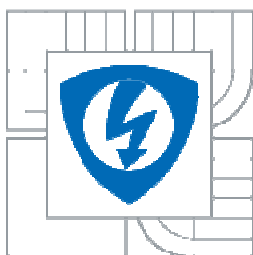


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

SOFTWARE PRO VÝPOČET NEJISTOT V LABVIEW

SOFTWARE FOR THE CALCULATION OF UNCERTAINTIES IN LABVIEW

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

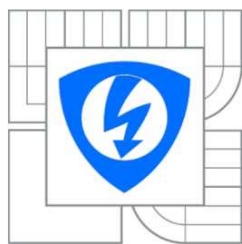
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

ROMAN LEBEDA

VEDOUcí PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. MARIE HAVLÍKOVÁ, Ph.D.

BRNO 2012



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor

Automatizační a měřicí technika

Student: Roman Lebeda

ID: 119315

Ročník: 3

Akademický rok: 2011/2012

NÁZEV TÉMATU:

Software pro výpočet nejistot v LabVIEW

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Popište obecné postupy při vyhodnocování standardních nejistot u přímých a nepřímých měření elektrických veličin, možné zdroje nejistot při měření, zpracování a způsoby zápisu výsledku měření.
2. V prostředí LabVIEW navrhnete postupy výpočtu standardních nejistot nepřímého měření výkonu odporové zátěže pomocí digitálních multimetrů. Součástí návrhu bude i rozbor chyb metod pro různá zapojení.
3. Pro vytvořenou aplikaci v prostředí LabVIEW realizujte zkušební měření, zpracujte vzorový protokol včetně kvantifikace nejistot nepřímého měření výkonu a interpretujte dosažené výsledky.
4. Dbejte pokynu vedoucí práce.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] Dokumenty EAL
- [2] PALENCAR, R., VDOLECEK, F., HALAJ, M. Nejistoty v měření I až V, Soubor článků v časopisech AUTOMA, č. 7-8/2001, c.10/2001, c.12/2001, c.4/2002, c.5/2002
- [3] Technická dokumentace přístrojů

Termín zadání: 6. 2. 2012

Termín odevzdání: 28. 5. 2012

Vedoucí práce: Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.
Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Tato bakalářská práce má za úkol demonstrovat obecnou problematiku nejistot přímých a nepřímých měření. Tato obecná problematika je následně zpracována v konkrétní případ nepřímého měření výkonu odporové zátěže za pomoci přístrojů Agilent 34410A. Na závěr je pro výpočet nejistot nepřímého měření výkonu odporové zátěže navržen program v prostředí LabVIEW.

Klíčová slova

Nepřímé měření výkonu, nejistoty měření, chyba metody, LabVIEW

Abstract

This thesis aims to demonstrate the general issue of uncertainty of direct and indirect measurements. This general problem is then processed in a particular case of indirect measurement of resistive load devices using Agilent 34410A. Finally, to calculate the uncertainty of indirect measurement of resistive loads in a program designed in LabVIEW.

Keywords

Indirect measurement of performance, measurement uncertainty, error of the method, LabVIEW

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat mé vedoucí práce Ing. Marii Havlíkové Ph.D za odborné vedení a velmi cenné rady, kterými mi přispěla k vypracování této bakalářské práce.

V Brně dne: **23. května 2012**

.....
podpis autora

Bibliografická citace:

LEBEDA, R. Software pro výpočet nejistot v LabVIEW. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2012. 65 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

Prohlášení

„Prohlašuji, že svojí bakalářskou práci na téma Software pro výpočet nejistot v LabVIEW jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: **23. května 2012**

.....
podpis autora

OBSAH

1	Úvod.....	8
2	Nejistoty měření	9
2.1	Zákon šíření nejistot [5].....	11
2.2	Nejistoty přímých měření [2][5][7]	12
2.2.1	Výpočet nejistoty typu A [2]	12
2.2.2	Výpočet nejistoty typu B [2][5].....	13
2.2.3	Výpočet standardní kombinované a rozšířené nejistoty[2]	17
2.3	Nejistoty nepřímých měření [3][5].....	18
2.3.1	Stanovení kovariance metodou typu A [3][5]	19
2.3.2	Výpočet standardní nejistoty typu A [5]	20
2.3.3	Stanovení kovariance metodou typu B [3]	20
2.3.4	Výpočet standardní nejistoty typu B [5]	21
2.4	Zdroje nejistot [1][2][4]	22
2.4.1	Zdroje nejistot vlivem nepřesnosti obsluhy [4]	22
2.4.2	Nejistoty způsobené vlivy okolí [4]	22
2.4.3	Nejistoty vytvořené samotnými měřícími prostředky [4]	23
2.5	Zpracování a zápis výsledků měření [2][6].....	24
3	Nejistoty nepřímého měření výkonu	26
3.1	Měření výkonu v zapojení V/A [9]	26
3.2	Měření výkonu v zapojení A/V [9]	30
4	Nepřímé měření výkonu	33
4.1	Výpočet standardních nejistot – zapojení V/A [9]	35
4.1.1	Zapojení V/A, odpor zátěže $R_Z = 100\Omega$	35
4.1.2	Zapojení V/A, odpor zátěže $R_Z = 10k\Omega$	39
4.2	Výpočet standardních nejistot - zapojení A/V [9].....	42
4.2.1	Zapojení A/V, odpor zátěže $R_Z = 100\Omega$	42
4.2.2	Zapojení A/V, Odpor zátěže $R_Z = 10k\Omega$	45
4.3	Zhodnocení měření	48
5	Výpočet nejistot v LabVIEW	50
5.1	Čelní panel programu pro výpočet nejistot [10].....	50
5.2	Blokový diagram programu pro výpočet nejistot [10]	54
5.2.1	Standardní nejistoty typu A [10].....	57
5.2.2	Standardní nejistoty typu B [10].....	59
5.2.3	Citlivostní koeficienty [10]	60
5.2.4	Kombinovaná a rozšířená nejistota [10].....	60
6	Závěr	63
7	Literatura	64
8	Přílohy	66

1 ÚVOD

Cílem mé bakalářské práce je ukázat čtenářům postup při zpracování měření nejistot za pomoci počítačové techniky. Jako vývojový nástroj ke zpracování měření nejistot výkonu odporové zátěže jsem si zvolil prostředí grafického programovacího softwaru LabVIEW. Jako měřicí přístroje jsem zvolil přístroje firmy Agilent, konkrétně dva multimetry A34410A, které s PC a LabVIEW komunikují přes USB rozhraní.

Toto téma jsem si vybral proto, že problematika měření nejistot čím dál tím více proniká do každodenní praxe průmyslových měření, takže by bylo dobré se na tímto trochu více zamyslet. V mé práci se seznámíme s prostředím LabVIEW a programem na měření nejistot a se samotným předmětem měření – obvod se zdrojem a odporovou zátěží, ke které jsou připojeny dva multimetry – jeden na měření proudu a druhý na měření napětí, pomocí kterých se nepřímo měří výkon na této odporové zátěži. Dále se v této práci zabývám, jaké jsou druhy nejistot a jejich možné zdroje a jaké jsou metody vyhodnocování nejistot u přímých a nepřímých měření.

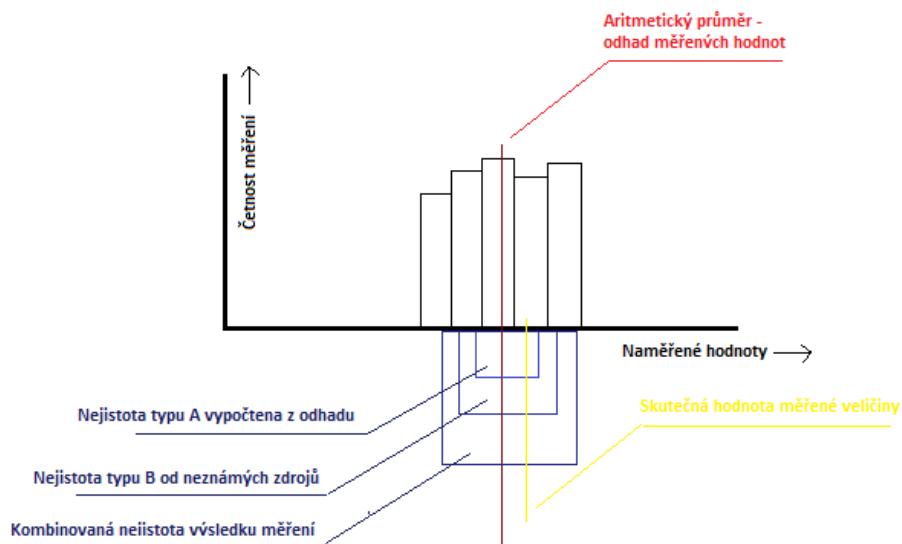
2 NEJISTOTY MĚŘENÍ

Měření nejistot je již dávno zaběhlé v oblastech vrcholové metrologie a kalibrace, zatímco do průmyslového měření se postupně rozšiřuje až v dnešní době. Za dokument, který specifikuje problematiku měření nejistot, se dá považovat směrnice vydána v roce 1993 pod názvem Guide to Expression of the Uncertainty of Measurement [1].

Pojmem nejistota měření se označuje parametr měření, který se přiřazuje k výsledku měření. Tento parametr charakterizuje interval ve kterém se nachází přesná hodnota měřené veličiny. Každá nejistota se skládá z několika dílčích nejistot.

. K určení velikostí jednotlivých složek nejistot se používají dvě následující metody [1]:

- **Metoda typu A** – statistické zpracování naměřených údajů, ze kterých se získá velikost nejistoty typu A značené $u_A(x)$
- **Metoda typu B** – jiné než statistické zpracování naměřených údajů, ze kterých se získá velikost nejistoty typu B značené $u_B(x)$



OBRÁZEK 2-1 VZTAH MEZI VÝSLEDKY OPAKOVANÝCH MĚŘENÍ A NEJISTOTOU MĚŘENÍ ZNÁZORNĚN V GRAFU [5]

Po vyhodnocení údajů obou složek nejistot měření se zpravidla vypočítá kombinovaná nejistota podle vztahu 2.1 – označuje se $u_C(x)$ [1]:

$$u_C = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad 2.1,$$

kde u_a - standardní nejistota typu A,
 u_b - standardní nejistota typu B,

u_c - standardní kombinovaná nejistota.

Pokud nestačí užití standardní nejistoty u_c , zavádí se takzvaná rozšířená nejistota U [1], což je rozšíření výsledku kombinované nejistoty koeficientem rozšíření k_r . Tento koeficient určuje, jak moc bude výsledek přesný. V běžné praxi se za koeficient rozšíření k_r dosazuje hodnota 2, což znamená, že výsledek se nachází v intervalu pokrytí s 95% pravděpodobnosti. Rozšířená nejistota se vypočítá podle vztahu 2.2.

Grafické znázornění významu jednotlivých nejistot je na obrázku 2.1 [5].

$$U = u_c \cdot k_r \quad 2.2,$$

kde U - rozšířená nejistota,

u_c - standardní kombinovaná nejistota,

k_r - koeficient rozšíření.

Podstatou věci při určování nejistot je jak stanovit odhad veličiny, která je předmětem měření a zároveň je funkcí jiných známých veličin a jejich nejistot, které známe. Veličiny se značí velkými písmeny, odhady veličin malými písmeny. Při měření se pracuje nejčastěji s jednou výstupní veličinou Y , která je závislá na několika vstupních veličinách $(X_1, X_2, \dots, X_n)$, což lze popsat vztahem 2.3 [1].

$$Y = f((X_1, X_2, \dots, X_n)) \quad 2.3,$$

kde Y - výstupní veličina,

$f((X_1, X_2, \dots, X_n))$ - známá funkce, která udává postup měření a stanovení hodnot výstupní veličiny z hodnot vstupních veličin.

Může se jednat o funkci vytvořenou počítačovým algoritmem, může být určena pouze experimentálně, může zahrnovat složitý vztah mezi veličinou výstupní a vstupní nebo to může být skupina funkcí popisující korekce systematických vlivů.

Nejčastěji se však bude jednat o analytickou funkci [1].

Odhad y výstupní veličiny Y určíme pomocí vztahu 2.4 [1]:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad 2.4,$$

kde y - odhad výstupní veličiny Y

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$ - odhady vstupních veličin $X_1, X_2, \dots, X_n$

Vstupní veličiny lze rozdělit do dvou skupin [1]:

- Odhad x a nejistota vstupní veličiny X se stanoví na základě série měření nebo na základě odborného úsudku
- Odhad x a nejistota vstupní veličiny X se stanoví převzetím hodnoty z externího zdroje informací.

2.1 Zákon šíření nejistot [5]

Pokud se odhady x vstupních veličin X vzájemně neovlivňují, tak se nejistota odhadu y výstupní veličiny Y určí pomocí vztahu 2.5. Vzájemně se neovlivňující odhady se nazývají nekorelované. [5]

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^m A_q^2 u_{x_i}^2 \quad 2.5,$$

kde u_y^2 - nejistota odhadu y výstupní veličiny Y ,
 A_q^2 - jsou koeficienty citlivosti, pro které platí vztah 2.6,
 $u_{x_i}^2$ - nejistoty odhadů x vstupních veličin X .

Koeficienty citlivosti A_q :

$$A_q = \left. \frac{\partial f(X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial X_i} \right|_{X_1=x_1, \dots, X_m=x_m} \quad 2.6.$$

Pokud se odhady x vstupních veličin X vzájemně ovlivňují, je potřeba vztah 2.5 rozšířit o výpočet jejich vzájemné působnosti. Tato vzájemná působnost se nazývá kovariance. Navzájem se ovlivňující odhady x vstupních veličin X se nazývají korelované. Kovariance mezi odhady vstupních veličin x určují, jak moc jsou vzájemně tyto odhady ovlivněny společnými zdroji nejistot. Kovariance můžou výslednou nejistotu zmenšovat nebo zvětšovat. To záleží na tom, jestli zdroje vytvářející nejistotu působí souhlasně nebo protichůdně [5].

Po rozšíření vztahu 2.5 o výpočet vzájemné kovariance, tento vztah přechází na vztah 2.7 [5]:

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^m A_i^2 u_{x_i}^2 + \sum_{i=2}^m \sum_{j<i}^{m-1} A_i A_j u_{x_{i,j}} \quad 2.7,$$

kde A_i, A_j - koeficienty citlivosti jednotlivých odhadů podle vztahu 2.6,
 $u_{x_{i,j}}$ - kovariance mezi korelovanými odhady x_i a x_j , kterou určujeme ze vztahu 2.8:

$$u_{x_{i,j}} = r_{x_{i,j}} u_{x_i} u_{x_j} \quad 2.8,$$

kde $r_{x_{i,j}}$ - korelační koeficient mezi odhady x_i, x_j ,
 $u_{x_i} u_{x_j}$ - nejistota odhadů x_i, x_j .

Pro nezávislé odhady x bude $r_{x_{i,j}} = 0$, pro silně závislé odhady x bude $r_{x_{i,j}} = \pm 1$.

2.2 Nejistoty přímých měření [2][5][7]

Nejistoty přímých měření se určují tak, že se požadovaná veličina opakovaně změří měřicím přístrojem přímo. Z těchto přímo změřených hodnot se vypočte podle příslušných vztahů nejistota typu A, podle údajů měřicího přístroje se vypočte nejistota typu B. Z těchto dvou složek se vypočte kombinovaná nejistota, popřípadě rozšířená nejistota.

2.2.1 Výpočet nejistoty typu A [2]

Výpočet standardní nejistoty typu A je založen na sérii opakovaný měření a statistickém vyhodnocování hodnot měřené veličiny. Měření by se mělo opakovat nejméně desetkrát, aby byla zajištěna dostatečná přesnost. Měření se musí opakovat nezávisle na sobě a vždy za stejných podmínek (teplota, vlhkost, tlak, ...). Z naměřených hodnot se vypočítá odhad $\bar{x}$ měřené veličiny X . Pro výpočet odhadu veličiny $\bar{x}$ použijeme vztah 2.9 [2]:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad 2.9,$$

kde $\bar{x}$ - odhad měřené veličiny,
 n - počet měření,
 x_i - jednotlivé naměřené hodnoty.

Pokud je znám odhad, lze vypočítat nejistotu typu A, která se obecně značí $u_A(x)$. Nejistota typu A $u_A(x)$ se rovná směrodatné odchylce aritmetického průměru $s_{\bar{x}}$. Pro výpočet nejistoty typu A $u_A(x)$ platí vztah 2.10 [2]:

$$u_{A(x)} = s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad 2.10,$$

kde $s_{\bar{x}}$ - směrodatná odchylka aritmetického průměru,
 $u_{A(x)}$ - standardní nejistota typu A,
 n - počet měření (vzorků),
 x_i - i -té naměřená hodnota .

Vztah 2.10 se dá použít v případě většího počtu měření, pro nižší počet měření je rozhodující, zdali je proces řízen staticky a je-li znám průřezový rozptyl. Potom se dá nejistota typu A $u_A(x)$ určit ze vztahu 2.11 [2]:

$$u_{A(x)} = \frac{s_{pr}}{\sqrt{n}} \quad 2.11,$$

kde s_{pr} - průřezový rozptyl,
 $u_{A(x)}$ - standardní nejistota typu A,
 n - počet měření.

2.2.2 Výpočet nejistoty typu B [2][5]

Standardní nejistota typu B $u_B(x)$ se neurčuje statickou analýzou série pozorování, jako tomu bylo u nejistoty typu A $u_A(x)$, ale určuje se na základě odborného úsudku, který je dán všemi možnými informacemi o měřené veličině X . Jako zdroj těchto informací může posloužit jeden nebo i více z následujících bodů [5]:

- Výsledky předchozích měření
- Informace o měřících prostředcích poskytované výrobcem
- Nejistoty referenčních údaj z dokumentace
- Údaje z kalibračních listů a kalibračních certifikátů
- Osobní zkušenosti s danými materiály a přístroji

Z těchto pěti bodů se dá usoudit, že na výsledku daného měření bude hodně záležet na praxi experimentátora, na jeho zkušenosti a jeho všeobecných znalostí této problematiky, protože nelze specifikovat jednotný postup [5].

Určení nejistoty typu B $u_B(x)$ se řídí pomocí rámcového postupu [5]:

- Experimentátor si vytipuje možné zdroje nejistot
- U každého zdroje určí zvlášť nejistotu typu B $u_B(x)$, buď z dokumentace, kalibračního certifikátu, technické normy, atd.
- Proveďte se korelace mezi jednotlivými zdroji a stanoví se korelační koeficient r

Určí se vztah 2.11 mezi jednotlivými zdroji nejistot Z a veličinou X :

$$X = f(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) \quad 2.12,$$

kde X - vstupní veličina,
 Z_1, Z_2 - jednotlivé zdroje nejistot .

- Pro funkci ze vztahu 2.12 se pomocí vztahu 2.5 vypočítá nejistota typu B $u_B(x)$.

Nejistota příslušného zdroje Z_x lze určit jednou z následujících možností [2]:

ZNÁMÁ ROZŠÍŘENÁ NEJISTOTA A ZNÁMÝ KOEFICIENT ROZŠÍŘENÍ [2]:

Pokud jsou známy tyto dva parametry, nejistota typu B $u_B(x)$ se stanoví vlivem daného zdroje Z pomocí vztahu 2.13. Údaje o rozšířené nejistotě U a údaj koeficientu

rozšíření k_r jsou nejčastěji udávány výrobcem, popřípadě je lze vyčíst z certifikátů nebo kalibračních listů, popřípadě z jiných technických dokumentů.

$$u_B(x) = \frac{U}{k_r} \quad 2.13,$$

kde U - známá rozšířená nejistota,
 k_r - známý koeficient rozšíření.

ZNÁMÉ ROZPĚTÍ NORMÁLNÍHO ROZDĚLENÍ [2]:

Pokud je známa velikost intervalu, ve kterém se nachází většina naměřených hodnot a za předpokladu, že k určení tohoto intervalu bylo použito normovaného normálního rozdělení, potom se k určení nejistoty využije následujícího vztahu 2.14:

$$u_B(z_j) = \frac{U}{k_r} \quad 2.14,$$

kde k_r - koeficient rozšíření rovný kvantilu normovaného normálního rozdělení,

U - známá rozšířená nejistota.

Nejčastěji používané hodnoty koeficientu rozšíření k_r jsou uvedeny v tabulce 2-1. Ke každé hodnotě koeficientu rozšíření k_r je přiřazena pravděpodobnost P výskytu výsledku v intervalu naměřených hodnot.

Koeficient rozšíření k_r [-]	1,00	1,96	2,58	3,00
Pravděpodobnost P [%]	68	95	99	99,73

TABULKA 2-1: NĚKTERÉ KOEFICIENTY ROZŠÍŘENÍ k_r

ZNÁMÉ HRANICE VLIVU ZDROJE [2]:

Pokud nelze odhadnout interval s téměř 100% jistotou, ve kterém se nachází měřené hodnoty vlivem daného zdroje nejistot, postupuje se takto:

- Odhadnou se změny hodnot odchylek od nominální hodnoty měřené veličiny, u kterých je velmi malá pravděpodobnost, že budou překročený.
- Určí se, o které rozdělení pravděpodobnosti v tomto intervalu odchylek se jedná a zvolí se jeho aproximace.
- Vypočte se standardní nejistota podle vztahu 2.15

$$u_B(z_j) = \frac{z_{jmax}}{k} \quad 2.15,$$

kde k - hodnota zvolená k příslušné aproximaci (uvedeno v Tabulce 2),

z_{jmax} - změna hodnoty odchylky od nominální hodnoty měřené veličiny.

Typ rozdělení	Normální	Rovnoměrné	Trojúhelníkové	Bimodální
Hodnota příslušné aproximace $k[-]$	3(2)	$\sqrt{3}$	2,45	1

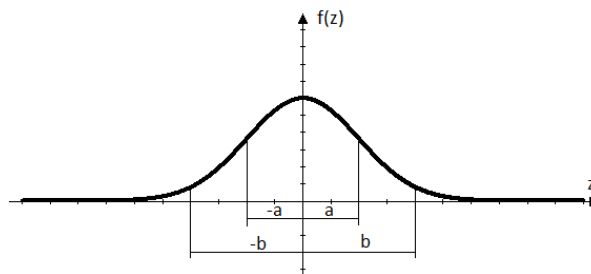
TABULKA 2-2: NĚKTERÉ HODNOTY APROXIMACÍ k

PRAVDĚPODOBNOSTNÍ ROZDĚLENÍ [2]:

Normální rozdělení

$z_{max} = a$ pro $k = 3$

$z_{max} = b$ pro $k = 2$

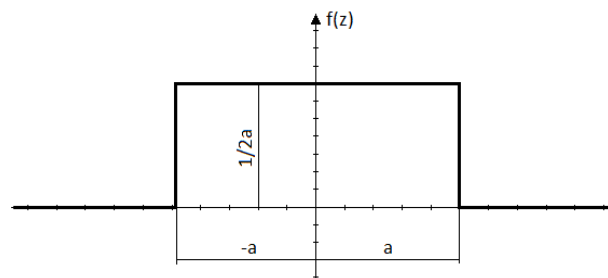


OBRÁZEK 2-2: NORMÁLNÍ (GAUSSOVO) ROZDĚLENÍ

Normální rozdělení, neboli také nazýváno Gaussovo rozdělení se užívá tehdy, pokud se častěji vyskytují malé odchylky od nominální hodnoty. Čím větší je odchylka od nominální hodnoty, tím je menší pravděpodobnost jejího výskytu. Gaussovo rozdělení je zobrazeno na obrázku 2-2.

Rovnoměrné rozdělení

$z_{max} = a$ pro $k = \sqrt{3}$:



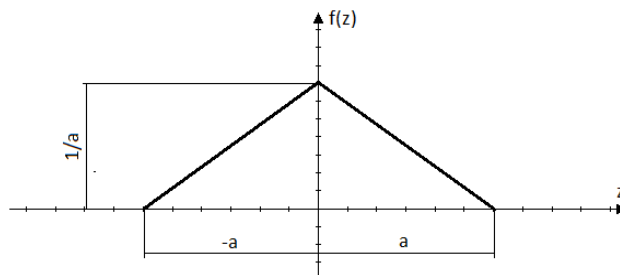
OBRÁZEK 2-3: ROVNOMĚRNÉ ROZDĚLENÍ

Rovnoměrné rozdělení se používá v případě, že je pravděpodobnost výskytu odchylky od nominální hodnoty stejná v celém intervalu $\pm z_{max}$. Toto rozdělení se v praxi užívá nejčastěji, protože častokrát chybí podrobnější informace o pravděpodobnosti výskytu odchylek a není důvod upřednostnit některou z nich. Rovnoměrné rozdělení je zobrazeno na obrázku 2-3.

Trojúhelníkové rozdělení

$$z_{max} = a \text{ pro } k = \sqrt{6}$$

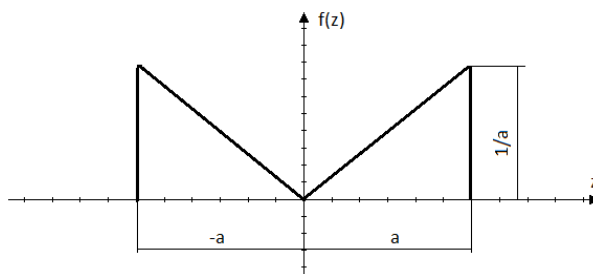
Trojúhelníkové, neboli také **Simpsonovo rozdělení** se používá k řešení situací v případech, které jsou podobné normálnímu rozdělení. To jsou situace, kdy je větší pravděpodobnost výskytu menších odchylek od nominální hodnoty. S rostoucí hodnotou odchylek od nominální hodnoty tato pravděpodobnost výskytu lineárně klesá. Simpsonovo rozdělení je vyobrazeno na obrázku 2-4.



OBRÁZEK 2-4: TROJÚHELNÍKOVÉ (SIMPSONOVO) ROZDĚLENÍ

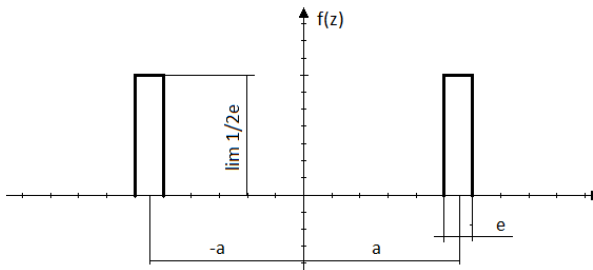
Bimodální a Bimodální - Diracovo rozdělení

$$z_{max} = a \text{ pro } k = \sqrt{2}$$



OBRÁZEK 2-5: BIMODÁLNÍ ROZDĚLENÍ

Bimodální rozdělení se uplatňuje u měřicích přístrojů, které výrobce řadí do určitých tříd přesnosti. Ve střední třídě se nemohou vyskytovat přístroje s malými chybami (ty patří do třídy s vyšší přesností), ani s velkými chybami (ty naopak patří do skupiny přístrojů s malou přesností). Bimodální rozdělení je zobrazeno na obrázku 2-5 a modifikované bimodální rozdělení, nazývané též Diracovo je na obrázku 2-6.



OBRÁZEK 2-6: BIMODÁLNÍ (DIRACOVO) ROZDĚLENÍ

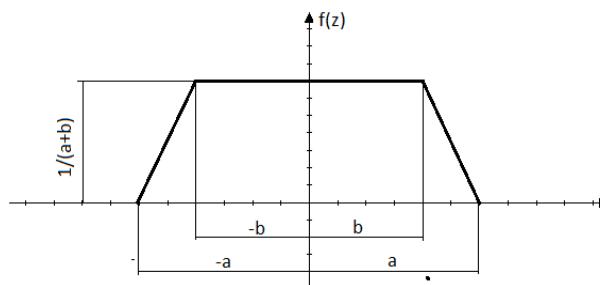
Lichoběžníkové rozdělení

$$z_{max} = a \text{ pro } k = 2,32 \text{ při } b = a/3;$$

$$z_{max} = a \text{ pro } k = 2,19 \text{ při } b = a/2;$$

$$z_{max} = a \text{ pro } k = 2,04 \text{ při } b = 2a/3$$

Lichoběžníkové rozdělení se v oblasti hodnot jako normální rozdělení, ale i mimo tuto oblast může nebývat hodnot ovlivňující měření. Toto pravděpodobnostní rozdělení se v praxi příliš nevyužívá. Jak vypadá lichoběžníkové rozdělení je ukázáno na obrázku 2-7.



OBRÁZEK 2-7: LICHOBĚŽNÍKOVÉ ROZDĚLENÍ

POŽITÍ ČÍSLICOVÉHO MĚŘICÍHO PŘÍSTROJE [2]:

Jedním ze zdrojů nejistot typu B u číslicového měřicího přístroje je rozlišitelnost poslední platné číslice. I při opakovaném měření a neměnnosti této číslice není nikdy nejistota nulová. Při odhadu této nejistoty se používá model rovnoměrného rozdělení (Obrázek 2-2) v intervalu, který je definován rozlišovací schopností přístroje [2]. K výpočtu se použije následující vztah 2.16:

$$u_B(z_j) = \frac{\delta(z_j)}{\sqrt{3}} \quad 2.16,$$

kde $\delta(z_j)$ - rozlišovací schopnost přístroje.

2.2.3 Výpočet standardní kombinované a rozšířené nejistoty[2]

V praxi nelze brát v úvahu pouze jeden typ nejistoty A nebo B, ale je potřeba do měření zahrnout oba typy nejistot najednou. K tomu slouží vztah 2.17 [2]:

$$u_C(x) = \sqrt{u_A(x)^2 + u_B(x)^2} \quad 2.17,$$

kde $u_C(x)$ - standardní kombinovaná nejistota,

$u_A(x)$ - standardní nejistota typu A,

$u_B(x)$ - standardní nejistota typu B.

Výsledek měření $y \pm u_c$ zahrnující kombinovanou nejistotu bohužel ještě nestačí k tomu, abychom dostatečně přesně určili výslednou hodnotu měřené veličiny. K tomu je zapotřebí daný výsledek rozšířit tzv. koeficientem rozšíření. Bez použití této rozšiřovací operace by se výsledek přesný zhruba na 60%. Proto se zavádí interval, ve kterém se hodnota nachází s pravděpodobností blížící se 100% [2].

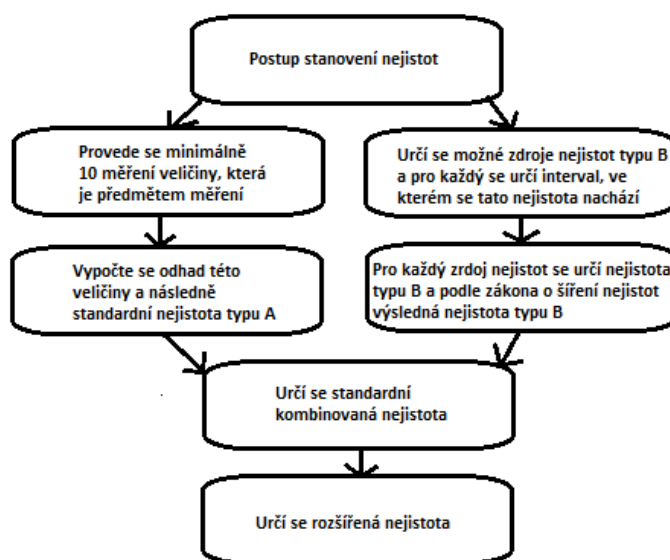
Rozšířená nejistota je definována jako:

$$U = k_r u_c \quad 2.18,$$

kde U - rozšířená nejistota,

k_r - koeficient rozšíření,

u_c - standardní kombinovaná nejistota.



OBRÁZEK 2-8: POSTUP PŘI URČOVÁNÍ ROZŠÍŘENÉ NEJISTOTY

V praxi se nejčastěji vyskytuje normované normální rozdělení (Obrázek 2-2). Koeficient rozšíření se nejčastěji volí $k_r = 2$, což odpovídá pravděpodobnosti, že výsledek měření je přesný na 95%. Ovšem lze se setkat i s jiným typem rozdělení a jinými koeficienty rozšíření v závislosti na typu rozdělení [7].

Postup určení rozšířené nejistoty $U(x)$ je shrnut v obrázku 2-8.

2.3 Nejistoty nepřímých měření [3][5]

Tak jako u přímých měření, je i u nepřímých měření výstupní veličina Y předmětem zájmu měření. Tato výstupní veličina Y nejde měřit přímo. Je to známá funkce vstupních veličin X ($X_1, X_2, \dots, X_n$), které lze změřit přímo nebo odhadnout z dostupných zdrojů informací, jako je technická dokumentace, tabulky, atp. [5].

Funkční závislost veličiny Y zapsána matematickým výrazem 2.19 [5]:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad 2.19,$$

kde Y - veličina, kterou měříme nepřímo,
 $X_1, X_2, \dots, X_n$ - veličiny, které měříme přímo nebo je můžeme odhadnout.
 Odhad y výstupní veličiny Y se určí jako:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad 2.20,$$

kde y - odhad výstupní veličiny,
 $x_1, x_2, \dots, x_n$ - odhady vstupních veličin podle vztahu 2.9.

2.3.1 Stanovení kovariance metodou typu A [3][5]

Kovariance určují, do jaké míry jsou ovlivněny odhady jednotlivých zdrojů nejistot společným zdrojem nejistot. Kovariance je třeba brát v úvahu proto, že mohou zásadně ovlivnit výsledek měření. V případě, že zdroje nejistot působí souhlasně, výsledná nejistota se zvětší, pokud působí protichůdně, nejistota bude menší. Kovariance se určují podobně jako nejistoty – metodou A (statistická metoda) a B (jiná než statistická) [3].

Pokud mezi odhady existuje kovariance, jsou korelované. Korelace mezi přímo měřenými vstupními veličinami nastává, pokud na tyto veličiny při měření působí stejné vlivy – stejné podmínky okolí, stejné měřicí přístroje, ... [3]

Tato metoda se může použít ke stanovení kovariancí dvou odhadů vstupních veličin x_i a x_j , když je k dispozici dostatečný počet hodnot obou veličin [5].

Odhad $\bar{x}_i$ veličiny X_i :

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik} \quad 2.21.$$

Odhad $\bar{x}_j$ veličiny X_j :

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{jk} \quad 2.22,$$

kde $\bar{x}_i, \bar{x}_j$ - odhady vstupních veličin X_i, X_j ,
 n - počet hodnot,
 x_{ik}, x_{jk} - hodnoty odhadů vstupních veličin X_i, X_j .

Kovariance metodou typu A se vypočítá podle vztahu 2.23:

$$u_A(x_i, x_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j) \quad 2.23.$$

2.3.2 Výpočet standardní nejistoty typu A [5]

K výpočtu nejistoty typu A u nepřímého měření se používá vztah 2.24 [5]:

$$u_A^2(y) = \sum_{i=1}^m A_i^2 u_A^2(x_i) + 2 \sum_{i=2}^m \sum_{j<i}^{m-1} A_i A_j u_A(x_i, x_j) \quad 2.24,$$

kde $u_A^2(y)$ - výsledná nejistota odhadu y výstupní veličiny Y metodou A,
 A_i, A_j - citlivostní koeficienty,
 $u_A^2(x_i)$ - výběrové rozptyly pro přímo měřené vstupní veličiny X ,
 $u_A(x_i, x_j)$ - kovariance mezi navzájem korelovanými odhady x_i, x_j .

2.3.3 Stanovení kovariance metodou typu B [3]

Kovariance $u_B(x_i, x_j)$ vyhodnocená metodou typu B, je odlišná od metody, která vyhodnocuje získané naměřené údaje statisticky. Kovariance touto metodou lze určit [3]:

Informace z certifikátů přístrojů, technické dokumentace, literatury, tabulek, ...

Na základě vlastního úsudku a zkušenosti vytipujeme zdroje korelací.

Pro každou dvojici odhadů máme jeden zdroj, pro který se odhadne korelační koeficient, který nabývá hodnot z intervalu $<-1; +1>$. Hodnoty blízké ± 1 značí silnou závislost, naopak hodnoty blízké 0 značí závislost slabou. Hodnota kovariance se určuje ze vztahu 2.25:

$$u_B(x_i, x_j) = r(x_i, x_j) u_B(x_i) u_B(x_j) \quad 2.25,$$

kde $u_B(x_i, x_j)$ - výsledná kovariance,
 $r(x_i, x_j)$ - korelační koeficient.

Jestliže vstupní veličiny jsou funkcemi nezávislých veličin $Z_1 \dots Z_n$, lze tyto funkce vyjádřit vztahy 2.26 a 2.27 [3]:

$$X_1 = g_1(Z_1, Z_2, \dots, Z_m) \quad 2.26$$

$$X_2 = g_2(Z_1, Z_2, \dots, Z_m) \quad 2.27.$$

Potom se kovariance mezi odhady x_1, x_2 určí ze vztahu 2.28:

$$u_B(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(z_i) \quad 2.28,$$

kde A_{1i} a A_{2i} - koeficienty citlivosti pro funkce g_1 a g_2 .

Vztah 2.28 umožňuje určit vzájemnou kovarianci mezi odhady na základě funkčních závislostí veličin X_1, X_2 na nezávislých veličinách Z_1 až Z_m . Tím pádem lze vhodným zapojením měřicího modelu obejít jinak nevyhnutelné odhadování korelačního koeficientu $r(x_i, x_j)$ [3].

Pokud jsou vstupní veličiny X_1, X_2 funkcemi závislých veličiny Z_1 až Z_m , vyjádřeno vztahy 2.26 a 2.27, určuje se kovariance mezi vstupními odhady x_1, x_2 ze vztahu 2.29 [3]:

$$u_B(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(z_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m A_{1i} A_{2j} u_B(z_i, z_j) \quad 2.29,$$

kde $u_B(z_i, z_j)$ - známá kovariance mezi odhady z_i a z_j .

Když nelze určit korelační koeficient a ani nelze sestavit vhodný měřicí obvod, je třeba určit maximální vliv korelace prostřednictvím horní hranice odhadu měřené veličiny. Za předpokladu, že veličiny X_1 a X_2 jsou korelované, ale není znám stupeň korelace a ostatní veličiny korelované nejsou, bude platit následující vztah 2.30 [3]:

$$u_B^2(y) \leq \sum_{i=1}^m A_i^2 u_B^2(x_i) + 2|A_1 A_2| u_B(x_1) u_B(x_2) \quad 2.30,$$

kde $u_B^2(y)$ - standardní nejistota typu B,

$u_B^2(x_i), u_B^2(x_j)$ - standardní nejistoty typu B zdrojů nejistot x_i, x_j ,

Vztah 2.30 říká, že pokud není dostatek informací k získání přesných hodnot korelací a s tím související přesná hodnota nejistoty, uvádí se horní hranici nejistoty [3].

2.3.4 Výpočet standardní nejistoty typu B [5]

Výpočet standardní nejistoty typu B se provede podle vztahu 2.31:

$$u_B^2(y) = \sum_{i=1}^m A_i^2 u_B^2(x_i) + \sum_{j=m+1}^n A_j^2 u_B^2(x_j) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n A_i A_j u_B(x_i, x_j) + 2 \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{j>i}^n A_i A_j u_B(x_i, x_j) \quad 2.31,$$

kde $u_B^2(y)$ - standardní nejistota typu B,

$u_B^2(x_i), u_B^2(x_j)$ - standardní nejistoty vstupních odhadů x_i, x_j ,

$u_B(x_i, x_j)$ - kovariance mezi odhady x_i, x_j ,

$A_i A_j$ - koeficienty citlivosti.

2.4 Zdroje nejistot [1],[2],[4]

Za zdroj nejistoty lze považovat jakýkoliv jev, který více či méně ovlivňuje přesnost a jednoznačnost výsledku měření. Velký vliv na nejistotu měření má fakt, zdali se jedná o měření přímé či nepřímé, zdali je k měření použit vhodný měřicí přístroj, analogový nebo číslicový nebo jaké je zvoleno vzorkování signálů v případě číslicového měření, jaké jsou zvoleny linearizační, aproximační filtry a další spousta rušivých aspektů, které vytvářejí zdroje nejistot na celé měřicí trase signálu. Nejvíce vznikům nejistot přispívají rušivé vlivy okolí. Mezi nejčastější zdroje nejistot patří [1]:

- Nevhodná linearizace, aproximace, interpolace nebo extrapolace při vyhodnocení výsledku,
- Chyba obsluhy při vyhodnocování výsledků,
- Nepřesnosti referenčních materiálů a etalonů,
- Změna podmínek při opakovaném měření,
- Zaokrouhlování hodnot dílčích měření,
- Volba nevhodného měřicího postupu nebo nevhodný výběr měřicích přístrojů (rozlišovací schopnost),
- Nevhodně zvolené vzorkování měření,
- Nekompenzovatelné nebo neznámé vlivy prostředí (teplota, atmosférický tlak, ...).

Některé z uvedených se projevují jenom při vyhodnocování nejistot typu A, např. změna podmínek při opakovaném měření nebo nevhodné vzorkování a jiné se projevují u nejistoty typu B, převážně se však objevují u obou typů nejistot, proto je třeba počítat s oběma složkami nejistot najednou [1].

2.4.1 Zdroje nejistot vlivem nepřesnosti obsluhy [4]

Nejistota měření může nastat při špatném odečtení hodnoty ze stupnice měřicího přístroje, nevhodného zaokrouhlování dílčích výsledků nebo při nevhodně zvolené měřicí metody [4].

V podstatě jakýkoliv zdroj nejistot se dá svést na lidskou chybu. Člověk je ten, kdo vybírá měřicí přístroje, volí měřicí metodu, periodu vzorkování, atd. [4]

Jediná možná kompenzace takového zdroje nejistot spočívá ve zkušenostech, praxi, která je důležitá ke správné volbě měřicích metod a přístrojů, a také v soustředěnosti a pozornosti při práci [4].

2.4.2 Nejistoty způsobené vlivy okolí [4]

Nejistoty způsobené vlivem okolí mají nevyzpytatelný účinek na oba typy nejistot A i B. Jsou způsobeny především vlivem okolí na samotný přístroj. Zde je velmi důležité, zdali jde tyto vlivy korigovat. Je-li odchylka od daného parametru okolí

měřitelná, lze výslednou složku nejistoty zmenšit na minimum nebo i odstranit a zbytkové kolísání parametru je možné zahrnout do výsledku nejistoty typu A [4].

Nejvíce ze všeho ovlivňuje vlastnosti měřících přístrojů teplota. Vliv teploty se dá rozdělit do dvou skupin. První má za následek například teplotní dilatace při měření délek, změnu odporu s teplotou při měření v elektrotechnice a druhá, se kterou se pracuje hůře, má za následek ovlivňování například součinitel délkové roztažnosti nebo součinitel změny odporu elektrického materiálu. I při měření samotné teploty je potřeba korigovat negativní vlivy způsobené teplotou okolí [4].

Dalším zdrojem nejistot, který ovlivňuje měřící proces, může být změna atmosférického tlaku nebo vlhkosti vzduchu. I s těmito zdroji nejistot je třeba u některých typů měření počítat [4].

Samozřejmě nesmíme zapomenout ani na zdroje nejistot vzniklé působením různých elektrických a magnetických polí, která procházejí skrz měřící zařízení nebo ovlivňují měřený signál a také na zdroje nejistot vzniklé parazitními napětími, se kterými se setkáme ve všech měřících obvodech [4].

2.4.3 Nejistoty vytvořené samotnými měřícími prostředky [4]

Zdroje nejistot z této skupiny se vyhodnocují metodou typu B. Lze sem přiřadit [4]:

- Snímače,
- Měřící převodníky,
- Ztělesněné míry,
- Referenční materiály,
- Další zařízení potřebná k měření.

Některé typické příklady měřících prostředků s udávanou nejistotou [4]:

- U měřidla se udává jediná hodnota a s ní je známá i její nejistota. (Koncová měřka, etalon elektrického odporu).
- Každé měřidlo ze sady reprodukuje jedinou hodnotu a její nejistotu, při skládání měřidel se musí brát v úvahu jejich kovariance (Sada závaží, sada koncových měřek).
- Měřící přístroj se spojitou stupnicí, kde je dána jedna nejistota pro celý měřící rozsah (Manometr, ...).
- Přístroj se stupnicí s více rozsahy, kde je nejistota udávána pro každý rozsah zvlášť (Průtokoměr, ...).
- Měřící přístroj se spojitou stupnicí, kde se nejistota skládá ze dvou částí, jedna je konstantní na celém rozsahu a druhá je úměrná velikosti měřené veličiny (měření délek, elektrický veličin, ...).

2.5 Zpracování a zápis výsledků měření [2][6]

Výsledky měření se zapíjí třemi způsoby – výsledek zapsán s použitím standardní nejistoty, výsledek zapsán s použitím rozšiřující nejistoty, výsledek uveden pomocí tzv. bilanční tabulky (tabulka 2-3) [2],[6].

BILANČNÍ TABULKA [2]

Obecnou podobu bilanční tabulky ukazuje tabulka 2-3.

Veličina $X_q: Y$	Odhad x_q	Standardní nejistota $u_q(x)$	Typ rozdělení	Koeficient citlivosti A_q	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_q(y)$; nejistota $u(y)$
X_1	x_1	$u_1(x)$	podle situace	A_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u_2(x)$		A_2	$u_2(y)$
X_q	x_q	$u_q(x)$		A_q	$u_q(y)$
X_m	x_m	$u_m(x)$		A_m	$u_m(y)$
Y	y	-	-	-	$u(y)$

TABULKA 2-3: OBECNÁ PODOBA BILANČNÍ TABULKY

ZAOKROUHLOVÁNÍ [2]

I pro zaokrouhlování výsledků a mezivýsledků platí jistá pravidla. Zaokrouhlování se provádí tak, že číslo na daném řádu, který si zvolíme nebo máme zvolený, se nahradí jiným číslem. Pro zaokrouhlení je důležitý interval zaokrouhlení. Například pro interval zaokrouhlení 0,01 uvádíme čísla ve tvaru 12,31; 12,32; 12,33; 12,34, pro interval zaokrouhlení 1 udáváme čísla 23; 24; 25; 26. Takže po zaokrouhlení čísla 13,449 v intervalu zaokrouhlení 0,01 bude výsledek interpretován jako 13,5. Vybírá se ten celistvý násobek, který je k danému číslu nejbližší. Pokud má zaokrouhlované číslo stejně daleko k oběma celistvým násobkům, jsou k dispozici dvě varianty řešení [2]:

- Číslo se zaokrouhlí vždy k většímu celistvému násobku, takže 13,456 bude zaokrouhleně 13,5 a 13,556 bude zaokrouhleně 13,6.
- Číslo se zaokrouhlí k sudému celistvému násobku, takže 13,456 i 13,356 se zaokrouhlí na 13,4.

První varianta zaokrouhlování se využívá při sériovém zpracovávání naměřených údajů, čímž se minimalizuje chyba vlivem zaokrouhlování, zatímco druhá varianta se používá ve výpočetní technice [5].

Zaokrouhlování má v případě, že se jedná o zdroj nejistoty, rovnoměrné rozdělení [5].

STANDARDNÍ KOMBINOVANÁ NEJISTOTA [2]

Při zápisu výsledků pomocí standardní kombinované nejistoty se dodržují tato pravidla:

- Uvést podrobnou definici měřené veličiny Y
- Uvést odhad měřené veličiny Y a kombinovanou nejistotu u_C a jednotky, ve kterých je odhad i nejistota uvedena.
- Někdy je vhodné uvést relativní standardní nejistotu $\frac{u_C(y)}{y}$, $y \neq 0$
- Pokud je potřeba, uveďte se i bilanční tabulka

Příklad zápisu standardní kombinované nejistoty pro závaží s nominální hodnotou hmotnosti $m = 100\text{ g}$ a standardní kombinovanou nejistotou $u_C = 0,35\text{ mg}$:

$m = 100,021\,47\,(0,000\,35)\text{ g}$, kde číslo v závorce značí číselnou hodnotu standardní kombinované nejistoty u_C , která má stejnou jednotku jako zapsaný výsledek

ROZŠÍŘENÁ NEJISTOTA [2]

Rozšířená nejistota se vyjadřuje jako $U = k_r u_C$ viz Kapitola 2.3.5. Při zápisu výsledků pomocí rozšířené nejistoty se dodržují tato pravidla:

- Uvést podrobnou definici měřené veličiny Y
- Výsledek se uvádí ve tvaru $Y = y \pm U$, přičemž se uvádějí jednotky ve kterých jsou vyjádřeny veličiny y a U
- Někdy je vhodné uvést relativní standardní nejistotu $\frac{u_C(y)}{y}$, $y \neq 0$
- Uvést hodnotu koeficientu rozšíření k_r použitého pro výpočet U
- Uvést konfidenční hladinu spjatou s intervalem $y \pm U$ a uvést jak byla určena
- Pokud je potřeba, uveďte se i bilanční tabulka

Příklad zápisu rozšířené nejistoty pro závaží s nominální hodnotou hmotnosti $m = 100\text{ g}$ a standardní kombinovanou nejistotou $u_C = 0,35\text{ mg}$:

Výsledek se zapíše ve tvaru: $m = (100,021\,47 \pm 0,000\,70)\text{ g}$, kde číslo za značkou $\pm$ je vyjádřená hodnota rozšířené nejistoty U , vypočtené ze standardní kombinované nejistoty u_C za použití koeficientu rozšíření $k = 2$.

3 NEJISTOTY NEPŘÍMÉHO MĚŘENÍ VÝKONU

Vypočítat nejistotu výkonu P_Z odporové zátěže R_Z nepřímou metodou měření znamená změřit dvě odvodové veličiny – napětí U_V voltmetrem Agilent 34410A a proud I_A ampérmetrem Agilent 34410 – na odporové zátěži R_Z nezávisle na sobě a z nich odvodit jednotlivé složky nejistoty. Zapojení obvodů jsou na obrázcích 4.1 a 4.2. Stejnoseměrný výkon P_Z je dán součinem napětí U_Z na zátěži R_Z a proudu I_Z , který zátěží R_Z protéká [9]:

$$P_Z = U_Z \cdot I_Z \quad 3.1,$$

kde P_Z - výkon na zátěži [W],
 U_Z - napětí na zátěži [W],
 I_Z - proud protékající zátěží [W].

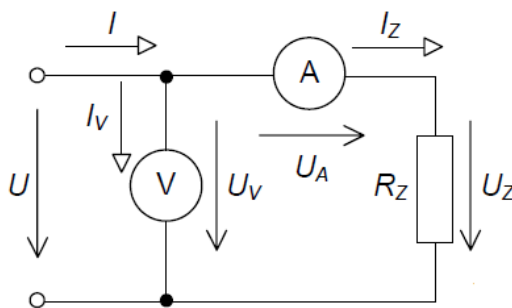
Jednotlivé zdroje nejistot jsou na sobě nezávislé, neexistuje mezi nimi žádná vazba. Korelační koeficient $r = 0$. Zdroje nejistot jsou tedy nekorelované.

Měření se provádí dvěma způsoby [9]:

- Podle schématu na obrázku 3.1 [9]. Jedná se o V/A (volt – ampérové) zapojení.
- Podle schématu na obrázku 3.2 [9] Nazývá se A/V (ampér-voltové) zapojení.

3.1 Měření výkonu v zapojení V/A [9]

V tomto zapojení měří voltmetr úbytek napětí U_Z na zátěži R_Z dohromady s úbytkem napětí U_A na ampérmetru. Aby byla metoda dostatečně přesná, nestačí jenom vypočítat výkon P_Z na zátěži R_Z pomocí vztahu 3.1, ale také úbytek napětí U_A na ampérmetru [9].



OBRÁZEK 3-1: V/A ZAPOJENÍ OBVODU PRO NEPŘÍMÉ MĚŘENÍ VÝKONU ODPOROVÉ ZÁTĚŽE[9]

Úbytek napětí U_A na ampérmetru je dán vztahem 3.2:

$$U_A = R_A \cdot I_Z \quad 3.2,$$

kde U_A - úbytek napětí na ampérmetru [V],
 R_A - vnitřní odpor ampérmetru (zadán v technické dokumentaci) [Ω],
 I_Z - proud protékající zátěží [A].

Celkový výkon P se spočítá podle vztahu 3.1 rozšířeného o výkon P_A spotřebovaný ampérmetrem:

$$P = P_A + P_Z \quad 3.3,$$

kde P - celkový výkon [W],
 P_A - výkon ampérmetru [W],
 P_Z - výkon zátěže [W].

Výkon P_Z spotřebovaný pouze na zátěži se bude rovnat rozdílu mezi celkovým výkonem P a výkonem P_A spotřebovaným ampérmetrem:

$$P_Z = P - P_A = U_Z \cdot I_Z - U_A \cdot I_Z = U_Z \cdot I_Z - R_A \cdot I_Z^2 \quad 3.4,$$

kde U_Z - napětí na zátěži a zároveň na voltmetru [V],
 I_Z - proud protékající zátěží [A],
 R_A - vnitřní odpor ampérmetru [Ω],
 U_A - úbytek napětí na ampérmetru [V].

Standardní nejistoty typu A

Pro výpočet odhadů $\overline{u_V}$ a $\overline{i_A}$ vstupních veličin napětí U_V a proudu I_A se použijí vztahy 3.5 a 3.6.

$$\overline{u_V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{V_i} \quad 3.5$$

$$\overline{i_A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{A_i} \quad 3.6,$$

kde $\overline{i_A}, \overline{u_V}$ - odhady proudu, napětí [A],
 n - počet vzorků [-],
 U_{V_i}, I_{A_i} - jednotlivé vzorky napětí, proudu [V].

Pro výpočet nejistoty typu A $u_A(\overline{u_V})$ odhadu napětí $\overline{u_V}$ platí vztah 3.7:

$$u_A(\overline{u_V}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (U_{Vi} - \overline{u_V})^2} \quad 3.7,$$

Pro výpočet nejistoty typu A $u_A(\overline{i_A})$ odhadu proudu $\overline{i_A}$ platí vztah 3.8:

$$u_A(\overline{i_A}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (I_{Ai} - \overline{i_A})^2} \quad 3.8,$$

kde $u_A(\overline{u_V})$ – standardní nejistota typu A odhadu napětí [V],
 $u_A(\overline{i_A})$ – standardní nejistota typu A odhadu proudu [V].

Standardní nejistoty typu B

Při určování nejistoty typu B se musí vyjít z parametrů, které udává výrobce měřících přístrojů. Výpočet nejistoty typu B voltmetru udává vztah 3.9:

$$u_B(u_V) = \frac{z_{u_{max}}}{k} = \frac{z_{u_{max}}}{\sqrt{3}} \quad 3.9$$

Za parametr k , se dosadí hodnota $\sqrt{3}$, což odpovídá rovnoměrnému rozdělení [3].

Výpočet nejistoty typu B ampérmetru udává vztah 3.10:

$$u_B(i_A) = \frac{z_{i_{max}}}{k} = \frac{z_{i_{max}}}{\sqrt{3}} \quad 3.10,$$

kde $u_B(u_V), u_B(i_A)$ – standardní kombinovaná nejistota typu B pro voltmetr Agilent 34410A [V], ampérmetr Agilent 34410A [A]

$z_{u_{max}}, z_{i_{max}}$ – změna hodnoty odchylky od nominální hodnoty napětí, proudu

Za $z_{u_{max}}$ respektive $z_{i_{max}}$ se dosadí výraz ze vztahu 3.11 [3]:

$$z_{max} = \frac{X_m \cdot \delta_m + X_r \cdot \delta_r}{100} \quad 3.11,$$

kde X_m – měřená hodnota,
 δ_m – chyba z měřené hodnoty [%],
 X_r – rozsah přístroje,
 δ_r – chyba rozsahu přístroje [%].

Vztahy 3.9 a 3.10 přejdou na vztahy 3.12 a 3.13:

$$u_B(u) = \frac{\overline{u_V} \cdot \delta_m + X_r \cdot \delta_r}{100\sqrt{3}} \quad 3.12$$

$$u_B(i) = \frac{\overline{i_A} \cdot \delta_m + X_r \cdot \delta_r}{100\sqrt{3}} \quad 3.13,$$

Standardní kombinovaná nejistota a koeficienty citlivosti

Pro výpočet kombinované standardní nejistoty $u_C(p_Z)$ nepřímého měření výkonu P_Z v zapojení V/A podle je třeba znát odhad výkonu $\overline{p_Z}$, který se vypočítá dosazením odhadů napětí $\overline{u_V}$ a proudu $\overline{i_A}$ spočítaných podle 3.5 a 3.6 do vztahu 3.4. Tím pádem vztah 3.4 přejde na vztah 3.14:

$$\overline{p_Z} = \overline{u_V} \cdot \overline{i_A} - R_A \cdot \overline{i_A}^2 \quad 3.14,$$

kde $\overline{p_Z}$ - odhad výkonu odporové zátěže R_Z [W],
 $\overline{u_V}$ - odhad napětí na voltmetru [V],
 $\overline{i_A}$ - odhad proudu tekoucí ampérmetrem [A],
 R_A - vnitřní odpor ampérmetru [Ω].

Standardní nejistoty typu A $u_A^2(p)$ odhadu výkonu $\overline{p_Z}$ a nejistoty typu B $u_B^2(p)$ výkonu p_z se určí podle zákona o šíření nejistot jako vztahy 3.15 a 3.16:

$$u_A^2(\overline{p_Z}) = (A_u \cdot u_A(\overline{u_V}))^2 + (A_i \cdot u_A(\overline{i_A}))^2 \quad 3.15$$

$$u_B^2(p_Z) = (A_u \cdot u_B(u))^2 + (A_i \cdot u_B(i))^2 \quad 3.16,$$

kde $u_A^2(\overline{p_Z})$ - standardní nejistota typu A pro odhad výkonu [W],
 $u_B^2(p_Z)$ - standardní nejistota typu B pro nepřímé měření výkonu [W],
 A_u, A_i - citlivostní koeficienty pro napětí a proud, které se vypočítají podle vztahů 3.17 a 3.18 [-].

Citlivostní koeficient napětí A_u :

$$A_u = \frac{\partial(\overline{u_V} \cdot \overline{i_A} - R_A \cdot \overline{i_A}^2)}{\partial \overline{u_V}} = \overline{i_A} \quad 3.17$$

Citlivostní koeficient proudu A_i :

$$A_i = \frac{\partial(\overline{u_V} \cdot \overline{i_A} - R_A \cdot \overline{i_A}^2)}{\partial \overline{i_A}} = \overline{u_V} - 2R_A \overline{i_A} \quad 3.18$$

Na závěr se vypočítá standardní kombinovaná nejistota $u_C(p)$ výkonu P nepřímého měření odporové zátěže R_Z podle vztahu 3.19:

$$u_C(p) = \sqrt{u_A^2(p_Z) + u_B^2(p_Z)} \quad 3.19$$

Rozšířená nejistota

Aby byl výpočet přesnější, standardní kombinovaná nejistota $u_C(p)$ se vynásobí koeficientem rozšíření $k_r = 1,96$, což odpovídá pravděpodobnosti správnosti výsledku 95%. Výsledek se zapíše v souladu s pravidly o zapisování výsledků nejistot.

Jiná možnost řešení

V případě, že jsou známi standardní nejistoty typu A $u_A(\overline{u_V})$ odhadu napětí a $u_A(\overline{i_V})$ odhadu proudu a nejistoty typu B $u_B(u)$ voltmetru a $u_B(i)$ ampérmetru, lze nejprve vypočítat standardní kombinovaná nejistota $u_C(u)$ pro napětí a $u_C(i)$ pro proud podle vztahů 3.20 a 3.21:

$$u_C^2(u) = u_A^2(u) + u_B^2(u) \quad 3.20$$

$$u_C^2(i) = u_A^2(i) + u_B^2(i) \quad 3.21$$

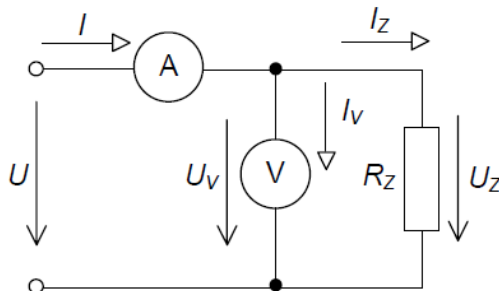
Ze vztahů 3.20 a 3.21 se určí standardní kombinovaná nejistota pro $u_C(p)$ pro nepřímé měření výkonu s použitím citlivostních koeficientů A_q podle zákona o šíření nejistot:

$$u_C(p) = \sqrt{A_u^2 u_C^2(u) + A_i^2 u_C^2(i)} \quad 3.22$$

Citlivostní koeficienty A_u, A_i jsou stejné jako ve vztazích 3.17 a 3.18..

3.2 Měření výkonu v zapojení A/V [9]

V tomto případě se obvod zapojí podle schématu na obrázku 4.2. Pro docílení přesného měření je třeba brát v potaz úbytek napětí U_V na voltmetru Agilent 34410A. K výpočtu tedy nestačí výkon P_Z odporové zátěže R_Z vynásobit napětí U_V na voltmetru Agilent 34410A proudem I_A , který protéká ampérmetrem Agilent 34410A.



OBRÁZEK 3-2: A/V ZAPOJENÍ OBVODU PRO NEPŘÍMÉ MĚŘENÍ VÝKONU ODPOROVÉ ZÁTĚŽE[9]

Proud I_V , který protéká přes voltmetr Agilent A34410A, se musí odečíst od celkového proudu I v obvodu:

$$I = I_Z + I_V \Rightarrow I_Z = I - I_V \quad 3.23,$$

kde I - celkový proud v obvodu [A],
 I_Z - proud tekoucí do zátěže [A],
 I_V - proud tekoucí do voltmetru [A].

Proud I_V protékající voltmetrem Agilent 34410A je nepřímo úměrný jeho vnitřnímu odporu R_V , jehož hodnota je zadána v technické dokumentaci přístroje (voltmetru Agilent 34410A):

$$I_V = \frac{U_V}{R_V} \quad 3.24,$$

kde U_V - měřené napětí voltmetrem Agilent 34410A [V],
 R_V - vnitřní odpor voltmetru Agilent 34410A [Ω].

Pro výkon na zátěži v tomto zapojení platí vztah 3.25:

$$P_Z = U_Z \cdot I_Z = U_V \cdot (I - I_V) = U_V \cdot \left(I - \frac{U_V}{R_V} \right) \quad 3.25,$$

kde P_Z - výkon na zátěži [W],
 U_Z - napětí na zátěži [V].

Standardní nejistoty typu A

Opět jako v případě V/A zapojení se změří minimálně deset hodnot napětí U_V a proudu I_A , aby bylo možné podle vztahů 3.5 a 3.6 určit odhad vstupních veličin napětí $\overline{u_V}$ a proudu $\overline{i_A}$.

Podle vztahů 3.7 a 3.8 se vypočítají standardní nejistoty typu A $u_A(\overline{u_V})$ odhadu napětí $\overline{u_V}$ na voltmetru Agilent 34410A a nejistota typu A $u_A(\overline{i_A})$ odhadu proudu $\overline{i_A}$, který protéká ampérmetrem Agilent 34410A.

Standardní nejistoty typu B

Stejně tak jak tomu bylo u V/A zapojení i zde je nejistota dána pouze nepřesnostmi měřidel, takže k výpočtu nejistot typu B voltmetru $u_B(u_V)$ a ampérmetru $u_B(i_A)$ postačí vztahy 3.12 a 3.13. Napětí na voltmetru Agilent 34410A U_V a proud protékající ampérmetrem Agilent 34410A I_A nemají žádný společný zdroj nejistot, což znamená, že odhady napětí $\overline{u_V}$ a proudu $\overline{i_A}$ jsou nekorelované a tudíž mezi nimi neexistuje kovariance [5].

Standardní kombinovaná nejistota

Pro odhad výkonu P_Z odporové zátěže R_Z lze napsat (symboly jsou uváděny s pruhem, z důvodu, že se jedná o odhady veličin):

$$\overline{p_Z} = \overline{u_V} \cdot \left(\overline{i_A} - \frac{\overline{u_V}}{R_V} \right) = \overline{u_V} \overline{i_A} - \frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2} \quad 3.26,$$

kde $\overline{p_Z}$ - odhad výkonu zátěže [W],

$\overline{i_A}$ - odhad proudu měřeného ampérmetrem Agilent 34410A [A],

$\overline{u_V}$ - odhad napětí na voltmetru Agilent 34410A [V].

K výpočtu standardní kombinované nejistoty $u_A(\overline{p_Z})$ pro odhad výkonu $\overline{p_Z}$ a $u_B(p_Z)$ pro nepřímé měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z platí vztahy 3.15 a 3.16 podle zákona o šíření nejistot, do kterých se za citlivostní koeficienty A_u a A_i dosadí ze vztahů 3.27 a 3.28:

$$A_u = \frac{\partial \left(\overline{u_V} \overline{i_A} - \frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2} \right)}{\partial \overline{u_V}} = \overline{i_A} - \frac{2}{R_V} \cdot \overline{u_V} \quad 3.27$$

$$A_i = \frac{\partial \left(\overline{u_V} \overline{i_A} - \frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2} \right)}{\partial \overline{i_A}} = \overline{u_V} \quad 3.28$$

Standardní kombinovanou nejistotu $u_C(p_Z)$ výkonu P_Z odporové zátěže R_Z podle 3.19.

Rozšířená nejistota

Pro zpřesnění výsledku lze vypočítat rozšířenou nejistotu výkonu $U(p)$, což je vynásobení standardní kombinované nejistoty $u_C(p)$ koeficientem rozšíření $k_r = 1,96$, což odpovídá správnosti výsledku s pravděpodobností 95%.

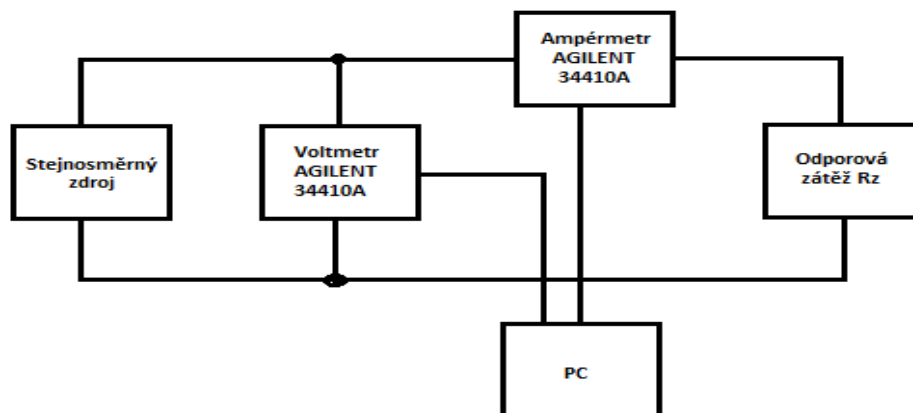
Jiná možnost řešení

Další možností jak řešit daný problém je vypočítat standardní kombinovanou nejistotu $u_C(u_V)$ pro odhad napětí $\overline{u_V}$ a $u_C(i_A)$ pro proud i_A podle 3.20 a 3.21 a z těchto hodnot vypočítat pomocí zákona o šíření nejistot standardní kombinovanou nejistotu pro výkon $u_C(p_Z)$ podle vztahu 3.22. Citlivostní koeficienty A_u, A_i jsou stejné jako ve vztazích 3.26 a 3.27.

Výsledek se uvede ve tvaru rozšířené nejistoty $U(p_Z)$.

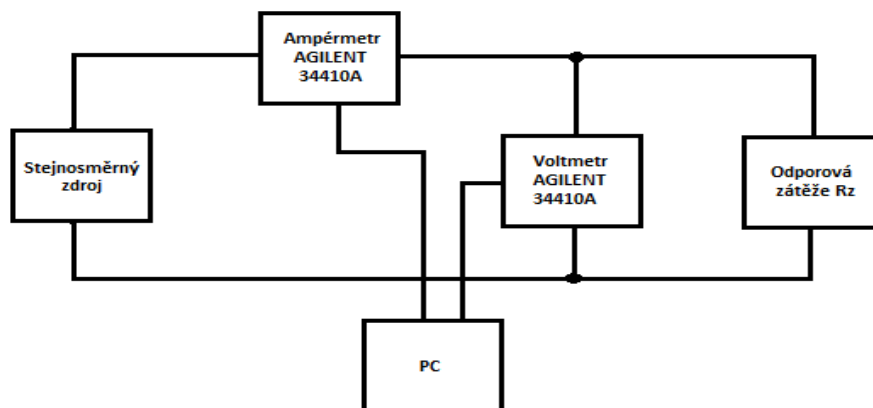
4 NEPŘÍMÉ MĚŘENÍ VÝKONU

Určení rozšířené kombinované nejistoty výkonu odporové zátěže lze provést pro různá zapojení. Pro zapojení V/A, jehož schéma je na obrázku 4.1 a A/V zapojení, jehož schéma je na obrázku 4.2.



OBRÁZEK 4-1: BLOKOVÉ SCHÉMA V/A ZAPOJENÍ PRO URČENÍ NEJISTOT VÝKONU P_Z ODPOROVÉ ZÁTĚŽE R_Z

K měření jsou použity dva digitální multimetry Agilent 34410A. Jeden zapojen jako ampérmetr a druhý jako voltmetr. Původně měl být jako voltmetr zapojen digitální multimetr Metex M3890D, ale nepodařilo se sehnat ovladač pro USB rozhraní tohoto multimetru, který by byl kompatibilní s 64bitovou verzí daného operačního systému.



OBRÁZEK 4-2: BLOKOVÉ SCHÉMA A/V ZAPOJENÍ PRO URČENÍ NEJISTOT VÝKONU P_Z ODPOROVÉ ZÁTĚŽE R_Z

CHYBY MĚŘICÍCH PŘÍSTROJŮ[9]

K určování nejistot je zapotřebí znalost chyb měřicích přístrojů Agilent 34410A. Tyto chyby ovlivňují přesnost výsledku měření a zahrnují se do nejistoty typu B $u_B(x)$. Chyby jsou v tomto případě dvojího typu:

- chyba z měřicího rozsahu – značí se δ_r ,
- chyba z měřené hodnoty – značí se δ_m .

Údaj o těchto chybách je uveden v technické dokumentaci, kterou poskytuje výrobce každého přístroje. Pro přehlednost jsou uvedeny v tabulce 4-1.

Stejnoseměrné napětí Agilent 34401A			Stejnoseměrný proud Agilent 34401A		
Rozsah [V]	Chyba z měřené hodnoty [%]	Chyba z rozsahu [%]	Rozsah [A]	Chyba z měřené hodnoty [%]	Chyba z rozsahu [%]
0,1	0,0050	0,0035	0,01	0,05	0,020
1	0,0040	0,0007	0,1	0,05	0,005
10	0,0035	0,0005	1	0,10	0,010
100	0,0045	0,0006	3	0,12	0,020
1000	0,0045	0,0010			

TABULKA 4-1: CHYBY MULTIMETRU AGILENT 34410A UDÁVANÉ VÝROBCEM

Ampérmetr Agilent 34401A		Voltmetr Agilent 34401A	
Rozsah [A]	Vnitřní odpor R_A [Ω]	Rozsah [V]	Vnitřní odpor R_V [MΩ]
0,1; 0,01	5	0,1; 1; 10	10 nebo >10
1; 3	0,1	100; 1000	10

TABULKA 4-2: HODNOTY VNITŘNÍCH ODPORŮ U MULTIMETRU AGILENT 34410A

Dalším parametrem výpočtu standardní kombinované nejistoty $u_c(x)$ nepřímou metodou je:

- vnitřní odpor R_V voltmetru Agilent 34401A – viz Tabulka 4-2,
- vnitřní odpor R_A ampérmetru Agilent 34401A – viz Tabulka 4-2.

Nepřímá měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z byla provedena pro dva druhy zapojení a pro každý druh zapojení byly zvoleny dvě odporové zátěže R_Z . Jako volitelná odporová zátěž R_Z byla použita odporová dekáda Metra XL6.

Celkem byla provedena čtyři měření:

- Zapojení V/A
 - Malý odpor: $R_Z = 100\Omega$
 - Velký odpor $R_Z = 10\text{ k}\Omega$
- Zapojení A/V
 - Malý odpor: $R_Z = 100\Omega$
 - Velký odpor $R_Z = 10\text{ k}\Omega$

4.1 Výpočet standardních nejistot – zapojení V/A [9]

V případě zapojení podle schématu na obrázku 4.1 byly pro výpočet nejistot nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z získány hodnoty vyjádřené v tabulce 4-3. Jedná se o 10 změřených hodnot napětí U_V na voltmetru Agilent 34410A a o 10 hodnot proudu I_A protékajícím ampérmetrem Agilent 34410A.

4.1.1 Zapojení V/A, malý odpor zátěže

Číslo měření $i[-]$	Napětí voltmetru $U_{V_i} [V]$	Proud ampérmetru $I_{A_i} [A]$
1	18,9899	0,1889
2	18,9877	0,1889
3	18,9899	0,1888
4	18,9900	0,1889
5	18,9899	0,1889
6	18,9900	0,1889
7	18,9901	0,1889
8	18,9900	0,1888
9	18,9900	0,1889
10	18,9901	0,1889

TABULKA 4-3 NEPŘÍMÉ MĚŘENÍ VÝKONU ODPOROVÉ ZÁTĚŽE, ZAPOJENÍ V/A, $R_Z=100\Omega$

Výpočet nejistot typu A

Odhad napětí $\overline{u_V}$ se vypočítá podle vztahu 4.1:

$$\overline{u_V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{V_i} = 18,9898 \text{ V} \quad 4.1,$$

kde $\overline{u_V}$ - odhad napětí U_V měřeného voltmetrem Agilent 34410A [V]

U_{V_i} - hodnoty jednotlivých měření napětí U_V voltmetrem Agilent 34410A [V]

n – počet měření [-]

Odhad proudu $\overline{i_A}$ se vypočte podle vztahu 4.2:

$$\overline{i_A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{A_i} = 0,1889 \text{ A} \quad 4.2$$

kde $\overline{i_A}$ - odhad proudu I_A měřeného ampérmetrem Agilent 34410A [A]

I_{A_i} - hodnoty jednotlivých měření proudu I_A ampérmetrem Agilent 34410A [A]

Standardní nejistota typu A $u_A(u_V)$ pro odhad napětí $\overline{u_V}$ na voltmetru Agilent 34401A se vypočítá podle vztahu 4.3:

$$u_A(u_V) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (U_{Vi} - \overline{u_V})^2} = 0,0002 \text{ V} \quad 4.3.$$

kde $u_A(u_V)$ – standardní nejistota typu A pro odhad napětí U_V měřeného voltmetrem Agilent 34410A [V]

Standardní nejistota typu A $u_A(i_A)$ pro odhad proudu $\overline{i_A}$ protékajícím ampérmetrem (multimetr Agilent 34401A) se vypočítá podle vztahu 4.4:

$$u_A(i_A) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (I_{Ai} - \overline{i_A})^2} = 1,3333 \cdot 10^{-5} \text{ A} \quad 4.4,$$

kde $u_A(i_A)$ – standardní nejistota typu A pro odhad proudu I_A měřeného voltmetrem Agilent 34410A [V]

Nejistota typu A $u_A(i_A)$ je v řádu 10^{-5} , lze jí zanedbat a nadále používat hodnotu $u_A(i_A) = 0$.

Výpočet nejistot typu B

V dalším kroku vedoucím k vypočtení standardní kombinované nejistoty $u_C(p)$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z je potřeba vypočítat standardní nejistoty typu B $u_B(u_V)$ voltmetru Agilent 34410A a $u_B(i_A)$ ampérmetru Agilent 34410A. K tomu je zapotřebí znát chybu z rozsahu δ_r přístroje a chybu z měřené hodnoty δ_m . Tyto hodnoty lze vyčíst z technické dokumentace přístrojů nebo z tabulky 5-1.

Standardní nejistota typu B $u_B(u_V)$ voltmetru Agilent 34410A se vypočítá podle vztahu 4.5:

$$u_B(u_V) = \frac{\overline{u_V} \cdot \delta_m + X_r \cdot \delta_r}{100\sqrt{3}} = 0,0025 \text{ V} \quad 4.5,$$

kde $u_B(u_V)$ – standardní nejistota typu B voltmetru Agilent 34410A [V],

δ_m - chyba z měřené hodnoty [%],

δ_r - chyba z rozsahu měřicího přístroje [%].

Standardní nejistota typu B $u_B(i_A)$ ampérmetru Agilent 34410A se vypočítá podle vztahu 4.6:

$$u_B(i_A) = \frac{\bar{i}_A \cdot \delta_m + X_r \cdot \delta_r}{100\sqrt{3}} = 0,0014 \text{ A} \quad 4.6,$$

kde $u_B(i_A)$ – standardní nejistota typu B ampérmetru Agilent 34410A [A]

Výpočet koeficientů citlivosti

Koeficienty citlivosti napětí A_u a proud A_i jsou vypočteny jako parciální derivace rovnice odhadu výkonu $\overline{p_Z}$ podle odhadu napětí $\overline{u_V}$ na voltmetru a parciální derivace odhadu výkonu $\overline{p_Z}$ podle odhadu proudu $\bar{i}_A$ protékajícím ampérmetrem.

Koeficienty citlivosti napětí A_u a proud A_i jsou vypočteny podle vztahů 4.7 a 4.8:

$$A_u = \frac{\partial(\overline{u_V} \cdot \bar{i}_A - R_A \cdot \bar{i}_A^2)}{\partial \overline{u_V}} = \bar{i}_A = 0,1889 \quad 4.7$$

kde A_u – citlivostní koeficient napětí [-]

R_A – vnitřní odpor ampérmetru Agilent 34410A [Ω]

$$A_i = \frac{\partial(\overline{u_V} \cdot \bar{i}_A - R_A \cdot \bar{i}_A^2)}{\partial \bar{i}} = \overline{u_V} - 2R_A \bar{i}_A = 18,9520 \quad 4.8,$$

kde A_i – citlivostní koeficient proudu [-]

Velikost vnitřního odporu ampérmetru Agilent 34410A R_A se získá z technické dokumentace přístroje poskytované výrobcem, viz tabulka 4-2.

Výpočet kombinované a rozšířené nejistoty

Pokud jsou známy nejistoty typu A $u_A(u_V)$, $u_A(i_A)$ pro odhad napětí $\overline{u_V}$ měřené voltmetrem Agilent 34410A a odhad proudu $\bar{i}_A$ protékající ampérmetrem Agilent 34410A a citlivostní koeficienty pro odhad výkonu $\overline{p_Z}$ odporové zátěže, je možné vypočítat standardní nejistotu typu A $u_A(p_Z)$ pro odhad výkonu $\overline{p_Z}$ a standardní nejistotu typu B $u_B(p_Z)$ pro výkon P_Z odporové zátěže R_Z způsobenou nepřesnostmi měřících přístrojů.

Výpočet standardní nejistoty typu A $u_A(p_Z)$ pro odhad výkonu $\overline{p_Z}$ se provede podle vztahu 4.9:

$$u_A^2(p_Z) = (A_u \cdot u_A(u_V))^2 + (A_i \cdot u_A(i_A))^2 = 37,78 \cdot 10^{-6} \text{ W} \quad 4.9,$$

kde $u_A(p_Z)$ – nejistota typu A odhadu nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z [W].

Výpočet standardní nejistoty B $u_B(p)$ nepřímého měření výkonu odporové zátěže R_Z se provede podle vztahů 4.10:

$$u_B^2(p_Z) = (A_u \cdot u_B(u_V))^2 + (A_i \cdot u_B(i_A))^2 = 0,0008 \text{ W} \quad 4.10,$$

kde $u_B(p_Z)$ - nejistota typu B odhadu nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z [W].

Výsledná kombinovaná nejistota $u_C(p_Z)$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se bude rovnat odmocnině ze součtu kvadrátů dílčích nejistot, tj. nejistoty typu A $u_A(p_Z)$ a B $u_B(p_Z)$:

$$u_C(p_Z) = \sqrt{u_A^2(p_Z) + u_B^2(p_Z)} = 0,02761 \text{ W} \quad 4.11,$$

kde $u_C(p_Z)$ – kombinovaná nejistota odhadu nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z [W]

Rozšířená kombinovaná nejistota $U(p)$ nepřímého měření výkonu P odporové zátěže R_Z se vypočítá podle vztahu 4.12:

$$U(p_Z) = k_r \cdot u_C(p_Z) = 0,0541 \text{ W} \quad 4.12,$$

kde k_r - koeficient rozšíření dosadí hodnota $k_r = 1,96$, což zajistí přesnost výsledky s pravděpodobností na $p = 0,95$,

$U(p_Z)$ - rozšířená kombinovaná nejistota [W].

Pokud by se za koeficient rozšíření k_r dosadila hodnota větší, například $k_r = 3,09$, výsledek by byl přesný téměř na 100%, ale hodnota nejistoty $U(p_Z)$ by o hodně narostla.

Výpočet chyby metody

Chyba metody spočívá v úbytku napětí U_A respektive ztrátě výkonu P_A na ampérmetru Agilent 34410A. Proto se tento úbytek musí odečíst od celkového výkonu P_Z spotřebovaný na zátěži R_Z podle vztahu 4.13:

$$P_Z = P - P_A \quad 4.13,$$

kde P – celkový výkon v obvodu [W],

P_Z - výkon spotřebovaný odporovou zátěží R_Z [W],

P_A - výkon spotřebovaný ampérmetrem Agilent 34410A vypočítán podle vztahu 4.14 [W]:

$$P_A = R_A \cdot \bar{i}_A^2 = 0,0036 \text{ W} \quad 4.14,$$

kde R_A - vnitřní odpor multimetru Agilent 34410A zjistitelný v technické dokumentaci přístroje nebo z tabulky 4-1 [Ω],

$\bar{i}_A$ - odhad proudu protékající ampérmetrem respektive odporovou zátěží [W].

Zápis výsledku

Výkon P_Z spotřebováváný na odporové zátěži R_Z se určí podle vztahu 4.15 jako odhad $\overline{p_Z}$ výkonu P_Z odporové zátěže $R_Z \pm$ rozšířená nejistota $U(p_Z)$. Odhad $\overline{p_Z}$ výkonu P_Z odporové zátěže R_Z je korigován chybou metody – výraz $R_A \cdot \overline{i_A^2}$.

$$P_Z = (\overline{u_V} \cdot \overline{i_A} - R_A \cdot \overline{i_A^2}) \pm U(p_Z) = 3,59 \pm 0,62 \text{ W} \quad 4.15,$$

kde P_Z – výkon spotřebováváný na odporové zátěži R_Z [W],

$\overline{u_V} \cdot \overline{i_A}$ – odhad výkonu p_Z odporové zátěže R_Z [W],

$R_A \cdot \overline{i_A^2}$ – chyba metody [W],

$U(p_Z)$ – rozšířená kombinovaná nejistota odhadu výkonu p_Z [W].

4.1.2 Zapojení V/A, velký odpor zátěže

Číslo měření $i[-]$	Napětí voltmetru U_V [V]	Proud ampérmetru I_A [mA]
1	18,9874	1,898
2	18,9873	1,898
3	18,9873	1,898
4	18,9871	1,898
5	18,9873	1,898
6	18,9870	1,898
7	18,9870	1,898
8	18,9869	1,898
9	18,9868	1,898
10	18,9867	1,898

TABULKA: 4-4: NEPŘÍMÉ MĚŘENÍ VÝKONU, ZAPOJENÍ V/A, ODPOR $R_Z=10\text{k}\Omega$

Pro měření výkonu P_Z odporové zátěže o velikosti $R_Z = 10\text{k}\Omega$ bude postup výpočtu nejistot stejný jako v předchozím případě, kdy byl předmětem měření výkon P_Z odporové zátěže o velikosti $R_Z = 100\Omega$. Rozdíl bude akorát v dosazení hodnoty vnitřního odporu ampérmetru Agilent 34410A R_A z důvodu změny měřicího rozsahu X_m ampérmetru kvůli menší hodnotě protékajícího proudu I_Z odporovou zátěží R_Z .

Výpočet nejistot typu A

Odhad napětí $\overline{u_V}$ je vypočten z tabulky 4-3 podle vztahu 4.16:

$$\overline{u_V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{Vi} = 18,9871 \text{ V} \quad 4.16,$$

Odhad proudu $\overline{i_A}$ je vypočten z tabulky 4-3 podle vztahu 4.17:

$$\bar{i}_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{Ai} = 1,898 \text{ mA} \quad 4.17.$$

Standardní nejistota typu A $u_A(u_V)$ pro odhad napětí $\bar{u}_V$ na voltmetru Agilent 34410A se vypočítá podle vztahu 4.18:

$$u_A(u_V) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (U_{Vi} - \bar{u}_V)^2} = 7,57 \cdot 10^{-5} \text{ V} \quad 4.18,$$

Standardní nejistota typu A $u_A(i_A)$ pro odhad proudu $\bar{i}_A$ protékajícím ampérmetrem Agilent 34410A se vypočítá podle vztahu 4.19:

$$u_A(i_A) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (I_{Ai} - \bar{i}_A)^2} = 7,4 \cdot 10^{-17} \text{ mA} \quad 4.19.$$

Vzhledem k tomu, že standardní nejistota A $u_A(i_A)$ je v řádu 10^{-17} a $u_A(u_V)$ v řádu 10^{-5} , lze je zanedbat a dále počítat s hodnotami $u_A(i_A) = 0$ a $u_A(u_V) = 0$.

Výpočet nejistot typu B

Vypočtení standardní nejistoty typu B $u_B(u_V)$ voltmetru a $u_B(i_A)$ ampérmetru Agilent 34410A se využijí vztahy 3.12 a 3.13, ale s jinou hodnotou chyby z měřícího rozsahu X_R a z měřené hodnoty X_m ampérmetru Agilent 34410A, protože se změnila hodnota protékajícího proudu I_A ampérmetrem Agilent 34410A.

Standardní nejistota typu B $u_B(u_V)$ voltmetru Agilent 34410A je vypočtena podle vztahu 4.20:

$$u_B(u) = \frac{\bar{u}_V \cdot X_m + X_r \cdot \delta_r}{100\sqrt{3}} = 0,0025 \text{ V} \quad 4.20.$$

Standardní nejistota typu B $u_B(i_A)$ ampérmetru je vypočtena podle vztahu 4.21:

$$u_B(i) = \frac{\bar{i}_A \cdot X_m + X_r \cdot \delta_r}{100\sqrt{3}} = 0,0016 \text{ mA} \quad 4.21.$$

Výpočet citlivostních koeficientů:

Koeficienty citlivosti pro napětí A_u a proud A_i jsou vypočteny podle vztahů 4.22 a 4.23:

$$A_u = \frac{\partial(\overline{u_V} \cdot \overline{i_A} - R_A \cdot \overline{i_A}^2)}{\partial \overline{u}} = \overline{i_A} = 0,0019 \quad 4.22$$

$$A_i = \frac{\partial(\overline{u_V} \cdot \overline{i_A} - R_A \cdot \overline{i_A}^2)}{\partial \overline{i}} = \overline{u_V} - 2R_A \overline{i_A} = 18,9681 \quad 4.23$$

Změnil se zde vnitřní odpor R_A ampérmetru Agilent 34410A oproti zapojení s menším odporem zátěže R_Z z $R_A = 0,1\Omega$ na $R_A = 5\Omega$ v důsledky změny rozsahu ampérmetru. "

Výpočet kombinované a rozšířené nejistoty

Výpočet standardní nejistoty A $u_A(p_Z)$ odhadu výkonu $\overline{p_Z}$ odporové zátěže R_Z se provede podle vztahu 4.24:

$$u_A^2(p_Z) = (A_u \cdot u_A(u_V))^2 + (A_i \cdot u_A(i_A))^2 = 0 \text{ W} \quad 4.24,$$

Výpočet standardní nejistoty B $u_B(p_Z)$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se provede podle vztahu 4.25:

$$u_B^2(p_Z) = (A_u \cdot u_B(u_V))^2 + (A_i \cdot u_B(i_A))^2 = 0,0010 \text{ W} \quad 4.25.$$

Výsledná kombinovaná nejistota $u_C(p_Z)$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se provede podle vztahu 4.26

$$u_C(p_Z) = \sqrt{u_A^2(p_Z) + u_B^2(p_Z)} = 0,0316 \text{ W} \quad 4.26.$$

Rozšířená kombinovaná nejistota $U(p_Z)$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se vypočítá podle vztahu 4.27:

$$U(p_Z) = k_r \cdot u_C(p_Z) = 0,0620 \text{ W} \quad 4.27.$$

Za k_r - koeficient rozšíření, se dosadí hodnota $k_r = 1,96$, což zaručí dostatečnou přesnost výsledku s pravděpodobností $p = 0,95$.

Výpočet chyby metody

Určení chyby metody je stejné jako při zapojení V/A s odporem $R_Z = 100\Omega$, akorát se do vztahu 4.28 dosadí hodnoty vnitřního odporu ampérmetru R_A a odhadu proudu $\overline{i_A}$ pro případ zapojení V/A s odporem $R_Z = 10k\Omega$.

$$\overline{p_A} = R_A \cdot \overline{i_A^2} = 5 \cdot 0,1889 = 0,0179 \text{ mW} \quad 4.28.$$

Zápis výsledku

Výkon P_Z spotřebováváný na odporové zátěži R_Z se určí podle vztahu 4.29 jako odhad $\overline{p_Z}$ výkonu P_Z odporové zátěže $R_Z \pm$ rozšířená nejistota $U(p)$. Odhad $\overline{p_Z}$ výkonu P_Z odporové zátěže R_Z je korigován chybou metody.

$$P_Z = (\overline{u_Z} \cdot \overline{i_Z} - R_A \cdot \overline{i_A^2}) \pm U(p_Z) = 0,0358 \pm 0,0620 \text{ W} \quad 4.29,$$

kde P_Z – výkon spotřebováváný na odporové zátěži R_Z [W],
 $\overline{u_V} \cdot \overline{i_A}$ – odhad výkonu p_Z odporové zátěže R_Z [W],
 $R_A \cdot \overline{i_A^2}$ – chyba metody [W],
 $U(p_Z)$ – rozšířená kombinovaná nejistota odhadu výkonu p_Z [W].

4.2 Výpočet standardních nejistot - zapojení A/V [9]

V případě zapojení podle schématu na obrázku 4.2 byly naměřené hodnoty napětí U_V na voltmetru a hodnoty proudu I_A protékajícím ampérmetrem. Tyto hodnoty jsou zaznamenány v tabulce 4-5.

4.2.1 Zapojení A/V, malý odpor zátěže

Číslo měření [i]	Napětí U_{Vi} [V]	Proud I_{Ai} [A]
1	19,0143	0,1899
2	19,0142	0,1899
3	19,0140	0,1899
4	19,0139	0,1899
5	19,0137	0,1899
6	19,0136	0,1899
7	19,0133	0,1899
8	19,0132	0,1899
9	19,0132	0,1899
10	19,0132	0,1899

TABULKA: 4-5 NEPŘÍMÉ MĚŘENÍ VÝKONU, ZAPOJENÍ A/V, ODPOR $R_Z=100\Omega$

Výpočet nejistoty typu A

Odhad napětí $\overline{u_V}$ napětí U_V na voltmetru Agilent 34410A se vypočte podle vztahu 4.30:

$$\overline{u_V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{Vi} = 19,0137 \text{ V} \quad 4.30.$$

Odhad proudu $\bar{i}_A$ proudu I_A tekoucím ampérmetrem Agilent 34410A se vypočítá podle vztahu 4.31:

$$\bar{i}_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{Ai} = 0,1899 \text{ A} \quad 4.31.$$

Standardní nejistota typu A $u_A(u_V)$ pro odhad napětí $\bar{u}_V$ na voltmetru Agilent 34410A se vypočte podle vztahu 4.32:

$$u_A(u_V) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (U_{Vi} - \bar{u})^2} = 1,35 \cdot 10^{-4} \text{ V} \quad 4.32,$$

Standardní nejistota typu A $u_A(i_A)$ pro odhad proudu $\bar{i}_A$ protékajícím ampérmetrem Agilent 34410A se vypočte podle vztahu 4.33:

$$u_A(i_A) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (I_{Ai} - \bar{i})^2} = 9,25 \cdot 10^{-18} \text{ A} \quad 4.33,$$

Nejistota typu A $u_A(i_A)$ odhadu proudu $\bar{i}_A$ lze v důsledku velmi malé hodnoty zanedbat a psát $u_A(i_A) = 0$.

Výpočet nejistot typu B

Po zjištění chyby z rozsahu δ_R a chyby změřené hodnoty δ_m z technické dokumentace přístroje nebo z tabulky 4-2 se vypočítá standardní nejistota typu B $u_B(u)$ voltmetru Agilent 34410A a $u_B(i)$ ampérmetru Agilent 34410A.

Nejistota typu B $u_B(u_V)$ voltmetru Agilent 34410A podle vztahu 4.34:

$$u_B(u) = \frac{\bar{u}_V \cdot X_m + X_r \cdot \delta_r}{100\sqrt{3}} = 0,0025 \text{ V} \quad 4.34,$$

Nejistota typu B $u_B(i_A)$ ampérmetru Agilent 34410A podle vztahu 4.35:

$$u_B(i) = \frac{\bar{i}_A \cdot \delta_m + X_r \cdot \delta_r}{100\sqrt{3}} = 0,0014 \text{ A} \quad 4.35.$$

Výpočet citlivostních koeficientů

Citlivostní koeficient pro napětí A_u se určí ze vztahu 4.36:

$$A_u = \frac{\partial \left(\overline{u_V} \overline{i_A} - \frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2} \right)}{\partial \overline{u_V}} = \overline{i_A} - \frac{2}{R_V} \cdot \overline{u_V} = 0,1899 \quad 4.36$$

Citlivostní koeficient pro proud A_i se určí ze vztahu 4.37:

$$A_i = \frac{\partial \left(\overline{u_V} \overline{i_A} - \frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2} \right)}{\partial \overline{i_A}} = \overline{u_V} = 19,0132 \quad 4.37$$

Výpočet kombinované nejistoty a rozšířené nejistoty

Výpočet standardní nejistoty typu A $u_A(p_Z)$ odhadu výkonu $\overline{p_Y}$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se provede podle vztahu 4.38:

$$u_A^2(p_Z) = (A_u \cdot u_A(u_V))^2 + (A_i \cdot u_A(i_A))^2 = 25 \cdot 10^{-6} W \quad 4.38$$

Výpočet standardní nejistoty typu B $u_B(p_Z)$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se provede podle vztahu 4.39:

$$u_B^2(p_Z) = (A_u \cdot u_B(u))^2 + (A_i \cdot u_B(i))^2 = 0,0007 W \quad 4.39,$$

Kombinovaná nejistota $u_C(p_Z)$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se bude podle vztahu 4.40 rovnat:

$$u_C(p_Z) = \sqrt{u_A^2(p_Z) + u_B^2(p_Z)} = 0,0272 W \quad 4.40$$

Rozšířená kombinovaná nejistota $U(p_Z)$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se vypočítá podle vztahu 4.41:

$$U(p_Z) = k_r \cdot u_C(p_Z) = 1,96 \cdot 0,03318 = 0,5331 W \quad 4.41$$

Hodnota nejistoty $u_C(p_Z)$ násobí koeficient rozšíření $k_r = 1,96$, což zajistí přesnost výsledku s pravděpodobností $p = 0,95$.

Výpočet chyby metody

Chyba metody v případě zapojení A/V spočívá ve spotřebování výkonu P_V voltmetrem, do kterého teče díky jeho vnitřnímu odporu R_V část celkového proudu I .

Podle I. Kirchhoffova zákona (zákon zachování elektrického náboje), který říká, že součet proudů do uzlu vstupujících se rovná součtu proudů z uzlu vystupujících, lze napsat vztah 4.42:

$$I_Z = I - I_V \quad 4.42$$

kde I_Z - proud protékající odporovou zátěží R_Z [A],
 I – celkový proud dodávaný zdrojem [A],
 I_V – proud, který teče do voltmetru Agilent 34410A [A].
Spotřebovaný výkon na voltmetru P_V lze určit ze vztahu 4.43:

$$P_V = \frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2} = 0,0361 \text{ mW} \quad 4.43,$$

kde R_V - vnitřní odpor voltmetru Agilent 34410A [Ω],
 $\overline{u_V}$ - odhad napětí na voltmetru Agilent 34410A [V].
 P_V - výkon P_V spotřebovaný na voltmetru Agilent 34410A [W]

Zápis výsledku

$$P_Z = (\overline{u_V} \overline{I_A} - \frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2}) \pm U(p_Z) = 3,61 \pm 0,5331 \text{ W} \quad 4.44,$$

kde P_Z – výkon spotřebovaný na odporové zátěži R_Z [W]
 $\overline{u_V} \cdot \overline{I_A}$ - odhad výkonu p_Z odporové zátěže R_Z [W]
 $\frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2}$ - chyba metody [W]
 $U(p_Z)$ - rozšířená kombinovaná nejistota odhadu výkonu p_Z [W]

4.2.2 Zapojení A/V, velký odpor zátěže

Číslo vzorku [i]	Napětí U_V [V]	Proud I_A [mA]
1	19,0305	1,8965
2	19,0306	1,8964
3	19,0308	1,8963
4	19,0307	1,8965
5	19,0307	1,8962
6	19,0307	1,8962
7	19,0305	1,8964
8	19,0304	1,8966
9	19,0305	1,8963
10	19,0304	1,8964

TABULKA 4-6: NEPŘÍMÉ MĚŘENÍ VÝKONU, ZAPOJENÍ A/V, ODPOR $R_Z=10\text{k}\Omega$

Výpočet nejistoty typu A

Odhad napětí $\overline{u_V}$ na voltmetru se určí podle vztahu 4.45:

$$\overline{u_V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{Vi} = 19,0306 \text{ V} \quad 4.45,$$

Odhad proudu $\overline{I_A}$ tekoucím ampérmetrem se vypočte podle vztahu 4.46:

$$\bar{i}_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{Ai} = 1,8964 \text{ mA} \quad 4.46.$$

Standardní nejistota typu A $u_A(u_V)$ pro odhad napětí $\bar{u}_V$ se určí ze vztahu 4.47:

$$u_A(u_V) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (U_{Vi} - \bar{u}_V)^2} = 4,46 \cdot 10^{-5} \text{ V} \quad 4.47.$$

Standardní nejistota typu A $u_A(i_A)$ odhadu proudu $\bar{i}_A$ je vypočtena podle vztahu 4.48:

$$u_A(i_A) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (I_{Ai} - \bar{i}_A)^2} = 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ mA} \quad 4.48,$$

Vzhledem k tomu, že standardní nejistota A $u_A(i_A)$ a $u_A(u_V)$ jsou v řádu 10^{-5} , lze jí zanedbat a dále počítat s hodnotami $u_A(i_A) = 0$ a $u_A(u_V) = 0$.

Výpočet nejistoty typu B

Nejistota typu B $u_B(u_V)$ voltmetru Agilent 34410A a $u_B(i_A)$ ampérmetru Agilent 34410A se určí z chyby z rozsahu δ_m a měřené hodnoty δ_r , které lze vyhledat v technické dokumentaci multimetrů Agilent 34410A nebo v tabulce 4-2.

Standardní nejistota typu B $u_B(u_V)$ voltmetru Agilent 34410A se vypočte podle vztahu 4.49:

$$u_B(u) = \frac{\bar{u}_V \cdot X_m + X_r \cdot \delta_r}{100 \cdot \sqrt{3}} = 0,0025 \text{ V} \quad 4.49,$$

Standardní nejistota typu B $u_B(i_A)$ ampérmetru Agilent 34410A se vypočte podle vztahu 4.50:

$$u_B(i) = \frac{\bar{i}_A \cdot X_m + X_r \cdot \delta_r}{100\sqrt{3}} = 0,0016 \text{ mA} \quad 4.50.$$

Výpočet citlivostních koeficientů

Citlivostní koeficient pro napětí A_u se vypočte podle vztahu 4.51:

$$A_u = \bar{i}_A - \frac{2}{R_V} \cdot \overline{u_V} = 0,0019 \quad 4.51$$

kde R_V - vnitřní odpor voltmetru Agilent 34410A

Citlivostní koeficient pro proud A_i se vypočte podle vztahu 4.52:

$$A_i = \overline{u_V} = 19,0306 \quad 4.52$$

Výpočet kombinované a rozšířené nejistoty

Výpočet **standardní nejistoty A $u_A(p_Z)$** odhadu $\overline{p_Z}$ nepřímo měřeného výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se provede podle vztahu 4.53:

$$u_A^2(p_Z) = (A_u \cdot u_A(u_V))^2 + (A_i \cdot u_A(i_A))^2 = 0 \text{ W} \quad 4.53,$$

Výpočet **standardní nejistoty B $u_B(p_Z)$** nepřímo měřeného výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se provede podle vztahu 4.54:

$$u_B^2(p_Z) = (A_u \cdot u_B(u_Z))^2 + (A_i \cdot u_B(i_A))^2 = 0,0010 \text{ W} \quad 4.54.$$

Standardní kombinovaná nejistota $u_C(p_Z)$ nepřímo měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se podle vztahu 4.55 bude rovnat:

$$u_C(p_Z) = \sqrt{u_A^2(p_Z) + u_B^2(p_Z)} = 0,0312 \text{ W} \quad 4.55$$

Rozšířená kombinovaná nejistota $U(p_Z)$ výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se vypočítá podle vztahu 4.56:

$$U(p_Z) = k_r \cdot u_C(p_Z) = 0,0612 \text{ W} \quad 4.56$$

Za koeficient rozšíření se dosadí stejně jako v předchozích případech hodnota $k_r = 1,96$, aby byl výsledek přesný s pravděpodobností $p = 0,95$.

Výpočet chyby metody

Chyba metody v případě zapojení A/V s odporem $R_Z = 10k\Omega$ bude v principu stejná jako v případě zapojení A/V s odporem $R_Z = 100\Omega$.

Spotřebovaný výkon P_V na voltmetru Agilent 34401A lze určit ze vztahu 4.57:

$$P_V = \frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2} = 0,0361 \text{ mW} \quad 4.57,$$

Vzhledem k stejnému vnitřnímu odporu multimetru Agilent 34401A $R_Z = 10M\Omega$ bude v případě stejného napětí U_V na voltmetru Agilent 34410A chyba metody stejná pro odpor zátěže o velikosti $R_Z = 100\Omega$ i $R_Z = 10k\Omega$.

Zápis výsledku

Výkon P_Z spotřebováváný na odporové zátěži R_Z se určí jako odhad $\overline{p_Z}$ výkonu P_Z odporové zátěže $R_Z \pm$ rozšířená nejistota $U(p)$ podle vztahu 4.58. Odhad $\overline{p_Z}$ výkonu P_Z odporové zátěže R_Z je korigován chybou metody.

$$P_Z = (\overline{u_V} \cdot \overline{i_A} - \frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2}) \pm U(p_Z) = 0,036 \pm 0,016 \text{ W} \quad 4.58,$$

kde P_Z – výkon spotřebováváný na odporové zátěži R_Z [W],

$\overline{u_V} \cdot \overline{i_A}$ - odhad výkonu p_Z odporové zátěže R_Z [W],

$\frac{1}{R_V} \cdot \overline{u_V^2}$ - chyba metody [W],

$U(p_Z)$ - rozšířená kombinovaná nejistota odhadu výkonu p_Z [W].

4.3 Zhodnocení měření

Změřené hodnoty a vypočtené výsledky jsou pro srovnání zaznamenány v tabulce 4-7. Z výsledků je vidět, že měření těmito metodami má smysl měřit pouze menší odpory, kde poměr mezi rozšířenou nejistotou $U(p)$ a odhadem výkonu $\overline{p_Z}$ není vysoký. U velkých odporů, jako například 10 k Ω je tento poměr podstatně vyšší.

Do měření a výpočtu by se daly započítat i další druhy nejistot, zejména nejistoty typu B $u_B(x)$. Jednou z dalších nejistot by mohla být nejistota typu B $u_B(r)$ odporové dekády, kde výrobce udává chybu 0,1% z rozsahu 100 Ω a 0,001% z rozsahu 10 k Ω . To znamená, že taková nejistota by byla zanedbatelná.

Nejistoty měření výkonu P_Z	Typ zapojení			
	V/A		A/V	
Odpor zátěže R_Z [Ω]	100	10 000	100	10 000
Odhad výkonu $\overline{p_Z}$ [W]	3,60	0,04	3,61	0,04
Rozšířená nejistota $U(p)$ [W]	0,62	0,06	0,53	0,02

TABULKA 4-7: SHRUTÍ VÝSLEDKŮ NEPŘÍMÉHO MĚŘENÍ VÝKONU P_Z ODPOROVÉ ZÁTĚŽE R_Z A ROZŠÍŘENÉ NEJISTOTY $U(p_Z)$

ROZBOR CHYB JEDNOTLIVÝCH ZAPOJENÍ[9]

Zhodnocení chyb metod jednotlivých zapojení je shrnuto v tabulce 4-8. Je vidět, že v případě zapojení A/V je chyba metody stejná pro oba odpory zátěže R_Z , protože žádný z těchto odporů R_Z nebyl natolik malý nebo velký, aby ovlivnil vnitřní odpor voltmetru R_V .

Naopak u zapojení V/A se v případě zátěžového odporu $R_Z = 100\Omega$. V tomto případě se chyba metody zvětšuje s klesající hodnotou zátěžového odporu R_Z . Závěr plynoucí z tohoto měření chyb zapojení je, že měření malého odporu v zapojení V/A je vhodné ze všeho nejméně. Ale v případě, že by se hodnota zátěžového odporu R_Z blížila k hodnotě $10M\Omega$, což je hodnota vnitřního odporu voltmetru R_V , bylo by nejméně vhodné zapojení A/V.

Chyba metody, měření výkonu P_z	Typ zapojení			
	V/A		A/V	
Odpor zátěže $R_Z[\Omega]$	100	10 000	100	10 000
Odhad výkonu $\bar{p}[\text{W}]$	3,60	0,04	3,61	0,04
Chyba metody[mW]	3,60	0,02	0,04	0,04

TABULKA 4-8: CHYBY METOD JEDNOTLIVÝCH ZAPOJENÍ

Měření probíhalo za teploty, vlhkosti a atmosférického tlaku, jejíž hodnoty nijak nemohli ovlivnit průběh měření.

5 VÝPOČET NEJISTOT V LabVIEW

LabVIEW je grafické vývojové prostředí (programovací jazyk G), které slouží k vytváření virtuálních přístrojů [10]. Je vhodné k řízení a vizualizaci měřících procesů a k měření a analýze signálů, jako je právě tento případ.

Prostředí LabVIEW se skládá ze dvou hlavních částí:

- *Front Panel* – čelní panel, který tvoří uživatelské rozhraní. *Front Panel* určuje vzhled aplikace a prostřednictvím ovladačů (*Control*) lze zadávat parametry, řídit běh aplikace. Pomocí indikátorů (*Indicators*) získávat informace o zpracovaných výsledcích [10].
- *Block Diagram* – blokový diagram, ve kterém je definován vlastní algoritmus aplikace, tzn. vhodné propojení prvků z *Front Panelu* [10].

PŘIPOJENÍ PŘÍSTROJŮ AGILENT 34410A

Po zapojení obvodu pro nepřímé měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z podle obrázku 4-1 v případě V/A zapojení nebo podle obrázku 4-2 v případě A/V zapojení se voltmetr Agilent 34410A a ampérmetr Agilent 34410A připojí pomocí USB rozhraní k PC, na kterém je nainstalováno vývojové prostředí LabVIEW. USB výstup je u měřicího přístroje Agilent 34410A umístěn na jeho zadní straně.

Po připojení přístrojů k PC přes USB rozhraní je potřeba na PC nainstalovat softwarový ovladač pro komunikaci PC s multimetry Agilent 34410A. Tento softwarový ovladač je k dispozici na CD dodávaném spolu s přístrojem Agilent 34410A nebo je ke stažení z oficiálních internetových stránek firmy Agilent.

Po spuštění multimetru Agilent 34410A tlačítkem na čelní straně přístroje, operační systém *MS Windows 7* začne automaticky vyžadovat již zmiňovaný softwarový ovladač k zatím ještě neznámému připojenému zařízení (multimetr Agilent 34410A). Po nainstalování ovladače se přístroje zobrazí v operačním systému *MS Windows 7* na panelu *Zařízení a tiskárny*.

Původní záměr byl, že na místo voltmetru bude připojen multimetr Metex 3890D, který lze také připojit k PC přes USB rozhraní. Bohužel nebyl k sehnání softwarový ovladač, který by byl podporován 64 bitovou verzí operačního systému *MS Windows 7* nainstalovaný na měřicím PC. Z tohoto důvodu byl jako voltmetr zvolen multimetr Agilent 34410A

5.1 Čelní panel programu pro výpočet nejistot [10]

Pro řešení problému výpočtu nejistot výkonu odporové zátěže bylo vybráno prostředí LabVIEW z důvodu snadného sběru naměřených dat. Na *Front Panelu* programu pro výpočet nejistot *Nejistoty.vi* jsou všechny indikátory pro zobrazování

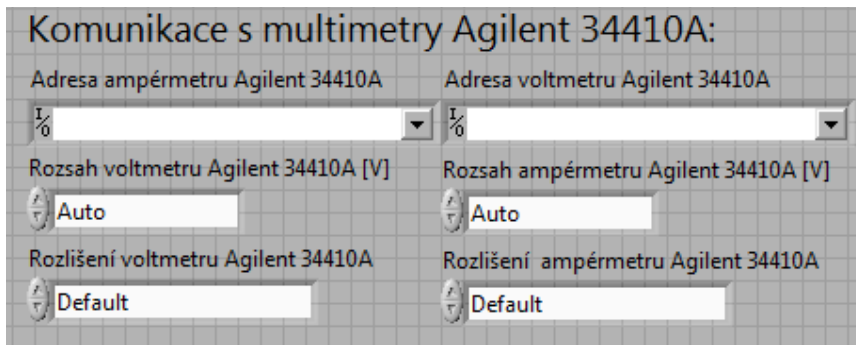
výsledků měření a výpočtů rozšířené nejistoty $U(p_Z)$ výkonu P_Z odporové zátěže R_Z a ovládací prvky pro ovládání a řízení běhu programu *Nejistoty.vi*.

Komunikace přístrojů s programem Nejistoty.vi [10]

Ovladač **Adresa ampérmetru Agilent 34410A** a **adresa voltmetru Agilent 34410A** (Obrázek 5-1) - jsou zjistitelné v kontextovém menu přístroje při nastavování dálkového režimu a výběru komunikační sběrnice. Do kontextového menu přístroje Agilent 34410A se lze dostat tlačítky *Shift + Utility* na ovládacím panelu přístroje (Agilent 34410A) a pomocí šipek se dostat do menu *Setup*. Pomocí tlačítka *Enter* se vstoupí do položky *Remote*, kde se aktivuje dálkové ovládání a nastaví se komunikační sběrnice USB. Po nastavení komunikace přes sběrnici USB se na displeji přístroje zobrazí jeho adresa. Správná adresa přístroje je nezbytná pro provedení měření.

Ovladač **Rozsah ampérmetru Agilent 34410A** a **Rozsah voltmetru Agilent 34410A** (Obrázek 5-1) zůstává nastaven na *Auto*, což znamená, že podle velikosti měřené hodnoty se rozsah ampérmetru Agilent 34410A a voltmetru Agilent 34410A mění automaticky. Pomocí šipek vedle ovladače rozsahů lze tento rozsah uživatelsky měnit.

Ovladač **Rozlišení ampérmetru Agilent 34410A** a **Rozlišení voltmetru Agilent 34410A** (Obrázek 5-1) zůstává nastaveno na *Default*. Pomocí šipek vedle ovladače rozlišení lze toto rozlišení uživatelsky měnit, tak jako v případě rozsahu přístroje.

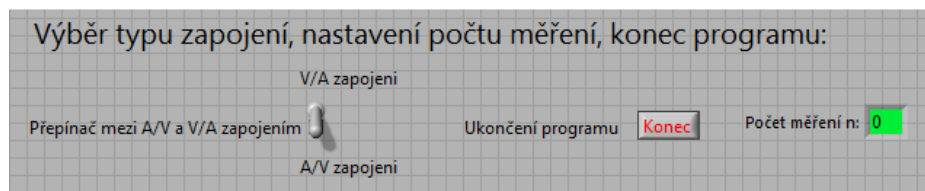


OBRÁZEK 5-1: FRONT PANEL - KOMUNIKACE S MULTIMETRY AGILENT 34410A PŘES USB ROZHRANÍ

Výběr typu zapojení

K výběru typu zapojení slouží binární přepínač (Obrázek 5-2), kterým lze přepínat mezi zapojeními:

- V/A zapojení – obvod zapojen dle schématu na obrázku 4-1
- V/A zapojení – obvod zapojen dle schématu na obrázku 4-2



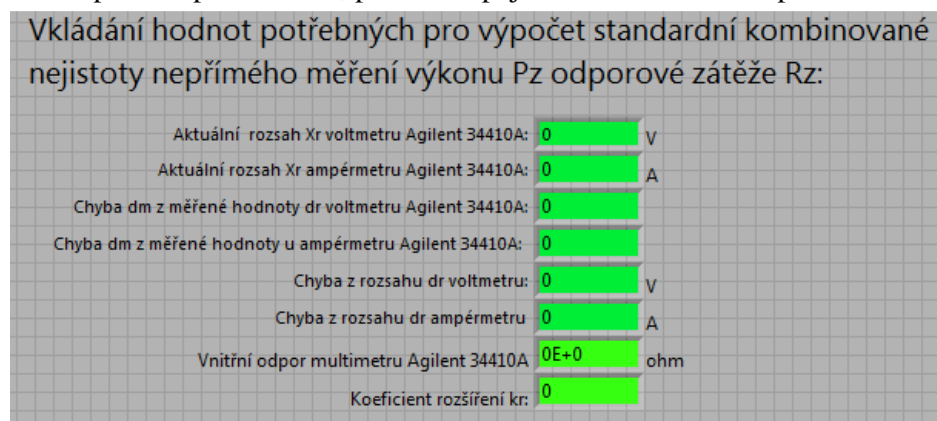
OBRÁZEK 5-2: FRONT PANEL - VÝBĚR TYPU ZAPOJENÍ, NASTAVENÍ POČTU MĚŘENÍ, UKONČENÍ PROGRAMU

Zadávání parametrů [10]

Na *Front Panelu* programu pro výpočet nejistot *Nejistoty.vi* jsou ovladače *Controls* pro nastavení (Obrázek 5-3):

- počtu měření n (Obrázek 5-1)
- rozsahu X_r voltmetru [V]
- rozsahu X_r ampérmetru [V]
- chyby z měřené hodnoty δ_m ampérmetru [%]
- chyby z měřené hodnoty δ_m voltmetru [%]
- chyby z rozsahu δ_r ampérmetru [%]
- chyby z rozsahu δ_r voltmetru [%]
- vnitřního odporu ampérmetru R_A [Ω]
- vnitřního odporu voltmetru R_V [Ω]
- koeficient rozšíření k_r [-]

Ovladač pro **Nastavení vnitřního odporu multimetru Agilent 34410A** (Obrázek 5-3 dole) je společný pro vnitřní odpor ampérmetru R_A a vnitřní odpor voltmetru R_V a zadá se podle vybraného typu zapojení. Při V/A zapojení se zadá vnitřního odporu ampérmetru R_A , při A/V zapojení se zadá vnitřní odpor voltmetru R_V .



OBRÁZEK 5-3: FRONT PANEL - VKLÁDÁNÍ HODNOT POTŘEBNÝCH PRO VÝPOČET STANDARDNÍ KOMBINOVANÉ NEJISTOTY UC(PZ)

Ovladač **Koeficient rozšíření k_r** (Obrázek 5-3 dole) - zadá se hodnota (viz Přílohy), kterou se rozšíří standardní kombinovaná nejistota $u_c(p_Z)$ nepřímého

měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z v závislosti na požadované přesnosti výsledku.

Informace o nejistotách [10]

Nezbytnou součástí *Front Panelu* jsou zobrazovače - *Indikátory*. Tyto *Indikátory* zobrazují výsledky jednotlivých početních úkonů, jako jsou (Obrázek 5-4):

- naměřené hodnoty napětí U_V [V] a proudu I_A [A]
- nejistota typu A odhadu napětí $u_A(\overline{u_V})$ [V]
- nejistota typu A odhadu proudu $u_A(\overline{i_A})$ [A]
- nejistota typu B z chyby voltmetru $u_B(u)$ [V]
- nejistota typu B z chyby ampérmetru $u_B(i)$ [V]
- citlivostní koeficienty A_u pro napětí [-]
- citlivostní koeficient A_i pro proud [-]
- standardní kombinovaná nejistota $u_C(p)$ výkonu odporové zátěže [W]
- rozšířená standardní nejistota U výkonu odporové zátěže [W]

Tato část *Front Panelu*, kde se zobrazují jednotlivé mezivýsledky je na obrázku 5-4.

Výpočty jednotlivých složek nejistot a citlivostních koeficientů:

Nejistota typu A odhadu napětí u_V [V]:	NaN	Citlivostní koeficient A_u pro napětí - V/A zapojení:	0
Nejistota typu B voltmetru Agilent 34410A [V]:	NaN	Citlivostní koeficient A_i pro proud - V/A zapojení:	0
Nejistota typu A odhad proudu i_A [V]:	NaN	Citlivostní koeficient A_u pro napětí - A/V zapojení:	NaN
Nejistota typu B ampérmetru Agilent 34410A [V]:	NaN	Citlivostní koeficient A_i pro proud - A/V zapojení:	NaN

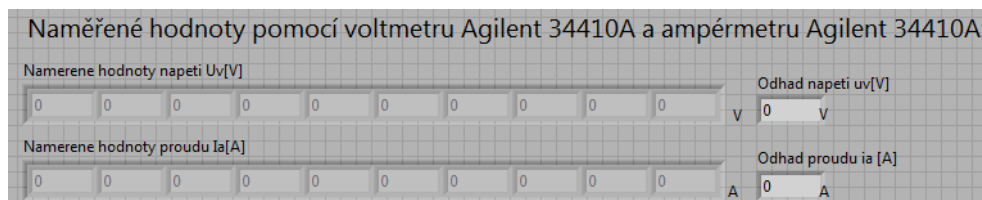
Výpočet standardní kombinované nejistoty a rozšířené nejistoty:

Standardní kombinovaná nejistota $u_C(p_z)$:	NaN
Rozšířená kombinovaná nejistota $U(p_z)$:	NaN

OBRÁZEK 5-4: FRONT PANEL - VÝPOČET JEDNOTLIVÝCH SLOŽEK NEJISTOT A CITLIVOSTNÍCH KOEFICIENTŮ

Indikátory citlivostních koeficientů (Obrázek 5-4) jsou zde dvakrát, protože pro každý typ zapojení budou nabývat jiných hodnot.

Naměřené hodnoty napětí U_V se zobrazují v poli *Namerene hodnoty napeti* U_V a **naměřené hodnoty proudu** I_A v poli *Namerene hodnoty proudu* I_A (Obrázek 5-5).



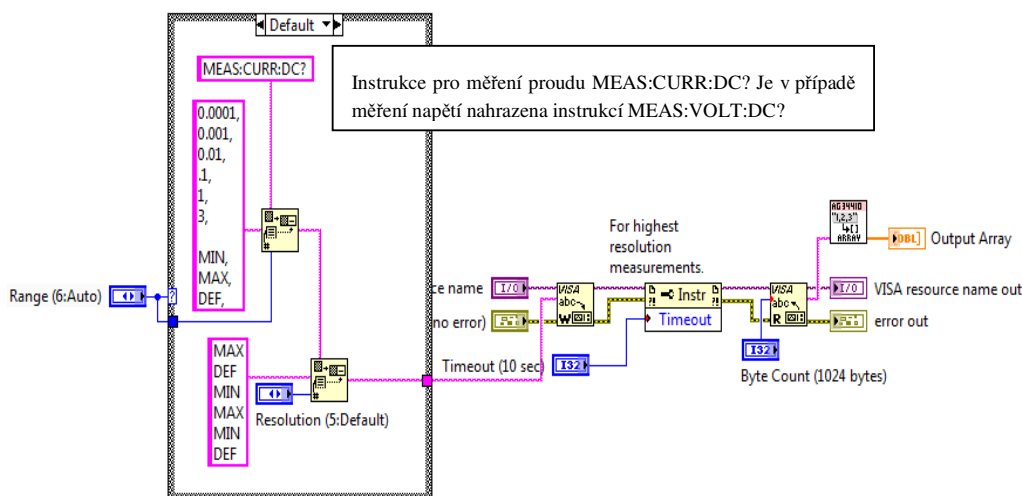
OBRÁZEK 5-5: FRONT PANEL - NAMĚŘENÉ HODNOTY NAPĚTÍ U_V A PROUDU I_A POMOCÍ MULTIMETRU AGILENT 34410A

5.2 Blokový diagram programu pro výpočet nejistot [10]

Na instalačním CD od Firmy Agilent k měřicímu přístroji 34401A s ovladači je k dispozici i knihovna, ve které jsou přeprogramované algoritmy pro různé měřicí úkony, které lze provádět s přístrojem Agilent 34410A. V této knihovně, s názvem *ag34410.llb* jsou například předdefinované virtuální přístroje pro měření napětí, proudu, odporu, diody, kapacity a dalších aplikací.

Získání hodnot z multimetru Agilent 34410A

Pro úlohu nepřímého měření nejistot výkonu P_Z na odporové zátěži R_Z je potřeba implementovat z knihovny *ag34410.llb* do algoritmu pro výpočet nejistot výkonu P_Z na odporové zátěži R_Z virtuální přístroje s názvy *AG34410 Measure DC Current.vi* – virtuální přístroj pro měření proudu I_A ampérmetrem Agilent 34410A a *AG34410 Measure DC Voltage.vi* – virtuální přístroj pro měření napětí U_V voltmetrem Agilent 34410A. Jak vypadá virtuální přístroj pro měření proudu v podání firmy Agilent je na obrázku 5-6.



OBRÁZEK 5-6: VIRTUÁLNÍ PŘÍSTROJ PRO MĚŘENÍ PROUDU *AG34410 MEASURE DC CURRENT.VI* Z KNIHOVNY *AG34410.LLB* OD FIRMY AGILENT

Virtuální přístroj pro měření napětí U_V je stejný jako pro měření proudu I_A na obrázku 5-6 s tím rozdílem, že na místě, kde je zápis instrukce pro měření proudu

MEAS:CURR:DC? (viz Obrázek 5-6) je uveden dotaz na měření napětí *MEAS:VOLT:DC?*.

Po zapojení obvodu, spuštění přístrojů a programu *Nejistoty.vi* v prostředí LabVIEW na PC se začnou měřit hodnoty napětí U_V na voltmetru Agilent 34410A a proudu I_A na ampérmetru Agilent 34410A, které se postupně ukládají do výstupního pole **Jednotlive hodnoty proudu I_A** (Obrázek 5-6 a 5-7). [10]

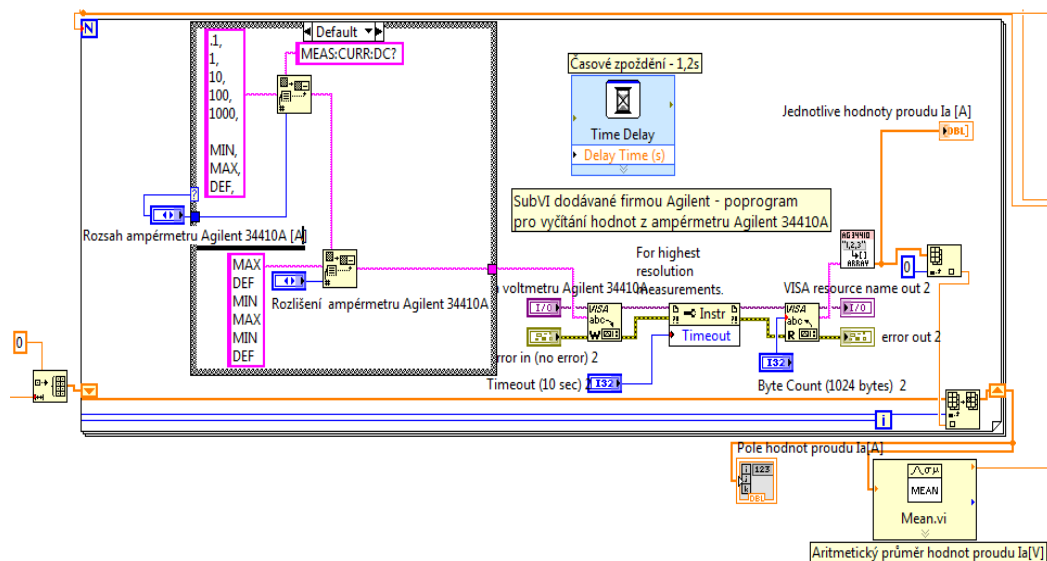
Po umístění virtuálního přístroje pro měření napětí U_V nebo proudu I_A do smyčky *For Cyklu* tak, jak je zobrazeno na obrázku 5-7, kde počet měření n určí uživatel zadáním hodnoty do ovladače **Počet měření n** na *Front Panelu*. V každém cyklu se změřená hodnota uloží na první místo ve výstupním poli **Jednotlive hodnoty proudu I_A** . V případě deseti měření se desetkrát přepíše první hodnota ve výstupním poli **Jednotlive hodnoty proudu I_A** .

Pro ošetření přepisování stále jedné hodnoty je potřeba do smyčky *For Cyklu* přidat následující funkce [10]:

- *Shift Register* - slouží k předávání hodnoty jednoho kroku iterace do dalšího kroku. Shift register se na jeho vstupu inicializuje polem pomocí funkce *Initialize Array* [10],
- *Initialize Array* - funkce, která vytvoří n -rozměrné pole a naplní ho předdefinovanými hodnotami [10]. Takto inicializované pole se přivede na vstup *Shift Registeru* a bude sloužit k ukládání hodnot napětí U_V nebo proudu I_A [10],
- *Index Array* – funkce, která slouží k vyčtení prvku z pole na přednastaveném indexu. V tomto případě to bude vždy prvek s indexem 0 [10],
- *Replace Array Subset* - funkce, která zajišťuje přepsání prvku v poli na i -té pozici, která je dána iterací *For Cyklu* [10]. V rámci *For Cyklu* se v každém kroku vyčte první hodnota z výstupního pole *Output Array* a předá se do předem inicializovaného pole v rámci *Shift Registeru* na i -tou pozici. Po skončení *For Cyklu* je k dispozici všech n změřených hodnot [10],
- *TimeDelay* – časové zpoždění nastavené na 1,2 s – hodnota z multimetru se odečte každé 1,2 s [10].

Po skončení *For Cyklu* (po vykonání n měření, kde n je počet měření zadaných uživatelem) budou všechny změřené hodnoty uloženy v poli **Pole hodnot proudu** v případě měření proudu I_A . V případě měření napětí U_V na voltmetru Agilent 34410A se změřené hodnoty ukládají do pole **Pole hodnot napětí**.

Tento postup se využije k vyčítání hodnot napětí U_V tak k vyčítání hodnot proudu I_A . Jak vypadá zapojení pro vyčtení n hodnot proudu I_A z měřicího přístroje Agilent 34410A je zobrazeno na obrázku 5-7.

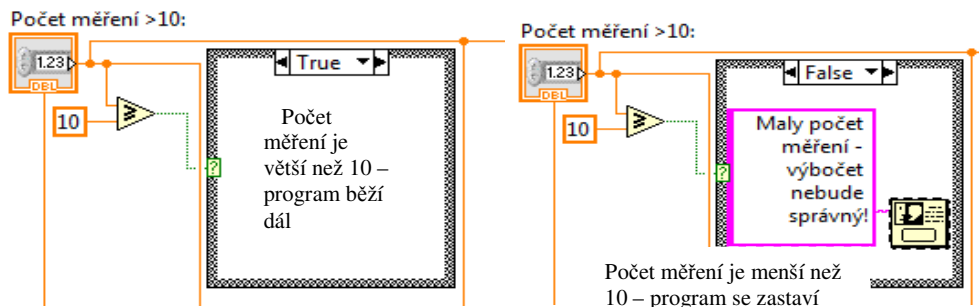


OBRÁZEK 5-7: ZAPOJENÍ VIRTUÁLNÍHO PŘÍSTROJE PRO MĚŘENÍ PROUDU S UKLÁDÁNÍM HODNOT DO POLE HODNOT PROUDU

V prostředí LabVIEW jsou předdefinované podprogramy *subVI* [10]. Pro výpočet odhadů napětí $\bar{u}_V$ a proudu $\bar{i}_A$ je využit podprogram *Mean.vi*. Na vstup podprogramu *Mean.vi* se v případě výpočtení odhadu napětí $\bar{u}_V$ přivede pole s hodnotami **Pole hodnot napětí** a v případě výpočtu odhadu proudu $\bar{i}_A$ se na vstup podprogramu *Mean.vi* přivede pole **Pole hodnot proudu**. Výstupem podprogramu *Mean.vi* je střední hodnota z prvků přivedeného pole na vstup. Střední hodnota – v tomto případě odhad napětí $\bar{u}_V$ a proudu $\bar{i}_A$ je využita k dalším výpočtům nepřímého měření nejistot výkonu P_Z odporové zátěže R_Z .

Omezení malého počtu měření [10]

Jak je uvedeno v teorii v kapitole 2.3 nesmí být počet měření napětí U_V voltmetrem Agilent 34410A a proudu I_A ampérmetrem Agilent 34410A menší než deset, protože by docházelo ke zkreslení výsledku standardní nejistoty typu A $u_A(u_V)$ odhadu napětí U_V respektive standardní nejistoty typu A $u_A(i_A)$ odhadu napětí I_A . Toto je v programu pro výpočet nejistot výkonu P_Z odporové zátěže R_Z *Nejistoty.vi* ošetřeno pomocí *Case struktury*, jak je vidět na obrázku 5-8.



OBRÁZEK 5-8: OŠETŘENÍ BĚHU PROGRAMU PŘI MALÉM POČTU MĚŘENÍ

V případě, že počet měření n je větší jak deset (obrázek 5-8 vlevo), je podmínka splněna a program pokračuje dál. Pokud je zadaný počet měření n menší jak deset, podmínka splněna není (obrázek 5-8 vpravo) a běh programu se zastaví a upozorní uživatele textovou upomínkou o zadání malého počtu měření n [10].

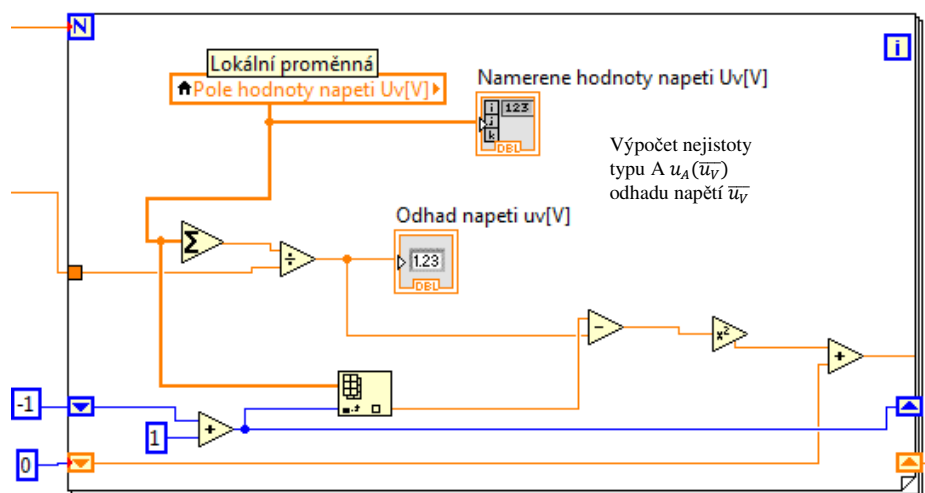
5.2.1 Standardní nejistoty typu A [10]

Standardní nejistota typu A, obecně značena jako $u_A(x)$, je specifická v tom, že vychází ze série opakovaných měření, vypočtení jejich aritmetického průměru neboli odhadu z kterého se vypočte standardní nejistota typu A $u_A(x)$. V programu Nejistoty .vi je postup výpočtu standardní nejistota typu A $u_A(\overline{u_V})$ pro odhad napětí $\overline{u_V}$ a $u_A(\overline{I_A})$ pro odhad proudu $\overline{I_A}$ řešen na obrázcích 5-9 a 5-10. Oba algoritmy na obrázcích 5-9 a 5-10 jsou ve své podstatě stejné, liší se pouze v hodnotách, se kterými pracují. Na obrázku 5-9 jsou to hodnoty získávané z voltmetru Agilent 34410A a na obrázku 5-10 jsou to hodnoty získávané z ampérmetru Agilent 34410A.

Nejistota typu A odhadu napětí nepřímého měření výkonu

V případě výpočtu standardní nejistoty typu A $u_A(\overline{u_V})$ pro odhad napětí $\overline{u_V}$ probíhá výpočet pomocí následujících funkcí (viz Obrázek 5-5):

- *Hodnoty napeti* – lokální proměnná, která předává naměřené hodnoty do pole **Namerene hodnoty napeti** [10],
- *Add Array Elements* - funkce, která sečte všechny prvky v poli **Namerene hodnoty napeti**. Součet se podělí n – počtem měření a tím se získá odhad napětí $\overline{u_V}$ [10],
- *Index Array* – výběr i -tého prvku z pole [10], od kterého se v každém kroku *For Cyklu* odečte odhad napětí $\overline{u_V}$. Tento rozdíl se umocní na druhou a v každém kroku *For Cyklu* se za pomocí *Shift Registru* přičte k minulé hodnotě rozdílu i -tého prvku a odhadu napětí $\overline{u_V}$ [10].



OBRÁZEK 5-9: ALGORITMUS VÝPOČTENÍ NEJISTOTY TYPU A ODHADU NAPĚTÍ U_V

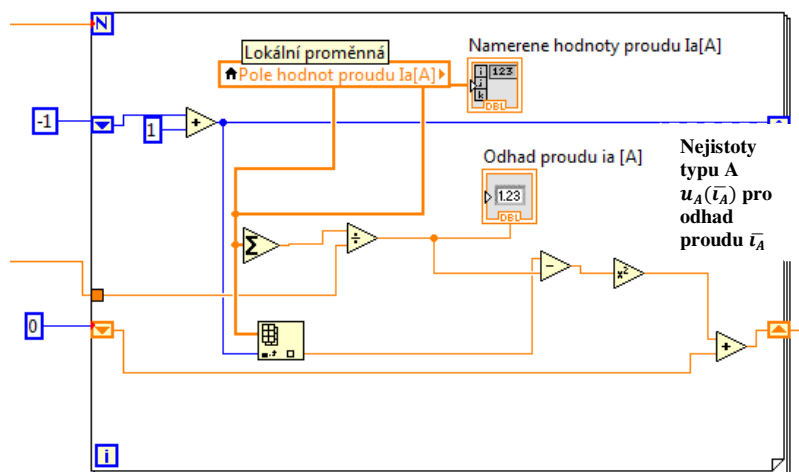
Po ukončení *For Cyklu* je na výstupu ze *Shift Registeru* objeví součet kvadrátů rozdílů mezi jednotlivými prvky pole *Namerene hodnoty napeti [V]* a odhadem napětí $\bar{u}_V$. Tento součet je přiveden na vstup *XVolt* do funkce *Formula Node*, na obrázku 5-11, ve které je vynásoben výrazem $1/n(n-1)$, kde n je počet měření, a následně odmocněn. Na výstupu z funkce *Formula Node NejistotaAVolt* se dostaví standardní nejistoty typu A $u_A(\bar{u}_V)$ pro odhad napětí $\bar{u}_V$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z .

Nejistota typu A odhadu proudu nepřímého měření výkonu

Algoritmus pro výpočet standardní nejistoty typu A $u_A(\bar{i}_A)$ pro odhad proudu $\bar{i}_A$ je stejný jako algoritmus pro výpočet standardní nejistoty typu A $u_A(\bar{u}_V)$ pro odhad napětí $\bar{u}_V$ [10].

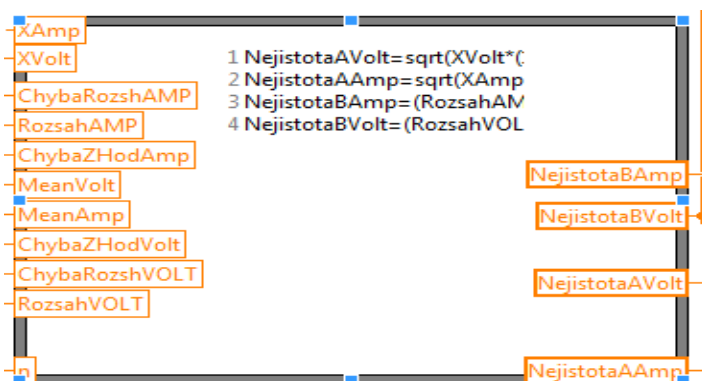
Také jsou zde prvky, které zajišťují [10]:

- Lokální proměnná *Hodnoty proudu*, která předává naměřené hodnoty proudu I_A do pole *Namerene hodnoty proudu*,
- Součtu prvků v poli *Namerene hodnoty proudu*,
- Výběr jednotlivých prvků pole podle kroku iterace *For Cyklu*,
- Výpočet rozdílu jednotlivých prvků pole a odhadu proudu $\bar{i}_A$ a přičítání těchto rozdílů pomocí *Shift Registeru* k sobě.



OBRÁZEK 5-10: ALGORITMUS VYPOČTENÍ NEJISTOTY TYPU A ODHADU PROUDU I_A

Výstup ze *Shift Registeru* nese hodnotu součtu všech kvadrátů rozdílů jednotlivých prvků naměřených hodnot proudu I_A a odhadu proudu $\bar{I}_A$. Tato hodnota je přivedena na vstup ***XAmp*** do funkce *Formula Node* (viz Obrázek 5-7), kde se vynásobí výrazem $1/n(n-1)$, kde n je počet měření, a následně odmocněn. Na výstupu ***NejistotaAAmp*** z funkce *Formula Node* se dostaví standardní nejistoty typu A $u_A(\bar{I}_A)$ pro odhad proudu $\bar{I}_A$ nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z .



OBRÁZEK 5-11: VÝRAZY ZAPSANÉ POMOCÍ FUNKCE FORMULA NODE

5.2.2 Standardní nejistoty typu B [10]

Standardní nejistoty typu B, běžně značené $u_B(x)$, jsou závislé na chybách měřících přístrojů. V tomto případě nutný zásah uživatele do běhu programu a to zadáním patřičných údajů, které jsou přivedeny na vstupy do funkce *Formula Node*:

- chyba voltmetru z měřené hodnoty X_m – přivedena na vstup ***ChybaZHodVolt***
- chyba ampérmetru z měřené hodnoty X_m – vstup ***ChybaZHodAmp***
- chyba voltmetru z rozsahu X_R – vstup ***ChybaRozshVolt***
- chyba ampérmetru z rozsahu X_R – vstup ***ChybaRozshAmp***

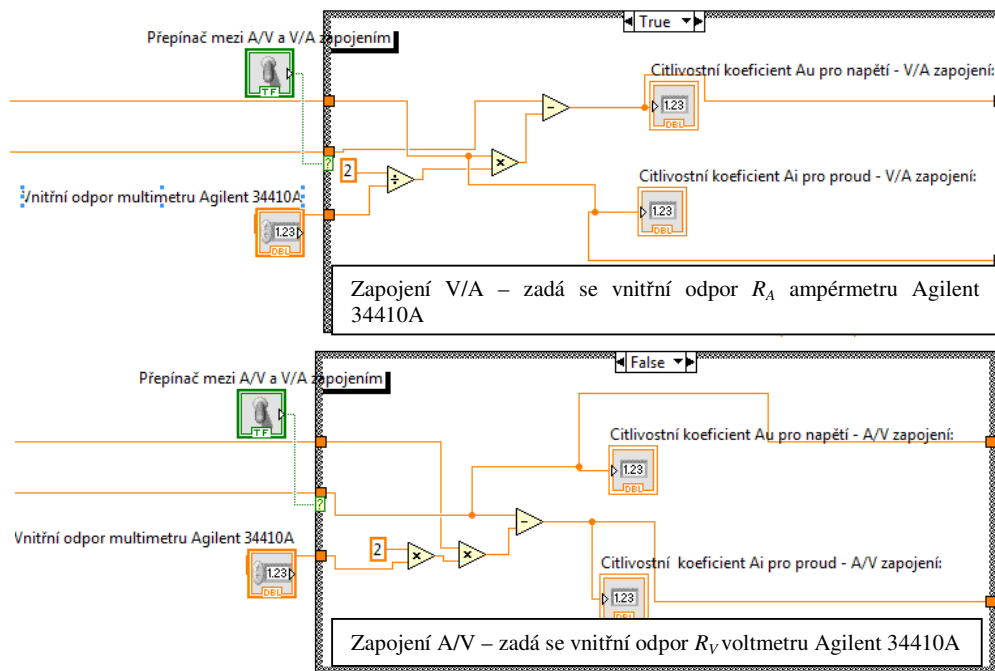
- aktuální rozsah ampérmetru - **RozsahAmp**
- aktuální rozsah voltmetru - **RozsahVolt**

Ve funkci *Formula Node* se vypočtou hodnoty standardní nejistoty typu B $u_B(u_V)$ voltmetru Agilent 34410A a $u_B(i_A)$ ampérmetru Agilent 34410A a zobrazí se na *Front Panelu* v *Indikátorech* (Obrázek 5-4):

- **Nejistota typu B voltmetru Agilent 34410A**
- **Nejistota typu B ampérmetru Agilent 34410A**

5.2.3 Citlivostní koeficienty [10]

Zde záleží na tom, zda je obvod zapojen podle schématu 3-1 nebo podle 3-2 a podle toho uživatel na *Front Panelu* přepne přepínač do polohy **V/A zapojení** nebo **A/V zapojení** a zadá vnitřní odpor ampérmetru Agilent 34410A R_A nebo voltmetru Agilent 34410A R_V v závislosti na typu zapojení. Údaje o hodnotách vnitřních odporů lze nalézt v technické dokumentaci přístroje.



OBRAZEK 5-12: ALGORITMY VÝPOČTU CITLIVOSTNÍCH KOEFICIENTŮ

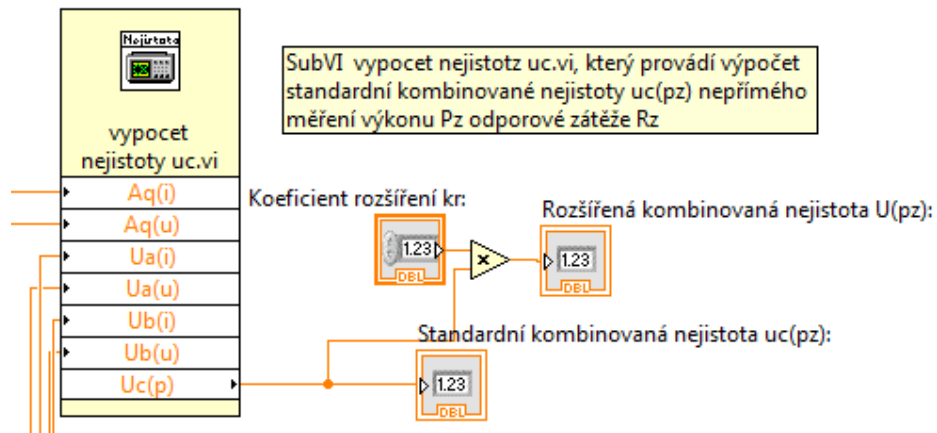
Výpočet citlivostních koeficientů pro napětí A_U a pro proud A_I pro V/A zapojení je na obrázku 5-12 nahoře a výpočet citlivostních koeficientů pro napětí A_U a pro proud A_I pro A/V zapojení je na obrázku 5-12 dole.

5.2.4 Kombinovaná a rozšířená nejistota [10]

Výpočet standardní kombinované nejistoty $u_C(p)$ výkonu P_Z odporové zátěže R_Z se provede naprogramováním rovnice 3.17, k čemuž je zapotřebí znát:

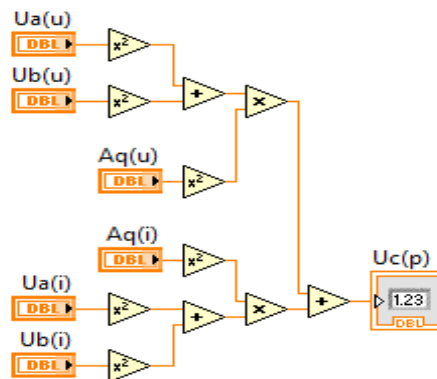
- standardní nejistotu typu A $u_A(\bar{i}_A)$ odhadu proudu $\bar{i}_A$ protékající ampérmetrem Agilent 34410A [A],
- standardní nejistotu typu A $u_A(\bar{u}_V)$ odhadu napětí $\bar{u}_V$ na voltmetru Agilent 34410A [V]
- standardní nejistotu typu B $u_B(i)$ ampérmetru Agilent 34410A [A]
- standardní nejistotu typu B $u_B(u)$ voltmetru Agilent 34410A [V]
- citlivostní koeficienty napětí A_U
- citlivostní koeficient proudu A_I .

Rovnice 3.17 je pro přehlednost naprogramována v samostatném programu VI s názvem *vypocet nejistoty uc.vi*, který je do hlavního VI implementován tak, jak ukazuje obrázek 5-13.



OBRÁZEK 5-13: IMPLEMENTACE PODPROGRAMU VYPOCET NEJISTOTY UC.VI

Na obrázku 5-13 je implementace podprogramu *vypocet nejistoty uc.vi*, který z vyjmenovaných parametrů v minulém odstavci vypočte standardní kombinovanou nejistotu $u_c(p_z)$ výkonu P_z odporové zátěže R_z . Na obrázku 5-14 je tělo podprogramu *vypocet nejistoty uc.vi*.



OBRÁZEK 5-14: TĚLO PODPROGRAMU VYPOCET NEJISTOTY UC.VI

Po provedení výpočtu se hodnota standardní kombinované nejistoty výkonu $u_c(p)$ zobrazí na *Front Panelu* v *Indikátoru* **Standardní kombinovaná nejistota $u_c(p_z)$** .

V případě, že uživatel zadal na *Front Panelu* do ovladače **Koeficient rozšíření k_r** (viz obrázek 5-3) koeficient rozšíření k_r , bude spočtena rozšířená kombinovaná nejistota $U(p_z)$ výkonu P_Z odporové zátěže R_Z . Hodnota rozšířené kombinované nejistoty se zobrazí v *Indikátoru* **Rozšířená kombinovaná nejistota $U(p_z)$** na *Front Panelu* (viz Obrázek 5-4) programu pro výpočet nejistot *Nejistoty.vi* nepřímého měření výkonu P_Z odporové zátěže R_Z .

6 ZÁVĚR

V této bakalářské práci jsem se zaměřil především na problematiku nepřímého měření nejistot výkonu odporové zátěže a na tvorbu programu pro výpočet nejistot výkonu odporové zátěže v prostředí LabVIEW.

Měření nejistot postupně vytěsňuje měření chyb i v oblasti průmyslového měření a postupem času budou všechny společnosti přecházet na systém měření nejistot. V této práci podrobně popisuji jednotlivé typy nejistot, výpočty těchto nejistot, vztahy mezi nejistotami, zdroje nejistot a jak správně zapisovat výsledky měření nejistot. Nejistota, která vychází z odhadu měřené veličiny, se nazývá standardní nejistota typu A. Nejistota, která je dána chybami (chyba z měřené hodnoty a z rozsahu) měřících přístrojů se nazývá standardní nejistota typu B. Kombinací nejistoty typu A a typu B získáváme standardní kombinovanou nejistotu, kterou lze pro zpřesnění rozšířit koeficientem rozšíření a tím získat rozšířenou kombinovanou nejistotu. V případě nepřímých měření musíme brát v úvahu kovariance mezi jednotlivými zdroji nejistot, pokud jsou tyto zdroje na sobě závislé.

Po seznámení s teorií o nejistotách měření jsem přešel k vypracování postupu výpočtu rozšířené kombinované nejistoty nepřímého měření výkonu odporové zátěže pomocí dvou multimetrů Agilent 34410A. Měření jsem prováděl pro dvě různá zapojení. V každém zapojení jsem použil dvě různě velké odporové zátěže, abych zjistil, které z použitých zapojení je pro kterou odporovou zátěž vhodnější. Z pohledu nejistot výkonu odporové zátěže je výsledkem nevhodnost obou zapojení pro měření nejistot výkonu velké odporové zátěže. Naopak pro malou odporovou zátěž jsou obě zapojení vhodná. Z pohledu chyby metody je pro menší odporovou zátěž vhodné pouze zapojení, kde chyba metody je dána ztrátou výkonu na ampérmetru. Pro velkou odporovou zátěž jsou vhodná obě zapojení.

V prostředí LabVIEW jsem vytvořil program *Nejistoty.vi*, který realizuje výpočet nepřímého měření nejistot výkonu odporové zátěže. Přes tento program lze navázat komunikaci s měřicími přístroji Agilent 34410A přes komunikační rozhraní USB. V tomto programu jsem taktéž realizoval zkušební měření nejistot výkonu odporové zátěže. V této bakalářské práci je popsáno, jak s programem pro výpočet nejistot pracovat, jak připojit měřicí přístroje k PC, jak je nakonfigurovat do dálkového režimu a jak je zpřístupnit v programu pro výpočet nejistot *Nejistoty.vi* v prostředí LabVIEW.

7 LITERATURA

- [1] PALENČÁR, R. - VDOLEČEK, F. - HALAJ, M. Nejistoty v měření I: vyjadřování nejistot. Automa 7, 2001, č. 7-8, s. 50-54
- [2] PALENČÁR, R. - VDOLEČEK, F. - HALAJ, M. Nejistoty v měření II: Nejistoty přímých měření. Automa 7, 2001, č. 10, s. 52-56
- [3] PALENČÁR, R. - VDOLEČEK, F. - HALAJ, M. Nejistoty v měření III: nejistoty nepřímých měření. Automa 7, 2001, č. 12, s. 28-33
- [4] PALENČÁR, R. - VDOLEČEK, F. - HALAJ, M. Nejistoty v měření V: od teorie k praxi. Automa 7, 2002, č. 5, s. 42-45
- [5] CHUDÝ, V. - PALENČÁR, R. – KUREKOVÁ, E. – HALAJ, M. Chyby a neistoty meraní. In *Meranie technických veličín* ISBN 80-227-1275-2. 1.vyd. Bratislava: vydavateľstvo STU, 1999, Kapitola 4, s. 50 – 77.
- [6] CHUDÝ, V. - PALENČÁR, R. – KUREKOVÁ, E. – HALAJ, M. Zásady a postupy při spracování nameraných údajov. In *Meranie technických veličín* ISBN 80-227-1275-2. 1.vyd. Bratislava: vydavateľstvo STU, 1999, Kapitola 5.1, s. 78 – 157.
- [7] ČESKÝ INSTITUT PRO AKREDITACI, o.p.s.: Dokumenty EA: Číslo publikace: EA 4/02: *Vyjadřování nejistot měření při kalibracích*
- [8] BEJČEK, L. - ČEJKA, M. - REZ, J. - GESCHEIDTOVÁ, E. – STEIBAUER, M. Měření výkonu. In *Měření v elektrotechnice - Skripta FEKT Vysokého učení technického v Brně*. Kapitola 11.3, s. 120 – 134.
- [9] Agilent 34410A/11A/L4411A User's Guide [on-line]: Printed in the USA: Agilent Technologies, 2001, 148s, [cit.:6.3.2012] dostupné z WWW: <<http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/34410-90001.pdf>>
- [10] VLACH, J. - HAVLÍČEK, J. – VLACH, M. *Začínáme s LabVIEW*, ISBN: 978-80-7300-245-9. 1. vydání. Praha: vydavatelství BEN – technická literatura, 2008, 248 s.
- [11] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (Příručka pro vyjadřování nejistot měření). BIPM, CIPM, ISO, OIML, IEC, IFCC, 2000.
- [12] FAJMON, B. – RŮŽIČKOVÁ, I. *Matematika 3 – Skripta FEKT Vysokého učení technického v Brně*. Část 2, Kapitola 13, s 208 - 229

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

A_q - citlivostní koeficient
 $\bar{x}$ - odhad měřené veličiny
 k_r - koeficient rozšíření
 r_x - korelační koeficient
 n - počet opakovaní měření
 $s_{\bar{x}}$ - směrodatná odchylka
 s_{pr} - průřezový rozptyl
 $u_c(x)$ - standardní kombinovaná nejistota
 $u_A(x)$ - standardní nejistota typu A
 $u_B(x)$ - standardní nejistota typu B
 U - rozšířená nejistota
 k_r - koeficient rozšíření
 z_{jmax} - změna hodnoty odchylky od nominální hodnoty měřené veličiny
 $\delta(z_j)$ - rozlišovací schopnost přístroje
 P_Z - výkon na zátěži
 U_V - měřené napětí voltmetrem
 U_Z - napětí na zátěži
 U_A - úbytek napětí na ampérmetru
 R_A - vnitřní odpor ampérmetru
 R_V - vnitřní odpor voltmetru
 P - celkový výkon v obvodu
 P_A - výkon ampérmetru
 P_Z - výkon zátěže
 X_m - měřená hodnota
 δ_m - chyba z měřené hodnoty (zapsáno desetinným číslem)
 X_r - rozsah přístroje
 δ_r - chyba rozsahu přístroje (zapsáno desetinným číslem)
 I - celkový proud v obvodu
 I_V - proud tekoucí do voltmetru
 I_Z - proud protékající zátěží

8 PŘÍLOHY

POUŽITÉ MĚŘICÍ PŘÍSTROJE:

- Multimetr Agilent A34410A



OBRÁZEK 8-1: AGILENT 34410A

- Laboratorní zdroj Statron 2223D



OBRÁZEK 8-2: ZDROJ STATRON 2223D

- Odporová dekáda Metra XL6



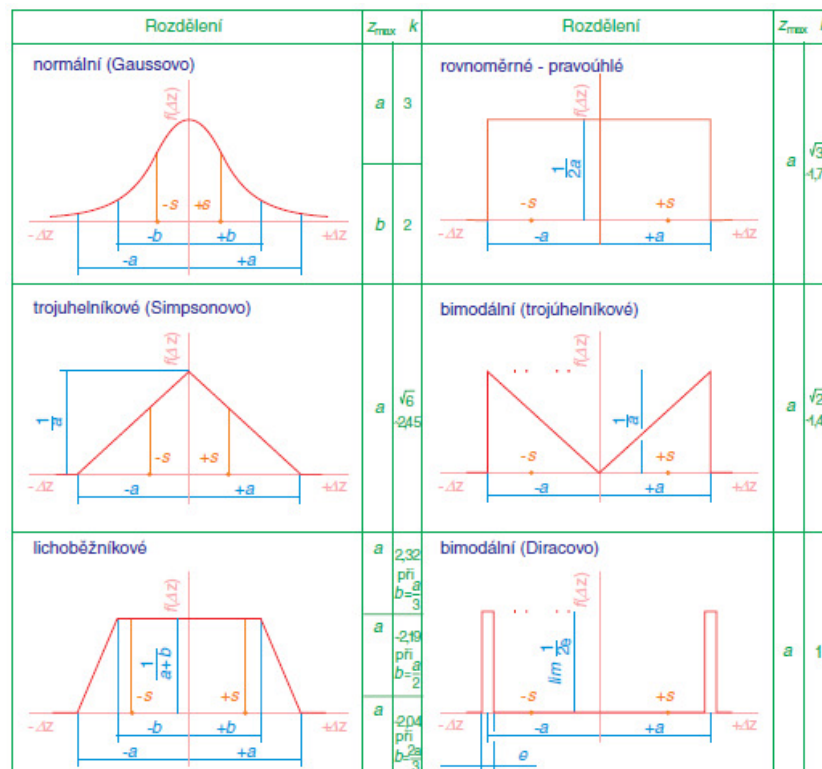
OBRÁZEK 8-3: ODPOROVÁ DEKÁDA METRA XL6

KOEFICIENTY ROZŠÍŘENÍ [7],[12]

Pravděpodobnost P [%]	Koeficient rozšíření k_r	Pravděpodobnost P [%]	Koeficient rozšíření k_r	Pravděpodobnost P [%]	Koeficient rozšíření k_r	Pravděpodobnost P [%]	Koeficient rozšíření k_r
90,0	1,65	92,6	1,79	95,2	1,98	97,8	2,23
90,2	1,66	92,8	1,80	95,4	2,00	98,0	2,33
90,4	1,67	93,0	1,81	95,6	2,01	98,2	2,37
90,6	1,68	93,2	1,83	95,8	2,03	98,4	2,40
90,8	1,69	93,4	1,84	96,0	2,05	98,6	2,46
91,0	1,70	93,6	1,85	96,2	2,08	98,8	2,51
91,2	1,71	93,8	1,87	96,4	2,10	99,0	2,58
91,4	1,72	94,0	1,88	96,6	2,12	99,2	2,65
91,6	1,73	94,2	1,90	96,8	2,14	99,4	2,75
91,8	1,74	94,4	1,91	97,0	2,17	99,6	2,88
92,0	1,75	94,6	1,93	97,2	2,20	99,8	3,09
92,2	1,76	94,8	1,94	97,4	2,23		
92,4	1,77	95,0	1,96	97,6	2,26		

TABULKA 8-1: KOEFICIENTY ROZŠÍŘENÍ KR PRO RŮZNÉ PRAVDĚPODOBNOSTNÍ MODEL Y

PRAVDĚPODOBNOSTNÍ ROZDĚLENÍ [2]:



OBRÁZEK 8-4: PRAVDĚPODOBNOSTNÍ ROZDĚLENÍ

FRONT PANEL PROGRAMU PRO VÝPOČET NEJISTOT NEJISTOTY.VI

Výběr typu zapojení, nastavení počtu měření, konec programu:

V/A zapojení

☐ V/A zapojení
 ☒ A/V zapojení

Přepínač mezi A/V a V/A zapojením:
 Ukončení programu:
 Počet měření n:

Naměřené hodnoty pomocí voltmetru Agilent 34410A a ampérmetru Agilent 34410A:

Naměřené hodnoty napětí $U_v[V]$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

V

Odhad napětí $u_v[V]$

0	V
---	---

Naměřené hodnoty proudu $I_a[A]$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A

Odhad proudu $i_a[A]$

0	A
---	---

Komunikace s multimetry Agilent 34410A:

Adresa ampérmetru Agilent 34410A:

Adresa voltmetru Agilent 34410A:

Rozsah voltmetru Agilent 34410A [V]:

Rozsah ampérmetru Agilent 34410A [V]:

Rozlišení voltmetru Agilent 34410A:

Rozlišení ampérmetru Agilent 34410A:

Vkládání hodnot potřebných pro výpočet standardní kombinované nejistoty nepřímého měření výkonu P_z odporové zátěže R_z :

Aktuální rozsah X_r voltmetru Agilent 34410A: V

Aktuální rozsah X_r ampérmetru Agilent 34410A: A

Chyba d_m z měřené hodnoty voltmetru Agilent 34410A:

Chyba d_m z měřené hodnoty ampérmetru Agilent 34410A:

Chyba z rozsahu d_r voltmetru:

Chyba z rozsahu d_r ampérmetru:

Vnitřní odpor multimetru Agilent 34410A: ohm

Koeficient rozšíření k_r :

Výpočty jednotlivých složek nejistot a citlivostních koeficientů:

Nejistota typu A pro odhad napětí [V]: NaN	Citlivostní koeficient A_u pro napětí - V/A zapojení: 0
Nejistota typu B pro měření napětí [V]: NaN	Citlivostní koeficient A_i pro proud - V/A zapojení: 0
Nejistota typu A pro odhad proudu [V]: NaN	Citlivostní koeficient A_u pro napětí - A/V zapojení: NaN
Nejistota typu B pro měření proudu [V]: NaN	Citlivostní koeficient A_i pro proud - A/V zapojení: NaN

Výpočet standardní kombinované nejistoty a rozšířené nejistoty:

Standardní kombinovaná nejistota $u_c(pz)$:

Rozšířená kombinovaná nejistota $U(pz)$:

OBRÁZEK 8-5: FRONT PANEL PROGRAMU PRO VÝPOČET NEJISTOT NEJISTOTY.VI

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1. CD:

- elektronická verze bakalářské práce (LEBEDA_BP_2012.DOC MS Word)
- elektronická verze bakalářské práce (LEBEDA_BP_2012.PDF Adobe Reader)
- program pro měření nejistot výkonu odporové zátěže (NEJISTOTY.VI LabVIEW 2011), podprogram pro výpočet kombinované nejistoty (VYPOCET NEJISTOTY UC.VI LabVIEW 2011)
- naměřená data (NEJISTOTY.XLS MS Excel)