

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ ÚSTAV TELEKOMUNIKACÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION DEPARTMENT OF TELECOMMUNICATIONS

Chyby merania difúzie v MRI

Errors in diffusion measurements for MRI

BAKALÁRSKÁ PRÁCA BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR Jozef Uríča

VEDÚCI PRÁCE SUPERVISOR prof. Ing. Karel Bartušek, DrSc.

BRNO 2008

LICENČNÍ SMLOUVA POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

1. Pan/paní

Jméno a příjmení: Jozef Uríča

Bytem: Šípoša12/51, Martin 03601

Narozen/a (datum a místo): 12.07.1985, Martin

(dále jen "autor")

а

2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií

se sídlem Údolní 244/53, 602 00, Brno

jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:

.....

(dále jen "nabyvatel")

ČI. 1 Specifikace školního díla

- 1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):
 - disertační práce
 - □ diplomová práce
 - bakalářská práce
 - □ jiná práce, jejíž druh je specifikován jako

(dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP:

| | ••••••••••••••••• | |
|---|---------------------------|-----------------|
| Vedoucí/ školitel VŠKP: Ústav: | | |
| | | |
| Datum obhajoby VŠKP: | | |
| | | |
| VŠKP odevzdal autor na | byvateli v [*] : | |
| tištěné formatické termina tištěné formatické termina termi | mě – | počet exemplářů |
| elektronick | ké formě – | počet exemplářů |
| | | |

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám

^{*} hodící se zaškrtněte

nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.

- 3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
- 4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

Článek 2 Udělení licenčního oprávnění

- 1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizovaní výpisů, opisů a rozmnoženin.
- 2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
- 3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
 - □ ihned po uzavření této smlouvy
 - □ 1 rok po uzavření této smlouvy
 - □ 3 roky po uzavření této smlouvy
 - 5 let po uzavření této smlouvy
 - □ 10 let po uzavření této smlouvy
 - (z důvodu utajení v něm obsažených informací)
- Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/ 1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

Článek 3 Závěrečná ustanovení

- 1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
- 2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
- 3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísni a za nápadně nevýhodných podmínek.
- 4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne:

Nabyvatel

Autor

ANOTÁCIA

Štúdium chýb v zobrazovacích metódach merania difúznych koeficientov.

Kľúčové slová: NMR, MRI, difúzne meranie, difúzia

ABSTRACT

Study of errors in MR imaging pulse sequences.

Keywords NMR, MRI, diffusion measurement , diffusion

PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že svoju bakalársku prácu na tému "Chyby merania difúzie pre MRI" som vypracoval samostatne pod vedením vedúceho bakalárskej práce a s použitím odbornej literatúry a ďalších informačných zdrojov, ktoré sú všetky citované v práci a uvedené v zozname literatúry na konci práce.

Ako autor uvedenej bakalárskej práce ďálej prehlasujem, že v súvislosti s vytvorením tohoto projektu som neporušil autorské práva tretích osôb, hlavne som nezasiahol nedovoleným spôsobom do cudzích autorských práv osobnostných a som si plne vedomý následkov porušenia ustanovenia § 11 a nasledujúcich autorského zákona č. 121/2000 Sb., vrátane možných trestne právnych dôsledkov vyplývajúcich z ustanovenia § 152 trestného zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne

(podpis autora)

POĎAKOVANIE

Ďakujem vedúcemu bakalárskej práce prof. Ing. Karlu Bartuškovi, DrSc. za veľmi užitočnú metodickú pomoc a cenné rady pri spracovávaní bakalárskej práce.

V Brne dňa

(podpis autora)

ABECEDNÝ PREHĽAD POUŽITÝCH SKRATIEK , VELIČÍN A SYMBOLOV

| b | b-faktor |
|---------------------------------|--|
| D | difúzny koeficient |
| FID | free induction decay |
| G | gradient magnetického poľa |
| g ₀ | statický gradient |
| Bo | magnetická indukcia |
| Μ | vektor magnetizácie jadier |
| M ₀ | vektor magnetizácie jadier v teplotnej rovnováhe |
| M_x , M_y , M_z | zložky vektoru magnetizácie jadier |
| MR | Magnetic Rezonance |
| MRI | Magnetic Rezonance Imaging |
| NMR | Nuclear Magnietic Resonance |
| PFGSE | Pulse Field Gradient Echo |
| T_2 | priečny relaxačný čas |
| t _D | difúzny čas |
| У | stredná vzdialenosť difúzie |
| $\delta_{_b}$ | relatívna chyba <i>b</i> -faktoru |
| $\delta_{\scriptscriptstyle D}$ | relatívna chyba difúzie |
| | |

ZOZNAM POUŽITÝCH OBRÁZKOV

| Obr.2.1 Pulzná sekvencia spinové echo SE |
|---|
| Obr.2.2 Pulzná sekvencia s tromi vf pulzami generujícimi tri spinová echá |
| Obr.2.3 Pulsná sekvencia gradientné echo GE14 |
| Obr.2.4 6-intervalová pulzná sekvencia16 |
| Obr.2.5 Pulzná sekvencia pre meranie difúzie pre sekvenciu gradienté-echo 18 |
| Obr.4.1 6 - intervalová PFG NMR sekvencia24 |
| Obr.4.2 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru25 |
| Obr.4.3 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru |
| Obr.4.4 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru27 |
| Obr.4.5 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru |
| Obr.4.6 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru |
| Obr.4.7 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru |
| Obr.4.8 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru |
| Obr.4.9 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru pri zmene delta |
| Obr.4.10 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru pri zmene delta |
| Obr.4.11 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru po pridaní g ₀ |
| Obr.4.12 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru po pridaní g ₀ |
| Obr.4.13 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru po pridaní g ₀ |
| Obr.4.14 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru po pridaní g ₀ |

OBSAH

| 1. | Úvo | d | 10 |
|----|------|----------------------------|----|
| 2. | Zák | ladné typy MR signálov | 11 |
| | 2.1 | Signál volnej precesie FID | 11 |
| | | 2.2.1 Dvojpulzné echo | 11 |
| | | 2.2.2 Trojpulzné echá | 13 |
| | 2.1 | Signál volnej precesie FID | 14 |
| | 2.3 | Vznik gradientného echa | 14 |
| 3. | Mer | anie difúzie | 15 |
| | 3.1 | Teória | 19 |
| 4. | Star | novenie chýb koeficientov | 24 |
| 5. | Záv | er | 40 |
| 6. | Pou | žitá literatúra | 41 |

1. ÚVOD

Magnetická rezonancia (MR) je jedným z mnohých fyzikálnych javov, objavených v posledných desaťročiach, ktorého význam v poslednom čase stúpol vďaka jeho rozšíreniu do viacerých oblastí života.

Úlohou mojej bakalárskej práce bolo preštudovanie metód merania difúznych koeficientov na ktoré som sa zameral v prvej časti práce, a experimentálnom overení štandartnej metódy, ktoré rozoberám v druhej časti. V tejto časti sa zameriavam aj na stanoveni chýb difúznych koeficientov v zobrazovacích pulzných sekvenciách. Chyby som stanovil pomocou programu napísanom v MATLABE a pracoval som zo vzorkami vody.

2. ZÁKLADNÉ TYPY MR SIGNÁLOV

Rozoznávame tri základné typy MR signálov:

- signál volnej precesie (signál FID)
- vf echá (spinové echá)
- gradientné echá.

Všetky iné signály sú kombináciou uvedených typov.

2.1 Signál voľnej precesie – FID

Signál voľnej precesie (free induction decay - FID) vzniká činnosťou jadrového spinového systému po excitácií jednoduchým vf pulzom. Slovo "voľné" vychádza z precesie spinov, neovplyvnenej excitáciou. Slovo "induction" charakterizuje indukovanie signálu v cievke podľa Faradayovho zákonu a slovo "decay" ukazuje na typický klesajúci tvar signálu. Je to základný signál vznikajúci po excitácií spinov vf pulzom. Signál FID, je súčtom rozfázovávajúcich sa signálov pochádzajúcich od všetkých jadier meraného vzorku. Bližšie sa mu nebudeme venovať zameriam sa na ostatné dve metódy.

2.2 Spinová echá

Na rozdiel od signálu FID signál echa se skladá z dvoch oblastí. Prvá z nich je oblasť sfázovania signálov všetkých meraných jadier. Tá je charakterizovaná nárastom amplitúdy snímaného signálu. Druhá oblasť je zpôsobená rozfázovaním rovnakých signálov a je charakterizovaná poklesom amplitúdy. Signál echa je väčšinou signál symetrický a je výhodný v MR zobrazovaní pre snímanie dat.

Signál echa môže byť generovaný niekoľkými vf pulzami (spinové alebo stimulované echo), reverzovaným gradientným magnetickým poľom (gradientné echo) alebo ich kombináciou.

2.2.1 Dvojpulzné echo

Pre generáciu echa sú nutné minimálne dva vf pulsy. Najjednoduchššia dvojpulzná excitácia se skladá z π 2-pulzov nasledovaným časovým intervalom τ a potom π -pulzom.

11

Takéto excitačné schéma je označované nasledovne

$$\pi/2 - \tau - \pi \tag{2.1}$$

Takéto echo sa nazývá spinové echo (SE).

Pre lepšiu predstavu vzniku spinového echa je vhodné sledovať vývoj vektorov magnetizácie jednotlivých jader (ak majú rovnaké vlastnosti, nazývajú sa izochromáty) po excitácií a behom relaxácie. Typická pulzná sekvenci SE je uvedená na obr. 2.1.



Obr. 2.1 Pulzná sekvencia spinové echo SE.

Pre jednoduchosť je predpokladaný prípad excitácie $\pi/2$ -pulzom v osi *x*, π -pulzom v osi *y* a vzorka s dvomi izochromátmi s uhlovou frekvenciou ω_s (pomalá) a $\omega_{\rm f}$ (rýchla) v rotačných súradniciach. Po splnení podmienky zanedbateľných zložiek mimo rezonanciu, budú oba izochromáty po excitácií $\pi/2$ -pulzom ležať v osi *y*.

V priebehu relaxácie budú izochromáty rotovať okolo osi *z* a po uplynutí doby τ sa budú nacházať v transverzálnej rovine v pozíciach *s* a *f* a budú zvierať uhol($\omega_{\rm f} - \omega_{\rm s}$) τ . Po excitácií π -pulzom v osi *y*, budú izochromáty otočené okolo osi *y*. Rychlejší vektor bude za vektorom pomalým a pri rotácií úhlovými kmitočtami $\omega_{\rm f}$ a $\omega_{\rm s}$ okolo osi *z*, dosiahnú za dobu τ nulového fázového rozdielu a budú se nacházať opäť na osi *y*. Izochromáty budú sfázováné a signál spinového echa bude maximálny. Doba $\tau = 2\tau$ ba nazýva aj doba echa a označuje se $T_{\rm E}$.

2.2.2 Trojpulzné echá

Pri excitácií jadier tromi vf pulsmi s rôznymi sklápacími úhlami α_1 , α_2 a α_3 sa môže vytvoriť päť ech. Sú to tri bežné spinová echá (SE), jedno sekundárne spinové echo a jedno stimulované spinové echo – viz. obr.2.2. Excitačné schéma bude mať tvar



$$\alpha_1 - \tau_1 - \alpha_2 - \tau_2 - \alpha_3. \tag{2.2}$$

 τ_2

Obr. 2.2 Pulzná sekvencia s tromi vf pulzami generujícimi tri primárne spinová echá, jedno sekundárne echo a jedno stimulované echo.

Tri bežné spinová echá sú tvorené každým párom vf pulzov. Signál FID generovaný prvým pulzom je refokusovaný druhým a **třet**ím pulzom **a**C<u>S</u>E nastanú v časoch $t = 2\tau_1$ a $t = 2(\tau_1 + \tau_2)$. Signál FID generovaný druhým pulzom j**2** τ_1 nefokusovaný pulzom tretím a echo vznikne v čase $t = \tau_1 + 2\tau_2$. Prvé spinové echo SE₁ je výsledkom excitácie pulzov α_1 a α_2 , druhé echo SE₂ vzniká po e**X** titacií pulzov α_2 a α_3 a tretie echo SE₃ vznikne po pulzoch α_1 a α_3 . Za predpokladu, že $\tau_2 > 2\tau_1$, bude echo SE₂ ležať medzi druhým a tretím pulzom a toto echo je zrkadlené (znovu refokusované) tretím excitačným pulzom α_3 a bude v čase $t = 2\tau_2$ (alebo v čase τ_2 - 1 po treťom vf pulze). Echo, vznikajúce kombinovaným efektom všetkých troch vf pulzov se nazývá stimulované echo.

2.3 Gradientné echá

Iný a často v MRI využívaný spôsob vzniku signálového echa je aplikácia časovo premenných gradientných polí. Takéto echo se nazývá gradientné echo a vlastnosťami a spôsobom vzniku se odlišuje od echa spinového alebo stimulovaného. Základním predpokladom vytvorenia gradientného echa je schopnosť gradientného poľa definovane rozfázovávať a sfázovávať signál.

2.3.1 Vznik gradientného echa

Základná gradientná pulzná sekvencia je znázornená na obr.2.3. Po aplikácií vf pulzu so sklápacím uhlom α (pre rýchle meracie metódy je velmi často používaný malý sklápací uhol) je zapnutý záporný *x*-gradient. Spiny v rôzných polohách *x* budú mať rozdielné fázy, čo je možné v rotačných súradniciach popísať vzťahom



$$\Phi(x,t) = \gamma \int_0^t -G_x x \, dt = -G_x x t \qquad 0 \le t \le \tau \,. \tag{2.3}$$

Obr. 2.3 Pulsná sekvencia gradientné echo GE.

Rovnica (2.3) ukazuje, že po excitačnom pulze docháza k rýchlej strate koherencie spinov nachádzajúcich sa v rôznych polohách na osi *x* a snímaný signál rýchle klesá k nule. Pokles signálu je často charakterizovaný exponenciálnym poklesom s časovou konštantou T_2^{**} . V čase $\tau > 3 T_2^{**}$ klesá snímaný signál k nule. Ak v tomto čase aplikujeme gradient kladnej amplitúdy rovnakej veľkosti ako mal gradient záporný, dojde k postupnému sfázovávániu spinov a snímaný signál bude rásť. Maximálnej amplitúdy dosiahne v čase 2τ . Ďalej potom docháza k opätovnému rozfázovaniu spinov. Tomuto deju se hovorí vnik gradientného echa. Fázu spinov v rotačných súradniciach môžeme vyjádriť vzťahom

$$\Phi(x,t) = -G_x x \tau + \gamma \int_{\tau}^{t} G_x x \, dt = -G_x x \tau + G_x x \left(t - \tau\right) \qquad \tau \le t \le 2\tau \qquad (2.4)$$

Ako je zrejmé z fázového diagramu pre spiny v polohách -x, 0 a x v čase od nuly do τ dojde k rýchlemu rozfázovániu spinov a strate koherencie signálov všetkých spinov. V čase $t = \tau$ po zmene polarity gradientu dojde k otočeniu deja rozfázovávania spinov a v čase $t = 2\tau$ budú mať všetky spiny nulovú fázu a snímaný signál bude maximálny. Ďalej docháza k rozfázovania spinov a k poklesu snímaného signálu. Echo čas $T_{\rm E}$ je rovný 2τ [1].

3. MERANIE DIFÚZIE

Najviac používanou metódou na meranie difúzie je metóda spinového echa s aplikovanými gradientami magnetického poľa (pulse field gradient spin echo - PFGSE). Stejskalom [2], [3] vyvinutá metóda je znázornená na obr. 2.4.

Táto sekvencia, využívajúca gradientné pulzy obdĺžnikového tvaru, je nazývaná 6-intervalová. Po aplikácií 90° pulzu dojde k sklopeniu vektoru magnetizácie do tranzverzálnej roviny a k postupnej relaxácii jadier s časom T_2^* . Aplikáciou 180° pulzu dojde k otočeniu smeru precesie jadier, čím sa jadrá začnú sfázovávať.

Výsledkom procesu sfázovánia je vznik spinového echa v čase T_E , ktorého amplitúda klesá s prirodzeným relaxačným časom T_2 podľa vzťahu

$$A = A_0 \cdot e^{-\frac{T_E}{T_2}}$$
(2.5)



Obr. 2.4 6-intervalová sekvencia Pulzná sekvencia pre meranie difúzie pre difúznych gradientov obdĺžnikového lichoběžníkového a sinusového tvaru a výpočet b-faktorov.

Ak aplikujeme difúzne gradienty (symetricky okolo 180° pulzu) bude pre nehybné jadrá platiť to isté čo u sekvencie bez gradientov. Ak bude však jadro v inej pozícií (aplikáciou gradientu i v inom magnetickom poli) pred a po 180° pulzu, nedojde k dosiahnutiu rovnakej fázy. Pozorovaný signál spinového echa potom nedosiahne takú hodnotu ako v prípade sekvencie bez gradientov. Pokles pozorovaného signálu je možné vyjadriť vzťahom

$$A = A_0 \cdot e^{-bD} \cdot e^{\frac{T_E}{T_2}}$$
(2.6)

Z pomeru amplitúd spinového echa A/A_0 a pri známom *b*-faktore je možné určiť veľkosť difúzneho koeficientu *D*. Veľkosť *b*-faktorov závisí na usporiadaní použitých gradientov.

Matematicky vyjadrená zmena uhlovej frekvencie pozdĺž súradnice *r* (súradnice *x*, *y* alebo *z* v laboratórnej súradnicovej sústave)

$$\Delta \omega - \gamma [B_0 + G(r).r] \tag{2.7}$$

spôsobuje časovú akumuláciu fázy

$$\Phi = \int_{0}^{t} \Delta \omega dt' = \gamma \int_{0}^{t} G(t') r(t') dt'.$$
(2.8)

Pokiaľ sa spiny pohybujú vplyvom difúzie náhodnej, možno považovať rozloženie fázy za Gaussovské a útlm signálu je možné popísať jednoduchou exponenciálnou rovnicou

$$A = A_0 \cdot e^{-(\phi^2)} = A_0 \cdot e^{-bD} , \qquad (2.9)$$

kde, A_0 je intenzita signálu bez difúzie (napr. zmeraná sekvenciou bez difúznych gradientov). Konštanta *b* (tzv. *b*-faktor) udáva citlivosť pulznej sekvencie k difúzii a je daná integrálom

$$b = \gamma^{2} \int_{0}^{T_{E}} \left[\int_{0}^{t} G(t') r dt' \right]^{2} dt'.$$
 (2.10)

Rovnica (2.10) je používaná pre výpočet *b*-faktorov pulzních sekvenci akéhokoľvek časového priebehu gradientov. Pre sekvenciu z obr.2.4 s obdĺžnikovým priebehom difúznych gradientov je možné odvodiť vzťah

$$b = \gamma^2 \cdot G_D^2 \cdot \delta^2 \left(\Delta - \delta / 3 \right) \tag{2.11}$$

Na obr. 2.4 sú uvedené príslušné vzťahy ďalším v praxi poúžívaným priebehom gradientov v sekvencií spinové-echo.



Obr.2.5 Pulzná sekvencia pre meranie difúzie pre sekvenciu gradienté-echo s dvojpolaritními gradientami lichoběžníkového, sinusového a obdĺžnikového priebehu a výpočet b-faktorov.

Vzťahy pre sekvenciu gradientné-echo, ktorá je druhou najčastějšie používanou technikou získavanie MR signálu, sú uvedené na obr. 2.5. Táto sekvencia neobsahuje 180° pulz a preto je potrebné oboch polarít gradientov. Výhodou tejto sekvencie je kratšie echo čas $T_{\rm E}$, ale pokles ech je väčší z dôvodu nehomogenity základného poľa tomografu.

3.1 Teória

Prvá najvyhovujúcejšia metóda pre meranie difúznych koeficientov je Hahnova spin – echová metóda, ktorú ujasnili Carr a Purcell a ďalší [3], [4], [5], [6], [7], [8]. Priebeh magnetického poľa grandientov musí byť presne definovaný vo všetkých časoch.

Pretože gradient zvyšuje možnosť na vytvorenie pozorovaní menších a menších hodnôt difúznych koeficientov nukleárnej magnetickej rezonancie, šírka pásma sa rovnako zvyšuje so zodpovedajúcim poklesom v dĺžke voľného uvedenia rozkladu nasledujúceho prvého pulzu (90°) v spin-echovej sekvencií a znižuje šírku echa nasledujúceho druhého (180°) pulzu.

Takto dochádza k poklesu dostupných informácií z echa, ako klesá gradient, treba rozšíriť šírku pásma detekčného systému, aby sa zlepšila krátkodobá odozva, čo ale spôsobí zvýšený príjem šumu. Nakoniec s rastúcou šírkou pásma koncový výstup pulzného vysielača bude musieť zvyšovať držanie RF poľa amplitúdy B_1 väčšej ako šírka pásma. Ďalej nové záznamy systémov v ktorých difúzny koeficient je priestorovo závisiaci (obmedzená difúzia) je to vhodne vyriešené, tak že časová fáza počas ktorej je difúzia pozorovaná je jasne definovaná. To sa dá dosiahnúť tak, že tento čas je taký krátky ako je len možné.

Pokus vylúčil nejaké skúšobné obmedzenie, my sme si ujasnili techniku v ktorej pole gradientov je značne redukované počas časov, v ktorých sú aplikované RF pulzy a tiež v čase javu echa. Šírka pásma je teda menšia v čase RF pulzov a je znižovaná podmienka na B_1 a väčšia v čase echa pod podmienkou úplnej šírky echa.

Gradient môže byť ľubovoľne veľký v ostatných časoch. Ak je gradient v čase echa držaný na konštantnej hodnote ako gradient v ostatných časoch, echo bude meniť amplitúdu (pod podmienkou, že difúzia prebieha) ale nie tvar. Aj keď táto technika bola vyvinutá najskôr pre zmienené experimentálne dôvody, gradienty aplikované v krátkych pulzoch budeme vidieť, že v čase v ktorom difúzny proces sledujeme je presne definovaný.

Veľa pohľadov na experiment spomenutých v tomto texte bolo predpokladmi pre prácu Andersona, Hahna, Hortona, Tuckera a Walkera, ktorí demonštrovali spinové echá a riešili ich pomocou pulzného poľa gradientov. Pre svoje ciele čerpali z rovnakých základných poznatkov. Títo autori významne popísali efekt difúzie v experimente ale nedohodli sa na jednotnej technike gradientných pulzov pri meraní vlastných difúznych koeficientov. McCall, Douglass a Anderson poznamenali pokusné možnosti tejto techniky, v meraní vlastných difúznych koeficientov, ale nestanovili matematickú analýzu alebo experimentálne neotestovali metódu.

Vývoj spinového echa a vplyv spinovej difúzie na veľkosť echa v stálom magnetickom poli gradientov, opísali už skorej spomínaní E. L. Hahn, H. Y. Carr, E.M.Purcell a ďalší. Za účelom získania správneho výsledku premenlivého poľa gradientov, bolo najvyhovujúcejšie objavenie postupu H. C. Torreyom vo forme, ktorú prezentoval A. Abragam. My začneme našu deriváciu s výsledkami danými Abragamom a vypočítame výsledok pre vývoj signálu medzi prvého 90° a nasledujúcom 180° pulzu.

$$\partial \Psi / \partial t = -\gamma (r.G)\Psi + D\nabla^2 \Psi$$
(3.1)

Tu je $\Psi(r,t)$ je definované podľa vzťahov :

$$M_{z} + iM_{y} = \Psi \exp[-(i\omega_{0} + 1/T_{2})t]$$
(3.2)

Kde $M_z + iM_y$ reprezentujú chovanie časti z nukleárnej magnetizácie M na kolmej ploche pôsobiaceho magnetického poľa B_0 a gradientu G(t) definovaného ako

$$B_{z} = B_{0} + (r.G) \tag{3.3}$$

Gradient G prevzal všade jednotný vzor. Funkcia Ψ , ktorá závisí od priečneho T_2 relaxačného pohybu. Uhlová rýchlosť

$$\omega_0 = \gamma B_0 \tag{3.4}$$

okolo osi *z* a v rovnakom zmysle M precesie. Vo vzťahoch γ reprezentuje gyromagnetický pomer a B_0 dôležité jednotne aplikované statické pole, *D* je difúzny koeficient.

Najprv uvažujeme bez difúzneho času. Riešenie jednoduchej rovnice musí byť rozdelené do dvoch častí medzi 90° pulzom (kde t = 0) a 180° (kde $t = \tau$) Ψ dané :

$$\Psi = A \exp(-i\gamma r F) \tag{3.5}$$

kde

$$F(t) = \int_{0}^{t} G(t') dt'$$
 (3.6)

Zaviedli sme podmienku, že $\Psi = A$ nasledujúceho 90° pulzu. Efekt 180° pulzu spočíva v tom, že vráti fázu Ψ o uhol, ktorý je dvojnásobok predchádzajúceho. Z tohto dôvodu nasledujúci pulz má :

$$\Psi = A \exp\left[-i.\gamma.r.(F - 2f) + i\alpha\right]$$
(3.7)

kde

$$f = F(\tau) \tag{3.8}$$

Fáza natočenia α závisí od fázy 180° pulzu a relatívne od 90° a možno uvažovať za nulový. Tu je možné vidieť, že echo môžeme predpokladať, keď $t = \tau$ potom platí, že $F(\tau) = 2f$, $\Psi = A$ platí pre všetky hodnoty *r* z nasledujúceho 90° pulzu. Všimli sme si, že závisí na *G* a stanovili sme podmienku, že to nikdy nemôže nastať, a ak to nastane, τ sa nemusí rovnať 2τ ako keď *G* je konštantné.

Ak tento stav nastane, v týchto časoch nukleárne signály dosahujú maximum pre ktoré všade platí $\Psi \neq A$. Výskyt takýchto ech závisí na stupni, tvare vzorku (kôli závislosti Ψ na *r* od tejto doby pozorovali jadrové signály zamerané na sčítanie Ψ do vzorkov).

Riešime len situáciu keď $\Psi = A$. Môžeme použiť nasledujúce jednoduché výrazy, ktoré reprezentujú chovanie Ψ od 90° pulzu do echa (a za echom).

$$\Psi = A \exp\left[-i.\gamma r \cdot (F - (\xi - 1)) \cdot f\right]$$
(3.9)

keď

$$\xi = +1$$
 pre $0 < | < \tau$
 $\xi = -1$ pre $t > \tau$

Teraz sa vrátime k difúzií v čase k vzorcu (3.1). A budeme pokladať riešenie tejto rovnice za identické s riešením ukázaným vo vzorci (3.9) s výnimkou že *A* je funkcia závisiaca na čase *t*. Substitúciou do vzorca 1 dostaneme nasledujúci tvar

$$dA/dt = -\gamma^2 D [F + (\xi - 1)f]^2 A$$
(3.10)

Integráciu vzorca (10) medzi časom t = 0 a $t = \tau$ sme získali tvar

$$\ln\left[\frac{A(\tau')}{A(0)}\right] = -\gamma^2 D\left[\int_{0}^{\tau} F^2 dt - 4f \int_{\tau}^{\tau} F dt + 4f^2(\tau'-\tau)\right]$$
(3.11)

Od $\Psi = A(0)$ okamžite nasledujúceho 90° pulzu a $\Psi = A(\tau)$ na vrchole echa, $A(\tau) = A(0)$ reprezentujú echo difúzie a echo amplitúdy. Všimnime si, že dĺžka vnútri hranatej zátvorky závisí len na výbere τ a *G*, tak práve keď *G* nie je úplne známe je možné robiť meranie len s poznaním materiálu so známym *D*.

Pre príklad bol vybraný následujúci priebeh gradientu

| g_0 | keď | $0 < t < t_1$ |
|-----------|-----|--|
| $g_0 + g$ | keď | $t_1 < t < t_1 + \delta < \tau$ |
| g_0 | keď | $t_1 + \delta < t < t_1 + \Delta > \tau$ |
| $g_0 + g$ | keď | $t_1 + \Delta < t < t_1 + \Delta + \delta < 2\tau$ |
| g_0 | keď | $t_1 + \Delta + \delta < t$ |

Takto na jadrá pôsobí statický gradient g_0 , ktorý je daný nehomogénnym laboratórnym magnetickým poľom a druhý gradient g, ktorý môže byť v odlišnom smere ako g_0 a pôsobí na jadrá po dobu δ jedenkrát medzi 90° a 180° pulzom a znovu medzi 180° pulzom a echom. Prvý gradientný pulz nastane v čase t_1 a druhý v čase $t_1 + \delta$. Pre túto voľbu echo G(t) sa vyskytuje v $t = 2\tau$. Výsledok amplitúdy echa je daný

$$\ln[A(2\tau)A(0)] = -\gamma^2 D\left\{\frac{2}{3}\tau^3 g_0^2 + \delta^2 \left(\Delta - \frac{1}{3}\delta\right)g^2 - \delta\left[\left(t_1^2 + t_2^2\right) + \delta(t_1 + t_2) + \frac{2}{3}\delta^2 - 2\tau^2\right]g.g_0\right\}$$
(3.12)

kde $t_2 = 2\tau - (t_1 + \Delta + \delta)$ a je medzi koncom druhého gradientného pulzu a spičkou echa.

Ak g₀ blíži k nule, výsledok je

$$\ln[A(2\tau)A(0)] = -\gamma^2 D\delta^2 \left(\Delta - \frac{1}{3}\delta\right)g^2$$
(3.13)

Za podmienky keď δ je pripustené, že sa blíži k nule najmenšia do doby až $\frac{1}{3}\delta\langle\langle\Delta, zatiaľ$ čo rastúce g tak aby vydržalo až súčin $g.\delta$ konečný výsledok je dokonca jednoduchší

$$\ln[A(2\tau)A(0)] = -\gamma^2 D\delta^2 \Delta g^2$$
(3.14)

Ďalšia voľba G(t), ktorá môže byť zaujímavejšia je pred 90° pulzom a má tvar

$$G(t) = g_1 + g_2 [1 - \cos(2\pi t / \tau)]$$
(3.15)

Nastane keď t = 0 a 180° pulz , keď je $t = \tau$. Echo nastane keď $t = 2 \tau$. V nehomogénnom základnom laboratórnom poli sú reprezentované g_1 . Predsa len aplikovaný gradient (čas zahrňujúci g_2) je nulový počas dvoch pulzov a v čase spičky echa, zmenou g_2 nastane zmena tvaru echa presne blízko základne. Tieto gradienty by mali byť lahšie držané ako pulzné gradienty opísané pred tým. Pre túto voľbu dostaneme nasledujúci výraz pre echo amplitúdy

$$\ln\left[\frac{[A(2\tau)]}{A(0)}\right] = -\gamma^2 D\tau^3 \left[\frac{2}{3}g_1^2 + \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{4\pi^2}\right)g_2^2 + \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{\pi^2}\right)g_1 \cdot g_2\right]$$
(3.16)

4. STANOVENIE CHÝB DIFÚZNYCH KOEFICIENTOV

V experimentálnom pokuse sa zameriavam a vyhodnocujem ako závisia zmeny jednotlivých parametrov na chyby *b*-faktoru a difúzie v PFG NMR 6intervalovej sekvencii. Vyhodnocujem ich v jednotlivých prípadoch 1 - 4. Teoreticky PFG NMR 6-intervalová sekvencia vyzerá takto:



Obr.4.1 6 - intervalová PFG NMR sekvencia

Keď to nie je zobrazovací systém pridáva sa prvý a druhý gradient a ten mení fázu každého miesta toho vzorku. Jedno miesto značí *r* a je to bod priestoru $r \in x, y, z$

| Fáza je elektrotechnike definovaná | $\phi_r = \omega.t$ | (4.1) |
|------------------------------------|---------------------|-------|
|------------------------------------|---------------------|-------|

Úhlový kmitočet ω v magnetickej rezonancii je $\omega = \gamma . B$ (4.2)

 γ .B vyjadruje kmitočet jadier,

dosadením do prvého vzťahu dostávame
$$\phi_r = \gamma . B.t$$
 (4.3)

 $\phi = \gamma . G. r. t$

magnetické pole *B* je *G.r*

 $b = \int \phi^2 dt \tag{4.4}$

1.) V prvom bode experiment spočíva v tom, že zvyšujem a znižujem veľkosti relativných amplitúd gradientov G_P a G_R o 1%. Vyhodnocujem tieto prípady

- a.) základné parametre 6 intervalovej PFG NMR sekvencie
- b.) gradienty G_P a G_R zvyšujem o 1%
- c.) gradienty $G_{\rm P}$ a $G_{\rm R}$ znižujem o 1%
- a.) základné parametre 6 intervalovej PFG NMR sekvencie

| 5 e ⁻³ | delta | - dĺžka gradientu difúzne citlivéh | 0 Iradiantu |
|---------------------|--------------------|---|--------------------------|
| 10 e | | | |
| 10 e ° | delta ₂ | e - dizka od konca gradientu do 18 | 30° pulzu |
| 0 | δ | - čas medzi pi/2 pulzami | |
| 2.674e8 | gamn | na - gyromagnetický pomer | |
| 100 e ⁻³ | GP | - relatívna amplitúda gradientu | <mark>1 - 180mT/m</mark> |
| 100 e ⁻³ | G _R | - relatívna amplitúda gradientu | <mark>1 - 180mT/m</mark> |
| 0 | F _Ρ | relatívna amplitúda gradientu | 1 - 180mT/m |
| 0 | F_R | - relatívna amplitúda gradientu | 1 - 180mT/m |
| 0 | g 0 | relatívna amplitúda gradientu | 1 - 180mT/m |
| 30000 | Mo | - amplitúda echa s ps bez gradie | entov |
| 11500 | M_{E} | - amplitúda echa s ps s gradient | ami |



Obr. 4.2 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru pre zmenu difúzneho gradientu

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{4,1696.10^{8} - 4,1710.10^{8}}{4,1710.10^{8}}.100 = -0,0336\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{2,2996.10^{-9} - 2,2989.10^{-9}}{2,2989.10^{-9}}.100 = 0,0304\%$$

b.) gradienty G_P a G_R zvyšujem o 1%

Parametre 6 intervalovej PFG NMR sekvencie sú rovnaké ako v prípade a.) vyznačené sú len zmenené hodnoty relatívnych aplitúd





Obr. 4.3 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru pre zmenu difúzneho gradientu

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{4,2534.10^{8} - 4,2548.10^{8}}{4,2548.10^{8}}.100 = -0,0329\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{2,2543.10^{-9} - 2,2536.10^{-9}}{2,2536.10^{-9}}.100 = 0,0311\%$$

c.) gradienty G_P a G_R znižujem o 1%

Parametre 6 intervalovej PFG NMR sekvencie sú rovnaké ako v prípade a.) vyznačené sú len zmenené hodnoty relatívnych aplitúd

$$99e^{-3}$$
 G_P - relatívna amplitúda gradientu 1 - 180mT/m
 $99e^{-3}$ G_R - relatívna amplitúda gradientu 1 - 180mT/m



Obr. 4.4 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru pre zmenu difúzneho gradientu

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{4,0866.10^{8} - 4,0880.10^{8}}{4,0880.10^{8}}.100 = -0,0343\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{2,3463.10^{-9} - 2,3455.10^{-9}}{2,3455.10^{-9}}.100 = 0,0341\%$$

Chyby merania difúzneho koeficientu *D* a výpočtu *b*-faktoru pri zmenách gradientu G_P a G_R sú súhrnne uvedené v tab.1.

| Tab. 1 | | | | | | | |
|--------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|-------------------|-------------------|--|
| prípad | b výpočet | b klasická | D výpočet | D klasická | $\delta_{_b}[\%]$ | $\delta_{_D}[\%]$ | |
| а | 4,1696.10 ⁸ | 4,1710.10 ⁸ | 2,2296. 10 ⁻⁹ | 2,2989. 10 ⁻⁹ | -0,0336 | 0,0304 | |
| b | 4,2534 .10 ⁸ | 4,2548 .10 ⁸ | 2,2543 .10 ⁻⁹ | 2,2536 .10 ⁻⁹ | -0,0329 | 0,0311 | |
| С | 4,0866.10 ⁸ | 4,0880.10 ⁸ | 2,3463 .10 ⁻⁹ | 2,3455 . 10 ⁻⁹ | -0,0343 | 0,0341 | |

2.) V druhom bode experiment spočíva v tom, že zvyšujem a znižujem veľkosť relatívnej amplitúdy gradientu G_P o 1% a G_R ostáva konštantné a naopak. Vyhodnocujem tieto prípady:

| 1% G _R = konst | |
|------------------------------------|--|
| 1% G _R = konst | |
| <i>G</i> _R = zvyšujem o | 1% |
| $G_{\rm R}$ = znižujem o | 1% |
| | 1% $G_{\rm R}$ = konst 1% $G_{\rm R}$ = konst $G_{\rm R}$ = zvyšujem o $G_{\rm R}$ = znižujem o |

a.) $G_{\rm P}$ zvyšujem o 1% $G_{\rm R}$ = konst

| 5 e ⁻³ 10e ⁻³ 10e ⁻³ % | delta - dĺžka gradientu difúzne citlivého delta - dĺžka od 90° pulzu k počiatku g delta ₂ - dĺžka od konca gradientu do 18 | o Iradientu 0 º pulsu |
|---|---|-----------------------------|
| 0 | δ - čas medzi pi/2 pulzami | |
| 2.674e ⁸ | gamma - gyromagnetický pomer | |
| 101e ⁻³ | <i>G</i> _p - relatívna amplitúda gradientu | <mark>1 - 180mT/m</mark> |
| 100e ⁻³ | G _R - relatívna amplitúda gradientu | 1 - 180mT/m |
| 0 | F _P - relatívna amplitúda gradientu | 1 - 180mT/m |
| 0 | F _R - relatívna amplitúda gradientu | 1 - 180mT/m |
| 0 | g ₀ - relativna amplitúda gradientu | 1 - 180mT/m |
| 0 | relatívna amplitúda gradientu | 1 - 180mT/m |
| 30000 | Mo - amplitúda echa s ps bez gradiento | V |
| 11500 | M _E - amplitúda echa s ps s gradientami | |



Obr. 4.5 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru pre zmenu difúzneho gradientu

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{4,2566.10^{8} - 4,2548.10^{8}}{4,2548.10^{8}}.100 = 0,0423\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D} = \frac{2,2526.10^{-9} - 2,2536.10^{-9}}{2.2536.10^{-9}}.100 = -0,0444\%$$

$$D_D = \frac{1}{D_{klasicka}} = \frac{1}{2,2536.10^{-9}}$$
.100-

b.) $G_{\rm P}$ znižujem o 1% $G_{\rm R}$ = konst

Parametre 6 intervalovej PFG NMR sekvencie sú rovnaké ako v prípade a.) vyznačená je len zmenená hodnota relatívnej amplitúdy G_p





$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{4,0838.10^{8} - 4,0880.10^{8}}{4,0880.10^{8}}.100 = -0,1027\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{2,3479.10^{-9} - 2,3455.10^{-9}}{2,3455.10^{-9}}.100 = 0,1023\%$$

c.) $G_{\rm P} = {\rm konst}$ $G_{\rm R} = zvyšujem o 1\%$

Parametre 6 intervalovej PFG NMR sekvencie sú rovnaké ako v prípade a.) vyznačená je len zmenená hodnota relatívnej aplitúdy G_R

101e-3 G_R - relatívna amplitúda gradientu 1 - 180mT/m



Obr. 4.7 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru pre zmenu difúzneho gradientu

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{4,1668.10^{8} - 4,1710.10^{8}}{4,1710.10^{8}}.100 = -0,1001\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{2,3012.10^{-9} - 2,2989.10^{-9}}{2,2989.10^{-9}}.100 = 0,1001\%$$

d.)
$$G_{\rm P} = {\rm konst}$$
 $G_{\rm R} = {\rm zni}{\rm zujem}$ o 1%

Parametre 6 intervalovej PFG NMR sekvencie sú rovnaké ako v prípade a.) vyznačená je len zmenená hodnota relatívnej aplitúdy $G_{\rm R}$

99e-3 *G*_R - relatívna amplitúda gradientu 1 - 180mT/m



Obr. 4.8 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru pre zmenu difúzneho gradientu

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{4,1728.10^{8} - 4,1710.10^{8}}{4,1710.10^{8}}.100 = 0,0432\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{2,2979.10^{-9} - 2,2989.10^{-9}}{2,2989.10^{-9}}.100 = -0,3435\%$$

Chyby merania difúzneho koeficientu D a výpočtu *b*-faktoru pri zmenách gradientu G_P a G_R sú súhrnne uvedené v tab.2.

| | Tab. 2 | | | | | | |
|--------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|--|
| prípad | b výpočet | b klasická | D výpočet | D klasická | $\delta_{_b}[\%]$ | $\delta_{_D}[\%]$ | |
| а | 4,2566.10 ⁸ | 4,2548.10 ⁸ | 2,2526.10 ⁻⁹ | 2,2536.10 ⁻⁹ | 0,0423 | -0,0444 | |
| b | 4,0838.10 ⁸ | 4,0880.10 ⁸ | 2,3479.10 ⁻⁹ | 2,3455.10 ⁻⁹ | -0,1027 | 0,1023 | |
| с | 4,1668.10 ⁸ | 4,1710.10 ⁸ | 2,3012.10 ⁻⁹ | 2,2959.10 ⁻⁹ | -0,1001 | 0,1001 | |
| d | 4,1728.10 ⁸ | 4,1710.10 ⁸ | 2,2979.10 ⁻⁹ | 2,2989.10 ⁻⁹ | 0,0432 | -0,3435 | |

3.) V treťom bode experiment spočíva v tom, že zvyšujem a znižujem dĺžku delta (dĺžka gradientu difúzne citlivého) o 1%. Vyhodnocujem tieto prípady:

a.) delta znižujem o 1%b.) delta zvyšujem o 1%

a.) delta znižujem o 1%





Obr. 4.9 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru pre zmenu dĺžky difúzneho citlivého gradientu

Výpočet relatívnych chýb difúzie a b - faktoru :

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{4,0822.10^{8} - 4,0822.10^{8}}{4,0822.10^{8}}.100 = 0\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{2,3489.10^{-9} - 2,3489.10^{-9}}{2,3489.10^{-9}}.100 = 0\%$$

b.) delta zvyšujem o 1%



Obr. 4.10 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru pre zmenu dĺžky difúzneho citlivého gradientu

Výpočet relatívnych chýb difúzie a b - faktoru :

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{5,1174.10^{8} - 5,1190.10^{8}}{5,1190.10^{8}}.100 = -0,0312\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{1,8737.10^{-9} - 1,8731.10^{-9}}{1,8731.10^{-9}}.100 = 0,0320\%$$

Chyby merania difúzneho koeficientu *D* a výpočtu *b*-faktoru pri zmene dĺžky difúzneho citlivého gradientu sú súhrnne uvedené v tab.3.

| Tab. 3 | | | | | | |
|--------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|
| prípad | b výpočet | b klasická | D výpočet | D klasická | $\delta_{_b}[\%]$ | $\delta_{_D}[\%]$ |
| а | 4,0822.10 ⁸ | 4,0822.10 ⁸ | 2,3489.10 ⁻⁹ | 2,3489.10 ⁻⁹ | 0 | 0 |
| b | 5,1174.10 ⁸ | 5,1190.10 ⁸ | 1,8737.10 ⁻⁹ | 1,8731.10 ⁻⁹ | -0,0312 | 0,0320 |

4.) V štvrtom bode experiment spočíva v tom, že pridám statický gradient g_0 Vyhodnocujem štyri prípady:

a.) statický gradient $g_0 = 1e^{-3}$ b.) statický gradient $g_0 = 2e^{-3}$ c.) statický gradient $g_0 = 5e^{-3}$ d.) statický gradient $g_0 = 7e^{-3}$





Obr. 4.11 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru po pridaní statického gradientu

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{4,5106.10^{8} - 4,710.10^{8}}{4,710.10^{8}}.100 = 8,1419\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{2,1258^{-9} - 2,2989.10^{-9}}{2,2989.10^{-9}}.100 = -7,5297\%$$

b.) 2 e-3 g₀ - relatívna amplitúda gradientu 1 - 180mT/m



Obr. 4.12 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru po pridaní statického gradientu

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{4,8665.10^{8} - 4,1710.10^{8}}{4,710.10^{8}}.100 = 16,6747\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{11}} = \frac{1,9703^{-9} - 2,2989.10^{-9}}{2.2989.10^{-9}}.100 = -14,2938\%$$



Obr. 4.13 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru po pridaní statického gradientu

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{6,0236.10^{8} - 4,1710.10^{8}}{4,710.10^{8}}.100 = 44,4162\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{1,5918^{-9} - 2,2989.10^{-9}}{2,2989.10^{-9}}.100 = -30,7582\%$$

d.)



Obr. 4.14 Vývoj fázy MR signálu pri výpočte b-faktoru po pridaní statického gradientu

$$\delta_{b} = \frac{\Delta b}{b_{klasicka}} = \frac{6,8695.10^{8} - 4,1710.10^{8}}{4,710.10^{8}}.100 = 64,6967\%$$
$$\delta_{D} = \frac{\Delta D}{D_{klasicka}} = \frac{1,3958^{-9} - 2,2989.10^{-9}}{2,2989.10^{-9}}.100 = -39,2840\%$$

Chyby merania difúzneho koeficientu D a výpočtu b-faktoru po pridaní statického gradientu g_0 sú súhrnne uvedené v tab.4.

| Tab. 4. | | | | | | | | |
|---------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|--|--|
| prípad | b výpočet | b klasická | D výpočet | D klasická | $\delta_{_b}[\%]$ | $\delta_{_D}[\%]$ | | |
| а | 4,5106.10 ⁸ | 4,1710.10 ⁸ | 2,1258.10 ⁻⁹ | 2,2989.10 ⁻⁹ | 8,1419 | -7,5297 | | |
| b | 4,8665.10 ⁸ | 4,1710.10 ⁸ | 1,9703.10 ⁻⁹ | 2,2989.10 ⁻⁹ | 16,6747 | -14,2938 | | |
| С | 6,0236.10 ⁸ | 4,1710.10 ⁸ | 1,5918.10 ⁻⁹ | 2,2989.10 ⁻⁹ | 44,4162 | -30,7582 | | |
| d | 6,8695.10 ⁸ | 4,1710.10 ⁸ | 1,3958.10 ⁻⁹ | 2,2989.10 ⁻⁹ | 64,6967 | -39,2840 | | |

Súhrn všetkých prípadov v ktorých som vyhodnocoval chyby merania difúzneho koeficientu D a výpočtu b-faktoru v tab.5.

| Tab. 5 | | | | | | | |
|--------|---|---|---------|-------------------|--|--|--|
| Prípad | | Zmeny jednotlivých parametrov | | $\delta_{_D}[\%]$ | | | |
| 1 | а | základné parametre 6 intervalovej PFG NMR sekvencie | | 0,0304 | | | |
| | b | <i>G</i> _P a <i>G</i> _R zvyšujem o 1% | -0,0329 | 0,0311 | | | |
| | с | <i>G</i> _P a <i>G</i> _R znižujem o 1% | -0,0343 | 0,0341 | | | |
| 2 | а | <i>G</i> _P zvyšujem o 1% <i>G</i> _R = konst | 0,0423 | -0,0444 | | | |
| | b | <i>G</i> _P znižujem o 1% <i>G</i> _R = konst | -0,1027 | 0,1023 | | | |
| | с | $G_{\rm P}$ = konst $G_{\rm R}$ = zvyšujem o 1% | -0,1001 | 0,1001 | | | |
| | d | $G_{\rm P}$ = konst $G_{\rm R}$ = znižujem o 1% | 0,0432 | -0,3435 | | | |
| 3 | а | delta znižujem o 1% | 0 | 0 | | | |
| | b | delta zvyšujem o 1% | -0,0312 | 0,032 | | | |
| 4 | а | statický gradient $g_0 = 1e^{-3}$ | 8,1419 | -7,5297 | | | |
| | b | statický gradient $g_0 = 2e^{-3}$ | | -14,2938 | | | |
| | с | statický gradient $g_0 = 5e^{-3}$ | 44,4162 | -30,7582 | | | |
| | d | statický gradient $g_0 = 7e^{-3}$ | 64,6967 | -39,284 | | | |

5. ZÁVER

V bakalárskej práci som opísal jednotlivé metódy merania difúznych koeficientov. Zameral som sa hlavne na najviac využívanú metódu na meranie difúzie, ktorou je metóda spinového echa s aplikovanými gradientami magnetického poľa (pulse field gradient spin echo - PFGSE). V praktickej časti som zisťoval chyby v 6 intervalovej sekvencii a skúmal vplyv zmeny jednotlivých parametrov na b-faktor a difúzny koeficient. Najprv som zvýšil G_R a G_P o 1% oproti vstupným hodnotám vzniknuté chyby b-faktoru a difúzneho koeficientu boli zanedbateľné. Zvýšenie a zníženie relatívnej aplitúdy gradientu G_R voči G_P o 1% spôsobilo opäť veľmi malé chyby bfaktoru a difúzneho koeficientu. Vplyv 1% zmeny delta sa prejavil znovu malými chybami. Nakoniec som pridal statický gradient g_0 , pridanie spôsobilo veľké chyby.

Pre zníženie systematickej chyby merania difúznych koeficientov sa využívajú viac intervalové pulzné sekvencie, ktoré prídavnými vf pulzami a ďalšími difúznymi gradientami eliminujú krížové členy vo vzťahoch pre výpočet *b*-faktorov a potlačia závislosť tohto faktoru na zvolených časových intervaloch v meracej sekvencii.

6. POUŽITÁ LITERATÚRA

- [1] prof. Ing. KAREL BARTUŠEK, DrSc. Ústny výklad problematiky
- [2] STEJSKAL E.O. AND TANNER J.E. Spin diffusion measurements: Spin echoes in the presence of a time-dependent field gradient. *J. Chem. Phys.* 1965, No. 42, p. 288.
- [3] TANNER J.E., J. Chem. Phys. 1970, 52, p. 2523.
- [4] COTTS, R.M., HOCH M. J. R., SUN T., MARKERT J. T. Pulsed field gradient stimulated echo methods for improved NMR diffusion measurements in heterogeneous systems, *J. Magn. Reson.* 1989, 83, pp. 252-266.
- [5] SORLAND H.G., HAFSKJOLD B., HERSTAD O. A stimulated-echo Metod for diffusion measurements in heterogeneous media usány pulsed field gradients, *J. Magn. Reson.* 1997, 124, pp. 172-176.
- [6] SUN P.Z., SELAND J.G. AND CORYB D. Background gradient suppression in pulsed gradient stimulated echo measurements. *J. Magn. Reson.* 2003, 161, pp. 168-173.
- [7] GALVOSAS P., STALLMACH F., AND KÄRGER J. Background gradient suppression in stimulated echo NMR diffusion studies using magic pulsed field gradient ratios. *J. Magn. Reson.* 2004, 166, pp. 164-173.
- [8] MAIR R.W., ROSEN M.S., WANG R., CORY D.G., AND WALSWORTH R.L. Diffusion NMR methods applied to xenon gas for materials study. *Magn. Reson. Chem.* 2002 No. 40, pp. 29-39.

PRÍLOHA Zdrojový kód programu v ktorom som vyhodnocoval chyby

% výpočet b-faktoru pre 6-intervalovú sekvenciu a porovnanie s klasickým výpočtom.

clear

[filenameplus,pathname] = uigetfile('*.asc', 'Data merania');

fname=[pathname,filenameplus];

dat =load(fname);

| delta = dat(1,1); | % dĺžka gradientu difúzne citlivého |
|--------------------|---|
| delta1 = dat(2,1); | % dĺžka od 90° pulzu k počiatku gradientu |
| delta2 = dat(3,1); | % dĺžka od konca gradientu do 180° pulzu |
| DELTA = dat(4,1); | % čas medzi pi/2 pulzami |
| gama = dat(5,1); | % gyromagnetický pomer |
| Gp = dat(6,1); | % amplitúda gradientu GP 1 - 180mT/m |
| Gr = dat(7,1); | % amplitúda gradientu FP – 1 - 180mT/m |
| Fp = dat(8,1); | % amplitúda gradientu GP 1 - 180mT/m |
| Fr = dat(9,1); | % amplitúda gradientu FP 1 - 180mT/m |
| G0 = dat(10,1); | % amplitúda gradientu g 1 - 180mT/m |
| F0 = dat(11,1); | % amplitúda gradientu g 1 - 180mT/m |
| M0 = dat(12,1); | % amplitúda echa s ps bez gradientov |
| ME = dat(13,1); | % amplitúda echa s ps gradientami |

```
MM = ME/M0;
G=[G0 Gp+G0 G0 G0 Gr+G0 ];
G2=[G0 Gr+G0 G0 ];
r1 = delta1+delta; r2 = r1+delta2; r3=r2+delta1; r4=r3+delta;
r5=r4+delta2;
ti1= [delta1 r1 r2 ];
ti2= [ r3 r4 r5];
```

Dt = 1e-6;

% Vytvorí graf gradientov Grad=f(t) podľa zadania cas1 = (1:max(ti1)/Dt)-1; t1 = cas1*Dt;

```
j = 1;
for l = 1:max(ti1)/Dt
  k=ti1(j)/Dt; g=G(j);
  if l < k,
      Grad(l) = g;
  else
     j = j + 1;
  end
end
cas2 = (max(ti1)/Dt:max(ti2)/Dt-1);
t2 = cas2*Dt;
j = 1;
for l = 1:max(ti2)/Dt-max(t1)/Dt
    k=ti2(j)/Dt-max(t1)/Dt; g=G2(j);
  if l < k,
      Grad2(1) = g;
    else
     j = j + 1;
  end
end
```

```
% Výpočet štvorca integrálu do 180° pulzu

I = 0;

for I = 1:max(ti1)/Dt-1

I = I + Grad(I)*Dt;

II(I) = I^2;

IP(I) = I;

end

IF = I;% hodnota fázy tesne pred 180° pulzom

% Výpočet integrálu štvorca integrálu do 180° pulzu

I = 0;

for I = 1:max(ti1)/Dt-1

I = I + II(I)*Dt;

AP(I) = I;

b = I;
```

end

```
% Výpočet štvorca integrálu od 180° pulzu do echa
I2 = -IF; % počáteční hodnota je záporně vzatá hodnota fáze před 180° pulzom
for l = 1:max(ti2)/Dt-max(t1)/Dt %+Dt/2
I2 = I2 + Grad2(l)*Dt;
II2(l)= I2^2;
IP2(l)= I2;
```

end

% Výpočet integrálu štvorca integrálu od 180° pulzu do echa

I2 = 0; for l = 1:max(ti2)/Dt-max(t1)/Dt I2 = I2 + II2(l)*Dt; AP2(l) = I2; b2 = I2; end bvypocet=gama^2*(b+b2) DELTAk = delta + delta1 + delta2; bklasicka = gama^2.*(delta.^2 .* Gp.^2 .* (DELTAk - delta./3)) Dvypocet = $-\log(MM)$ /bvypocet Dklasicka = $-\log(MM)$ /bklasicka

```
figure(1)

plot([t1 t2],[IP IP2 ])

xlabel('t / s')

ylabel('k / mT . s/m')

figure(2)

plot([t1 t2],[II II2 ])

xlabel('t / s')

ylabel('k^2 / ?')

figure(3)

plot([t1 t2],[AP AP2+max(AP)].*gama^2)

xlabel('t / s')

ylabel('t / s')

ylabel('b / s/m^2')
```