VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VÝPOČTOVÁ ANALÝZA ROVNÁNÍ ČTVERCOVÝCH TYČÍ

COMPUTATIONAL ANALYSIS OF LEVELING OF SQUARE CROSS SECTION RODS

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE Bc. FRANTIŠEK ŠEBEK
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE prof. Ing. JINDŘICH PETRUŠKA, CSc.
SUPERVISOR

BRNO 2012

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Akademický rok: 2011/2012

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. František Šebek

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Výpočtová analýza rovnání čtvercových tyčí

v anglickém jazyce:

Computational analysis of leveling of square cross section rods

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Proveďte analýzu rovnání tyčí čtvercového průřezu opakovanou plastickou deformací na válečkových rovnačkách. Vytvořte program pro stanovení základních parametrů rovnání při známých rozměrových a materiálových vstupních údajích rovnaného polotovaru. Uvažujte materiál se zpevněním a navrhněte vhodnou strategii rovnání pro známou vstupní křivost. Srovnejte dosažené výsledky s analýzou MKP.

Cíle diplomové práce:

1. Teoretický rozbor procesu rovnání
2. Závěry pro optimální nastavení rovnačky při daných vstupních parametrech polotovaru
3. Program pro stanovení parametrů rovnačky, respektující formulované závěry
4. Srovnání výsledků vybraných variant rovnání, dosažených vytvořeným pogramem a nezávislým výpočtem MKP

Seznam odborné literatury:

Marciniak, Z.: Teorie tváření plechů, SNTL Praha, 1964
Owen, D.R.J., Hinton, E.: Finite elements in plasticity, Pineridge Press, Swansea, 1980
Ondráček, E. a kol.: Mechanika těles, Pružnost a pevnost I, II, Skriptum VUT v Brně, SNTL Praha, 1987

Vedoucí diplomové práce: prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/2012.

V Brně, dne 20.10.2011

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. Ředitel ústavu	prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc. Děkan fakulty

ABSTRAKT

Dnešní požadavky ve strojírenském průmyslu si žádají přesnější operace a efektivnější technologie. Cílem této práce je analýza rovnání čtvercových tyčí. Hlavním problémem je nastavení rovnacího stroje pro zadané materiálové a geometrické údaje tak, aby vstupující zakřivený materiál, který prochází střídavě umístěnými přesazenými válci, byl co nejvíce vyrovnán. Hlavním činitelem při procesu rovnání je potom plastifikace materiálu, využitá k přerozdělení reziduálního napětí. Na základě dosavadních teoretických poznatků v tomto oboru jsou sestaveny programy, které simulují průchod tyče rovnacím strojem. Dále jsou uvedeny modifikace, které vedou ke zlepšení celého procesu. V neposlední řadě je uvedena verifikace výsledků, která je provedena nezávisle na předkládaném řešení a zpracována metodou konečných prvků.

KLÍČOVÁ SLOVA

Výpočtová analýza, rovnání, čtvercový průřez, tyč, bilineární aproximace, reziduální napětí, mez kluzu, plasticita, metoda konečných prvků.

ABSTRACT

Current requirements in mechanical engineering require more accurate operations and more efficient technologies. The aim of this thesis is the analysis of the leveling of square rods. The main problem is the setting of the leveling machine for the specified material and geometric data so that the initially curved material, which passes through alternatively positioned offset rollers, is leveled as much as possible. The main factor in the leveling process is the plastification of the material used for the redistribution of the residual stress. Based on existing theoretical knowledge in this field, programs are set up to simulate the passing of the rod through the leveling machine. Further, modifications leading to the improvement of the whole process are presented. Finally, there is a verification of the results which is made independently of the submitted solution and processed by the finite element method.

KEYWORDS

Computational analysis, leveling, square cross section, rod, bilinear approximation, residual stress, yield stress, plasticity, finite element method.

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ŠEBEK, F. *Výpočtová analýza rovnání čtvercových tyčí*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 65 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.

PROHLÁŠENÍ AUTORA O PŮVODNOSTI PRÁCE

Já, František Šebek, prohlašuji, že jsem diplomovou práci *Výpočtová analýza rovnání čtvercových tyčí* vypracoval samostatně pod vedením prof. Ing. Jindřicha Petrušky, CSc., a že jsem uvedl všechny použité prameny a literaturu.

V Brně, dne 15. 05. 2012

František Šebek

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych chtěl poděkovat svému vedoucímu prof. Ing. Jindřichu Petruškovi, CSc. za odborné vedení, poskytnutou literaturu a trpělivost při udělování cenných rad a připomínek, díky nimž mohla tato diplomová práce vzniknout. Dále bych chtěl také poděkovat Ing. Tomáši Návratovi, Ph.D. za ochotu, a také za poskytnutí programů, využitých při řešení této práce.

OBSAH

1 ÚVOD

„Věda nikdy nevyřeší jeden problém, aniž by vyprodukovala deset dalších.“
George Bernard Shaw [9]

V současnosti jsou na technologické operace, zpracování materiálu a výrobu kladeny vysoké nároky jak ze strany konstruktéra, či designéra, tak na druhé straně technologa, a v neposlední řadě ze strany zákazníka či odběratele.

S neustálým pokrokem a rozvojem výrobních technologií i požadavků uživatelů jsou také kladeny vyšší nároky na kvalitu použitého materiálu. Jedním ze znaků kvality může být i míra zakřivení tyčí. Pro některé postupy výroby nebo jednotlivé operace může být dokonce nezbytně nutné, aby použité tyče byly co nejvíce rovné. Požadavek na vyrovnanost je dán obvykle určitou tolerancí. Nežádoucí deformace, v tomto případě křivost, může být důsledkem předchozích technologických nebo i výrobních operací. Může být ale také způsobena například nevhodným skladováním materiálu, či jeho transportem.

Rovnací stroje sice mohou být využity samostatně, a je tomu tak často v malých podnicích, avšak častěji jsou zařazeny do komplexů válcoven a bývají dodávány se zásobníky na materiál, protihlukovými kryty, odsáváním okují, či dalším vybavením [4].

Tato práce je zaměřena na technologii rovnání tyčí pomocí válcovacích rovnacích strojů. Neklade si však za cíl zpracovat přímo konstrukční návrh konkrétního zařízení, či nějakého specifického uzlu stroje. Cílem této práce je provést analýzu procesu rovnání tak, aby formulovala závěry, které mohou sloužit při návrhu nového zařízení, nebo jako podklad pro nastavení a efektivní využití již existujícího stroje.

V rešeršní studii je shrnut dosavadní stav problému rovnání. Dále jsou zde uvedena teoretická témata a východiska přímo související s touto problematikou. Poté je zpracováno vlastní řešení problému a sestaveny algoritmy, které pro známé geometrické a materiálové údaje vyhodnocují vybrané parametry. Aby bylo možno formulovat validní závěry, je navrženo více variant procesu rovnání a zároveň jsou výsledky pro první uvedený algoritmus verifikovány nezávisle na předkládaném řešení pomocí metody konečných prvků.

Problém je řešen od nejjednoduššího případu, a to zakřivené tyče, ve které vzniká pouze jednoosá napjatost. Celý proces je tím pádem analyzován od počátku, avšak s využitím a uvažováním současných, zejména výpočetních, možností. V případě úspěšné analýzy nic nebrání předkládané řešení, závěry, a vyvinuté postupy aplikovat dále na složitější případy a procesy rovnání, jako je uvažování plechu, kde vzniká víceosá napjatost, nebo na kosoúhlé rovnání tyčí s kruhovým průřezem, kde se kromě posuvu polotovaru využívá i jeho rotace.

Tento text částečně navazuje na bakalářskou práci *Rovnání vývalků opakovanou plastickou deformací* [3].

2 FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE ŘEŠENÍ

2.1 Formulace problému

Při rovnání válci je využito opakované plastické deformace. Je snaha přerozdělit reziduální napětí takovým způsobem, aby křivost na výstupu z rovnacího stroje byla podstatně menší, než křivost na vstupu. Zakřivený polotovar proto prochází sadou střídavě umístěných přesazených válců, jejichž počet se liší podle konstrukce daného rovnacího stroje. Minimální počet je však pět válců [2].

Absolutního vyrovnání nelze dosáhnout touto technologií nikdy, proto vzniká tato práce, aby shrnula, analyzovala a případně navrhla takové řešení, které by vedlo k uspokojivějším a efektivnějším výsledkům rovnacího procesu.

Jedním z hlavních problémů je nastavení rovnacího stroje. Tím je myšleno zejména přesazení daných pracovních válců rovnačky. Toto přesazení přímo ovlivňuje průběh a proces rovnání, velikosti dosahovaných křivostí, tím pádem i míru plastifikace materiálu, a v neposlední řadě tady i reziduální křivost po průchodu daným strojem.

2.2 Cíle řešení

Cíle této diplomové práce lze shrnout do několika odstavců. Nejprve je nutné shromáždit teoretické poznatky o procesu rovnání a dosavadní stav v tomto oboru a formulovat základní principy, na kterých tato oblast zpracování materiálu stojí.

Dalším krokem je vytvoření takového programu, který bude respektovat závěry z teoretického rozboru a současných zkušeností. Pro zadané materiálové a geometrické údaje rovnané tyče by měl stanovit reziduální křivost co nejefektivnějším způsobem.

Vstupními parametry pro algoritmus procesu rovnání jsou:

- rozměr čtvercového průřezu tyče
- mez kluzu
- modul pružnosti
- tečný modul zpevnění
- vstupní křivost

Výstupy z programu jsou:

- reziduální křivost po rovnání
- průběh závislosti ohybového momentu na křivosti při rovnání
- rozložení reziduálního napětí a přetvoření po průřezu na výstupu z rovnačky
- závislost průhybu, natočení, křivosti a momentu na vzdálenosti válců

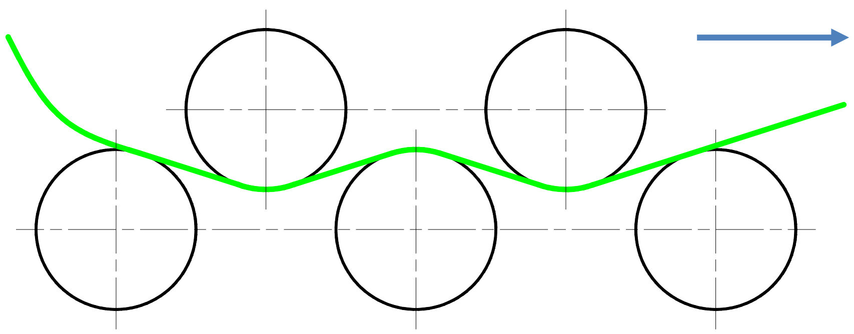
Po sestavení programu je nutné ověřit validnost výsledků. Verifikace vybraných řešení je provedena metodou konečných prvků. Aby bylo možno toto ověření provést, je zde navrhnut výpočtový model. Tento model je pojat jako výřez z tyče po výšce, který je podroben takovým okrajovým podmínkám, které simulují průchod provalku rovnacím strojem.

3 REŠERŠNÍ STUDIE

3.1 Teorie rovnání válci

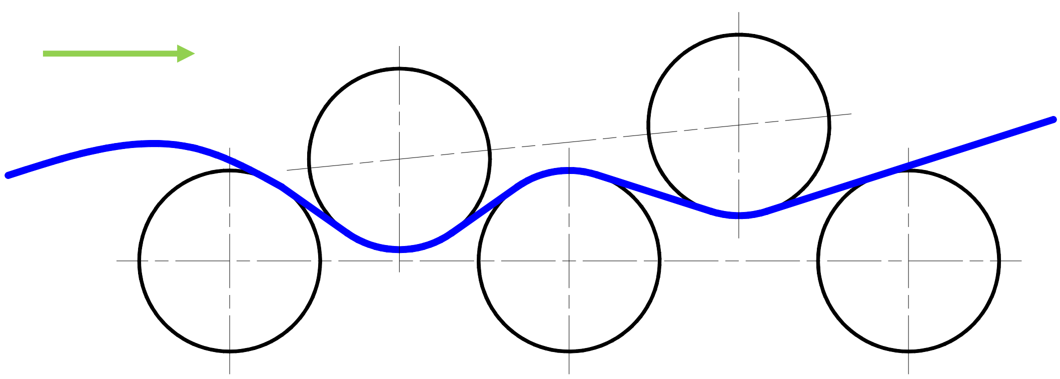
Problém rovnání materiálu je předmětem nelineární mechaniky a to z hlediska materiálové nelinearity. Analytické řešení v tomto případě lze nalézt již velmi těžko a pouze za předpokladu velkých zjednodušení, která natolik zkreslují výsledky, že je můžeme chápat pouze jako velice přibližné a využít například v počátcích návrhu a při úvodní orientaci v problému. Při řešení musíme využít přírůstkového algoritmu, který však v malých krocích využívá lineárních rovnic.

Podle uspořádání válců můžeme technologii rovnání dělit na dva přístupy. Prvním přístupem je předpoklad vzniku pouze pružných deformací v rovném materiálu. Pokud takový materiál prochází válci s konstantním přesazením, vzniknou v krajních vláknech deformace, které jsou na hranici vzniku plasticity. Tím docílíme, že tento materiál vychází ze stroje opět rovný beze změny, avšak zakřivený se vyrovná [2].



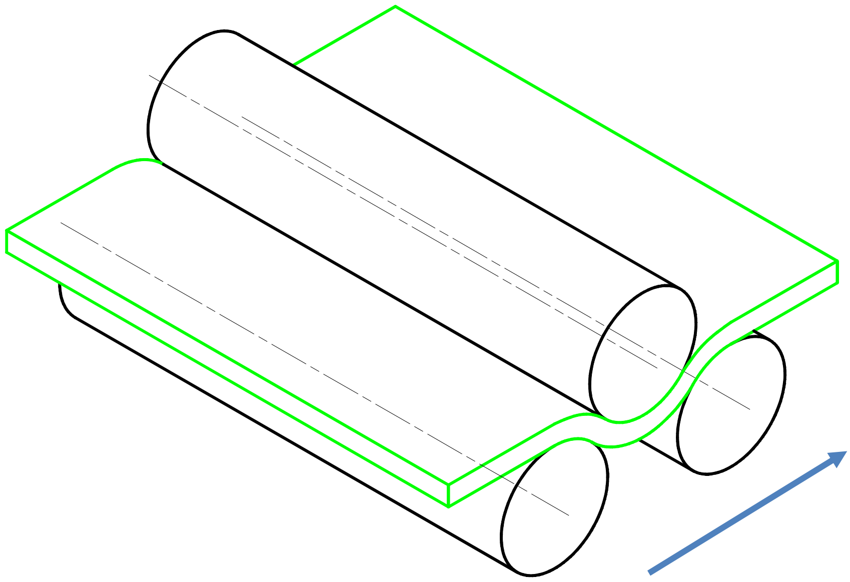
Obr. 3.1: Válce s konstantním přesazením [2]

Druhým přístupem je taková koncepce rovnacího stroje, kde jedna řada válců je pevná a v druhé řadě se přesazení každého válce nastavuje individuálně. Tím dojde ke vzniku velké plastické oblasti v rovnaném materiálu, většinou po vstupu do rovnačky, a tím také k většímu vyrovnání. Řady válců již spolu nejsou rovnoběžně uspořádány, jak tomu bylo u předchozí varianty. Takovéto konstrukce se využívá především pro rovnání polotovarů menších tloušťek [15]. Nevýhodou tohoto přístupu je však fakt, že rovný materiál po průchodu strojem vychází zakřivený. Toto zakřivení je ale velmi malé, jak je pojednáno na konci kapitoly 5.



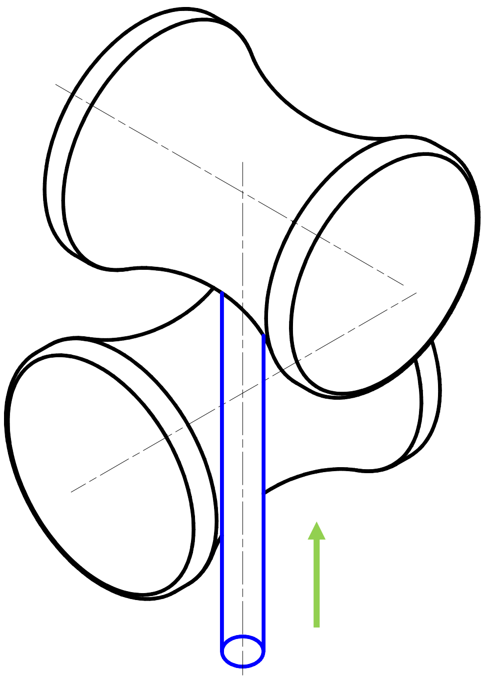
Obr. 3.2: Uspořádání válců s různou hodnotou přesazení

Při rovnání tyčí nebo pásů se používají válce, které se vyrábějí z legovaných ocelí. Tyto mají vysokou pevnost a tvrdost a také vyšší odolnost proti opotřebení otěrem. Povrch válců bývá zakalen na tvrdost 55 až 65 HRC, přičemž nejčastěji se využívá vysokofrekvenčního ohřevu. Rychlost rovnání se volí v závislosti na tloušťce rovnaného polotovaru obvykle od 0,1 až do 6 $m \cdot s^{-1}$. Platí, že čím tenčí materiál, tím vyšší obvodová rychlost válců [15].



Obr. 3.3: Rovnoběžné osy válců při rovnání plechu

Pro trubky a tyče s kruhovým průřezem se však již používá tvarových válců a kosoúhlého rovnání [14]. To znamená, že při průchodu rovnacím strojem se využívá též rotace polotovaru. Na Obr. 3.4 lze pozorovat, že osy válců zde již nejsou rovnoběžně uspořádány, jak tomu je při rovnání obdélníkových, případně čtvercových tyčí, a plechů.

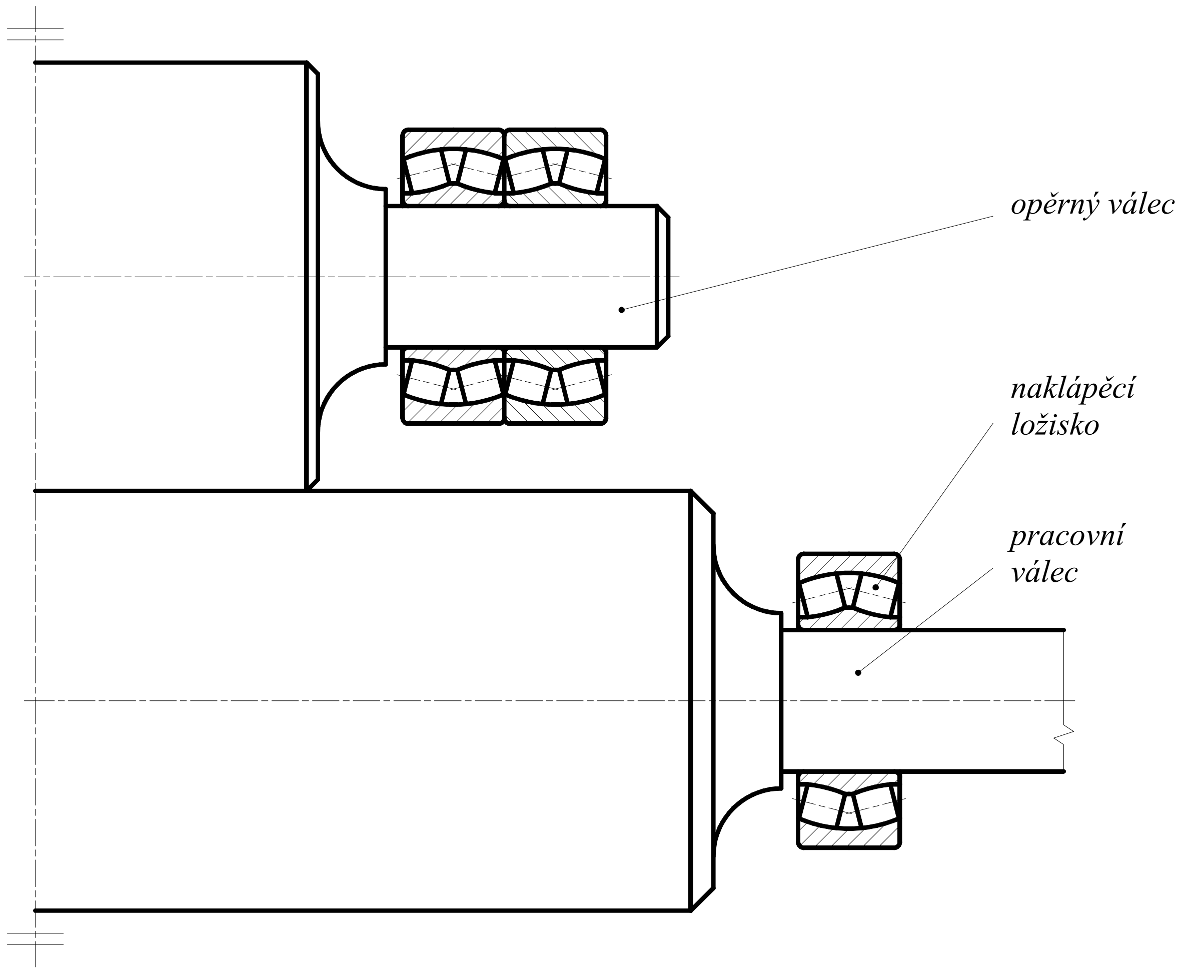


Obr. 3.4: Dvojice válců a polotovar při kosoúhlém rovnání [13]

Pro stanovení profilu rovnacích válců pro trubky, nebo tyče s kruhovým průřezem, lze uvést jednoduchou metodu, která aplikuje obálkovou teorii. Profil válce je definován třemi parametry, které svým pohybem vytvářejí prostorové křivky a daný profil je tedy určen jejich obálkou [13].

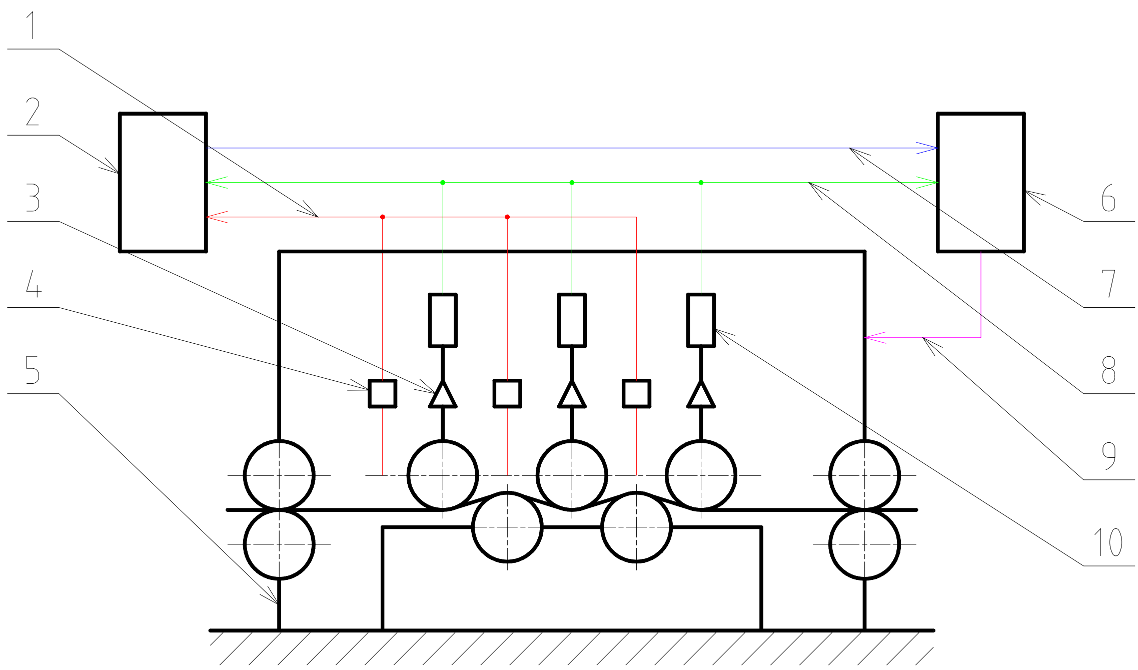
Pro zvýšení tuhosti konstrukce rovnaček na pásy nebo plechy, a také ke zvýšení přesnosti rovnání, se používá též opěrných válců. Tyto se využívají k podepření válců pracovních. Průměry opěrných válců bývají shodné, nebo větší, než průměry válců pracovních a délka jejich těla se odvozuje od konkrétního konstrukčního uspořádání daného stroje. Zpravidla však bývá tato délka kratší, než u válců pracovních, jejichž délka je určena největší šířkou plechu, který stroj může rovnat [15].

Válce bývají uloženy v naklápěcích ložiscích, které umožňují daným válcům průhyb. Mohou být použita například dvouřadá naklápěcí soudečková ložiska, jak zobrazuje Obr. 3.5 [15].



Obr. 3.5: Čelní poloviční pohled na válce uložené v naklápěcích ložiscích [15]

Rovnací stroj může být zároveň propojen s měřícím zařízením, které vyhodnocuje síly ve válcích. Kontrolní systém poté může porovnat naměřené síly se silami vypočítanými pomocí dodávaného výpočtového algoritmu. Tento je schopný síly vypočítat z ohybového momentu, který zaručuje co nejlepší vyrovnání a také nízkou míru velikosti reziduálního napětí [10].



Obr. 3.6: Schéma měření optimální pozice válců [10]

Na Obr. 3.6 mají potom jednotlivé pozice následující význam:

1 tok informací o poloze válců

2 výpočtový algoritmus

3 snímač síly

4 snímač polohy

5 rám rovnacího stroje

6 kontrolní systém

7 tok informací o vypočítaných silách

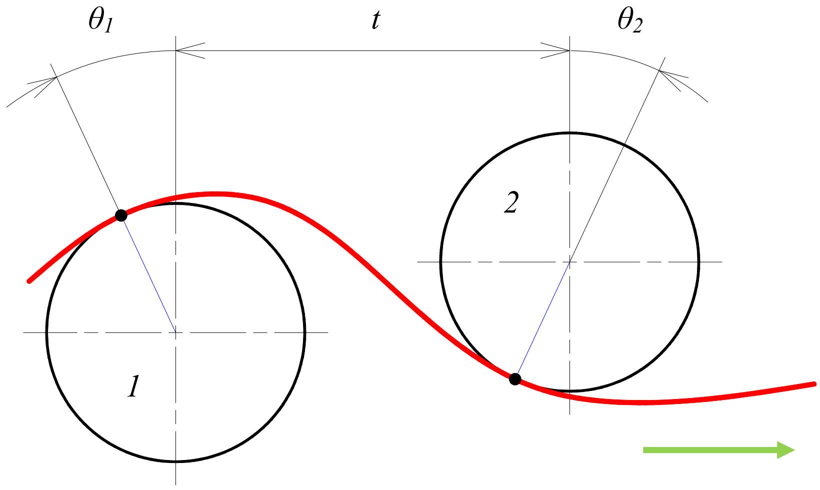
8 tok informací o měřených silách na válcích

9 tok informací o korekci polohy válců

10 regulátor polohy válce

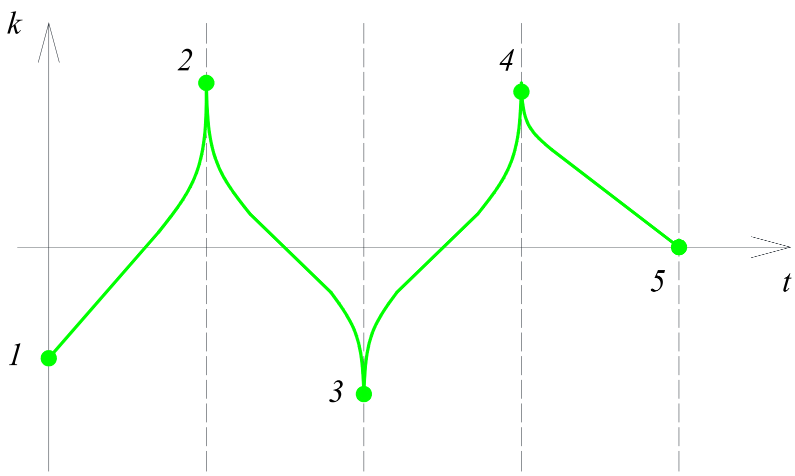
Přesnost rovnání je závislá zejména na počtu válců. Čím je tenčí materiál, tím je potřeba větší počet rovnacích válců. Tento počet se může pohybovat až do sady 23 válců, kdy se dosahuje velmi vysoké kvality vyrovnání. Tato kvalita je ovšem závislá také na míře opotřebení těchto válců. Velikost otěru je závislá na kontaktním napětí a je snaha, aby toto napětí nebylo příliš velké. Jeho hodnota lze přibližně určit z Hertzovy teorie [15].

K současným metodám řešení procesu rovnání patří například přístup založený na integraci křivosti. S využitím tohoto modelu se zjistilo, že křivost je vysoce citlivá na poloze stykového bodu mezi polotovarem a válcem [12].

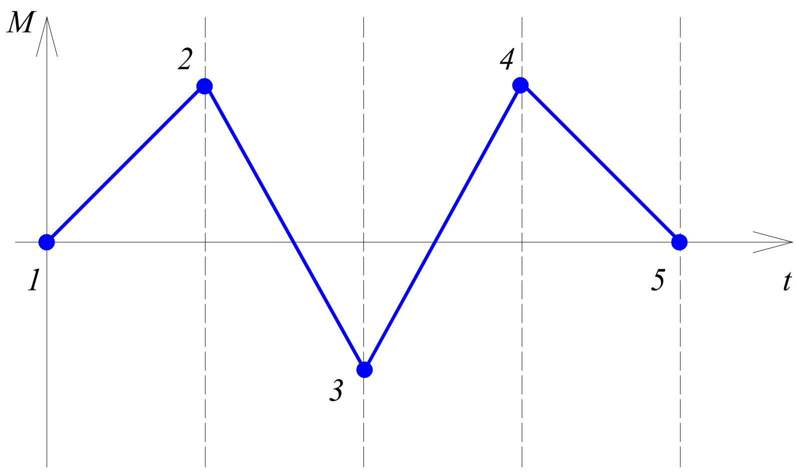


Obr. 3.7: Zobrazení stykového bodu mezi polotovarem a válcem [12]

Jedním z hlavních problémů při analýze procesu rovnání, je zachytit závislost průběhu momentu na křivosti, nebo průběh závislosti křivosti, či ohybového momentu, na vzdálenosti jednotlivých válců. Poslední dvě uvedené závislosti ilustrují Obr. 3.8 a 3.9.



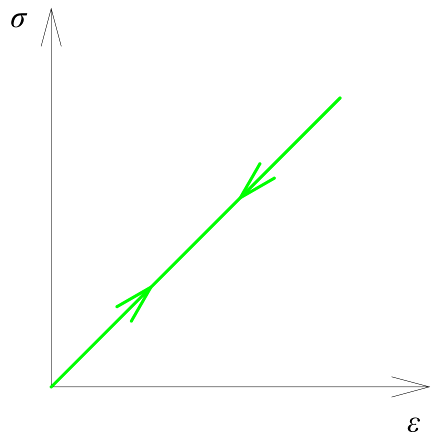
Obr. 3.8: Teoretický průběh závislosti křivosti na vzdálenosti válců [11]



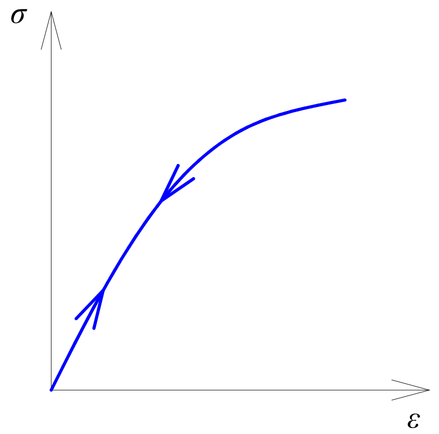
Obr. 3.9: Teoretický průběh závislosti ohybového momentu na vzdálenosti válců [11]

3.2 Podmínka plasticity při jednoosé napjatosti

Závislost mezi napětím a deformací může být obecně lineární nebo nelineární a mohou vznikat elastické či plastické deformace. Pokud těleso, které bylo zatíženo, nabývá po odlehčení původního tvaru a velikosti, tak se v zatíženém stavu vyskytovaly pouze pružné deformace [1].



Obr. 3.10: Lineární elastická závislost napětí a přetvoření [1]



Obr. 3.11: Nelineární elastická závislost napětí a přetvoření [1]

Pokud však odlehčování probíhá po jiné křivce než zatěžování, tak v zatíženém stavu vznikají trvalé plastické deformace, které v tělese zůstanou i po úplném odlehčení [1].

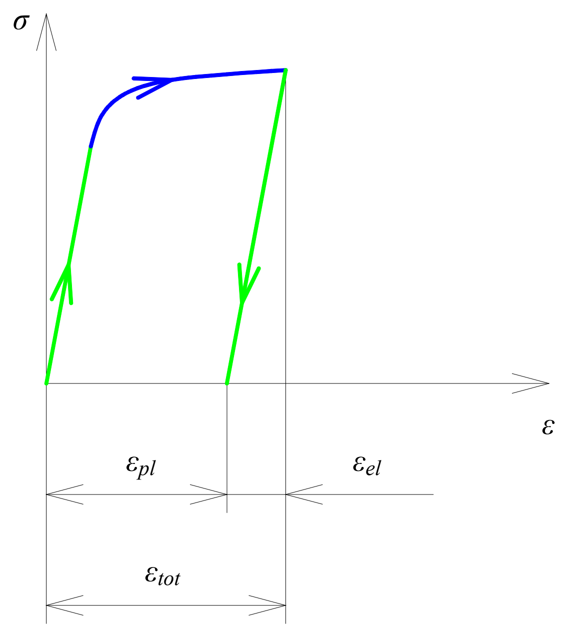
Z Obr. 3.12 vyplývá, že celková poměrná deformace v zatíženém stavu se rovná součtu plastické a elastické složky přetvoření [1]:

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{pl} + \varepsilon_{el} \tag{3.1}$$

Při jednoosé napjatosti je začátek vzniku prvních plastických deformací určen mezí kluzu. Podmínka plasticity pro jednoosou napjatost lze tedy psát jako [1]:

$$\sigma = \sigma_k \tag{3.2}$$

Hodnota meze kluzu se určuje z pracovního diagramu daného materiálu [1].

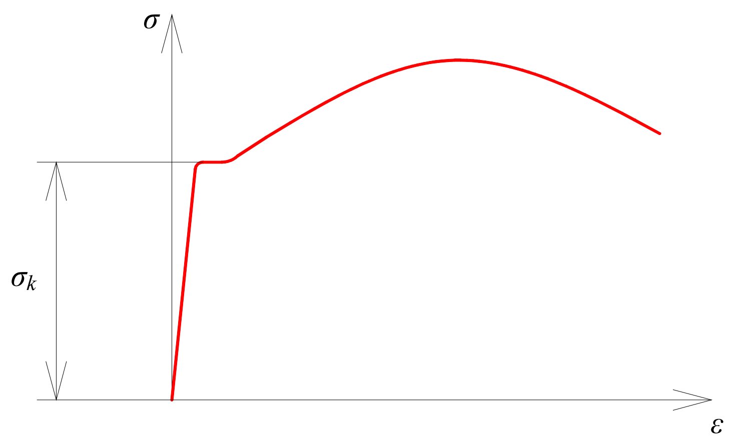


Obr. 3.12: Vznik plastické složky přetvoření [1]

3.3 Pracovní diagram a jeho aproximace

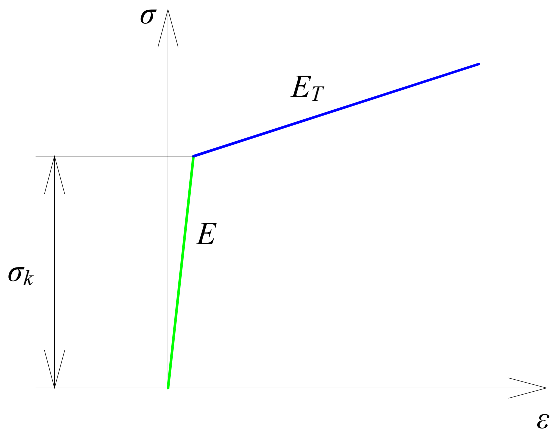
Pracovní diagram je znázorněním závislosti napětí na deformaci tahové zkoušky normalizovaného zkušebního vzorku [1].

Jelikož se však v průběhu zatěžování mění velikost průřezu, jsou vynášeny hodnoty napětí pouze smluvní a ne skutečné. Takovéto diagramy nazýváme smluvní pracovní diagramy. Charakteristický průběh takovéhoto diagramu s výraznou mezí kluzu, kterou vykazují měkké oceli, je znázorněn na Obr. 3.13 [1].



Obr. 3.13: Smluvní pracovní diagram měkké oceli [1]

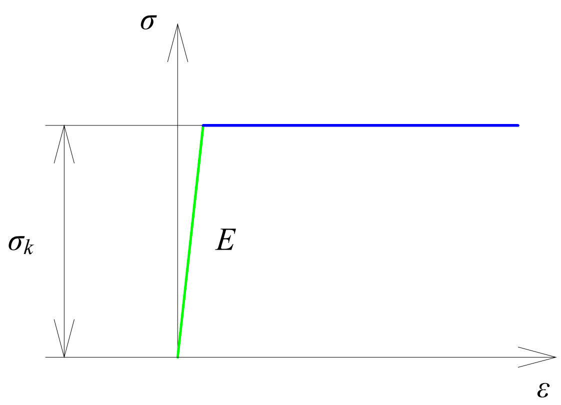
Využití funkce popisující průběh pracovního diagramu v celém jeho rozsahu je v inženýrských úlohách často neefektivní a složité. Je tedy nutno využít některé z aproximací. Často využívanou a postačující je bilineární aproximace zobrazená na Obr. 3.14 [1].



Obr. 3.14: Bilineární aproximace pracovního diagramu [1]

Zde v lineární části diagramu, na Obr. 3.14 vyznačené zeleně, hovoříme o modulu pružnosti. V plastické zóně, na Obr. 3.14 vyznačené modře, o tečném modulu zpevnění. Rozhraní mezi elastickou a plastickou oblastí vymezuje právě mez kluzu [1].

Dalším zjednodušením bilineární aproximace pracovního diagramu je uvažování nulového tečného modulu zpevnění. Takové chování materiálu nazýváme ideálně pružně plastické [1].

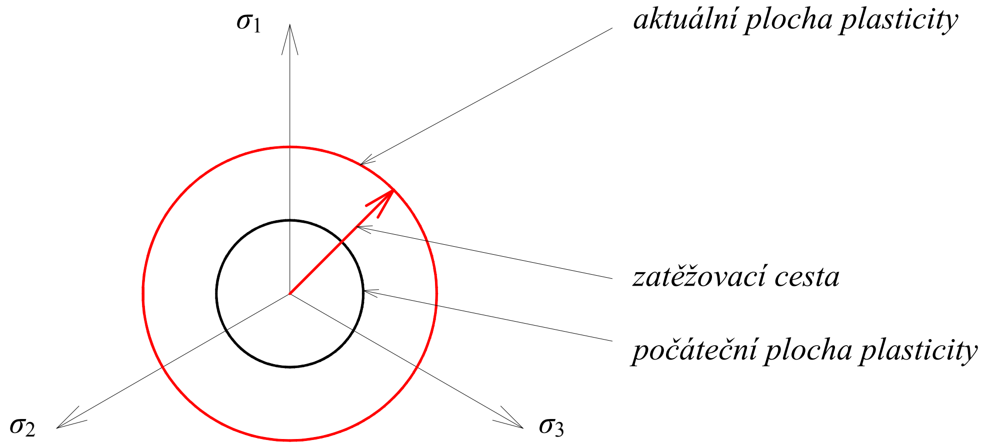


Obr. 3.15: Pracovní diagram ideálně pružně plastického materiálu [1]

3.4 Zpevnění materiálu

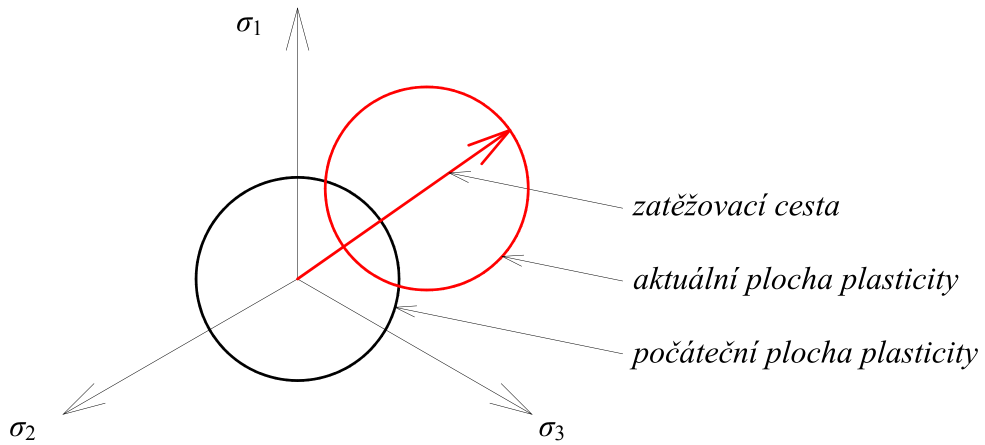
Aby bylo možno formulovat podmínky plasticity při opakované plastifikaci materiálu, musí být popsána změna plochy plasticity. Pokud je tato plocha v prostoru hlavních napětí reprezentována podmínkou plasticity HMH, má tvar válce, a křivka plasticity má tedy tvar kružnice. Změna plochy plasticity se však netýká ideálně pružně plastického materiálu. Pokud uvažujeme toto materiálové chování, plocha plasticity se díky nulovému tečnému modulu zpevnění nemění a je stále stejná bez ohledu na zatěžovací cestu. Pro popis zpevnění se v inženýrských výpočtech nejčastěji využívají dva modely. A to kinematický a izotropní model zpevnění.

Pokud uvažujeme izotropní zpevnění, tvar plochy plasticity se nemění, avšak její velikost se zvětšuje s aktuálním maximálním dosaženým napětím v materiálu, jak ukazuje Obr. 3.16.



Obr. 3.16: Změna plochy plasticity při uvažování izotropního zpevnění

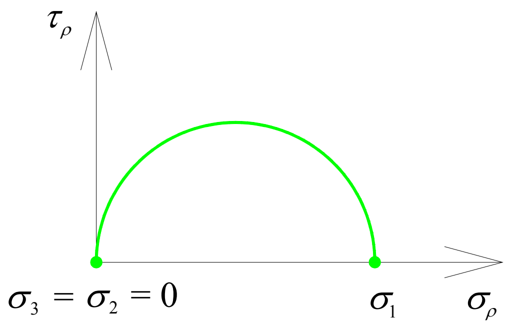
Při uvažování kinematického zpevnění se nemění tvar plochy plasticity, ani její velikost, která je dáma dvojnásobkem meze kluzu, ale dochází k jejímu posunu ve směru aktuálního maximálního dosaženého napětí, jak znázorňuje Obr. 3.17. Toto chování, na rozdíl od izotropního zpevnění, je bližší realitě a odpovídá jevu zvanému Bauschingerův efekt.



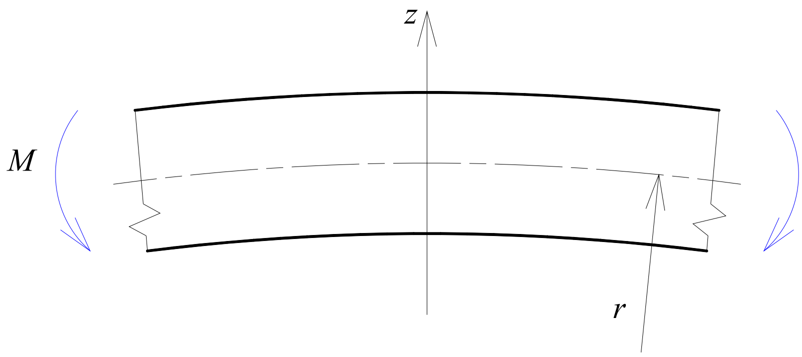
Obr. 3.17: Změna plochy plasticity při uvažování kinematického zpevnění

3.5 Ohýbání tyčí

Při ohýbání tyče vzniká pouze jediné nenulové hlavní napětí, a to v longitudinálním směru. Příčná i radiální napětí jsou zde nulová. Tato napjatost se označuje jako jednoosá a je pro první hlavní tahové napětí znázorněna v Mohrově rovině na Obr. 3.18.



Obr. 3.18: Jednoosá napjatost zobrazená v Mohrově rovině

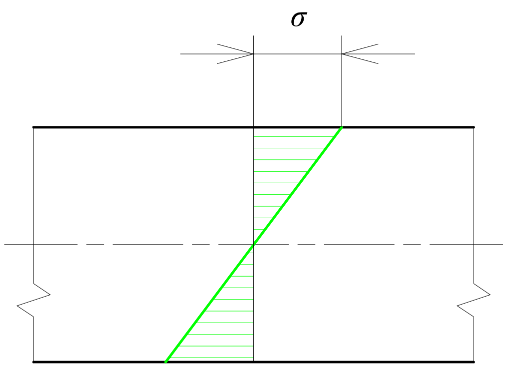


Obr. 3.19: Ohnutá tyč

Ohýbání materiálu můžeme rozdělit do několika fází. První etapou je ohýbání v elastické oblasti, pro kterou platí následující vztahy [2]:

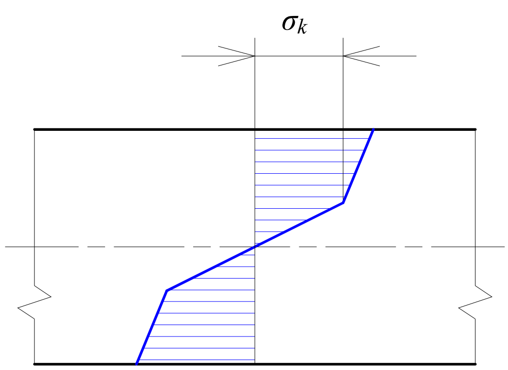
$$\varepsilon = \frac{z}{r} = z \cdot k \tag{3.3}$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{3.4}$$



Obr. 3.20: Rozložení elastického napětí [2]

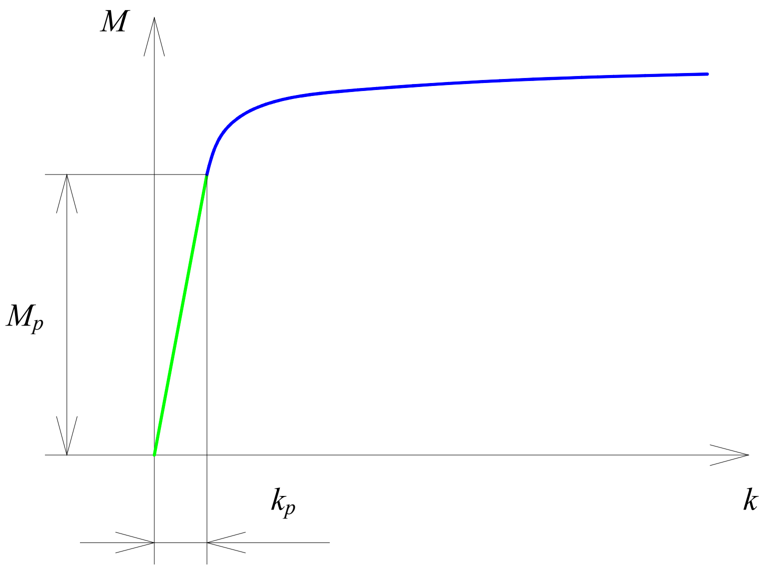
Další fází je vznik prvních plastických deformací v krajních vláknech, který je popsán podmínkou plasticity pro danou napjatost. Při dalším ohýbání roste plastická oblast.



Obr. 3.21: Rozložení pružně plastického napětí
při bilineární aproximaci pracovního diagramu [2]

Jak lze pozorovat na Obr. 3.22, hodnota momentu potřebného k ohnutí tyče po překročení meze kluzu již není lineárně závislá na křivosti. Lineární část je v tomto obrázku vyznačena zeleně a nelineární modře. Mezní hodnotu momentu, která odděluje právě lineární a nelineární úsek, lze určit ze vztahu [17]:

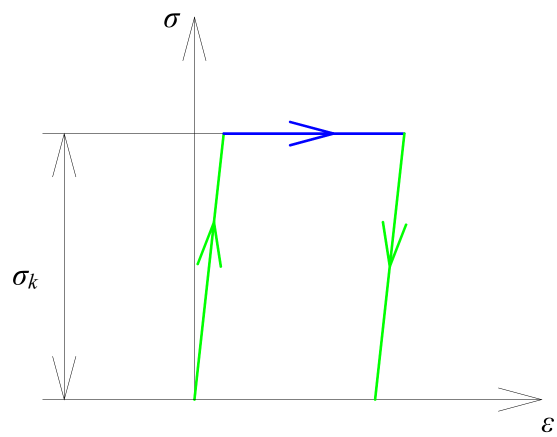
$$M_p = W_o \cdot \sigma_k \tag{3.5}$$



Obr. 3.22: Závislost momentu na křivosti [2]

3.6 Reziduální napětí

Pokud ohýbáme tyč a jsme při zatěžování v oblasti elastických deformací, po odlehčení se tato tyč vrací do svého původního tvaru a nezůstávají v ní žádná reziduální napětí. Po překročení meze kluzu a dalším zatěžování a následném odlehčení již však tyč nenabývá původního tvaru a zůstává zakřivená díky plastické deformaci, jak je popsáno dále. Odlehčení probíhá vždy elasticky a odlehčovací větev v pracovním diagramu je rovnoběžná s elastickou částí, jak naznačuje Obr. 3.23.

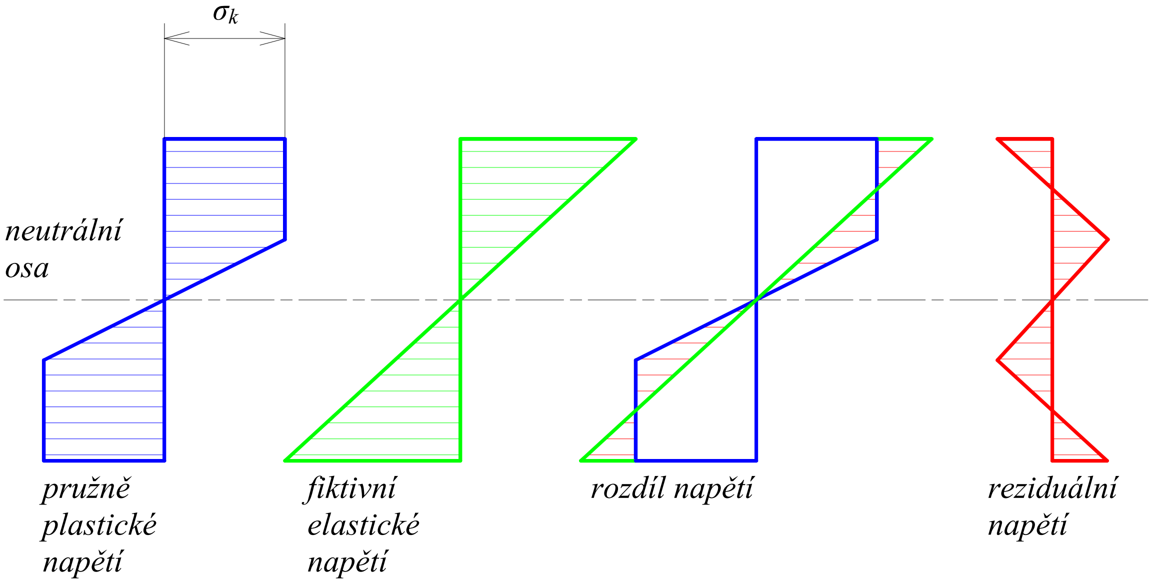


Obr. 3.23: Pracovní diagram ideálně pružně plastického materiálu zobrazující elastické odlehčení

V materiálu, při jehož zatěžování bylo dosaženo určité míry plastifikace, zůstávají reziduální napětí. Vlákna, v kterých bylo dosaženo plastické deformace, brání po odlehčení vláknům v elastické oblasti nabýt původního tvaru a tím vzniká reziduální napětí, pro které lze psát vztah [1]:

$$\sigma_R = \sigma_{PP} - \sigma_{fE} \tag{3.6}$$

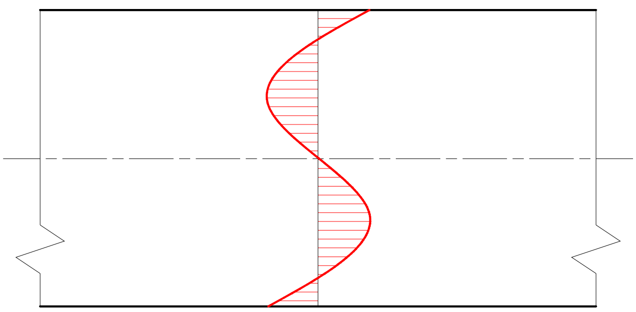
Reziduální napětí lze tedy chápat jako rozdíl pružně plastického napětí a fiktivního elastického napětí. Fiktivní elastické napětí by v materiálu vzniklo při zatížení stejným momentem jako pružně plastické, avšak pouze při elastickém chování. Reprezentuje tedy elastické odlehčení. Vztah blíže znázorňuje Obr. 3.24.



Obr. 3.24: Vznik reziduálního napětí při uvažování ideálně pružně plastického chování

Pokud tedy tyč ohýbáme takovým způsobem, že horní vrstva vláken materiálu je stlačována, tak po odlehčení zde vzniká kladné reziduální napětí a naopak v dolní tažené vrstvě vznikne záporné reziduální napětí. Při opětovném ohnutí tyče stejným způsobem tak v krajních vláknech vznikne, díky reziduálnímu napětí, první plastifikace až při vyšším ohybovém momentu než poprvé.

Průběh skutečného reziduálního napětí, či reziduálního napětí při uvažování aproximace pracovního diagramu polynomem, může vypadat následovně, viz Obr. 3.25. Zde se již nevyskytují ostré špičky napětí.



Ob. 3.25: Rozložení skutečného reziduálního napětí po průřezu [2]

4 VOLBA METOD PRO ŘEŠENÍ PROBLÉMU

4.1 Volba vhodného softwaru pro řešení problému

Pro řešení formulovaného problému je využito programového systému MATLAB firmy MathWorks. Jedná se o integrované prostředí, jehož prostřednictvím lze interaktivně pracovat při návrhu algoritmů, analýze a prezentaci dat, modelování a v neposlední řadě sestavování technických výpočtů. Programovací jazyk je jednodušší než například Fortran nebo C. To dává možnost uživateli zabývat se více obsahem své práce, než syntaxí daného kódu. Předností tohoto systému je zejména mimořádně rychlé výpočetní jádro [5]. Program je vytvořen jako M-soubor, který lze číst i upravovat v mnoha textových editorech, a který umožňuje samotné programování. Dále však také poskytuje možnost tvorby grafických objektů, spouštění jiných M-souborů, nebo pokročilou tvorbu grafů [6].

4.2 Volba softwaru pro verifikaci výsledků

Pro srovnání dosažených výsledků metodou MKP, tedy metodou konečných prvků, je zvolen programový systém ANSYS firmy ANSYS Inc., určený pro obecně nelineární strukturální, termodynamickou a akustickou analýzu, analýzu proudění kontinua a analýzu elektromagnetických a elektrostatických polí [7]. ANSYS využívá deformační varianty metody konečných prvků. V tomto případě je tedy základem Lagrangeův variační princip. Ten říká, že ze všech deformací, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují právě ty, které minimalizují potenciální energii. Primární neznámou veličinou je zde tedy deformace [8].

Pro celkovou potenciální energii v závislosti na konečném počtu deformačních parametrů lze psát vztah [8]:

$$\Pi = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{U}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} - \mathbf{U}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{F} \tag{4.1}$$

Potenciální energie má podle Lagrangeova variačního principu nabývat minima, takže musí platit podmínka [8]:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{U}} = 0 \tag{4.2}$$

Z parciálních derivací dostáváme soustavu lineárních algebraických rovnic [8]:

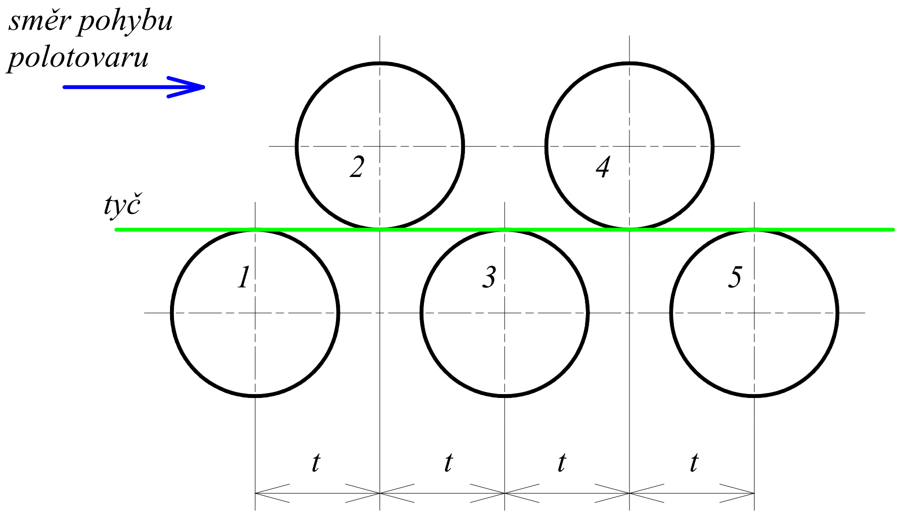
$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F} \tag{4.3}$$

Vztah (4.3) se nazývá základní rovnicí metody konečných prvků [8]. Tato rovnice je využita při návrhu algoritmu procesu rovnání v kapitole 6.

5 ALGORITMUS VYCHÁZEJÍCÍ Z MEZNÍ KŘIVOSTI

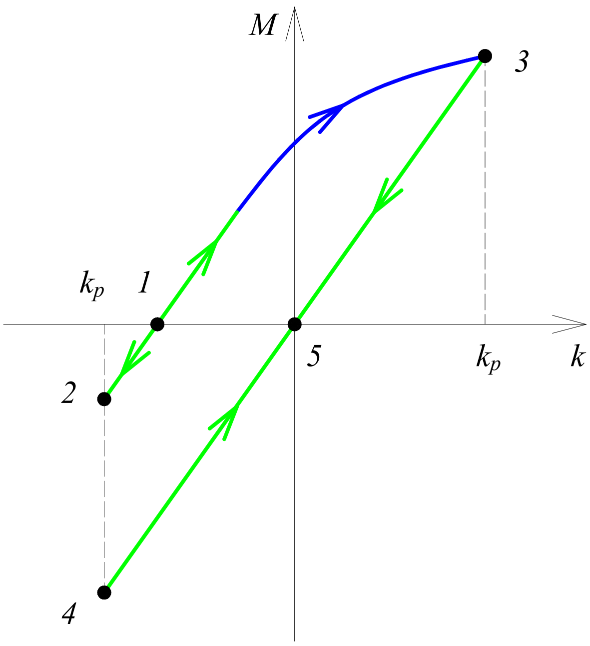
5.1 Popis přístupu

V této kapitole je navrhnut algoritmus pro simulaci procesu rovnání pomocí pěti válců. Jsou zde uvedeny a porovnány dvě varianty. A to jednak varianta s konstantním přesazením válců a její modifikovaná varianta s individuálním nastavením válců *2*, *3* a *4*.



Obr. 5.1: Uspořádání válců

Při tomto přístupu je uvažována taková vstupní křivost, jako by byla tyč pouze pružně plasticky ohnuta příslušným momentem a poté odlehčena. Dále je pod každým válcem uvažováno dosažení mezní křivosti tak, aby rovná tyč po průchodu rovnacím strojem zůstala opět rovná. Tyto křivosti v navrženém algoritmu vymezují úseky, ve kterých se postupuje v přírůstcích.



Obr. 5.2: Teoretická závislost momentu na křivosti v průběhu rovnání

Na Obr. 5.2 jsou zeleně označené lineární úseky a modře nelineární. Z toho plyne, že zde není využito opakované plastické deformace, ale pouze plastické deformace v jednom jediném ohybu. Pod válcem *1* je vstupní křivost a pod válcem *5* křivost reziduální.

Pro výpočet mezní křivosti, která je také zakreslena na Obr. 3.22, je využito vztahu [17]:

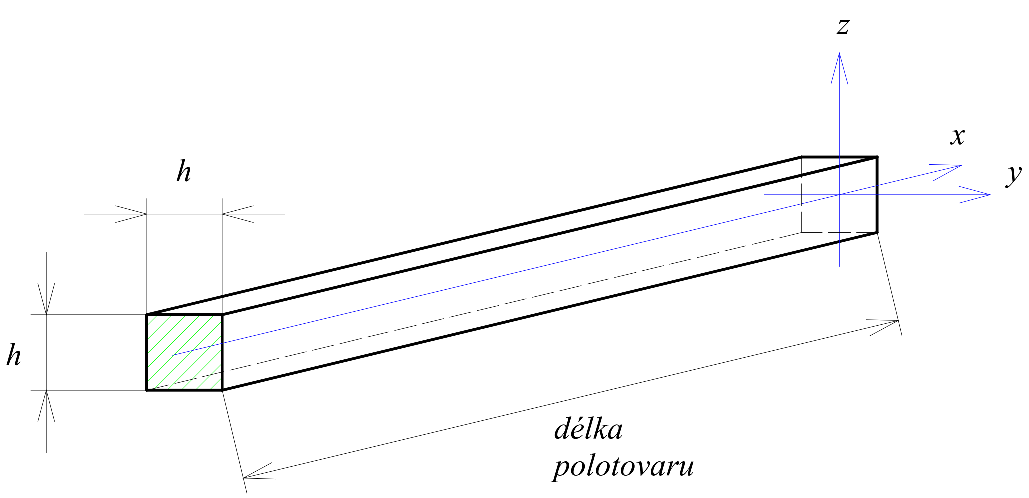
$$k_p = \frac{M_p}{E \cdot J} \tag{5.1}$$

Modifikovaná varianta spočívá v tom, že hodnoty křivostí, jichž se dosahuje pod válci *2*, *3* a *4* při průchodu tyče rovnačkou, se upraví vhodně zvolenými modifikačními konstantami tak, aby byl proces co nejefektivnější. Uživatel má možnost tyto konstanty v navrženém programu měnit.

5.2 Výchozí předpoklady a použité algoritmy

Rovnaným vývalkem je tyč čtvercového průřezu s charakteristickým rozměrem h, jak ukazuje Obr. 5.3. Pro osový kvadratický moment tohoto průřezu lze psát rovnici [17]:

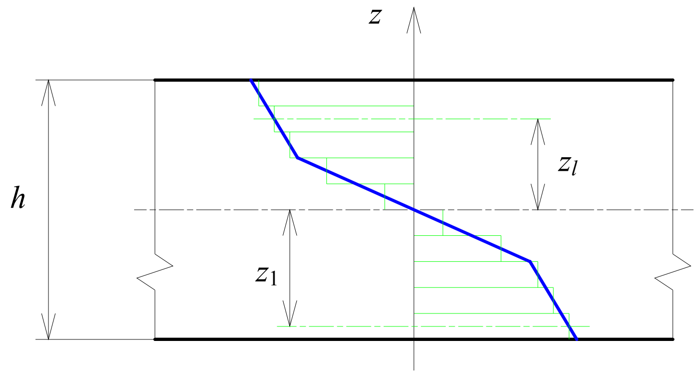
$$J = \frac{h^4}{12} \tag{5.2}$$



Obr. 5.3: Tyč s čtvercovým průřezem a souřadnicovým systémem

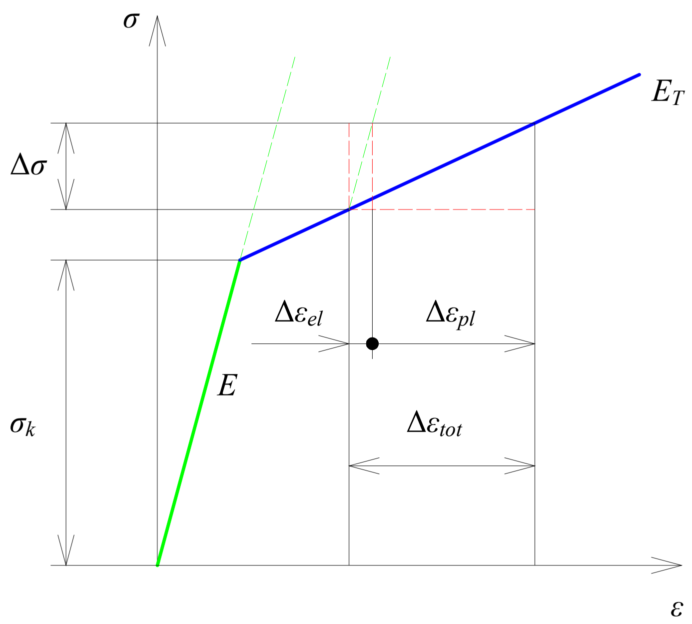
Na Obr. 5.3 je též vyznačen souřadnicový systém. Osa x tedy označuje longitudinální směr, osa y příčný směr a osa z směr radiální.

Jelikož zde vystupuje nelinearita v podobě materiálového chování, bylo nezbytné využít dělení materiálu v radiálním směru po výšce na vrstvy, jak ilustruje Obr. 5.4. V každé vrstvě zvlášť je počítáno napětí a přetvoření a po proběhnutí výpočtu přes všechny vrstvy dostaneme obraz rozložení napětí a přetvoření po průřezu. A to před rovnáním, pod každým válcem, a po vyrovnání. Po provedení řady výpočtů se hodnota počtu vrstev ustálila vzhledem k přesnosti výpočtu, ale také k výpočetnímu času, na čísle 100.



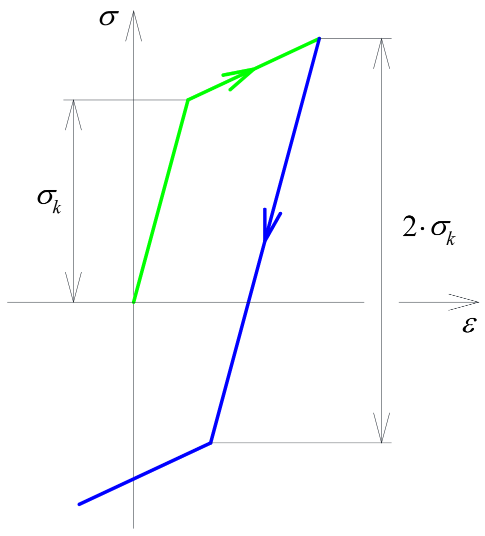
Obr. 5.4: Dělení materiálu po výšce

Chování materiálu je modelováno bilineární aproximací, a v řešení je implementováno malými přírůstky, které jsou definovány základními lineárními rovnicemi, viz Obr. 5.5.



Obr. 5.5: Přírůstkové zatěžování [16]

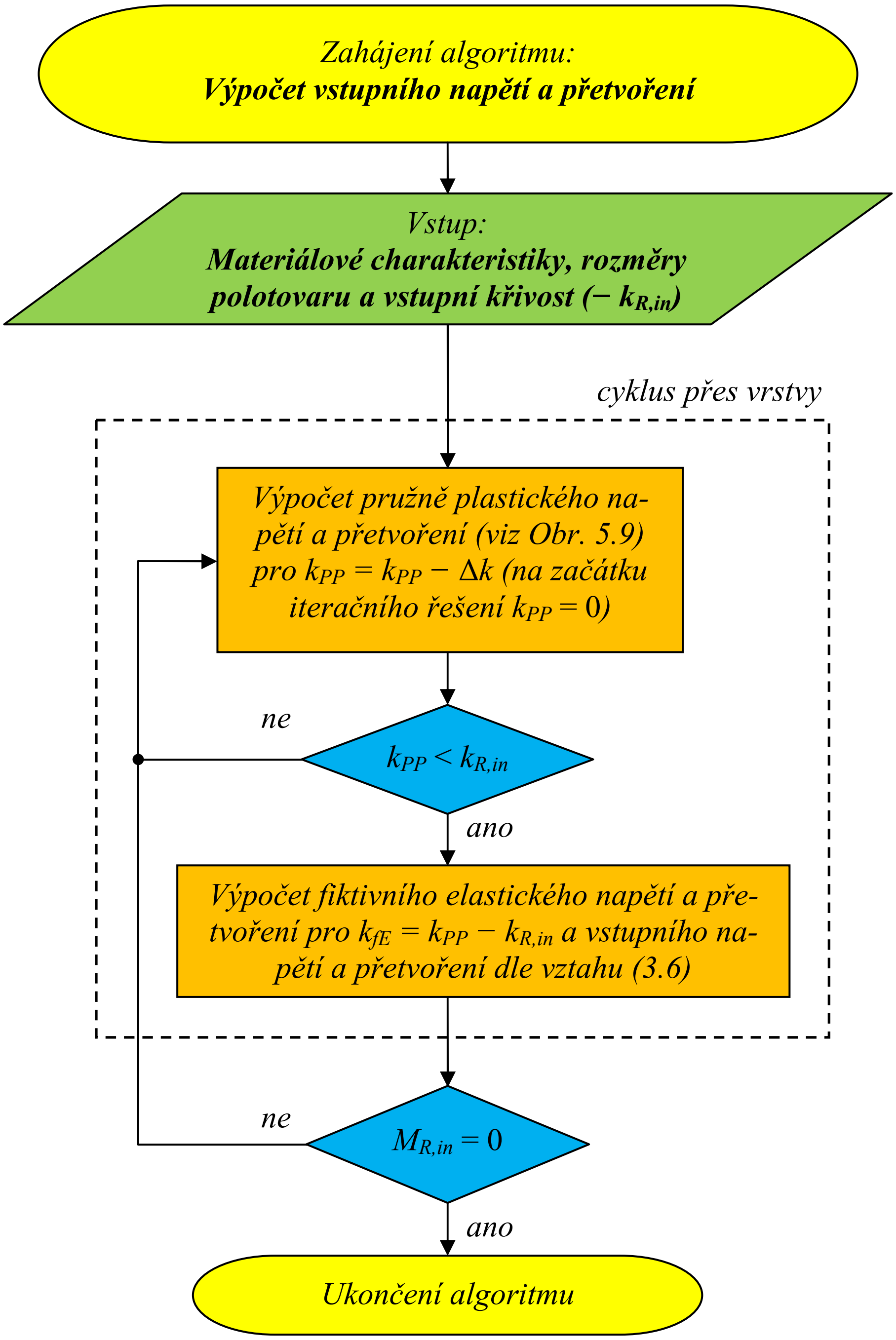
Pro popis opakované plastifikace materiálu bylo zvoleno kinematické zpevnění, zobrazené na Obr. 5.6. V tomto obrázku je zobrazen zeleně průběh natahování jedné vrstvy a modře její následné stlačování. To vše s respektováním daného zpevnění.



Obr. 5.6: Kinematické zpevnění při střídavém ohybu

5.3 Struktura programu

Aby se mohl simulovat proces rovnání se vstupujícím zakřiveným materiálem s příslušným průběhem napětí a přetvoření, bylo potřeba navrhnout algoritmus, který takový provalek připraví, viz Obr. 5.7. Pro zadanou vstupní křivost tento algoritmus simuluje ohyb tyče pružně plastickým momentem tak, aby se po odlehčení tato tyč vrátila na zadanou vstupní křivost s daným rozložením napětí a přetvoření po průřezu. Při výpočtu příslušného napětí a přetvoření se zde také využívá algoritmu zahrnujícího materiálovou nelinearitu, viz cyklus přes vrstvy na Obr. 5.9.

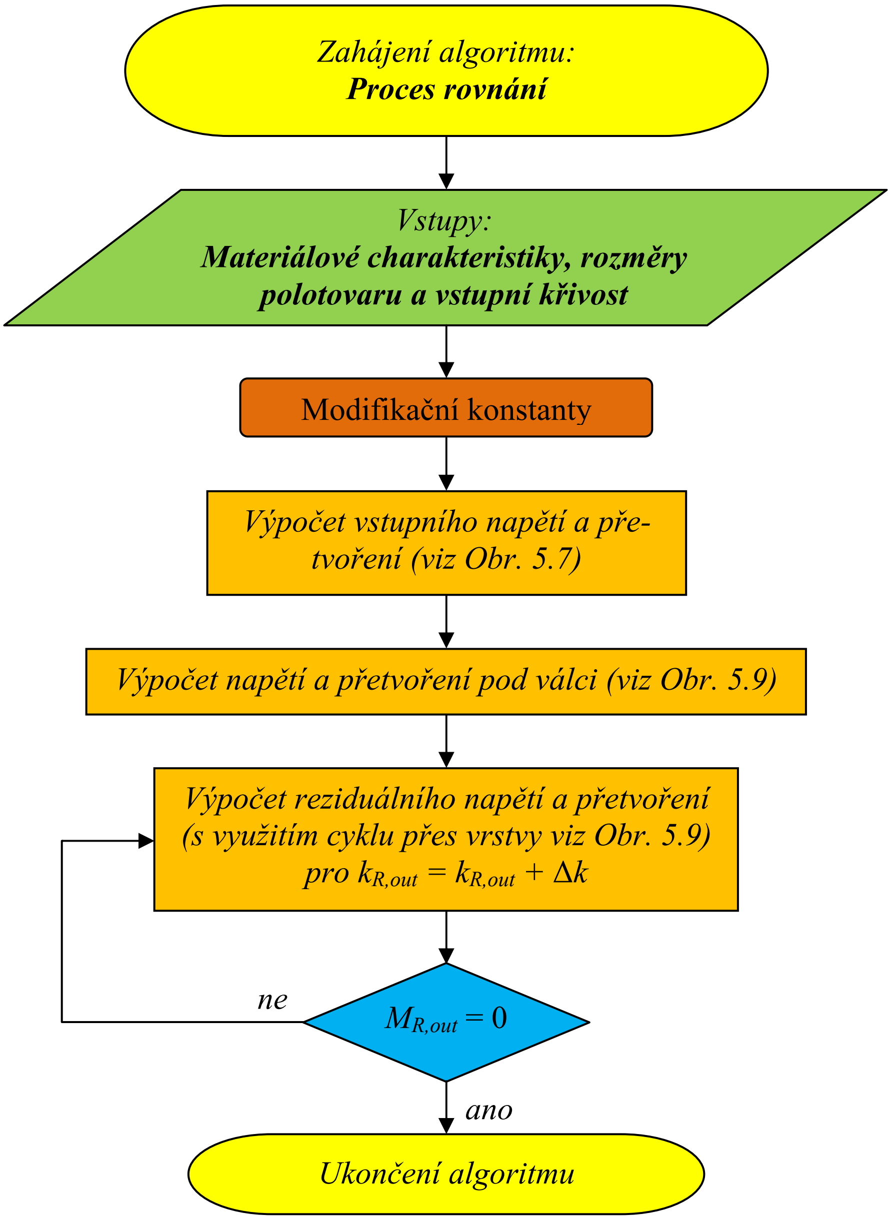


Obr. 5.7: Vývojový diagram připravení zakřiveného materiálu

Výpočet ohybového momentu z rozložení napětí po průřezu se provádí podle vztahu [17]:

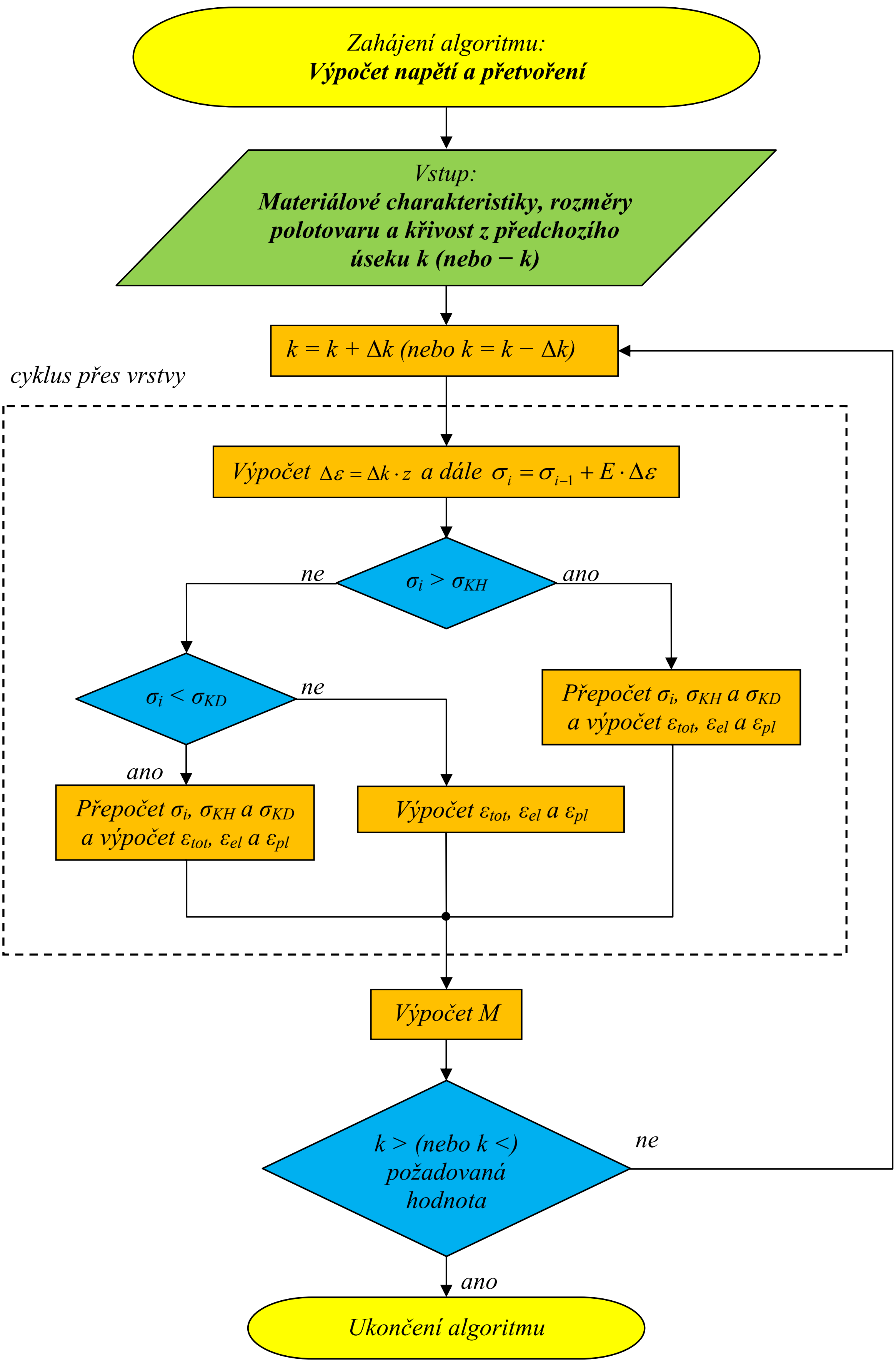
$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma(z) \cdot z \cdot dz \tag{5.3}$$

Strukturu samotného programu zobrazuje Obr. 5.8. V něm je použit algoritmus pro stanovení počátečního rozložení vstupního napětí a přetvoření a také algoritmus zohledňující zpevnění při výpočtu napětí a přetvoření, dle Obr. 5.9.



Obr. 5.8: Vývojový diagram navrženého algoritmu

Na Obr. 5.8 je uvedeno zvlášť pole *Modifikační konstanty*. Nebylo nutné sestavovat dva rozdílné algoritmy, protože programy se svojí strukturou nijak neliší. Pokud za tyto konstanty uživatel dosadí číslo 1, tak program bude simulovat rovnání válci s konstantním přesazením, a pokud číslo různé od 1, bude se modifikovat křivost na příslušném válci.

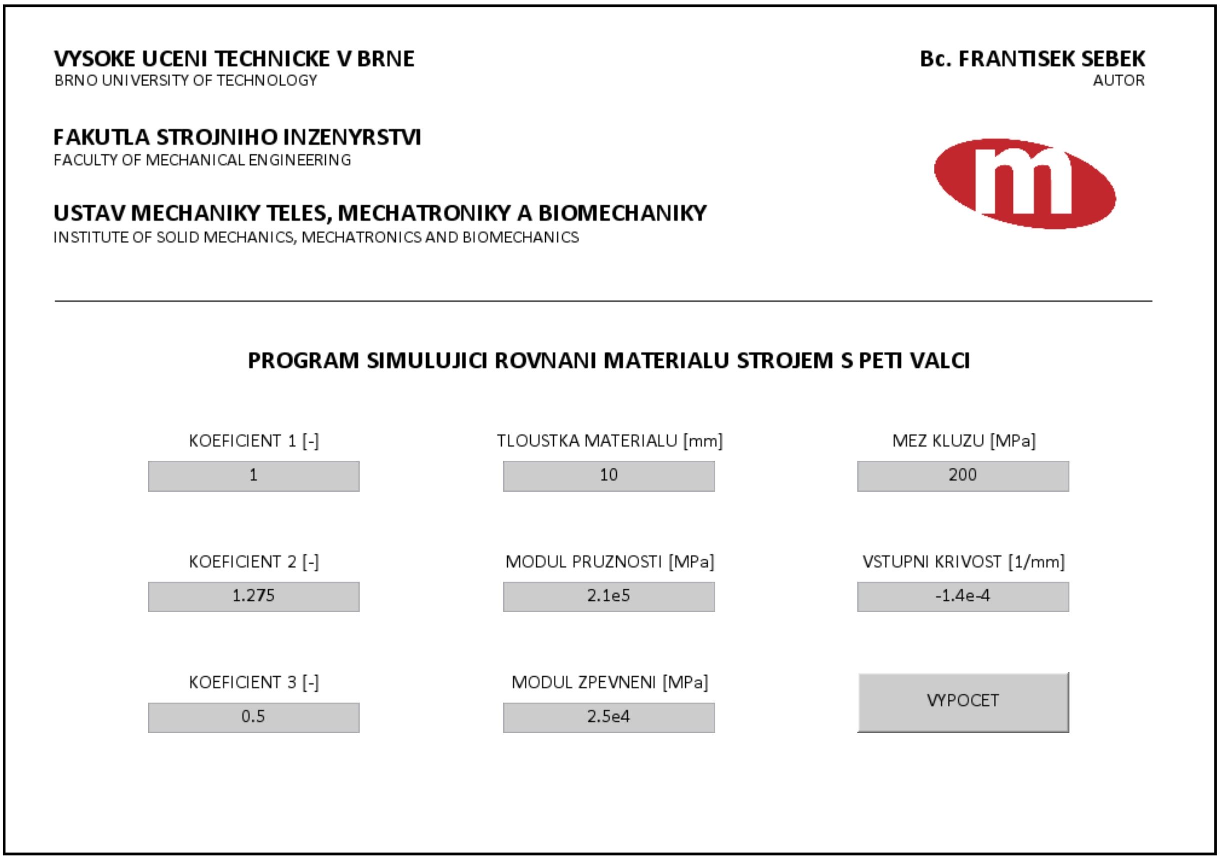


Obr. 5.9 Vývojový diagram postupu výpočtu napětí a přetvoření pro použitý model zpevnění

Obr. 5.9 zobrazuje schéma iteračního algoritmu pro výpočet napětí a přetvoření při průchodu v úsecích mezi známými křivostmi s respektováním dané aproximace materiálového chování.

Aby byla práce s programem usnadněna pro ty, jež běžně systém MATLAB nevyužívají, nebo pro ty, kteří si chtějí pouze v rychlosti ověřit konkrétní data, bylo vytvořeno uživatelské rozhraní pro zadávání vstupních parametrů. Uživatel se tedy nemusí zabývat strukturou daného programu a hledat v něm konkrétní parametry, ale pouze spustí M-soubor SPUSTENI a po jeho otevření stiskne na klávesnici tlačítko F5. Poté se objeví rozhraní zobrazené na Obr. 5.10. Po zadání požadovaných údajů, které jsou implicitně nabízeny tak, jak ukazuje zmiňovaný obrázek, a stisknutí tlačítka VYPOCET, se provede zpracování úlohy. Po úspěšné konvergenci algoritmu se již objeví příslušné výstupy, kterými jsou následující veličiny:

- graf rozložení vstupního a reziduálního, tedy výstupního, napětí po průřezu
- graf rozložení reziduálního celkového, plastického a elastického přetvoření po průřezu
- graf závislosti momentu na křivosti v průběhu rovnání
- výpis vstupní a reziduální křivosti a procentuálního vyrovnání proti vstupní křivosti



Obr. 5.10: Uživatelské rozhraní pro zadávání vstupních parametrů

5.4 Analýza výsledků

V následující tabulce jsou srovnány jednotlivé varianty procesu rovnání pro různé vstupy. Vstupní křivost je zde vždy volena jako násobek mezní křivosti, která je dána vztahem (5.1). První hodnota v Tab. 5.1 i 5.2 pro vstupní křivost je 25 %, druhá 50 % a třetí 75 % mezní křivosti. Je třeba mít také na paměti, že tento algoritmus rovnání sebou nese omezení v podobě velikosti vstupní křivosti, jejíž hodnota nemůže být větší, než hodnota křivosti mezní, tedy křivosti na mezi elastických a plastických deformací, pro dané vstupní parametry. Procentuální vyjádření vyrovnání se vztahuje v obou tabulkách vždy ke vstupní křivosti.

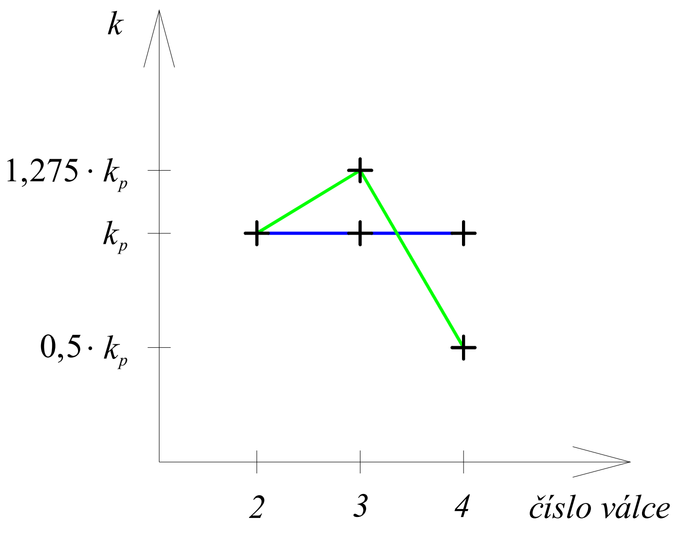
Tab. 5.1 je sestavena pro tyto vstupní parametry:

- $h = 10$ mm
- $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa
- $E_T = 2{,}5 \cdot 10^4$ MPa
- $\sigma_k = 200$ MPa.

Vstupní křivost [mm^{-1}]	Varianta pro konstantní přesazení		Varianta pro modifikační konstanty	
	Reziduální křivost [mm^{-1}]	Vyrovnání [%]	Reziduální křivost [mm^{-1}]	Vyrovnání [%]
$-4{,}762 \cdot 10^{-5}$	$-1{,}619 \cdot 10^{-5}$	66	$1{,}238 \cdot 10^{-5}$	74
$-9{,}524 \cdot 10^{-5}$	$-2{,}762 \cdot 10^{-5}$	71	$5{,}714 \cdot 10^{-6}$	94
$-1{,}429 \cdot 10^{-4}$	$-3{,}619 \cdot 10^{-5}$	74	$9{,}524 \cdot 10^{-7}$	99

Tab. 5.1: Srovnání variant rovnání pro dané vstupní hodnoty

Jak je z uvedených výsledků patrné, proces rovnání s využitím modifikačních konstant vždy dává lepší výsledky, než rovnání s konstantním přesazením válců. Lze také pozorovat, že čím je materiál na počátku zakřivenější, tím lepšího vyrovnání docílíme, a to v obou případech. Navržené modifikační konstanty jsou násobky mezní křivosti. Jsou stanoveny na základě řady výpočtů tak, aby byl co nejlépe vyrovnán právě silně zakřivený materiál. Tyto násobky křivostí jsou dány následujícími hodnotami. Pod válcem *2* je to násobek číslem 1, pod válcem *3* číslem 1,275 a pod válcem *4* číslem 0,5, jak také ilustruje Obr. 5.11. Zde modrá čára spojuje křivosti dosahované pod konstantně přesazenými válci a zelená spojuje křivosti dosahované pod válci při využití modifikačních konstant. Jak již bylo zmíněno, tyto konstanty může uživatel sám definovat či měnit pro svoje konkrétní zadání a potřeby.



Obr. 5.11: Dosahované křivosti pod válci

Dalším bodem analýzy je zjištění citlivosti řešení na zvolené aproximaci pracovního diagramu. Jak již bylo uvedeno, v programu je využito bilineární aproximace pro nenulovou hodnotu tečného modulu zpevnění. Avšak při zadání nulové hodnoty tohoto modulu se algoritmus bude chovat jako by materiál byl ideálně pružně plastický. Výsledky jsou prezentovány na variantě využívající uvedené modifikační konstanty. Vstupní křivosti jsou zde voleny opět jako násobky mezní křivosti, jak bylo uvedeno výše. Při uvažování bilineární aproximace v Tab. 5.2 je použito záměrně vysokého tečného modulu zpevnění, a to $4 \cdot 10^4$ MPa.

Další parametry, pro které je tabulka 5.2 sestavena, jsou:

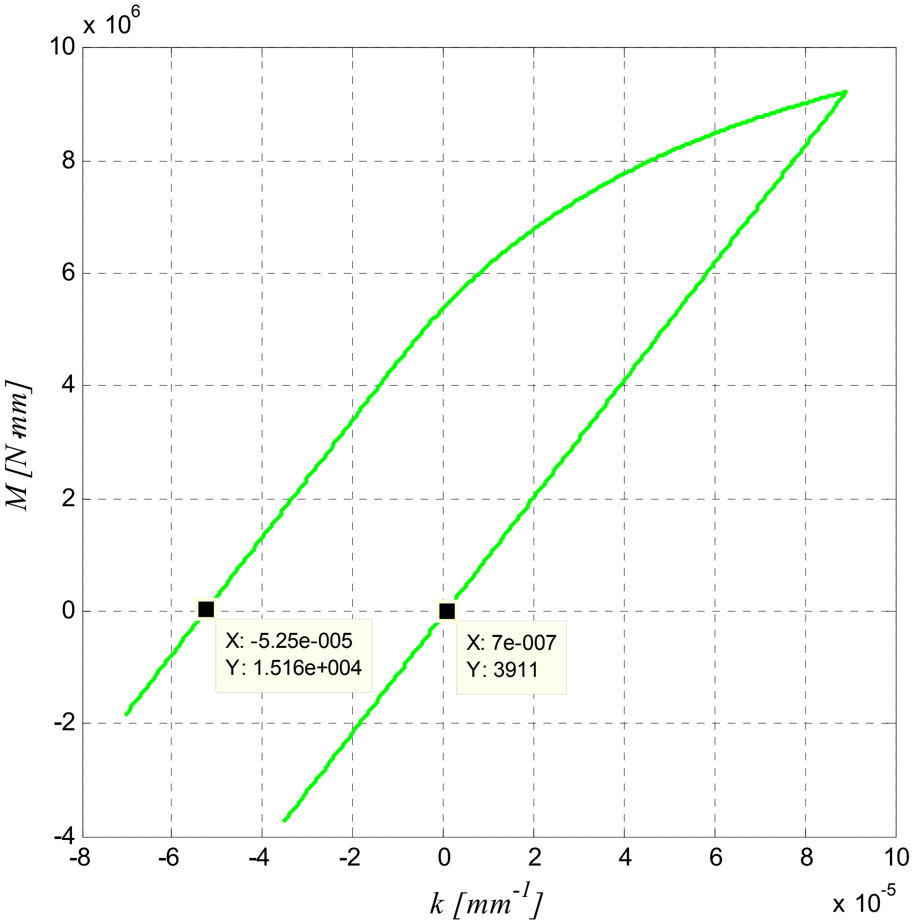
- $h = 50$ mm
- $E = 2 \cdot 10^5$ MPa
- $\sigma_k = 350$ MPa.

Vstupní křivost [mm^{-1}]	Tečný modul zpevnění $4 \cdot 10^4$ MPa		Nulový tečný modul zpevnění	
	Reziduální křivost [mm^{-1}]	Vyrovnání [%]	Reziduální křivost [mm^{-1}]	Vyrovnání [%]
$-1{,}750 \cdot 10^{-5}$	$3{,}850 \cdot 10^{-6}$	78	$5{,}250 \cdot 10^{-6}$	70
$-3{,}500 \cdot 10^{-5}$	$1{,}750 \cdot 10^{-6}$	95	$3{,}150 \cdot 10^{-6}$	91
$-5{,}250 \cdot 10^{-5}$	$3{,}500 \cdot 10^{-7}$	99	$7{,}000 \cdot 10^{-7}$	99

Tab. 5.2: Porovnání výsledků s užitím různé aproximace pracovního diagramu

Z Tab. 5.2 je zřejmé, že s rostoucí vstupní křivostí se smazávají rozdíly mezi užitím tečného modulu zpevnění a jeho zanedbáním. Čím je vstupní křivost materiálu větší, tím lepšího vyrovnání v globálním měřítku dostaneme, což potvrzuje Tab. 5.1, bez ohledu na to, že rozdíly mezi reziduálními křivostmi, při použití bilineární aproximace či nikoliv, v relativním měřítku vůči sobě dosahují velikosti až 50 %.

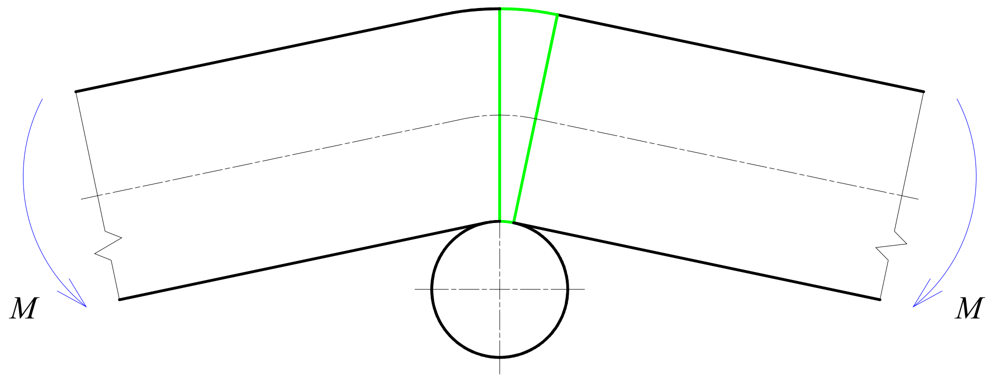
Na Obr. 5.12 je potom pro vstupní parametry a poslední řádek v Tab. 5.2 vykreslena závislost momentu na křivosti při uvažování nulového tečného modulu zpevnění. Na tomto obrázku lze také sledovat, že jak u vstupní, tak u reziduální křivosti není hodnota ohybového momentu nulová. Tato hodnota je nulová pouze teoreticky. Jelikož se jedná o numerické řešení, je použita vhodná toleranční mez.



Obr. 5.12: Závislost momentu na křivosti

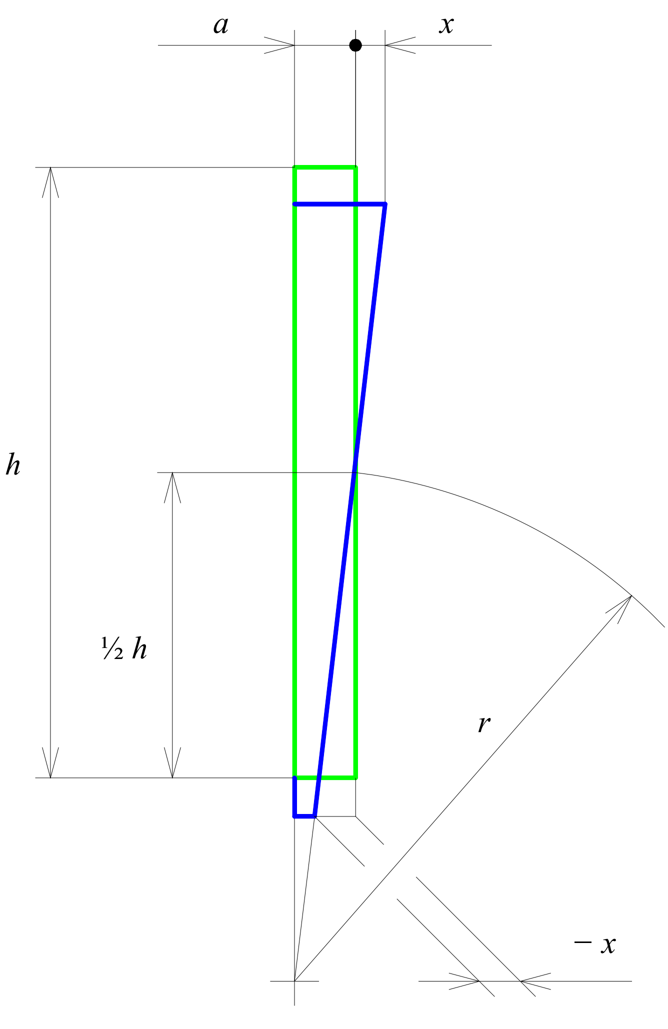
5.5 Výpočtový model pro verifikaci výsledků

Rovnání tyčí pomocí metody konečných prvků je modelováno na malé výseči materiálu po výšce, jak ilustruje Obr. 5.13. Na nedeformovanou výseč, tedy obdélník, jsou potom aplikovány takové deformační okrajové podmínky, aby simulovaly ohyb tyče.



Obr. 5.13: Deformovaná výseč materiálu

Na Obr. 5.14 je zeleně označena nedeformovaná výseč a modře pak model po aplikaci okrajových podmínek. Celá úloha je v systému ANSYS modelována jako rovinná napjatost.



Obr. 5.14: Deformovaný výpočtový model

Pro maximální přetvoření v krajním vláknu materiálu platí vztah [17]:

$$\varepsilon_{max} = \frac{h}{2} \cdot k \tag{5.4}$$

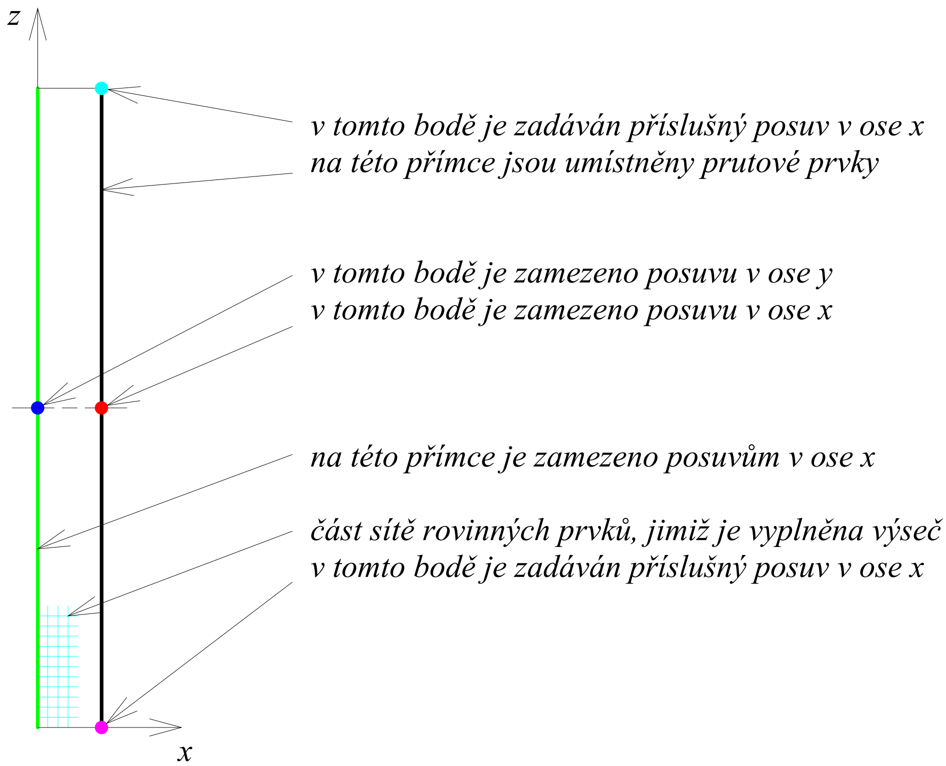
Podle Obr. 5.14 dále platí vztah:

$$\varepsilon_{max} = \frac{x}{a} \tag{5.5}$$

S respektováním rovnic (5.4) a (5.5) můžeme tedy pro posuv krajního vlákna psát rovnici:

$$x = \frac{h}{2} \cdot k \cdot a \tag{5.6}$$

Na Obr. 5.15 jsou potom zobrazeny okrajové podmínky tak, jak jsou implementovány na modelu v programovém systému ANSYS. Pro vytvoření mapované sítě je užito rovinných prvků PLANE182. Aby bylo zajištěno, že se bude model deformovat podle daných předpokladů, je využito prvku BEAM3, u kterého je definována řádově vyšší tuhost, než u rovinných prvků. Nadhodnocení tuhosti je dosaženo pomocí konstant, kterými jsou průřezové charakteristiky. Umístění prutových elementů a síť rovinných prvků zobrazuje tentýž obrázek.



Obr. 5.15: Okrajové podmínky a umístění prvků na výpočtovém modelu

5.6 Verifikace výsledků

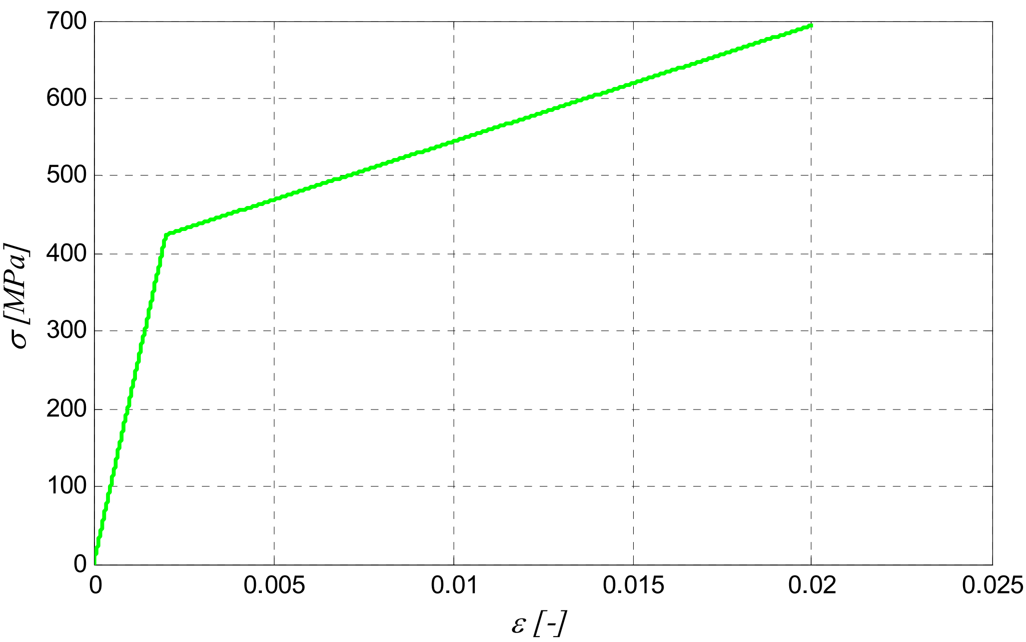
Nejprve je provedeno srovnání reziduálních křivostí vypočtených programem sestaveným v systému MATLAB s algoritmem vypracovaným v systému ANSYS. Tato analýza je provedena pro proces rovnání s konstantním přesazením válců. Vstupní křivosti jsou zde zvoleny opět jako násobky mezní křivosti, jak tomu bylo v předešlém textu. V Tab. 5.3 je tedy první hodnota vstupní křivosti brána jako 25 %, druhá jako 50 % a třetí jako 75 % mezní křivosti. Na Obr. 5.16 je potom znázorněn pracovní diagram pro následující použité hodnoty.

Tab. 5.3 a Obr. 5.16 jsou sestaveny pro tyto vstupní parametry:

- $h = 18$ mm
- $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa
- $E_T = 1{,}5 \cdot 10^4$ MPa
- $\sigma_k = 425$ MPa

Vstupní křivost [mm^{-1}]	Reziduální křivost pro MATLAB [mm^{-1}]	Reziduální křivost pro ANSYS [mm^{-1}]	Rozdíl mezi přístupy [%]
$-5{,}622 \cdot 10^{-5}$	$-1{,}911 \cdot 10^{-5}$	$-2{,}011 \cdot 10^{-5}$	5
$-1{,}124 \cdot 10^{-4}$	$-3{,}373 \cdot 10^{-5}$	$-3{,}400 \cdot 10^{-5}$	1
$-1{,}687 \cdot 10^{-4}$	$-4{,}385 \cdot 10^{-5}$	$-4{,}457 \cdot 10^{-5}$	2

Tab. 5.3: Srovnání výsledků algoritmů sestavených v systémech MATLAB a ANSYS



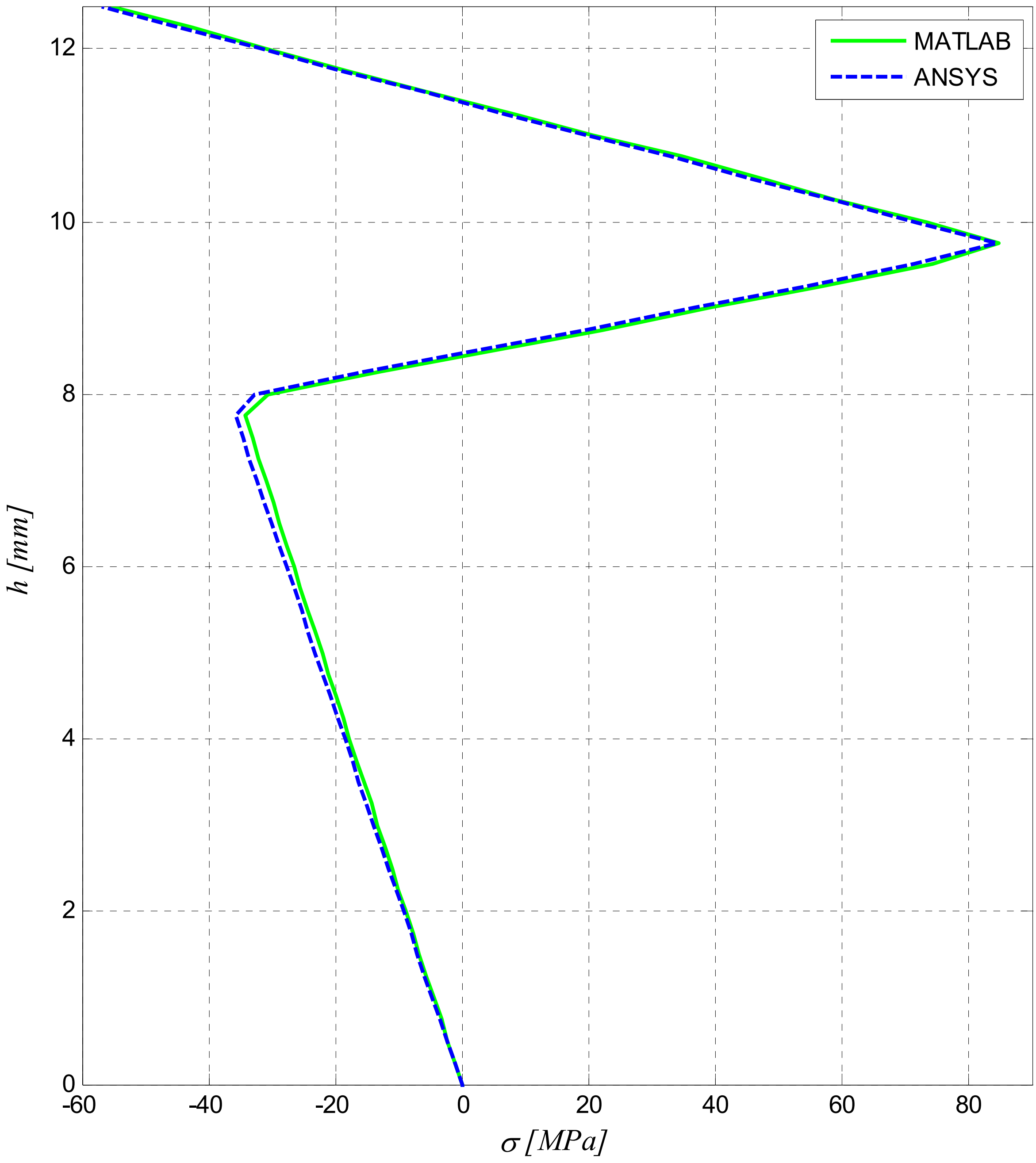
Obr. 5.16: Pracovní diagram použitého materiálu vykreslený pomocí systému MATLAB

Z tabulky 5.3 je zřejmé, že odchylka mezi výpočtem provedeným v systému MATLAB a ANSYS, dosahuje maximálně velikosti 5 %. Proto lze s vědomím, že výpočty byly prováděny nezávisle na sobě konstatovat, že navržený algoritmus odpovídá, pro zvolené předpoklady a zjednodušení, správnému řešení.

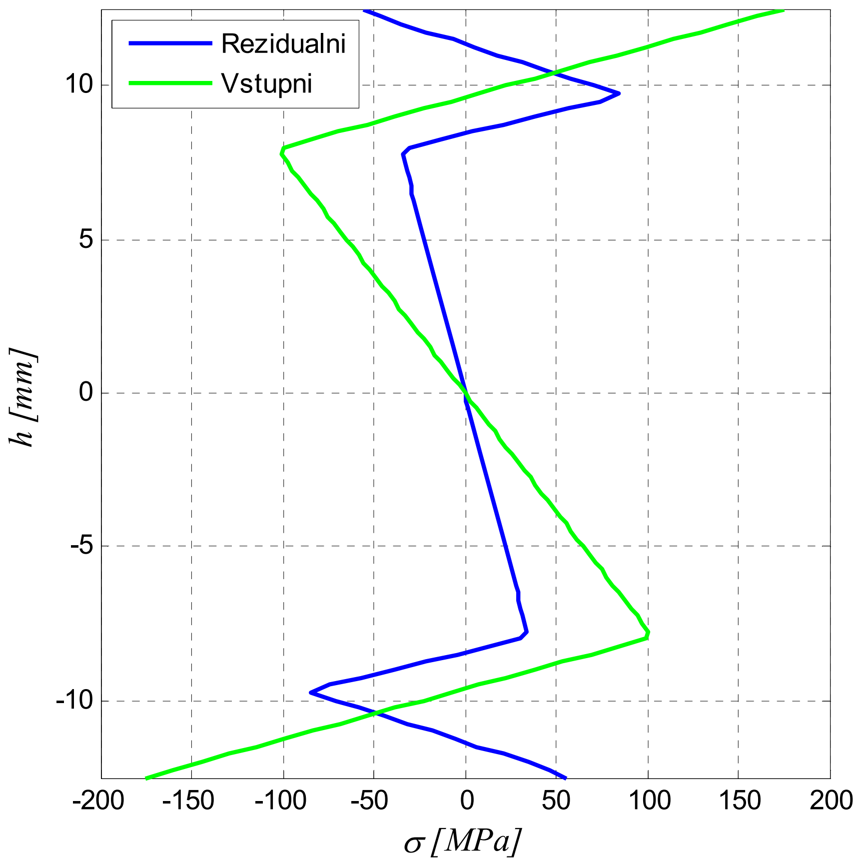
Na následujícím obrázku je provedeno srovnání průběhů reziduálních napětí po průřezu, vypočtených pomocí navrženého programu a pomocí MKP. Toto porovnání je provedeno opět na algoritmu, který uvažuje konstantní přesazení válců. Aby vůbec byly rozdíly patrné, je na Obr. 5.17 vykreslena pouze horní polovina průřezu od nuly do ½ *h*. Pro dokreslení celé situace jsou dále uvedeny Obr. 5.18 a 5.19, vykreslené pomocí algoritmu ze systému MATLAB.

Obr. 5.17, 5.18 a 5.19 jsou sestaveny pro tyto vstupní parametry:

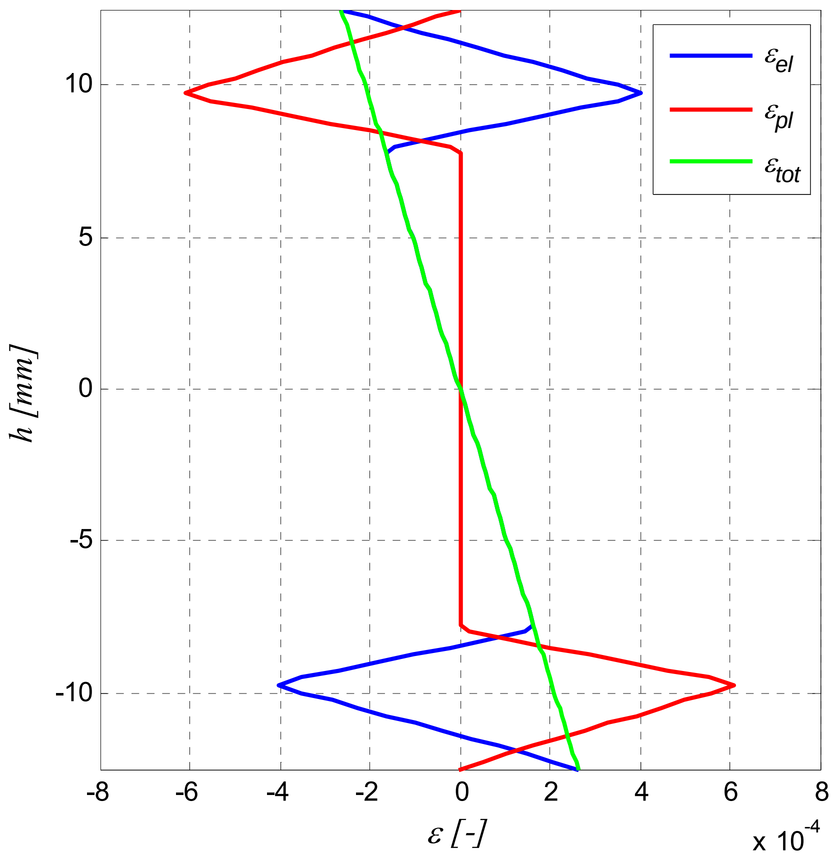
- $k_{R,in} = -\,6{,}191 \cdot 10^{-5}$ mm^{-1}
- $h = 25$ mm
- $\sigma_k = 650$ MPa
- $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa
- $E_T = 2 \cdot 10^4$ MPa.



Obr. 5.17: Srovnání průběhů reziduálních napětí po průřezu jednotlivých přístupů



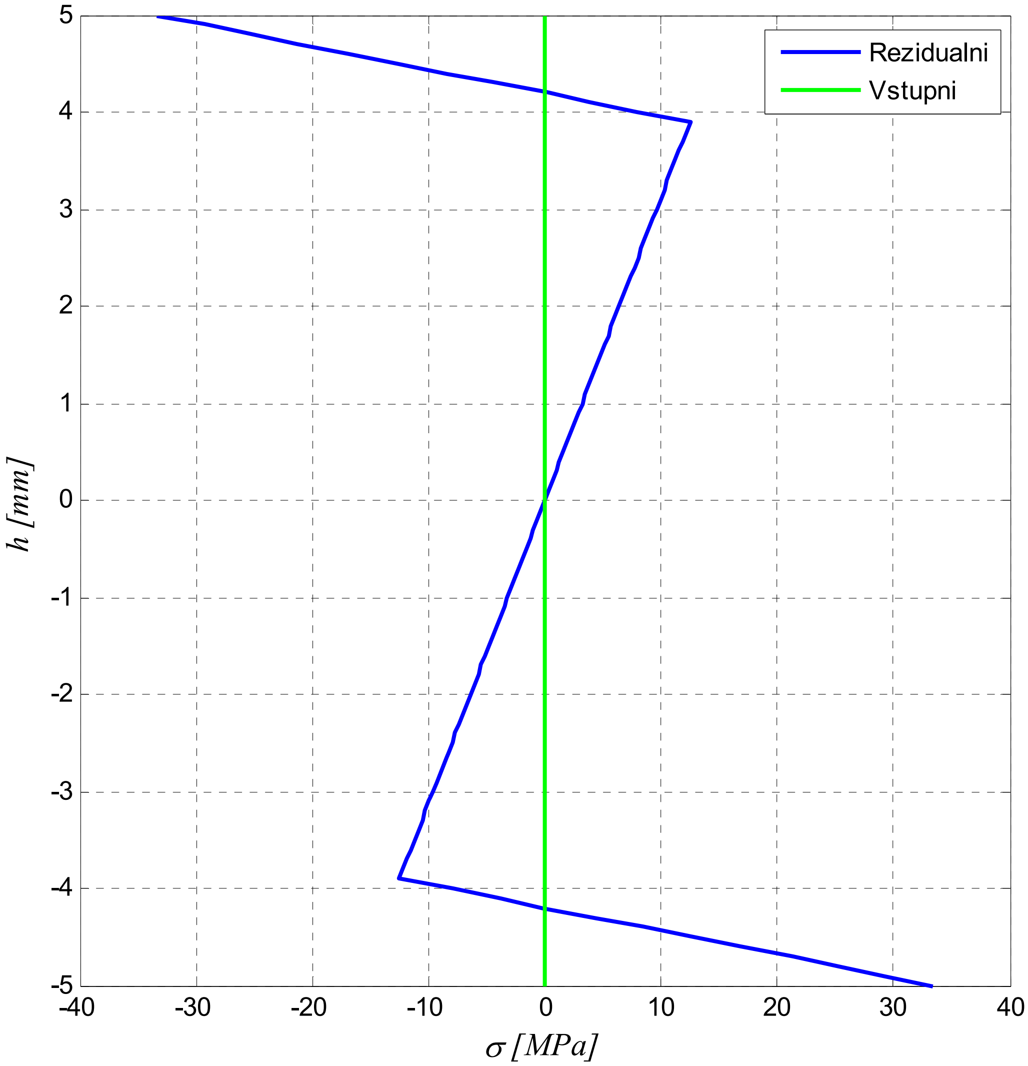
Obr. 5.18: Rozložení vstupního a reziduálního napětí po průřezu



Obr. 5.19: Rozložení reziduálního celkového, plastického a elastického přetvoření po průřezu

Obr. 5.20 je sestaven pro algoritmus využívající modifikačních konstant s těmito vstupy:

- $k_{R,in} = 0\ \text{mm}^{-1}$
- $h = 10$ mm
- $\sigma_k = 200$ MPa
- $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa
- $E_T = 2{,}5 \cdot 10^4$ MPa.



Obr. 5.20: Průběh reziduálního napětí po průchodu rovné tyče rovnačkou

Nyní se jedná se o případ průchodu rovné tyče rovnacím strojem s individuálně nastavenými válci, s použitím výše uvedených modifikačních konstant. Zde již není splněn požadavek, jak tomu bylo u varianty s konstantním přesazením válců, aby v rovné tyči byly vyvolány pouze křivosti na mezi elastických a plastických deformací a tyč by tedy opět vycházela ze stroje rovná. Z Obr. 5.20 je patrné, že v rovné tyči zůstalo po průchodu rovnačkou reziduální napětí. Reziduální křivost pro dané parametry činí $1{,}5238 \cdot 10^{-5}\ \text{mm}^{-1}$, což je v porovnání s mezní křivostí, která nabývá hodnoty $1{,}9048 \cdot 10^{-4}\ \text{mm}^{-1}$ vypočtené pomocí systému MATLAB, pouze 8 %, tedy zakřivení zanedbatelné. Skutečnost, že v rovné tyči vznikne po průchodu rovnačkou s daným nastavením malá křivost, není podstatná v porovnání s dobrými výsledky, které tato varianta dává pro velká vstupní zakřivení.

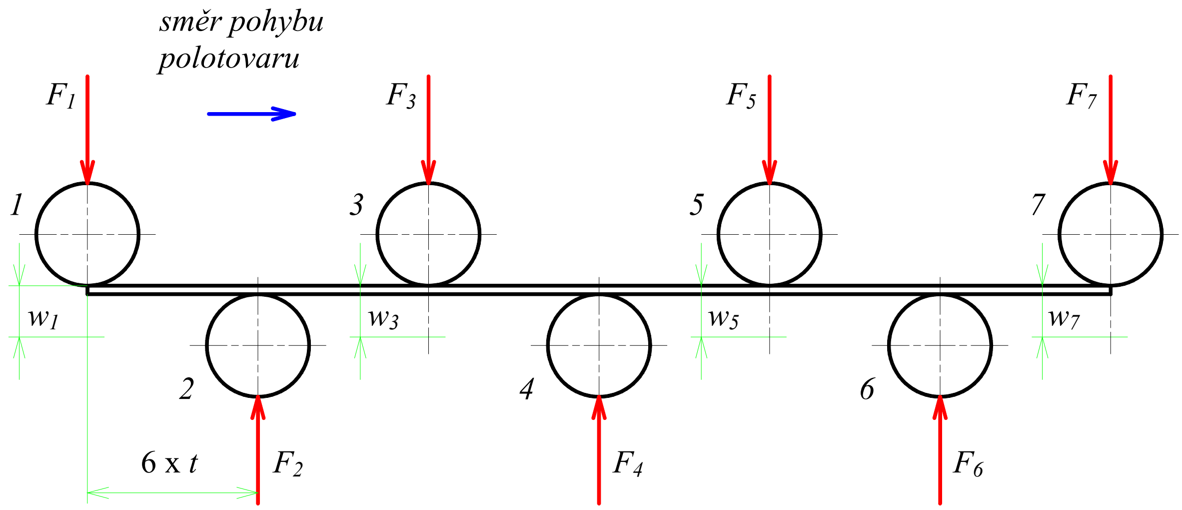
6 PROGRAM VYUŽÍVAJÍCÍ ZÁKLADNÍ ROVNICE MKP

6.1 Úvod

Jak z předchozí kapitoly vyplývá, metoda využívající mezní křivosti má jeden velký nedostatek. Tímto nedostatkem je nemožnost, či velmi vysoká obtížnost, stanovení právě přesazení jednotlivých válců. Protože určení těchto přesazení je jedním z klíčových parametrů pro nastavení rovnacího stroje pro daný zakřivený materiál, bylo potřeba přijít s jiným přístupem. Jelikož na Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky se tato problematika řeší v úzké spolupráci s praxí, další návrh byl vyvinut nejen ve spolupráci s vedoucím této práce, ale bylo také využito stávajícího programu, který zpracoval Ing. Tomáš Návrat, Ph.D., a který simuluje deformační zatížení od válců na polotovar s kruhovým příčným průřezem. Mým úkolem bylo využít znalostí a zkušeností dosažených sestavením předchozího algoritmu a modifikovat daný program s naprogramováním funkce, která bude simulovat průchod tyče rovnačkou a bude zakomponována do celku jako takového, který bude dávat komplexní pohled na celý průběh procesu rovnání.

6.2 Popis přístupu a předpoklady pro řešení

Základními předpoklady je opět uvažování tyče o čtvercovém průřezu a bilineární aproximace pracovního diagramu s kinematickým modelem zpevnění, jak tomu bylo v předešlé kapitole. S tím souvisí i výskyt pouze jednoosé napjatosti. Tentokráte však není předmětem návrhu rovnací stroj s pěti válci, ale stroj s válci sedmi, jak ukazuje Obr. 6.1.



Obr. 6.1: Schéma rovnacího stroje se sedmi válci

V tomto případě je možné nastavit přesazení horní sady válců, a to pro každý válec individuálně. Spodní sada je pevná, takže posuvy těchto válců budou do výpočtu vstupovat jako nulové. Vzdálenost mezi válci t je 775 mm. Nejenže se tímto přístupem dají získat hodnoty přesazení pohyblivých válců, ale také reakční síly vyvozené všemi válci. Dále je možno stanovit průběh posuvů, křivostí a ohybového momentu při průchodu rovnačkou. V libovolném bodě tyče lze také dopočítat závislost napětí na deformaci. Materiál je opět po výšce rozdělen na jednotlivé vrstvy, jak tomu je v předchozí kapitole. Počet vrstev je zde uvažován také 100.

6.3 Základní strategie

Základní strategii lze rozdělit a popsat následujícími pěti kroky:

1. krok: První krok spočívá v rozdělení polotovaru na 120 konečných prvků typu BEAM s příslušnou prvkovou maticí tuhosti.

2. krok: Druhým krokem je sestavení matic s využitím základní rovnice metody konečných prvků, popsanou vztahem (4.3).

3. krok: Ve třetím kroku se v bodech pod všemi válci předepisuje odpovídající přesazení, tedy posuv.

4. krok: Po vyřešení soustavy matic (4.3) se v každém prvku určí rozložení napětí po průřezu s respektováním zvolené aproximace pracovního diagramu při průchodu rovnacím strojem. Dále se na základě těchto průběhů přepočítá pro každý prvek modifikovaná tuhost a prvková matice tuhosti.

5. krok: Poté se postupuje modifikovanou přímou iterační metodou. Zobecněný vztah tohoto iteračního řešení soustavy matic lze psát jako [8]:

$$\mathbf{K}_{i-1} \cdot \mathbf{U}_i = \mathbf{F}_{i-1} \tag{6.1}$$

V následující kapitole jsou jednotlivé kroky tohoto algoritmu popsány podrobněji.

6.4 Podrobný popis algoritmu

Prvkové matice tuhosti pro element BEAM jsou určeny vztahy [8]:

$$\mathbf{k}_j = \frac{E \cdot J}{L^3} \cdot \begin{bmatrix} 12 & 6 \cdot L & -12 & 6 \cdot L \\ 6 \cdot L & 4 \cdot L^2 & -6 \cdot L & 2 \cdot L^2 \\ -12 & -6 \cdot L & 12 & -6 \cdot L \\ 6 \cdot L & 2 \cdot L^2 & -6 \cdot L & 4 \cdot L^2 \end{bmatrix} \tag{6.2}$$

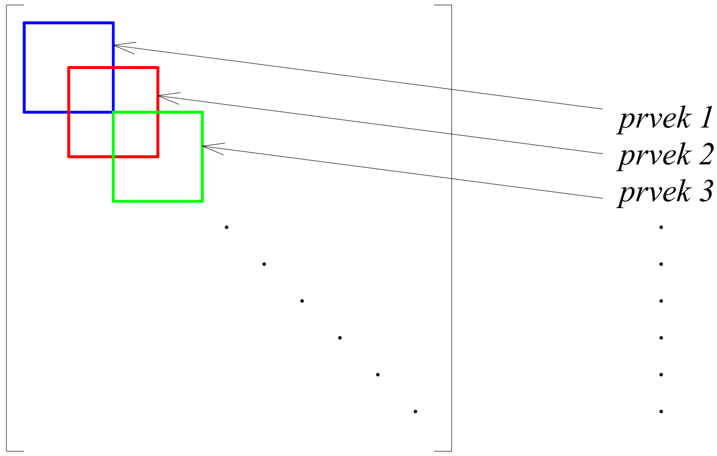
Délka jednotlivých prvků je stejná. Každý element má dva uzly a v každém nodu jsou dva neznámé parametry. Těmi jsou posuv a natočení.

Díky stejné délce všech prvků jsou matice z rovnice (6.2) pro všechny elementy stejné. Jelikož je 120 prvků, je 121 nodů a tím pádem 242 neznámých parametrů.

Globální matice deformačních parametrů je tedy sloupcová, jak ukazuje vztah (6.3), a má rozměr 242. Čísla jednotlivých prvků matice představují čísla příslušných uzlů, ke kterým se veličiny vztahují [8].

$$\mathbf{U}_i^{\mathrm{T}} = \left[w_1, w_1', w_2, w_2', ..., w_{121}, w_{121}' \right] \tag{6.3}$$

Globální matice tuhosti se sestaví přeložením všech 120 matic ze vztahu (6.2) přes sebe tak, že vznikne čtvercová matice s rozměrem 242 [8]. Tento postup ilustruje Obr. 6.2.



Obr. 6.2: Sestavení globální matice tuhosti

Dalším krokem algoritmu je zohlednění okrajových podmínek v globálních maticích. Nulové posuvy pod válci *2*, *4* a *6* se projeví vypuštěním 41., 121. a 201. řádku a sloupce z globální matice tuhosti a příslušných řádků v globálních maticích deformačních a silových parametrů. Dané přesazení, tedy posuvy w_1, w_3, w_5 a w_7, se projeví vypuštěním 1., 81., 161. a 241. řádku z matic **K**, **U** a **F** a přenesením 1. sloupce matice **K** násobeného ($-\,w_1$), 81. sloupce matice **K** násobeného ($-\,w_3$), 161. sloupce matice **K** násobeného ($-\,w_5$) a 241. sloupce matice **K** násobeného ($-\,w_7$), na pravou stranu rovnice do matice **F**. Z předcházejícího tedy plyne, díky vypuštění neznámých parametrů s čísly 1, 41, 81, 121, 161, 201 a 241, že budou mít čtvercová matice **K**, a sloupcové matice **U** a **F**, rozměr 235. Globální matice silových účinků, kde sčítací parametr *n* jde od 1 do 235, bude mít následující strukturu:

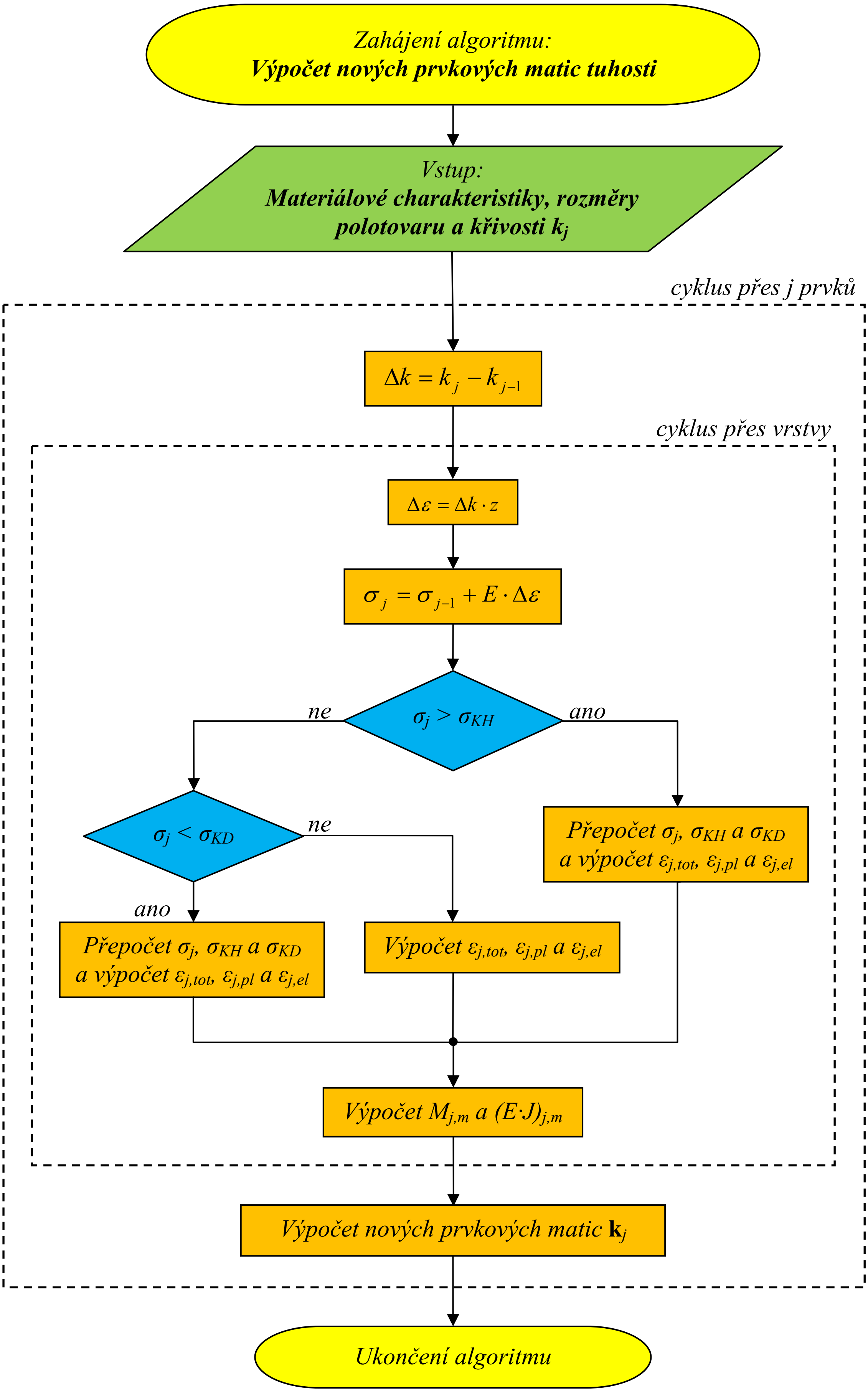
$$F_n = -\mathbf{K}_{n,1} \cdot w_1 - \mathbf{K}_{n,81} \cdot w_3 - \mathbf{K}_{n,161} \cdot w_5 - \mathbf{K}_{n,241} \cdot w_7 \tag{6.4}$$

Nyní probíhá řešení soustavy matic (6.1) pro *i*-tou iteraci. Reakční síly vyvozené válci se určí násobením celé čtvercové matice $\mathbf{K}_{i-1}$ o rozměru 242 celou sloupcovou maticí $\mathbf{U}_i$ o rozměru 242, doplněnou na pozicích číslo 1, 41, 81, 161, 201 a 241 o známé posuvy pod válci. Výsledkem je sloupcová matice $\mathbf{F}_{i-1}$ o rozměru 242, ve které budou nenulové pouze pozice s čísly 1, 41, 81, 121, 161, 201 a 241, které představují právě žádané reakce F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6 a F_7.

Dále se pro každý prvek *j* od 1 do 120 určí jeho křivost uprostřed ze vztahu:

$$k_j = \frac{w'_{j+1} - w'_j}{L} \tag{6.5}$$

Poté je třeba určit průběh napětí a přetvoření v každém prvku při průchodu rovnacím strojem, a z nich modifikovanou tuhost. V dalším se může pro každý element sestavit nová prvková matice. Celý cyklus je znázorněn na Obr. 6.3. Mým úkolem bylo sestavit program, který bude počítat rozložení napětí v průběhu rovnání, z něhož se následně kalkuluje modifikovaná tuhost podle vztahu (6.6).



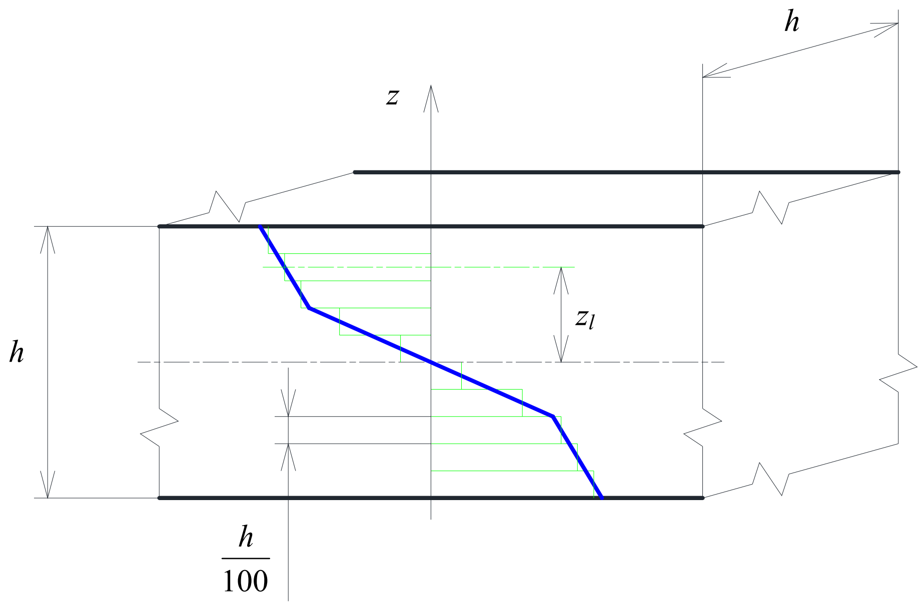
Obr. 6.3: Vývojový diagram výpočtu nových prvkových matic při průchodu tyče rovnačkou

Modifikovaný moment se zde opět počítá z rozložení napětí po průřezu vztahem (5.3).

Jak bylo uvedeno výše, program pracuje se 100 vrstvami po výšce materiálu. Modifikovaná tuhost se s respektováním čtvercového profilu a počtu vrstev počítá ze vztahu [16]:

$$\left(E \cdot J\right)_{j,m} = \sum_{l=1}^{101} h \cdot z_l^2 \cdot E_{l,m} \cdot \frac{h}{100} = \sum_{l=1}^{101} \frac{h^2 \cdot z_l^2 \cdot E_{l,m}}{100} \tag{6.6}$$

Tento vztah dále objasňuje Obr. 6.4.



Obr. 6.4: Dělení polotovaru po vrstvách pro výpočet modifikované tuhosti

Zde v každé vrstvě vystupuje modifikovaný modul pružnosti. Ten může nabývat dvou hodnot. Pokud materiál v dané vrstvě nepřekročil aktuální mez kluzu v tahu nebo tlaku, tak se vrstva patrně nachází v pružné oblasti. Proto je modifikovanému modulu pružnosti dané vrstvy $E_{l,m}$ přiřazena hodnota modulu pružnosti E. Pokud se však vrstva nachází v plastické oblasti, modifikovaný modul pružnosti se získá ze vztahu [16]:

$$E_{l,m} = E \cdot \left(1 - \frac{E}{E + H}\right) \tag{6.7}$$

V této rovnici je využito parametru zpevnění, který je dán vztahem [16]:

$$H = \frac{E \cdot E_T}{E - E_T} \tag{6.8}$$

Zde vystupuje jak modul pružnosti, tak tečný modul zpevnění, jak je o nich pojednáno na Obr. 3.14. Z rovnice je patrné, že pro ideálně pružně plastický materiál je díky nulovému tečnému modulu zpevnění parametr zpevnění roven nule a tedy i tuhost takovéto vrstvy je nulová a nepřispívá k celkové tuhosti daného prvku, která je dána součtem po všech vrstvách pro l jdoucí od 1 do 101.

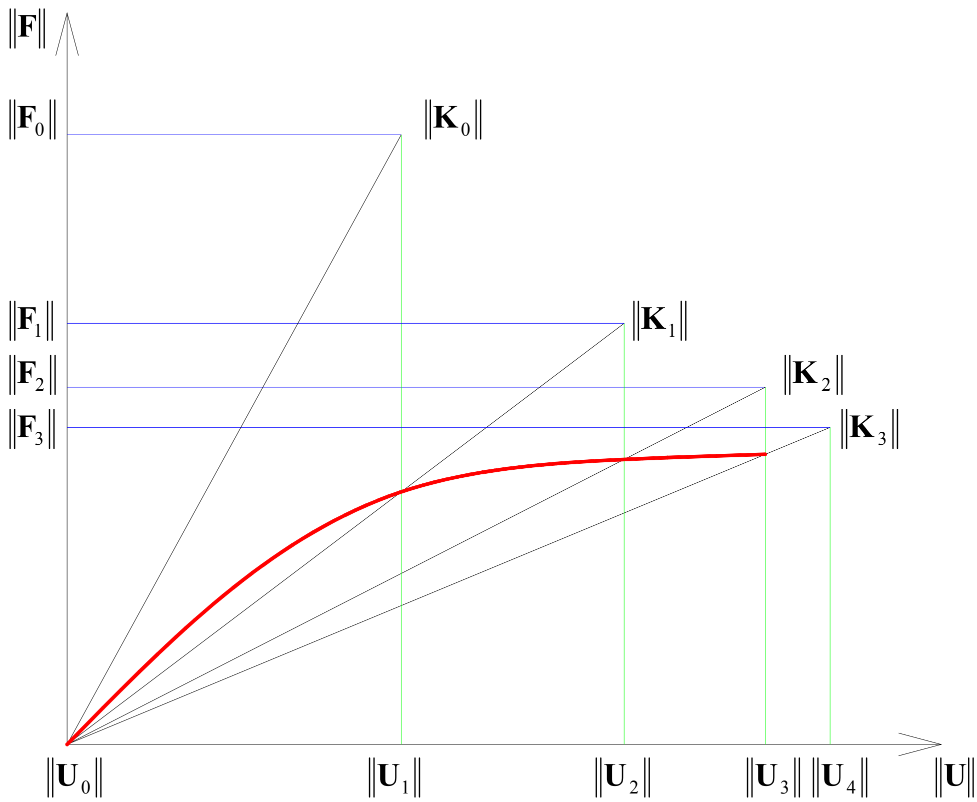
Nové prvkové matice tedy vypadají následovně:

$$\mathbf{k}_j = \frac{(E \cdot J)_{j,m}}{L^3} \cdot \begin{bmatrix} 12 & 6 \cdot L & -12 & 6 \cdot L \\ 6 \cdot L & 4 \cdot L^2 & -6 \cdot L & 2 \cdot L^2 \\ -12 & -6 \cdot L & 12 & -6 \cdot L \\ 6 \cdot L & 2 \cdot L^2 & -6 \cdot L & 4 \cdot L^2 \end{bmatrix} \tag{6.9}$$

Kontrola konvergence použité metody iterace, která je zobrazena na Obr. 6.5, probíhá v každé iteraci dle vztahu:

$$\frac{\|\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_{i-1}\|}{\|\mathbf{U}_i\|} \leq \delta_u \tag{6.10}$$

Zde δ_u je zvolená tolerance. Pokud je tato podmínka splněna, tak iterační proces končí. Pokud splněna není, tak se sestaví nová globální matice tuhosti s použitím prvkových matic ze vztahu (6.9), nová globální matice silových účinků dle vztahu (6.4) s využitím již nově sestavené matice globální tuhosti, zvýší se číslo iterace o jednotku a celý proces probíhá znovu řešením soustavy matic (6.1).



Obr. 6.5: Modifikovaná přímá iterační metoda [8]

Modifikovaná přímá iterační metoda spočívá zejména v zatížení. Běžněji se lze v praxi setkat se silovým zatížením, na rozdíl od tohoto algoritmu, kde je využito deformačního zatížení v podobě zadání konkrétních posuvů válců.

6.5 Analýza výsledků

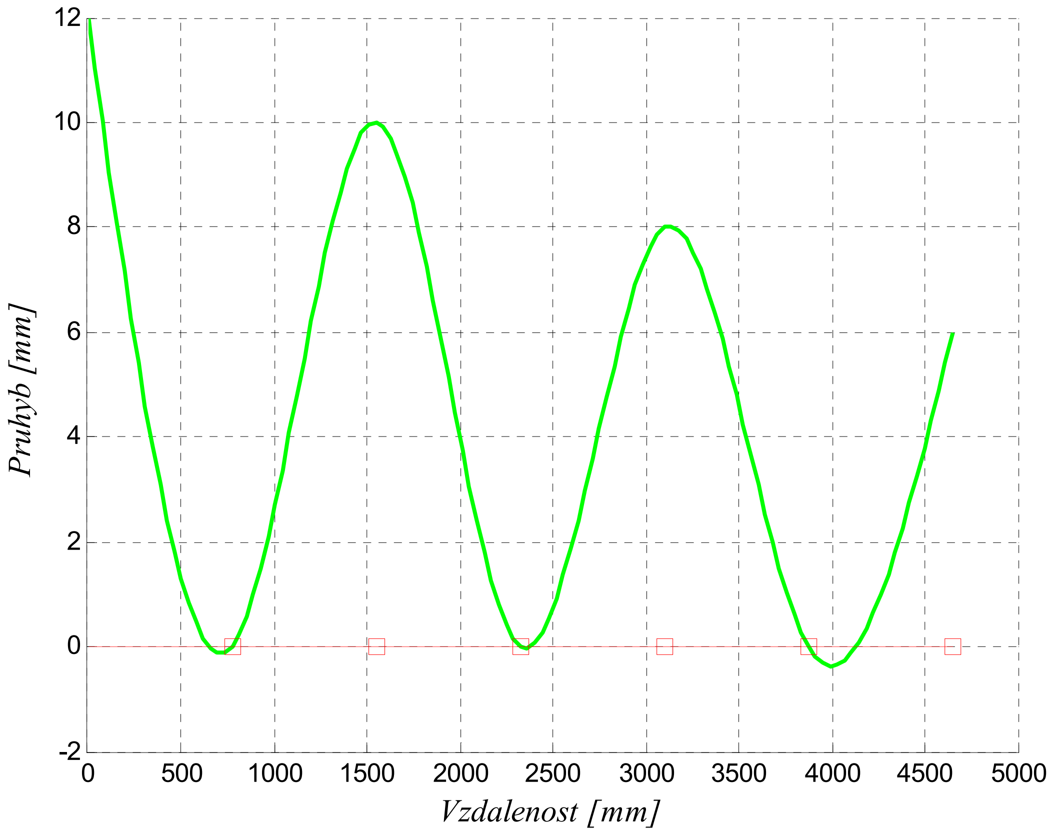
Nejprve je provedena analýza výsledků v lineární oblasti.

Následující obrázky prezentují výstupy programu, sestaveném v systému MATLAB, pro tyto vstupní parametry:

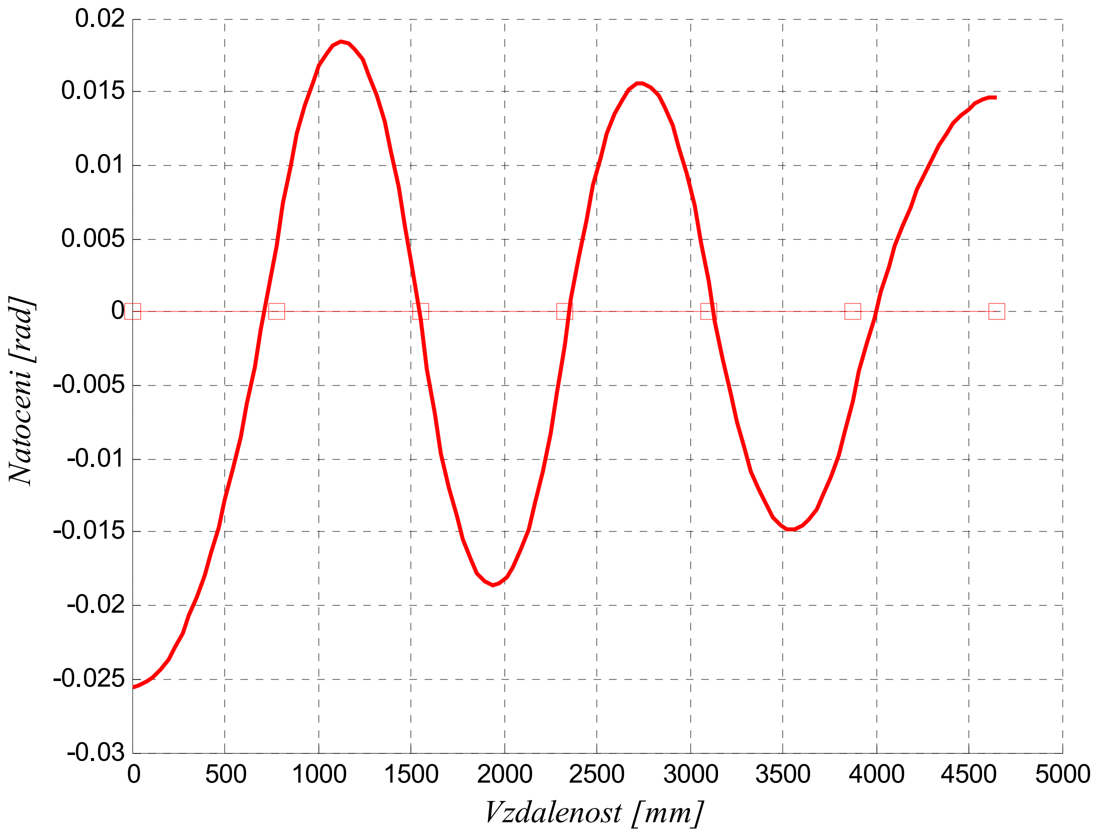
- h = 50 mm
- σ_k = 500 MPa
- $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa
- $E_T = 2{,}1 \cdot 10^4$ MPa
- δ_u = 1 %
- w_1 = 12 mm
- w_3 = 10 mm
- w_5 = 8 mm
- w_7 = 6 mm

Jak je patrné z Obr. 6.9, nebylo zde dosaženo plastické deformace, jelikož ohybový moment na mezi elastických a plastických deformací nabývá, pro dané parametry s využitím vzorce (3.5), přibližně hodnoty $M_p = 1 \cdot 10^7$ N·mm. V rovnici (3.5) je, s respektováním čtvercového profilu vývalku, využito pro modul průřezu v ohybu vtahu [18]:

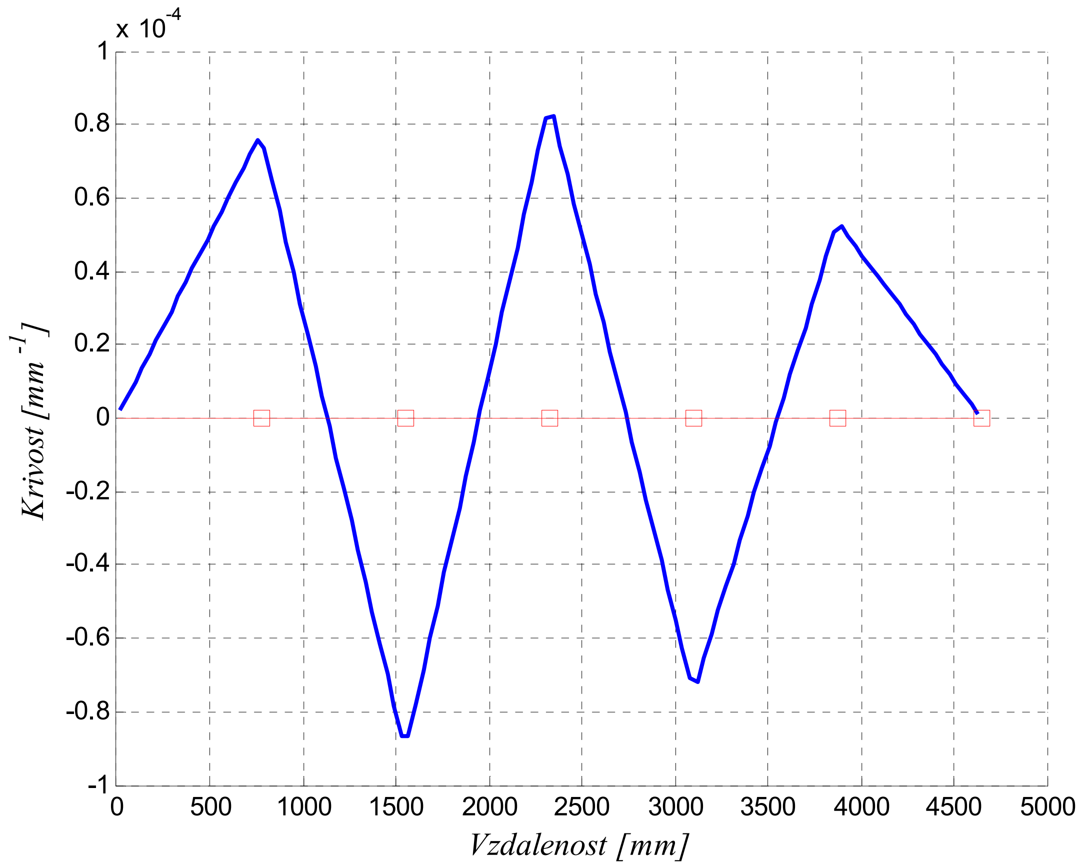
$$W_o = \frac{h^3}{6} \tag{6.11}$$



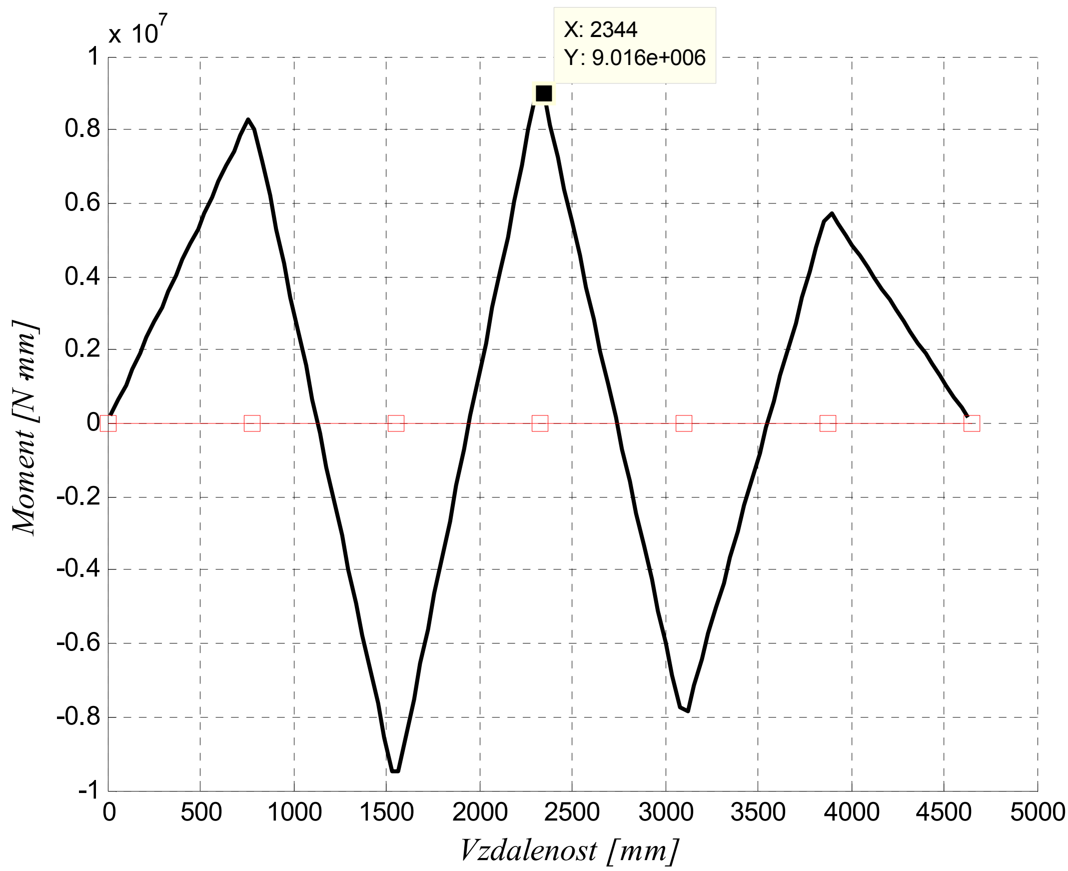
Obr. 6.6: Průhybová čára tyče při průchodu rovnačkou



Obr. 6.7: Průběh natočení při průchodu tyče rovnačkou



Obr. 6.8: Průběh křivosti při průchodu tyče rovnačkou



Obr. 6.9: Průběh momentu při průchodu tyče rovnačkou

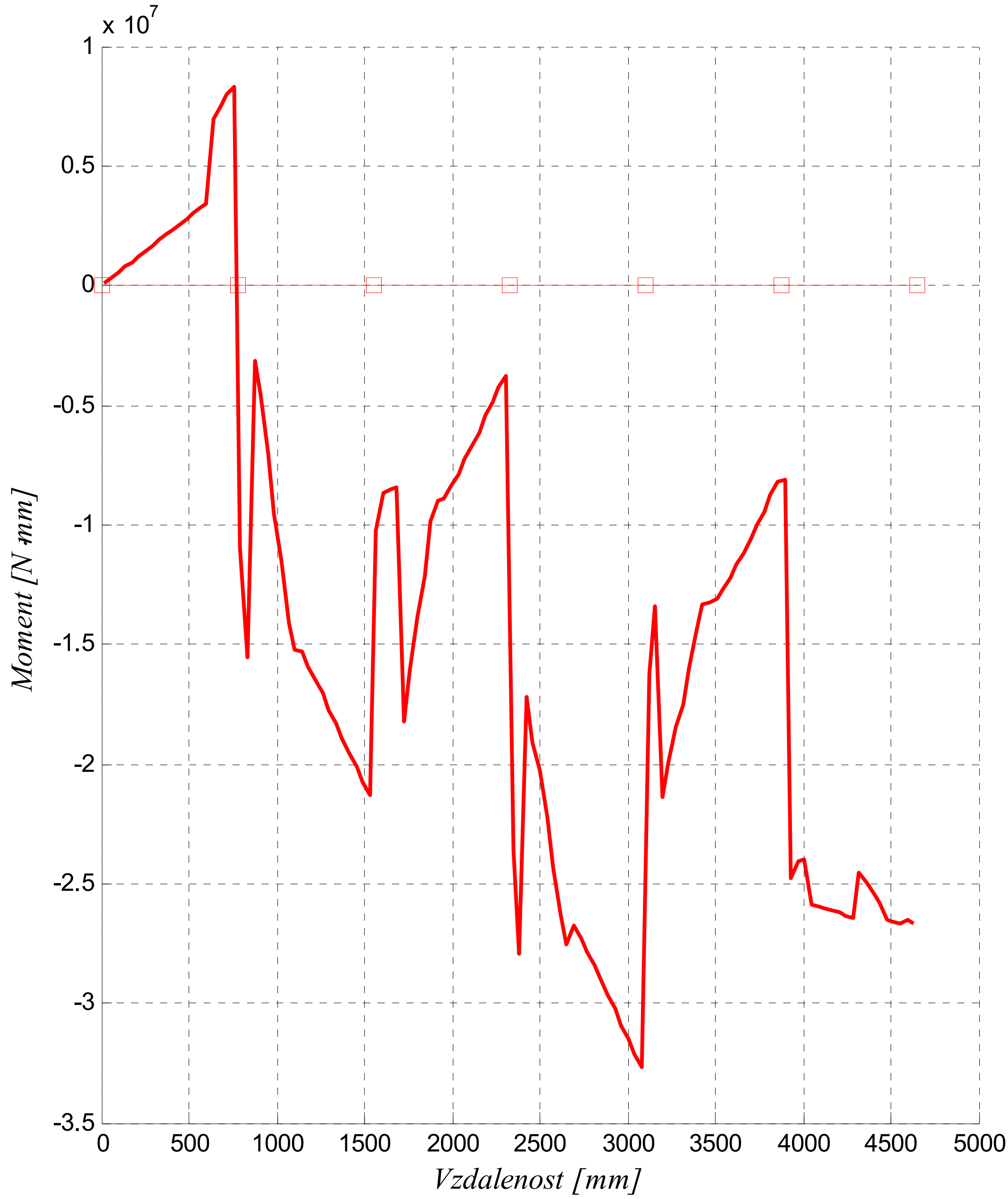
Tento algoritmus byl však shledán vysoce nestabilní od toho okamžiku, kdy se v první vrstvě materiálu překročí mez kluzu.

Na závěr této kapitoly je proto umístěna ukázka nestabilního řešení pro stejné vstupní parametry, pouze jiné hodnoty přesazení, které vyvolají v tyči již plastické deformace:

- $w_1 = 24$ mm
- $w_3 = 26$ mm
- $w_5 = 22$ mm
- $w_7 = 20$ mm

Obr. 6.10 ukazuje divergující řešení, které bylo zastaveno po 100 iteracích. Zde je nutné poznamenat, že řešení v elastické oblasti konverguje již po několika jednotkách iterací.

Na tomtéž obrázku lze také pozorovat, že hodnoty ohybového momentu v některých oblastech přesahují výše uvedenou mezní hodnotu na hranici elastických a plastických deformací, a tedy opravdu dochází k plastifikaci materiálu. Tyto hodnoty však nelze jakkoli numericky vyhodnotit, či využít k další analýze, jelikož jde o čísla vyprodukované numerickou nestabilitou.



Obr. 6.10: Průběh momentu při průchodu tyče rovnačkou pro nestabilní řešení

Z výsledků analýzy plyne nevhodnost použití modifikované přímé iterační metody k dosažení konvergence v případě pružně plastického ohybu tyče, kterého se primárně pro rovnání využívá.

K odstranění tohoto problému bylo rozhodnuto použít místo modifikovaného přímého iteračního algoritmu metodu Newton-Raphson. Ta představuje stabilnější nástroj pro řešení nelineárních problémů. Program s jejím využitím je navrhnut a popsán v následující kapitole.

7 PROGRAM VYUŽÍVAJÍCÍ METODY NEWTON-RAPHSON

7.1 Úvod

Jak je uvedeno v předchozí kapitole, bylo nutné sestavit takový algoritmus iteračního řešení rovnání, který dává přehled jak o základních charakteristikách celého procesu, tak i hlavních parametrech nastavení rovnacího stroje, jimiž jsou zejména přesazení jednotlivých válců. Přístup uvedený v předcházející kapitole pro řešení procesu rovnání pomocí modifikované přímé iterační metody se ukázal být velmi nestabilní při řešení v pružně plastické oblasti. Tato skutečnost dala, ve spolupráci s vedoucím této diplomové práce, vzniknout novému návrhu, který se zakládá na stejné myšlence jako předchozí, uvedený v kapitole 6, ale využívá metody Newton-Raphson. Tato metoda byla vybrána zejména pro své dobré konvergenční vlastnosti. Opět je využito programu, který sestavil Ing. Tomáš Návrat, Ph.D., a který simuluje deformační zatížení od válců na polotovar s kruhovým příčným průřezem.

7.2 Základní předpoklady

Celý proces i s úvodními předpoklady jsou zcela stejné, jako při předchozím řešení a jsou pojednány v kapitole 6.2. Případné podrobnosti jsou rozebrány taktéž v předcházejících kapitolách a odstavcích. Zde jsou shrnuty již jen základní předpoklady pouze v bodech:

- čtvercový profil polotovaru rozdělený na 100 vrstev po výšce průřezu
- jednoosá napjatost v longitudinálním směru
- bilineární aproximace pracovního diagramu
- kinematický model zpevnění
- deformační zatížení polotovaru válci, nikoliv jeho průchod rovnacím strojem

Dále je uvažován opět stroj se sedmi válci podle Obr. 6.1 s individuálním nastavením přesazení horní sady válců, jak tomu je v kapitole 6.2.

7.3 Popis algoritmu

Iniciační prvkové matice tuhosti pro prutový prvek BEAM jsou určeny opět vztahy [8]:

$$\mathbf{k}_j = \frac{E \cdot J}{L^3} \cdot \begin{bmatrix} 12 & 6 \cdot L & -12 & 6 \cdot L \\ 6 \cdot L & 4 \cdot L^2 & -6 \cdot L & 2 \cdot L^2 \\ -12 & -6 \cdot L & 12 & -6 \cdot L \\ 6 \cdot L & 2 \cdot L^2 & -6 \cdot L & 4 \cdot L^2 \end{bmatrix} \tag{7.1}$$

Délka jednotlivých prvků je opět stejná. Díky tomu jsou matice z rovnice (7.1) pro všechny elementy stejné. Protože je uvažováno opět 120 prvků, je 121 nodů a tím pádem 242 neznámých parametrů, kterými jsou posuvy a natočení. Globální matice deformačních parametrů je tedy sloupcová, jak ukazuje vztah (7.2), a má rozměr 242 [8].

$$\mathbf{U}_i^{\mathrm{T}} = \left[w_1, w_1', w_2, w_2', ..., w_{121}, w_{121}' \right] \tag{7.2}$$

Globální matice tečné tuhosti pro první iteraci se sestaví opět přeložením a příslušným parciálním sečtením všech 120 matic ze vztahu (7.1) přes sebe tak, že vznikne čtvercová matice s rozměrem 242, jak ilustruje Obr. 6.2.

Dalším krokem algoritmu je zohlednění okrajových podmínek v globálních maticích a výpočet matice ekvivalentních uzlových sil pro první iteraci. Výpočet těchto matic probíhá stejně, jak je uvedeno v kapitole 6.4, kde matici silových účinků odpovídá matice ekvivalentních uzlových sil. Reziduální síly jsou potom dány rovnicí [8]:

$$\mathbf{R}_{i-1} = -\mathbf{F}_{e,i-1} \tag{7.3}$$

Dále probíhá řešení soustavy matic [8]:

$$\mathbf{K}_{T,i-1} \cdot \Delta\mathbf{U}_i = \mathbf{R}_{i-1} \tag{7.4}$$

Po vyřešení lze spočítat globální matici posuvů dle vztahu [8]:

$$\mathbf{U}_i = \Delta\mathbf{U}_i + \mathbf{U}_{i-1} \tag{7.5}$$

Na začátku iteračního řešení pro $i = 1$ platí $\mathbf{U}_0 = \mathbf{0}$.

Nyní následuje cyklus po prvcích pro danou iteraci. Změna křivosti nad každým prvkem v jeho polovině, v níž vystupují změny natočení z matice $\Delta\mathbf{U}_i$, se počítá ze vztahu:

$$\Delta k_j\left(x_j = \frac{L}{2}\right) = \frac{\Delta w'_{j+1} - \Delta w'_j}{L} \tag{7.6}$$

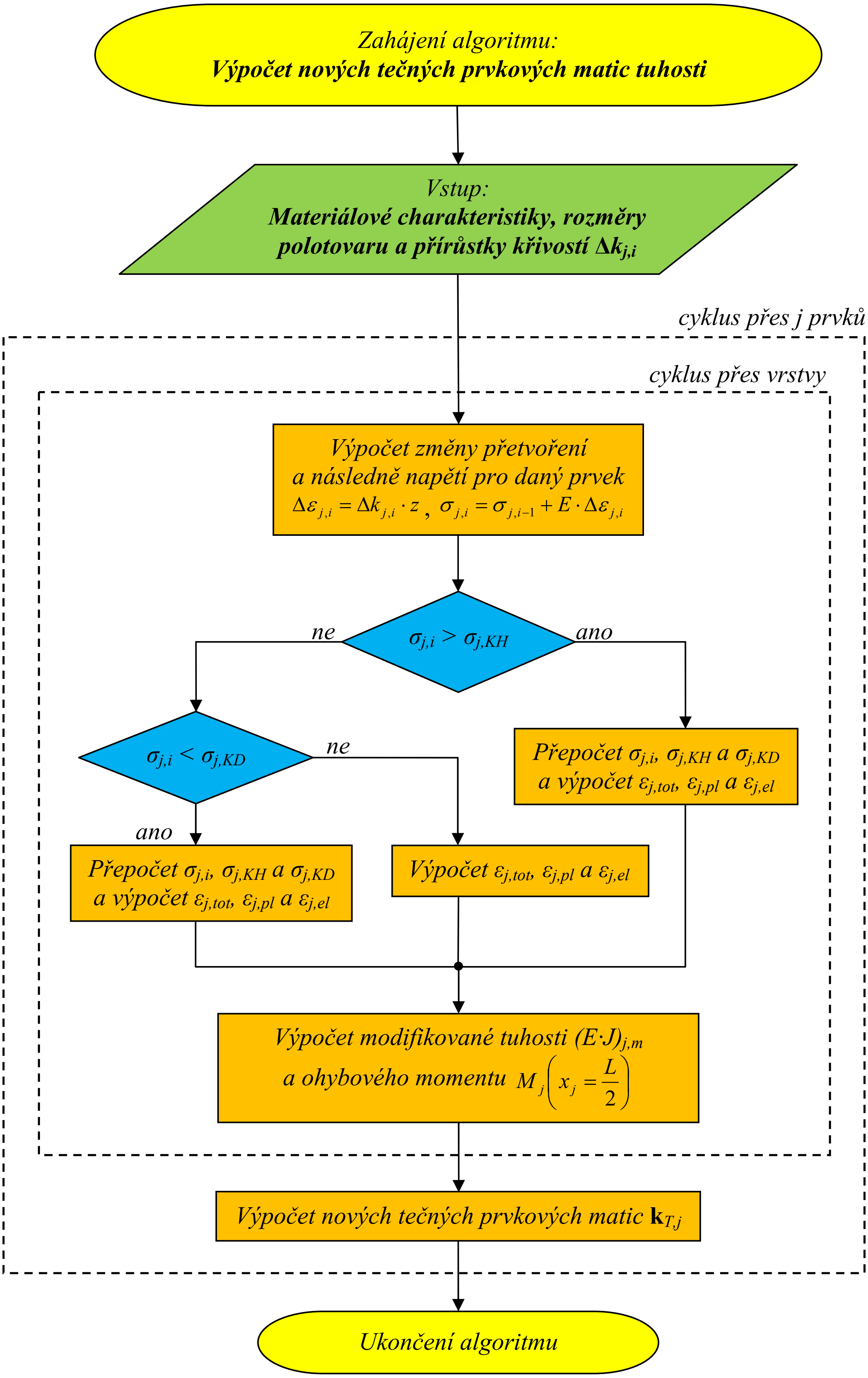
Rozložení napětí, ze kterého se kalkuluje modifikovaná tuhost každého prvku, se určí podle vývojového diagramu na Obr. 7.1. Zde se využívá také cyklu přes vrstvy, jako v předcházející kapitole, ovšem s tím rozdílem, že zde neprobíhá iterační výpočet napětí postupně podél polotovaru, čímž by byl simulován průchod tyče rovnačkou. V tomto modelu je zahrnuto pouze deformační zatížení od válců na rovný polotovar. Toto zatížení je rozloženo do několika dílčích kroků, a proto i zde je nutné uvažovat historii zatěžování. Dále probíhá výpočet modifikované tuhosti, stejně jako v kapitole 6.4 podle vzorců (6.6), (6.7) a (6.8).

Poté se pro každý prvek uprostřed kalkuluje ohybový moment dle vztahu[17]:

$$M_j\left(x_j = \frac{L}{2}\right) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_j \cdot z \cdot dz \tag{7.7}$$

Nyní se pro každý prvek sestaví tečná prvková matice tuhosti dle vztahu:

$$\mathbf{k}_{T,j} = \frac{(E \cdot J)_{j,m}}{L^3} \cdot \begin{bmatrix} 12 & 6 \cdot L & -12 & 6 \cdot L \\ 6 \cdot L & 4 \cdot L^2 & -6 \cdot L & 2 \cdot L^2 \\ -12 & -6 \cdot L & 12 & -6 \cdot L \\ 6 \cdot L & 2 \cdot L^2 & -6 \cdot L & 4 \cdot L^2 \end{bmatrix} \tag{7.8}$$



Obr. 7.1: Vývojový diagram výpočtu nových tečných prvkových matic

Jelikož ohybový moment vystupuje ve výpočtu ekvivalentních uzlových sil, nemůžeme ho použít pouze jako konstantu nad prvkem, získanou integrací průběhu napětí po výšce daného prvku. Tím bychom totiž uměle vytvořili na hranicích prvků nerovnovážné stavy. Pro určení funkční závislosti momentu na poloze podél prvku x_j se využije křivostí na začátku a v polovině daného elementu, přičemž se předpokládá lineární rozložení momentu nad prvkem. Křivosti v polovině prvku a křivosti na začátku elementu, tedy vlevo, se určí následovně:

$$k_j\left(x_j = \frac{L}{2}\right) = \frac{w'_{j+1} - w'_j}{L} \tag{7.9}$$

$$k_j\left(x_j = 0\right) = \begin{bmatrix} -\frac{6}{L^2} & -\frac{4}{L} & \frac{6}{L^2} & -\frac{2}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_j \\ w'_j \\ w_{j+1} \\ w'_{j+1} \end{bmatrix} = \frac{6}{L^2} \cdot \left(w_{j+1} - w_j\right) - \frac{2}{L} \cdot \left(2 \cdot w'_j + w'_{j+1}\right) \tag{7.10}$$

Pro podíly momentů a křivostí nad prvkem musí platit rovnost:

$$\frac{M_j\left(x_j = 0\right)}{k_j\left(x_j = 0\right)} = \frac{M_j\left(x_j = \frac{L}{2}\right)}{k_j\left(x_j = \frac{L}{2}\right)} \tag{7.11}$$

Z předchozího vztahu tedy plyne rovnice pro výpočet momentu v levém bodě prvku:

$$M_j\left(x_j = 0\right) = k_j\left(x_j = 0\right) \cdot \frac{M_j\left(x_j = \frac{L}{2}\right)}{k_j\left(x_j = \frac{L}{2}\right)} \tag{7.12}$$

Funkční závislost průběhu momentu, která je nad prvkem lineární, lze tedy popsat rovnicí:

$$M_j\left(x_j\right) = M_j\left(x_j = 0\right) + \frac{2 \cdot \left(M_j\left(x_j = \frac{L}{2}\right) - M_j\left(x_j = 0\right)\right)}{L} \cdot x_j \tag{7.13}$$

Poté se určí prvkové matice ekvivalentních uzlových sil podle vztahu (7.14). Po provedení tohoto výpočtu končí cyklus přes všech 120 prvků.

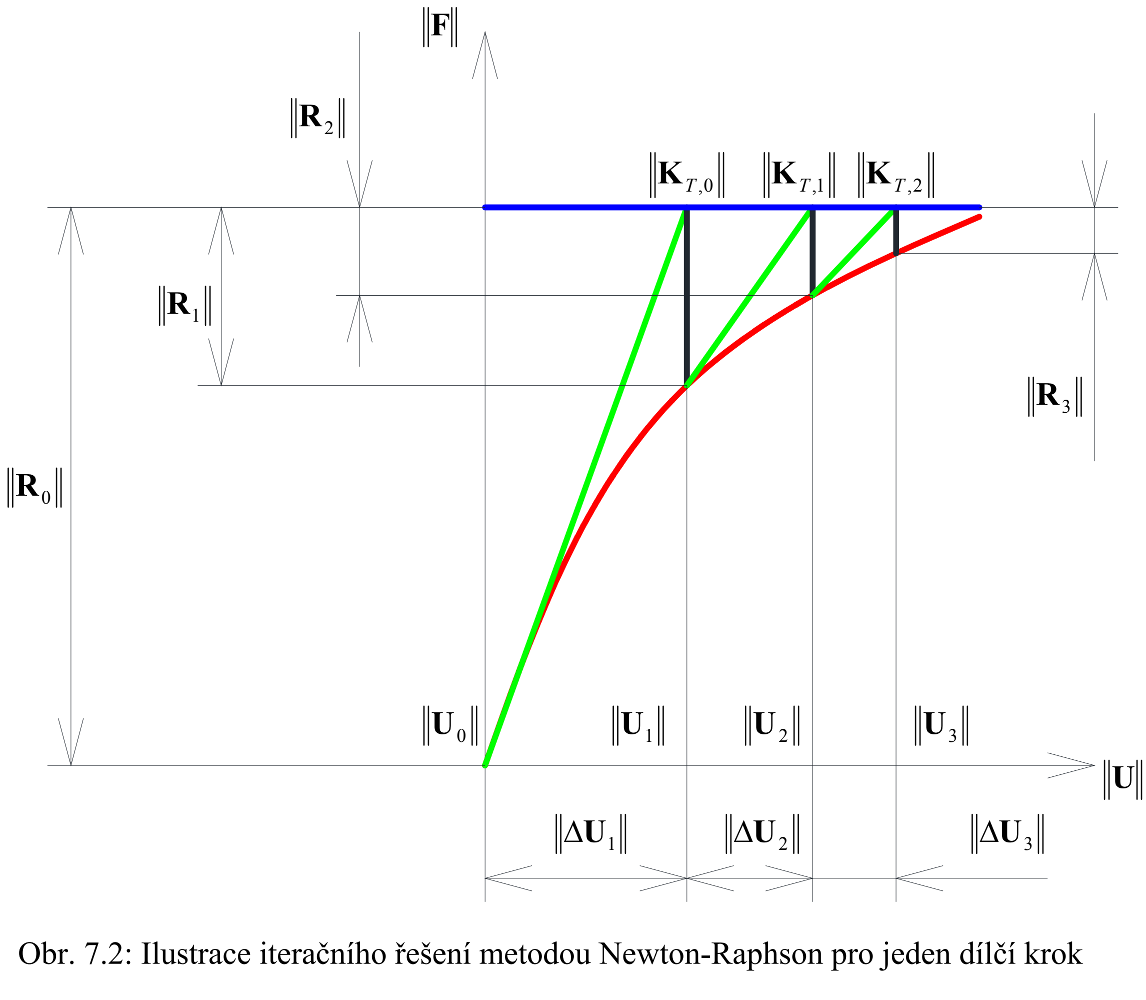
$$\mathbf{f}_j = \int_0^L \begin{bmatrix} -\frac{6}{L^2} + \frac{12}{L^3} \cdot x_j \\ -\frac{4}{L} + \frac{6}{L^2} \cdot x_j \\ \frac{6}{L^2} - \frac{12}{L^3} \cdot x_j \\ -\frac{2}{L} + \frac{6}{L^2} \cdot x_j \end{bmatrix} \cdot M_j\left(x_j\right) \cdot \mathrm{d}\,x_j \tag{7.14}$$

Nyní se sestaví nová globální tečná matice tuhosti z tečných prvkových matic tuhosti ze vztahu (7.8) stejně, jako se sestavila tečná globální matice tuhosti pro první iteraci z iniciačních prvkových matic tuhosti. Dále se podobně sestaví nová globální matice ekvivalentních uzlových sil z prvkových matic ekvivalentních uzlových sil ze vztahu (7.14). Poté se využije vztahu pro reziduální síly (7.3). Na konec se provádí kontrola konvergence, která je opět pro deformační kritérium formulována vztahem (6.10). Nyní je navíc uplatněno i silové kritérium:

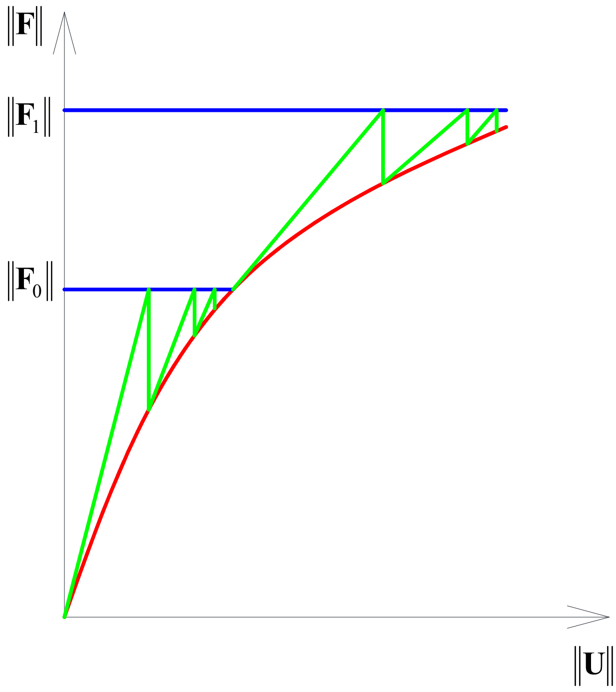
$$\frac{\|\mathbf{R}_i\|}{\|\mathbf{F}_0\|} \le \delta_f \tag{7.15}$$

Zde δ_f je opět zvolená tolerance. Pokud je podmínka splněna, iterační proces končí a přichází na řadu vyhodnocení. Pokud však splněna není, zvýší se číslo iterace o jednotku a řešení pokračuje opět rovnicí (7.4).

Na Obr. 7.2 je ilustrativně zobrazeno vlastní iterační řešení pomocí metody Newton-Raphson pro jeden dílčí krok, do nichž je celkové deformační zatížení rozloženo, jak ukazuje Obr. 7.3. Na obou obrázcích je tato metoda pro jednoduchost prezentována pouze pro případ silového zatížení, kdy je znázornění procesu řešení více transparentní.



Obr. 7.2: Ilustrace iteračního řešení metodou Newton-Raphson pro jeden dílčí krok



Obr. 7.3: Ilustrace iteračního řešení metodou Newton-Raphson pro několik dílčích kroků

7.4 Analýza výsledků

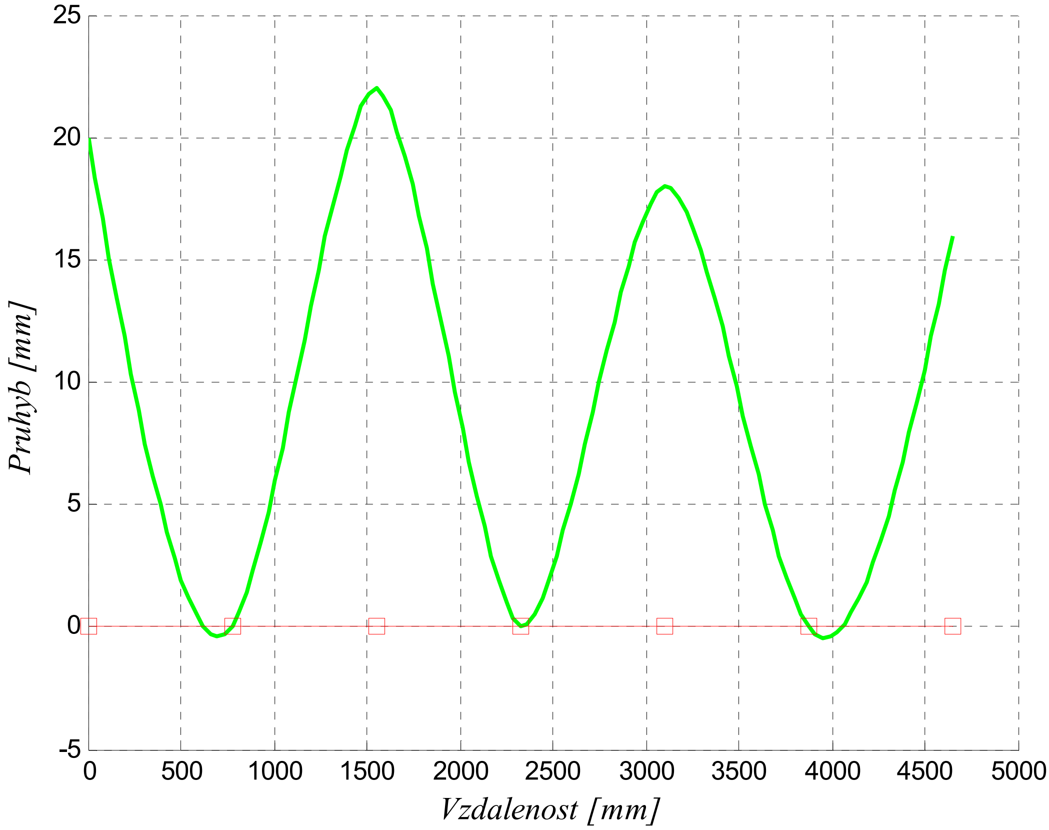
Následující obrázky, prezentující výstupy programu vytvořeného v systému MATLAB, jsou vyhodnoceny pro tyto vstupní parametry:

- $h = 42$ mm
- $\sigma_k = 428$ MPa
- $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa
- $E_T = 1 \cdot 10^4$ MPa
- $\delta_u = 1$ %
- $\delta_f = 1$ %
- $w_1 = 20$ mm
- $w_3 = 22$ mm
- $w_5 = 18$ mm
- $w_7 = 16$ mm

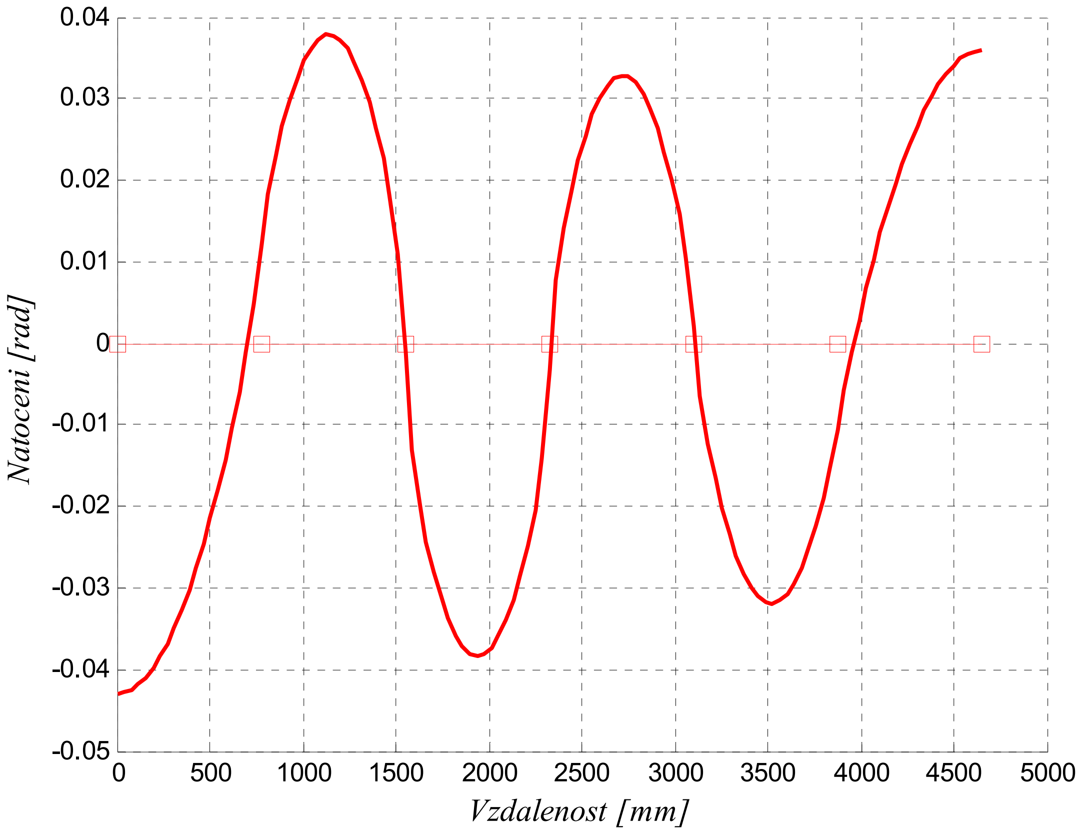
Pro dané parametry nabývá ohybový moment na mezi elastických a plastických deformací, při použití vzorců (3.5) a (6.11), přibližně hodnoty $M_p = 5 \cdot 10^6$ N·mm. Z Obr. 7.7 je tedy patrné, že při deformačním zatížení tyče válci, je docíleno dosažení jisté plastické oblasti.

Celé deformační zatížení je v tomto případě rozloženo do 10 dílčích kroků, přičemž z mnoha variant výpočtů vyplynulo, že není nutné tento počet nijak zvlášť zvyšovat.

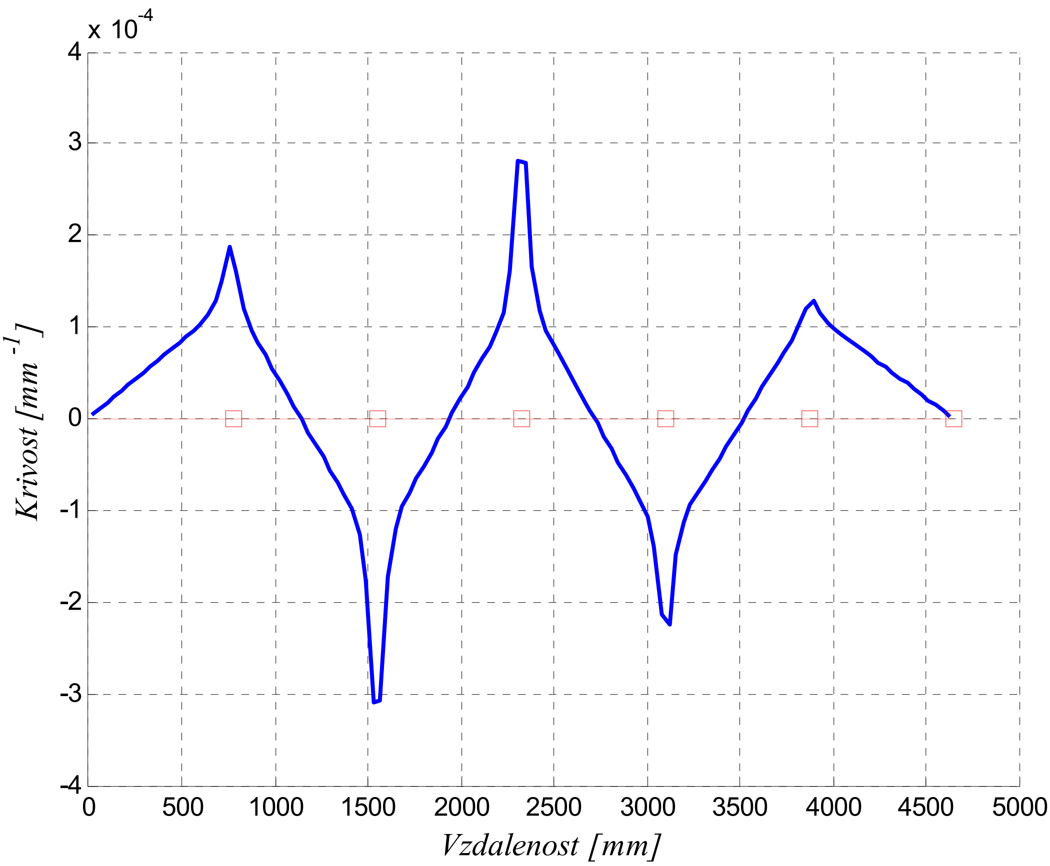
Z výsledků je tedy zřejmé, že využití iterační metody Newton-Raphson je pro tento problém velmi vhodné. Pokud se pomine případ téměř celého plastifikovaného průřezu, tedy případ plastického kloubu, tak problém konvergence je zcela vyřešen a ve výsledcích se již neobjevují žádné oblasti, ovlivněné numerický chybami vlivem divergence.



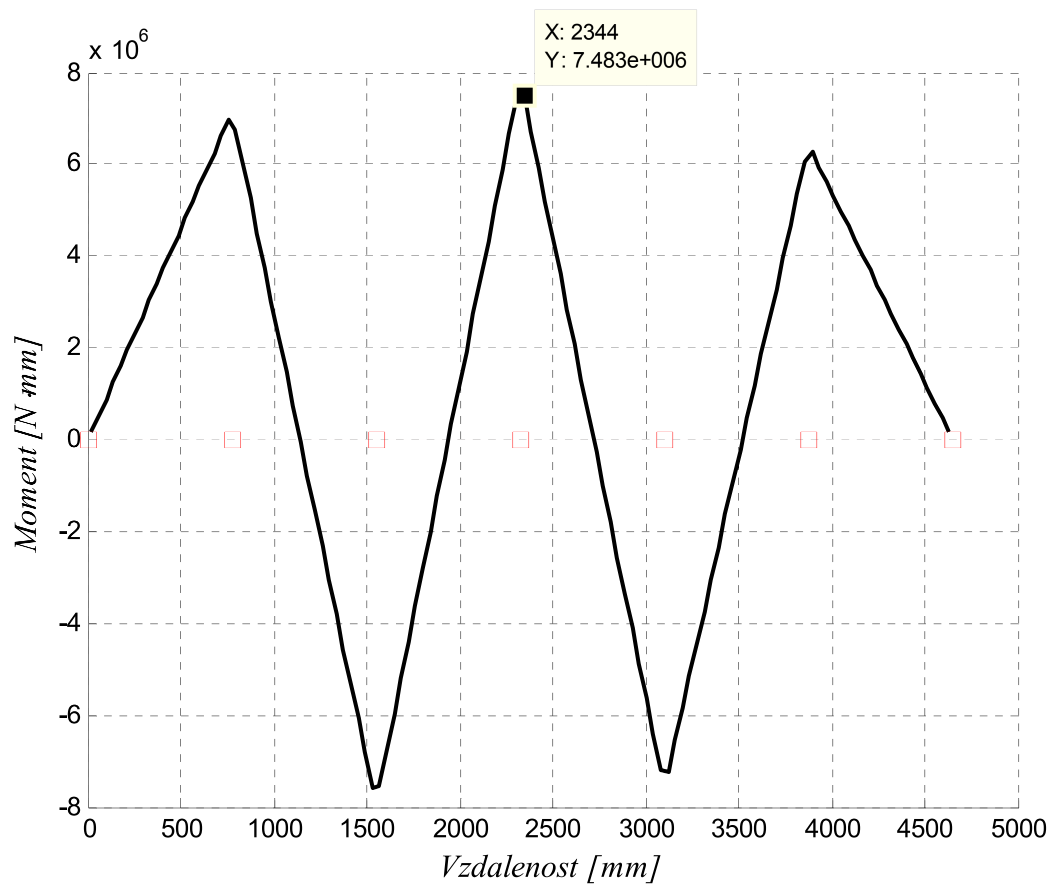
Obr. 7.4: Průhybová čára tyče po deformačním zatížení válci



Obr. 7.5: Průběh natočení po deformačním zatížení tyče válci



Obr. 7.6: Průběh křivosti po deformačním zatížení tyče válci



Obr. 7.7: Průběh momentu po deformačním zatížení tyče válci

8 ZÁVĚRY A DOPORUČENÍ

8.1 Závěry

Hlavní náplní této práce bylo provést analýzu rovnání čtvercových tyčí s cílem vytvoření takového programu, který bude dávat přehled o základních parametrech nastavení daného rovnacího stroje pro známé rozměrové a materiálové údaje, přičemž chování materiálu bylo popsáno bilineárním pracovním diagramem a kinematickým modelem zpevnění.

V úvodu jsou shrnuty dosavadní znalosti a používané přístupy, přičemž jsou připojeny kapitoly, zabývající se jednotlivými východisky, která jsou použita při návrhu konkrétních algoritmů. Posléze navazuje volba metod pro řešení problému. Software pro tvorbu vlastního programu byl zvolen MATLAB. Pro verifikaci výsledů metodou konečných prvků poté ANSYS. Oba systémy byly dostupné na Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky.

Kapitoly jsou uspořádány logicky tak, jak byl postupně realizován vývoj algoritmu. První předkládaný vychází z mezní křivosti. Vytvořený program dává na základně vstupních údajů přehled o závislosti momentu na křivosti v celém procesu rovnání. Bylo tedy možné tento přístup zefektivnit začleněním modifikačních konstant, které posouvají hranice křivostí v průběhu rovnání pod konkrétními válci tak, aby silně zakřivený materiál vycházel z rovnačky co nejlépe vyrovnaný. Mezi známými křivostmi se postupuje v přírůstcích. V tomto programu je tedy zohledněno i vstupní zakřivení polotovaru. Před samotným rovnáním se tedy simuluje pružně plastický ohyb tyče tak, aby se po odlehčení vrátila právě na požadovanou vstupní křivost s kompletním obrazem rozložení napětí a přetvoření po průřezu. Výsledky tohoto celého přístupu byly následně verifikovány pomocí vytvořeného výpočtového modelu pomocí metody konečných prvků. Odchylky mezi reziduálními křivostmi, získanými nezávisle na sobě programovými systémy MATLAB a ANSYS, nepřesahovaly hodnotu 5 %. Proto lze usuzovat, že předkládané řešení je pro zvolené předpoklady správné. Jak bylo v textu uvedeno, tento přístup má však jednu velkou nevýhodu, spočívající v nemožnosti stanovení hodnot přesazení jednotlivých válců. Proto vznikl nový návrh algoritmu, využívající základní rovnice metody konečných prvků.

Díky uvedenému nedostatku předchozí metody je tedy navržen druhý algoritmus řešení procesu rovnání. Tento spočívá ve využití základní rovnice metody konečných prvků v kombinaci s modifikovanou přímou iterační metodou. Modifikace spočívá v zatížení ne silovém, jak je tomu v inženýrských úlohách běžněji, ale deformačním, a to právě od jednotlivých válců. Postupuje se tedy od posuvů ke křivostem. V tomto algoritmu již není zahrnuta vstupní křivost a příslušné rozložení napětí a přetvoření. Zde je simulován pouze průchod rovného provalku s čtvercovým profilem příčného průřezu rovnacím strojem. Tato metoda se ovšem ukázala jako nevhodná, díky své nestabilitě při řešení pružně plastického ohybu. Ten je ovšem pro proces rovnání polotovarů primárně využíván. Protože se však původní myšlenka zdála být perspektivní, vznikl třetí, poslední, návrh algoritmu.

V závěrečném návrhu bylo tedy užito stejné myšlenky jako v předchozím algoritmu s tím rozdílem, že pro iterační řešení bylo využito metody Newton-Raphson. Ta představuje stabilní nástroj k řešení nelineárních úloh, a jak je prezentováno, problém s konvergencí byl pro dané předpoklady vyřešen. Bylo však nutné deformační zatížení rozložit do několika dílčích kroků. Program je sestavený již jen na bázi simulace deformačního zatížení rovné tyče válci. Nikoli tedy její průchod rovnacím stroje.

Na závěr lze tedy konstatovat, že v rámci předložené práce bylo vyvinuto několik variant výpočtových algoritmů pro řešení komplexní problematiky rovnání dlouhých vývalků. První z nich je přímo využitelný pro řešení dílčích problémů rovnání, jako je postupný rozvoj reziduálních napětí po průřezu při známých křivostech rovnaného polotovaru na jednotlivých válcích. Tento přístup byl pro dané úlohy úspěšně verifikován pomocí paralelního řešení metodou konečných prvků. Další z navržených algoritmů směřují k vytvoření rychlých, uživatelsky přístupných programů, které řeší celou problematiku průchodu provalku rovnačkou, včetně vztahu mezi přesazením válců, křivostmi a napjatostí provalku a rovnacími silami a momenty na jednotlivých válcích. Vzhledem ke komplikovanosti problematiky mají vyvinuté programy zatím podobu pracovního softwaru, který poskytuje cenné zkušenosti zejména ohledně stability a konvergence nelineárního procesu rovnání. Na jejich základě je dále možno stavět a směřovat k finálnímu řešení celého problému, jak je navrženo v další kapitole.

8.2 Doporučení pro další práci

Návrh dalšího postupu v případě rozšíření algoritmu, využívajícího metody Newton-Raphson, popsaného v kapitole 7:

- Uvažování jak deformačního zatížení tyče válci, tak také její průchod rovnacím strojem.

- Zapracování vstupní křivosti i s příslušným rozložením napětí a přetvoření, podle zvolených předpokladů. Zde je možné využít algoritmu z prvního návrhu, uvedeného v kapitole 5, pro stanovení průběhů příslušných veličin pro zadanou vstupní křivost. Tím lze získat představu o reziduální křivosti, napětí a přetvoření po průchodu prvotně zakřiveného vývalku rovnačkou.

- Optimalizace celého procesu rovnání tak, aby pro dané geometrické a materiálové vstupní parametry bylo vždy navrhnuto optimální nastavení daného stroje, pro co nejefektivnější vyrovnání konkrétního zakřiveného provalku.

- Vytvoření verifikačního výpočtového modelu pro dílčí kroky či komplexní srovnání navrhovaného algoritmu. Zde může být využito opět metody konečných prvků.

- Modifikace celého programu i pro jiné průřezové charakteristiky. Konkrétně pro kosoúhlé rovnání kruhových tyčí.

9 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

[1] PEŠINA, Eugen. *Základy užité teorie plasticity*. Praha: SNTL, 1966.

[2] MARCINIAK, Zdzisław. *Teorie tváření plechů*. Praha: SNTL, 1964.

[3] ŠEBEK, František. *Rovnání vývalků opakovanou plastickou deformací*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 35 s. Vedoucí bakalářské práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.

[4] *ŽĎAS a.s.* [online]. [cit. 2011-11-23]. Dostupné z: www.zdas.cz

[5] *Technické výpočty, řídící technika, simulace | Humusoft* [online]. © 1991−2012 [cit. 2012-01-30]. Dostupné z: www.humusoft.cz

[6] ZAPLATÍLEK, Karel a Bohuslav DOŇAR. *MATLAB: tvorba uživatelských aplikací*. Praha: BEN - technická literatura, 2008. ISBN 978-80-7300-133-9.

[7] *SVS FEM s.r.o. | FEM Specialista pro ANSYS, LS-DYNA, CFD, Fluent* [online]. [cit. 2012-02-15]. Dostupné z: www.svsfem.cz

[8] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech*. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky.

[9] *CITÁTY SLAVNÝCH* [online]. © 2010 [cit. 2012-04-01]. Dostupné z: www.citaty-slavnych.cz

[10] DOEGE, E., R. MENZ a S. HUININK. Analysis of the leveling process based upon an analytic forming model. *Manufacturing Technology*. 2002 (č. 51).

[11] NASTRAN, M. a K. KUZMAN. Stabilisation of mechanical properties of the wire by roller straightening. *Journal of Materials Processing Technology*. 2002 (č. 125−126).

[12] LIU, Zhifang, Yongqin WANG a Xingchun YAN. A new model for the plate leveling process based on curvature integration method. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2012 (č. 54).

[13] LI, Ke-Yang, Cha'o-Kuang CHEN a Shyue-Cheng YANG. Profile deformation of a tube-straightening roller by envelope theory. *Journal of Materials Processing Technology*. 1999 (č. 94).

[14] DVOŘÁK, Milan a kol. *Technologie II*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., 2004. ISBN 80-214-2683-7.

[15] POKORNÝ, Arnošt. *Tvářecí stroje: Podélná a příčná doprava a manipulátory, dělící a rovnací stroje*. Ostrava: VŠB, 1990. ISBN 80-7078-068-1.

[16] OWEN, David Roger Jones a Ernest HINTON. *Finite Elements in Plasticity*. Swansea: Pineridge Press, 1980. ISBN 0-906674-05-2.

[17] ONDRÁČEK, Emanuel, Jan VRBKA, Přemysl JANÍČEK a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost II*. Brno: CERM, 2006. ISBN 80-214-3260-8.

[18] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I*. Brno: CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-X.

10 SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A INDEXŮ

10.1 Latinské symboly

a	[mm]	šířka výseče materiálu
$\mathbf{f}$	[N]	prvková matice ekvivalentních uzlových sil
h	[mm]	rozměr čtvercového průřezu
$\mathbf{k}$	[N·mm^{-1}]	prvková matice tuhosti
$\mathbf{k}_T$	[N·mm^{-1}]	tečná prvková matice tuhosti
k	[mm^{-1}]	křivost
r	[mm]	poloměr křivosti
t	[mm]	vzdálenost mezi jednotlivými válci
w	[mm]	průhyb
w'	[rad]	natočení
x	[mm]	longitudinální souřadnice
y	[mm]	příčná souřadnice
z	[mm]	radiální souřadnice
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu
E_T	[MPa]	tečný modul zpevnění
$\mathbf{F}$	[N]	globální matice silových účinků
$\mathbf{F}_e$	[N]	globální matice ekvivalentních uzlových sil
H	[MPa]	parametr zpevnění
J	[mm^4]	osový kvadratický moment průřezu
$\mathbf{K}$	[N·mm^{-1}]	globální matice tuhosti
$\mathbf{K}_T$	[N·mm^{-1}]	globální tečná matice tuhosti
L	[mm]	délka prvku
M	[N·mm]	ohybový moment
$\mathbf{R}$	[N]	matice reziduálních sil
$\mathbf{U}$	[mm, rad]	globální matice deformačních parametrů
W_o	[mm^3]	modul průřezu v ohybu

10.2 Řecké symboly

δ_f	[-]	tolerance pro silové kritérium
δ_u	[-]	tolerance pro deformační kritérium
ε	[-]	přetvoření
ε_{el}	[-]	elastická složka přetvoření
ε_{pl}	[-]	plastická složka přetvoření
ε_{tot}	[-]	celkové přetvoření
ε_{max}	[-]	maximální přetvoření
σ	[MPa]	napětí
σ_1	[MPa]	první hlavní napětí
σ_2	[MPa]	druhé hlavní napětí
σ_3	[MPa]	třetí hlavní napětí
σ_k	[MPa]	mez kluzu
σ_{KD}	[MPa]	aktuální mez kluzu v tlaku
σ_{KH}	[MPa]	aktuální mez kluzu v tahu
σ_R	[MPa]	reziduální napětí
τ	[MPa]	smykové napětí
θ	[rad]	úhel
Δ	[-][1]	přírůstek
Π	[N·mm]	potenciální energie

10.3 Indexy

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	čísla válců
fE	fiktivní elastické
i	číslo iterace
j	číslo prvku
l	číslo vrstvy
m	modifikovaný
n	sčítací parametr
p	hodnota na mezi elastických a plastických deformací
PP	pružně plastický
R,in	vstupní
R,out	reziduální
ρ	označení řezu

[1] Tento symbol sám o sobě jednotku nemá a vždy váže na jiný symbol. Jeho jednotka je tedy vždy odvozena od příslušného symbolu, ke kterému se pojí.

11 PŘÍLOHY

K diplomové práci v tištěné formě je přiložen také CD-ROM s tímto obsahem:

- Diplomová práce v elektronické podobě ve formátu PDF.

- Komprimovaný soubor ZIP obsahující následující adresáře:

    - Adresář ANSYS, ve kterém se nacházejí soubory ve formátu MAC, které slouží k verifikaci algoritmu uvedeného v kapitole 5.

    - Adresář MATLAB, ve kterém se nacházejí podadresáře s názvy Program1, Program2 a Program3. První podadresář obsahuje program uvedený v kapitole 5. Druhý podadresář program z kapitoly 6 a třetí z kapitoly 7. Podadresáře obsahují vždy několik souborů ve formátu M, v jednom případě ve formátu JPG, přičemž daný program se vždy spouští pomocí M-souboru s názvem SPUSTENI.