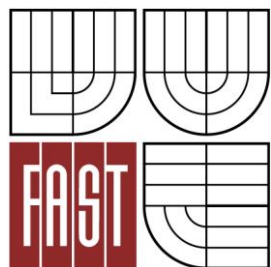




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

NELINEÁRNÍ ANALÝZA ŽELEZOBETONOVÝCH KONSTRUKCÍ

NONLINEAR ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. JOSEF KOPŘIVA

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. PETR HRADIL, Ph.D.

BRNO 2013



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Diplomant	Bc. JOSEF KOPŘIVA
Název	Nelineární analýza železobetonových konstrukcí
Vedoucí diplomové práce	Ing. Petr Hradil, Ph.D.
Datum zadání diplomové práce	31. 3. 2012
Datum odevzdání diplomové práce	11. 1. 2013
V Brně dne 31. 3. 2012	

.....
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu

.....
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

Podklady a literatura

1. ANSYS 14.0, Theory manual, 2011
2. MultiPlas, knihovna nelineárních materiálů pro systém ANSYS, Teoretický manuál, 2011
3. Hughes, T.J.R., The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis

Zásady pro vypracování

Studium literatury. Seznámení se s prostředním programového systému ANSYS a speciální nastavby určené pro analýzu železobetonových konstrukcí MultiPLas. Vytvoření výpočtových modelů, provedení analýz a vyhodnocení vybraných železobetonových konstrukcí případně jejich detailů.

Předepsané přílohy

.....

Ing. Petr Hradil, Ph.D.
Vedoucí diplomové práce



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STAVEBNÍ

POPISNÝ SOUBOR ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Vedoucí práce	Ing. Petr Hradil, Ph.D.
Autor práce	Bc. JOSEF KOPŘIVA
Škola	Vysoké učení technické v Brně
Fakulta	Stavební
Ústav	Ústav stavební mechaniky
Studijní obor	3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Název práce	Nelineární analýza železobetonových konstrukcí
Název práce v anglickém jazyce	Nonlinear analysis of reinforced concrete structures
Typ práce	Diplomová práce
Přidělovaný titul	Ing.
Jazyk práce	Čeština
Datový formát elektronické verze	Pdf
Anotace práce	Cílem je vytvořit výpočtový konečně prvkový model dodatečně předepnuté lávky pro pěší a pro cyklisty pomocí programu ANSYS. Provést nelineární analýzu konstrukce a provést srovnání s normovými hodnotami.
Anotace práce v anglickém jazyce	Create FEM computational model additionally tensioned bridges for pedestrians and cyclists using ANSYS. Perform nonlinear analysis, design and make a comparison with standard values.
Klíčová slova	Nelineární materiálový model, metoda konečných prvků, nelineární analýza, fáze chování trhlin, normálové napětí.
Klíčová slova v anglickém jazyce	Nonlinear material model, finite element method, nonlinear analysis, the phase behaviour of cracks, normal stress.

Abstrakt

Téma diplomové práce vychází z bakalářské práce zabývající se lineární statickou analýzou dodatečně předepnuté lávky pro pěší a cyklisty od autora Bc. Josefa Kopřivy. Diplomová práce má za úkol vytvoření konečně prvkového modelu dodatečně předepnuté lávky pro pěší a cyklisty. Definovaný konečně prvkový model má především zajistit reálné chování konstrukce. Pro potřebu dostatečně podrobné numerické analýzy je nutné definování nelineárního materiálového modelu betonu, pomocí nástavby multiPlas pro výpočtový software ANSYS. Stěžejní výstupní parametry jsou celková poměrná přetvoření betonu a úroveň aplikovaného zatížení. Cílem práce je porovnání výstupních hodnot s hodnotami a výpočty podle ČSN EN 1992 - 1 - 1.

Klíčové slova

Nelineární materiálový model, metoda konečných prvků, nelineární analýza, fáze chování trhlin, normálové napětí.

Abstract

Master thesis is based on a bachelor's thesis dealing with the linear static analysis additionally tensioned bridges for pedestrians and cyclists by the author Bc. Josef Kopřiva. Master thesis has the task to create a partial finally element model additionally tensioned bridges for pedestrians and cyclists. Defined finally elements model should provide the real behaviour of the structure. It is necessary to define the non-linear concrete material model, for sufficiently numerical analysis. For this purpose have been used the extension multiPlas for calculation software ANSYS. The key output parameters are the total strain of concrete and the level of the applied load. Aim of this thesis is to compare the output values with the values and calculations according to norm ČSN EN 1992 - 1 - 1.

Bibliografická citace VŠKP

KOPŘIVA, Josef. *Nelineární analýza železobetonových konstrukcí*. Brno, 2013. 67 s., 0 s. příl. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce Ing. Petr Hradil, Ph.D..

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 4.1.2013

.....
podpis autora
Josef Kopřiva

PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY VŠKP

Prohlášení:

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané práce je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 4.1.2013

.....
podpis autora
Bc. JOSEF KOPŘIVA

Poděkování:

Děkuji svému vedoucímu diplomové práce, panu Ing. Petru Hradilovy PhD., za podporu a odbornou pomoc, kterou mi věnoval v průběhu vypracování.

Obsah

1. Úvod.....	12
1.1 Konstrukce lávky pro pěší a cyklisty	12
1.2 Stanovení cílů.....	13
1.3 Volba použitého programového vybavení	14
2. Tvorba výpočtového modelu.....	15
2.1 Geometrie výpočtového modelu	15
2.2 Tvorba geometrického a konečně prvkového modelu	16
2.3 Typy a velikost konečných prvků	18
2.4 Okrajové podmínky modelu.....	22
3. Použité materiálové modely	24
3.1 multiPlas.....	24
3.1.1 Modifikovaná Drucker-Pragerova podmínka plasticity.....	24
3.1.2 Působení betonu v tlaku	25
3.1.3 Působení betonu v tahu	26
3.2 Materiálový model betonu	27
3.3 Materiálový model předpínací výztuže.....	27
4. Popis chování betonu podle ČSN EN 1992 – 1 - 1	28
4.1 Beton v tahu	28
4.2 Beton v tlaku	32
5. Zatížení konstrukce	33
5.1 Zatížení vlastní tíhou.....	33
5.2 Zatížení od předpětí.....	33
5.3 Zatížení ostatní stálé.....	33
5.4 Zatížení proměnné.....	34
6. Kontrolní lineární analýza.....	35
6.1 Porovnání reakcí ve směru gravitačního zrychlení	35
6.2 Porovnání průhybů	36
6.2.1 Průhyby konstrukce od vlastní tíhy.....	36
6.2.2 Průhyby konstrukce od předpětí.....	37
6.3 Porovnání normálových napětí	37
6.3.1 Normálové napětí od vlastní tíhy	38
6.3.2 Normálové napětí od předpětí.....	39
7. Vyhodnocení výsledků.....	42
7.1. Průřez uprostřed rozpětí	43
7.1.1. Chování betonu v tahu	43

7.1.2 Chování betonu v tlaku	50
7.2. Průřez u podpory	52
7.2.1 Chování betonu v tahu	52
7.2.2 Chování betonu v tlaku	58
8. Závěr – zhodnocení numerické analýzy konstrukce lávky	61
8.1. Chování betonu v tahu	62
8.2. Chování betonu v tlaku	63
9. Seznam použitých zdrojů	66
9.1 Literatura	66
9.2 Software	66
10. Seznam zkratk a značek	67
10.1 Latinská písmena.....	67
10.1 Řecká písmena	68

1.Úvod

Modelování konstrukcí a jejich následná numerická analýza je dnes již naprosto běžným postupem. S využitím výpočtových programů založených na metodě konečných prvků můžeme provádět početní analýzy konstrukcí velmi komplikovaných tvarů.

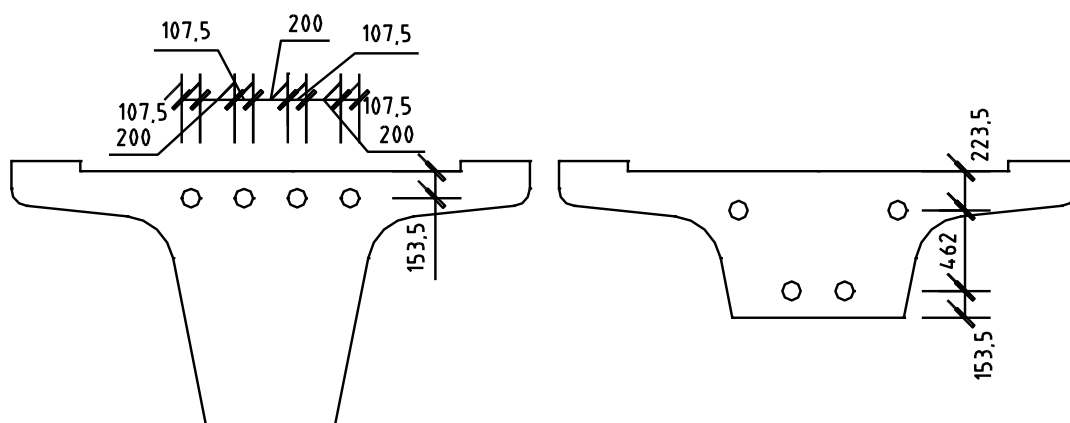
Předmětem této diplomové práce je nelineární analýza dodatečně předepnuté mostní lávky pro pěší a cyklisty. Konstrukce lávky je rámová, s velmi štíhlou mostovkou, proměnného průřezu. Nelineární analýza se bude týkat pouze materiálových nelinearit a to především betonu. Hlavním cílem je analyzovat plastické chování betonu. Tato práce vychází z bakalářské práce statická analýza velmi štíhlých mostních konstrukcí od autora Bc. Josefa Kopřivy, která se zabývá především lineární statickou analýzou konstrukce. Hlavním cílem statické analýzy bylo navrhnout vhodný způsob předepnutí železobetonové konstrukce, aby vyhověla z hlediska namáhání. Pro řešení tohoto problému byl použit programový systém ANSYS.

Tato diplomová práce se zaměřuje zejména na nalezení mezního stavu únosnosti za použití materiálových nelinearit betonu. Celá analýza bude provedena v programu na bázi konečných prvků ANSYS.

1.1 Konstrukce lávky pro pěší a cyklisty

Lávka bude převádět nově navrženou cyklistickou stezku přes řeku Dřevnici v Otrokovicích. Konstrukce je z architektonického hlediska navržena tak, aby nenarušovala ráz okolní krajiny. V souběhu s navrhovanou lávkou se nachází stávající železobetonový silniční most. Konstrukčně je řešen jako rámový se segmentovou klenbou.

Nosná konstrukce lávky z dodatečně předepnutého betonu C 45/55 je vetknutá do železobetonových pásu podepřených na pilotách. Předmětem statické analýzy byl návrh a posouzení předpínacích kabelů v mostovce. Kabely byly navrženy na základě podmínek omezení normálových napětí uvedených v normě ČSN EN 1992 – 1 – 1, tak aby byl vyrovnán účinek od vlastní tíhy a ostatního stálého zatížení. V mostovce byly navrženy 4 kabely Y 1860 S7-15,2-140 po 22 drátech. Celková plocha všech kabelů je $A_{p,reg} = 0,01225m^2$. Předpínací síla pro všechny kabely je $P_{m0,prov} = 17,174MN$. Kabely jsou vedeny ve dvou úrovních. V každé úrovni je vedená dvojice kabelů. Rozmístění kabelů v řezu u podpory a uprostřed rozpětí lze vidět na obr. 1.1.



Obr. 1.1 Rozmístění kabelů v průřezu, vlevo řez u podpory, vpravo řez uprostřed

Výpočtový model konstrukce ve výše zmiňované bakalářské práci byl vytvořen kombinací 3D prutových a skořepinových prvků. Proměnnost mostovky byla zohledněna padesáti průřezovými změnami. Základy a piloty nebyly předmětem statické analýzy, ale byly provedeny ve výpočtovém modelu tak, aby bylo zachováno skutečné statické chování konstrukce a její okrajové podmínky. U pilot byly pouze orientačně sledovány vodorovné posuny, které se opírají o pružiny reprezentující poddajnost podloží, aby nedošlo k chybnému řešení konstrukce.



Obr. 1.2 Výpočtový prutový model konstrukce

1.2 Stanovení cílů

Hlavním cílem této práce je vytvoření vhodně idealizovaného prostorového geometrického modelu, který následně při numerické analýze nebude zdrojem výrazných nepřesností. Z dosažených výsledků, zde budou prezentovány datava porovnány s hodnotami a výpočty uvedenými v v ČSN EN 1992 – 1 – 1. Tento konečně prvkový model by měl

vystihovat chování materiálu podle normových charakteristik. Důležitým parametrem bude i stanovení maximálního zatížení, které je konstrukce lávky schopna přenést.

1.3 Volba použitého programového vybavení

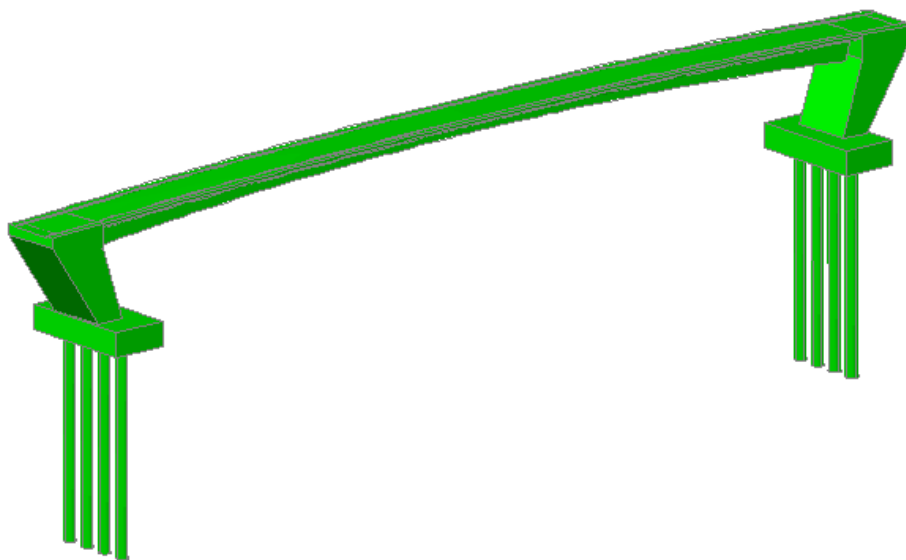
K vytvoření konečného prvkového modelu je zvolen programový systém firmy ANSYS Inc. se stejným názvem. Pro vznik geometrického modelu nebyl použit výchozí modelář výpočtového programu, ale prostorový modelář Autocad od firmy Autodesk. Následný import geometrického modelu do prostředí výpočtového programu a samotné pokrytí sítě konečných prvků, nečinní pokročilemu uživateli větší problémy. Definice nelineárního chování betonu ve výpočtovém programu je vytvořeno pomocí materiálové knihovny multiPlas.

2. Tvorba výpočtového modelu

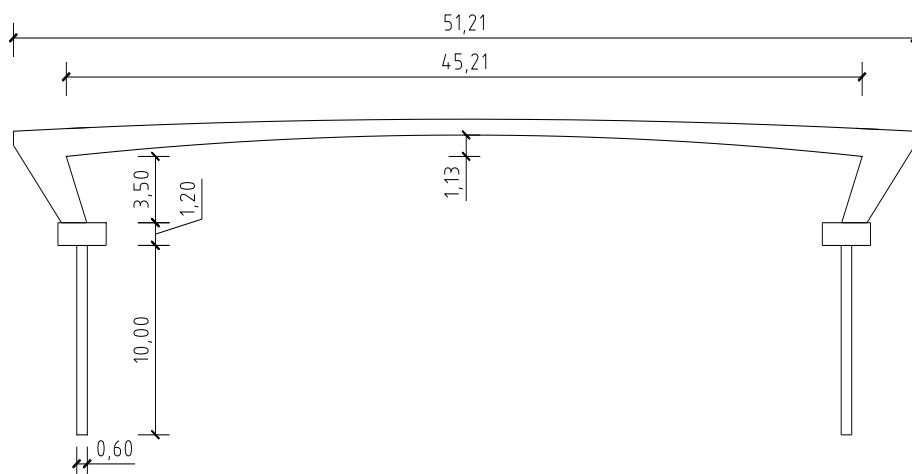
2.1 Geometrie výpočtového modelu

Lávka o délce 51,2 m a šířce mezi líci říms 3,0 m převádí stezku pro pěší a cyklisty jejíž průchozí šířka mezi zvýšenými obrubami je 2,5 m. Délka nosné konstrukce a poloha opěr vyplívají ze šířky koryta řeky Dřevnice. Výšková poloha mostu byla definována hladinou stoleté vody ve vodoteči. Trasa stezky na lávce je v přímá a výškově v symetrickém zakružovacím oblouku s krajními sklony tečen 5%.

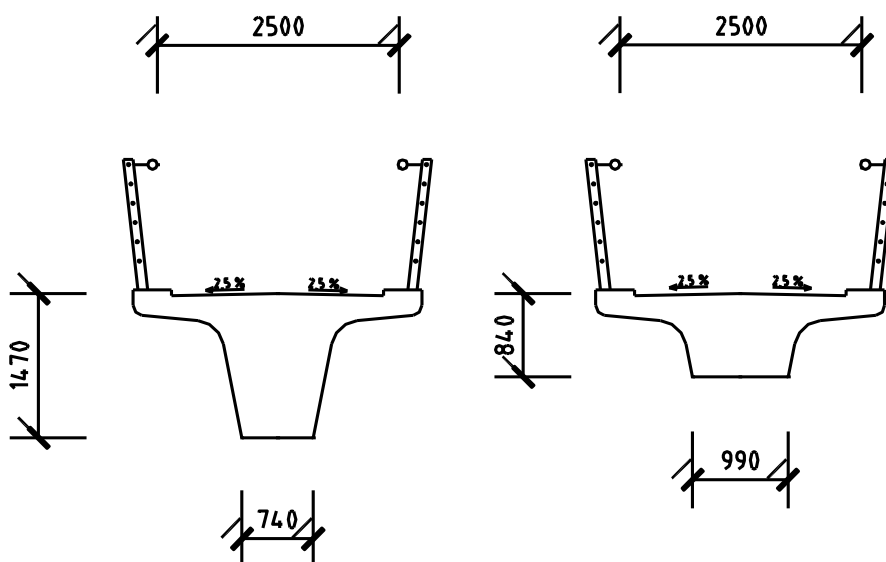
Nosná konstrukce z dodatečně předpjatého betonu je vetknutá do základových železobetonových pásů podepřených na pilotách. Jedná se o rámovou konstrukci. Průřez mostovky je v podélném směru proměnné výšky s parabolickými náběhy. V polovině rozpětí je výška nosné konstrukce 0,84 m, směrem k opěrám narůstá na hodnotu 1,47m. Po obou krajích nosné konstrukce jsou římsy o šířce 0,4 m s výškou obrubníku 0,07 m. Horní povrch v pochozí části je střešovitý ve sklonu 2,5%, v místě římsy je sklon 4% k ose lávky. Základové pásy jsou železobetonové monolitické. Založení je hlubinné, na pilotách o průměru 0,6 m vrtaných z úrovně stávajícího terénu. Spojení základových pásů je navrženo tak, aby se nepřenášel ohybový moment do hlavy pilot.



Obr. 2.1 3D pohled na konstrukci



Obr. 2.2 Podélný pohled na konstrukci



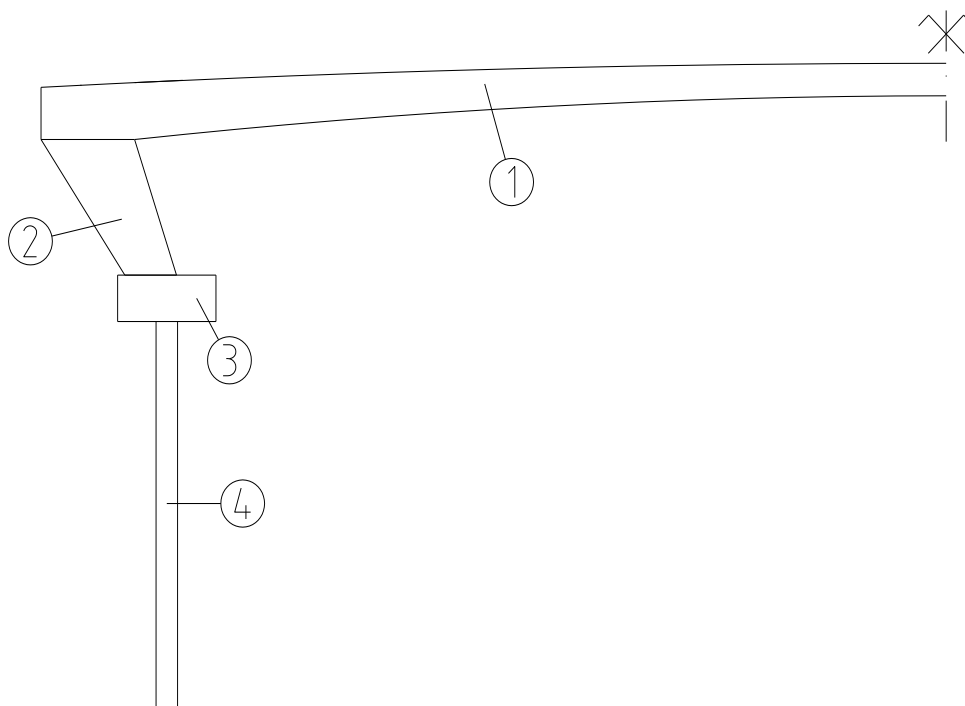
Obr. 2.3 Příčné řezy uprostřed a nad podporou

2.2 Tvorba geometrického a konečně prvkového modelu

Nelineární analýza konstrukce byla spuštěna v programu na bázi konečných prvků ANSYS, za použití knihoven materiálových modelů mulitPlas. Při vytváření konečně prvkového modelu byla využita celá řada konečných prvků, počínaje prutovými, příhradovými, ale v největší míře prostorovými prvky. Při vytváření geometrického modelu byl v maximální míře využit import geometrie z Autocadu.

Mezi základní požadavky konečně prvkových modelů je, co maximální jednoduchost tohoto modelu. Tím eliminujeme velkou datovou náročnost a šetříme strojový čas. Vzhledem k symetrii konstrukce byla vytvořena pouze její polovina (po příčném rozdělení). Chování konstrukce jako celku bylo zajištěno pomocí symetrických okrajových podmínek.

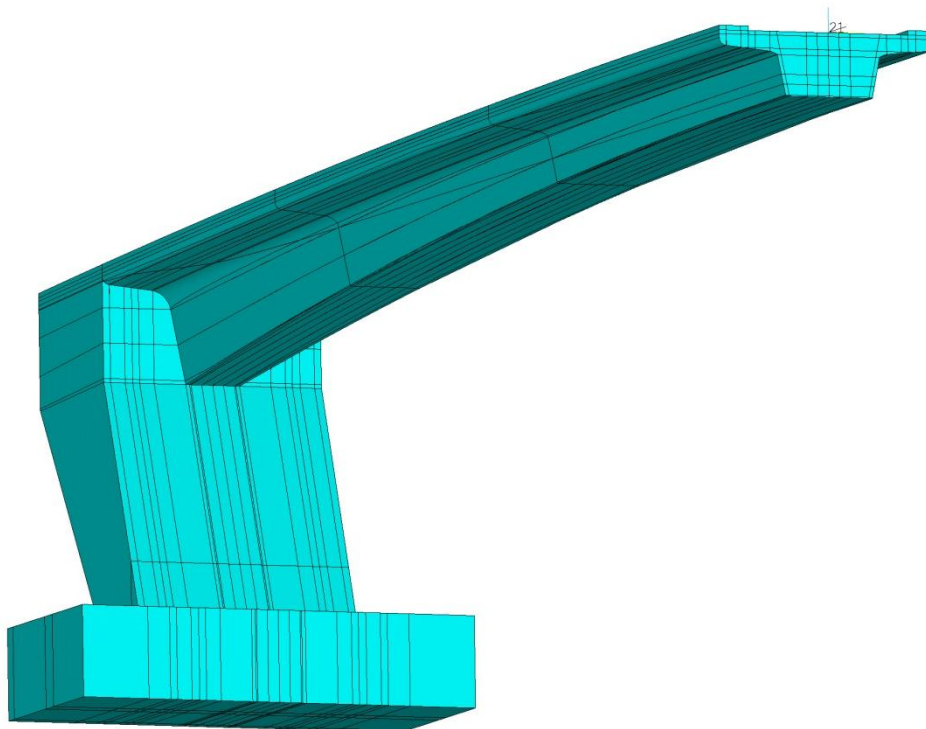
Část prostorového spojitého modelu vzhledem ke složitosti tvaru konstrukce byla vytvořena v prostředí 3D Autocadu. V Autocadu byly vytvořeny pouze části konstrukce, ze kterých byla následně vytvořena síť konečných prvků z prostorových prvků. Jednalo se o mostovku, dřík opěry a základ konstrukce. Piloty tvořeny prutovými prvky byly vytvořeny v ANSYSU pomocí čár. Aby mohly být namodelovány kabely v mostovce, bylo potřeba těleso tvořící mostovku rozdělit podél rovin, v jejichž úrovních jsou kabely vedeny. Díky nově vzniklým tělesům na jejich hranách vznikly čáry, ke kterým jsou přiřazeny příhradové prvky tvořící předpínací kabely. Na konci mostovky v kotevní oblasti byla vytvořena roznášecí ocelová deska, která má za úkol roznést lokální účinky od předpínací síly. Geometrie roznášecí desky byla vytvořena vytažením přilehlých ploch okolo kabelů do tělesa. Těleso je pro účely výpočtu pochopitelně pokryto sítí z prostorových prvků.



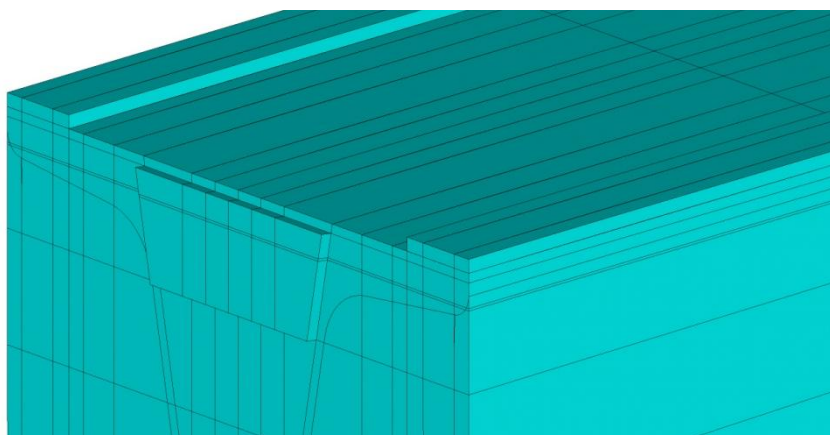
Obr. 2.4 Jednotlivé části konstrukce

č.prvku	Název prvku	Typ prvku
1	Mostovka	SOLID 95
2	Dřík podpěry	SOLID 95
3	Základ	SOLID 95
4	Piloty	BEAM 188

Tab. 2.1 Přehled konstrukčních prvků a jejich vlastností



Obr. 2.5 Pohled na prostorový geometrický model

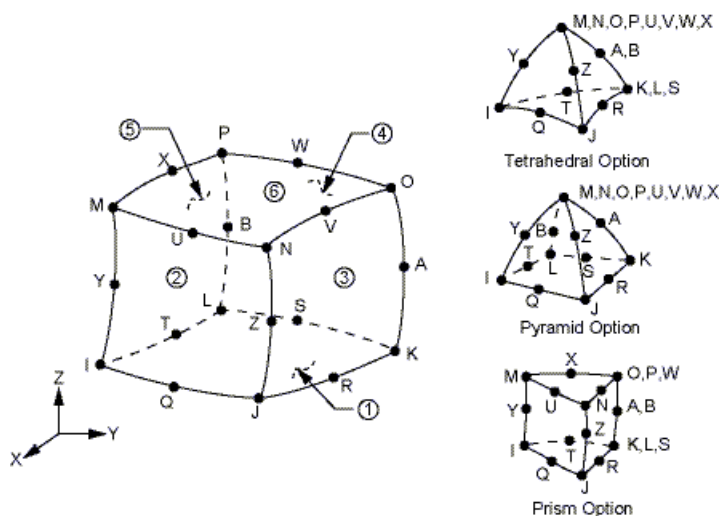


Obr. 2.6 Pohled na roznášecí ocelovou desku

2.3 Typy a velikost konečných prvků

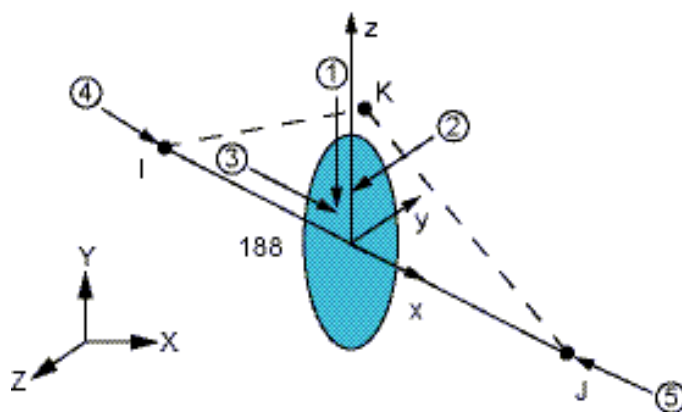
Pro tvorbu konečně prvkové sítě těles byl v programu ANSYS použit prvek SOLID95. Jedná se o 20 uzlový prostorový prvek, který má 3 uzlové parametry v každém uzlu. Uzlové parametry tvoří posuny v osách x , y , z . Tento prvek je vhodný pro výpočty, když dochází k plastickému chování a tečení materiálu. Dále je vhodný pro konstrukce, u nichž vznikají velké průhyby a deformace. Při vytváření konečně prvkové sítě byla nastavena globální velikost prvků na 0,15 m u mostovky a 0,3 m u ostatních částí. Přibližně 91% prvků sítě je vytvořeno z šestistěnnů. Zbýlých 9% prvků je kombinací čtyřstěnnů a pětistěnnů, které byly vytvořeny příkazem freemesh. Jednalo se o složitá tělesa, u kterých nebylo možné vytvořit síť

z šestistěnů. V manuálu k programu ANSYS je pro prvky SOLID95 doporučeno, aby celkový počet čtyřstěnů a pětistěnů nepřesahoval víc jak 10% z celkového počtu prvků. Je-li počet vyšší, dochází k nepřesným výsledkům následné analýzy.



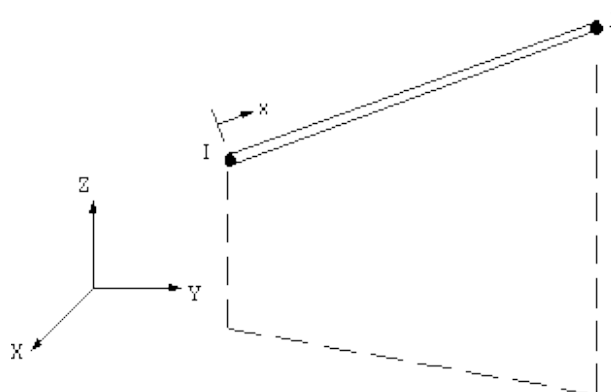
Obr. 2.7 Schéma konečného prvku SOLID95

Pro modelování pilot byl použit prutový 3D prvek BEAM188. Jedná se o dvou-uzlový konečný prvek se 6 uzlovými parametry v každém uzlu. Uzlové parametry představují posuny a rotace ve směru os x , y , z . Element BEAM188 je založen na Timošenkově prutové teorii, která zahrnuje i účinky smykové deformace. Při vytváření byla nastavena velikost těchto prvků globálně na 0,3 m. Při konstrukci konečné prvkové sítě byl prutům přiřazen pomocí mesh atributů kruhový průřez o průměru 0,6 m.



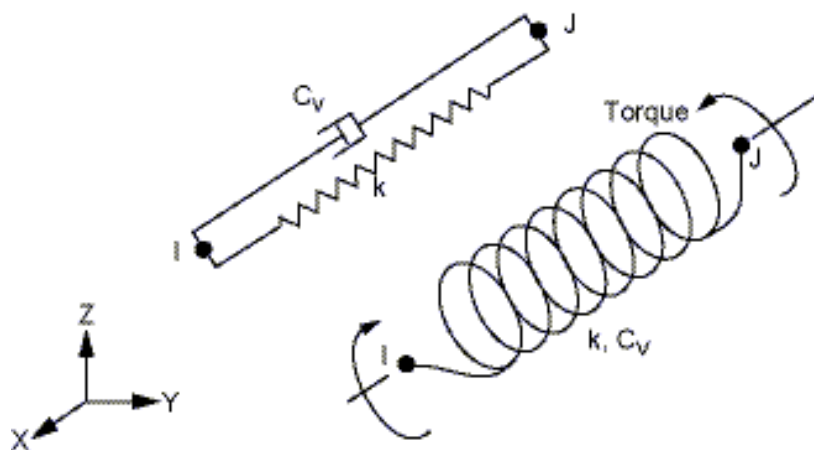
Obr. č. 2.8 Schéma konečného prvku BEAM 188

Mezi další prvky, které byly použity při tvorbě výpočtového modelu, patří konečný prvek LINK8. Jedná se o dvou-uzlový příhradový prvek, který má 3 uzlové parametry v každém uzlu. Uzlové parametry jsou posuny v osách x , y , z . Těmito konečnými prvky byly vytvořeny předpínací kabely. Průřezová plocha a předpětí se prvkům přiřazuje pomocí reálných konstant. Průřezová plocha je hodnota plochy jednoho kabelu. Předpětí se definuje pomocí počátečního poměrného zkrácení prvku ε_s .



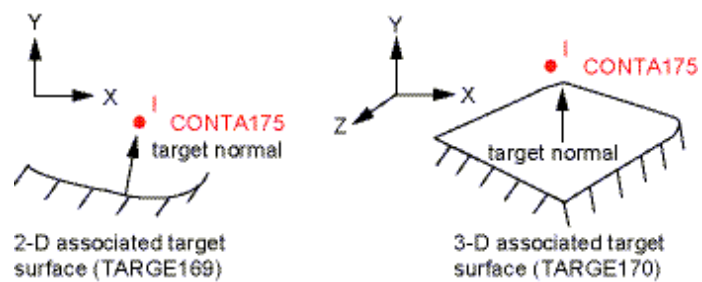
Obr. č. 2.9 Schéma konečného prvku LINK8

Pro modelování pružin, které simulují poddajnost podloží, byl použit konečný prvek COMBIN14. Jedná se o prvek, který se chová jako tlumič. Tento konečný prvek má dva uzly a v každém uzlu tři uzlové parametry. Uzlové parametry představují posuny v osách x , y , z . Pružiny jsou vytvořeny jako prutové prvky opírající se o střednice pilot základů. Čárám tvořící pružiny bylo nastaveno dělení na jeden díl. Tuhosti se zadávají prvkům pomocí reálných konstant.

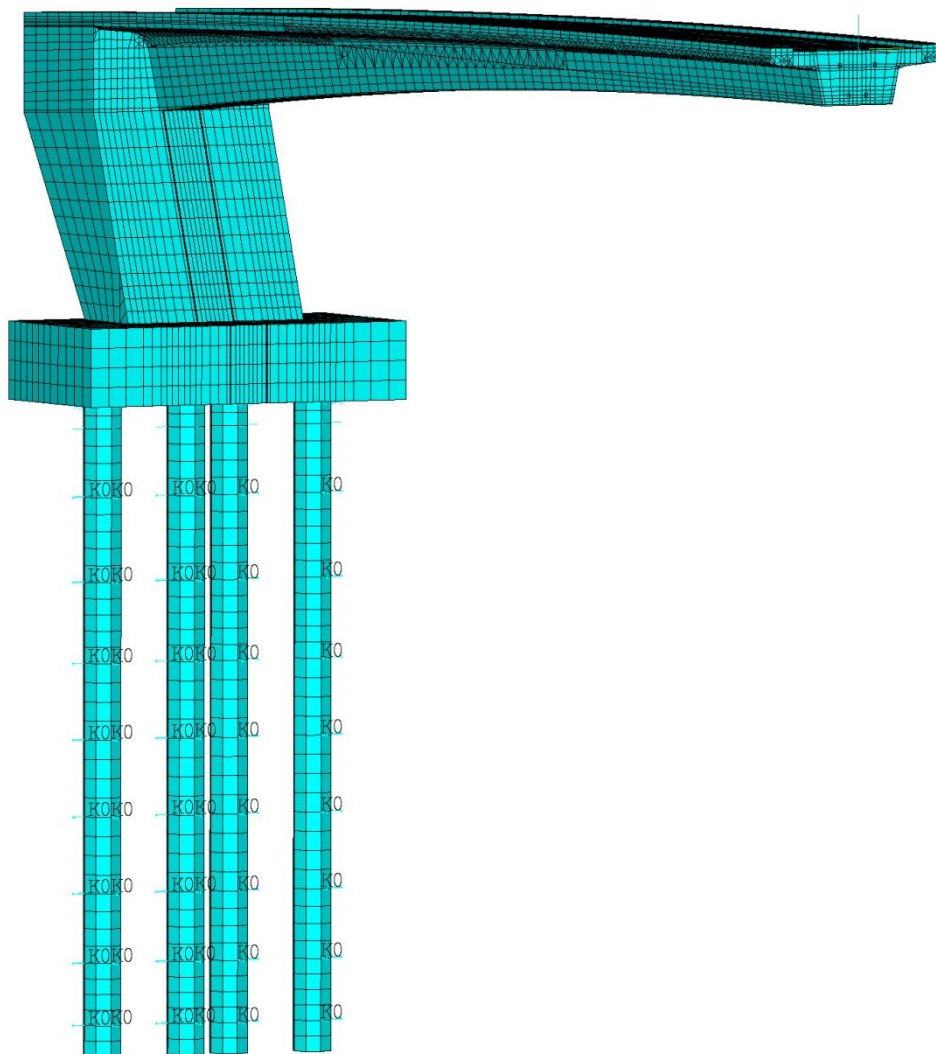


Obr. č. 2.10 Schéma konečného prvku COMBIN14

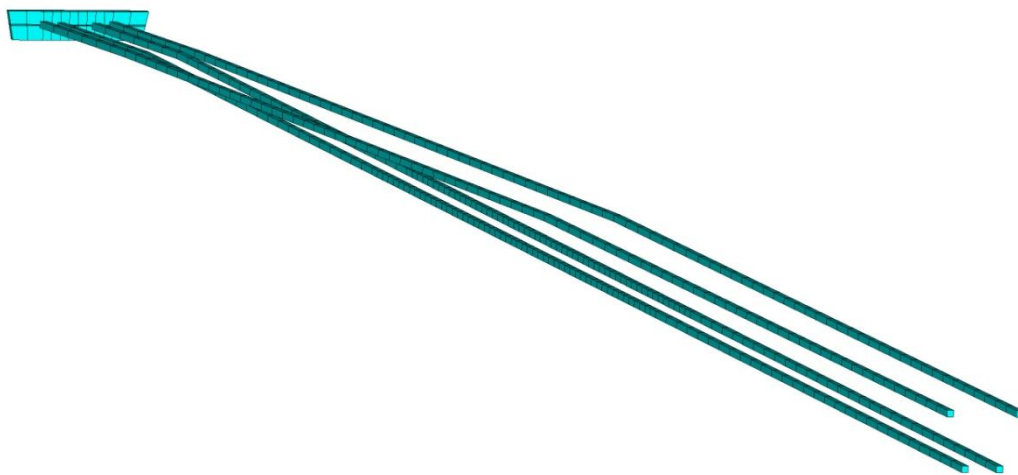
Dále byly použity kontaktní konečné prvky TARGET170 a CONTA175. Jsou to prvky, které vznikly vytvořením kontaktu mezi základem a pilotou. Kontakt byl vytvořen pomocí nástroje COMPONENT MANAGER. Kontakt je tvořen tak, že prvky TARGET170 pokryjí stávající vytvořenou 2D nebo 3D plochu a provede se spojení této nově vytvořené plochy s přilehlým uzlem pomocí prvku CONTA175. Toto spojení může být posuvné, ale v tomto případě jde o spojení pevné.



Obr. 2.11 Schéma konečného prvku CONTA175



Obr. 2.12 Schéma konečně prvkového modelu konstrukce



Obr. 2.13 Schéma konečné sítě předpínacích kabelů

2.4 Okrajové podmínky modelu

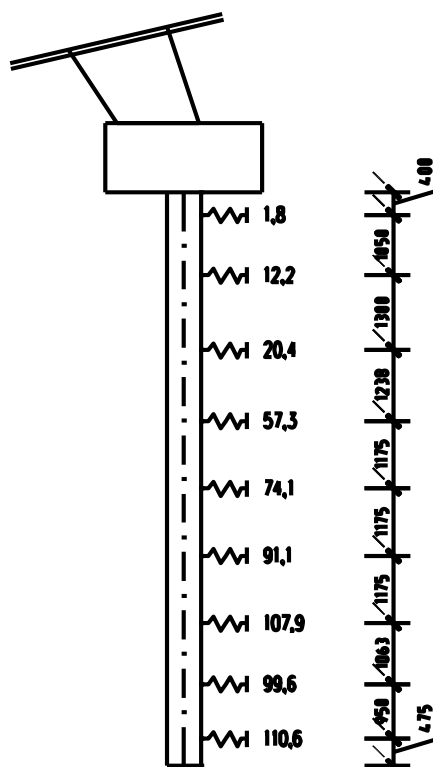
Dalším krokem při vytváření statického modelu je definice okrajových podmínek konstrukce. Konstrukci je odebrán posun ve směru osy y pomocí neposuvného podepření umístěného v patě pilot. Posuny ve směru os x a z zachycují pružinové prvky charakterizují poddajnost základové zeminy. Pružinové prvky jsou vytvořeny jako prutové prvky opírající se o střednice pilot základů. Na jejich koncích je vloženo neposuvné podepření ve všech směrech.

Při výpočtu tuhosti vodorovných pružin se předpokládá lineární závislost mezi napětím σ_y a deformací u_y , kde konstantou vyjadřující tento vztah je modul vodorovné reakce podloží v hloubce y označeného:

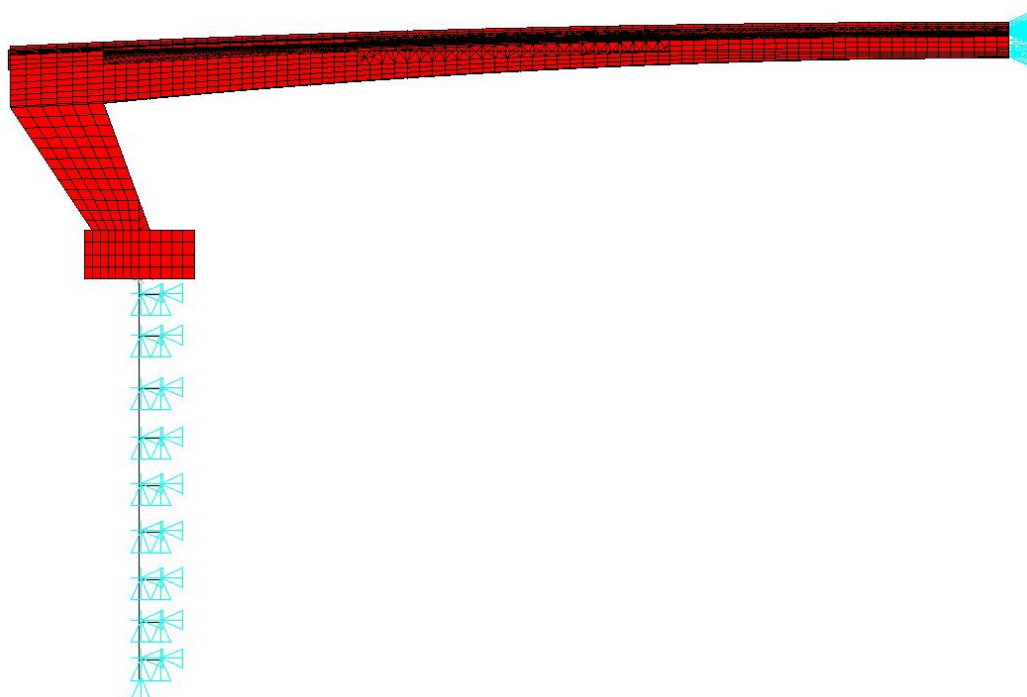
$$k_h(\sigma_y = k_h \cdot u_y)$$

Kde velikost k_h závisí na typu zeminy a deformaci piloty. V nesoudržných zeminách což je tento případ je průběh k_h po výšce vrstvy lineární.

Jelikož je konstrukce symetrická a byla vytvořena pouze její polovina, byly na uzlech uprostřed rozpětí zadány symetrické okrajové podmínky. V tomto případě se jedná o zamezení posunů ve směru osy x .



Obr. 2.14 Schéma rozmístění pružin a hodnoty jejich tuhostí
Jednotky tuhostí uvedených pružin na obr 2.14 jsou MN/m .



Obr. 2.14 Pohled na konstrukci a její okrajové podmínky

3. Použité materiálové modely

Tato kapitola popisuje použité nelineární materiálové modely a materiálové charakteristiky výpočtového modelu.

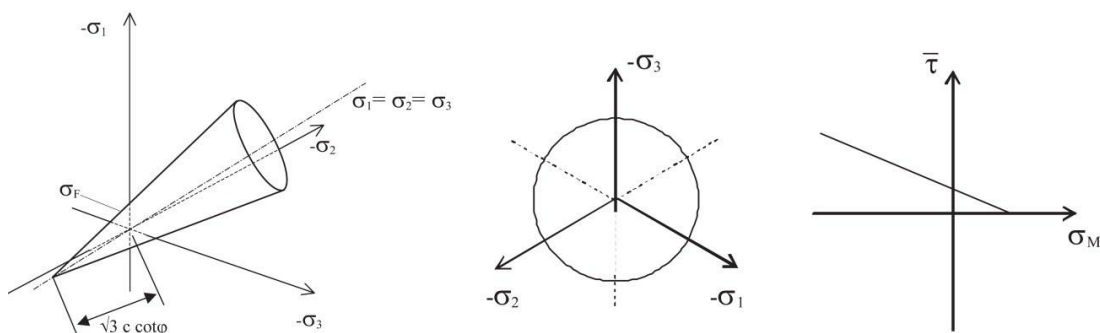
3.1 multiPlas

Cílem výpočtu je nalezení maximální únosnosti, při postupném zatěžování. Je tedy nutné popsat nelineární chování betonu. Použitý výpočtový software ANSYS standardně nenabízí nelineární materiálový model betonu a proto byl použit materiálový model z knihovny materiálových modelů multiPlas.

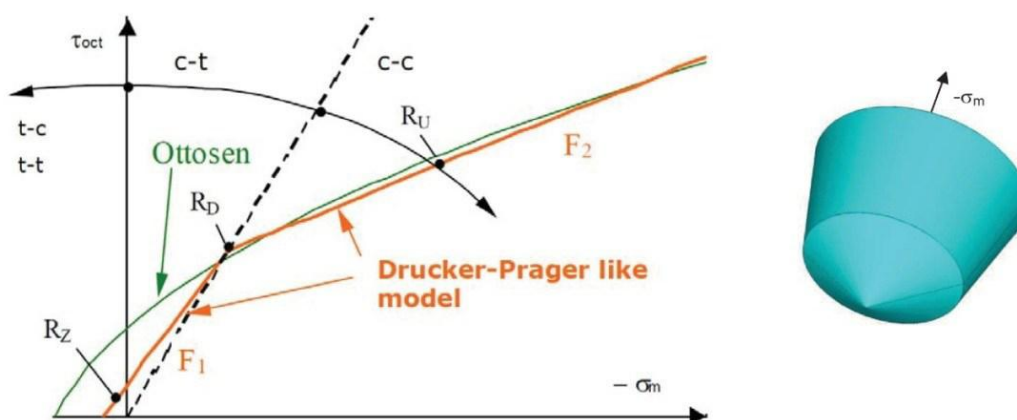
Jedná se o knihovnu materiálových modelů vyvíjenou firmou DYNARDO GmbH a obsahuje řadu modelů používaných při numerických výpočtech stavebních konstrukcí (beton, dřevo, zeminy, horniny).

3.1.1 Modifikovaná Drucker-Pragerova podmínka plasticity

Modifikovaná podmínka plasticity vychází z Drucker-Pragerovy podmínky, viz obr. 3.1. Skládá se ze dvou Drucker-Pragerových podmínek, které popisují reálnou pevnost betonu v tahu i v tlaku. Podmínka plasticity složená ze dvou ploch je zobrazena na obr. 3.2. Srovnání této podmínky s modelem betonu podle Ottosena, viz obr. 3.2, ukazuje výhodu Drucker-Pragerovy podmínky složené ze dvou ploch plasticity. Oba modely mají velmi podobný popis pevnosti v tlakové oblasti. V tahové oblasti může zvolená Drucker-Pragerova podmínka modelovat skutečnou pevnost, oproti tahové pevnosti Ottosenova modelu, kde je pevnost značně nadhodnocena. Další výhodou je skutečnost, že podmínku plasticity lze definovat pomocí základních charakteristik betonu R_d (jednoosá pevnost v tlaku), R_z (jednoosá pevnost v tahu) a R_u (biaxiální pevnost v tlaku).



Obr.3.1 Kritérium Drucker/Prager

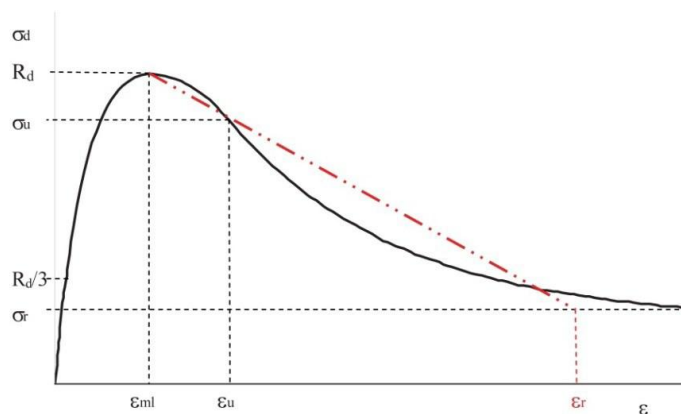


Obr.3.2 2D a 3D zobrazení Drucker/Prager

3.1.2 Působení betonu v tlaku

Při jednoosé tlakové napjatosti je vztah mezi napětím a přetvořením charakterizován třemi oblastmi, viz obr. 3.3.

- Lineární (elastická) oblast - jedná se o oblast, kde beton obvykle dosáhne 40% pevnosti v tlaku
- Zpevnění (hardening) - tato oblast nastává po dosažení 40% pevnosti v tlaku a pokračuje až do dosažení maximální pevnosti v tlaku. Tato oblast je doprovázená vznikem mikrotrhlin, které se spojují při zvyšování úrovně namáhání.
- Změkčení (softening) následuje po dosažení maximální pevnosti v tlaku a je charakterizována klesající pevností, která postupně dosahuje zbytkové hodnoty. Sklon klesající větve vyjadřuje křehkost materiálu.

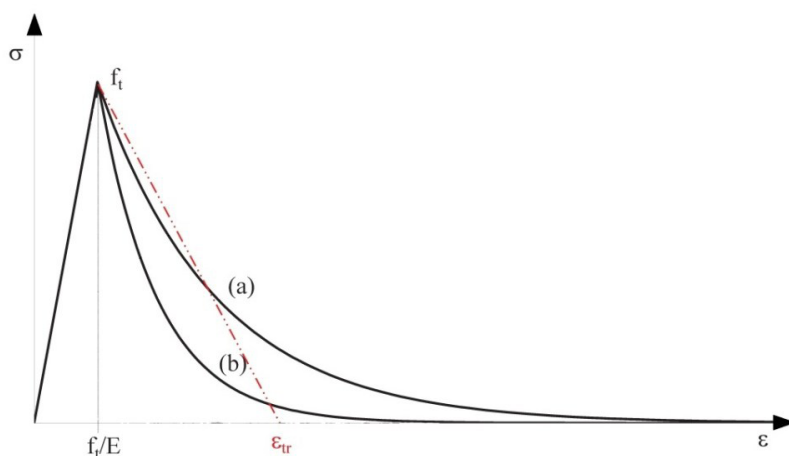


Obr. 3.3 Pracovní diagram betonu v tlaku³

3.1.3 Působení betonu v tahu

Beton je křehký materiál, u kterého při překročení tahové pevnosti vznikají trhliny a dochází k tzv. změkčení. -Při jejich uvažování lze z numerické analýzy získat přijatelné výsledky přibližující se k reálnému chování konstrukce. Trhliny jsou uvažovány v použitém modelu jako rozetřené s modelem změkčení. Samotný tvar trhlin není součástí modelu, ale ovlivňuje stav napjatosti a přetvoření.

Proces změkčování je formulován s ohledem na disipaci energie v důsledku výskytu trhliny. Po vzniku trhliny se musí z plochy trhliny disipovat energie G_f . K odstranění vlivu velikosti sítě konečných prvků byl použit Bažantův model pásu trhlin.



Obr. 3.4 Pracovní diagram betonu v tahu podle nastavby Multiplas

Pružné chování betonu v tahu lze předpokládat až do maximální pevnosti betonu v tahu f_t . Po dosažení této hodnoty lze volit lineární nebo exponenciální tvar křivky změkčení.

3.2 Materiálový model betonu

Pro potřeby chování konečně prvkového modelu konstrukce byl použit nelineární materiálový model z knihoven multiPlas. Materiálový model je založen na modifikované Druker-Pragerově podmínce plasticity.

Použitý model je označován zkratkou LAW2. Tento materiálový model předpokládá ideálně pružno-plastické chování betonu v tlaku i tahu. Pro zmíněný materiálový model se musí nastavit tři parametry. Jedná se o hodnotu maximální pevnosti v jednoosém tlaku $R_d = 45 \text{ MPa}$, maximální pevnost v jednoosém tahu $R_z = 4,5 \text{ Mpa}$ a pevnost ve dvouosém tlaku $R_u = 54 \text{ Mpa}$. Ukončení bilineární větve pracovního diagramu není limitní hodnotou přetvoření betonu v žádném z případů definována.

Objemová tíha betonu $\rho = 2600 \text{ kg/m}^3$ a modul pružnosti $E_{cm} = 36 \text{ GPa}$ jsou charakteristické pro beton C45/55. Tyto hodnoty byly převzaty z ČSN EN 1992 – 1 – 1.

3.3 Materiálový model předpínací výztuže

V konstrukci jsou použité předpínací kabely z vysokopevnostní oceli Y1860 S7. Kabely jsou uvažovány jako nehmotné, a proto jejich objemová tíha je uvažována jako nulová. Jinak je pro kabely použitý standardní isotopický materiálový model, který je v ANSYSU k dispozici. Materiálový model kabelů je charakterizován těmito hodnotami:

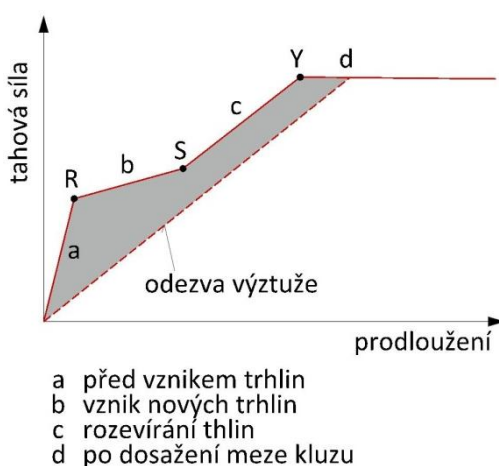
- Modul pružnosti: $E_s = 195 \text{ GPa}$
- Poissonův součinitel oceli: $\mu = 0,27$

4. Popis chování betonu podle ČSN EN 1992 – 1 - 1

4.1 Beton v tahu

Beton v tahu je podle EC2 charakterizován pouze průměrnou tahovou pevností f_{ctm} . Před dosažením této pevnosti je průběh napětí v prvku po výšce lineární a zatížení vzdoruje plný ideální průřez. Poměrné přetvoření mezi taženým betonem a výztuží je identické. Po dosažení maximální tahové pevnosti dojde k vytvoření trhliny, která má vliv na snížení tuhosti celé konstrukce. Po dosažení této pevnosti se působení betonu v tahu podle mezního stavu únosnosti (MSÚ) neuvažuje a předpokládá se, že v tahu působí pouze výztuž. Při výpočtech mezních stavů použitelnosti (MSP) se s trhlinou uvažuje. Při výpočtu průhybů konstrukce se trhlina do výpočtu zavádí vlivem snížení tuhosti konstrukce. Při výpočtu šířky trhlin je třeba respektovat skutečnost, že beton porušený trhlinami přenáší v částech mezi trhlinami nadále tahová napětí.

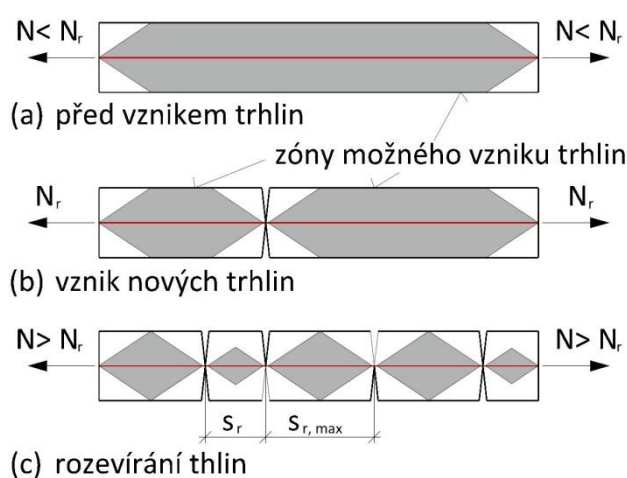
Tento jev se v literatuře nazývá tahové zpevnění. Působení betonu v tahu po vzniku trhlin lze demonstrovat na obr. 4.1. Předpokládejme centricky tažený prut symetricky vyztužený předpjatou výztuží. Na vodorovnou osu vynášíme prodloužení prutu od stavu dekomprese a na svislou osu vnější tahovou sílu zmenšenou o základní předpínací sílu. Identifikovanou odezvu lze vyjádřit přibližně lomenou čarou sestávající ze čtyř větví. Až do dosažení pevnosti betonu v tahu (bod R, síla N_r) vzdoruje zatížení plný ideální průřez tvořený taženým betonem a výztuží (dále označujeme jako stav I). Prut se nachází ve stavu před vznikem 1. trhliny (větev a, obr. 4.1, část a)



Obr.4.1 Idealizovaná odezva symetricky vyztuženého centricky taženého prutu

Vznikem trhliny dojde k lokálnímu snížení tuhosti prutu. V místě trhliny poklesne napětí v betonu na nulu, tahová síla je však dále přenášena napětím ve výztuži (část b, obr.

4.1). V důsledku dalšího zvyšování tahu se iniciují další trhliny způsobující pokles tuhosti a nárůst prodloužení prutu. Prut je ve fázi tvorby nových trhlin. Jak vyplývá z obr. 4.2, šíří se tahové napětí z výztuže do betonu postupně na určité délce. Ta se v technické literatuře související s EN 1992 – 1 - 1 nazývá délkou přenosu popř. přenášečí délkou. Nové trhliny pak mohou vzniknout jen v oblasti, ve které bylo tahové napětí rozšířeno do celého průřezu, respektive tam kde penetrovalo na povrch betonu. Z tohoto důvodu lze přenosovou délku výstižněji nazývat jako délkou roznášečí. Roznášečí délka je vzdálenost mezi místem existující trhliny a místem, kde tahové napětí a velikosti pevnosti betonu v tahu proniknou na povrch betonového prvku. Nová trhlina nikdy nevznikne uvnitř roznášečí délky.



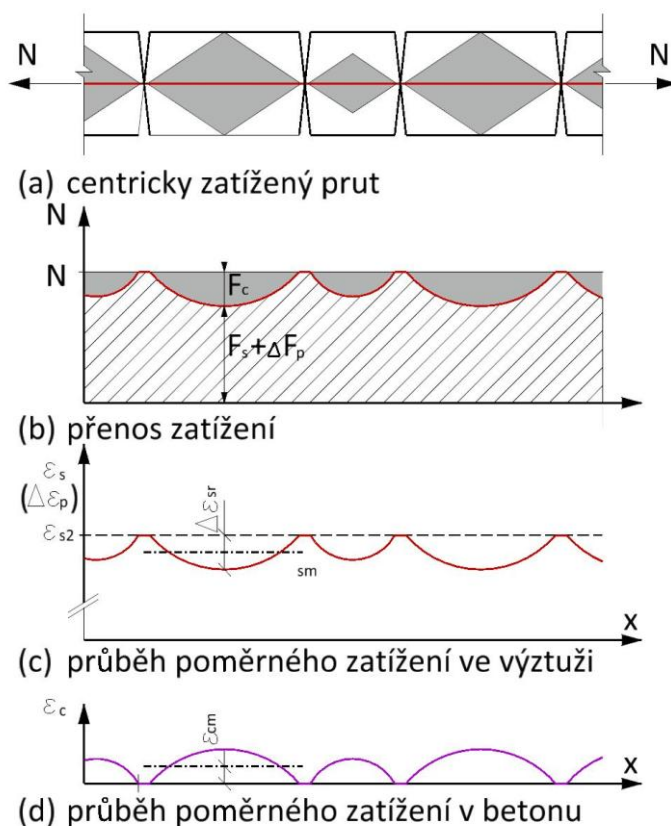
Obr. 4.2 Tvoření trhlin

Pokud vznikne takové množství trhlin, že mezi nimi nebude možné přenést tahová napětí do celé části průřezu, jinými slovy vzdálenosti trhlin budou menší nebo rovny dvojnásobku roznášečí délky, pak nebude možné „aktivizovat“ beton v tahu a nebudou dále vznikat nové trhliny (bod S v obr. 4.1). Tím započne fáze rozevírání trhlin, která se někdy nazývá fáze stabilizace trhlin (větev c obr. 4.1 a obr. 4.2 (c)).

Při dalším zvyšování zatížení se zvyšuje napětí ve výztuži, až je dosaženo meze kluzu výztuže a prut se dostává do stavu plastického tečení. Vyneseme-li do obr. 4.1 dále bilineární pracovní diagram výztuže, který reprezentuje odezvu výztuže působící samostatně bez betonu, pak vyznačená plocha mezi odezvou samostatné výztuže a celého prutu reprezentuje podíl taženého betonu na celkové únosnosti prutu a tedy tzv. tahové zpevnění. K obrázku je třeba poznamenat, že v zájmu názornosti a čitelnosti nebyl dodržen poměr únosnosti betonu a oceli. Podíl betonu je většinou menší.

Jak bylo popsáno výše, vzdálenost trhlin závisí na délce nutné pro přenos tahové síly z výztuže do betonu. Tato délka závisí na podobných parametrech jako roznášečí délka

kotvení výztuže. Především je to pevnost betonu v tahu, průměr výztužné vložky, jejich povrch, krytí výztuže, stupeň vyztužení, a způsob namáhání (tah, ohyb). V různých průřezích se při stanovení vzdálenosti trhlin, vychází více méně z empirických vzorců.



Obr. 4.3 Rozdělení sil a poměrných přetvoření ve fázi rozevírání trhlin

Průběh vnitřních sil odpovídá rovněž rozdělení poměrných přetvoření ve výztuži a v betonu viz obr 4.3 (c), (d). Poměrná přetvoření v kabelech na obrázku jsou vynesena společně s přírůstkem poměrného přetvoření předpínací výztuže od stavu dekomprese.

Poměrné přetvoření tedy z hodnoty $\Delta\epsilon_{p2}$ dosažené v trhlíně za předpokladu plného vyloučení působení betonu v tahu (stav II) klesne v závislosti na vzdálenosti sousední trhliny, tj. v závislosti na délce na které dochází k přenosu tahové síly z výztuže do betonu. Označíme-li největší dosažitelný pokles poměrného přetvoření ve výztuži ϵ_{sr} , pak můžeme poměrné přetvoření výztuže ϵ_{sm} vyjádřit jako:

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \Delta\epsilon_s = \epsilon_{s2} - \beta\Delta\epsilon_{sr}$$

Kde β je integrační součinitel po délce přenosu tahové síly. Vzhledem k tomu, že pokles přetvoření ve výztuži odpovídá nárůstu poměrného přetvoření v betonu, lze průměrné přetvoření betonu mezi trhlínami ϵ_{cm} vyjádřit vztahem:

$$\epsilon_{cm} = \beta\epsilon_{sr1}$$

kde ε_{sr1} je poměrné přetvoření výztuže a betonu (rovné přírůstku poměrného přetvoření předpínací výztuže od stavu dekomprese) ve stavu těsně před vznikem první trhliny (za předpokladu plně působícího betonu v tahu).

S ohledem na rozptyl všech parametrů ovlivňujících šířku trhlin, zejména tahové pevnosti betonu a jeho soudržnosti s výztuží je velmi obtížné stanovit její šířku. Proto výpočet vychází z empirických či semiempirických pokusů o výpočet. Metody jsou založeny na faktu, že v důsledku vzniku trhliny se poruší kompatibilita přetvoření mezi výztuží a betonem. Šířku trhliny lze teoreticky určit z rozdílu přetvoření výztuže a betonu mezi trhlínami

$$w = \int_{s_r} (\varepsilon_{sx} - \varepsilon_{cx}) dx$$

kde s_r je vzdálenost mezi sousedními trhlínami a ε_{sx} resp. ε_{cx} je skutečné poměrné přetvoření výztuže, resp. betonu po délce x . Integrací těchto poměrných přetvoření získáváme celková posunutí a jejich rozdíl je šířka trhliny. Tento přístup bývá v praxi zjednodušen tím, že se uvažují průměrné hodnoty přetvoření výztuže ε_{sm} resp. ε_{cm} po délce s_r mezi trhlínami. Podle EN 1992 – 1 – 1 se maximální šířka trhliny určí jako:

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

Po dosažení předchozích vztahů dostaneme:

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{s2} - \beta \varepsilon_{sr2})$$

kde ε_{s2} je poměrné přetvoření předpínací výztuže od stavu dekomprese po zatížení na mezi vzniku trhlin vypočtené za předpokladu vyloučení betonu v tahu. Poměrné přetvoření výztuže ε_{sr2} lze určit jako

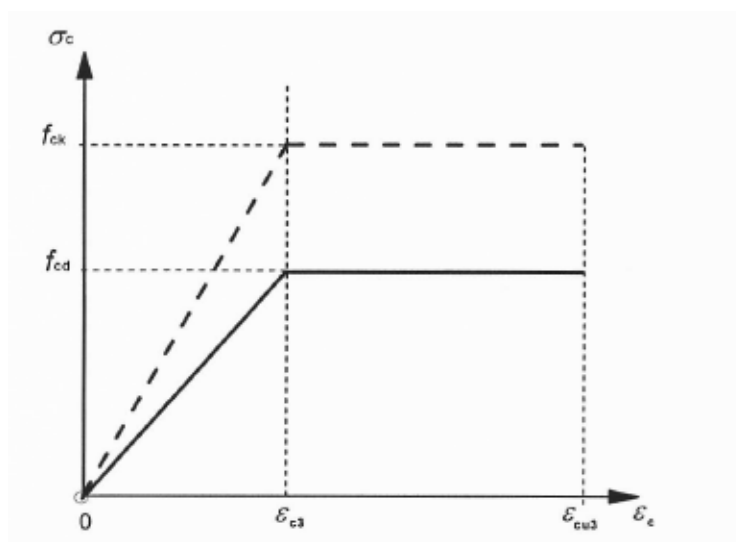
$$\varepsilon_{sr2} = \frac{f_{ctm}(1 + \alpha_e \rho)}{E_s \rho}$$

kde $\alpha_e = E_s/E_{cm}$, f_{ctm} je střední hodnota pevnosti betonu v tahu v závislosti na čase a ρ je stupeň vyztužení předpínací výztuže, který vychází z plochy taženého betonu před dosažením f_{ctm} .

Dosažením ε_{s2} a ε_{sr2} do vzorce w_k uvedeného výše získáme vzorec pro výpočet šířky trhliny téměř identický se vztahem uvedeným v EN 1992-1-1, pouze integrační součinitel β je nahrazen k_t vyjadřujícím vliv doby trvání zatížení. Výše uvedené úvahy a vzorce byly bez újmy na obecnosti odvozeny pro tažený prut. Závěry a postupy lze bezesbytku aplikovat i na případ ohýbaného prutu.

4.2 Beton v tlaku

Evropské normy klasifikují betony podle pevnosti betonu v tlaku. Pro výpočty je však nutno znát i další pevnostní a deformační charakteristiky jednotlivých tříd betonu, které jsou uvedeny v ČSN EN 1992 – 1 – 1. Při návrhu konstrukce v mezních stavech únosnosti se používají tzv. návrhové hodnoty pevnosti betonu v tlaku. Pro navrhování betonových konstrukcí se používá bilineární pracovní diagram betonu, viz obr. 4.4. Tlakové napětí a poměrné zkrácení jsou znázorněny v absolutních hodnotách. Hodnoty f_{ck} , ε_{c3} a ε_{cu3} jsou uvedeny ve výše zmíněné normě. Bilineární pracovní diagram se skládá z lineární a plastické větve. Plastická větev diagramu je konstantní a je omezená hodnotou mezního poměrného přetvoření ε_{cu3} . Po dosažení této hodnoty dojde ke ztrátě mezní únosnosti betonu v tlaku. Chování betonu v tlaku podle MSÚ je definováno pouze tak jak je uvedeno výše.



Obr. 4.4 Návrhový bilineární pracovní diagram betonu v tlaku

5. Zatížení konstrukce

Jelikož se jedná o nelineární analýzu, konstrukce se zatěžovala postupným přidáváním zatížení až do dosažení mezního stavu únosnosti. V prvním kroku bylo na konstrukci vneseno zatížení od vlastní tíhy. Ve druhém kroku bylo na konstrukci vneseno ostatní stálé zatížení. V dalších krocích se postupně přitěžovalo proměnným zatížením až do dosažení mezního stavu únosnosti.

5.1 Zatížení vlastní tíhou

Zadávání vlastní tíhy se v programu ANSYS provádí pomocí gravitačního zrychlení setrvačných sil v jednotlivých směrech. Vzhledem ke zvolenému souřadnicovému systému jsou hodnoty gravitačního zrychlení uvažovány $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ve směru osy y .

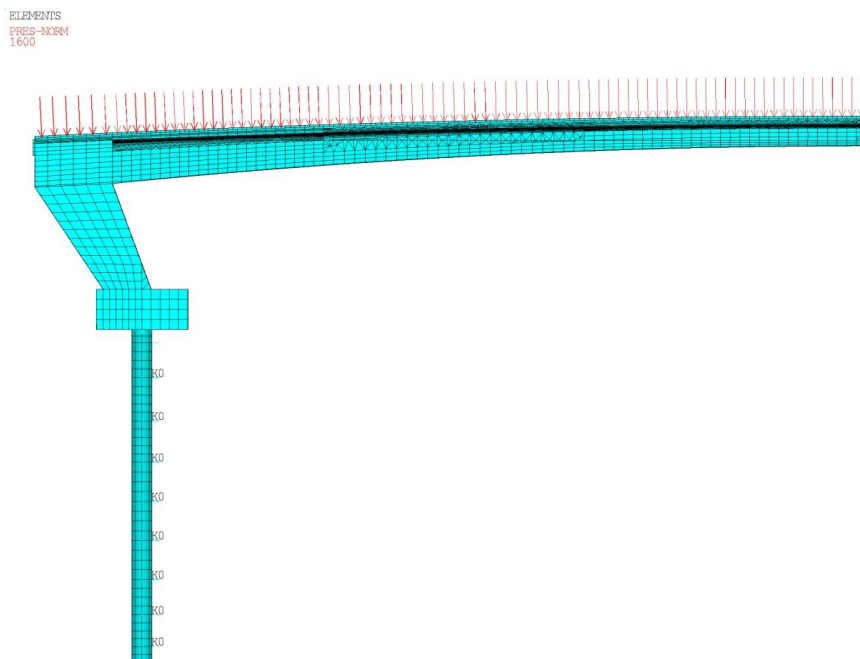
5.2 Zatížení od předpětí

Jelikož předpínací kabely byly zkonstruovány z konečných prvků LINK8, předpětí těmto prvkům se zadává pomocí poměrného zkrácení kabelů, které vychází z modulů pružnosti E a průřezové plochy kabelů A_p a předpínací síly $P_{m,0}$.

$$\varepsilon_s = \frac{P_{m,0}}{E \cdot A_p} = \frac{4293,5 \cdot 10^3}{195 \cdot 10^9 \cdot 3,08 \cdot 10^{-3}} = 7,148 \cdot 10^{-3}$$

5.3 Zatížení ostatní stálé

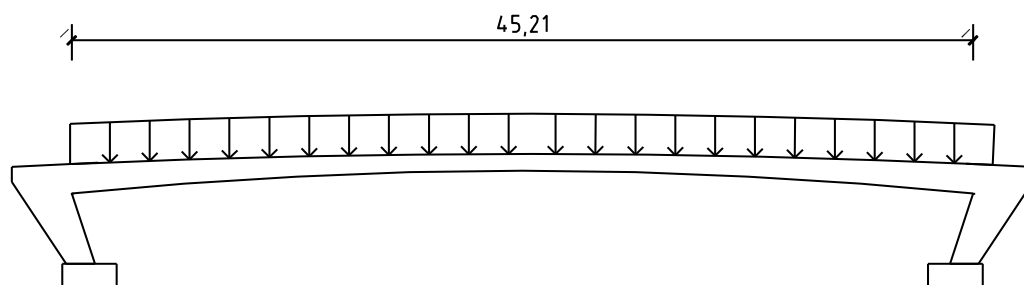
V ostatním stálém zatížení je zahrnuta tíha konstrukčních vrstev vozovky a zábradlí. Hodnota tohoto zatížení je $G_{1k} = 1,6 \text{ kN/m}^2$. Zatížení je zadáno po celé šířce mostovky do uzlů na povrchu mezi zvýšené obruby.



Obr. 5.1 Ostatní stálé zatížení

5.4 Zatížení proměnné

U zatížení proměnného podle ČSN EN 1991-1-2 se uvažuje zatížení od davu lidí nebo zatížení od dvounápravového obslužného vozidla, které se může pohybovat po lávce. S ohledem na vyvozenou větší odezvu od zatížení davem lidí se bude dále pracovat pouze s touto složkou proměnného zatížení. Hodnota zatížení je $q_{fk} = 5kN/m^2$ a je převzata z normy uvedené výše. Pro dosažení mezního stavu únosnosti konstrukce se bude hledat k-násobek zatížení, při kterém dojde k meznímu porušení konstrukce. Zatížení bylo na mostovce zadáno mezi opěrami, což je znázorněno na obr. 5.2.



Obr. 5.2 Proměnné zatížení

6. Kontrolní lineární analýza

Pro odladění výpočtového modelu byla spuštěna také lineární statická analýza. Předmětem této analýzy bylo odstranění chyb a porovnání prostorového modelu konstrukce se zjednodušeným a idealizovaným prutovým modelem, který byl použitý v bakalářské práci. Mezi porovnávané parametry byly zvoleny celkový součet reakcí ve směru gravitačního zrychlení, dále celkové průhyby konstrukce od vlastní tíhy a předpětí a na závěr normálová napětí u podpory a uprostřed rozpětí od vlastní tíhy a předpětí.

6.1 Porovnání reakcí ve směru gravitačního zrychlení

Základním kontrolním parametrem je kontrola reakcí od vlastní tíhy ve směru působícího gravitačního zrychlení. Kontrola byla provedena mezi prostorovým, prutovým modelem a odečtením objemů těles v Autocadu vynásobené objemovou tíhou betonu $\rho = 2600 \text{ kg/m}^3$.

Jednotlivé objemy prvků odečtené z Autocadu:

Prvky	Objemy [m ³]	Obj. tíha [kN/m ³]	Výpočet	Fz [MN]
Mostovka	98,016	26	98,016*26	2,548
Dřík opěry	17,9042	26	2*17,904*26	0,931
Základ	17,754	26	2*17,754*26	0,923
Pilota	2,8274	26	8*2,8274*26	0,588
$\Sigma F_z =$				4,99

Tab. 6.1 Výpočet vlastní tíhy pomocí Autocadu

Model	Reakce [MN]	Reakce [%]
Autocad	4,99	100
3D model	4,896	98,11
Prutový model	4,81	96,39

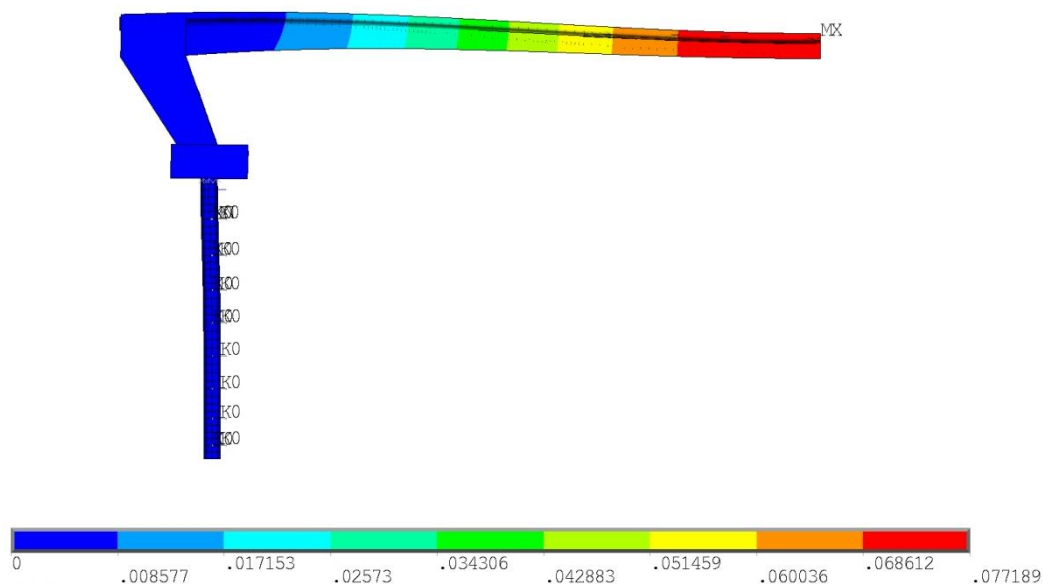
Tab. 6.2 Porovnání reakcí

Závěrem lze konstatovat, že celková reakce vypočtená na 3D modelu konstrukce je o 1,72% nadhodnocená než u prutového modelu a následně o 1,89% podhodnocená než u výpočtu provedeného pomocí programu Autocad. Z těchto výsledků lze vyvodit, že rozdíl celkové reakce na prutovém modelu je zapříčiněn nedostatečným vystižením idealizace prutového modelu. Dále rozdíl, který je mezi 3D modelem a výpočtem pomocí Autocadu je zřejmě zapříčiněn tvarem konečně prvkové sítě, která přesně nekopíruje tvar skutečných těles. Všechny zjištěné chyby a rozdíly jsou v přípustných mezích a lze je považovat za zanedbatelné.

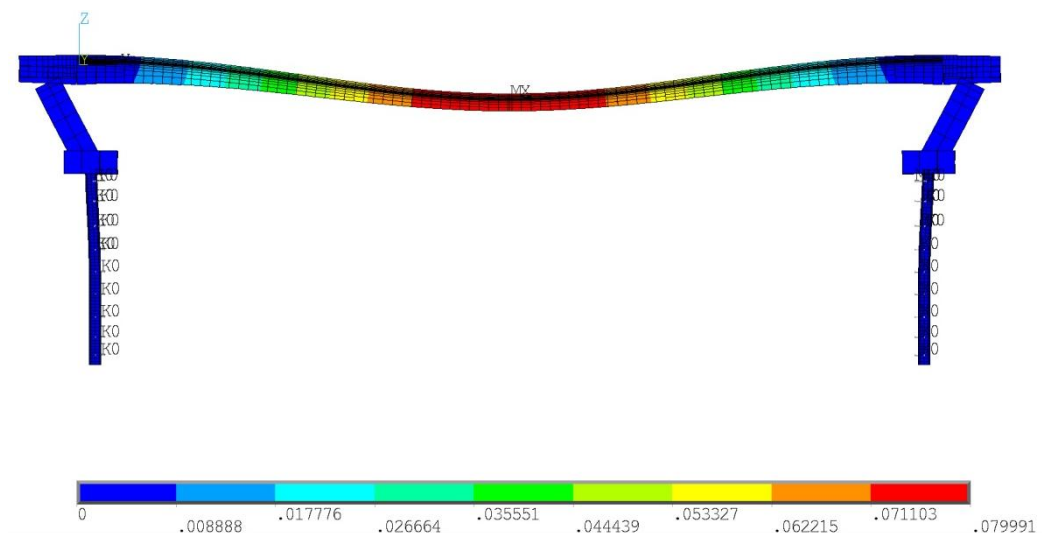
6.2 Porovnání průhybů

Kontrola a porovnání průhybů konstrukce byla provedena pouze pro zatížení od vlastní tíhy a zatížení od předpětí. Z hlediska symetrie konstrukce, nastává maximální průhyb uprostřed rozpětí.

6.2.1 Průhyby konstrukce od vlastní tíhy



Obr. 6.1 Průhyb konstrukce od vlastní tíhy na prostorovém modelu



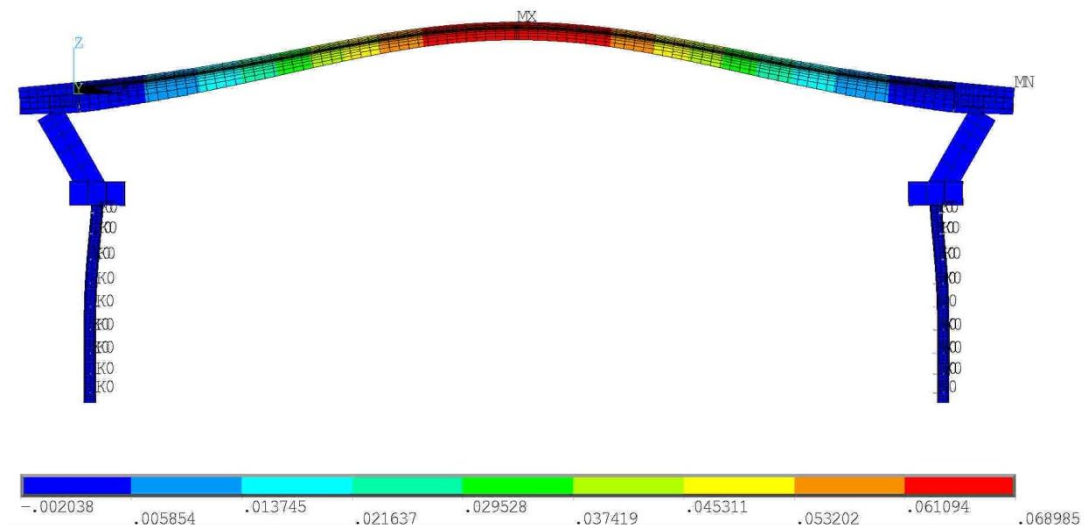
Obr. 6.2 Průhyb konstrukce od vlastní tíhy na prutovém modelu

Rozdíly průhybů v obou případech činní malé rozdíly a lze je považovat za zanedbatelné.

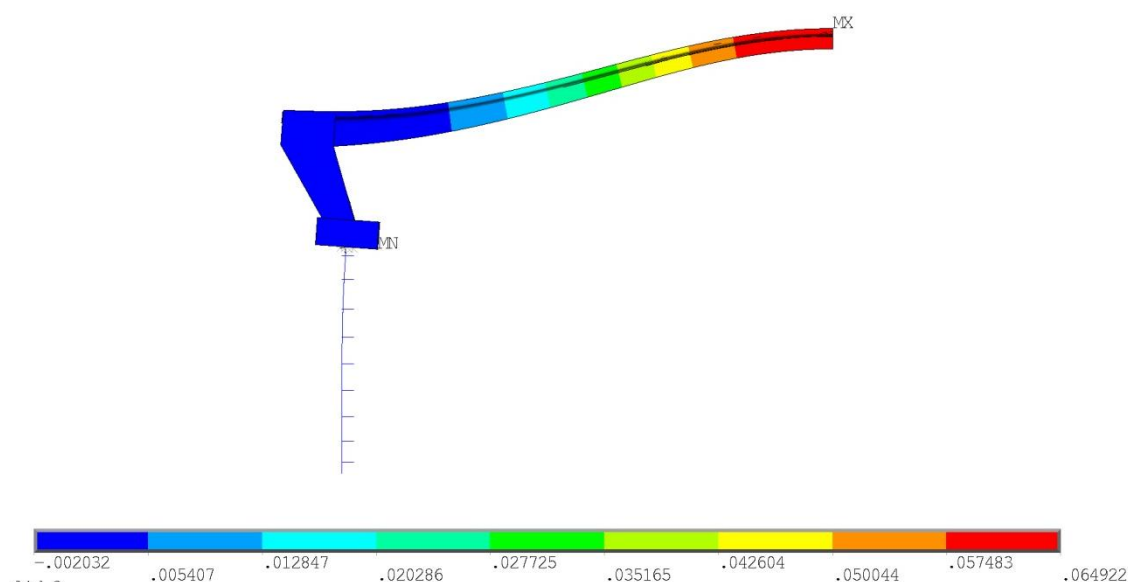
max. průhyb prut. model:	0,079991m	100%
max. průhyb 3D model:	0,077189m	96,50%
Rozdíl:	0,0028m	3,50%

Tab. 6.3 Porovnání průhybů od vlastní tíhy

6.2.2 Průhyby konstrukce od předpětí



Obr.6.4 Průhyb konstrukce od předpětí na prutovém modelu



Obr.6.5 Průhyb konstrukce od předpětí na prostorovém modelu

max. průhyb prut. model:	0,068985	100%
max. průhyb 3D model:	0,064922	94,11%
Rozdíl:	0,004063	5,90%

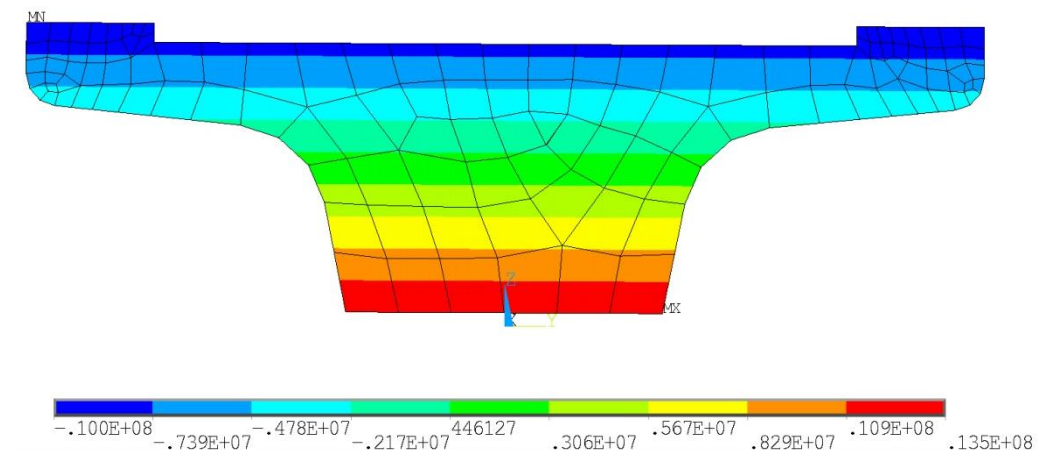
Tab. 6.4 Porovnání průhybů od předpětí

V případě průhybu od předpětí je rozdíl výraznější než v případě průhybu od vlastní tíhy, ale stále není nijak zásadní a lze jej považovat za zanedbatelný.

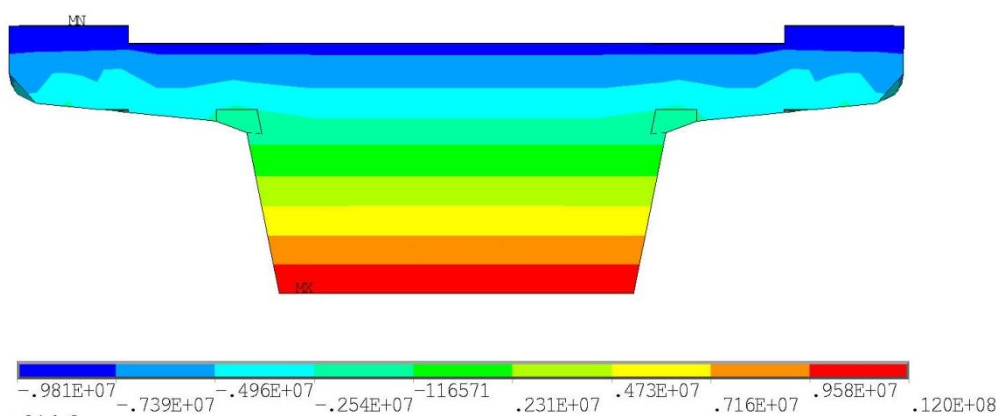
6.3 Porovnání normálových napětí

Porovnání normálových napětí je jedna z dalších kontrol, která byla provedena. Bylo porovnáno normálové napětí od vlastní tíhy a od předpětí. Pro kontrolu byly zvoleny dva průřezy, jeden u podpory a druhý uprostřed rozpětí konstrukce.

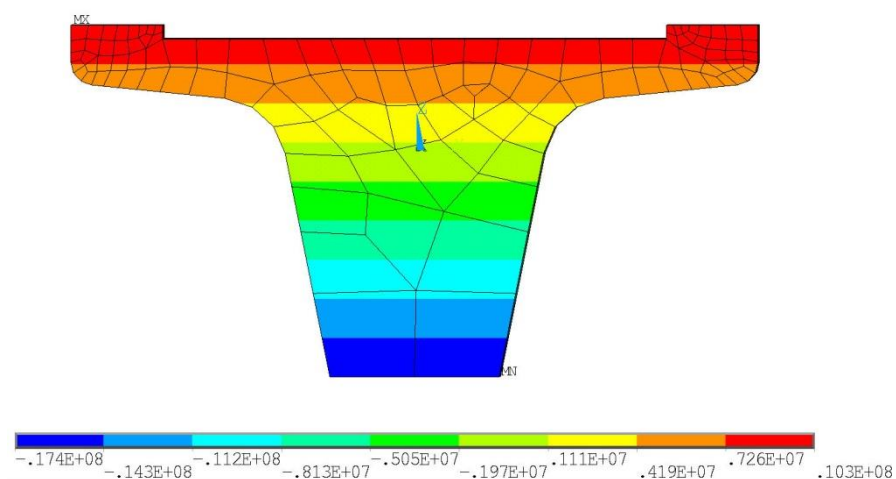
6.3.1 Normálové napětí od vlastní tíhy



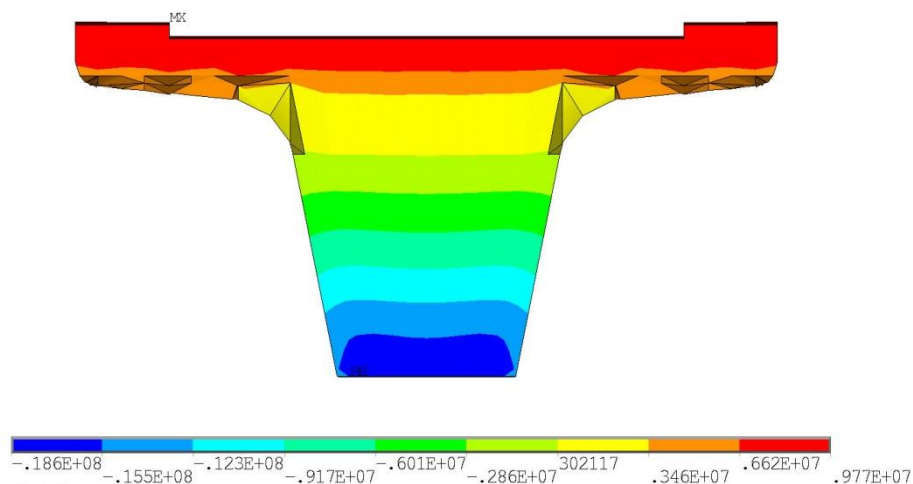
Obr. 6.6 Normálové napětí od vlastní tíhy uprostřed rozpětí na prutovém modelu



Obr. 6.7 Normálové napětí od vlastní tíhy uprostřed rozpětí na prostorovém modelu



Obr. 6.8 Normálové napětí od vlastní tíhy u podpory na prutovém modelu



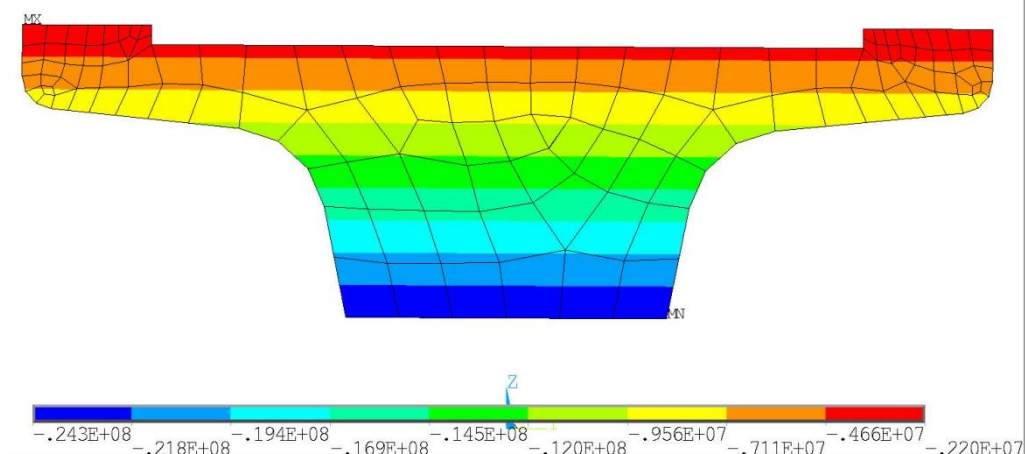
Obr. 6.9 Normálové napětí od vlastní tíhy u podpory na prostorovém modelu

	Prutový model		Prostorový model		Rozdíl		Rozdíl	
Průřez	σ_1 [Mpa]	σ_2 [Mpa]	σ_1 [Mpa]	σ_2 [Mpa]	σ_1 [Mpa]	σ_2 [Mpa]	σ_1 [%]	σ_2 [%]
Uprostřed	13,50	-10,00	12,00	-9,81	1,50	0,19	11,11	1,90
U podpory	-17,40	10,30	-18,60	9,77	1,20	-0,53	6,45	5,15

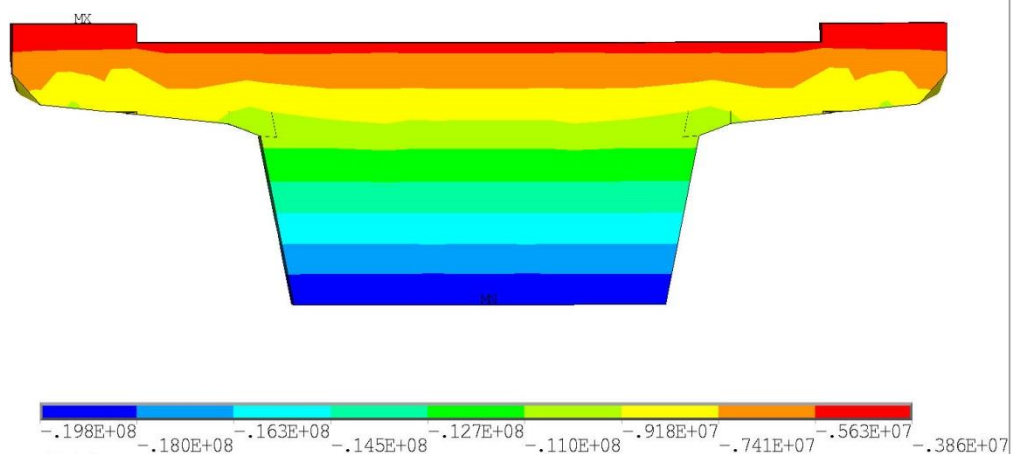
Tab. 6.5 Porovnání normálových napětí od vlastní tíhy

Z výše uvedených výsledků lze konstatovat, že rozdíly normálových napětí od vlastní tíhy se pohybují v intervalu 11,11% až 1,90%. Rozdíl 11,11% pro napětí na spodních vláknech na prostředním průřezu je poměrně velký, ale nejspíš je zapříčiněn špatnou idealizací prutového modelu, která nevystihuje přesné chování konstrukce a vede k nadhodnocení výsledků. Ostatní hodnoty lze považovat za přípustné.

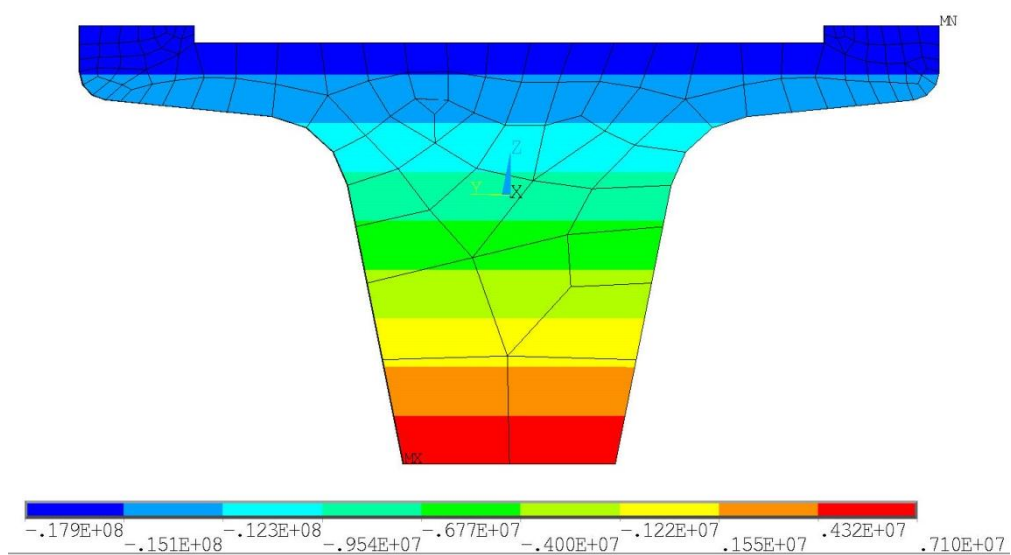
6.3.2 Normálové napětí od předpětí



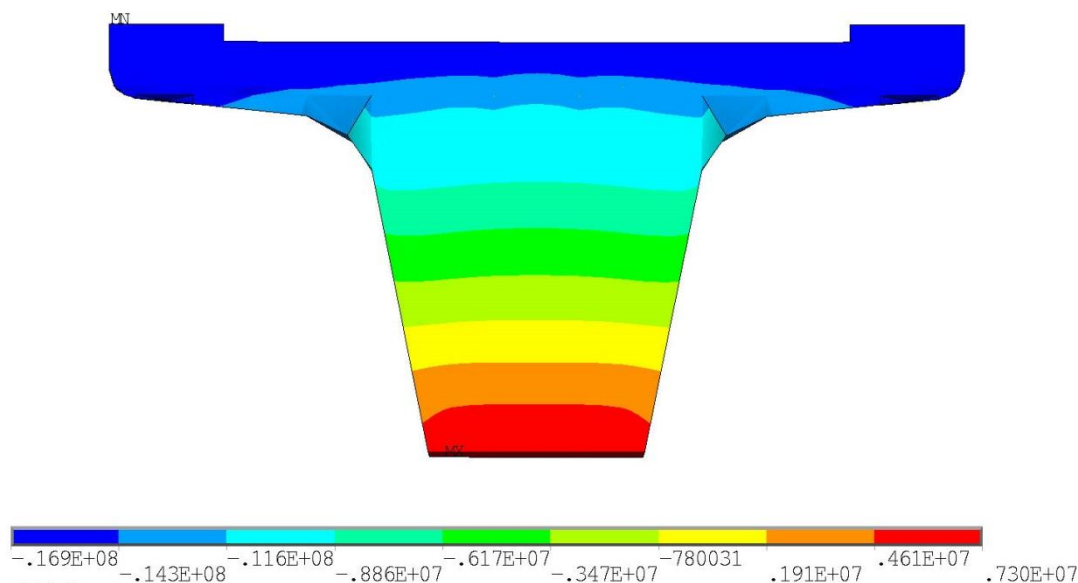
Obr. 6.10 Normálové napětí od předpětí uprostřed rozpětí na prutovém modelu



Obr. 6.11 Normálové napětí od předpětí uprostřed rozpětí na prostorovém modelu



Obr. 6.12 Normálové napětí od předpětí u podpory na prutovém modelu



Obr. 6.13 Normálové napětí od předpětí u podpory na prostorové modelu

Průřez	Prutový model		Prostorový model		Rozdíl		Rozdíl	
	σ_1 [Mpa]	σ_2 [Mpa]	σ_1 [Mpa]	σ_2 [Mpa]	σ_1 [Mpa]	σ_2 [Mpa]	σ_1 [%]	σ_2 [%]
Uprostřed	-24,20	-2,20	-19,80	-3,60	-4,40	-1,40	18,18	38,89
U podpory	-17,90	7,10	-16,90	7,30	1,00	0,20	5,56	2,74

Tab. 6.5 Porovnání normálových napětí od předpětí

Z rozdílů normálových napětí, které jsou uvedeny v tab. 6.5 plyne, že dochází k poměrně velkým chybám na průřezu uprostřed konstrukce. Normálové napětí na průřezu u podpory se téměř shodují a lze je považovat za zanedbatelné. Na prutovém modelu jsou napětí na spodních vláknech podstatně větší než u prostorového modelu a na horních vláknech je tomu naopak.

Z kontrolní lineární statické analýzy vyplývá, že rozdíly mezi prutovým a prostorovým výpočtovým modelem jsou ve většině případů zanedbatelné. K největším rozdílům v porovnávaných výsledcích, které nelze zanedbat dochází u normálových napětí jak od vlastní tíhy, tak i od předpětí na průřezu uprostřed rozpětí konstrukce. Tyto chyby jsou zřejmě způsobené špatnou idealizací při vytváření prutového modelu.

7. Vyhodnocení výsledků

Vyhodnocování a zpracovávání výsledků bylo zaměřeno na průřezy ve kterých došlo k meznímu stavu porušení. Jedná se o průřezy uprostřed rozpětí a u podpory. V těchto průřezích docházelo ke vzniku plastických zón betonu v tahu i tlaku. Vyhodnocení výsledku je zaměřeno na porovnání hodnot vypočtené v programem ANSYS za použití materiálových knihoven MultiPlas s hodnotami a výpočty podle ČSN EN 1992 – 1 – 1.

Chování betonu v tahu podle normy je definováno pouze průměrnou pevností f_{ctm} . Při výpočtech MSÚ se do výpočtu zahrnuje vliv vzniku trhlin po dosažení této hodnoty, které mají vliv na snížení tuhosti konstrukce. Předmětem MSÚ je také výpočet šířky trhliny. Tento princip je vysvětlen v kapitole 4.1. Výpočet šířky trhliny se stanoví podle vztahu uvedeného v normě:

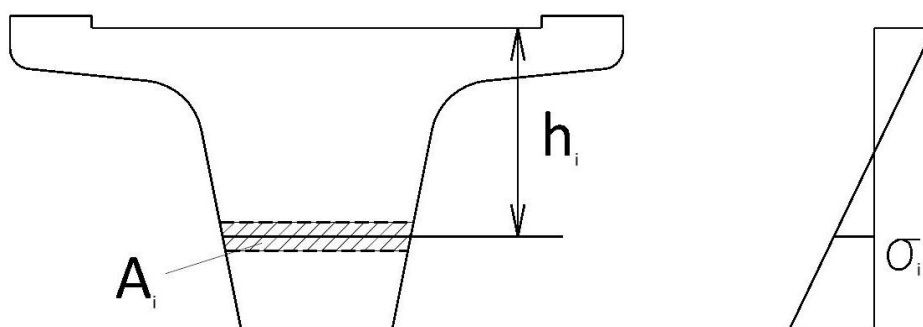
$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

Hodnota $s_{r,max}$ je maximální hodnota vzdálenosti trhlin závislá na poloze výztuže a vlastnostech betonu. Tato hodnota se stanoví ze vztahů uvedených v normě a lze ji považovat za konstantní, proto se bude dále uvažovat jako hodnota $s_{r,max} = 1$ a hlavní parametr bude $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ rozdíl poměrných přetvoření výztuže a betonu mezi trhlami.

Celkové poměrné přetvoření podle knihovny multiPlas se skládá z vektorů elastického a plastického poměrného přetvoření $\{\varepsilon\}^{tot} = \{\varepsilon\}^{el} + \{\varepsilon\}^{pl}$. Při chování betonu v tahu bylo sledováno celkové poměrné přetvoření v betonu a oceli v závislosti na přírůstku síly od stavu dekomprese. Tahovou sílu v oceli nebylo problém získat z prostředí ANSYS, ale tahovou sílu v taženém betonu bylo zapotřebí stanovit ručním výpočtem, který vychází ze vztahu podle teorie pružnosti:

$$N = \int_A \sigma_x dA.$$

Normálová tahová síla byla stanovena v jednotlivých výpočtových krocích numericky a to součinem hodnoty napětí v i -té vrstvě a k ní příslušné plochy (viz obr. 7.1). Z programu ANSYS lze získat normálovou sílu v průřezu, ale jedná se o celkový součet tlakové a tahové složky. Hodnoty napětí byly vygenerovány z předem stanovených průřezů a importovány do programu MS Excel, kde byl proveden výpočet tlakové a tahové složky zvlášť a porovnán celkový součet z hodnotou stanovenou v prostředí ANSYS.



Obr.7.1 Princip výpočtu sil

Jelikož byl proveden nelineární výpočet s postupným přitěžováním, v prvních dvou krocích se počítá se zatížením od vlastní tíhy a ostatního stálého zatížení. Při těchto prvních dvou zatíženích nedošlo ke stavu dekomprese na obou průřezech, a proto se bude dále mluvit o účincích k -násobku proměnného zatížení tj. $k \cdot q_k$, za předpokladu že účinek od prvních dvou zatížení je již zahrnut.

Pro analýzu chování betonu v tahu v závislosti na vzniku trhlin byl vynesena graf (viz obr. 4.1), ze kterého byly stanoveny jednotlivé fáze chování trhlin. Na hranicích jednotlivých fází byla provedena součtová podmínka rovnováhy sil na průřezu. V grafu bylo porovnáno celkové poměrné přetvoření, které vygeneroval ANSYS s vypočtenou hodnotou podle normy ($\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$). Tato hodnota byla stanovena ze vzorce:

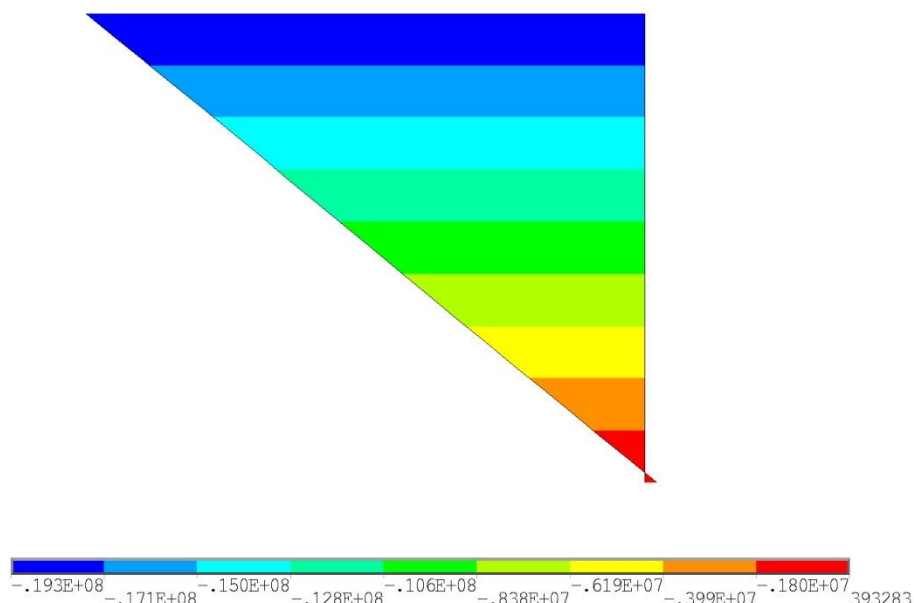
$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\Delta\sigma_p - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s}$$

Chování betonu v tlaku na jednotlivých průřezech bylo analyzováno v závislosti na vykreslení grafu poměrných přetvoření a normálových napětí. V tomto grafu byly sledovány fáze chování betonu na elastické a plastické větvi.

7.1. Průřez uprostřed rozpětí

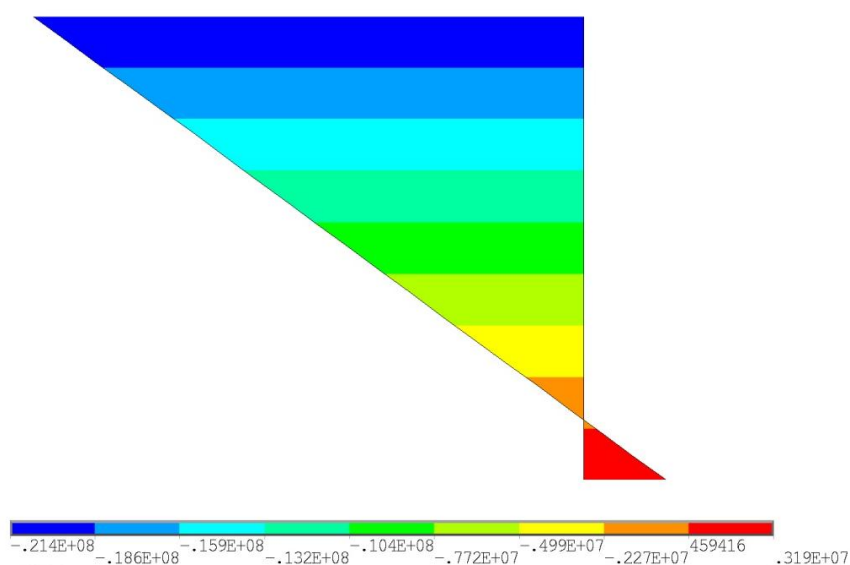
7.1.1. Chování betonu v tahu

Chování betonu v tahu je popsáno od stavu dekomprese a končí ve stavu kdy je dosaženo meze kluzu $f_{p01k} = 1640 \text{ MPa}$. V tomto případě stav dekomprese nastane, když je $k = 2,7$. Od tohoto stavu bude počítán rozdíl poměrného přetvoření $\Delta\varepsilon_p$ a ΔF_p předpínací výztuže. Meze kluzu je dosaženo v úrovni zatížení $k = 10,4$.

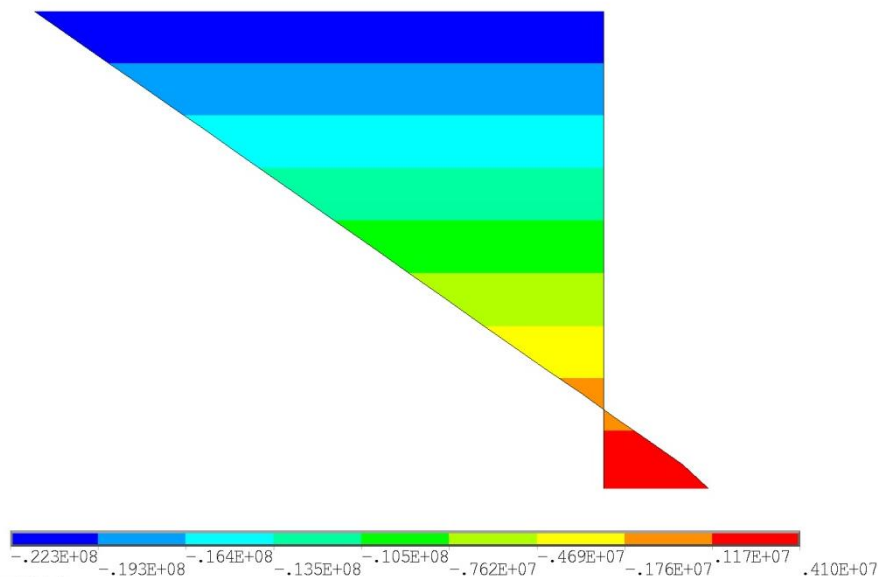


Obr.7.2 Průběh normálového napětí ve stavu dekomprese

První fáze chování betonu v tahu je dosažení průměrné pevnosti. Tato pevnost podle normy pro beton C45/55 je $f_{ctm} = 3,8MPa$. Po dosažení této hodnoty se začnou v betonu tvořit trhliny což je v ANSYSU zohledněné plastickým chováním betonu v tahu. Tento stav v tomto konkrétním případě nastává v krocích $k = 3,6 - 4$. V prvním z těchto kroků je napětí na spodních vláknech $\sigma_c = 3,22MPa$ a průběh napětí je lineární. V následujícím kroku je $\sigma_c = 4,11MPa$ a průběh napětí už začíná být plastický. Z toho lze vyvodit, že použitý materiálový model správně vystihuje chování betonu na mezi vzniku první trhliny a odpovídá tak normě ČSN EN 1992-1-1.



Obr. 7.3 Průběh normálového napětí po průřezu pro $k = 3,6$



Obr.7.4 Průběh normálového napětí po průřezu pro $k = 4$

Od zmíněného stavu nastává fáze tvoření dalších trhlin a jejich rozevírání. Tento proces je znázorněn v grafu 7.1. V grafu jsou vyneseny odezvy betonu a předpínací výztuže podle programu ANSYS a s odezvou betonu vypočtenou podle normy. Pro výpočet $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ je níže uveden vzorový výpočet pro stav $k = 4$. Ostatní hodnoty pro různé úrovně zatížení byly dopočítány analogicky a jsou uvedeny v tab. 7.1.

Vzorový výpočet rozdílů poměrných přetvoření mezi betonem a předpínací výztuží pro $k = 4$ je:

$$\Delta\sigma_p = 39 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{195 \cdot 10^9}{36 \cdot 10^9} = 5,41667$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_p}{A_{c,eff}} = \frac{6,16 \cdot 10^{-3}}{0,063016} = 0,0978$$

Hodnota $A_{c,eff}$ je hodnota plochy taženého betonu před vznikem první trhliny tj. pro $k = 3,6$. Dále hodnota $k_t = 0,4$ je součinitel vyjadřující vliv doby trvání zatížení, v tomto případě se jedná o dlouhodobé zatížení. Hodnota $f_{ct,eff} = f_{ctm} = 3,8 \text{ MPa}$. Plocha předpínací výztuže je $A_p = 6,16 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, která je pro dva kabely, které se v tažené oblasti nachází.

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\Delta\sigma_p - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} =$$

$$= \frac{39 \cdot 10^6 - 0,4 \frac{3,8 \cdot 10^6}{0,0978} (1 + 5,41667 \cdot 0,0978)}{195 \cdot 10^9} = 7,8 \cdot 10^{-5}$$

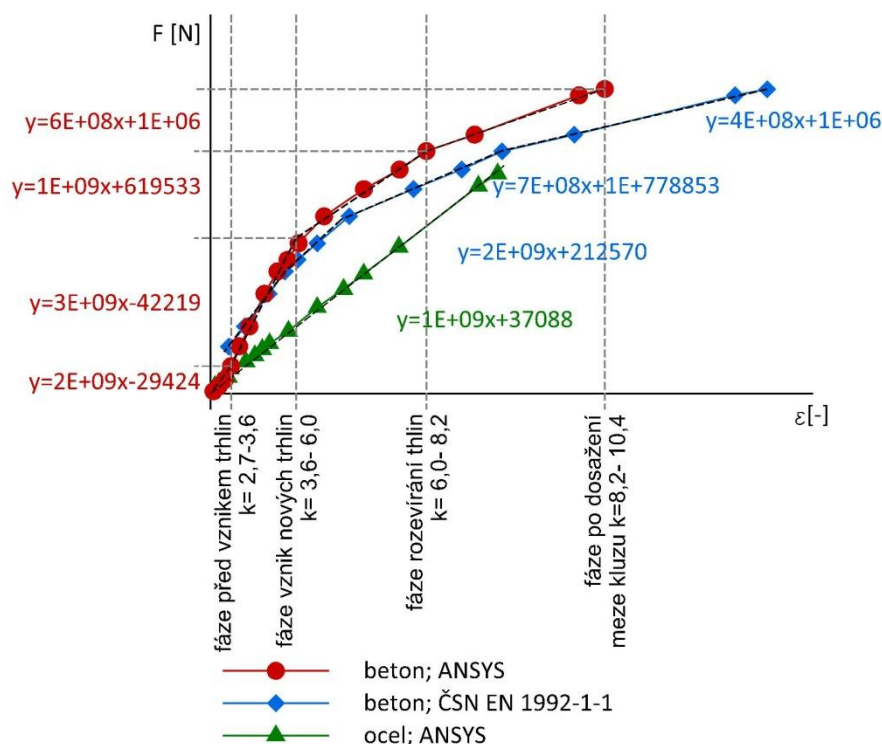
k	$\Delta\sigma_p$	$\varepsilon_{sm}-\varepsilon_{cm}$
4,0	3,90E+07	7,78E-05
4,4	5,19E+07	1,44E-04
5,0	7,14E+07	2,44E-04
5,4	8,44E+07	3,11E-04
2,7	9,47E+07	3,64E-04
6,0	1,10E+08	4,44E-04
6,6	1,36E+08	5,77E-04
7,4	1,88E+08	8,44E-04
8,0	2,27E+08	1,04E-03
8,2	2,60E+08	1,21E-03
9,0	3,18E+08	1,51E-03
10,0	4,48E+08	2,18E-03
10,4	4,74E+08	2,31E-03

Tab. 7.1 Výpočet rozdílů poměrných přetvoření výztuže a betonu mezi trhlinami podle normy

k	$F_{c,tah}$	$\varepsilon_{c,tot}$	$\varepsilon_{s2}-\beta\varepsilon_{sr2}$	ΔF_p	$\Delta\varepsilon_p$
2,7	8,17E+03	1,08E-05			
3,0	3,76E+04	3,66E-05		6,00E+04	1,80E-05
3,3	9,28E+04	6,24E-05		8,00E+04	3,50E-05
3,6	1,79E+05	8,84E-05		1,00E+05	5,30E-05
4,0	3,10E+05	1,22E-04	7,78E-05	1,20E+05	7,70E-05
4,4	4,44E+05	1,60E-04	1,44E-04	1,60E+05	1,03E-04
5,0	6,59E+05	2,27E-04	2,44E-04	2,20E+05	1,49E-04
5,4	8,06E+05	2,79E-04	3,11E-04	2,60E+05	1,86E-04
2,7	8,84E+05	3,21E-04	3,64E-04	3,00E+05	2,16E-04
6,0	9,92E+05	3,66E-04	4,44E-04	3,40E+05	2,48E-04
6,6	1,17E+06	4,73E-04	5,77E-04	4,20E+05	3,25E-04
7,4	1,35E+06	6,38E-04	8,44E-04	5,80E+05	4,46E-04
8,0	1,48E+06	7,86E-04	1,04E-03	7,00E+05	5,55E-04
8,2	1,60E+06	8,97E-04	1,21E-03	8,00E+05	6,38E-04
9,0	1,71E+06	1,10E-03	1,51E-03	9,80E+05	7,87E-04
10,0	1,97E+06	1,53E-03	2,18E-03	1,38E+06	1,11E-03
10,4	2,01E+06	1,64E-03	2,31E-03	1,46E+06	1,19E-03

Tab. 7.2 Tabulka sil a poměrných přetvoření pro beton a předpínací výztuž

Jednotky jednotlivých veličin uvedených v Tab. 7.1 a 7.2 jsou v základních jednotkách tj. síly [N] a napětí [Pa].

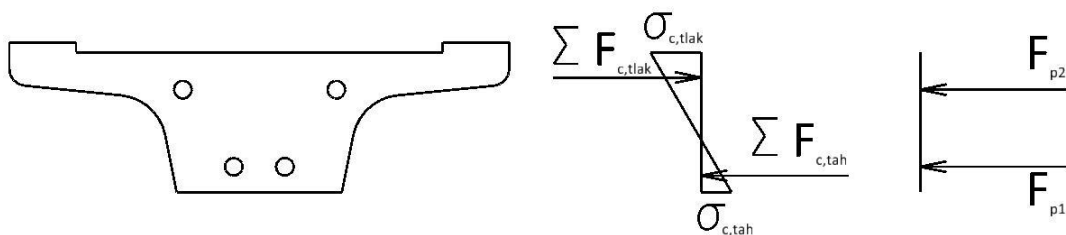


Graf 7.1. Tahová odezva betonu a oceli od stavu dekomprese

V grafu 7.1 lze vidět jednotlivé fáze chování trhlin, které je podobné příkladu jednoosého předepnutého prutu, který byl uveden v kapitole 4.1. Odezva chování výztuže od stavu dekomprese je lineární a lze ji aproximovat přímkou. Odezvy pro beton se v jednotlivých fázích blíží lineárnímu chování, a proto byl průběh aproximován soustavou přímek. První fáze, kdy se na přenosu zatížení od stavu dekomprese podílí předpínací výztuž společně s betonem do vzniku první trhliny, je lineární a končí pro $k = 3,6$. Dále následuje fáze tvoření dalších trhlin, která následuje až do pro $k = 6,0$. Další fáze rozevírání trhlin, kdy se na přenosu podílí už pouze předpínací výztuž, pokračuje do hodnoty $k = 8,2$. Z grafu 7.1 lze vyvodit, že lineární aproximovaná část má stejnou směrnici přímky jako aproximovaná přímka odezvy předpínací výztuže.

Odezva chování trhliny pro beton stanovená podle ČSN EN 1992 -1 - 1 je ve fázi tvoření trhlin mírně nadhodnocená vůči výsledkům z programu ANSYS. Pro $k = 5,4$ až $k=6,6$ se výsledky téměř shodují a od hodnoty $k=6,6$ začíná být značně podhodnocená.

Na hranicích jednotlivých fází tvoření trhlin jsou níže uvedeny průběhy normálových napětí po výšce průřezu a provedeny součtové podmínky rovnováhy sil. Pro názornou ukázkou výpočtu sil působících v betonovém průřezu je uvedena tab. 7.3 pro výpočet $k=4$. Pro další součtové podmínky jsou uvedeny pouze hodnoty působících sil v průřezu. Na obr. 7.5 uvedeného níže je znázorněno schéma rozložení sil v průřezu uprostřed rozpětí konstrukce.



Obr. 7.5 Schéma rozložení sil

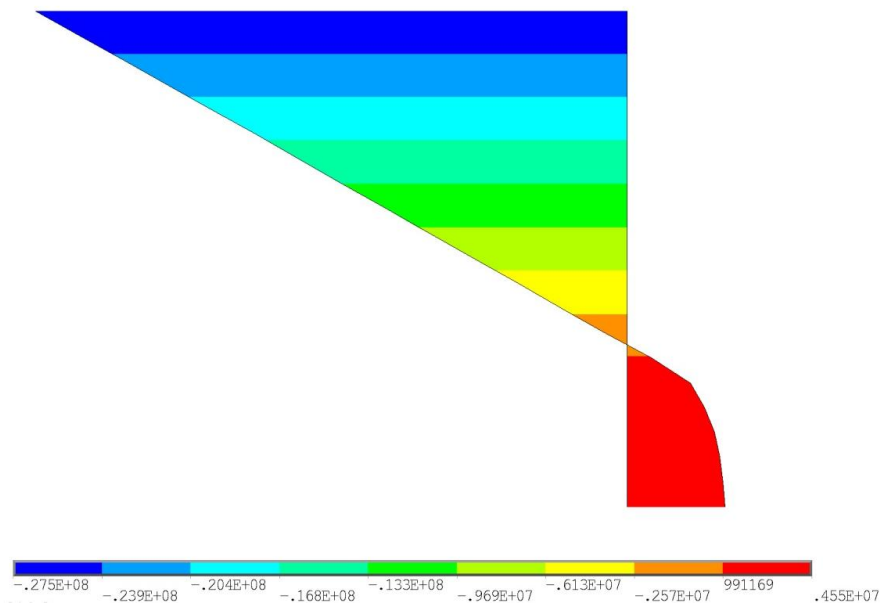
h_i	σ_{ci}	A_{ci}	F_{ci}
0	-2,23E+07	0,06285	-1,40E+06
4,19E-02	-2,09E+07	0,1257	-2,63E+06
8,38E-02	-1,96E+07	0,1257	-2,46E+06
0,12572	-1,82E+07	0,125403	-2,29E+06
0,16763	-1,69E+07	0,123442	-2,08E+06
0,20953	-1,55E+07	0,109183	-1,70E+06
0,25144	-1,42E+07	0,074054	-1,05E+06
0,29335	-1,29E+07	0,059691	-7,70E+05
0,33525	-1,16E+07	0,054847	-6,35E+05
0,37716	-1,02E+07	0,0517	-5,29E+05
0,41907	-8,90E+06	0,04953	-4,41E+05
0,46097	-7,58E+06	0,048059	-3,64E+05
0,50288	-6,26E+06	0,047171	-2,95E+05
0,54478	-4,94E+06	0,046455	-2,29E+05
0,58669	-3,60E+06	0,045759	-1,65E+05
0,6286	-2,25E+06	0,045059	-1,01E+05
0,6705	-9,01E+05	0,044351	-4,00E+04
0,71241	4,19E+05	0,043651	1,83E+04
0,75432	1,75E+06	0,042948	7,50E+04
0,79622	3,11E+06	0,042244	1,31E+05
0,83813	4,10E+06	0,020772	8,52E+04
ΣF _{c,tlak} = -1,70E+07 F _{p1} = 8,10E+06			
F _{c,tah} = 3,10E+05 F _{p2} = 8,59E+06			

Tab. 7.3. Výpočet sil v betonovém průřezu ve fázi vzniku první trhliny

Součtová podmínka rovnováhy v průřezu pro $k=4$:

$$\Sigma F_{c,tlak} + \Sigma F_{c,tah} + F_{p,1} + F_{p,2} = -17,0 + 0,31 + 8,1 + 8,59 = 0$$

=> VYHOVUJE.

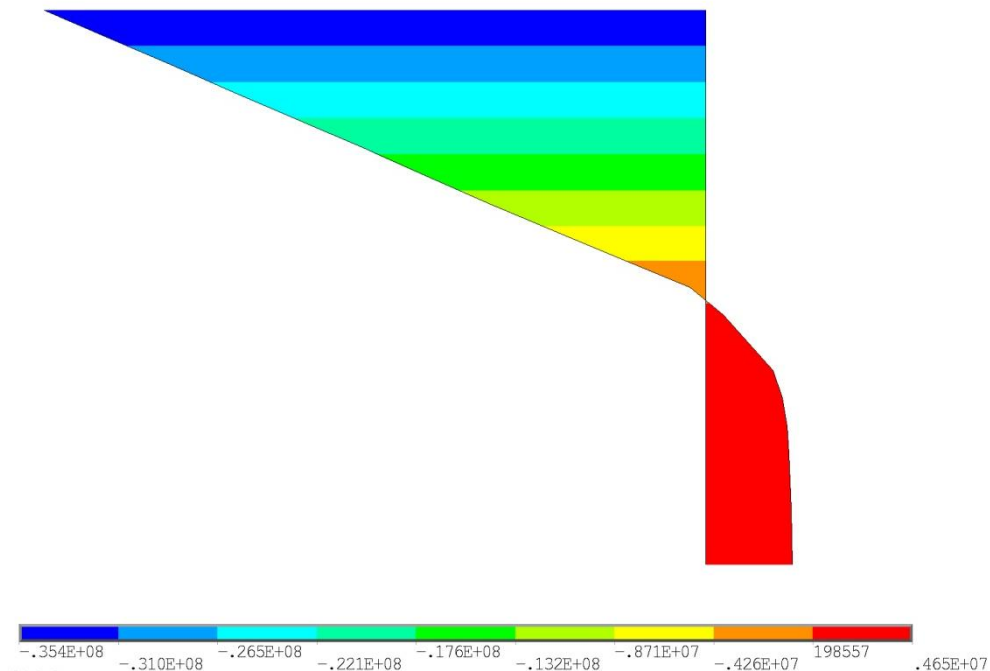


Obr. 7.6 Průběh normálového napětí po průřezu pro $k=6$

Součtová podmínka rovnováhy pro $k=6$:

$$\sum F_{c,tlak} + \sum F_{c,tah} + F_{p,1} + F_{p,2} = -18,34 + 0,99 + 9,04 + 8,28 = -0,03MN$$

$$\Rightarrow VYHOVUJE.$$

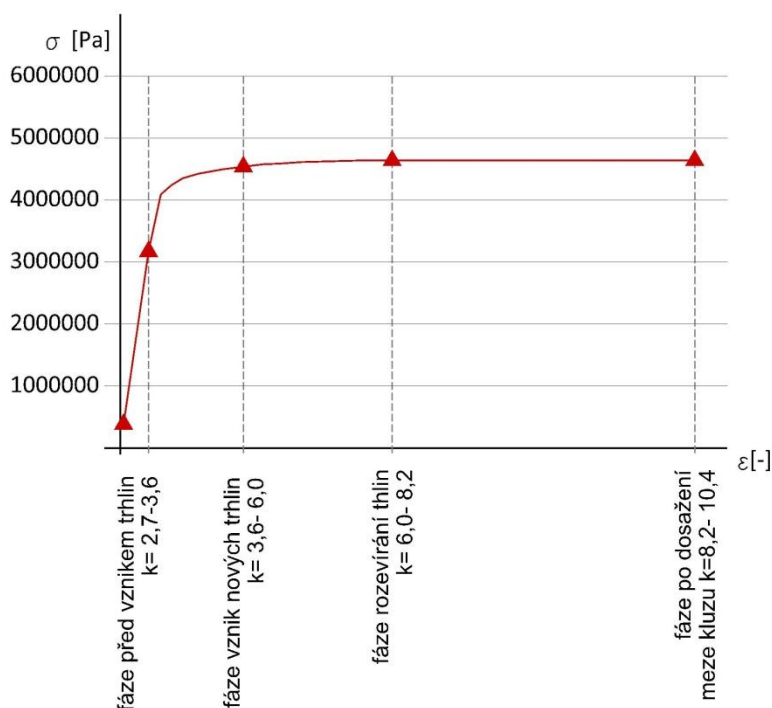


Obr. 7.7 Průběh normálového napětí po průřezu pro $k = 8,2$

Součtová podmínka rovnováhy pro $k=8,2$:

$$\sum F_{c,tlak} + \sum F_{c,tah} + F_{p,1} + F_{p,2} = -18,19 + 1,58 + 9,22 + 8,7 = 0$$

$$\Rightarrow VYHOVUJE.$$



Graf 7.2 Pracovní diagram betonu v tahu

V grafu 7.2 je znázorněno chování betonového průřezu v tahu, v závislosti na rostoucím napětí a na změně celkového poměrného přetvoření s vynesnými oblastmi fáze chování trhlin. Ve fázi před vznikem první trhliny je průběh lineární.

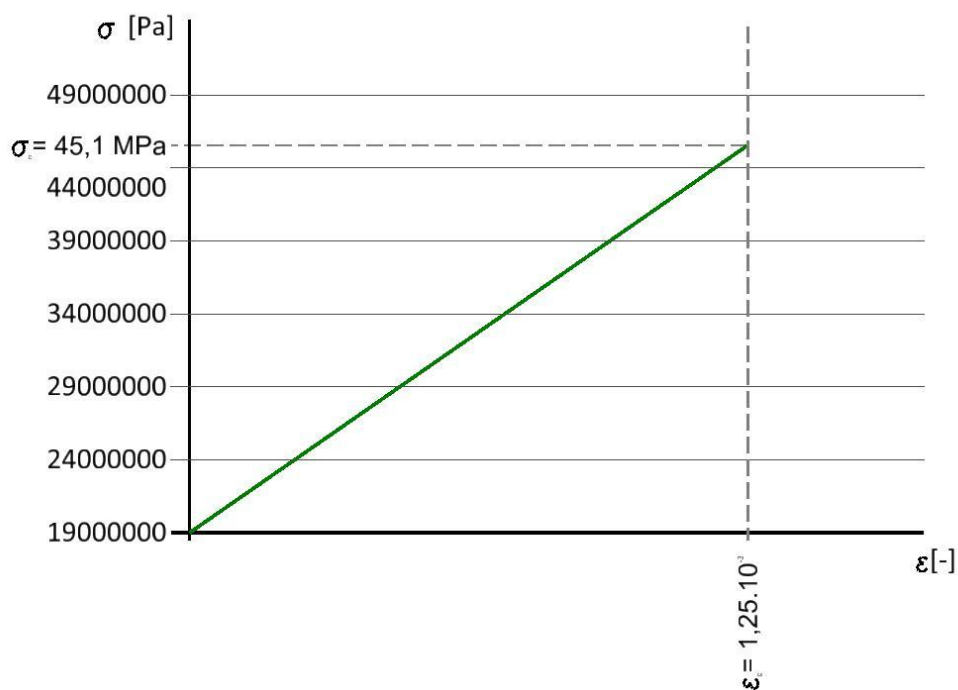
V následující části dochází k tvoření dalších trhlin, tato část je v grafu znázorněna tahovým zpevněním betonu. Poslední část znázorňuje plastické chování betonu v tahu a na přenosu se podílí pouze předpínací výztuž.

7.1.2 Chování betonu v tlaku

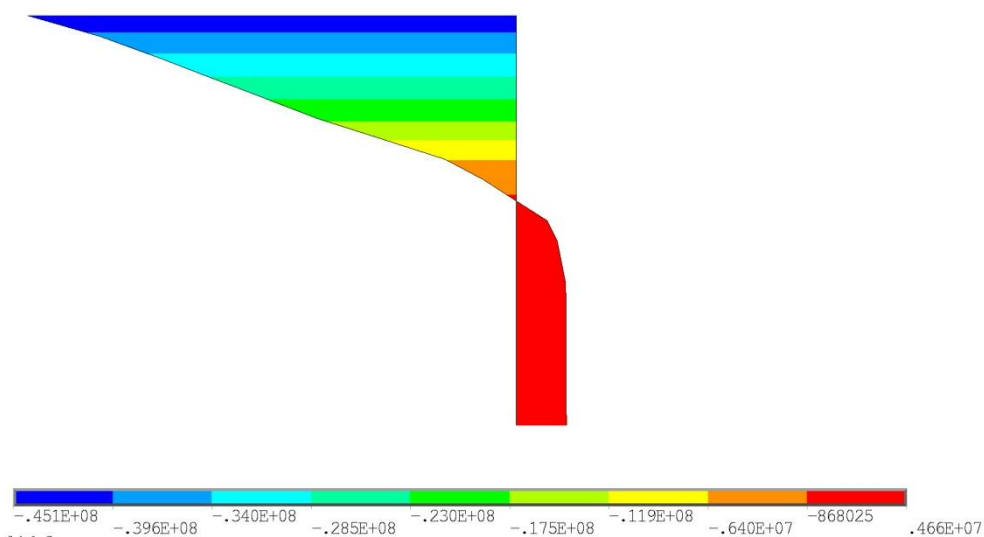
Chování betonu v tlaku je popsáno podle normy pracovním diagramem uvedeným na obr. 4.4. Jedná se o bilineární pracovní diagram, charakterizován lineární elastickou větví omezenou hodnotami f_{ck} a poměrným přetvořením ϵ_{c3} . Plastická větev je konstantní a je omezena mezním poměrným přetvořením pro většinu druhů betonů, včetně C45/55 $\epsilon_{cu3} = 3,5 \cdot 10^{-3}$.

V tomto případě se celá fáze chování betonu v tlaku pohybuje na lineární větvi pracovního diagramu zobrazeného na grafu 7.3. Lineární chování betonu v tlaku je po celou dobu způsobeno působením předpínacích kabelů v této části průřezů. Maximální napětí, ke kterému dojde je $\sigma_c = 45,1 \text{ MPa}$ pro hodnotu zatížení $k=10,4$, to znamená, že při této úrovni namáhání je dosaženo maximální hodnoty pevnosti betonu v tlaku $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$. Poměrné přetvoření na horních vláknech dosahuje hodnoty $\epsilon_c = -1,23 \cdot 10^{-3}$. Při maximální úrovni

zatížení do, kterého je vyšetřovaný průřez analyzován, nedojde k dosažení hodnoty $\varepsilon_{c3} = 1,75 \cdot 10^{-3}$ odpovídající hodnotě f_{ck} uvedené v normě. Na grafu 7.3 jsou vyneseny hodnoty normálových napětí σ_c v závislosti na poměrných přetvoření ε_c , které jsou vztaženy k horním vláknům průřezu a jsou uvedeny v absolutních hodnotách.



Graf 7.3 Graf napětí a poměrného přetvoření

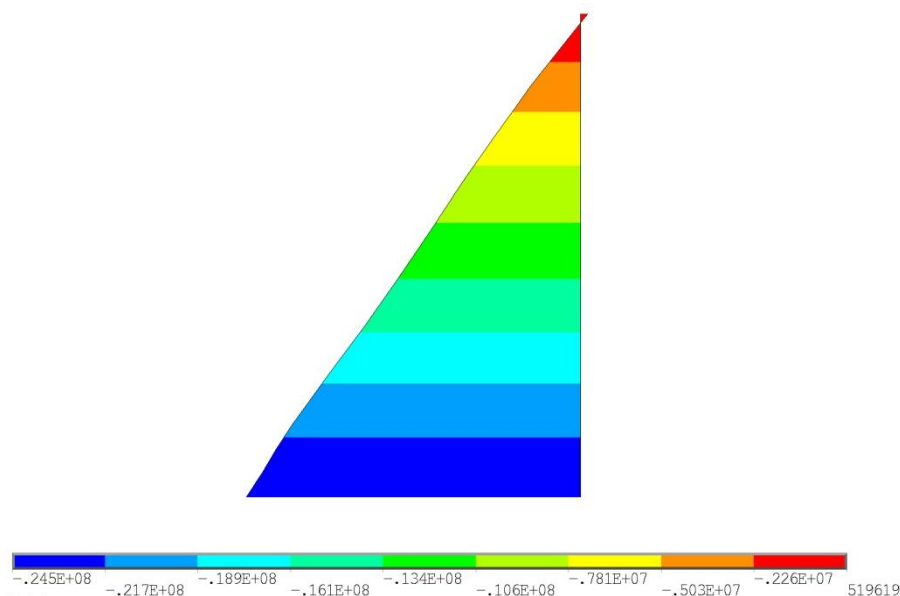


Obr. 7.8 Průběh normálového napětí po průřezu pro $k = 10,4$

7.2. Průřez u podpory

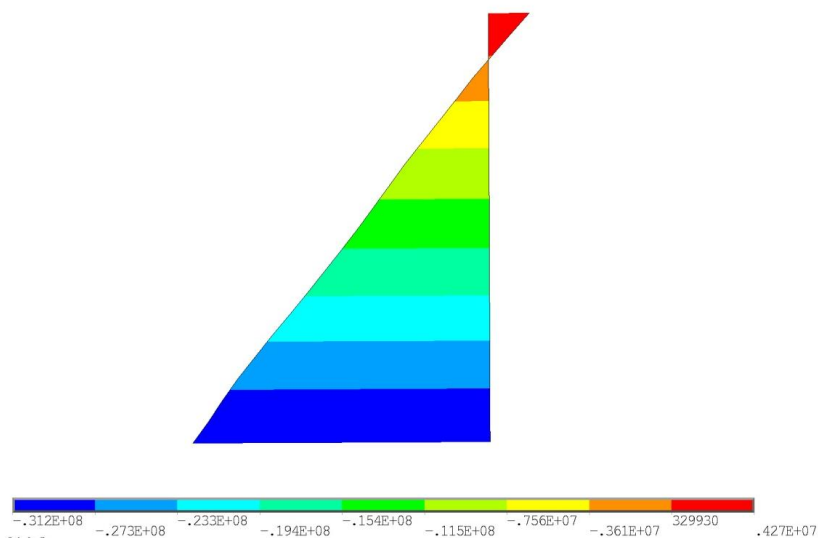
7.2.1 Chování betonu v tahu

Chování betonu v tahu je popsáno od stavu dekomprese. V tomto případě stav dekomprese nastane, když $k = 3,3$. Od tohoto stavu bude počítán rozdíl poměrného přetvoření $\Delta\varepsilon_p$ a ΔF_p předpínací výztuže.

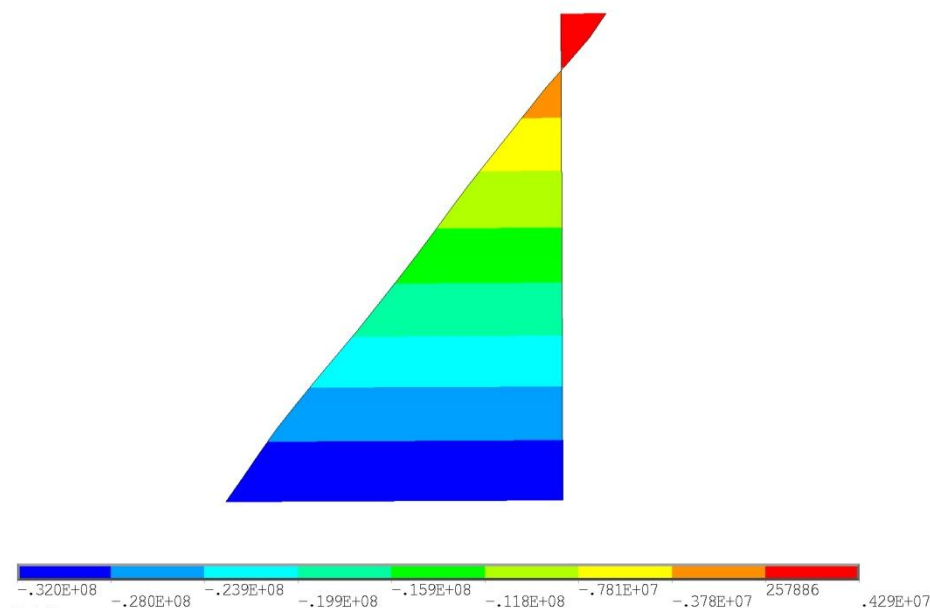


Obr.7.9 Průběh normálového napětí ve stavu dekomprese

Stav, kdy se vytvoří první trhlinka, nastane mezi kroky pro $k = 5,0$ a $5,2$. V prvním z těchto kroků je napětí na horních vláknech $\sigma_c = 4,27MPa$ a průběh napětí je lineární. V následujícím kroku je $\sigma_c = 4,29MPa$ a průběh napětí už začíná být plastický. Z toho lze vyvodit, že použitý materiálový model nevystihuje zcela přesně fázi na mezi vzniku první trhliny podle normy, jako je tomu v průřezu uprostřed rozpětí.



Obr. 7.10 Průběh normálového napětí pro $k = 5$



Obr. 7.11 Průběh normálového napětí pro $k = 5,2$

Od stavu $k = 5,2$ nastává fáze tvoření dalších trhlin a jejich rozevírání. Tento proces je znázorněn v grafu 7.4. V grafu jsou vyneseny odezvy betonu a předpínací výztuže podle programu ANSYS. Odezva betonu vypočtená podle normy, byla vypočtena obdobným způsobem, jako pro průřez uprostřed konstrukce. Pro

$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ je níže uveden vzorový výpočet pro stav $k = 5,2$. Ostatní hodnoty pro různé úrovně zatížení byly dopočítány analogicky a jsou uvedeny v tab. 7.4.

Vzorový výpočet rozdílů poměrných přetvoření mezi betonem a předpínací výztuží pro $k = 5,2$ je:

$$\Delta\sigma_p = 51,9 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{195 \cdot 10^9}{36 \cdot 10^9} = 5,41667$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_p}{A_{c,eff}} = \frac{0,01232}{0,401} = 0,0307$$

Hodnota $A_{c,eff}$ je hodnota plochy taženého betonu před vznikem první trhliny tj. pro $k = 5,0$.

Dále hodnota $k_t = 0,4$ je součinitel vyjadřující vliv doby trvání zatížení, v tomto případě se jedná o dlouhodobé. Hodnota $f_{ct,eff} = f_{ctm} = 3,8 \text{ MPa}$. Plocha předpínací výztuže je $A_p = 0,01232 \text{ m}^2$ která je pro čtyři kabely nacházející se v tažené oblasti.

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\Delta\sigma_p - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} =$$

$$= \frac{51,9 \cdot 10^6 - 0,4 \frac{3,8 \cdot 10^6}{0,0307} (1 + 5,41667 \cdot 0,0307)}{195 \cdot 10^9} = 2,99 \cdot 10^{-5}$$

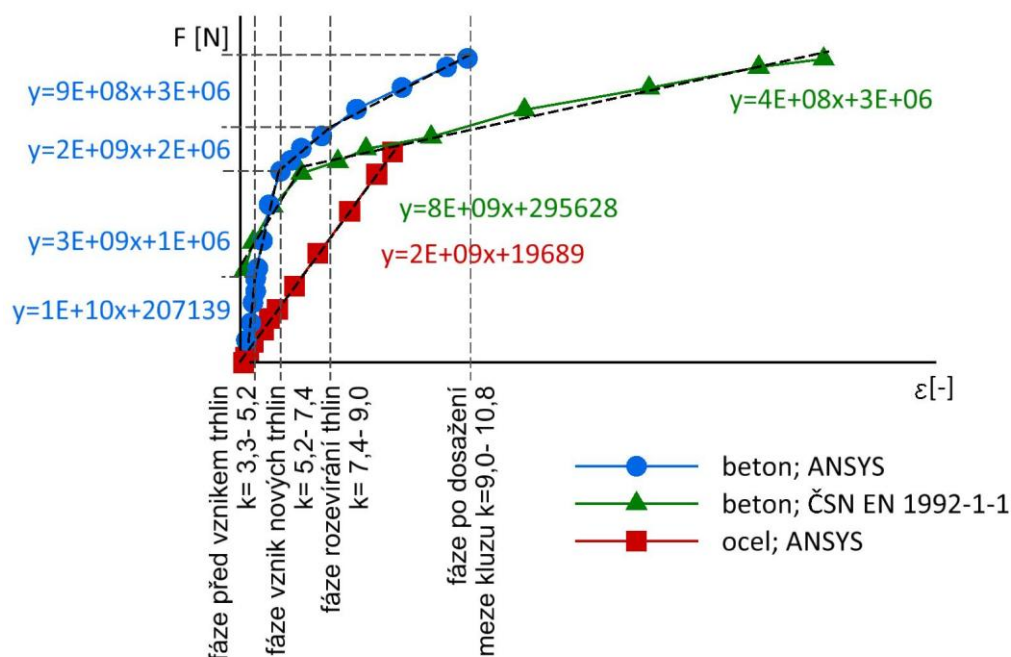
k	$\Delta\sigma_p$	$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$
5,2	5,19E+07	-2,95E-05
5,4	6,49E+07	3,71E-05
6	7,79E+07	1,04E-04
6,6	1,10E+08	2,70E-04
7,4	1,56E+08	5,03E-04
8	2,14E+08	8,03E-04
8,4	2,60E+08	1,04E-03
9	3,64E+08	1,57E-03
9,6	5,13E+08	2,33E-03
10,2	7,14E+08	3,37E-03
10,6	8,90E+08	4,27E-03
10,8	9,94E+08	4,80E-03

Tab. 7.4 Výpočet rozdílů poměrných přetvoření výztuže a betonu mezi trhlinami podle normy

k	$F_{c,tah}$	$\varepsilon_{c,tot}$	$\varepsilon_{s2} - \beta \varepsilon_{sr2}$	ΔF_p	$\Delta \varepsilon_p$
3,3	5,60E+04	1,60E-05			
3,6	1,28E+05	3,44E-05		0,00E+00	0,00E+00
4	3,10E+05	5,89E-05		5,00E-06	2,00E+04
4,4	5,67E+05	8,33E-05		2,05E-05	6,00E+04
4,8	8,33E+05	1,08E-04		3,55E-05	1,00E+05
5	1,03E+06	1,20E-04		4,30E-05	1,40E+05
5,2	1,19E+06	1,26E-04		5,10E-05	1,40E+05
5,4	1,36E+06	1,38E-04	3,71E-05	5,95E-05	1,80E+05
6	1,76E+06	1,83E-04	1,04E-04	8,65E-05	2,20E+05
6,6	2,27E+06	2,36E-04	2,70E-04	1,20E-04	3,20E+05
7,4	2,75E+06	3,27E-04	5,03E-04	1,81E-04	4,60E+05
8	2,92E+06	4,18E-04	8,03E-04	2,51E-04	6,40E+05
8,4	3,09E+06	5,04E-04	1,04E-03	3,17E-04	7,80E+05
9	3,27E+06	6,71E-04	1,57E-03	4,46E-04	1,10E+06
9,6	3,66E+06	9,55E-04	2,33E-03	6,39E-04	1,56E+06
10,2	3,97E+06	1,33E-03	3,37E-03	9,00E-04	2,18E+06
10,6	4,27E+06	1,70E-03	4,27E-03	1,12E-03	2,72E+06
10,8	4,39E+06	1,87E-03	4,80E-03	1,25E-03	3,04E+06

Tab. 7.5 Tabulka sil a poměrných přetvoření pro beton a předpínací výztuž

Jednotky jednotlivých veličin uvedených v Tab. 7.4 a 7.5 jsou v základních jednotkách tj. síly [N] a napětí [Pa].



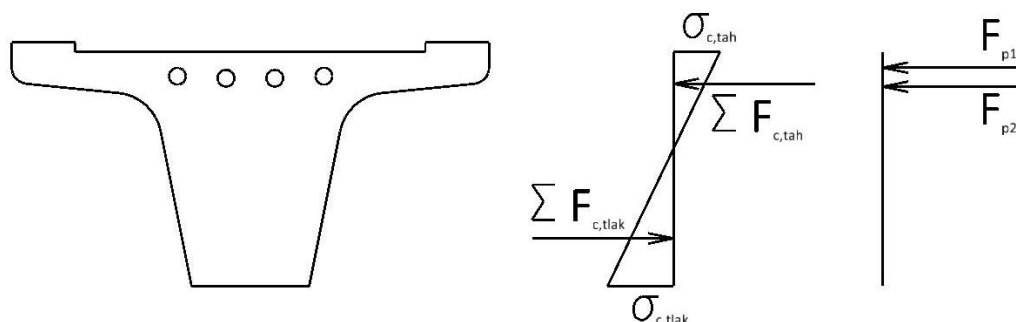
Graf 7.4. Tahová odezva betonu a oceli od stavu dekomprese

V grafu 7.4 jsou znázorněny jednotlivé fáze chování trhlin, podle příkladu jednoosého předepnutého prutu, který byl uveden v kapitole 4.1. Hodnoty, ze kterých je graf vynesena jsou uvedeny v tab.7.5. Odezva chování výztuže od stavu dekomprese je lineární a lze ji aproximovat přímkou. Odezvy pro beton se v jednotlivých fázích blíží lineárnímu chování, a proto byl průběh aproximován soustavou přímek. První fáze kdy se na přenosu zatížení od stavu dekomprese podílí předpínací výztuž společně s betonem do vzniku první trhliny je lineární a končí pro $k = 5,2$. Dále následuje fáze tvoření dalších trhlin, která pokračuje až do hodnoty $k = 7,4$. Další rozevírání, trhlin kdy se na přenosu podílí pouze předpínací výztuž dosahuje hodnoty $k = 9,0$. Z grafu 7.4 lze vidět, že lineární aproximovaná část má stejnou směrnici přímky jako aproximovaná přímka odezvy předpínací výztuže.

Odezva chování trhliny pro beton stanovená podle ČSN EN 1992 -1 – 1 je ve fázi tvoření dalších trhlin téměř shodná s výsledky z prostředí ANSYS. Pro úroveň zatížení $k = 7,4 – 10,8$ se výsledky poměrných přetvoření značně rozcházejí, výpočet podle normy je podhodnocený.

Na hranicích jednotlivých fází tvoření trhlin, jsou níže uvedeny průběhy normálových napětí po výšce průřezu a provedeny součtové podmínky sil. Pro ilustraci výpočtu sil

působících v betonovém průřezu je uvedena tab. 7.6 pro $k=5,4$. Další tabulky z výpočty nebudou uváděny, uvedeny jsou pouze hodnoty sil působící v průřezu.



Obr. 7.12 Schéma rozložení sil

h_i	σ_{ci}	A_{ci}	F_{ci}
0	4,35E+06	0,10785	4,69E+05
7,19E-02	3,12E+06	0,2157	6,72E+05
0,14388	1,01E+06	0,2138	2,16E+05
0,21581	-1,13E+06	0,1762	-1,99E+05
0,28775	-3,05E+06	0,1058	-3,23E+05
0,35969	-4,97E+06	0,091	-4,53E+05
0,43163	-6,90E+06	0,084145	-5,80E+05
0,50357	-8,80E+06	0,080931	-7,12E+05
0,5755	-1,06E+07	0,07886	-8,32E+05
0,64744	-1,23E+07	0,076789	-9,46E+05
0,71938	-1,42E+07	0,074718	-1,06E+06
0,79132	-1,60E+07	0,072655	-1,17E+06
0,86326	-1,80E+07	0,070584	-1,27E+06
0,93519	-1,99E+07	0,068514	-1,36E+06
1,0071	-2,19E+07	0,066443	-1,45E+06
1,0791	-2,39E+07	0,064379	-1,54E+06
1,151	-2,58E+07	0,062309	-1,61E+06
1,2229	-2,77E+07	0,060238	-1,67E+06
1,2949	-2,95E+07	0,058167	-1,71E+06
1,3668	-3,11E+07	0,056104	-1,75E+06
1,4388	-3,28E+07	0,027016	-8,87E+05

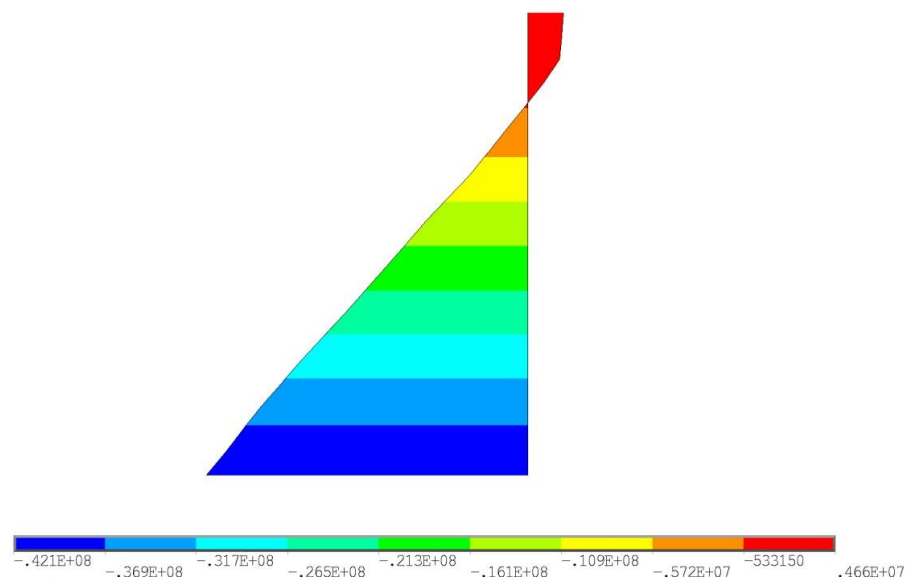
$$\begin{aligned} F_{p1} &= 8,99E+06 \\ \Sigma F_{c,tah} &= 1,36E+06 \quad F_{p2} = 8,97E+06 \end{aligned}$$

$$\Sigma F_{c,tlak} = -1,93E+07$$

Tab. 7.6. Výpočet sil v betonovém průřezu ve fázi vzniku první trhliny

Součtová podmínka rovnováhy pro $k=5,4$:

$$\begin{aligned} \Sigma F_{c,tlak} + \Sigma F_{c,tah} + F_{p,1} + F_{p,2} &= -19,3 + 1,36 + 8,99 + 8,97 = 0,02MN \\ &=> \text{VYHOVUJE.} \end{aligned}$$

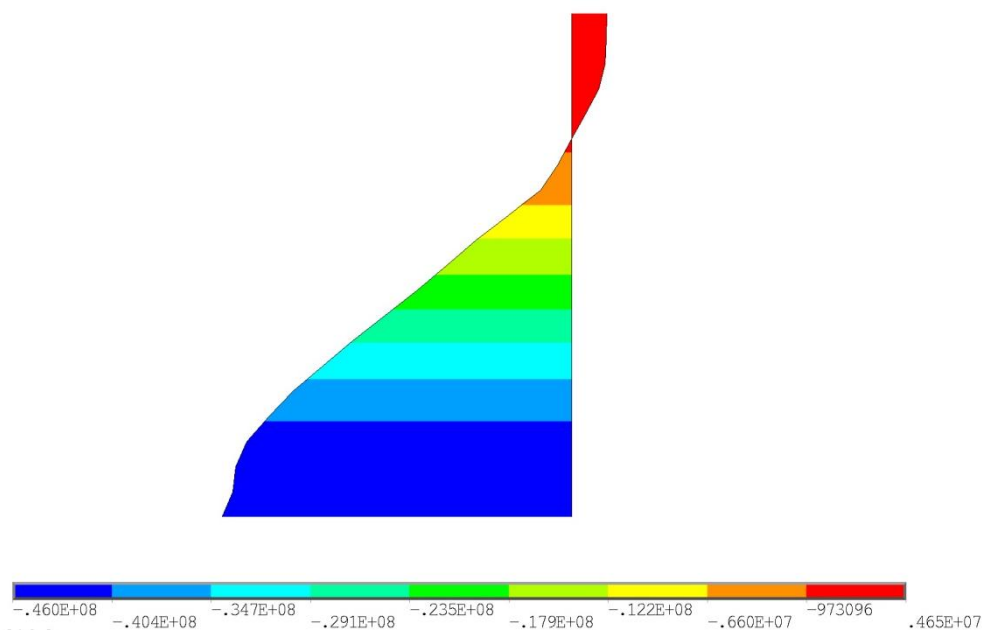


Obr. 7.10 Průběh normálového napětí pro $k = 7,4$

Součtová podmínka rovnováhy pro $k=7,4$:

$$\sum F_{c,tlak} + \sum F_{c,tah} + F_{p,1} + F_{p,2} = -21,57 + 2,75 + 9,37 + 9,36 = -0,09MN$$

$$\Rightarrow VYHOVUJE.$$

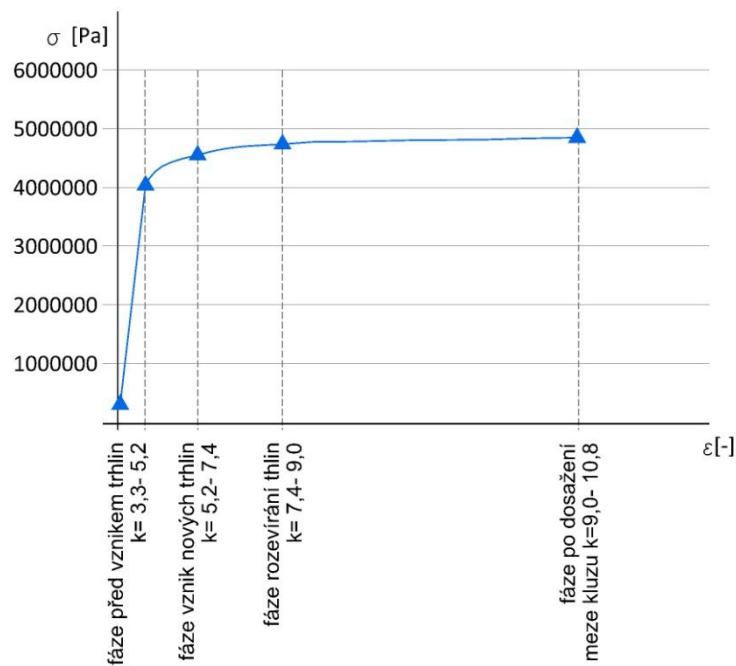


Obr. 7.11 Průběh normálového napětí pro $k = 9$

Součtová podmínka rovnováhy pro $k=9$:

$$\sum F_{c,tlak} + \sum F_{c,tah} + F_{p,1} + F_{p,2} = -22,05 + 3,27 + 9,42 + 9,36 = 0$$

$$\Rightarrow VYHOVUJE.$$



Graf 7.5 Graf 7.2 Pracovní diagram betonu v tahu

V grafu 7.5 je znázorněno chování betonového průřezu v tahu, v závislosti na rostoucím napětí a na změně celkového poměrného přetvoření s vynesnými oblastmi fáze chování trhlin. Ve fázi před vznikem první trhliny je průběh lineární.

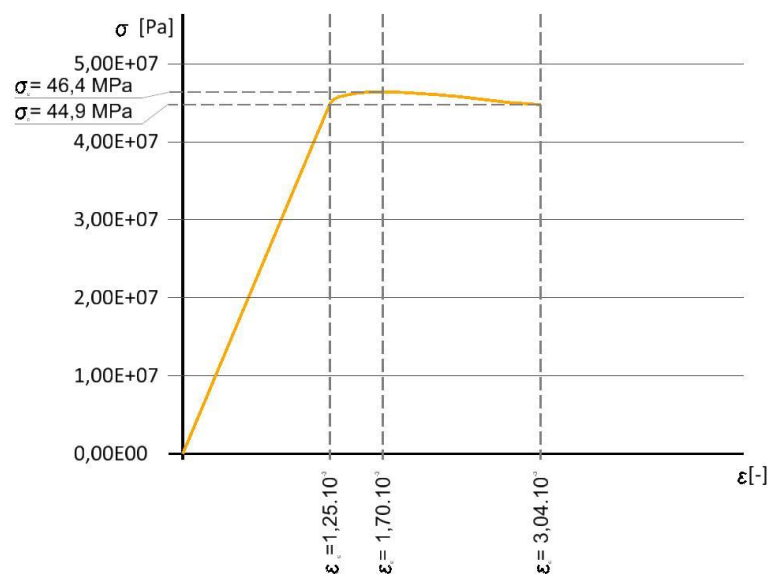
V následující části dochází k tvoření dalších trhlin, tato část je v grafu znázorněna tahovým zpevněním betonu. Poslední část znázorňuje plastické chování betonu v tahu a na přenosu se podílí pouze předpínací výztuž.

7.2.2 Chování betonu v tlaku

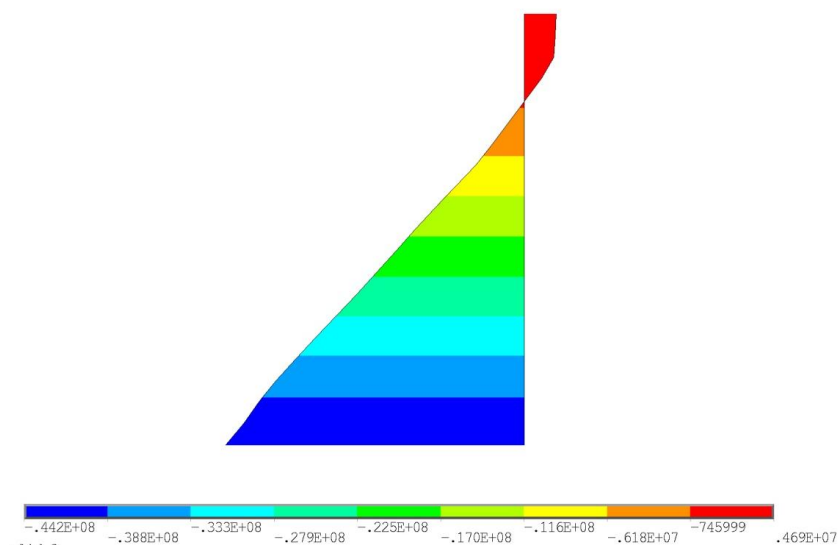
Chování betonu v průřezu u podpory lze stejně jako v předchozím případě znázornit grafem 7.6 tj. závislost rostoucího napětí σ_c v závislosti na poměrném přetvoření ε_c . Tento graf byl sestaven na základě chování spodních vláken průřezu. U průřezu nad podporou jsou kabely vedeny u horních vláken. Chování betonu v tlaku v tomto případě lze rozdělit do 3 fází.

V první, fázi je průběh grafu lineární po hodnotu úrovně zatížení $k = 7,8$. V tomto stádiu je na spodních vláknech napětí $\sigma_c = 44,9 \text{ MPa}$ a poměrné přetvoření $\varepsilon_c = -1,25 \cdot 10^{-3}$. Toto je úroveň zatížení při které dochází k začátku plastického chování betonu v tlaku. Po dosažení této hodnoty následuje fáze mírného tlakového zpevnění, která pokračuje do hodnoty úrovně zatížení pro $k = 9,3$. Po dosažení této hodnoty je normálové napětí $\sigma_c = 46,4 \text{ MPa}$ poměrné přetvoření $\varepsilon_c = -1,7 \cdot 10^{-3}$. Závěrečná fáze grafu má mírnou

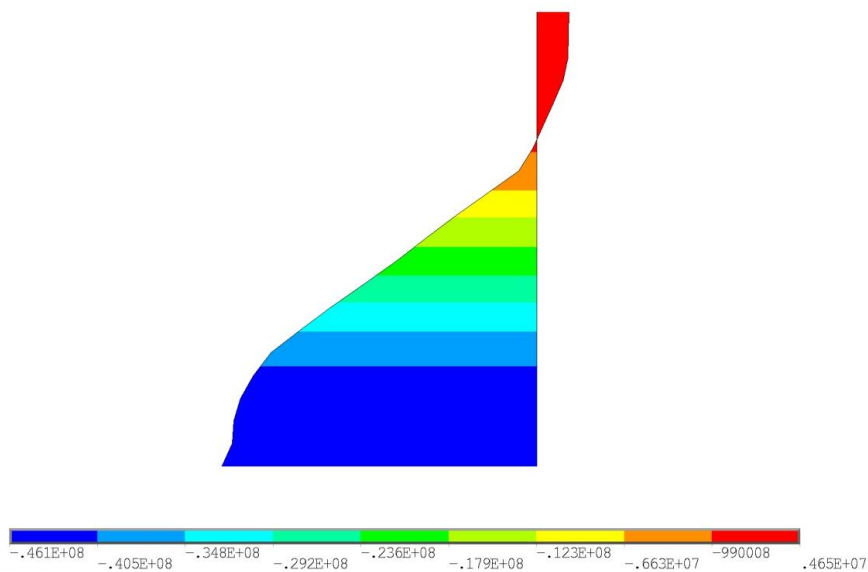
sestupnou tendenci až do hodnoty zatížení $k = 10,8$. V grafu 7.6 je znázorněn pracovní diagram betonu v tlaku.



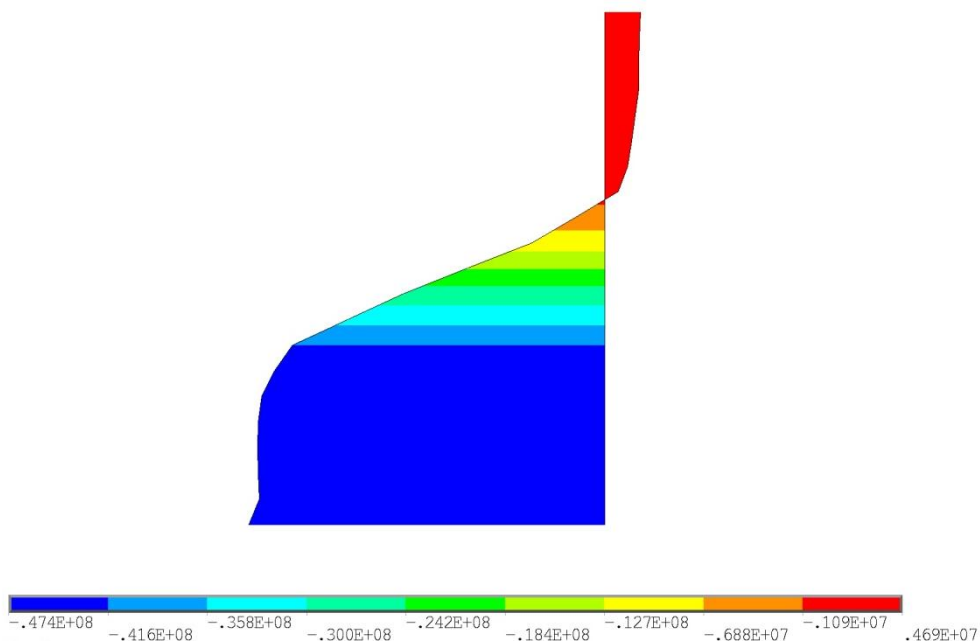
Graf 7.6 Pracovní diagram betonu v tlaku



Obr. 7.12 Průběh normálového napětí pro $k = 7,8$



Obr.7.13 Průběh normálového napětí pro $k = 9,3$

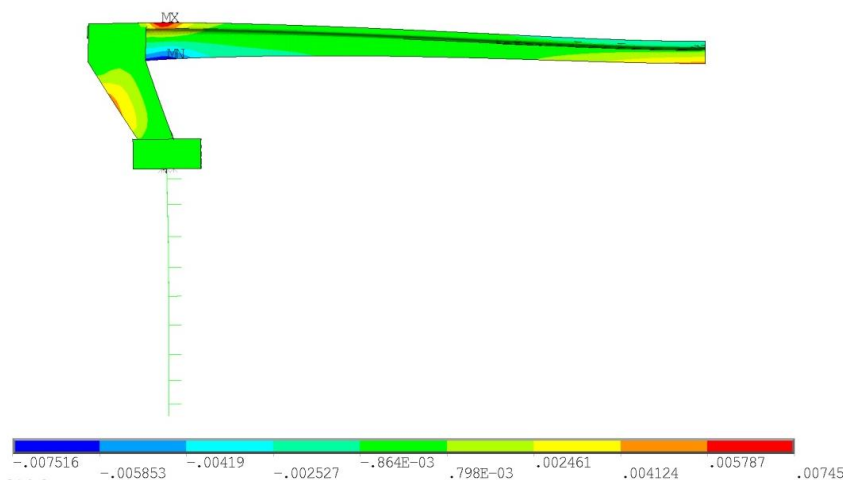


Obr.7.14 Průběh normálového napětí pro $k = 10,8$

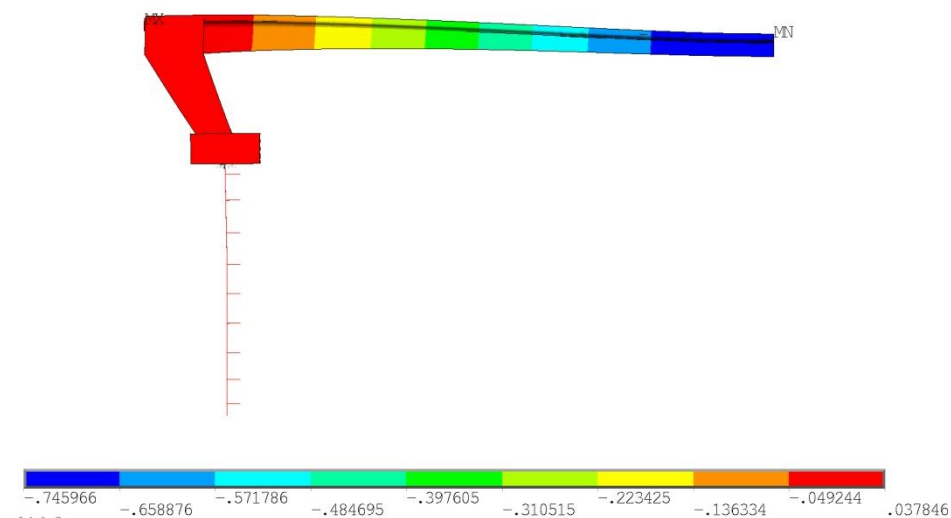
Chování betonu v tlaku u podpory je téměř shodné s normovým bilineárním návrhovým diagramem.

8. Závěr – zhodnocení numerické analýzy konstrukce lávky

Z provedené numerické analýzy dodatečně předepnuté lávky, byl nalezen mezní stav únosnosti konstrukce. Programový systém ANSYS pro řešení nelineárních výpočtu má v sobě zabudovanou Newton – Raphsonovu iterační metodu. Podle této metody je mezní stav únosnosti nalezen v kroku kdy nejsou splněny konvergenční kritéria. Z provedené numerické analýzy byl nalezen mezní stav porušení konstrukce ve dvou průřezích mostovky. Jedná se o průřezy u podpory a uprostřed rozpětí. V těchto místech došlo k rozvoji plastických zón v betonu, které vedly k nadměrným poměrným přetvořením až na mezní hodnoty, které jsou pro beton uváděny. Pro průřezy, ve kterých docházelo k tvorbě plastických zón byla provedena srovnávací analýza betonu v tahu a tlaku s hodnotami a výpočty uvedené v ČSN EN 1992 -1-1. Při výpočtu mezního stavu únosnosti podle normy, se počítá s tzv. charakteristickými materiálovými hodnotami, které jsou popsány pevnostními charakteristikami uvedenými v předchozích kapitolách. Mezní stav únosnosti konstrukce byl nalezen ve stavu, kdy na konstrukci působil násobek proměnného zatížení $k = 13$. Tento stav byl dosažen za předpokladu elastického působení oceli po dosažení meze kluzu tzn., že mezní stav porušení materiálu nastal v betonu. V okamžiku, kdy došlo ke ztrátě únosnosti konstrukce, na ní působil zatížení od vlastní tíhy, ostatního stálého zatížení a 13 násobek přírůstku proměnného zatížení, tj. hodnota $q_{k,mez} = 13.5 = 65kN/m^2$. Na obr. 8.1 a 8.2 jsou znázorněna celková poměrná přetvoření a celkový průhyb konstrukce na mezním stavu únosnosti. Maximální průhyb konstrukce na mezním stavu únosnosti je 0,75m.



Obr. 8.1 Celková poměrná přetvoření konstrukce na mezním stavu únosnosti ε_1



Obr. 8.2 Celkový průhyb konstrukce na mezním stavu únosnosti

Hlavním cílem této analýzy je porovnání chování materiálového modelu LAW2 poskytnutého z knihoven materiálových modelů multiPlas s normovými předpoklady. Pro materiálový model LAW2 byly nastaveny hodnoty materiálových charakteristik betonu, podle hodnot uvedených v normě. V předchozích kapitolách bylo provedena analýza chování betonu ve dvou průřezech.

8.1. Chování betonu v tahu

Hlavním sledovaným parametrem chování betonu v tahu byly celkové poměrné přetvoření vypočtené programem ANSYS a rozdíl poměrných přetvoření výztuže a betonu mezi trhlinami podle výpočtu uvedeného v normě.

řez uprostřed rozpětí	k	$\epsilon_{sm}-\epsilon_{cm}$	$\epsilon_{c,tot}$	$\Delta\epsilon[\%]$	řez u podpory	k	$\epsilon_{sm}-\epsilon_{cm}$	$\epsilon_{c,tot}$	$\Delta\epsilon[\%]$
	4,0	7,78E-05	1,22E-04	36,20		5,4	1,38E-04	3,71E-05	73,14
	4,4	1,44E-04	1,60E-04	9,73		6	1,83E-04	1,04E-04	43,35
	5,0	2,44E-04	2,27E-04	7,10		6,6	2,36E-04	2,70E-04	12,65
	5,4	3,11E-04	2,79E-04	10,27		7,4	3,27E-04	5,03E-04	35,02
	2,7	3,64E-04	3,21E-04	11,74		8	4,18E-04	8,03E-04	47,94
	6,0	4,44E-04	3,66E-04	17,59		8,4	5,04E-04	1,04E-03	51,35
	6,6	5,77E-04	4,73E-04	18,07		9	6,71E-04	1,57E-03	57,23
	7,4	8,44E-04	6,38E-04	24,38		9,6	9,55E-04	2,33E-03	59,10
	8,0	1,04E-03	7,86E-04	24,68		10,2	1,33E-03	3,37E-03	60,53
	8,2	1,21E-03	8,97E-04	25,87		10,6	1,70E-03	4,27E-03	60,18
	9,0	1,51E-03	1,10E-03	27,34		10,8	1,87E-03	4,80E-03	61,10
	10,0	2,18E-03	1,53E-03	29,73					
	10,4	2,31E-03	1,64E-03	29,14					

Tab. 8.1 porovnání celkových poměrných přetvoření

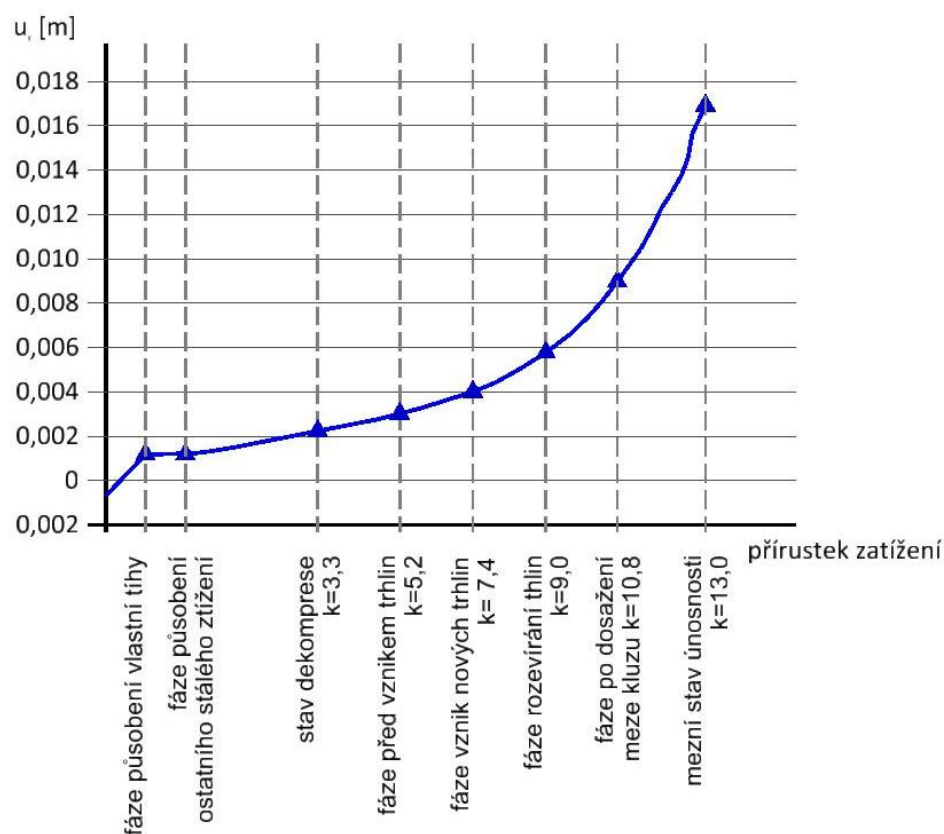
Z tab. 8.1 je patrný procentuální rozdíl mezi jednotlivými způsoby stanovení celkového poměrného přetvoření v tažené oblasti u obou průřezů. V obou případech jsou hodnoty ($\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$) stanoveny podle normy, ve fázi tvoření trhlin jsou hodnuty nadhodnoceny vůči hodnotám vypočtených programem ANSYS. V ostatních fázích chování trhlin, jsou hodnoty vypočtené podle normy značně podhodnocené. To je nejspíš způsobeno předpokladem vyloučení betonu v tahu na mezi vzniku trhlin ve výpočtu. Hodnoty vypočtené v programu ANSYS sice lépe vystihují fáze chování trhlin, jak je uvádí příklad v kapitole 4.1. Výpočet podle normy však vede ke spolehlivějšímu návrhu konstrukce. Rozdíly $\Delta\varepsilon$ u podpory jsou větší a s největší pravděpodobností jsou příčinou plastického chování betonu v tlaku, zatímco uprostřed průřezu se v rámci analýzy pohybujeme pouze v lineární větvi chování betonu v tlaku.

8.2. Chování betonu v tlaku

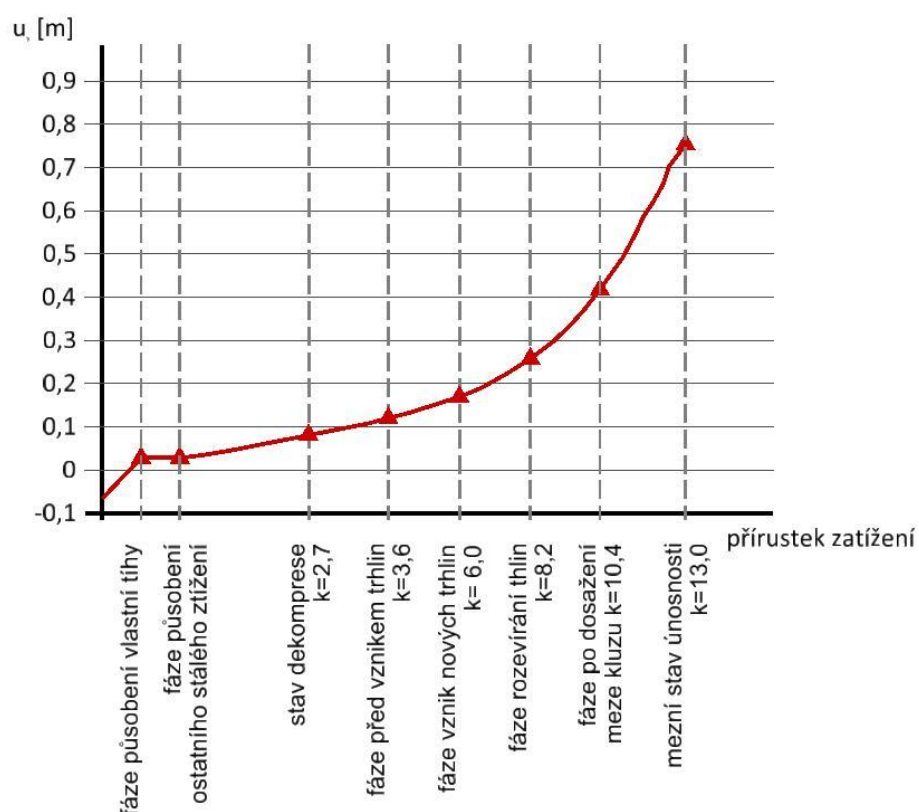
Chování betonu v tlaku bylo analyzováno podle pracovního diagramu sestaveného na částech průřezu, kde docházelo ke vzniku tlaku od stavu dekomprese. Chování betonu v tlaku v prostředním průřezu, se pohybuje pouze na lineární větvi pracovního diagramu. Diagram končí dosažením hodnoty pevnosti v tlaku f_{ck} .

K plastickému chování průřezu u podpory dochází přibližně v okamžiku, kdy je dosaženo pevnosti betonu v tlaku f_{ck} . Po dosažení této hodnoty, dochází k přechodu na plastickou větev pracovního. Plastická větev pracovního diagramu je přibližně konstantní. Materiálový model betonu sice vystihuje chování betonu na mezi kluzu (beton se začíná chovat plasticky), ale neodpovídají tomu poměrná přetvoření, která jsou uvedena v normě. V obou případech, kdy je dosaženo maximální pevnosti betonu, je poměrné přetvoření přibližně stejné. Na průřezu uprostřed je poměrné přetvoření na mezi pevnosti $\varepsilon_c = 1,23 \cdot 10^{-3}$ a u podpory je tato hodnota $\varepsilon_c = 1,25 \cdot 10^{-3}$. Podle normy by mělo být na mezi pevnosti poměrné přetvoření $\varepsilon_c = 1,75 \cdot 10^{-3}$. Rozdíl mezi hodnotou stanovenou programem ANSYS a normovou hodnotou je 28%. Jelikož byl předpínací výztuži přiřazen isotropní lineární materiálový model, je nelineární analýza obou průřezů provedena pouze po dosažení meze kluzu oceli a nelze dále sledovat fázi chování betonu v tlaku.

Pro ilustraci jsou ještě přiloženy grafy 8.1 a 8.2 na, kterými je znázorněno chování posunů konstrukce v obou průřezích ve směru osy y v závislosti na přitěžování.



raf 8.1 Průběh deformace v závislosti na přitěžování prostředního průřezu



Graf 8.2 Průběh deformace v závislosti na přitěžování průřezu u podpory

V obou případech je průběh deformace konstrukce podobný a lze z něj konstatovat, že průhyb ve fázi před vznikem trhlin je menší. To je příčinou spolupůsobení betonu a předpínací výztuže na přenosu zatížení. Jakmile dojde ke vzniku prvních trhlin dochází k rychlejší deformaci konstrukce. Z numerické analýzy konstrukce lze konstatovat

9. Seznam použitých zdrojů

9.1 Literatura

- [1] Prof. Ing. Jaroslav Procházka, CSc., Prof. RNDr. Ing. Petr Štěpánek CSc., Doc. Ing. Jiří Krátký, CSc., Doc. Ing. Alena Kohoutková, CSc., Ing. Jitka Vašková, CSc., *Navrhování betonových konstrukcí 1, Prvky z prostého a železového betonu, Praha 2006*, ČBS Servis, s.r.o.
- [2] Jaroslav Navrátil, *Předpjaté betonové konstrukce*, Akademické nakladatelství, Brno 2008, CERM, s.r.o.
- [3] KOPŘIVA, J., Statická analýza velmi štíhlých mostních konstrukcí, Bakalářská práce Fakulta stavební VUT v Brně, Brno 2011
- [4] ČSN EN 1991 – 1 – 1 Zatížení konstrukcí
- [5] ČSN EN 1992 – 1 – 1 Navrhování betonových konstrukcí

9.2 Software

- [7] ANSYS, Inc. Theory, *Release 13*, 2010
- [8] multiPlas, *User's manual Rev. 10 Release 4.1.0 for ANSYS 13*, Dynardo, Weimar, Germany 2011

10. Seznam zkratek a značek

10.1 Latinská písmena

k_h	modul vodorovné reakce podloží v hloubce y
u_y	zatlačení piloty do základové zeminy ve vodorovném směru
R_d	jednoosá pevnost betonu v tlaku
R_z	jednoosá pevnost betonu v tahu
R_u	biaxiální pevnost betonu v tlaku
f_t	pevnost betonu v tahu
ρ	Hustota materiálu
E_{cm}	modul pružnosti betonu v tlaku
E_s	modul pružnosti předpínací výztuže
f_{ctm}	průměrná tahová pevnost betonu
$s_{r,max}$	maximální vzdálenost mezi trhlinami
w_k	šířka trhliny
f_{ck}	charakteristická pevnost betonu
A_p	celková plocha předpínacích kabelů
$P_{m,0}$	předpínací síla
G_{1k}	hodnota otatního stálého zatížení
q_{fk}	hodnota proměnného zatížení od davu lidí
f_{p01k}	smluvní mez kluzu předpínací výztuže
k	násobek proměnného zatížení působící na konstrukci se zahrnutím účinků od vlastní tíhy a ostatního stálého zatížení
ΔF_p	rozdíl síly v předpínací výztuži od stavu dekomprese
σ_c	normálové napětí v průřezu
$A_{c,eff}$	plocha taženého betonu před vznikem první trhliny
$\rho_{p,eff}$	stupeň vyztužení
ΣF_c	součet normálové složky síly v betonovém průřezu
$q_{k,mez}$	hodnota proměnného zatížení, při kterém dojde k dosažení mezního stavu únosnosti

10.1 Řecká písmena

ε_s	počáteční poměrné zkrácení
σ_y	geostatické napětí
μ	poissonův součinitel
$\Delta\varepsilon_p$	změna přetvoření předpínací výztuže
ε_{sm}	průměrné přetvoření předpínací výztuže
ε_{s2}	přírůstek poměrného přetvoření v předpínací výztuži dosažená v trhlině za předpokladu vyloučení betonu v tahu
ε_{cm}	průměrné poměrné přetvoření betonu
ε_{sr1}	přetvoření výztuže a betonu
ε_{c3}	přetvoření betonu na mezi pevnosti podle normy
ε_{cu3}	mezní přetvoření betonu
$\{\varepsilon\}^{tot}$	celkový vektor přetvoření podle multiPlasu
$\{\varepsilon\}^{el}$	vektor elastického přetvoření podle multiPlasu
$\{\varepsilon\}^{pl}$	vektor plastického přetvoření
$\Delta\varepsilon_p$	rozdíl přetvoření předpínací výztuže od stavu dekomprese
$\Delta\sigma_p$	rozdíl napětí v předpínací výztuži od stavu dekomprese
ε_c	poměrné přetvoření betonu