



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

PEVNOSTNÍ KONTROLA STROMEČKOVÉHO ZÁVĚSU TURBÍNOVÉHO KOLA LETECKÉHO MOTORU

STRESS ANALYSIS OF THE TREE ROOT OF AN AIRCRAFT ENGINE TURBINE WHEEL

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

VOJTĚCH ČEPICA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. LUKÁŠ CHROMEK

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Vojtěch Čepica

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Pevnostní kontrola stromečkového závěsu turbínového kola leteckého motoru

v anglickém jazyce:

Stress analysis of the tree root of an aircraft engine turbine wheel

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Jednou z nejdůležitějších částí procesu návrhu stromečkového závěsu lopatky turbínového kola leteckého motoru je jeho pevnostní kontrola. Náplní této práce je tak pevnostní výpočet známými analytickými metodami, dále pevnostní výpočet pomocí metody konečných prvků a nakonec vzájemné porovnání dosažených výsledků.

Cíle bakalářské práce:

Cílem práce je provést analytický a numerický (MKP) pevnostní výpočet stromečkového závěsu turbínového kola leteckého motoru a dále tyto výpočty porovnat.

Seznam odborné literatury:

Linhart, Kamenický: Konstrukce leteckých motor, část I. VA AZ, 1986 Brno

Linhart, Kamenický: Konstrukce leteckých motor, část II. VA AZ, 1986 Brno

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Lukáš Chromek

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/2014.

V Brně, dne 30.10.2013

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Hlavním centrem pozornosti této bakalářské práce je pevnostní analýza stromčkového závěsu turbínového kola leteckého motoru. První část práce je věnována problematice leteckých motorů a různým druhům uchycení rotorových lopatek. Další kapitoly práce jsou věnovány samotnému výpočtu. V případě analytického výpočtu byly použity známé vztahy a pro numerický výpočet se využil program ANSYS Workbench založený na metodě konečných prvků. V závěru bakalářské práce se oba přístupy navzájem porovnaly.

ABSTRACT

The main focus of the bachelor thesis is stress analysis of the tree root of an aircraft engine turbine wheel. First part is dedicated to the issue of aircraft engine and various kinds of mounting the rotor blades. Next chapters of the thesis involve the calculation itself. The known equations have been used in case of analytical calculation whereas the ANSYS Workbench program based on finite element method has been used for the numerical calculations. Finally I compared both approaches in conclusion of the thesis.

KLÍČOVÁ SLOVA

Pevnostní analýza, stromčkový závěs, turbínové kolo, MKP, ANSYS

KEYWORDS

Stress analysis, tree root, turbine wheel, FEM, ANSYS

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ČEPICA, V. *Pevnostní kontrola stroměčkového závěsu turbínového kola leteckého motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 50 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Lukáš Chromek.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Pevnostní kontrola stromečkového závěsu turbínového kola leteckého motoru“ tvořil samostatně po konzultacích a s využitím odborné literatury.

V Brně dne 20. 5. 2014

.....

Vojtěch Čepica

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych chtěl poděkovat mému vedoucímu bakalářské práce Ing. Lukáši Chromkovi za jeho ochotu, rady, cenné připomínky a poskytnutou pomoc při zpracování této práce. Také bych rád poděkoval své rodině, která mi byla po celou dobu studia velkou oporou.

OBSAH

1.	ÚVOD	15
2.	FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE PRÁCE	16
2.1.	Cíle řešení.....	16
2.2.	Systém podstatných veličin.....	16
2.2.1.	Veličiny popisující prvky okolí objektu (S0)	16
2.2.2.	Veličiny komplexně popisující objekt (S1).....	16
2.2.3.	Vazbové a interakční veličiny objektu s okolím (S2).....	17
2.2.4.	Aktivační veličiny objektu s okolím (S3)	17
2.2.5.	Veličiny ovlivňující objekt a na něm probíhající procesy (S4).....	17
2.2.6.	Strukturně-vlastnostní veličiny objektu (S5).....	17
2.2.7.	Veličiny popisující procesy a stavy objektu (S6)	20
2.2.8.	Veličiny vyjadřující projevy objektu (S7).....	21
2.2.9.	Veličiny popisující důsledky projevů objektu (S8)	21
2.2.10.	Problém přímý či nepřímý?	21
3.	LETECKÉ MOTORY	22
3.1.	Jednoprúdový motor s radiálním kompresorem.....	22
3.1.1.	Plynová turbína.....	23
3.1.2.	Rotorová lopatka.....	23
3.2.	Druhy závěsů rotorových lopatek	23
3.2.1.	Stromečkový závěs	23
3.2.2.	Lichoběžníkový závěs.....	23
3.2.3.	Závěs kyvný čepový.....	23
3.3.	Axiální zajištění rotorových lopatek	23
4.	ÚVOD K METODĚ KONEČNÝCH PRVKŮ.....	24
4.1.	Rozdělení k přístupu řešení přímé úlohy pružnosti	24
4.2.	Lagrangeův variační princip.....	24
4.3.	Základní rovnice MKP	25
4.4.	Lineární úloha.....	26
4.5.	Nelineární úloha.....	26
4.5.1.	Kontaktní úloha	26
5.	ANALYTICKÝ VÝPOČET	27
5.1.	Výpočet závěsu lopatky	27

5.2.	Výpočet závěsu disku	30
5.3.	Výpočet na otláčení.....	32
6.	VÝPOČET KONCENTRÁTORU NAPĚTÍ	33
6.1.	Model geometrie	33
6.2.	Model okrajových podmínek.....	34
6.3.	Výpočet koncentrátorů napětí.....	35
7.	NUMERICKÝ VÝPOČET	37
7.1.	Model materiálu.....	37
7.2.	Model geometrie	37
7.3.	Okrajové podmínky	39
7.4.	Nastavení výpočtu.....	40
7.5.	Vyhodnocení pevnostní analýzy	40
7.5.1.	Napjatost v diskové části zámečku	40
7.5.2.	Napjatost lopatkové části zámečku	42
7.6.	Výpočet kontaktního tlaku	43
8.	POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ	44
9.	ZÁVĚR	46
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ	47
	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK	47
	SEZNAM OBRÁZKŮ	48
	SEZNAM TABULEK.....	49
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	50

1. ÚVOD

Mezi jednu z neoddelitelných součástí návrhu téměř jakéhokoliv výrobku patří v řadě případů i jeho pevnostní analýza. Konstruktor musí svou myšlenku realizace řešení určitého problému, kterou převede do podoby reálného výrobku, podrobit ještě před výrobou výpočtovému procesu tak, aby součást splňovala požadované vlastnosti s určitou bezpečností. Jedním z nejefektivnějších způsobů provedení pevnostní, dynamické nebo termální analýzy je v současné době metoda konečných prvků, která šetří mnoho času, financí a zefektivňuje celkový proces od návrhu po výrobu.

Záměrem mé práce je právě pevnostní výpočet stromechkového závěsu turbínového kola leteckého motoru. V úvodu je stručně zmíněna problematika leteckých motorů s návazností na různé druhy uchycení závěsů lopatek na turbínových kolech. Tato kapitola nemá za úkol ani tak popsat celkovou konstrukci leteckého motoru, jako spíše přiblížit funkci a uspořádání jednotlivých součástí, pro jasnější představu dějů v něm probíhajících za provozu. Uvědomění si všech důležitých dějů a procesů v leteckém motoru je základ pro simulování možných zátěžných stavů závěsu.

S touto otázkou úzce souvisí následující kapitola věnující se systému podstatných veličin, která se snaží postihnout všechny významné veličiny a okolnosti související s daným problémem. Jsou v něm zmíněny všechny podstatné veličiny, které si nemůžeme z určitých důvodů ve výpočtu dovolit zanedbat.

V další části je nastíněn základní princip metody konečných prvků. Tato kapitola je zde zmíněna z důvodu, že numerické výpočty pomocí této metody v dnešní době zaujímají stále dominantnější postavení a je hlavní metodou pro řešení komplikovanějších problémů tam, kde již analytické metody nestačí.

Ústřední částí je ovšem samotný výpočet sestávající se z analytické a numerické části. Analytická část výpočtu je značně zjednodušená, a proto předpokládáme jen orientační výsledky. V numerickém úseku řešení, který se uskuteční v programu ANSYS Workbench jako statická pevnostní úloha, již předpokládáme přesné výsledky rozložení napětí v závěsu lopatky a disku.

Na závěr dosažené výsledky z obou přístupů k řešení porovnáme a vyhodnotíme. Dosažené výsledky mohou poskytnout základní představu o namáhání stromechkového závěsu. Stromechkový závěs díky svým kladným vlastnostem a dlouhodobému historickému vývoji, kterým za desítky let prošel, nalézá v současnosti uplatnění i v nejmodernějších turbínových strojích a patří mezi jedno z nejpoužívanějších rozebíratelných uložení lopatek. Kromě leteckých motorů se tento druh uložení používá i u parních turbín různých velikostí, zejména díky snadné výměně poškozené lopatky, příznivým dynamickým vlastnostem a dobrému chlazení.

2. FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE PRÁCE

Turbínové kolo včetně stromečkového závěsu po obvodu kola a na lopatce je během provozu namáháno (především odstředivými silami a teplem horkých spalin). Hlavním cílem této bakalářské práce je pevnostně deformační analýza stromečkového závěsu pomocí výpočtového modelování metodou konečných prvků a známých analytických metod a následnému porovnání těchto výsledků. Díky tomu můžeme práci rozdělit na oblast teoretickou a praktickou. Praktickou část je dále možné dělit dle způsobu výpočtu na část analytickou a numerickou. V uvažovaných výpočtech je třeba zkontrolovat pevnost drážky zámku jak v turbínovém kole tak i závěsu lopatky. V obou případech se bude jednat o statickou pevnostní analýzu, která počítá s Hookovským materiálem, to znamená že se jedná o lineární problém. Výslednou napjatost v modelu porovnáme s mezí kluzu daného materiálu. Tato práce se bude věnovat pouze výpočtu a posouzení daného modelu bez následné optimalizace tvaru závěsu.

2.1. Cíle řešení

1. Studium teorie lopatkových strojů v leteckém průmyslu i obecně
2. Vytvoření výpočtového modelu segmentu kola turbíny importováním vhodně upravené geometrie z programu Autodesk Inventor
3. Analytický pevnostní výpočet stromečkového závěsu
4. Numerický pevnostní výpočet stromečkového závěsu
5. Porovnání dosažených výsledků

2.2. Systém podstatných veličin

Systém podstatných veličin by měl zahrnovat všechny veličiny, které popisují podstatné okolnosti z hlediska řešení problému. Je rozdělen do devíti podmnožin (S0-S8), které jsou vypsány v textu níže. Je třeba si uvědomit, že zanedbáním podstatné veličiny se dopouštíme základní chyby modelování, která vede k nesprávným výsledkům [1],[2].

Objekt - Stromečkový závěs turbínového kola leteckého motoru

Soustava - Tryskový letecký motor

Systém - Model segmentu turbínového kola se stromečkovým závěsem

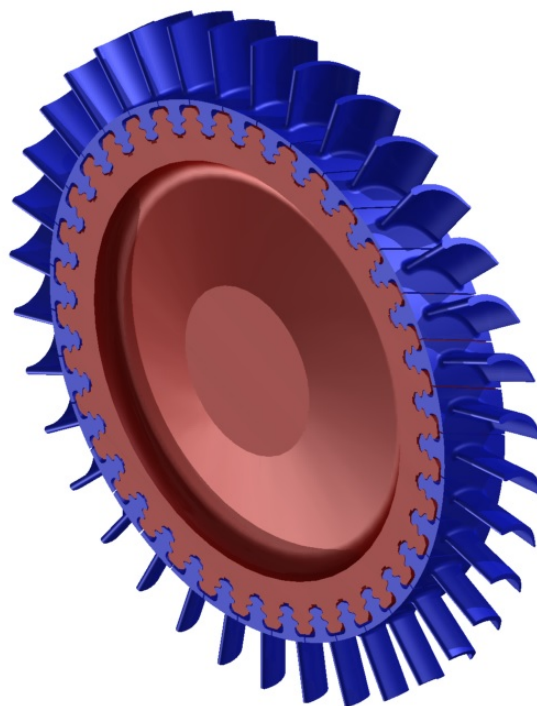
2.2.1. Veličiny popisující prvky okolí objektu (S0)

Lopatky jsou uchyceny pomocí stromečkových závěsů na disku axiální spalovací turbíny. Ta se nachází na společné hřídeli s radiálním kompresorem uloženém na dvou kuličkových ložiskách mazaných tlakovým olejem. Před turbínovým kolem se nachází rozváděcí kolo a spalovací komora motoru a za ním tryska, která usměrňuje spaliny proudící do prostoru za motorem.

2.2.2. Veličiny komplexně popisující objekt (S1)

Geometrie

Modelem geometrie je imaginární kolo axiální turbíny jednostupňového leteckého tryskového motoru s vkládanými lopatkami. CAD model byl dodán ve formátu *.iam a *.ipt, což jsou sestavy a části vytvořené v parametrickém 3D modeláři *Inventor* firmy *Autodesk*. Oba objemové modely geometrie (lopatka i disk) jsou definovány obecnými plochami (Obr.1).



Obr. 1 CAD model turbínového kola s lopatkami

2.2.3. Vazbové a interakční veličiny objektu s okolím (S2)

Jedná se o podněty či příčiny, které vyjadřují aktivaci objektu s okolím. Reálné vazby jsou nahrazeny příslušnými okrajovými podmínkami. V našem případě předepsanými posuvy.

2.2.4. Aktivační veličiny objektu s okolím (S3)

Objekt je z okolí aktivován tlaky a teplotami působícími na povrch lopatek. Dále teplotami na čelech disku turbínového kola a teplotami v prostoru stromečkového závěsu.

2.2.5. Veličiny ovlivňující objekt a na něm probíhající procesy (S4)

Kvůli rotaci sestavy lopatek na disku turbíny vznikají odstředivé síly na objektech neležících na ose rotace. Plyny ze spalovací komory procházejí přes lopatky turbíny a předávají jí část své tepelné energie. Teplota stromečkového závěsu, jakožto i celé turbíny se tak zvyšuje, což bude do výpočtu zahrnuto použitím Youngova modulu pružnosti v tahu při odpovídající teplotě (pro zjednodušení předpokládáme homogenní teplotní pole v celém stromečkovém závěsu). Gravitační síly, které jsou s ohledem na velikost odstředivé síly (jsou řádově větší) zanedbatelné, nebudou ve výpočtu uvažovány.

2.2.6. Strukturně-vlastnostní veličiny objektu (S5)

Model geometrie byl v případě numerického řešení nahrazen MKP sítí. V případě analytického řešení využijeme přesný model geometrie (CAD modelu).

Model materiálu

Model materiálu je pro lopatku i disk axiální turbíny stejný, jedná se o niklovou superslitinu Inconel 713 LC, která velmi dobře snáší vysoké teploty, které se běžně v turbínových motorech dosahují.

Tab. 1 Fyzikální a mechanické vlastnosti materiálu Inconel 713 LC

T [°C]	E [GPa]	μ [1]	ρ [kg·m ⁻³]	$R_{p0,2}$ [MPa]	R_m [MPa]
20	197	0,3	8 000	750	895
649	165	0,3	8 000	785	1 085

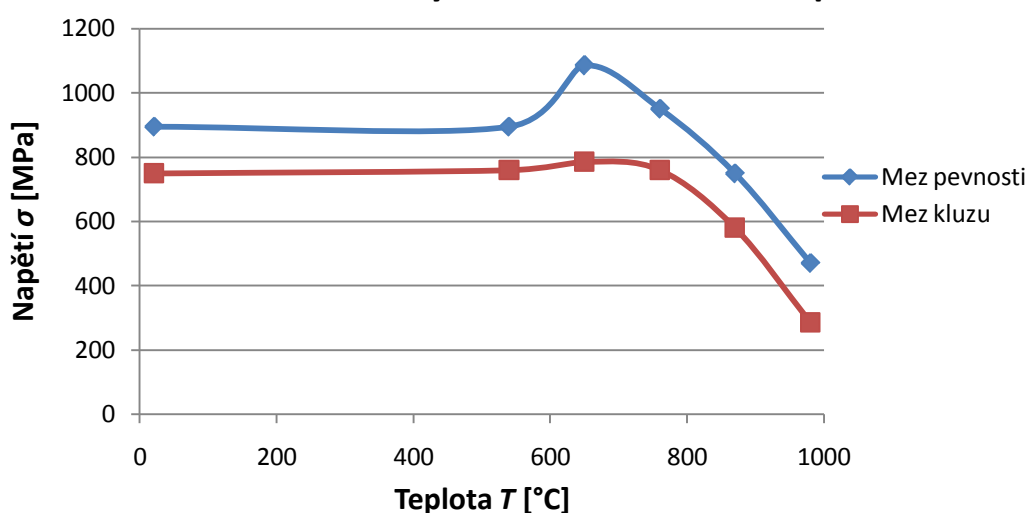
Niklová superslitina Inconel 713LC je velmi často používána v leteckých turbínových motorech. Tato slitina je obzvlášť vhodná pro výrobu spalovacích turbín pro tryskové motory a pomocné energetické jednotky v leteckém průmyslu. Niklová superslitina má vynikající odolnost vůči tepelné únavě a velmi dobrou slévatelnost. Jeho dlouhodobá životnost a spolehlivost je v přímém vztahu s jeho mikrostrukturou [3].

Tab. 2 Závislost meze kluzu a pevnosti na teplotě

Teplota T [°C]	21	538	649	760	871	982
Mez kluzu $R_{p0,2}$ [MPa]	750	760	785	760	580	285
Mez pevnosti R_m [MPa]	895	895	1085	950	750	470

Zajímavostí je, že při teplotách 650 až 800 °C dochází u niklové superslitiny INCONEL 713 LC ke zvýšení meze kluzu a meze pevnosti, díky tomu je tento materiál často používán na teplotně exponované části leteckých motorů, jako jsou například turbínová kola nebo rozvaděče.

Závislost materiálových charakteristik na teplotě



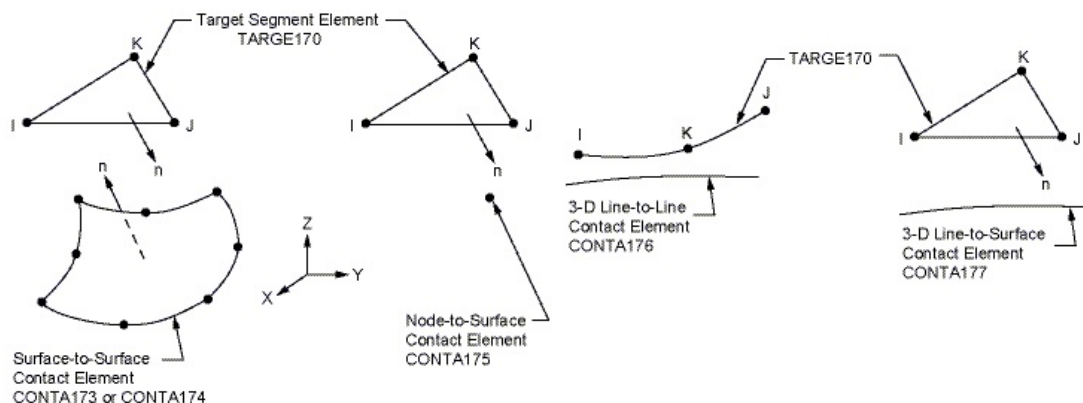
Obr. 2 Graf závislosti meze kluzu a pevnosti na teplotě

Použité typy konečných prvků

Dokumentace v nápovědě [4] k výpočtovému software ANSYS 14.5 popisuje použité prvky následovně:

TARGE 170

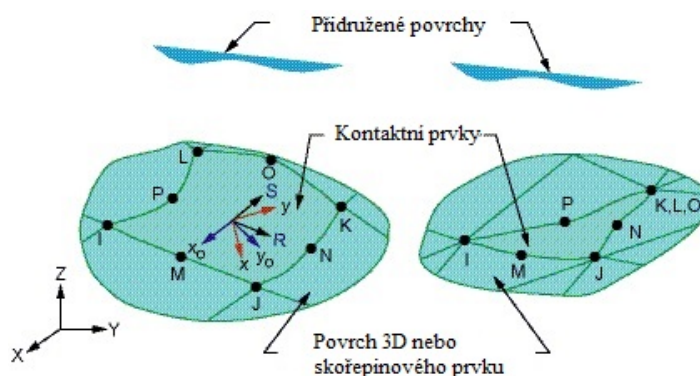
Targe 170 je používán k reprezentaci obecných kontaktních ploch. Kontaktní prvky překryjí prostorové, skořepinové nebo liniové prvky popisující hranici deformovatelného objektu a mohou potencionálně být v kontaktu s cílovou plochou, na které je definovaný prvek Targe170. Tento cílový povrch je diskretizován souborem prvků (Targe170) a je spárován s přidruženou kontaktní plochou.



Obr. 3 Prvek Targe 170 [4]

CONTA 174

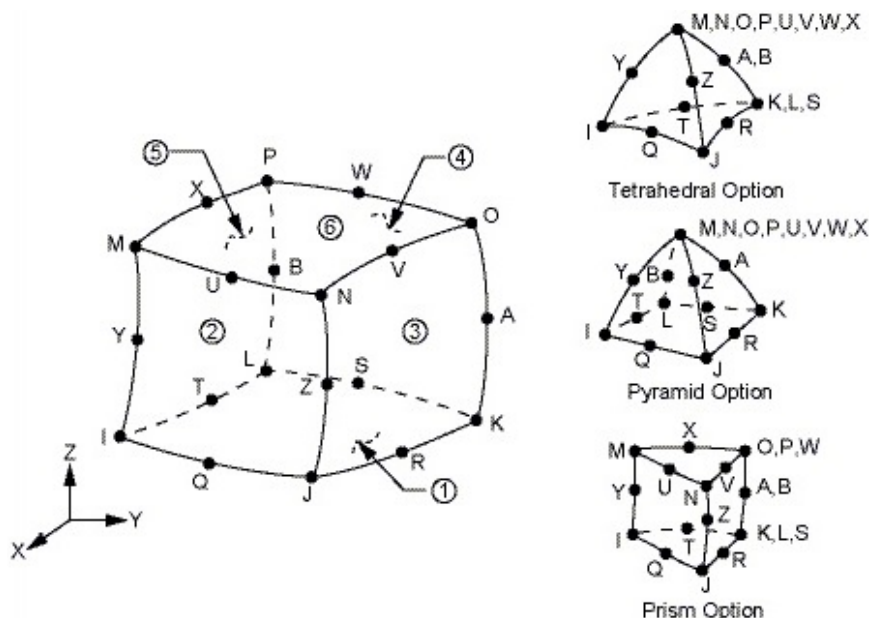
Conta 174 se používá k reprezentaci kontaktu mezi prostorovým povrchem a deformovatelným povrchem definovaným tímto elementem. Element je použitelný na 3D struktury a spojená pole kontaktní analýzy. Element je umístěn na povrchu 3D prvku nebo skořepinového prvku s uzly uprostřed hran. Prvek má stejné geometrické vlastnosti jako stěna prvku, se kterou je spojen. Ke kontaktu dochází, když povrch jednoho prvku pronikne do povrchu jiného prvku, kde se nachází prvek Targe170.



Obr. 4 Prvek Conta174 [4]

Solid 186

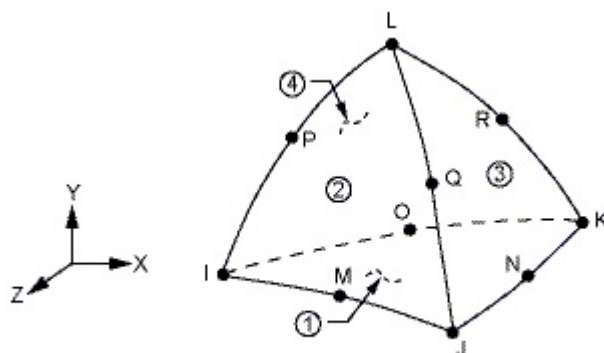
Solid 186 je prostorový prvek s dvaceti uzly a kvadratickou bázovou funkcí. Osm uzlů leží ve vrcholech prvku a dvanáct uprostřed hran (tzv. midsides). Každý uzel má tři stupně volnosti (posuvy ve směru „x“, „y“ a „z“). Tento prvek se používá pro vytváření nepravidelných sítí na modelech vytvořených v CAD/CAM modelářích. Prvek dokáže popsat plasticitu, hyperelasticitu, creep, deformační zpevnění, velké deformace a velká přetvoření.



Obr. 5 Prvek Solid 186 a jeho degenerované varianty [4]

Solid 187

Solid 187 je prostorový prvek (čtyřstěn) s deseti uzly a kvadratickou bázovou funkcí. Čtyři uzly leží ve vrcholech prvku a osm uprostřed hran. Každý má tři stupně volnosti (posuvy ve směru „x“, „y“ a „z“). Element dokáže popsat plasticitu, hyperelasticitu, creep, deformační zpevnění, velké deformace a velká přetvoření.



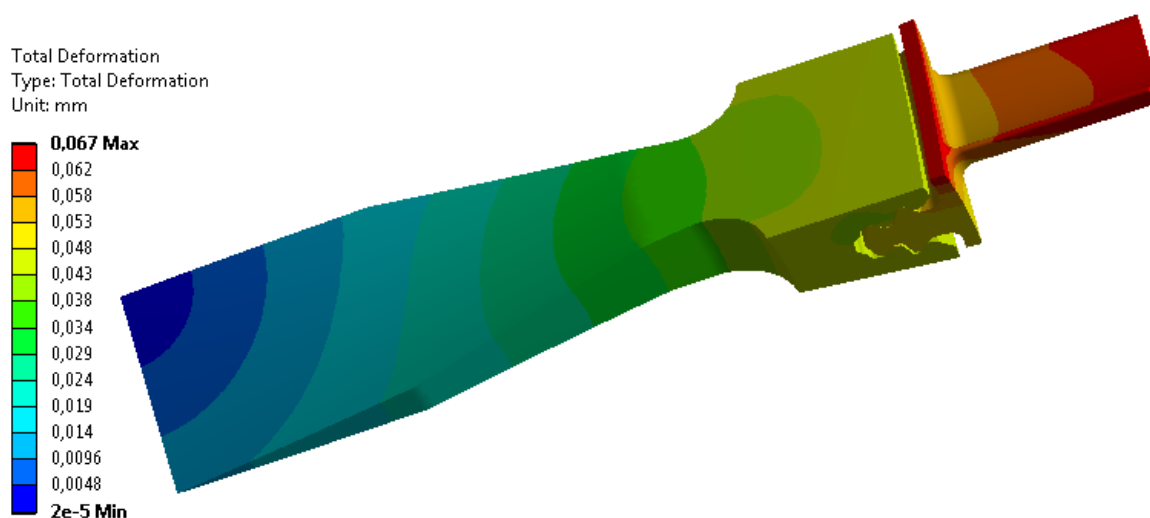
Obr. 6 Prvek Solid 187[4]

2.2.7. Veličiny popisující procesy a stavy objektu (S6)

Řešíme-li problém na makroúrovni mechaniky kontinua, což znamená, že se nezajímáme o ty procesy, které probíhají ve struktuře materiálu, a které vedou k deformacím stomečkového závěsu, a tím ke vzniku napjatosti, je tato množina prázdná.

2.2.8. Veličiny vyjadřující projevy objektu (S7)

Ve vztahu k deformaci stroměčkového závěsu je to převážně změna radiálních a axiálních rozměrů sestavy lopatka-disk. Ve vztahu k napjatosti změny tenzoru napětí.



Obr. 7 Celková deformace disku a lopatky v důsledku odstředivých sil

2.2.9. Veličiny popisující důsledky projevů objektu (S8)

Důsledkem odstředivé síly může dojít k radiálním deformacím stroměčkového závěsu nebo vzniku různých mezních stavů (MS kluzu, MS pevnosti).

2.2.10. Problém přímý či nepřímý?

Dle předešlého systému podstatných a problémově orientovaných veličin na objektu, je patrné, že se jedná o problém přímý, protože je známá struktura objektu, příčiny (aktivace) vyvolávající změnu a chování objektu a hledají se důsledky těchto příčin.

3. LETECKÉ MOTORY

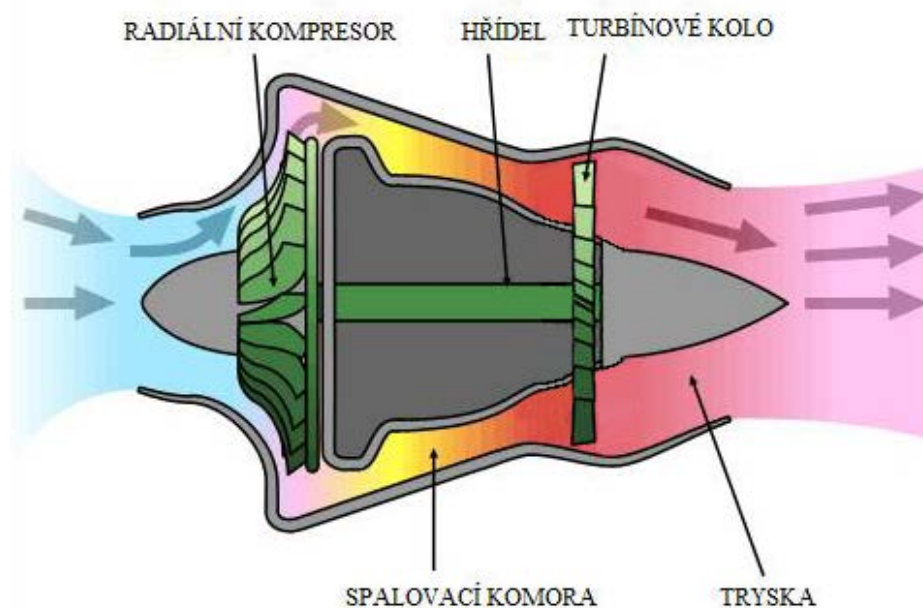
Letecké motory lze z konstrukčního hlediska rozdělit do několika základních skupin: pístové, lopatkové, náporové, pulsační, raketové a jiné. Lopatkové motory rozdělujeme na proudové a turbohřídelové. Proudové motory dále dělíme na jednoproudové, dvouproudové a speciální. Letecké motory lopatkové všech typů jsou tvořeny radiálním nebo axiálním turbokompresorem s difusorem, spalovací komorou a plynovou turbínou s rozváděcím kolem. Princip činnosti proudového motoru spočívá v nasátí a stlačení okysličovadla, tj. vzduchu do turbokompresoru, který ho vhání do spalovací komory, kam se do stlačeného vzduchu vstříkne palivo. Po jeho zapálení horké spaliny expandují v plynové turbíně, která přes společný hřídel pohání turbokompresor. Z plynové turbíny proudí spaliny k výtokové trysce, v níž se mění tlaková energie spalin na energii kinetickou. Reakčním účinkem vytékajícím proudy spalin je potom tahová síla motoru [5].

3.1. Jednoproudový motor s radiálním kompresorem

Motory s radiálním kompresorem (Obr. 8) jsou charakteristické:

- malým hmotnostním tokem vzduchu motorem
- malým dosažitelným tahem motoru
- nízkým stlačením vzduchu v kompresoru
- použitím trubkové spalovací komory
- použitím jednostupňové plynové turbíny
- levnou výrobou
- jednoduchou obsluhou
- malou citlivostí na znečištění vzduchu
- vyšší měrnou spotřebou paliva

Jednoproudý motor s radiálním kompresorem se využívá pro motory s menším tahem. Je využíván například pro lehké a ultralehká sportovní letadla, větroně nebo bezpilotní létající prostředky [5].



Obr. 8 Proudový motor s radiálním kompresorem [6]

3.1.1. Plynová turbína

Plynová turbína lopatkového motoru má za úkol přeměnit tepelnou energii plynů na mechanickou práci. V leteckých lopatkových motorech se využívá zejména axiální přetlaková plynová turbína, která dosahuje nejvyšší účinnosti. Plynové turbíny mohou být jednostupňové, dvoustupňové nebo vícešupňové. Plynová turbína se skládá z rotoru, jehož součástí jsou oběžné lopatky a ze statoru, který je tvořen skříní a usměrňovacím ústrojím (rozdávací kolo). Oběžná kola plynové turbíny mohou být jak integrální (z jednoho kusu), tak s vkládanými lopatkami [5].

3.1.2. Rotorová lopatka

Rotorová lopatka je jednou z hlavních funkčních součástí celého rotoru. Sestává se z pracovní části, tzv. list lopatky, závěsové části, tzv. závěs lopatky, kterým je uchycena v disku a přechodové části mezi listem a závěsem lopatky [5],[7].

3.2. Druhy závěsů rotorových lopatek

Závěsy lopatek by měly splňovat především zajištění polohy lopatky při všech možných režimech provozu. Také by měly umožnit snadnou vyměnitelnost lopatky v případě defektu. Závěs by měl také pozitivně ovlivňovat tlumení v případě vysokocyklového kmitání a zabírat co nejmenší úsek na obvodu rotoru. V neposlední řadě může přispívat k lepšímu chlazení lopatky [5],[7].

3.2.1. Stromečkový závěs

Tento druh závěsu se užívá při velkých zatíženích a vyšších provozních teplotách, při nichž může dojít k vyrovnání zatížení jednotlivých zubů plastickou deformací. Jeho výhodou je, že vůle mezi zuby může být využita ke chlazení. Nepatrnými nevýhodami jsou špatný přestup tepla z lopatky do disku a vyžadovaná vysoká výrobní přesnost [5],[7].

3.2.2. Lichoběžníkový závěs

Jedná se o nejrozšířenější a nejpoužívanější závěs rotorových lopatek axiálních kompresorů, avšak pro lopatky turbín je tento závěs nevhodný s ohledem na malou šířku disku při větším počtu lopatek. V závěsu dochází k poškození hlavně v klínové části závěsu a v krčích disku [5],[7].

3.2.3. Závěs kyvný čepový

Závěs má vidlicové výběžky s oky, kterými je zasunut do drážky disku a ukotven příčně kruhovým čepem. Čep je uložen buďto s přesahem a lopatka je potom pevná nebo s vůlí a lopatka může zaujmout výhodnou pozici vůči výslednici působících sil. Závěs kyvný čepový se využívá především pro uchycení lopatek kompresorů. Nevýhodou kyvného závěsu je velké namáhání vidlicového závěsu [5].

3.3. Axiální zajištění rotorových lopatek

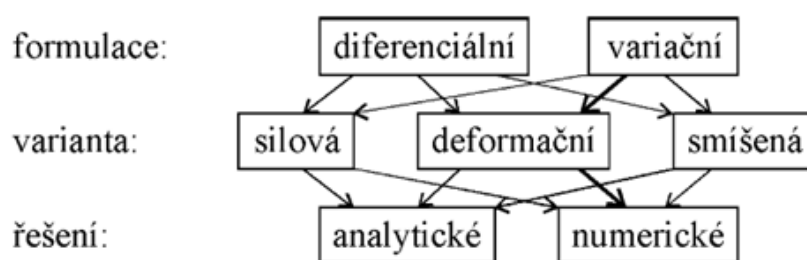
Na lopatky působí kromě radiálních odstředivých sil i axiální síly způsobené proudícím médiem (spaliny) a proto je třeba lopatky uložené v závěsech pojistit proti axiálnímu posunutí. Pojištění lopatek se provádí buďto společně nebo individuálně. Pojištění se provádí kolíky, čepy, rozříznutými pružnými kroužky, závrtnými šrouby nebo kolíky [7].

4. ÚVOD K METODĚ KONEČNÝCH PRVKŮ

Metoda konečných prvků zaujímá zcela dominantní postavení mezi numerickými metodami v oblasti inženýrských výpočtů. Využívaná je zejména tam, kde analytické metody selhávají. Je použitelná v oblastech jako mechanika kontinua, vedení tepla, elektřina, magnetismus, difúze a další. Velkého rozmachu se metoda konečných prvků dočkala s masivním rozvojem výpočetní techniky v 50. letech 20.století. Je třeba říci, že v případě MKP se jedná o přibližné řešení, protože zahrnuje inherentní chybu. Velká výhoda této metody spočívá v řešení geometricky složitých tvarů, které již nelze řešit analyticky [8][9].

4.1. Rozdělení k přístupu řešení přímé úlohy pružnosti

Základní rozdělení můžeme obsáhnout podle tří hledisek. Podle použité matematické formulace na diferenciální a variační princip. Podle výběru nezávislých neznámých funkcí na přístup deformační, silový a smíšený. U deformačního přístupu jsou neznámé složky posuvů, u silového jsou to složky napětí a u smíšeného přístupu jsou to složky napětí i posuvů. A jako třetí bereme hledisko vlastní realizace řešení. Mezi toto rozdělení patří dvě možnosti a to analytické, kde se snažíme nalézt výsledek ve tvaru spojitých funkcí pomocí matematické analýzy a numerické, které převádí problém hledání spojitých funkcí na hledání konečného počtu neznámých parametrů. MKP jako numerická metoda pak převážně používá variační formulaci a deformační přístup [8].



Obr. 9 Schéma rozdělení přístupu k řešení [8]

4.2. Lagrangeův variační princip

Lagrangeův variační princip je základem pro deformační variantu MKP, a proto je vhodné se o něm stručně zmínit. Jeho formulace zní:

„Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkovou potenciální energii Π stacionární hodnotu.“ [8]

Lze dokázat, že uvedená stacionární hodnota existuje, je jednoznačná a je zároveň i minimum celkové potenciální energie Π .

Potom celková potenciální energie tělesa je dána vztahem:

$$\Pi = W - P, \quad (1)$$

kde W je energie napjatosti tělesa Ω

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dV, \quad (2)$$

a P je potenciál vnějšího zatížení

$$P = \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{o} dV + \int_{\Gamma_p} \mathbf{u}^T \mathbf{p} dS. \quad (3)$$

Ve vztazích výše se vyskytují sloupcové matice :

-posuvů	$\mathbf{u}^T = [u, v, w]$
-přetvoření	$\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]$
-napětí	$\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]$
-objemového zatížení	$\mathbf{o}^T = [o_x, o_y, o_z]$
-plošného zatížení	$\mathbf{p}^T = [p_x, p_y, p_z]$

4.3. Základní rovnice MKP

Obecně je Π závislé na spojitých funkcích u, v, w , proměnných x, y, z . Je nezbytné každou z těchto funkcí vyjádřit v závislosti na konečném počtu parametrů. V MKP se aproximační funkce posuvů vyjadřují přibližně jako součet předem daných, známých funkcí $N_i(x, y, z)$, $N_j(x, y, z)$, $N_k(x, y, z)$, označovaných jako bazové funkce. Ty jsou násobeny neznámými koeficienty u_i, v_j, w_k , které představují složky posuvů v uzlových bodech sítě:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \sum_{i=1}^l N_i(x, y, z) u_i \\ v(x, y, z) &= \sum_{j=1}^m N_j(x, y, z) v_j, \\ w(x, y, z) &= \sum_{k=1}^n N_k(x, y, z) w_k \end{aligned} \quad (4)$$

Když následně tyto aproximace dosadíme do rovnice (1) obdržíme vyjádření celkové potenciální energie v závislosti na konečném počtu parametrů. Neznámé koeficienty poté získáme po vyřešení vztahů, které splňují stacionární podmínku Lagrangeova variačního principu:

$$u_1, u_2, \dots, w_n \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Pi}{\partial u_i} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \Pi}{\partial w_n} = 0 \end{array} \right. \quad (5)$$

Řešením soustavy získáme parametry $u_1, u_2, u_3, \dots$ a tím i aproximace hledaných funkcí posuvů. Právě posuvy jsou primární neznámou u deformační varianty MKP. Výše uvedený variační princip úzce souvisí s MKP. Následovala by diskretizace řešeného problému tzn. rozdělení požadovaného objektu na konečný počet prvků, na jejichž hranici leží uzly, v nichž se hledají neznámé posuvy. Výše uvedené základní vztahy vedou po určitých úpravách na základní obecně platné rovnici deformační variantě MKP, která se odehrává v řešiči výpočetního systému.

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (6)$$

K se nazývá globální matice tuhosti soustavy a je čtvercová. **U** představuje globální matici deformačních parametrů a je sloupcová a na pravé straně rovnice se nachází sloupcová matice globálního zatížení **F** [8].

4.4. Lineární úloha

Pro lineární úlohy platí lineární závislost mezi posuvy a deformacemi, materiál je lineárně elastický a vazby jsou reprezentovány pouze lineárními rovnicemi. Při jejich řešení se nevyskytují žádné komplikace s konvergencí výpočtu. U lineární úlohy je vždy zaručena existence a jednoznačnost řešení. Přesnost lze zvýšit zjemněním konečnoprvkové sítě, úměrně tomu však vzroste doba výpočtu [10].

4.5. Nelineární úloha

U nelineárních úloh není na rozdíl od lineárních zajištěna existence a jednoznačnost řešení. Nelineární úlohy nemohou být řešeny pomocí přímých metod, proto jsou využívány iterační metody. Zdroje nelinearity jsou především geometrické nelinearity, matematické nelinearity a strukturální problémy (např. kontakt). Proto musíme zajistit jejich konvergenci. Základním postupem je nalezení přibližného odhadu řešení, pro neznámé hodnoty, a v následujících krocích dosáhnout zpřesnění předchozího výsledku, přičemž je snahou dostat se pod předepsanou chybu v určitém počtu iterací. Mezi nejpoužívanější metody řešení nelineárních úloh patří metoda přímé iterace a Newton-Raphsonova metoda [10].

4.5.1. Kontaktní úloha

Kontaktní úlohy patří mezi silně nelineární úlohy. Jako první se problematikou kontaktů zabýval Heinrich Rudolf Hertz, který zkoumal kontakt elastického materiálu bez uvažování tření. To nás přivádí k základnímu rozdělení kontaktů na kontakt se třením a bez tření. Při modelování kontaktních úloh se využívá speciálních kontaktních prvků, kterými se pokryje oblast stýkajících se povrchů. Velkou roli v řešení kontaktní úlohy hraje tzv. kontaktní tuhost. Stanovení její velikosti je problematické a významně ovlivňuje konvergenci řešení. Moderní řešiče již tuto hodnotu nastavují automaticky, bez případného zásahu uživatele [10].

5. ANALYTICKÝ VÝPOČET

5.1. Výpočet závěsu lopatky

V následujícím výpočtu, budeme předpokládat, že se odstředivá síla, působící na lopatku rozdělí rovnoměrně na jednotlivé zuby závěsu. Tento předpoklad si můžeme do značné míry dovolit kvůli vůli mezi závěsem a drážkou v turbínovém kole a dále také díky tomu, že při přetížení jednotlivých zubů dochází k plastické deformaci, která zajistí vyrovnaní napětí.

Odstředivé síly jednotlivých úseků:

$$F_i = \rho V_i R_i \omega^2 \quad (7)$$

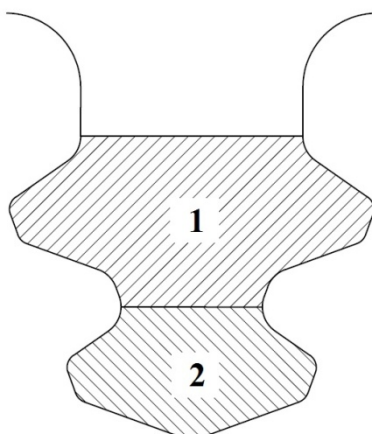
ρ ... hustota materiálu [kg m^{-3}]

V_i ... objem i -tého elementu [m^3]

R_i ... střední poloměr i -tého elementu [m]

ω ... úhlová rychlost [s^{-1}]

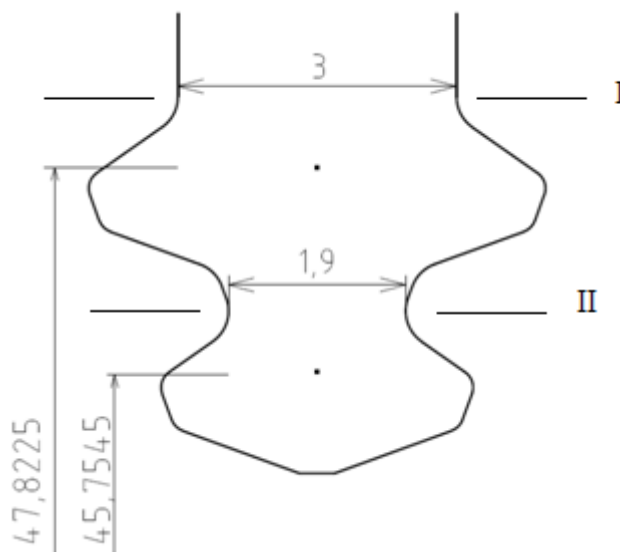
Jednotlivé objemy V_i získáme z CAD modelu lopatky pomocí operace rozdělit a následným odečtením potřebných vlastností. Stejný postup je aplikován na V_p objem profilové části lopatky.



Obr. 10 Rozdělené elementy závěsu

$$V_1 = 131,99 [\text{mm}^3]$$

$$V_2 = 69,68 [\text{mm}^3]$$



Obr. 11 Charakteristické rozměry závěsu lopatky

$$F_1 = \rho V_1 R_1 \omega^2 = 8000 * 131,99 * 10^{-9} * 47,82 * 10^{-3} * 5235,99^2$$

$$F_1 = 1384 \text{ [N]}$$

$$F_2 = \rho V_2 R_2 \omega^2 = 8000 * 69,68 * 10^{-9} * 45,75 * 10^{-3} * 5235,99^2$$

$$F_2 = 699 \text{ [N]}$$

Odstředivá síla od profilové části lopatky:

$$F_{oP} = \rho V_P R_{stř} \omega^2 \quad (8)$$

ρ ... hustota materiálu [kg m^{-3}]

V_P ... objem profilové části lopatky [m^3]

$R_{stř}$... střední poloměr profilu lopatky [m]

ω ... úhlová rychlost [s^{-1}]

$$F_{oP} = \rho V_P R_{stř} \omega^2 = 8000 * 392,57 * 10^{-9} * 53,80 * 10^{-3} * 5235,99^2$$

$$F_{oP} = 4632 \text{ [N]}$$

Celková odstředivá síla závěsu a profilové části lopatky:

$$F_{j\Sigma} = F_{oP} + F_1 + F_2 = 4632 + 1384 + 699$$

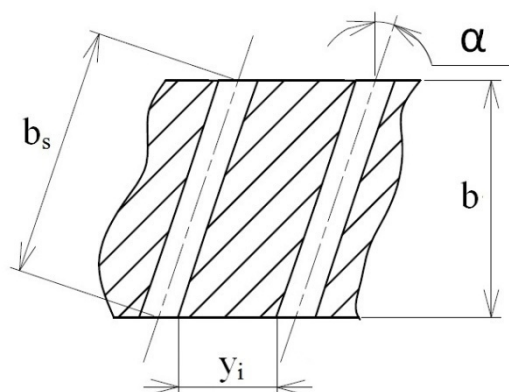
$$F_{j\Sigma} = 6715 \text{ [N]}$$

Tahové napětí v jednotlivých řezech závěsu lopatky vlivem odstředivých sil [11] :

$$\sigma_{ti} = \frac{\left(1 - \frac{i-1}{n}\right) F_{j\Sigma} - \sum_{i=1}^n F_i}{S_i} \quad (9)$$

$$b_s = b (\cos \alpha)^{-1} \quad (10)$$

$$S_i = b_s y_i \quad (11)$$

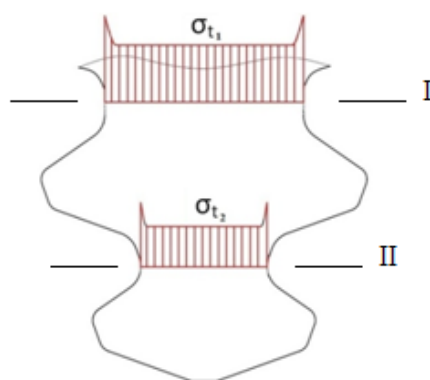


Obr. 12 Nosný průřez závěsu

$$\sigma_{t1} = \frac{\left(1 - \frac{1-1}{2}\right) * 6715 - (1384 + 699)}{15 * (\cos 20^\circ)^{-1} * 3} = 97 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{t2} = \frac{\left(1 - \frac{2-1}{2}\right) * 6715 - 699}{15 * (\cos 20^\circ)^{-1} * 1,9} = 88 \text{ [MPa]}$$

Výše uvedené výpočty nominálního napětí v kritických řezech závěsu lopatky nezahrnují vliv koncentrace napětí (Obr.13), které je v patě zubu závěsu poměrně značné. Vliv koncentrátoru je přibližně stanoven pomocným numerickým výpočtem v kapitole 6.



Obr. 13 Průběhy napětí v kritických řezech závěsu

Maximální napětí v závěsu lopatky s ohledem na koncentraci napětí v patě zubu:

$$\sigma_{max 1} = \sigma_{t1} * \alpha_1 = 97 * 3,2 = 310 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{max 2} = \sigma_{t2} * \alpha_2 = 88 * 5,5 = 484 \text{ [MPa]}$$

Bezpečnosti k mezi kluzu a mezi pevnosti potom jsou:

$$k_{rp0,2} = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_{max}} \quad (12)$$

$$k_m = \frac{R_m}{\sigma_{max}} \quad (13)$$

Tab. 3 Tabulka bezpečností v nebezpečných místech závěsu lopatky

	σ_{max} [MPa]	$k_{rp0,2}$ [1]	k_m [1]
1.krček	310	2,5	3,5
2.krček	484	1,6	2,2

Oba kritické průřezy stromečkového závěsu na lopatce namáhané na tah pevnostně vyhovují, jejich bezpečnost k mezi kluzu je minimálně 1,6 v druhém krčku závěsu při maximálním napětí 484 MPa.

5.2. Výpočet závěsu disku

Analogickým postupem určíme namáhání v nebezpečných průřezech disku.

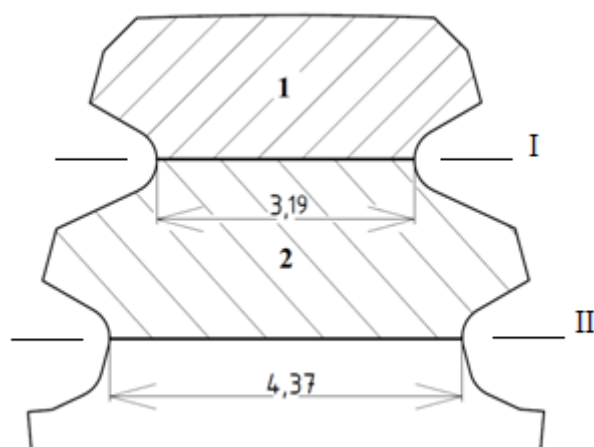
Odstředivé síly jednotlivých úseků:

$$F'_1 = \rho V'_1 R'_1 \omega^2 = 8000 * 118 * 10^{-9} * 47,75 * 10^{-3} * 5235,99^2$$

$$F'_1 = 1236 \text{ [N]}$$

$$F'_2 = \rho V'_2 R'_2 \omega^2 = 8000 * 171 * 10^{-9} * 45,58 * 10^{-3} * 5235,99^2$$

$$F'_2 = 1709 \text{ [N]}$$



Obr. 14 Rozdělené elementy disku

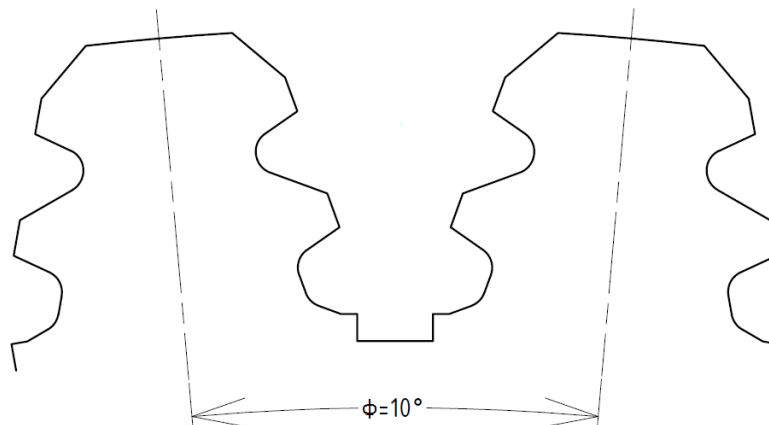
$$V'_1 = 118 \text{ [mm}^3\text{]}$$

$$V'_2 = 171 \text{ [mm}^3\text{]}$$

Odstředivé síly v jednotlivých řezech:

$$F'_{j1} = F'_1 = 1236 \text{ [N]}$$

$$F'_{j2} = F'_2 = 1709 \text{ [N]}$$



Obr. 15 Úhel mezi jednotlivými drážkami v disku

Tahové napětí v jednotlivých řezech závěsu disku vlivem odstředivých sil [11] :

$$\sigma'_{ti} = \frac{\sum_1^i F'_{ji} + \frac{i}{n} F_{j\Sigma} \cos \frac{\phi}{2}}{S_i} \quad (14)$$

$$\sigma'_{t1} = \frac{1236 + \frac{1}{2} * 6715 * 0,996}{15 * (\cos 20^\circ)^{-1} * 3,19} = 90 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma'_{t2} = \frac{(1236 + 1709) + 6715 * 0,996}{15 * (\cos 20^\circ)^{-1} * 4,37} = 139 \text{ [MPa]}$$

Stejně jako u výpočtu závěsu lopatky jsou i u disku vypočítaná tahová napětí uvažovaná bez vlivu koncentrace napětí, který ovšem může být značný a bude mu věnována pozornost v následující kapitole.

Maximální tahové napětí v radiálním směru v závěsu disku s ohledem na koncentraci napětí v patě zubu je:

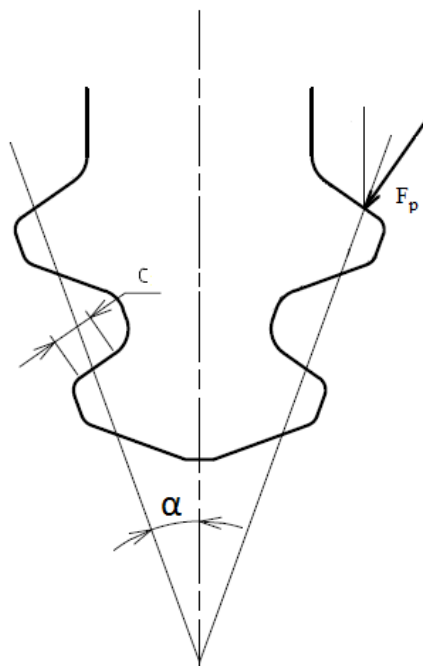
$$\sigma'_{max1} = \sigma'_{t1} * \alpha_3 = 90 * 5,6 = 504 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma'_{max2} = \sigma'_{t2} * \alpha_4 = 139 * 5,4 = 751 \text{ [MPa]}$$

Tab. 4 Tabulka bezpečností v nebezpečných místech disku

	σ_{max} [MPa]	$k_{rp0,2}$ [1]	k_m [1]
1.drážka	504	1,5	2,1
2.drážka	751	1,05	1,4

Oba kritické průřezy stromečkového závěsu na disku namáhané na tah pevnostně vyhovují, jejich bezpečnost k mezi kluzu je minimálně 1,05, přičemž určité plastické deformace působí dokonce příznivě (zuby se „usadí“).



Obr. 16 Geometrické veličiny stromečkového závěsu

5.3. Výpočet na otláčení

Síla připadající na jeden zub (stejná pro stromeček i pro disk) je [11] :

$$F_p = \frac{F_{j\Sigma}}{2 n \cos \alpha} \quad (15)$$

$$F_p = \frac{6715}{2 * 2 * \cos 20^\circ} = 1786,5 \text{ [N]}$$

Napětí na otláčení na styčných plochách í-tého zubu disku i lopatky se potom rovná:

$$\sigma_{pi} = \frac{F_p}{c b_s} \quad (16)$$

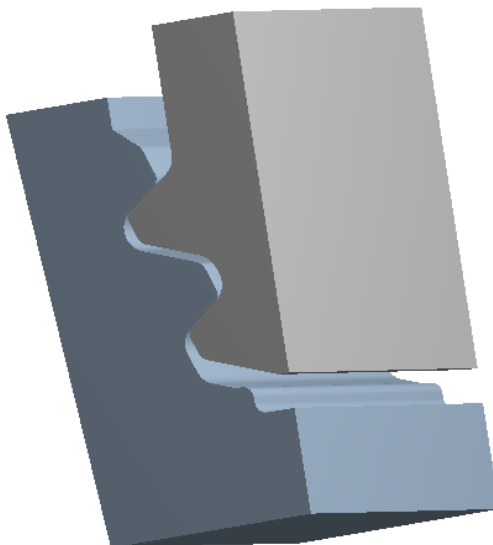
$$\sigma_{p1} = \frac{1786,5}{0,728 * 15 * (\cos 20^\circ)^{-1}} = 154 \text{ [MPa]}$$

6. VÝPOČET KONCENTRÁTORU NAPĚTÍ

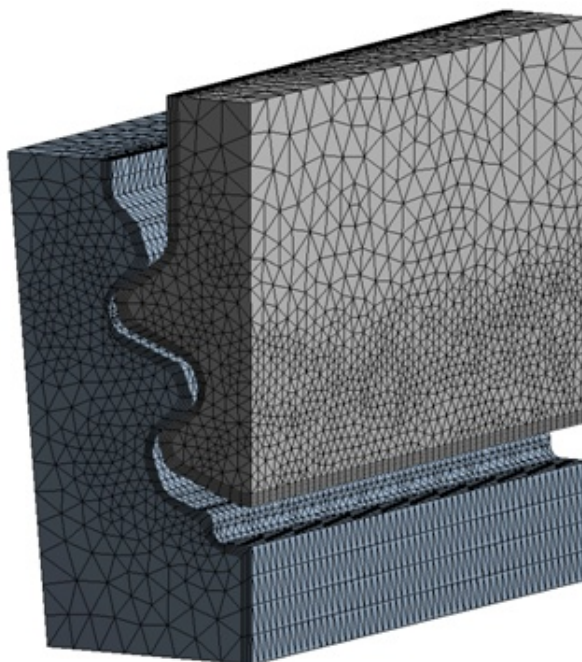
Pro výpočet koncentrátoru napětí v patě zubu závěsu lopatky a disku byl vytvořen zjednodušený výpočtový model samostatného závěsu bez listu lopatky.

6.1. Model geometrie

Zjednodušený výpočtový model se vytvořil v programu *Autodesk Inventor*, který se následně ve formátu *.igs importoval do prostředí *ANSYS Workbench*. Model geometrie zjednodušeného závěsu je identický se skutečným závěsem. Je využita symetrie součásti, díky tomu bylo možné použít pouze polovinu závěsu.



Obr. 17 Model geometrie pro výpočet koncentrátorů napětí



Obr.18 Konečnoprvková síť

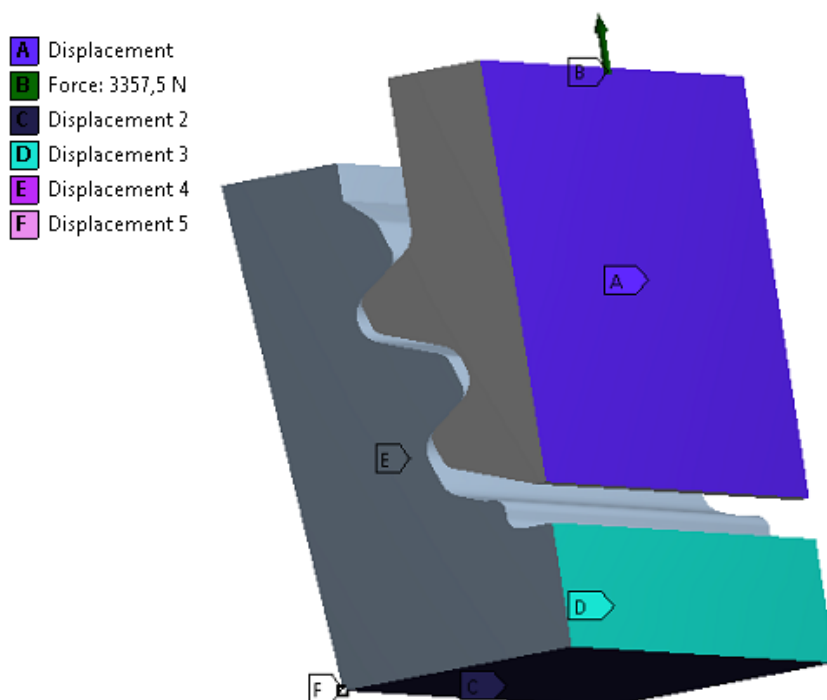
6.2. Model okrajových podmínek

Model závěsu lopatky se zatížil tahovou silou v ose y, která nahrazuje zatížení od odstředivé síly. Velikost síly byla vypočítána pomocí rovnice (13). Díky symetrii a polovičnímu výpočtovému modelu se na horní plochu závěsu lopatky aplikovala jen poloviční síla. Spodní ploše na prvku tvořící závěs disku byl zamezen posuv v ose y. Zároveň byl boční stěně odebrán stupeň volnosti v ose z, tak aby simuloval symetrie. Jako poslední se díky symetrii omezil na bočních stěnách (tedy v řezu) zjednodušeného modelu disku a lopatky posuv v ose z.

Velikost odstředivé síly pro výpočet koncentrátorů napětí:

$$F_{odstř} = \rho V_{celk} R_{stř} \omega^2 / 2 \quad (19)$$

$$F_{odstř} = (8000 * 594,26 * 10^{-9} * 51,623 * 10^{-3} * 5235,99^2) / 2 = 3357,5 \text{ [N]}$$

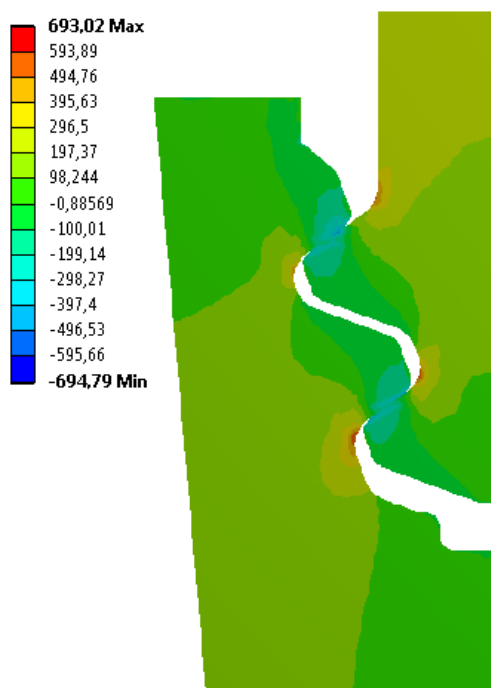


Obr.19 Okrajové podmínky

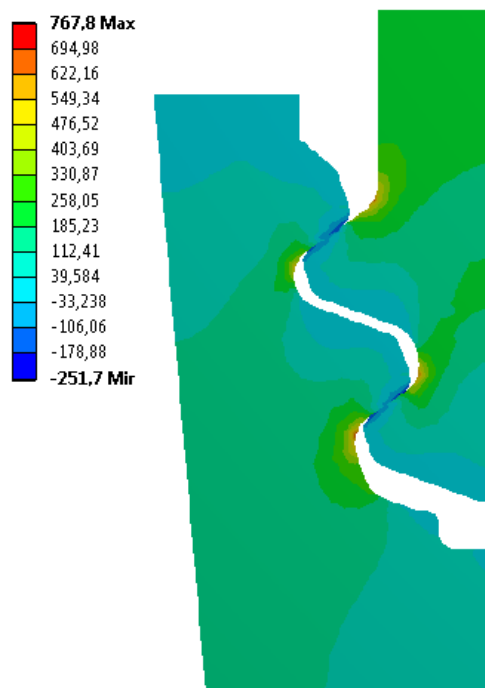
V průbězích napětí po průřezích lopatky i disku jsou výrazné špičky napětí v nejužších místech modelu (v koncentrátorech napětí). Z poměrů maximálních a nominálních ustálených napětí se vypočítaly koncentratory pro analytický výpočet.

6.3. Výpočet koncentrátorů napětí

Vyhodnocováno bylo tahové napětí v radiálním směru a to především v koncentrátoru a potom v dostatečné vzdálenosti (v polovině) od něj. Na následujícím obrázku je vidět rozložení pole napjatosti. Zřetelně je zejména vidět, že více zatížený je spodní průřez v disku a horní průřez v zámečku na lopatce. Je vidět, že radiální napětí do značné míry kopíruje první hlavní napětí, což je dáno především velkými odstředivými silami.



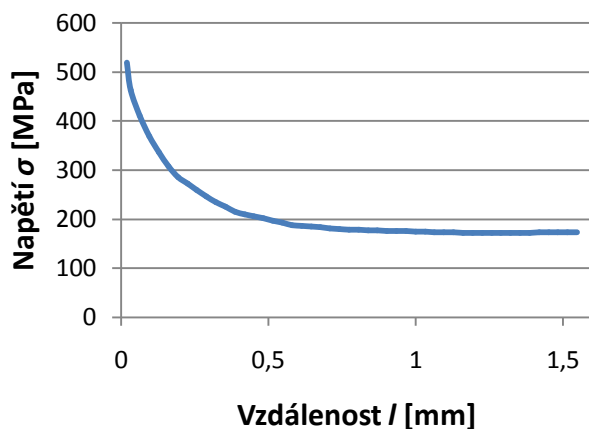
Obr. 20 Normálové napětí v modelu pro výpočet koncentrátoru



Obr. 21 Hlavní napětí v modelu pro výpočet koncentrátoru

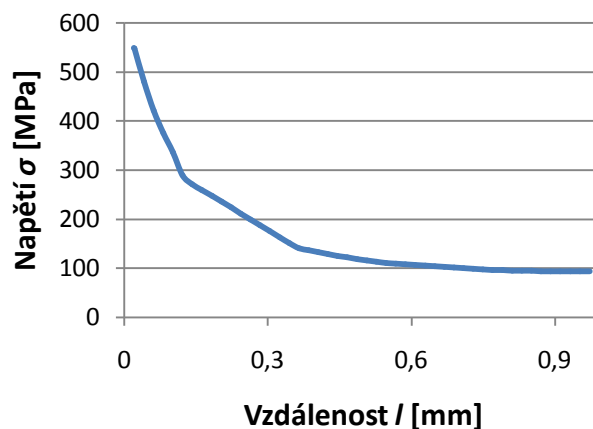
Na následujících obrázcích je vidět rozložení radiálního napětí v tangenciálním směru. Z jejich poměrů jsou dále dopočítány přibližné koncentrátoři napětí v jednotlivých zubech.

Průběh napětí po průřezu

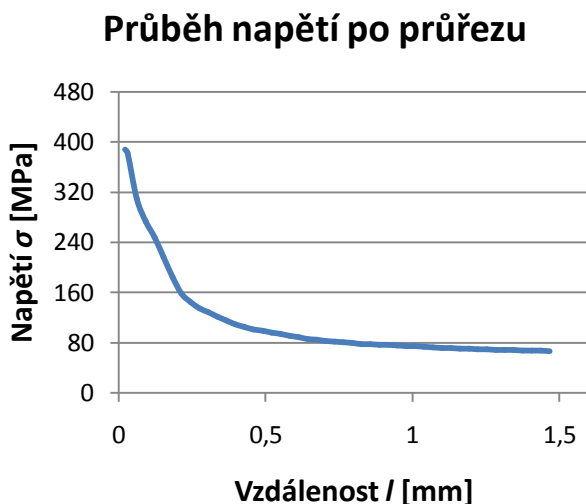


Obr. 22 Průběh napětí po průřezu horního krčku lopatky

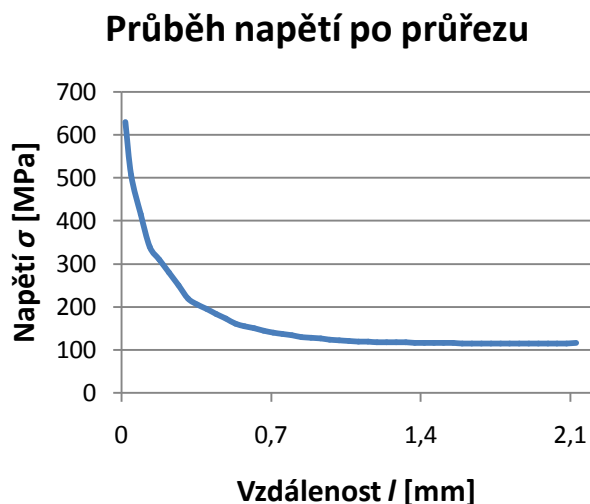
Průběh napětí po průřezu



Obr. 23 Průběh napětí po průřezu spodního krčku lopatky



Obr.24 Průběh napětí po průřezu horní drážky disku



Obr.25 Průběh napětí po průřezu spodní drážky disku

Výpočet koncentrátorů napětí v jednotlivých průřezích potom je:

$$\alpha_i = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (20)$$

σ_{max} ... maximální napětí v průřezu [MPa]

σ_{nom} ... nominální napětí v průřezu [MPa]

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_{max 1}}{\sigma_{nom 1}} = \frac{520}{165} \approx 3,2 \quad \alpha_2 = \frac{\sigma_{max 2}}{\sigma_{nom 2}} = \frac{550}{100} \approx 5,5$$

$$\alpha_3 = \frac{\sigma_{max 3}}{\sigma_{nom 3}} = \frac{390}{70} \approx 5,6 \quad \alpha_4 = \frac{\sigma_{max 4}}{\sigma_{nom 4}} = \frac{620}{115} \approx 5,4$$

Připomeňme, že se jedná pouze o odhad. V případě, že by bylo nutné znát vliv koncentrátoru typu zub stromčekového závěsu, bylo by potřeba použít přesnější modely geometrie, materiálu i okrajových podmínek.

7. NUMERICKÝ VÝPOČET

7.1. Model materiálu

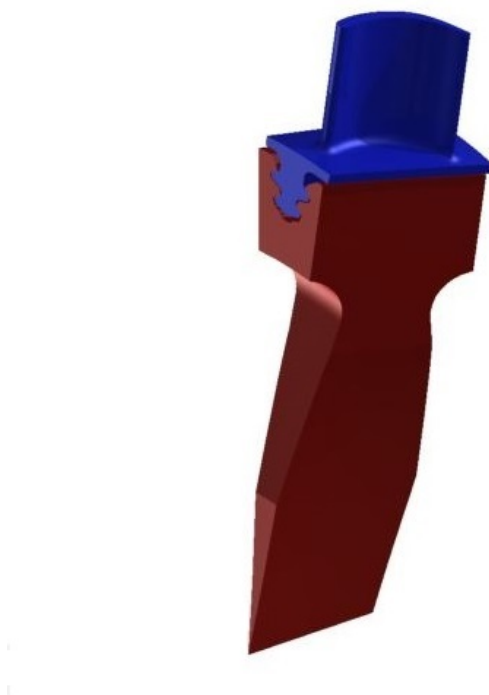
Statická pevnostní analýza, kterou se budeme zabývat výhradně, předpokládá izotropní, homogenní, lineárně-elastický materiál, který se chová jako Hookovský v celém rozsahu. Z těchto předpokladů vyplývá, že statická pevnostní analýza poslouží zejména ke zjištění napjatosti v tělese a jeho následné porovnání s mezí kluzu modelu materiálu. Potřebné charakteristiky vstupující do výpočtu jako jsou Youngův modul pružnosti, Poissonův poměr a hustota jsou uvedeny v kapitole 3.6 Tab.1.

7.2. Model geometrie

Model geometrie byl vytvořen importem upravených CAD modelů ve formátu *.igs z Autodesk Inventor do výpočtového prostředí ANSYS Workbench. V tomto případě byl použit výřez z turbínového kola o vrcholovém úhlu α (jedná se o rotačně periodickou součást). Vrcholový úhel výseče z turbínového kola lze určit z následujícího vztahu.

$$\alpha = \frac{360^\circ}{p} = \frac{360^\circ}{36} = 10^\circ \quad (21)$$

Řez turbínovým kolem bylo nutné realizovat pomocí obecných ploch tak, aby výseč obsahovala právě jednu lopatku nerozdělenou řezem a obě roviny řezu byly identické.



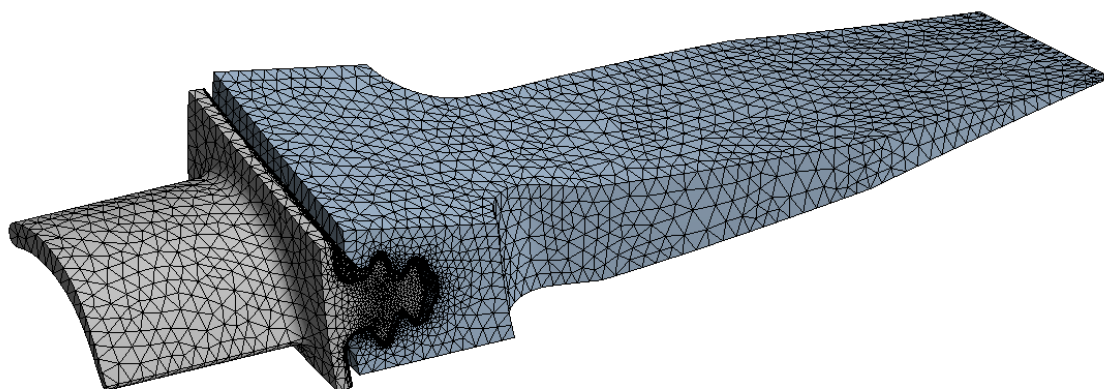
Obr. 26 CAD model segmentu turbínového kola

Disk i lopatka jsou vyplněny konečnoprvkovou sítí s velikostí elementu 0,85 mm, pouze v místě stromčekového závěsu dochází k lokálnímu zjemnění sítě na velikost elementu 0,18 mm (viz Obr. 27). Dále bylo použito mapované sítě na těchto zjemněných plochách. Konečnou úpravou bylo vytvoření několika stejných vrstev elementů směrem do

hloubky modelů v místě zjemnění pomocí funkce *Inflation*. Plochy stromečkového závěsu byly pokryty kontaktními prvky typu CONTA 174 a TARGE 170 s velikostí hrany prvku 0,18 mm. ANSYS Workbench používá implicitně funkci *trimcontact*, která deaktivuje prvky kontaktního prvku, které jsou od sebe příliš vzdálené a šetří tak výpočetní čas.

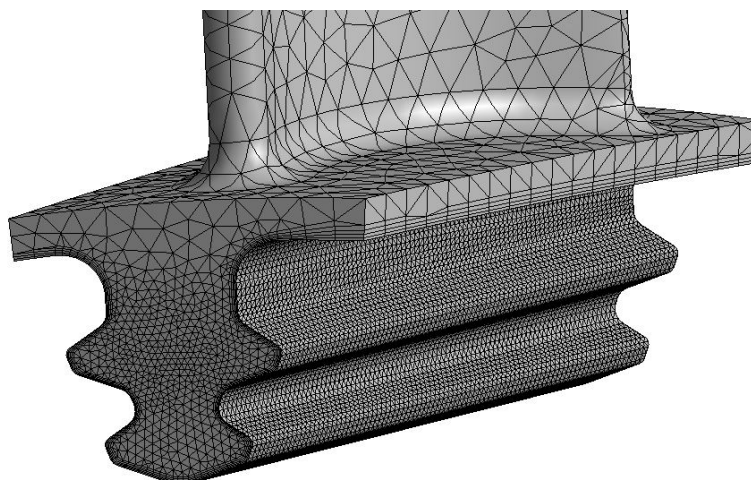
Tab. 5 Informace o výpočtovém modelu

Model	Počet prvků	Počet uzlů	Velikost prvku [mm]
disk	299490	541196	0,85
lopatka	273083	518970	0,85



Obr. 27 Konečnoprvková síť - sestava segmentu disku s lopatkou

Za nebezpečné místo je považován krček v posledním závěsu lopatky. Zjemnění sítě však bylo aplikováno po celé ploše závěsu a to zejména, aby malé oblasti zjemnění nezpůsobovali velkou heterogenitu v síti a tím pádem složité napojování větších prvků, které by se mohli velmi zdeformovat a to vedlo k špatným výsledkům.



Obr. 28 Detail sítě zámečku na lopatce

Ze stejného důvodu byl pokryt jemnější sítí i povrch závěsu disku. Zde je za nebezpečné místo považován průřez ve spodní drážce závěsu.

Řešené modely se sestávají z dílčích modelů, které jsou spojeny kontaktními páry (lineárními a nelineárními). Podrobnosti k jednotlivým kontaktním párům, definovaným mezi komponentami, jsou detailně rozepsány v následující tabulce.

Tab. 6 Vlastnosti kontaktních párů

Kontaktní pár	Typ kontaktu	Koeficient tření	Symetrie
Disk-lopatka	Frictional	0,2	Symmetric

Poznámka k typu kontaktů:

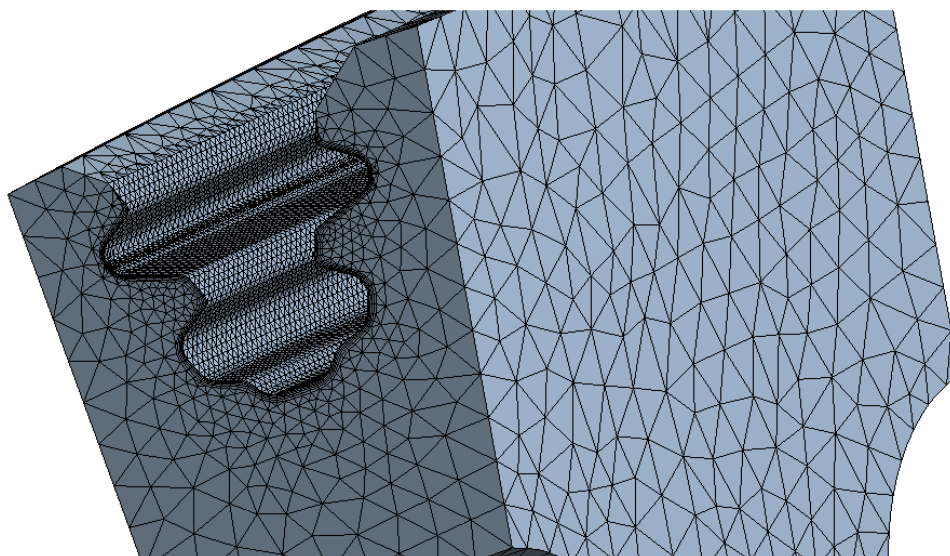
Frictional – umožňuje reálné kontaktní chování: přiblížení či oddálení těles od sebe i jejich relativní pohyb (klouzáni) s libovolným koeficientem tření (nelineární kontakt).

Poznámka k chování kontaktních párů:

Symmetric – obě strany kontaktního rozhraní jsou pokryty sítí typu contact i target.

Poznámka ke koeficientu tření:

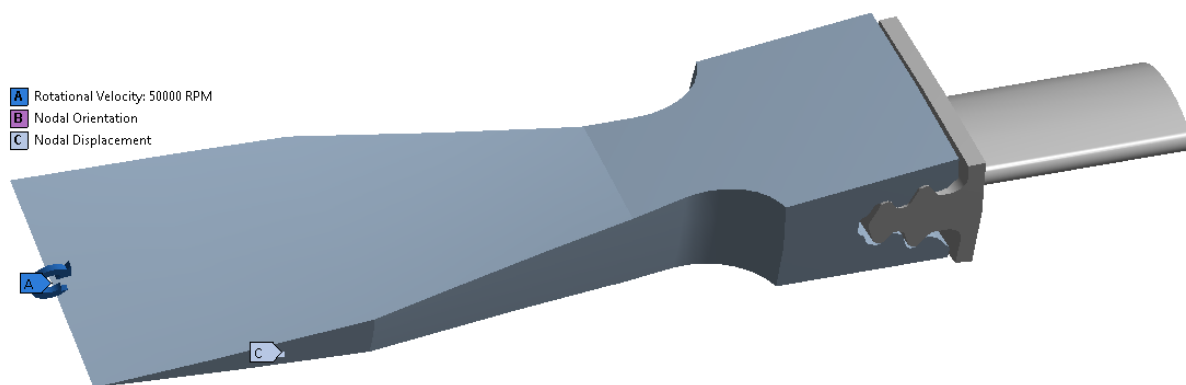
Na základě tabulkových hodnot z PBS byl zvolen 0,2.



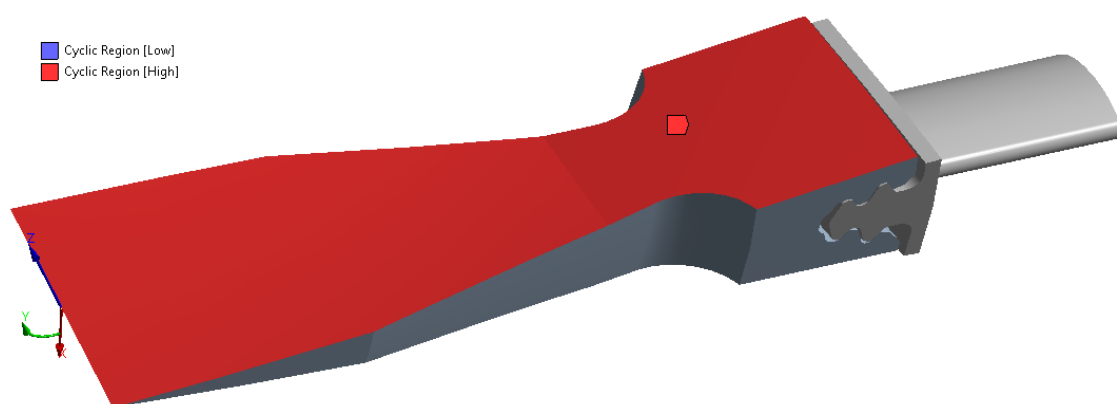
Obr. 29 Detail sítě disku

7.3. Okrajové podmínky

Jednomu z uzlů na zadním čele disku bylo zamezeno axiálnímu posuvu ve válcovém souřadném systému (s osou rotace totožnou s osou rotace kola) a natočení kolem této osy. Dále byla předepsána cyklická symetrie na rovinách řezu s osou symetrie v ose rotace. Využití rotační symetrie je velmi výhodné pro snížení výpočetní náročnosti při zachování přesnosti výsledků přičemž výsledné pole posuvů a napjatosti se dá vykreslit jak pro jeden segment, tak pro všechny segmenty. Poslední okrajovou podmínkou je rotace turbínového kola otáčkami $n = 50\,000 \text{ min}^{-1}$.



Obr. 30 Deformační a silové okrajové podmínky



Obr. 31 Cyklická symetrie

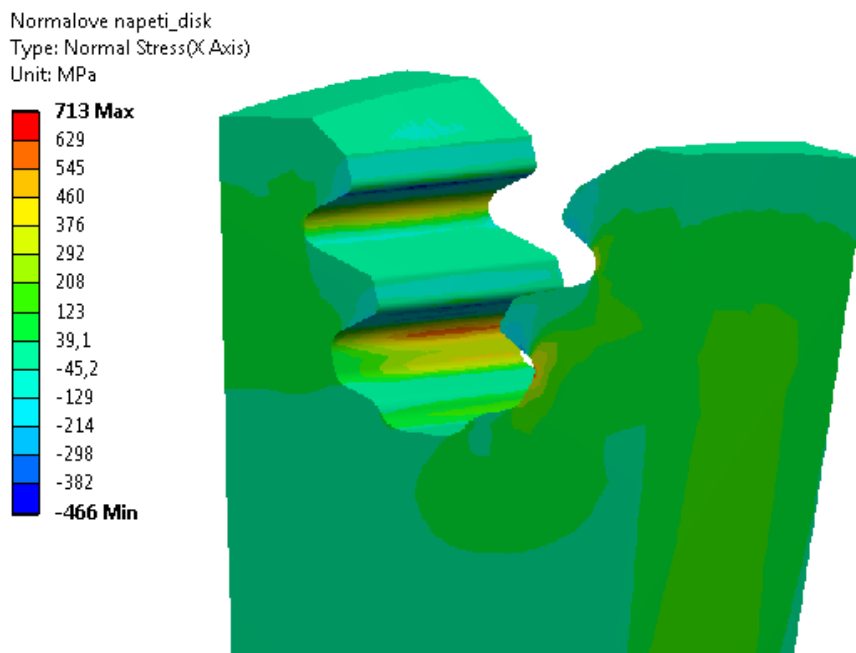
7.4. Nastavení výpočtu

Jelikož je použit kontakt se třením (frictional) je řešené úloha nelineární a její řešení proto proběhne ve více krocích. Délka kroku je volena automaticky programem ANSYS (Program controlled). Pro řešení úlohy je použita Newton-Raphsonova metoda.

7.5. Vyhodnocení pevnostní analýzy

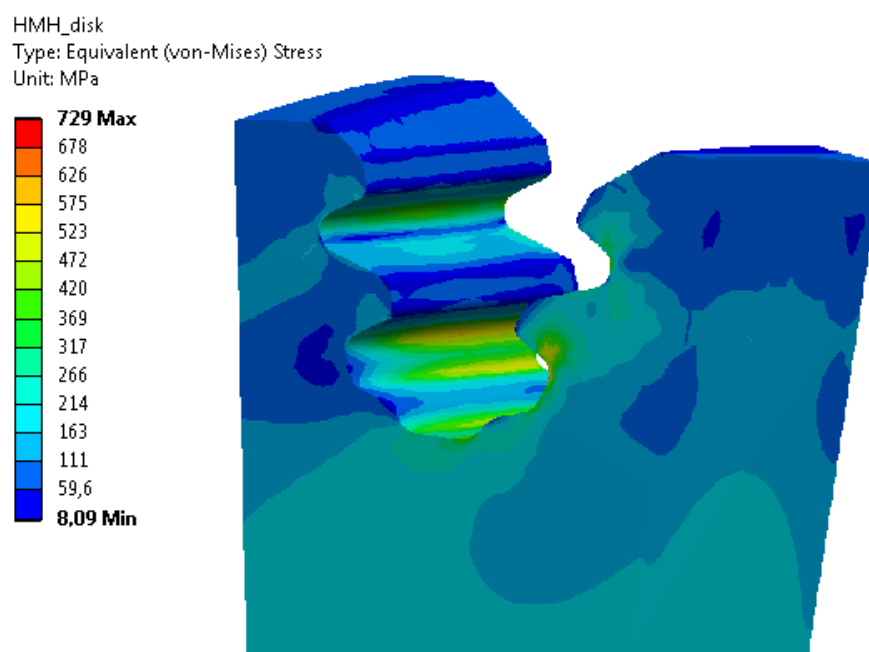
7.5.1. Napjatost v diskové části zámečku

Největšího radiálního napětí je dle očekávání dosaženo ve spodním zubu disku a nabývá hodnot až 713 MPa. V horním zubu je napětí menší a dosahuje hodnoty 430 MPa. Není bez zajímavosti, že pole napjatosti není pro obě strany zámečku stejné, důvodem je pravděpodobně odchylka těžiště listu lopatky od osy zámečku, vinou čehož vznikají nenulové ohybové momenty. V případě, že by existoval požadavek na zrovnoměnění radiálního napětí na obou stranách zámečku, bylo by pravděpodobně nutné upravit model lopatky, respektive těžiště jednotlivých průřezů, které tuto lopatku tvoří. Ke snížení napjatosti obecně by bylo nutné změnit geometrie zámečku, například rozšířením zámečku v axiálním směru se zmenšujícím se poloměrem.



Obr. 32 Normálové napětí v radiálním směru v závěsu disku

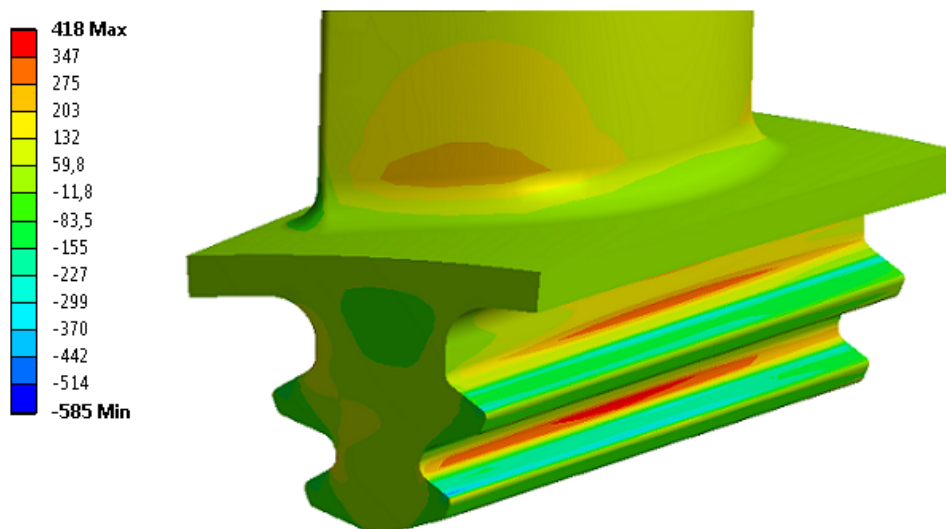
Redukované napětí dle podmínky HMH dosahuje svého maxima opět na spodním zubu disku, jeho hodnota je přibližně 729 MPa, což je stále pod mezí kluzu s koeficientem bezpečnosti 1,1. V horním zubu disku je napětí opět nižší a má tedy vyšší bezpečnost. Pole napjatosti je opět nesymetrické. Vliv koncentrátoru je dle vypočtených hodnot napětí skutečně značný. Normálové napětí v dostatečné vzdálenosti od vrubu (v polovině průřezu), které poslouží pro porovnání s analytickým výpočtem je ve spodním zubu 142 MPa a v horním zubu 85 MPa.



Obr. 33 Redukované napětí v závěsu disku

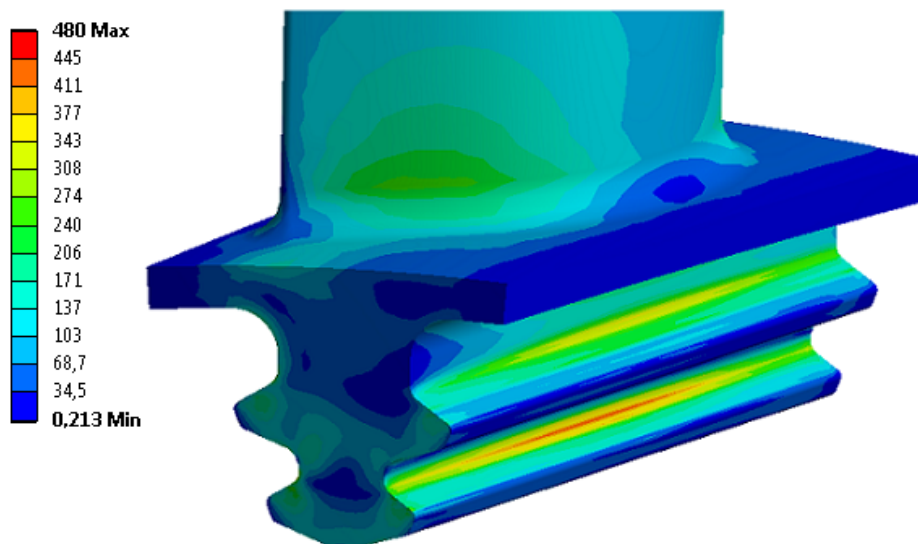
7.5.2. Napjatost lopatkové části zámečku

Největšího radiálního napětí je dosaženo v rádiusu ve spodním zubu závěsu, konkrétně 418 MPa. Na horním rádiusu je dosaženo pouze hodnoty 352 MPa. Rozložení pole napjatosti je na rozdíl od disku téměř symetrické.



Obr. 34 Normálové napětí v radiálním směru v závěsu lopatky

Redukované napětí dosahuje na rádiusu spodního zubu hodnoty 480 MPa, což je stále hluboko pod mezí kluzu s koeficientem bezpečnosti 1,6. Vliv koncentrátoru je zde dle vypočtených hodnot napětí značný. Normálové napětí v dostatečné vzdálenosti od koncentrace napětí v kritických průřezích je 87 MPa a 79 MPa.



Obr. 35 Redukované napětí v závěsu lopatky

Z výše popsaného je zřejmé, že stomečkový závěs na lopatce nepředstavuje z hlediska bezpečnosti problém.

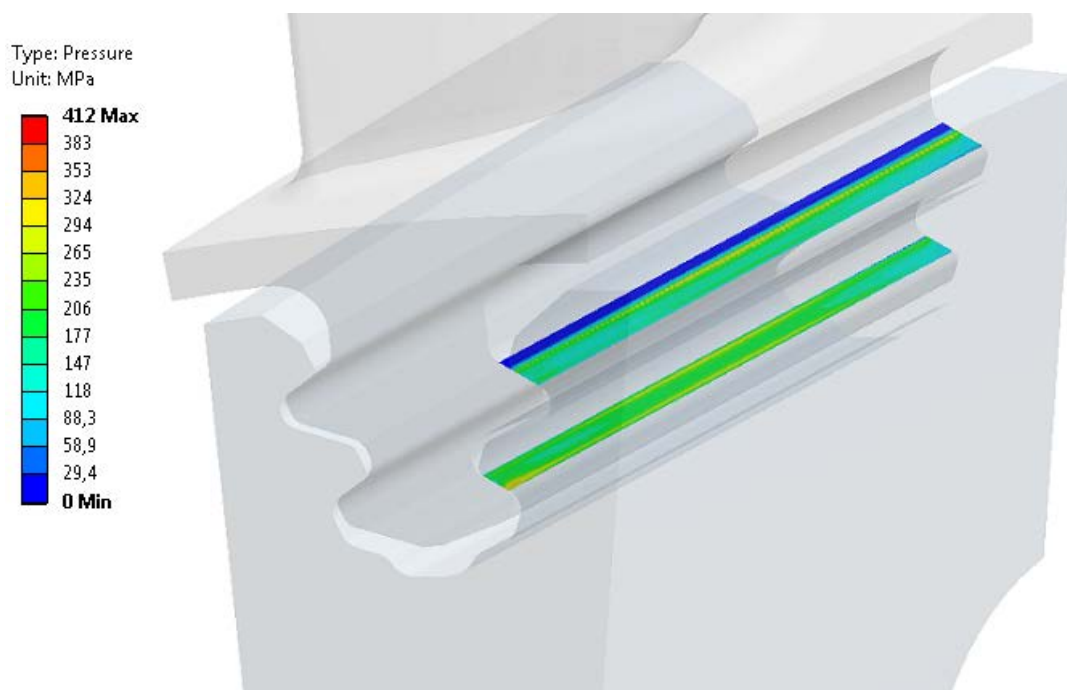
Tab. 7 Souhrnná tabulka napětí a bezpečnosti

	σ_{red} [MPa]	σ_n [MPa]	σ_1 [MPa]	$k_{rp0,2}$ [-]	k_m [-]
Disk	729	713	739	1.1	1.5
Lopatka	480	418	522	1.6	2.3

Pro přesnější hodnoty by bylo nutné použít nelineární model materiál spolu s výpočtem výpočet teplotního pole, což ale dalece přesahuje náplň této bakalářské práce.

7.6. Výpočet kontaktního tlaku

Na závěr se pomocí funkce *Contact Tool* spočítal kontaktní tlak na dosedajících plochách závěsu. Pro porovnání s analytickým řešením se hodnoty tlaků ve všech uzlech podělily celkovým počtem uzlů a získal se tak průměr hodnot. Tato průměrná hodnota kontaktního tlaku má velikost 175 MPa.



Obr.36 Kontaktní tlak

8. POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

Aby bylo možné dosažené výsledky porovnat, je třeba specifikovat, které z dosažených výsledků budou porovnány, a u kterých to je možné. V analytické části byla největší pozornost věnována výpočtu namáhání na tah od odstředivých sil působících na závěs během provozu. Toto napětí porovnáme s normálovým napětím, které bylo vypočítáno v softwaru ANSYS. Napětí v závěsu lopatky i s přihlédnutím na koncentraci napětí dosahovalo v analytickém přístupu postupně v první drážce 310 MPa a v druhé drážce 484 MPa. Naproti tomu (s využitím funkce Probe) byly maximální získané hodnoty napětí pomocí MKP v první drážce 350 MPa a v druhé 418 MPa. Tyto hodnoty se liší až o 14 %. Rozdíly ve výsledcích mohou být způsobeny především přibližným odhadem koncentrátoru napětí v patě zubu a konečně i značným zjednodušením analytického výpočtu. I přesto můžeme konstatovat, že v obou případech dosahují výsledky dobrých bezpečností vzhledem k mezi kluzu a závěs lopatky zcela jistě nebude nebezpečným místem.

Napětí v drážce disku dosahovalo pomocí analytického výpočtu v první drážce 504 MPa a v druhé 751 MPa. Stejným způsobem jako u závěsu lopatky se získaly hodnoty numerického výpočtu i pro disk. V první drážce činila velikost napětí 450 MPa a v druhé 713 MPa. Při porovnání těchto výsledků dosahuje rozdíl ve výsledku první drážky přibližně 11 %. V druhé drážce disku se již výsledky neliší více než o 5 %. Všechny porovnané výsledky jsou ještě přehledně uvedeny v Tab. 8.

Naprostě identickým způsobem se získají i hodnoty napětí v dostatečné vzdálenosti od koncentrace napětí v nebezpečných průřezích, které se porovnají s nominálními hodnotami analytického výpočtu. Tyto hodnoty jsou uvedeny v Tab. 9. Hodnoty nominálních napětí se v zásadě příliš neliší, rozdíly ve výsledcích jsou způsobeny zejména vyosením těžiště lopatky a zjednodušujícími předpoklady v analytickém výpočtu.

Porovná-li se analytický výpočet na otláčení, kde se hodnota tlaku rovná 154 MPa a kontaktní tlak 175 MPa získaný numerickým výpočtem bude procentuální rozdíl výsledků přibližně 12 %. Rozdílné hodnoty kontaktních tlaků jsou dány různými kontaktními plochami, kdy v numerickém modelu část zatížení nesou i rádiusy, které v analytickém řešení nejsou zohledněny. Předpoklad symetrického zatížení v analytické analýze rovněž není splněn.

Tab. 8 Přehled porovnávaných výsledků maximálních napětí

	Lopatka		Disk	
	1. drážka	2.drážka	1.drážka	2.drážka
Analytický přístup	310 [MPa]	484 [MPa]	504 [MPa]	751 [MPa]
Numerický přístup	350 [MPa]	418 [MPa]	450 [MPa]	713 [MPa]
Procentuální rozdíl	12 [%]	14 [%]	11 [%]	5 [%]

Tab. 9 Přehled porovnávaných výsledků nominálních napětí

	Lopatka		Disk	
	1. drážka	2.drážka	1.drážka	2.drážka
Analytický přístup	97 [MPa]	88 [MPa]	90[MPa]	139 [MPa]
Numerický přístup	87 [MPa]	79 [MPa]	85 [MPa]	142 [MPa]
Procentuální rozdíl	10 [%]	8 [%]	6 [%]	3 [%]

9. ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo provést analytický a numerický pevnostní výpočet stroměčkového závěsu turbínového kola leteckého motoru a tyto výsledky porovnat.

První kapitola bakalářské práce se věnuje aplikaci systémové metodologii na řešení úloze. Pomocí systémového přístupu se specifikovaly všechny podstatné veličiny, které je třeba neopomenout v řešení. To znamenalo vytvoření systému podstatných veličin na uvažované soustavě. Po důkladném prostudování problémové situace následuje řešeršní část, ve které je uveden krátký náhled do konstrukce leteckého motoru. Tato část je záměrně vytvořena hierarchicky s účelem charakterizovat především hlavní části leteckého motoru. Snahou je vytvořit obecnou představu konstrukce s důrazem na uvědomění si pozice stroměčkového závěsu v takto složitém technickém zařízení, jakým letecký motor zajisté je. Následuje teoretický úvod k základnímu principu metody konečných prvků, která je použita v numerickém řešení.

Hlavním pilířem této práce však bylo provedení analytického a numerického výpočtu. Analytický výpočet byl proveden za pomoci známých výpočetních vztahů. Zřetel byl dbán na výpočet tahu od odstředivé síly. Pro co nejpřesnější výsledky byla vytvořena samostatná kapitola za účelem stanovení velikosti koncentrace napětí v zubech stroměčkového závěsu. Výsledky této kapitoly byly použity pro výpočet maximálního napětí v analytickém řešení. V kapitole věnující se numerickému výpočtu se postupovalo v duchu algoritmu, který je stejný i v použitém výpočetním softwaru. Nejprve je vytvořen model materiálu, následuje model geometrie, který zahrnuje i velmi podstatnou tvorbu konečnoprvkové sítě, která ovlivňuje následně dosažené výsledky. Jako poslední je tvorba okrajových podmínek jak deformačních, tak silových, simulujících co nejlépe reálné podmínky během provozu. Poslední kapitola práce se věnuje porovnání obou dosažených výsledků.

Práce kromě dosažených výsledků přinesla i neocenitelné zkušenosti s prací ve výpočetním softwaru ANSYS a seznámení s metodou konečných prvků. Velkým přínosem bylo i zpracování analytické části. Znalost analytického přístupu základních úloh pružnosti a pevnosti je jednou z hlavních prerekvizit pro práci s numerickými softwary, od vytváření určitých základních představ, až po konkrétní aplikaci okrajových podmínek.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

Značka	Rozměr	Název
E	[MPa]	Youngův modul pružnosti v tahu
k_m	[-]	Bezpečnost vůči meznímu stavu pevnosti
$k_{rp0,2}$	[-]	Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti
P	[J]	Potenciál vnějšího zatížení
$R_{p0,2}$	[MPa]	Smluvní mez kluzu
R_m	[MPa]	Mez pevnosti
T	[°C]	Teplota ve stupních Celsia
W	[J]	Energie napjatosti tělesa
μ	[-]	Poissonův poměr
Π	[J]	Celková potenciální energie
ρ	[kg/m ³]	Hustota
F	[-]	Globální matice zatížení
K	[-]	Globální matice zatížení
$\mathbf{o}$	[-]	Sloupcová matice objemového zatížení
$\mathbf{p}$	[-]	Sloupcová matice plošného zatížení
U	[-]	Globální matice posuvů
$\mathbf{u}$	[-]	Sloupcová matice posuvů
ε	[-]	Sloupcová matice přetvoření
σ	[-]	Sloupcová matice napětí

Poznámka: Význam ostatních symbolů je patrný z textu.

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

Zkratka	Název
CAD	Computer aided design (Počítačem podporované navrhování)
CAM	Computer aided manufacturing (Počítačem podporované obrábění)
HMH	Hypotéza HMH(Huber, von Mises, Hencky)
MKP	Metoda konečných prvků
MS	Mezní stav
PBS	První brněnská strojírna

SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1 CAD model turbínového kola s lopatkami</i>	17
<i>Obr. 2 Graf závislosti meze kluzu a pevnosti na teplotě</i>	18
<i>Obr. 3 Prvek Targe 170 [5]</i>	19
<i>Obr. 4 Prvek Conta174 [5]</i>	19
<i>Obr. 5 Prvek Solid 186 a jeho degenerované varianty [5]</i>	20
<i>Obr. 6 Prvek Solid 187 [5]</i>	20
<i>Obr. 7 Celková deformace disku a lopatky v důsledku odstředivých sil</i>	21
<i>Obr. 8 Proudový motor s radiálním kompresorem [4]</i>	22
<i>Obr. 9 Schéma rozdělení přístupu k řešení [6]</i>	24
<i>Obr. 10 Rozdělené elementy závěsu</i>	27
<i>Obr. 11 Charakteristické rozměry závěsu lopatky</i>	28
<i>Obr. 12 Nosný průřez závěsu</i>	29
<i>Obr. 13 Průběhy napětí v kritických řezech závěsu</i>	29
<i>Obr. 14 Rozdělené elementy disku</i>	30
<i>Obr. 15 Úhel mezi jednotlivými drážkami disku</i>	31
<i>Obr. 16 Geometrické veličiny stroměčkového závěsu</i>	32
<i>Obr. 17 Model geometrie pro výpočet koncentrátorů napětí</i>	33
<i>Obr.18 Konečnoprvková síť</i>	33
<i>Obr.19 Okrajové podmínky</i>	34
<i>Obr. 20 Normálové napětí v modelu pro výpočet koncentrátoru</i>	35
<i>Obr. 21 Hlavní napětí v modelu pro výpočet koncentrátoru</i>	35
<i>Obr.22 Průběh napětí po průřezu horního krčku lopatky</i>	35
<i>Obr.23 Průběh napětí po průřezu spodního krčku lopatky</i>	35
<i>Obr.24 Průběh napětí po průřezu horního drážky disku</i>	36
<i>Obr.25 Průběh napětí po průřezu spodního drážky disku</i>	36
<i>Obr. 26 CAD model segmentu turbínového kola</i>	38
<i>Obr. 27 Konečnoprvková síť - sestava segmentu disku s lopatkou</i>	38
<i>Obr. 28 Detail sítě lopatky</i>	38
<i>Obr. 29 Detail sítě disku</i>	39
<i>Obr. 30 Deformační a silové okrajové podmínky</i>	40
<i>Obr. 31 Cyklická symetrie</i>	40
<i>Obr. 32 Normálové napětí v radiálním směru v závěsu disku</i>	41
<i>Obr. 33 Redukované napětí v závěsu disku</i>	41
<i>Obr. 34 Normálové napětí v radiálním směru v závěsu lopatky</i>	42
<i>Obr. 35 Redukované napětí v závěsu lopatky</i>	42
<i>Obr.36 Kontaktní tlak</i>	43

SEZNAM TABULEK

<i>Tab. 1 Fyzikální a mechanické vlastnosti materiálu Inconel 713 LC</i>	18
<i>Tab. 2 Závislost meze kluzu a pevnosti na teplotě</i>	18
<i>Tab. 3 Tabulka bezpečnosti v nebezpečných místech závěsu</i>	30
<i>Tab. 4 Tabulka bezpečnosti v nebezpečných místech disku</i>	31
<i>Tab. 5 Informace o výpočtovém modelu</i>	38
<i>Tab. 6 Vlastnosti kontaktních párů</i>	39
<i>Tab. 7 Souhrnná tabulka napětí a bezpečnosti</i>	43
<i>Tab. 8 Přehled porovnávaných výsledků maximálních napětí</i>	45
<i>Tab. 9 Přehled porovnávaných výsledků nominálních napětí</i>	45

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] JANÍČEK, P. *Systém podstatných veličin na objektu, Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: Hledání souvislostí*. 1. Vyd. Brno : Akademické nakladatelství CERM, 2007. str. 682. ISBN 978-80-214-3545.
- [2] CHROMEK, L. *Komplexní strukturální analýza kompresorového kola s využitím MKP*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012, 88s. Vedoucí diplomové práce Ing. Adam Cívín.
- [3] LUCAS, G., POLLOCK, J.F., *Gas Turbine materials*, London : Temple Press Ltd., 1957.
- [4] SAS IP, Inc.: AnsysHelp. 2011.
- [5] LINHART, Z. *Konstrukce leteckých motorů I*. 1.Vyd. Praha : ČVUT, 1983.
- [6] *Proudové motory* [online], 26.6.2011 [cit. 2014-4-2], Wikipedie. Dostupné z: <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Turbojet_operation-_centrifugal_flow.png>
- [7] LINHART, Z. *Konstrukce leteckých motorů II*. 1.Vyd. Praha : ČVUT, 1983.
- [8] PETRUŠKA, J. *MKP v inženýrských výpočtech* [online]. 2011 [cit. 2014-03-20]. Dostupné z: <<http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/RIV/MKP2011.pdf>>
- [9] VRBKA, J. *Základy metody konečných prvků* [online] Brno: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, FSI VUT v Brně, 2011 [cit. 2014-03-29]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/www_base/priloha.php?dpid=71056>
- [10] FUSEK, M., HALAMA, R. *MKP a MHP* [online]. 2011 [cit. 2014-04-29]. Dostupné z: <http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metoda_konecných_prvku_a_hranicních_prvku.pdf>
- [11] SKUBAČEVSKIJ, G. S. *Letecké motory s plynovou turbínou, Konstrukce a výpočet detailů*. 1.Vyd. Moskva : Strojírenství, 1965.