

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VÝPOČET PRAVDĚPODOBNOSTI PORUŠENÍ KERAMICKÉ HLAVICE ENDOPROTÉZY S TVAROVOU ODCHYLKOU

CALCULATION OF THE PROBABILITY OF THE ENDOPROSTHESIS CERAMIC HEAD WITH SHAPE DEVIATION

DIPLOMOVÁ PRÁCE MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR Bc. Miroslava Kučerková

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR

Ing. Jaroslav Kovář

BRNO 2022



Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky	
Studentka:	Bc. Miroslava Kučerková	
Studijní program:	Inženýrská mechanika a biomechanika	
Studijní obor:	Biomechanika	
Vedoucí práce:	Ing. Jaroslav Kovář	
Akademický rok:	2021/22	

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Výpočet pravděpodobnosti porušení keramické hlavice endoprotézy s tvarovou odchylkou

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pravděpodobnost porušení keramických součástí je možné určovat pomocí Weibullovy teorie nejslabšího článku, a to jak pro jednoosou, tak i obecnou trojosou napjatost. Pomocí této teorie je možné provést výpočet pravděpodobnosti porušení keramické hlavice náhrady kyčelního kloubu. Při výrobě hlavic endoprotéz dochází k výskytu tvarových odchylek, které mohou mít vliv na výslednou pravděpodobnost porušení. Z tohoto důvodu je nutné tvarové odchylky zahrnout do výpočtů pravděpodobnosti porušení. Hlavní náplní této práce bude určit napjatost a z ní pravděpodobnost porušení keramické hlavice endoprotézy bez tvarových odchylek a s tvarovou odchylkou typu ovalita a následně posoudit jaký vliv tato tvarová odchylka má.

Cíle diplomové práce:

1) Rešeršní studie endoprotéz.

2) Výpočet pravděpodobnosti porušení keramické hlavice endoprotézy bez tvarových odchylek.

3) Výpočet pravděpodobnosti porušení keramické hlavice endoprotézy s modelovou tvarovou odchylkou kontaktních kuželových ploch typu ovalita.

Seznam doporučené literatury:

WEIBULL, Wallodi. A statistical theory of the strength of materials. Stockholm: Ingeniörsvetenskapsakademiens, 1939

KOVÁŘ, Jaroslav. Pravděpodobnosti porušení keramické součásti s využitím Weibullovy teorie nejslabšího článku. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 105 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D..

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2021/22

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

Abstrakt

Hlavnou náplňou diplomovej práce je určenie pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice endoprotézy bedrového kĺbu za predpokladu trojosového stavu napätosti. Pre jej stanovenie sú potrebné tri hlavné napätia určované pomocou metódy konečných prvkov.

Keramické materiály, endoprotézy bedrového kĺbu a Weibullovu teóriu najslabšieho článku, ktorá popisuje výpočet pravdepodobnosti porušenia keramických súčastí, chronologicky približuje rešeršná časť práce, po ktorej nasleduje výpočtová časť.

Prvý z modelov, pre ktorý bola napätosť a pravdepodobnosť porušenia určovaná, je valcové teleso. Rozloženie napätia v ňom bolo určované numericky, ale aj analytickým spôsobom. Jeho primárnym účelom je teda overenie vytvoreného algoritmu pre výpočet pravdepodobnosti porušenia použitom pri výpočtoch hlavice endoprotézy. Takisto tu bola overená vhodnosť využitia spriemerovaných hodnôt napätia.

V ďalšej časti práce bol počítaný model ideálnej keramickej hlavice. Analyzovaný bol vplyv trenia, penetrácie a citlivosti siete modelu. Zhodnotené poznatky boli v práci následne využité pri výpočtoch modelu hlavice s imperfekciou typu ovalita, ktorej vplyv na výslednú pravdepodobnosť porušenia v porovnaní s ideálnym stavom bol v závere zhodnotený.

Kľúčové slova

keramické materiály, keramická hlavica endoprotézy, odchýlka typu ovalita, Weibullova teória najslabšieho článku, pravdepodobnosť porušenia

Abstract

The main content of the diploma thesis is to determine the probability of failure of the hip joint endoprosthesis ceramic head. The assumption is the three-axis state of stress. To calculate the probability of failure three principal stresses, which are determined numerically using finite element method, are needed.

Ceramic materials, hip joint endoprosthesis and Weibull weakest link theory, which describes the calculation of the probability of failure of ceramic components, are described in the first part of the thesis, after that, the second part with calculations follows.

The first model, for which the stress and probability of failure were calculated, is a cylindrical body. The stress distribution in it was determined numerically as well as analytically. Its primary goal is to verify the developed algorithm of calculating the probability of failure. This algorithm is also used in calculations of probability of failure of ceramic femoral head. The suitability of using averaged principal stress values was also verified here.

In the next part of the thesis, a model of an ideal ceramic head was created and its probability of failure was calculated. The impact of friction, penetration and the size of elements used for discretization of the model on the value of probability of failure were all analysed. The evaluated findings were subsequently used in the calculations of the model of ceramic head with an deviation from the ideal ovality. The impact of this change on the resulting probability of failure in comparison with the ideal state was evaluated in the conclusion.

Keywords

ceramic materials, ceramic head of the endoprosthesis, deviation from ideal ovality, Weibull weakest link theory, probability of failure

Bibliografická citácia

KUČERKOVÁ, Miroslava. Výpočet pravděpodobnosti porušení keramické hlavice endoprotézy s tvarovou odchylkou. Brno, 2022. Dostupné také z: <u>https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/139367</u>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Jaroslav Kovář.

Prehlásenie

Prehlasujem, že som diplomovú prácu s názvom *Výpočet pravděpodobnosti porušení keramické hlavice endoprotézy s tvarovou odchylkou* vypracovala samostatne s použitím odbornej literatúry a citovaných zdrojov uvedených v zozname na konci tejto práce.

V Brne dňa:

Podpis:

Pod'akovanie

Rada by som poďakovala vedúcemu mojej práce pánovi Ing. Jaroslavu Kovářovi za hodnotné rady pri riešení problémov a spracovaní tejto diplomovej práce. Veľká vďaka patrí takisto celej mojej rodine za podporu počas celého štúdia.

Obsah

1	Úvod	Úvod11		
2	Analýza problémovej situácie12			
3	Formulácia problému13			
4	Formula	Formulácia cieľov riešenia13		
5	Kerami	cké materiály	14	
	5.1 Zá	kladné členenie keramických materiálov	14	
5.1.1		Tradičná keramika	14	
5.1.2		Pokročilá keramika	14	
	5.1.3	Biokeramika	15	
	5.2 Šta	ndardná technológia prípravy pokročilej keramiky	16	
	5.2.1	1. fáza – syntéza a úprava prášku	16	
	5.2.2	2. fáza – tvarovanie keramického materiálu	17	
	5.2.3	3. fáza – sušenie a odstránenie spojiva	19	
	5.2.4	4. fáza – spekanie keramického materiálu	19	
	5.3 Me	echanické vlastnosti keramických materiálov		
	5.3.1	Krehký lom		
	5.3.2	Štatistická povaha pevnosti		
	5.4 Sk	úšky mechanických vlastností		
	5.4.1	Jednoosová ťahová skúška		
	5.4.2	Uniaxiálne ohybové skúšky		
	5.4.3	Biaxiálne ohybové skúšky		
	5.4.4	Indentačné skúšky tvrdosti		
6	Weibul	lova teória najslabšieho článku		
	6.1 Sp	oľahlivosť systému		
	6.2 W	eibullovo rozdelenie pravdepodobnosti		
	6.2.1	Trojparametrové rozdelenie pravdepodobnosti		
	6.2.2	Dvojparametrové rozdelenie pravdepodobnosti		
	6.3 Pra	avdepodobnosť porušenia telesa v jednoosovom stave napätosti		
	6.4 Pra	avdepodobnosť porušenia telesa v trojosovom stave napätosti		
7	Endopre	otéza bedrového kĺbu		
	7.1.1	Konštrukcia endoprotéz bedrového kĺbu		
	7.1.2	Druhy endoprotéz bedrového kĺbu		
	7.1.3	Materiály endoprotéz bedrového kĺbu		
	7.1.4	Implantácia endoprotéz bedrového kĺbu		
	7.1.5	Skúška mechanických vlastností endoprotéz bedrového kĺbu		
8	Rozbor	problému		

8.1	Systém podstatných veličín	. 37	
8.2	Zvolená metóda riešenia	. 39	
8.3	Zvolený software a hardware	. 39	
9 Prav	depodobnosť porušenia valcového telesa	. 40	
9.1	Geometria modelového telesa	. 40	
9.2	Stanovenie napätia analyticky	. 40	
9.3	Diskretizácia modelu	. 42	
9.4	Stanovenie napätia pomocou MKP	. 42	
9.5	Určenie pravdepodobnosti porušenia	. 44	
9.6	Vplyv znamienok hlavných napätí na pravdepodobnosť porušenia	. 46	
9.7	Vplyv veľkosti zaťaženia na pravdepodobnosť porušenia	. 50	
10 Prav	depodobnosť porušenia hlavice s ideálnou geometriou	. 52	
10.1	Tvorba výpočtového modelu	. 52	
10.2	Diskretizácia modelu	. 54	
10.3	Analýza vplyvu veľkosti koeficientu trenia na kontaktných plochách	. 56	
10.4	Analýza vplyvu hodnoty penetrácie kontaktných plôch	. 58	
10.5	Stanovenie rozloženia napätia pre rôzne siete	. 60	
10.6	Výpočet pravdepodobnosti porušenia pre rôzne siete	. 65	
10.7	Analýza vplyvu veľkosti zaťaženia na pravdepodobnosť porušenia	. 66	
11 Prav	depodobnosť porušenia hlavice s odchýlkou typu ovalita	. 71	
11.1	Odchýlka typu ovalita kužeľovitej plochy otvoru hlavice	. 71	
11.1	.1 Tvorba výpočtového modelu	. 71	
11.1	.2 Určenie rozloženia napätia	. 72	
11.1	.3 Výpočet pravdepodobnosti porušenia	. 75	
11.1	.4 Vplyv veľkosti odchýlky na výslednú pravdepodobnosť porušenia	. 77	
11.2 Odchýlka typu ovalita kužeľovitej plochy drieku			
11.2	2.1 Tvorba výpočtového modelu	. 80	
11.2	2.2 Určenie rozloženia napätia	. 80	
11.2	2.3 Výpočet pravdepodobnosti porušenia	. 83	
12 Pore	ovnanie a analýza výsledkov keramickej hlavice	. 84	
13 Záv	13 Záver		
Zoznam použitej literatúry			
Zoznam obrázkov			
Zoznam tabuliek			
Zoznam skratiek a symbolov			
Prílohy			

1 Úvod

Obmedzenie pohyblivosti bedrového kĺbu pacienta, a s tým súvisiace dlhotrvajúce bolesti pri vykonávanom pohybe, predstavujú zdravotný problém, ktorému v dnešnej dobe čelí veľké množstvo ľudí. Dôvodom môže byť degeneratívna zmena povrchov tvoriacich kĺbové spojenie, u starších pacientov opotrebenie, príp. poškodenie kosti a väzov v oblasti kĺbu ako následok rôznych úrazov. Často je jediným riešením týchto ťažkostí práve protéza bedrového kĺbu [1].

Keďže zaťaženie dolných končatín je relatívne veľké, vyžadujú tieto náhrady pomerne nezvyčajné kombinácie mechanických, chemických a fyzikálnych vlastností, ako je napr. vysoká pevnosť a tuhosť, dobrá lomová húževnatosť, dlhodobá odolnosť, odolnosť proti nárazu, oderu a korózii aj v biologickom prostredí organizmu, či primeraná transparentnosť pre elektromagnetické vlny na diagnostické účely [2, 3]. Tieto vlastnosti s výnimkou lomovej húževnatosti spĺňa biokeramický materiál. Ten je v súčasnosti využívaný aj na výrobu hlavice femorálnej časti endoprotézy bedrového kĺbu [4]. Tá je zobrazená na ilustračnom obr. 1.1.

Keramika sa všeobecne v tradičnej podobe využíva už tisícky rokov. Expanzia aplikovateľnosti keramiky nastala s vývojom skupiny keramiky nazývanej progresívna, alebo technická keramika, ktorá sa na rozdiel od tej tradičnej pripravuje synteticky v laboratóriu. Účelom je jej neustály vývoj a možnosť širokého využitia v technickej praxi [5, 6]. V oblastiach ako je biomechanika, elektronika, automobilový priemysel, letectvo či životné prostredie je vďaka svojim vlastnostiam keramika v súčasnosti neustále na vzostupe. Okrem kĺbových náhrad sa využíva napríklad na výrobu rôznych horákov, turbínových lopatiek, rezných nástrojov alebo teplotných senzorov [5].

Jej najväčšou nevýhodou znemožňujúcou niektoré aplikácie je už spomínaná krehkosť a porušovanie krehkým lomom v dôsledku defektov ako sú póry a trhliny v mikroštruktúre [7]. V tejto dobe najmä materiáloví inžinieri neustále pracujú na zlepšovaní tzv. mechanizmov zhúževnaťovania keramických materiálov. Ďalším ovplyvniteľným faktorom je vývoj procesu výroby keramiky, pri ktorej dochádza k tvorbe najväčšieho množstva štruktúrnych vád materiálu. Avšak ich počet je možné minimalizovať, aj keď nie úplne eliminovať. Takisto nie je možné určiť iniciačnú trhlinu spôsobujúcu zlyhanie keramickej súčasti. S tým súvisí aj štatistická povaha pevnosti keramiky, ktorej hodnoty pri experimentálnom zisťovaní vykazujú značný rozptyl [7, 8].

Obmedzenia a komplikácie spojené s keramickým materiálom uvedené vyššie sa samozrejme prejavujú aj pri keramickej hlavici endoprotézy. V tomto prípade teda nemožno určiť hodnotu pevnosti, ale len pravdepodobnosť, že daná súčasť bude mať určitú pevnosť. Preto sa pre popis keramickej hlavice v práci počíta jej pravdepodobnosť porušenia. Tú popísal Wallodi Weibull vo svojej teórii najslabšieho článku už v roku 1939 v publikácii [9].



Obr. 1.1: Keramická hlavica endoprotézy od českej firmy Beznoska s.r.o. [36]

2 Analýza problémovej situácie

Globálny dopyt po rôznych druhoch keramických materiálov v oblasti biomechaniky je v súčasnosti na vzostupe. Keramika využívaná najmä v oblastiach stomatológie či ortopédie ako umelá náhrada tvrdých tkanív v tele človeka sa nazýva tzv. biokeramika [5].

Keramická hlavica endoprotézy bedrového kĺbu je jednou z najčastejších aplikácií v medicíne. Náhrada s takouto keramickou hlavicou na báze oxidu hlinitého, namiesto dovtedy používanej z nehrdzavejúcej ocele, bola prvýkrát implantovaná pacientovi v roku 1970 [10].

Hlavným faktorom možnosti aplikácie biokeramiky je jej schopnosť interakcie s biologickým prostredím organizmu, t. j. biokompatibilita. Vo vlhkom prostredí je teda chemicky stabilná a voči živým tkanivám sa správa vo väčšine prípadov inertne a netoxicky [2].

Keramika je vo všeobecnosti veľmi tvrdý a odolný materiál. Daňou za to je ale jej krehkosť a mechanizmus porušovania krehkým lomom [7]. Súvisí to s jej vnútornou štruktúrou, ktorá obsahuje póry a trhliny. Keďže tie majú tendenciu sa v ťahu šíriť, je aplikácia biokeramiky obmedzená prevažne na kompresné zaťaženie [2].

Realitou je, že k lomu keramických vzoriek v priebehu experimentov dochádza napriek rovnakým vstupným podmienkam v inú dobu a pri rôznych hodnotách zaťaženia. Dôvodom je rôzna distribúcia, tvar, veľkosť a orientácia porúch v mikroštruktúre a neschopnosť konkrétne určiť iniciačnú trhlinu spôsobujúcu lom a zlyhanie súčasti [11]. Pevnosť keramiky má teda stochastický charakter a je nutné ju analyzovať štatisticky. To je možné pomocou Weibullovej teórie najslabšieho článku, ktorú je možné uplatniť pri výpočte pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice endoprotézy bedrového kĺbu v stave všeobecnej napätosti.

Vzhľadom k tomu, že experimentálna analýza napätia a následné vyhodnotenie pevnosti materiálu s určitou pravdepodobnosťou je pomerne komplikované, časovo náročné a vyžadujúce veľké množstvo keramických vzoriek, je vhodné k deformačne-napäťovému rozboru využiť metódu konečných prvkov a následne numericky vyhodnotiť pravdepodobnosť porušenia hlavice.

Keď že výrobné procesy sú pomerne nepresné a často môže dôjsť k existencii odchýlky od bezchybného tvaru, je nutné tieto imperfekcie zahrnúť do výpočtového modelu a vhodne výsledky porovnať so stavom ideálnym.

3 Formulácia problému

Problém je možné na základe analýzy problémovej situácie vyjadriť nasledovne.

Uskutočnenie podrobnej rešerše týkajúcej sa problematiky keramických materiálov, endoprotéz bedrového kĺbu a Weibullovej teórie najslabšieho článku. Ďalej vytvorenie modelu geometrie a výpočtového modelu ideálnej hlavice a hlavice s imperfekciou typu ovalita, ich deformačne-napäťovú analýzu, výpočet pravdepodobnosti porušenia a analýzu výsledkov.

4 Formulácia cieľov riešenia

- Realizácia rešeršnej štúdie endoprotéz
- Výpočet pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice endoprotézy bez tvarových odchýlok
- Výpočet pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice endoprotézy s modelovou tvarovou odchýlkou kontaktných kužeľových plôch typu ovalita

5 Keramické materiály

Podľa lit. [12] pojem "keramika" zahŕňa pomerne širokú škálu anorganických materiálov všeobecne kryštalickej povahy. Jedná sa teda o nekovové zlúčeniny vytvorené medzi kovovými a nekovovými prvkami ako sú napríklad titán a kyslík (TiO₂), hliník a kyslík (Al₂O₃) a kremík a dusík (Si₃N₄) [12].

Existencia veľkého množstva rôznych druhov keramických materiálov má za následok aj širokú škálu vlastností, ktoré keramika vykazuje. Sú to najmä vynikajúce fyzikálnochemické vlastnosti, ako je vysoká tvrdosť a pevnosť, nízka tepelná rozťažnosť, vysoká tepelná stabilita, dobrá chemická stabilita a iné [12].

Najväčším negatívom keramiky je jej krehkosť. Avšak hlavné výhody s ňou spojené, ako je nenáročnosť na údržbu a dlhšia životnosť v porovnaní s napríklad oceľou, niekoľkonásobne prevyšujú obmedzenia použitia keramiky [12].

5.1 Základné členenie keramických materiálov

Existujú dva hlavné typy keramických materiálov, ktoré sa často používajú v rôznych aplikáciách [12]:

- Tradičná keramika
- Pokročilá keramika

5.1.1 Tradičná keramika

Tradičná keramika, medzi ktorú sa zaraďuje porcelán, tehla, hlinený riad, sanitárna keramika, dlaždice, umelecké produkty a pod., sa bežne vyrába z prírodných nerastov spracovaných na prášok, ako sú kaolín, oxid kremičitý, dolomit, mastenec, kalcit a živec. Typ, veľkosť, tvar a distribúcia práškových surovín ovplyvňuje vlastnosti finálneho keramického výrobku [12].

Každá pridaná surovina má svoj význam. Príkladom môžu byť napríklad hlina dodávajúca produktu plasticitu, oxid kremičitý slúžiaci na zachovanie tvaru a stability keramického telesa pri vysokej teplote, živec ovplyvňujúci vypaľovanie keramiky atď...[6]

5.1.2 Pokročilá keramika

Zdroj [5] charakterizuje priamo pokročilú keramiku ako polykryštalický materiál pripravený synteticky spekaním za vysokých teplôt, ktorý tvoria prevažne anorganické nekovové fázy.

Pokročilá keramika je nová, vznikajúca a rastúca rodina keramiky, ktorá sa zvyčajne nazývala netradičná alebo tzv. progresívna keramika [12]. Vykazuje niekoľko vylepšených a dôležitých funkčných vlastností v porovnaní s tradičnou keramikou. Tie môžu byť prispôsobené pre mechanické, elektrické, elektronické, biomedicínske, optické a magnetické aplikácie [12].

Pokročilá keramika sa delí podľa rôznych kritérií. Klasifikácia podľa využitia materiálu je nasledovná [12].

- Mechanická
- Chemická
- Biologická
- Elektrická

- Magnetická
- Optická
- Teplotná
- Nukleárna

Progresívne keramické materiály majú svoje ďalšie rozdelenie. Všeobecne je ich podľa literatúry [5] možno zaradiť do troch veľkých skupín predstavujúcich konštrukčnú keramiku, funkčnú keramiku a biokeramiku. Vzhľadom k tomu, že sa táto práca zaoberá podrobnejšie keramickou hlavicou endoprotézy bude biokeramike venovaná samostatná kapitola 5.1.3.

Konštrukčná keramika

Často nazývaná aj technická keramika [5]. Vlastnosti, na ktoré sa pri jej príprave kladie dôraz sú predovšetkým mechanické. Jedná sa teda napríklad o tvrdosť, pevnosť, odolnosť voči opotrebovaniu, lomovú húževnatosť, únavové vlastnosti a samozrejme ich zachovanie pri rôznych nepriaznivých faktoroch ako sú vysoké teploty a rýchlosti zaťažovania [13].

Typickými predstaviteľmi technickej keramiky sú napríklad oxidy ako Al₂O₃, ZrO₂, nitridy a karbidy ako AlN, Si₃N₄, SiC alebo Sialon [8]. Z nich sa vyrábajú rôzne rezné nástroje, tesnenia, ložiská, horáky, turbínové lopatky či povlaky, ktoré podľa svojej praktickej aplikácie spĺňajú adekvátne požiadavky [6].

Funkčná keramika

Skupina pokročilej keramiky kde možno zaradiť napr. polovodivú, supravodivú, feritovú, iónovú či kondenzátorovú keramiku spolu s piezoelektrickými a optoelektrickými materiálmi [5].

Kľúčovými sú teda vlastnosti závisiace na kryštalickej mriežke a vnútornom usporiadaní častíc, teda ich vzájomnej pozícii a jej prípadnej zmene, ktorá je možná vonkajším silovým pôsobením [13].

5.1.3 Biokeramika

Keďže biokeramika je svojím využitím a charakterom pomerne svojrázna skupina, je kategorizovaná v rámci progresívnej keramiky samostatne [5]. Vďaka jej vlastnostiam je na ňu v biomedicíne sústredená pomerne veľká pozornosť. Najčastejšie sa využíva v oblasti tvrdých tkanív na umelé náhrady a súčasti kompozitných implantátov v oblasti napríklad stomatológie či ortopédie [2, 5].

Všeobecne sa sem zaraďujú prvky pasívne ako sú umelé náhrady zubov, kĺbov či chrupaviek a prvky aktívne, ktoré sa podieľajú na priamej podpore činnosti organizmu [5].

Okrem mnohých mechanických požiadaviek sú v tomto prípade kladené prísne nároky aj na bioaktivitu, rozložiteľnosť materiálu v ľudskom organizme či antibakteriálne vlastnosti materiálu [12]. Jednou z najpodstatnejších vlastností je nepochybne biokompatibilita. Tá je zapríčinená prevažne inertnosťou biokeramiky v kvapalných podmienkach ľudského organizmu. V biologickom prostredí je teda netoxická a chemicky stabilná [2,14].

Podstatnou z hľadiska aplikácie biokeramiky je aj jej krehkosť a pomerne nízka lomová húževnatosť [10]. To je tiež dôvodom obmedzenosti jej použitia prevažne na zaťaženie tlakom. Zdroj [2] klasifikuje biokeramické materiály z hľadiska ich reaktivity so živými tkanivami nasledovne.

Bioaktívne materiály

Na rozdiel od bioinertných materiálov, bioaktívne podnecujú živé tkanivá k reakcii a umožňujú vznik priamej väzby. Aplikujú sa teda priamo v dotyku s kosťou [2]. Zaraďuje sa sem biosklo, sklokeramika, hydroxyapatit a iné [5].

K väzbe dochádza buď prostredníctvom pórovitého povrchu keramickej náhrady, ktorý dovoľuje tkanivu postupne medzi jednotlivé póry vrastať a zároveň tak implantát i fixovať, alebo je biokeramika časom úplne vstrebávaná do tela a nahradená tkanivom [5].

Bioinertné materiály

Do tejto skupiny patrí väčšina biokeramiky ako napríklad oxidy hliníku, zirkónu, sialon, cermety a iné [2]. Typickým je neschopnosť týchto materiálov vytvárať priamo väzbu s tkanivom (aplikujú sa prostredníctvom väzivového puzdra) a vyvolávať jeho reakcie [2, 5]. V organizme človeka sa teda správajú inertne a sú tkanivami len znášané [5].

Často sa tieto materiály využívajú na zubné výplne a tmely a opravu koreňa zubov. Jedná sa najmä o hmoty na báze fosforečnanov či kremičitanov vápenatých. V stomatológii sa takisto využíva oxid zirkoničitý ZrO₂ pri tvorbe zubných náhrad, ktorých najvýznamnejším benefitom voči skôr využívaným kovovým, je ich šetrnosť voči ďasnám a estetika [14].

Oxid hlinitý Al₂O₃ je veľmi dobre odolný voči opotrebovaniu a oteru. Pevnosť v tlaku je niekoľkonásobne vyššia voči pevnosti v ohybu, čo ovplyvňuje možnosti aplikácie napr. na rôzne kĺbne náhrady, prípadne ich súčasť ako je napríklad hlavica endoprotézy bedrového kĺbu [2, 5].

5.2 Štandardná technológia prípravy pokročilej keramiky

Spracovanie a príprava väčšiný progresívných keramických materiálov pozostáva zo 4 základných krokov, pričom celý tento proces sa všeobecne označuje aj ako prášková metalurgia [15].

Ide o syntézu práškového materiálu a jeho úpravu, následné tvarovanie keramického materiálu, sušenie a odstránenie spojiva a nakoniec vysokoteplotné spekanie keramiky [15]. Vzhľadom k tomu, že jednotlivé kroky sú pomerne obsiahle, sú podrobnejšie popísané ďalej.

5.2.1 1. fáza – syntéza a úprava prášku

Keramika sa bežne vyrába ako spekané teleso vyrobené z prvotných surovín vo forme práškov. Keďže platí, že akosť výsledného produktu signifikantne závisí na mikroštruktúre finálneho výrobku, sú nároky na syntézu práškov neustále zvyšované [5, 16].

Vnútornú štruktúru keramiky je možné popísať veľkosťou zrna, t. j. granulometriou, a morfológiou [5]. Štandardne sú východiskovou surovinou pre tradičnú keramiku prášky s priemerom zrna približne v rozmedzí 0,1 až niekoľko milimetrov [16]. U konštrukčnej keramiky ide o veľkosti od niekoľko nm do 5 μ m [5]. Tvar častíc, ich distribúcia, štruktúra, a homogenita viacfázových práškových zmesí sú ďalšie faktory ovplyvňujúce vlastnosti keramického komponentu, na ktoré je kladený veľký dôraz [15].

Väčšina používaných keramických práškov submikrometrovej a nanometrovej veľkosti pri pokročilom keramickom spracovaní sa nevyrába zo samostatných monokryštálov, ale pozostáva z aglomerátov (zhluky častíc prepojené pomerne slabými fyzikálnymi a chemickými väzby) alebo agregátov (zhluky častíc so silnými vzájomnými

fyzikálnymi a chemickými väzby). V nich sú primárne častice, navzájom husto usporiadané a vytvárajú kompaktné celky. Zatiaľ čo aglomerát má vďaka slabším väzbám relatívne voľnú štruktúru a je pomerne veľký, častice agregátu sú usporiadané tesnejšie a tvoria menší celok [15]. Agregát a aglomerát sú naznačené na obr. 5.1.



Obr.5.1: Štruktúra práškov: a) aglomerát, b) agregát [15] (upravené)

Následkom je typická mikroštruktúra keramiky obsahujúca rôzne póry a trhliny [15]. Keďže platí, že mechanické vlastnosti sa zlepšujú so zvyšujúcou sa homogenizáciou štruktúry a menším množstvom porúch v mikroštruktúre, jedná sa o pomerne nežiaduci fenomén [5]. Prášky konštrukčnej keramiky sa preto vyrábajú a upravujú rôznymi metódami tak, aby bolo možné dosiahnuť optimálnu granulometriu, t. j. jemnejšie a guľové zrná [5].

Lit. [15] uvádza, že jedným z najefektívnejších procesov v prvej fáze zjemňovania zrna je tzv. guľové mletie. Týmto spôsobom je možné častice nielen zmenšiť, ale zároveň zmiešať so spojivom alebo inými spracovateľskými prísadami, prípadne častice rozptýliť a stabilizovať v rozpúšťadle [15].

Zároveň s mletím a triedením jemných častíc prebiehajú aj procesy výroby v kvapalnej fáze, ako je napr. tzv. sol-gel alebo precipitačná metóda, alebo procesy výroby v plynnej fáze, ktoré zahŕňajú kondenzáciu zahrievaním pomocou lasera, reaktorov, kahanov a pod.[16]

5.2.2 2. fáza – tvarovanie keramického materiálu

Po spracovaní vstupných surovín do formy práškov a ich úprave nasleduje druhá fáza spracovania keramického materiálu, t. j. jeho tvarovanie [15]. Tvarovacích metód konštrukčnej keramiky existuje veľké množstvo a ich podstata je rôzna [8, 15]. Preto sú v tab. 5.1 uvedené len najbežnejšie využívané. Vybrané z nich sú popísané v tejto kapitole ďalej.

Suché tvorovanio	jednoosové lisovanie
Suche tvarovalle	izostatické lisovanie
Maliné tranavania	suspenzné liatie
wiokre tvarovanie	metódy priamej konsolidácie
Dlastické transmis	injekčné vstrekovanie
Plasticke tvarovame	vytlačovanie
Tuonovonio hoz foriom	3D tlač
i varovanie dez loriem	stereolitografia

Tab. 5.1: Metódy tvarovania konštrukčnej keramiky [8] (upravené)

Suspenzné liatie do foriem

Pre formovanie monolitickej a kompozitnej keramiky je možné použiť metódu suspenzného liatia, pri ktorej sa stabilná vodná suspenzia naleje do sadrovej formy [8, 18]. Ide o techniku používanú na konsolidáciu keramického prášku z vodného roztoku, z ktorého sa po naliatí do poréznej formy odoberá voda. Keď že keramické častice nie sú rozpustné vo vode, vzniká týmto procesom surové teleso pripravené na sintrovanie [8, 18]. Celý postup je schematický naznačený na obr. 5.2.



Obr. 5.2: Suspenzné liatie do formy [5] (upravené)

Injekčné vstrekovanie keramiky

Táto metóda plastického tvarovania sa často používa pri výrobe tvarovo zložitých menších keramických dielov. Výhodou je pomerne vysoká kvalita povrchu a rozmerová presnosť finálneho výrobku [19].

Princíp spočíva v zahriatí zmesi na vysokú teplotu, čo spôsobí skvapalnenie spojiva. Následne sa táto zmes vstrekuje do formy a chladí kvôli opätovnému stuhnutiu spojiva [5]. Kľúčovým je následné odstraňovanie spojiva na báze voskov alebo polymérov pred samotným sintrovaním, pričom by mala byť odstránená veľká časť organických látok bez vnášanie ďalších defektov a deformácií [19].

Aditívna výroba – 3D tlač

Aditívna výroba ponúka nové príležitosti pri výrobe pokročilých keramických komponentov bez potreby drahých nástrojov a foriem, čím sa znižujú výrobné náklady, dodacie lehoty a zvyšuje sa voľnosť možností dizajnu [20].

Samotný pojem aditívna výroba zahŕňa veľmi veľké množstvo metód 3D tlače. ktoré sa v súčasnosti neustále rozvíjajú [21]. Jednou zo skupín najvyužívanejších metód pre keramické materiály je fotopolymerizácia v nádobe. Podstatou je vytvrdzovanie kvapalnej zmesi po vrstvách pomocou svetlom aktivovaným procesom fotopolymerizácie za vzniku trojrozmerných štruktúr. Najznámejšou formou tejto metódy je stereolitografia (SLA), ktorá využíva laser skenujúci jednotlivé vrstvy [22]. Postup a výsledné produkty je vidieť na obr. 5.3.

Výber správneho procesu aditívnej výroby pre konkrétnu aplikáciu nezávisí len od požiadaviek na veľkosť, geometrický tvar, hustotu či povrchovú úpravu dielu, ale aj od charakteru konkrétnej keramiky ktorá sa má spracovávať [20].



Obr. 5.3: SLA proces a finálne keramické produkty [21]

5.2.3 3. fáza – sušenie a odstránenie spojiva

Všetky tekuté prísady, ktorými môžu byť napríklad rôzne rozpúšťadlá, spojivá, zmäkčovadlá, povrchovo aktívne látky a iné prísady, musia byť pred fázou spekania keramického materiálu odstránené [15].

Zdroj [5] definuje sušenie ako energeticky náročný proces, kedy sa termálnym pôsobením odstraňuje zo štruktúry voda bez zmeny jej chemického zloženia. Táto fáza je z celého procesu prípravy keramiky najviac náchylná na vnášanie trhlín a iných defektov do mikroštruktúry z dôvodu zmršťovania sa keramiky v priebehu sušenia. Je dôležité, aby bolo pomerne pozvoľné a rovnomerné, čím sa počet prasklín eliminuje v čo najväčšom možnom rozsahu [5].

Rovnako nebezpečným z hľadiska degradácie vnútornej štruktúry je aj odstránenie spojiva [5]. Vo väčšine prípadov plastického tvarovania keramiky je odstraňovanie spojiva, ktorým sú póry nasiaknuté, limitované veľkosťou a tvarovou komplexnosťou telesa. Dôvodom je náročnosť jeho odstránenia bezpečne a v prijateľnom čase vo väčších a zložitejších telesách [15].

5.2.4 4. fáza – spekanie keramického materiálu

Spekanie je nevyhnutným krokom pri spracovaní pokrokových keramických materiálov, ktorý výrazne ovplyvňuje mikroštruktúru výrobkov, a tým aj ich mechanické, optické, biologické, elektrické alebo magnetické vlastnosti. Preto je dôležité optimalizovať proces spekania (napríklad výberom vstupu práškového materiálu, výberom techník tvarovania a spekania a spekacej atmosféry atď.) [15].

Spekanie keramiky, alebo sintrovanie, je principiálne zhutňovanie keramických častíc telesa a jeho premena na pevnú poréznu keramiku pôsobením veľmi vysokých teplôt. Tie spôsobujú snahu systému znižovať svoju celkovú energiu a dosiahnuť tak energeticky výhodný stav. Energia systému je nižšia pri rozhraní keramika/keramika (hranice zŕn) ako v porovnaní s rozhraním keramických častíc s atmosférou [15, 17].

Zároveň so znižovaním energie dochádza k hrubnutiu štruktúry a rastu častíc. Materiál je transportovaný mechanizmom difúzie. Tá môže prebiehať v celom objeme, po povrchu

alebo hranicami zŕn [5, 23]. Posledný prípad je v praxi najčastejší z dôvodu veľkej koncentrácie bodových porúch kryštalickej mriežky, teda vakancií alebo inersticiálnych atómov, na hraniciach zŕn. Tie vytvárajú koncentračný spád a umožňujú proces difúzie [23].

Lit. [16] uvádza 3 po sebe nasledujúce fázy procesu spekania keramiky definované podľa zmeny mikroštruktúry, ktorá sa pri tomto deji postupne mení. Jednotlivé štádiá spekania sú schematicky znázornené na obr. 5.4.



Obr. 5.4: Štádiá spekania keramiky [8] (upravené)

Prvá fáza - počiatočná

Táto fáza je charakteristická vznikom krčku. Ten prepojuje keramické častice, pričom sa vzájomná vzdialenosť ich geometrického stredu nemení (obr. 5.4). Jedná sa o dôsledok zmeny usporiadania a následného styku jednotlivých častíc [5, 16]. Výsledkom je zvýšená pevnosť materiálu ale len malé zmrštenie častíc. Zmyslom tejto fázy sinteringu je maximalizácia počtu bodov v kontaktoch [16].

Druhá fáza - intermediárna

Krčky sú lokalizované pozdĺž hraníc zŕn a rýchlo sa zväčšujú. Štruktúra v tomto momente pripomína špongiu s pórmi valcového tvaru ústiacimi k povrchu materiálu [16]. Jedná sa o tzv. otvorenú pórovitosť [5]. Zároveň v tejto fáze dochádza k postupnému zmenšovaniu a uzatváraniu valcových pórov, zmršťovaniu telesa a zvyšovaniu jeho hustoty až do stavu, ktorý je už možné považovať za konečnú fázu spekania keramiky [5, 16].

Tretia fáza - konečná

Valcové póry sa postupne zaškrcujú, izolujú a lokalizujú sa v rohoch zŕn, prípade úplne zanikajú mechanizmom difúzie po hranici zrna. Materiál vykazuje tzv. uzavretú pórovitosť [5]. Hustota spekanej súčasti dosahuje približne 95 % a celý proces sinteringu je ukončený [16].

5.3 Mechanické vlastnosti keramických materiálov

Keramické materiály sa až takmer do okamihu lomu správajú ako lineárne-elastické materiály. K lomu súčasti často dochádza ešte pred dosiahnutím ich medze klzu [24]. Tento jav a charakter správania sa keramiky je vidieť na ťahovom diagrame keramiky na báze oxidu hlinitého na obr. 5.5.



Obr. 5.5: Ťahový diagram oxidu hlinitého a skla [8]

Lineárnu odozvu keramických materiálov na vonkajšie zaťaženie je možné popísať tenzorovým vzťahom medzi komponentmi tenzoru napätia a zložkami tenzoru deformácie (Hookeov zákon) [24]. Pre jednorozmerný ťah platí vzťah medzi napätím σ a pretvorením ε , kde E je Youngov modul pružnosti [24].

$$\sigma = \mathbf{E} \cdot \mathbf{\epsilon} \tag{5.1}$$

Modul pružnosti v ťahu E, alebo Youngov modul pružnosti, je materiálový parameter u keramiky dobre definovateľný s hodnotami vyššími v porovnaní s oceľou [7]. Naopak ďalší materiálový parameter, ktorým je Poissonov pomer μ , definovaný ako pomer priečneho a pozdĺžneho pretvorenia, je u keramiky v porovnaní s bežnou oceľou nižší. S uvedenými parametrami úzko súvisí aj tvrdosť materiálu, čo je dôležitý faktor pri hodnotení odolnosti voči opotrebeniu [24].

5.3.1 Krehký lom

Jedným z najdôležitejších faktorov, ktorý je nutné zohľadniť pri konštrukčnom návrhu keramickej súčasti je jej krehkosť a z toho vyplývajúca nízka lomová húževnatosť. To je cena za vysokú tvrdosť keramiky [7].

Ako už bolo spomenuté, keramika namáhaná uniaxiálnym ťahom vykazuje až do lomu lineárne správanie. Je zrejmá úplná absencia plastickej oblasti, čo je typické pre materiály porušujúce sa mechanizmom krehkého lomu [11].

Keramická mikroštruktúra nie je schopná odolať nestabilnému šíreniu trhliny súčasťou z už existujúcej iniciačnej trhliny v priebehu zaťažovania, čo vedie k jej úplnému porušeniu a zlyhaniu [11]. Princíp spočíva v neschopnosti systému absorbovať energiu vznikajúcu šírením trhliny v súčasti. Spôsobené je to tým, že v koreni trhliny je plastická deformácia veľmi obmedzená a plastická zóna na čele trhliny je malá. Keďže plasticita je spôsobená pohybom dislokácií v materiáli, je možné tvrdiť, že primárnou príčinou krehkosti sú

chemické väzby, ktoré zabraňujú ich pohybu. Ich vplyv na výslednú krehkosť zároveň znásobuje existencia defektov vznikajúcich počas samotného procesu výroby materiálu [7].

5.3.2 Štatistická povaha pevnosti

Materiálová pevnosť keramiky je obmedzená existenciou nedostatkov v štruktúre spôsobených výrobným procesom alebo finálnou povrchovou úpravou komponenty. Jedná sa o nehomogenity typu pórov a trhlín, ktoré pôsobia ako koncentrátory napätia. Póry sú zväčša guľatého tvaru, čo robí z trhlín najkritickejšie útvary z hľadiska porušenia súčasti [24].

Na obr. 5.6 je vidieť distribúcia trhlín v keramickom materiály a ich orientácia voči záťažovej osi. Najväčšia trhlina s najpriaznivejšou orientáciou voči zaťaženiu by sa šírila kolmo k ťahovej osi (normálový mód zaťaženia). Akonáhle táto trhlina porastie do kritických rozmerov, dôjde k totálnemu zlyhaniu súčasti. Scenár je úplne odlišný v prípade kompresie, kde porastú trhliny orientované v smere čo najbližšom ku tlakovej osi a trhliny orientované pod uhlom 90° sa naopak uzatvárajú [11].



Obr. 5.6: Distribúcia trhlín v materiáli [11]

Ťažkosti šírenia trhliny v tlaku vysvetľujú, prečo má keramika niekoľkonásobne vyššiu pevnosť v tlaku a ťahová pevnosť je nižšia aj v porovnaní s oceľou. Pre tú platia približne rovnaké hodnoty pevnosti v ťahu a tlaku, pre predstavu je to približne 500-550 MPa [11]. Keramika pre porovnanie dosahuje podľa zdroja [11] hodnoty pevnosti v ťahu 150-200 MPa, zatiaľ čo v tlaku až 1200-1600 MPa.

Hodnoty pevnosti ale v prípade experimentálneho zisťovania na vzorkách z rovnakého materiálu, so zhodnou geometriou a vyrobené rovnakým výrobným procesom sú často rôzne a vykazujú veľký rozptyl, rozdiely nameraných hodnôt bývajú častokrát aj trojnásobné. Súvisí to s distribúciou trhlín v štruktúre a pravdepodobnosti výskytu iniciačnej trhliny [7].

Z týchto dôvodov platí, že pevnosť keramiky má stochastický charakter, vzorka má danú pevnosť len s určitou pravdepodobnosť ou a pri analýze takejto komponenty je nutné určovať tzv. pravdepodobnosť porušenia pomocou Weibullovej teórie pravdepodobnosti [7]. Tú podrobne opisuje kapitola 6, nasledujúca po popise skúšok mechanických vlastností keramických materiálov.

5.4 Skúšky mechanických vlastností

Podrobná a konzistentná charakteristika vlastností pokročilej keramiky je kľúčová z niekoľkých dôvodov. Skúmanie vlastností keramiky poskytuje koreláciu medzi výrobnými procesmi a výkonnosťou vyrobenej keramiky. To umožňuje materiálovým výskumníkom a inžinierom, aby upravili jej výrobný proces. Zároveň umožňuje preskúmať použiteľnosť perspektívnych materiálov pre konkrétnu potrebu [12]. Táto kapitola poskytuje stručný prehľad techník, ktoré sa bežne používajú na hodnotenie rôznych mechanických vlastností pokročilej keramiky.

5.4.1 Jednoosová ťahová skúška

Keďže, ako už bolo spomenuté, keramika nevykazuje veľké hodnoty pevnosti v ťahu, uniaxiálna ťahová skúška sa používa na jej vyhodnotenie len výnimočne [25]. Skúšobná vzorka a zariadenie skúšky je vidieť na obr. 5.7.



Obr. 5.7: Ťahová skúška a testovacia vzorka [25]

5.4.2 Uniaxiálne ohybové skúšky

Pojem uniaxálne ohybové skúšky zahŕňa skúšky trojbodovým a štvorbodovým ohybom. Pre vyhodnotenie pevnosti materiálu v ohybe sú testovacími vzorkami kvádre s danými rozmermi bez vrubu. V prípade testovania lomovej húževnatosti je v týchto vzorkách vyhotovený vrub [25]. Ich povrch by mal byť kvalitne upravený tak, aby bolo zabezpečené, že trhlinky a defekty nemajú kritickú veľkosť, a teda neznižujú celkovú pevnosť keramického vzorku v ohybe [26].Skúšky sú schematicky na obr. 5.8. Je vidieť, že vzorka je na koncoch podoprená a zaťažovaná tak, aby v oboch prípadoch v telese vznikala jednoosová ohybová napätosť s maximom v strede v prípade 3-bodového ohybu. U 4-bodového ohybu je maximálna hodnota konštanta medzi zaťažujúcimi silami [27].



Obr.5.8: Skúška trojbodovým a štvorbodovým ohybom [27] (upravené)

5.4.3 Biaxiálne ohybové skúšky

Jedná sa o ohybové skúšky, ktorých princípom je vytvorenie dvojosovej napätosti v telese. Na obr. 5.9 vľavo je vidieť tzv. Ring on ring test, pri ktorom je na keramickú vzorku predstavujúcu aplikované zaťaženie prostredníctvom krúžku. Vpravo na obrázku je tzv. Ball on ball test. V tomto prípade ide o zaťaženie prostredníctvom troch gúľ, pričom v oboch prípadoch je testovacím telesom kruhová keramická doska [25].



Obr. 5.9: Ring on ring test (vl'avo) a Ball on ball test (vpravo) [25]

5.4.4 Indentačné skúšky tvrdosti

Princíp spočíva v zaťažení a následnom vtlačovaní tvrdého, zväčša diamantového, indentoru do testovaného materiálu, tak ako je vidieť na obr. 5.10. Hodnoty tvrdosti sa potom vyhodnocujú priamo z geometrie odtlačku, ktorý vznikne na povrchu telesa, a hodnoty pôsobiacej sily [12].

Najbežnejšou indentačnou skúškou, nie len pri skúšaní keramických materiálov, je Vickersova skúška tvrdosti [12]. Princíp je naznačený na obr. 5.10. Je vidieť, že v tomto prípade má indentor tvar pyramídy s daným vrcholovým uhlom a odtlačok má tvar štvoruholníka. Pri vyhodnocovaní sa merajú jeho uhlopriečky a hĺbka [12].



Obr. 5.10: Vickersova skúška tvrdosti [12] (upravené)

6 Weibullova teória najslabšieho článku

Kapitola 5.3 sa venuje mechanickým vlastnostiam keramických materiálov. Krehké materiály, ako je keramika, majú množstvo užitočných vlastností a o 50 % nižšiu hustotu ako oceľ. Hlavnými obmedzeniami keramiky pre štrukturálne a špecifické neštrukturálne aplikácie sú ale malá húževnatosť a spoľahlivosť s nízkou pevnosťou, čo vedie k drahým testovacím postupom na charakterizáciu materiálu a ku zložitejšiemu konštrukčnému návrhu [23].

Pevnostné vlastnosti keramiky vykazujú značný rozptyl, preto je štatistická analýza nevyhnutná pre pochopenie tematiky mechanickej charakterizácie tohto materiálu [23]. Rozptyl je spôsobený najmä nemožnosťou určenia konkrétnej trhliny iniciujúcej krehký lom súčasti spomedzi všetkých defektov s rôznou geometriou a orientáciou distribuovaných v mikroštruktúre materiálu [7].

Je teda potrebné systém analyzovať z hľadiska jeho bezporuchovosti pomocou štatistických metód. Na vyhodnotenie lomu keramických materiálov sa využíva Weibullova teória najslabšieho článku. Táto teória predpovedá, že lomová sila je funkciou veľkosti telesa, rozloženia napätia a stavu napätosti v telese [9, 28].

6.1 Spoľahlivosť systému

Weibull vo svojom článku z roku 1939 [9] staval na vtedy existujúcich teóriách najslabšieho článku, aby vyvinul popis lomu krehkých keramických materiálov. Teória uvádza, že pravdepodobnosť prežitia krehkého materiálu P_s je súčtom pravdepodobnosti prežitia každého objemového prvku v pevnom materiáli [9, 29].

Predpoklad vyslovený Weibullom v [9] pre vyhodnotenie spoľahlivosti systému je, že každý priestorový prvok s jednotkovým objemom tvoriaci tento systém (teleso) s celkovým objemom V má rovnakú čiastkovú spoľahlivosť P_{si} , a keďže platí rovnosť (6.1), aj pravdepodobnosť porušenia P_{fi} .

$$P_{\rm fi} + P_{\rm si} = 1 \tag{6.1}$$

Keďže sú čiastkové pravdepodobnosti prežitia systému rovnaké, je možné vyjadriť celkovú spoľahlivosť systému pomocou vzťahu (6.2) podľa [9]. Tu vystupuje index n predstavujúci celkový počet prvkov systému. Ako už bolo zmienené, jednotlivé elementy majú jednotkový objem a index n je v ďalšej rovnici (6.3), vychádzajúcej z úpravy predošlého vzťahu (6.2), nahradený celkovým objemom keramickej súčasti V.

$$P_{\rm s} = \prod_{i=1}^{n} P_{\rm s_i} \tag{6.2}$$

$$P_{\rm s} = P_{\rm s}^{\rm V} \tag{6.3}$$

Dosadením vzťahu (6.1) do rovnosti (6.3) a ďalšími úpravami vzniká rovnosť (6.4), zdroj [29], pomocou ktorej je možné výhodne vyjadriť parameter, ktorý prvý krát spomenul Weibull v [9] nazývaný tzv. riziko porušenia B nahrádzajúce výraz $-\ln(1-P_f)$ v rovnici (6.4), čím vzniká rovnosť (6.5).

$$\ln(1 - P_{\rm f}) = V \cdot \ln(1 - P_{\rm f_i}) \tag{6.4}$$

$$B = -V \cdot \ln(1 - P_{f_i}) \tag{6.5}$$

Pre malý element s objemom dV je riziko porušenia dB dané vzťahom (6.6). Ide teda o funkciu napätia v telese $N(\sigma)$ popisujúcu konkrétny stav napätosti v telese. Riziko porušenia celého telesa je možné napísať vzťahom (6.7), pričom ide o integráciu rovnice (6.6) cez celý objem modelového telesa. V poslednej rovnici (6.8) je následne vyjadrená pravdepodobnosť porušenia pomocou rizika porušenia B [9].

$$dB = -\ln(1 - P_{f_i})dV \tag{6.6}$$

$$B = \int_{V} N(\sigma) dV \tag{6.7}$$

$$P_{\rm f} = 1 - e^{-B} \tag{6.8}$$

Pravdepodobnosť porušenia telesa je, ako už bolo spomenuté, daná funkciou pôsobiaceho napätia, ktorá nadobúda hodnoty v intervale <0,1> a grafom je krivka pripomínajúca písmeno S, podľa čoho sa nazýva S-krivkou. S-krivka ako závislosť pravdepodobnosti porušenia a pôsobiaceho napätia je na obrázku 6.1. Je možné vidieť, že pri veľmi malých hodnotách napätia je pravdepodobnosť poruchy blízka 0, zatiaľ čo po dosiahnutí určitej hodnoty napätia dosahuje krivka maximum s hodnotou blízkou 1 [9].



6.2 Weibullovo rozdelenie pravdepodobnosti

Weibullovo rozdelenie hustoty pravdepodobnosti môže byť dvojparametrové a trojparametrové. Nasledujúca kapitola popisuje parametre oboch z nich pomocou vzťahov vychádzajúcich z literatúry [31].

6.2.1 Trojparametrové rozdelenie pravdepodobnosti

Trojparametrové Weibullovo rozdelenie pravdepodobnosti W(b, c, δ), t ϵ (c, ∞), b > 0, δ > 0, c ϵ R, je zovšeobecnené exponenciálne rozdelenie pravdepodobnosti [31]. Pre hustotu pravdepodobnosti f(t) a distribučnú funkciu F(t) platia podľa zdroja [31] rovnosti (6.9) a (6.10). Zo vzťahu pre distribučnú funkciu je zároveň vidieť, že je asymetrická okolo strednej hodnoty a dosahuje len kladné hodnoty [23].

$$f(t) = \frac{b}{\delta} \left(\frac{t-c}{\delta} \right)^{b-1} \exp\left[- \left(\frac{t-c}{\delta} \right)^{b} \right]$$
(6.9)

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t-c}{\delta}\right)^{b}\right]$$
(6.10)

Parametre vystupujúce v predošlých vzťahoch sú parameter tvaru b, parameter polohy c a parameter mierky δ [31, 32]. Hodnota b ovplyvňuje tvar krivky hustoty pravdepodobnosti. Pojem Weibullov charakteristický život označuje parameter mierky δ indikujúci sledovaný časový interval hustoty pravdepodobnosti. Hodnota c predstavuje prahovú hodnotu napätia, pri ktorej je už porušenie súčasti možné (začiatok sledovaného intervalu) [32].

6.2.2 Dvojparametrové rozdelenie pravdepodobnosti

Dvojparametrové Weibullovo rozdelenie pravdepodobnosti je jednoduché odvodiť z rozdelenia trojparametrového popísaného v kapitole 6.2.1. Jediný rozdiel predstavuje prahový parameter c, ktorý je v tomto prípade rovný 0 [31]. Vzťahy (6.9) a (6.10) teda prechádzajú na vzťahy (6.11) a (6.12) uvedené v lit. [31].

$$f(t) = \frac{b}{\delta} \left(\frac{t}{\delta}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{b}\right]$$
(6.11)

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{b}\right]$$
(6.12)

Vhodnosť využitia Weibullovho rozdelenia nepochybne závisí na správnom určení jeho jednotlivých parametrov. Tie závisia na experimentálne zistených dátach, ktorým sa rozdelenie práve hodnotou parametrov prispôsobuje. Tieto hodnoty sa dajú odhadnúť rôznymi metódami, ako je napr. metóda najmenších štvorcov pri využití Weibullovho pravdepodobnostého grafu, či metóda maximálnej pravdepodobnosti. V dnešnej dobe existuje mnoho štatistických softvérov (Statistica, NCSC, SithWeibull...), ktoré majú tieto metódy už implementované a zjednodušujú tak užívateľovi prácu s pomerne komplikovaným a pracným spracovaním a vyhodnocovaním získaných údajov [32].

6.3 Pravdepodobnosť porušenia telesa v jednoosovom stave napätosti

Funkcia $N(\sigma)$ vystupujúca vo vzťahu pre riziko porušenia (6.7), ktoré následne slúži pre výpočet pravdepodobnosti porušenia podľa (6.8) je všeobecným vyjadrením stavu napätosti v telese. Pre výpočet pravdepodobnosti porušenia modelu v stave jednoosovej napätosti teda stačí vyjadriť túto funkciu napätia a následne ju dosadiť do vzťahov rizika a pravdepodobnosti porušenia. Zdroj [33] uvádza vzťahy (6.13) a (6.14) pre dvojparametrové a trojparametrové Weibullovo rozdelenie.

$$N(\sigma) = \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m \tag{6.13}$$

$$N(\sigma) = \left(\frac{(\sigma - \sigma_u)}{\sigma_0}\right)^m$$
(6.14)

Porovnaním vzťahov pre distribučnú funkciu Weibullovho trojparametrového a dvojparametrového rozdelenia pravdepodobnosti (6.10) a upraveného vzťahu pre pravdepodobnosť porušenia súčasti (6.8) pomocou dosadenia vzťahu pre riziko porušenia B (6.7) a funkcie napätia (6.14) je vidieť už zmienená skutočnosť, že pravdepodobnosť porušenia predstavuje distribučnú funkciu Weibullovho rozdelenia pravdepodobnosti diskrétnej veličiny.

Síce je Weibullova teória pravdepodobnostnou a nerieši fyzikálne procesy vedúce k šíreniu trhliny a porušeniu telesa [28], jej možnosť aplikácie pri výpočte pravdepodobnosti porušenia keramických súčastí umožňuje parametre Weibullovho rozdelenia b, c, δ interpretovať vo vzťahu ku keramike nasledovne.

Exponent m predstavuje spomenutý bezrozmerný parameter tvaru b použitý v rovniciach (6.9) - (6.12). Ovplyvňuje tvar krivky hustoty pravdepodobnosti a nazýva sa aj Weibullov modul [9, 28]. Podľa lit. [23] charakterizuje mieru rozptylu pevnostných vlastností keramiky v ohybe, a je teda mierou homogenity materiálu. Jeho vysoká hodnota indikuje rovnako vysokú mieru homogenity keramiky a zároveň menšiu variáciu hodnôt pevnosti. Parameter polohy c je tzv. prahová hodnota napätia σ_{μ} . Ide o hodnotu napätia, pri ktorej pravdepodobnosť porušenia dosiahne 0 % a teleso sa neporuší pri nej ani pri žiadnej, v porovnaní s ňou, nižšej hodnote [9]. Posledným, v uvedených vzťahoch vystupujúcim, parametrom je parameter mierky δ [32]. Ten je rovný hodnote σ_0 v vzťahoch (6.13) a (6.14). Táto hodnota je závislá na rozložení napätia vo vzorku a jeho objeme a geometrii [23]. Lit. [9] uvádza jeho pomenovanie ako tzv. charakteristické napätie, pre ktoré platí, že pokiaľ je mu rovná hodnota jednoosového ťahového napätia v telese s jednotkovým objemom, pravdepodobnosť dvojparametrovom Weibullovom rozdelení porušenia pri pravdepodobnosti je 63 % [9].

6.4 Pravdepodobnosť porušenia telesa v trojosovom stave napätosti

Weibullovu teóriu najslabšieho článku je možné rozšíriť aj na stav trojosovej priestorovej napätosti za predpokladu, že trhliny vyskytujúce sa vo vnútornej štruktúre keramiky sú namáhané a šíria sa v normálovom móde zaťaženia a tlakové napätie neprispieva k ich šíreniu, práve naopak, trhliny uzatvára a na pravdepodobnosť porušenia nemá kompresia žiaden vplyv [7, 28].

Najjednoduchším prístupom je predpoklad, že hlavné ťahové napätia sú nezávislé a vzájomne neinteragujú. Riziko porušenia B je potom dané funkciou normálového napätia σ_N , ktoré trhlinu roztvára [9]. To je nutné popísať nielen veľkosťou ale aj smerom jeho pôsobenia v priestore podľa vzťahu (6.15) uvedenom v [34]. Na to poslúži integrácia cez plochu povrchu jednotkovej gule. Výsledkom je vyjadrenie normálového napätia pomocou troch hlavných napätí a dvoch priestorových uhlov, ktoré je vidieť na obr. 6.2 [28, 56].

$$\sigma_{\rm N} = (\sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta) \sin^2 \phi + \sigma_3 \cos^2 \phi \tag{6.15}$$



Obr.6.2: Orientácia normálového napätia v Haighovom priestore [28]

Zároveň platí už spomenutý fakt, že tlakové napätie trhliny uzatvára. To znamená, že k výslednej pravdepodobnosti porušenia vôbec neprispieva [7]. V ďalších vzťahoch je tento fakt vyjadrený použitím tzv. ekvivalentného napätia namiesto normálového. Platí teda (6.16), podľa ktorého je ekvivalentné napätie rovné normálovému v prípade, že sa jedná o kladné hodnoty. Naopak, ak bude pôsobiace normálové napätie tlakové (záporné), do vzťahov pre pravdepodobnosť porušenia bude vstupovať nulové ekvivalentné napätie, čo zaistí nulový prírastok pravdepodobnosti porušenia súčasti v danom objeme. Vzťah (6.17) vyjadruje jeho matematické vyjadrenie využité pre ďalšie výpočty.

$$\sigma_{\rm e} = \begin{cases} \sigma_{\rm N} & \sigma_{\rm N} > 0\\ 0 & \sigma_{\rm N} \le 0 \end{cases}$$
(6.16)

$$\sigma_{\rm e} = \frac{\sigma_{\rm N} + |\sigma_{\rm N}|}{2} \tag{6.17}$$

V nasledujúcom kroku je možné vyjadriť podľa [9] riziko porušenia B, vzťah (6.18), a z neho pravdepodobnosť porušenia dosadením do vzťahu (6.8).

$$B = \int_{V} \frac{2m+1}{2\pi \cdot \sigma_{0}^{m}} \left(\left(\int_{0}^{2\pi} \left(\int_{0}^{\pi/2} \sigma_{e}^{m} \sin\theta \, d\theta \right) d\phi \right) dV \right)$$
(6.18)

$$P_{f} = 1 - e^{-\int_{V} \frac{2m+1}{2\pi \cdot \sigma_{0}^{m}} \left(\left(\int_{0}^{2\pi} \left(\int_{0}^{2\pi} \sigma_{e}^{m} \sin\theta \, d\theta \right) d\phi \right) dV \right)}$$
(6.19)

Zatiaľ čo rovnosti (6.18) a (6.19) boli použité v bakalárskej práci [55] pri analytickom zisťovaní priebehu napätia, pri výpočte pravdepodobnosti porušenia súčasti z numericky riešených hodnôt napätia je potrebné integrál cez objem telesa V vo vzťahu (6.18) pre riziko porušenia B nahradiť sumou cez jednotlivé elementy výpočtového telesa a im príslušné uzly. Riziko porušenia B a pravdepodobnosť porušenia Pf je potom možné pre diskrétny model vyjadriť pomocou sumy nahrádzajúcej integráciu cez objem súčasti pomocou vzťahov (6.20) a (6.21) využitých aj pre výpočet pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice endoprotézy v tejto práci

$$B = \sum_{i=1}^{N} \left[\sum_{j=1}^{M} \frac{2m+1}{2\pi \cdot \sigma_0^m} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^{\pi/2} \left(\sigma_{eij} \right)^m \sin\theta \, d\theta \right) d\phi \right) \Delta V_{ij} \right]$$
(6.20)

$$P_{f} = 1 - e^{-\sum_{i=1}^{N} \left[\sum_{j=1}^{M} \frac{2m+1}{2\pi \cdot \sigma_{0}^{m}} \left(\int_{0}^{2\pi} \left(\int_{0}^{\pi/2} \left(\sigma_{eij} \right)^{m} \sin\theta \, d\theta \right) d\phi \right) \Delta V_{ij} \right]}$$
(6.21)

7 Endoprotéza bedrového kĺbu

V súčasnosti sa progresívna keramika čoraz viac používa aj na hlavice endoprotéz bedrových kĺbov. Prvýkrát bola úspešne nahradená a voperovaná dovtedy bežne používaná hlavica z nehrdzavejúcej ocele hlavicou z vysoko čistej biokeramiky (obr. 7.1) na báze oxidu hlinitého v roku 1970 [10], hoci protetický bedrový kĺb bol vyvinutý už od roku 1890 [34].

Javí sa, že spekaný korund má veľkú perspektívu v tejto oblasti, keďže môže vďaka svojim vlastnostiam ponúknuť dlhšiu životnosť ako bežné ortopedické zariadenia z nehrdzavejúcej ocele [2, 10]. Veľkým negatívom je už spomínaná krehkosť a nižšie hodnoty lomovej húževnatosti (cca 2 MPa.m^{0,5}) voči kostiam (cca 6 MPa.m^{0,5}), čo výrazne obmedzuje využitie biokeramického materiálu ako takého [10]. Totálnu endoprotézu bedrového kĺbu s keramickou hlavicou s naznačenou polohou v tele pacienta je možné vidieť na obr. 7.1.



Obr. 7.1: Totálna endoprotéza bedrového kĺbu [35]

7.1.1 Konštrukcia endoprotéz bedrového kĺbu

Každý implantát je zložený z viacerých komponentov (obr. 7.2). Jedná sa o acetabulárny komponent, t. j. jamku, ktorá nahradzuje kĺbovú jamku a femorálny komponent nahradzujúci krčok a hlavicu stehennej kosti [37].



7.2: Časti totálnej endoprotézy bedrového kĺbu [37]

Acetábulárny komponent sa ďalej skladá z vonkajšej časti vyrobenej väčšinou z kovu a vnútornej plastovej výplne, ktorá je v priamom kontakte s hlavicou [37]. Tá umožňuje

hlavici stehennej kosti l'ahšie a prirodzenejšie kĺzanie v jamke [38]. V niektorých prípadoch medzi nimi môže byť aj objímka vyrobená napríklad z titanu [37].

Femorálny komponent pozostáva z hlavice zapadajúcej priamo do plastovej výplne jamky a upevnenej k drieku endoprotézy prostredníctvom krčku. Zväčša je vyrobená z kovu či keramiky [38]. Keramické hlavice sa v bežnej praxi vyrábajú prevažne v priemeroch 22, 26, 28 a 32mm [39]. Ďalšou časťou je driek tvoriaci oporu endoprotézy bedrového kĺbu [38].

7.1.2 Druhy endoprotéz bedrového kĺbu

Podľa rozsahu poškodenia bedrového kĺbu a nutnosti jeho úplnej alebo len čiastočnej rekonštrukcie možno rozdeliť endoprotézu nasledovne [40].

Cervikokapitálna náhrada bedrového kĺbu

Pri operácii chirurg nahradí len hlavicu bedrového kĺbu vložením femorálnej časti protézy, pričom kĺbová jamka sa neupravuje a zostáva pôvodná. Často sa implantuje pacientom starším, za účelom zníženia operatívneho času a náročnosti. Avšak jej životnosť v porovnaní s TEP sa skracuje [40].

Totálna náhrada bedrového kĺbu (TEP)

V tomto prípade sa je nahradená nielen hlavica femuru ale aj kĺbová jamka v panvovej kosti. V súčasnosti sa chirurgovia vzhľadom k výsledkom a skúsenostiam uchyľujú skôr k tejto možnosti implantácie bedrového kĺbu [40].

Náhradný bedrový kĺb, tzv. endoprotéza, sa takisto rozdeľuje podľa spôsobu implantácie na tri základné typy [3, 40]. Všetky sú schematicky naznačené na obr. 7.3. O ich použití rozhoduje napríklad vek, zdravotné kontraindikácie pacienta, či schopnosti, skúsenosti a preferencie chirurga [40].

Cementované kĺbové náhrady

Na kosť sú pripevnené špeciálnym materiálom drieku nazývaným kostný cement ktorým sú jamka i driek fixované [3,40]. Rizikom takejto náhrady je možnosť uvoľnenia jamky po niekoľkých rokoch, čo obmedzuje jej aplikáciu u mladších pacientov s aktívnym životným štýlom a ponúka sa preto pacientom starším [3].

Necementované kĺbové náhrady

Driek endoprotézy je tvorený poréznym materiálom. Ten umožňuje kostnému tkanivu prerastať a týmto spôsobom implantát v kosti fixovať, prípadne je fixovaný pomocou viacerých skrutiek [40]. Fixácia je v porovnaní s cementovanými náhrady na lepšej úrovni, a je preto implantovaná aj pacientom mladším a aktívnejším [3, 41]. Je zlepšovaná napr. rôznymi povlakmi na báze titanu alebo hydroxyapatitu [39]. Nevýhodou je nutnosť starostlivej úpravy kosti pred osadením implantátu a pomerne vysoká cena [40].

Hybridné kĺbové náhrady

Jedná sa o kombináciu predchádzajúcich typov náhrad. Femorálna časť je pripevnená pomocou kostného cementu, zatiaľ čo acetabulárny komponent kostný cement už neobsahuje [40].



Obr. 7.3: Typy kĺbových náhrad podľa spôsobu implantácie [42] (upravené)

Endoprotézy bedrového kĺbu možno rozdeliť a charakterizovať aj podľa dĺžky drieku na dlhé (klasické) náhrady a krátke (moderné) implantáty [43], oba typy vidieť na obr. 7.4.

Klasické náhrady s dlhým driekom

Lit. [44] popisuje ako najväčšiu nevýhodu týchto náhrad tzv. ,stress shielding'. Ide o nedostatočné namáhanie proximálneho femuru v prípade kĺbnej náhrady oproti fyziologickému namáhaniu v stave bez implantátu. To sa čiastočne eliminuje práve využitím náhrady s krátkym driekom [44].

Moderné náhrady s krátkym driekom

V porovnaní s náhradou s dlhým driekom zachováva pomerne veľké množstvo pôvodného tkaniva, redukuje množstvo zničených mäkkých tkanív a uľahčuje miniinvazívnu chirurgiu [45]. Výhodou je aj limitovanie svalových lézií, krvných strát a nižšia operatívna náročnosť [43, 45].



Obr. 7.4: Náhrady s krátkym (vľavo) a dlhým driekom (vpravo) [44]

V súčasnosti dochádza aj k vývoju tzv. modulárnej femorálnej časti totálnej endoprotézy. Telo sa skladá z dvoch častí, ktoré sa dajú vzájomne oddeliť a opätovne spojiť prostredníctvom kĺbového spojenia. Účelom existencie týchto systémov je hlavne umožnenie tzv. miniinvazívnych operatívnych zákrokov. Tie znižujú bolesť a umožňujú rýchlejšie pooperačné zotavenie pacienta [46]. Na obr. 7.5 je vidieť modulárne endoprotézy vytvorené 3D tlačou s kruhovým a obdĺžnikovým prierezom tela drieku.



Obr. 7.5: Modulárne drieky s kruhovým (vľavo) a obdĺžnikovým (vpravo) prierezom [46]

7.1.3 Materiály endoprotéz bedrového kĺbu

Jednotlivé komponenty endoprotézy sú vyrábané z rôznych materiálov v závislosti na ich kvalitatívnych vlastnostiach [47]. Základným cieľom vývoja alternatívnych materiálov je vytvorenie spoja s nízkym trením a nízkou mierou opotrebenia so zvýšenou pevnosťou. Vývoj týchto materiálov neustále pokračuje. Každý má svoje výhody a nevýhody, ktoré je potrebné zvážiť pri aplikácii [4, 47].

Vo väčšine prípadov je driek vyrábaný z kovov a materiálom sa líšia kontaktné plochy hlavice a acetabulárneho komponentu endoprotézy [38, 48]. Pre zjednodušenie je prehľad využívaných materiálov a ich kombinácií prehľadne naznačený na obr. 7.6. Následne budú jednotlivé materiálové kombinácie uvedené na tomto obrázku aj bližšie popísané.



Obr. 7.6: Materiálové kombinácie častí endoprotézy [48] (upravené)

• MOM

,metal on metal ' – prípad, kedy sú všetky na seba dosadajúce komponenty vyrobené z kovu. Podobne ako u drieku sa jedná napr. o nehrdzavejúcu oceľ, či zlúčeniny titanu, prípadne zliatiny kobaltu a chrómu [38, 48]. Problémom v tomto prípade je

potenciálne nežiaduca reakcia pacienta na uvoľňujúce sa častice kovu v prípade opotrebovania alebo korózie [48].

MOP

,metal on polyethylene' – polyetylén je vysokokvalitný plast neobsahujúci žiadne kovové prvky [38]. Využitý je na výrobu acetabulárnej vložky, aby na seba nedosadala hlavica a vonkajšia časť acetabulárneho komponentu, ktoré sú vyrobené z kovu [38, 48].

COP

,ceramic on polyethylene' – kovová hlavica je nahradená keramickou na báze oxidu hlinitého, ktorá dosadá na polyetylénovú plastovú vložku. Ostatné komponenty endoprotézy zostávajú kovové [48].

COC

,ceramic on ceramic' – hlavica femorálnej časti endoprotézy spolu s vložkou acetabulárnej časti endoprotézy sú obe vyrobené z oxidovej keramiky [48]. Hoci v súčasnosti keramické materiály chirurgovia používajú menej v porovnaní s kovmi, počet ich aplikácií sa stále zvyšuje. Zväčša sa jedná o pacientov s alergickými reakciami na rôzne kovy [38].

7.1.4 Implantácia endoprotéz bedrového kĺbu

Degeneratívne zmeny v oblasti bedrového kĺbu sú rôzne a zapríčiňuje ich mnoho faktorov. V krajnom prípade je nutná chirurgickým spôsobom vykonaná úplná náhrada bedrového kĺbu, tzv. aloplastika [40, 41].

Jednou z najčastejších príčin nutnosti vykonania tohto chirurgického zákroku je osteoartróza, často sa nazýva aj artróza z opotrebenia [40, 49]. Takisto to môže byť aj avaskulárna nekróza, kedy dochádza k nedostatočnému prekrvovaniu stehennej kosti, ktorá postupne spolu s bedrovým kĺbom degraduje [1]. Príčiny môžu byť aj traumatické či dedičné deformácie bedrových kĺbov, zlomeniny v tejto oblasti alebo reumatizmus a nádorové ochorenia [41, 49]. V prípade uvoľnenia endoprotézy je takisto nutná jej výmena za novú, tzv. reimplantácia [41].

Spôsob, akým chirurg získa prístup k bedrovému kĺbu počas operácie náhrady bedrového kĺbu je rôzny. Pomenované sú podľa smeru, v ktorom sa operácia vykonáva. Najbežnejší prístup sa dnes označuje ako "posterior prístup", ktorý sa vykonáva zo zadnej strany bedra. Niektoré novšie vylepšenia tohto prístupu (malý rez a menšia traumatizácia tkaniva) sa nazývajú "mini posterior prístup". Ďalší v súčasnosti populárny prístup je známy ako "anterior prístup", ktorý sa vykonáva z prednej časti bedra. Laterálny prístup sa používa menej často [50, 51].

V ďalšom kroku dochádza k uvoľňovaniu a preparácii okolitého svalstva. Následkom čoho je pooperačná obmedzená pohyblivosť a nutné dodržiavanie pokoja, aby nedošlo k vykĺbeniu implantátu v dobe hojenia (4-6 týždňov) [50, 51]. Nasleduje odstránenie poškodenej hlavice bedrového kĺbu. Počas tohto procesu operatér hlavicu najprv vykĺbi a následne odstráni pomocou oscilačnej píly v časti krčku stehennej kosti [1].

Potrebné je upraviť aj oblasť kĺbovej jamky v panvovej kosti tak, aby tam polkruhový plášť acetábulárneho komponentu endoprotézy presne zapadol. To sa vykonáva frézou, ktorou sa obrúsi chrupavka a časť kosti kĺbovej jamky [1, 50]. Ešte pred samotnou implantáciou sa chirurg ubezpečí pomocou skúšobnej komponenty, že implantát sedí s vyfrézovanou jamkou. Až potom sa aplikuje finálny komponent [1].

Obdobne dochádza k implantácii femorálneho komponentu. Opäť chirurg vyfrézuje kanál do spongiózy femuru, ktorý veľkostne zodpovedá driekovej časti endoprotézy. Tá sa následne po otestovaní veľkosti vyfrézovaného kanálu počas operácie osadí [1, 50]. V poslednom kroku je nasadená na femorálnu časť hlavica tak, aby bola dosiahnutá vyhovujúca stabilita a pevnosť kĺbového spojenia [1].

Napriek tomu, že aloplastika je v zásade bezpečný zákrok, ako pri každej operácii, môžu nastať pooperačné komplikácie. Väčšine komplikácií sa však možno vyhnúť vhodnou liečbou a rehabilitáciou. Najčastejšími komplikáciami sú napr. trombóza, infekcia kože a tkanív v blízkosti protézy, už spomínané vykĺbenie protézy či zmena dĺžky nôh [41, 49].

Celková náhrada bedrových kĺbov vydrží približne 15-20 rokov. Pomerne presný spôsob, ako premýšľať o životnosti, je prostredníctvom ročnej miery zlyhania. Väčšina aktuálnych údajov naznačuje, že náhrady bedrového kĺbu majú ročnú mieru zlyhania medzi 0,5-1,0 %. To znamená, že šanca, že váš kĺb vydrží 10 rokov, je 90-95 % a 80-85 %, že vydrží 20 rokov. Avšak z dlhodobého hľadiska sú dôležité pravidelné kontroly a návštevy chirurga, aby bolo zrejmé, že náhrada funguje správne [52].

7.1.5 Skúška mechanických vlastností endoprotéz bedrového kĺbu

Norma ISO 7206 popisuje rôzne testy keramických hlavíc ako sú napr. únavové cyklické skúšky (ISO 7206-4), torzné skúšky (ISO 7206-13) na vyhodnotenie medzného stavu únavovej pevnosti alebo skúšky kvality povrchu keramickej hlavice (ISO 7206-2) [52].

Norma ISO 7206-10 definuje jednu z najpoužívanejších skúšok pevnosti hlavice totálnej a cervikokapitálnej endoprotézy bedrového kĺbu zaťaženú uniaxiálne v ťahu alebo v tlaku [52]. Hlavica je modulárne spojená s driekom a zaťažená až do zlyhania [52, 53]. Hodnota aplikovaného namáhania je o niečo vyššia než maximálne fyziologické namáhanie, ktoré ešte nespôsobí zlyhanie hlavice v mieste bez akejkoľvek poruchy [53]. Zaťaženie je distribuované prostredníctvom zaťažovacieho kužeľa, ktorého vrcholový uhol je normou definovaný ako 100° [52, 53]. Testovanie spolu s detailom je vidieť na obr. 7.7.



Obr. 7.7: Skúška keramickej hlavice endoprotézy [52] (upravené)
8 Rozbor problému

Keďže výpočet pravdepodobnosti porušenia pomerne jednoduchého keramického vzorku charakteru nosníka namáhaného ohybom za vzniku stavu jednoosovej napätosti s možnosťou analytického výpočtu napätia bol uskutočnený už v bakalárskej práci [55], budú kalkulácie v tejto diplomovej práci obmedzené na stav trojosovej napätosti v telese.

V prvotnom štádiu výpočtovej časti práce je riešené valcové teleso. Zmyslom tejto voľby je nenáročnosť analytického vyjadrenia trojosovej napätosti v telese a následné určenie hlavných napätí vstupujúcich do vzťahov pre výpočet pravdepodobnosti porušenia podľa Weibullovej teórie najslabšieho článku. To umožňuje vykonať porovnanie výsledných hodnôt pravdepodobnosti porušenia vychádzajúcich jednak z analytického výpočtu napätia a na druhej strane z napätia zisteného metódou konečných prvkov v jednotlivých uzloch konečno-prvkovej siete. Zároveň s touto komparáciou bude počítaných niekoľko variant zaťaženia keramického valca, čo vedie k analýze vplyvu znamienok hlavných napätí. Takisto bude realizovaná analýza vplyvu veľkosti zaťaženia.

Pri kalkuláciách pravdepodobnosti porušenia ideálnej keramickej hlavice endoprotézy bedrového kĺbu a hlavice s imperfekciou typu ovalita sú zužitkované informácie a postupy overené porovnaním výsledných pravdepodobností porušenia keramického valca. Analyzovaný bude vplyv trenia v kontaktoch hlavice s driekom a hlavice so zaťažujúcim kužeľom a takisto vplyv hodnoty penetrácie v týchto kontaktoch na výslednú pravdepodobnosť porušenia.

8.1 Systém podstatných veličín

Pre všetky zmienené výpočty vykonané v tejto práci je vytvorený nasledovný systém podstatných veličín.

Okolie entity

Pre valcové teleso nie je uvažované žiadne okolie. Rovnako to platí aj pre modely hlavice, či už ideálny alebo s imperfekciou. Napriek tomu, že sa endoprotéza reálne nachádza v biologickom prostredí organizmu človeka, v tejto práci je modelovaná skúška keramickej hlavice endoprotézy bedrového kĺbu podľa ISO 7206, ktorá je vykonávaná v bežnom prostredí, a teda jeho vplyv na správanie a pravdepodobnosť porušenia hlavice nie je uvažovaný.

Geometria a topológia entity

Rozmery valcového telesa sú určené ako deterministické. Jedná sa o vonkajší a vnútorný polomer a jeho dĺžku volené tak, aby boli splnené predpoklady hrubostenného valcového telesa podľa pružnosti a pevnosti [58], a vznikal tu trojosový stav napätosti popísaný radiálnou, tangenciálnou a osovou zložkou napätia. Keďže ide o teleso rotačne symetrické, javilo by sa ako vhodná voľba axisymetrický 2D model. Vo vzťahoch pre pravdepodobnosť porušenia ale vystupuje objem elementov, preto bola modelovaná jedna osmina telesa.

Keramická hlavica endoprotézy je takisto rotačne symetrická. Obdobne ako u valcového telesa bola modelovaná len jej časť. V tomto prípade ide o jednu štvrtinu. Model pozostáva z keramickej hlavice zaťaženej prostredníctvom zaťažovacieho kužeľa s vrcholovým uhlom 100° nasadenej na driek podporený suportom. Všetky rozmery sú uvažované ako deterministické a časovo inherentné.

Geometria samotnej hlavice je prevzatá z výrobných výkresov. V týchto výkresoch ale nie je dostatočne zakótovaný konštrukčný zápich v oblasti prechodu medzi otvorom v hlavici a kužeľovitým otvorom, a nie je teda možné vytvoriť celú geometriu modelu len podľa týchto dokumentov. Preto sú namerané hodnoty jednotlivých bodov popisujúcich geometriu tejto oblasti, pomocou ktorých je možné model následne vytvoriť, prevzaté z práce Ing. Vargu [57]. Keďže táto oblasť sa pre jednotlivé modely nemení, ovplyvnené budú všetky rovnakým spôsobom a zároveň maximálne hodnoty hlavných napätí nie sú v tejto oblasti vykazované. Vzájomné porovnanie výsledkov a analýza vplyvu imperfekcie typu ovalita voči ideálnemu stavu je teda adekvátne.

Väzby entity na okolie

V prípade valcového telesa sú využité iba väzby vychádzajúce zo symetrie telesa, keďže je uvažovaná statická rovnováha. Tieto väzby sú potrebné len z hľadiska výpočtového modelovania a MKP, aby bolo zamedzené pohybu telesa v priestore ako celku a mohol prebehnúť výpočet.

U modelu skúšky ISO 7206 je posuv v smery v zamedzený v oblasti suportu, kde je obmedzená deformácia v tomto smere. Hlavica je nasadená na driek, čo zamedzuje jej posuvu v radiálnom smere. Zároveň sú opäť aplikované väzby obmedzujúce príslušné posuvy vychádzajúce zo symetrie celého modelu.

Aktivácia entity

Valcové teleso je zaťažované časovo nezávislým plošným konštantným osovým a radiálnym zaťažením. Charakter tohto zaťaženia (ťah/tlak) závisí od počítanej varianty, ktorých je niekoľko a ich vplyv na pravdepodobnosť porušenia je v práci analyzovaný.

Keramická hlavica nasadená na driek je zaťažovaná prostredníctvom zaťažovacieho kužeľa. Ten je aktivovaný posuvom vo vertikálnom smere, ktorý je takisto časovo inherentný a konštantný po celej ploche kužeľa.

Napriek tomu, že v realite je endoprotéza bedrového kĺbu pri bežnej chôdzi človeka zaťažovaná dynamicky, v súčasnosti nie je známy popis pravdepodobnosti porušenia pri takomto zaťažovaní, a preto je uvažované zaťaženie statické.

Ovplyvňovanie entity

Ovplyvňovanie pravdepodobnosti porušenia valcového telesa okolím sa nepredpokladá, keď že ide o modelové teleso v statickej rovnováhe s väzbami aplikovanými na základe jeho symetrie.

Pravdepodobnosť porušenia keramickej hlavice takisto nie je podľa predpokladov ovplyvnená okolím entity (viď kap. 8.1.1), avšak významný vplyv môže vykazovať zmena geometrie, t. j. tvarové odlišnosti dané napr. nepresnosťou výroby (vplyv imperfekcie typu ovalita analyzovaný v tejto práci).

Odborové vlastnosti entity

Tieto vlastnosti možno popísať pre všetky modelové telesá so svojou charakteristickou geometriou, rozmermi (viď kap. 8.1.2) a objemom. Tie sú vyrobené z keramiky na báze oxidu hlinitého s daným modulom pružnosti v ťahu a Poissonovým pomerom. Model materiálu dobre popisujúci jeho reálne správanie je zvolený izotropný a lineárne-elastický.

Pevnosť keramiky je stochastická veličina s určitým rozptylom, ktorú je možné popísať Weibullovým rozdelením pravdepodobnosti a jeho parametrami, ktorými sú vo vzťahu k výpočtom pravdepodobnosti porušenia keramických materiálov Weibullov modul, prahová hodnota napätia a tzv. charakteristické napätie.

Procesy a stavy na entite

Všetky úlohy sú riešené a popísané z hľadiska makromechaniky, čo nezahŕňa procesy prebiehajúce vo vnútornej štruktúre keramiky počas aplikácie zaťaženia, ako je šírenie

iniciačnej trhliny, čo vedie k nestabilnému šíreniu a krehkému lomu súčasti, a preto ich nie je možné klasifikovať ako stavy a procesy na entite.

Prejavy entity do okolia

Vo všetkých prípadoch dochádza vplyvom aktivácie entity k jej deformácii a potom ku vzniku napätosti v telese. Vo valcovom telese i hlavici endoprotézy vzniká stav trojosovej napätosti, ktorý ovplyvňuje proces výpočtu pravdepodobnosti porušenia a príslušné vzťahy.

Valcové teleso je naťahované, resp. stlačované v osovom smere (podľa varianty zaťaženia), takisto je deformované v radiálnom smere podľa predpokladov o deformácii hrubostenného valca v [58]. Keramická hlavica je vo vertikálnom smere stlačovaná, čo spôsobuje zároveň jej deformáciu vo smere radiálnom a postupnému zasunutiu drieku do otvoru hlavice.

Dôsledky prejavov v okolí entity

Keramické materiály porušujú sa prevažne krehkým lomom. Ten súvisí s pravdepodobnosťou porušenia telesa popisujúcou možnosť vzniku takéhoto lomu, ktorý sa nestabilne šíri a vedie k porušeniu celistvosti telesa a jeho úplnému znehodnoteniu. Platí, že pravdepodobnosť porušenia narastá s rastúcimi hodnotami napätia. Zároveň ale k lomu dochádza takmer bezprostredne po, vzhľadom k vysokému Youngovmu modulu, pomerne malej elastickej deformácii a hodnotách napätia často nižšími, než je medza klzu. Toto tvrdenie prakticky obmedzuje prípadný výskyt medzného stavu deformácie. Ten v práci uvažovaný, vzhľadom k jeho neexistujúcemu vplyvu na pravdepodobnosť porušenia, nie je.

8.2 Zvolená metóda riešenia

Prvým krokom bolo určenie napätosti v telese s využitím MKP. Použité boli lineárne 3D prvky typu SOLID. V prípade kontaktných plôch ide o prvky TARGE a CONTA.

Lineárne elementy v porovnaní s kvadratickými znižujú výpočtovú náročnosť MKP simulácii, ktorá rastie s počtom využitých prvkov. Zároveň platí, že ANSYS Workbench neukladá hodnoty napätí v uzloch v strede hrán elementov, ktoré sú v porovnaní s lineárnymi prvkami navyše, a tie neprispievajú k hodnote pravdepodobnosti porušenia. Práve preto boli použité lineárne prvky a jemnejšia sieť, než kvadratické a hrubšia sieť.

Napriek tomu, že pre výpočet pravdepodobnosti porušenia boli použité spriemerované hodnoty napätí, je ďalej v práci dokázané, že pri dostatočnej jemnosti siete je napätosť náležite popísaná a výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia sú relevantné a vykazujú hodnoty porovnateľné s výsledkami vychádzajúcimi z nespriemerovaných napätí.

Hodnoty napätí v uzloch siete, objemy elementov a informácie o ich uzloch boli následne spravované v MATLAB-e, kde bol vytvorený algoritmus výpočtu pravdepodobnosti porušenia telesa podľa Weibullovej teórie najslabšieho článku popisujúcu vplyv distribúcie a orientácie trhlín v štruktúre materiálu (tú nedokáže explicitne popísať a vyjadriť MKP). Pôvodné integrálne vzťahy boli teda pre tieto potreby upravené a integrácia cez objem súčasti nahradená sumou cez jednotlivé prvky a ich uzly MKP siete.

8.3 Zvolený software a hardware

K riešeniu boli využité nasledovné softvéry. ANSYS Workbench 2021 R2, v ktorom bol vytvorený výpočtový model a MATLAB R2020b, kde boli následne spracované dáta.

Výpočty boli realizované prostredníctvom vzdialeného prístupu k počítaču v učebni ÚMTMB a notebooku Hp Probook 450 G6, procesor: Intel Core i5 – 8265U Whiskey Lake, RAM: 8GB, operačný systém: Windows 10 Pro.

9 Pravdepodobnosť porušenia valcového telesa

Ako ilustračný výpočet pre lepšiu interpretáciu samotného postupu výpočtu pravdepodobnosti porušenia keramického telesa bolo zvolené valcové teleso. Vyjadrenie trojosového stavu napätosti v telese analytickým spôsobom umožňuje komparáciu hodnôt pravdepodobnosti porušenia vychádzajúcej z takto zistených priebehov napätí a výsledkov vychádzajúcich z MKP analýzy. Poskytuje sa teda príležitosť verifikovať správnosť algoritmu riešenia pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice endoprotézy bedrového kĺbu pomocou dát získaných numerickou metódou konečných prvkov.

9.1 Geometria modelového telesa

Na obr. 9.1 je vidieť už spomínané valcové teleso. Rozmery sú zvolené tak, aby boli podľa [58] splnené predpoklady hrubostenného valcového telesa, v ktorom vzniká stav 3 – osovej napätosti. V cylindrickom súradnicovom systéme teda vzniká napätie radiálne, obvodové a osové, ktoré zároveň predstavujú 3 hlavné napätia [58].

Vzhľadom k mechanickým vlastnostiam keramických materiálov (kap. 5.3) je model materiálu volený ako lineárne elastický a izotropný s modulom pružnosti $E = 390\ 000\ MPa$ a Poissonovým pomerom $\mu = 0,24$. Materiálové charakteristiky sú prevzaté zo zdroja [56].

Vnútorný polomer valčeka je $R_1 = 30 \text{ mm}$, vonkajší polomer $R_2 = 50 \text{ mm}$ a jeho dĺžka L = 100 mm. Zaťažený je radiálne konštantným plošným ťahovým zaťažením $p_1 = 20 \text{ MPa}$ na vonkajšej stene a súčasne konštantným osovým tlakovým zaťažením $p_2 = 15 \text{ MPa}$. Pre lepšiu vizuálnu predstavu je spolu s rozmermi na obr. 9.1 symbolicky znázornený aj charakter zaťaženia. Ten je volený opäť tak, aby teleso splňovalo predpoklady valca podľa teórie pružnosti a pevnosti, lit. [58].



Obr. 9.1: Valcové teleso: rozmery a charakter zaťaženia

9.2 Stanovenie napätia analyticky

Postup analytického výpočtu priebehu hlavných napätí valcového telesa a všetky vzťahy uvedené v tejto kapitole vychádzajú zo zdroja [58]. Prvým krokom je určenie modulu pružnosti v šmyku G a Lamého konštanty λ podľa rovností (9.1) a (9.2). V oboch vystupujú modul pružnosti v ťahu E a Poissonov pomer μ . Následne sú tieto rovnosti využívané v ďalších vzťahoch.

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{390\ 000}{2(1+0.24)} = 157\ 258.1\ MPa$$
(9.1)

$$\lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} = \frac{390\ 000\ \cdot 0,24}{(1+0,24)(1-2\cdot 0,24)} = 145\ 161,3\ MPa \qquad (9.2)$$

Následne sa vyjadria funkcie radiálneho, tangenciálneho a axiálneho napätia (9.3) - (9.5), do ktorých sa vhodne doplnia okrajové podmienky podľa charakteru zaťaženia. Tieto podmienky sú vyjadrené pomocou (9.6) - (9.8).

$$\sigma_{\rm r} = A - \frac{B}{R^2} + \lambda \varepsilon_{\rm z} \tag{9.3}$$

$$\sigma_{\rm t} = A + \frac{B}{R^2} + \lambda \varepsilon_{\rm z} \tag{9.4}$$

$$\sigma_{\rm z} = 2\mu A + (2G + \lambda)\varepsilon_{\rm z} \tag{9.5}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1: \ \mathbf{\sigma}_r = \mathbf{0} \tag{9.6}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_2: \ \mathbf{\sigma}_r = \mathbf{p}_1 \tag{9.7}$$

$$z = L: \sigma_z = -p_2 \tag{9.8}$$

Výsledkom sú konštanty A = 42,416 MPa , B = 28 125 N a ε_z = -7,692e-5 . Tie sa dosadia do (9.3) – (9.5), pomocou ktorých je možné zistiť priebehy hlavných napätí v závislosti na hrúbke valcového telesa. Na polomeroch R₁ a R₂ sú hodnoty tangenciálneho napätia 62,5 MPa a 42,5 MPa a radiálneho napätia 0 MPa a 20 MPa. Axiálne napätie je konštantné s veľkosťou - 15 MPa predstavujúcu pôsobiaci axiálny tlak. Analyticky zistená závislosť je zobrazená na obr. 9.2.



Obr. 9.2: Priebeh hlavných napätí zistený analyticky

Výpočet napätia bol realizovaný v prostredí programu MATLAB. Využité boli skripty už vytvorené a predovšetkým overené v bakalárskej práci [55], čo umožňuje predpoklad správnosti analytického výpočtu napätia vo valcovom telese a následnú relevantnosť a možnosť overenia výsledkov ďalších numerických výpočtov v tejto práci.

9.3 Diskretizácia modelu

Priebehy napätia valcového telesa boli určované okrem analytického spôsobu popísaného vyššie aj numericky pomocou metódy konečných prvkov, ďalej len MKP. Bolo teda potrebné vytvorený model diskretizovať.

Uskutočnená bola analýza citlivosti siete, pričom boli navrhnuté tri MKP siete (obr. 9.3) pozostávajúce z lineárnych 3D elementov. Počet prvkov a ich uzlov je prehľadne uvedený v tab. 9.1.

	Počet uzlov	Počet elementov
Sieť A	216	125
Sieť B	891	640
Sieť C	5 824	4 875

Tab. 9.1: Počet uzlov a elementov MKP siete



Obr. 9.3: MKP siete: A (vlavo), B a C (vpravo)

9.4 Stanovenie napätia pomocou MKP

Keďže je model umiestnený voľne v priestore, pri numerických výpočtoch okrajové podmienky predstavuje zaťaženie axiálnym a radiálnym tlakom a uvažovaná symetria v troch osiach, modelovaná je teda len jedna osmina valcového telesa.

Obr. 9.4 obsahuje grafické porovnania priebehov 3 hlavných napätí po hrúbke telese zisteného analyticky a numericky. Vo všetkých prípadoch je vidieť priebeh mocninnej funkcie tangenciálneho a radiálneho napätia s extrémami na vnútornom polomere a konštantné osové napätie, čo súhlasí s [58]. Takisto platí, že hodnota tangenciálneho napätia je vyššia v porovnaní s radiálnym napätím a dotyčnicové napätie teda možno pokladať za prvé hlavné napätie.



Obr. 9.4: Analyticky a numericky zistené priebehy hl. napätia vo valcovom telese

Korelácia numericky a analyticky zistených hodnôt jednotlivých napätí je pri použití siete A nedostatočná. V obr. 9.4 v závislosti pre túto sieť je vidieť pomerne veľkú odchýlku v hodnotách napätí na vonkajšom a vnútornom polomere telese. So zjemňujúcou sa sieťou sa ale tento rozdiel hodnôt znižuje. V prípade diskretizácie B a C je zhoda pomerne dostačujúca.

Pre predstavu sú extrémy funkcii tangenciálneho a radiálneho napätia v mieste vnútorného a vonkajšieho polomeru valca pre všetky siete zosumarizované v tab. 9.2.

	σ _t [Ν	/IPa]	σ _r [MPa]		
	$r=R_1$	$r=R_2$	$r=R_1$	$r=R_2$	
Analytické riešenie	62,50	42,50	0,00	20,00	
Siet' A	63,22	42,40	2,77	19,33	
Siet' B	63,04	42,34	0,28	19,81	
Siet' C	62,74	42,44	0,18	19,88	

Tab. 9.2: Hodnoty extrémov funkcii hlavných napätí valcového telesa

Nutné je preskúmať aj vplyv hustoty siete a voľbu spriemerovaných výsledkov napätí v uzloch na výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia. Tá bude práve z toho dôvodu počítaná pre všetky tri vytvorené MKP siete a zároveň pre spriemerované i nespriemerované hodnoty napätí v jednotlivých uzloch.

9.5 Určenie pravdepodobnosti porušenia

Po vyhodnotení napäťového stavu v keramickom valcovom telese je možné spočítať jeho pravdepodobnosť porušenia. Tá bola počítaná pre hodnoty napätia získané analyticky aj numericky.

V tomto prípade pri analyticky určených hodnotách napätí sa hlavné napätia stanovia jednoducho z grafu 9.2. Je vidieť, že prvým hlavným napätím je tangenciálne, druhým radiálne a tretím hlavným napätím je konštantné axiálne napätie. Vzťahy (6.3) - (6.5) s už vypočítanými konštantami sa teda dosadili do rovností (6.15) a následne do (6.16) pre normálové a ekvivalentné napätie. Tie vystupujú v rovniciach pre riziko porušenia (6.17) a pravdepodobnosť porušenia súčasti (6.18).

Tento postup tvorí základ skriptu vytvorenom v programe MATLAB, prevzatom a už overenom v bakalárskej práci [55]. Upravené boli iba vstupné hodnoty. Časť tohto skriptu s výpočtom pravdepodobnosti je na obr. 9.5.

```
sigmar=@(r) A-(B./(r.^2))+(lambda*Ez);
sigmat=@(r) A+(B./(r.^2))+(lambda*Ez);
sigmaz=p2;
sigma1=@(r) sigmat(r);
sigma2=@(r) sigmar(r);
sigma3=sigmaz;
sigman=@(r,fi,theta) (sigma1(r).*(cos(fi)).^2+sigma2(r).*(sin(fi)).^2).*(sin(theta)).^2+sigma3.*(cos(theta)).^2;
sigmae=@(r,fi,theta) (sigman(r,fi,theta)+abs(sigman(r,fi,theta)))./2;
f=@(theta,fi,r) (2.*m+1).*1./(sigma0.^m).*r.*sin(theta).*sigmae(r,fi,theta).^m;
Bp=integral3(f,0,pi/2,0,2*pi,r1,r2);
Pf=(1-exp(-Bp))*100;
```

Obr. 9.5: Časť skriptu pre výpočet P_f vychádzajúci z analyticky zisteného napätia

Na rozdiel od vzťahov využitých v bakalárskej práci [55], kde boli napätia počítané len analytickým spôsobom, pri výpočte pravdepodobnosti porušenia súčasti z numericky zistených hodnôt napätia v diplomovej práci je možné integrál cez objem telesa V vo vzťahu (6.17) pre riziko porušenia B nahradiť sumou cez jednotlivé elementy výpočtového telesa a im príslušné uzly. Riziko porušenia B a pravdepodobnosť porušenia je teda možné pre diskrétny model vyjadriť nasledovne.

$$B = \sum_{i=1}^{N} \left[\sum_{j=1}^{M} \frac{2m+1}{2\pi \cdot \sigma_{0}^{m}} \left(\int_{0}^{2\pi} \left(\int_{0}^{\pi/2} \left(\sigma_{eij} \right)^{m} \sin\theta \, d\theta \right) d\phi \right) \Delta V_{ij} \right]$$
(9.9)

$$P_{f} = 1 - e^{-\sum_{i=1}^{N} \left[\sum_{j=1}^{M} \frac{2m+1}{2\pi \cdot \sigma_{0}^{m}} \left(\int_{0}^{2\pi} \left(\int_{0}^{\pi/2} \left(\sigma_{eij} \right)^{m} \sin\theta \, d\theta \right) d\phi \right) \Delta V_{ij} \right]}$$
(9.10)

Vo vzťahoch (9.9) a (9.10) vystupujú nové premenné N, M a ΔV predstavujúce počet elementov a uzlov a objem prislúchajúci konkrétnemu uzlu. Keďže MKP sieť je tvorená lineárnymi prvkami typu SOLID, kedy má každý element 8 uzlov, je tento objem rovný osmine celkového objemu daného prvku.

Na rozdiel od predošlých prác venujúcej sa tejto problematike sa podarilo pre výpočet rizika a pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice použiť spriemerované hodnoty napätia. Vhodnosť ich použitia pri dostatočne hustej sieti konečných prvkov je analyzovaná v tejto kapitole. Výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia sú teda porovnávané nie len s analytickým riešením ale i s riešením vychádzajúcim z nespriemerovaných a spriemerovaných hodnôt napätia.

Z výpočtového modelu bolo okrem spomenutých hodnôt hlavných napätí v uzloch potrebné získať aj objemy jednotlivých elementov, číslovanie elementov a im príslušných uzlov. Dáta boli následne exportované z programu ANSYS Workbench vo formáte .txt a importované do MATLABu, kde bol vytvorený algoritmus výpočtu pravdepodobnosti porušenia s využitím numerickej integrácie pomocou implementovanej funkcie quad2d a vzťahov (9.9) a (9.10). Časť skriptu so spomínaným algoritmom výpočtu je zobrazený na obr. 9.6.

```
%calculation of probability of failure
for i=1:length(elemnum)
    for j=1:8
        n=elem_node(i,j+1);
        sigman=@(fi,theta) (s1(n).*(cos(fi)).^2+s2(n).*(sin(fi)).^2).*(sin(theta)).^2+s3(n).*(cos(theta)).^2;
        sigmae=@(fi,theta) (sigman(fi,theta)+abs(sigman(fi,theta)))./2;
        bb=@(theta,fi)(2.*m+1).*1./(2.*pi.*sigma0.^m).*sin(theta).*sigmae(fi,theta).^m.*volu(i)./8;
        Bb(i,j)=integral2(bb,0,pi/2,0,2*pi);
        end
end
```

Obr. 9.6: Časť skriptu pre výpočet P_f vychádzajúca z numericky zistených napätí

Hodnoty rizika a pravdepodobnosti porušenia valcového telesa boli, ako už bolo spomenuté, počítané dvoma spôsobmi vychádzajúcimi z analytického a numerického výpočtu priebehu napätí v telese. Zároveň sú výsledky napätí z numerických výpočtov interpretované ako ich spriemerované a nespriemerované hodnoty v uzloch MKP siete. Všetky spomenuté výsledky sú prehľadne zoradené v tab. 9.3 spolu s relatívnou odchýlkou pravdepodobnosti porušenia voči analytickému riešeniu v percentách.

			B [-]	P f [%]	Relatívna odchýlka Pf [%]
Analytický výpočet napätia		-	0,0554	5,388	-
	Sieť A	Spriemerované napätie	0,0525	5,119	4,99
		Nespriemerované napätie	0,0588	5,714	6,05
Numerický	Sieť B Sieť C	Spriemerované napätie	0,0536	5,215	3,31
výpočet napätia		Nespriemerované napätie	0,0560	5,446	1,08
		Spriemerované napätie	0,0547	5,320	1,26
		Nespriemerované napätie	0,0541	5,262	2,34

Tab. 9.3: Hodnoty rizika a pravdepodobnosti porušenia

Je vidieť, že výsledky P_f sú v prípade napätia získaného numericky v porovnaní s hodnotami P_f vychádzajúcimi z analytických výpočtov napätia rádovo rovnaké s využitím spriemerovaných i nespriemerovaných hodnôt napätí. Rovnako je možné pozorovať, že v prípade siete A hodnoty vykazujú pomerne veľkú relatívnu odchýlku. Tento fakt je spôsobený najmä nedostatočnou hustotou konečno-prvkovej siete.

Diskretizácie B a C tieto relatívne odchýlky voči analytickému výpočtu napätia znižujú. Vo všetkých výpočtoch pre tieto dve siete sa jedná o hodnoty menšie ako 3,5 %. S rastúcim počtom prvkov MKP siete sa v prípade spriemerovaných napätí dostávame k odchýlke iba približne 1,26 %. Zároveň sa so zvyšujúcim počtom prvkov znižujú rozdiely medzi výpočtami zo spriemerovaných a nespriemerovaných hodnôt napätí.

Pri výpočtoch s diskreditáciou jemnejšou než C, bola pozorovaná oscilácia hodnôt relatívnych odchýlok a preto v tejto práci už nie sú uvedené ako relevantné. Spomínaná oscilácia mohla byť spôsobená jemnou sieťou, kedy sa hodnoty napätí už príliš vzájomne nelíšili a nespresňovali, ale zároveň rástla zaokrúhľujúca chyba numerického výpočtu. Takisto to môže byť spôsobené nepresnosťami vznikajúcimi pri samotnom výpočte pravdepodobnosti porušenia pri numerickej integrácii cez objem prvku podelený príslušným počtom uzlov.

Z uvedeného je teda vhodné konštatovať, že priemerované hodnoty napätia sú pre výpočet pravdepodobnosti porušenia za podmienky dostatočne jemnej siete postačujúce a budú využité v ďalších výpočtoch keramickej hlavice endoprotézy bedrového kĺbu.

9.6 Vplyv znamienok hlavných napätí na pravdepodobnosť porušenia

Pre vyhodnotenie vplyvu ťahového a tlakového charakteru hlavných napätí bolo potrebné vytvoriť viacero variant zaťaženia valcového telesa. V porovnaní s predstaveným modelom v kapitole 9.1 zostáva materiál a geometria rovnaká. Ku zmene dochádza len v okrajových podmienkach analytického a numerického modelu.

Vzhľadom k výsledkom a konštatovaniam predchádzajúcej kapitoly bola využitá sieť C a pre výpočet Pf spriemerované hodnoty napätí v uzloch siete, čo zabezpečuje dostatočne



presné výsledky. Obr. 9.7 obsahuje varianty A – F, pričom variant A predstavuje valcové teleso už počítané v predchádzajúcich kapitolách.

Obr.9.7: Varianty zaťaženia valcového telesa

V prípade všetkých variant bol uplatnený analytický aj numerický postup určenia priebehu hlavných napätí demonštrovaný v predchádzajúcich kapitolách. Pri analytickom výpočte boli opäť využité skripty z bakalárskej práce [55], ktoré bolo potrebné mierne upraviť.

Modifikované boli vstupné hodnoty a okrajové podmienky závisiace na charaktere plošného zaťaženia telesa. Pre prehľadnosť sú tieto okrajové podmienky pre všetky obmeny pôvodného výpočtového modelu uvedené v tab. 9.4.

	$\mathbf{r} = \mathbf{R}_1$	$\mathbf{r} = \mathbf{R}_2$	$\mathbf{z} = \mathbf{L}$
Variant A	$\sigma_r = 0$	$\sigma_r = p_1$	$\sigma_z = -p_2$
Variant B	$\sigma_r = 0$	$\sigma_r = -p_1$	$\sigma_z = -p_2$
Variant C	$\sigma_r = 0$	$\sigma_r = -p_1$	$\sigma_z = p_2$
Variant D	$\sigma_r = 0$	$\sigma_r = p_1$	$\sigma_z = p_2$
Variant E	$\sigma_r = -p_1$	$\sigma_r = 0$	$\sigma_z = p_2$
Variant F	$\sigma_r = -p_1$	$\sigma_r = 0$	$\sigma_z = -p_2$

Tab. 9.4: Okrajové podmienky výpočtových variant valcového telesa

Na nasledujúcom obrázku sú vykreslené priebehy troch hlavných napätí vychádzajúce z numerického výpočtu zodpovedajúce radiálnemu, tangenciálnemu a osovému napätiu. Vo všetkých prípadoch sa jedná o spriemerované hodnoty napätí v príslušných uzloch siete. Je vidieť, že smer aplikovaného zaťaženia ovplyvňuje znamienko týchto hlavných napätí, čo bolo zohľadňované už pri voľbe jednotlivých variant valcového telesa. Vzhľadom na to, že numerické hodnoty pomerne presne kopírujú analyticky zistené priebehy, ako bolo poukázané v kap. 9.4 (obr. 9.4), nie je potrebné zobrazovať priebehy napätia získané oboma spôsobmi.



Obr. 9.8: Numericky zistené priebehy hlavných napätí (variant A-F)

Následne je možné spočítať zo získaných hodnôt napätia pravdepodobnosť porušenia už spomenutým postupom. Z uvedených grafických závislostí ale vyplýva komplikácia u variant B, D a F pri kalkulácii vychádzajúcej z analytického priebehu napätí. Tá spočíva v tom, že v určitej hrúbke valčeka dochádza ku vzájomnému skríženiu dvoch z trojice radiálneho, tangenciálneho a osového napätia. To spôsobuje zmenu analytického popisu hlavného napätia, kedy je, napríklad vo variante B, prvé hlavné napätie reprezentované najprv radiálnym a neskôr osovým napätím.

Vyriešené je to rozdelením výpočtového intervalu na dva menšie intervaly, pričom sa pre každý z nich počíta riziko porušenia súčasti samostatne. Po sčítaní týchto čiastkových výsledkov je možné zistiť celkovú pravdepodobnosť poruchy. Vytvorený skript s týmto algoritmom je pre lepšie pochopenie a demonštráciu postupu výpočtu priložený k diplomovej práci (príloha A).

Výsledky pravdepodobnosti porušenia valca pre jednotlivé varianty vychádzajúce z numerického a analytického riešenia napätia sú zhrnuté v tabuľke 9.5.

	Pf	Dolotívno		
	Analyticky zistené napätie	Numericky zistené napätie	odchýlka Pf [%]	
Variant A	5,39	5,32	1,26	
Variant B	0,00	0,00	-	
Variant C	$2,79 \cdot 10^{-4}$	$2,83 \cdot 10^{-4}$	1,61	
Varinat D	7,34	7,25	1,21	
Variant E	0,24	0,23	1,65	
Variant F	0,15	0,144	1,37	

Tab. 9.5: Výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia pre varianty A-F

Vo všetkých prípadoch je percentuálna odchýlka výsledkov pravdepodobnosti porušenia pri numerickom voči analytickému riešeniu priebehu napätí menšia ako 2 %. Samozrejme platí, že analytické hodnoty by mali byť teoreticky presné, avšak súčasťou analytického aj numerického riešenia pravdepodobnosti porušenia je numerická integrácia vnášajúca nepresnosti do výpočtu. Pri numerickom výpočte je odchýlka ešte znásobená samotnou diskretizáciou modelu.

Zo samotných hodnôt je dôležité vyzdvihnúť variant B, kde v oboch prípadoch vychádza pravdepodobnosť porušenia 0 %, ktorá je spôsobená záporným znamienkom všetkých hlavných napätí. To potvrdzuje, že tlakové napätie neprispieva k šíreniu iniciačnej trhliny a nespôsobuje krehký lom. Ekvivalentné napätie je teda nulové a takisto vychádza nulové riziko porušenia a pravdepodobnosť porušenia.

Veľmi malý výsledok, prakticky blížiaci sa nule, vykazuje aj variant C. Tu je opäť z priebehu hlavných napätí vidieť, že kladné je len osové napätie, ktorého príspevok je pomerne zanedbateľný. Radiálne a tangenciálne napätia vykazujúce najvyššie hodnoty sú záporné a neprispievajú k pravdepodobnosti poruchy.

Naopak vyššie hodnoty Pf dosahujú varianty A a D. Zatiaľ čo u A variantu je hodnota o niečo nižšia, pretože axiálne napätie je jediné záporné, všetky hlavné napätia D variantu sú kladné. Majú teda ťahový charakter a všetky prispievajú k šíreniu trhlín vo vnútornej štruktúre keramiky, čím zvyšujú pravdepodobnosť porušenia súčasti.

9.7 Vplyv veľkosti zaťaženia na pravdepodobnosť porušenia

Vplyv na výslednú pravdepodobnosť porušenia má aj hodnota zaťaženia. Rozbor tohto vplyvu vychádza z výpočtov pravdepodobnosti porušenia variantu E pre rôzne hodnoty p_1 a p_2 . Tie boli menené v intervale < 0,100 >. Výsledky pravdepodobnosti porušenia pre rôzne kombinácie veľkosti zaťaženia sú sumarizované v tab. 9.6.

p ₁ / p ₂	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0	0	0,001	0,176	3,204	22,712	72,243	99,139	100	100	100	100
10	0	0,002	0,212	3,586	24,419	74,542	99,338	100	100	100	100
20	0,006	0,015	0,296	4,175	26,657	77,154	99,516	100	100	100	100
30	0,121	0,171	0,629	5,317	29,864	80,196	99,672	100	100	100	100
40	0,956	1,183	2,107	8,149	35,099	83,867	99,803	100	100	100	100
50	4,661	5,441	7,429	15,567	44,453	88,359	99,902	100	100	100	100
60	16,245	18,197	22,022	32,497	60,246	93,416	99,966	100	100	100	100
70	41,552	44,874	50,245	60,779	80,576	97,688	99,994	100	100	100	100
80	75,406	78,394	82,415	88,206	95,539	99,668	99,999	100	100	100	100
90	96,205	97,079	98,022	99,896	99,962	100	100	100	100	100	100
100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Tab. 9.6: Pravdepodobnosť porušenia pre rôzne kombinácie veľkosti zaťaženia

Je vidieť, že s rastúcou veľkosťou zaťažení sa hodnoty P_f takisto zväčšujú, čo sa dá predpokladať. Takisto platí, že pravdepodobnosť porušenia dosahuje hodnoty 0 – 100 %, čo je rovnako v tabuľke pozorované. Z uvedených hodnôt bola vytvorená aj následná grafická závislosť, kde na vodorovných osiach vystupujú veľkosti p₁ a p₂ a na zvislej zase spočítané hodnoty pravdepodobnosti porušenia.



Obr. 9.9: 3D závislosť pravdepodobnosti porušenia na veľkosti zaťaženia

Obr. 9.9 predstavuje plochu prechádzajúcimi bodmi so súradnicami [p₁, p₂, P_f]. Jeho kolmé priemety do rovín xz a yz predstavujú tzv. S-krivky spomenuté v teoretickej časti práce. Tieto krivky predstavujú distribučnú funkciu pravdepodobnosti, čomu zodpovedá interval hodnôt <0,1>. Ako už bolo spomenuté, s rastúcimi hodnotami zaťaženia krivka takisto rastie, až kým pravdepodobnosť porušenia nenadobudne maximálnu možnú hodnotu 100 %, pri ktorej sa súčasť s určitosťou poruší. Je vidieť, že zmena zaťaženia p₁ spôsobí rýchlejší rast, resp. pokles, krivky ako modifikovanie osového ťahu p₂ (S-krivka predstavujúca priemet do roviny xz je strmšia ako do roviny xy). To znamená, že v situácii, kedy by bolo napätie p₂ napríklad nulové a zvyšovali sa len hodnoty p₁, by k porušeniu určite došlo skôr a pri menšej hodnote zaťaženia ako v porovnaní so stavom, kedy by práve naopak p₁ bolo nulové a menili by sa hodnoty axiálneho zaťaženia.

Vo výsledku sa teda v celej kapitole s výpočtami pre valcové teleso podarilo overiť vytvorený algoritmus pre určenie jeho pravdepodobnosti porušenia vychádzajúci z kalkulácie napätosti v telese numericky pomocou metódy konečných prvkov. Preto je možné prejsť na ďalšie výpočty keramickej hlavice endoprotézy a zistené poznatky tu uplatniť.

10 Pravdepodobnosť porušenia hlavice s ideálnou geometriou

Výpočty pravdepodobnosti porušenia valcového telesa a overenie vytvoreného algoritmu pre tento výpočet umožňuje jeho použite aj pri výpočte pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice endoprotézy bedrového kĺbu. Zvolený výpočtový model, jeho geometria a topológia zodpovedajú výrobným výkresom a skúške podľa ISO 7206 [54] popísanej v teoretickej časti práce, pričom usporiadanie skúšky je rovnako prebrané z [52, 53].

Pri výpočte pravdepodobnosti porušenia bude uvažovaný všeobecný trojosový stav napätosti v telese, keďže, v práci [56] bolo dokázané, že tento predpoklad sa viac približuje realite a zaisťuje presnejšie výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia v prípade kladných hodnôt druhého a tretieho hlavného napätia.

10.1 Tvorba výpočtového modelu

Geometria keramickej hlavice vychádza z výrobných výkresov. Spolu s rozmermi je naznačená na obr. 10.1. Jedná sa o štandardne vyrábanú hlavicu s priemerom 28 mm. Hodnoty jej priemeru, výšky, šírky a uhlu vnútorného otvoru spolu so skosením sú prevzaté zo spomenutej dokumentácie. Geometria v oblasti za kužeľovitým otvorom hlavice, vzhľadom k nedostatočnému určeniu na výkresoch, bola prevzatá z práce Ing. Vargy [57]. Vzaté boli meraním určené hodnoty bodov popisujúcich túto zónu spolu s hĺbkou otvoru a zasunutia drieku, ktorých hodnota sa mierne líši od výkresovej dokumentácie, a nimi bola následne preložená krivka. Súradnice týchto bodov, t. j. vzdialenosť od spodnej hrany keramickej hlavice h a polomer ozn. r sú uvedené v tab. 10.1 podľa vysvetleného označenia. Ing Varga takisto vo svojej práci [57] dokazuje, že táto oblasť z hľadiska napäťového stavu nie je kritická, a jej tvar spolu s výškou zasunutia drieku významne neovplyvní výsledné rozloženie a hodnoty napätia v hlavici endoprotézy, a teda ani hodnotu pravdepodobnosti porušenia.



Obr. 10.1: Geometrie keramickej hlavice endoprotézy

Tab. 10.1: Poloha bodov pre tvorbu geometrie prechodu medzi driekom a hlavicou

r [mm]	6,55	6,55	6,65	6,55	6,35
h [mm]	15,0	14,5	13,9	12,9	11,5

Výpočtový model pozostáva z drieku, na ktorom je nasadená hlavica. Tá je zaťažovaná prostredníctvom zaťažujúceho kužeľu s vrcholovým uhlom 100° tak, aby prenášané zaťaženie bolo rozložené rovnomerne. Jedná sa o úlohu rotačne symetrickú. Preto by bolo možné deformačne-napäťový stav v tomto prípade vyhodnotiť aj prostredníctvom axisymetrickej 2D úlohy. Avšak úloha je modelovaná v 3D priestore. Využitá je symetria modelu, ktorý je vytvorený ako jedna štvrtina, čo výrazne skráti čas potrebný na výpočet v porovnaní s modelovaním celého telesa. Zároveň je jednoduchšie získať priamo objemy elementov pre výpočet pravdepodobnosti porušenia. To je dôvod nevyužitia už spomenutej možnosti modelovať úlohu ako rovinnú pomocou osovej symetrie. Na obr. 10.2 je pre lepšiu predstavu zobrazené usporiadanie jednotlivých komponentov modelu.



Obr. 10.2: Komponenty výpočtového modelu

Rovnako ako v prípade valcového telesa je uvažovaným materiálom keramika na báze oxidu hlinitého, ktorej model správania sa je zvolený ako izotropný, lineárny a elastický. Materiálové konštanty popisujúce tento model sú modul pružnosti v ťahu E = 390 GPa a Poissonov pomer $\mu = 0,24$. Na voľbe materiálu závisia aj parametre dvojparametrického Weibullovho rozdelenia náhodnej veličiny využité neskôr pri výpočte pravdepodobnosti porušenia. Ide o Weibullov modul m = 7,19 a prahovú hodnotu napätia $\sigma_0 = 473,8$ MPa [56]. Driek endoprotézy bedrového kĺbu a zaťažovací kužeľ sú z bežnej ocele s Youngovým modulom E = 210 GPa a Poissonovým pomerom $\mu = 0,33$ [56], ktorej správanie je takisto predpokladané izotropné a lineárne-elastické.

Okrajové podmienky modelu sú tvorené dvoma rovinami symetrie, na ktoré boli predpísané príslušné nulové normálové posuvy. Keďže platí, že driek sa môže deformovať v radiálnom a obvodom smere, je v mieste upevnenia drieku nulová len vertikálna zložka

posuvu. Zvolené bolo deformačné zaťaženia v zápornom smere y s hodnotou v = 0,08 mm. Toto deformačné zaťaženie umožňuje zrýchlenie výpočtu a zlepšenie jeho konvergencie v porovnaní s aplikovaním silového zaťaženia. Spomenuté väzby a zaťaženie sú zobrazené na obr. 10.3.



Obr. 10.3: Topológia výpočtového modelu spolu s rozmermi kužeľu a drieku

10.2 Diskretizácia modelu

Pre diskretizáciu výpočtového modelu boli využité lineárne prvky typu SOLID185. Tie boli použité z dôvodu skrátenia potrebného výpočtového času v porovnaní s prvkami kvadratickými. Zároveň platí, že ANSYS Workbench neukladá hodnoty napätia v uzloch, ktoré sú v porovnaní s prvkami lineárnymi navyše, t. j. v strede hrán prvkov. Tie teda neovplyvnia ani nespresnia výslednú pravdepodobnosť porušenia, preto sú použité práve lineárne prvky s jemnejšou sieťou konečných prvkov. Samozrejme platí, že rozloženie napätia musí byť v keramickej hlavici popísané s dostatočnou presnosťou.

V mieste kontaktu sa jedná o prvky CONTA174 a TARGE170. Oba kontakty sú definované ako kontakty dvoch plôch. V prípade kontaktu hlavice a zaťažovacieho kužeľa bola definovaná plocha hlavica vzhľadom k jej tvaru ako kontaktná, a rovinná plocha kužeľa ako cieľová. V kontakte hlavice a drieku je voľba prispôsobená tomu, že kontaktné plochy majú rovnaký tvar ale rozdielne tuhosti. Kontaktnou plochou je teda menej tuhá plocha drieku a vnútorný otvor hlavice tvorí cieľovú plochu v súlade s [59].

Výpočet pravdepodobnosti porušenia bol uskutočnený celkovo na štyroch rôznych konečno-prvkových sieťach. Tie sú vidieť na obr. 10.4. V tab. 10.2. sú prehľadne zosumarizované počty prvkov a uzlov týchto sietí.

	Počet uzlov	Počet prvkov
Siet' A	11 316	9 680
Siet' B	44 890	40 716
Siet' C	109 823	102 340
Siet' D	274 945	260 814







V ďalších kapitolách budú tieto siete využité pri určení napätia v telese a následne pri výpočte pravdepodobnosti porušenia. Použitie rôznych diskretizácií poskytuje možnosť analyzovať vplyv hustoty siete konečných prvkov nie len na rozloženie napätia v telese, ale aj na hodnoty rizika a pravdepodobnosti porušenia.

Pri analýzach vplyvu koeficientu trenia na kontaktných plochách a vplyvu penetrácie kontaktných plôch budú, vzhľadom k nižšej časovej náročnosti výpočtu a potrebného množstva pamäte, aplikované siete s menším počtom elementov. Tie sú postačujúce pre určenie napätia v telese, avšak ich vplyv na výslednú hodnotu pravdepodobnosti porušenia nemusí byť hneď jasný, a preto bude rozobraný v práci ďalej.

10.3 Analýza vplyvu veľkosti koeficientu trenia na kontaktných plochách

Vzhľadom k charakteru úlohy a kontaktom, ktoré do nej vnášajú nelinearitu, je nutné analyzovať rôzne vplyvy nepochybne ovplyvňujúce výsledné hodnoty napätia a teda i samotnej pravdepodobnosti porušenia.

Pri zaťažení hlavice zatlačením na kužeľ sa do jej otvoru postupne zasúva driek, pričom pôsobí trenie. Koeficient trenia, ktorý tento jav kvantifikuje je ale pomerne ťažko určiť. Ako uvádza [57], jeho hodnoty pre rozhranie materiálov keramika/oceľ sa v rôznych literatúrach pomerne líšia. To je dôvodom analýzy vplyvu voľby koeficientu trenia na kontaktných plochách výpočtového modelu.

Z dôvodu množstva výpočtov, ktoré boli v spojení s touto analýzou vykonané, a tým spojenou časovou náročnosťou, bola využitá sieť B. Tá je pomerne jemná a vykazuje dobré výsledky, na ktorých je rozbor problému už možný. Zároveň je určenie rozloženia napätia pomerne rýchle a pre tieto účely dostačujúce.

Riešenie prebiehalo pre 3 koeficienty trenia μ . Jedná sa o hodnoty 0,1, 0,2 a 0,3. V tom prípade bol definovaný typ kontaktu s trením, v ANSYSe tzv. "frictional". Kalkulácie prebehli aj pre kontakt bez trenia, tzv. "frictionless" kontakt.

Pre každý výpočet bol nastavený algoritmus riešenia kontaktných plôch metódou "Augmented Lagrange". Tá vo väčšine prípadov poskytuje dobrú podmienenosť riešenia. Hodnota penetrácie bola tento krát ponechaná prednastavená softvérom. Vplyv voľby tejto hodnoty na pravdepodobnosť porušenia keramickej hlavice endoprotézy bude rozobraný v ďalšej kapitole.

Niektoré hodnoty pre koeficient trenia 0,1 sú pre ilustráciu zhrnuté aj v tab. 10.3, ktorá obsahuje maximum prvého hlavného napätia a silu F prenášanú driekom, ktorej získaná hodnota z výpočtu je, vzhľadom k symetrii modelu, štvornásobne nižšia než uvedená.

	v [mm]	σ1-max [MPa]	F [N]
l	0.04	65,13	2 568,44
	0.08	132,14	5 213,61
	0.12	199,51	7 873,24
μ = 0,1	0.16	267,04	10 549,83
	0.20	334,64	13 230,14
	0.24	402,29	15 917,25
	0.28	469,96	18 602,90

Tab. 10.3: Hodnoty maxima prvého hlavného napätia a stykovej sily pre $\mu =$	stykovej sily pre $\mu = 0$,	i stykovej	napätia a	hlavného	prvého	maxima	Hodnoty	10.3:	Tab.
---	-------------------------------	------------	-----------	----------	--------	--------	---------	-------	------

Z uvedených hodnôt je vidieť, že spolu s rastúcou hodnotou deformačného zaťaženia modelu prostredníctvom oceľového kužeľa narastá aj hodnota prvého hlavného napätia a reakčnej sily F, čo sa dalo predpokladať.

Z týchto a ďalších hodnôt bola vykreslená nasledujúca grafická závislosť (obr. 10.5) maximálnej hodnoty prvého hlavného napätia na posuve zaťažovacieho kužeľa pre rôzne koeficienty trenia. Maximálna hodnota prvého hlavného napätia bola zvolená z dôvodu jej veľkého vplyvu na výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia. Očakávaný je nárast hodnôt pravdepodobnosti porušenia spolu s nárastom hodnôt prvého hlavného napätia lokalizovanom v jej spodnej časti v oblasti kontaktu s driekom endoprotézy



Obr. 10.5: Závislosť posuvu a maxima 1. hl. napätia pre rôzne koeficienty trenia

Tak, ako bolo jasné z tab. 10.3, je vidieť aj z obr. 10.5, že hodnoty prvého hlavného napätia narastajú spolu so zvyšujúcim sa posuvom zaťažovacieho kužeľa. Pozorovateľný je aj vplyv voľby koeficientu trenia. Z grafu vyplýva, že zvyšujúca sa hodnota koeficientu trenia v kontaktoch dvojíc plôch hlavice/driek a hlavice/zaťažovací kužeľ má za následok znižujúce sa hodnoty napätia pri rovnakom posuve zaťažovacieho kužeľa.

To je spôsobené tým, že pri nižšom trení kontaktných plôch je vertikálny posuv drieku do otvoru hlavice väčší. Kužeľovitý tvar oceľového drieku a otvoru keramickej hlavice má potom za následok, že otvor hlavice je v jej spodnej časti radiálne namáhaný vo väčšej miere. Zároveň je vidieť, že tento trend sa spolu s rastúcim koeficientom trenia nemení. Líšia sa len hodnoty prvých hlavných napätí, ktoré, pochopiteľne, spolu s rastúcou hodnotou zaťaženia rovnako narastajú, čím sa opäť zvyšuje pravdepodobnosť porušenia komponenty.

Obr. 10.6 zobrazuje závislosť hodnoty posuvu kužeľa a sily prenášanej driekom endoprotézy. Rovnako ako grafické vyjadrenie na obr. 10.5, aj v tomto prípade boli charakteristiky zisťované pre rôzne koeficienty trenia.



Obr. 10.6: Závislosť stykovej sily na posuve pre rôzne koeficienty trenia

Z grafu je možné pozorovať, že styková sila, rovnako ako maximum prvého hlavného napätia v predošlom grafe, narastá spolu so zvyšujúcou sa hodnotou deformačného zaťaženia. Tento fakt je takisto očakávaný, vyplýva z rovnováhy síl pôsobiacich na celkový výpočtový model a prenášaných medzi jeho jednotlivými komponentami.

So zvyšujúcim sa koeficientom trenia sa ale hodnoty sily prenášanej driekom pri rovnakom posuve zaťažovacieho kužeľa takisto zvyšujú. Dôvodom tohto javu môže byť s koeficientom trenia narastajúca trecia sila v kontakte medzi otvorom hlavice a driekom. Následne musí driek prenášať väčšiu silu, aby bola táto sila na rozhraní keramickej hlavice a oceľového drieku prekonaná a driek sa do hlavice vo vertikálnom smere zasunul. Tiež platí, že so zvyšujúcim zaťažením sa charakter tejto závislosti nemení. Ovplyvnené sú samozrejme hodnoty sily prenášanej driekom a sklon krivky, ktorý narastá s aplikovaným posuvom.

Z výsledkov podrobne rozobraných a analyzovaných v tejto kapitole vychádzajú d'alšie nastavenia kontaktov simulácie skúšky keramickej hlavice. V každom z nasledujúcich výpočtov je využitý kontakt bez trenia umožňujúci jednotlivým kontaktným plochám vzájomný posuv po kontaktnom povrchu. Tým sa berie do úvahy najkritickejší možný stav, ktorý z hľadiska deformačne – napäťového stavu v hlavici endoprotézy môže pri konkrétnom zaťažení nastať. Riziko a pravdepodobnosť porušenia zo zistených hodnôt počítaná nebola z už uvedeného dôvodu ich evidentného zvyšovania spolu so zvyšujúcimi sa hodnotami napätia.

10.4 Analýza vplyvu hodnoty penetrácie kontaktných plôch

Ako už bolo uvedené, v prípade kontaktov ide o kontakty bez trenia. Asymetrické definovanie správanie kontaktu zabezpečuje podľa [59] to, aby boli všetky kontaktné prvky CONTA174 na jednej ploche a cieľové prvky TARGE170 na kontaktnej ploche druhého telesa. Kontaktnou plochou je v prípade rozhrania hlavica/zaťažovací kužeľ plocha hlavice a cieľovou je plocha kužeľa. Voľba bola uskutočnená tak, aby boli splnené predpoklady správnosti riešenia podľa [59]. Tu je uvedené, že v situácii, kedy je v kontakte konkávna plocha, je tá definovaná ako kontaktná, a plocha rovinná, prípadne konvexná, ako cieľová. V rámci kontaktu hlavice s driekom sú obe plochy, ktoré ho tvoria z geometrického hľadiska

obdobného charakteru. Tu je cieľovou plochou otvor hlavice a kontaktnou plocha drieku s ohľadom na vyššiu tuhosť keramického materiálu v porovnaní s oceľou, čo je opäť v súlade s predpokladmi v zdroji [59].

Metódou riešenia kontaktnej úlohy je tzv. "Augmented Lagrange". Jedná sa o metódu obvykle s pomerne dobrou podmienenosťou riešenia. Nutné je ale preddefinovať penetráciu kontaktných plôch, ktorá môže výrazne ovplyvniť a skresliť výsledné hodnoty v týchto oblastiach.

Výsledky výpočtov, ktoré boli uskutočnené sú v tab. 10.4. V tejto analýze bola takisto využitá konečno-prvková sieť B prezentovaná v kap. 10.2 Diskretizácia modelu, ktorá už dokáže pre účely tohto rozboru dostatočne popísať rozloženie napätia v keramickej hlavici.

Prvé riešenie prebehlo s prednastavenou hodnotou maximálnej možnej penetrácie. Táto hodnota je uvedená vo forme faktoru, ktorý popisuje hodnotu penetrácie ako násobok hrúbky elementu kontaktnej plochy. Prednastavená hodnota je podľa [59] jedna desatina.

Následne sú v tab. 10.4 uvedené hodnoty penetrácie vyplývajúce z parametrov siete a zadanom faktore penetrácie, hodnoty sily prenášanej driekom endoprotézy a maxima prvého hlavného napätia. Toto maximum sa nachádza v kontaktnej oblasti hlavice a kužeľovej plochy drieku, preto ho možno považovať za akýsi ukazovateľ dostatočne malej hodnoty penetrácie z hľadiska kontaktného napätia. Nasledujú vypočítané hodnoty rizika porušenia B a pravdepodobnosti porušenia P_f spolu s relatívnou odchýlkou pravdepodobnosti porušenia voči každej jej hodnote získanej v nasledujúcom výpočte.

Faktor [-]	Penetrácia [mm]	Počet iterácií [-]	σ1-max [MPa]	F [N]	B [-]	P _f [%]	Relatívna odchýlka [%]
0,1	3,06 ·10 ⁻⁴	26	141,80	1 779,96	0,0233	2,306	-
0,05	1,60 ·10 ⁻⁴	29	144,84	1 821,04	0,0272	2,679	16,18
0,01	3,54 ·10 ⁻⁵	32	147,41	1 855,68	0,0308	3,034	13,25
0,005	1,79 ·10 ⁻⁵	33	147,75	1 860,12	0,0313	3,082	1,58
0,001	3,61 ·10 ⁻⁶	37	148,01	1 863,68	0,0317	3,122	1,29

Tab. 10.4: Výsledky pre rôzne hodnoty penetrácie kontaktných plôch

Z výsledných hodnôt v tabuľke 10.4 je možné pozorovať, že umožnenie maximálnej možnej penetrácie až jednej desatine hrúbky kontaktného elementu vedie k penetrácii $3,06 \cdot 10^{-4}$ mm. Tá závisí nie len od zadaného faktoru, ale napr. aj od materiálu a jeho tuhosti či ďalších faktorov.

V tomto prípade nie sú hodnoty faktoru 0,1 a 0,05 dostatočné ani z pohľadu napäťových pomerov. Maximálna hodnota prvého hlavného napätia je tu 141,80 MPa a 144,84 MPa, avšak jej ustálenie je vidieť až pri rádovo nižších hodnotách penetrácie. Toto samozrejme ovplyvňuje aj hodnotu pravdepodobností porušenia hlavice v týchto dvoch výpočtoch, ktorá je v porovnaní s jej ustálenými hodnotami pomerne nízka.

Pri ďalších výpočtoch je badateľné, že spolu so znižujúcou sa hodnotou penetrácie narastá hodnota napätia v kontaktnej oblasti. To súvisí s kontaktnou tuhosťou, ktorá

pochopiteľne narastá so znižujúcou sa hodnotou penetrácie, čím sa výpočet približuje k realite.

Pri hodnotách penetrácie menších než $3,54 \cdot 10^{-5}$ mm, je možné pozorovať, že vzájomný rozdiel medzi hodnotami maxima prvého hlavného napätia a stykovej sily postupne klesá a ich hodnoty sa ustaľujú. S využitými hodnotami faktoru penetrácie menšími než 0,01 už vzájomná relatívna odchýlka hodnôt nepresahuje 2 %.

Z hľadiska presnosti výsledných hodnôt, časovej náročnosti výpočtu a potrebného množstva iterácií stúpajúceho so znižovanými hodnotami penetrácie, je hodnota penetrácie kontaktných plôch $3,54 \cdot 10^{-5}$ mm viac ako akceptovateľná. Avšak v niektorých z nasledujúcich výpočtov je docielená hodnota penetrácie ešte nižšia, čo poskytuje teoreticky presnejšie výsledné hodnoty napätia a následne aj pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice.

10.5 Stanovenie rozloženia napätia pre rôzne siete

Riešenie napäťového stavu prebiehalo s využitím diskretizácií A – D. To umožňuje zhodnotiť vplyv hustoty siete na rozloženie napätia.

V nasledujúcej tabuľke je sumarizácia maximálnych a minimálnych hodnôt troch hlavných napätí vo výpočtovom modeli s veľkosťou sily prenášanej driekom, ktorej hodnota je prenásobená počtom symetrických častí modelu, teda 4 krát. Pre každú sieť sú lokalizované na miestach viditeľných na obrázkoch s grafickými mapami 10.7 – 10.9.

	Sieť A	Siet' B	Siet' C	Siet' D
Penetrácia [mm]	3,19 · 10 ⁻⁶	3,61 · 10 ⁻⁶	2,42 · 10 ⁻⁶	7,24 · 10 ⁻⁶
F [N]	1 838,76	1 863,68	1 873,44	1 868,08
σ _{1-max} [MPa]	152,93	148,01	147,66	148,33
σ1-min [MPa]	-73,99	-83,49	-81,85	-129,78 (-80,59)
σ2-max [MPa]	40,87	40,26	40,19	39,81
σ2-min [MPa]	-165,48	-183,02	-185,35	-182,40
σ3-max [MPa]	12,12	10,37	12,16	11,75
σ _{3-min} [MPa]	-202,79	-235,83	-241,60	-237,85

Tab. 10.5: Hodnoty stykovej sily a extrémov hlavných napätí pre rôzne siete

Z tab. 10.5 je zrejmé, že pri každom výpočte sú hodnoty vznikajúcich penetrácií rádovo rovnaké a so zanedbateľnými vzájomnými rozdielmi. Takisto je vhodné podotknúť, že dosiahnuté hodnoty týchto penetrácií sú nižšie v porovnaní s penetráciou $3,54 \cdot 10^{-5}$ mm, ktorá bola zvolená v predchádzajúcej kapitole, kde bol analyzovaný vplyv jej hodnoty na napätie v hlavici, a zároveň na výslednú pravdepodobnosť jej porušenia. To by malo zaručovať zvyšujúcu sa presnosť výsledkov riešenia.

Rovnako je možné zhodnotiť prenášanú silu v drieku počítanej endoprotézy. Z hodnôt v tabuľke je možné pozorovať, že jej hodnota sa pohybuje v každej simulácii pri vertikálnom posuve zaťažovacieho kužeľa 0,08 mm v oblasti približne 1,8 až 1,9 kN.

Maximálne hodnoty všetkých troch hlavných napätí sú v prípadoch konečnoprvkových sietí, uvedených a popísaných v kapitole 10.2, bez väčších rozdielov a sú identifikované na rovnakých miestach vo všetkých spomenutých diskretizáciách. V každom prípade sa jedná o oblasť na keramickej hlavici endoprotézy. Na výslednú hodnotu rizika porušenia, a takisto aj z neho vychádzajúcu hodnotu pravdepodobnosti porušenia, majú podstatný vplyv.

Je vhodné všimnúť si ale hodnôt minimálnych. Tie sa v prípade prvého hlavného napätia pri použití siete D výrazne zmenia. To je spôsobené ich lokalizáciou. V prípade sietí A, B a C sa jedná o hodnotu tlaku na drieku v oblasti jeho vrcholu v styku s hlavicou, kde vzniká maximálny kontaktný tlak. U siete D už ide ale o oblasť kontaktu so zaťažovacím kužeľom. Hodnota tlaku zodpovedajúca miestam minima v ostatných sieťach je v tabuľke uvedená v zátvorke pod hodnotou minimálnej hodnoty napätia v globálnom zhodnotení celého modelu pozostávajúceho celkovo z troch telies. Tlaková hodnota napätia v tejto oblasti je približne 80,59 MPa, čo zodpovedá hodnotám v ostatných diskretizáciách a dokazuje správnosť všetkých výpočtových modelov.

Presun výskytu tejto minimálnej hodnoty prvého hlavného napätia je zapríčinený veľkosťou elementov v kontakte zaťažovacieho kužeľa a hlavice, kde sú, ako bolo spomenuté, tieto hodnoty v prípade prvého hlavného napätia v sieti D na rozdiel od predchádzajúcich diskretizácii lokalizované. Kontaktnú oblasť tu v nedeformovanom stave tvorí len krivka. Následne sa mení vplyvom zaťažovania a vznikajúcej deformácie na veľmi malú plochu vznikajúcu v okolí tejto krivky. Táto kontaktná oblasť následne spôsobuje fakt, že sú tieto hodnoty veľmi citlivé na vznikajúce penetrácie a veľkosť elementov popisujúcich túto oblasť. Pre dostatočne presný popis kontaktného napätia v tomto mieste by museli byť elementy veľmi malé v každej sieti napriek globálnemu nastaveniu veľkosti jej elementov. To by niekoľkonásobne zvyšovalo časovú náročnosť výpočtu a potrebné množstvo pamäte.

Hodnoty všetkých napätí a ich rozloženie na samotnej hlavici sú v prípade každej siete veľmi podobné a sú viditeľné na nasledujúcich obrázkoch.



Obr. 10.7: 1. hlavné napätie v MPa (siete A – D)



Obr. 10.8: 2. hlavné napätie v MPa (siete A - D)



Obr. 10.9: 3. hlavné napätie v MPa (siete A – D)

Napriek faktu, že minimálne hodnoty napätí sa pri použití rôznych diskretizácií odlišujú, nie je potrebné vytvárať ďalšiu konečno-prvkovú sieť. Dôvodom je, že výsledné hodnoty rizika a pravdepodobnosti porušenia, ktorej výpočet je cieľom tejto práce, ovplyvňujú len ťahové hodnoty napätia, ako bolo ukázané v kapitole s výpočtami valcového telesa. Záporné hodnoty napätia do vzťahov pre jej výpočet nevstupujú. V mieste kontaktu kužeľa a hlavice ide o tlakovú trojosovú napätosť. Tieto tlakové hodnoty nie sú z hľadiska výpočtu pravdepodobnosti porušenia podstatné, ovplyvňujú relatívne malú tlakovú oblasť, ktorá je v tomto prípade významná len z hľadiska rovnomerného prenášania zaťaženia na guľovitý povrch hlavice. Pre cieľ tejto práce sú teda uvedené diskretizácie dostačujúce a odlišné hodnoty tlaku irelevantné, čo bude aj dokázané v nasledujúcej kapitole, kde je počítaná pravdepodobnosť porušenia hlavice pri využití sietí A - D.

10.6 Výpočet pravdepodobnosti porušenia pre rôzne siete

Výpočet pravdepodobnosti porušenia Pf pre konečno-prvkové siete A – D prebiehal podľa postupu už demonštrovanom pri výpočte pravdepodobnosti porušenia valcového telesa uvedenom v tejto práci. Vstupy tvoria spriemerované hodnoty troch hlavných napätí, ktorých určenie pre každú sieť je naznačené v predošlej kapitole 10.5.

Rovnice pre výpočet rizika porušenia a pravdepodobnosti porušenia (9.9) a (9.10) sú implementované v skripte vypracovanom v softvéri MATLAB pre valcové teleso, ktorého správnosť je aj overená. Pre výpočet pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice endoprotézy bedrového kĺbu bol tento skript využitý. Avšak pre jeho správne fungovanie v prípade hlavice boli vykonané určité úpravy.

Potrebné je spomenúť, že na rozdiel od valcového telesa, v prípade keramickej hlavice jej sieť obsahuje nielen osem uzlové, ale aj šesť uzlové prvky vznikajúce v okolí osi rotačnej symetrie. ANSYS Workbench ale v prípade takýchto elementov do matice, ktorá priraďuje elementom ich uzly, stále poskytuje ako výstup 8 uzlov pre každý prvok, pričom niektoré z nich sa opakujú dvakrát. Preto bolo najprv nutné upraviť tieto dáta tak, aby jedno miesto s opakujúcim sa uzlom bolo nulové. Vytvorený bol jednoduchý algoritmus, ktorý takýmto spôsobom uvedené hodnoty upraví. V podstate sa jedná o cyklus, ktorý pomocou logického výrazu rovnosti porovnáva susedné čísla uzlov v riadku, ktoré prislúchajú jednému prvku. Porovnanie hodnôt vedľa seba umožňuje výrazné zrýchlenie tejto úpravy pomerne veľkého množstva dát, keďže bolo pozorované, že sa vždy zhodujú len dve susedné identifikácie jednotlivých uzlov. V prípade, že sú tieto dve hodnoty rovnaké, jedna z nich sa prepíše na nulu. Pre ilustráciu je skript s týmto postupom súčasťou diplomovej práce vo forme prílohy. Požadované je do neho len napísať názov príslušných dátových súborov, ktoré sú rovnako poskytnuté vo forme prílohy.

Po modifikovaní vstupných hodnôt bol samotný skript pre výpočet pravdepodobnosti porušenia prepracovaný nasledovne. Do cyklu pre numerickú integráciu podľa (9.9) bola pridaná podmienka typu "if", ktorá zabezpečuje, že v neexistujúcom uzle s identifikáciou nula bude hodnota rizika porušenia rovná nule a samotný výpočet neprebehne. V prípade, že tomu tak nie je a uzol reálne elementu prislúcha, má teda nenulový identifikátor, prebehne výpočet rizika porušenia už v práci demonštrovaným postupom. Nutné je ale brať do úvahy počet uzlov elementu, ktorými sa delí celkový objem elementu (nenulových prvkov riadku matice) a rozdelením jeho objemu počtom prislúchajúcich uzlov. Upravený algoritmus pre výpočet pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice je naznačený na obrázku 10.10.

Výsledné hodnoty rizika a pravdepodobnosti porušenia sú pre všetky siete zhrnuté v tab. 10.6. Tiež je tu uvedená vzájomná relatívna odchýlka vždy po sebe nasledujúcich dvoch výpočtov.

```
%calculation of probability of failure
for i=1:length(elemnum)
     no node=nnz(elem node(i,2:end));
    for j=1:8
       n=elem_node(i,j+1);
       if n == 0
           BB(i,j)=0
       else
        sigman=@(fi,theta) (s1(n).*(cos(fi)).^2+s2(n).*(sin(fi)).^2).*(sin(theta)).^2+s3(n).*(cos(theta)).^2;
       sigmae=@(fi,theta) (sigman(fi,theta)+abs(sigman(fi,theta)))./2;
       bb=@(theta,fi)(2.*m+1).*1./(2.*pi.*sigma0.^m).*sin(theta).*sigmae(fi,theta).^m.*volu(i)./no_node;
       BB(i,j)=quad2d(bb,0,pi/2,0,2*pi,'AbsTol',1e-10);
       end
   end
end
B=4*sum(sum(BB));
Pf=(1-exp(-B))*100;
```

Obr. 10.10: Upravený skript pre výpočet pravdepodobnosti porušenia hlavice

	B [-]	Pf [%]	Relatívna odchýlka [%]
Sieť A	0,0336	3,313	-
Sieť B	0,0317	3,122	5,77
Sieť C	0,0337	3,319	6,31
Siet' D	0,0333	3,271	1,45

Tab. 10.6: Hodnoty rizika a pravdepodobnosti porušenia pre rôzne siete

Z tabuľky 10.6 je vidieť, že výsledky rizika porušenia a pravdepodobnosti porušenia pre siete A - D sú pomerne presné a nedochádza k výraznejším odchýlkam. Najmenšia relatívna odchýlka je medzi sieťou C a D, čo súhlasí s predpokladom, že so zjemňujúcou sieťou sa rozdiel výsledných hodnôt pravdepodobnosti porušenia bude zmenšovať.

V ďalších výpočtoch a následne pri tvorbe tzv. S-kriviek nie len ideálnej hlavice ale aj modelov s imperfekciami typu ovalita bude využitá sieť C javiaca sa v porovnaní s veľmi jemnou sieťou D ako dostatočná. Takisto ide o sieť, ktorú je ako poslednú možnú spočítať v rámci študentskej verzie Ansys Workbench, a ktorá sa ešte zmestí do operačnej pamäte počítaču, čo so sebou prináša nesporné výhody ako je vyššia rýchlosť samotného výpočtu, a teda skrátenie potrebného času.

10.7 Analýza vplyvu veľkosti zaťaženia na pravdepodobnosť porušenia

Závislosť veľkosti zaťaženia, v prípade skúšky keramickej hlavice endoprotézy sa jedná o posuv zaťažovacieho kužeľa, na výslednú pravdepodobnosť porušenia súčasti vyjadruje

tzv. S – krivka. Jedná sa o distribučnú funkciu Weibullovho rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej veličiny. Konkrétne sa vo výpočtoch využíva dvojparametrické rozdelenie.

S – krivka bola zhotovená postupnou zmenou deformačného zaťaženia v intervale 0 až 0,2 mm. Následne bola počítaná pravdepodobnosť porušenia získaná z hodnôt napätia pre rôzne posuvy v uvedenom rozmedzí. Potrebné je uviesť, že pri väčších hodnotách posuvu ako približne 0,15 mm nastali komplikácie s konvergenciou riešenia. Aby výpočet nedivergoval, bola sieť v oblasti kontaktu hlavice a drieku upravená (viď. obr. 10.11) tak, aby sa v tomto mieste nevyskytovali 6-uzlové prvky.



Obr. 10.11: Upravená sieť C

Uvedená úprava poskytla v tomto prípade teoreticky ešte presnejšie výsledky, keďže počet elementov a ich uzlov konečno-prvkovej siete voči pôvodnej konfigurácii vzrástol. To dokazujú aj hodnoty uvedené v tab. 10.7. Tá obsahuje maximálnu hodnotu prvého hlavného napätia a hodnotu pravdepodobnosti porušenia pri posuve v = 0,08 mm pre pôvodnú sieť C, upravenú sieť C a sieť D. Takisto je tu uvedená relatívna odchýlka výsledku sieti C a upravenej sieti C voči výsledku získaného pomocou siete konečných prvkov D.

Výsledné hodnoty napätia ale aj relatívnej odchýlky pravdepodobnosti porušenia potvrdzujú, že uvedená zmena výpočtového modelu z dôvodu divergencie pôvodného riešenia je zanedbateľná a výsledky použité pre výpočet S-krivky hodnoverné.

	σ _{1-max} [MPa]	Pf [%]	Rel. odchýlka [%]
Pôvodná sieť C	147,66	3,319	1,45
Upravená sieť C	149,28	3,295	0,73
Siet' D	148,33	3,271	-

Tab. 10.7: Hodnoty napätia a pravdepodobnosti porušenia pôvodnej a upravenej siete C

Ako už bolo spomenuté, je výsledkom týchto výpočtov práve tzv. S-krivka. Z obr.10.12 vidieť nadobúdané hodnoty pravdepodobnosti porušenia v intervale 0 až 100 % a charakteristický tvar závislosti. Samozrejme platí, že s rastúcim zaťažením rastie aj pravdepodobnosť porušenia súčasti.

V oblasti menších hodnôt zaťaženia je pozorovateľný pozvoľný a relatívne pomalý nárast pravdepodobnosti porušenia spolu so zvyšujúcou sa predpísanou hodnotou posuvu zaťažovacieho kužeľa, zatiaľ čo pri vyšších hodnotách je charakter zmeny hodnôt rýchlejší. Práve oblasť nižších zaťažení je z hľadiska technickej praxe podstatná. Keďže z obr. 10.12 tento prechod nie je dostatočne zreteľný, je na obr. 10.13 pre lepšiu predstavu a ilustráciu zobrazený detail S-krivky pre posuvy do 0,08 mm.



Obr. 10.12:: Závislosť pravdepodobnosti porušenia na posuve pre hlavicu bez imperfekce



Obr. 10.13:: S-krivka pre hlavicu bez imperfekcie pre oblasť nižšieho zaťaženia

Zatiaľ čo obr. 10.12 popisuje pravdepodobnosť porušenia v závislosti na posuve, je možné ju vyjadriť aj vo vzťahu k stykovej sile. K tomu poslúži fakt zrejmý z nasledujúceho obr. 10.14, ktorý vyjadruje závislosť stykovej sily na posuve zaťažovacieho kužeľa. Tá sa javí ako lineárna, preto by pravdepodobnosť porušenia mohla byť teoreticky vyjadrená práve v závislosti na stykovej sile a tvar krivky by sa v tomto prípade neodlišoval.



Obr. 10.14: Závislosť stykovej sily na posuve – hlavica bez imperfekcie

S – krivka ako závislosť pravdepodobnosti porušenia v percentuálnom vyjadrení na veľkosti sily prenášanej driekom je na obr. 10.15. Je evidentné, že v porovnaní s obr. 10.12 sa jej charakter nemení, keďže vychádza z Weibullovho rozdelenia a závislosť sily a posuvu je lineárna.



Obr. 10.15: *S* – *krivka pre hlavicu bez imperfekcie*

11 Pravdepodobnosť porušenia hlavice s odchýlkou typu ovalita

V predchádzajúcich výpočtoch bola analyzovaná skúška ideálnej keramickej hlavice endoprotézy bedrového kĺbu. Tento stav je ale v praxi len veľmi ťažko dosiahnuteľný. Bežne dochádza ku tvarovým odchýlkam geometrie keramickej hlavice vplyvom napr. technológie výroby alebo iných faktorov. Trojosový napäťový stav v tejto súčasti, a s ním aj jej výsledná hodnota pravdepodobnosti porušenia je týmito imperfekciami do značnej miery ovplyvnená.

Vzhľadom k tomu, že odchýlkam od nominálnej kužeľovitosti kontaktných plôch drieku a hlavice boli už venované napr. [56] a [57], bude v tejto práci hodnotený vplyv imperfekcie týchto kontaktných plôch typu ovalita. Celkovo budú v tejto kapitole analyzované nasledovné situácie: odchýlka typu ovalita kužeľovitej plochy drieku a odchýlka typu ovalita otvoru keramickej hlavice.

Ku každej odchýlke od ideálneho stavu bude opísaná geometria a topológia modelu, rozloženie napätia a výpočet pravdepodobnosti porušenia. V nasledujúcej kapitole budú tieto varianty a výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia porovnané nie len navzájom ale aj s ideálnym modelom hlavice endoprotézy.

11.1 Odchýlka typu ovalita kužeľovitej plochy otvoru hlavice

Označením imperfekcia I bude v celej práci vyjadrená odchýlka od ideálnej kruhovitosti kužeľovitých kontaktných plôch otvoru hlavice. Geometria kužeľovitého drieku a zaťažovacieho kužeľa pri tejto variante výpočtu zostáva nezmenená voči ideálnemu stavu.

11.1.1 Tvorba výpočtového modelu

Modifikácia modelu voči ideálnemu stavu prebehla u otvoru hlavice, kde bola modelovaná odchýlka typu ovalita. Jedná sa o modelový typ imperfekcie. Je teda symetrická a lokalizovaná v mieste, ktoré je vidieť na obr. 11.1. Ten zobrazuje horizontálny priečny rez kontaktných plôch hlavice a drieku. Je badateľné, že tento rez drieku predstavuje elipsu a na začiatku samotného zaťažovania sa driek dostane do kontaktu s hlavicou len v jednom bode. Tento predpoklad umožňuje modelovať, rovnako ako v predošlom výpočte, štvrtinu modelu, a výrazne tak znížiť potrebné množstvo elementov a samotný výpočtový čas. Z uvedeného tiež platí, že tento problém už nie je osovo symetrický, tak ako tomu bolo v predchádzajúcom prípade, a úlohu by teda nebolo možné riešiť v dvojrozmernom priestore.



Obr. 11.1: Odchýlka typu ovalita kužeľovitej plochy otvoru hlavice

Voči pôvodnému modelu ideálnej hlavice endoprotézy sa vytvorený model s imperfekciou odlišuje práve v geometrii otvoru hlavice (obr. 11.1). Hodnota popisujúca rozdiel priemeru otvoru hlavice endoprotézy v tomto mieste voči ideálnemu stavu je 0,01 mm a vychádza z výkresovej dokumentácie.

Topológia, zaťaženie, okrajové podmienky či použité materiály v tomto výpočtovom modely sú zhodné s ideálnym prípadom. Materiálom drieku a zaťažovacieho kužeľu je teda oceľ, a u hlavice sa jedná o keramiku na báze oxidu hlinitého. Zaťaženie je opäť deformačné s veľkosťou 0,08 mm a na hlavicu pôsobiace prostredníctvom zaťažovacieho kužeľa. Okrajové podmienky sú tvorené dvoma rovinami symetrie a zamedzením vertikálneho posuvu v oblasti nasadenia drieku na suport.

Použitá sieť zodpovedá modifikovanej sieti C. Jej dostatočná hustota a vhodnosť nie len pre určenie rozloženia napätia, ale aj pre výsledné hodnoty rizika porušenia a pravdepodobnosti porušenia bola v predošlom riešení už overená.

11.1.2 Určenie rozloženia napätia

Pre výpočet pravdepodobnosti porušenia boli určené tri hlavné napätia. Ich rozloženie v modeli s imperfekciou je vidieť na obrázkoch 11.2 - 11.5. Tabuľka 11.1 uvádza pre prehľad maximálne hodnoty týchto napätí a zároveň reprodukuje aj ich hodnoty v ideálnom modeli pre sieť C.



Obr. 11.2: Imperfekcia I - prvé hlavné napätie v MPa


Obr. 11.3: Imperfekcia I - druhé hlavné napätie v MPa



Obr. 11.4: Imperfekcia I - tretie hlavné napätie v MPa

Prvé hlavné napätie je ovplyvnené najmä obvodovou zložkou napätia a deformácie. Z hľadiska hodnoty výslednej pravdepodobnosti porušenia predstavuje najdôležitejšiu zložku vstupujúcu do jej výpočtu. V porovnaní s druhým a tretím hlavným napätím sú tu

hodnoty jeho ťahových zložiek samozrejme nie len vyššie, ale takisto je väčšia oblasť ich výskytu. Z obrázku 11.2 zobrazujúcom rozloženie prvého hlavného napätia vo výpočtovom modeli a v samotnej keramickej hlavici je vidieť, že v porovnaní s ideálnym stavom sa jeho maximum koncentruje v oblasti hrany, kde je definovaná hodnota imperfekcie 0,01 mm. Na dosadajúcej hrane tvoriacu prvotný styk oceľového drieku a naň zasunutej hlavice endoprotézy vzniká tlaková oblasť. Najvyššia hodnota tlaku vzniká v bode prechodu hlavice a drieku. Tu sa poskytuje otázka, aký je vplyv tvaru zápichu na rozloženie napätia v tejto oblasti pri odchýlke od ideálnej ovality. Platí totiž, že v prípade hlavice bez imperfekcie spomenutá tlaková oblasť v prípade prvého hlavného napätia v tomto mieste nevzniká. Keďže toto napätie je ovplyvnené predovšetkým obvodovou zložkou deformácie, môže byť jeho rozloženie a hodnota ovplyvnená pomerne v značnej miere práve tvarom prechodu medzi hlavicou a driekom, čo by mohlo byť ďalším predmetom skúmania.

Na rozdiel od modelu s ideálnou geometriou je vidieť postupné zvyšovanie hodnôt napätia v horizontálnom smere na kontaktných plochách hlavice. Spôsobené je to postupným narastaním počtu prvkov konečno-prvkovej siete a ich uzlov, ktoré sa postupne so zvyšovaním deformačného zaťaženia dostávajú do kontaktu pri kĺzaní hlavice po drieku.

Obr. 11.3 a 11.4 poskytujú pohľad na druhé a tretie hlavné napätie. Rovnako ako tomu bolo pri prvom hlavnom napätí a jeho rozložení, aj tu je vidieť predovšetkým veľké tlakové oblasti vznikajúce v oblasti prvotného kontaktu hlavice a drieku.

Potrebné je spomenúť, že v tomto prípade vzniká na dolnom okraji hlavice v jednom uzle numerická chyba v oblasti ktorej vznikajú vyššie penetrácie. Komplikácie tu môže spôsobovať ostrá hrana hlavice, ktorá je zároveň počiatkom kontaktnej plochy, a sieť je na popis tohto miesta pravdepodobne nedostatočná. V realite táto hrana ale nie je z hľadiska vyrobiteľnosti možná. Takisto sa táto problematická oblasť sa nachádza v prípade druhého a tretieho hlavného napätia v tlakovej oblasti a v prípade prvého hlavného napätia ide o nízke hodnoty v malej oblasti, čím sa výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia významne neovplyvnia. Do tabuľky 11.1 s určenými maximálnymi hodnotami napätia a hodnotou stykovej sily hlavice bez imperfekcie s použitím upravenej siete C pre hlavicu bez imperfekcie a s imperfekciou I teda nie je zahrnutá.

	Ideálny stav	Imperfekcia I
F [N]	1 858,80	331,96
σ1-max [MPa]	149,10	96,55
σ2-max [MPa]	39,79	11,53
σ3-max [MPa]	11,59	3,50

	Tab.	11.1:	Výsledné	hodnoty	napätí	a stykovej	sily –	Imperfekcia	I
--	------	-------	----------	---------	--------	------------	--------	-------------	---

Z poskytnutej tabuľky je vidieť, že v prípade odchýlky typu ovalita kužeľovitej plochy otvoru keramickej hlavice endoprotézy sú maximálne hodnoty všetkých troch hlavných napätí spolu so stykovou silou pri rovnakých zadaných posuvoch 0,08 mm o niečo nižšie v porovnaní s ideálnym stavom.

Keďže platí, že pri deformačnom zaťažení zaťažovacieho kužeľa vo vertikálnom smere sa hlavica postupne pomaly zasúva na oceľový driek, sú nižšie hodnoty napätia, a teda aj sily prenášanej driekom endoprotézy, odôvodniteľné vôľou, ktorá je medzi jednotlivými kužeľovými plochami.

Hodnota posuvu 0,08 mm je stále pomerne malá a vôľa medzi celými kužeľovými kontaktnými plochami sa vymedzí až neskôr pri aplikácii vyšších hodnôt deformačného zaťaženia kužeľa. V momente, kedy sú v kontakte celé kužeľovité plochy a nie len ich časť, začne charakter rozloženia napätia pochopiteľne pripomínať ideálny stav. Toto bolo dokázané pri nasledujúcich výpočtoch S-kriviek, kedy bolo potrebné pre ich vykreslenie aplikovať posuv do 0,3 mm v y smere.

Zatiaľ čo v ideálnom modeli bol vzťah sily a aplikovaného posuvu lineárny v celom rozsahu aplikovaných hodnôt posuvu, v tomto prípade to už neplatí. Závislosť posuvu a stykovej sily pre model s imperfekciou a aj ideálnu hlavicu je vidieť na obr. 11.5. Možné je pozorovať, že pri imperfekcii sa jedná o nelineárne narastanie sily v závislosti na deformačnom zaťažení kužeľa, pričom v oblasti menších posuvov je nárast sily viditeľne pomalší než v oblasti vyšších posuvov. To je takisto spôsobené už spomenutým potrebným vymedzením vôle medzi kontaktnými plochami, ktorých prvotný styk tvorí jedna hrana. K zmene charakteru závislosti stykovej sily na posuve dôjde, keď sa do kontaktu dostáva už pomerne veľká časť kontaktných plôch. Jej ďalšia časť sa postupne linearizuje, pričom je z grafu vidieť, že smernica lineárnej časti tejto závislosti je rovnaká ako v prípade závislosti ideálnej hlavice. Platí teda, že pri postupnom dosadaní už pomerne veľkej časti kontaktných plôch, silové pomery v hlavici s odchýlkou pripomínajú ideálny stav.



Obr. 11.5: Závislosť posuvu a stykovej sily – ideálny stav a imperfekcia I

11.1.3 Výpočet pravdepodobnosti porušenia

Pre výpočet pravdepodobnosti porušenia bol použitý rovnaký postup ako v predošlých výpočtoch. Tiež boli využité rovnaké algoritmy vytvorené v prostredí softvéru MATLAB.

Bolo teda potrebné exportovať a upraviť dáta z programu ANSYS Workbench, ktoré sú následne použité ako vstup pre výpočet pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice

s imperfekciou. Tabuľka 11.2 obsahuje výslednú hodnotu pravdepodobnosti porušenia pre ideálnu hlavicu a pre hlavicu s imperfekciou I pre aplikované deformačné zaťaženie s veľkosťou 0,08 mm. Z hodnôt je zrejmé, že imperfekcia v tomto prípade spôsobila výrazný pokles pravdepodobnosti porušenia pri uvedenom posuve v porovnaní s ideálnym stavom. To samozrejme súvisí s už uvedenými nižšími hodnotami hlavných napätí a sily prenášanej driekom v dôsledku vyskytujúcej sa vôle medzi kontaktnými plochami.

Tab. 11.2: Výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia – Imperfekcia I

	Ideálny stav (sieť C)	Imperfekcia I
P _f [%]	3,295	0,0225

Rovnako ako v prípade predošlého modelu, je vhodné pre ďalšie porovnania uviesť a vykresliť závislosť pravdepodobnosti porušenia na stykovej sile, tzv. S-krivku. Tá bola zhotovená pre deformačné zaťaženie v intervale do 0,3 mm. Simulácia bola počítaná v 60 substepoch tak, aby bolo možné z každého z nich získať výsledné hodnoty hlavných napätí pre ďalšie výpočty pravdepodobnosti porušenia pri prírastku posuvu 0,005 mm. V oblasti nižších hodnôt je pozorované zhustenie hodnôt sily, čo súvisí s už spomenutým pomalším nárastom hodnôt sily s posuvom v tejto oblasti. Obr. 11.6 zobrazuje celú S-krivku (t. j. do takmer 100% pravdepodobnosti porušenia) pre model s imperfekciou a zároveň, pre porovnanie, aj S-krivku ideálneho výpočtového modelu. Z tohto grafu je vidieť, že S-krivka sa s výskytom imperfekcie posúva doľava a jej rast je v počiatočnej fáze strmší. K pravdepodobnosti porušenia teda dochádza už pri menších prenášaných silách, a teda v porovnaní s ideálnym stavom skôr, čím sa model s imperfekciou stáva v tomto smere viac kritickým.



Obr. 11.6: S-krivka – imperfekcia I a ideálny stav

11.1.4 Vplyv veľkosti odchýlky na výslednú pravdepodobnosť porušenia

Model s imperfekciou kužeľovitej plochy otvoru hlavice bol modelovaný aj pre upravenú hodnotu maximálnej odchýlky typu ovalita. Hodnota s ktorou bolo počítané v predchádzajúcej analýze, t. j. 0,01 mm, bola nahradená hodnotou odchýlky na osi symetrie 0,015 mm. Tá bola zvolená väčšia v porovnaní s pôvodnou hodnotou preto, aby bol modifikovaný prípad menej bezpečný z hľadiska pravdepodobnosti porušenia. Ďalšie parametre modelu v porovnaní s predošlým zostali nezmenené.

Maximálne hodnoty všetkých troch hlavných napätí spolu s hodnotou sily prenášanej driekom pri posuve 0,08 mm sú prehľadne zobrazené v tab. 11.3. Imperfekcia v modifikovanom modeli je tu označená ako imperfekcia Ia. Keďže charakter rozloženia napätia vo výpočtovom modeli sa nezmenil a zostáva rovnaký ako v predošlom výpočte, nie je nutné opäť zobrazovať grafické mapy s jeho naznačením.

	Imperfekcia I	Imperfekcia Ia
F [N]	331,96	291,17
σ1-max [MPa]	96,55	87,17
σ2-max [MPa]	11,53	10,26
σ3-max [MPa]	3,50	2,39

Tab. 11.3: Výsledné hodnoty napätí a stykovej sily – Imperfekcia I a imperfekcia Ia

Z tabuľky je možné vidieť, že maximálne hodnoty hlavných napätí pri posuve 0,08 mm sa v porovnaní s predošlým výpočtom zmenšili. Tento trend je následkom zväčšenej vôle medzi kontaktnými plochami telies. Tiež je možné tvrdiť, že v čase, kedy došlo k tejto hodnote posuvu boli v prípade väčšej vôle v kontakte menšie časti kužeľovitých kontaktných plôch hlavice a drieku. Preto dochádza k zmenšeniu nie len napätia v telese, ale aj samotnej sily prenášanej driekom. Táto sila tiež klesá v porovnaní hlavice endoprotézy s imperfekciou Ia s modelom s imperfekciou I. V porovnaní s ideálnym stavom je jej pokles v oboch prípadoch s imperfekciou niekoľkonásobný práve preto, že v ideálnom prípade dochádza k deformácii celej kontaktnej plochy.

Tento fakt je pomerne vhodné vysvetliť aj na závislosti posuvu a sily (viď. obr. 11.7), kde je vidieť túto závislosť pre porovnanie pre model s imperfekciou I a imperfekciou Ia. Táto závislosť potvrdzuje predpoklad, že s nárastom odchýlky hlavice od ideálnej ovality a zväčšením jej otvoru dochádza k zväčšovaniu vôle medzi samotnou hlavicou a oceľovým driekom. K vymedzeniu tejto vôle potom dochádza v porovnaní s predošlou simuláciou neskôr. Je k tomu potrebná aplikácia väčšieho deformačného zaťaženia na oceľový kužeľ, čím reakčná styková sila prenášaná driekom bude takisto postupne narastať. Po dostatočnom vymedzení vôle medzi kontaktnými plochami opäť dochádza k tendencii modelu správať sa obdobne ako model ideálny, kedy na seba dosadajú takmer celé kontaktné kužeľové plochy a závislosť sily a posuvu sa stáva priamkou, ktorej smernica je v prípade oboch modelov s imperfekciou takmer zhodná.



Obr. 11.7: Závislosť posuvu a stykovej sily – imperfekcia I a imperfekcia Ia

Zo zistených hodnôt napätia pre posuv 0,08 mm boli v ďalšom kroku spočítané riziko a pravdepodobnosť porušenia. Tab. 11.4 poskytuje prehľad výsledných hodnôt pravdepodobností porušenia P_f pre hlavicu s imperfekciou I (odchýlka od ideálnej ovality plochy hlavice) a jej modifikáciou, ozn. ako imperfekcia Ia, pre rovnaký aplikovaný posuv 0,08 mm. Je z nej možné pozorovať, že pravdepodobnosť porušenia v porovnaní s pôvodným rozmerom imperfekcie plochy otvoru hlavice endoprotézy pri rovnakom deformačnom zaťažení oceľového kužeľa výrazne klesá, čo súvisí s už analyzovaným zmenšením hodnôt hlavných napätí.

Tab.	11.4:	Výsledné	hodnoty	pravdep	odobnosti	porušenia	– Imperfekcia	I a imperfekci	a Ia
------	-------	----------	---------	---------	-----------	-----------	---------------	----------------	------

	Imperfekcia I	Imperfekcia Ia
Pf [%]	0,0225	0,0101

Pre celkové zhodnotenie vplyvu zväčšenia hodnoty imperfekcie typu ovalita kužeľovitej plochy otvoru hlavice z pôvodného rozmeru 0,01 mm na 0,015 mm je opäť vhodná S-krivka. Keďže pri vyšších hodnotách posuvu zaťažovacieho kužeľa boli zaznamenané problémy s konvergenciou úlohy, bolo potrebné znížiť časový krok, t. j. zvýšiť počet substepov. V porovnaní s prvou imperfekciou, kedy bolo potrebných pre zaťaženie 0,3 mm 60 substepov, v tomto prípade bolo počítané pri rovnakom posuve kužeľa s počtom substepov až 240, čo v porovnaní s predošlými úlohami výrazne predlžuje dobu výpočtu. Následne bola spomenutá S-krivka vytvorená z dát z každého 4. substepu tak, aby hodnoty zodpovedali prírastku posuvu 0,005 mm rovnako ako v predchádzajúcich výpočtoch.

Obr. 11.8 zobrazuje S-krivky pre hlavice s oboma počítanými imperfekciami. Je tu

vidieť, že v prípade zväčšenia maximálneho rozmeru imperfekcie na ose symetrie na 0,015 mm sa závislosť pravdepodobnosti porušenia na prenášanej sile presúva doľava v porovnaní s predošlým modelom s imperfekciou I. Pri rovnakej sile teda pravdepodobnosť porušenia dosahuje vyššiu hodnotu, čo zodpovedá predpokladu, že so zvyšujúcou hodnotou imperfekcie bude dochádzať pri rovnakom silovom zaťažení k nebezpečnejšiemu stavu z hľadiska výslednej pravdepodobnosti porušenia.

Napriek znižovaniu hodnoty napätia pri rovnakých posuvoch tu dochádza aj k znižovaniu prenášanej sily driekom endoprotézy bedrového kĺbu, keďže sú v kontakte menšie plochy. Tiež je vidieť, že prudký nárast hodnôt pravdepodobnosti porušenia je u oboch kriviek približne pri rovnakej sile, keďže sily pri menších posuvoch sú v oboch prípadoch takmer rovnaké (viď. obr. 11.7). Líšia sa pri posuvoch vyšších, kedy sa začínajú významnejšie odlišovať aj veľkosti dosadajúcich plôch. Rôzny je aj sklon S-kriviek. Zatiaľ čo v modeli s imperfekciou I je nárast pravdepodobnosti porušenia v závislosti na prenášanej sile viac pozvoľný, u imperfekcie Ia je strmší.



Obr. 11.8: S-krivka – imperfekcia I a imperfekcia Ia

11.2 Odchýlka typu ovalita kužeľovitej plochy drieku

Počítaný bol aj ďalší variant modelu s odchýlkou od ideálnej ovality kužeľovitej plochy v kontakte hlavice a drieku. Zatiaľ čo v oboch predošlých výpočtoch sa jednalo o odchýlku kužeľovej plochy hlavice, v tomto prípade bola keramická hlavica ponechaná v ideálnom stave a s imperfekciou bol modelovaný driek. Maximálna hodnota odchýlky je v tomto prípade opäť 0,01 mm, čo umožňuje vzájomné porovnanie s modelom s imperfekciou I, ktoré nasleduje v ďalšej kapitole so sumarizáciou a analýzou všetkých výsledkov. Možné je teda zhodnotiť, či pravdepodobnosť porušenia keramickej hlavice ovplyvňuje len odchýlka od ideálnej ovality ako taká, alebo má na ňu vplyv aj to, či sa jedná o odchýlku plochy keramickej hlavice alebo oceľového drieku.

11.2.1 Tvorba výpočtového modelu

Tak, ako už bolo uvedené, výpočtový model je tvorený hlavicou endoprotézy s ideálnou geometriou už použitou v simulácii ideálneho výrobného stavu. Modifikovaná bola geometria kužeľovitej plochy oceľového drieku. Opäť bola vytvorená odchýlka symetrická, čo umožňuje využiť pri výpočte jednu štvrtinu celkového priestorového modelu a znížiť nároky na výpočtový čas.

Priemer drieku sa v jednom rozmere v tomto prípade zužoval tak, aby rovnako ako v predošlom modeli, medzi hlavicou a driekom vznikala vôľa. Pre možnosť porovnania vplyvu imperfekcie na voľbe plochy drieku alebo hlavice v kontakte, bola zvolená maximálna odchýlka s hodnotou 0,01 mm, teda rovnaká, ako pri odchýlke od ideálnej ovality kužeľovitej plochy otvoru hlavice.

Takisto boli kvôli konzistencii a porovnaniu jednotlivých simulácii zvolené rovnaké materiálové parametre telies, globálne nastavenia výpočtu a samotných kontaktov. Hlavica bola zase zaťažovaná vertikálnym posuvom 0,08 mm prostredníctvom zaťažovacieho kužeľa a väzby tvorí zamedzenie posuvu v y ose v mieste spojenia drieku a suportu a zamedzenie príslušným zložkám posuvov na rovinách symetrie výpočtového modelu.

11.2.2 Určenie rozloženia napätia

Vstupom do algoritmu výpočtu rizika porušenia, a z neho následne pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice, sú hodnoty všetkých troch hlavných napätí v jednotlivých uzloch konečno-prvkovej siete. Ich rozloženie je vidieť, spolu so škálou hodnôt v MPa popisujúcou farebné grafické mapy, na obr. 11.9 – 11.11. Ich maximálne hodnoty porovnané s ideálnym stavom sú sumarizované v tab. 11.5. Imperfekcia kužeľovitej plochy povrchu oceľového drieku je v tejto tabuľke, a zároveň aj v ďalšej časti práce, označená ako imperfekcia II.



Obr. 11.9: Imperfekcia II - 1. hlavné napätie v MPa



Obr. 11.10: Imperfekcia II - 2. hlavné napätie v MPa



Obr. 11.11: Imperfekcia II - 3. hlavné napätie v MPa

Z grafických máp reprezentujúcich hodnoty troch hlavných napätí vo výpočtovom modeli s imperfekciou II je zrejmé, že charakter ich rozloženia v drieku a hlavici pripomína rozloženie hlavných napätí v modeloch s imperfekciami I a Ia. V mieste prvotného styku týchto telies, ktoré tvorí hrana ležiaca v rovine symetrie, teda vzniká tlaková oblasť, ktorá sa postupne šíri s narastaním veľkosti kontaktných plôch.

Tab. 11.5 porovnáva, rovnako ako v prípade imperfekcie I, hodnoty stykovej sily a maximá hlavných napätí modelu s imperfekciou II s ideálnym modelom pri zadaní vertikálneho posuvu 0,08 mm. Je vidieť, že sa hodnoty opäť znižujú. Trend je tu teda rovnaký ako v prípade modelu s imperfekciou kužeľovitej kontaktnej plochy otvoru hlavice pri zachovaní ideálnej geometrie drieku. Rovnako platí, že opäť ide o dopad samotnej vôle medzi uvedenými kontaktnými plochami.

	Ideálny stav	Imperfekcia II
F [N]	1 858,80	318,19
σ1-max [MPa]	149,10	91,42
σ2-max [MPa]	39,79	10,63
σ3-max [MPa]	11,59	2,96

Tab. 11.5: Výsledné hodnoty napätí a stykovej sily – Imperfekcia II

Obr. 11.12 zobrazuje závislosť stykovej sily na aplikovanom posuve zaťažovacieho kužeľa pre model s imperfekciou II, a zároveň jej porovnanie s rovnakou závislosťou pre ideálny výpočtový model. Tiež je tu vidieť v oblasti menších posuvov relatívne pomalý nárast sily s rastúcim posuvom a celkový nelineárny charakter krivky. Keďže zo začiatku sa dotýkajú len veľmi malé plochy, klesá v porovnaní s ideálnym modelom aj styková sila. V čase, kedy je posuv zaťažovacieho kužeľa väčší, a silové pomery v hlavici začínajú pripomínať ideálny stav, dochádza k postupnej zmene charakteru rastu krivky a nárast sily prenášanej driekom endoprotézy začína pripomínať ideálny stav.



Obr. 11.12: Závislosť stykovej sily na posuve – imperfekcia II a ideálny stav

11.2.3 Výpočet pravdepodobnosti porušenia

Po určení hodnôt a rozložení troch hlavných napätí vo výpočtovom modeli bola opäť určená pravdepodobnosť porušenia pri posuve 0,08 mm a porovnaná s rovnakou hodnotou zistenou v skúšanej endoprotéze s ideálnou geometriou. Tieto hodnoty sú prehľadne uvedené v tab. 11.6. Je vidieť, že hodnota pravdepodobnosti porušenia hlavice pri imperfekcii oceľového drieku sa rovnako ako v predošlom výpočte niekoľkonásobne znižuje. To samozrejme súvisí s výrazným poklesom hodnôt napätia v hlavici analyzovanom v predchádzajúcej kapitole.

Tab. 11.6: Výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia – Imperfekcia II

	Ideálny stav	Imperfekcia II
Pf [%]	3,295	0,0138

Obr. 11.13 predstavuje závislosť pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice v závislosti na sile prenášanej driekom. Pre možnosť komparácie výsledkov je tu uvedená aj S-krivka ideálneho modelu. Pre jej výpočet bolo posuv 0,3 mm potrebné kvôli problémom s konvergenciou aplikovať v pomerne malých prírastkoch lineárne. Simulácia bola riadená počtom substepov. Na rozdiel od predchádzajúcich výpočtov tu bol ponechaný automaticky riadený časový krok a minimálny a maximálny počet substepov definovaný ako 50 a 300 z dôvodu zlepšenia konvergencie, s ktorou bol pri vyšších posuvoch kužeľa problém.



Obr. 11.13: S-krivka – imperfekcia II a ideálny stav

Z obr. 11.13 je vidieť, že S-krivka modelu s imperfekciou II sa doľava. Jedná sa o rovnaký trend ako v prípade predošlých modelov s odchýlkou od ideálnej ovality I a Ia. Imperfekcia drieku teda spôsobí posun do nebezpečnejšieho stavu, kedy pri rovnakej sile významne narastá pravdepodobnosť porušenia.

12 Porovnanie a analýza výsledkov keramickej hlavice

Výsledky jednotlivých výpočtov pre modely s rôznymi variantami odchýlky od ideálnej ovality kontaktných kužeľovitých plôch je vhodné zosumarizovať a porovnať tieto výsledky navzájom a s ideálnym stavom.

Tab. 11.7 obsahuje hodnoty stykovej sily a maximálne hodnoty hlavných napätí pre posuv zaťažovacieho kužeľa o 0,08 mm pre všetky počítané modely s príslušným označením využívaným jednotne v celej diplomovej práci. V ideálnom modeli sú všetky hodnoty najvyššie, avšak toto porovnanie nie je kvôli rôznym stykovým silám efektívne, preto je vhodné sa zamerať na porovnanie S-kriviek, ktoré bude v kapitole uvedené ďalej.

	Ideálny stav	Imperfekcia I	Imperfekcia Ia	Imperfekcia II
F [N]	1 858,80	331,96	291,17	318,19
σ1-max [MPa]	149,10	96,55	87,17	91,42
σ2-max [MPa]	39,79	11,53	10,26	10,63
σ3-max [MPa]	11,59	3,50	2,39	2,96

Tab. 11.7: Výsledné hodnoty napätí a stykovej sily – všetky varianty

Styková sila je v ideálnom modeli oveľa väčšia. Pri rovnakom posuve tu dochádza k väčšej deformácii celej plochy drieku, čo spôsobí jej vyššiu hodnotu. V prípade imperfekcie dochádza najprv ku kontaktu na hrane, a následne k nárastu kontaktnej plochy. Pri malom posuve 0,08 mm sa teda výrazne deformuje len malá časť drieku a závislosť stykovej sily na posuve (obr. 11.14) sa začína podobať ideálnej geometrii až pri vyšších posuvoch.



Obr. 11.14: Závislosť stykovej sily a posuvu – všetky varianty

Z obr. 11.4 je badateľné, že imperfekcia spôsobí zmenu pôvodnej lineárnej závislosti posuvu a stykovej sily. Vôľa medzi kontaktnými plochami má za následok zníženie stykovej sily prenášanej driekom, ktorá úzko súvisí s veľkosťou dotýkajúcich sa kontaktných plôch. So zmenšujúcou sa plochou klesá aj táto styková sila. Zároveň je z každého výpočtu zrejmé, že po určitom čase a po aplikovaní dostatočne veľkého posuvu, začnú na seba dosadať dostatočne veľké časti kužeľovitých plôch a silové pomery v hlavici začnú pripomínať ideálny stav.

Modely s imperfekciami I a II a ich príslušné závislosti sily a posuvu vykazujú minimálne rozdiely. Z tohto hľadiska je teda rozdiel medzi odchýlkou od ideálnej ovality hlavice pri zachovaní ideálneho drieku a naopak, imperfekcie drieku pri zachovaní ideálnosti hlavice, bezvýznamný. To platí ale za predpokladu, že hodnoty modelových imperfekcií a vôľa medzi kontaktnými plochami je v oboch prípadoch rovnaká.

Vplyv veľkosti tejto výrobnej odchýlky je zrejmý z porovnania závislosti pre modely s imperfekciou I a Ia. Platí, že so zvyšujúcou sa hodnotou imperfekcie sa krivka posúva smerom doprava a hodnoty sily pri rovnakom posuve klesajú. Vôľa sa vymedzí neskôr a silové pomery sa budú podobať ideálnemu stavu pri vyšších hodnotách posuvu zaťažovacieho kužeľa.

Pravdepodobnosť porušenia a jej výsledné hodnoty počítané z vyššie analyzovaných hlavných napätí pre posuv 0,08 mm sú prehľadne sumarizované v tab. 11.8. Z týchto hodnôt je vidieť, že najvyššia pravdepodobnosť porušenia je spočítaná v ideálnom modeli bez akejkoľvek imperfekcie implementovanej v jeho geometrii. V modeloch s imperfekciou už táto hodnota výrazne klesá, pričom naopak najnižšia je v prípade imperfekcie Ia. Tu je hodnota modelovej symetrickej odchýlky najvyššia, a teda pri rovnakom posuve sa tu pomerne výrazne znižujú hodnoty napätí, ktoré znižujú aj pravdepodobnosť porušenia keramickej súčasti.

1ab. 11.8: Vysledne hodnoty pravdepodobnosti porusenia pri posuve 0,08 mm – vsetky
--

	Ideálny stav	Imperfekcia I	Imperfekcia Ia	Imperfekcia II
Pf [%]	3,295	0,0225	0,0101	0,0138

S-krivky, t. j. závislosti stykovej sily a výslednej hodnoty pravdepodobnosti porušenia, všetkých modelov sú na obr. 11.15. Svojím charakterom každá z nich zodpovedá prehľadu literatúry uvedenej v tejto práci týkajúcej sa Weibullovej teórie najslabšieho článku, ktorá výpočet pravdepodobnosti porušenia keramického telesa bližšie definuje a popisuje. Zo štatistického pohľadu sa jedná o distribučnú funkciu Weibullovho rozdelenia pravdepodobnosti, v tomto prípade dvojparametrického.

V porovnaní s ideálnym stavom keramickej hlavice aj drieku posúva každý variant odchýlky od ideálnej ovality príslušnú S-krivku smerom doľava, čo je stav viac nebezpečný. Pri rovnakých silách sú teda pravdepodobnosti porušenia väčšie, a k celkového zlyhaniu keramickej hlavice, t. j. propagácií iniciačnej trhliny, ktorá toto zlyhanie z hľadiska funkcie spôsobí, dochádza skôr a pri menších hodnotách zaťaženia.

Rovnako ako pri analýze závislosti sily na posuve, je aj u S-kriviek variant s imperfekciami I a II vidieť, že rozdiel medzi nimi je minimálny a imperfekcie zameniteľné bez väčšieho vplyvu na výslednú hodnotu rizika porušenia, a teda aj z neho vychádzajúcu pravdepodobnosť porušenia. Rozdiel už vykazujú krivky pre varianty s odchýlkami. I a Ia, pričom hodnota maximálnej odchýlky od ideálnej ovality je väčšia u variantu Ia. Pozorovateľný je posun S – krivky tohto variantu takisto smerom doľava. Hodnota samotnej imperfekcie má teda veľký dosah na výslednú pravdepodobnosť porušenia.



Obr. 11.15: S – *krivka* – *všetky varianty*

13 Záver

V úvodných častiach práce bola vykonaná rešerš pre lepšie pochopenie riešenej problematiky. Priblížená bola oblasť keramický materiálov, ich štruktúra a s ňou súvisiace mechanické vlastnosti. Štatistická povaha pevnosti a výpočty pravdepodobnosti porušenia práce boli popísané v kapitole o Weibullovej teórii najslabšieho článku. Takisto bol v teoretickej časti uvedený stručný prehľad o konštrukcii, typoch či materiáloch endoprotéz.

Úvod výpočtovej časti práce pozostáva z riešenia valcového telesa z keramiky na báze oxidu hlinitého. To bolo zvolené z dôvodu výskytu trojosového stavu napätosti, ktorá sa predpokladá aj následne pri výpočtoch pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice endoprotézy, a zároveň pre možnosť analytického riešenia napätosti. Hodnoty troch hlavných napätí a ich priebeh po hrúbke telesa boli teda spočítané pomocou analytických vzťahov, a následne numericky pomocou MKP v programe ANSYS Workbench.

V prípade numerického riešenia napätia boli vytvorené tri MKP siete. Prvky boli zvolené lineárne. Dôvodom je zvyšujúca sa časová náročnosť v prípade využitia kvadratických prvkov. Zároveň aj fakt, že hodnoty napätia potrebné pre výpočet pravdepodobnosti porušenia sa nezapisujú v uzloch v strede hrany prvku. Potrebné je ale aby diskretizácia bola dostatočne jemná. Následne bola pre každú z týchto sietí spočítaná pravdepodobnosť porušenia.

Pre jej výpočet vychádzajúci z analytického zistenia napätia bol využitý skript vytvorený v MATLABe, už použitý a overený v bakalárskej práci. V prípade numerického určenia napätia bolo nutné vytvoriť nový algoritmus výpočtu, kedy je potrebné integrálne vzťahy z Weibullovej teórie nahradiť sumou cez jednotlivé elementy a ich uzly. Porovnaním výsledkov vychádzajúcich z numerických a analytických výpočtov napätia bolo následne možné algoritmus overiť a v ďalších výpočtoch neskôr použiť. Jednotlivé výsledky nevykazovali v porovnaní s analytickým riešením v prípade siete B relatívnu odchýlku väčšiu než 3,5 %, čo je už pomerne dostačujúce. Sieť C už vykazovala odchýlku menšiu než 1,2 %, preto bola s miernymi úpravami použitá pre ďalšie výpočty.

Okrem vyššie uvedeného bol analyzovaný aj vplyv využitia spriemerovaných alebo nespriemerovaných hodnôt napätia ako vstupov pre výpočet P_f . Tu sa ukázalo, že v prípade dostatočne jemnej diskretizácie výpočtového modelu je presnosť využitia týchto hodnôt porovnateľná, v prípade siete C dokonca spriemerované hodnoty napätia vykazovali menšie relatívne odchýlky v porovnaní s analytickým určením napätia, a to nie viac než už spomenutých 1,2 %. V ďalších výpočtoch boli teda použité už len spriemerované hodnoty napätia, keďže pre ďalšie spracovanie a algoritmus výpočtu pravdepodobnosti porušenia je práca s týmito dátami rýchlejšia, jednoduchšia a prehľadnejšia, a zároveň klesá čas numerickej integrácie pri výpočte rizika porušenia keramickej hlavice.

Spočítaných bolo 6 variant zaťaženia valcového telesa. To poskytuje možnosť analyzovať vplyv znamienok hlavných napätí na pravdepodobnosť porušenia. Podstatné je spomenúť výsledky variantu B, kedy je výsledná P_f nulová. To je spôsobené tým, že všetky hl. napätia sú záporné. Keďže Weibullova teória predpokladá, že ťahové napätie trhlinu otvára a záporné naopak uzatvára, nemá toto tlakové napätie vplyv na výslednú P_f , čo daný výsledok potvrdzuje. Opakom je variant D, ktorého pravdepodobnosť porušenia je až 7,25 %. V tomto prípade sú všetky napätia ťahové, a teda zvyšujú jej hodnotu. Tá je ovplyvnená aj samotnými hodnotami aplikovaného zaťaženia, čo dokazuje vytvorený priestorový grafický obrazec predstavujúci závislosť P_f na hodnotách aplikovaného zaťaženia.

Poznatky získané pri výpočte valcového telesa boli aplikované pri výpočtoch keramickej hlavice. Prvým modelom je model s ideálnou geometriou. Vytvorené boli 4 siete ozn. A –D. Diskretizácia B, vykazujúca už pomerne dobré výsledky, napätia bola použitá pri analýze vplyvu koeficientu trenia kontaktných plôch. Model bol počítaný pre koeficienty

trenia 0,1, 0,2, 0,3 a pre kontakt bez trenia. Výsledky ukázali, že maximálne hodnoty prvého hlavného napätia ovplyvňujúce P_f v najväčšej miere narastajú zo znižovaným koeficientom trenia. Zároveň s jeho poklesom klesá aj styková sila. Pre ďalšie výpočty bol teda zvolený kontakt bez trenia tak, aby následné výsledky reprezentovali najnebezpečnejší možný stav.

Preskúmaný bol aj vplyv hodnoty penetrácie kontaktných plôch. Opäť bola v tomto prípade využitá sieť B a počítaná bola P_f pre penetrácie rádovo v rozmedzí 10^{-4} až 10^{-6} mm, pričom prvá z hodnôt vychádza z prednastavenia softwaru. Tu sa ukázalo, že hodnoty napätia aj pravdepodobnosti porušenia sa začínajú ustaľovať až pri penetráciách menších než $3,54 \cdot 10^{-5}$ mm, a prednastavenie nie je pre účely tejto práce a jej výsledky dostatočné. V ďalších modeloch boli preto kontakty nastavené tak, aby penetrácie boli nižšie.

S už overenými nastaveniami kontaktov vo výpočtovom modeli bola P_f spočítaná pre všetky siete A – D. Každá z nich vykazuje podobné hodnoty napätia aj pravdepodobnosti porušenia. Vidieť je tendencia spresňovania sa pravdepodobnosti porušenia so zvyšujúcim sa počtom elementov siete. V prípade diskretizácií C a D je ich vzájomná relatívna odchýlka len 1,45 %. Vo výpočtoch endoprotézy s imperfekciou je teda použitá sieť C.

V ďalších simuláciách bol modifikovaná ideálna geometria endoprotézy. Modelovaná bola symetrická odchýlka od ideálnej ovality kužeľovitého otvoru hlavice s najväčším rozmerom 0,01 mm ozn. I, následne bol zmenený jej maximálny rozmer na 0,015 mm a táto imperfekcia ozn. Ia. Okrem toho bola imperfekcia s rozmerom 0,01 mm modelovaná aj na oceľovom drieku, pričom keramická hlavica zostala ideálna. Imperfekcia tohto typu je v práci jednotne označená II. Pre každý z týchto výpočtových modelov bola využitá modifikovaná sieť C a jednotné nastavenie kontaktov podľa ideálneho modelu. Určené bolo rozloženie troch hlavných napätí slúžiacich pre vstup do výpočtu P_f. Porovnávané boli jej hodnoty pre posuv 0,08 mm, závislosti posuvu a stykovej sily a následne S-krivky.

Závislosť posuvu a stykovej sily vychádza lineárna len v prípade ideálneho stavu, každá imperfekcia vnáša do tejto závislosti na začiatku výpočtu nelinearitu spôsobenú vznikajúcou vôľou a jej vymedzením. Pri väčších posuvoch sa vo všetkých prípadoch závislosť začína ponášať na ideálny model. Zároveň platí, že každá imperfekcia znižuje stykovú silu niekoľkonásobne, čo opäť súvisí so vznikajúcou vôľou medzi plochami. Rozdiel medzi imperfekciami I a II je minimálny, zatiaľ čo imperfekcia Ia voči imperfekcii I posúva závislosť sily a posuvu doprava, keďže vôľa sa tu vymedzí neskôr.

Podobný trend vykazujú S – krivky. V porovnaní s ideálnym stavom sa všetky ostatné modely s imperfekciou posúvajú na viac kritickú stranu, teda v tomto prípade doľava. Pri rovnakom zaťažení sa teda zvyšuje P_f , resp. rovnakú pravdepodobnosť porušenia je možné dosiahnuť už pri nižšom zaťažení. Modely s imperfekciami I a II vykazujú opäť minimálny rozdiel, porovnanie imperfekcii I a Ia ukazuje, že zväčšujúce sa rozmery imperfekcie presúvajú krivku opäť smerom doľava a výsledky sú viac kritické.

Zhrnutie výsledkov teda naznačuje, že odchýlka kontaktných plôch typu ovalita posúva výsledky v porovnaní s ideálnou geometriou do nebezpečnejšieho stavu, kedy k pravdepodobnosti porušenia dochádza skôr, čo súhlasí s výsledkami z [54]. Tiež nezáleží, či je táto imperfekcia lokalizovaná na drieku alebo na keramickej hlavici.

Eliminovanie obmedzení spočívajúcich v neuvažovaní biologického prostredia ľudského organizmu ako prirodzeného prostredia pre fungovanie endoprotézy, prípadne vertikálne zaťažovanie hlavice úplne neodpovedajúce prirodzenému fyziologickému zaťažovaniu, ktoré by správanie modelu mohli ovplyvniť v značnej miere, by mohlo byť použité ako návrh na budúce spracovanie ďalších prác pre výpočet pravdepodobnosti porušenia keramickej hlavice endoprotézy, a tým súčasné poznatky v tejto problematike výrazne rozšíriť.

Zoznam použitej literatúry

- [1] *Totální endoprotéza kyčelního kloubu*. In: Resurf Med: Pečujeme o Vaše zdraví. [online]. [cit. 2022-02-13]. Dostupné z: http://www.r-med.eu/cs/ostatni/totalniendoproteza-kycelniho-kloubu.html
- [2] PARK, J., *Bioceramics: Properties, Characterizations, and Applications.* 1. New York: Springer, NY, 2008. ISBN 978-1-4899-8573-6
- [3] PARADOWSKI, J., *Endoprosthesis of the hip joint*. [online]. Krakov. [cit. 2022-02-12]. Dostupné z:https://www.sportmed.pl/en/treatment/endoprosthesis-of-the-hip
- [4] GHALME, S., MANKAR A., BALAREO,Y. J., Biomaterials in Hip Joint Replacement. International Journal of Material Science and Engineering [online]. 2016, 4(2), s. 113 – 125 [cit. 2022-02-18]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/305358274_Biomaterials_in_Hip_Joint_ Replacement
- [5] OVČAČÍKOVÁ, H., VLČEK, J., Speciální keramické materiály. [online]. 1. vyd. Ostrava, 2013. [cit. 2021-11-08]. 111 s. ISBN 978-80-248-3365-1. Dostupné z: https://www.fmmi.vsb.cz/export/sites/fmmi/modin/cs/studijni-opory/resitelskytym-2-metalurgie/specialni-keramicke-materialy/Ovcacikova_Specialni-keramickematerialy.pdf
- [6] NGAYAKAMO, B., Traditional ceramics: a mechanical strength perspective. *American Ceramic Society Bulletin* [online]. 2020, [cit. 2021-11-08]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/340433772_Traditional_ceramics_a_mec hanical_strength_perspective
- [7] Lomové chování keramiky. In: Ústav materiálových věd a inženýrství [online]. Brno.
 [cit. 2022-02-02]. Dostupné z: http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/bum/prednasky/10-BUM%20-%20keramicke%20materialy.pdf
- [8] Keramické materiály. In: Ústav materiálových věd a inženýrství [online]. Brno, 2012. [cit. 2021-12-19]. Dostupné z: http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/bum/prednasky/10-BUM%20-%20keramicke%20materialy.pdf
- [9] WEIBULL, W., A statistical theory of the strength of materials. Stockholm: Ingeniörsvetenskapsakademiens. 1939.
- [10] MATIZAMHUKA, W. R. Advanced ceramics the new frontier in modern-day technology: Part I. Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy [online]. 2018, [cit. 2022-02-10]. ISSN 24119717. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/327770223_Advanced_ceramics_-_The_new_frontier_in_modern-day_technology_Part_I#fullTextFileContent

- BASU, B., KALIN, M., KUMAR, B. V. M., Mechanical Properties of Ceramics. *Friction and Wear of Ceramics* [online]. Hoboken, NJ: Wiley, 2020 [cit. 2022-02-02]. ISBN 9781119538387. Dostupné z: https://zh.booksc.eu/book/82310621/07e2f9
- [12] HASHMI, S., *Comprehensive Materials Processing*. Amsterdam, 2014, s. 3-34. ISBN 978-00-809-6532-1.
- [13] ŠVEC, P., *Konštrukčné materiály*. 1. vyd. Bratislava: Nakladateľstvo STU, 2010. 220 s. ISBN 978-80-227-3386-1.
- TOMER, A. K., KUMARI, S., RASTOGI, D., CECILIA, L. L., SINGH, S., TYAGI,
 A., Bioceramics in Endodontics A Review. *International Journal of Applied Dental Sciences* [online]. 2020, 588-594 [cit. 2022-02-15] ISSN 23947489. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/346318393_Bioceramics_in_Endodontics _-_A_Review
- [15] TRUNEC, M., MACA, K., Advanced Ceramic Processes. Advanced Ceramics for Dentistry. Elsevier, 2014, s. 123-150. ISBN 9780123946195.
- [16] IMANAKA, Y., *Advanced ceramic technologies & products*. The Ceramic Society of Japan, Tokyo: Springer, 2012. ISBN 978-4-431-53913-1.
- XU, Y., ZHANG, K., FU, L., TONG, T., CAO, L., ZHANG, Q., CHEN, L., Effect of MgO addition on sintering temperature, crystal structure, dielectric and ferroelectric properties of lead-free BZT ceramics. *Journal of Materials Science: Materials in Electronics* [online]. 2019, s. 7582-7589 [cit. 2022-01-12]. ISSN 0957-4522. Dostupné z: https://link.springer.com/article/10.1007/s10854-019-01073-x
- [18] SEVER, I., ZMAK I., ČURKOVIČ, L. Sintering of slip cast composite Al₂O₃-ZrO₂ ceramics [Online]. 9th International Scientific and Expert Conference TEAM, 2018, Novi Sad, [cit. 2021-12-20]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/328335584_Sintering_of_slip_cast_comp osite_Al2O3-ZrO2_ceramics
- YANG, X. F., XIE, Z. P., LIU, G. W., HUANG, Y., Dynamics of water debinding in ceramic injection moulding. *Advances in Applied Ceramics* [online]. 2013, 295-300 [cit. 2021-12-28]. ISSN 1743-6753. Dostupné z: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1179/174367608X362430
- [20] LAKHDAR, Y., TUCK, C., BINNER, J., TERRY A., GOODRIDGE, R., Additive manufacturing of advanced ceramic materials. *Progress in Materials Science* [online]. 2021, 116 [cit. 2021-12-28]. ISSN 00796425. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0079642520301006
- [21] PELZ, J. S., KU, N., MEYERS, M. A., VARGAS-GONZALEZ, L. R., Additive manufacturing of structural ceramics: a historical perspective. *Journal of Materials Research and Technology* [online]. 2021, s. 670-695 [cit. 2022-01-12]. ISSN

22387854. Dostupné z:

https://www.researchgate.net/publication/353833588_Additive_Manufacturing_of_ Structural_Ceramics_A_Historical_Perspective

- [22] ROWLANDS, W., Additive manufacturing of advanced ceramics for demanding aplication. [online]. 2019. Loughborough University, [cit. 2022-01-12]. Thesis for PhD., Advisor Prof. Bala Vaidhyanathan. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/356494118_Additive_manufacturing_of_ advanced_ceramics_for_demanding_applications
- [23] ČURKOVIČ, L., BAKIČ, A., KODVANJ, J., HARAMINA, T., Flexural Strength of Alumina Ceramics: Weibull Analysis. [online]. Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture: University of Zagreb, 2010. [cit. 2022-03-20]. ISSN 1333-1124. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/264713313_Flexural_strength_of_alumin a_ceramics_Weibull_analysis#fullTextFileContent
- [24] DANZER, R., LUBE, T., MORRELL, R., SUPANCIC, P., Mechanical Properties of Ceramics. *Handbook of Advanced Ceramics*. Elsevier, 2013, s. 609-663. ISBN 9780123854698.
- [25] Lomové chování a zkoušení keramiky. In: Ústav materiálových věd a inženýrství [online]. Brno, 2012. [cit. 2022-02-08]. Dostupné z: http://ime.fme.vutbr.cz/index.php/cs/studium/podklady-pro-vyuku-zimni semestr
- [26] KRISHNAN, P., A Parametric Approach to the Evaluation of Flexural Strength of Advanced Ceramic or Glass Like Cylindrical Rods at Ambient Temperature. *Non-Metallic Material Science* [online]. 2019, [cit. 2022-02-08]. ISSN 2661-3301. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/336946736_A_Parametric_Approach_to_ the_Evaluation_of_Flexural_Strength_of_Advanced_Ceramic_or_Glass_Like_Cyli ndrical_Rods_at_Ambient_Temperature
- [27] RAHEEM, Z., Standard Test Method for Flexural Strength of Advanced Ceramics at Ambient Temperature 1. *Engineering Materials and Technology*. [online]. 2019, University of Texa, [cit. 2022-02-10]. Dostupné z: https://sites.utexas.edu/taleff/files/2019/10/astm_c1161_13.pdf
- [28] PETROVIC, J. J., Weibull statistical fracture theory for the fracture of ceramics. Metallurgical and Materials Transactions A [online]. 1987. [cit. 2020-02- 01]. ISSN 1543-1940. Dostupné z: https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF02647012#citeas
- [29] ZOK, F. W., On weakest link theory and Weibull statistics. *Journal of the American Ceramic Society* [online]. 2017, 100(4), 1265-1268 [cit. 2022-02-21]. ISSN 00027820. Dostupné z: https://ceramics.onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/jace.14665?saml_referre r

- [30] LEI, W., ZHANG, P., YU, Z., QIAN, G., Statistics of ceramic strength: Use ordinary Weibull distribution function or Weibull statistical fracture theory?. *Ceramics International* [online]. 2020, 46(13), 20751-20768 [cit. 2022-02-20]. ISSN 02728842. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/341320284_Statistics_of_ceramic_strengt h_Use_ordinary_Weibull_distribution_function_or_Weibull_statistical_fracture_th eory#fullTextFileContent
- [31] KARPÍŠEK, Z., Teorie spolehlivosti metody a aplikace. [online]. Brno, 2005. [cit. 2020-02-21]. Dostupné z: http://www.mat.fme.vutbr.cz/Home/karpisek/souboryke-stazeni
- [32] NOVOTNÝ, R., *Weibullovo rozdělení při analýzách bezporuchovosti*. In: Elektrorevue. [online]. Brno, 2002. [cit. 2022-02-21]. Dostupné z: http://www.elektrorevue.cz/clanky/02017/index.html#typy
- [33] LEI, W., Statistical size scaling of ceramic strength. Journal of the American Ceramic Society [online]. 2019, 102(1), 90-97 [cit. 2022-02-20]. ISSN 00027820. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/327327771_Statistical_size_scaling_of_c eramic_strength
- [34] BAURA, G. D., Total Hip Prostheses. *Medical Device Technologies*. Elsevier, 2012, s. 381-404. ISBN 9780123749765.
- [35] *Total Hip Replacement*. In: Physiopedia. [online]. Londýn, UK. [cit. 2022-02-10]. Dostupné z: https://www.physio-pedia.com/File:Hip_Replacement.png
- [36] Beznoska.[online]. [cit. 2022-02-13]. Dostupné z: http://www.beznoska.cz/pro-odborniky/produkty/aloplastika/kycle/
- [37] *Total Hip Replacement*. In: Adirondack Joint Surgery. [online]. New York: Lake Placid Sports Medicine [cit. 2022-02-13]. Dostupné z: https://www.adkjointsurgery.com/hip-total-hip-replacement
- [38] *Different Types of Hip Replacement Implants.* In: PeerWell. [online]. 2017, San Francisco. [cit. 2022-02-18]. Dostupné z: https://peerwell.co/blog/different-types-of-hip-replacement-implants/
- [39] POLYAKOV, A., PAKHALIUK, V., KALININ, M., KRAMAR, V., KOLESOVA, M., KOVALENKO, O., System Analysis and Synthesis of Total Hip Joint Endoprosthesis. *Procedia Engineering* [online]. 2015, 100, 530-538 [cit. 2022-02-18]. ISSN 18777058. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/272892097_System_Analysis_and_Synth esis_of_Total_Hip_Joint_Endoprosthesis#fullTextFileContent
- [40] SOSNA, A., Totální endoprotéza kyčelního kloubu české kvality Beznoska, s. r. o.
 [online]. [cit. 2022-02-15]. Dostupné z: https://www.beznoska.cz/totalni-endoproteza-kycelniho-kloubu/

- [41] Endoprotéza kyčelního kloubu. In: Nemocnice Havlíčkův Brod. [online]. [cit. 2022-02-15]. Dostupné z: http://www.onhb.cz/Data/files/ORT/Endoprot%C3%A9za%20ky%C4%8Deln%C3%ADho%20kloubu.pdf
- [42] PIVEC, R., JOHNSON, A. J., MEARS, S. C., MONT, M. A., Hip arthroplasty. *The Lancet* [online]. 2012, **380**(9855), 1768-1777 [cit. 2022-02-18]. ISSN 01406736. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140673612606072
- [43] ERIVAN, R., VILLATTE, G., DARTUS, J., et al., French Hip & Knee Society classification of short-stem hip prostheses: Inter- and intra-observer reproducibility. *Orthopaedics & Traumatology: Surgery & Research* [online]. 2022, 108(1) [cit. 2022-02-18]. ISSN 18770568. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877056821003807
- [44] TOTH, K., SOHAR, G., KINOV, P., Short-Stem Hip Arthroplasty. Arthroplasty -Update [online]. InTech, 2013, [cit. 2022-02-19]. ISBN 978-953-51-0995-2. Dostupné z: https://www.intechopen.com/chapters/42811
- [45] BIEGER, R., IGNATIUS, A., REICHEL, H., DÜRSELEN, L., Biomechanics of a short stem: In vitro primary stability and stress shielding of a conservative cementless hip stem. *Journal of Orthopaedic Research* [online]. 2013, **31**(8), 1180-1186 [cit. 2022-02-18]. ISSN 07360266. Dostupné z: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/jor.22349
- [46] BAE, J., FAROOQUE, U., LEE, K., KIM, G., JEON, I., YOON, T., Development of hip joint prostheses with modular stems. *Computer-Aided Design* [online]. 2011, 43(9), 1173-1180 [cit. 2022-02-10]. ISSN 00104485. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001044851100114X?via%3Dih ub
- [47] POLIAKOV, A., PAKHALIUK, V., POPOV, V. L., Current Trends in Improving of Artificial Joints Design and Technologies for Their Arthroplasty. Frontiers in Mechanical Engineering [online]. 2020, 6 [cit. 2022-02-15]. ISSN 2297-3079. Dostupné z: https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fmech.2020.00004/full
- [48] *Hip Implants Explained: Hip Implant Components*. In: LIRC. [online]. Londýn. [cit. 2022-02-15]. Dostupné z: http://www.lirc.co.uk/hips
- [49] *Total Hip Replacement Surgery*. In: Gelenk-Klinik. [online]. [cit. 2022-02-19]. Dostupné z: https://www.joint-surgeon.com/orthopedic-services/osteoarthritis-of-the-hip/total-hip-replacement
- [50] FORAN R. H. Jared, *Total Hip Replacement*. In: OrthoInfo [online]. 2020. [cit. 2022-02-18]. Dostupné z: https://orthoinfo.aaos.org/en/treatment/total-hip-replacement/
- [51] Hip Replacement Surgery. In: John Hopkins Medicine. [online]. [cit. 2022-02-19]. Dostupné z:

https://www.hopkinsmedicine.org/health/treatment-tests-and-therapies/hip-replacement-surgery

- [52] *Femoral head compression test PI-14 / ISO 7206-10.* In: EndoLab. [online]. [cit.2022-02-20]. Dostupné z: https://www.endolab.org/implant-testing
- [53] WEISSE, B., AFFOLTER, C., STUTZ A., BAEBLER, J., Proof Testing of Ceramic Femoral Heads for Hip Joint Implants. Journal of Biomechanics [online]. 2008, 41 [cit. 2022-02-20]. ISSN 00219290. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/47697803_Proof_testing_of_ceramic_fe moral_heads_for_hip_joint_implants
- [54] FUIS, V., Napjatostní a spolehlivostní analýza keramické hlavice kyčelní endoprotézy: disertační práce PhD Thesis pro obor Inženýrská mechanika. [online] Brno: Vysoké učení technické, 2000. Vědecké spisy Vysokého učení technického v Brně. [cit. 2022-04-05]. ISBN 80-214-1670-x. Dostupné z: https://www.vut.cz/vutium/spisy?action=ukazka&id=223&publikace_id=271
- [55] KUČERKOVÁ, M., Výpočet pravděpodobnosti porušení keramické součásti podle Weibullovy teorie nejslabšího článku. Brno, 2020. 63 s. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Ing. Jaroslav Kovář.
- [56] KOVÁŘ, J., Pravděpodobnosti porušení keramické součásti s využitím Weibullovy teorie nejslabšího článku. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 105 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D..
- [57] VARGA, J. *Napjatostní analýza keramické hlavice totální kyčelní endoprotézy zatížené dle ISO 7206-5*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 73 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.
- [58] ONDRÁČEK, E., VRBKA, J., JANÍČEK, P. Mechanika těles: pružnost a pevnost. II. Brno: CERM, 2002, 2. vyd., 262 s. ISBN 80-214-2214-9
- [59] Ansys Contact Technology Guide. In: Ansys, Inc., 2004. [online]. [cit.2022-03-25].
 Dostupné z: https://www.cae.tntech.edu/~chriswilson/FEA/ANSYS/g_ctec90.pdf

Zoznam obrázkov

Obr. 1.1: Keramická hlavica endoprotézy od českej firmy Beznoska s.r.o. [36]	. 11
Obr.5.1: Štruktúra práškov: a) aglomerát, b) agregát [15] (upravené)	. 17
Obr. 5.2: Suspenzné liatie do formy [5] (upravené)	. 18
Obr. 5.3: SLA proces a finálne keramické produkty [21]	19
Obr. 5.4: Štádiá spekania keramiky [8] (upravené)	20
Obr. 5.5: Ťahový diagram oxidu hlinitého a skla [8]	21
Obr. 5.6: Distribúcia trhlín v materiáli [11]	22
Obr. 5.7: Ťahová skúška a testovacia vzorka [25]	23
Obr. 5.8: Skúška trojbodovým a štvorbodovým ohybom [27] (upravené)	23
Obr. 5.9: Ring on ring test (vl'avo) a Ball on ball test (vpravo) [25]	24
Obr. 5.10: Vickersova skúška tvrdosti [12] (upravené)	24
Obr. 6.1: S-krivka [9]	26
Obr. 6.2: Orientácia normálového napätia v Haighovom priestore [28]	29
Obr. 7.1: Totálna endoprotéza bedrového kĺbu [35]	31
Obr. 7.2: Časti totálnej endoprotézy bedrového kĺbu [37]	31
Obr. 7.3: Typy kĺbových náhrad podľa spôsobu implantácie [42] (upravené)	33
Obr. 7.4: Náhrady s krátkym (vľavo) a dlhým driekom (vpravo) [44]	33
Obr. 7.5: Modulárne drieky s kruhovým a obdĺžnikovým prierezom [46]	34
Obr. 7.6: Materiálové kombinácie častí endoprotézy [48] (upravené)	34
Obr. 7.7: Skúška keramickej hlavice endoprotézy [52] (upravené)	36
Obr. 9.1: Valcové teleso: rozmery a charakter zaťaženia	40
Obr. 9.2: Priebeh hlavných napätí zistený analyticky	41
Obr. 9.3: MKP siete: A (vl'avo), B a C (vpravo)	42
Obr. 9.4: Analyticky a numericky zistené priebehy hl. napätia vo valcovom telese	43
Obr. 9.5: Časť skriptu pre výpočet P_f vychádzajúci z analyticky zisteného napätia	44
Obr. 9.6: Časť skriptu pre výpočet P_f vychádzajúca z numericky zistených napätí	45
Obr. 9.7: Varianty zaťaženia valcového telesa	47
Obr. 9.8: Numericky zistené priebehy hlavných napätí (variant A-F)	48
Obr. 9.9: 3D závislosť pravdepodobnosti porušenia na veľkosti zaťaženia	. 51
Obr. 10.1: Geometrie keramickej hlavice endoprotézy	52
Obr. 10.2: Komponenty výpočtového modelu	. 53
Obr. 10.3: Topológia výpočtového modelu spolu s rozmermi kužeľu a drieku	54
Obr. 10.4: Konečno-prvkové siete A-D	55
Obr. 10.5: Závislosť posuvu a maxima 1. hl. napätia pre rôzne koeficienty trenia	57
Obr. 10.6: Závislosť stykovej sily na posuve pre rôzne koeficienty trenia	58

Obr. 10.7: 1. hlavné napätie v MPa (siete A – D) 6	52
Obr. 10.8: 2. hlavné napätie v MPa (siete A – D)	53
Obr. 10.9: 3. hlavné napätie v MPa (siete A – D)	54
Obr. 10.10: Upravený skript pre výpočet pravdepodobnosti porušenia hlavice	56
Obr. 10.11: Upravená sieť C	57
Obr. 10.12:: Závislosť P _f na posuve pre hlavicu bez imperfekce	58
Obr. 10.13:: S-krivka pre hlavicu bez imperfekcie pre oblasť nižšieho zaťaženia	59
Obr. 10.14: Závislosť stykovej sily na posuve – hlavica bez imperfekcie	59
Obr. 10.15: S – krivka pre hlavicu bez imperfekcie7	0'
Obr. 11.1: Odchýlka typu ovalita kužeľovitej plochy otvoru hlavice	1
Obr. 11.2: Imperfekcia I - prvé hlavné napätie v MPa7	'2
Obr. 11.3: Imperfekcia I - druhé hlavné napätie v MPa7	'3
Obr. 11.4: Imperfekcia I - tretie hlavné napätie v MPa7	'3
Obr. 11.5: Závislosť posuvu a stykovej sily – ideálny stav a imperfekcia I	'5
Obr. 11.6: S-krivka – imperfekcia I a ideálny stav	6
Obr. 11.7: Závislosť posuvu a stykovej sily – imperfekcia I a imperfekcia Ia	'8
Obr. 11.8: S-krivka – imperfekcia I a imperfekcia Ia 7	'9
Obr. 11.9: Imperfekcia II - 1. hlavné napätie v MPa 8	30
Obr. 11.10: Imperfekcia II - 2. hlavné napätie v MPa 8	31
Obr. 11.11: Imperfekcia II - 3. hlavné napätie v MPa 8	31
Obr. 11.12: Závislosť stykovej sily na posuve – imperfekcia II a ideálny stav	32
Obr. 11.13: S-krivka – imperfekcia II a ideálny stav	33
Obr. 11.14: Závislosť stykovej sily a posuvu – všetky varianty	34
Obr. 11.15: S – krivka – všetky varianty	36

Zoznam tabuliek

Tab. 5.1: Metódy tvarovania konštrukčnej keramiky [8] (upravené)17
Tab. 9.1: Počet uzlov a elementov MKP siete
Tab. 9.2: Hodnoty extrémov funkcii hlavných napätí valcového telesa
Tab. 9.3: Hodnoty rizika a pravdepodobnosti porušenia
Tab. 9.4: Okrajové podmienky výpočtových variant valcového telesa
Tab. 9.5: Výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia pre varianty A-F 49
Tab. 9.6: Pravdepodobnosť porušenia pre rôzne kombinácie veľkosti zaťaženia 50
Tab. 10.1: Poloha bodov pre tvorbu geometrie prechodu medzi driekom a hlavicou 53
Tab. 10.2: Parametre konečno-prvkových sietí A - D55
Tab. 10.3: Hodnoty maxima prvého hlavného napätia a stykovej sily pre $\mu = 0, 1$
Tab. 10.4: Výsledky pre rôzne hodnoty penetrácie kontaktných plôch 59
Tab. 10.5: Hodnoty stykovej sily a extrémov hlavných napätí pre rôzne siete 60
Tab. 10.6: Hodnoty rizika a pravdepodobnosti porušenia pre rôzne siete
Tab. 10.7: Hodnoty napätia a pravdepodobnosti porušenia pôvodnej a upravenej siete C.68
Tab. 11.1: Výsledné hodnoty napätí a stykovej sily – Imperfekcia I
Tab. 11.2: Výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia – Imperfekcia I76
Tab. 11.3: Výsledné hodnoty napätí a stykovej sily – Imperfekcia I a imperfekcia Ia 77
Tab. 11.4: Hodnoty pravdepodobnosti porušenia – Imperfekcia I a imperfekcia Ia
Tab. 11.5: Výsledné hodnoty napätí a stykovej sily – Imperfekcia II
Tab. 11.6: Výsledné hodnoty pravdepodobnosti porušenia – Imperfekcia II
Tab. 11.7: Výsledné hodnoty napätí a stykovej sily – všetky varianty
Tab. 11.8: Hodnoty pravdepodobnosti porušenia pri posuve 0,08 mm – všetky varianty 85

Zoznam skratiek a symbolov

Symbol	Jednotka	Význam
Ε	[MPa]	modul pružnosti v ťahu
G	[MPa]	modul pružnosti v šmyku
μ	[-]	Poissonov pomer
λ	[MPa]	Lamého konštanta
F	[N]	styková sila
u	[mm]	posuv v smere x
v	[mm]	posuv v smere y
σ _r	[MPa]	radiálne napätie
$\sigma_{ m t}$	[MPa]	tangenciálne napätie
σ _z	[MPa]	osové napätie
σ1	[MPa]	prvé hl. napätie
σ_2	[MPa]	druhé hl. napätie
σ3	[MPa]	tretie hl. napätie
$\sigma_{ m N}$	[MPa]	normálové napätie
σ _e	[MPa]	ekvivalentné napätie
σ ₀	[MPa]	charakteristické napätie
$\sigma_{\rm u}$	[MPa]	prahová hodnota napätia
m	[-]	Weibullov modul
В	[-]	riziko porušenia
Pf	[%]	pravdepodobnosť porušenia

Prílohy

Príloha	Názov	Obsah
Príloha A	B_valec_analyticky.m	analytický výpočet napätia valcového telesa – var. B
Príloha B	uprava_matice.m	priradenie indexu 0 rovnako číslovaným prvkom
Príloha C	Pf_vypocet.m	výpočet pravdepodobnosti porušenia (vstup pr. E – I)
Príloha D	C_elem_uzl.dat	priradenie uzlov prvkom siete C (ideálna hlavica)
Príloha E	C_elem_uzl_uprava.txt	upravená príloha D
Príloha F	C_objem.txt	objemy elementov siete C ideálnej hlavice
Príloha G	C_s1.txt	hodnoty 1. hl. napätia v uzloch id. hlavice (sieť C)
Príloha H	C_s2.txt	hodnoty 2. hl. napätia v uzloch id. hlavice (sieť C)
Príloha I	C_s2.txt	hodnoty 3. hl. napätia v uzloch id. hlavice (sieť C)