VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

PRAVDĚPODOBNOSTNÍ OPTIMALIZACE KONSTRUKCÍ
RELIABILITY-BASED STRUCTURAL OPTIMIZATION

DISERTAČNÍ PRÁCE – TEZE
DOCTORAL THESIS – SHORT VERSION

AUTOR PRÁCE AUTHOR	Ing. Ondřej Slowik
VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR	prof. Ing. DRAHOMÍR NOVÁK, DrSc.

BRNO 2022

ABSTRAKT

Předkládaná dizertační práce se věnuje problematice spolehlivostní optimalizace konstrukcí a problémům spojeným s automatizací rozmanitých algoritmů řešení různě definovaných úloh spolehlivostní optimalizace. V textu práce je popsána obecná definice úloh spolehlivostní optimalizace následně doplněná o popis současného stavu poznání jak celého oboru spolehlivostní optimalizace konstrukcí, tak i vybraných dílčích metod používaných či rozvíjených autorem v rámci práce při plnění cílů doktorského studia. Teoretická část práce je doplněna popisem vyvíjených softwarových prostředků a příklady aplikace prezentovaných postupů a nástrojů při řešení praktických úloh spolehlivostní optimalizace nelineárních numerických modelů a úloh inverzní analýzy.

KLÍČOVÁ SLOVA

Heuristická optimalizace, Spolehlivostní posouzení, Cílené víceúrovňové vzorkování, Monte Carlo, Latin Hypercube Sampling, Optimalizační metody, Pravděpodobnost poruchy, Spolehlivostní optimalizace, Genetické algoritmy, Index spolehlivosti, Aproximační metody, Analýza s malým počtem vzorků.

ABSTRACT

Presented PhD thesis deals with reliability-based optimization of structures and problems related to automatization of various algorithms of solution for various reliability-based optimization task definitions. The text presents a general definition of the reliability-based optimization problem, followed by a description of state of the art within the broad field of reliability-based optimization as well as the current state of the art of selected methodology utilized or developed by the author during his work in order to meet objectives of his dissertation. The theoretical part of the thesis is supplemented by a description of developed software tools and by examples of described methodology applications during a solution of practical problems of nonlinear numerical models reliability-based optimization and problems of inverse analysis.

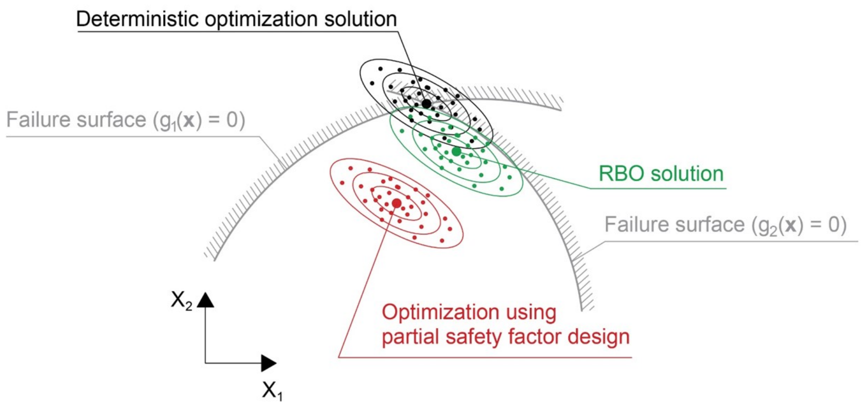
KEYWORDS

Heuristic optimization, Reliability assessment, Aimed Multilevel Sampling, Monte Carlo, Latin Hypercube Sampling, Optimization methods, Probability of failure, Reliability based design optimization, Genetic algorithms, Reliability Index, Approximation methods, Small sample analysis.

OBSAH

ÚVOD

Spolehlivostní optimalizace (Reliability-Based Design Optimization - dále RBDO) je výpočetně náročný proces hledání ideálního kompromisu mezi spolehlivostí a ekonomickou náročností konstrukce zohledňující přirozené návrhové nejistoty použitých modelů. Tradiční deterministická optimalizace dnes využívá k zajištění spolehlivosti navrhovaných konstrukcí hlavně metody dílčích součinitelů bezpečnosti jež implicitně definují "bezpečný" prostor formou jednoznačně definovaných mezních hodnot sledovaných parametrů konstrukční odezvy. Tyto součinitele jsou v rámci normových podkladů (např. [8], [3]) kalibrovány s ohledem na zajištění spolehlivosti širokého spektra konstrukcí. Požadavek na obecně definovaná kritéria spolehlivosti pak v mnoha případech vede k předimenzování navrhovaných konstrukcí. Deterministická optimalizace vede často k řešením ležícím na hranici "bezpečné" oblasti návrhového prostoru. Ve specifických případech takto optimalizovaných konstrukcí nemusí nalezené řešení vykazovat požadovanou úroveň spolehlivosti. Obrázek (1) graficky srovnává výsledky optimalizace s různými způsoby zohlednění návrhových nejistot.



Obr. 1: Srovnání optimalizačních přístupů s různými způsoby zohlednění návrhových nejistot

RBDO pracuje s přímým hodnocením spolehlivosti optimalizovaných konstrukcí a získaná řešení jsou zároveň spolehlivá i efektivní. Dle přehledné srovnávací studie metodik RBDO podané v [1] lze algoritmy rozdělit do tří skupin:

- **Dvojsmyčkový přístup** (double loop) zohledňuje pravděpodobnostní omezení uvnitř optimalizační smyčky. Tento přístup vede k vnoření výpočtu spolehlivosti do standardního optimalizačního procesu. U každé simulace vnější optimalizační smyčky je v rámci vnitřní smyčky provedeno hodnocení spolehlivosti.
- **Jednosmyčkový přístup** (single loop) řeší úlohy RBDO pouze v jedné smyčce ve které se vyhýbá přímému vyhodnocení spolehlivosti jednotlivých realizací.

Spolehlivostní omezení jsou nahrazena podmínkami optimality a úloha RBDO je přeformulována s cílem získat jediný optimalizační cyklus.

- **Oddělený přístup** (decoupled approach) spočívá v separátním řešení spolehlivostní a optimalizační úlohy. Úloha RBDO je zde transformována do sekvence deterministických optimalizačních úloh v nichž jsou deterministická omezení spojena se spolehlivostí analýzou prováděnou před či po deterministickém návrhu.

Jednotlivé metodiky RBDO jsou testovány a vzájemně porovnány v [1]. Dvojsmyčkové přístupy lze označit za výpočetně náročné (v porovnání se zbylými dvěma kategoriemi RBDO). Jsou však nejrobustnější, mají vysokou přesnost nalezených řešení a velký konvergenční potenciál. Jejich implementace je přímočará a umožňuje přistupovat k obecně (explicitně i implicitně) definovaným optimalizovaným modelům bez podrobných informací o povaze optimalizovaných funkcí. Vzhledem k rychlému rozvoji výpočetní techniky a nových přístupů [18] je dnes dvojsmyčkový přístup použitelný i pro praktické inženýrské aplikace. Softwarová aplikace pro RBDO vyvíjená autorem v rámci doktorského studia (popsaná v sekci 2.1) umožňuje v různé míře pracovat se všemi definicemi RBDO, dvojsmyčkový přístup je však nejlépe implementován.

1 TEORETICKÝ ZÁKLAD

Návrhové nejistoty jsou přirozeně přítomny v modelech každé z částí jakéhokoli konstrukčního systému, a to jak na straně modelované odezvy konstrukce, tak v modelech zatěžovacích stavů. V rámci analýzy chování konstrukce by zmíněné nejistoty měly být zohledněny. Přímé hodnocení spolehlivosti konstrukce lze provést výpočtem pravděpodobnosti poruchy dané vztahem 1.1. Odvození tohoto vztahu je k dispozici např. v [24].

$$P_f = P[g(\mathbf{X}) \leq 0] = \int ... \int_{g(\mathbf{X})\leq 0} f_X(\mathbf{X}) dx_1 ... dx_n = \int_{g(\mathbf{X})\leq 0} f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \tag{1.1}$$

Pravděpodobnost poruchy P_f je přímým indikátorem spolehlivosti konstrukce. Funkce $f_X(\mathbf{X})$ je sdruženou PDF vektoru $\mathbf{X}$ a oblast $g(\mathbf{X}) \leq 0$ je oblastí poruchy. Vztah 1.1 je řešitelný analyticky pouze ve speciálních případech. Přímá numerická integrace či Gaussova kvadratura jsou aplikovatelné pouze u problémů s nízkým počtem dimenzí. Výpočetní náročnost numerické integrace roste geometrickou řadou s počtem dimenzí návrhového prostoru n. Praktické úlohy často využívají náročné modelování konstrukcí metodou konečných prvků (dále jen MKP). Výpočetní zátěž spolehlivostní analýzy takového modelu je pak zpravidla enormní. Pro praktický odhad pravděpodobnosti poruchy je pak potřeba využít některé z pokročilých simulačních či aproximačních metod [6], [14].

Analytické řešení praktických úloh analýzy spolehlivosti konstrukcí je ve většině případů obtížené či dokonce nemožné. Ve většině praktických aplikací nelze přímo odvodit analytický popis sdružené PDF a pro stochastickou analýzu odezvy je potřeba přistoupit k numerické integraci [24] stanovení prvních dvou statistických momentů odezvy je pak potřeba použít bodové odhady střední hodnoty μ_g a směrodatné odchylky σ_g definované jako:

$$\mu_g \approx \frac{1}{N_{sim}} \sum_{i=1}^{N_{sim}} g(\mathbf{X}_i) \tag{1.2}$$

$$\sigma_g \approx \sqrt{\frac{1}{N_{sim}-1} \sum_{i=1}^{N_{sim}} (g(\mathbf{X}_i) - \mu_g)^2} \tag{1.3}$$

kde $\mathbf{X}_i$ je $i-$tý vektor realizací vstupních veličin a N_{sim} je počet simulaci provedený v rámci numerické integrace.

1.1 Matematická optimalizace

Matematická optimalizace je proces výběru nejlepšího prvku s ohledem na určitá kritéria z definované množiny dostupných alternativ. Optimalizační problémy se objevují ve všech kvantitativních disciplínách od informatiky a inženýrství až po operační výzkum a ekonomii. V nejjednodušším případě spočívá optimalizační problém v maximalizaci či minimalizaci reálné funkce (dále referována jako cílová funkce) systematickým výběrem vstupních hodnot z přípustné množiny a následným vyhodnocením funkční hodnoty cílové funkce. Techniky optimalizace a jejich rozmanité formulace představují rozsáhlou oblast aplikované matematiky. Optimalizaci funkce lze zapsat jako:

$$o(\mathbf{X}) \rightarrow min \tag{1.4}$$

S ohledem na omezující podmínky:

$$h_k(\mathbf{X}) \leq 0; k \in \langle 1, l \rangle \subset \mathbb{N}^+ \tag{1.5}$$

kde $\mathbf{X}$ je vektor vstupních veličin (v obecném případě pak i složitých datových struktur). Symbol h_k představuje k-té omezení (např. omezení návrhového prostoru atd.). Písmeno l pak označuje počet definovaných omezení. V obecném případě může být cílem optimalizace i maximalizace funkční hodnoty cílové funkce. Problém maximalizace lze však jednoduše transformovat na minimalizaci. Převládající definice optimalizačních úloh pracuje s minimalizací dané cílové funkce.
Matematická optimalizace sdružuje celou řadu podoblastí jejichž výčet a podrobný popis je mimo rámec tohoto textu [20]. Existuje také mnoho způsobů kategorizace optimalizačních technik. S ohledem na rozsah a zacílení disertační práce bude v rámci této kapitoly popsáno jen základní členění optimalizačních technik. Podle způsobu práce s optimalizovanou funkcí lze optimalizační techniky rozdělit na:

- **Metody vyhledávací**, vyžadující pouze hodnoty cílové funkce $o(\mathbf{X})$. Tyto metody jsou také označovány jako Optimalizační algoritmy pracující v konečném čase. Jako příklad těchto metod lze uvést Simplexový algoritmus pro lineární programování [25], Kvadratické programování, Interpolační metody, tzv. Pattern search metody [32] či novější Kvantové optimalizační algoritmy [21].
- **Iterační techniky** se liší podle toho zda vyhodnocují, gradientní matici parciálních derivací prvního řádu $\mathbf{G}_f$ (metody gradientní - tzv. strategie prvního řádu) či tzv. Hesián - matici parciálních derivací druhého řádu $\mathbf{H}_f$ (Newtonovy metody - strategie druhého řádu). Příkladem gradientních metod je Metoda koordinovaného sestupu či metoda gradientního sestupu použitá v [17] a v sekci **??** spolu s genetickými algoritmy pro jemné "naladění" parametrů neuronových sítí. Příkladem strategií druhého řádu pak může být klasická Newtonova metoda či Sekvenční kvadratické programování. Iterační metody jsou dobře použitelné pro analyticky definované spojité funkce u nichž je možné najít

derivace analyticky. V případě implicitně definované cílové funkce je u iteračních metod nutné přistoupit k numerickému řešení parciálních derivací což je spojeno s neúměrným nárůstem výpočetní náročnosti. Iterační metody také obecně selhávají u multimodálních optimalizačních úloh kde je potřeba najít globální extrém funkce s několika lokálními extrémy.

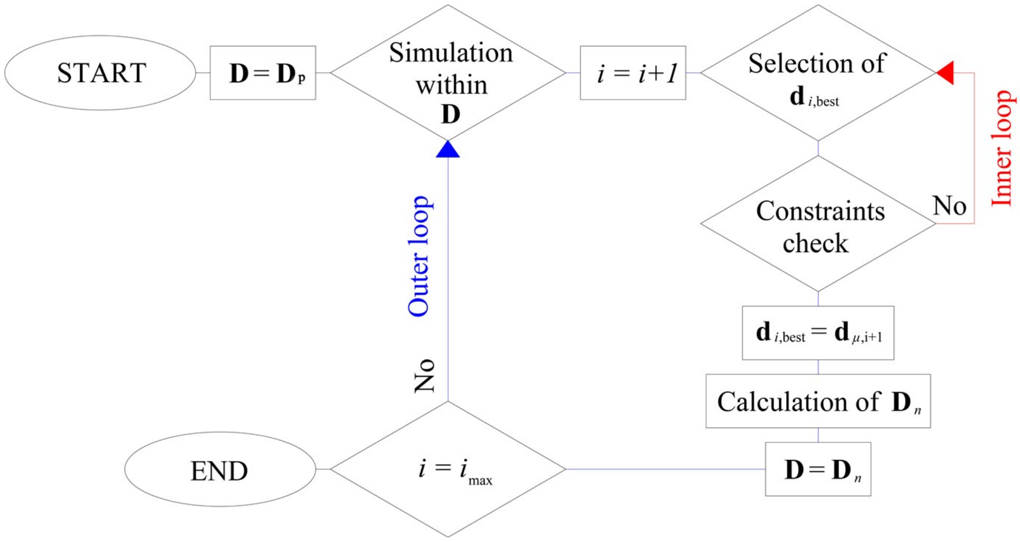
- **Heuristické metody** matematicky negarantují nalezení extrému funkce. Nevyžadují však znalost charakteru a topologie cílové funkce ani její derivace. Cílovou funkcí tak mohu být i složité implicitně definované numerické modely (např. modely NLMKP) a komplexní nespojité matematické problémy. Vzhledem ke složitosti většiny inženýrských úloh (zvláště pak NLMKP modelů) lze konstatovat, že k optimalizaci praktických konstrukcí jsou heuristické optimalizační techniky vhodné.

Poznamenejme, že uvedené členění je jen jedním z mnoha způsobů kategorizace optimalizačních metod dostupných v literatuře [5]. Některé metody svým zařazením spadají do několika kategorií zároveň. Mnoho metod a algoritmů lze rovněž považovat za speciální případy jiných obecnějších postupů. Nové optimalizační techniky přibývají každoročně a jejich efektivita při řešení různých (konkrétních) problémů se zvyšuje. S ohledem na výsledek v [12] a začlenění mnoha optimalizačních úloh do kategorie NP problémů lze konstatovat, že pravděpodobně neexistuje obecně "nejlepší" optimalizační algoritmus použitelný pro všechny možné typy úloh. Volba vhodné optimalizační techniky je tak věcí úsudku uživatele s ohledem na jeho znalosti o dané cílové funkci a návrhovém prostoru úlohy.

Cílené víceúrovňové vzorkování (AMS)

Metoda cíleného víceúrovňového vzorkování (Aimed Multileve Sampling - AMS) byla autorem této práce představena v [26]. Její základní myšlenkou je seřadit průběh simulace do několika úrovní. Na každé úrovni poté proběhne v rámci definovaného prostoru simulace stratifikovanými simulačními metodami [2]. Následně bude vybrán vzorek s nejlepšími vlastnostmi vzhledem k definici optimalizačního problému. Návrhový vektor $\mathbf{d}_{i,best}$ odpovídající nejlepšímu, v i-té úrovni vygenerovanému vzorku, je určen jako vektor středních hodnot náhodných veličin pro simulaci v rámci další úrovně. Následně je "zmenšen" vzorkovací prostor okolo nejlepšího vzorku. V tomto zmenšeném prostoru pak probíhá další simulace. Dochází tak ke stále podrobnějšímu prohledávání oblastí okolo vzorků s nejlepšími vlastnostmi. Obecný algoritmus představené metody je popsán ve vývojovém diagramu na 1.1.

Hodnota $\mathbf{D}$ na obrázku 1.1 představuje vzorkovací prostor o n dimenzích. $\mathbf{D}_p$ je pak počáteční návrhový prostor optimalizační úlohy. $\mathbf{D}_n$ je "zmenšený" vzorkovací prostor pro simulaci na úrovni $i + 1$. Čítač úrovní je reprezentován hodnotou i,



Obr. 1.1: Algoritmus metody AMS

kde i_{max} je maximální počet úrovní sloužící jako kritérium ukončení procesu. Vektor $\mathbf{d}_{i,best}$ představuje nejlepší realizaci návrhového vektoru na i-té úrovni a vektor $\mathbf{d}_{\mu,i+1}$ je vektorem středních hodnot náhodných veličin n-rozměrného návrhového prostoru $\mathbf{D}$ pro simulaci v úrovni $i+1$. Poznamenejme, že redukce vzorkovacího prostoru je založena na empirických předpokladech a představuje klíčový bod pro přesnost a výkonnost metody AMS.

Pro zajištění maximální účinnosti algoritmu AMS je nutné zvolit vhodný způsob redukce návrhového prostoru na každé úrovni metody AMS. Základními parametry pro efektivní nastavení metody AMS jsou požadovaná přesnost řešení, zamýšlený počet simulací N_{sim} a počet úrovní i_{max}. Velikost návrhového prostoru lze definovat pro každý optimalizovaný parametr na první a poslední úrovni. Velikost návrhového prostoru na ostatních úrovních lze vypočítat pomocí libovolné klesající funkce $s(i)$ procházející v souřadnicích $i = 1$ a $i = i_{max}$ přes známé funkční hodnoty (velikosti návrhového prostoru na první a poslední úrovni). Vektor D_i, jehož prvky představují velikosti návrhového prostoru pro každou proměnnou na i-té úrovni, lze vypočítat podle:

$$\mathbf{D}_i = (s_1(i), s_2(i), ..., s_n(i)) \tag{1.6}$$

kde n je počet optimalizovaných parametrů. Příkladem redukční funkce $s(i)$ vhodné k automatizaci je konvergentní geometrická řada. Její členy jsou definovány:

$$a_i = a_1 q^{i-1} \tag{1.7}$$

Při práci s metodou AMS uživatel zvolí požadovanou přesnost a definuje původní a konečnou velikost návrhového prostoru $(a_1, a_{i,max})$ pro každý parametr. Následně je třeba definovat počet provedených simulací N_{sim} a počet úrovní i_{max}. Hodnotu koeficientu q pro doplnění do vztahu 1.7 lze pak získat jako:

$$q = \sqrt[i_{max}-1]{\frac{a_{i,max}}{a_1}} \tag{1.8}$$

Tento postup lze podobně použít i při výběru jiné funkce $s(i)$. Algoritmus AMS je pak nucen konvergovat k lepšímu řešení v důsledku redukce návrhového prostoru kolem nejlepšího vzorku na současné úrovni algoritmu AMS. Pro výpočet velikosti návrhového prostoru na další úrovni algoritmu AMS se využívají vhodně zvolené redukční funkce. Profily těchto funkcí určují rychlost konvergence (např. klesající exponenciální funkce zajišťuje rychlejší konvergenci než klesající lineární funkce, na druhou stranu má menší schopnost vyhnout se lokálním extrémům). Metoda AMS byla vyvinuta pro analýzu s malým počtem vzorků a je stále ve fázi testování [26]. Byla provedena řada testů s cílem prokázat účinnost metody AMS. Testy byly provedeny pro standardní optimalizační etalony. Metoda AMS konverguje rychle již od počátku optimalizačního procesu. Je efektivní pro řešení nízkorozměrných, avšak vysoce multimodálních problémů s velmi omezeným počtem provedených simulací. V případě mnohorozměrných problémů nebo u problémů s vysokými nároky na přesnost řešení bude efektivnější využít evoluční programování a genetické algoritmy. Pro analýzu s malým počtem simulací u nízkorozměrových problémů se však jako efektivnější jeví metoda AMS [26].

1.2 Pravděpodobnostní formulace optimalizačního problému

Obecný optimalizační problém se zohledněním spolehlivosti lze vyjádřit jako minimalizaci cílové funkce:

$$o(\mathbf{X}, \mathbf{p}_f(\mathbf{X})) \rightarrow min \tag{1.9}$$

S ohledem na omezující podmínky:

$$h_k(\mathbf{X}, \mathbf{p}_f(\mathbf{X})) \leq 0; k \in \langle 1, l \rangle \subset \mathbb{N}^+ \tag{1.10}$$

kde $\mathbf{X}$ je vektor deterministických veličin, náhodných veličin a statistických parametrů náhodných veličin a $\mathbf{p}_f$ je vektor uvažovaných pravděpodobností poruchy (viz rovnice 1.1). Symbol h_k představuje k-té omezení. Většinu myslitelných omezení (např. omezení spolehlivosti, omezení návrhového prostoru atd.) lze vyjádřit rovnicí 1.10. Písmeno l pak označuje počet omezení. V souvislosti se současnou aplikací

posouzení spolehlivosti a heuristické optimalizace v rámci jednoho postupu je třeba poznamenat, že vektor $\mathbf{X}$ může obsahovat dvě sady statistických parametrů náhodných veličin. První sada statistických parametrů popisuje přirozené nejistoty vstupních proměnných, vyhodnocené na základě experimentu. Tento soubor statistických parametrů se pak používá pro výpočty spolehlivosti. Druhý soubor statistických parametrů náhodných veličin může být (s ohledem na zvolenou optimalizační metodu) použit pro simulaci v a rámci optimalizačního algoritmu. Tyto parametry jsou většinou voleny s ohledem na volbu optimalizační metody tak, aby byl návrhový prostor během simulace pokryt co nejrovnoměrněji.
Návrh konstrukce obecně závisí na parametrech kvantifikujících odezvu zkoumané konstrukce (např. deformace, napětí, průhyby atd.) při definovaných mezních stavech a na zatížení působícím na konstrukci. Související spolehlivostní omezení lze vyjádřit pomocí intervalu povolené pravděpodobnosti poruchy p_{fi}:

$$p_{fil} \leq p_{fi} \leq p_{fiu}; i \in \langle 1, m \rangle \subset \mathbb{N}^+ \tag{1.11}$$

s danými dolními a horními hranicemi reprezentovanými hodnotami p_{fil} a p_{fiu} pro m pravděpodobnostních omezení. Deterministická omezení pro (optimalizované) návrhové proměnné d_j lze zaspat jako:

$$d_{jl} \leq d_j \leq d_{ju}; j \in \langle 1, n \rangle \subset \mathbb{N}^+ \tag{1.12}$$

kde d_{jl} a d_{ju} jsou dolní a horní hranice a vymezují rozsah zkoumané oblasti návrhového prostoru a n představuje počet optimalizovaných parametrů.
Inverzní definice problémů spolehlivostní optimalizace (využívaná při RBDO postupech spadajících do kategorie PMA) specifikuje množinu návrhových bodů pro niž platí, že odpovídají definované úrovní spolehlivosti $\mathbf{p}_{f,target}$. Optimalizaci je v tomto případě možné chápat jako minimalizaci rozdílu mezi úrovní spolehlivosti současného řešení $\mathbf{p}_f$ a cílovou úrovní spolehlivosti:

$$o(\mathbf{X}, \mathbf{p}_f(\mathbf{X})) = \parallel \mathbf{p}_f(\mathbf{X}) - \mathbf{p}_{f,target} \parallel \rightarrow min \tag{1.13}$$

Pokud existuje více než jedna cílová funkce, stává se optimalizační problém multikriteriálním. V některých případech může být nalezeno tzv. dominantní řešení optimalizačního problému. Toto řešení minimalizuje všechny cílové funkce najednou a takové problémy by mohly být redukovány na jedno kriteriální optimalizační úlohu definovanou rovnicí 1.9. U většiny multikriteriálních problémů lze identifikovat pouze množinu nedominantních řešení, známá jako Paretova množina. Tato množina se využívá v rozhodovacím procesu pro výběr optimálního návrhu na základě stanovených priorit shrnutých pomocí výběrové funkce:

$$F\left(o_1(\mathbf{X}, \mathbf{p}_{f,1}(\mathbf{X})), o_2(\mathbf{X}, \mathbf{p}_{f,2}(\mathbf{X})), ..., o_h(\mathbf{X}, \mathbf{p}_{f,h}(\mathbf{X})), s_1, s_2, ..., s_h\right) \rightarrow min; h \subset \mathbb{N}^+ \tag{1.14}$$

kde $o_1 - o_h$ jsou uvažované cílové funkce, $s_1 - s_h$ jsou vybrané prioritní ukazatele (nebo váhy) a h je celkový počet kritérií. Škála možných definic výběrové funkce je široká a výběr té, která bude využita, je často subjektivní.

Vysoké výpočetní nároky RBDO jsou zřejmé. Pro účely stochastické optimalizace je nutné opakovaně generovat náhodné realizace v rámci návrhového prostoru. Pro každou z těchto realizací (v případě nejobecnějších dvojsmyčkových verzí RBDO) je pak nutné vypočítat pravděpodobnost poruchy v obecném případě prostřednictvím výpočetně náročné (většinou numerické) integrace rovnice 1.1. V mnoha praktických aplikacích navíc pracujeme s výpočetně náročnými implicitně definovanými numerickými modely konstrukcí. U řešených úloh je proto vhodné provést citlivostní analýzu s cílem identifikace významných vstupních parametrů a redukovat tak co možná nejvíce návrhový prostor rozumnou definicí okrajových podmínek a zvolit vhodnou kombinaci optimalizačních metod a metod hodnocení spolehlivosti.

2 SOFTWAROVÉ PROSTŘEDKY

Softwarové prostředky popsané v rámci této kapitoly byly vyvinuty autorem disertační práce za účelem automatizace dílčích procesů RBDO. Jednotlivé programy popsané v rámci disertační práce byly vyvíjeny samostatně v různých obdobích autorova doktorského studia s ohledem na aktuálně řešené problémy a úlohy. Všechny programy však byly vyvíjeny s ohledem na jejich budoucí implementaci v rámci obecného prostředí pro řešení RBDO jež je popsáno v sekci 2.1. Vyvíjené programové prostředky pak využívají program FReeT [23] jako simulační procesor.

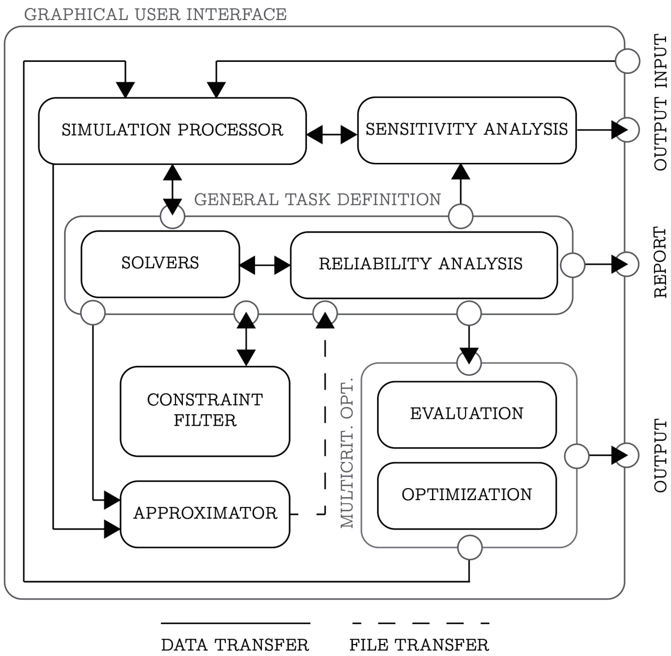
2.1 Uzlový Editor pro spolehlivostní optimalizaci

Uzlový editor by měl uživateli umožnit definovat řešený problém formou přehledného graficky reprezentovaného vývojového diagramu. Cílem je rozebrat elementární strukturu obecné úlohy RBDO a definovat základní stavební bloky softwaru, které zapouzdří jednotlivé metody aplikované při postupech RBDO. Program by měl umožnit integraci různých v současnosti existujících softwarových řešení pro simulaci, citlivostní analýzu, optimalizaci a analýzu spolehlivosti, jež jsou dnes vyvíjená separátně různými subjekty a výzkumníky. Implementované metody by měly být použitelné pro obecný problém reprezentovaný solvery třetích stran, uživatelsky definovanými vztahy, programovými rutinami a jejich kombinacemi. Vzhledem k tomu, že zdrojové kódy solverů třetích stran nejsou (ve většině případů) otevřené, měl by s nimi program zacházet jako s “černou skříňkou“ (black-box) a manipulovat pouze s dostupnými vstupními a výstupními parametry výpočetních úloh. Software musí umožňovat snadné rozšiřování funkcionality a přidávání nových metod bez požadavků na úpravu základní architektury softwaru.

Následující část si klade za cíl popsat základní stavební bloky programu, které by měly zapouzdřovat danou funkcionalitu a pracovat nezávisle na sobě. To umožní upravovat vlastnosti jednoho bloku bez nutnosti modifikace ostatních. Obrázek 2.1 shrnuje celkovou strukturu programu se zaoblenými obdélníky označujícími zapouzdřené nezávislé části softwaru. Šipky označují možné komunikační cesty mezi oddělenými částmi programu. Popisované softwarové řešení je vyvíjeno autorem ve frameworku Qt [4] v jazyce C++.

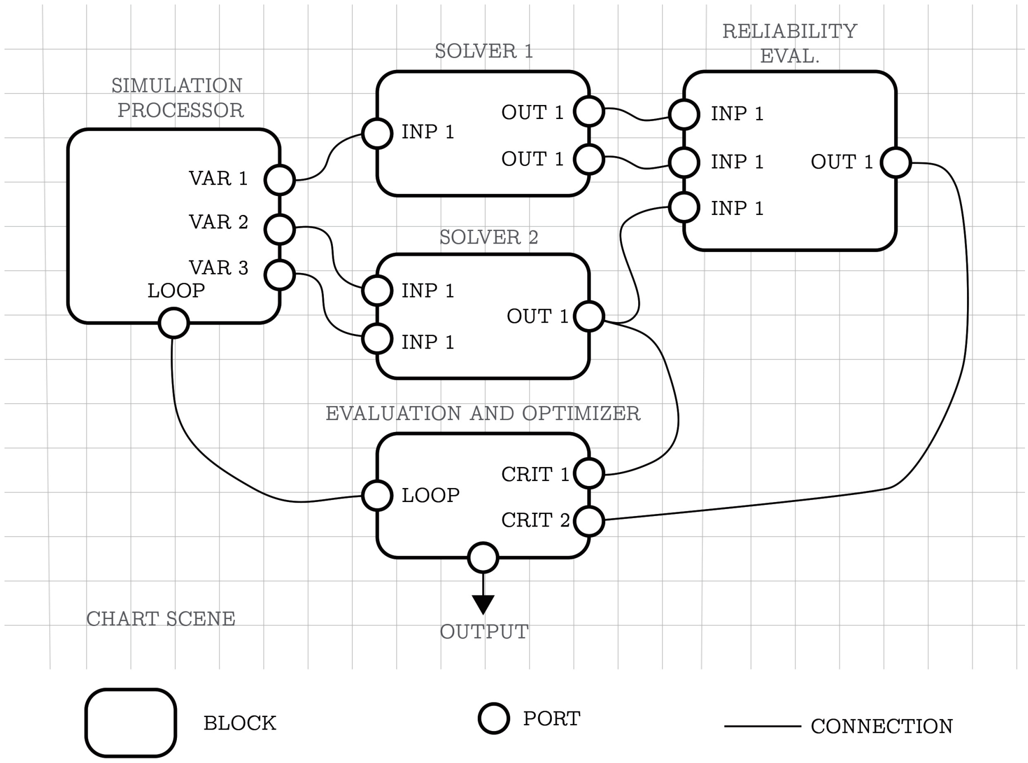
2.1.1 Grafické uživatelské rozhraní (GUI)

Klasická struktura programových oken využívající standardní ovládací prvky (např. tlačítka, combo-boxy, zaškrtávací políčka atd.) není použitelná pro komplexní software pracující s různými RBDO algoritmy, které musí být uživatelem definovány



Obr. 2.1: Základní stavební bloky a komunikační uspořádání navrhované softwarové architektury

plně dynamicky bez ohledu na GUI strukturu aplikace. Hlavní inspirace pro navrženou strukturu GUI pochází z odvětví 3D grafiky. Program Blender 3D přichází se zabudovaným grafickým systémem založeným na separovaných uzlech zapouzdřujících dílčí funkce a metody z nichž uživatel v dynamickém grafickém prostředí sestavuje složitější algoritmy. Stejný systém byl implementován v rámci Unreal Engine 4 umožňující vývoj komplexních her i uživatelům, kteří nejsou programátory. Zmíněná rozhraní patří do kategorie vizuálních skriptovacích jazyků (VSL) [19] a jsou mezioborově využívána pro různá softwarová řešení. VSL představují novou úroveň programovacích jazyků. Podobně jako objektově orientované jazyky umožňují sdružit programovou funkcionalitu do objektů, umožní VSL "programování s hotovými programy" tedy sdružovat kompletní programové celky (jež mohou fungovat i zcela nezávisle na prostředí VSL) do složitých algoritmů. Samotný VSL pak představuje komunikační protokol pro transport dat mezi jednotlivými programy a zavádí plně grafické dynamické GUI pro definici vazeb mezi dílčími programy. Na obrázku 2.2 jsou zobrazeny základní komponenty navrhovaného prostředí na benchmarku RBDO (odděleného přístupu [1]) provedené v trojrozměrném návrhovém prostoru s využitím 2 solverů, aproximovaného hodnocení spolehlivosti a 2 kritérií optimality. Vyvíjený uzlový editor pak umožňuje uživateli sestavit vývojový digram z jednotlivých bloků jež zapouzdřují programové celky. Toky dat jsou pak přímo v GUI definovány propojením jednotlivých portů mezi bloky. Samotné bloky (uzly) jsou do editoru snadno implementovatelné formou dll knihoven bez nutnosti úprav základního rozhraní. Podrobný popis architektury základních bloků je uveden v disertační práci autora.



Obr. 2.2: Základní komponenty GUI uzlového editoru pro RBDO

3 PRAKTICKÁ APLIKACE RBDO

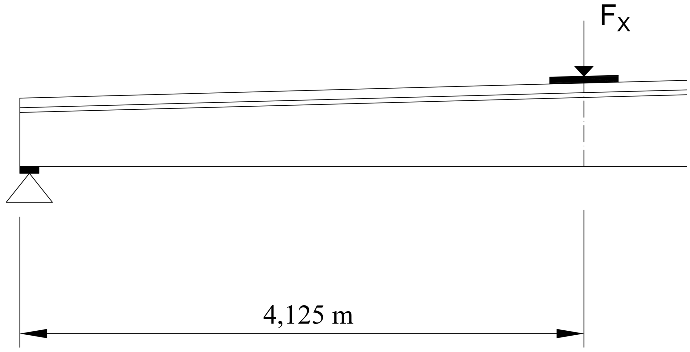
Tato kapitola je věnována popisu spolehlivostní optimalizaci předpjatého střešního nosníku LDE7 produkovaného rakouskou firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG. V první fázi spolupráce s uvedenou firmou došlo k provedení lomových experimentů u dvou betonových směsí běžně používaných pro výrobu prefabrikátů (viz kapitola ??). Tyto experimenty byly provedeny ve spolupráci dvou laboratoří. Testy tříbodovým ohybem byly provedeny na Vysokém Učení Technickém v Brně [34]. Testy vtlačováním klínu do zářezu zkušebního vzorku byly provedeny na University of Natural Resources and Life Sciences ve Vídni [31]. Výsledky experimentů byly následně použity k identifikaci materiálových parametrů [22], užívaných v rámci numerických modelů betonu v balíku programů ATENA [11]. Následně byly v laboratoři Carinthia University of Applied Sciences provedeny a vyhodnoceny smykové destruktivní zkoušky 10 zmenšených modelů předpjatých střešních nosníků vyráběných firmou Franz Oberndorfer GmbH & Co KG [29]. Testy byly dále doplněny in situ zatěžovacími zkouškami předpjatých TT nosníků plné velikosti. Následovalo podrobné numerické modelování všech provedených experimentů [30]. S pomocí vytvořených deterministických modelů a na základě znalosti stochastických vlastností materiálových parametrů používaných betonových směsí byly vytvořeny stochastické modely smykové odezvy testovaných nosníků [28]. Celý proces byl zakončen spolehlivostní optimalizací konstrukce předpjatého střešního nosníku LDE7 [27].

3.1 Experimentální program, numerický a stochastický model

Pro stochastické modelování odezvy konstrukce na daná zatížení je nutný kompletní statistický popis materiálových parametrů užívaných numerických modelů. V případě materiálového modelu CC3DNonLinCementitious2 [11] použitého v rámci níže popsané studie jsou klíčovými parametry jejichž statistiky bylo třeba identifikovat tlaková pevnost f_c, tahová pevnost f_{ct}, lomová energie G_f a Youngův modul pružnosti E_c. Před začátkem prací na modelu nosníku LDE7 byly provedeny experimenty za účelem získání lomově mechanických parametrů betonových směsí užívaných k výrobě zájmového nosníku. Výsledky provedených experimentů sloužily k identifikaci výše uvedených materiálových parametrů testovaných betonových směsí [22]. Identifikované materiálové parametry a jejich stochastické vlastnosti jsou popsány v [34]. Tyto parametry byly použity pro stochastické modelování materiálu při níže popsaných analýzách.

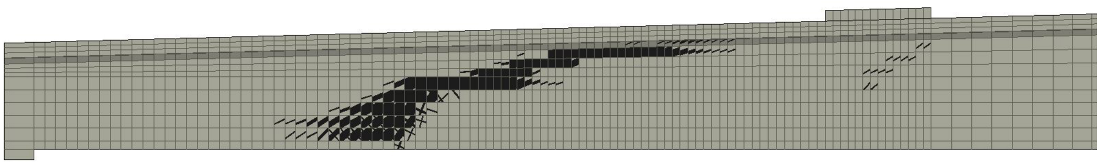
Nosník LDE7 má průřez tvaru TT, délka nosníku činí $30m$, výška nosníku na koncích je $0.5m$, uprostřed rozpětí pak $0.9m$, tloušťky stojin průřezu jsou $0.14m$ (na spodní hraně - průřez se směrem vzhůru mírně rozšiřuje), šířka horní desky průřezu je $3m$ a její tloušťka odpovídá $0.07m$. Geometrie nosníku a jeho vyztužení je symetrická podle roviny středového průřezu a podle svisle orientované středové roviny kolmé na průřez. Nosník je předepnut 32 předpínacími kabely (16 v každé ze stojin) na úroveň napětí v předpínacích kabelech odpovídající $1107.53MPa$. Pro předepnutí nosníku byly použity kabely ST 1570/1770 (sedmi drátová lana celkové průřezové plochy $93mm^2$). Kabely vnášejí předpínací sílu do okolního betonu přímým kontaktem (třením). Stávající návrh vyztužení nosníku respektuje podmínku, aby napětí v betonové části libovolného průřezu nepřekročilo 45% tlakové pevnosti betonu f_{ck}. V takovém případě norma EC-2 [9] umožňuje uvažovat lineární hodnoty deformace způsobené dotvarováním betonu. Vzhledem k proměnné výšce průřezu nosníku je s ohledem na definovaný požadavek maximálního přípustného tlaku v betonové části průřezu předpínací výztuž rozdělena do 4 vrstev. 6 nejníže položených kabelů v každé ze stojin je spojeno s okolním betonem po celé délce nosníku. 4 kabely v následující vrstvě každé ze stojin jsou izolovány v délce $2m$ od konců nosníku. 4 kabely třetí vrstvy jsou izolovány $4m$ od konců nosníku. 2 kabely nejvyšší vrstvy jsou pak izolovány $5.6m$ od konců nosníku. Kromě předpínací výztuže nosník obsahuje také konvenční vyztužení ocelovými (BST550) pruty. U spodní hrany průřezu jsou stojiny vyztuženy 2 pruty průměru $20mm$. Oblast přechodu mezi stojinami a deskou je vyztužena 6 pruty průměru $14mm$. Oblasti na koncích nosníků jsou vyztuženy 4 vodorovně orientovanými třmínky průměru $12mm$. Původní návrh nosníku nepočítá se smykovou výztuží. Vertikální výztužné prvky jsou zastoupeny pouze v podobě konstrukční výztuže 13 svislými třmínky průměru $6mm$ rozmístěných po $0.5m$ na koncích nosníku a 16 svislými třmínky průměru $6mm$ rozmístěnými po $0.5m$ ve střední části nosníku. Deska byla vyztužena sítí prutů průměru $8mm$ s okem velikosti $0.2m$.

Deterministický model nosníku LDE7 využívá definice materiálových parametrů ověřené při modelování destruktivních experimentů se zmenšenými modely nosníků. Nosník je vybetonován z betonové směsi C50/60 popsané v [34]. Použité materiálové modely odpovídají definicím uvedeným v rámci [30]. Pro potřeby ověření chování modelu v lineární oblasti pracovního diagramu byl nosník nejprve zatížen analogicky k provedeným zatěžovacím zkouškám. Pro potřeby analýzy smykové únosnosti byla následně definována hypotetická experimentální situace zachycená na Obrázku 3.1. Nosník byl zatížen dvěma bodovými silami aplikovaným nad každou ze stojin ve vzdálenosti $4.125m$ od konce nosníku. Síly byly aplikovány na ocelovou roznášecí podložku $0.5 \times 0.5 \times 0.05m$. Předpokládá se uložení nosníku na 4 ocelové podložky $0.14 \times 0.14 \times 0.05m$. Experimentální schéma počítá s prostým podepřením nosníku. Reologické chování nosníku a korespondující ztráty předpětí byly modelovány dle



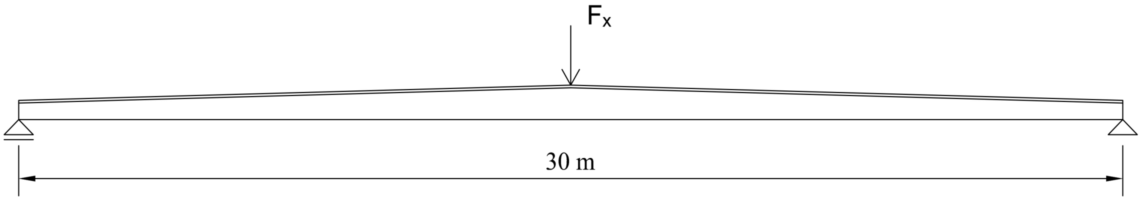
Obr. 3.1: Schéma zatížení nosníku LDE7 v rámci simulovaného destruktivního experimentu

analytické definice převzaté z MC2010 [3]. Vytvořený model předpokládá aplikaci zatížení po 28 dnech tvrdnutí betonu. Numerický model byl vytvořen v programovém prostředí Atena Science [10]. Nastavení parametrů modelu v rámci nelineárního řešiče je popsáno v [30] a [28].
Numerický model vytvořený pro zatěžovací model definovaný na obrázku 3.1 ukazuje smykové porušení zkoumaného nosníku. Výsledná smyková trhlina na mezi únosnosti předpovězená numerickým modelem je zachycena na obrázku 3.2. Stochastická analýza popsaná v rámci kapitoly 3.2 byla provedena pouze pro výrobcem definovaný zatěžovací model (viz obrázek 3.2).

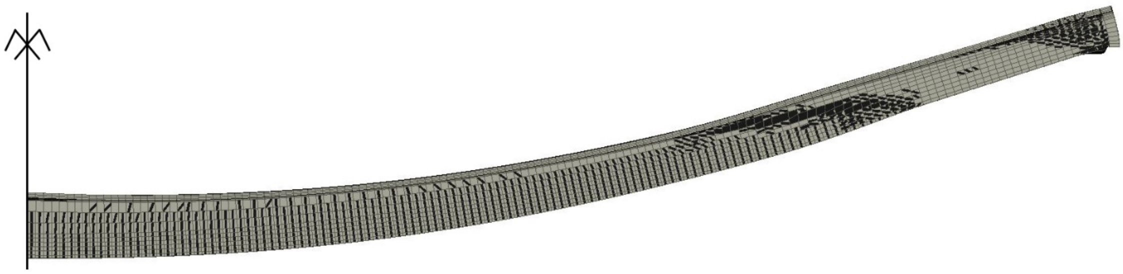


Obr. 3.2: Trhliny při smykovém porušení prvku během zatěžování dle obrázku 3.1

Pro potřeby spolehlivostní optimalizace popsané v kapitole 3.3 bylo modelováno také zatížení nosníku v konfiguraci tříbodového ohybu zachycené na obrázku 3.3. Trhliny a způsob porušení odpovídající této konfiguraci jsou zachyceny na obrázku 3.4. Všimněme si, že nosník LDE7 selže v důsledku smykové trhliny i v případě zatížení tříbodovým ohybem.



Obr. 3.3: Zatížení v konfiguraci 3PB



Obr. 3.4: Trhliny při porušení prvku během zatěžování dle obrázku 3.3

3.2 Stochastické modelování

Postup stochastického modelování popsaný v rámci této kapitoly byl publikován v [28]. Experimentální program popsaný v [34] poskytl informace o statistikách materiálových parametrů užitých betonových směsí. Statistické parametry betonářské výztuže a předpínacích kabelů byly stanoveny na základě informací získaných od výrobců. Zbylé parametry stochastického modelu destruktivních experimentů byly převzaty z doporučení JCSS [15]. Proměnné modelu jsou E - Youngův modul pružnosti (E_c - beton, E_s - ocelová výztuž, E_t - předpínací výztuž), f_t - pevnost betonu v tahu, f_c - pevnost betonu v tlaku, G_f - lomová energie, ρ - hustota betonové směsi, f_{ys} - mez kluzu ocelové výztuže, f_{yt} - mez kluzu předpínací výztuže, IL - modelová nejistota pro okamžité ztráty předpětí, LTL - modelová nejistota pro dlouhodobé ztráty předpětí a P - předpínací síla. Střední hodnota předpínací síly byla definována takto výrobcem, zatímco variabilita a funkce hustoty pravděpodobnosti byly definovány podle [15]. Geometrické nejistoty jsou vzhledem k použitému výrobnímu postupu pouze minimální a jejich vliv může být zanedbán. Pro každou realizaci byly vypočteny ztráty předpětí podle MC 2010 [3]. Modelové nejistoty byly zavedeny pouze pro výpočet ztrát předpětí dle [3]. Podrobný popis užitého stochastického modelu včetně korelační matice je k dispozici v [28].

Standardní definice indikátoru spolehlivosti v podobě pravděpodobnosti poruchy vyžaduje znalost zatěžovacích stavů a jejich statistických parametrů. Rezervu spolehlivosti Z definovanou jako $Z = R - S$ vyčíslíme na základě znalosti odezvy konstrukce R a působících zatížení S. Definice pravděpodobnosti poruchy 1.1 vyžaduje kvantifikaci veličiny Z. Hodnotu S nelze v případě návrhu prefabrikovaných prvků dopředu znát, protože podmínky prostředí a zatížení působící během životnosti konstrukce závisí na konkrétních návrhových situacích. V případě popsané stochastické analýzy nosníku LDE7 bude proto pozornost zaměřena pouze na statistické vyhodnocení návrhové hodnoty odezvy konstrukce R_d. Pro praktické hodnocení střední hodnoty a směrodatné odchylky odezvy na základě simulovaných realizací byly užity bodové odhady definované vztahy 1.2 a 1.3.

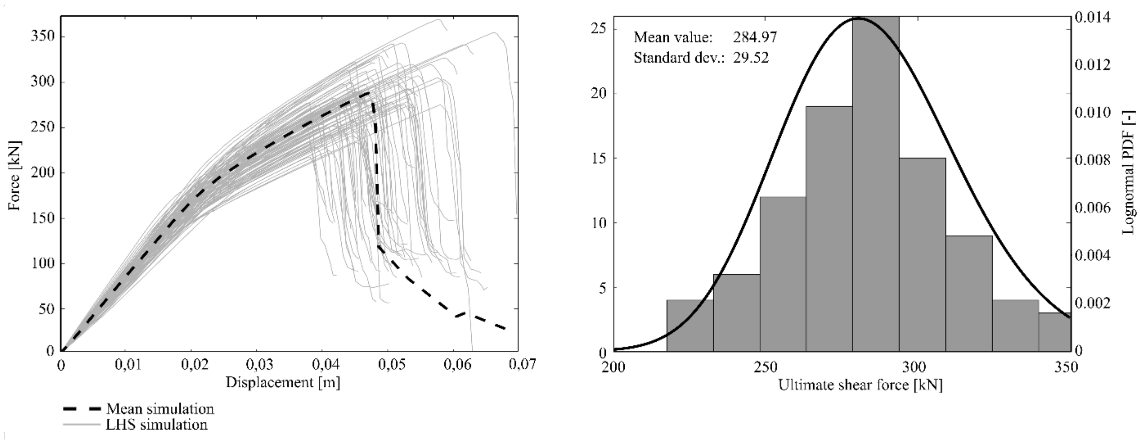
Pro stanovení návrhové hodnoty odezvy konstrukce R_d uvažujme požadovanou úroveň indexu spolehlivosti β pro mezní stav únosnosti konstrukce se středními následky selhání a uvažovanou dobou životnosti 50 let dle [15] jako $\beta_n = 3,8$. Odpovídající hodnotu pravděpodobnosti poruchy pak lze dle [9] zapsat jako:

$$p_f = \phi_N^{-1}(-\beta_n \alpha_R) = \phi_N^{-1}(3,8 \times 0,8) = 0,0012 \tag{3.1}$$

kde ϕ_N^{-1} Je inverzní distribuční funkce normálního rozdělení, α_R představuje směrový kosinus odvozený z metody FORM (hodnota doporučená v [9] je 0,8). Po vyhodnocení střední hodnoty a směrodatné odchylky bylo pomocí softwaru FReET [23] nalezeno odpovídající předpokládané Lognormální rozdělení odezvy konstrukce. Návrhová hodnota odezvy konstrukce značená jako FP byla stanovena jako kvantil výsledného rozdělení odezvy odpovídající pravděpodobnosti poruchy $p_f = 0,0012$ (viz vztah 3.1). Cílem stochastického modelování bylo získat informace o statistických parametrech smykové odezvy zkoumaných nosníků. Vyhodnocená data pak měla sloužit ke kalibraci a úpravě dostupných analytických vztahů pro výpočet prvků namáhaných smykovou a normálovou silou s minimálním množstvím smykové výztuže [16].

Pro řešení úlohy bylo vytvořeno nové komunikační rozhraní mezi prostředím ATENA Science [10] a spolehlivostím softwarem FReET. Bylo provedeno 100 simulací metodou LHS mean. Pro zavedení korelace mezi jednotlivými parametry modelu byla použita metodika využívající kombinatorické optimalizace popsaná v [33]. Následně statisticky vyhodnocena odezva konstrukce pro konfiguraci zatížení zachycenou na obrázku 3.1. Výsledky simulací (LD křivky) s korelací pomocí kombinatorické optimalizace jsou k zobrazeny na obrázku 3.5.

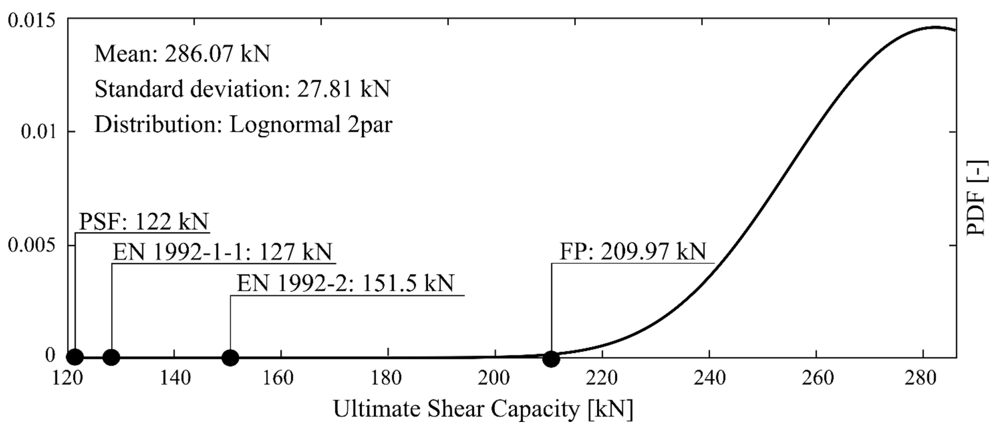
V souladu s doporučeními v [9] lze pro stanovení návrhové hodnoty odezvy konstrukce modelované NMMKP použít obecný součinitel bezpečnosti γ_{R_d}. Tento součinitel může být určen na základě dalších dostupných informací (např. doporučení v rámci vědeckých prací [7]), nebo pomocí dodatečné analýzy, která je obvykle založena na Bayesovské kalibraci [13]. Výpočet návrhové hodnoty odezvy pak může být redukován na následující vztah:



Obr. 3.5: LD křivky simulaci odezvy konstrukce - pro veličiny korelované pomocí kombinatorické optimalizace [28]

$$R_d = \frac{\mu_R exp(-\alpha_R \beta_n \nu_f)}{\gamma_{R_d}} \tag{3.2}$$

Na obrázku 3.6 je výsledná návrhová hodnota odezvy získaná plně pravděpodobnostním přístupem (FP) srovnána s výsledky normativních metod uvedených v EN 1992-1-1, metodou globálního součinitele bezpečnosti (GSF) uvedenou v EN 1992-2 pro nelineární analýzu betonových konstrukcí a standardní metodou dílčích součinitelů bezpečnosti (PSF) v EN 1990. Plně pravděpodobnostní přístup je výpočetně mnohem náročnější než ostatní uvedené metody. Pro potřeby prefabrikovaných konstrukcí, jež jsou vyráběny opakovaně ve velkých sériích, je však hodnocení odezvy metodou FP dobře ospravedlnitelné.



Obr. 3.6: Srovnání výsledné odezvy konstrukce vyčíslené dostupnými metodami s různými způsoby zohlednění konstrukční spolehlivosti

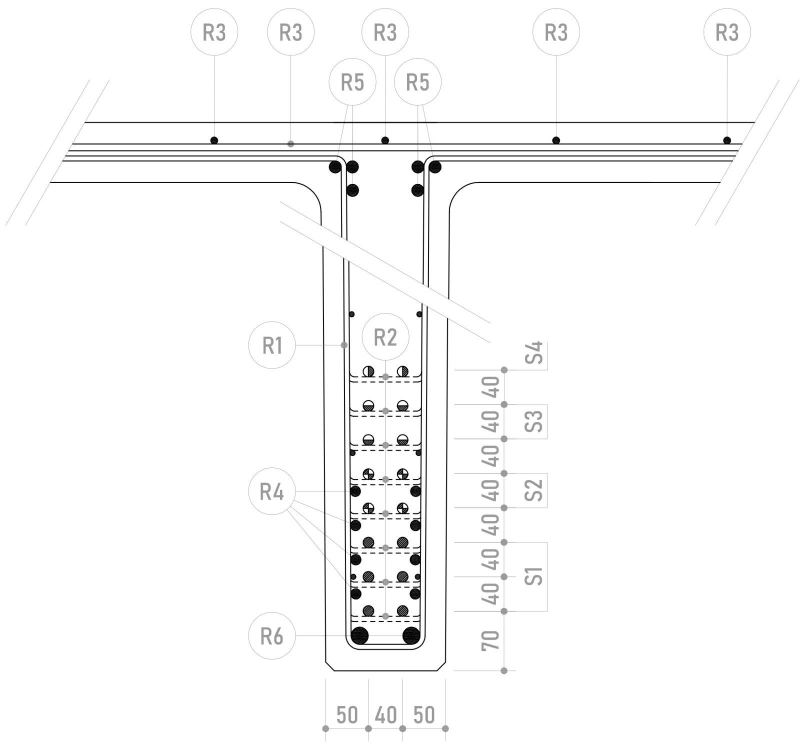
3.3 Optimalizace vyztužení nosníku LDE7

Pro potřeby spolehlivostní optimalizace popsané v rámci této kapitoly byly modelovány dvě experimentální rozložení s cílem zachytit chování nosníku při dvou různých modelech zatížení. Nosníky LDE7 selhávají ve smyku pro zatěžovací situace s nesymetrickým silovým zatížením i pro symetrické uspořádání zatížení tříbodovým ohybem (dále jen 3PB). Modelovaný nosník byl nejprve zatížen deformačním zatížením působícím ve vzdálenosti 4,125 m od podpory (viz obrázek 3.1). Zatížení působilo na ocelové desky o rozměrech $0,50 \times 0,50 \times 0,05m$. Stojiny nosníku byly podepřeny čtyřmi ocelovými deskami (rozměry $0,14 \times 0,14 \times 0,05m$). Pro výše popsanou zatěžovací situaci byla pro potřeby optimalizace sledována mezní zatěžovací síla F_{max} na vrcholu diagramu závislosti zatížení na průhybu (dále jen LD) jako rozhodující mezní stav únosnosti (MSU).
Před smykovým porušením nosníku LDE7 při 3PB (viz obrázek 3.4) je dosaženo mezního průhybu definovaného pro mezní stav použitelnosti (MSP) jako $l/200$, kde l je délka rozpětí nosníku. Dalším sledovaným výstupem pro zatěžovací uspořádání 3PB byla zatěžovací síla F_{wlim}, při níž došlo k meznímu průhybu konstrukce. Nosníky LDE7 se používají především pro konstrukci střech montovaných hal. Ve většině aplikací jsou tyto prvky vystaveny pouze vnitřním podmínkám s neagresivním prostředím. Další mezní stavy (jako je dekomprese předpínací výztuže, nebo maximální šířka trhlin s ohledem na možnou korozi výztuže) byly v rámci dále popsané spolehlivostní optimalizace zanedbány.
Jednou z motivací výzkumu v [16] bylo snížení množství třmínků sloužících jako smyková výztuž nosníku LDE7. Experimentálně zkoušené nosníky byly proto odlity pouze s minimálním (konstrukčním) množstvím smykové výztuže s ohledem na předpoklad, že samotné předpětí nosníku by mělo zajistit jeho dostatečnou smykovou únosnost. Dále popsaný postup RBDO naopak ukázal, že zvýšení množství smykové výztuže by mohlo napomoci zmenšit průměry výztuže na jiných pozicích, zvýšit smykovou únosnost a využít plnou ohybovou kapacitu nosníku v kombinaci s nižšími výrobními náklady.
Cílem provedené optimalizace bylo maximalizovat smykovou únosnost reprezentovanou silou F_{max} na mezním stavu únosnosti NLMKP modelu zatíženým podle schématu na obrázku 3.1, maximalizovat ohybovou únosnost F_{wlim} reprezentovanou mezním stavem použitelnosti odpovídajícím meznímu průhybu $0,15m$ pro rozložení zatížení konfigurací 3PB (viz obrázek 3.3) a minimalizovat celkovou cenu za použitý materiál. Detailní popis provedené RBDO byl podán v [27].
Dále popsaná spolehlivostní optimalizace nosníku LDE7 byla provedena standardním dvojsmyčkový přístupem s přímým hodnocením spolehlivosti v rámci vnitřní smyčky. Na počátku procesu byl definován diskrétní návrhový prostor optimalizační

úlohy (viz sekce 3.3.1). Spolehlivostní analýza v rámci vnitřní smyčky byla prováděna přímým hodnocením statistik odezvy náhradního modelu vytvořeného pomocí ANN (viz kapitola 3.3.2).

3.3.1 Kombinatorická optimalizace - návrhový prostor

Vzhledem k tomu, že stavební materiály a prvky jsou definovány určitými sortimentními třídami nebo rozměry a že nelze jednoduše koupit položky, které neodpovídají dostupným specifikacím, je optimalizace reálných konstrukcí často redukována na kombinatorický problém v diskrétním návrhovém prostoru. Jedním z deklarovaných optimalizačních cílů je upravit průměry výztuže ve skupinách výztuže na pozicích R1-R6 zachycených na obrázku 3.7 a zvolit správnou třídu betonu s cílem minimalizovat cenu materiálu. Možnosti užití betonářských směsí a možnosti dostupných prutů betonářské výztuže, jejich průměry a odpovídajících jednotkové ceny jsou k dispozici v [27].



Obr. 3.7: Pozice výztuží v polovině průřezu nosníku LDE7

Původní návrh vyztužení nosníku LDE7 počítá pouze s konstrukčními svislými třmínky. Na obou koncích nosníku bylo osazeno 13 třmínků o průměru 0,006 m (skupina R1) ve vzdálenosti 0,50 m od sebe. Dalších 16 třmínků o průměru 0,006 m (skupina R1) bylo osazeno symetricky podél středu nosníku. V místech, kde předpínací lana vnášejí předpínací sílu, je beton vyztužen 6 malými třmínky ve tvaru

písmene U na každý pár lan (skupina R2). Deska nosníku byla opatřena ortogonálními výztužnými pruty o průměru 0,008 m umístěnými v podélném a příčném směru ve vzdálenosti 0,20 m od sebe (skupina R3). Spodní vrstva předpínací výztuže byla v na koncích nosníku doplněna čtyřmi vodorovnými třmínky ve tvaru U o průměru 0,012 m (skupina R4). V horní vrstvě výztuže na styku stojin a desky je šest výztužných prutů o průměru 0,014 m (skupina R5) a ve spodní vrstvě výztuže stojin jsou pak dva ztužující pruty o průměru 0,02 m (skupina R6).
Vzhledem k tomu, že podrobné statistické informace o skutečných hodnotách materiálových parametrů byly známy pouze pro dvě testované směsi [34], bylo rozhodnuto využít doporučení [3] pro odhad lomově mechanických parametrů betonu na základě charakteristické pevnosti v tlaku stanovené ze standardní kubické tlakové zkoušky. Pro všechny směsi pak byl použit shodný postup pro určení materiálových parametrů betonu [27]. Pro stochastickou simulaci v rámci vnitřní smyčky RBDO bylo nutné definovat stochastický model všech použitých tříd betonu Stochastický model spolu s výčtem přijatých předpokladů je k dispozici v [28]. Předpínací síla byla pro každou simulaci vypočtena na základě zvolené třídy betonu s ohledem na požadavek, aby stav napětí v betonu nepřekročil hodnotu $0,45 f_{ck}$, tedy aby nebylo nutné provést nelineární hodnocení reologického chování betonu dle [9]. Stav napětí byl hodnocen pro zatěžovací situaci s rovnoměrně rozloženým zatížením předepsanou výrobcem. Předpínací síla je tedy plně závislá na pevnosti betonu v tlaku. Výše popsané předpoklady definují diskrétní návrhový prostor optimalizace. Celkový výčet možných variantních řešení je shrnut v rámci tabulky 3.1.

Tab. 3.1: Celkový počet možných kombinací v rámci návrhového prostoru optimalizace

Parametr	**Min.**	**Max.**	**Možností**
f_c [MPa] (Původní hodnota: 68)	45	68	5
R1 (Původní hodnota: 6 mm)	6	10	3
R2 (Původní hodnota: 6 mm)	6	10	3
R3 (Původní hodnota: 8 mm)	6	10	3
R4 (Původní hodnota: 12 mm)	6	16	6
R5 (Původní hodnota: 14 mm)	6	26	8
R6 (Původní hodnota: 20 mm)	6	30	9
		Celkem kombinací:	58 320

R1-R6 jsou jednotlivé skupiny betonářské výztuže (viz obrázek 3.7). Poznamenejme, že počet možností pro danou skupinu výztuží odráží rovněž geometrická omezení konstrukce. Celkový počet kombinací v rámci návrhového prostoru se nemusí jevit jako významný ve srovnání s optimalizačními problémy spojitého kontinua. Výpočetní čas potřebný k výpočtu jedné simulace reprezentované NLMKP modelem však činí přibližně 10 hodin. Je také potřeba vyhodnotit dva modely pro dva různé zatěžovací stavy, takže analýza všech možných variant není prakticky proveditelná. Problém se dále zhoršuje v důsledku stochastického vyhodnocení spolehlivosti v rámci vnitřní smyčky každé simulace prováděné v rámci optimalizačního cyklu (viz kapitola 3.3.2).

3.3.2 Vnitřní smyčka a ANN náhradní modely

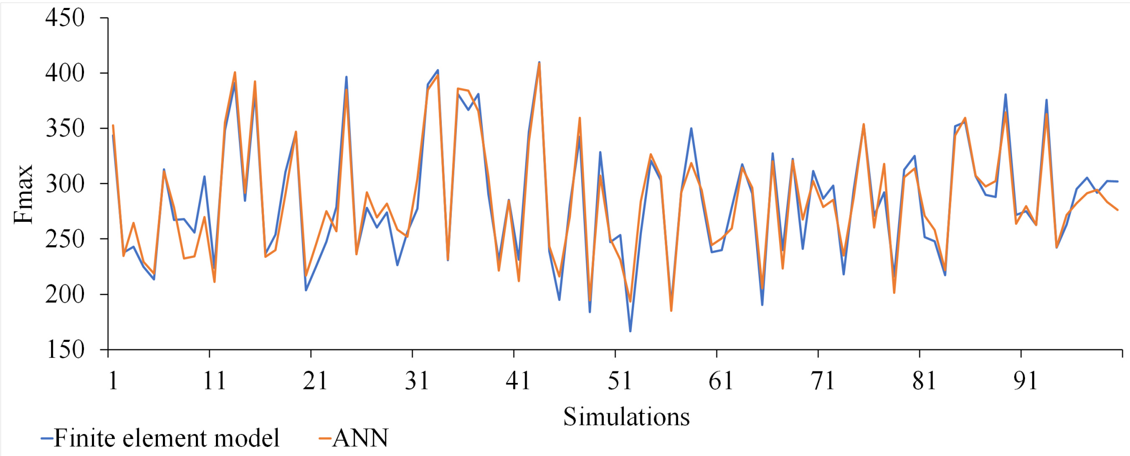
Zatímco popsaný návrhový prostor optimalizace je diskrétní, pravděpodobnostní prostor pro statistické vyhodnocení veličin odezvy je přirozeně spojitý a nekonečný. Konkrétní zatěžovací situace nejsou v době výroby nosníku LDE7 definovány. V souladu s popisem uvedeným v kapitole 3.2 je u prefabrikovaných výrobků možno provést pouze polo-pravděpodobnostní posouzení návrhu založené na oddělení zatěžovacích účinků a odolnosti konstrukce podle EC2 [9]. Kritériem optimality je mezní únosnost v definovaných zatěžovacích stavech (viz obrázky 3.1 a 3.3) a zatížení je postupně zvyšováno až do dosažení daného mezního stavu. Optimalizace byla tedy provedena pouze na straně odolnosti konstrukce.

Přirozené nejistoty by mohly být vyjádřeny bodovými odhady střední hodnoty a směrodatné odchylky odezvy konstrukce. Pro obě výše uvedené zatěžovací konfigurace lze střední hodnoty a směrodatné odchylky sledovaných veličin (F_{max} a F_{wlim}) odhadnout na základě poměrně malého počtu simulací N_{sim} pomocí metody LHS mean [2] a následného statistického vyhodnocení. Střední hodnotu odezvy lze na základě simulovaných dat získat užitím vztahu 1.2. Směrodatnou odchylku lze pak odhadnout dle vztahu 1.3. Odhady statistických parametrů musely být vyčísleny pro dvě sledované hodnoty odezvy konstrukce u každé simulace optimalizačního cyklu. Výpočetní náročnost popsané analýza je tedy značná. Analýza vnitřní smyčky byla proto provedena na náhradních modelech definovaných zatěžovacích situací vytvořených pomocí umělých neuronových sítí (ANN). Celkem bylo provedeno 100 simulací návrhového vektoru X_i. Pro každou simulaci byly vyhodnoceny dva NLMKP modely (pro dvě konfigurace zatížení). Vytvořený soubor dat pak posloužil k tréninku dvou náhradních modelů na bázi ANN [27].

Provedená analýza citlivosti podrobně popsaná v [27] nám pomáhá optimalizovat konstrukční prvek. Skupiny výztuže R2 - R5 mají na vlastnosti nosníku pouze zanedbatelný vliv. U těchto skupin by tedy mohla být použita výztuž o průměru 6 mm. Při vytváření náhradních modelů (ANN) byly uvažovány pouze dominantní vstupní parametry. Náhradní model pro F_{max} používá jako vstupy pouze nejistoty ztráty předpětí, materiálové parametry betonu a průměr skupiny R1, zatímco model pro

F_{wlim} pracuje s průměrem skupiny výztuží R1 namísto skupiny R6. Předpínací síla je plně závislá na hodnotě f_c. Vzhledem k jejich malému vlivu na pozorované výstupy mohou být ostatní parametry v rámci vytvořených aproximací zanedbány. Aproximace založené na ANN a redukce návrhového prostoru umožňují provést přímé heuristické vyhodnocení optimalizační smyčky.

Po zpracování výsledků analýzy citlivosti byly vytvořeny náhradní modely ANN pro oba uvažované mezní stavy. Obě ANN jsou vícevrstevné sítě typu feed-forward. Skládají se z jedné skryté vrstvy s pěti nelineárními neurony (s hyperbolickou tangenciální přenosovou funkcí) a výstupní vrstvy s jedním výstupním neuronem (s lineární přenosovou funkcí). To odpovídá jedné návratové hodnotě odezvy (F_{max} v případě MSÚ a F_{wlim} v případě MSP). Obě sítě mají sedm vstupů sítě - viz parametry s vysokými faktory citlivosti pro oba mezní stavy v tabulce **??** (tučný text). Obrázek 3.8 ukazuje dobrou shodu simulovaných dat s výsledky získanými pomocí ANN pro F_{max}. Náhradní model pro F_{wlim} pak vykazuje srovnatelnou přesnost jak pro trénovací, tak pro testovací datové sady.



Obr. 3.8: Srovnání výsledků generovaných ANN aproximací se skutečnými výsledky MNMKP modelu pro F_{wlim}

3.3.3 Optimalizační úloha a rozhodující kritéria

Provedená optimalizace byla omezena požadavkem na odezvu pro hodnocené zatěžovací situace alespoň na úrovni současného návrhu. Vzhledem k tomu, že F_{max} a F_{wlim} jsou náhodné veličiny, není možné kvantifikovat odezvu pouze pomocí střední hodnoty a je třeba zohlednit i rozptyl v podobě směrodatné odchylky. Pro hodnocení “výkonnosti“ byl zaveden poměr mezi střední hodnotou a směrodatnou odchylkou sledovaných veličin (analogicky ke Cornellovu indexu spolehlivosti). Tyto poměry byly vypočteny pro současnou konstrukci a stanoveny jako prahové hodnoty pro optimalizaci. Omezující podmínka pro smykovou odezvu byla předepsána jako:

$$c_1 = \frac{\mu_{F_{max}}}{\sigma_{F_{max}}} \geq c_{1,lim} = 5,661 \tag{3.3}$$

zatímco omezení pro ohybovou únosnost nosníku LDE7 bylo definováno jako:

$$c_2 = \frac{\mu_{F_{wlim}}}{\sigma_{F_{wlim}}} \geq c_{2,lim} = 5,969 \tag{3.4}$$

kde mezní hodnoty $c_{1,lim}$ a $c_{2,lim}$ byly získány statistickým vyhodnocení chování původního modelu nosníku LDE7. Střední hodnoty a směrodatné odchylky byly vyhodnoceny jako bodové odhady pomocí rovnic 1.2 a 1.3. Popsaný optimalizační problém je multikriteriální s více nedominantními řešeními. Pro vyhodnocení "výkonnosti" daného řešení bylo nutné definovat výběrovou funkci (také označována jako fitness funkce) závislou na více sledovaných výstupech (analogickým způsobem, jako v rovnici 1.14):

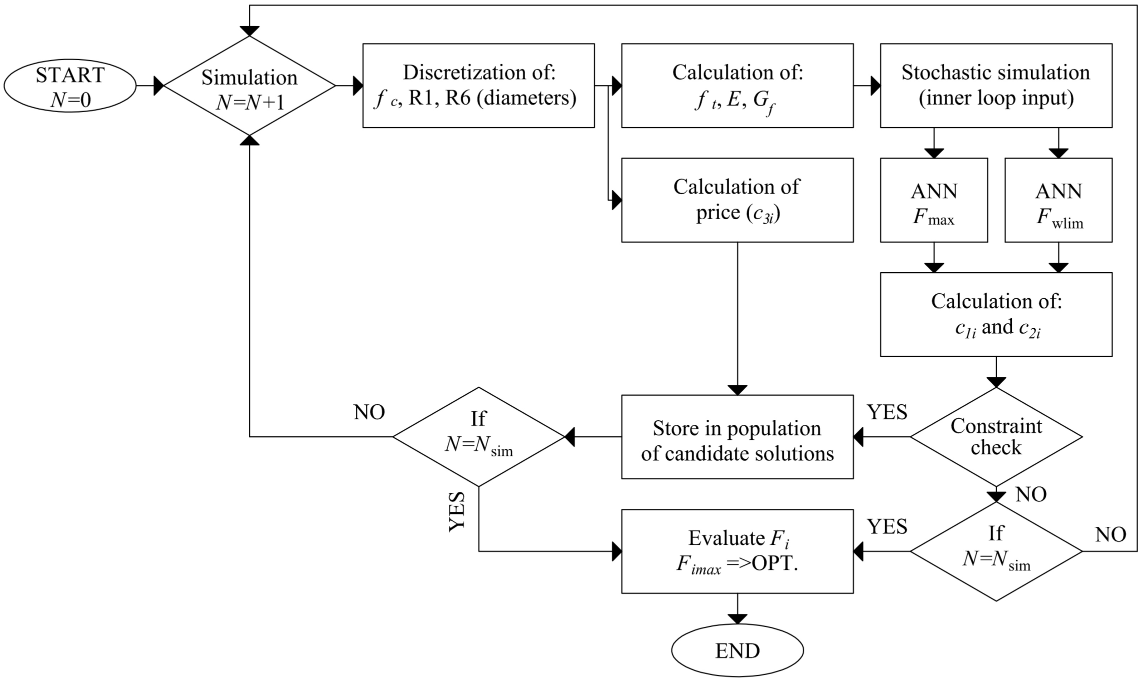
$$F_i = w_1 \frac{c_{1i}}{\overline{c_1}} + w_2 \frac{c_{2i}}{\overline{c_2}} + w_3 \frac{c_{3i}}{\overline{c_3}} \tag{3.5}$$

kde každý člen v rámci celkového součtu představuje vážené normalizované kritérium optimality. w_1, w_2 a w_3 jsou váhy určené na základě subjektivní důležitosti a preferencí uživatele. c_{1i} je kritérium vyhodnocené pro i-tou simulaci podle rovnice 3.3, c_{2i} je kritérium vyhodnocené pro i-tou simulaci podle rovnice 3.4 a c_{3i} je cena vypočtená pro i-tou simulaci. $\overline{c_1}, \overline{c_2}, \overline{c_3}$ představují aritmetické průměry mezi aktuální generací řešení. Výslednou definici optimalizačního problému lze označit jako maximalizaci hodnoty fitness funkce definované rovnicí 3.5:

$$F(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \mathbf{C}_3) \rightarrow max \tag{3.6}$$

kde $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \mathbf{C}_3$ jsou vektory kritérií hodnocených v aktuální generaci.

Náhradní ANN modely pomohly významně snížit výpočetní zátěž spojenou s dvousmyčkovou RBDO. Výše definovanou optimalizační úlohu tak bylo možné řešit heuristicky pomocí algoritmu znázorněného na obrázku 3.9. Pro získání kandidátního řešení se provede simulace v návrhovém prostoru. V dalším kroku jsou simulované návrhové vektory diskretizovány. Následně jsou vyhodnoceny závislé vlastnosti materiálu jako nezbytný vstup pro stochastický model v rámci vnitřní smyčky spolu za současného vyhodnocení ceny konstrukce. Náhradní ANN modely jsou využity ke zpracování dat simulovaných v rámci vnitřní smyčky a k vrácení přibližných hodnot F_{max} a F_{wlim}. Na každou simulaci vnější smyčky pak připadá 10 000 simulací vnitřní smyčky. Tyto výstupy jsou statisticky zpracovány a pomocí rovnic 3.3 a 3.4 jsou vypočteny hodnoty kritérií c_1 a c_2. Nejsou-li porušeny omezující podmínky, je řešení uloženo v populaci kandidátních řešení. Celý proces se opakuje pro každé diskrétní řešení. Na konci procesu se vyhodnotí výběr kandidátních řešení a návrhovému vektoru s nejvyšší hodnotou výběrové funkce 3.5 odpovídá hledané Pareto-optimální řešení, závislé na hodnotách uživatelem definovaných vah w_1, w_2 a w_3.



Obr. 3.9: Algoritmus řešení dané úlohy RBDO

Protože pro tento typ problému nelze nalézt žádné dominantní řešení, různé kombinace preferencí (vah w_1, w_2 a w_3) povedou obecně k různým optimálním variantám. Heuristické řešení úlohy umožňuje samostatné hodnocení výběrové funkce, aniž by bylo nutné opakovat řešení celé RBDO úlohy.
Řešení předložené úlohy vyžaduje kombinaci několika stávajících a nově vyvinutých softwarových nástrojů. Numerická analýza nosníku LDE7 byla provedena v prostředí ATENA Studio [11]. Simulace dat dle definovaných stochastických a simulačních modelů probíhala v pravděpodobnostním programu FReET [23]. Obě prostředí byla propojena pomocí autorem nově vyvinutého obecného rozhraní pro spolehlivostní optimalizaci popsaného v kapitole 2.1.

3.3.4 Výsledky optimalizace

Dvacet osm ze sto třiceti pěti simulací vyhovělo optimalizačním omezením. Pro určení množiny Pareto-optimálních řešení bylo testováno více kombinací vah. Lze konstatovat, že pro různé kombinace vah bude nalezené optimum s největší pravděpodobností oscilovat mezi třemi řešeními. Všechna optima pracují s betonem pevnostní třídy C50/60. To odráží skutečnost, že cenové rozdíly mezi jednotlivými betony nejsou tak významné jako vliv vyšší pevnosti betonu na únosnost v definovaných mezních stavech.

V tabulce 3.2 jsou uvedeny hodnoty výkonnosti pro tři identifikovaná optima a jejich porovnání s hodnotami pro současnou (původní) konstrukci nosníku LDE7. Hodnota Δr představuje relativní rozdíl mezi současným návrhem a identifikovaným optimem. Veličiny s horšími výkony ve srovnání se současným návrhem jsou indikovány červeně. Poznamenejme, že malé snížení střední hodnoty odezvy je u dvou ze tří optim doprovázeno také snížením (zlepšením) variability, což v konečném důsledku vede k požadované spolehlivosti optimalizované konstrukce (viz hodnoty kritérií c_1 a c_2). Optimum 1 představuje extrémní volbu, která je zaměřena především na snížení ceny, a zvolené váhy vedou ke stejnému řešení jako jedno-kriteriální definice úlohy odpovídající vahám $w_1 = 0$, $w_2 = 0$ a $w_3 = 0$. Optimum 2 je řešením nejvíce zaměřeným na únosnost v definovaných mezních stavech. Toto řešení je spojeno se zanedbatelným zvýšením ceny a odpovídá definici s kombinací vah $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,5$ a $w_3 = 0$. Optimum 3 pak představuje rozumný kompromis mezi únosností a cenou materiálu konstrukce. Řešení shrnutá v tabulce jsou graficky porovnána na obrázku **??** (relativní zlepšení středních hodnot).

Tab. 3.2: Srovnání výkonnosti původní konstrukce a jednotlivých optim

	Současná konstrukce	**Optimum 1**		**Optimum 2**		**Optimum 3**	
Sledovaná kvantita	**Návrhová hodnota**	**Návrhová hodnota**	Δr	**Návrhová hodnota**	Δr	**Návrhová hodnota**	Δr
$\mu_{F_{wlim}}(kN)$	202.05	190.886	-5.53%	215.983	6.90%	198.524	-1.75%
$\sigma_{F_{wlim}}(kN)$	33.849	31.899	5.76%	30.085	11.12%	31.558	6.77%
c_2	5.969	5.9841	0.25%	7.179	20.27%	6.291	5.39%
$\mu_{F_{max}}(kN)$	237.79	294.321	23.77%	357.87	50.50%	357.727	50.44%
$\sigma_{F_{max}}(kN)$	42.005	24,818	40,92%	19.525	53.52%	19.248	54.18%
c_1	5.661	11.859	109.49%	18.329	223.77%	18.586	228.30%
$c_3(EUR)$	2126.70	1685.76	20.73%	2230.43	-4.88%	1910.02	10.19%

Vybrané optimální návrhy je třeba zpětně ověřit pomocí NLMKP analýzy. Ověření bylo provedeno pro referenční model Optimum 3 [27].

4 ZÁVĚR

Disertační práce prezentuje sadu softwarových prostředků vyvinutých autorem pro automatizaci RBDO. Složité procesy RBDO spoléhají na aplikaci mnoha různých metod v jediném komplexním algoritmu specificky sestaveném pro řešení dané úlohy RBDO. Rychlý vývoj jednotlivých podoblastí a samotné metodiky RBDO je obtížné efektivně promítnout do starších softwarových řešení. Softwarová architektura představená v této práci je sestavena z pohledu dlouhodobého uživatele RBDO a má za cíl zajistit obecnou použitelnost programu a jeho nelimitovaný budoucí rozvoj. Navržené prostředí lze chápat jako komunikační rámec pro více samostatných programů umožňující uživateli definovat vzájemné vazby mezi dílčími programovými bloky. Základní uzlová koncepce prostředí formou VSL krátce představená v sekci 2.1 by měla umožnit snadnou implementaci nových metod a funkcí bez zásadního vlivu na stávající architekturu. Nespornou výhodou VSL je pak přehledné grafické prostředí v němž uživatel přímo sestavuje algoritmus řešení dané úlohy RBDO formou graficky reprezentovaného vývojového diagramu. První verze softwaru již byla vyvinuta a testována na příkladech uvedených v rámci disertační práce.
Sekce 3 pak demonstruje komplexní přístup k návrhu prefabrikovaných předpjatých prvků s využitím popisované metodiky na příkladu předpjatých střešních nosníků vyvíjených rakouskou firmou Franz Oberndofer GmbH & Co KG. Pro přípravu stochastického modelu byla provedena identifikace lomově-mechanických parametrů betonu na pomocí inverzní analýzy s využitím ANN. Samotná konstrukce střešních nosníku byla modelována pomocí NLMKP. Vytvořené modely byly kalibrovány na základě dat získaných z provedených destruktivních zkoušek zmenšených modelů střešních nosníků. Pro stochastické modelování a simulaci dat byly využity pokročilé simulační metody typu LHS s korelací zaváděnou kombinatorickou optimalizací. Následně bylo provedeno statistické hodnocení smykové únosnosti nosníku LDE7. Lze konstatovat, že stochastické posouzení odezvy vede k výrazně vyšší návrhové smykové únosnosti (210 kN) ve srovnání jinými metodami. V posledním kroku byl sestaven koncept kombinatorické RBDO a byla provedena multikriteriální optimalizace konstrukce s cílem zvýšit ohybovou a smykovou kapacitu nosníku a redukovat výrobní náklady. Optimalizovaný návrh konstrukce výrazně navyšuje smykovou i ohybovou únosnost prvku v mezním stavu použitelnosti a snižuje cenu užitého materiálu o 10%. Analýza byla provedena s využitím autorem vyvíjených softwarových prostředků popsaných v kapitole 2.

LITERATURA

[1] AOUES, Y.; CHATEAUNEUF, A.: Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization. *Struct Multidiscipl Optim*, 2010, 41:277–294.

[2] AYYUB, B. M.; LAI, K. L.: Structural reliability assessment using Latin Hypercube Sampling. *Journal of structural engineering*, 1989.

[3] BETON, C. E.-I. D.: *CEB-FIP Model Code 2010: "Design Code"*. Comité Euro-International Du Beton (HRSG.), 2012.

[4] BLANCHETTE, J.; SUMMERFIELD, M.: *C++ GUI Programming with Qt 4*. 2015, second Edition.

[5] BOYD, S. P.; VANDENBERGHE, L.: *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004, iSBN 0-521-83378-7.

[6] BUCHER, C. G.: Adaptive sampling: an iterative fast Monte-Carlo procedure. *Structural safety*, 1988, vol. 5, No. 2.

[7] CASTALDO, P.; GINO, D.; BERTAGNOLI, G.; aj.: Resistance model uncertainty in nonlinear finite element analyses of cyclically loaded reinforced concrete systems. *Eng. Struc.*, 2020, https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110496.

[8] CEN: *EN 1990 - Eurocode: basis of structural design*. European Committee for Standardization – ECS, 2002.

[9] CEN: *EN 1992 - Eurocode: Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. European Committee for Standardization – ECS, 2005.

[10] ČERVENKA, V.; ČERVENKA, J.; JANDA, Z.; aj.: *ATENA Program Documentation – Part 8: User's Manual for ATENA-GiD Interface*. Červenka Consulting s.r.o., 2017.

[11] ČERVENKA, V.; JENDELE, L.; ČERVENKA, J.: *ATENA Program Documentation – Part 1: Theory*. Červenka Consulting s.r.o., 2012.

[12] DEOLALIKAR, V.: P≠NP. HP Research Labs, Palo Alto, s. 50.
URL `http://www.scribd.com/doc/35539144/pnp12pt`

[13] ENGEN, M.; HENDRIKS, M. A.; KOHLER, J.; aj.: A quantification of the modelling uncertainty of non-linear finite element analyses of large concrete structures. *Struct. Saf.*, 2017, https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2016.08.003.

[14] HASOFER, A. M.; LIND, N. C.: Exact and invariant second-moment code format. *Journal of Eng. Mech. Division*, 1974, vol. 100. ASCE.

[15] JCSS: *JCSS Probabilistic Model Code*. Joint Committee on Structural Safety, 2001.

[16] KRUG, B.: Monitoring basierte, nichtlineare, probabilistische Analyse der Querkrafttragfähigkeit von Spannbetonfertigteilen.

[17] LEHKÝ, D.; NOVÁK, D.: Solving Inverse Structural Reliability Problem Using Arti-ficial Neural Networks and Small-Sample Simulation. *Advances in Structural Engineering*, 2012, 15(11), S. 1911–1920.

[18] LEHKÝ, D.; SLOWIK, O.; NOVAK, D.: Reliability-based design: Artificial neural networks and double-loop reliability based optimization approaches. *Advances in engineering software*, 2018, iSSN: 0965-9978.

[19] LIU, N.; HOSKING, J.; GRUNDY, J.: A visual language and environment for specifying user interface event handling in design tools. In *Conferences in Research and Practice in Information Technology*, 2007, series, 60.

[20] MARTINS, J. R.; NING, A.: *Engineering Design Optimization*. Cambridge University Press, 2021, iSBN 978-1108833417.

[21] MONTANARO, A.: Quantum algorithms: an overview. *Npj Quantum Information*, 2016, doi:10.1038/npjqi.2015.23.

[22] NOVÁK, D.; LEHKÝ, D.: ANN inverse analysis based on stochastic small-sample training set simulation. *Engineering Application of Artificial Intelligence*, 2006.

[23] NOVÁK, D.; VOŘECHOVSKÝ, M.; TEPLÝ, B.: FReET: Software for the statistical and reliability analysis of engineering problems and FReET-D: Degradation module. *Advances in Engineering Software*, 2014.

[24] PAPAIOANNOU, I.: Reliability Analysis Methods. 2012.

[25] SCHITTKOWSKI, K.: Theory, implementation, and test of a nonlinear programming algorithm. *Euromech-Colloquium 164 on "Optimization methods in structural design*, 1982.

[26] SLOWIK, O.: Pravděpodobnostní optimalizace konstrukcí. 2014.

[27] SLOWIK, O.; LEHKÝ, D.; NOVÁK, D.: Reliability-based optimization of a prestressed concrete roof girder using a surrogate model and the double-loop approach. *Structural Concrete*, 2021, roč. 22, č. 4, s. 2184-2201. ISSN: 1464-4177.

[28] SLOWIK, O.; NOVAK, D.; NOVAK, L.; aj.: Stochastic modelling and assessment of long-span precast prestressed concrete elements failing in shear. *Engineering Structures*, 2020, https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111500.

[29] STÖERZEL, J.; RANDL, N.; STRAUSS, A.: Monitoring shear degradation of reinforced and pre-tensioned concrete members. In *IABSE Conference 2015: Structural Engineering. Geneva: International Association for Bridge and Structural Engineering*, Geneva, 2015.

[30] STRAUSS, A.; KRUG, B.; SLOWIK, O.; aj.: Combined shear and flexure performance of prestressing concrete T-shaped beams: Experiment and deterministic modeling. *Structural Concrete*, 2017, https://doi.org/10.1002/suco.201700079.

[31] STRAUSS, A.; ZIMMERMANN, T.; LEHKÝ, D.; aj.: Stochastic fracture-mechanical parame-ters for the performance based design of concrete structures. *Structural Concrete*, 2014.

[32] TORCZON, V. J.: On the convergence of pattern search algorithms. *Journal on Optimization*, 1997, doi:10.1137/S1052623493250780.

[33] VOŘECHOVSKÝ, M.; NOVÁK, D.: Correlation control in small sample Monte Carlo type simulations I: A Simulated Annealing approach. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2009.

[34] ŘOUTIL, L.; LEHKÝ, D.; ŠIMONOVÁ, H.; aj.: Experimental-computational determination of mechanical fracture parameters of concrete for probabilistic life-cycle assessment. In *Proceedings of eE 2014 – Fourth International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering*, Tokyo, 2014.

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

ANN Umělé neuronové sítě

EC-2 Eurocode 2

MKP Metoda konečných prvků

VSL Visual Scripting Language

IL Okamžitá ztráta předpětí

LD Křivka zatížení vs. přetvoření

LTL Dlouhodobá ztráta předpětí

3PB Tříbodový ohyb (three point bending)

MC 2010 CEB-FIP Model Code 2010

NMMKP Nelineární modelování metodou konečných prvků

RBDO Reliability-Based Design Optimization

LHS metoda Latin Hypercube Sampling

GUI Graphical user interface

FORM First Order Reliability Method

CV – ONDŘEJ SLOWIK

VZDĚLÁNÍ

2014 - současnost:	Doktorský studijní program Stavební inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Brno, Česká republika Prezenční forma studia
2012 – 2014:	Magisterský studijní program Stavební inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Brno, Česká republika, Prezenční forma studia – ukončeno prací: Optimalizace betonových konstrukcí stochastickými metodami optimalizace (ukončeno s vyznamenáním)

PRACOVNÍ ZKUŠENOSTI

2014 - současnost:	Výzkumný asistent na Vysokém učení technickém v Brně, Fakulta stavební.
2014, 2018	Práce na pokročilém numerickém modelování na University of Natural Resources and Life Sciences ve Vídni
2011 - současnost:	Zakladatel a společník ve studiu TVARY (www.tvary.net)
2019 - současnost:	Jednatel společnosti Real World Textures s.r.o. (Digitalizace reálných výrobků pro použití ve 3D + provoz online knihovny 3D obsahu – www.reawote.com)

VÝZKUMNÉ AKTIVITY

Spolehlivost stavebních konstrukcí, stochastické modelování, Stochastické optimalizační techniky, Simulační a aproximační techniky, spolehlivostní optimalizace, Vývoj softwaru (Atena interface, Sofistik interface, SEAN, PERDA – Uzlový editor)

DOVEDNOSTI

Práce se softwarem:	Microsoft Office Scia Engineer, RFEM, SOFISTIK AutoCAD, ArchiCAD ATENA, SARA, FReET, GID, ANSYS (basic knowledge) C++, QT, Cinema 4D, Blender 3D, 3ds Max, Unreal Engine V – Ray, Corona render, Substance designer, Keyshot Adobe Photoshop, Illustrator

OCENĚNÍ

1st place in EBEC final 2013 GSE challenge (total 4th place in Case Study category).
Info: http://ebec2013.best.warszawa.pl/about.html