



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY
A BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

POPIS REZIDUÁLNÍCH NAPĚTÍ V POLYMERNÍCH TRUBKÁCH

DESCRIPTION OF RESIDUAL STRESSES IN POLYMER PIPES

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. JAN PODUŠKA

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. PAVEL HUTAŘ, Ph.D.

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2013/14

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Jan Poduška

který/která studuje v **magisterském studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Popis residuálních napětí v polymerních trubkách

v anglickém jazyce:

Description of the residual stresses in polymer pipes

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pro stanovení životnosti polymerních trubek pro rozvody vody nebo plynu je nezbytné provést hydrostatický test. Tento test je velice nákladný a dlouhý zejména pro nové a progresivní materiály. Je tedy nezbytné určit životnost na základě kombinace numerického modelování a experimentálního popisu šíření creepové trhliny. Jedním z významných faktorů, který životnost ovlivňuje je velikost residuálních napětí, které vzniknou při výrobě. Cílem této práce bude tedy z dostupných experimentálních dat získat průběhy residuálních napětí a demonstrovat jejich vliv na odhad životnosti polymerních potrubí.

Cíle diplomové práce:

- Popis průběhu a velikosti residuálních napětí pro extrudované polymerní trubky na základě dostupných experimentálních dat.
- Kvantifikace vlivu residuálních napětí na životnost potrubního systému.

Seznam odborné literatury:

Dowling, Mechanical behaviour of material, 1999, New Jersey.

Janson L.E. Plastic Pipes for Water Supply and Sewage Disposal, Borealis, Stockholm, 1999.

Farshad M. Determination of the long-term hydrostatic strength of multilayer pipes, Polymer Testing 2005; Vol.24: p.1041-1048.

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Pavel Hutař, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/14.

V Brně, dne 22.11.2013




prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu


prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá problematikou reziduálních napětí ve stěně extrudované polymerní trubky a vlivem reziduálního napětí na její životnost. Na základě experimentálních dat získaných pomocí metody rozříznutých kroužků je určeno tangenciální reziduální napětí ve stěně polypropylenové a polyethylenové trubky. Vyhodnocení je provedeno novou metodou založenou na teorii silně zakřivených prutů. Pomocí numerického výpočtu je ověřena správnost tohoto vyhodnocení. Chování trubky za přítomnosti tangenciálních i axiálních reziduálních napětí bylo simulováno pomocí 3D modelu polymerní trubky. Na základě tohoto modelu byla navržena korekce hodnot tangenciálního reziduálního napětí v závislosti na délce zkoušené trubky. Dále je ukázáno, že průběh tangenciálního reziduálního napětí nezávisí na rozměrech a materiálu trubky a je navržena obecná křivka popisující jeho průběh ve stěně extrudované polymerní trubky. Tento zjištěný průběh je poté zahrnut do odhadu životnosti konkrétní polyetylenové trubky metodikou založenou na koncepci lineárně elastické lomové mechaniky. Je určen pokles životnosti při uvažování reziduálních napětí.

KLÍČOVÁ SLOVA

Reziduální napětí, polymerní trubky, polypropylen, polyetylén, metoda rozříznutých kroužků, metoda konečných prvků, odhad životnosti.

ABSTRACT

This thesis is dealing with the issue of residual stress present in the wall of a polymer pipe and the influence on its lifetime. Experimental data obtained by the ring slitting method are evaluated and the tangential residual stress in the wall of polypropylene pipe is determined. The evaluation is carried out using a new methodology based on the curved beam theory. The method is verified using numerical simulation. 3D numerical model is used to verify the behavior of the pipe, when there are both tangential and axial residual stresses present in the pipe wall, because the presence of axial stress causes a rise in the magnitude of tangential residual stress. A correction of the tangential stress values corresponding to the pipe length is then proposed. It is shown, that the distribution of the tangential residual stress does not depend significantly on the dimensions or material of the extruded pipe and a general equation is proposed to describe the distribution. This general distribution is then involved in the calculations of the pipe lifetime that are carried out using a method based on the linear elastic fracture mechanics. A significantly lower lifetimes are obtained when taking the residual stress into account.

KEYWORDS

Residual stress, polymer pipes, polypropylene, polyethylene, ring slitting method, finite element method, lifetime estimation

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

PODUŠKA, J. *Popis reziduálních napětí v polymerních trubkách*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 84 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Pavel Hutař, Ph.D..

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a pod odborným vedením doc. Ing. Pavla Hutaře, Ph.D.

V Brně, dne 13. 5. 2014

Bc. Jan Poduška

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu své diplomové práce, doc. Ing. Pavlu Hutařovi, Ph.D., za cenné rady a skvělé vedení. Dále bych chtěl poděkovat pánům RNDr. Jaroslavu Kučerovi, CSc., a Ing. Jiřímu Sadílkovi, Ph.D., z firmy Polymer Institut Brno za provedení experimentů a poskytnutí dat a také Ing. Martinu Ševčíkovi, Ph.D., za pomoc a užitečné konzultace. Tato práce vznikla za podpory grantového projektu GAČR P108/12/1560.

OBSAH

1	ÚVOD	10
2	PROBLÉMOVÁ SITUACE A CÍLE ŘEŠENÍ.....	12
2.1	Popis problémové situace.....	12
2.2	Cíle řešení.....	12
2.3	Systém podstatných veličin.....	12
3	POLYMERNÍ TLAKOVÉ TRUBKY	14
3.1	Napjatost v tlakové trubce.....	14
3.2	Označování tlakových trubek.....	14
3.3	Materiály polymerních tlakových trubek	15
3.4	Problematika viskoelastického chování trubkových polymerů.....	16
4	PORUŠOVÁNÍ TERMOPLASTOVÝCH TRUBEK.....	19
4.1	Mechanismy porušování termoplastových trubek.....	19
4.2	Testování termoplastových trubek	20
5	REZIDUÁLNÍ NAPĚTÍ	24
5.1	Výroba polymerních trubek	24
5.2	Vznik a charakter reziduálních napětí	24
5.3	Metody měření reziduálních napětí.....	25
6	EXPERIMENT.....	28
6.1	Provedení experimentu.....	28
6.2	Vyhodnocení experimentu	30
7	NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ	38
7.1	2D model	38
7.2	Problematika axiálního rozměru vzorku	44
7.3	3D model	46
8	REZIDUÁLNÍ NAPĚTÍ V POLYMERNÍCH TRUBKÁCH.....	53
8.1	Reziduální napětí v trubkách z polypropylenu.....	53
8.2	Reziduální napětí v trubkách z polyetylenu	55
9	VÝPOČET ŽIVOTNOSTI POLYMERNÍ TRUBKY	58
9.1	Metodika stanovení životnosti polymerní trubky.....	58
9.2	Příklad výpočtu životnosti.....	61
10	ZÁVĚR.....	65
	LITERATURA.....	67
	PUBLIKOVANÉ PRÁCE AUTORA.....	70
	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ.....	71
	SEZNAM OBRÁZKŮ	74
	SEZNAM TABULEK.....	76
	SEZNAM PŘÍLOH.....	77

1 ÚVOD

Trubky z polymerních materiálů se používají pro různé aplikace už více než 50 let. I za tuto relativně krátkou dobu se oblast jejich použití značně rozšířila a polymerní trubky v dnešní době stále častěji nahrazují trubky z konvenčních materiálů jako je kov, keramika nebo beton. Polymerní trubky nachází uplatnění především v tlakových rozvodech pitné vody a zemního plynu a také jako netlakové kanalizační trubky. Výborně se hodí pro dopravu tekutin a plynů v chemickém a petrochemickém průmyslu a pro ochranu kabelů telekomunikační a elektrické rozvodné sítě.

Za takto široké rozšíření vděčí polymerní trubky především dobrým vlastnostem materiálů, ze kterých jsou vyrobeny. Nejčastěji používanými materiály jsou termoplasty polyvinylchlorid (PVC), polyetylén (PE) a polypropylen (PP) [28, 41].

Jednoduchá a nenáročná technologie výroby, kdy je roztavený základní materiál protlačován pomocí extrudéru formou do tvaru trubky a následně chlazen, umožňuje rychlou produkci velkého množství těchto trubek při relativně nízké ceně. Nízká hmotnost trubek vyrobených z těchto materiálů usnadňuje manipulaci a montáž. Lze navíc vyrobit trubky značné délky, a tak odpadá i nutnost častého spojování trubek. Pokud však je nutné trubky spojovat, existuje množství různých metod, které využívají možnosti termoplastového materiálu, jenž lze opakovaně tavit. Tyto metody jsou jednoduché a snadno i rychle aplikovatelné na místě montáže trubky při zachování dokonalé těsnosti. Materiály jsou vysoce odolné proti korozi a proti působení agresivních látek v dopravovaném médiu [6, 41]. Odolnost proti poškození a vysoká životnost jsou však asi největšími výhodami polymerních trubek, neboť u nejnovějších materiálů (především vysokohustotní polyetylén HDPE) přesahuje předpokládaná životnost i 100 let. Vysoká životnost potrubí umožňuje prodloužení servisních intervalů a tím i snížení nákladů na provoz potrubní soustavy [6].

Životnost polymerních trubek se obvykle stanovuje extrapolací na základě výsledků hydrostatické tlakové zkoušky, při níž jsou části trubek opatřeny tlakovými uzávěry, zatíženy vnitřním přetlakem a je měřena doba, po které dojde k porušení. Pro nejnovější materiály s velmi dlouhou životností je však taková zkouška značně časově náročná. Proto se používají různé metody jejího urychlení jako je provedení zkoušky za zvýšené teploty (60°C – 80°C) nebo na trubce s vruby. Vzhledem k tomu, že nejčastějším typem porušení polymerní trubky v provozu je porušení mechanismem pomalého růstu creepové trhliny (SCG), lze životnost trubek odhadnout na základě měření rychlosti růstu takovéto trhliny v daném materiálu na speciálních vzorcích. Rychlost růstu trhliny jeho odolnost proti jejímu šíření se měří pomocí zkoušek typu PENT, FNCT nebo CRB testu. Vlastní životnost se pak stanoví na základě koncepce součinitele intenzity napětí založené na lineárně elastické lomové mechanice.

Protože trubky při výrobě tuhnou z roztaveného materiálu, dochází ke vzniku reziduálních napětí ve stěně trubky. Tato napětí mají nepříznivý vliv na životnost tlakových trubek, protože ještě zvyšují provozní napětí ve stěně trubky vyvolané vnitřním přetlakem. Vliv reziduálních napětí je sice již zahrnut ve výsledcích hydrostatické tlakové zkoušky, neboť ta probíhá na skutečných trubkách, ale nikoli ve výsledcích zkoušek odolnosti materiálu proti SCG. Z tohoto důvodu je nutné popsat reziduální napětí ve stěně polymerní trubky, jeho rozdělení a velikost. Právě popis reziduálních napětí ve stěně polymerní trubky je hlavním tématem této práce.

Předkládanou práci lze rozdělit na dvě části. V první části jsou popsány vlastnosti a chování polymerních trubkových materiálů s důrazem na polyolefiny, tedy polypropylen a polyetylén. Samostatná kapitola je také věnována porušování polymerních trubek a detailnějšímu popisu jak mechanismů porušování, tak metodám testování polymerních trubek. Dále je popsán charakter reziduálních napětí a jeho vznik. Jsou také uvedeny různé metody, kterými lze reziduální napětí určit experimentálně. Druhá část se pak věnuje praktickému provedení a vyhodnocení experimentu z cílem určit rozdělení tangenciálního reziduálního napětí ve stěně trubky a také numerickému modelování trubek s přítomným tangenciálním i axiálním napětím. Na konci práce je pak

zařazena kapitola, která se věnuje výpočtu životnosti konkrétní polymerní trubky a kvantifikaci vlivu reziduálního napětí na její životnost.

Experimentální měření, jehož výsledky byly použity v této práci, provedla firma Polymer Institut Brno (PIB), která se zabývá vlastnostmi polymerních materiálů, jejich měřením a ověřováním, a také vývojem nových polymerních materiálů pro různé průmyslové aplikace.

2 PROBLÉMOVÁ SITUACE A CÍLE ŘEŠENÍ

V této kapitole je popsána problémová situace, kterou se tato práce zabývá, je sestaven systém podstatných veličin a určeny cíle řešení.

2.1 Popis problémové situace

Objektem řešení je část trubky vyrobené z polymerního materiálu. Řešenou problémovou situací je především neznámé rozdělení tangenciálního reziduálního napětí ve stěně polymerní trubky. Toto napětí je nutné zjistit na základě dostupných dat z experimentálních měření. Známé jsou tedy projevy, které přítomnost reziduálního napětí způsobují, ale není známo jeho konkrétní rozdělení a velikost. Jedná se o problém nepřímý.

S provedením experimentu se také pojí problém použití správné metodiky vyhodnocení a problém vlivu axiálních reziduálních napětí, která jsou ve stěně trubky také přítomna, na výsledky měření. Posledním problémem je kvantifikace vlivu reziduálních napětí na životnost trubky.

2.2 Cíle řešení

Cíle řešení předkládané diplomové práce lze formulovat následovně:

1. Navrhnout jednoduchou metodiku vyhodnocení experimentu zaměřeného na určení rozdělení tangenciálních reziduálních napětí ve stěně polymerní trubky. Pomocí této metodiky pak vyhodnotit dostupná experimentální data.
2. Sestavit numerický 2D model trubky (a vzorků použitých v experimentu) s reziduálním napětím. Ověřit pomocí tohoto modelu správnost použité metodiky vyhodnocení.
3. Sestavit numerický 3D model a modelovat chování různě dlouhých částí trubky s přítomností jak tangenciálního, tak axiálního reziduálního napětí. Určit vztah a vzájemné ovlivnění těchto napětí v závislosti na délce trubky.
4. Testovat míru závislosti rozdělení reziduálních napětí na rozměrech a materiálu trubky. Ověřit možnost zjednodušení odhadu reziduálních napětí tak, aby nebylo nutné provádět složitý experiment.
5. Použít dostupnou metodiku pro výpočet životnosti polymerní trubky a vypočítat životnost pro případ trubky s reziduálními napětími a bez nich. Porovnat tyto výsledky.

2.3 Systém podstatných veličin

S přihlédnutím k formulované problémové situaci požadovaným cílům řešení je nyní možné určit na objektu řešení systém podstatných veličin podle [27].

- ***S0 – okolí objektu***

V okolí uvažované polymerní trubky se nenachází žádné objekty, které by měly vliv na její chování.

- ***S1 – geometrii a topologie objektu***

Jedná se o válcové těleso určené jmenovitým vnějším průměrem a tloušťkou stěny. Pro experimentální měření se používají tenké kroužky, ze kterých je vyříznut segment odpovídající přibližně 120°. Je-li uvažována trubka při výpočtu životnosti, pak je stěna trubky na určitém místě narušena přítomností trhliny. Trhliny mají v případě polymerních trubek zpravidla tvar poloviční elipsy.

- ***S2 – podstatné vazby objektu s okolím***

Objekty nejsou k okolí žádným způsobem vázány. Objekty jsou symetrické, takže v případě jejich modelování pomocí metody konečných prvků lze modelovat pouze čtvrt-

tinu celé trubky případně polovinu vzorku. V takovém případě je nutné aplikovat symetrické okrajové podmínky v rovinách symetrie.

- ***S3 – aktivace objektu***

Trubka je aktivována vnitřním přetlakem přepravovaného média.

- ***S4 – ovlivnění objektu***

Chování trubky podstatně ovlivňuje přítomnost reziduálních napětí, tangenciálních i axiálních, a to i v případě, že není přítomno zatížení vnitřním přetlakem.

- ***S5 – vlastnosti prvků struktury objektu***

Materiálem objektu je polypropylen, respektive polyetylén. Jedná se o materiály viskoelastické. V práci je použit izotropní lineárně elastický model těchto materiálů popsáný modulem pružnosti a Poissonovým číslem.

- ***S6 – procesy probíhající na objektu***

Na tenkých kroužcích vytvořených z trubky probíhá po jejich rozříznutí proces uvolnění reziduálních napětí provázený sevřením kroužku.

Pokud jde o určení životnosti, pak v trubce probíhá proces pomalého stabilního šíření trhliny.

- ***S7 – projevy (chování) objektu***

Projevem přítomnosti reziduálních napětí je v případě rozříznutých kroužků jejich sevření a měřitelná změna vnějšího průměru.

V případě celé trubky s trhlinou je projevem vnitřního přetlaku a přítomnosti reziduálních napětí rychlejší průběh šíření trhliny a tím pádem kratší životnost.

- ***S8 – důsledky projevů***

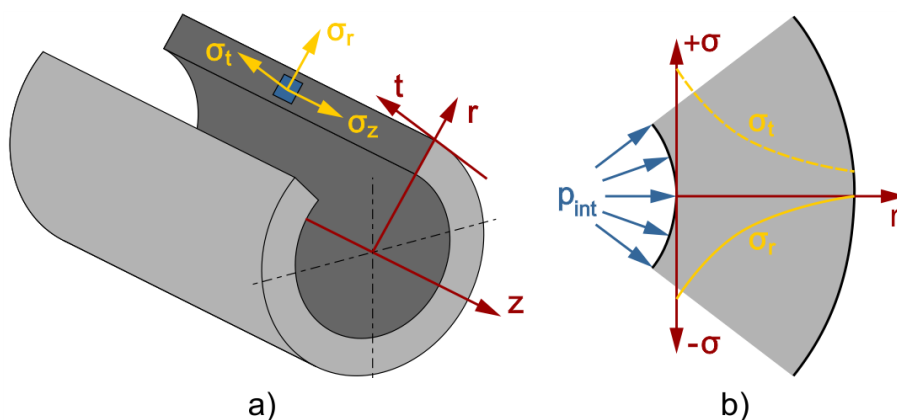
Důsledkem zkrácené životnosti jsou zvýšené finanční náklady na provoz potrubní soustavy.

3 POLYMERNÍ TLAKOVÉ TRUBKY

Polymerní trubky se hojně využívají pro dopravu vody a plynu. V těchto aplikacích jsou trubky zatíženy vnitřním přetlakem přepravované tekutiny. Tato kapitola pojednává o napjatosti, která v trubkách při provozu vzniká, a o zkratkách používaných pro charakteristiku vlastností trubek. Také jsou zde popsány materiály, ze kterých se polymerní tlakové trubky vyrábí a je pojednáno o jejich viskoelastickém charakteru.

3.1 Napjatost v tlakové trubce

Trubku lze považovat za obecně tlustostěnné válcové těleso. Je-li uvažován válcový souřadnicový systém z, r, φ , pak je tenzor napětí určen axiálním napětím σ_z , radiálním napětím σ_r a tangenciálním (obvodovým) napětím σ_t (Obr. 1a). Obecně vzniká trojosá napjatost, ale v závislosti na charakteru zatížení a vazeb mohou vznikat i jiné typy napjatostí. Průběhy zmíněných napětí po tloušťce stěny pro případ zatížení trubky pouze vnitřním přetlakem, přičemž konce trubky zůstávají volné, jsou znázorněny na Obr. 1b [38].



Obr. 1: Směry hlavních napětí v trubce (a) a průběh napětí v trubce zatížené vnitřním přetlakem (b) podle [38]

3.2 Označování tlakových trubek

Rozměry a základní mechanické vlastnosti tlakových trubek jsou popsány pomocí parametrů v označení trubky. Tyto parametry jsou definovány v normách pro tlakové trubky, například v ČSN EN 12201-1 [11] nebo ČSN EN 1555-1 [12] (obě uvedené normy se týkají polyetylénových trubek, pro polypropylenové trubky se však používají stejné parametry). Nejdůležitější parametry používané také v této práci jsou uvedeny a popsány v následujícím seznamu:

- **SDR (standard dimension ratio, standardní rozměrový poměr)**

Bezrozměrné číslo, které určuje rozměry trubky. Vypočítá se jako podíl jmenovitého vnějšího průměru trubky d_n a jmenovité tloušťky stěny e_n [11, 12]:

$$SDR = \frac{d_n}{e_n} \quad (1)$$

- **MRS (minimum required strength, minimální požadovaná pevnost)**

Hodnota obvodového napětí σ_t v MPa vyvolaného ve stěně trubky vnitřním přetlakem přepravované tekutiny, při které má trubka životnost 50 let při teplotě 20°C. Je-li p_{int} působící vnitřní přetlak a d_n a e_n jsou jmenovitý průměr a tloušťka stěny, MRS se vypočítá jako [11]

$$MRS = \frac{p_{int} \cdot d_n}{2 \cdot e_n} \quad (2)$$

Z hodnoty MRS se pak dovolené napětí ve stěně trubky stanoví vydělením konstrukčním koeficientem C , což je číslo větší než 1, které zahrnuje další provozní podmínky i vlastnosti součástí potrubního systému [11].

- **PN (jmenovitý přetlak)**

Číselné označení používané pro srovnávání mechanických vlastností součástí potrubního systému. V případě potrubních systémů z plastů tato hodnota odpovídá přípustnému provoznímu přetlaku v barech, kterému trubka odolá ve vodě o teplotě 20°C po dobu 50 let při nejmenším konstrukčním koeficientu C [11]. Vypočítá se s použitím předchozích parametrů jako

$$PN = \frac{20 \cdot MRS}{C \cdot (SDR - 1)} \quad (3)$$

3.3 Materiály polymerních tlakových trubek

Pro výrobu plastových trubek jsou v převážné většině používány termoplasty. Základní vlastností všech termoplastů je, že mohou být opakovaně měkčeny a tvarovány působením tepla. Termosety, druhá skupina materiálů používaných na výrobu trubek, nelze po zatuhnutí teplem tvarovat, používají se méně a jsou určeny pro speciální aplikace [36].

Nejrozšířenějším trubkovým termoplastem je polyvinylchlorid (PVC), a to především díky své nízké ceně a jednoduchému způsobu spojování trubek při instalaci. Trubky z PVC se používají na nejrůznější aplikace – beztlaké a nízkotlaké potrubní systémy, domovní rozvody, drenážní a zavlažovací systémy, kanalizační trubky, ochrana kabelů aj. [36, 28, 14]

V současné době se namísto PVC častěji používají polyolefinové materiály, hlavně polyetylén (PE) a v menší míře také polypropylen (PP).

Dalšími trubkovými materiály jsou např. polybutylen (PB) a akrylonitrilbutadienstyren (ABS). [28]

Tato práce se podrobněji zaměřuje právě na polypropylenové a polyetylénové trubky, protože se jedná o nejčastější materiály pro tlakové rozvody plynu a vody. Následuje detailnější popis vlastností těchto dvou materiálů.

3.1.1 Polyetylén

Polyetylén, konkrétně vysokohustotní polyetylén (HDPE), je druhým nejrozšířenějším materiálem pro výrobu plastových trubek. Tento materiál je v současnosti používán pro většinu nově zaváděných tlakových rozvodů zemního plynu (a jiných plynů) a vody a jeho podíl stoupá i v netlakových aplikacích [36].

Trubkové typy HDPE lze dále rozlišovat podle jejich hodnoty MRS. V současné době nejrozšířenější jsou PE63, PE80 a PE100. Označení materiálu PE63, PE80 resp. PE100, značí, že MRS má hodnotu 6,3 MPa, 8 MPa resp. 10 MPa [14].

Vlastnosti, které charakterizují polyetylén, jsou popsány v literatuře [41] a [32]. Jedná se především o houževnatost a pružnost polyetylénu, která způsobuje, že trubky se snadno zavádí do výkopů, lze je přepravovat smotané v cívkách, jsou odolnější vůči rázovému namáhání a vůči zátěži způsobené zasypáním. Spojování polyetylénových trubek může probíhat jednoduchým svařováním, kdy vytvořené spoje jsou perfektně těsné a vykazují stejnou nebo vyšší pevnost než základní materiál (a to i při provedení v podmínkách na místě instalace). Právě skvělé těsnění činí z polyetylénu ideální materiál pro trubky určené na rozvod plynu.

Polyetylén si, na rozdíl od PVC, zachovává své vlastnosti i za poměrně nízkých teplot. Rozsah pracovních teplot pro polyetylén je podle [32] od – 40°C do + 60°C. Je to také materiál značně odolný proti působení většiny agresivních látek jako kyseliny, zásady, organická i anorganická rozpouštědla.

3.1.2 Polypropylen

Třetím nejrozšířenějším trubkovým plastem je polypropylen. Mechanické vlastnosti polypropylenu jsou srovnatelné s vlastnostmi polyetylenu. Polypropylen je tvrdší, méně houževnatý, ale zato snese vyšší teploty a je ještě výrazněji odolný proti působení agresivních chemických látek [36]. Trubky z polypropylenu jsou vhodné na rozvody teplé vody (a jiných kapalin o vyšší teplotě) např. v laboratořích. Typické aplikace, které využívají zmíněných vlastností, jsou také v chemickém průmyslu pro odvod splašků obsahujících agresivní rozpouštědla a jiné látky. Spojování trubek při instalaci lze provádět podobně jako u polyetylenu a zajistit tak spoje, u kterých nehrozí nebezpečí úniku dopravované látky [28, 36, 33].

Trubkový polypropylen se vyrábí ve dvou verzích, které se liší svými vlastnostmi [36, 33]:

- **PP-H – homopolymer** – základní molekuly (monomery) v řetězcích jsou pouze monomery propylenu.
- **PP-R – náhodný kopolymer** – vzniká kopolymerací z monomer propylenu a etylenu, které jsou ve výsledných řetězcích uspořádány náhodně.

Zatímco PP-H je tvrdší a má vyšší pevnost, PP-R má vyšší houževnatost a je pružnější [28].

3.4 Problematika viskoelastického chování trubkových polymerů

Odezva polymerního materiálu na působení vnějších sil je kombinací elastických projevů (popsaných Hookeovým zákonem) a viskózních projevů (charakterizovaných Newtonovým zákonem). Toto chování se nazývá viskoelastické [35]. Deformace, na rozdíl od lineárně elastických materiálů, není obecně přímo úměrná zatížení a není nezávislá na čase a velikosti zatížení [28]. Při malých deformacích (do 1%) je však závislost napětí na deformaci lineární – jedná se o tzv. lineárně viskoelastickou oblast [35, 39].

3.4.1 Creep a relaxace napětí

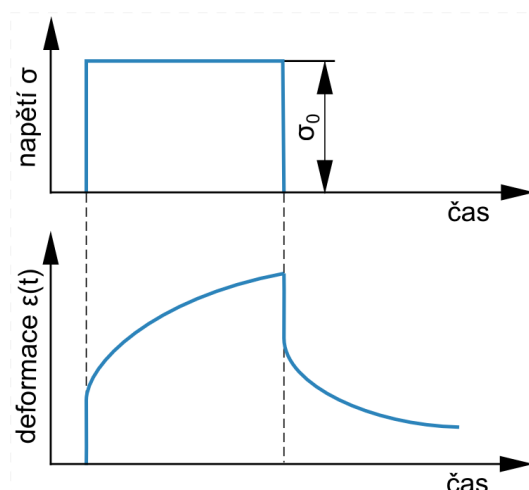
Při statickém zatěžování se u viskoelastického materiálu vyskytují dva typy chování: creep a relaxace napětí [36, 28]. V následujícím rozdělení jsou tyto dva mechanismy popsány podrobněji:

- **Creep**

Ke creepu (někdy se také nazývá tečení materiálu) dochází, je-li materiál zatížen dlouhodobě napětím. Deformační odezva není okamžitá jako u lineárně elastického materiálu, ale je monotónně rostoucí funkcí času [35]. Na Obr. 2 je zobrazen průběh deformace v čase při skokovém zatížení a následném odlehčení viskoelastického materiálu (průběh lze obdržet při tahové zkoušce viskoelastického materiálu).

Poměr zatěžujícího normálového napětí σ_0 a časově závislého přetvoření $\varepsilon(t)$ se podle Meissnera [35] nazývá creepový modul pružnosti v tahu (v další literatuře, např. [36] nebo [41] lze najít další názvy jako zdánlivý modul nebo efektivní modul). Tento modul se značí $E_c(t)$ a stanoví se jako

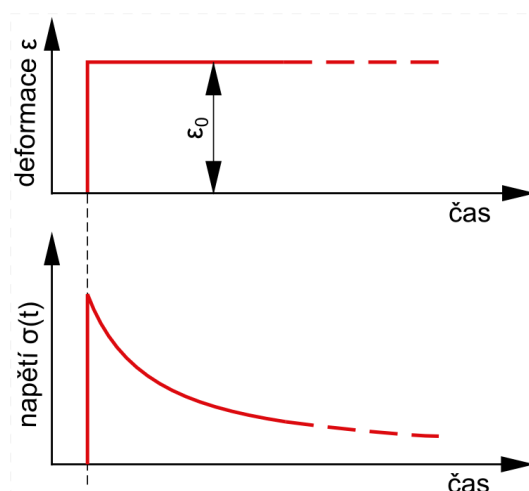
$$E_c(t) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon(t)} \quad (4)$$



Obr. 2: Průběh deformace v čase ve viskoelastickém materiálu (creep)[28]

- **Relaxace napětí**

Pokud je viskoelastický materiál skokově deformován, pak napětíová odezva bude s časem monotónně klesající. Původní hodnota napětí vyvolané deformací se s časem snižuje, zatímco deformace je stále stejně velká [35, 28]. Na Obr. 3 je znázorněn průběh napětí v čase po deformaci materiálu.



Obr. 3: Průběh napětí v čase ve viskoelastickém materiálu (relaxace) [28]

Podobně jako creepový modul pružnosti v tahu lze definovat relaxační modul pružnosti v tahu značený $E_r(t)$ jako

$$E_r(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} \quad (5)$$

kde $\sigma(t)$ je časově závislé napětí a ε_0 je zavedená deformace, která se s časem nemění.

3.4.2 Viskoelastický materiál ve výpočtech

Při výpočtech deformačního chování polymerů nebo numerických simulacích lze využít dostupné reologické modely polymerních materiálů, tj. modely sestavené z reologických prvků – lineárních pružin a lineárních kapalinových tlumičů. K sestavení takového modelu jsou zapotřebí data např. z creepové tahové zkoušky, která nejsou vždy k dispozici [41].

Podle příruček [36, 41] se pro návrh zařízení a výpočty v oblasti plastových trubek používá pouze výše zmíněný creepový modul. Creepový modul, jakožto poměr konstantního zatěžujícího napětí a časově proměnného přetvoření, je závislý mnoha faktorech, především na způsobu zatěžování, hodnotě zatěžujícího napětí a času, po který je zatížení aplikováno. Pro nejpoužívanější

polymery jako polypropylen a polyetylén jsou na základě tahových zkoušek stanoveny závislosti creepových modulů na hodnotě zatěžujícího napětí a času (hodnoty creepových modulů pro delší časové intervaly jsou stanoveny extrapolací) [41]. Taková data lze najít např. v normě ČSN EN 1778.

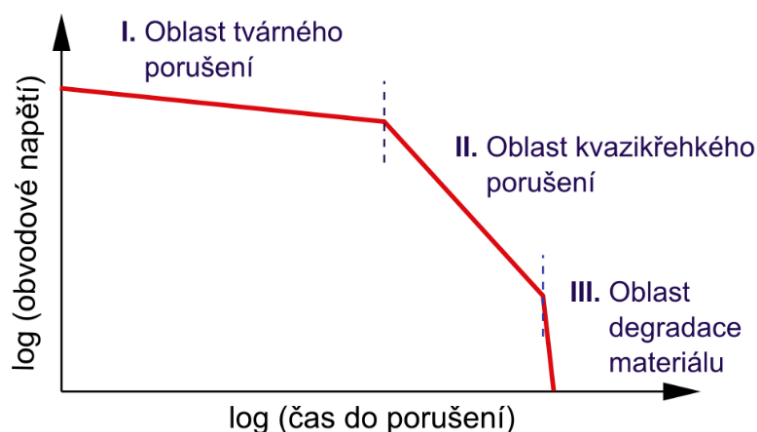
Při výpočtu deformace součásti vyrobené z polymerního materiálu se pak použijí vztahy a teorie odvozené s předpokladem lineárně elastického chování materiálu. Místo Youngova modulu pružnosti v tahu se ovšem použije creepový modul, který byl stanoven pro předpokládanou hodnotu zatěžujícího napětí a čas, po který toto napětí působí. Je zapotřebí zohlednit také teplotu, za které k deformaci dochází [36, 41]. Pro případy výpočtů, kde je předmětem deformační zatížení, lze použít příslušné relaxační moduly, avšak podle [41] jsou rozdíly mezi relaxačními a creepovými moduly pro typické hodnoty zatížení malé a lze je vzájemně zaměnit. Stačí tedy znát buď creepový nebo relaxační modul.

4 PORUŠOVÁNÍ TERMOPLASTOVÝCH TRUBEK

V této kapitole budou uvedeny nejčastější mechanismy porušení termoplastových trubek a také metody testování odolnosti trubkových materiálů proti porušení.

4.1 Mechanismy porušování termoplastových trubek

Při zatížení trubky vnitřním tlakem může dojít k porušení tlakové trubky několika mechanismy v závislosti na tom, jak velké obvodové napětí ve stěně trubky působí. Základním testem životnosti trubky je potom zkouška hydrostatickým tlakem, kdy jsou vzorky (části trubek) zatíženy konstantním tlakem kapaliny za různých teplot. Výsledky této zkoušky se obvykle vynášejí jako závislost obvodového napětí na času do porušení v logaritmických souřadnicích [31]. Tato závislost je, podobně jako v článcích [24], [31] nebo příručce [36], přibližně znázorněna na Obr. 4.



Obr. 4: Schematické znázornění závislosti obvodového napětí na času do porušení

Jak je popsáno v příručce [36], článku [31] a dalších zdrojích, lze na základě výsledků tlakových zkoušek obecně rozdělit porušování plastových trubek do tří oblastí:

I. Oblast tvárného porušení

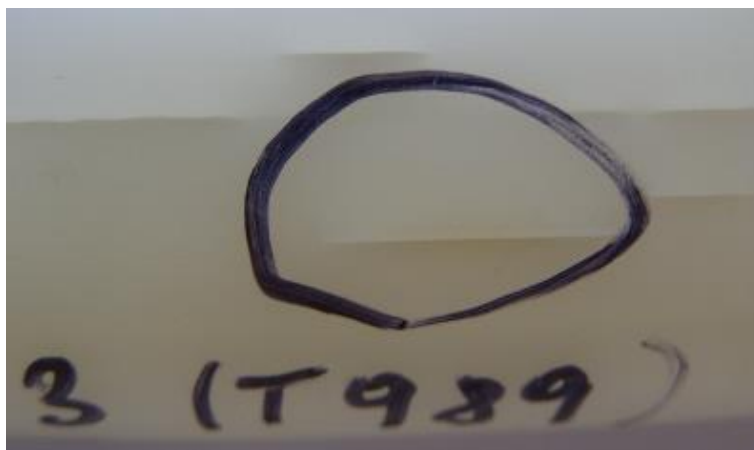
Oblast vysokých obvodových napětí a krátkých časů do porušení. Dochází k velké plastické deformaci, vydutí a výraznému zeslabení tloušťky stěny. Závislost času do porušení na obvodovém napětí je v této oblasti výrazná, protože, jak je vidět z Obr. 4, i malá změna obvodového napětí způsobí podstatnou změnu času do porušení. V provozních podmínkách dochází k tomuto poškození jen velmi zřídka, pouze při náhodném značném přetížení trubky, protože dovolené provozní zatížení plastových trubek se pohybuje hluboko pod hodnotou tlaku, který by takové poškození způsobil [24]. Fotografie trubky porušené tvárným mechanismem je na Obr. 5.



Obr. 5: Polypropylenová trubka po hydrostatické zkoušce porušená tvárně.

II. Oblast kvazi-křehkého porušení

V této oblasti dochází při poměrně nízkém obvodovém napětí k porušení téměř bez plastické deformace. Porušení je zde důsledkem iniciace creepové trhliny z defektu na vnitřním povrchu trubky a jejího šíření, které probíhá mechanismem pomalého šíření trhliny (SCG – slow crack growth) [31]. Převážná většina pozorovaných porušení plastových trubek po dlouhé době provozu se odehraje právě tímto způsobem [24]. Polypropylenová trubka porušená tímto mechanismem je na Obr. 6.



Obr. 6: Porušení trubky z polypropylenu creepovou trhlinou

III. Oblast degradace materiálu

Tuto oblast charakterizuje velmi nízké zatížení a dlouhý čas do porušení. Porušení je důsledkem chemické degradace materiálu vlivem působení dopravované látky a obecného stárnutí materiálu [31]. Materiály plastových trubek jsou zpravidla proti chemické degradaci ošetřeny přidáním vhodného množství chemických stabilizátorů a látek zabráňujících oxidaci [36]. Avšak po dlouhé době provozu dochází zejména na vnitřní stěně trubky postupnému vymývání stabilizátorů a chemické degradaci povrchu končící lomem za velice nízkých napětí.

4.2 Testování termoplastových trubek

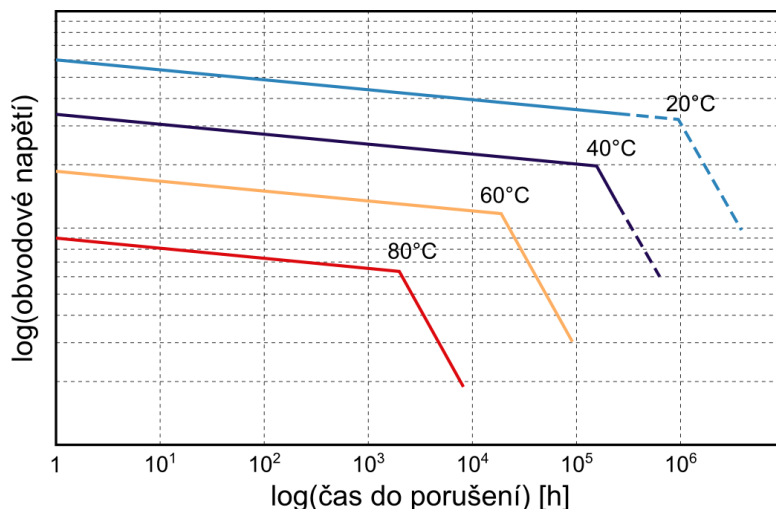
Tlakové trubky z polymerních materiálů v současné době musí mít životnost alespoň 50 let. Aby mohla být určena životnost termoplastové trubky a stanoveno dovolené napětí, kterým může být trubka namáhána, je zapotřebí trubku testovat. Pro účely stanovení životnosti a dovoleného napětí se používá především již zmíněná hydrostatická tlaková zkouška. Kvůli značné časové náročnosti této zkoušky a také faktu, že většina porušení polymerních trubek probíhá mechanismem pomalého růstu trhliny (SCG) byly vyvinuty urychlené zkoušky, které stanovují odolnost trubkového materiálu proti porušení mechanismem SCG. Pro tyto testy je nutné vyrobit z trubkového materiálu speciální zkušební tělesa. Jedná se o zkoušky FNCT (Full Notch Creep Test), PENT (Pennsylvania Notch Test) a CRB test (Cracked Round Bar test) [14, 30].

4.2.1 Hydrostatická tlaková zkouška

Postup hydrostatické tlakové zkoušky je stanoven normou ČSN EN ISO 1167-1 [8]. Části trubek, které mají předepsané rozměry, jsou ve zkušebním zařízení zatíženy různými hodnotami vnitřního přetlaku kapaliny a měří se čas do porušení trubky, tedy čas, po kterém dojde ke ztrátě těsnosti trubky. Zkoušky jsou provedeny pro různé hodnoty teploty okolního prostředí.

Na základě těchto dat jsou sestaveny diagramy závislosti logaritmu napětí na logaritmu času do porušení (viz Obr. 4). U zkoušek za nižších teplot zpravidla nedojde za dobu trvání hydrostatické tlakové zkoušky k porušení mechanismem SCG (taková zkouška by u moderních materiálů trvala více než 50 let) a není tedy lokalizován přechod křivky životnosti z oblasti tvárného porušení

do oblasti křehkého porušení mechanismem SCG. U dat získaných při teplotách vyšších však tento přechod znám je. Extrapolací metodou popsanou v normě ČSN EN ISO 9080 [10] jsou křivky prodlouženy až do doby 50 let a dále a na základě známých přechodů z křivek získaných ze zkoušek při vyšších teplotách je určena poloha přechodu u křivek, kde tento přechod není znám [28]. Typický výsledek hydrostatické zkoušky v podobě diagramu s křivkami životnosti pro různé teploty v logaritmických souřadnicích je schematicky znázorněn na Obr. 7. Extrapolované oblasti jsou vyznačeny přerušovanou čarou.



Obr. 7: Příklad znázornění výsledků hydrostatické tlakové zkoušky (přerušované čáry značí extrapolovanou oblast) [28]

Je nutné poznamenat, že normy stále počítají s hodnotou životnosti alespoň 50 let, ale zkoušky prováděné na nejnovějších materiálech jako (např. vylepšené typy PE100) naznačují, že ani při hydrostatické zkoušce provedené při teplotě 80°C nedojde k porušení mechanismem SCG dříve než po 10000 h. Po provedení extrapolace je pak vidět, že i pro dobu života 100 let za normální teploty je MRS stále mnohem vyšší než 10 MPa [6].

4.2.2 Urychlené zkoušky odolnosti proti porušení mechanismem SCG

U klasické výše popsané hydrostatické tlakové zkoušky je dosažení porušení mechanismem SCG obtížné a především časově velmi náročné. Pro účely hodnocení odolnosti materiálu proti porušení pomalým růstem trhliny bylo zavedeno několik urychlených zkoušek. Urychlení růstu trhliny při zkoušce může být dosaženo těmito způsoby [20, 14]:

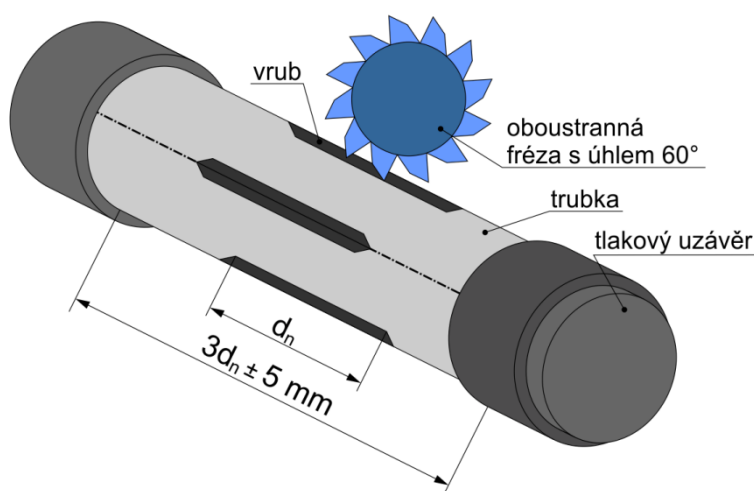
- použití speciálního zkušební tělesa s připravenou trhlinou
- zvýšení teploty, za které je zkouška provedena
- použití různých způsobů zatěžování (např. cyklické)
- provedení zkoušky v chemicky aktivním prostředí

V následujícím rozdělení jsou stručně popsány nejčastěji používané urychlené zkoušky odolnosti proti porušení mechanismem SCG:

- **Notch Pipe Test (NPT)**

NPT je hojně používaná zrychlená verze hydrostatické tlakové zkoušky. Postup testování touto metodou je určen normou ČSN EN ISO 13479 [9]. Vzorky jsou části trubek, jejichž délka musí být v rozmezí hodnot $(3d_n \pm 5 \text{ mm})$, kde d_n je jmenovitý vnější průměr trubky. Do stěn trubky jsou vyfrézovány rovnoměrně po obvodu rozmístěné vruby o délce rovné d_n . Hloubka těchto vrubů musí být taková, aby se tloušťka stěny pod vrubem pohybovala v rozmezí 0,78 až 0,82 násobku tloušťky stěny trubky. Takto upravená trubka je opatřena

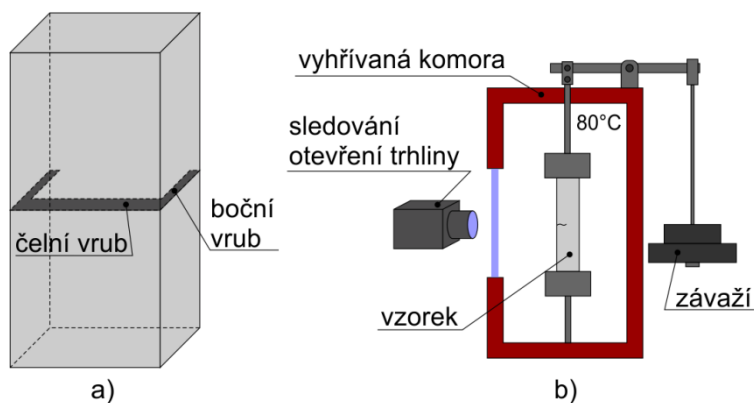
na každém konci uzavěry a zatížena vnitřním přetlakem. Měří se doba do porušení pomalým růstem trhliny [9]. Na Obr. 8 je schéma vzorku s předepsanými rozměry.



Obr. 8: Schéma zkušební vzorku pro Notch Pipe Test s naznačenou přípravou vrubu [9]

- **Pennsylvania Notch Test (PENT)**

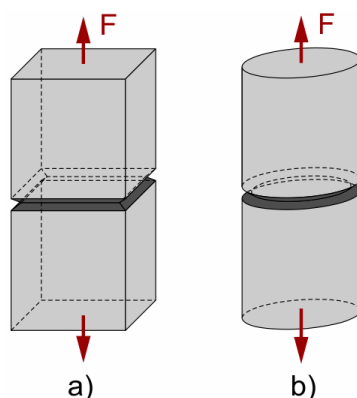
Zkouška typu PENT byla vyvinuta tak, aby co nejlépe simulovala podmínky pomalého šíření trhliny v polymerní trubce. Vzorky (viz Obr. 9a), které lze vyrobit jak odebráním z desky z příslušného materiálu, tak odebráním přímo z trubky (v podélném i axiálním směru), mají podobu podlouhlých hranolů. Uprostřed vzorku jsou na třech stranách vytvořeny vruby – jeden čelní a dva menší postranní. Toto nesymetrické uspořádání právě způsobí, že chování trhliny ve vzorku se blíží reálnému chování trhliny v trubce [18, 37]. Vzorky jsou zatíženy konstantním tahem za zvýšené teploty (Obr. 9b). Hodnota teploty se obvykle pohybuje okolo 80°C. Při zkoušce se zaznamenává závislost otevření trhliny (COD) na čase a z této závislosti lze pak stanovit určující parametry, kterými jsou čas iniciace trhliny, rychlost šíření trhliny a čas do lomu [37].



Obr. 9: Vzorek pro PENT test (a) a schematické znázornění provedení testu (b) [37]

- **Full Notch Creep Test (FNCT)**

V případě FNCT testu jsou zkušební tělesa tvaru tyče čtvercového průřezu opatřena vruby uprostřed po celém obvodu (Obr. 10a). Tahem zatížené vzorky jsou umístěny v podobném zařízení jako u PENT testu (Obr. 9b) a zkouška také probíhá za zvýšené teploty. Komora je však v případě FNCT testu naplněna vodou s chemickým činidlem (detergentem), které podporuje růst trhliny. Při zkoušce se stanovuje pouze čas do lomu, protože sledování a měření otevření trhliny během zkoušky není umožněno [20, 14].



Obr. 10: Vzorky pro FNCT (a) a CRB test (b) [20]

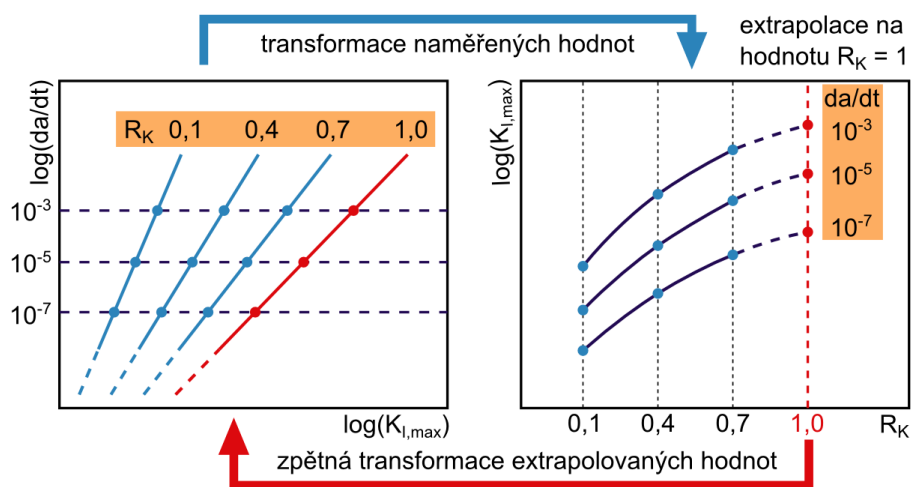
- **Cracked Round Bar (CRB) test**

CRB test je popsán např. v článku [20] nebo dizertační práci [15]. Jedná se o test prováděný na zkušebních tělesech tvaru válce s obvodovým vrubem uprostřed (Obr. 10b). Vzorky však nejsou zatěžovány staticky, nýbrž cyklicky. Zkouška je provedena při různých asymetriích cyklu, které jsou charakterizovány hodnotou poměru R_K , což je poměr minimální ku maximální hodnotě zatížení (respektive faktoru intenzity napětí). Poměr je definován vztahem

$$R_K = \frac{F_{min}}{F_{max}} = \frac{K_{I,min}}{K_{I,max}} \quad (6)$$

kde F_{min} a F_{max} jsou hodnoty zatížení a $K_{I,min}$ a $K_{I,max}$ jsou faktory intenzity napětí, které jsou spočteny buď numerickým výpočtem, nebo podle příruček. Pro cyklické zatěžování platí $R_K < 1$, hodnota $R_K = 1$ znamená statické zatěžování [15].

V průběhu zkoušky je zaznamenávána rychlost růstu trhliny da/dt . Ta je po skončení testu vynesena do grafu v závislosti na hodnotě $K_{I,max}$, čímž vznikne několik křivek (pro každou hodnotu R jedna). Tyto křivky jsou následně transformovány do diagramu, kde $K_{I,max}$ je funkcí R při konstantní rychlosti růstu trhliny. Takto vzniklé křivky jsou extrapolovány na hodnotu $R = 1$. Zpětnou transformací extrapolací obdržených hodnot $K_{I,max}$ se nakonec získají křivky závislosti rychlosti růstu trhliny na faktoru intenzity napětí pro statické zatěžování (Obr. 11). Získanou závislost lze dále použít k výpočtům životnosti pomocí integrace Paris-Erdoganova vztahu [15].



Obr. 11: Schéma zpracování dat z CRB testu [15]

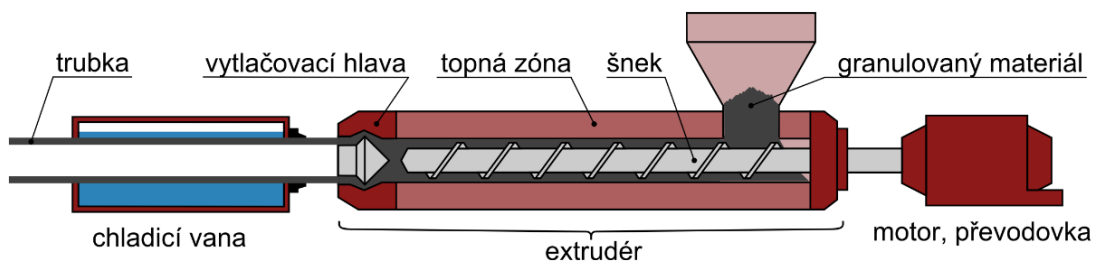
5 REZIDUÁLNÍ NAPĚTÍ

Reziduální (zbytková) napětí jsou napětí, která vznikají často při nerovnoměrném tuhnutí nebo nehomogenní deformaci [43].

Reziduální napětí jsou přítomna i ve stěně polymerních trubek. Vznikají při jejich výrobě a díky své přítomnosti a podstatné velikosti jsou významným faktorem ovlivňujícím životnost trubky. V této kapitole je popsán běžný způsob výroby polymerních trubek a mechanismus vzniku reziduálních napětí. Další části jsou věnovány popisu charakteru reziduálních napětí a v literatuře popsaným metodám pro měření reziduálních napětí.

5.1 Výroba polymerních trubek

Výroba plastových trubek probíhá na extruzních linkách (viz schéma na Obr. 12). Tyto linky se skládají z pohonu, extrudéru a chladicí a kalibrační vany. Motor přes převodovku pohání šnek, který posouvá základní materiál extrudérem a promíchává ho. Základním materiálem je zpravidla směs granulovaného plastu a barviva. Materiál je roztaven v topné zóně extrudéru a je šnekem dále tlačén přes vytlačovací hlavu, kde se tavenina tvaruje do formy trubky. Stále měkká trubka vychází z extrudéru a pokračuje do kalibrační hlavy a chladicí vany, kde je vodou chlazena a ztuhne do určeného tvaru [28, 41].

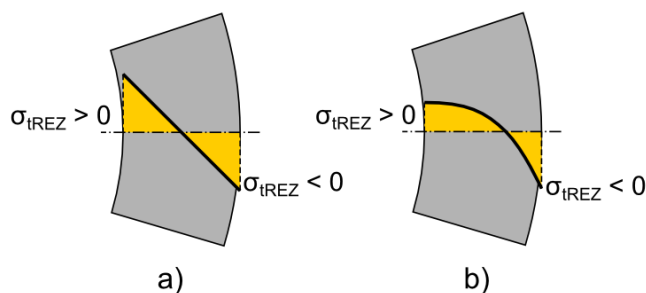


Obr. 12: Schéma výroby plastových trubek na extruzní lince

5.2 Vznik a charakter reziduálních napětí

Reziduální napětí v plastových trubkách vznikají při výrobě, když je zformovaná trubka chlazená a rozežhřátý materiál tuhne. Reziduální napětí vznikají kvůli rozdílným intenzitám chlazení vnitřního a vnějšího povrchu vyráběné trubky. Intenzivně chlazený materiál na vnějším povrchu ztuhne v průběhu chlazení jako první a tím se zmenší jeho objem – dojde k obvodové kontrakci. Stále rozežhřátý materiál na vnitřním povrchu trubky, který není chlazen téměř vůbec, protože je stále v kontaktu s horkým nepohyblivým vzduchem uvnitř trubky, tuhne později. Také tento materiál má tendenci zmenšit při chladnutí svůj objem, ale tuhý materiál na vnějším povrchu této změně brání. Tímto procesem se ve stěně trubky ustaví reziduální napětí. Vnitřní povrch je namáhán tahem a vnější povrch je naopak stlačován. Je nutno poznamenat, že tímto procesem vznikají jak reziduální napětí tangenciální, tak reziduální napětí axiální [28, 19].

Průběh tangenciálního reziduálního napětí skrze stěnu trubky se často zjednodušuje na lineární, tedy hodnoty tahového napětí na vnitřním povrchu a tlakového na vnějším se v absolutní hodnotě rovnají (Obr. 13a) [22]. Ve skutečnosti tento průběh lineární není, spíše se blíží kvadratické křivce nebo křivce exponenciální, jak naznačuje např. [46] (Obr. 13b).



Obr. 13: Rozdělení tangenciálního reziduálního napětí σ_{tREZ} po tloušťce trubky: lineární aproximace (a) a skutečné rozdělení (b)

Skutečné hodnoty tangenciálního reziduálního napětí v plastových trubkách se podle literatury (např. [22], [17]) pohybují v rozmezí 1 – 4 MPa. Tyto hodnoty jsou ve srovnání s mezí kluzu materiálu, ať už se jedná o jakýkoli trubkový plast, velmi malé. Jsou však srovnatelné s hodnotami tangenciálního napětí vyvolanými vnitřním přetlakem při provozu trubky. Fakt, že se na vnitřním povrchu navíc nacházejí napětí tahová, je zejména důležitý z hlediska životnosti trubky. Kladné napětí na vnitřním povrchu napomáhá pomalému šíření creepových trhlin, což je dominantní mechanismus provozního porušení plastových trubek (viz výše).

Je pravděpodobné, že viskoelastický charakter materiálu způsobí alespoň částečnou relaxaci reziduálních napětí vzniklých při výrobě. V příručce [28] jsou zmíněny příklady, kdy reziduální napětí měřená v řádu hodin, maximálně dnů, po výrobě poklesla na polovinu své hodnoty za 13 let (z původních 3,6 MPa jeden den po výrobě na 1,8 MPa). Podle Jansona [28] relaxace probíhá v největší míře v krátké době po výrobě a postupně se zpomaluje. V článku autorů Franka, Pintera a Langa [17] je popsán experiment, při kterém byla mimo jiné měřena reziduální napětí v polyethylenových trubkách po určité době používání (u některých trubek až 30 let). Ukázalo se, že i v takto starých trubkách se hodnoty reziduálního napětí drží nad 1 MPa a reziduální napětí zůstává tak velmi výrazným faktorem, který ovlivňuje životnost trubky.

5.3 Metody měření reziduálních napětí

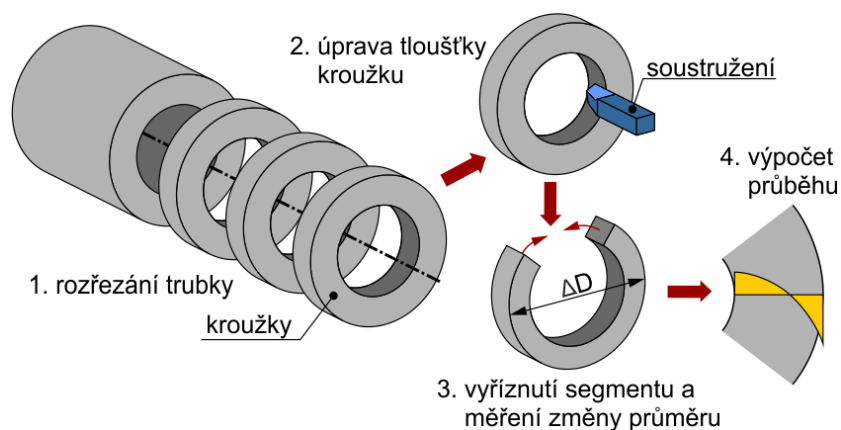
Existuje několik metod, kterými lze reziduální napětí měřit. V dalším textu budou nejdůležitější z nich popsány.

5.3.1 Metoda rozříznutých kroužků

Jedná se o jednoduchou metodu zjištění tangenciálních reziduálních napětí v polymerní trubce. Spočívá v odříznutí části trubky (kroužku) a následném rozříznutí této části v podélném směru. Tím se uvolní reziduální napětí vytvořená při výrobě a je možné změřit deformaci, kterou uvolnění způsobilo. Protože tahová napětí se nacházejí na vnitřním povrchu trubky a tlaková na jejím obvodu, mají kroužky zpravidla tendenci se sevřít a samotné podélné rozříznutí nestačí k tomu, aby se napětí uvolnilo. V tom případě je nutné vyříznout určitý segment kroužku nebo rozříznout kroužek napůl.

Pokud je reziduální napětí určováno pouze orientačně a není potřeba přesně určit průběh skrze stěnu trubky, postačí k experimentu pouze jeden kroužek a hodnotu lze zjistit výpočtem na základě předpokladu, že změřenou deformaci způsobilo napětí s lineárním nebo kvadratickým průběhem po tloušťce. Takto je reziduální napětí určováno v pracích [7], [40], [29] nebo [19], kde je metoda vylepšena o snímání deformace na vnitřním a vnějším povrchu tenzometrem.

Je-li potřeba přesněji určit nebo alespoň odhadnout průběh reziduálního napětí, musí být kroužků vytvořeno více, úběrem materiálu z jednotlivých kroužků vyrobit kroužky různých tloušťek a sledovat jejich deformační chování, ze kterého lze zpětně zrekonstruovat rozdělení reziduálního napětí ve stěně trubky (Obr. 14). Takový postup je popsán v článku [46] a je aplikován a detailněji rozebrán dále v této práci.

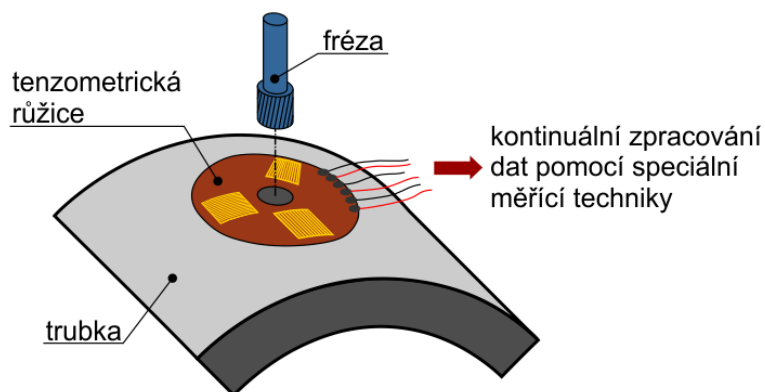


Obr. 14: Schéma provedení metody rozříznutých kroužků

Podobný postup je možné použít i v případě zjišťování velikosti a charakteru axiálních reziduálních napětí. Jediným rozdílem je, že v tomto případě nemá zkušební těleso tvar kroužku nebo delší části trubky, ale jedná se o pás určité délky vyříznutý z trubky dvěma podélnými řezy. Měření deformace a výpočet reziduálních napětí pak probíhá stejně jako v případě kroužků. Práce [40] a [7], ve kterých je postup měření axiálních reziduálních napětí popsán a aplikován, uvádějí, že axiální reziduální napětí v trubkách vyrobených extruzí je svou hodnotou i průběhem téměř shodné s tangenciálním reziduálním napětím.

5.3.2 Odvrtávací metoda

Tato metoda měření reziduálních napětí byla vyvinuta a normována pro kovové materiály. Metoda spočívá v nalepení speciální tenzometrické růžice do místa, ve kterém je potřeba měřit zbytkovou napjatost. Nad růžicí je poté připevněn přípravek pro vrtání malého válcového otvoru. Postupně se vyvrtává hlubší a hlubší otvor a tenzometrem se měří deformace způsobená uvolněním reziduálních napětí (Obr. 15). Na základě těchto dat jsou potom vyhodnoceny velikosti a směry hlavních napětí [43]. Tuto metodu lze použít i pro zjišťování reziduálních napětí v plastových trubkách. Měření výsledků, které mají určitou vypovídající hodnotu, ale v tomto případě vyžaduje použití speciálních tenzometrů vyvinutých pro termoplasty. Je také zapotřebí měřicí technika, která dokáže pracovat materiálem s viskoelastickým chováním [40]. Obecně je tato metoda používána v oblasti polymerních trubek výjimečně, protože při vyvrtávání dochází v polymerním materiálu pouze k malým deformacím a měření takto malých deformací je značně nepřesné.



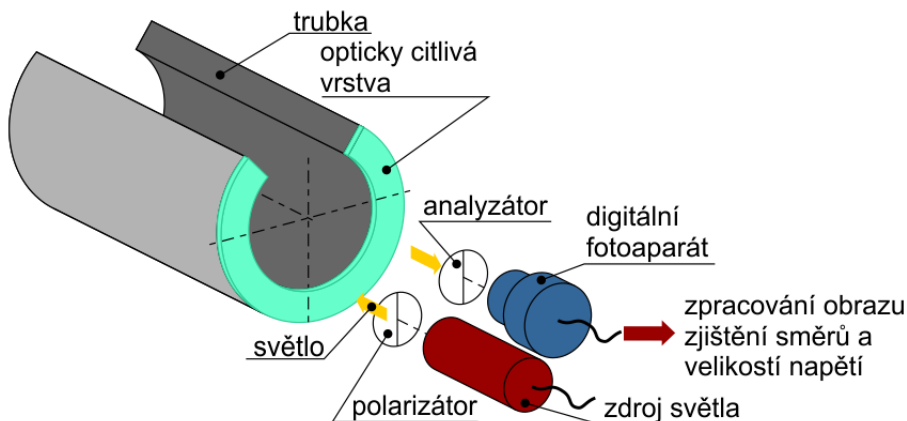
Obr. 15: Schematické zobrazení provedení odvrtávací metody

5.3.3 Fotoelasticimetrie

V článku [23] je popsána metoda měření a zjištění průběhu reziduálních napětí v trubce z HDPE pomocí fotoelasticimetrie. Fotoelasticimetrie využívá vlastností polarizovaného světla, které

prochází součástí z opticky citlivého materiálu. Takový materiál se při zatížení mění z opticky izotropního na opticky anizotropní, kde se v různých směrech šíří světlo různou rychlostí. Polarizované světlo projde zatíženou součástí a dále analyzátozem (někdy také polariskop). Poté je možné pozorovat na součásti tmavé čáry – izokliny, jejichž dalším vyšetřováním je možné určit směr hlavních napětí a velikost jejich rozdílu [26].

V případě zmíněného článku [23] byla použita tzv. reflexní fotoelasticimetrie, kdy světlo objektem neprochází, ale na vyšetřovaný objekt je nanášena vrstva opticky citlivého materiálu (v tomto případě na stěnu trubky, která byla po nanášení rozříznuta) a světlo se od objektu odráží. Zdroj polarizovaného světla a analyzátor jsou v jednom přístroji. Schéma metody je na Obr. 16.



Obr. 16: Schéma měření reziduálních napětí pomocí fotoelasticimetrie

Výsledkem měření bylo rozdělení napětí po tloušťce trubky, které připomínalo spíše lineární rozdělení s hodnotou kolem 3MPa, což příliš nesouhlasí s výsledky jiných metod. Metoda je zde uvedena spíše pro úplnost. Kromě uvedeného, nebyl nalezen jiný případ použití fotoelasticimetrie pro určení reziduálních napětí v plastové trubce. Jde vlastně pouze o jiný způsob vyhodnocení výše zmíněné metody rozřezaných kroužků.

6 EXPERIMENT

Pro účely této práce byl proveden experiment zaměřený na zjištění průběhu obvodových (tangenciálních) reziduálních napětí ve stěně trubky. Použité trubky vyrobené firmou Wavin – Ekoplastik byly z materiálu PP-R Vestolen P9421 (typ náhodného kopolymeru polypropylenu). Příprava vzorků a příslušná měření byla provedena firmou Polymer Institut Brno (PIB).

6.1 Provedení experimentu

Experiment byl proveden na vzorcích vyrobených z osmi polypropylenových trubek různých rozměrů. V Tab. 1 jsou přehledně uvedeny použité trubky spolu s jejich jmenovitými vnějšími průměry, tloušťkou stěny a jmenovitým přetlakem PN. Data jsou z katalogu firmy Wavin – Ekoplastik [45].

Tab. 1: Rozměry trubek použitých v experimentu [45]

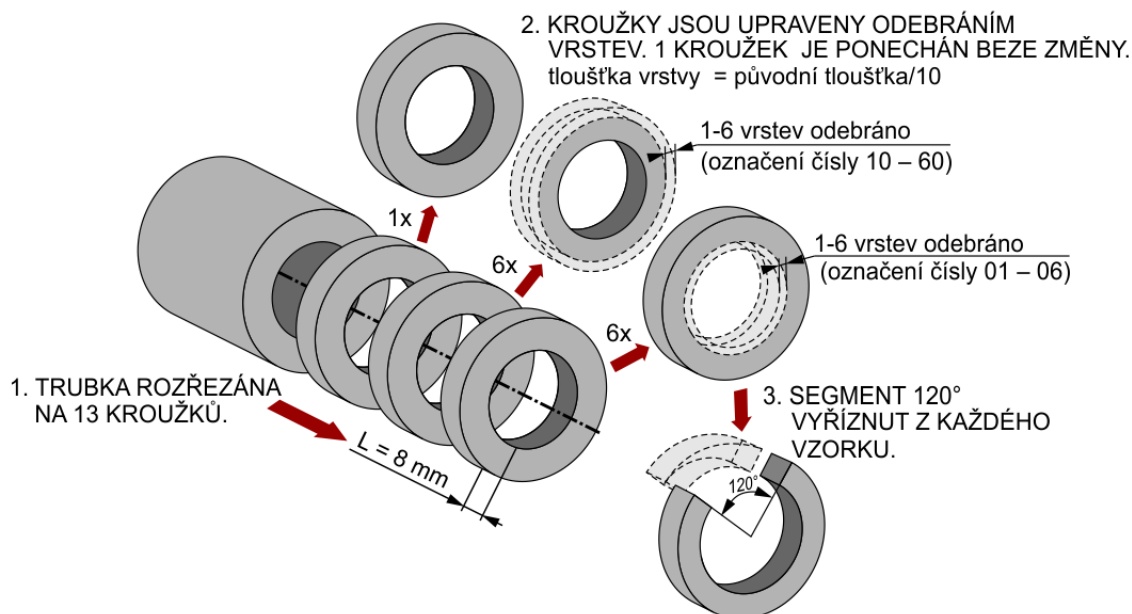
označení trubky	vnější průměr $\varnothing D$ [mm]	tloušťka stěny h_0 [mm]	jmenovitý přetlak PN [bar]	rozměrový poměr SDR [-]
32PN16	32	4,4	16	7,4
40PN10	40	3,7	10	11
40PN16	40	5,5	16	7,4
40PN20	40	6,7	20	6
63PN10	63	5,8	10	11
63PN16	63	8,6	16	7,4
63PN20	63	10,5	20	6
110PN16	110	15,1	16	7,4

Z těchto trubek byly vyrobeny vzorky pro měření deformace při uvolnění reziduálních napětí. Každá trubka byla rozřezána na 13 kroužků o stejném axiálním rozměru $L = 8 \text{ mm}$. Obvodová tloušťka h_0 každého kroužku byla uvažována jako by se skládala z deseti stejně silných vrstev, tedy tloušťka t_v každé vrstvy je jedna desetina původní tloušťky stěny trubky

$$t_v = \frac{h_0}{10} \quad (7)$$

Z každé skupiny třinácti vzorků bylo odebráno šest a na soustruhu byla upravena jejich tloušťka odebráním jednotlivých vrstev z vnějšího povrchu tak, že z prvního vzorku byla odebrána jedna vrstva, z druhého dvě vrstvy a tak dále, až po šestý kroužek, kde bylo odebráno šest vrstev. Tyto vzorky byly označeny číslem lk , kde l značí počet vrstev odebraných zevnitř a k počet vrstev odebraný zvenku, tedy sada prvních šesti vzorků nese čísla od 01 do 06. Stejným způsobem bylo upraveno dalších šest kroužků, pouze s tím rozdílem, že vrstvy byly odebrány z vnitřního povrchu. Tyto vzorky byly podle popsaného způsobu označeny čísla od 10 do 60. Třináctému kroužku z každé trubky byla ponechána původní tloušťka a byl označen číslem 00. Příprava vzorků je schematicky znázorněna na Obr. 17. Z každého takto upraveného vzorku byl vyříznut segment odpovídající přibližně 120° , aby bylo umožněno sevření kroužků v důsledku uvolnění obvodových reziduálních napětí.

Popsané označení číslem lk je dále používáno jako dolní index u označení rozměrů vzorku, který značí příslušnost daného rozměru k danému vzorku. Výsledná tloušťka soustružením upraveného vzorku bude tedy h_{lk} , vnější průměr $D_{1,lk}$ atd., viz Obr. 18.

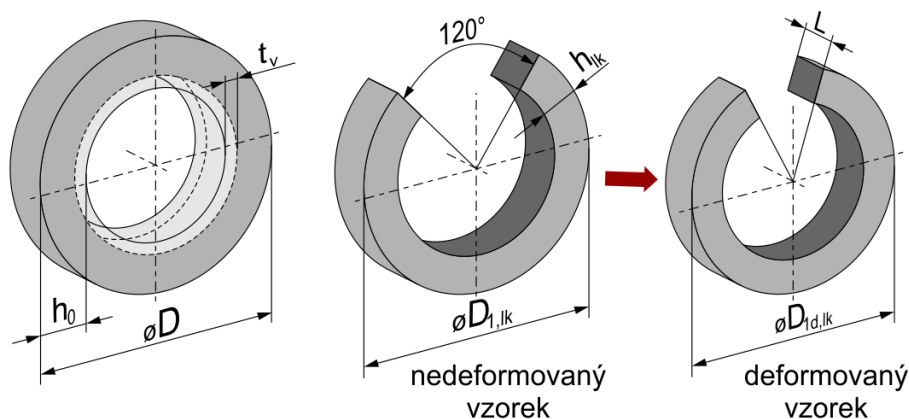


Obr. 17: Schéma přípravy vzorků z polypropylenových trubek

Ještě před vyříznutím segmentů byly změřeny jejich vnější průměry $D_{1,lk}$ a vnitřní průměry $D_{2,lk}$. Po vyříznutí segmentů se vzorky deformovaly působením uvolněného reziduálního napětí. Rozříznuté kroužky se svíraly a docházelo tedy ke zmenšování vnitřního a vnějšího průměru. Polymerní materiály mají výrazné viskoelastické chování, a proto se deformace v závislosti na čase zvyšuje. Vzorky byly ponechány v klidu a po jednom týdnu od rozříznutí bylo měření průměrů opakováno a byly zjištěny hodnoty vnějšího $D_{1d,lk}$ a vnitřního $D_{2d,lk}$ průměru po deformaci. Na základě takto změřených hodnot byla stanovena změna průměru jako

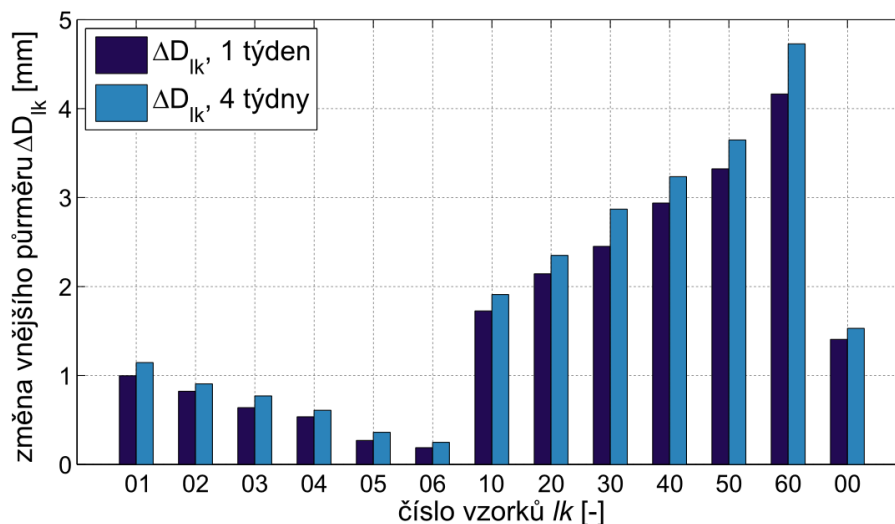
$$\Delta D_{lk} = D_{1,lk} - D_{1d,lk} = D_{2,lk} - D_{2d,lk} \quad (8)$$

Po čtyřech týdnech od rozříznutí (po třech od prvního měření) se uskutečnilo ještě jedno měření (některé trubky byly měřeny pouze po jednom a dvou týdnech). Geometrie vzorku a označení nejdůležitějších rozměrů je na Obr. 18. K měření byl použit mikroskop NIKON MM-60 s měřicím zařízením.



Obr. 18: Geometrie vzorku z polypropylenové trubky (případ odebírání jedné vrstvy zevnitř)

Pro další výpočty a celkové vyhodnocení byly použity změny průměru vypočtené pouze z vnějších průměrů. Stejně hodnoty změny průměru lze případně získat z měření na vnitřním průměru. V grafu na Obr. 19 jsou znázorněny výsledné změny průměru po jednom a čtyřech týdnech pro trubku typu 63PN20 (63/10,5).



Obr. 19: Změna průměru vzorků z trubky 63PN20 po jednom a čtyřech týdnech

6.2 Vyhodnocení experimentu

Vyhodnocení experimentu bylo pro porovnání provedeno na základě dvou různých přístupů. První popsaný přístup je založen na teorii silně zakřiveného prutu namáhaného ohybem. Druhý přístup vychází z teorie tlustostěnné válcové nádoby.

6.2.1 Vyhodnocení pomocí teorie silně zakřiveného prutu

Tato metoda vyhodnocení byla navržena pro účely této práce. Za silně zakřivený prut se podle skript [25] považuje prut, jehož střednice je částí kružnice o poloměru ρ a platí že

$$1 < \frac{\rho}{h} < 10$$

kde h je největší rozměr příčného průřezu.

Tento prut dále má následující vlastnosti [25]:

- střednice prutu je rovinná křivka
- prut je prizmatický, přičemž příčný průřez má osu symetrie ležící v rovině prutu
- prut je zatížen silovými dvojicemi působícími v rovině prutu, takže jedinou nenulovou složkou VVÚ je ohybový moment M_o
- prut splňuje prutové předpoklady formulované v [25]
- příčné průřezy prutu se natáčí kolem osy a následně se deformují

Odvození vztahů pro napětí a deformaci silně zakřiveného prutu zatíženého ohybovým momentem je provedeno například v [5] nebo mírně odlišným způsobem v [25]. Důležitým faktem vyplývajícím z těchto odvození je, že neutrální plocha prutu se, na rozdíl od přímých prutů, neshoduje s rovinou střednice. Poloměr střednice zakřiveného prutu lze vyjádřit jako [5]

$$\rho = \frac{1}{S} \int r dS \quad (9)$$

kde S je plocha příčného průřezu a r je souřadnice poloměru (viz Obr. 20). Pro poloměr neutrální plochy zakřiveného prutu však platí [5]

$$R = \frac{S}{\int \frac{dS}{r}} \quad (10)$$

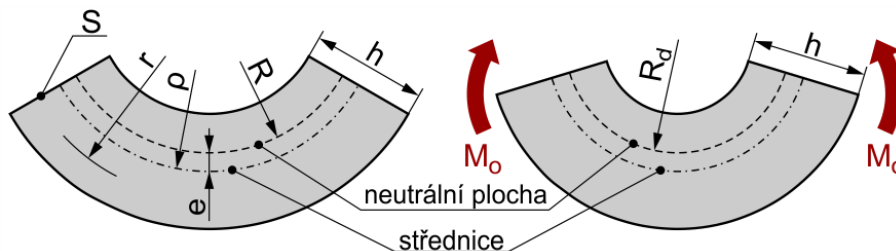
Vzdálenost mezi těmito dvěma plochami je

$$e = \rho - R \quad (11)$$

Působí-li na prut ohybový moment M_o , pak dojde k jeho deformaci. Zakřivený prut zůstane nadále částí kružnice, změní se pouze poloměr R na deformovaný R_d . Tuto změnu lze vyjádřit jako

$$\frac{1}{R_d} - \frac{1}{R} = \frac{M_o}{E \cdot S \cdot e \cdot R} \quad (12)$$

kde E je Youngův modul pružnosti. Podrobnější odvození je uvedeno v Příloze 1.



Obr. 20: Segment silně zakřiveného prutu, nedeformovaný a deformovaný tvar

Vzorky vytvořené popsaným postupem splňují výše zmíněné předpoklady teorie silně zakřivených prutů. Jedná se vlastně o zakřivené neuzavřené pruty, jejichž střednice je částí kružnice a které mají obdélníkový příčný průřez. Hodnota poměru poloměru střednice k tloušťce je např. pro neupravený vzorek č. 13 z trubky typu 63PN20 rovna 2,5 a spadá tedy do rozmezí silně zakřivených prutů.

Po provedené popsání přípravě a rozříznutí se každý vzorek deformuje vlivem neznámého rozložení normálového napětí (normálové napětí v tomto případě odpovídá tangenciálnímu reziduálnímu napětí ve stěně trubky). Chová se tedy jako by na něj působil vnější ohybový moment. Přitom každý vzorek je brán, jako by se skládal z určitého počtu vrstev (podle toho, kolik jich bylo odebráno), z nichž každá má tloušťku jedné desetiny celkové tloušťky stěny.

Pro celkové rozložení tangenciálního reziduálního napětí σ_{tREZ} po tloušťce stěny vzorku, které je funkcí poloměru vzorku r , musí platit rovnice rovnováhy, tedy

$$\int \sigma_{tREZ}(r) dr = 0 \quad (13)$$

Při myšleném rozdělení tloušťky vzorku do vrstev se uvažuje, že průběh napětí po tloušťce každé i -té vrstvy je konstantní. Podmínka (13) pak přejde do tvaru

$$\sum_{i=1}^{10} \sigma_{tREZi} = 0 \quad (14)$$

kde σ_{tREZi} je příspěvek napětí od i -té vrstvy vzorku. Napětí, které způsobuje deformaci, je možné vyjádřit jako ohybový moment. Celkový moment působící na vzorek s číslem lk je

$$M_{C,lk} = \sum_{i=1}^{10} M_i \quad (15)$$

Celkový moment $M_{C,lk}$, který způsobí deformaci vzorku, je tedy součtem momentů M_i způsobených napětím v jednotlivých vrstvách. Vzorky samozřejmě nemají všech deset vrstev, mají o jednu až o šest vrstev zvenku nebo zevnitř méně. Příspěvky momentů M_i od odebraných vrstev se berou jako nulové, takže např. pro vzorek 30 (tj. kroužek, kterému byly odebrány 3 vrstvy zevnitř), budou ve výpočtu $M_{C,30}$ nulové momenty M_1, M_2, M_3 . Stejným způsobem pro vzorek 02 (tj. 2 vrstvy odebrané zvenku) budou nulové momenty M_9 a M_{10} .

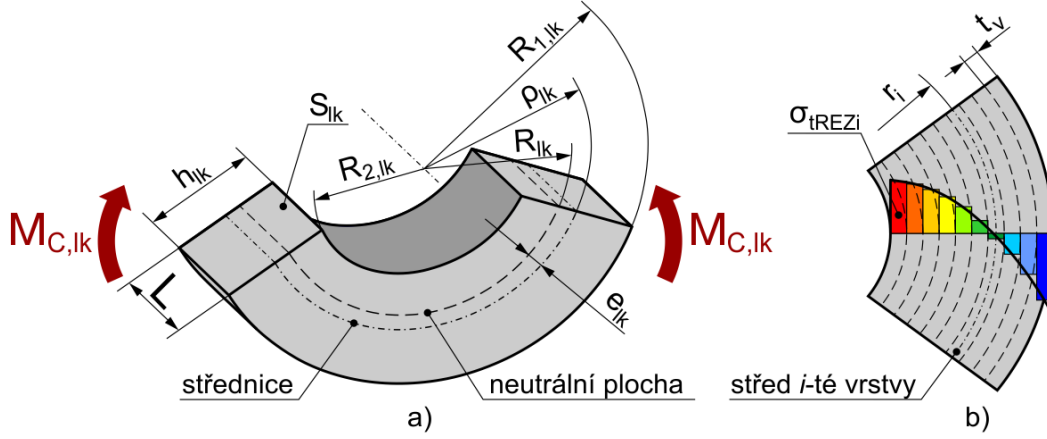
Nenulové momenty M_i lze jednoduše vyjádřit pomocí napětí ve vrstvě σ_{tREZi} jako

$$M_i = \sigma_{tREZi} \cdot (t_v \cdot L) \cdot (R_{lk} - r_i) \quad (16)$$

kde t_v (viz rovnice (7)) je tloušťka jedné vrstvy, L je axiální rozměr vzorku ($L = 8 \text{ mm}$), R_{lk} je poloměr neutrální plochy vzorku lk a r_i je poloměr středu příslušné vrstvy. Poloměr neutrální plochy vzorku lk se vypočítá dosazením do rovnice (10)

$$R_{lk} = \frac{h_{lk}L}{\int_{R_{2,lk}}^{R_{1,lk}} \frac{Ldr}{r}} = \frac{h_{lk}}{\ln \frac{R_{1,lk}}{R_{2,lk}}} \quad (17)$$

kde $R_{1,lk}$ a $R_{2,lk}$ jsou vnější, respektive vnitřní poloměr vzorku, které se získají vydělením změřených průměrů $D_{1,lk}$ a $D_{2,lk}$ vydělením dvěma. Část vzorku s vyznačenými rozměry je na Obr. 21a, rozdělení vzorku do vrstev a schematický průběh napětí je na Obr. 21b.



Obr. 21: Část vzorku s vyznačenými rozměry (a) a rozdělení vzorku do vrstev (b)

Celkový ohybový moment, který způsobuje změnu křivosti, lze navíc pro každý vzorek vyjádřit z rovnice (12). Poloměr neutrální plochy deformovaného vzorku $R_{d,lk}$ se získá dosazením parametrů deformovaného vzorku do rovnice (17). Těmito parametry jsou vnější a vnitřní poloměr vzorku po deformaci, $R_{1d,lk}$ a $R_{2d,lk}$, které se určí jako

$$R_{1d,lk} = R_{1,lk} + \frac{\Delta D_{lk}}{2} \quad (18)$$

$$R_{2d,lk} = R_{2,lk} + \frac{\Delta D_{lk}}{2} \quad (19)$$

Dosadí-li se vyjádření ohybových momentů od jednotlivých vrstev (16) do rovnice (15), přičemž příspěvky momentů od odebraných vrstev se berou jako nulové, vznikne celkový ohybový moment působící na vzorek vyjádřený pomocí příspěvků napětí v jednotlivých vrstvách. Tento postup je možné provést samozřejmě pro všechny vzorky a tím dostat soustavu třinácti rovnic o deseti neznámých parametrech, kterými jsou hodnoty σ_{tREZi} . Vzhledem k tomu, že celkový ohybový moment každého vzorku $M_{C,lk}$ se vypočítá ze změřené změny průměru příslušného vzorku pomocí rovnice (12), kterou lze upravit na tvar

$$M_{C,lk} = \frac{(\Delta D_{lk}/2) \cdot E_c \cdot S_{lk} \cdot e_{lk}}{R_{d,lk}} \quad (20)$$

neexistují v soustavě žádné jiné neznámé. Symbol S_{lk} značí plochu příčného průřezu vzorku, které se vypočte jako

$$S_{lk} = h_{lk} \cdot L \quad (21)$$

a e_{lk} je vzdálenost střednice a neutrální plochy konkrétního vzorku lk vypočtená podle rovnice (11).

Symbol E_c v rovnici (20) neznačí Youngův modul pružnosti. V tomto případě je nutné použít časově závislý elastický modul (creepový modul, viz výše, rovnice (4)) a zohlednit tak viskoelastické chování polymerního materiálu. Hodnoty creepového modulu pro polypropylen byly určeny z údajů v normě EN 1778 [13]. Byly použity hodnoty $E_c = 390 \text{ MPa}$ pro výpočet momentu z deformace po jednom týdnu a $E_c = 370 \text{ MPa}$ pro výpočet z deformace po čtyřech

týdnech. Jako čtrnáctá rovnice musí být přidána podmínka rovnováhy (14). Tuto soustavu lze pak zapsat schematicky pomocí matic

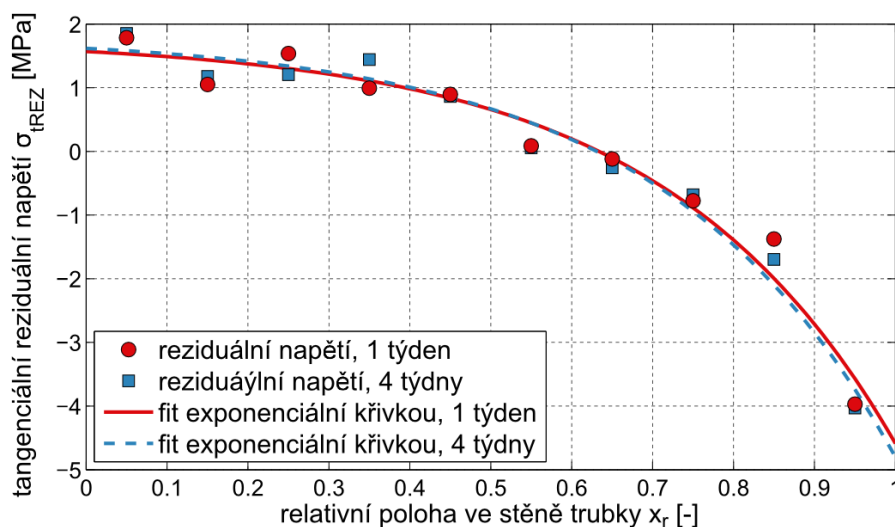
$$\begin{bmatrix} 14 \times 10 \\ (t_v \cdot w) \cdot (R_{lk} - r_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \times 1 \\ \sigma_{tREZi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \times 1 \\ M_{C,lk} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Soustava (22) je přeurčená soustava lineárních rovnic a jako taková nemá exaktní řešení. Pomocí metody nejmenších čtverců je ale možné vypočítat přibližné řešení a tak odhadnout průběh tangenciálních reziduálních napětí po tloušťce. Pro tento účel byl vytvořen skript v programovém prostředí Matlab, který využívá v Matlabu již připravených funkcí pro řešení soustav lineárních rovnic. Jmenovitě funkce *mldivide* numericky vyřeší maticově vyjádřenou soustavu lineárních rovnic. Jedná-li se o soustavu přeurčenou, funkce automaticky použije metodu nejmenších čtverců a vypočítá právě přibližné řešení. [34].

Aby bylo možné porovnat výsledná rozložení reziduálních napětí v trubkách různých tlouštěk stěny, byla zavedena relativní poloha ve stěně trubky x_r tak, aby hodnota 0 značila vnitřní povrch trubky a 1 vnější povrch:

$$x_r = \frac{r_i - R_{2,lk}}{h_{lk}} \quad (23)$$

V grafu na Obr. 22 jsou vykresleny výsledky získané popsanou metodou založenou na teorii silně zakřivených prutů pro vzorky z trubky typu 63PN20. Body znázorňují hodnoty tangenciálního reziduálního napětí v jednotlivých vrstvách získané z měření deformace po jednom resp. po čtyřech týdnech. Tyto body jsou proloženy exponenciální křivkou.



Obr. 22: Graf rozložení reziduálního napětí získaného metodou založenou na teorii silně zakřivených prutů pro trubku 63PN20

6.2.2 Vyhodnocení založené na teorii tlustostěnného válcového tělesa

Druhý způsob, kterým se dají vyhodnotit výsledky popsání experimentu, je popsán v článku autorů Williamse a Hodgkinsona [46]. Tito autoři provedli experiment na podobně vytvořených tělesech z polyethylenové trubky. Trubka byla rozřezána na kroužky, z kroužků odebrány vrstvy z vnějšku a vnitřku, kroužky byly rozříznuty a měřena byla také změna průměru. Vyhodnocení je však mírně odlišné a vychází především z teorie tlustostěnného válcového tělesa. Metoda je zde aplikována na data získaná z výše popsání měření na polypropylenových trubkách a výsledky jsou porovnány.

Napětí ve válcovém tělese má tři složky: radiální σ_r , tangenciální σ_t , a axiální σ_z . Axiálním napětím se toto vyhodnocení nezabývá a složky radiální a tangenciální musí vyhovět rovnici rovnováhy v radiálním směru [38]

$$\sigma_r - \sigma_t + r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad (24)$$

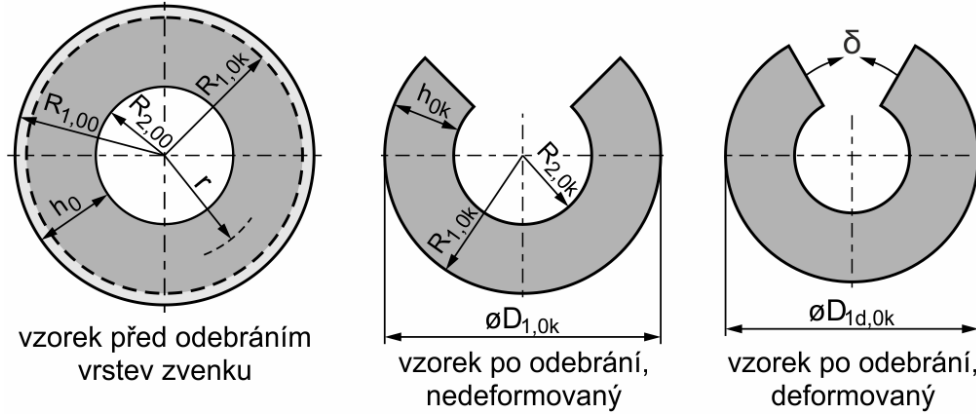
Rozložení reziduálního napětí v nijak neupraveném vzorku (kroužku bez odebraných vrstev, tedy s číslem $lk = 00$) musí splnit okrajové podmínky

$$\sigma_r(r) = 0 \text{ v } r = R_{2,00} \text{ a v } r = R_{1,00} \quad (25)$$

které dosazením do rovnice (12) dají podmínku pro tangenciální napětí, a to

$$\int_{R_{2,00}}^{R_{1,00}} \sigma_t(r) dr = 0 \quad (26)$$

Používané rozměry jsou vyznačeny na Obr. 23.



Obr. 23: Používané označení rozměrů vzorků při vyhodnocení metodou tlustostěnného válcového tělesa, případ odebrání zvenku

Na libovolném poloměru r lze pak radiální napětí určit jako

$$r\sigma_r = \int_{R_{2,lk}}^r \sigma_t(r) dr \quad (27)$$

Při odebrání k vrstev na poloměru $r = R_{1,0k}$ z vnějšího povrchu vzorku musí radiální napětí na tomto poloměru klesnout z původní hodnoty σ_{0k} na nulu, protože povrch tělesa není žádným způsobem zatížen. Okrajové podmínky tedy budou

$$\sigma_r(r) = -\sigma_c \text{ na } r = R_{1,0k} \text{ a } \sigma_r(r) = 0 \text{ na } r = R_{2,0k} \quad (28)$$

dosazením těchto podmínek do vztahů pro napětí válcového tělesa

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2}, \sigma_t = A + \frac{B}{r^2} \quad (29)$$

lze podle [46] vyjádřit změnu v tangenciálním napětí při odebrání k vrstev jako

$$\Delta\sigma_{t,0k} = -\sigma_{0k} \frac{(R_{1,0k}/R_{2,0k})^2}{(R_{1,0k}/R_{2,0k})^2 - 1} \left[1 + (R_{2,0k}/r)^2 \right] \quad (30)$$

kde σ_{0k} je možné snadno vyjádřit dosazením do rovnice (14)

$$\sigma_{0k} = \frac{1}{R_{1,0k}} \int_{R_{2,0k}}^{R_{1,0k}} \sigma_t(r) dr \quad (31)$$

Důsledkem odebrání vrstvy z vnějšího povrchu se změní rozdělení tangenciálního napětí po tloušťce stěny na $\sigma_{t,0k}$

$$\sigma_{t,0k} = \sigma_t + \Delta\sigma_{t,0k} = \sigma_t(r) - \frac{(R_{1,0k}/R_{2,0k})^2}{(R_{1,0k}/R_{2,0k})^2 - 1} \left[1 + \left(\frac{R_{2,0k}}{r} \right)^2 \right] \frac{1}{R_{1,0k}} \int_{R_{2,0k}}^{R_{1,0k}} \sigma_t dr \quad (32)$$

Stále je zachována podmínka nulového radiálního napětí na vnějším i vnitřním povrchu vzorku a tedy musí také stále platit rovnice rovnováhy pro tangenciální napětí (13). Rozdělení tangenciálního napětí ale působí na vzorek bez k vnějších vrstev ohybovým momentem $M_{C,0k}$, pro který je v [46] odvozen výraz

$$M_{C,0k} = \int_{R_{2,0k}}^{R_{1,0k}} \sigma_t r dr - \frac{R_{1,0k}}{2} \left[1 + \frac{\ln(R_{1,0k}/R_{2,0k})^2}{(R_{1,0k}/R_{2,0k})^2 - 1} \right] \int_{R_{2,0k}}^{R_{1,0k}} \sigma_t dr \quad (33)$$

a tento ohybový moment způsobí obvodovou deformaci vzorku

$$\delta_{lk} = \frac{8\pi M_{C,0k}}{ER_{2,0k}} \left\{ \frac{(c/R_{2,0k}) + 1}{\left[(c/R_{2,0k})^2 - 1 \right] - (c/R_{2,0k})^2 \left[\ln(c/R_{2,0k})^2 \right]^2 / \left[(c/R_{2,0k})^2 - 1 \right]} \right\} \quad (34)$$

kde z důvodů úspornějšího zápisu $c = R_{1,0k}$. Složité výrazy v závorkách lze po úpravách vyjádřit pomocí mocninné řady, jejímiž členy jsou výrazy $(h_{0k}/R_{2,0k})^n$ (h_{0k} je tloušťka stěny vzorku) a které můžeme pro tenké stěny kdy $h_{0k}/R_{2,0k} \ll 1$ považovat za rovné nule. Vyjádřením ohybového momentu z rovnice (33) a dosazením do rovnice (34) a následnou dvojitou derivací lze vyjádřit průběh tangenciálního reziduálního napětí pomocí obvodové deformace

$$\sigma_{tREZ} = \frac{E_c}{12\pi R_{2,0k}^2} \left[4h\delta + h^2 \frac{d\delta}{dh} + 2 \int \delta dh \right] + \sigma_{konst} \quad (35)$$

kde h je obecně tloušťka stěny vzorku, δ je obvodová deformace (je funkcí h) a σ_{konst} je konstanta, která se určí z podmínky (13).

Vyhodnocení výsledků experimentu probíhá tím způsobem, že se přepočítají změřené změny průměru jednotlivých vzorků na obvodovou deformaci

$$\delta_{0k} = \pi(D_{1,0k} - D_{1d,0k}) \quad (36)$$

a stanoví se závislost této deformace na tloušťce měřeného vzorku (použita je relativní tloušťka stanovená jako h_{0k}/h_0 , kde h_0 je původní tloušťka trubky). Závislost je stanovena vykreslením deformací pro jednotlivé tloušťky do grafu a proložením kvadratickou křivkou (stejný postup jako v [46]). V takovém případě je možné rozdělení reziduálního napětí popsat rovnicí

$$\sigma_{tREZ} = \frac{E_c h_0}{12\pi R_{2,0k}^2} \left[6b_0 \left(\frac{h}{h_0} \right) + 6b_1 \left(\frac{h}{h_0} \right)^2 + \frac{20}{3} b_2 \left(\frac{h}{h_0} \right)^3 - \left(3b_0 + 2b_1 + \frac{5}{3} b_2 \right) \right] \quad (37)$$

kde E_c je opět creepový modul příslušného materiálu a b_0 , b_1 a b_2 jsou koeficienty rovnice závislosti obvodové deformace na tloušťce stěny ve tvaru

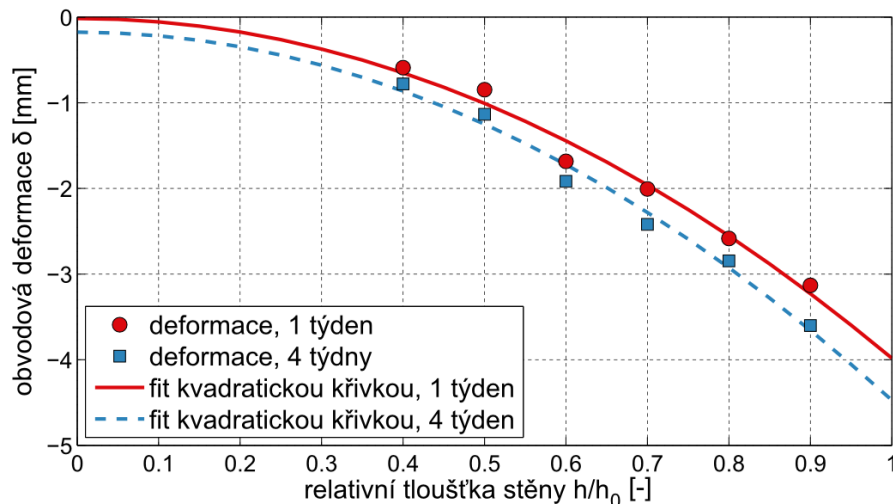
$$\delta = b_0 + b_1 \left(\frac{h}{h_0} \right) + b_2 \left(\frac{h}{h_0} \right)^2 \quad (38)$$

Je nutné poznamenat, že v článku [46] je řešen také případ, kdy stěna trubky nesplňuje předpoklad, že $h_{0k}/R_2 \ll 1$. Pro tyto případy je nutné vynásobit výsledné tangenciální reziduální napětí korekčním faktorem f :

$$f = \frac{\left(1 + (h/2R_{2,0k}) \right)}{\left(1 + (h/R_{2,0k})^2 \right)} \quad (39)$$

Výše popsaný postup a odvozené vztahy lze aplikovat pouze na vyhodnocení vzorků, které byly připraveny odebráním vrstev z vnějšího povrchu. Pro vzorky odebírané zevnitř je v [46] uveden mírně odlišný postup. Zde byl uveden postup pouze pro vyhodnocení vzorků při pravených odběrem zvenku (čísla 01 až 06) a proto uvedené veličiny mají indexy $0k$ a nikoli obecnější lk . Pro účely porovnání s předchozí popsanou metodou založenou na teorii silně zakřiveného prutu byly vyhodnoceny pouze vzorky odebírané zevnitř.

Nejprve byla vykreslena závislost obvodové deformace na tloušťce vzorku a byla nalezena rovnice popisující tuto závislost. Proložení bylo provedeno metodou nejmenších čtverců pomocí softwaru Matlab. Vykreslená závislost pro výsledky získané ze vzorků z trubky typu 63PN20 je v grafu na Obr. 24.



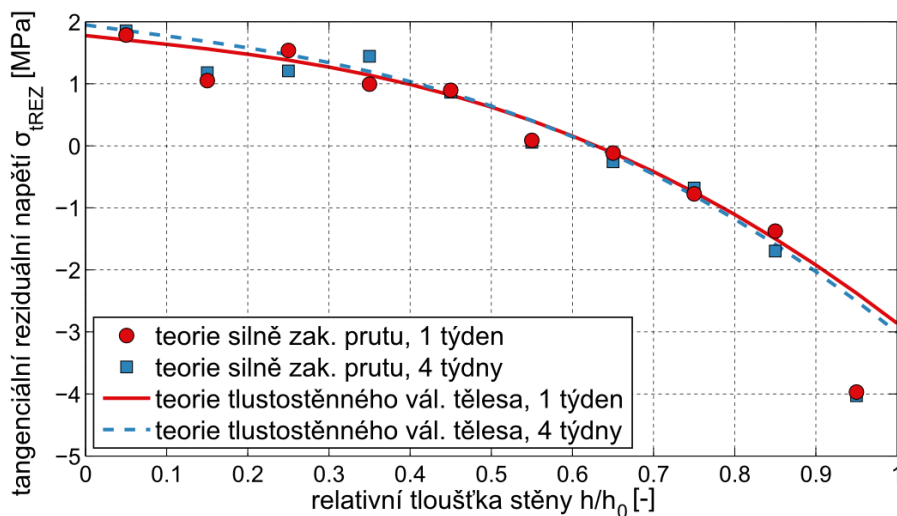
Obr. 24: Graf obvodové deformace v závislosti na relativní tloušťce a proložení kvadratickou křivkou, data z trubky 63PN20

V Tab. 2 jsou uvedeny koeficienty kvadratické rovnice získané proložení experimentálně určených deformací.

Tab. 2: Tabulka výsledných koeficientů v rovnicích obvodové deformace vzorků z trubky 63PN20

	1 týden	4 týdny
b_0	-0,0153	-0,1745
b_1	0	0
b_2	-3,9667	-4,2982

Dosazením těchto koeficientů do rovnic (38) a následně (37) vznikne hotový vztah, který charakterizuje průběh tangenciálního reziduálního napětí ve stěně trubky. Průběh reziduálního napětí je na Obr. 25 spolu s hodnotami reziduálního napětí získanými přístupem založeným na teorii silně zakřivených prutů. Z grafu je vidět, že se obě teorie vzájemně dobře shodují.



Obr. 25: Graf získaných průběhů tangenciálních reziduálních napětí pro trubky 63PN20

6.3.3 Porovnání použitých metod vyhodnocení experimentu

Stejně jako měření na vzorcích z trubky typu 63PN20, byla vyhodnocena i měření na vzorcích z ostatních trubek (viz Tab. 1). Pro každou trubku byly samozřejmě použity obě popsané metody a výsledky byly porovnány.

Ze srovnání vychází metoda založená na teorii tlustostěnného válce jako méně přímá. Postup se také hůře automatizuje. Výhodné na této metodě je, že průběh reziduálních napětí se získá jako explicitně vyjádřená závislost hodnoty reziduálního napětí na poloze uvnitř stěny trubky a odpadá tak nutnost proložení výsledků křivkou. Nevýhodou však je značná závislost výsledného rozdělení reziduálního napětí na kvalitě proložení hodnot deformací kvadratickou křivkou, kdy mírná úprava proložení, a tím způsobená změna koeficientů b_0 , b_1 a b_2 , zapříčiní velkou změnu výsledného průběhu reziduálních napětí.

Metoda založená na teorii silně zakřiveného prutu spočívá ve vyřešení soustavy lineárních rovnic, což je postup, který lze dobře programovat. Je jednodušší a také rychlejší. Výsledkem jsou sice pouze diskrétní hodnoty a ne explicitní vyjádření reziduálního napětí jako funkce relativní polohy ve stěně trubky jako v případě Williamsovy metody, nicméně jako rovnici této závislosti lze použít rovnici křivky, kterou jsou výsledky proloženy (v tomto případě se exponenciální křivka jeví jako nejvhodnější). Všechny další úvahy jsou založené na vyhodnocení vzorků metodou založenou na teorii silně zakřivených prutů.

7 NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ

Chování výše popsaných experimentálních vzorků bylo modelováno pomocí metody konečných prvků. Tato kapitola se věnuje popisu vytvoření 2D modelů vzorků a výpočtu deformace způsobené zavedením reziduálního napětí pomocí proměnné teplotní roztažnosti po tloušťce stěny trubky. Dále je popsáno vytvoření 3D modelů vzorků o různých axiálních rozměrech a sledování vlivu přítomnosti axiálních napětí na výsledky experimentu.

Všechny dále popsané modely byly vytvořeny v konečnoprvkovém softwaru ANSYS 13.0 pomocí parametrických skriptů v jazyce APDL, aby bylo možné modely snadno upravovat a parametrizovat.

7.1 2D model

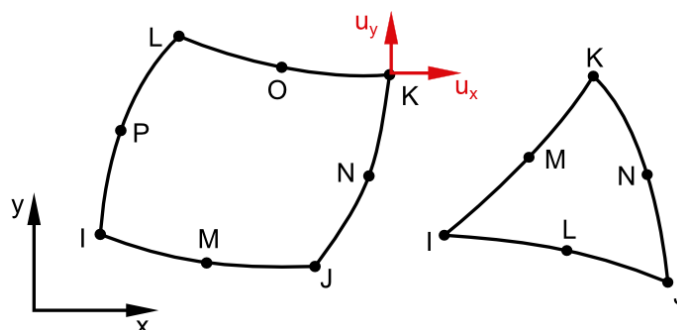
Pro každý rozříznutý vzorek z každé trubky byl vytvořen 2D konečnoprvkový model v programu ANSYS, do kterého byl zaveden známý průběh tangenciálního reziduálního napětí tak, aby co nejlépe odpovídal průběhu zjištěnému experimentálně. Tento průběh byl předtím otestován pomocí čtvrtinového modelu nerozříznutého kroužku. Pomocí těchto modelů byly numericky vypočteny změny průměru, tj. byla získána stejná data jako při skutečném experimentu. Tato data byla opět vyhodnocena metodou založenou na teorii silně zakřivených prutů a zjištěné rozdělení tangenciálního reziduálního napětí bylo porovnáno se známým rozdělením původně zavedeným do modelu za účelem ověření správnosti použité metody vyhodnocení.

7.1.1 Model materiálu

Polymerní materiály sice mají viskoelastický charakter, ale při použití creepového modulu lze jejich chování v daném okamžiku dobře modelovat i lineárně elastickým izotropním materiálovým modelem. Pro účely tohoto modelování kroužků z polypropylenových trubek byly použity hodnoty creepového modulu polypropylenu $E_c = 390 \text{ MPa}$ a Poissonova poměru $\mu = 0,33$. Tyto hodnoty platí pro výpočet deformace po jednom týdnu. Creepový modul je závislý na době působení zatížení a na hodnotě zatížení, takže pro zjištění deformace po delším nebo kratším čase nebo pro jiné hodnoty zatížení by bylo nutné použít jinou hodnotu. Materiálové konstanty byly stanoveny na základě normy [13].

7.1.2 Typ prvků pro 2D model

Konečnoprvková síť obou dále popsaných modelů byla vytvořena s použitím prvků PLANE183, které nabízí systém ANSYS. Prvek může mít buď tvar čtyřúhelníku s osmi uzly případně šestiúhelníkového trojúhelníku. V každém uzlu má prvek dva stupně volnosti – posuvy v ose x a y (značeny u_x a u_y) [3]. Prvky jsou znázorněny spolu se svým souřadnicovým systémem na Obr. 26.



Obr. 26: Prvky typu PLANE183 [3]

Prvky byly použity jako rovinné s podmínkou rovinné napjatosti (plane stress). Díky jednoduchému a pravidelnému tvaru modelu bylo možné vytvořit mapovanou síť z pravidelných čtyřúhelníků. Základní počet prvků po tloušťce neupravených kroužků (00) byl 30. Počet prvků

po tloušťce u vzorků se změněnou tloušťkou je tedy menší o 3 prvky s každou odebranou vrstvou. Po obvodu je počet prvků 46 u čtvrtinového modelu a 60 u polovičního modelu vzorku.

7.1.3 Způsob zavedení reziduálního napětí

Zavedení tangenciálních reziduálních napětí do MKP modelu bylo dosaženo definicí proměnného koeficientu teplotní roztažnosti α po tloušťce stěny kroužku (obdobný postup je aplikován např. v [22]). Závislost koeficientu teplotní roztažnosti na relativní tloušťce stěny x_r (viz rovnice (23)) má tvar:

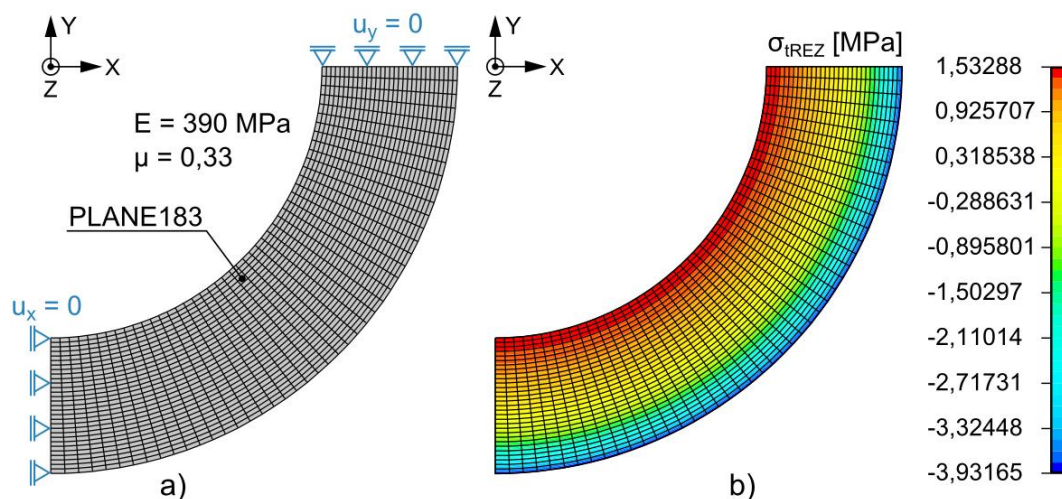
$$\alpha(x_r) = c_1 e^{c_2 x_r} \quad (40)$$

Pro účely testování zavedeného průběhu reziduálního napětí byl vytvořen čtvrtinový konečnoprvkový model ještě nerozříznutého kroužku. Konkrétní postup zavedení proměnného průběhu teplotní roztažnosti do modelu v programu ANSYS je následující:

1. je vytvořena tabulka teplot, kde teplota má hodnotu relativní souřadnice x_r . Tato tabulka je naplněna hodnotami teplotní roztažnosti ve směru x a ve směru y podle rovnice (26) pro jednotlivá x_r z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ (krok je volen libovolně ale tak, aby byly průběh dostatečně hladký, v tomto případě 0,0175).
2. je definována referenční teplota 293 K.
3. do každého uzlu je zavedeno teplotní zatížení, které má hodnotu polohy uzlu ve stěně trubky (odpovídá tedy souřadnici x_r a je z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$).

Tímto postupem je při následném numerickém výpočtu zajištěn proměnný koeficient teplotní roztažnosti, což nepřímo zavede do modelu reziduální napětí.

Geometrie čtvrtinového 2D modelu kroužku z trubky typu 63PN20, na kterém bylo zavedení správného rozdělení reziduálních napětí testováno, je na Obr. 27a. Stejně testovací modely byly vytvořeny i pro ostatní trubky. Na obrázku jsou také aplikované okrajové podmínky.



Obr. 27: Schéma geometrie čtvrtinového modelu kroužku z trubky 63PN20 s okrajovými podmínkami (a) a výsledné rozdělení tangenciálního reziduálního napětí (b)

Koeficienty c_1 a c_2 v rovnici (40) byly hledány tak, aby napětí vyvolané v modelu rozdělením koeficientu teplotní roztažnosti co nejlépe vystihovalo křivku, kterou byla proložena výsledná napětí při vyhodnocení experimentu. Pro trubku 63PN20 platí koeficienty

$$c_1 = -0,142 \cdot 10^{-5}$$

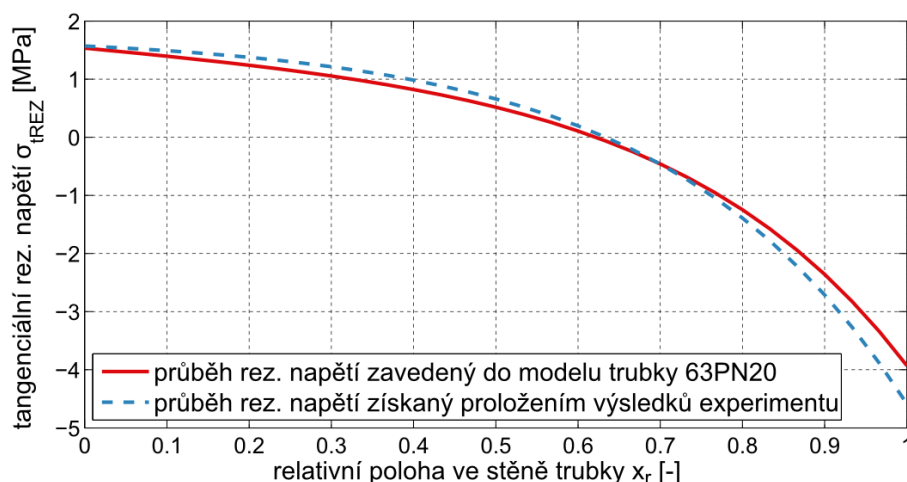
$$c_2 = 3,55$$

Koeficienty c_1 a c_2 byly nalezeny i pro ostatní zkoušené trubky tak, aby zavedené napětí odpovídalo průběhu zjištěnému experimentálně, a jsou uvedeny v Tab. 3. Mezi jednotlivými průběhy nalezenými experimentálně byly pouze malé rozdíly, a proto se použité koeficienty příliš neliší.

Tab. 3: Koeficienty pro zavedení reziduálních napětí do modelu MKP

označení trubky	koeficient c_1 [-]	koeficient c_2 [-]
32PN16	$-0,134 \cdot 10^{-5}$	3,55
40PN10	$-0,140 \cdot 10^{-5}$	3,45
40PN16	$-0,111 \cdot 10^{-5}$	3,45
40PN20	$-0,115 \cdot 10^{-5}$	3,45
63PN10	$-0,115 \cdot 10^{-5}$	3,55
63PN16	$-0,115 \cdot 10^{-5}$	3,55
63PN20	$-0,142 \cdot 10^{-5}$	3,55
110PN16	$-0,132 \cdot 10^{-5}$	3,55

Napětí vyvolané průběhem koeficientu teplotní roztažnosti charakterizovaného rovnicí s koeficienty výše je znázorněno na Obr. 27b. V grafu (Obr. 28) je porovnán průběh vyvolaný v modelu s průběhem získaným experimentálně. Je vidět, že průběh napětí vyvolaný v modelu proměnným koeficientem teplotní roztažnosti dobře vystihuje rozdělení napětí změřené, což bylo účelem testování na tomto modelu.



Obr. 28: Graf porovnání reziduálního napětí zavedeného v MKP modelu trubky 63PN20 a průběhu zjištěného vyhodnocením experimentu z měření po jednom týdnu

Na modelu byl také otestován vliv hustoty sítě konečných prvků na hodnoty zavedeného napětí. V Tab. 4 jsou uvedeny výsledky tohoto testování. Porovnávány jsou hodnoty tangenciálního reziduálního napětí na vnějším a vnitřním povrchu – $\sigma_{tREZout}$ a σ_{tREZin} – při různých počtech prvků po tloušťce a po obvodu. Je vidět, že při použití více než 30 prvků po tloušťce a 46 po obvodu nedojde již k výraznějšímu zpřesnění výsledku. Tyto hodnoty byly proto použity pro čtvrtinové modely všech trubek.

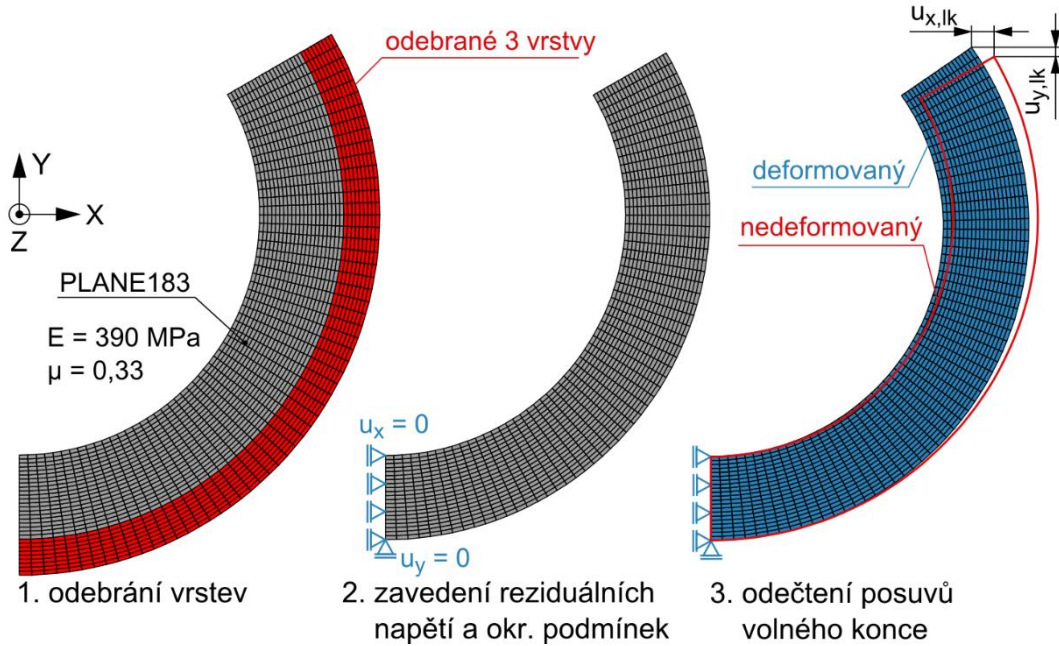
Tab. 4: Výsledky testování vlivu hustoty sítě na hodnotu reziduálního napětí

počet prvků po tloušťce	počet prvků po obvodu	napětí σ_{tREZin} [MPa]	napětí $\sigma_{tREZout}$ [MPa]	rozdíl [%]
60	90	1,533	3,933	–
30	46	1,533	3,932	0,03
20	36	1,533	3,926	0,18
10	24	1,534	3,889	1,13

7.1.4 Numerický výpočet deformace kroužku

Po nalezení vhodného rozdělení koeficientu roztažnosti pro všechny trubky byly vytvořeny modely jednotlivých kroužků s tloušťkou upravenou odebráním vrstev a s vyříznutým segmentem. Cílem bylo sledovat, zda deformace (změna průměru) MKP modelu vyvolaná reziduálním napětím zavedeným nepřímo pomocí teplotní roztažnosti bude odpovídat deformaci změřené na skutečných vzorcích.

Byl opět vytvořen 2D model vzorku. Při tvorbě geometrie modelu bylo také využito symetrie, takže mohla být modelována pouze polovina rozříznutého kroužku. Byly použity prvky typu PLANE183.



Obr. 29: Schéma simulace experimentu pomocí MKP

Postup numerické simulace experimentu je znázorněn na Obr. 29. Nejprve je vytvořen model vyříznutého kroužku původní neupravené tloušťky stěny. Z tohoto vzorku jsou odebrány buď z vnějšku, nebo zevnitř prvky tak, aby to odpovídalo odebrání příslušného počtu vrstev na soustruhu (na Obr. 29 se jedná o odebrání konkrétně tří vrstev z vnějšku kroužku z trubky 63PN20). Do takto vzniklého vzorku je zavedeno reziduální napětí způsobem, který je výše popsán, a také okrajové podmínky. Numerickým výpočtem je určen tvar deformovaného vzorku a mohou být odečteny posuvy volného konce kroužku.

Z MKP modelu nelze přímo zjistit změnu průměru vzorku. Je nutné přepočítat odečtené posuvy koncového bodu na změnu průměru. Předpokládá se, že při deformaci vzorku (část kružnice) nedochází k posouvání příčných průřezů, ale pouze k jejich natáčení, takže obvod zůstává konstantní.

Obvod o_{lk} původního nedeformovaného kroužku o vnějším průměru $D_{1, lk}$, ze kterého byl vyříznut segment o středovém úhlu 120° je

$$o_{lk} = \frac{360 - 120}{360} \pi D_{1, lk} \quad (41)$$

Středový úhel výseče ani průměr $D_{1, lk}$ po deformaci není znám, ale pomocí deformačních posuvů volného konce lze určit poloviční obvodový úhel $\beta_{d, lk}$ a vyjádřit obvod deformovaného vzorku $o_{d, lk}$ jako

$$o_{d, lk} = \frac{360 - 4\beta_{d, lk}}{360} \pi D_{1, lk} \quad (42)$$

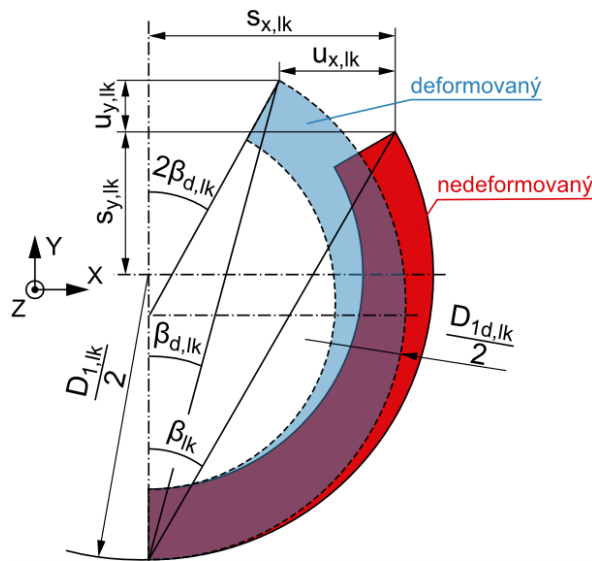
Obvody před a po deformaci vyjádřené rovnicemi (41) a (42) se musí rovnat, z čehož je možné vyjádřit průměr vzorku po deformaci

$$D_{1d,lk} = \frac{360 - 120}{360 - 4\beta_{d,lk}} D_{1,lk} \quad (43)$$

Obvodový úhel po deformaci se vypočítá jako

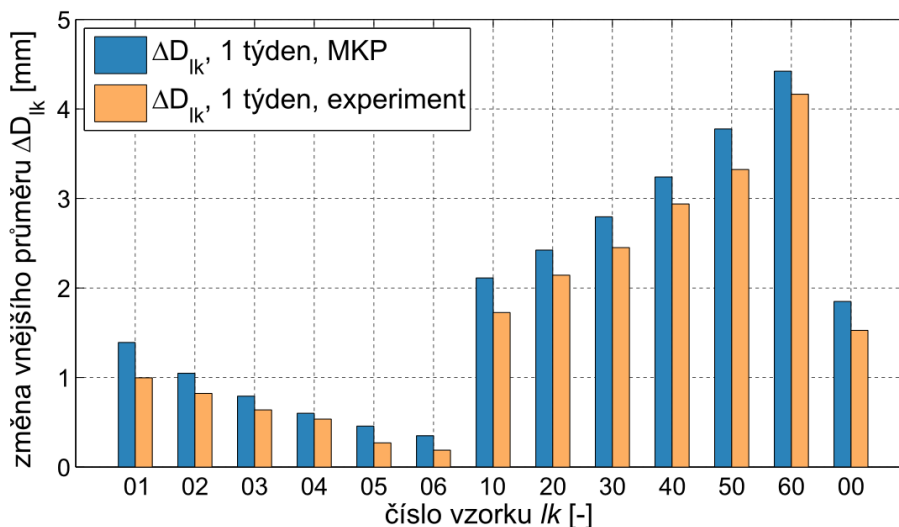
$$\beta_{d,lk} = \arctg \frac{s_{x,lk} + u_{x,lk}}{s_{y,lk} + u_{y,lk} + D_{1,lk}/2} \quad (44)$$

kde $s_{x,lk}$ a $s_{y,lk}$ jsou souřadnice krajního bodu na vnějším průměru nedeformovaného vzorku $D_{1,lk}$ a $u_{x,lk}$ a $u_{y,lk}$ jsou deformační posuvy tohoto krajního bodu vypočtené numericky (znaménko $u_{x,lk}$ a $u_{y,lk}$ se určí podle toho, zda posuv probíhá proti směru nebo ve směru os zvoleného souřadnicového systému). Změna průměru ΔD_{lk} se tedy opět získá rozdílem vnějšího průměru před a po deformaci. Schéma výpočtu deformovaného průměru z deformačních posuvů je na Obr. 30. Popsaný postup výpočtu byl zahrnut přímo do skriptu APDL pro numerickou simulaci experimentu.



Obr. 30: Schéma přepočtu deformace vzorku na změnu průměru

Numerickým výpočtem deformace všech vzorků z každé trubky byla získána stejná sada výsledků jako při skutečném provedení experimentu. Srovnání změn průměru obdržených numericky se změnami změřenými na odpovídajících kroužcích je v grafu na Obr. 31. Srovnání je provedeno pro hodnoty deformace po jenom týdnu od rozříznutí kroužků. Je dodrženo stále stejné číslování vzorků (viz kapitola 6.1).



Obr. 31: Změny průměru vypočtené pomocí MKP a změřené změny (výsledky pro trubku 63PN20)

I přesto, že pro modelování kroužků z polypropylenu, který se vyznačuje viskoelastickým chováním, byl použit pouze lineární elastický model materiálu, se výsledky experimentu a numerické simulace poměrně dobře shodují.

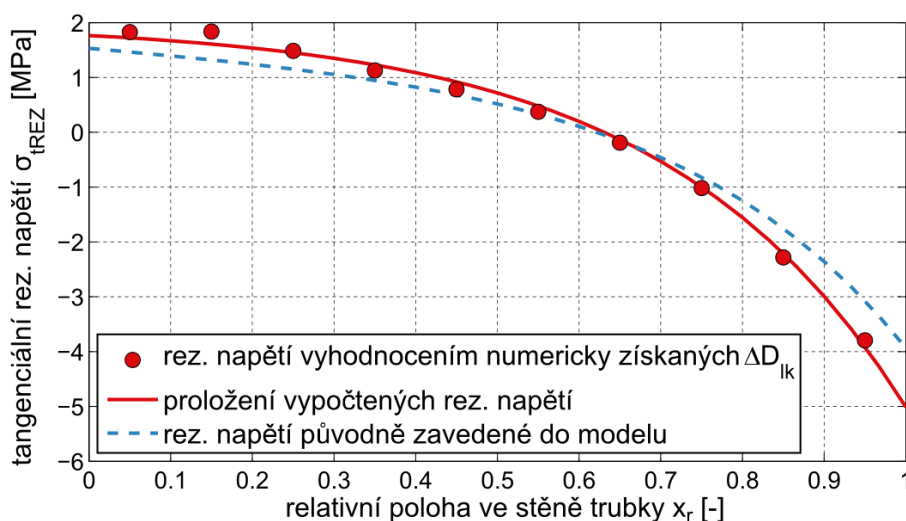
Podobně jako u předchozího modelu byl i zde testován vliv hustoty sítě na přesnost výsledků. V Tab. 5 jsou porovnány hodnoty posuvů krajního bodu kroužku, kterému nebyly odebrány žádné vrstvy $u_{x,00}$ a $u_{y,00}$. Z těchto výsledků je vidět, že hustota sítě má pouze malý vliv na přesnost výsledků.

Tab. 5: Výsledky testování vlivu hustoty sítě na deformaci modelu kroužku

počet prvků po tloušťce	počet prvků po obvodu	posuv v x $u_{x,00}$ [mm]	posuv v y $u_{y,00}$ [mm]	rozdíl [%]
60	120	-1,5550	0,7576	–
30	60	-1,5549	0,7576	0,006
20	48	-1,5548	0,7576	0,012
10	32	-1,5548	0,7576	0,012

Především však bylo potřeba ověřit, zda se vyhodnocením výsledků numerické simulace dojde ke stejnému rozdělení reziduálních napětí, jaké bylo do modelu původně zavedeno, pokud se použije v předchozím textu navržená metoda založená na teorii silně zakřiveného prutu (viz kapitola 6.2.1).

Vzhledem k tomu, že skripty pro program Matlab, které aplikují tuto metodu na sadu výsledků experimentu, byly již vytvořeny, stačilo pro vyhodnocení sady výsledků z numerické simulace pouze změnit vstupní data. Tím byly získány průběhy tangenciálních reziduálních napětí a mohly být porovnány s průběhy, které byly zavedeny do MKP modelů původně pomocí koeficientu teplotní roztažnosti. Porovnání výsledků pro trubku 63PN20 je provedeno v grafu na Obr. 32.



Obr. 32: Porovnání průběhů tangenciálních reziduálních napětí v MKP modelu

Z provedeného porovnání je vidět, že navržená metoda založená vyhodnocení výsledků dokáže velmi dobře vystihnout rozložení tangenciálního reziduálního napětí po tloušťce vzorku, neboť průběh získaný touto metodou pro výsledky numerického modelu se dobře shoduje s průběhem napětí zavedeným do modelu pomocí proměnné teplotní roztažnosti.

Výše provedené ověření použité metody pomocí numerické simulace experimentu potvrzuje, že metoda založená na teorii silně zakřiveného prutu může být použita pro vyhodnocení experimentu a poskytuje na základě změřených změn průměru dostatečně přesný odhad průběhu tangenciálních reziduálních napětí.

7.1.5 Shrnutí výsledků z 2D modelu

Pomocí čtvrtinového 2D numerického modelu byl vyzkoušen způsob zavádění reziduálních napětí pomocí proměnné teplotní roztažnosti po tloušťce trubky. Byly nalezeny koeficienty rovnice teplotní roztažnosti, které zavedou do modelu reziduální napětí podobná napětím zjištěným experimentem. Tato napětí pak byla zavedena i do modelů jednotlivých rozříznutých kroužků. Vypočtené obvodové deformace modelů kroužků se, i přes značné zjednodušení v podobě lineárně elastického materiálového modelu a podmínky rovinné napjatosti, blížily deformacím skutečně změřeným.

Aplikací postupu vyhodnocení založeného na teorii silně zakřivených prutů na sadu výsledků z numerického modelu byl získán průběh napětí podobný průběhu původně zavedenému do konečnoprvkového modelu. Tento výsledek potvrzuje vhodnost navržené metody vyhodnocení na základě teorie silně zakřivených prutů.

Použitý 2D model však nedokáže postihnout vliv přítomnosti axiálních reziduálních napětí a axiálního rozměru vzorku (axiální tloušťky) na výsledky měření. Tyto vlivy jsou zahrnuty v 3D modelech popsanych v dalším textu.

7.2 Problematika axiálního rozměru vzorku

V různých pramenech [28, 40, 7] je popsán jev, ke kterému dochází při měření deformací podélně rozříznutých vzorků pro určení tangenciálních reziduálních napětí. Kroužky, které mají axiální rozměr (zde značený L) malý, tj. asi do 10 mm, se deformují znatelně méně než vzorky delší o stejné tloušťce stěny. Dochází poté k nejasnostem, z jakých vzorků určit správné hodnoty reziduálního napětí.

Jak už bylo zmíněno výše, v trubce je kromě tangenciálního reziduálního napětí přítomno i reziduální napětí axiální. Jeho přítomnost se navenek projevuje především u trubek větších rozměrů tím, že volné konce takové trubky mají tendenci se poněkud ohnout směrem dovnitř (Obr. 33).



Obr. 33: Ohnutí stěny trubky na volném konci vlivem axiálního reziduálního napětí [28]

Nesrovnalost ve výsledcích měření deformace lze vysvětlit právě přítomností axiálního reziduálního napětí. Vysvětlení je uvedeno v článku [7]. Působení axiálního reziduálního napětí se dá nahradit působením obvodového axiálního ohybového momentu M_z na konci trubky, respektive rozříznuté části trubky určené pro měření deformace. Podle teorie geometricky válcové momentové skořepiny je vztah mezi tangenciálním ohybovým momentem M_t , který by způsobil sevření vzorku, a axiálním momentem [38, 42]

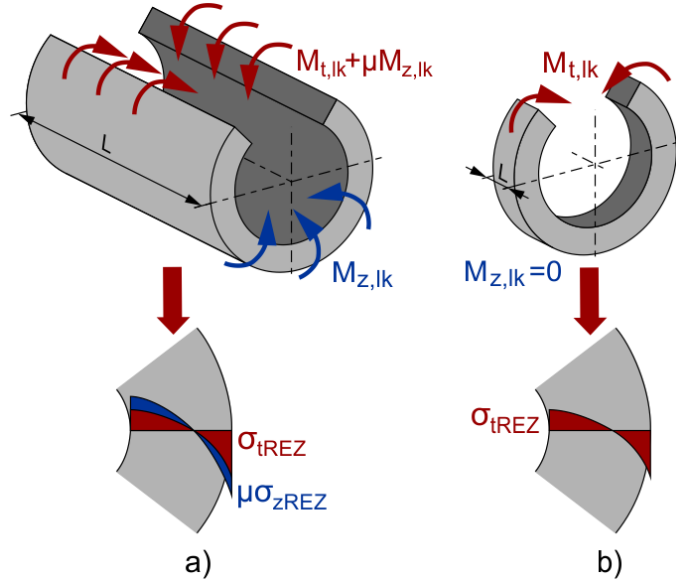
$$M_t = \mu M_z \quad (45)$$

kde μ je Poissonovo číslo. Odvození tohoto vztahu je uvedeno v Příloze 2.

Po rozříznutí vzorku o určitém axiálním rozměru L a vyříznutí segmentu 120° tak, jak je popsáno v kapitole 6.1, se vzorek svírá působením celkového momentu $M_{C,lk}$, který lze vypočítat ze změny vnějšího průměru $\Delta D_{1,lk}$ a který je vlastně součtem dvou tangenciálních ohybových momentů: momentu způsobeného vlastním tangenciálním reziduálním napětím $M_{t,lk}$ a momentu způsobeného axiálním reziduálním napětím $\mu M_{z,lk}$, což lze vyjádřit vztahem

$$M_{C,lk} = M_{t,lk} + \mu M_{z,lk} \quad (46)$$

kde $M_{z,lk}$ je ohybový moment způsobený axiálním napětím ve vzorku a μ je Poissonovo číslo. Vztah (46) však platí pouze pro dlouhé vzorky z trubek (Obr. 34a). Moment $M_{C,lk}$ vypočtený ze změřené změny průměru tedy v případě dlouhých vzorků zahrnuje jak působení tangenciálního reziduálního napětí, tak vliv axiálního reziduálního napětí.



Obr. 34: Vliv axiálního reziduálního napětí na dlouhý vzorek (a) a krátký vzorek (b)

Tangenciální reziduální napětí stanovené na základě měření na dlouhých vzorcích bude tedy již zahrnovat vliv axiálního reziduálního napětí a tím pádem bude vyšší. Je nutno připomenout, že rozložení a velikost reziduálních napětí v axiálním a tangenciálním směru jsou, např. podle [40] nebo [7], u extrudovaných trubek stejné a tím pádem i ohybové momenty $M_{t,lk}$ a $M_{z,lk}$ se budou rovnat a vztah (46) se změní na

$$M_{C,lk} = M_{t,lk} + \mu M_{t,lk} = (1 + \mu) M_{t,lk} \quad (47)$$

Příspěvek momentu od axiálního napětí se se zmenšujícím se rozměrem L snižuje a pro kroužky, které mají L malé je $M_{z,lk} = 0$ (Obr. 34b) a vztah (46) má pro velmi krátké vzorky tvar

$$M_{C,lk} = M_{t,lk} \quad (48)$$

čili celkový ohybový moment působící měřenou změnu průměru krátkého vzorku je způsoben čistě tangenciálním reziduálním napětím bez jakéhokoli příspěvku axiálního reziduálního napětí. Reziduální napětí stanovené na základě měření deformace $\Delta D_{1,lk}$ potom nezahrnuje vliv axiálního napětí a jedná se tedy o čistě tangenciální reziduální napětí, které lze označit stejně jako v předešlém textu $\sigma_{t,rez}$. Ve skutečné trubce, která je zpravidla velmi dlouhá, ale v tangenciálním směru působí efektivní tangenciální reziduální napětí $\sigma_{t,rez,ef}$, což je vlastně tangenciální reziduální napětí zvýšené o příspěvek axiálního reziduálního napětí $\sigma_{z,rez}$ (Obr. 34a). Pro napětí platí tedy podobný vztah jako pro momenty:

$$\sigma_{t,rez,ef} = (1 + \mu) \sigma_{t,rez} \quad (49)$$

Je jasné, že $\sigma_{t,rez,ef}$ je možné stanovit rovnou měřením deformace dlouhých vzorků, avšak takový postup je značně nepraktický z důvodu obtížné přípravy vzorků dostatečné délky apod. Lépe je stanovit samotné $\sigma_{t,rez}$ na vzorcích kratších, které půjde lépe připravit, a pak korigovat a určit $\sigma_{t,rez,ef}$. Korekce se provede jednoduše pomocí následujícího vztahu

$$\sigma_{t,rez,ef} = (1 + \mu F(L/h_0)) \sigma_{t,rez,L} \quad (50)$$

kde F je korekční funkce závislá na poměru použité délky vzorku L a původní tloušťky stěny trubky h_0 a $\sigma_{t,rez,L}$ je tangenciální napětí stanovené na vzorcích délky L . Funkce F stanoví vliv

axiálního reziduálního napětí pro konkrétní použitý rozměr L – má tedy hodnotu 1 pro nejkratší vzorky a postupně klesá k hodnotě 0 pro vzorky nejdelší.
Pro deformace musí platit obdobný vztah jako pro napětí

$$\Delta D_{lk,ef} = (1 + \mu F(L/h_0)) \Delta D_{lk,L} \quad (51)$$

kde $\Delta D_{lk,ef}$ je změna průměru dostatečně dlouhého vzorku, ze které by bylo možné přímo stanovit $\sigma_{tREZ,ef}$ a $\Delta D_{lk,L}$ je deformace změřená na vzorcích délky L . Na základě rovnice (51) lze stanovit korekční funkci F , jsou-li k dispozici hodnoty změny průměru pro různé hodnoty délky L . Tyto hodnoty byly spočteny pomocí konečnoprvkových 3D modelů, jak je popsáno v dalším textu.

7.3 3D model

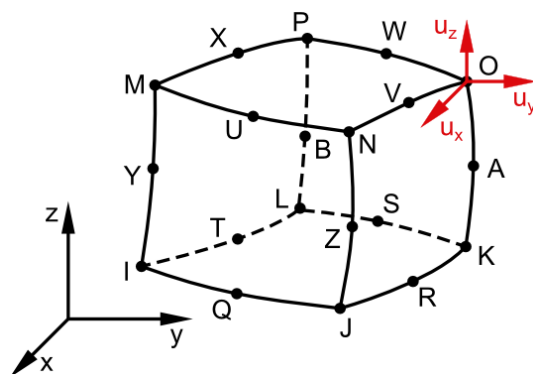
V následující části je popsána tvorba 3D modelů vzorků z trubek, které byly použity ve výše popsaném experimentu (rozměry, viz Tab. 1). Veškeré 3D dále popsané modely byly vytvořeny v programu ANSYS 13.0. Do modelů bylo samozřejmě zavedeno nejen tangenciální ale také axiální reziduální napětí. Zavádění bylo nejprve otestováno, stejně jako v případě 2D modelu, na čtvrtinových modelech nerozříznutých trubek různých délek. Použité délky byly: 5, 10, 20, 40, 80, 160, 320, 430 a 640 mm. Následně byly vytvořeny modely vzorků bez odebraných vrstev ($lk = 00$). Pro každou trubku byly vytvořeny poloviční modely vzorků stejných délek jako v případě čtvrtinového modelu a byla vypočtena jejich změna průměru. Na základě těchto výsledků bylo pak možno určit tvar korekční funkce $F(L/h_0)$.

7.3.1 Model materiálu

Pro 3D model byl znovu použit stejný lineárně elastický materiál jako v případě 2D modelu, tedy modul pružnosti $E_c = 390 \text{ MPa}$ a Poissonovo číslo $\mu = 0,33$. Pro účely sestavení korekční funkce bylo však testováno deformační chování vzorků u jedné z trubek i pro různá Poissonova čísla z intervalu $(0; 0,5)$.

7.3.2 Typ prvků pro 3D model

Sít' všech dále uvedených modelů byla vytvořena z prvků typu SOLID186. Jedná se o dvacetiužlové kvadratické prvky, které mohou mít podobu šestistěnu, čtyřstěnu, čtyřbokého hranolu nebo trojbokého hranolu. Vzhledem k tomu, že v případě trubek byla sít' velmi pravidelná, podobně jako u 2D modelu, měly všechny prvky formu šestistěnu (Obr. 35). Každý z dvaceti uzlů prvku má 3 stupně volnosti – posuvy v osách x , y a z .



Obr. 35: Prvek typu SOLID186 [3]

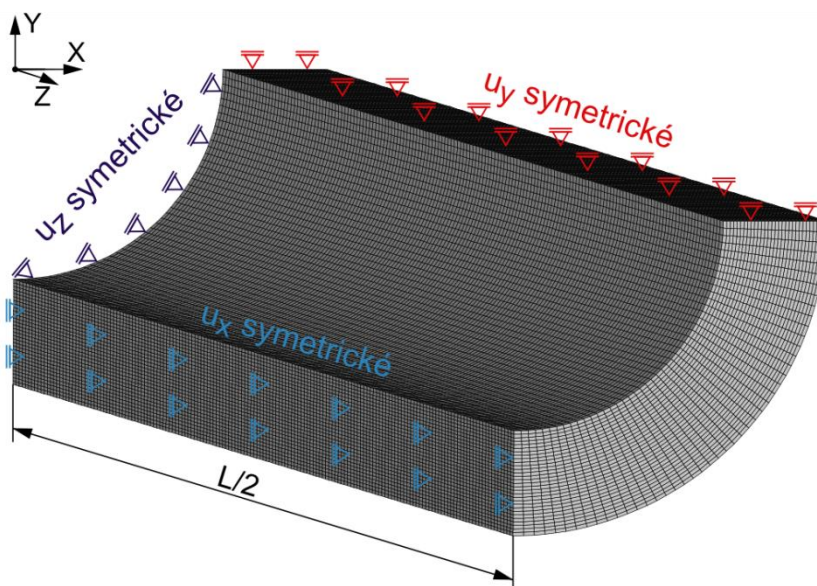
sít' byla navržena tak, aby odpovídala předchozím 2D modelům, tj. 30 prvků po tloušťce a 46 prvků po obvodu u čtvrtinových modelů a 60 prvků po obvodu u polovičních modelů vzorků. Počty prvků po délce L jsou různé a jsou uvedeny v Tab. 6. Ve směru osy z bylo také při modelování využito symetrie a model má tedy oproti skutečnosti poloviční délku $L/2$, a proto jsou v Tab. 6 uvedeny hodnoty právě pro poloviční délku.

Tab. 6: Počty prvků po délce 3D modelu

$L/2$ [mm]	počet prvků	$L/2$ [mm]	počet prvků	$L/2$ [mm]	počet prvků
2,5	5	20	20	160	80
5	10	40	40	215	100
10	15	80	60	320	160

7.3.3 Zavádění reziduálních napětí do 3D modelu

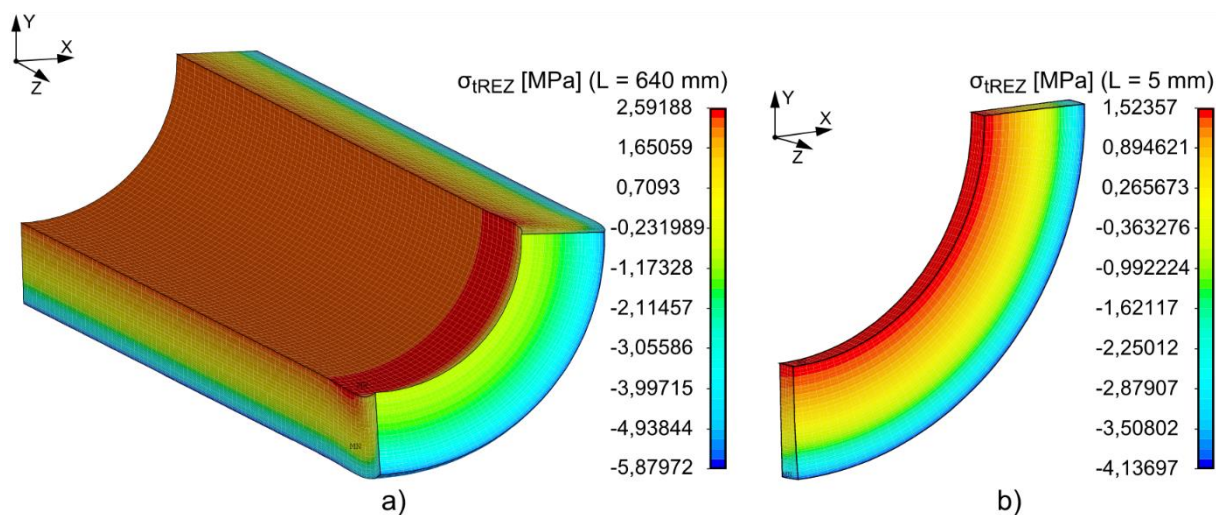
Zavádění reziduálních napětí bylo i v případě 3D modelů nejprve testováno na čtvrtinových modelech trubek. Pro každou z osmi testovaných trubek (viz Tab. 1) bylo tedy vytvořeno 9 modelů různých délek, $L = 5, 10, 20, 40, 80, 160, 320, 430, 640$ mm (ve skutečnosti bylo využito symetrie a modelovány byly tedy trubky poloviční délky $L/2$). Geometrie včetně sítě prvků je pro případ trubky 63PN20 o délce 640 mm vyobrazena na Obr. 36, kde jsou také vyznačeny použité okrajové podmínky (symetrie v osách x, y, z). Stejným způsobem byly vytvořeny všechny modely.



Obr. 36: Geometrie a okr. podmínky čtvrtinového 3D modelu dlouhé trubky 63PN20, $L = 640$ mm

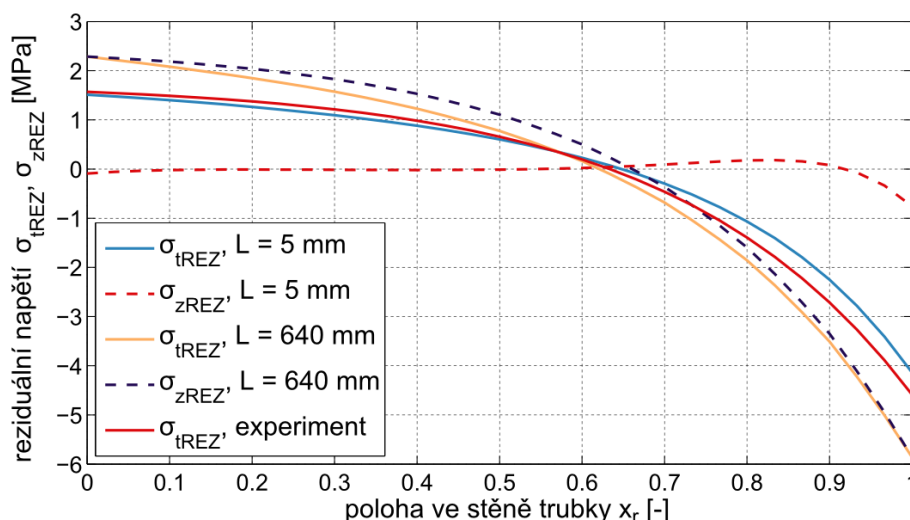
Reziduální napětí bylo do 3D modelu zavedeno stejným postupem jako v případě rovinného modelu, tj. definicí proměnného koeficientu teplotní roztažnosti po tloušťce stěny trubky. Bylo použito rozdělení koeficientu charakterizované rovnicí (40) a koeficienty uvedené v Tab. 3. Jediným rozdílem oproti 2D modelu bylo zavedení teplotní roztažnosti nejen ve směrech x a y , ale také ve směru z . Pro směr z byly použity stejné hodnoty jako pro x a y , aby ve výsledku došlo k vyvolání stejného průběhu napětí v axiálním a tangenciálním směru.

Výsledná rozdělení tangenciálního napětí vyvolaného teplotní roztažností jsou vykreslena pro případ dlouhé části ($L = 640$ mm) trubky 63PN20 na Obr. 37a a velmi krátké části ($L = 5$ mm) též trubky na Obr. 37b. Už z těchto obrázků je vidět, že tangenciální napětí v dlouhé trubce je vyšší než u krátkého kroužku. Přitom teplotní roztažnost byla do obou vzorků zavedena stejným způsobem a pomocí stejných koeficientů v rovnici (40) jako u 2D modelu. Je také vidět, že rozdělení napětí je v případě tenkého kroužku shodné s napětím v rovinném 2D modelu výše. Tangenciální reziduální napětí v krátkém kroužku tedy není ovlivněno axiálním reziduálním napětím. Naopak u dlouhého úseku trubky se přítomnost axiálních reziduálních napětí projeví výrazně, a to především vyššími hodnotami tangenciálního napětí a také typickou deformací volného konce jako na Obr. 33.



Obr. 37: Tangenciální reziduální napětí v dlouhé trubce (a) a krátkém kroužku (b)

V grafu na Obr. 38 jsou průběhy tangenciálního a axiálního reziduálního napětí ve stěně dlouhé a krátké trubky 63PN20 vykresleny detailněji a jsou porovnány s průběhem získaným pro trubku 63PN20 experimentálně z tenkých kroužků. Vykreslené průběhy byly odečteny z modelu v místě $z = 0$ mm, tedy v dostatečné vzdálenosti od volného konce, kde byly průběhy zkruslené.



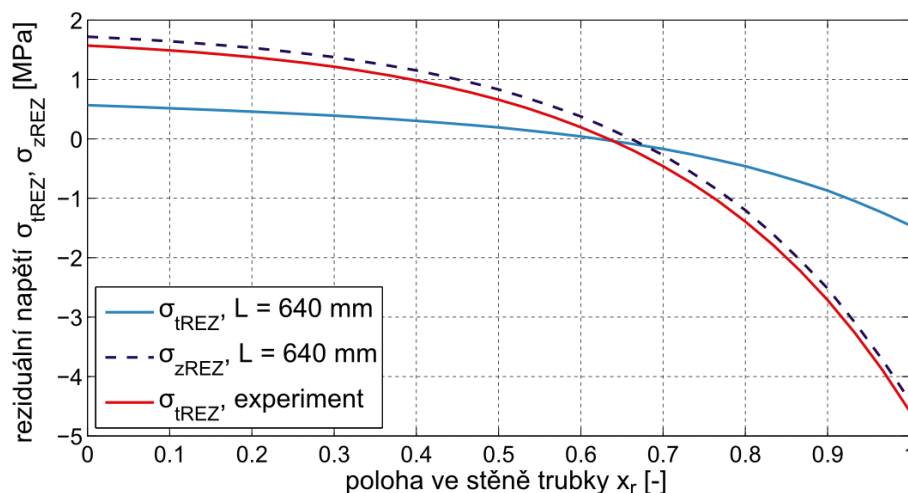
Obr. 38: Průběhy tangenciálního a axiálního napětí ve stěně trubky 63PN20, délky 5 mm a 640 mm

Z Obr. 38 je ještě jasněji vidět, že v tenkém kroužku ($L = 5$ mm) není přítomno žádné axiální reziduální napětí a průběh tangenciálního tedy není ovlivněn a shoduje se s průběhem zjištěným experimentálně. Stejná teplotní roztažnost jako u tenkého kroužku však v dlouhé trubce vyvolá vyšší tangenciální napětí (a s tím zároveň přibližně shodné axiální napětí), což je dáno právě vzájemným ovlivněním těchto dvou složek.

Vliv axiálního reziduálního napětí na tangenciální složku lze snadno otestovat tak, že se do modelu dlouhé trubky ($L = 640$ mm) zavede pouze teplotní roztažnost ve směru axiálním. Porovnání takto vyvolaných složek napětí je na Obr. 39. Z těchto výsledných rozdělení je vidět, že proměnná teplotní roztažnost podle rovnice (40) zavedená pouze v axiálním směru, vyvolá skutečně axiální reziduální napětí shodné z experimentálně zjištěným tangenciálním napětím. V tangenciálním směru však spolu s ním vzniká složka napětí tangenciálního, která je rovna $\mu\sigma_{zREZ}$. Pokud jsou do modelu zavedena axiální a tangenciální reziduální napětí zároveň, a to tak, že platí

$$\sigma_{tREZ} = \sigma_{zREZ} \quad (52)$$

pak platí i vztah (49) resp. (50) pro efektivní hodnotu tangenciálního reziduálního napětí.

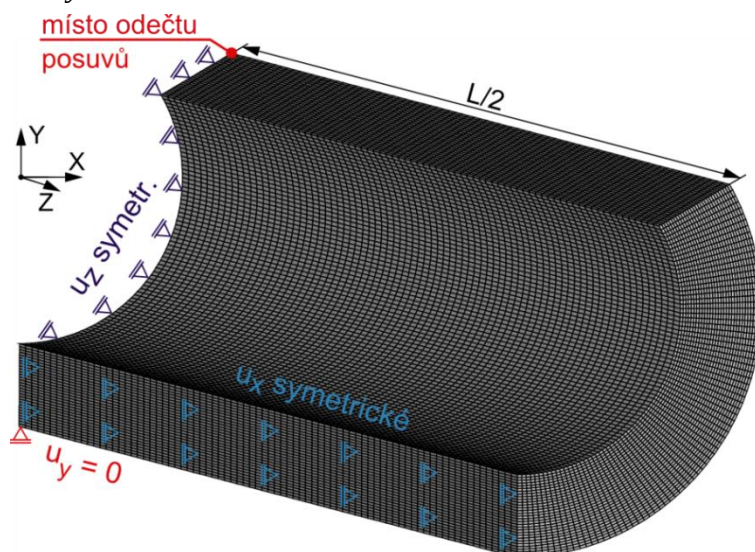


Obr. 39: Tangenciální a axiální napětí vyvolané teplotní roztažností zavedené pouze v axiálním směru
Uvedeným postupem, který zde byl vysvětlen na příkladu trubky 63PN20, byla otestována správnost zavádění reziduálních napětí i u modelů ostatních trubek.

7.3.4 Deformace vzorků s axiálním reziduálním napětím

V předchozím oddíle bylo otestováno zavádění tangenciálních reziduálních napětí zároveň s axiálními do 3D modelů a bylo prokázáno, že tangenciální napětí, které způsobuje změnu průměru po rozříznutí trubky, je ve skutečnosti pro dlouhé trubky vyšší o příspěvek axiálního napětí a že pro napětí platí vztahy (49) a (50). Deformace modelu trubky po rozříznutí by tedy také měla dosahovat vyšších hodnot pro delší trubky. Pro ověření tohoto chování a také za účelem sestavení již zmíněné korekční funkce $F(L/h_0)$ bylo vytvořeno devět modelů různých délek ($L = 5, 10, 20, 40, 80, 160, 320, 430$ a 640 mm) s vyříznutým segmentem 120° pro každou zkoušenou trubku. Tloušťka stěny trubky byla ponechána původní, bez odebrání jakýchkoli vrstev ($lk = 00$). Měnila se pouze délka modelu. Pomocí MKP byly vypočteny změny průměru $\Delta D_{00,L}$ těchto modelů vlivem přítomnosti reziduálních napětí.

Při tvorbě modelů pro výpočet deformace bylo opět využito symetrie, takže modelována byla pouze polovina trubky. Délka každého modelu byla, stejně jako v případě předchozích modelů, rovna $L/2$. Geometrie modelu pro případ rozříznuté trubky 63PN20 o délce $L = 640$ mm s vyznačením použitých okrajových podmínek je na Obr. 40. Okrajové podmínky byly definovány v rovině symetrie kolmé na osu x a na osu z . Jeden bod modelu byl vázán okrajovou podmínkou nulových posuvů v ose y .

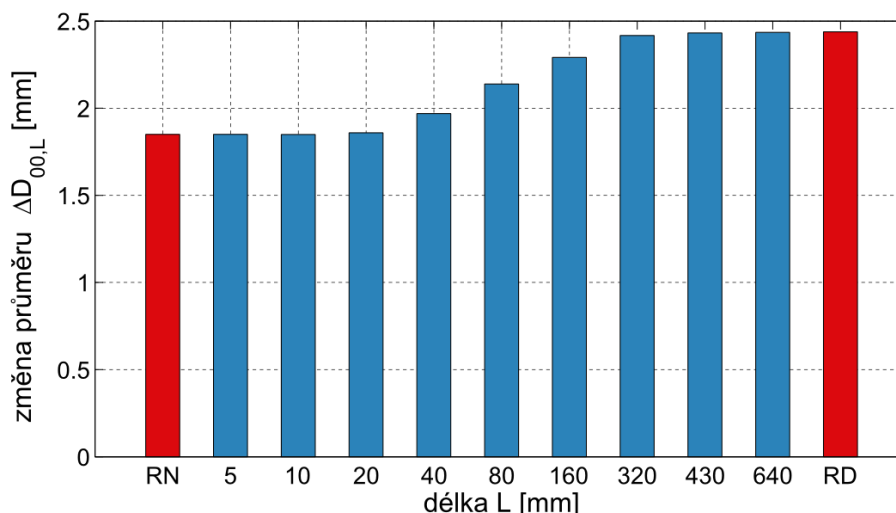


Obr. 40: Geometrie polovičního modelu rozříznuté trubky 63PN20, $L = 640$ mm

Změna průměru $\Delta D_{00,L}$ byla vypočtena z posuvů krajního bodu vázaného konce modelu (místo je vyznačeno na Obr. 40). Přepočet z posuvů na změnu průměru byl proveden tak, jak je popsáno v kapitole 7.1.4 (Obr. 30).

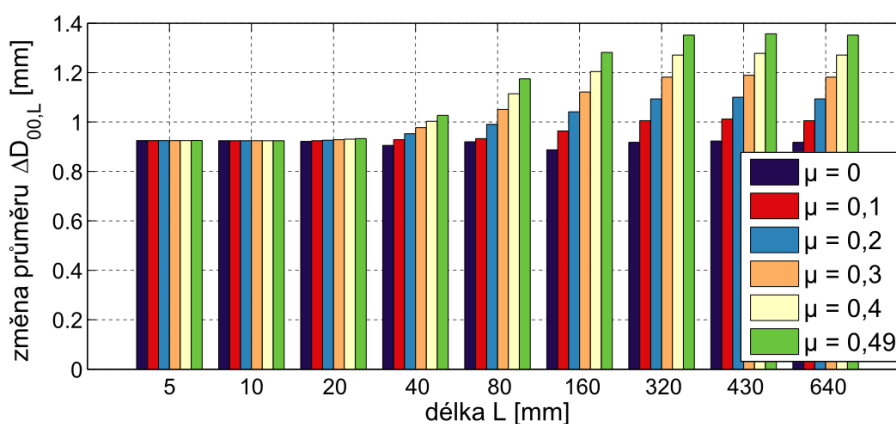
Pro srovnání byly vypočteny také změny průměru odpovídajících 2D modelů ke každé sadě 3D modelů devíti různých délek. Jeden 2D model s podmínkou rovinné napjatosti (RN) a druhý s podmínkou rovinné deformace (RD).

Sada výsledků měla pro každou trubku téměř stejný charakter. Deformace kroužků s malým rozměrem L , která se shodovala s hodnotou deformace odpovídajícího modelu s podmínkou rovinné napjatosti, se se stoupající délkou zvyšovala. U modelů dlouhých kusů rozříznutých trubek se hodnota blížila hodnotě deformace odpovídajícího 2D modelu s podmínkou rovinné deformace. Příklad sady výsledků pro trubku 63PN20 pro Poissonovo číslo $\mu = 0,33$ je na Obr. 41.



Obr. 41: Sada výsledných změn průměru pro různě dlouhé modely rozříznuté trubky 63PN20

Je jasné, že přítomnost axiálního napětí působí od určité délky L zvýšené napětí v tangenciálním směru a tím pádem zvyšuje i hodnotu deformace při rozříznutí části trubky. Tento vliv závisí na Poissonově čísle. Deformace popsaných konečnoprvkových modelů rozříznutých trubek různých délek byly spočteny pro 6 různých hodnot Poissonova čísla, a to $\mu = 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,49$. Výsledky těchto výpočtů pro trubku 63PN20 jsou na Obr. 42. Na první pohled je vidět, že čím vyšší Poissonovo číslo, tím větší vliv axiálního napětí a tím vyšší hodnota změny průměru.



Obr. 42: Deformace rozříznutých částí trubky 63PN20 různých délek pro různá Poissonova čísla

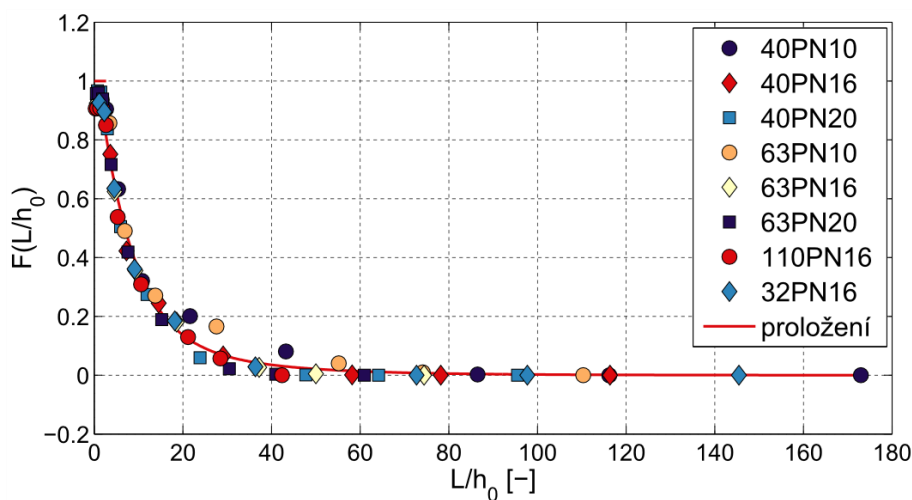
7.3.5 Stanovení korekční funkce

Na základě hodnot změny průměru získaných z 3D modelů různě dlouhých trubek po rozříznutí bylo možné stanovit funkci, kterou je nutné korigovat výsledná tangenciální reziduální napětí získaná z měření na tenkých kroužcích tak, aby odpovídala hodnotám efektivního tangenciálního reziduálního napětí ve skutečné dlouhé trubce.

Pro stanovení byl použit vztah (51), kde neznámou je pouze korekční funkce $F(L/h_0)$. Známé byly hodnoty $\Delta D_{lk,L}$ (v tomto případě konkrétně $\Delta D_{00,L}$) pro sadu trubek různých rozměrů a různých délek L spočtené pomocí modelů s materiálem, který měl Poissonovo číslo $\mu = 0,33$. Hodnoty deformace nejdelších modelů, čili $\Delta D_{00,640}$, byly brány jako hodnoty $\Delta D_{00,ef}$. Rovnice (51) se pak dá upravit na tvar

$$F(L/h_0) = \frac{\frac{\Delta D_{00,640}}{\Delta D_{00,L}} - 1}{\mu} \quad (53)$$

Nalezení funkce F bylo provedeno tak, že hodnoty funkce byly vypočítány ze všech změn průměru a byly vykresleny v závislosti na poměru L/h_0 . Proložením této závislosti křivkou byl nalezen tvar korekční funkce. Hodnoty funkce F pro jednotlivé trubky a Poissonovo číslo 0,33 jsou vykresleny v grafu na Obr. 43 spolu s proložením exponenciální křivkou.



Obr. 43: Graf hodnoty korekční funkce $F(L/h_0)$ a proložení exponenciální křivkou

Rovnice nalezená pomocí proložení v programu Matlab (konkrétně využitím jeho součásti Curve Fitting Toolbox) má tvar

$$F(L/h_0) = 0,9482e^{-0,1351(L/h_0)} + 0,1733e^{-0,04308(L/h_0)} \quad (54)$$

Celková hodnota korekce, kterou je nutné násobit výsledky z krátkých kroužků podle vztahů (50) a (51), je $(1 + \mu F(L/h_0))$. Z grafu na Obr. 43 je vidět, že pro velmi krátké kroužky (přibližně $L/h_0 < 2$) je hodnota funkce $F(L/h_0) = 1$ a hodnota korekce pak bude nejvyšší, zatímco pro velmi dlouhé trubky (přibližně $L/h_0 > 40$) není žádná korekce potřeba. Pro rozměry, jejichž poměr leží mezi těmito hodnotami, je nutné korekci vypočítat vyčíslením korekční funkce podle vztahu (54). Tyto vztah jsou přehledně vyjádřeny v Tab. 7.

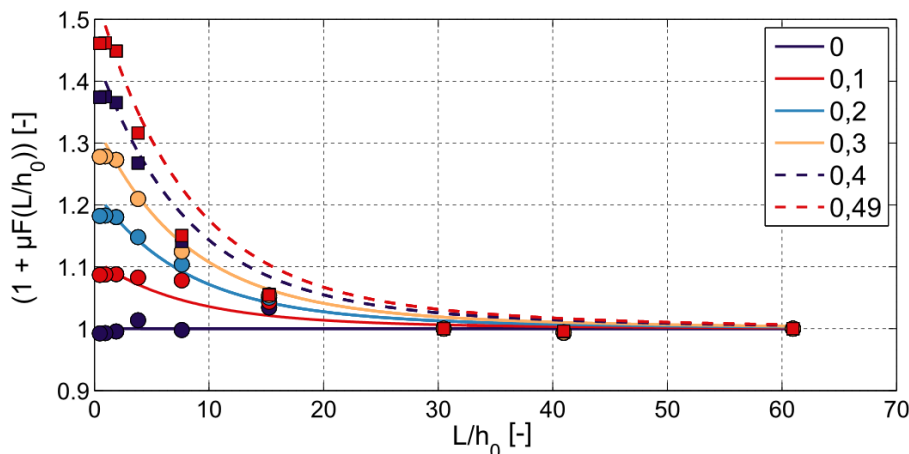
Tab. 7: Hodnoty korekce pro různé hodnoty poměru L/h_0

hodnota L/h_0	hodnota celkové korekce
$L/h_0 < 2$	$1 + \mu$
$2 < L/h_0 < 40$	$1 + \mu F(L/h_0)$
$40 < L/h_0$	1

Korekce $(1 + \mu F(L/h_0))$ byla sice určena primárně pro model materiálu s Poissonovým číslem 0,33, nicméně s obstojnou přesností funguje i pro ostatní hodnoty Poissonova čísla. Hodnoty potřebné korekce byly vypočteny z výsledků numerického výpočtu deformace pro různá Poissonova čísla (viz oddíl 7.3.4) jako

$$1 + \mu F(L/h_0) = \frac{\Delta D_{00,640}}{\Delta D_{00,L}} \quad (55)$$

a jsou porovnány (pro případ trubky 63PN20) s hodnotami korekce vypočtenými pomocí rovnice (54) na Obr. 44.



Obr. 44: Hodnoty korekce pro různá Poissonova čísla pro trubku 63PN20

Polymerní materiály používané na výrobu trubek mají Poissonova čísla zpravidla v rozmezí 0,2 – 0,4. Pro tyto hodnoty funguje korekce dostatečně přesně.

Je-li známá hodnota korekční funkce, lze korekci výsledků experimentu zaměřeného na určení reziduálních napětí provést dvěma způsoby. Buď se korigují přímo změřené změny průměru kroužků (resp. částí trubek) a z těchto korigovaných výsledků se vypočítá rozdělení reziduálního napětí, nebo se korigují až výsledná napětí vypočtená z nekorigovaných hodnot deformace. Druhá možnost je pohodlnější a odpovídá lépe skutečnosti. Je nutné si uvědomit, že výpočtem z nekorigovaných hodnot deformace se získá skutečná hodnota tangenciálního reziduálního napětí. Korigovaná hodnota, výše nazvaná jako efektivní ($\sigma_{tREZ,ef}$), v trubce existuje pouze z důvodu současné přítomnosti stejného rozdělení axiálního reziduálního napětí. Pokud je například potřeba modelovat chování trubky s reziduálním napětím pomocí MKP, je nutné do modelu zavést nekorigovaná rozdělení axiálního a tangenciálního napětí. Pokud se však provádí výpočet zbytkové životnosti trubky založený na pomalém šíření creepové trhliny, pak za tangenciální reziduální napětí, které přispívá k otevření trhliny, musí být bráno korigované (efektivní) tangenciální reziduální napětí. Proto je dobré znát nejprve nekorigované rozdělení určené na krátkých kroužcích (proces experimentálního určení je navíc v případě krátkých vzorků nenáročný na jejich přípravu a následné měření) a podle potřeby jej korigovat.

Případnou korekci lze navíc snadno obrátit a z vyšších hodnot napětí zjištěných pomocí dlouhých vzorků vypočítat hodnoty samotného tangenciálního napětí bez vlivu axiálních napětí.

7.3.6 Shrnutí výsledků z 3D modelů

Byly vytvořeny dva typy 3D modelů. Prvním modelem byl model čtvrtinový, na kterém bylo testováno zavádění tangenciálních reziduálních napětí současně s axiálními a bylo sledováno jejich vzájemné ovlivnění v modelech různých trubek o délkách $L = 5, 10, 20, 40, 80, 160, 320, 430, 640 \text{ mm}$. Pomocí tohoto modelu bylo ověřeno, že platí vztah (51), ve kterém však figuruje korekční funkce, která závisí na délce a tloušťce stěny trubky a jejíž tvar je nutno určit.

Za tímto účelem byly vytvořeny modely stejných trubek a stejných délek, avšak tentokrát šlo o poloviční modely rozříznutých trubek a numerický výpočet byl zaměřen na získání hodnot změny průměru. Výpočty těchto modelů byly provedeny nejen pro různé délky, ale i pro různá Poissonova čísla materiálu.

Na základě výsledků z polovičních modelů byly stanoveny korekční funkce (54). Pomocí této funkce je možné upravit výsledky experimentálního měření reziduálních napětí podle toho, jaké bude jejich další využití.

8 REZIDUÁLNÍ NAPĚTÍ V POLYMERNÍCH TRUBKÁCH

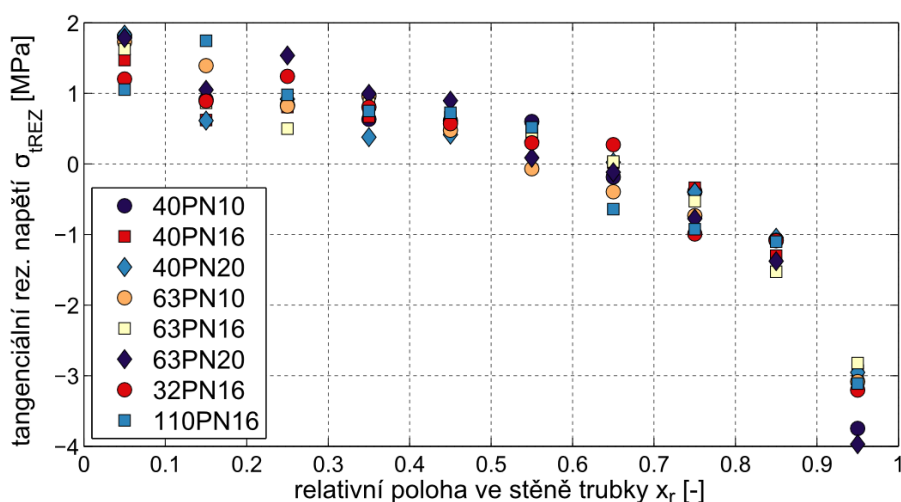
V předešlém textu byly zatím pro ilustraci ukázány pouze výsledky vyhodnocení experimentu pro polypropylenovou trubku 63PN20. Bylo ale vyhodnoceno celkem osm trubek různých rozměrů (viz Tab. 1) ze stejného materiálu. Vzhledem k tomu, že pro popis polohy ve stěně trubky byla použita relativní souřadnice x_r , lze nyní porovnat průběhy reziduálních napětí pro všechny vyhodnocované trubky z polypropyleny.

Kromě výsledků měření na polypropyleny bylo v Polymer Institutu Brno provedeno i jedno měření na polyetylénové trubce stejným způsobem (viz kap. 6.1). V této kapitole jsou porovnány všechny dostupné výsledky a je provedeno jejich zhodnocení.

8.1 Reziduální napětí v trubkách z polypropyleny

Všechny polypropylenové trubky uvedené v Tab. 1 byly podrobeny stejnému experimentu a vyhodnoceny pomocí metody založené na teorii silně zakřivených prutů.

Výsledná tangenciální reziduální napětí získaná výpočtem z deformací krátkých kroužků měřených po jednom týdnu od rozříznutí kroužků jsou pro všechny měřené trubky zobrazena na Obr. 45.



Obr. 45: Srovnání hodnot tangenciálního reziduálního napětí ze všech zkoušených trubek (hodnoty napětí získány z měření změny deformace po jedno týdnu od rozříznutí)

Je vidět, že, ačkoli jde o trubky různých rozměrů a z různých výrobních šarží, rozptyl hodnot v jednotlivých polohách ve stěně trubky není velký. Pokud se tedy průběhy tangenciálního reziduálního napětí u trubek různých rozměrů vzájemně příliš neliší, lze navrhnout jednu křivku, která popisuje tangenciální napětí v polypropylenových trubkách z materiálu Vestolen nezávisle na jejich rozměru. Tato tzv. obecná křivka by pak mohla sloužit jako jistý prvotní odhad reziduálních napětí v polypropylenové trubce například pro zahrnutí reziduálních napětí do výpočtu zbytkové životnosti trubky.

Taková křivka byla pro výše popsané měření na polypropyleny zjištěna proložením průměrných hodnot tangenciálního reziduálního napětí v jednotlivých bodech uvnitř stěny trubky.

Takto nalezená obecná křivka je také popsána exponenciální rovnicí stejně jako křivky použité k proložení jednotlivých hodnot reziduálního napětí ve stěně trubky. Původně zjištěná rovnice měla tvar

$$\sigma_{tREZ}(x_r) = 1,5579 + (-0,21103) \cdot e^{3,2x_r} \quad (56)$$

avšak tato rovnice nesplňuje dostatečně přesně podmínku rovnováhy, tedy

$$\int_0^1 \sigma_{tREZ}(x_r) dx_r \neq 0 \quad (57)$$

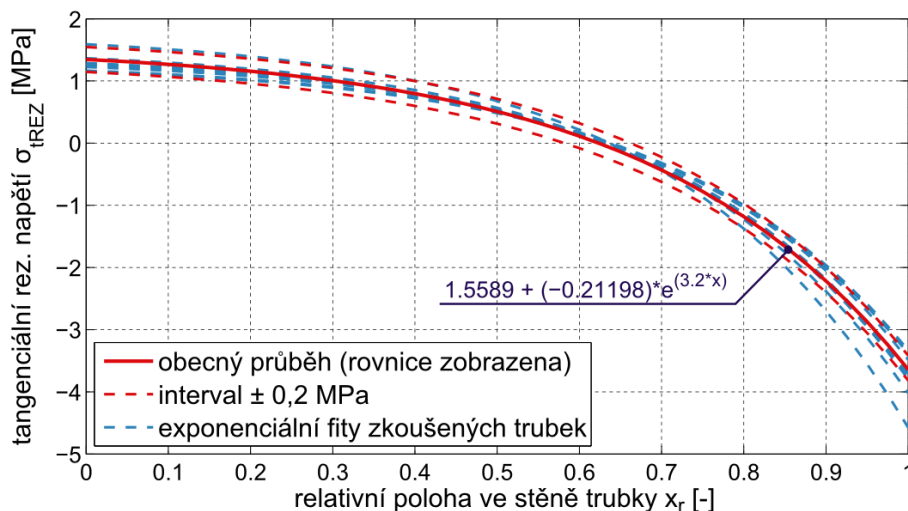
Z tohoto důvodu byla provedena mírná korekce proložení tak, aby výsledná rovnice tuto podmínku splňovala. Upravená rovnice má tvar

$$\sigma_{tREZ}(x_r) = 1,5589 + (-0,21198) \cdot e^{3,2x_r} \quad (58)$$

Kontrola splnění podmínky se provede integrováním

$$\int_0^1 (1,5589 + (-0,21198) \cdot e^{3,2x_r}) dx_r = \left[1,5589x_r - \frac{0,21198}{3,2} e^{3,2x_r} \right]_0^1 = 0 \quad (59)$$

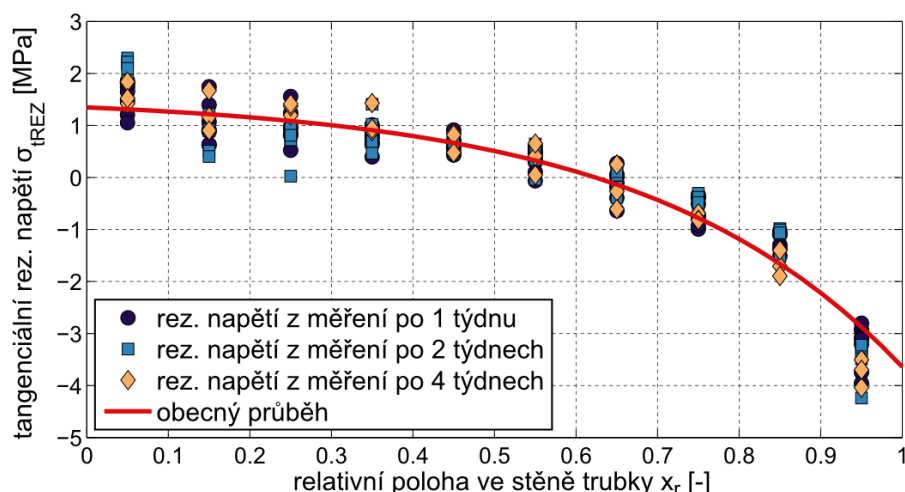
Na Obr. 46 je zobrazena obecná křivka tangenciálního reziduálního napětí pro polypropylen (rovnice (58)) červenou plnou čarou. Je vidět, že průběhy zjištěné pro trubky různých rozměrů (modré přerušované čáry) se přibližně pohybují v naznačeném rozmezí $\pm 0,2$ MPa. Především pro vnitřní povrch stěny trubky, kde 0,2 MPa reprezentuje asi 15% hodnoty, pak platí, že většina křivek se nachází pod obecnou křivkou. Na druhém konci rozmezí (vnější povrch trubky) dochází k většímu rozptylu hodnot reziduálního napětí. Důležité však je co nejpřesněji určit právě tahové napětí přibližně v první polovině tloušťky stěny, které urychluje šíření trhlin skrze stěnu a tím pádem zkracuje životnost trubky.



Obr. 46: Zobrazení obecného průběhu a rozmezí $\pm 0,2$ MPa

Jak už bylo v předchozím textu popsáno, tangenciální reziduální napětí byla vypočítána jak z měření změny průměru po jednom týdnu, tak z měření provedených u některých trubek po dvou týdnech a u některých po čtyřech týdnech. Všechna vypočtená napětí jsou zobrazena v grafu na Obr. 47 a porovnána s obecnou křivkou nalezenou výše.

Z obrázku je jasné patrné, že ačkoliv byly vypočteny z vyšších hodnot změn průměru měřených po delším čase od rozříznutí, pohybují se hodnoty tangenciálního reziduálního napětí stále v podobném rozmezí jako ty, vypočtené po jednom týdnu. Při měření deformací pro pozdější určení reziduálních napětí tedy nezáleží příliš na čase od rozříznutí, po jehož uplynutí jsou deformace měřeny. Je spíše důležité určit čas měření tak, aby deformace byly pokud možno větší a dobře se měřily, a poté dostatečně přesně stanovit creepový modul, pomocí kterého se z deformací vypočítají hodnoty reziduálních napětí.



Obr. 47: Porovnání obecného průběhu se všemi spočtenými výsledky pro polypropylen.

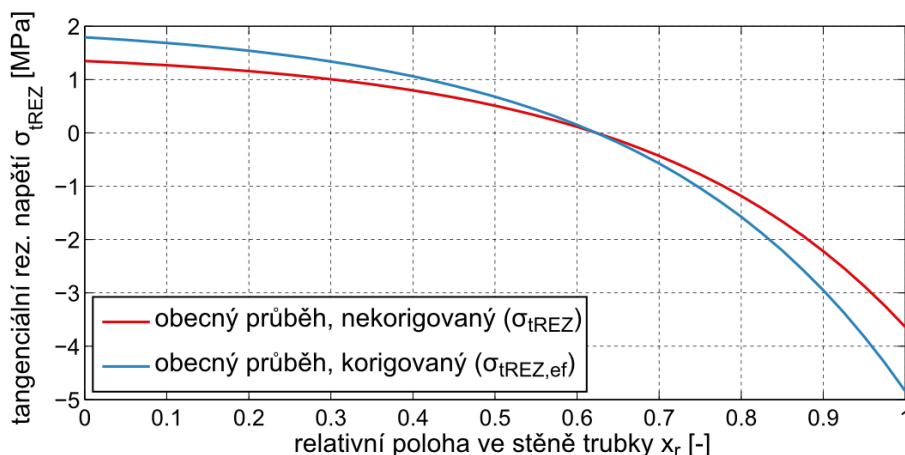
Rovnice (58) popisující obecný průběh tangenciálních reziduálních napětí byla stanovena na základě výsledků z krátkých kroužků, což znamená, že popisuje průběh čistě tangenciálního reziduálního napětí bez vlivu napětí axiálního. Pokud je potřeba odhadnout průběh efektivního tangenciálního napětí v trubce, kde jsou přítomna stejně velká axiální reziduální napětí, stačí rovnici (58) vynásobit korekčním faktorem

$$\sigma_{tREZ,ef}(x_r) = (1 + \mu F(L/h_0))(1,5589 - 0,21198 \cdot e^{3,2x_r}) \quad (60)$$

Všechny vzorky ze zkoušených polypropylenových trubek měly velmi malý rozměr L a funkce $F_d(L/h_0)$ má pro ně hodnotu 1. Výsledná hodnota korekčního faktoru bude tedy 1,33 a obecná rovnice pro $\sigma_{tREZ,ef}$ má pak tvar

$$\sigma_{tREZ,ef}(x_r) = 2,0733 - 0,28193 \cdot e^{3,2x_r} \quad (61)$$

Porovnání nekorigovaného tangenciálního napětí σ_{tREZ} s korigovaným průběhem $\sigma_{tREZ,ef}$ je provedeno v grafu na Obr. 48.



Obr. 48: Porovnání korigovaného a nekorigovaného obecného průběhu tangenciálních rez. napětí

8.2 Reziduální napětí v trubkách z polyetylenu

Dosavadní text práce byl zaměřen čistě na trubky z polypropylen. Ve firmě Polymer Institut Brno bylo však provedeno i jedno měření za účelem zjištění rozdělení reziduálního napětí v trubce z polyetylenu. Trubka byla typu 160PN16 (rozměry viz Tab. 8) z vysokohustotního polyetylenu o hodnotě $MRS = 10 \text{ MPa}$ (PE100) vyrobeného firmou Borealis.

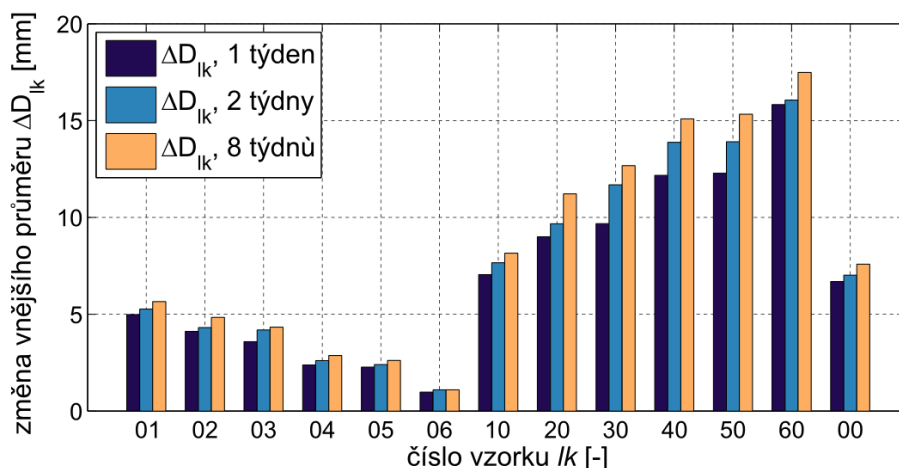
Tab. 8: Rozměry polyetylénné trubky 160PN16 [4]

označení trubky	vnější průměr $\varnothing D$ [mm]	tloušťka stěny h_0 [mm]	jmenovitý přetlak PN [bar]	rozměrový poměr SDR [-]
160PN16	160	14,6	16	11

Při experimentu byl dodržen stejný postup jako v případě polypropylenových vzorků a naměřené změny průměru byly i stejným způsobem vyhodnoceny. Jediným rozdílem bylo, že měření změny průměru proběhlo celkem třikrát, a to po jednom týdnu od rozříznutí, po dvou týdnech a na konec po osmi týdnech.

Časové závislé moduly potřebné pro vyhodnocení byly určeny nikoli pomocí normy, nýbrž na základě měření deformačního chování vzorků vyrobených z téže trubky. Pro výpočet reziduálních napětí z hodnot deformace byly použity hodnoty modulu $E_c = 433 \text{ MPa}$ pro jeden týden, $E_c = 421 \text{ MPa}$ pro dva týdny a $E_c = 402 \text{ MPa}$ pro osm týdnů. Vyhodnocení bylo jednoduše provedeno pomocí skriptu v programu Matlab připraveného již dříve pro polypropylenové trubky.

Změřené změny průměrů sady vzorků z polyetylénné trubky 160PN16 jsou na Obr. 49. Bylo použito stejného značení vzorků jako u polypropylenů.

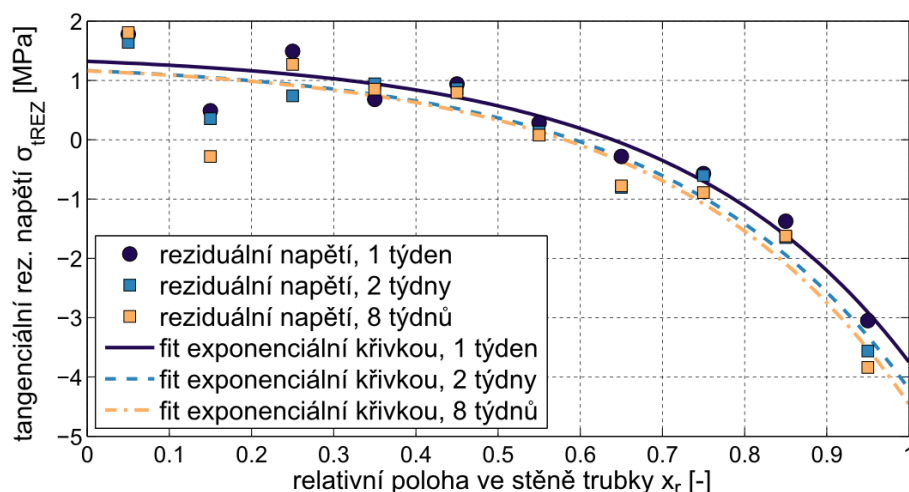


Obr. 49: Výsledky měření změny průměru na vzorcích z polyetylénné trubky 160PN16

Vzorky pro měření byly vyrobeny stejným způsobem jako z polypropylenových trubek. Axiální rozměr vzorku byl $L = 15 \text{ mm}$. Zda je nutné výsledky korigovat nebo ne lze zjistit výpočtem poměru L/h_0

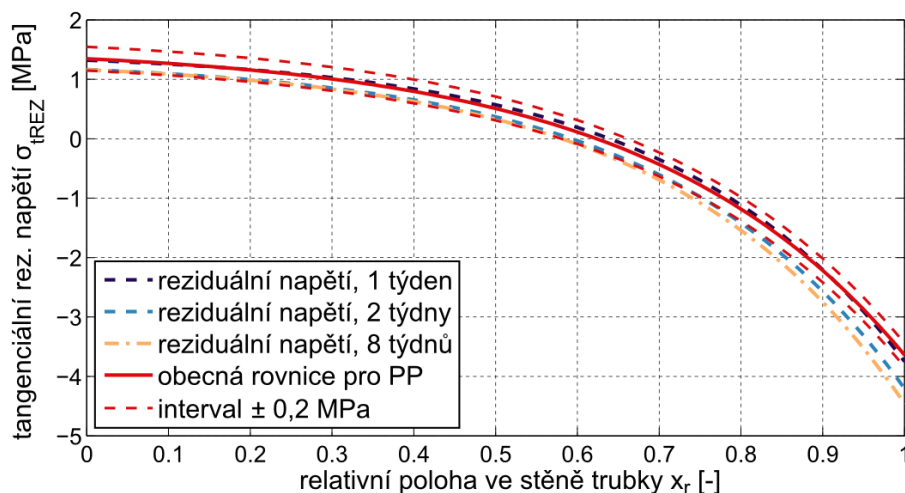
$$L/h_0 = 15/14,6 \cong 1,03 \quad (62)$$

Poměr vyjde menší než 2 a je tedy jasné, že napětí vypočtené ze změřených deformací na těchto vzorcích jsou tangenciální reziduální napětí bez vlivu axiálních reziduálních napětí. Výsledná napětí vypočtená z měření po různě dlouhé době od rozříznutí a proložená exponenciálními křivkami jsou na Obr. 50.



Obr. 50: Výsledky výpočtu tangenciálních rez. napětí pro polyetylenovou trubku 160PN16

Na první pohled je vidět, že výsledná rozdělení napětí opět vychází podobně, nezávisle na čase od rozříznutí, po kterém probíhalo měření. Rozdělení jsou také velmi podobná průběhům získaným pro polypropylenové trubky. Porovnání obecného průběhu určeného původně pro polypropylen a výsledků pro polyetylen je na Obr. 51.



Obr. 51: Porovnání výsledků z polyetylenové trubky 160PN16 z obecným průběhem pro polypropylen

Bohužel, pro polyetylenové trubky nebylo k dispozici více výsledků z měření reziduálních napětí. I tak je však možné soudit, že pro většinu polypropylenových a polyetylenových tlakových trubek vyráběných extruzí je rozdělení reziduálních napětí stejné a nezávisí na materiálu nebo rozměrech trubky. Závisí právě pouze na procesu výroby trubky. Proto je možné provést odhad průběhu tangenciálního reziduálního napětí pomocí obecné křivky s rovnicí (58) (resp. (61)).

9 VÝPOČET ŽIVOTNOSTI POLYMERNÍ TRUBKY

V předchozích kapitolách byl stanoven průběh tangenciálních reziduálních napětí ve stěně trubky z polypropylenu a z polyetylénu. Následující kapitola pojednává nejprve obecně o metodice stanovení životnosti polymerní trubky pomocí lomové mechaniky a následně je výpočtem stanoven vliv reziduálních napětí na životnost polyetylenové trubky 160PN16.

9.1 Metodika stanovení životnosti polymerní trubky

Provozní život polymerní trubky nejčastěji končí porušením mechanismem pomalého šíření crepové trhliny (SCG, viz kap. 4.1). Pro popis napjatosti v součásti s trhlinou a jejího dalšího chování včetně určení zbytkové životnosti se obvykle používá některý z přístupů lomové mechaniky. Lomovou mechaniku lze rozdělit do dvou základních oblastí [44]:

- **Lineárně elastická lomová mechanika (LELM)**

Oblast lineárně elastické lomové mechaniky se používá pro popis tělesa s trhlinou, u jejíhož čela se vyskytuje pouze malá plastická oblast. Předpokládá se platnost Hookova zákona v oblasti u kořene trhliny. Nejčastěji používanou koncepcí LELM je koncepce součinitele intenzity napětí.

- **Elasto-plastická lomová mechanika (EPLM)**

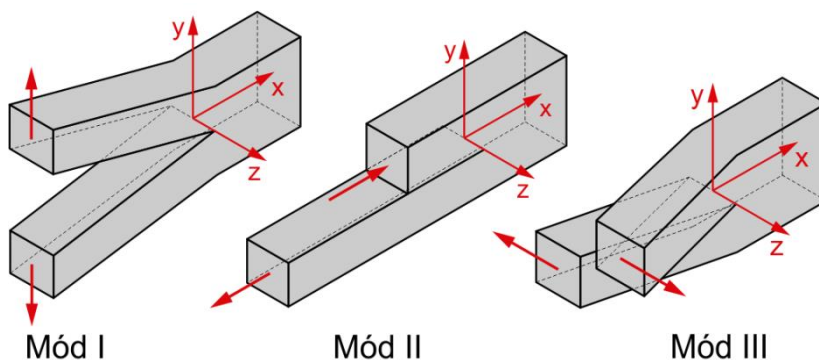
Oblast elasto-plastické lomové mechaniky uvažuje v blízkosti kořene trhliny velké plastické deformace, případně zplastizování celého nosného průřezu s trhlinou. V rámci EPLM se používají nejčastěji koncepce založené na kritickém otevření trhliny (COD) nebo J-integrálu.

V případě mechanismu pomalého šíření trhliny skrz stěnu polymerní trubky je plastické deformace skutečně omezena pouze na malou oblast kolem čela trhliny. Tento fakt umožňuje použít pro popis chování trhliny a výpočet životnosti lineárně elastickou lomovou mechaniku a její koncepci součinitele intenzity napětí [21, 1, 17].

9.1.1 Součinitel intenzity napětí

Trhlina v tělese může být namáhána jedním ze tří typů zatížení (nebo jejich kombinací), které jsou schematicky zobrazeny na Obr. 52. Jedná se o následující tři módy [2, 44]:

- **Mód I** – napětí působí kolmo na volné povrchy (ve směru osy y) a otevírá trhlinu.
- **Mód II** – smyk, napětí působí kolmo na čelo trhliny (ve směru osy x).
- **Mód III** – antirovinný smyk, napětí způsobuje posunutí rovnoběžné s čelem trhliny (ve směru osy z).



Obr. 52: Módy zatěžování trhliny [44]

Každá trhlina, ať už je namáhána jakkoli, působí jako singulární koncentrátor napětí. Pro případ lineárně elastického izotropního materiálu a za předpokladu malé plastické oblasti u čela trhliny je možné vyjádřit vztahy pro popis napjatosti v tělese s trhlinou v uzavřeném tvaru (viz např. [2]), avšak napětí u kořene trhliny není vhodným parametrem pro popis chování trhliny [44, 2]. Z tohoto důvodu se pro popis geometrie trhliny a tělesa a napjatosti v dostatečné vzdálenosti od čela trhliny používá veličiny zvané součinitel intenzity napětí, která se značí K_I , K_{II} nebo K_{III} podle toho, kterému módu zatížení trhliny přísluší [38, 44, 2].

Vztah pro výpočet součinitele intenzity napětí lze odvodit v uzavřeném tvaru pouze pro jednoduché konfigurace, např. pro nekonečnou taženou stěnu, kde je trhlina namáhána v módu I, a to:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (63)$$

kde a je délka trhliny a σ je charakteristické zatěžující napětí.

V případech konečných rozměrů tělesa s trhlinou, kdy rozměr trhliny není dostatečně malý vzhledem k ostatním rozměrům, není většinou možné vyjádřit rovnici pro výpočet součinitele intenzity napětí v uzavřeném tvaru. Potom se součinitel intenzity napětí vypočítá pomocí vztahu [2]

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot Y\left(\frac{a}{W}\right) \quad (64)$$

kde $Y(a/W)$ je korekční funkce závislá na délce trhliny a a charakteristickém rozměru tělesa W . Tato funkce se dá nalézt pomocí numerického výpočtu součinitele intenzity napětí pro různé konfigurace téhož tělesa s trhlinou. Pro některé známé a často používané geometrie ji lze najít v příručkách. Stanovení funkce, která popisuje součinitel intenzity napětí v závislosti na délce trhliny a je důležitým krokem ve výpočtu životnosti součásti.

V případě polymerních trubek trhliny vznikají nejčastěji z defektů na vnitřním povrchu. Trubky jsou zatíženy vnitřním přetlakem, který vyvolává tangenciální napětí ve stěně trubky, a to rozevívá trhlinu. Trhliny na vnitřním povrchu polymerní trubky je tedy namáhána v módu I a pro popis chování této trhliny tedy stačí součinitel intenzity napětí K_I .

V článku [21] je popsáno stanovení vztahu, který určuje součinitel intenzity napětí v polymerní trubce zatížené vnitřním přetlakem. Tento vztah byl stanoven pomocí numerického výpočtu součinitele intenzity napětí pro modely trubek různých geometrií s trhlinou tvaru poloviční elipsy na vnitřním povrchu a má tvar [21]

$$K_{I,int} = \frac{p_{int}d_n}{h_0}\sqrt{\pi a} \cdot Y\left(\frac{a}{h_0}\right) \quad (65)$$

kde p_{int} je vnitřní přetlak v trubce, d_n je její nominální vnější průměr, h_0 je tloušťka stěny a korekční funkce Y má tvar

$$Y\left(\frac{a}{h_0}\right) = 0,3417 + 0,0588\left(\frac{a}{h_0}\right) - 0,0319\left(\frac{a}{h_0}\right)^2 + 0,1409\left(\frac{a}{h_0}\right)^3 \quad (66)$$

Tangenciální napětí, které otevírá trhlinu, je dáno vztahem [21]

$$\sigma_t = p_{int} \frac{d_n - 2h_0}{2h_0} \quad (67)$$

V článku [22] je pak podobným postupem vztah (65) modifikován tak, aby odpovídal trubce zatížené nejen vnitřním přetlakem, ale také tangenciálním reziduálním napětím. Modifikovaný vztah má tvar

$$K_{I,REZ} = \frac{(p_{int} + p_{REZ})d_n}{h_0}\sqrt{\pi a} \cdot Y\left(\frac{a}{h_0}\right) \quad (68)$$

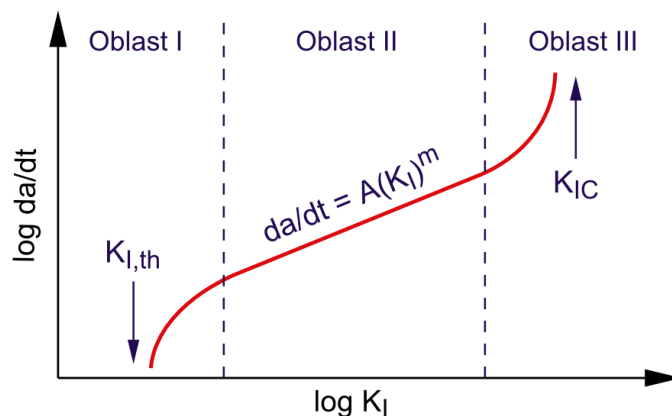
kde korekční funkce (66) zůstává nezměněna a jediný rozdíl je v tom, že hodnota vnitřního přetlaku p_{int} je povýšena o hodnotu fiktivního tlaku p_{REZ} , který lze vypočítat z uvažované hodnoty tangenciálního reziduálního napětí na vnitřním povrchu $\sigma_{tREZ,in}$ jako

$$p_{REZ} = \frac{4}{3} \frac{\sigma_{tREZ,in}}{(d_n - 2h_0)} h_0 \quad (69)$$

Rovnice (65) až (69) jsou empirické vztahy, které byly stanoveny na základě numerického modelování tak, aby co nejlépe odpovídaly chování polymerních trubek různých rozměrů s různě velkými trhlinami na vnitřním povrchu.

9.1.2 Stanovení životnosti

Zbytkovou životnost polymerní tlakové trubky, v jejíž stěně se šíří trhlina určité počáteční velikosti, lze při znalosti závislosti K_I na délce trhliny určit na základě modifikované Paris-Erdoganovy rovnice. Experimentálně zjištěná závislost rychlosti šíření trhliny da/dt na součiniteli intenzity napětí má totiž v grafu s logaritmickými osami i pro polymerní materiály typický tvar (viz Obr. 53) [2, 21, 16, 17].



Obr. 53: Schematické znázornění závislosti rychlosti růstu trhliny na součiniteli intenzity napětí [21]

Křivku na Obr. 53 je možné rozdělit do tří základních oblastí [21]:

- **Oblast I**

V první oblasti, tzv. prahové oblasti, se hodnota součinitele intenzity napětí pohybuje kolem prahové hodnoty $K_{I,th}$. Pokud je součinitel intenzity napětí menší než prahová hodnota $K_{I,th}$, trhlina se vůbec nešíří. Překročí-li součinitel intenzity napětí hodnotu $K_{I,th}$, začne se trhlina stabilně šířit.

- **Oblast II**

Je to oblast stabilního šíření trhliny. Závislost rychlosti šíření trhliny je v oblasti je v logaritmických souřadnicích lineární a lze ji popsat modifikovanou Paris-Erdoganovou rovnicí [21]

$$\frac{da}{dt} = A(K_I)^m \quad (70)$$

kde A a m jsou materiálové charakteristiky.

- **Oblast III**

V této oblasti dochází k prudkému nárůstu rychlosti šíření trhliny, neboť hodnoty součinitele intenzity napětí se blíží kritické hodnotě K_{IC} (lomové houževnatosti). Je-li dosaženo kritické hodnoty, trhlina se začne šířit nestabilně.

Vztah (70) lze při znalosti konstant A a m pro daný materiál využít pro odhad zbytkové životnosti polymerní trubky. Konstanty A a m mohou být určeny z výsledků výše popsaných zkoušek typu FNCT, PENT nebo CRB testu.

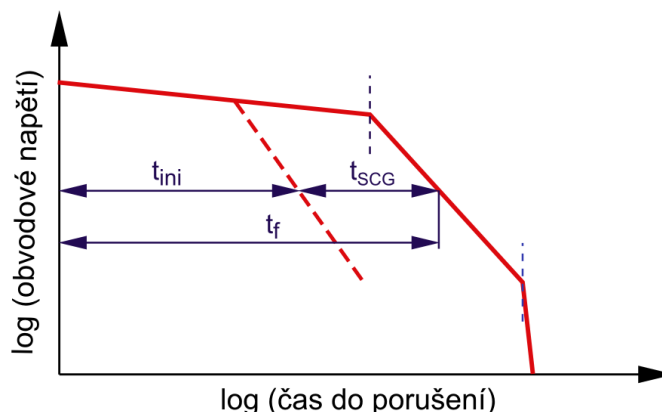
Je-li uvažována určitá počáteční délka trhliny a_0 , je možné úpravou a následnou integrací rovnice (70) vypočítat čas t_{SCG} potřebný pro dosažení konečné délky trhliny a_f (délka, která již není funkčně přípustná) pomalým růstem mechanismem SCG [21, 22]:

$$t_{SCG} = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{A \cdot [K_I(p_{int}, d_n, h_0, a)]^m} \quad (71)$$

Čas t_{SCG} je tedy zbytková životnost trubky, ve které se již stabilně šíří trhlina. Celková životnost trubky t_f je však součtem

$$t_f = t_{ini} + t_{SCG} \quad (72)$$

kde t_{ini} je čas potřebný pro iniciaci trhliny (viz Obr. 54).



Obr. 54: Schematické znázornění doby životnosti trubky

Vzhledem k tomu, že mechanismus iniciace trhliny v polymerním trubkovém materiálu není ještě zcela znám, čas t_{ini} není ve výpočtech životnosti trubek zpravidla uvažován. Předpokládá se však, že čas potřebný pro iniciaci trhliny je mnohem vyšší než čas t_{SCG} , takže takto určené hodnoty životnosti jsou značně konzervativní [22, 16].

9.2 Příklad výpočtu životnosti

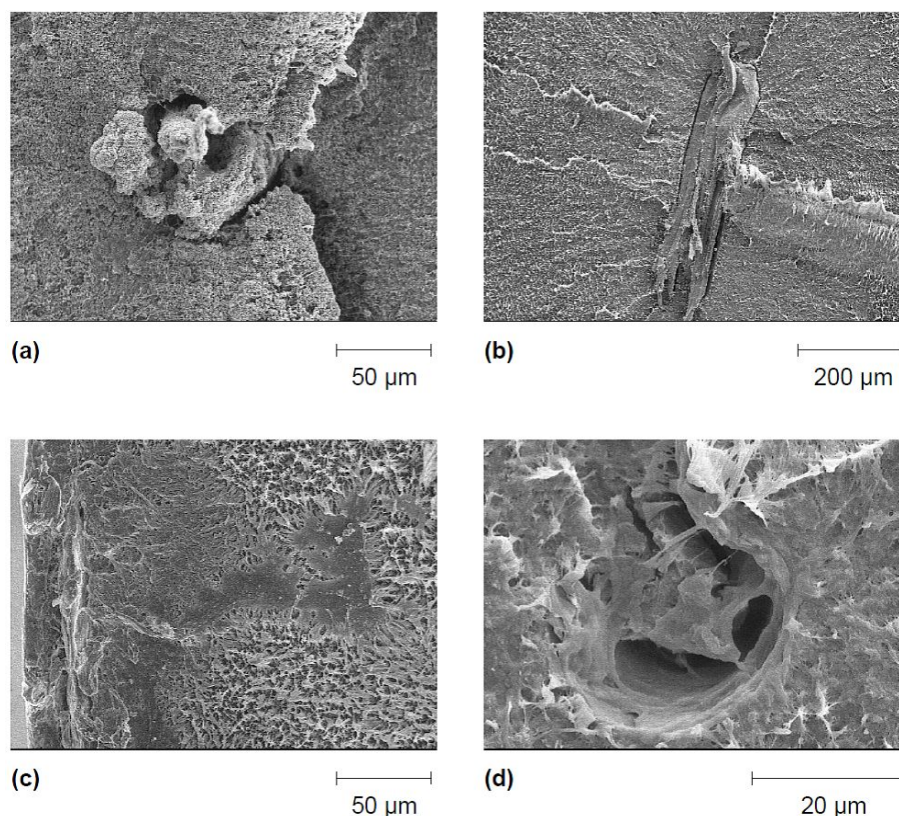
Uvedená metodika výpočtu životnosti polymerní trubky byla aplikována na případ trubky 160PN16 z polyetylénu PE100. Byla vypočítána životnost trubky pro různé hodnoty počáteční délky trhliny, a to jak bez tak se zahrnutím vlivu reziduálních napětí, které, jak bylo ukázáno v předchozí kapitole, lze i pro trubku 160PN16 určit pomocí obecné rovnice (58), resp. (61).

V následujícím textu bude nejprve zdůvodněna volba počáteční a konečné délky trhliny a následně popsán výpočet životnosti a uvedeny dosažené výsledky.

9.2.1 Stanovení počáteční a konečné délky trhliny

Určení počáteční velikosti trhliny, je spolu se správným vyjádřením závislosti součinitele intenzity napětí, klíčový bod ve výpočtu životnosti polymerní trubky.

Volba počáteční délky trhliny je založena na zkoumání defektů na vnitřním povrchu trubky. V dostupných pracích, které se výpočtem životnosti zabývaly lze najít různé uvažované hodnoty počáteční délky trhliny. Například v dizertační práci [15] volí autor počáteční délku trhliny v rozmezí $100 - 400 \mu m$, stejně tak v článku [16] je použita hodnota $400 \mu m$ a v článku [22] rozmezí $200 - 400 \mu m$, které se jeví dostatečně konzervativní a bylo použito i pro následující výpočet. Snímky typických defektů, ze kterých se šíří creepová trhlina v trubce z HDPE, pořízené pomocí elektronového mikroskopu jsou na Obr. 55.



Obr. 55: Snímky typických počátečních defektů v trubce z HDPE [22]

Konečná délka trhliny se zpravidla volí podobná rozměru tloušťky stěny trubky. Volba nemá na vypočtenou životnost výrazný vliv. Pro účely konzervativního posouzení v tomto příkladu byla volena konečná délka rovna polovině tloušťky stěny trubky. Uvažované případy počátečních a konečných délek trhlin pro výpočet životnosti trubky 160PN16 ($h_0 = 14,6$) jsou shrnuty Tab. 9.

Tab. 9: Uvažované rozměry počátečních a konečných trhlin

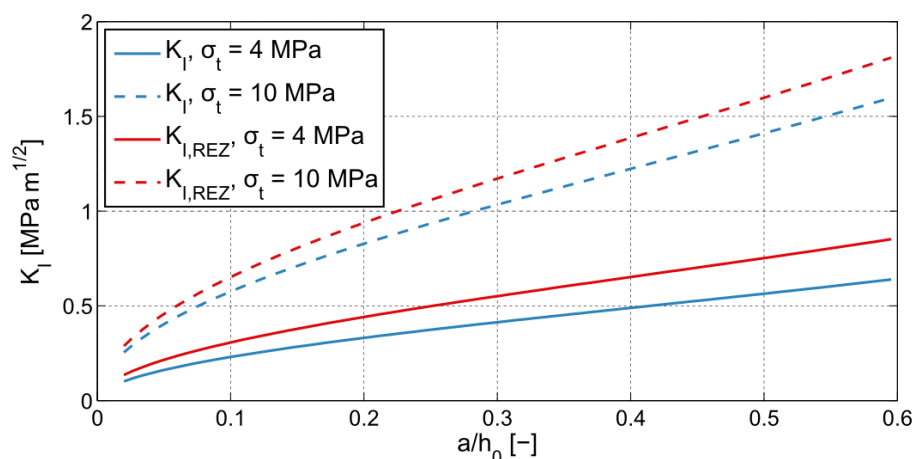
případ	počáteční délka a_0 [mm]	konečná délka a_f [mm]
1	0,2	7,4
2	0,4	7,4

9.2.2 Vlastní výpočet

Vlastní výpočet životnosti proběhl následujícím způsobem. Nejprve bylo potřeba vyjádřit hodnoty zatížení pomocí vnitřního přetlaku p_{int} . Tlaky byly určeny pomocí vztahu (67) tak, aby odpovídaly hodnotám tlaku, které ve stěně polymerní trubky vyvolají tangenciální napětí 4 MPa a 10 MPa. Poté bylo určeno tangenciální reziduální napětí na vnitřním povrchu pomocí rovnice (61) (dosazením $x_r = 0$), tedy včetně vlivu axiálního reziduálního napětí. Byla uvažována horní mez tangenciálního reziduálního napětí, takže k vypočtené hodnotě byly ještě přičteny 0,2 MPa. Poté byly vyjádřeny součinitele intenzity napětí pro případ bez reziduálního napětí a s reziduálním napětím. Použité hodnoty zatížení jsou uvedeny v Tab. 10, průběhy součinitelů intenzity napětí v závislosti na poměru délky trhliny k tloušťce stěny trubky jsou v grafu na Obr. 56. Rozměry trubky použité pro výpočet jsou v Tab. 8.

Tab. 10: Hodnoty zatížení uvažované při výpočtu životnosti

případ	p_{int} [MPa]	tan. napětí σ_t [MPa]	p_{REZ} [MPa]	σ_{tREZ} [MPa]
1	0,893	4	0,298	1,8+0,2
2	2,232	10	0,298	1,8+0,2



Obr. 56: Graf průběhu součinitelů intenzity napětí pro různá zatížení bez (K_I) i včetně ($K_{I,REZ}$) uvážení vlivu rez. napětí

Po určení závislostí součinitelů intenzity napětí bylo ještě zapotřebí zjistit konstanty A a m . Tyto konstanty byly převzaty z článku [16], kde je popsáno jejich určení pomocí výše zmíněného CRB testu. Jsou uvedeny v Tab. 11.

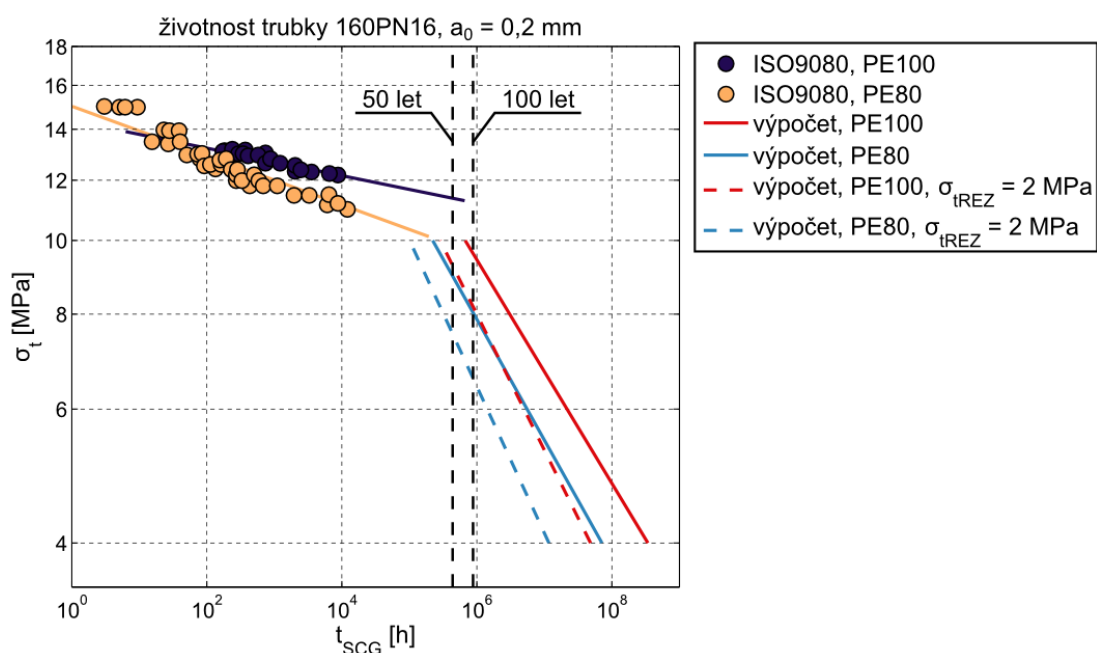
Tab. 11: Použité materiálové konstanty A a m [16]

konstanta	PE100	PE80
$A [((\text{mm/s})/(\text{MPa} \times \text{m}^{1/2}))^m]$	$8,5 \times 10^{-7}$	$1,4 \times 10^{-6}$
$m [-]$	6,8	6,3

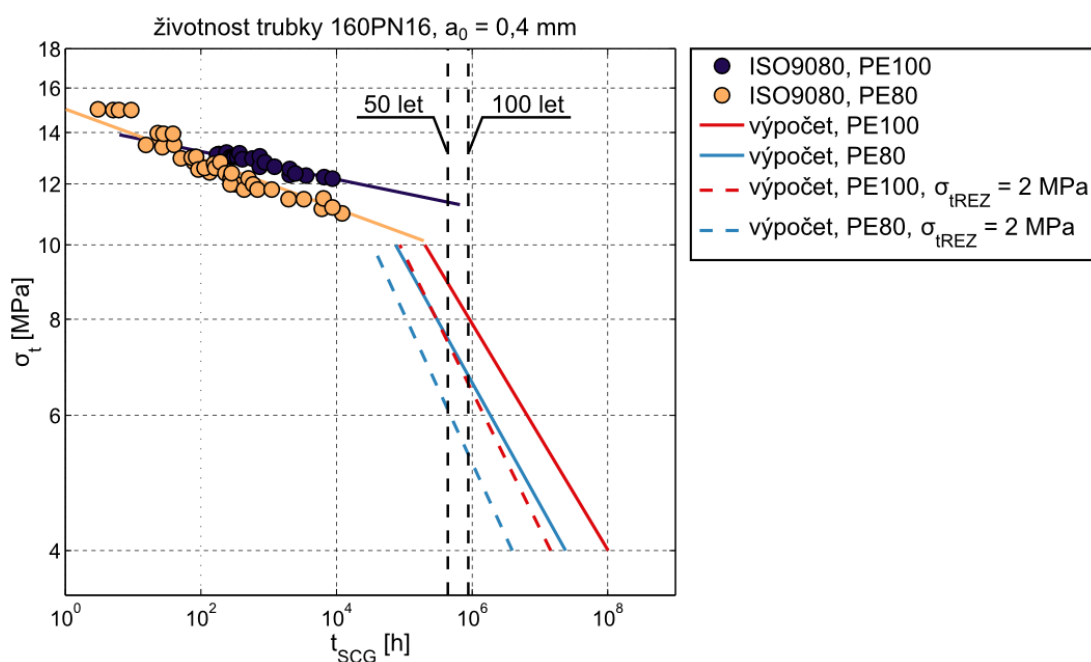
S těmito vstupními údaji bylo možné provést integraci vztahu (71) a spočítat tak hodnotu životnosti t_{SCG} . Integrace byla provedena numericky pomocí programu Matlab. Byly vypočteny doby do porušení trubky 160PN16 z materiálu PE100 a PE80. Výsledky pro počáteční délku trhliny $a_0 = 0,2 \text{ mm}$ jsou vyneseny v grafu na Obr. 57, kde jsou porovnány s životnostmi pro vyšší hodnoty σ_t určenými pomocí extrapolace z výsledků hydrostatické tlakové zkoušky podle ISO 9080 pro teplotu 20°C . Je vidět, že přítomnost reziduálních napětí snižuje životnost polymerní trubky poměrně značně. Stejně tak pro případ počáteční délky trhliny $a_0 = 0,4 \text{ mm}$ je vidět pokles zbytkové životnosti v případě zahrnutí vlivu reziduálních napětí. Číselně jsou hodnoty zbytkové životnosti pro zatížení $\sigma_t = 10 \text{ MPa}$ vyjádřeny v Tab. 12.

Tab. 12: Výsledky výpočtu zbytkové životnosti pro případ trubky 160PN16

160PN16, PE100, $\sigma_t = 10 \text{ MPa}$			
počáteční délka trhliny $a_0 [\text{mm}]$	vypočtená doba $t_{SCG} [\text{h}]$		rozdíl
	rez. napětí nezahrnuta	rez. napětí zahrnuta	
0,2	$6,7034 \times 10^5$ (76,5 roku)	$2,8666 \times 10^5$ (32,7 roku)	2,3×
0,4	$2,0048 \times 10^5$ (22,9 roku)	$8,5733 \times 10^4$ (9,8 roku)	2,3×
160PN16, PE80, $\sigma_t = 10 \text{ MPa}$			
počáteční délka trhliny $a_0 [\text{mm}]$	vypočtená doba $t_{SCG} [\text{h}]$		rozdíl
	rez. napětí nezahrnuta	rez. napětí zahrnuta	
0,2	$2,2190 \times 10^5$ (25,3 roku)	$7,4350 \times 10^4$ (8,5 roku)	2,9×
0,4	$1,0101 \times 10^5$ (11,5 roku)	$3,3844 \times 10^4$ (3,9 roku)	2,9×



Obr. 57: Výsledky výpočtu životnosti trubky 160PN16 pro materiály PE100 a PE80, $a_0 = 0,2 \text{ mm}$



Obr. 58: Výsledky výpočtu životnosti trubky 160PN16 pro materiály PE100 a PE80, $a_0 = 0,4 \text{ mm}$

Z výpočtů životnosti vyplývá především to, že přítomnost reziduálního napětí je významným faktorem ovlivňujícím životnost. Pro trubku 160PN16 z materiálu PE100 se při zatížení vnitřním přetlakem, který vyvolá hodnotu tangenciálního napětí 10 MPa, sníží vypočtená životnost 2,3×. Kdyby byla trubka vyrobena z materiálu PE80, byl by pokles ještě výraznější.

Vypočtené hodnoty často nedosahují při $\sigma_t = 10 \text{ MPa}$ požadované doby života 50 let. Je to dáno tím, že jako doba života je zde uvažována pouze zbytková životnost trubky, ve které již dochází k šíření trhliny a je zanedbána doba, která zahrnuje vznik a iniciaci creepové trhliny. Vypočtené hodnoty jsou tedy velmi konzervativní. Navíc, tangenciální napětí 10 MPa je vyvoláno poměrně vysokou hodnotou vnitřního přetlaku ($p_{int} = 2,23 \text{ MPa} = 223 \text{ bar}$), zatímco tlak v trubce při provozu málokdy přesáhne hodnotu 70 bar [6].

10 ZÁVĚR

Tato práce se zabývá stanovením reziduálních napětí v polyolefinových trubkách. Byl popsán mechanismus vzniku reziduálních napětí a byla zvolena metoda rozříznutých kroužků ke stanovení jejich velikosti. Byl proveden experiment na dvou trubkových materiálech (polypropylén a polyetylén), který je popsán a vyhodnocen v této práci. Z polypropylenu byly testovány trubky PP-R Vestolen 9421. Jednalo se o 8 trubek různých rozměrů. Každá byla rozřezána na 13 kroužků o axiálním rozměru $L = 8 \text{ mm}$. Na soustruhu byla upravena tloušťka těchto kroužků.

Pro vyhodnocení výsledků tohoto měření byla navržena metoda založená na teorii silně zakřiveného prutu, kterou bylo možné i snadno automatizovat a pomocí programu Matlab vyhodnotit tangenciální reziduální napětí. Výsledky získané touto metodou byly porovnány s výsledky, vypočtenými ze stejných dat pomocí přístupu Williamse [46] založeného na teorii tlustostěnného válcového tělesa. Bylo konstatováno, že metoda založená na teorii silně zakřivených prutů je více přímočará a přesnější.

Za účelem ověření použité metody vyhodnocení a také testování chování polymerní trubky s reziduálním napětím byly sestaveny dva 2D numerické modely. První byl čtvrtinový model trubky, na kterém bylo otestováno zavedení reziduálních napětí. To bylo realizováno definicí proměnného koeficientu teplotní roztažnosti po tloušťce trubky. Pro každou trubku, která byla předmětem experimentu, byl pomocí tohoto modelu určen průběh koeficientu teplotní roztažnosti tak, aby zavedený průběh tangenciálního reziduálního napětí odpovídal průběhu zjištěného experimentálně. Poté byl vytvořen poloviční 2D model rozříznutých kroužků a do něj zavedena reziduální napětí zjištěná experimentálně. Numericky byla vypočítána deformace sady kroužků z každé trubky. Takto vypočtené deformace byly porovnány se změřenými deformacemi odpovídající sady kroužků. Experimentální a numerické výsledky se dobře shodovaly. Na numericky vypočtené deformace byla aplikována metoda založená na teorii silně zakřivených prutů a vyhodnocením těchto dat bylo dosaženo rozdělení tangenciálního reziduálního napětí téměř shodného s rozdělením zavedeným do modelu pomocí proměnlivé teplotní roztažnosti. Tím byla ověřena správnost navržené metody.

Experiment byl zaměřen pouze na zjištění rozdělení tangenciálního reziduálního napětí. V trubce jsou však přítomna i axiální reziduální napětí, jejichž rozdělení a velikost jsou podobné jako u tangenciálních. Byl vytvořen 3D model trubky určité délky L (s využitím symetrie opět pouze čtvrtinový) a bylo testováno zavedení reziduálních a axiálních reziduálních napětí do modelu zároveň. Pomocí tohoto modelu bylo zjištěno, že axiální reziduální napětí zvyšuje tangenciální reziduální napětí o určitý příspěvek, který závisí na délce trubky a Poissonově čísle. Díky tomu jsou i deformace měřené na delších částech trubek větší než deformace měřené na tenkých kroužcích, což způsobuje nesrovnalosti při vyhodnocení reziduálních napětí z těchto dat. Je to dáno tím, že u tenkých vzorků axiální napětí odrelaxuje a nemá další vliv na deformaci. Z měření na tenkých vzorcích tedy lze získat pouze tangenciální reziduální napětí bez vlivu axiálního. Ve skutečné dlouhé trubce je však axiální napětí přítomno stále a tangenciální napětí dosahuje vyšších hodnot.

Na základě druhého 3D numerického modelu trubek různé délky L , rozříznutých stejně jako vzorky pro experiment, byla stanovena korekční funkce $F(L/h_0)$, pomocí které je možno výsledky σ_{tREZ} zjištěné pomocí tenkých kroužků přepočítat na hodnotu $\sigma_{tREZ,ef}$ a tu dále použít např. ve výpočtech životnosti.

Potom, co bylo popsáno chování trubky s reziduálním napětím a ověřeno, že experiment byl proveden správně a nebylo zanedbáno působení axiálních reziduálních napětí, byly porovnány všechny zjištěné průběhy v polypropylenových trubkách. Z tohoto porovnání bylo jasné, že rozdělení tangenciálního reziduálního napětí nezávisí příliš na rozměrech trubky. Na základě těchto úvah, byla proložením dostupných dat exponenciální křivkou nalezena obecná rovnice, která popisuje rozložení tangenciálního reziduálního napětí ve stěně trubky.

Stejný experiment jako na polypropylenu byl proveden také na jedné trubce 160PN16 z polyetylenu PE100. Výsledky z tohoto experimentu byly vyhodnoceny a tangenciální reziduál-

ní napětí byla porovnána s obecným průběhem. Bylo zjištěno, že obecný průběh velmi dobře vystihuje i reziduální napětí v polyetylenové trubce. Tento průběh je tedy možné použít pro odhad velikosti a rozdělení tangenciálního reziduálního napětí v polymerní trubce vyrobené extruzí z polypropylenu nebo polyetylenu, nezávisle na jejím rozměru. Rozdělení závisí pouze na způsobu výroby.

Na závěr byla vypočtena životnost trubky 160PN16 z PE100, respektive PE80, na základě metodiky založené na lineárně elastické lomové mechanice, kterou lze aplikovat na případ pomalého šíření creepové trhliny (SCG), podle [21, 22]. Životnost trubky s počáteční délkou trhliny $a_0 = 0,2 \text{ mm}$ bez uvažování přítomnosti reziduálního napětí je $2,3 \times$ vyšší než životnost stejné trubky s reziduálním napětím. Pro případ trhliny $a_0 = 0,4 \text{ mm}$ je dokonce $2,9 \times$ vyšší.

Cíle stanovené na začátku práce byly splněny. Byla navržena metodika vyhodnocení reziduálních napětí z experimentu a byla ověřena pomocí numerického modelování. S pomocí 3D numerického modelu byl popsán vliv přítomnosti axiálních reziduálních napětí na chování trubky. Na základě získaných průběhů reziduálního napětí byl stanoven jeho obecný průběh, který může posloužit jako odhad tangenciálního reziduálního napětí a odpadá tak nutnost provádět celý experiment znovu. Nakonec byl kvantifikován vliv reziduálních napětí na životnost trubky.

LITERATURA

- [1] ANDENA, L., M. RINK, R. FRASSINE a R. CORRIERI. A fracture mechanics approach for the prediction of the failure time of polybutene pipes. *Engineering Fracture Mechanics*. 2009, s. 2666-2677. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2009.10.00.
- [2] ANDERSON, T. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. Boca Raton: Taylor, 2005, 621 s. ISBN 08-493-1656-1.
- [3] ANSYS INC. *ANSYS 13.0 Help*. 2012.
- [4] API. *Apithene Polyethylene Pipes: Technical Handout*. 2013. Dostupné z: <http://www.api.com.lb/api/pe.pdf>.
- [5] BEER, F. P., E. R. JOHNSTON a J. T. DEWOLF. *Mechanics of materials: in SI units*. 4th ed. Boston: McGraw-Hill, 2006. ISBN 00-712-4999-0.
- [6] BRÖMSTRUP, H. *Pe 100 Pipe Systems*. 3. ed. Essen: Vulkan-Verlag, 2009, 207 s. ISBN 978-380-2727-597.
- [7] CLUTTON, E. Q. a J. G. WILLIAMS. On the measurement of residual stress in plastic pipes. *Polymer Engineering and Science*. 1995, s. 1381-1386. DOI: 10.1002/pen.760351709.
- [8] ČSN EN ISO 1167-1. Trubky, tvarovky a sestavy z termoplastů pro rozvod tekutin - Stanovení odolnosti vnitřnímu přetlaku - Část 1: Obecná metoda. Praha: Český normalizační institut, 2009.
- [9] ČSN EN ISO 13479. Trubky z polyolefinů pro rozvod tekutin - Stanovení odolnosti proti šíření trhliny - Metoda zkoušení pro pomalý růst trhliny na trubkách opatřených vrubem. Praha: Český normalizační institut, 2010.
- [10] ČSN EN ISO 9080. Plastové rozvodné a ochranné potrubní systémy - Stanovení dlouhodobé hydrostatické pevnosti termoplastů ve formě trubek metodou extrapolace. Praha: Český normalizační institut, 2013.
- [11] ČSN EN 12201-1. Plastové potrubní systémy pro rozvod vody a pro tlakové kanalizační přípojky a stokové sítě - Polyethylen (PE) - Část 1: Všeobecně. Praha: Český normalizační institut, 2012.
- [12] ČSN EN 1555-1. Plastové potrubní systémy pro rozvod plynných paliv - Polyethylen (PE) - Část 1: Všeobecně. Praha: Český normalizační institut, 2011.
- [13] ČSN EN 1778. Charakteristické hodnoty pro svařované konstrukce z termoplastů - Stanovení dovoleného namáhání a modulů pro navrhování svařovaných dílů z termoplastů. Praha: Český normalizační institut, 2002.
- [14] FIEDLER, L. *Lomové chování trubkových polyolefinů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 126 s. Vedoucí disertační práce prof. RNDr. Bohumil Vlach, CSc.
- [15] FRANK, A. Fracture mechanics based lifetime assessment and long-term failure behavior of polyethylene pressure pipes. Leoben, 2010. 162 s. Dizertační práce. Montanuniversität Leoben.
- [16] FRANK, A., P. HUTAŘ a G. PINTER. Numerical Assessment of PE 80 and PE 100 Pipe Lifetime Based on Paris-Erdogan Equation. *Macromolecular Symposia*. 2012, s. 112-121. DOI: 10.1002/masy.201000096.

- [17] FRANK, A., G. PINTER a R.W. LANG. Prediction of the remaining lifetime of polyethylene pipes after up to 30 years in use. *Polymer Testing*. 2009, s. 737-745. DOI: 10.3403/00131607.
- [18] GIRARD, D., S. CASTAGNET, J.L. GACOUNOLLE a G. HOSCHSTETTER. On the relevance of a notch creep test for the comprehension and prediction of slow crack growth in PVDF. *Polymer Testing*. 2007, s. 937-948. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2007.06.011.
- [19] GUAN, Z. W. a J. C. BOOT. A method to predict triaxial residual stresses in plastic pipes. *Polymer Engineering and Science*. 2004, s. 1828-1838. DOI: 10.1002/pen.20184.
- [20] HAAGER, M., G. PINTER a R.W. LANG. Ranking of PE-HD pipe grades by fatigue crack growth performance. *Plastics Pipe XII, Washington*. 2006. Dostupné z: <http://plasticpipe.org/pdf/htd-rank-pe-pipe-grades-crack-growth-performance.pdf>.
- [21] HUTAŘ, P., M. ŠEVČÍK, L. NÁHLÍK, G. PINTER, A. FRANK a I. MITEV. A numerical methodology for lifetime estimation of HDPE pressure pipes. *Engineering Fracture Mechanics*. 2011, s. 3049-3058. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2011.09.00.
- [22] HUTAŘ, P., M. ŠEVČÍK, A. FRANK, L. NÁHLÍK, J. KUČERA a G. PINTER. The effect of residual stress on polymer pipe lifetime. *Engineering Fracture Mechanics*. 2013, s. 98-108. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2013.04.014.
- [23] CHOOLLUN, V.K., D.C. WIJEYESEKERA, R. POTTER a J.W. WALSH. Photoelastic method revisited for residual stress measurement in high density polyethylene pipes. *Proceedings of the AC&T*. 2009, s. 86-94. Dostupné z: <http://roar.uel.ac.uk/778/>.
- [24] CHUDNOVSKY, A., Z. ZHOU, H. ZHANG a K. SEHANOBISH. Lifetime assessment of engineering thermoplastics. *International Journal of Engineering Science*. 2012, s. 108-139. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2012.03.016.
- [25] JANÍČEK, P., E. ONDRÁČEK, J. VRBKA a J. BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I. 3., přeprac. vyd.* Brno: CERM, 2004, 287 s. ISBN 80-214-2592-X.
- [26] JANÍČEK, P. *Technický experiment: Vybrané kapitoly* [online]. Brno, 2004, 158 s. [cit. 2014-01-16]. Dostupné z: <http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/SKRIPTA/TE/TE.pdf>.
- [27] JANÍČEK, P. *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí*. Vyd. 1. Brno: CERM, 2007, 682 s. ISBN 978-80-7204-555-6.
- [28] JANSON, L. E. *Plastics pipes for water supply and sewage disposal: 3rd edition*. Stockholm: Borealis, 1999.
- [29] KAZAKOV, A. An automated method for the measurement of residual stress in melt-extruded plastic pipes. *Polymer Testing*. 1998, s. 443-450. DOI: 10.1016/s0142-9418(97)00069-x.
- [30] KRISHNASWAMY, R. K. a D. BASHFORD. Analysis of ductile and brittle failures from creep rupture testing of high-density polyethylene (HDPE) pipes. *Polymer*. 2005, č. 25, s. 1626-1626. DOI: 10.1007/978-0-387-92897-5_100643.
- [31] LANG, R. W., A. STERN a G. DOERNER. Applicability and limitations of current lifetime prediction models for thermoplastics pipes under internal pressure. *Die Angewandte Makromolekulare Chemie*. 1997, č. 247, s. 131-145.
- [32] Materiály firmy IPS FLOW SYSTEMS. *Polyethylene*. 2011. Dostupné z: <http://www.ips-flowsystems.com/downloads/2012Downloads/peCompleteSection.pdf>.
- [33] Materiály firmy IPS FLOW SYSTEMS. *Polypropylene*. 2011. Dostupné z: <http://www.ips-flowsystems.com/downloads/2012Downloads/ppCompleteSection.pdf>.

- [34] MATLAB R2013B. *MATLAB Documentation*. Mathworks, 2013.
- [35] MEISSNER, B. a V. ZILVAR. *Fyzika polymerů: Struktura a vlastnosti polymerních materiálů*. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1987, 306 s.
- [36] NAYYAR, M. L. *Piping handbook*. 7th ed. New York: McGraw-Hill, 2000, 2181 s. ISBN 00-704-7106-1.
- [37] NEZBEDOVÁ, E., P. HUTAŘ, M. ZOUHAR, Z. KNĚSL, J. SADÍLEK a L. NÁHLÍK. The applicability of the Pennsylvania Notch Test for a new generation of PE pipe grades. *Polymer Testing*. 2013, s. 106-114. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2012.09.
- [38] ONDRÁČEK, E., J. VRBKA, P. JANÍČEK a J. BURŠA. *Mechanika těles: pružnost a pevnost*. 4. přeprac. vyd. Brno: CERM, 2006, 262 s. ISBN 80-214-3260-8.
- [39] PETRUŠKA, J. a J. BURŠA. *Studijní opory předmětu Nelineární úlohy mechaniky v MKP*. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/cz/studium/studijni-materialy.html>.
- [40] PILZ, G. *Viskoelastische Eigenschaften polymerer Werkstoffe für Rohranwendungen*. Leoben, 2001. 243 s. Dizertační práce. Montanuniversität Leoben.
- [41] PLASTICS PIPE INSTITUT, Inc. *Handbook of polyethylene pipe: 2nd edition*. Dostupné z: http://plasticpipe.org/publications/pe_handbook.html.
- [42] TIMOSHENKO, S. a S. WOINOWSKY-KRIEGER. *Theory of plates and shells*. 2. ed., reissued. New York: McGraw-Hill, 1987, 580 s. ISBN 00-706-4779-8.
- [43] VLK, M. et al *Experimentální mechanika* [online]. Brno, 2003, 147 s. [cit. 2014-01-16]. Dostupné z: http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/_studium_/opory/Experimentalni_mechanika.pdf.
- [44] VLK, M. a Z. FLORIAN. *Mezní stavy a spolehlivost* [online]. Brno, 2007, 185 s. [cit. 2014-05-07]. Dostupné z: <http://www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf>.
- [45] WAVIN. *Systém Ekoplastik: Rozvody vody a vytápění*. 2013. Dostupné z: <http://www.wavin-osma.cz/cz/system-ekoplastik-ppr>.
- [46] WILLIAMS, J. G., J. M. HODGKINSON a A. GRAY. The determination of residual stresses in plastic pipe and their role in fracture. *Polymer Engineering and Science*. 1981, s. 822-828. DOI: 10.1002/pen.760211304.

PUBLIKOVANÉ PRÁCE AUTORA

ŠEVČÍK, M., PODUŠKA, J., NÁHLÍK, L., KUČERA, J., HUTAŘ, P., Inaccuracy in Residual Stress Estimation and Its Influence on the Residual Lifetime of Polymer Pipes. *Key Engineering Materials*. 2013, 592-593, s. 165-168. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.592-593.165.

PODUŠKA, J., KUČERA, J., HUTAŘ, P., ŠEVČÍK, M., KŘIVÁNEK, J., SADÍLEK, J., NÁHLÍK, L., The effect of specimen size on the determination of residual stress in polymer pipe wall, *Key Engineering Materials*, přijato k publikaci.

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

A	$[(\text{mm/s})/(\text{MPa} \times \text{m}^{1/2})]^m$	konstanta v Paris- Erdoganově vztahu
ABS		akrylonitrilbutadienstyren
C	$[-]$	konstrukční koeficient
COD	$[\text{mm}]$	crack opening displacement, otevření trhliny
CRB		Cracked Round Bar (test)
D	$[\text{mm}]$	vnější průměr trubky
$D_{1,lk}$	$[\text{mm}]$	vnější průměr upraveného vzorku lk
$D_{2,lk}$	$[\text{mm}]$	vnitřní průměr upraveného vzorku lk
$D_{1d,lk}$	$[\text{mm}]$	vnější průměr upraveného vzorku lk po deformaci
$D_{2d,lk}$	$[\text{mm}]$	vnitřní průměr upraveného vzorku lk po deformaci
ΔD_{lk}	$[\text{mm}]$	změna průměru vzorku po rozříznutí
$\Delta D_{lk,ef}$	$[\text{mm}]$	změna průměru dostatečně dlouhého vzorku
$\Delta D_{lk,L}$	$[\text{mm}]$	změna průměru změřená na vzorcích délky L
E	$[\text{MPa}]$	Youngův modul pružnosti v tahu
$E_c(t)$	$[\text{MPa}]$	časově závislý creepový modul v tahu
$E_r(t)$	$[\text{MPa}]$	časově závislý relaxační modul v tahu
F	$[-]$	korekční funkce tangenciálního reziduálního napětí
F_{min}, F_{max}	$[N]$	minimální a maximální zatížení (v zátěžném cyklu)
FNCT		Full Notch Creep Test
HDPE		vysokohustotní polyetylén
K_I	$[\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}]$	součinitel intenzity napětí v módu I
$K_{I,int}$	$[\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}]$	souč. intenzity napětí trubky s trhlinou zatížené vnitřním přetlakem
$K_{I,min}, K_{I,max}$	$[\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}]$	minimální a maximální souč. int. napětí (v zátěžném cyklu)
$K_{I,REZ}$	$[\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}]$	souč. intenzity napětí trubky s trhlinou s uvažováním rez. napětí
L	$[\text{mm}]$	délka (axiální rozměr) vzorku
$M_{C,lk}$	$[\text{N} \cdot \text{m}]$	celkový ohybový moment působící na vzorek lk
M_i	$[\text{N} \cdot \text{m}]$	příspěvek ohybového momentu od i -té vrstvy
M_o	$[\text{N} \cdot \text{m}]$	ohybový moment
M_t	$[\text{N} \cdot \text{m}]$	tangenciální ohybový moment
M_z	$[\text{N} \cdot \text{m}]$	axiální ohybový moment
$M_{t,lk}$	$[\text{N} \cdot \text{m}]$	tangenciální ohybový moment působící na vzorek lk
$M_{z,lk}$	$[\text{N} \cdot \text{m}]$	axiální ohybový moment působící na vzorek lk
MRS	$[\text{MPa}]$	minimální požadovaná pevnost
NPT		notch pipe test
PB		polybutylen
PE		polyetylén
PE63		polyetylén s hodnotou MRS = 6,3 MPa, stejně tak PE80 a PE100
PENT		Pennsylvania Notch Test
PN	$[\text{bar}]$	jmenovitý přetlak
PP		polypropylen
PP-H		polypropylen homopolymer
PP-R		náhodný kopolymer polypropylenu a polyetylenu
PVC		polyvinylchlorid
R	$[\text{mm}]$	poloměr neutrální plochy zakřiveného prutu
R_d	$[\text{mm}]$	poloměr neutrální plochy zakřiveného prutu po deformaci
R_K	$[-]$	poměr minimální k maximální hodnotě zatížení (u zátěžného cyklu)
R_{lk}	$[\text{mm}]$	poloměr neutrální plochy vzorku lk
$R_{d,lk}$	$[\text{mm}]$	poloměr neutrální plochy vzorku lk po deformaci
$R_{1,lk}$	$[\text{mm}]$	vnější poloměr vzorku lk
$R_{2,lk}$	$[\text{mm}]$	vnitřní poloměr vzorku lk

$R_{1d,lk}$	[mm]	<i>vnější poloměr vzorku lk po deformaci</i>
$R_{2d,lk}$	[mm]	<i>vnitřní poloměr vzorku lk po deformaci</i>
S	[mm ²]	<i>plocha příčného průřezu prutu</i>
S_{lk}	[mm ²]	<i>plocha příčného průřezu vzorku lk</i>
SCG		<i>slow crack growth</i>
SDR		<i>standardní rozměrový poměr</i>
Y	[-]	<i>korekční funkce součinitele intenzity napětí</i>
W	[mm]	<i>charakteristický rozměr tělesa</i>
a	[mm]	<i>délka trhliny</i>
a_0	[mm]	<i>počáteční délka trhliny</i>
a_f	[mm]	<i>konečná délka trhliny (funkčně nepřipustná)</i>
b_0, b_1, b_2	[-]	<i>koeficienty v rovnici popisující průběh δ</i>
c_1, c_2	[-]	<i>koeficienty v rovnici popisující průběh $\alpha(x_r)$</i>
da/dt	[mm/s]	<i>rychlost růstu trhliny</i>
d_n	[mm]	<i>jmenovitý vnější průměr trubky</i>
e	[mm]	<i>vzdálenost mezi střednicí a neutrální plochou</i>
e_{lk}	[mm]	<i>vzdálenost mezi střednicí a neutrální plochou vzorku lk</i>
e_n	[mm]	<i>jmenovitá tloušťka stěny trubky</i>
f	[-]	<i>korekční faktor pro trubky s tlustou stěnou</i>
h	[mm]	<i>rozměr příčného průřezu prutu</i>
h_0	[mm]	<i>tloušťka stěny trubky</i>
h_{lk}	[mm]	<i>výsledná tloušťka stěny upraveného vzorku lk</i>
lk	[-]	<i>číslo vzorku, l je počet vrstev odebraných zevnitř, k zvenku</i>
m	[-]	<i>mocnitel v Paris-Erdoganově vztahu</i>
o_{lk}	[mm]	<i>obvod vzorku lk</i>
$o_{d,lk}$	[mm]	<i>obvod vzorku lk po deformaci</i>
p_{int}	[MPa]	<i>vnitřní přetlak v trubce</i>
p_{REZ}	[MPa]	<i>fiktivní hodnota vnitřního přetlaku vyjadřující příspěvek rez. napětí</i>
r		<i>souřadnice poloměru</i>
r_i	[mm]	<i>poloměr středu i-té vrstvy vzorku</i>
$S_{x,lk}, S_{y,lk}$	[mm]	<i>souřadnice krajního bodu na vnějším průměru vzorku lk</i>
t_{ini}	[s]	<i>dobu potřebnou k iniciaci trhliny ve stěně trubky</i>
t_{SCG}	[s]	<i>dobu do porušení trubky při šíření trhliny mechanismem SCG</i>
t_f	[s]	<i>celková životnost trubky</i>
t_v	[mm]	<i>tloušťka vrstvy, na které je rozdělena tloušťka stěny h_0</i>
u_x, u_y, u_z	[mm]	<i>deformační posuvy ve směru x, y, z</i>
$u_{x,lk}, u_{y,lk}$	[mm]	<i>deformační posuvy krajního bodu na vnějším průměru vzorku lk</i>
x_r	[-]	<i>relativní poloha ve stěně trubky</i>
x, y, z		<i>souřadnice kartézského souřadnicového systému</i>
z, r, φ		<i>souřadnice válcového souřadnicového systému</i>
$\Delta\sigma_{t,0k}$	[MPa]	<i>změna v tangenciálním rez. napětí při odebrání k vrstev zvenku</i>
$\alpha(x_r)$	[K ⁻¹]	<i>koeficient teplotní roztažnosti závislý na rel. souřadnici x_r</i>
β_{lk}	[°]	<i>poloviční obvodový úhel vzorku lk</i>
$\beta_{d,lk}$	[°]	<i>poloviční obvodový úhel vzorku lk po deformaci</i>
δ	[-]	<i>obvodová deformace</i>
δ_{lk}	[-]	<i>obvodová deformace vzorku lk</i>
$\varepsilon(t)$	[%]	<i>časově závislé přetvoření při creepové zkoušce</i>
ε_0	[%]	<i>konstantní přetvoření při relaxační zkoušce</i>
μ	[-]	<i>Poissonovo číslo</i>
ρ	[mm]	<i>poloměr střednice zakřiveného prutu</i>

σ	[MPa]	<i>napětí</i>
$\sigma(t)$	[MPa]	<i>časově závislé napětí</i>
σ_0	[MPa]	<i>konstantní normálové napětí</i>
σ_r	[MPa]	<i>radiální napětí</i>
σ_t	[MPa]	<i>tangenciální napětí</i>
$\sigma_{t,0k}$	[MPa]	<i>tangenciální rez. napětí po odebrání k vrstev zvenku</i>
σ_{tREZ}	[MPa]	<i>tangenciální reziduální napětí</i>
$\sigma_{tREZ,ef}$	[MPa]	<i>efektivní hodnota tan. rez. napětí zahrnující vliv axiálního napětí</i>
σ_{tREZi}	[MPa]	<i>konstantní příspěvek tan. reziduálního napětí v i-té vrstvě</i>
σ_{tREZin}	[MPa]	<i>tan. rez. napětí na vnitřním povrchu trubky</i>
$\sigma_{tREZ,L}$	[MPa]	<i>tan. rez. napětí stanovené na vzorcích délky L</i>
$\sigma_{tREZout}$	[MPa]	<i>tan. rez. napětí na vnějším povrchu trubky</i>
σ_z	[MPa]	<i>axiální napětí</i>
σ_{zREZ}	[MPa]	<i>axiální reziduální napětí</i>

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Směry hlavních napětí v trubce (a) a průběh napětí v trubce zatížené vnitřním přetlakem (b) podle [38]	14
Obr. 2: Průběh deformace v čase ve viskoelastickém materiálu (creep)[28]	17
Obr. 3: Průběh napětí v čase ve viskoelastickém materiálu (relaxace) [28]	17
Obr. 4: Schematické znázornění závislosti obvodového napětí na času do porušení.....	19
Obr. 5: Polypropylenová trubka po hydrostatické zkoušce porušená tvárně.	19
Obr. 6: Porušení trubky z polypropylenu creepovou trhlinou	20
Obr. 7: Příklad znázornění výsledků hydrostatické tlakové zkoušky (přerušované čáry značí extrapolovanou oblast) [28].....	21
Obr. 8: Schéma zkušební vzorku pro Notch Pipe Test s naznačenou přípravou vrubu [9]	22
Obr. 9: Vzorek pro PENT test (a) a schematické znázornění provedení testu (b) [37]	22
Obr. 10: Vzorky pro FNCT (a) a CRB test (b) [20].....	23
Obr. 11: Schéma zpracování dat z CRB testu [15].....	23
Obr. 12: Schéma výroby plastových trubek na extruzní lince.....	24
Obr. 13: Rozdělení tangenciálního reziduálního napětí σ_{tREZ} po tloušťce trubky: lineární aproximace (a) a skutečné rozdělení (b)	25
Obr. 14: schéma provedení metody rozříznutých kroužků.....	26
Obr. 15: Schematické zobrazení provedení odvrtávací metody.....	26
Obr. 16: Schéma měření reziduálních napětí pomocí fotoelasticimetrie.....	27
Obr. 17: Schéma přípravy vzorků z polypropylenových trubek.....	29
Obr. 18: Geometrie vzorku z polypropylenové trubky (případ odebrání jedné vrstvy zevnitř) ...	29
Obr. 19: Změna průměru vzorků z trubky 63PN20 po jednom a čtyřech týdnech.....	30
Obr. 20: Segment silně zakřiveného prutu, nedeformovaný a deformovaný tvar	31
Obr. 21: Část vzorku s vyznačenými rozměry (a) a rozdělení vzorku do vrstev (b)	32
Obr. 22: Graf rozložení reziduálního napětí získaného metodou založenou na teorii silně zakřivených prutů pro trubku 63PN20	33
Obr. 23: Používané označení rozměrů vzorků při vyhodnocení metodou tlustostěnného válcového tělesa, případ odebrání zvenku	34
Obr. 24: Graf obvodové deformace v závislosti na relativní tloušťce a proložení kvadratickou křivkou, data z trubky 63PN20	36
Obr. 25: Graf získaných průběhů tangenciálních reziduálních napětí pro trubky 63PN20.....	36
Obr. 26: Prvky typu PLANE183 [3]	38
Obr. 27: Schéma geometrie čtvrtinového modelu kroužku z trubky 63PN20 s okrajovými podmínkami (a) a výsledné rozdělení tangenciálního reziduálního napětí (b)	39
Obr. 28: Graf porovnání reziduálního napětí zavedeného v MKP modelu trubky 63PN20 a průběhu zjištěného vyhodnocením experimentu z měření po jednom týdnu	40
Obr. 29: Schéma simulace experimentu pomocí MKP	41
Obr. 30: Schéma přepočtu deformace vzorku na změnu průměru.....	42
Obr. 31: Změny průměru vypočtené pomocí MKP a změřené změny (výsledky pro trubku 63PN20)	42
Obr. 32: Porovnání průběhů tangenciálních reziduálních napětí v MKP modelu	43
Obr. 33: Ohnutí stěny trubky na volném konci vlivem axiálního reziduálního napětí [28]	44
Obr. 34: Vliv axiálního reziduálního napětí na dlouhý vzorek (a) a krátký vzorek (b)	45
Obr. 35: Prvek typu SOLID186 [3]	46
Obr. 36: Geometrie a okr. podmínky čtvrtinového 3D modelu dlouhé trubky 63PN20, $L = 640$ mm.....	47
Obr. 37: Tangenciální reziduální napětí v dlouhé trubce (a) a krátkém kroužku (b).....	48
Obr. 38: Průběhy tangenciálního a axiálního napětí ve stěně trubky 63PN20, délky 5 mm a 640 mm.....	48

Obr. 39: Tangenciální a axiální napětí vyvolané teplotní roztažností zavedené pouze v axiálním směru	49
Obr. 40: Geometrie polovičního modelu rozříznuté trubky 63PN20, $L = 640$ mm	49
Obr. 41: Sada výsledných změn průměru pro různě dlouhé modely rozříznuté trubky 63PN20 ..	50
Obr. 42: Deformace rozříznutých částí trubky 63PN20 různých délek pro různá Poissonova čísla	50
Obr. 43: Graf hodnoty korekční funkce $F(L/h_0)$ a proložení exponenciální křivkou	51
Obr. 44: Hodnoty korekce pro různá Poissonova čísla pro trubku 63PN20	52
Obr. 45: Srovnání hodnot tangenciálního reziduálního napětí ze všech zkoušených trubek (hodnoty napětí získány z měření změny deformace po jedno týdnu od rozříznutí)	53
Obr. 46: Zobrazení obecného průběhu a rozmezí $\pm 0,2$ MPa	54
Obr. 47: Porovnání obecného průběhu se všemi spočtenými výsledky pro polypropylen.	55
Obr. 48: Porovnání korigovaného a nekorigovaného obecného průběhu tangenciálních rez. napětí	55
Obr. 49: Výsledky měření změny průměru na vzorcích z polyetylenové trubky 160PN16.....	56
Obr. 50: Výsledky výpočtu tangenciálních rez. napětí pro polyetylenovou trubku 160PN16	57
Obr. 51: Porovnání výsledků z polyetylenové trubky 160PN16 z obecným průběhem pro polypropylen.....	57
Obr. 52: Módy zatěžování trhliny [44]	58
Obr. 53: Schematické znázornění závislosti rychlosti růstu trhliny na součiniteli intenzity napětí [21]	60
Obr. 54: Schematické znázornění doby životnosti trubky	61
Obr. 55: Snímky typických počátečních defektů v trubce z HDPE [22]	62
Obr. 56: Graf průběhu součinitelů intenzity napětí pro různá zatížení bez (K_I) i včetně ($K_{I,REZ}$) uvážení vlivu rez. napětí	63
Obr. 57: Výsledky výpočtu životnosti trubky 160PN16 pro materiály PE100 a PE80, $a_0 = 0,2$ mm	64
Obr. 58: Výsledky výpočtu životnosti trubky 160PN16 pro materiály PE100 a PE80, $a_0 = 0,4$ mm	64

SEZNAM TABULEK

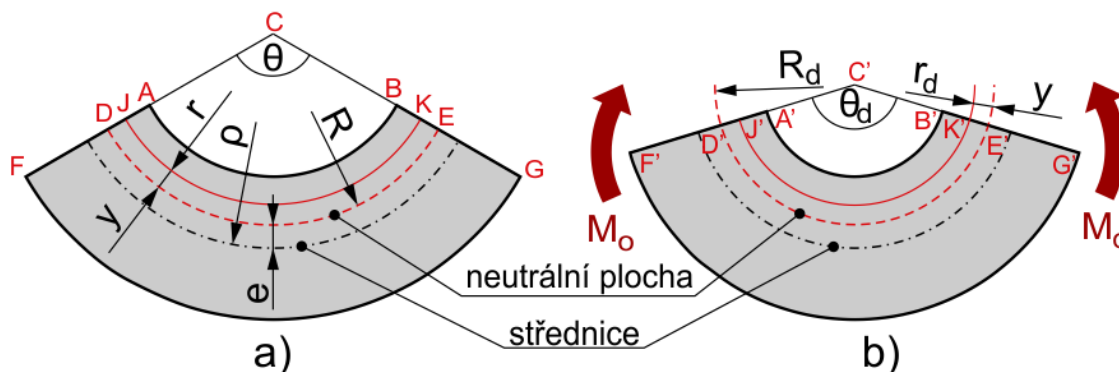
<i>Tab. 1: Rozměry trubek použitých v experimentu [45]</i>	28
<i>Tab. 2: Tabulka výsledných koeficientů v rovnicích obvodové deformace vzorků z trubky 63PN20</i>	36
<i>Tab. 3: Koeficienty pro zavedení reziduálních napětí do modelu MKP</i>	40
<i>Tab. 4: Výsledky testování vlivu hustoty sítě na hodnotu reziduálního napětí</i>	40
<i>Tab. 5: Výsledky testování vlivu hustoty sítě na deformaci modelu kroužku</i>	43
<i>Tab. 6: Počty prvků po délce 3D modelu</i>	47
<i>Tab. 7: Hodnoty korekce pro různé hodnoty poměru L/h_0</i>	51
<i>Tab. 8: Rozměry polyetylenové trubky 160PN16 [4]</i>	56
<i>Tab. 9: Uvažované rozměry počátečních a konečných trhlin</i>	62
<i>Tab. 10: Hodnoty zatížení uvažované při výpočtu životnosti</i>	62
<i>Tab. 11: Použité materiálové konstanty A a m [16]</i>	63
<i>Tab. 12: Výsledky výpočtu zbytkové životnosti pro případ trubky 160PN16</i>	63

SEZNAM PŘÍLOH

- **Příloha 1** – Odvození vztahů pro silně zakřivený prut
- **Příloha 2** – Odvození vztahů pro geometricky válcovou momentovou skořepinu
- **Příloha 3** – Vzorové makro pro výpočet chování rozříznutých vzorků s odebráním zvenku v programu Ansys
- **Příloha 4** – CD s uloženými makry pro výpočet v programu Ansys a s elektronickou verzí práce

PŘÍLOHA 1 – ODVOZENÍ VZTAHŮ PRO OHYB SILNĚ ZAKŘIVENÉHO PRUTU

Odvození vztahů pro ohyb silně zakřiveného prutu je zde provedeno stejně jako v literatuře [5]. Je uvažován zakřivený prut s příčným průřezem symetrickým podle svislé osy (zde y), který je v nezátženém stavu znázorněn na Obr. 1.1a. Tento je zatížen ohybovým momentem M_o a deformuje se do tvaru na Obr. 1.1b.



Obr. 1.1: Rozměry silně zakřiveného prutu v nezátženém stavu (a) a při zatížení momentem M_o (b) [5]

Délka oblouku neutrální plochy (DE , resp. $D'E'$ u deformovaného tvaru) musí zůstat stále stejná. Tedy musí platit

$$R\theta = R_d\theta_d \quad (1.1)$$

kde R je poloměr neutrální plochy, R_d je poloměr neutrální plochy po deformaci, θ je středový úhel, a středový úhel po deformaci je $\theta_d = \theta + \Delta\theta$. Deformaci určitého oblouku JK o poloměru r ve vzdálenosti y od neutrální plochy lze vyjádřit jako

$$\delta = r_d\theta_d - r\theta \quad (1.2)$$

kde r_d je poloměr oblouku JK po deformaci. Platí, že

$$r = R - y \text{ a } r_d = R_d - y \quad (1.3)$$

z toho plyne

$$\delta = (R_d - y)\theta_d - (R - y)\theta = -y\Delta\theta \quad (1.4)$$

Normálové přetvoření ε_x lze pak vyjádřit z deformace δ

$$\varepsilon_x = \frac{\delta}{r\theta} = -\frac{y\Delta\theta}{r\theta} = -\frac{\Delta\theta}{\theta} \frac{y}{R - y} = -\frac{\Delta\theta}{\theta} \frac{R - r}{r} \quad (1.5)$$

a normálové napětí je potom z Hookova zákona

$$\sigma_x = -\frac{\Delta\theta E}{\theta} \frac{R - r}{r} \quad (1.6)$$

Při působení ohybového momentu M_o musí platit dvě podmínky:

$$\int \sigma_x dS = 0 \quad (1.7)$$

a

$$\int (-y\sigma_x) dS = M_o \quad (1.8)$$

Dosadí-li se za napětí z rovnice (1.6) do podmínky (1.7), je možné vyjádřit vztah pro výpočet poloměru neutrální plochy následovně

$$-\int \frac{\Delta\theta E}{\theta} \frac{R - r}{r} dS = 0$$

$$\int \frac{R-r}{r} dS = 0$$

$$R \int \frac{dS}{r} - \int dS = 0 \rightarrow R = \frac{S}{\int \frac{dS}{r}} \quad (1.9)$$

kde S je plocha příčného průřezu prutu. Na tomto místě je dobré poznamenat, že poloměr střednice prutu ρ je odlišný od poloměru neutrální plochy a vypočte se jako

$$\rho = \frac{1}{S} \int r dS \quad (1.10)$$

Dosadí-li se do druhé podmínky (1.8) za σ_x , pak je

$$\int \frac{E\Delta\theta}{\theta} \frac{R-r}{r} y dS = \frac{E\Delta\theta}{\theta} \int \frac{(R-r)^2}{r} dS = M_o \quad (1.11)$$

z čehož po roznásobení a integraci vznikne

$$\frac{E\Delta\theta}{\theta} \left[R^2 \int \frac{dS}{r} - 2RS + \int r dS \right] = \frac{E\Delta\theta}{\theta} (RS - 2RS + \rho S) = M_o \quad (1.12)$$

a je možné vyjádřit

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = \frac{M_o}{ESe} \quad (1.13)$$

kde e je vzdálenost neutrální plocha střednice vyjádřená jako $e = \rho - R$. Je-li zapotřebí vyjádřit změnu křivosti neutrální plochy při působení momentu M_o , upraví se rovnice (1.1) do tvaru

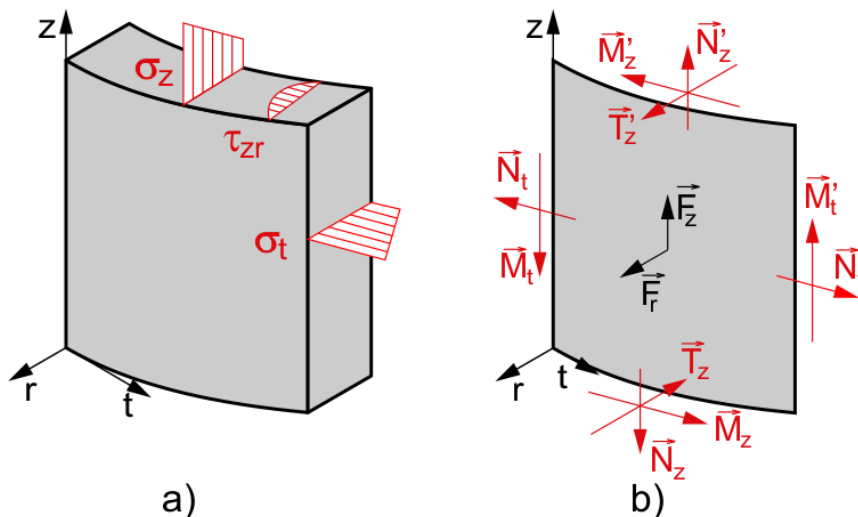
$$\frac{1}{R_d} = \frac{1}{R} \frac{\theta_d}{\theta} = \frac{1}{R} \left(1 + \frac{\Delta\theta}{\theta} \right) = \frac{1}{R} \left(1 + \frac{M_o}{ESe} \right) \quad (1.14)$$

a z toho plyne výraz pro změnu křivosti silně zakřiveného prutu při působení ohybového momentu (12):

$$\frac{1}{R_d} - \frac{1}{R} = \frac{M_o}{ESeR} \quad (1.15)$$

PŘÍLOHA 2 – ODVOZENÍ VZTAHU MEZI AXIÁLNÍM A TANGENCIÁLNÍM MOMENTEM

V teorii geometricky válcové momentové skořepiny vzniká vztah mezi axiálním a tangenciálním momentem dosazením konstitutivních vztahů pro lineárně elastický materiál do podmínek statické ekvivalence. Typický uvolněný prvek je na Obr.2.1a. Střednicová plocha uvolněného prvku válcové momentové skořepiny s působícími výslednými vnitřními účinky je na Obr.2.1b.



Obr. 2.1: Elementární prvek válcové momentové skořepiny (a) a střednice tohoto prvku s VVÚ (b) [38]

Odvození je provedeno podle [38]. Úplný systém rovnic obecné pružnosti pro geometricky válcovou momentovou skořepinu se skládá ze tří typů rovnic:

1. Rovnice rovnováhy

$$\frac{dN_z}{dz} + p_z = 0, \frac{dT_{rz}}{dz} - \frac{N_t}{r} + p_r = 0, -\frac{dM_z}{dz} + T_{rz} = 0 \quad (2.1) \quad (2.2)$$

$$(2.3)$$

2. Geometrické rovnice

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \varepsilon_t = \frac{u}{r}, \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} - x \frac{d^2u}{dz^2} \quad (2.4) \quad (2.5)$$

$$(2.6)$$

3. Konstitutivní vztahy

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_z + \mu\varepsilon_t), \sigma_t = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_t + \mu\varepsilon_z) \quad (2.7) \quad (2.8)$$

kde u je radiální posuv, w je axiální posuv, N jsou normálové síly, M jsou momenty, T posouvající síly, ε jsou přetvoření. Indexy r , t a z značí směr osy v souřadnicovém systému na Obr. 2.1.

Dosadí-li se geometrické rovnice do konstitutivních vztahů, vzniknou rovnice:

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{dw}{dz} - x \frac{d^2u}{dz^2} + \mu \frac{u}{r} \right), \sigma_t = \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{u}{r} + \mu \frac{dw}{dz} - \mu x \frac{d^2u}{dz^2} \right) \quad (2.9)$$

Tento konstitutivní vztah (2.9) se dosadí do rovnic statické ekvivalence pro momenty, které jsou

$$M_z = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} x \sigma_z dx, M_t = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} x \sigma_t dx \quad (2.10)$$

a vzniknou rovnice

$$M_z = \frac{E}{1 - \mu^2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\frac{dw}{dz} - x \frac{d^2 u}{dz^2} + \mu \frac{u}{r} \right) x dx = - \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)} \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (2.11)$$

$$M_t = \frac{E}{1 - \mu^2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\frac{u}{r} + \mu \frac{dw}{dz} - \mu x \frac{d^2 u}{dz^2} \right) x dx = - \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)} \frac{d^2 u}{dz^2} \mu \quad (2.12)$$

Je vidět, že je-li zavedena tzv. ohybová tuhost skořepiny

$$B = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)} \quad (2.13)$$

pak rovnice mají tvar

$$M_z = -B \frac{d^2 u}{dz^2}, M_t = -B \mu \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (2.14)$$

a platí rovnice (45)

$$M_t = \mu M_z \quad (2.15)$$

PŘÍLOHA 3 – VZOROVÉ MAKRO

Pro bližší představu je zde uvedeno vzorové makro v jazyce APDL pro výpočet deformace vzorků odebraných zvenku v programu ANSYS. Je možné v něm dobře vidět, jak bylo provedeno zavedení proměnného koeficientu teplotní roztažnosti, který způsobí přítomnost reziduálních napětí.

```
1:  !!! Výpočet sevření vzorku se zavedeným reziduálním napětím
2:  !!! 2D poloviční model vzorku trubky 63/10.5 s vyříznutým segmentem 120°
3:  !!! ODEBÍRÁNÍ VRSTEV ZVENKU
4:
5:  FINISH
6:  /CLEAR,NOSTART
7:
8:  !Definice proměnných
9:  E=390          !modul pružnosti
10: mu=0.33        !Poissonovo číslo
10:
11: !Koeficienty rovnice
12: k1 = 0
13: k2 = -0.142e-5
14: k3 = 3.55
15: k4 = 0
16:
17: !Rozměry trubky
18:
19: d1=63          !vnější průměr trubky
20: d1p=d1
21: d2=42          !vnitřní průměr trubky
22: t1=(d1-d2)/2   !tloušťka stěny
23: pelementu = 30 !počet elementů po tloušťce
24: teplota = 293  !referenční teplota
25: /PREP7
26:
27: !Volba prvků
28: ET,1,PLANE183
29: KEYOPT,1,3,0   !rovinná napjatost
30:
31: !Materiálové vlastnosti
32: MP,EX,1,E
33: MP,PRXY,1,mu
34:
35: UIMP,1,REFT,,,teplota !referenční teplota
36: MPTEMP,,,,,,,,, !tabulka teplot pro jednotlivé teplotní roztažnosti
37:
38: i=0
39:
40: !Cyklus pro naplnění tabulky roztažnosti
41: *DO,X,0,1,0.0175
42:
43: poloha = X
44: roztaznost=k1 + k2*exp(k3*poloha) !výpočet hodnoty teplotní roztažnosti
45:
46: MPTEMP,i,poloha
47: MPDATA,ALPX,1,,roztaznost !zadání hodnot teplotní roztažnosti do tabulky
48: MPDATA,ALPY,1,,roztaznost
49: *ENDDO
50:
51: *DIM,VYSLEDKY,ARRAY,6,1 !definice vektoru výsledků
52:
53: *DO,vzorek,1,6,1 !cyklus výpočtů jednotlivých vzorků
54:
55: d1 = d1p - vzorek*2*(t1/10)
56: pelementu = 30 - vzorek*3
```

```

57:  !Aktivace válcového souř. systému
58:  CSYS,1
59:
60:  !Geometrie uzlových bodů
61:  K,1,0.5*d1,-90
62:  K,2,0.5*d2,-90
63:  K,3,0.5*d1,30
64:  K,4,0.5*d2,30
65:  K,5,0.5*d1,0
66:  K,6,0.5*d2,0
67:
68:  !Kartézský souřadný systém
69:  CSYS,0
70:
71:  !Geometrie spojení uzlových bodů
72:  L,1,2
73:  LARC,1,5,2,0.5*d1
74:  LARC,5,3,4,0.5*d1
75:  LARC,2,6,5,-(0.5*d2)
76:  LARC,6,4,3,-(0.5*d2)
77:  L,3,4
78:  L,5,6
79:
80:  !Geometrie plochy
81:  AL,1,2,4,7
82:  AL,7,3,5,6
83:
84:  !Velikosti prvků na hranicích
85:  LESIZE,1,,,pelementu
86:  LESIZE,2,,,60
87:  LESIZE,3,,,20
88:  LESIZE,4,,,60
89:  LESIZE,5,,,20
90:  LESIZE,6,,,pelementu
91:  LESIZE,7,,,pelementu
92:
93:  !Tvorba sítě konečných prvků
94:  AMESH,1,2
95:
96:  !Válcový souřadný systém
97:  CSYS,1
98:
99:  !Zadání teplotního zatížení do každého uzlu, teplota je rovna poloze uzlu
100: NSEL,ALL
101: *GET,max_uzel,NODE,0,NUM,MAX  !zjistí uzel s nejvyšším číslem
102: *GET,pocet_uzlu,NODE,,COUNT, !zjistí počet uzlu
103:
104: predchozi= -1                  !nastavení počítadla uzlů
105: CSYS,1
106:
107: !Cyklus pro zadání teplotních zatížení
108: *DO,i,1,pocet_uzlu,1
109: predchozi=predchozi+1
110: *GET,akt_uzel,NODE,predchozi,NXTH !zjistí následující číslo v řadě uzlů
111: *GET,akt_y,NODE,akt_uzel,LOC,X    !zjistí polohu uzlu s vybraným číslem
112:                                     ! (x ve valcovém s.s. je polomer)
113: akt_t = (akt_y - (d2/2))/t1
114: akt_teplo=ABS(akt_t)              !vezme hodnotu polohy jako teplotu
115:                                     !v abs. hodnotě
116: BF,akt_uzel, TEMP, akt_teplo      !zadá hodnotu teploty jako teplotní
117:                                     !zatížení
118:                                     !v nodu
119: NSEL,U,,,akt_uzel                !vybere zbylé, ještě nezatížené uzly
120: *ENDDO

```

```

121: ALLSEL,ALL
122:
123: !Zadání okr. podmínek
124: CSYS,0
125: NSEL,S,LOC,X,0
126: D,ALL,UX,0
127:
128: NSEL,R,LOC,Y,-0.5*d1
129: D,ALL,UY,0
130:
131: ALLSEL,ALL
132: !Řešení
133: /SOL
134: SOLVE
135:
136: !Výpočet změny poloměru delta R
137: /PREP7
138: CSYS,1
139: LSEL,S,,,3
140: NSLL,S,1
141: NSEL,R,LOC,Y,30 !výběr krajního uzlu na konci vzorku
142:
143: CSYS,0
144: *GET,krajni_uzel,NODE,0,NUM,MAX !zjistí číslo krajního uzlu
145: *GET,sour_x,NODE,krajni_uzel,LOC,X !zjistí x souřadnici
146: *GET,sour_y,NODE,krajni_uzel,LOC,Y !zjistí y souřadnici
147: *GET,posuv_x,NODE,krajni_uzel,U,X !zjistí x-ový posuv
148: *GET,posuv_y,NODE,krajni_uzel,U,Y !zjistí y-ový posuv
149:
150: ALLSEL,ALL
151: !Souřadnice krajního bodu po deformaci vzhledem k druhému konci
152: def_sour_x = sour_x + posuv_x
153: def_sour_y = sour_y + posuv_y + d1/2
154: !Obvodový úhel beta po deformaci, původní 30°
155: Pi = ACOS(-1)
156: def_beta = (ATAN(def_sour_x/def_sour_y))*180/Pi
157: !Středový úhel alfa po deformaci je dvojnásobek obvodového
158: def_alfa = 2*def_beta
159: !Obvod výseče zůstává konstantní
160: obvod = (120/360)*Pi*d1
161: !Průměr po deformaci
162: def_d = (360*obvod)/((180-def_alfa)*Pi)
163: delta_r = (d1-def_d)/2
164:
165: !Zápis výsledku do vektoru
166: VYSLEDKY(vzorek,1)=delta_r
167:
168: ACLEAR,ALL
169: ADELE,ALL,,,1
170: *ENDDO !Konec cyklu výpočtů
171:
172: !Zápis naplněného vektoru do souboru
173: filename='63PN20s_zvenku' !soubor obsahuje 6 hodnot delta R
174: *CFOPEN,%filename%, 'dat'
175: *VWRITE,'delta R, odebrání zvenku, 63PN20s'
176: %C
177: *VWRITE,VYSLEDKY(1,1,1)
178: (1X,F12.9)
179: *CFCLOS

```