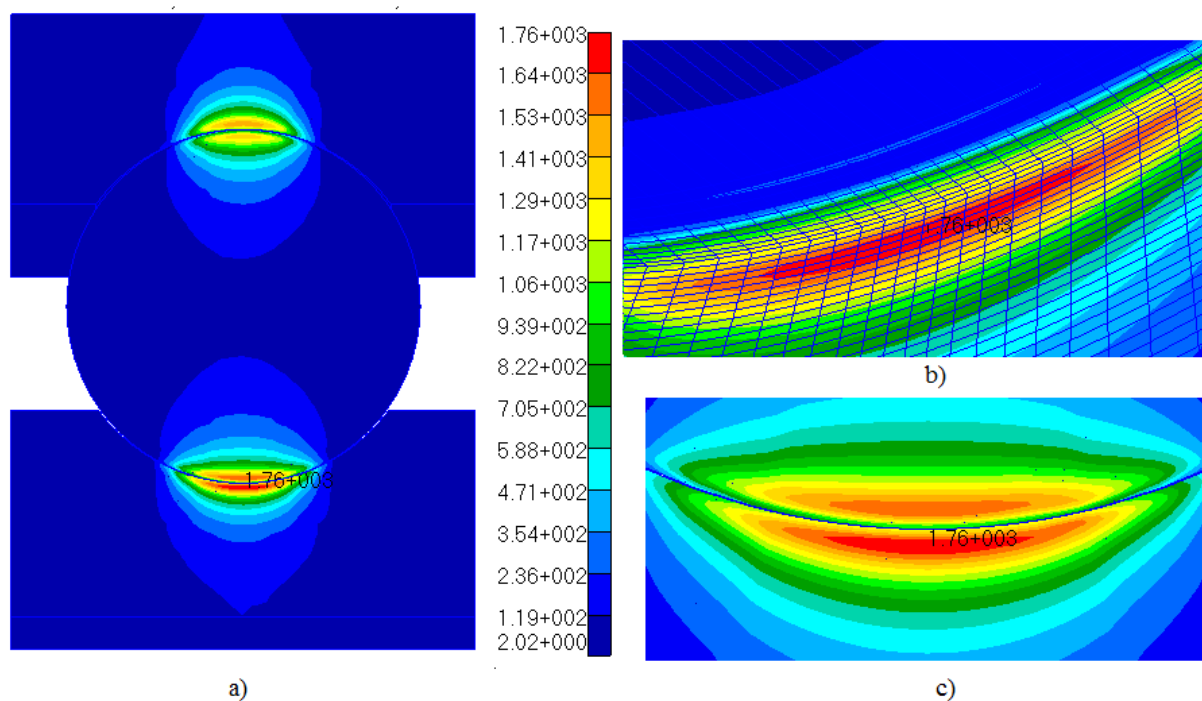


Obr. 32 Vykreslení radiálního posuvu na globálním modelu pro normální vůli a) na ložisku, b) pomocí řídicího uzlu



Obr. 33 Vykreslení tečného posuvu pro normální vůli

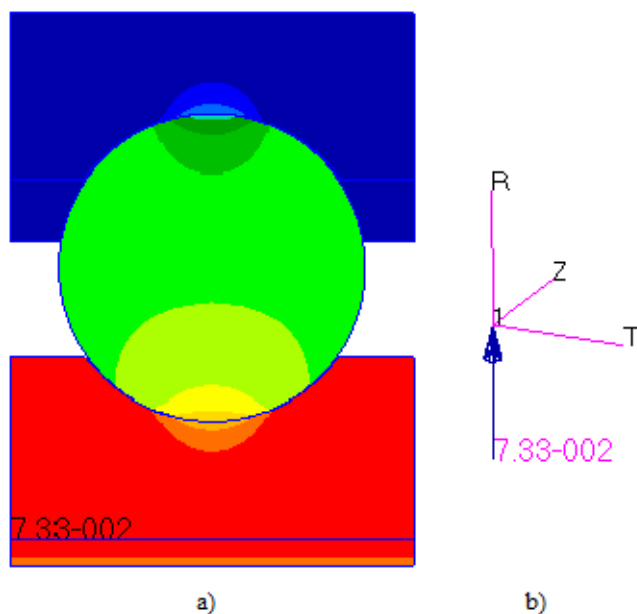
Vykreslením redukovaného napětí na lokálním modelu byla zjištěna hodnota $1\,760\text{ MPa}$ (Obr. 34).



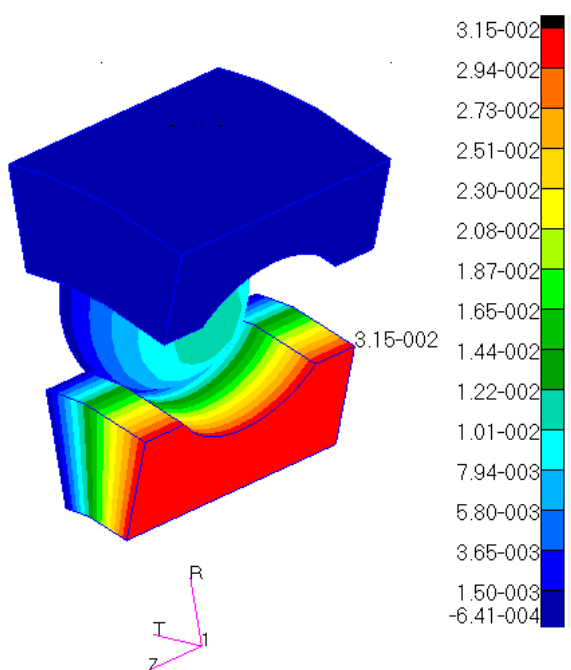
Obr. 34 Redukované napětí HMH pro normální radiální vůli vykreslené a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku, c) detail na kuličce a vnitřním kroužku

6.3.3 Ložisko s vůlí C3

Radiální vůle skupiny C3 jsou větší, než vůle normální. Z možných hodnot byla vybrána vůle $24\ \mu\text{m}$. Ložisko bylo opět zatíženo silou v řídicím uzlu a výsledkem analýzy globálního modelu jsou opět radiální a tečné posuvy (Obr. 35 a 36), přičemž velikost radiálního posuvu je $0,0733\ \text{mm}$, velikost tečného posuvu na vnitřním kroužku $0,0315\ \text{mm}$, na vnějším kroužku - $0,000641\ \text{mm}$.

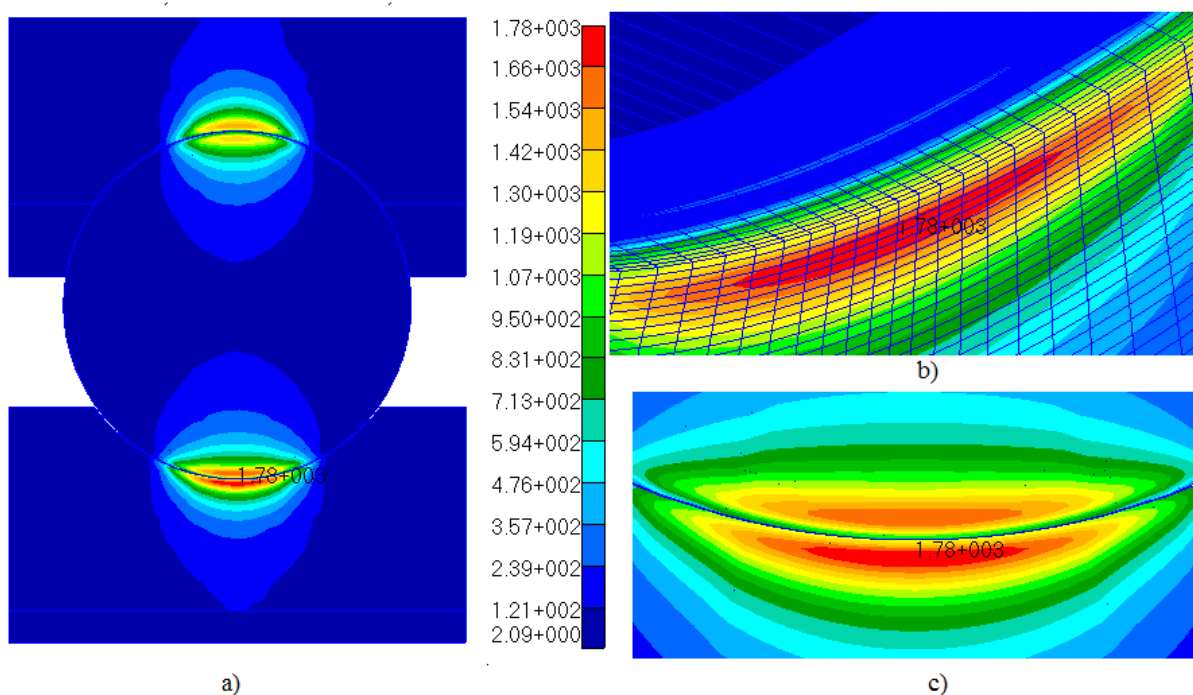


Obr. 35 Vykreslení radiálního posuvu na globálním modelu pro vůli C3 a) na ložisku, b) pomocí řídicího uzlu



Obr. 36 Vykreslení tečného posuvu pro vůli C3

Lokální model byl opět zatížen deformačně a následně byla získána velikost redukovaného napětí 1780 MPa (Obr. 37).

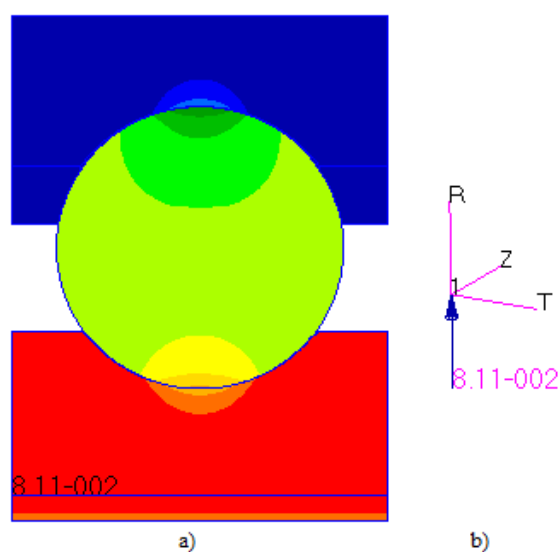


Obr. 37 Redukované napětí HMM pro radiální vůli C3 vykreslené a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku, c) detail na kuličce a vnitřním kroužku

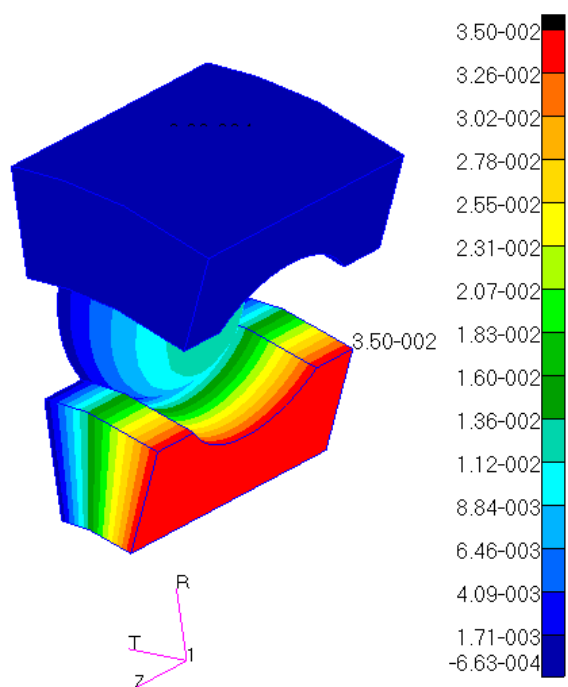
6.3.4 Ložisko s vůlí C4

Z tohoto intervalu byla vybrána vůle o velikosti $37 \mu\text{m}$. Radiální posuv nabývá hodnoty $0,0811 \text{ mm}$, tečné posuvy $0,035 \text{ mm}$ a $-0,000663 \text{ mm}$ (Obr. 38, 39).

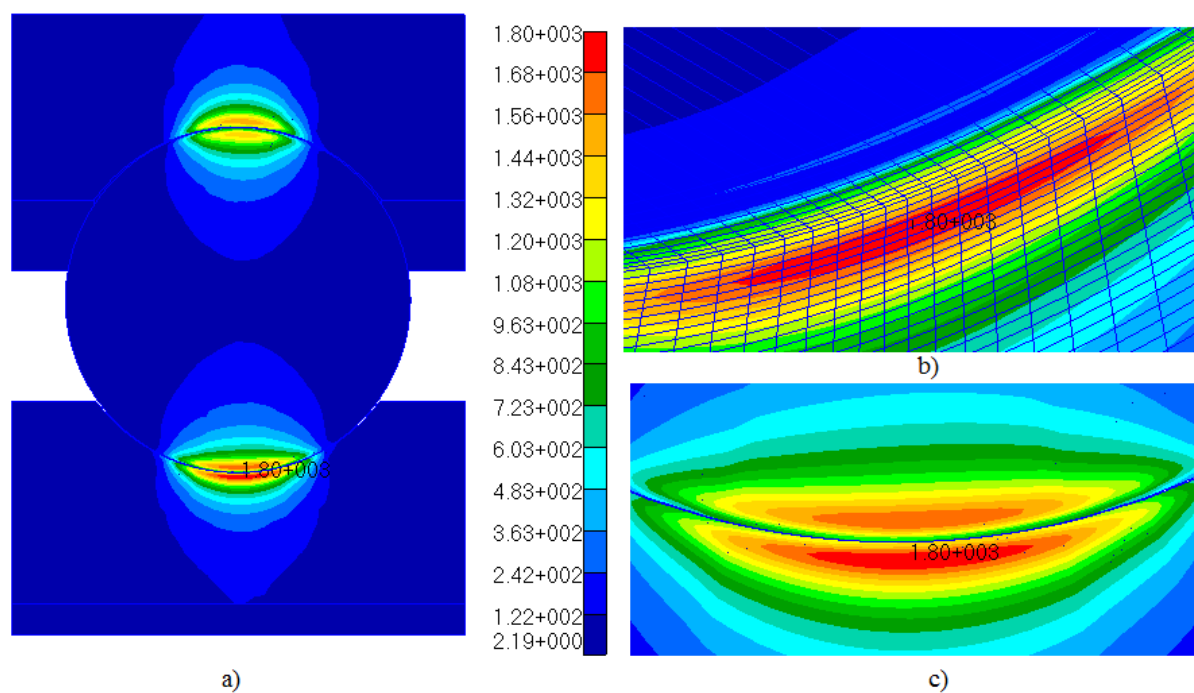
Velikost redukovaného napětí se navýšením radiální vůle zvýšila na 1800 MPa (Obr. 40)



Obr. 38 Vykreslení radiálního posuvu na globálním modelu pro vůli C4 a) na ložisku, b) pomocí řídicího uzlu



Obr. 39 Vykreslení tečného posuvu pro vůli C4

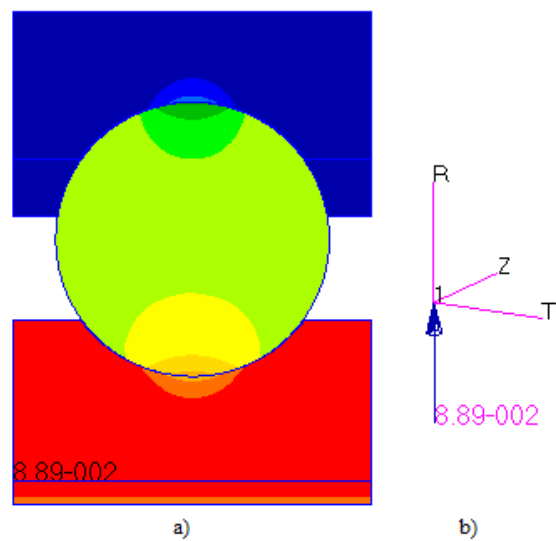


Obr. 40 Redukované napětí HMM pro radiální vůli C4 vykreslené a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku, c) detail na kuličce a vnitřním kroužku

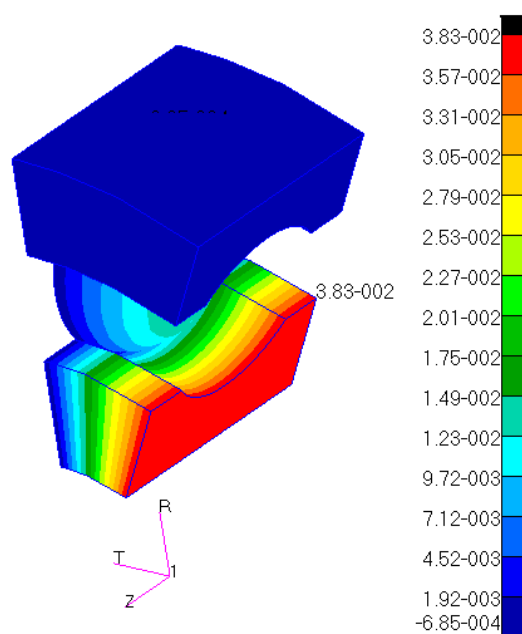
6.3.5 Ložisko s vůlí C5

Největší výrobitelné radiální vůle pro radiální kuličková ložiska nabízí skupina C5, z níž byla analyzována vůle $50\ \mu\text{m}$. Radiální posuv řídicího uzlu získaný z globálního modelu

je roven $0,0889 \text{ mm}$ (Obr. 41), tečný posuv vnitřního kroužku je $0,0383 \text{ mm}$ a tečný posuv vnějšího kroužku - $0,000685 \text{ mm}$ (Obr. 42).

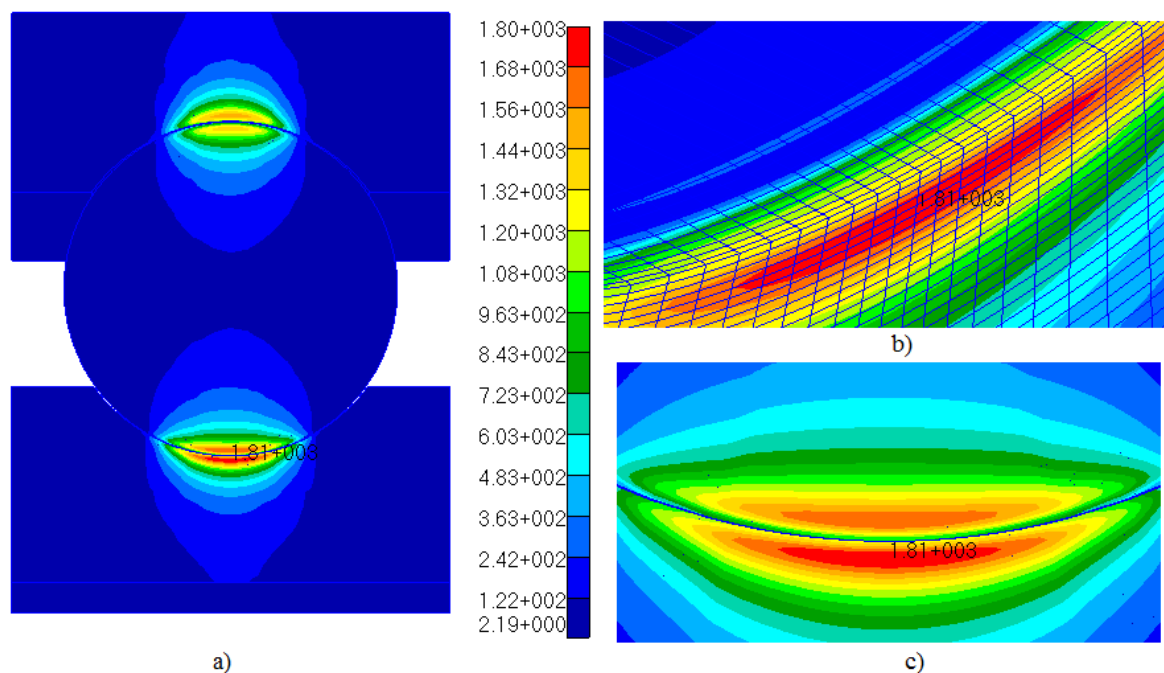


Obr. 41 Vykreslení radiálního posuvu na globálním modelu pro vůli C5 a) na ložisku, b) pomocí řídicího uzlu



Obr. 42 Vykreslení tečného posuvu pro vůli C5

Při radiální vůli $50\ \mu\text{m}$ bylo dosaženo redukovaného napětí $1\ 810\ \text{MPa}$ (Obr. 43).



Obr. 43 Redukované napětí HMH pro radiální vůli C5 vykreslené a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku, c) detail na kuličce a vnitřním kroužku

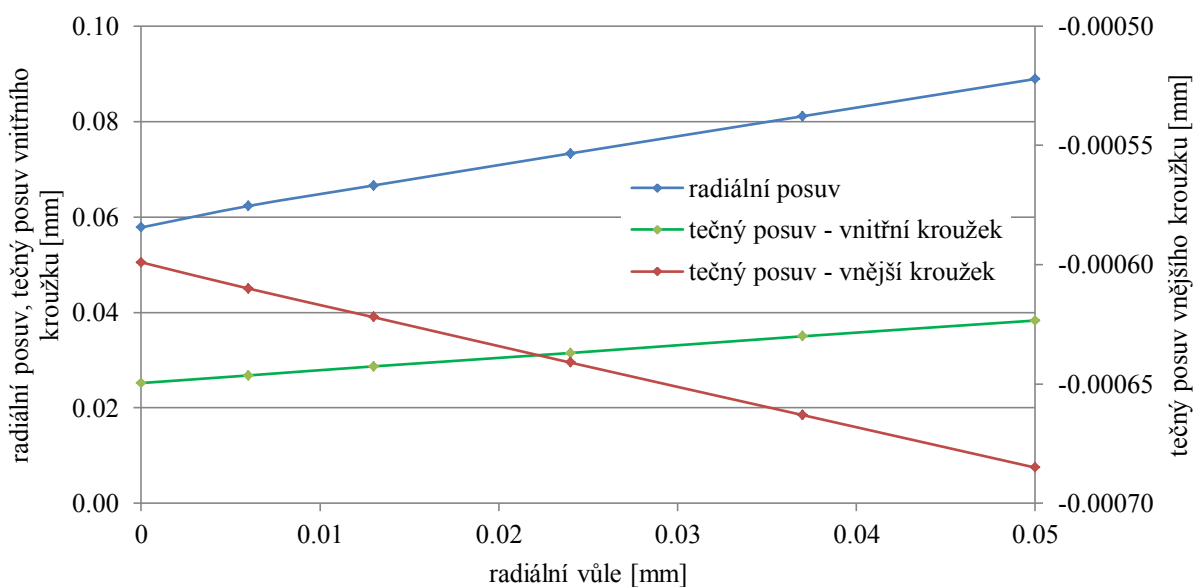
6.3.6 Shrnutí výsledků analýzy ložiska s radiálními vůlemi

Zvyšováním velikosti radiální vůle dochází jak k deformačním změnám, tak ke změně velikosti redukovaného napětí.

Z výpočtové analýzy globálního modelu bylo zjištěno, že s nárůstem radiální vůle narůstá i velikost všech sledovaných posuvů, tedy radiálního posuvu řídicího uzlu a tečných posuvů obou kroužků. Hodnoty zmíněných posuvů jsou uvedeny v Tab. 3 a vykresleny v Grafu 3. Křivka vyjadřující závislost tečného posuvu vnějšího kroužku na radiální vůli má díky zápornému znaménku opačnou směrnici, než jak je tomu u druhých dvou sledovaných posuvů. Pokud bychom neuvažovali opačné znaménko, byla by i tato rostoucí.

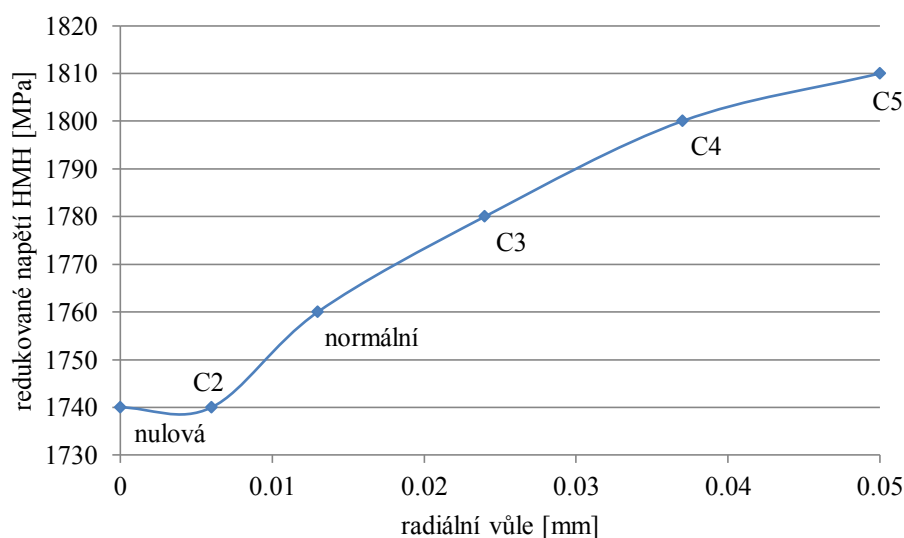
vůle	radiální posuv [mm]	tečný posuv vnitřního kroužku [mm]	tečný posuv vnějšího kroužku [mm]	redukované napětí HMH [MPa]
nulová	0,0578	0.0252	-0.000599	1 740
C2	0,0623	0.0268	-0.000610	1 740
normální	0,0666	0.0287	-0.000622	1 760
C3	0,0733	0.0315	-0.000641	1 780
C4	0,0811	0.0350	-0.000663	1 800
C5	0,0889	0.0383	-0.000685	1 810

Tab. 3 Hodnoty sledovaných posuvů a redukovaného napětí HMH pro analyzované radiální vůle



Graf 3 Závislost velikostí posuvů na radiální vůli

Deformačním zatížením nejvíce zatíženého pulsegmentu (lokálního modelu) došlo s rostoucí vůlí i k nárůstu redukovaného napětí (Tab. 3, Graf 4).



Graf 4 Závislost redukovaného napětí HMH na radiální vůli

Rozdíl mezi velikostí redukovaného napětí pro ložisko s nulovou vůlí a s vůlí, která je pro vyráběná ložiska běžná je 20 MPa . Pokud bude ložisko vyrobeno s vůlí spadající do skupiny C5, dojde k navýšení napětí přibližně o 3 % (50 MPa) oproti normální vůli, což není zanedbatelný nárůst napětí.

V analýze ložiska popsané v kap. 6 byl použit lineárně elastický model materiálu s vlastnostmi uvedenými v kap. 6.1.6. Ze získaných velikostí redukovaných napětí je patrné, že u všech radiálních vůlí došlo k překročení meze kluzu a v ložisku dojde během zatěžování k plastizaci materiálu v malé oblasti pod povrchem kuličky i kroužků.

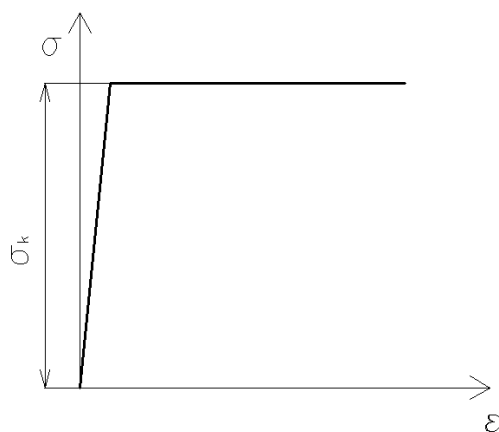
Tak vysokých hodnot napětí je dosaženo díky bodovému styku mezi kuličkou a kroužky. Pokud by byla styková plocha větší (jak je tomu např. u soudečkových nebo válečkových ložisek), napětí by se rozložilo rovnoměrněji a jeho hodnota by nebyla tak velká.

U lineárně elastického modelu materiálu může napětí neustále narůstat a během zatěžování vůbec nedojde k plastizaci materiálu. Tento model materiálu vystihuje reálné chování součásti pouze pro malý rozsah deformace. Nicméně po překročení meze kluzu je už další chování součásti ovlivněno plastickou deformací a jejím rozsahem. Skutečné chování součástí tak není lineárně elastickým modelem materiálu dostatečně dobře vystiženo a je tedy nutné použít model materiálu takový, který vhodně popíše chování materiálu i nad mezí kluzu. Analýzy prováděné s lineárně elastickým modelem materiálu jsou ale potřebné pro srovnání výsledků získaných výpočtem podle Hertzovy teorie.

Dalšími modely využitými k analýze vlivu radiální vůle na napjatost a deformaci v ložisku byly ideálně elasticko-plastický model materiálu (kap. 7) a elasticko-plastický model materiálu s lineárním zpevněním (kap. 8).

7 Analýza ložiska s uvažováním ideálně elasticko-plastického modelu materiálu

Jak již bylo zmíněno výše, ideálně elasticko-plastický model materiálu je jedním z modelů materiálu, který popisuje chování součásti po dosažení meze kluzu. Tahový diagram takového materiálu je uveden na Obr. 44. Od počátku zatěžování roste napětí lineárně a po dosažení meze kluzu napětí na této hodnotě setrvává.



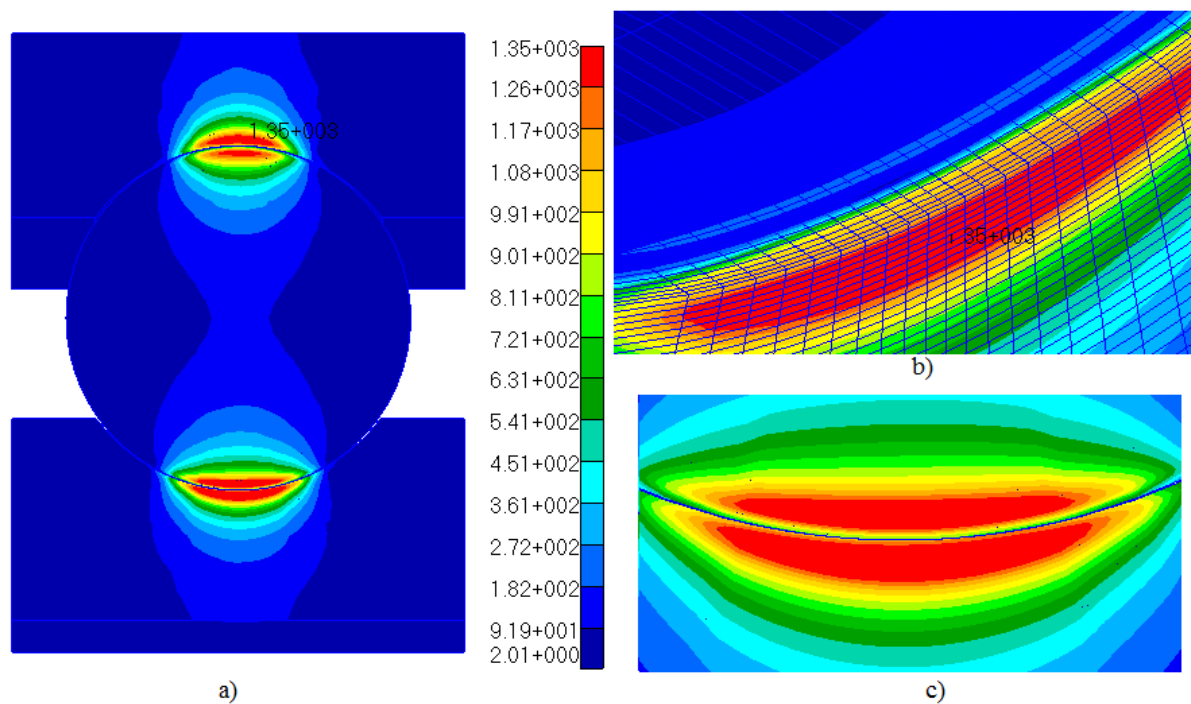
Obr. 44 Tahový diagram ideálně elasticko-plastického modelu materiálu

K analýze ložiska s ideálně elasticko-plastickým modelem materiálu byly použity shodné makro soubory, jako v analýze ložiska s lineárně elastickým modelem materiálu. Nový model materiálu se však do analýzy zadává odlišným způsobem. Nejdříve je zadán lineárně elastický materiál reprezentovaný modulem pružnosti a Poissonovým číslem a jako druhý se zadává materiál ideálně plastický, který je charakterizován mezí kluzu, tedy $1\,350\text{ MPa}$.

Nejdříve tedy byly analyzovány globální modely, z nichž byly získány velikosti radiálních a tečných posuvů stejným způsobem, jak tomu bylo v kap. 6. Těmito posuvy byly zatíženy lokální modely s různými vřely a zjišťována velikost maximálního redukovaného napětí HMH.

Při zatěžování narůstá velikost napětí až do meze kluzu a poté už napětí neroste, setrvává na mezi kluzu a dochází pouze k plastizaci materiálu. Proto tedy byla pro všechny radiální vřely získána velikost maximálního napětí o hodnotě $1\,350\text{ MPa}$ (Obr. 45).

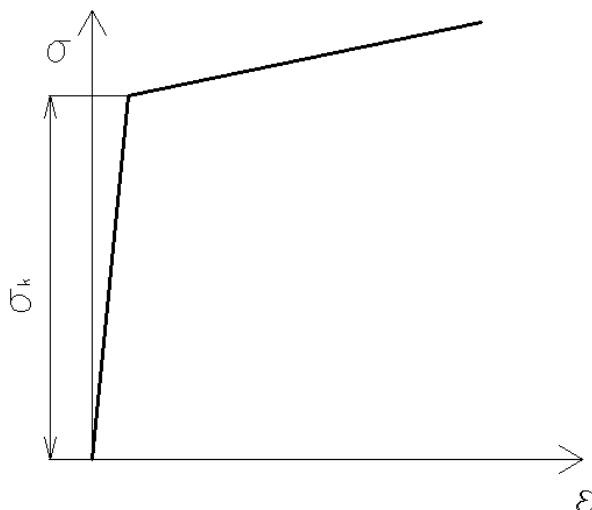
Z velikosti redukovaného napětí nelze příliš vyvozovat vliv radiální vřely na napjatost v ložisku, poněvadž jak velikost, tak poloha oblasti s největším napětím je pro všechny vřely shodná. Tento model materiálu tedy není pro řešení zadaného problému vhodný.



Obr. 45 Redukované napětí HMH pro normální radiální vůli vykreslené a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku, c) detail na kuličce a vnitřním kroužku

8 Analýza ložiska s uvažováním elasticko-plastického modelu materiálu s lineárním zpevněním

Dalším typem materiálu, který zohledňuje plastizaci v tělese, je elasticko-plastický materiál se zpevněním. Jeho tahový diagram je uveden na Obr. 46. V první části napětí lineárně roste do meze kluzu a po dosažení meze kluzu dále roste opět lineárně, nicméně s menší směrnicí, než jak tomu bylo v elastické části tahového diagramu.



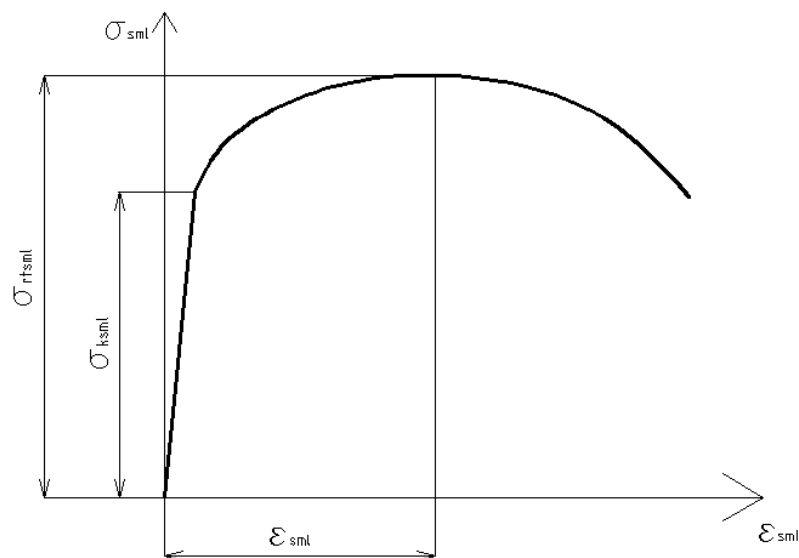
Obr. 46 Tahový diagram elasticko-plastického modelu materiálu s lineárním zpevněním

Sklon části diagramu po překročení meze kluzu je dán tečným modulem pružnosti E_T . Při jeho výpočtu se vychází z tažnosti materiálu, která je pro použitý materiál rovna $A = 0,91 \%$. Její velikost se stanovuje podle vztahu

$$A = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot 100 \%, \quad (8.1)$$

kde l je aktuální délka vzorku a l_0 původní délka vzorku.

Během tahové zkoušky je měřena velikost tažné síly a jí odpovídající prodloužení zkušební vzorku. Napětí je pak dáno podílem této zatěžující síly a obsahu původního nezdeformovaného průřezu. Tyto hodnoty se vynášejí do pracovního tahového diagramu (Obr. 47) a takto získaná napětí se nazývají smluvní. Skutečné napětí je větší než smluvní, poněvadž při podélné deformaci vzorku dochází k zmenšování plochy jeho průřezu, která je ovšem u výpočtu smluvního napětí uvažována jako konstantní.



Obr. 47 Pracovní tahový diagram

Z takového diagramu tedy vždy získáme smluvní mez kluzu a smluvní mez pevnosti. Materiál užitý v analýze má mez kluzu $\sigma_{ksml} = 1\,350\text{ MPa}$ a mez pevnosti $\sigma_{rtsml} = 1\,552\text{ MPa}$. Smluvní mezi pevnosti odpovídá i smluvní přetvoření.

Skutečné napětí je dáno poměrem tahové síly F a plochy aktuálního (zdeformovaného) průřezu S , tedy

$$\sigma_{skut} = \frac{F}{S}. \quad (8.2)$$

Vynásobením čitatele i jmenovatele plochou nezdeformovaného průřezu S_0 obdržíme

$$\sigma_{skut} = \frac{F}{S_0} \cdot \frac{S_0}{S}, \quad (8.3)$$

kde první ze zlomků udává smluvní napětí σ_{sml} .

Během deformace se sice mění rozměry tělesa, ale těleso zachovává svůj objem a platí vztah

$$S_0 \cdot l_0 = S \cdot l \quad (8.4)$$

a odsud pak platí rovnost

$$\frac{S_0}{S} = \frac{l}{l_0}, \quad (8.5)$$

který dosadíme do vztahu pro skutečné napětí a po úpravě obdržíme vztah

$$\sigma_{skut} = \sigma_{sml} \cdot \frac{l}{l_0}. \quad (8.6)$$

Skutečné mezi pevnosti odpovídá i skutečné přetvoření. Celkové přetvoření se skládá z části elastické a z části plastické. Elastické přetvoření je ale malé ve srovnání s plastickým

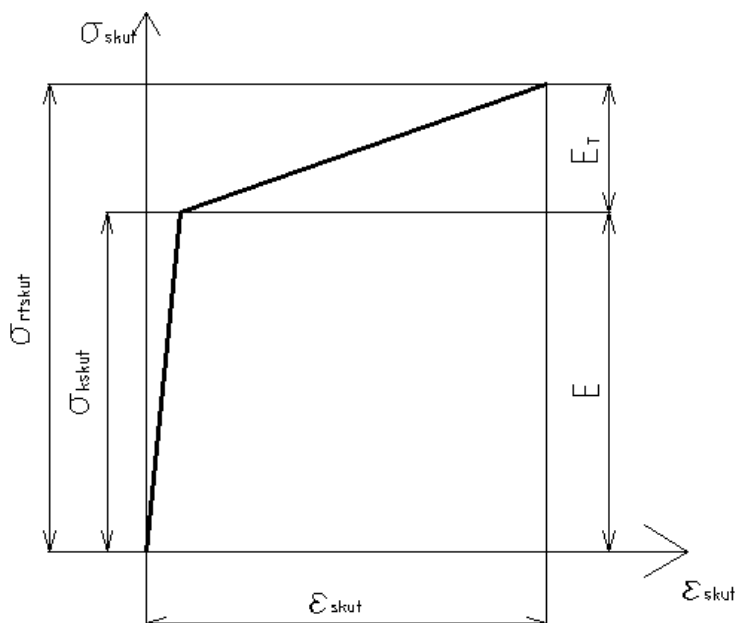
přetvořením a proto bude uvažováno, že celkové přetvoření rovno přetvoření plastickému. Skutečné přetvoření se stanoví ze smluvního přetvoření podle vztahu

$$\varepsilon_{skut} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0}\right) = \ln\left(1 + \frac{\Delta l}{l_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon_{sml}) \quad (8.7)$$

kde Δl je přírůstek délky během zatěžování.

Z tahového diagramu na Obr. 48 lze lehce odvodit, že tečný modul pružnosti je dán podílem skutečné meze pevnosti σ_{rtskut} zmenšené o skutečnou mez kluzu σ_{kskut} a skutečného přetvoření ε_{skut} , tedy

$$E_T = \frac{\sigma_{rtskut} - \sigma_{kskut}}{\varepsilon_{skut}}. \quad (8.8)$$



Obr. 48 Skutečný tahový diagram elasticko-plastického modelu materiálu s lineárním zpevněním

Bude-li počáteční délka zkušební tyče brána jako jednotková ($l_0 = 1$), pak ze vztahu pro tažnost zjistíme délku prodloužené tyče, tedy

$$l = \left(\frac{A}{100} + 1\right) \cdot l_0 = \left(\frac{0,91}{100} + 1\right) \cdot 1 = 1,0091. \quad (8.9)$$

Skutečnou mez pevnosti stanovíme podle vztahu pro skutečné napětí. Skutečná mez kluzu má pak velikost

$$\sigma_{kskut} = \sigma_{ksml} \cdot \frac{l}{l_0} = 1350 \cdot \frac{1,0091}{1} = 1\,362,3 \text{ MPa} \quad (8.10)$$

a skutečná mez pevnosti

$$\sigma_{rtskut} = \sigma_{rtsml} \cdot \frac{l}{l_0} = 1521 \cdot \frac{1,0091}{1} = 1\,566,1 \text{ MPa.} \quad (8.11)$$

Skutečné přetvoření pro použitý materiál má velikost

$$\varepsilon_{skut} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{1,0091}{1}\right) = 0,00906. \quad (8.12)$$

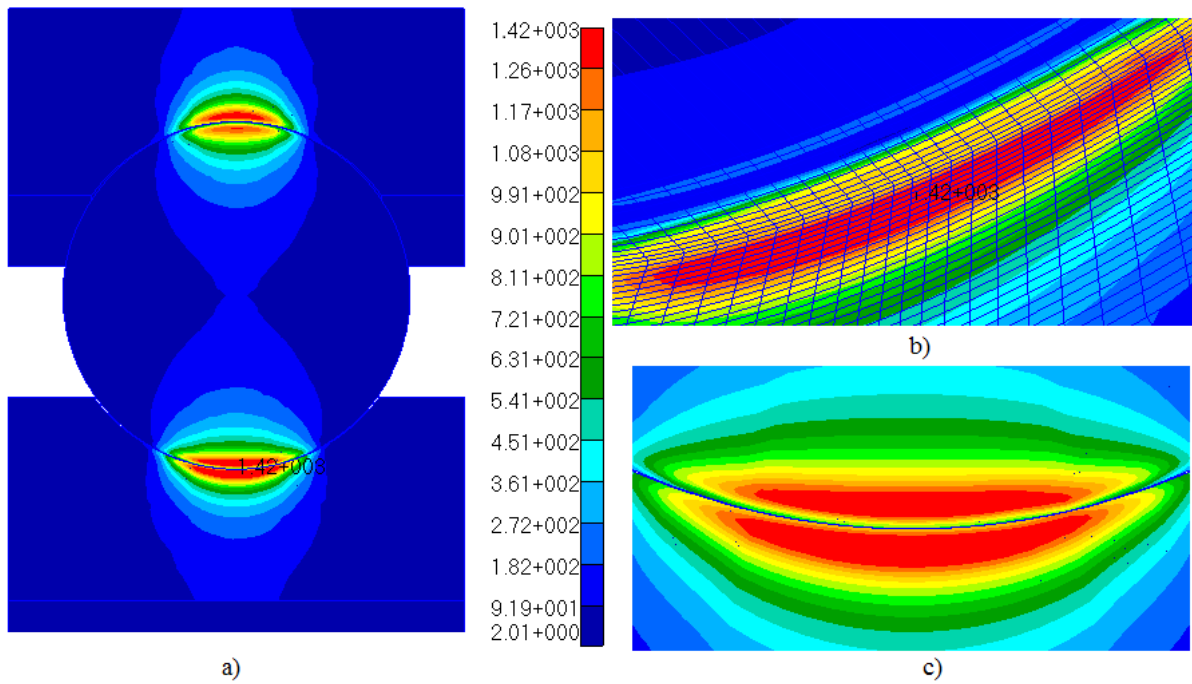
Velikost tečného modulu

$$E_T = \frac{\sigma_{rtskut} - \sigma_{kskut}}{\varepsilon_{skut}} = \frac{1566,1 - 1362,3}{0,00906} = 22\,494,5 \text{ MPa.} \quad (8.13)$$

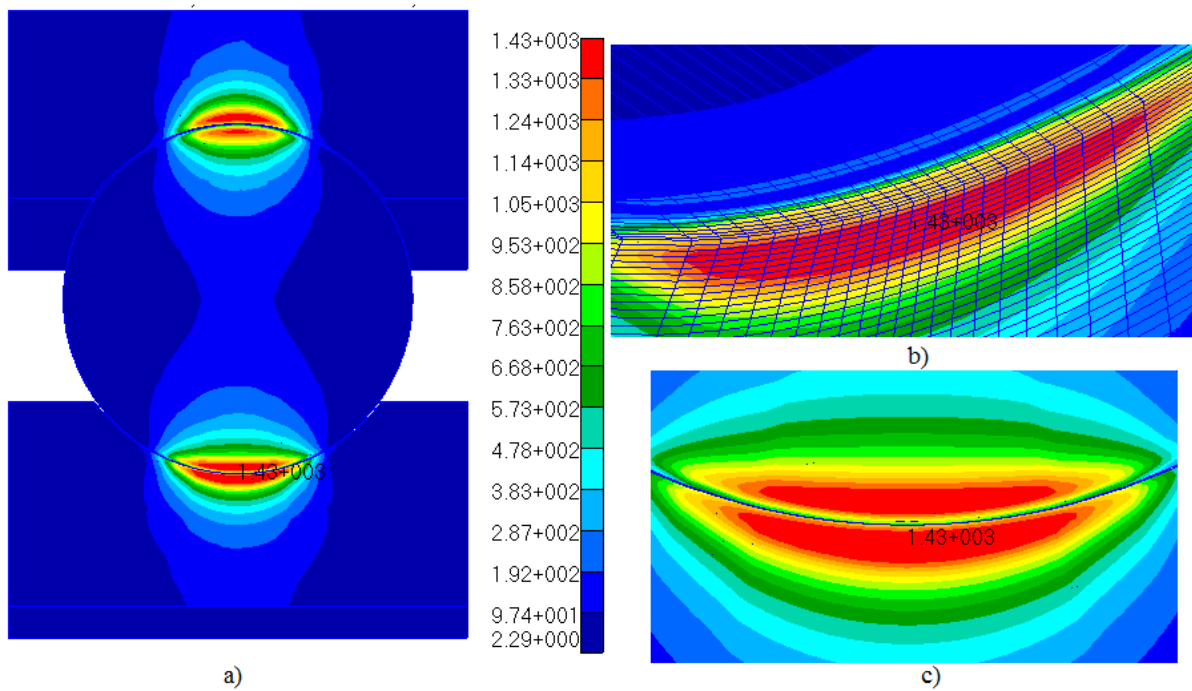
Podobně, jako tomu bylo u předchozího modelu materiálu, se nejdříve do analýzy zadává materiál lineárně elastický, poté se zadá materiál elasticko-plastický. V Patranu není k zadání elasticko-plastického materiálu třeba přímo hodnota tečného modulu pružnosti, jako je tomu např. v programu ANSYS. Druhá část křivky je v tomto případě zadávána pomocí dvou bodů, kdy je první hodnota lineární funkce skutečnou mezí kluzu, druhá pak skutečnou mezí pevnosti.

Analýzou lokálního modelu s užitím elasticko-plastického materiálu se zpevněním bylo opět dosaženo téměř shodných velikostí redukovaného napětí HMM pro všechny propočítávané radiální vůle. Pro nulovou a normální radiální vůli, vůli C2 a C3 dosáhla hodnota redukovaného napětí velikosti $1\,420 \text{ MPa}$ (Obr. 47), pro vůli C4 a C5 velikosti $1\,430 \text{ MPa}$ (Obr. 49).

Ač rozdíl v získaných redukovaných napětích není tak výrazný, jak tomu bylo lineárně elastického materiálu, dochází i zde vlivem navýšení radiální vůle k nárůstu extrémní hodnoty redukovaného napětí.



Obr. 49 Redukované napětí HMH vykreslené a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku, c) detail na kuličce a vnitřním kroužku pro radiální vůli: nulovou, C2, normální a C3



Obr. 50 Redukované napětí HMH vykreslené a) na ložisku, b) na vnitřním kroužku, c) detail na kuličce a vnitřním kroužku pro radiální vůli: C4, C5

9. Závěr

K analýze vlivu radiální vůle u radiálního kuličkového ložiska na napjatost a deformaci bylo společností ZKL – Výzkum a vývoj, a.s. zvoleno ložisko s označení 6407A se sedmi valivými elementy.

Nejdříve byla analyzována základní úloha, jejíž sít' byla tvořena shodně velkými prvky v celém ložisku, jejímž výstupem byla informace o rozložení napjatosti v ložisku a na jejímž základě byla upravena geometrie modelu ložiska tak, aby bylo možné v nejvíce namáhaných oblastech vytvořit jemnější sít'. Dále byla prováděna citlivostní analýza, kdy byl vyšetřován vliv hustoty sítě na změnu sledovaných výsledků výpočtu a na změnu jeho časové náročnosti

Vybraná sít' pak byla využita k analýze ložiska s různými radiálními vůlemi s využitím lineárně elastického modelu materiálu. Touto částí analýzy bylo zjištěno, že vlivem růstu radiální vůle roste i velikost redukovaného napětí v ložisku. Získané hodnoty napětí se však ve všech případech pohybovaly nad mezí kluzu a proto bylo přistoupeno k analýze ložiska s materiálem, jež lépe popisuje chování součásti s plastizací materiálu.

Dalším modelem materiálu byl ideálně elasticko-plastický model materiálu, z jehož použití v analýze bylo získáno stejně velké redukované napětí pro všechny radiální vůle shodné s mezí kluzu materiálu. Protože se ani velikost ani poloha oblasti s maximálním redukovaným napětím pro různé vůle nijak výrazně neměnila, byl tento model materiálu shledán nevhodným pro řešení zadaného problému.

Třetím modelem materiálu byl elasticko-plastický model materiálu se zpevněním. Následnou analýzou se dospělo k hodnotám napětí pohybujících se nad mezí kluzu. I když nejsou rozdíly v nárůstu získaných extrémních hodnot redukovaného napětí H_{MH} příliš výrazné, i zde se potvrdil závěr o vlivu rostoucí radiální vůle, získaný při výpočtu za pomoci lineárně elastického modelu materiálu.

Využití lineárně elastického a elasticko-plastického modelu materiálu v analýze ložiska ukázalo, že roste-li velikost radiální vůle, roste i velikost redukovaného napětí. Pro další rozvoj poznatků o chování ložisek v různých provozních podmínkách a při různých zatíženích by byly přínosné analýzy s využitím dalších modelů materiálu, jiných, než jsou tyto základní. Pozornost by se měla věnovat hlavně modelům materiálu, které budou přesněji popisovat rozložení napjatosti a deformace po plastizaci určité oblasti v ložisku.

Návrh optimální radiální vůle se odvíjí od provozních podmínek ložiska. Největší vliv na chování ložiska za provozu má teplota v pracovním prostředí, především rozdíl mezi teplotou vnějšího a vnitřního kroužku a také jeho zatížení. Z provedené analýzy vyplývá, že velká radiální vůle vyvolá i vyšší napětí v ložisku. Ačkoli bylo v úvodu práce řečeno, že se zvýšená radiální vůle volí častěji, než snížená radiální vůle, negativní vliv příliš velké radiální vůle byl v podobě nárůstu napětí v ložisku v této práci prokázán. Při provádění analýz bylo ovšem zohledňováno pouze zatížení, nikoliv pracovní prostředí (např. výše zmíněná rozdílná teplota kroužků). Z těchto důvodů a z poznatků z praxe se jeví jako optimální obecně vůle normální.

Seznam použité literatury

- [1] FRÖHLICH, Jan. *Technika uložení s valivými ložisky*. Praha: SNTL, 1980, 448 s.
- [2] TIMKEN. [online]. [cit. 2013-05-13].
Dostupné z: <http://www.timken.com/en-us/Pages/Home.aspx>
- [3] Firemní materiály společnosti ZKL – Výzkum a vývoj, a.s.
- [4] *MKP v inženýrských výpočtech*. PETRUŠKA, Jindřich. [online]. [cit. 2013-05-13].
Dostupné z: www.umat.fme.vutbr.cz
- [5] *Nelineární úlohy mechaniky v MKP*. PETRUŠKA, Jindřich. [online]. [cit. 2013-05-13]. Dostupné z: www.umat.fme.vutbr.cz
- [6] Výkresová dokumentace společnosti ZKL – Výzkum a vývoj, a.s.
- [7] Elektronický manuál MSC Patran. [online]. [cit. 2013-05-13].
Dostupné z: http://www.mssoftware.com/training_videos/patran/Reverb_help/
- [8] Elektronická prezentace: *Návrh a kontrola valivých ložisek*. [online]. [cit. 2013-05-13]. Dostupné z: <http://old.uk.fme.vutbr.cz/kestazeni/5CK/cv11/Vr11.pdf>
- [9] NKE bearings. [online]. [cit. 2013-05-13].
Dostupné z:
http://www.nke.at/uploads/media/Deep_groove_ball_bearing_illustration_02.jpg
- [10] Elektronická prezentace: *Metoda konečných prvků*. [online]. [cit. 2013-05-13].
Dostupné z: http://old.uk.fme.vutbr.cz/kestazeni/MKP/prednaska3_mkp.pdf
- [11] HARRIS, Tedric A. *Rolling Bearing Analysis*. BocaRaton: Taylor & Francis, 2006.
- [12] JANÍČEK, P., E. ONDRÁČEK, J. VRBKA a J. BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I*. Brno: CERM, 2004.
- [13] ONDRÁČEK, E., J. VRBKA, P. JANÍČEK a J. BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost II*. Brno: CERM, 2006.
- [14] TREBUŇA, F., V. JURICA a F. ŠIMČÁK. *Pružnost' a pevnost' II*. Košice: Vydavateľstvo Michala Vaška Prešov, 2002, 318 s
- [15] TREBUŇA, F., V. JURČÁK a F. ŠIMČÁK. *Pružnost' a pevnost' I*. Košice: Vydavateľstvo Michala Vaška Prešov, 2005, 236 s

Seznam použitých zkratk a symbolů

A	tažnost	[%]
C_r	dynamická únosnost	[N]
f	součinitel tření	[-]
E	modul pružnosti v tahu	[MPa]
F	síla	[N]
S	obsah	[m ²]
u	posuv	[mm]
W	energie napjatosti	[J]
ε	přetvoření	[-]
μ	Poissonovo číslo	[-]
σ	napětí	[MPa]

Seznam příloh

Příloha 1 Makro_6407A