



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

VLIV GEOMETRIE VZORKU NA ÚROVEŇ ZAVÍRACÍHO NAPĚTÍ PŘED ČELEM ÚNAVOVÉ TRHLINY

THE INFLUENCE OF SPECIMEN DIMENSIONS ON FATIGUE CRACK CLOSURE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

MAREK ŠEBÍK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. JAN PODUŠKA

BRNO 2015

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2014/15

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Marek Šebík

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Základy strojního inženýrství (2341R006)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Vliv geometrie vzorku na úroveň zavíracího napětí před čelem únavové trhliny

v anglickém jazyce:

The influence of specimen dimensions on fatigue crack closure

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Únava materiálu je jedním z nejčastějších mechanismů porušování strojních součástí. Při cyklickém zatížení může dojít ke vzniku trhliny, která se šíří stabilně až do jisté kritické délky, kdy dojde k nestabilnímu šíření a lomu. Odhad počtu cyklů do nestabilního šíření trhliny je základem pro posuzování zbytkové životnosti součásti dle konceptu Damage Tolerance. Zavírání trhliny je jeden z fenoménů, který výrazně ovlivňuje šíření únavové trhliny. Navrhovaná práce se bude zabývat zejména plasticky indukovaným zavíráním trhliny. Po nezbytné rešerši relevantní literatury bude vytvořen numerický model šířící se trhliny a pro různé geometrie těles bude stanovena velikost plasticky indukovaného zavírání trhliny. Výsledky práce budou korelovány s experimentálními daty pro šíření únavových trhlín.

Cíle bakalářské práce:

1. Seznámení se s mechanismy zavírání trhliny.
2. Vytvoření vhodného nelineárního materiálového modelu.
3. Vytvoření numerického modelu umožňujícího šíření únavové trhliny.
4. Vyhodnocení velikosti zavíracích napětí.

Seznam odborné literatury:

SKINNER, J.D. Finite element predictions of plasticity-induced fatigue crack closure in three-dimensional cracked geometries. Mississippi, 2001. Dizertační práce. Mississippi State University.

SURESH, S. Fatigue of materials. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2006, 679 s. ISBN 05-215-7847-7.

ANDERSON, T. Fracture mechanics: fundamentals and applications. Boca Raton: Taylor, 2005, 621 s. ISBN 08-493-1656-1.

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Jan Poduška

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/15.

V Brně, dne 21.11.2014




prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu


doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
Děkan

Abstrakt

Tato práce se zabývá šířením únavové trhliny, především pak zkoumá zavírání únavové trhliny způsobené plasticitou. Vliv geometrie vzorku na úroveň zavírání únavové trhliny hodnotí posouzením a srovnáním otevíracích a zavíracích napětí na konečnoprvkových modelech dvou odlišných únavových vzorků, a to vzorků „compact tension specimen“ a „center cracked plate tension specimen“, s použitím nelineárního materiálového modelu. Modelování celého jevu je prováděno pomocí metody konečných prvků v programovacím jazyku, APDL, programu Ansys. První část práce se zabývá rešeršním výzkumem dané problematiky. Druhou část potom tvoří popis a výsledky samotného modelování.

Klíčová slova

únavy, trhlina, zavírání únavové trhliny, nelineární materiálový model, metoda konečných prvků, Ansys

Abstract

This study is focused on fatigue crack propagation, especially on plasticity-induced fatigue crack closure. The influence of specimen dimensions on fatigue crack closure is assessed by evaluation and consequent comparison of opening and closing stresses on two different fatigue specimen numerical models: compact tension specimen and center cracked plate tension specimen, using nonlinear material model. The numerical modeling of the phenomenon utilized finite element method. The models were created in Ansys programming language, APDL. The first part of the study deals with theoretical research of the subject. The second part consists of description and results of the numerical modeling.

Keywords

fatigue, crack, fatigue crack closure, nonlinear material model, finite element method, Ansys

Bibliografická citace

ŠEBÍK, M. *Vliv geometrie vzorku na úroveň zavíracího napětí před čelem únavové trhliny*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 67 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Jan Poduška.

Čestné prohlášení

Čestně prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci zpracoval samostatně s použitím uvedené literatury pod odborným vedením pana Ing. Jana Podušky.

V Brně,

.....

Marek Šebík

Poděkování

Děkuji vedoucímu své bakalářské práce, panu Ing. Janu Poduškoví, za cenné rady a konzultace, které mi umožnily zpracovat tuto bakalářskou práci. Dále bych chtěl poděkovat panu doc. Ing. Pavlu Hutařovi, Ph.D., za podporu ve formě konzultací, poskytnutých materiálových dat a propůjčené literatury.

Obsah

1 Úvod	15
2 Teoretická část	17
2.1 Lomová mechanika	17
2.1.1 K-koncepce	18
2.2 Únava	21
2.2.1 Šíření únavové trhliny	23
2.3 Zavírání trhliny	26
2.3.1 Zavírání trhliny způsobné plasticitou	28
2.3.2 Zavírání trhliny způsobené oxidací	29
2.3.3 Zavírání trhliny způsobené drsností	29
2.3.4 Zavírání trhliny způsobené transformací	30
3 Numerická simulace zavírání trhliny	31
3.1 Verifikace modelu	31
3.2 Modely s vlastními parametry	38
3.2.1 Materiálový model	38
3.2.2 CCT vzorek	40
3.2.3 CT vzorek	41
3.3 Vyhodnocení a výsledky	44
4 Vliv geometrie vzorku na zavírání trhliny	48
5 Závěr	54
Seznam použitých zdrojů	56
Seznam použitých symbolů a zkratk	58
Seznam obrázků	60
Seznam tabulek	61
Seznam příloh	61

1 Úvod

Lze dokumentovat, že 50 až 90 procent veškerých mechanických poruch je způsobeno únavou materiálu [18]. Únava se projevuje u mnoha běžných produktů, které nás v každodenním životě obklopují, jako například kartáčky na zuby, výplety jízdních kol, podrážky bot, stejně tak ji můžeme pozorovat u sofistikovanějších produktů, jako jsou díly aut, lodí či letadel. Zejména produkce součástí, jejichž výroba stojí nemalé úsilí a finance, na jejichž funkčnosti často závisí naše bezpečí a někdy i životy, nás vede k hlubšímu zkoumání únavových procesů. Hlubší pochopení únavy vede ke snížení produkčních nákladů, předcházení havárií a přesnějšímu odhadu zbytkové životnosti součástí.

Mezi první, kteří začali ke zkoumání únavy materiálu přistupovat z vědecké stránky, patřil německý inženýr W. A. J. Albert, který okolo roku 1829 vypracoval studii zabývající se únavou ocelových řetězů užívaných v dolech [18]. Následovala celá řada inženýrů, vědců a výzkumníků, kteří se zabývali materiálovou únavou. Mezi nejvýznamnější se zařadili například W. J. M. Rankin, Augusta Wöhler, P. C. Paris či J. C. Newman. [1, 9]

Mnohá pozorování materiálové únavy však byla provedena mnohem dříve. Lze tak usuzovat ze starého českého rčení: „Tak dlouho se chodí se džbánem pro vodu, až se ucho utrhne.“ Toto rčení velice dobře vystihuje podstatu únavových poruch.

Šíření únavové trhliny je pak děj velmi komplexní a hraje v něm roli celá řada různých vlivů, přičemž jedním z nejvýznamnějších je zavírání trhliny. Pro predikci chování trhliny je třeba použít jak experimentální data, tak numerické modelování, které nám může pomoci oddělit jednotlivé vlivy určující únavovou životnost součástí. V dnešní době se numerické modelování rapidně rozvíjí. Metoda konečných prvků se v oblasti šíření únavových trhlin stává standardem. Rozšiřující se výpočetní možnosti pak umožňují zahrnout do modelu stále více aspektů. Tím se model stává přesnějším a má tak větší šanci správně předpovědět průběh daného jevu.

Předkládaná bakalářská práce je zaměřena na numerické modelování zavírání trhliny způsobené plasticitou. Praktický význam práce spočívá ve vytvoření metodiky schopné určit úroveň otevírání a zavírání trhliny na dvou vzorcích užívaných pro stanovení únavových vlastností moderního materiálu – oceli EUROFER 97. V první části práce jsou shrnuty teoretické poznatky týkající se lomové mechaniky a únavy. Je také vysvětlen mechanismus zavírání trhliny s důrazem na zavírání trhliny způsobené plas-

tickou deformací. Druhá část práce se zabývá tvorbou konečnoprvkového modelu pro simulaci zavírání trhliny a vyhodnocením výsledků této simulace. Práce vznikla ve spolupráci s Ústavem fyziky materiálů, Akademie věd ČR.

2 Teoretická část

Před samotným modelováním šíření trhliny a jevu zavírání trhliny je vhodné nejprve položit teoretický základ k dané problematice. V následující kapitole je proto představena lomová mechanika, únava materiálu a zavírání trhliny.

2.1 Lomová mechanika

Lomová mechanika je odvětví mechaniky zabývající se popisem chování trhlín. Urgentní potřeba zajímat se o příčiny lomů ve strojírenství se objevila již v druhé polovině 19. století. Velké množství havárií tohoto druhu se objevilo právě na přelomu 19. a 20. století, což následně podnítilo množství odborníků obrátit svoji pozornost k této problematice. Jsou známé fatální havárie na velkých konstrukčních celcích, jako jsou mosty, ropovody, tlakové nádoby, letadla, svařované trupy lodí atd. [20, 21]

Mezi první poznatky lomové mechaniky patřilo, že konstrukce jsou více náchylné k lomu při nízkých teplotách, vyšších rychlostech zátěžování a také pokud se v nich vyskytují zbytková napětí. Dále bylo pozorováno, že se trhliny obvykle začínají šířit z míst koncentrace napětí, jako jsou například konstrukční vruby. Tyto první poznatky položily základ lomové mechanice tak, jak ji známe dnes. [20]

Lomovou mechaniku lze obecně rozdělit na dvě části:

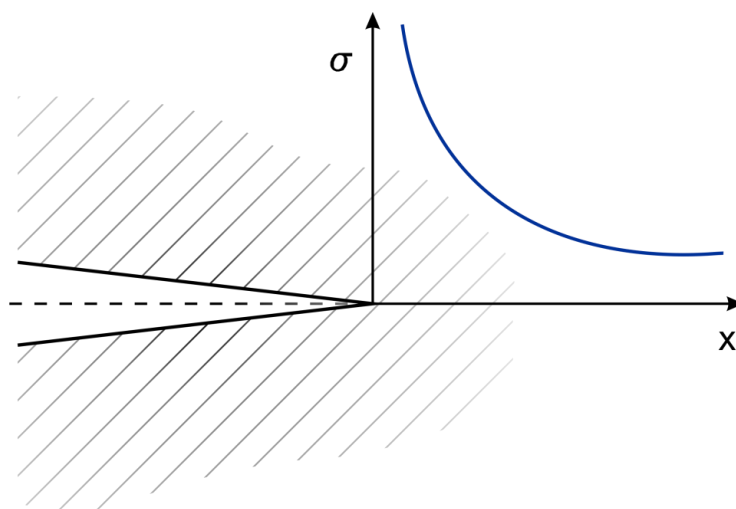
- *lineárně elastická lomová mechanika (LELM)* – zákony lineárně elastické lomové mechaniky platí za předpokladu, že velikost plastické zóny u kořene trhliny je malá v porovnání s rozměry tělesa s trhlinou. Lze tedy použít lineárně elastický popis rozdělení napětí před čelem trhliny. Nejpoužívanější výpočtovou metodou je koncepce součinitele intenzity napětí, tzv. K-koncepce. [1, 13]
- *elasto-plastická lomová mechanika (EPLM)* – u kořene trhliny je uvažována plastická zóna, jejíž velikost již v porovnání s rozměry tělesa s trhlinou nelze zanedbat. Používané koncepce jsou většinou založeny na energetické bilanci.

Mezi nejčastěji užívané pak patří J integrál a koncepce rozevření trhliny. [1]

V dalším textu bude podrobněji popsána koncepce součinitele intenzity napětí z důvodu jejího významu ve stanovování zbytkové únavové životnosti, což se úzce váže k tématu této práce.

2.1.1 K-koncepce

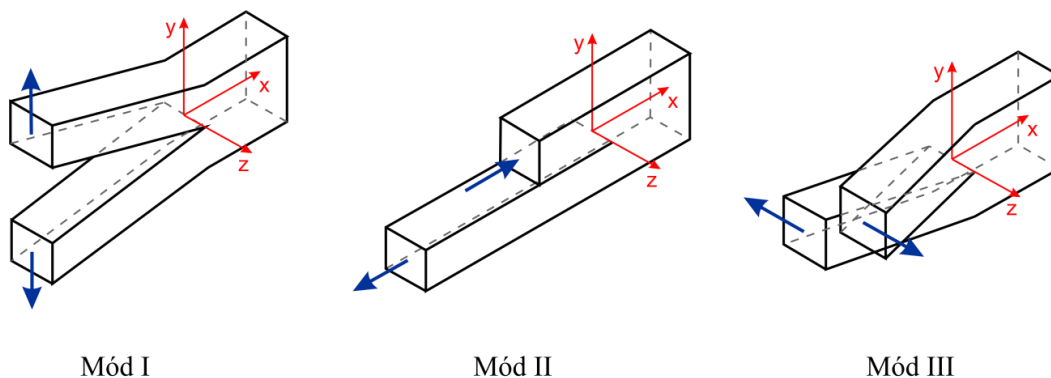
K-koncepce vychází z lineárně elastické lomové mechaniky. Trhlina je idealizována tak, že poloměr v kořeni trhliny je blízký nule. Z tohoto důvodu teoreticky vzniká singulární pole napětí před čelem trhliny (viz obr. 1). Představa nekonečného napětí však není fyzikálně reálná a ani k takovému stavu ve skutečnosti nedochází. Jednak má kořen trhliny vždy určitý nenulový poloměr a navíc v důsledku plastifikace dochází v těchto místech k přerozdělení napětí. Nicméně pokud je plastická zóna malá vzhledem k rozměrům tělesa a délce trhliny, lineárně elastickým popisem je možné získat dostatečně přesné výsledky, a proto je v praxi hojně využíván. [1, 21, 13]



obr. 1: Teoretický průběh napětí před čelem trhliny (podle [1])

K popisu singulárního pole napětí před kořenem trhliny byla vytvořena K-koncepce. K-koncepce využívá k popisu napětí v okolí trhliny faktor intenzity napětí, který často bývá označován také jako K-faktor. Rozdělení napětí v okolí kořene trhliny lze popsat pomocí nekonečné řady zvané Williamsův rozvoj. K-faktor je úměrný prvnímu členu Williamsova rozvoje a je lineárně závislý na aplikovaném zatížení. Jednotkou faktoru intenzity napětí bývá nejčastěji $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. [1]

Každé zatěžování tělesa s trhlinou pak lze popsat jedním ze tří základních zatěžovacích módů, popřípadě jejich kombinací. V závislosti na zatěžovacím módu je faktor intenzity napětí označován K_I , K_{II} či K_{III} . [1, 13]



obr. 2: Zatěžovací módy (podle [21])

Tři základní módy zatěžování jsou [18, 21]:

Mód I: tahový mód. Trhlina se otevírá ve směru normály k ploše nespojitosti.

Mód II: smykový rovinný mód. Jednotlivé body lomových ploch trhliny se posouvají v její rovině kolmo na čelo trhliny.

Mód III: smykový antirovinný mód. Jednotlivé body lomových ploch trhliny se posouvají v její rovině ve směru rovnoběžném s čelem trhliny.

V módu I lze vyjádřit faktor intenzity napětí pro nekonečnou stěnu zatěžovanou tahem jako

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}, \quad (1)$$

kde σ je nominální napětí bez uvažování vlivu trhliny a a je délka trhliny. Pro reálné případy je potom tento vztah modifikován pomocí tvarových funkcí $Y(a/w)$ popisujících geometrii daného tělesa, jak ukazuje rovnice (2).

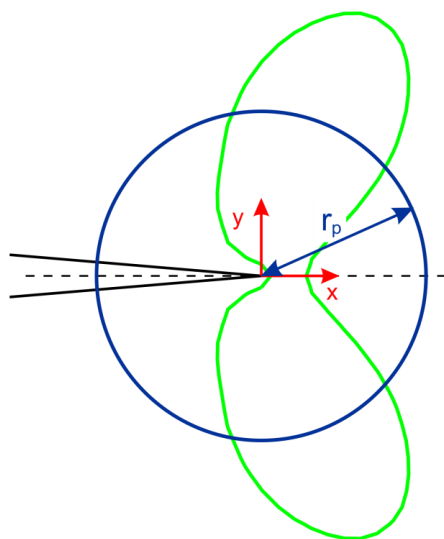
$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot Y\left(\frac{a}{w}\right), \quad (2)$$

kde w je charakteristický rozměr tělesa. [1]

Pomocí faktoru intenzity napětí lze posoudit chování trhliny z hlediska mezního stavu stability trhliny za daných podmínek. Mezní stav stability trhliny je stav, kdy trhlina přechází z klidu nebo fáze stabilního šíření do fáze nestabilního šíření. K nestabilnímu šíření trhliny dojde tehdy, pokud součinitel intenzity napětí nabude kritické hodnoty K_C , která se nazývá lomová houževnatost. V I. módu se označuje jako K_{IC} . Pokud je hodnota faktoru intenzity napětí nižší než K_C trhlina se šíří stabilně nebo k šíření nedochází vůbec. [13, 20]

Pro určení hodnoty K-faktoru existují metody (podle [21]):

- *analytické* – historicky nejstarší. Lze je aplikovat pouze u jednodušších případů, především u rovinných úloh. Spočívají ve využití analytických vztahů odvozených pro součinitel intenzity napětí.
- *numerické* – využívají metody konečných prvků. Jejich použití v současnosti převládá.
- *experimentální* – vhodné pro tvarově složitá tělesa. Součinitel intenzity napětí je určován měřením poddajnosti tělesa, měřením rozevření trhliny a měřením rozevření u čela trhliny.
- *inženýrské* – založeny na aproximacích analytických výrazů nebo použití tabulek pro jednotlivé případy.



obr. 3: Porovnání reálné plastické zóny a Irwinovy aproximace

Na základě faktoru intenzity napětí lze odhadnout pomocí Irwinovy aproximace velikost poloměru plastické oblasti.

$$r_p = \frac{1}{\alpha_p \pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_K} \right)^2, \quad (3)$$

kde $\alpha_p = 1$ pro rovinnou napjatost, $\alpha_p = 3$ pro rovinnou deformaci a σ_K je mez kluzu materiálu. [18]

Je však třeba poznamenat, že Irwinova aproximace uvažující plastickou zónu jako kruhovitý útvar může být použita pouze k orientační představě o velikosti plastické zóny. Ve skutečnosti má plastická zóna u kořene trhliny spíše ledvinovitý tvar, jak ukazuje obr. 3.

2.2 Únava

Jelikož budou dále rozebírány únavové procesy, je dobré nejprve definovat únavu materiálu jako takovou. Únava materiálu je děj, při němž je součást cyklicky zatěžována vnějšími silami, přičemž může dojít k úplnému lomu, ačkoliv během většiny zatěžujících cyklů nebylo pozorováno žádné očividné poškození. Konečnému únavovému lomu předchází komplexní mikroskopické změny ve struktuře kovu, jež mají kumulativní a nevratný charakter. [6]

Únavový proces je podmíněn cyklickou plastickou deformací. Plastické přetvoření je tak malé, že nevyvolá při jednotlivém cyklu zatížení významné změny ve struktuře materiálu, ale několikanásobně opakované zatížení vede ke kumulativnímu poškození. Na druhou stranu elastická deformace je plně vratný děj, a proto nemůže způsobovat žádné poškození. Při posuzování únavových procesů je tedy rozhodujícím jevem pouze plastická deformace lokalizovaná v blízkosti čela trhliny. [6]

Typický zátěžový cyklus je znázorněn na obr. 4. Lze jej popsat pomocí několika základních parametrů:

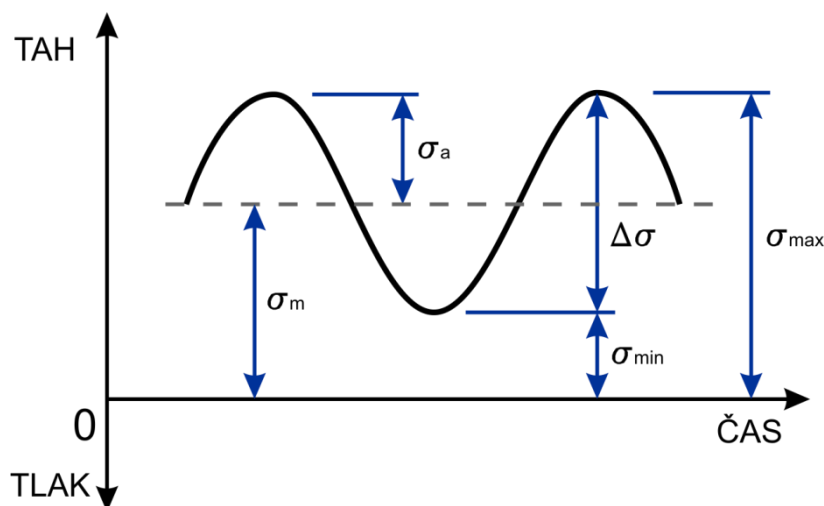
σ_a – amplituda napětí

σ_{max} – maximální napětí

$\Delta\sigma$ – rozkmit napětí

σ_{min} – minimální napětí

σ_m – střední napětí

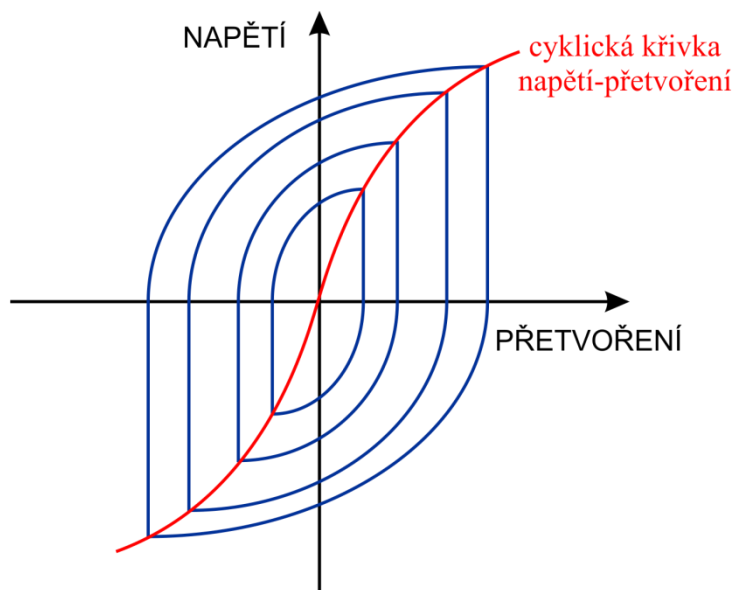


obr. 4: Typický zátěžový cyklus (podle[13])

Mezi základní charakteristiky zátěžového cyklu dále patří koeficient nesouměrnosti kmitu (load ratio), jehož hodnotu lze určit z poměru minimálního a maximálního napětí, což současně odpovídá poměru minimálního a maximálního K-faktoru [18, 13]:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{K_{min}}{K_{max}} \quad (4)$$

Při cyklickém zatěžování dochází ke změně mechanických vlastností materiálu. Tyto změny jsou nejvýznamnější během prvních několika cyklů zatěžování, než dojde k tzv. saturaci (nasycení) a mechanické vlastnosti se dále téměř nemění. Pro pozorování těchto změn a chování materiálu během cyklického zatěžování se užívá hysterezních smyček. Hysterezní smyčky jsou závislosti napětí – přetvoření zachycující několik zátěžových cyklů. Hysterezní smyčky dosáhnou po několika počátečních cyklech tzv. saturevaného stavu a dále téměř nemění svůj tvar. Spojením bodů obratu saturevaných hysterezních křivek pro různé amplitudy zatížení vznikne cyklická křivka napětí – přetvoření. Ukázka hysterezních smyček spolu s určením cyklické křivky napětí – přetvoření je na obr. 5. [6, 13]

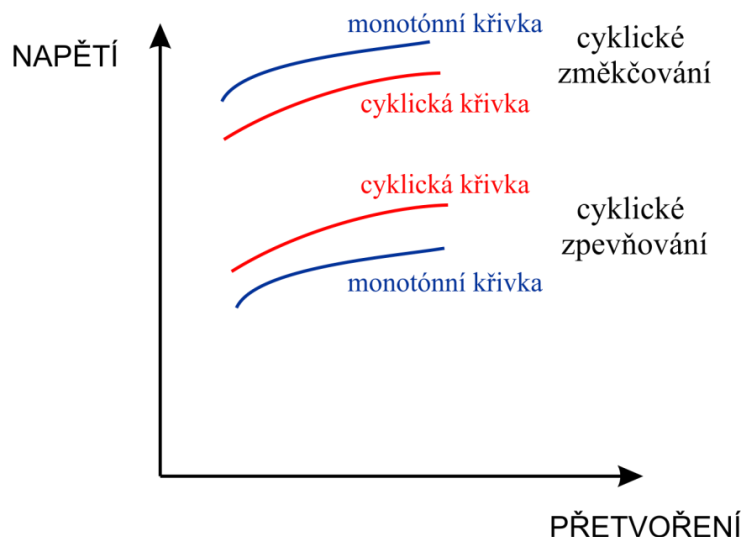


obr. 5: Saturevané hysterezní smyčky s určením cyklické křivky napětí – přetvoření (podle [6])

Zmiňované změny v materiálu před saturací pak mohou být dvojího druhu:

- cyklické zpevňování
- cyklické změkčování

Rozpoznat cyklické zpevňování a změkčování je možné porovnáním monotónní (ne-cyklické) křivky napětí – přetvoření s cyklickou, jak je naznačeno na obr. 6.



obr. 6: Cyklické změkčování a cyklické zpevňování (podle [6])

2.2.1 Šíření únavové trhliny

Proces šíření únavové trhliny probíhá ve třech na sebe navazujících stádiích. Tato stádia jsou (podle [18, 13, 9]):

- iniciace únavových trhlín
- stabilní šíření únavových trhlín
- nestabilní šíření trhlín (dolom zbývajícího nosného průřezu)

Stádium iniciace únavových trhlín je stádium, kde se již objevuje počátek únavové trhliny v podobě mikrotrhlín. Makroskopická celistvost tělesa však zůstává zachována. Tento počátek je vysvětlován tím, že při cyklickém zatěžování dochází v různých skluzových rovinách k různě velkým skluzům. V důsledku těchto nevratných smykových posuvů dochází k zvyšování drsnosti na povrchu tělesa. Vznikají tak extruze a intruze na povrchu tělesa, které působí jako koncentrátoři napětí. V kořenech intruzí se tedy objevují napětí vyšší, než jsou nominální napětí v daných místech. Z těchto míst se dále šíří mikrotrhliny. Směr šíření leží ve vhodné krystalografické rovině, blízké rovině maximálního smykového napětí. Toto krystalografické šíření nelze popsat mechanikou kontinua a modelování iniciace a růstu těchto mikrostrukturálně krátkých trhlín je stále problematické. Většina mikrotrhlín se brzy zastavuje, některé však rostou dále a navzájem se spojují. Postupně vzniká tzv. magistralní trhlina. [18, 13, 5, 21, 9]

V dalším stádiu dochází ke *stabilnímu šíření* magistralní trhliny. Při stabilním šíření trhliny nedochází k růstu trhliny, pokud není trhlíně dodávána energie zvnějšku.

Zatímco v předchozím stadiu se mikrotrhliny šířily podél skluzových rovin, v tomto stadiu se již směr šíření magistralní trhliny stáčí do směru nekrytalografické roviny kolmé k ose největšího hlavního napětí. V tomto stadiu je oproti předchozímu velikost plastické zóny před čelem trhliny výrazně větší. U tohoto režimu šíření trhliny je závislost rychlosti růstu trhliny na zatížení důležitá pro určování zbytkové životnosti součásti. Rychlost růstu trhliny je vyjádřena vztahem

$$v_T = \frac{da}{dN}, \quad (5)$$

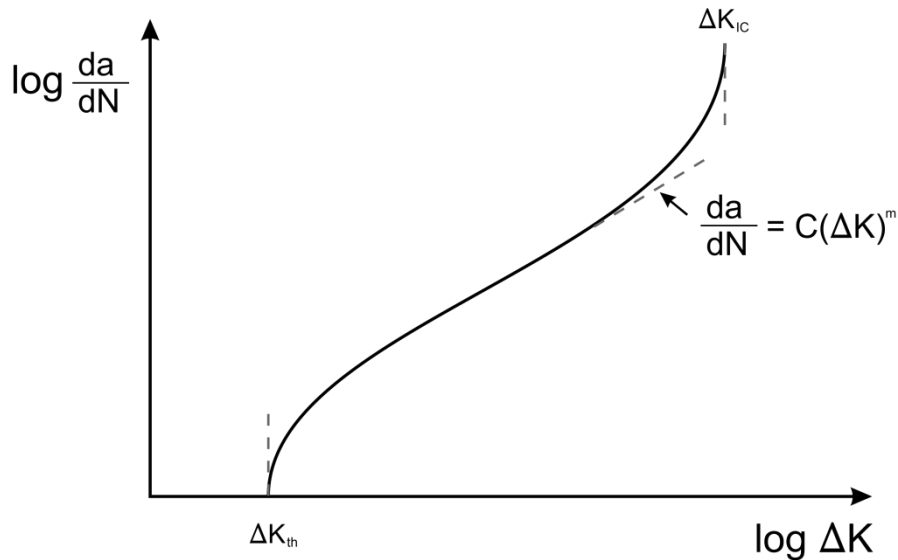
kde a značí délku trhliny a N počet cyklů. Analýzou výsledků experimentů bylo zjištěno, že rychlost šíření v módu I závisí pouze na rozkmitu faktoru intenzity napětí, který lze vypočítat jako

$$\Delta K = K_{max} - K_{min}, \quad (6)$$

kde K_{max} a K_{min} jsou nejvyšší a nejnižší hodnoty faktoru intenzity napětí během zátěžového cyklu. Parisem & Erdoganem (a dalšími) bylo prokázáno, že rychlost šíření trhliny závisí v oblasti stabilního šíření na rozkmitu faktoru intenzity napětí vztahem

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K)^m, \quad (7)$$

kde C a m jsou konstanty. Tyto konstanty jsou ovlivněny jak mikrostrukturou materiálu, prostředím, teplotou, tak i koeficientem asymetrie zátěže R . [18, 13]



obr. 7: Závislost rychlosti šíření trhliny na ΔK (podle [18])

ΔK_{th} – prahová hodnota ΔK , pod kterou se dlouhé trhliny nešíří; ΔK_{IC} – hodnota ΔK , kdy se trhlina šíří nestabilně

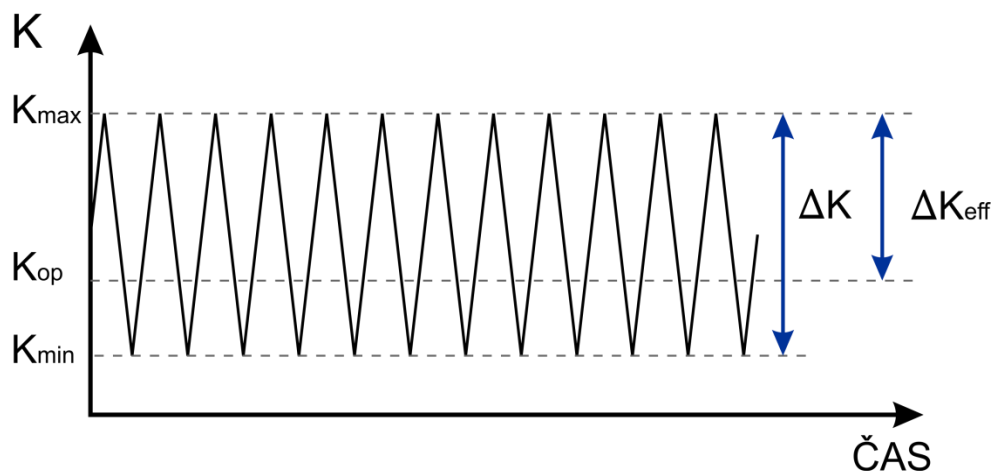
Schematicky je závislost rychlosti šíření trhliny na faktoru intenzity napětí ukázána v grafu na obr. 7.

Předpokládá se, že pokud při cyklickém zatěžování dochází k zavírání trhliny (viz kapitola 2.3), nedochází k žádnému růstu trhliny po celou dobu, co jsou lomové stěny ve vzájemném kontaktu. V takovém případě je tedy nutno uvažovat pouze efektivní hodnotu rozkmitu K-faktoru, ΔK_{eff} . Po zahrnutí tohoto předpokladu vznikne modifikovaná Parisova rovnice určující šíření trhliny na základě efektivní hodnoty faktoru intenzity napětí:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K_{eff})^m, \quad (8)$$

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op}, \quad (9)$$

kde K_{max} je maximální faktor intenzity napětí během zátěžového cyklu a K_{op} je faktor intenzity napětí při otevření trhliny. Určení K_{op} je však stále komplikované, a tak je nezbytná komplexní konečnoprvková analýza, popřípadě experimentální určení. Následující obrázek (obr. 8) schematicky představuje ΔK_{eff} . [18, 16]



obr. 8: Efektivní ΔK (podle [16])

Posledním stádiem šíření trhliny je *šíření nestabilní*. V tomto stádiu již není třeba dodávat energii zvnějšku, aby se trhlina dále šířila. Dochází tedy k dolomení dané součásti. Tato závěrečná fáze probíhá rychlostí blízkou rychlosti šíření elastických vln v daném materiálu. V tomto stádiu nemá okolní prostředí téměř žádný vliv na šíření trhliny. [14, 18, 13, 20]

Určení ΔK_{eff} je možné využít pro výpočet zbytkové životnosti pomocí konceptu *damage tolerance*. Tento koncept předpokládá přítomnost největší možné trhliny, která by nebyla detekována, u všech těles bez ohledu na to, jestli se na tělese opravdu nachází nebo ne. Zbytková životnost je potom vypočítána jako počet zbývajících cyklů potřebných k rozšíření trhliny z původní délky na délku kritickou, při níž dochází k dolomení. Pomocí vztahu (8) je možné tuto zbytkovou životnost na základě ΔK_{eff} určit. [18]

2.3 Zavírání trhliny

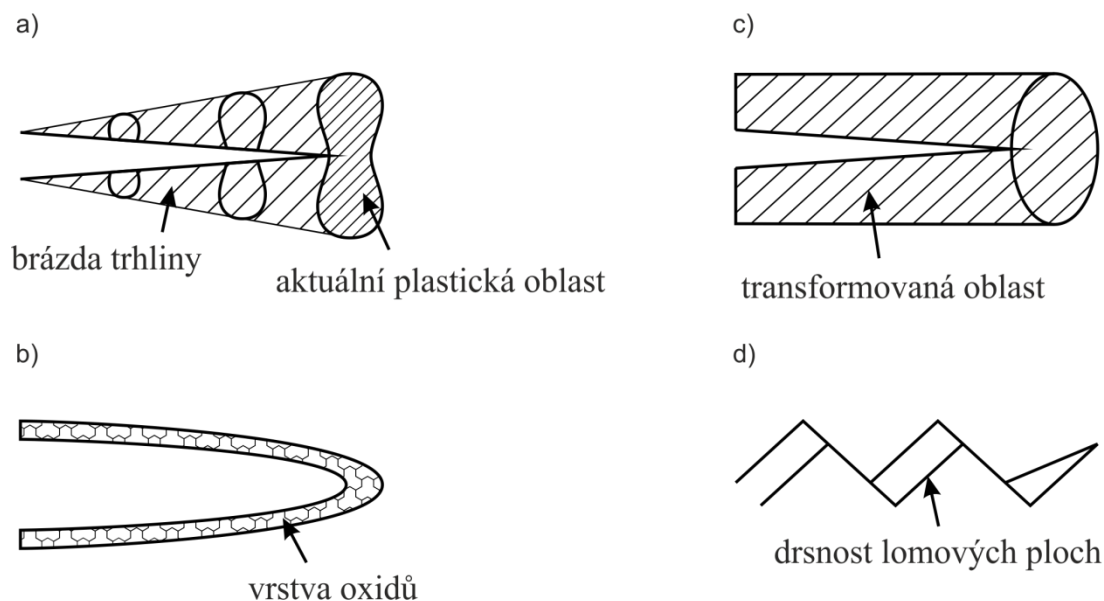
Šíření únavové trhliny je ovlivňováno celou řadou jevů, které mohou toto šíření podporovat nebo naopak zpomalovat. Jedním z dějů, který šíření zpomaluje, a tím prodlužuje zbytkovou životnost součásti, je tzv. zavírání trhliny. Bez uvažování zavírání trhliny dojde ke styku líců trhliny až při nulovém vnějším tahovém zatížení. Vlivem dále popsaných mechanismů však k tomuto styku dochází předčasně při určitém nenulovém tahovém zatížení. Stejně tak se trhlina opět otevře až při působení určitého tahového zatížení. [6]

Zavíráním trhliny je tedy myšlen předčasný styk lomových ploch. Zkoumání zavírání trhliny vede ke zpřesnění odhadů zbytkové životnosti. Klíčové je určení K_{op} – faktor intenzity napětí, při němž dochází k otevření trhliny, popřípadě K_{cl} – faktor intenzity napětí, při němž dochází k zavření trhliny. Z těchto hodnot lze totiž určit ΔK_{eff} . [1, 18]

Skutečnost, že by se únavová trhlina mohla předčasně zavřít při působení cyklického tahového zatížení, na základě pozorovaných experimentů poprvé vysvětlil Elber ve své práci [4]. Na tyto experimenty využíval Elber tenké pláty hliníku s trhlinou, u nichž pozoroval změny poddajnosti. Na základě svých pozorování objevil, že v plasticky ovlivněné oblasti za čelem trhliny (místech kudy prošla plastická oblast před čelem trhliny - bude vysvětleno podrobněji dále), se indukují zavírací napětí. Tento efekt vede k předčasnému kontaktu mezi lící trhliny a současně se tím snižuje hnací síla trhliny. [1, 18]

Po Elberově pozorování zavírání způsobeného plasticitou přišlo objevení mnohých dalších mechanismů zapříčiňujících zavírání trhliny. Na základě vlastních zkoumání Ritchie, Suresh & Moss (1980), Suresh, Zamiski & Ritchie (1981) a Suresh & Ritchie (1982, 1984) rozřadili různé formy zavírání trhliny do několika kategorií. Hned za zavíráním trhliny *způsobeným plasticitou* (plasticity-induced crack closure), které

bylo jako první pozorováno Elberem, vznikly kategorie jako zavírání: *způsobené oxidací* (oxide-induced), *způsobené viskózní kapalinou* (viscous fluid-induced), *způsobené drsností* (roughness-induced) a *způsobené transformací* (transformation-induced). Mechanismy, kterým budou dále věnovány jednotlivé kapitoly, jsou schematicky vyobrazeny na obr. 9. Zpočátku byly koncepty popisující mechanismy zpomalování šíření únavové trhliny zaměřeny na klasické kovové materiály, později se však oblast zájmu rozšířila i na pokročilé kovové systémy, nekovové materiály a kompozity. [1, 18]



obr. 9: Schematické znázornění mechanismů zavírání trhliny (podle [18])

a) zavírání trhliny způsobené plasticitou; b) zavírání trhliny způsobené oxidací; c) zavírání trhliny způsobené transformací; d) zavírání trhliny způsobené drsností

Suresh tvrdí, že na počátku vývoje zavíracího mechanismu jej není možné přesně číselně popsat. Zavírací procesy mohou být silně ovlivněny i velice malými změnami cesty trhliny, prostředí, zatěžovacích podmínek nebo testovacích metod. Navíc na dané šíření trhliny může působit současně několik různých mechanismů najednou. Je proto často nemožné určit konkrétní příspěvky jednotlivých mechanismů na zpomalení či zamezení šíření trhliny. [18]

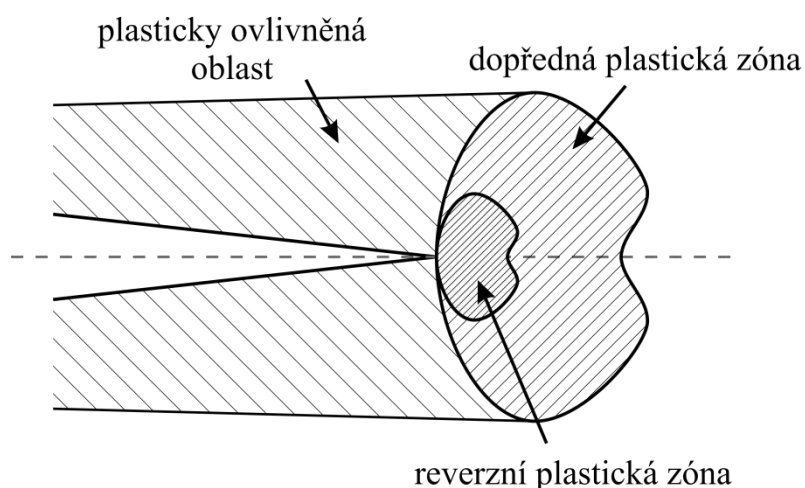
V následujících kapitolách budou podrobněji popsány čtyři typy z výše zmíněných mechanismů (podle [18]).

2.3.1 Zavírání trhliny způsobné plasticitou

Jako první bude představeno zavírání trhliny způsobené plasticitou, neboť tento typ zavírání trhliny je pro tuto práci klíčový. Veškeré modely budou pracovat právě s tímto zavíracím mechanismem.

Jak již bylo zmíněno, prvním, kdo se pokusil zavírání trhliny objasnit, byl Elber [4]. Mechanismus, který Elber při svých pokusech pozoroval, bylo právě zavírání trhliny způsobené plasticitou. Elberovo experimentální měření probíhalo tak, že připevnil tenzometry nad a pod rovinu trhliny těsně za čelo trhliny, podél bočních ploch CCT vzorku¹ z hliníkové slitiny a měřil tahové napětí během únavového cyklu, při kterém se lomové plochy plně otevřely. [18]

Postup únavové trhliny dává vzniknout oblastem v materiálu, které jsou ovlivněny plasticitou. Schéma na obr. 10 ukazuje tyto oblasti u trhliny, která se šíří při cyklickém tahovém zatížení s konstantní amplitudou.



obr. 10: Schéma trhliny zavírané díky plasticitě (podle [16])

Během každého cyklu zbudou za postupujícím čelem trhliny v materiálu zbytková napětí, protože po vzniku lomových ploch dojde k navrácení do původního stavu pouze na místech, kde proběhla elastická deformace. Místa, na nichž došlo k plastické deformaci, se „brání“ navrácení do původního stavu, zatímco okolní materiál, který byl deformován pouze elasticky má tendenci k navrácení do původního stavu. Takto vzniklá zbytková napětí způsobují zavírání trhliny. Tvar plasticky ovlivněné oblasti je ovlivněn historií zatěžování. Za dopřednou plastickou zónu se označuje plastická zóna, která se vy-

¹ CCT vzorek (Center Cracked plate Tension specimen) je pás s centrální trhlinou určený pro zatěžování tahem. Někdy bývá označován také jako M(T) vzorek. [7]

tvoří na čele trhliny při maximálním vnějším zatížení. Reverzní plastická zóna je naopak plastická zóna způsobená tlakem objevující se při minimálním zatížení. [6, 16]

2.3.2 Zavírání trhliny způsobené oxidací

Popis tohoto mechanismu vznikl v důsledku snahy mnohých vědců objasnit zjevné anomálie způsobené prostředím, které se objevují na počátku růstu únavové trhliny u ocelí a hliníkových slitin [6]. Literatura [18] uvádí, že první kvantitativní popis tohoto děje vypracovali Suresh, Zamiski & Ritchie (1981). Pozorovali vliv vrstev oxidů vznikajících v trhlíně na únavové chování u feriticko-perlitických, bainitických a martenzitických ocelí.

Při šíření únavové trhliny v atmosféře vzniká na čerstvě vzniklých lících trhliny vrstva oxidů. U čela trhliny dochází k opakované tvorbě a následnému porušování vrstvy oxidů. To vede k nakupení vrstev oxidů. Zavírání trhliny způsobené oxidací je podporováno mimo jiné zvýšenou vlhkostí vzduchu, zvýšenými teplotami a nízkými koeficienty nesouměrnosti kmitu. V extrémních případech např. při velmi nízkých koeficientech nesouměrnosti kmitu může dojít až k úplnému zaklínění trhliny oxidickým filmem. Naproti tomu při vysokých koeficientech nesouměrnosti kmitu (ať už ve vlhkém či suchém prostředí) zavírání trhliny způsobené oxidací nehraje téměř žádnou roli. [18, 19]

Ačkoliv pomocí zavírání trhliny způsobené oxidací ve spojení se zavíráním trhliny způsobeným plasticitou je možné vysvětlit mnohé experimentálně zjištěné vlivy koeficientů nesouměrnosti kmitu a prostředí na šíření trhliny, je stále těžké vytvořit obecně platné modely, které by byly schopné predikovat vliv tohoto typu zavírání na šíření trhliny. [18]

Podobně jako zavírání způsobené přítomností vrstev oxidů funguje i přítomnost viskózní kapaliny mezi líci trhliny. [1]

2.3.3 Zavírání trhliny způsobené drsností

Zavírání trhliny způsobené drsností je jeden z mechanismů, díky nimž může být vysvětleno mnoho anomálií růstu trhliny způsobených mikrostrukturou materiálu. Tento mechanismus se opět nejvíce projevuje při nízkých rychlostech šíření trhliny, tedy při hodnotách rozkmitu faktoru intenzity napětí blízkých ΔK_{th} . [19]

Při nízkých rychlostech šíření je velikost přírůstku trhliny malá ve srovnání s mikrostrukturou daného materiálu, a tak se trhlina šíří lokálně po trajektorii definova-

né mikrostrukturou materiálu. Takovéto šíření trhliny je doprovázeno relativně velkými posuvy v zátěžovém módu II, což bylo experimentálně ověřeno. Dále bylo prokázáno, že na každém lici trhliny vzniká jiná drsnost. Spojení složité trajektorie trhliny, posuvy v II. módu zatěžování a odlišnost mezi drsnostmi stěn trhliny dává vzniknout mechanismu, který podporuje zavírání trhliny. Kontakt mezi stěnami trhliny je nastíněn na obr. 9. Na druhou stranu při větších ΔK převládne lokálně zatěžující mód I a dochází tak k významnému útlumu zavírání trhliny způsobeného drsností. [18, 19]

2.3.4 Zavírání trhliny způsobené transformací

Při tomto mechanismu dochází k fázovým přeměnám na čele trhliny, které vedou k nárůstu objemu materiálu v přetransformované oblasti. Jak se trhlina šíří dál, zvětšený objem zůstává za čelem trhliny. Kvůli tomu dochází ke zmenšení otevíracích posuvů, neboť líce trhliny na sebe narazí dříve, než by tomu bylo bez transformace. I při cyklickém tahovém zatěžování zůstanou v přetvořených oblastech po stranách trhliny zbytková napětí, která přispívají k předčasnému zavírání trhliny. [1, 18]

Suresh odkazuje na výzkum Pineau & Pelloux (1974) a Hornbogen (1978), kteří prokázali, že martenzitická přeměna způsobená přetvořením snižuje rychlost šíření trhliny především u malých až středních ΔK . Na základě provedených experimentů se usuzuje, že martenzitická přeměna může způsobit zvětšení objemu až okolo 4%. Mezi faktory, které podporují fázovou přeměnu lze zařadit velká přetvoření, nízké teploty a zvýšenou metastabilitu transformované fáze. Pro fungování mechanismu je navíc nezbytné omezení okolním elastickým materiálem, který neprojde transformací. Kdyby nastala fázová přeměna u celého vzorku, nedošlo by ani k zavírání trhliny. Proto jsou rozměry a tvar trhliny i vzorku rovněž významnými faktory ovlivňujícími zavírání trhliny způsobené transformací. [18]

3 Numerická simulace zavírání trhliny

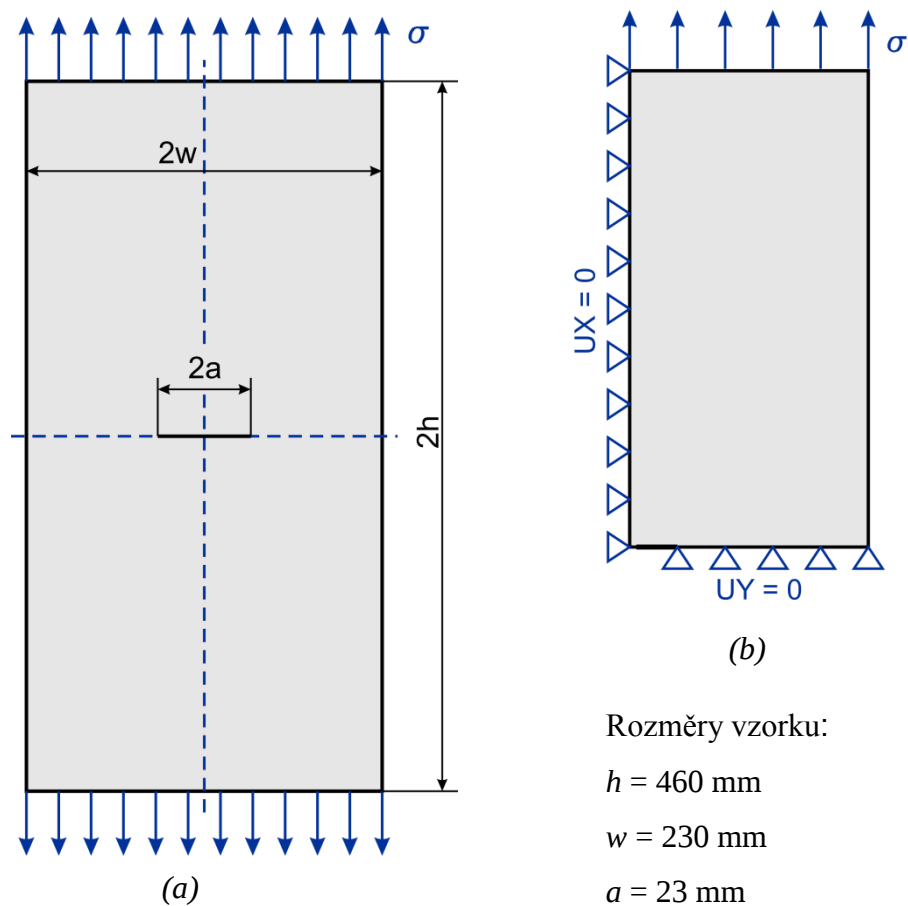
Jelikož cílem této práce bylo vyhodnotit vliv geometrie vzorku na zavírání trhliny způsobené plasticitou, bylo potřeba vytvořit vhodnou metodiku pro dosažení tohoto cíle. Pro tento účel byla zvolena právě numerická simulace. Na poli numerického modelování zavírání trhliny je jedním z nejvýznamnějších vědců současnosti J. C. Newman. Této problematice se věnuje například v pracích [11, 12, 17]. Newmana však následovalo mnoho dalších. Autoři Singh, Parry a Sinclair v článku [15] podávají stručný přehled pravidel a tipů, které by měly být dodrženy při modelování zavírání trhliny. Obsáhlejším přehledem je potom článek [17], v němž Newman spolu s Daniewiczem a Solanskim shrnují vhodnou síť, princip šíření, vliv koeficientu nesouměrnosti kmitu R a mnohé další vlivy významné při simulaci šíření trhliny. Hodnocením zavírání trhliny na 3D geometriích se zabýval pod vedením S. R. Daniewicze a J. C. Newmana J. D. Skinner ve své závěrečné práci [16].

V předkládané práci bylo v programu ANSYS vytvořeno několik konečnoprvkových modelů simulujících šíření a zavírání trhliny způsobené plasticitou na testovacích vzorcích (CCT a CT) určených ke stanovení únavových vlastností materiálu. Nejdříve bylo třeba metodiku verifikovat. Poté bylo simulováno zavírání na vlastních geometriích s použitím nelineárního materiálového modelu konkrétního materiálu – oceli EUROFER 97. Byla určena otevírací a zavírací napětí u dvou odlišných geometrií pro tři různé úrovně zatížení.

3.1 Verifikace modelu

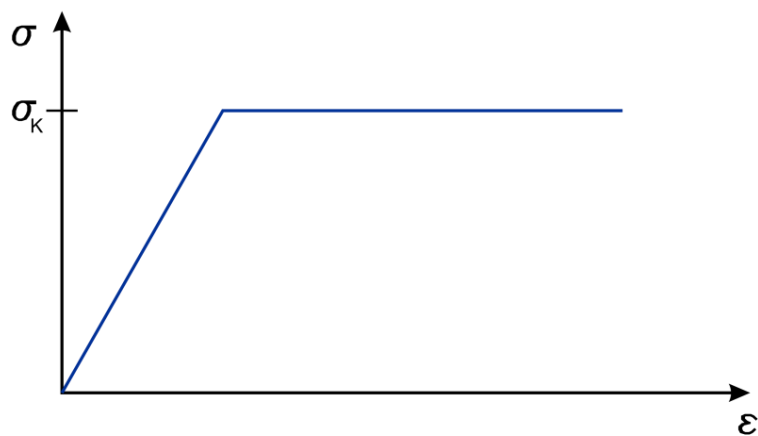
Aby bylo možné prohlásit vlastní model šíření trhliny, z něž bude odečítáno zavírací napětí, za platný, bylo potřeba jej nejprve verifikovat. K tomuto účelu posloužilo porovnání s hodnotami otevíracích napětí získanými z již ověřených konečnoprvkových modelů vytvořených J. D. Skinnerem a před ním J. C. Newmanem v pracích [16] a [11].

Jednalo se o 2D model CCT vzorku, vytvořený v programu ANSYS, který byl zatěžován cyklickým tahovým napětím mezi $\sigma_{min} = 0$ MPa a $\sigma_{max} = 150$ MPa. Jelikož na vzorku lze najít 2 roviny symetrie, model byl vytvořen pouze jako jedna čtvrtina celku. Schéma modelu a rozměry jsou na obr. 11.



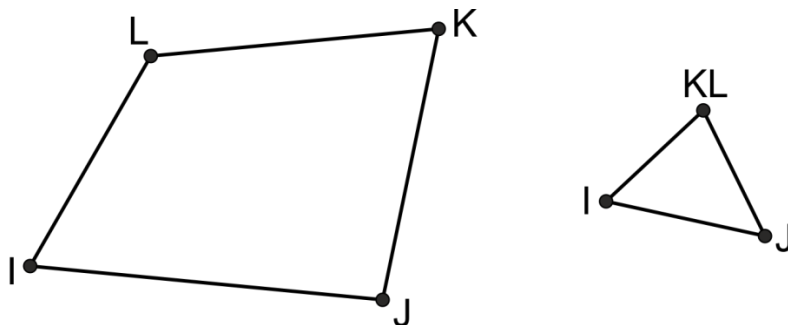
obr. 11: Schéma CCT vzorku (a) a využití symetrie (b)

Byl použit i stejný materiálový model jako použili ve svých pracích Skinner i Newman, a to model bilineární, elastický, dokonale plastický. Podle Skinnera byl zvolen Youngův modul pružnosti $E = 70\,000 \text{ MPa}$ a mez kluzu $\sigma_K = 350 \text{ MPa}$. Křivka závislosti napětí na deformaci charakterizující tento model je znázorněna na obr. 12.



obr. 12: Bilineární, elastický, dokonale plastický materiálový model [16]

Pro diskretizaci modelu byly použity lineární čtyř-uzlové 2D prvky, PLANE182 [2] – viz obr. 13. Skinner ve své práci uvádí, že prvky vyšších řádů by sice lépe zachytily napětí a posuvy v blízkosti kořene trhliny, na druhou stranu by ale vedly k delším výpočetním časům. Navíc odkazuje na Doughertyho [3], který tvrdí, že prvky vyšších řádů způsobí pilovitý tvar rozložení napětí v plasticky ovlivněné oblasti, což je nepříjemné. Vzhledem k malé tloušťce modelované geometrie byla uvažována rovinná napjatost.

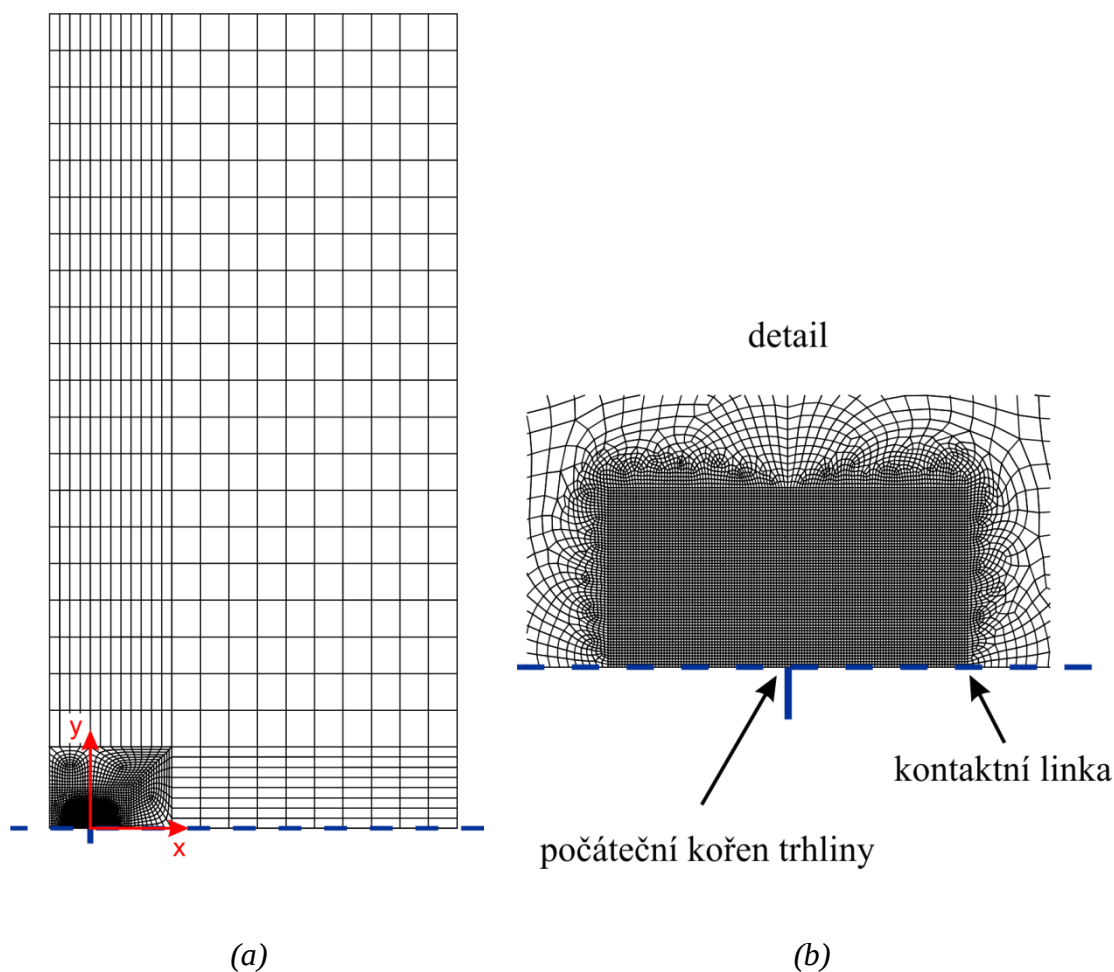


obr. 13: Lineární čtyř-uzlový 2D prvek [2]

Konečnoprvková síť byla vytvořena pomocí preprocesoru programu ANSYS. Model byl rozdělen na několik ploch tak, aby bylo možné síť dostatečně zjemnit v blízkém okolí kořene trhliny a zachytit tak do výpočtu přetvoření a napětí v blízkosti trhliny dostatečně přesně. V Skinnerově práci bylo doporučeno, že síť v okolí trhliny má být jemná natolik, aby poloměr plastické zóny před čelem trhliny při největším zatížení odpovídal přibližně deseti prvkům. Dále bylo uvedeno, že, aby mohlo být dosaženo ustálení otevíracích napětí, musí trhlina prorůst skrz původní plastickou zónu. Pro přiblížení se Skinnerovu modelu byla zvolena délka elementů v blízkosti kořene trhliny $da = 0,18$ mm. Na obr. 14 je představena síť, která byla použita.

Model byl vystaven několika cyklům lineárně rostoucí a klesající zátěže. Jelikož modelování šíření trhliny je v této práci řešeno metodou konečných prvků, je třeba, aby se trhlina šířila po celočíselných násobcích délky prvků před čelem trhliny, tedy da . Jak uvádí Skinner, mnozí vědci upřednostňují do svých modelů přírůstek trhliny v okamžiku, kdy je model zatížen nejmenším napětím, aby dosáhli lepší konvergence. Na druhou stranu se objevuje také množství vědců, kteří tvrdí, že tento přístup je fyzikálně nereálný a přírůstek trhliny by měl nastávat v okamžiku, kdy je model zatížen maximálně. Proto je i v prezentovaném modelu každý zátěžový cyklus rozdělen na tři zátěžové kroky (tzv. loadstepy), z čehož během prvního dochází k nárůstu tahového napětí na maximum, během druhého dochází k uvolnění vazby uzlu v kořeni trhliny,

čímž trhlina roste o elementární přírůstek da a během třetího zátěžového kroku se aplikovaná zátěž snižuje z σ_{max} zpět na σ_{min} .



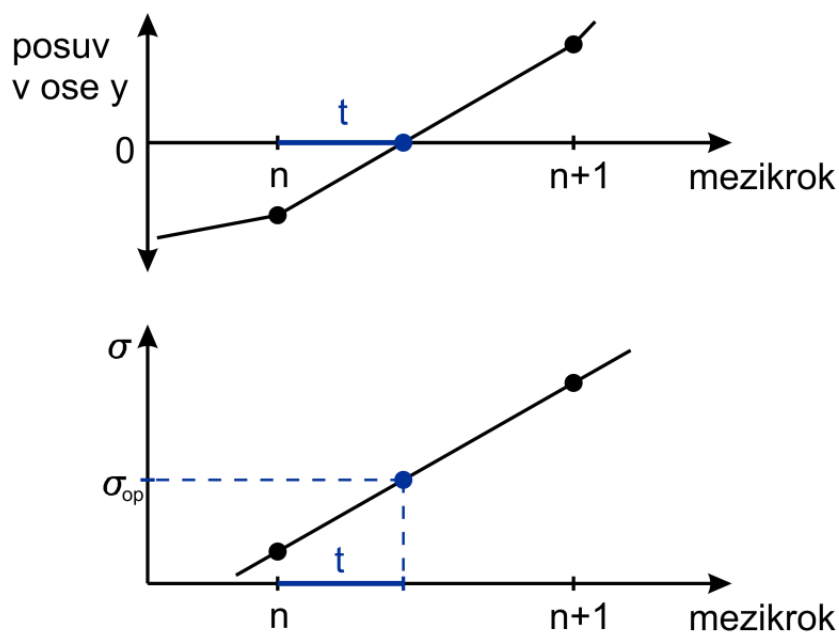
obr. 14: Síť modelu CCT vzorku (a) a detail okolí kořene trhliny (b)

Aby bylo možné pozorovat žádaný jev zavírání trhliny způsobeného plasticitou, bylo potřeba modelovat styk lomových ploch během zavírání trhliny. To bylo vyřešeno vytvořením kontaktního páru mezi linkou v rovině trhliny, kterou si lze prohlédnout na obr. 14, a spodní hranou modelu. Na kontaktní linku byly aplikovány kontaktní prvky TARGE169, na hranu modelu splývající s osou x potom kontaktní prvky CONTA172. Kvůli větší výpočtové náročnosti kontaktního páru řešil Skinner ve své práci tento problém jinak. Při každém kroku, kdy dojde k přírůstku zátěže, pozoroval posuvy uzlů nacházejících se na lomové ploše a pokud u nich došlo k zápornému posuvu, byly ihned zafixovány, aby u nich nemohlo dojít k dalším posuvům. U těchto vazeb byly dále pozorovány reakční síly a ve chvíli, kdy se změnily ze záporných na kladné, byly tyto

vazby odstraněny. Díky pokročilejším možnostem dnešní výpočetní techniky však tato práce využívá výše zmíněný kontaktní pár.

Nejdůležitější částí verifikace bylo porovnání otevíracích napětí (napětí, při kterých dojde k otevření trhliny) s výsledky Skinnera a Newmana uvedenými v práci [16]. Jsou-li známa otevírací napětí, je možné na základě analytických vztahů určit rovněž K_{op} , což současně znamená určit míru vlivu zavírání na zpomalení šíření trhliny.

Princip odečítání těchto napětí byl založen na pozorování posuvů ve směru osy y . V době, kdy dochází ke kontaktu mezi modelem a kontaktní linkou, je u uzlu těsně za kořenem trhliny hodnota posuvů ve směru osy y velice malá a záporná. Z pozorování vyplývá, že časově prvním uzlem, který je v kontaktu s kontaktní linkou při snižování zátěže, je první uzel za kořenem trhliny. Ten samý uzel je pak poslední v kontaktu s linkou při opětovném zatížení. Posuvy v ose y tedy byly odečítány vždy u tohoto uzlu. Ten se samozřejmě měnil spolu s posouvajícím se čelem trhliny. Lineární interpolací potom byla v každém cyklu určena napětí, při nichž dochází ke změně posuvu daného uzlu ze záporných hodnot do kladných při otevírání trhliny (popřípadě z kladných do záporných při zavírání), jak je naznačeno na obr. 15. Tento výpočet je nutný, neboť napětí přibývá v průběhu zatěžování (respektive ubývá při odlehčování) po diskrétních přírůstcích a lineární interpolace poskytuje přesnější odhad okamžiku otevření (respektive zavření) trhliny. Lineární interpolace byla prováděna v programu Matlab.

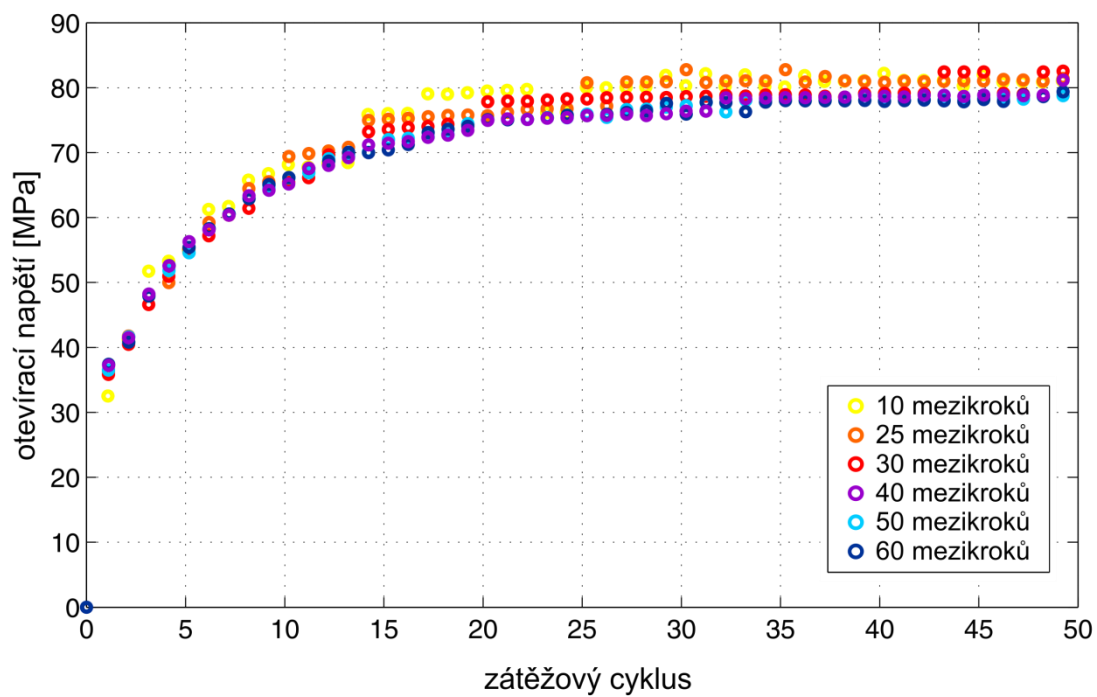


obr. 15: Schéma odčítání otevíracího napětí

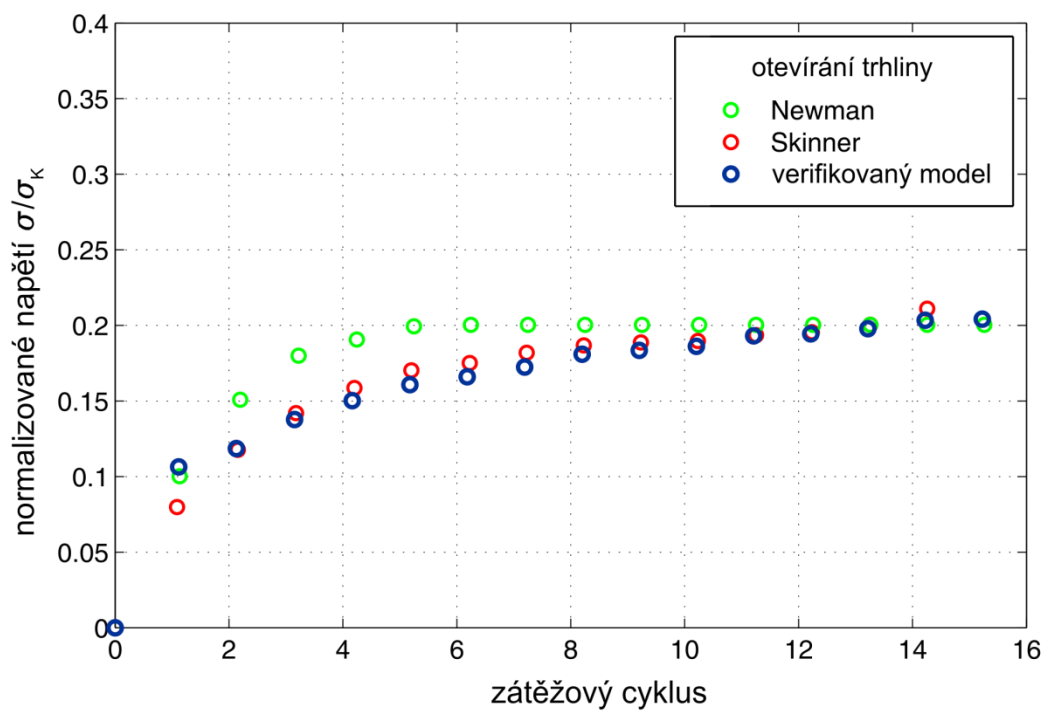
Dále bylo třeba určit vhodný přírůstek změny zatížení během jednotlivých cyklů. Každý zátěžový krok, při němž dochází k zatěžování nebo odlehčování, je rozdělen na několik mezikroků (substepů), přičemž při každém mezikroku dojde k danému přírůstku působícího zatížení. Z literatury [16] vyplývá, že pro získání dostatečně přesných výsledků stačí použít přírůstek zatížení o velikosti 5% z σ_{max} . Tomuto přírůstku by odpovídalo použití 20 mezikroků během zatěžujících a odlehčujících zátěžových kroků. Pro kroky, při nichž dochází k uvolnění uzlu, bylo po vzoru Skinnera zvoleno 5 mezikroků. Získané výsledky se však zdály být zatíženy numerickými artefakty. Byla tedy nejprve vypracována citlivostní analýza na počet mezikroků.

Tato citlivostní analýza porovnávala vliv zvyšování počtu mezikroků ve zmiňovaných krocích výpočtu. Mezikroky byly voleny od hrubých přírůstků (10 mezikroků) až po jemné (60 mezikroků). Každý výpočet obsahoval 50 zátěžových cyklů, což je dostatečný počet pro ustálení hodnot otevíracích a zavíracích napětí. Výsledky této analýzy jsou uvedeny na obr. 16. Z analýzy vyplývá, že pro daný model je potřeba použít alespoň 40 mezikroků pro dosažení dostatečně přesných výsledků. Při použití menších počtů mezikroků nedojde k dostatečnému ustálení hodnot. To je způsobeno zmíněnými numerickými artefakty.

Po této analýze již bylo možné porovnat vypočtené hodnoty otevíracího napětí s hodnotami, které svým modelem získal Skinner [16] a které porovnával s hodnotami vypočtenými Newmanem [11]. Jak lze vidět na obr. 17, vypočtené hodnoty prezentovaného modelu dostatečně dobře korelují s hodnotami uvedenými v [16].



obr. 16: Citlivostní analýza na mezikroky



obr. 17: Porovnání otevřacích napětí

3.2 Modely s vlastními parametry

3.2.1 Materiálový model

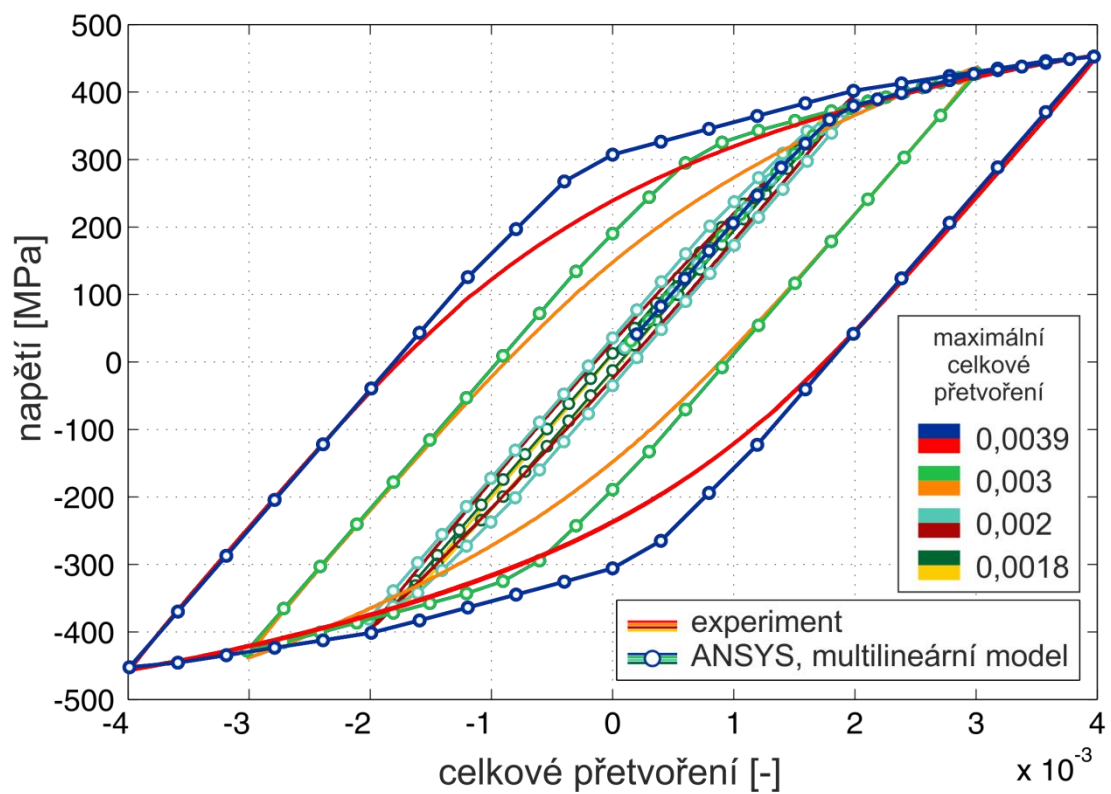
Pro určení úrovně zavíracích napětí na požadovaných vzorcích bylo nezbytné vytvořit nejprve vhodný nelineární materiálový model.

Materiál, dle kterého byl materiálový model navržen, se jmenuje EUROFER 97. Následující informace jsou uvedeny v [8]. Ocel EUROFER 97 patří do skupiny feriticko-martenzitických chromových ocelí, které jsou navrženy pro použití na první vrstvu pláště fúzního reaktoru. Jelikož materiál při běhu fúzního reaktoru musí zvládnout vysoké teploty při cyklickém zatěžování, patří mezi nejžádanější vlastnosti odolnost vůči únavě a vůči creepu. Tabulka č. 1 uvádí chemické složení příměsí této oceli (jak je uvedeno v [8]).

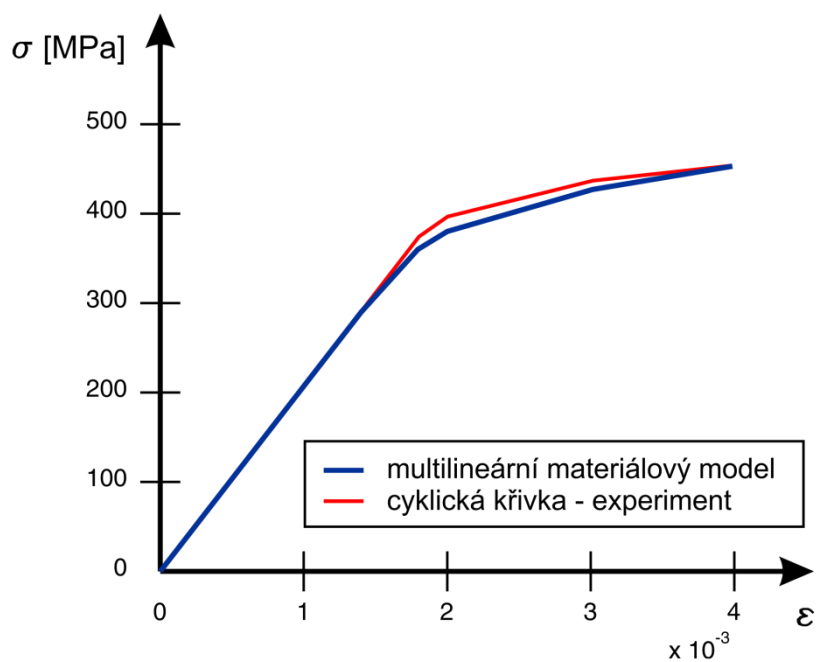
tab. 1: EUROFER 97 - chemické složení v hmotnostních zlomcích [8]

	C	Si	Mn	Cr	W	V	Ta	N	B
EUROFER 97	0,11	0,05	0,5	8,5	1,0	0,25	0,08	0,03	0,005

Materiálový model odpovídající tomuto materiálu byl založen na multilineárním modelu s kinematickým zpevněním. Pro vystižení materiálových charakteristik byla navržena jeho křivka závislosti napětí – přetvoření tak, aby hysterezní křivky získané z cyklického zatěžování materiálového modelu co nejlépe vystihovaly hysterezní křivky získané experimentálně. Experimentální data byla poskytnuta Ústavem fyziky materiálů. Pro srovnání hysterezních křivek materiálového modelu s experimentálními daty byl vytvořen jednoduchý konečnoprvkový model. Jednalo se o čtverec 1×1 mm s daným materiálovým modelem, který byl cyklicky zatěžován přetvořením o dané amplitudě (0,0018; 0,002; 0,003; 0,0039). Pro každou amplitudu byla zapisována data o napětí a přetvoření, z kterých byly následně vykresleny hysterezní křivky pomocí programu Matlab. Porovnání je k náhledu na obr. 18.



obr. 18: Porovnání hysterezních křivek materiálového modelu a experimentálně určených



obr. 19: Multilineární materiálový model

Rovněž by křivka závislosti napětí – přetvoření materiálového modelu měla vystihovat cyklickou křivku získanou experimentálně. Tato křivka je zobrazena na obr. 19 spolu s cyklickou křivkou určenou experimentem pro porovnání. Tento materiálový model byl použit u všech následujících modelů zavírání trhliny.

3.2.2 CCT vzorek

Při určování úrovně zavírání na konkrétní geometrii CCT vzorku se vycházelo z výpočtového modelu, který byl verifikovaný v kapitole 3.1.

Geometrie: Geometrie modelu byla změněna. Vlastní rozměry vzorku, které si lze prohlédnout na obr. 11, byly: $h = 150 \text{ mm}$

$$w = 50 \text{ mm}$$

$$a = 25 \text{ mm}$$

Stejně jako u modelu použitého pro verifikaci bylo využito symetrie s použitím stejných vazeb (viz obr. 11).

Materiál: Jak již bylo naznačeno, pro tuto geometrii byl použit nelineární materiálový model, který je popsán v kapitole 3.2.1.

Zatížení: Model byl zatěžován cyklickým tahem. Byly určeny tři úrovně cyklického zatížení tak, aby na počátku šíření trhliny nabývaly ΔK daných hodnot. Napětí odpovídající daným ΔK byla spočítána pomocí vztahů

$$\alpha = \frac{a}{w}, \quad (10)$$

$$f_I(\alpha) = \sqrt{\sec\left(\frac{\alpha \cdot \pi}{2}\right)}, \quad (11)$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot f_I(\alpha), \quad (12)$$

které jsou uvedeny v [10].

Vypočtená zatěžovací napětí zachycuje následující tabulka.

tab. 2: Zatížení CCT vzorku

$\Delta K \text{ [MPa} \cdot \text{m}^{1/2}]$	$\sigma_{\min} \text{ [MPa]}$	$\sigma_{\max} \text{ [MPa]}$
10	0	30
20	0	60
30	0	90

Na základě citlivostní analýzy uvedené v kapitole 3.1, bylo pro změnu z σ_{min} na σ_{max} použito vždy 40 mezikroků. V každém výpočtu bylo 50 zátěžových cyklů, aby bylo dosaženo ustálení hledaných hodnot.

Prvky: Jak pro těleso modelu, tak pro kontaktní pár bylo použito stejných prvků jako u verifikovaného modelu, tedy PLANE182, CONTA172 a TARGE169. Kvůli větší tloušťce daného vzorku však byla uvažována rovinná deformace.

Sít: Sít byla vytvořena obdobně jako u modelu použitého pro verifikaci metody. Přírůstek trhliny da byl volen jako přibližná desetina velikosti poloměru plastické zóny, který byl odhadnut pomocí rovnice (3) (podobně jako [16]), kde za σ_K bylo dosaženo 370 MPa. V jednotlivých úrovních zátěže vzniká různě velká plastická zóna, což vede k volbě různých da pro jednotlivá zatížení (viz tab. 3). Přírůstek da současně udává velikost elementu v nejjemnější oblasti sítě u kořene trhliny. V této oblasti byly prvky čtvercové (jak je doporučeno v [16]). Z uvedeného vyplývá, že síť musela být upravena pro každou jednotlivou zátěž.

tab. 3: Přírůstky da a poloměry plastických zón r_p

ΔK [MPa·m ^{1/2}]	r_p [mm]	da [mm]
10	0,08	0,008
20	0,31	0,031
30	0,70	0,070

Princip šíření trhliny a odčítání hodnot: Princip šíření trhliny zůstal stejný, jako tomu bylo u verifikovaného modelu. Rovněž způsob odčítání hodnot otevíracích a zavíracích napětí zůstal nezměněn.

3.2.3 CT vzorek

CT vzorek (Compact Tension specimen) je vzorek s bočním vrubem pro zkoumání únavových jevů. CT vzorek je určen pro zkoušku excentrickým tahem [7]. Podobně jako pro CCT vzorek byl pro CT vzorek vytvořen konečnoprvkový 2D model s využitím symetrie.

Geometrie: Geometrii vzorku si lze prohlédnout na obr. 20. Rozměry vzorku byly:

$$w = 50 \text{ mm}$$

$$a = 25 \text{ mm}$$

$$t = 10 \text{ mm (tloušťka)}$$

které jsou uvedeny v [10], byly vypočteny síly F_{min} a F_{max} , kterými byl model cyklicky zatěžován (viz tab. 4). Vzhledem k tomu, že šlo o 2D model, který má jednotkovou tloušťku, byly hodnoty sil poděleny tloušťkou vzorku t . Pro ustálení hledaných hodnot bylo opět použito 50 zátěžových cyklů. Změna působící zátěže byla vždy rozfázována na 40 mezikroků.

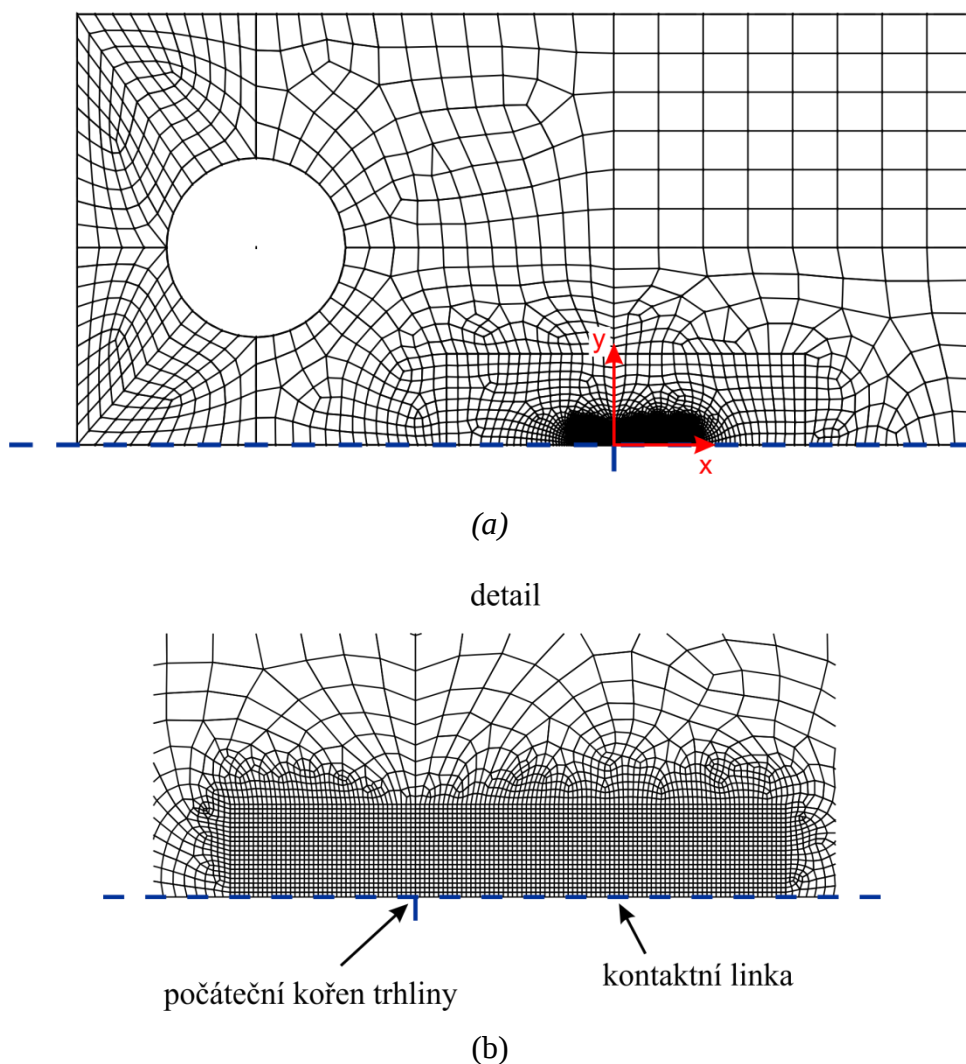
tab. 4: Zatížení CT vzorku

ΔK [MPa·m ^{1/2}]	F_{min} [N]	F_{max} [N]
10	0	231,5
20	0	463,0
30	0	694,5

Prvky: Podobně jako u CCT vzorku pro těleso modelu i pro kontaktní pár bylo použito stejných prvků jako u verifikovaného modelu, tedy PLANE182, CONTA172 a TARGE169. Kvůli rozměrům dané geometrie byla uvažována rovinná deformace.

Sít: Sít' byla vytvořena podobným způsobem jako u předchozích modelů. Velikost prvků v nejjemnější oblasti byla dána velikostí přírůstku trhliny da pro danou zátěž (opět přibližná desetina poloměru plastické zóny). Bylo dodrženo pravidlo, že prvky v okolí kořene trhliny by měly být čtverce. Pro jednotlivé ΔK byly přírůstky da totožné s přírůstky da u modelu CCT vzorku (viz tab. 3). Příklad sítě (pro $\Delta K = 30$ MPa·m^{1/2}) je zobrazen na obr. 21. Kvůli různým přírůstkům da musela být sít' pro každou zátěž pozměněna.

Princip šíření trhliny a odčítání hodnot: Princip šíření trhliny zůstal stejný, jako u předchozích modelů. Oproti modelu CCT vzorku nebyla určována otevírací a zavírací napětí, ale otevírací a zavírací síly. Způsob odčítání těchto sil byl analogický k odčítání napětí v předcházejících případech.

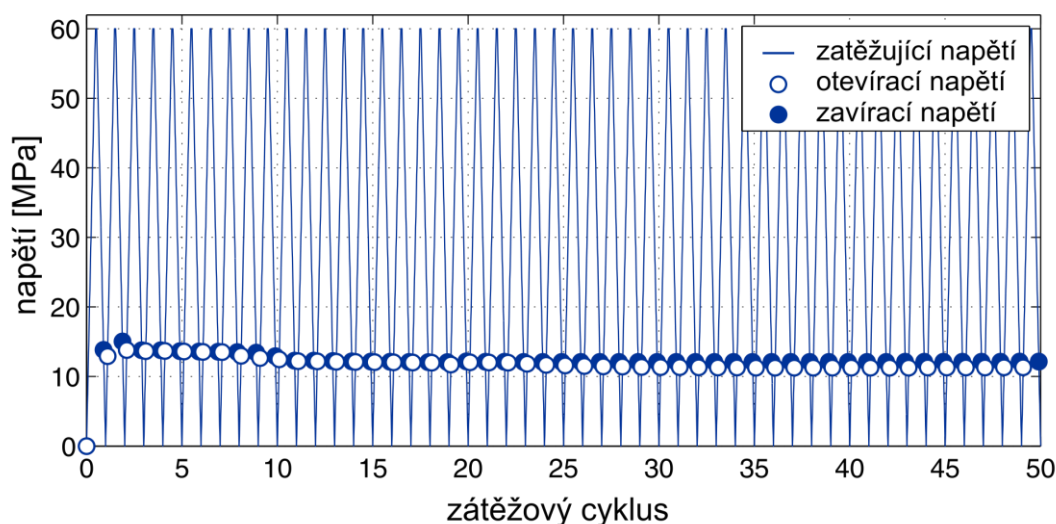


obr. 21: Síť modelu CT vzorku (a) a detail okolí kořene trhliny (b)

3.3 Vyhodnocení a výsledky

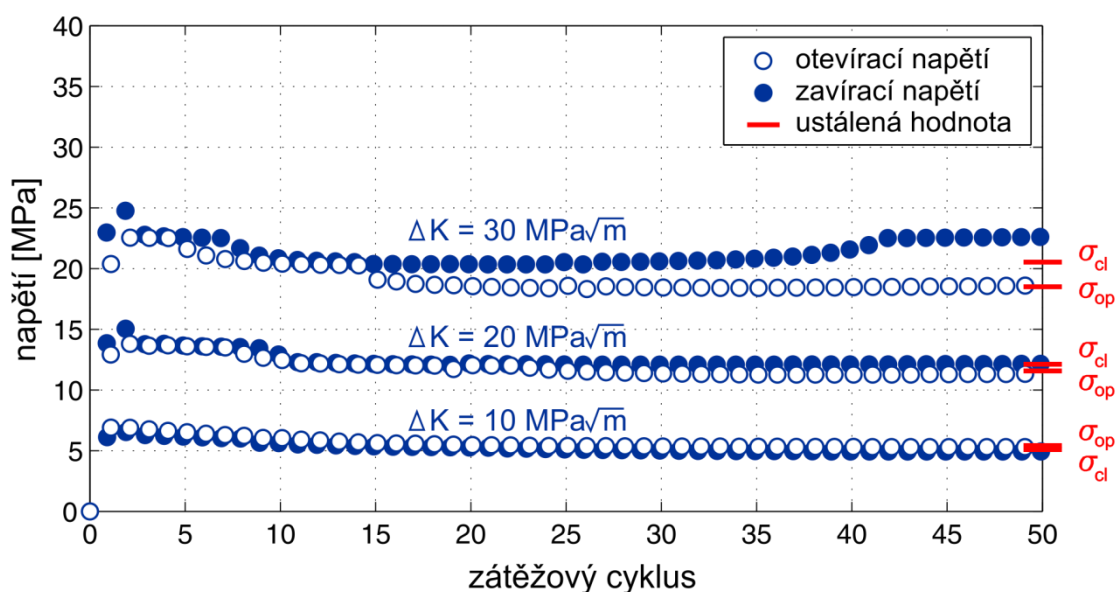
Pro vyhodnocení vlivu geometrie vzorku na zavírání trhliny bylo použito výše popsaných modelů. Byly odčítány zavírací a otevírací napětí popřípadě síly během padesáti cyklů. Na základě pozorování se daný počet cyklů jevil jako dostatečný pro ustálení hledaných hodnot. Hodnoty byly zakresleny do grafů.

Jako příklad je na obr. 22 znázorněn graf zatěžujícího napětí spolu s otevíracími i zavíracími napětími u modelu CCT vzorku s počáteční $\Delta K = 20 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$.



obr. 22: Otevírací a zavírací napětí – CCT vzorek, $\Delta K = 20 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$

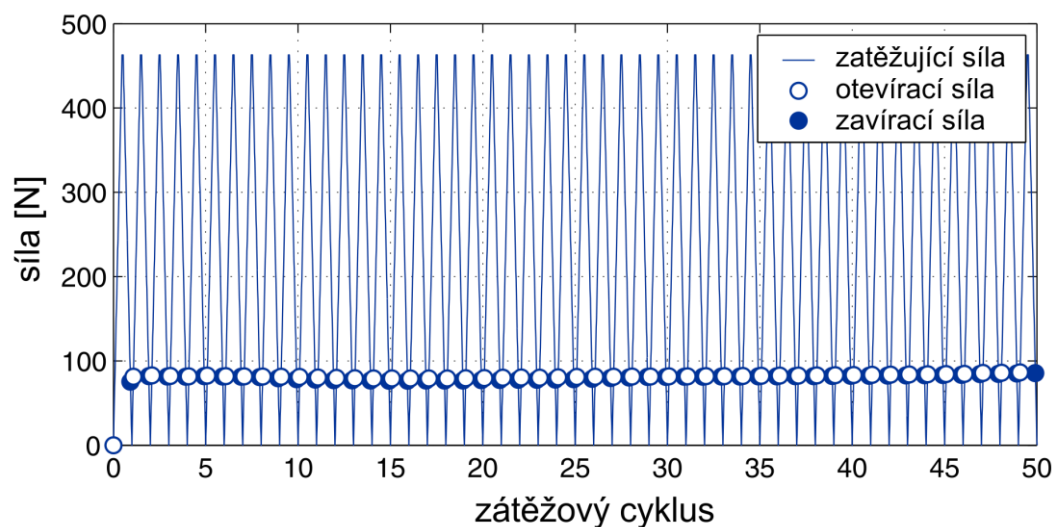
Otevírací a zavírací napětí u modelu CCT vzorku pro všechny tři úrovně zatížení jsou spolu s vyznačením ustálených hodnot zakreslena do grafu na obr. 23.



obr. 23: Otevírací a zavírací napětí – CCT vzorek

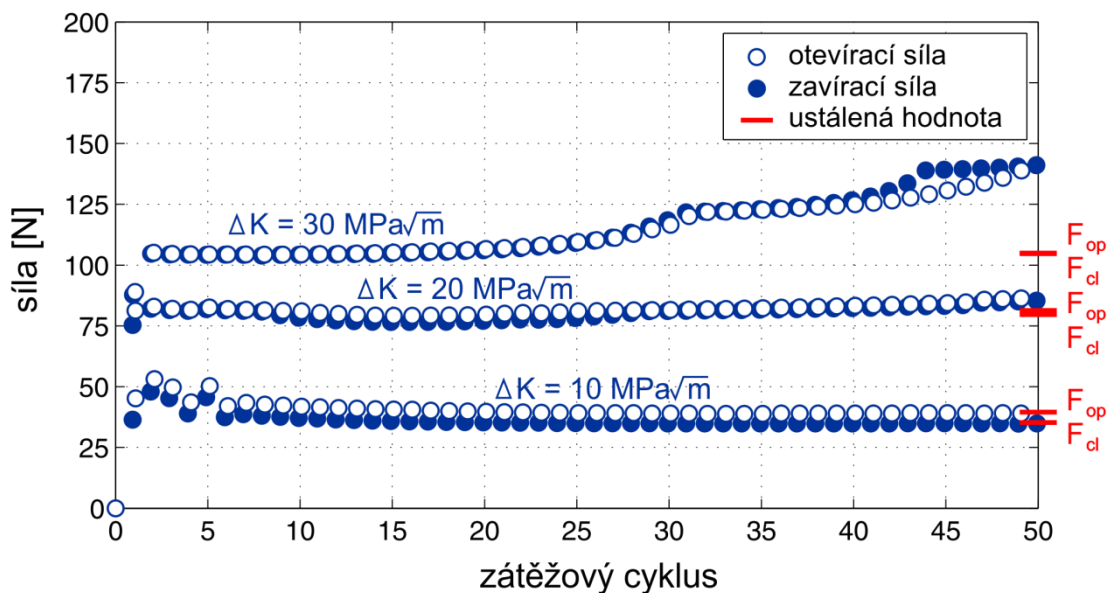
V grafu je patrné, že pro úroveň zátěže odpovídající $\Delta K = 30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ na počátku šíření trhliny dochází k ustálení hodnot a následnému růstu. Tento růst je zřejmě zapříčiněn změnou ΔK během šíření trhliny. Při nejvyšší zátěži je trhlina šířena při každém cyklu o největší přírůstek ($da = 0,07 \text{ mm}$), během padesáti cyklů tedy naroste trhlina o 3,5 mm. Dochází k růstu ΔK , a tím i ke zvětšování plastické zóny před kořenem trhliny. V návaznosti na zvětšení oblasti, která byla přetvořena plastickou deformací, se zvětšují zbytková napětí, která způsobují zavírání trhliny.

Příklad odečítání otevíracích a zavíracích sil na modelu CT vzorku je na obr. 24 – na tomto příkladu je použita zátěž odpovídající $\Delta K = 20 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ na počátku šíření trhliny.



obr. 24: Otevírací a zavírací síly – CT vzorek, $\Delta K = 20 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$

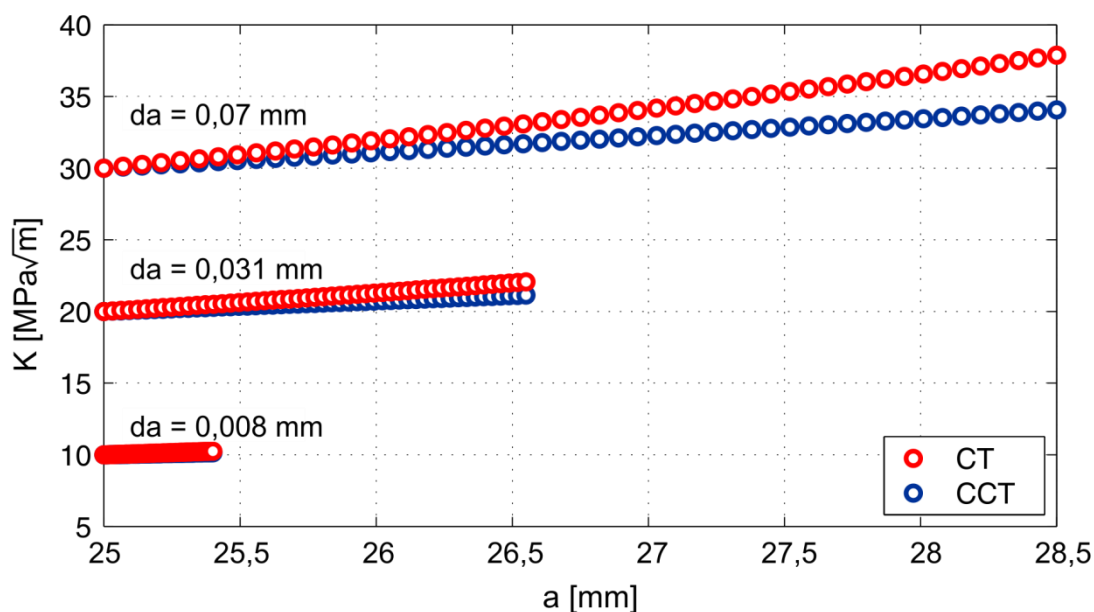
Otevírací a zavírací síly u modelu CT vzorku pro všechny tři úrovně zatížení jsou spolu s vyznačením ustálených hodnot zakresleny do grafu na obr. 25.



obr. 25: Otevírací a zavírací síly – CT vzorek

Na hodnotách otevíracích a zavíracích sil u CT vzorku je růst následující po určitém ustálení ještě výraznější. Opět se tento trend nejvíce projevuje pro úroveň zátěže odpovídající $\Delta K = 30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ na počátku šíření trhliny. Při porovnání obou vzorků je zjevné, že u CT vzorku dochází k většímu růstu hledaných hodnot. To je způsobeno faktem,

že na CT vzorku dochází při zvětšování délky trhliny k rychlejšímu nárůstu faktoru intenzity napětí (tedy i zvětšování plastické zóny) než u CCT vzorku. Z grafu na obr. 26 vyplývá, že K-faktor roste na CT vzorku přibližně dvakrát rychleji.



obr. 26: Průběh K-faktoru v závislosti na délce trhliny

V následující tabulce jsou uvedeny ustálené hodnoty otevíracích a zavíracích napětí (σ_{op} , σ_{cl}), popřípadě sil (F_{op} , F_{cl}).

tab. 5: Otevírací a zavírací napětí popř. síly

ΔK [MPa·m ^{1/2}]	CCT vzorek		CT vzorek	
	σ_{op} [MPa]	σ_{cl} [MPa]	F_{op} [N]	F_{cl} [N]
10	5,4	5,1	39,5	35,2
20	11,6	12,1	81,4	79,7
30	18,5	20,5	105	104,7

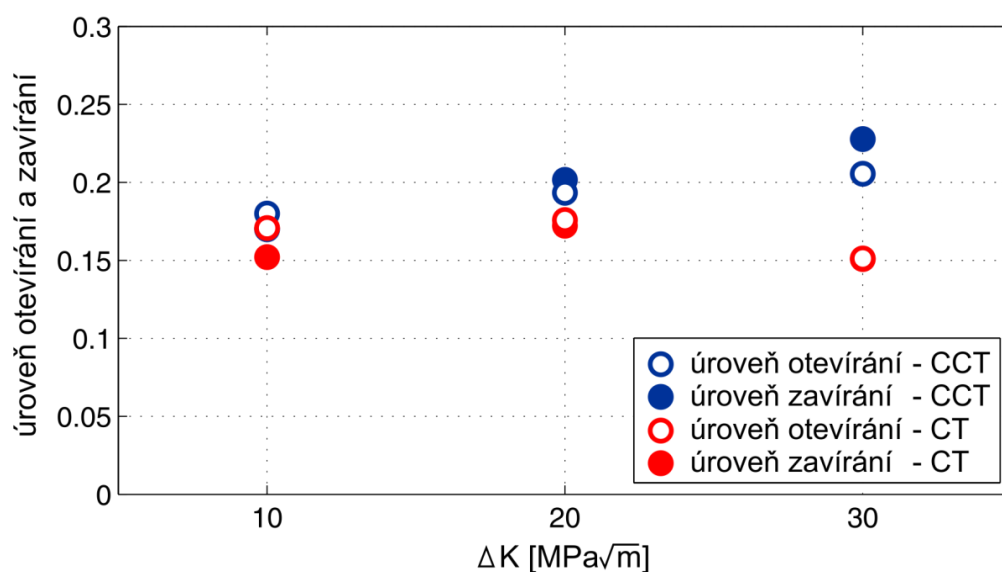
V reakci na následný růst hledaných hodnot vlivem rostoucího ΔK byly vypracovány modifikace všech numerických modelů představených v kapitolách 3.2.2 a 3.2.3. Cyklická zatížení v nich byla upravena tak, aby v každém cyklu bylo použito stejných ΔK po celou dobu šíření trhliny. Jelikož se trhlina šířila, musela se zatížení vhodným způsobem snižovat. Toto opatření eliminuje vliv rostoucího ΔK během šíření trhliny a dosahuje se tak ustálenějších hodnot.

4 Vliv geometrie vzorku na zavírání trhliny

V této kapitole je porovnán vliv geometrie vzorku na zavírání trhliny pomocí ustálených hodnot určených v kapitole 3.3. To je provedeno porovnáním zátěží, při nichž dochází k otevírání a zavírání trhliny. Jelikož CCT vzorek je zatěžován napětím a CT vzorek silou, žádané hodnoty jsou převedeny na poměr ustálené hodnoty k hodnotě maximální zátěže v daném případě (např. CCT vzorek, úroveň zátěže odpovídající $\Delta K = 10 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ na počátku šíření trhliny $\rightarrow \frac{\sigma_{op}}{\sigma_{max}} = \frac{5,4 \text{ MPa}}{30,005 \text{ MPa}} = 0,18$; $\frac{\sigma_{cl}}{\sigma_{max}} = \frac{5,1 \text{ MPa}}{30,005 \text{ MPa}} = 0,17$). Tyto poměry budou dále označovány za úrovně otevírání a zavírání trhliny. Současné tyto poměry představují podíly $\frac{K_{op}}{\Delta K}$ a $\frac{K_{cl}}{\Delta K}$, což odráží míru vlivu zavírání na zbytkovou životnost. Následující tabulka uvádí vypočtené úrovně otevírání a zavírání trhliny. Graf na obr. 27 ukazuje tyto hodnoty v závislosti na ΔK na počátku šíření trhliny.

tab. 6: Úrovně otevírání a zavírání

$\Delta K \text{ [MPa}\cdot\text{m}^{1/2}]$	CCT vzorek		CT vzorek	
	úroveň otevírání	úroveň zavírání	úroveň otevírání	úroveň zavírání
10	0,18	0,17	0,17	0,15
20	0,19	0,20	0,18	0,17
30	0,21	0,23	0,15	0,15

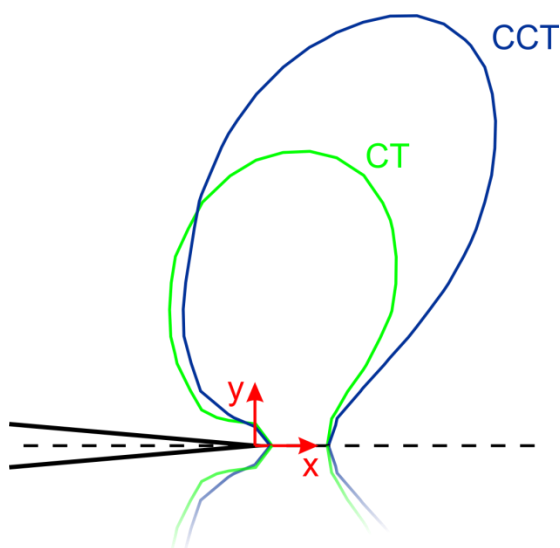


obr. 27: Porovnání úrovní otevírání a zavírání v závislosti na K-faktoru

Graf na obr. 27 nelze vykládat tak, že by uvedené úrovně otevírání a zavírání trhliny přesně odpovídaly uvedeným ΔK . Jak vyplývá z popisované metodiky, ΔK na vodorovné ose představuje vždy pouze počátek šíření trhliny v daném případě.

Vypočtené hodnoty úrovní otevírání a zavírání u CCT vzorku vykazují růst spolu se zvyšujícím se zatížením. Na hodnotách u CT vzorku není žádný pozorovatelný trend. Je možné spekulovat o existenci určitého maxima úrovní otevírání a zavírání trhliny u CT vzorku v rozmezí zkoumaných zatížení. Uvedené hodnoty se k sobě u porovnávaných vzorků pro nižší ΔK blíží, naopak největší rozdíl je při nejvyšší úrovni zatížení – $\Delta K = 30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$.

Dále lze pozorovat, že úrovně otevírání i zavírání CT vzorku jsou mírně nižší než CCT vzorku. Tento jev je zřejmě způsoben tím, že CT vzorek má při stejném faktoru intenzity napětí menší plastickou oblast. Porovnání plastických zón při stejném K-faktoru je na obr. 28.



obr. 28: Porovnání plastických zón

Menší plastická oblast znamená menší oblast ovlivněnou plastickou deformací a tím i menší zbytková napětí, která trhlínu zavírají. Významnější závislost úrovní otevírání a zavírání trhliny na geometrii vzorku však z vypočtených dat nelze pozorovat. Aby se případná závislost více projevila, bylo by třeba provést více výpočtů pro různá zatížení.

Výsledné úrovně otevírání a zavírání trhliny byly rovněž konfrontovány s T-napětím. T-napětí se spolu s K-faktorem používá v dvouparametrové lomové mechanice pro přesnější popis napjatosti v okolí kořene trhliny. T-napětí odpovídá druhému členu Williamsova rozvoje a promítá se do něj constraint před čelem trhliny. Hladina constr-

intu vyjadřuje stísnění před čelem trhliny a citlivě reaguje na změnu zkušebního tělesa. T-napětí tedy současně popisuje i vliv geometrie tělesa. [7]

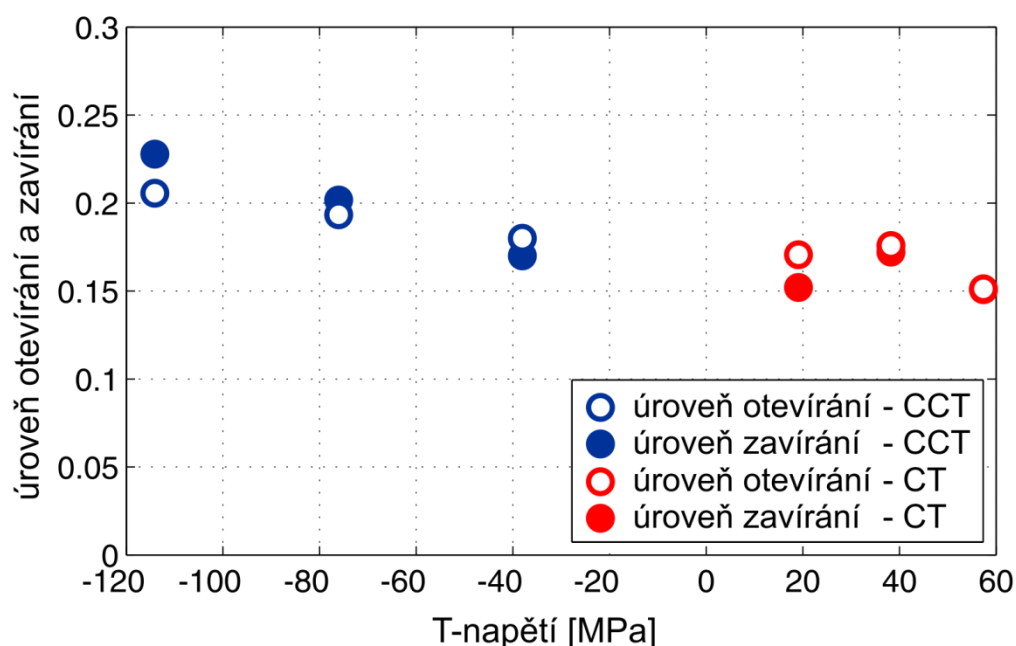
U CCT i CT vzorku lze T-napětí vypočíst ze vztahu uvedeného v [7]:

$$B = \frac{T\sqrt{\pi a}}{K_I}, \quad (16)$$

kde hodnoty B (parametr biaxiality napětí) odpovídající poměru a/w byly odečteny z tabulky pro CCT vzorek popřípadě CT vzorek. Na základě vztahu (16) byla spočítána T-napětí pro všechny uvažované případy. Vypočtená T-napětí jsou předložena v následující tabulce.

tab. 7: T-napětí

ΔK [MPa·m ^{1/2}]	CCT vzorek	CT vzorek
	T-napětí [MPa]	T-napětí [MPa]
10	-38	19
20	-76	38
30	-114	57



obr. 29: Porovnání úrovní otevírání a zavírání v závislosti na T-napětí

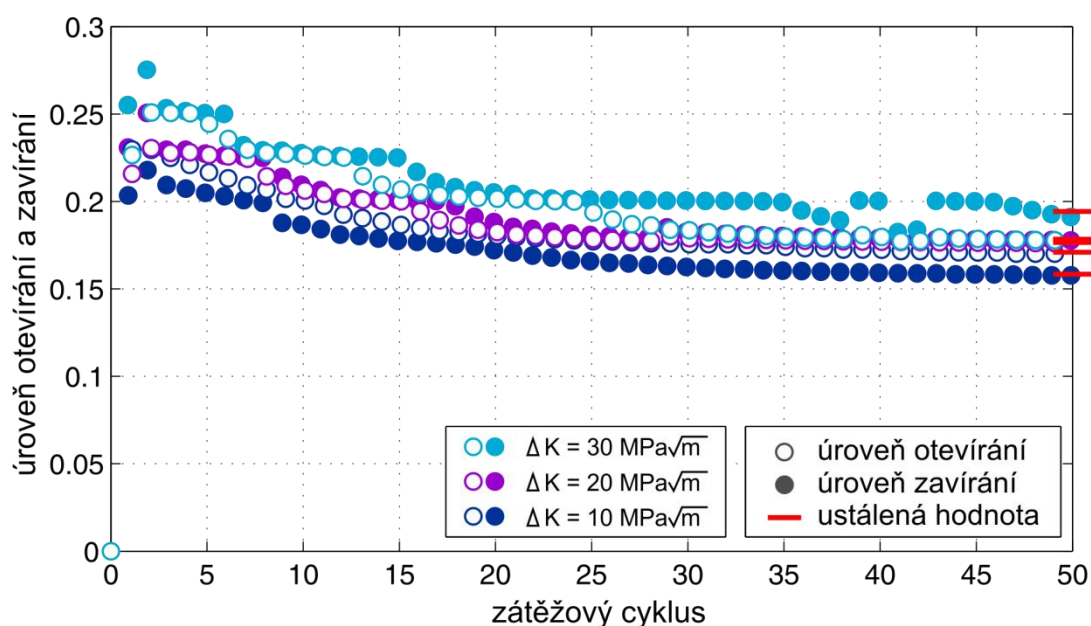
Na grafu vypočtených úrovní otevírání a zavírání trhliny vynesných v závislosti na T-napětí (obr. 29) lze pozorovat vyšší hodnoty u vzorků s nízkým T-napětím a větší plastickou oblastí. U CCT vzorku dochází k rovnoměrnému poklesu úrovní jak otevírá-

ní, tak i zavírání trhliny. U hodnot CT vzorku opět není možné ze získaných hodnot určit jednoznačný trend. Stejně jako na grafu na obr. 27 je vidět závislost hodnot na zatížení.

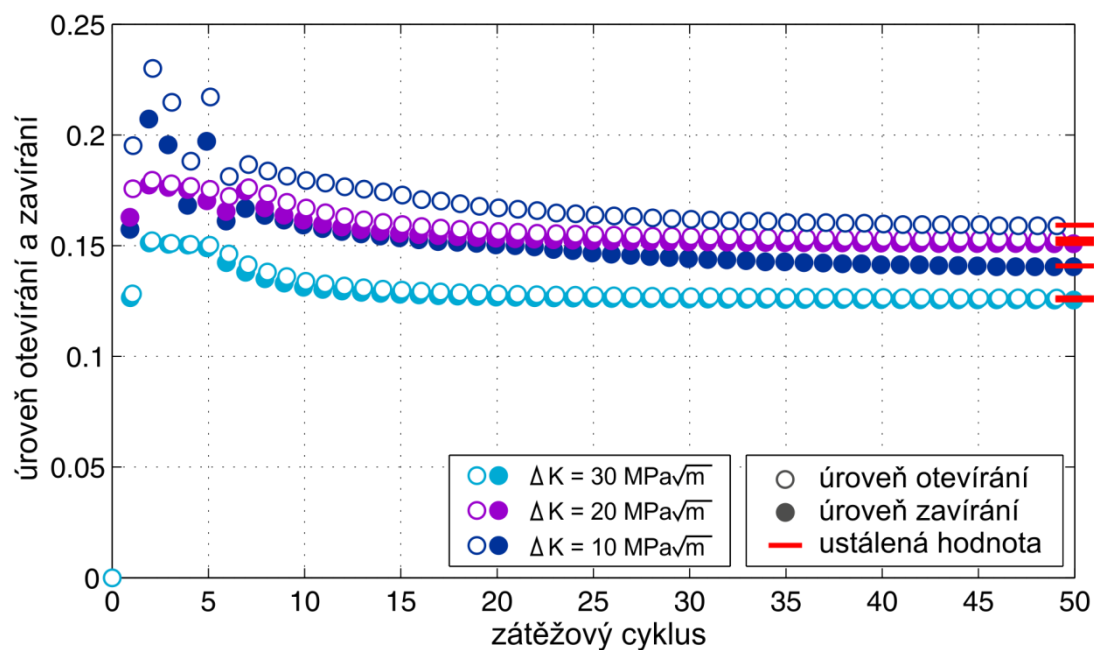
Dále byly vyhodnoceny výsledky modifikované metodiky určování úrovní otevírání a zavírání trhliny (viz konec kapitoly 3.3), kdy je udržován konstantní maximální faktor intenzity napětí po celou dobu šíření trhliny. U těchto modelů byly opět odečítány otevírací a zavírací napětí, popřípadě síly. Tyto hodnoty byly poté přepočteny na úrovně otevírání a zavírání jako poměr otevíracího a zavíracího napětí, popřípadě sil, ku maximální zátěži v každém jednotlivém cyklu. Ustálené hodnoty těchto úrovní byly stanoveny podobně jako u předchozích modelů. Graf na obr. 30 ukazuje úrovně otevírání a zavírání trhliny na modelu CCT vzorku spolu s vyznačenými ustálenými hodnotami. Graf na obr. 31 potom představuje totéž u modelu CT vzorku.

tab. 8: Úrovně otevírání a zavírání při modifikovaném výpočtu s konstantním ΔK

ΔK [MPa·m ^{1/2}]	CCT vzorek		CT vzorek	
	úroveň otevírání	úroveň zavírání	úroveň otevírání	úroveň zavírání
10	0,17	0,16	0,16	0,14
20	0,18	0,18	0,15	0,15
30	0,18	0,19	0,13	0,13

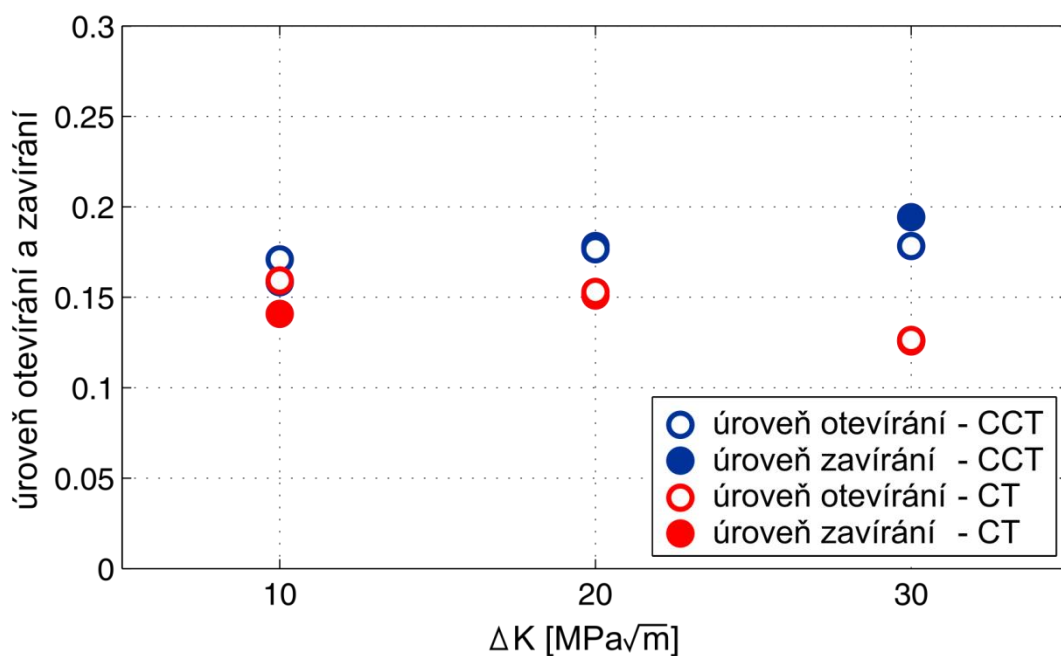


obr. 30: Úrovně otevírání a zavírání – CCT vzorek; konstantním ΔK během šíření



obr. 31: Úrovně otevírání a zavírání – CT vzorek; konstantní ΔK během šíření

Na obou grafech je patrné ustálení hledaných hodnot. Tabulka č. 8 shrnuje ustálené hodnoty získané touto metodikou. Úrovně otevírání a zavírání stanovené metodikou udržující konstantní ΔK po celou dobu šíření trhliny jsou vyneseny do grafu na obr. 32 v závislosti na ΔK .



obr. 32: Porovnání úrovní otevírání a zavírání v závislosti na ΔK ; konstantní ΔK během šíření

Na tomto grafu již uvedené úrovně otevírání a zavírání trhliny odpovídají ΔK , nad nimiž jsou vyneseny, neboť tyto ΔK byly drženy konstantní po celou dobu šíření trhliny v každém jednotlivém případě. Přestože došlo k ustálení opět až po určitém počtu cyklů, ustálené hodnoty odpovídaly danému ΔK . Graf má tudíž lepší vypovídací hodnotu. Lze si všimnout, že se tyto výsledky podobají výsledkům na obr. 27. Hodnoty jsou však o něco nižší než hodnoty vypočtené původní metodikou. To je způsobeno tím, že v původní metodice během šíření trhliny vzrostl spolu s délkou trhliny i K-faktor. Ustálené hodnoty tedy byly odčítány při vyšších K-faktorech, než byly ty původní. Největší rozdíl se v tomto smyslu projevil u největších úrovní zatížení, neboť měly i největší přírůstek trhliny da . Naopak u $\Delta K = 10 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ je tento rozdíl zanedbatelný.

Jak již bylo naznačeno, celkově vypočtená data neprokazují, že by geometrie vzorku měla velký vliv na úroveň otevírání a zavírání trhliny. Nicméně úroveň zavíracího napětí je mírně vyšší u vzorku s centrální trhlinou, který má v porovnání s CT vzorkem větší plastickou zónu. Aby bylo možné podrobně analyzovat rozdíly mezi jednotlivými tělesy, bylo by třeba spočítat větší množství představených výpočtů při různých úrovních zatížení. To ovšem náročností na výpočtový čas přesahuje rámec této práce.

5 Závěr

Tato práce je zaměřena na určování úrovně zavírání trhliny způsobeného plasticitou na numerických modelech únavových vzorků. V první části práce byl vypracován stručný teoretický přehled dané látky vycházející z odborné literatury. Byla popsána lomová mechanika, za ní následovala únava a nakonec byl představen jev zavírání trhliny spolu s popisem jednotlivých typů zavírání. Teoretický úvod práce zprostředkovává čtenáři základní vhled do problematiky a umožňuje lepší orientaci a chápání souvislostí ve zbytku práce.

Druhá část práce se zabývá tvorbou a popisem metodiky schopné porovnání vlivu geometrie vzorku na úroveň zavírání trhliny. Tato metodika byla založena na numerickém modelování pomocí metody konečných prvků s využitím programovacího jazyka APDL programu Ansys. Následné zpracování hodnot probíhalo v programu Matlab. První popisovaný model byl navržen podle uznávaných odborníků v této oblasti (Skinner, Newman), aby bylo možné porovnáním vlastních výsledků s jejich publikovanými výsledky prohlásit metodiku za platnou. Výsledky spolu dostatečně dobře korelovaly. Dalším splněným cílem bylo vytvoření vhodného nelineárního materiálového modelu konkrétního moderního materiálu – oceli EUROFER 97. S využitím multilineárního modelu se podařilo dobře vystihnout chování tohoto materiálu během cyklického zatěžování, což bylo ověřeno porovnáním hysterezních smyček a cyklické křivky napětí-přetvoření. Poté následovala tvorba modelů s vlastní geometrií. Jednalo se o 2D modely dvou únavových vzorků, konkrétně CCT a CT vzorků, s šířící se trhlinou. U obou vzorků byly určeny úrovně otevírání a zavírání trhliny při třech různých úrovních působící tahové zátěže s konstantní amplitudou.

Vyhodnocení výsledků ukázalo, že ze získaných hodnot nelze vyvozovat významný vliv geometrie vzorku na zavírání trhliny. Dále byla vypracována modifikace této metodiky, při níž celý proces šíření trhliny probíhá při konstantním ΔK . Výsledky získané touto metodikou odpovídaly původním výsledkům. Přestože nebylo možné z nich určit přesnější závěry než ty získané původní metodikou, zvýšily přesnost interpretace vypočtených hodnot. Všechny cíle práce tedy byly splněny. Porovnání s experimentálně určenými daty nebylo možné provést, neboť ještě nebyly k dispozici.

Význam práce spočívá ve vytvoření funkční numerické metodiky schopné simulovat šíření trhliny a odečítání úrovně otevírání a zavírání trhliny. Vytvořená makra jsou vhodná ke snadné editaci. Tím dává práce prostor k dalšímu zkoumání dané problema-

tiky s možností na tuto práci přímo navázat. Pro další výzkum by bylo přínosné provést větší množství již představených výpočtů při různých zatíženích, zkoumat vliv velikosti přírůstku trhliny během šíření na tuto metodiku či experimentovat s vlivem materiálového modelu na hledané hodnoty. Vytvořená makra spolu s dalšími doplňkovými materiály jsou k dispozici na přiloženém CD.

Seznam použitých zdrojů

- [1] ANDERSON, T. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. 3rd ed. Boca Raton: Taylor, c2005, 621 s. ISBN 08-493-1656-1.
- [2] ANSYS INC. *ANSYS 13.0 Help*. 2012.
- [3] DOUGHERTY, J.D., J. PADOVAN a T.S. SRIVATSAN. 1997. Fatigue crack propagation and closure behavior of modified 1070 steel: Finite element study. *Engineering Fracture Mechanics*. 56(2): 227-227-13. DOI: 10.2172/4059538.
- [4] ELBER, W. 1970. Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engineering Fracture Mechanics*. 2(1): 37-45. DOI: 10.1016/0013-7944(70)90028-7. ISSN 00137944. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0013794470900287>
- [5] KLESNIL, Mirko. *Šíření únavových trhlin v oceli*. Praha, 1973, 92 s. 509-21-872.
- [6] KLESNIL, Mirko a Petr LUKÁŠ. *Fatigue of metallic materials*. 3. vyd. Praha: Academia, 1992. ISBN 80-200-0314-2.
- [7] KNĚSL, Zdeněk a Karel BEDNÁŘ. *Dvoupárametrová lomová mechanika: výpočet parametrů a jejich hodnoty = Two parameter fracture mechanics = calculation of parameters and their values*. Brno: Ústav fyziky materiálů AV ČR, 1997, 48 s.
- [8] KUBĚNA, I. *Early stages of fatigue damage of steels for fusion energetics*. Brno: University of Technology Brno, Faculty of mechanical engineering, 2012. 130 p. Supervisor: Prof. Mgr. Tomáš Kruml, CSc, Supervisor–specialist: Ass.–Prof. Ing. Libor Pantělejev, PhD.
- [9] LAUSCHMANN, Hynek. *Mezní stavy I: únava materiálu*. Vyd. 2., přeprac. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2007, 71 s. ISBN 978-80-01-03671-6.
- [10] MURAKAMI, Y. *Stress intensity factors handbook*. 1st ed. New York: Pergamon, 1987, 2 v. (xlix, 1456, 8 p.). ISBN 0080348092.
- [11] NEWMAN, J. C., Jr. A Finite-Element Analysis of Fatigue Crack Closure, *Mechanics of Crack Growth*, ASTM STP 590, American Society for Testing and Materials, 1976, s. 281-301.
- [12] NEWMAN, J. C., Jr. *A Finite-element Analysis of Fatigue Crack Closure*. NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia: Eighth National Symposi-

- um on Fracture Mechanics, 1974, 32 s. Dostupné z:
<http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19740024240.pdf>
- [13] ONDRÁČEK, E., J. VRBKA, P. JANÍČEK a J. BURŠA. *Mechanika těles: pružnost a pevnost*. 4. přeprac. vyd. Brno: CERM, 2006, 262 s. ISBN 80-214-3260-8.
 - [14] RITCHIE, R. O. Mechanism of fatigue-crack propagation in ductile and brittle solids. *International Journal of Fracture*. 1999, roč. 100, č. 1, s. 55-83.
 - [15] SINGH, Konjengbam Darunkumar, Matthew Roger PARRY a Ian SINCLAIR. 2011. A short summary on finite element modelling of fatigue crack closure. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 25(12): 3015-3024. DOI: 10.1007/s12206-011-0826-9. ISSN 1738-494x. Dostupné z:
<http://link.springer.com/10.1007/s12206-011-0826-9>
 - [16] SKINNER, Jeffrey David. *Finite element predictions of plasticity-induced crack closure in three-dimensional cracked geometries*. Oxford (Mississippi, USA), 2001. Master's thesis. Mississippi State University. Vedoucí práce Steven R. Daniewicz.
 - [17] SOLANKI, Kiran, S.R. DANIEWICZ a J.C. NEWMAN. 2004. Finite element analysis of plasticity-induced fatigue crack closure: an overview. *Engineering Fracture Mechanics*. 71(2): 149-171. DOI: 10.1016/S0013-7944(03)00099-7. ISSN 00137944. Dostupné z:
<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0013794403000997>
 - [18] SURESH, S. *Fatigue of materials*. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 1998, 679 s. ISBN-10 0-521-57847-7.
 - [19] SURESH, S. a R. O. RITCHIE. 1982. A geometric model for fatigue crack closure induced by fracture surface roughness. *Metallurgical Transactions A*. 1982, vol. 13, issue 9, s. 1627-1631.
DOI: 10.1007/BF02644803.
Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1007/BF02644803>
 - [20] TREBUŇA, František, Vladimír JURICA a František ŠIMČÁK. *Pružnost' a pevnost' II*. Vyd. 1. Košice: Viena, 2000, 318 s. Edícia vedeckej a odbornej literatúry. ISBN 80-709-9478-9.
 - [21] VLK, Miloš a Zdeněk FLORIAN. *Mezní stavy a spolehlivost*. Brno: VUT Brno, 2007, 235 s.
Dostupné z: <http://www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf>

Seznam použitých symbolů a zkratek

a	[mm]	délka trhliny
da	[mm]	přírůstek trhliny
f_I	[-]	tvarová funkce
h	[mm]	rozměr vzorku
m	[-]	konstanta Paris-Erdoganova vztahu
r_p	[mm]	poloměr plastické oblasti
t	[mm]	tloušťka
v_T	[mm/cyklus]	rychlost šíření trhliny
w	[mm]	charakteristický rozměr tělesa
x,y	[mm]	souřadnice kartézského systému
APDL		programovací jazyk programu ansys – Ansys parametric design language
B	[-]	parametr biaxiality
C	[-]	konstanta Paris-Erdoganova vztahu
CCT		vzorek s centrální trhlinou určený pro únavovou zkoušku – center cracked plate tension specimen
CT		vzorek s bočním vrubem určený pro únavovou zkoušku – compact tension specimen
E	[MPa]	Youngův modul pružnosti
EPLM		elasto-plastická lomová mechanika
F	[N]	síla
F_{cl}	[N]	zavírací síla
F_{max}	[N]	maximální síla
F_{min}	[N]	minimální síla
F_{op}	[N]	otevírací síla
K	[MPa·m ^{1/2}]	faktor intenzity napětí
K_C	[MPa·m ^{1/2}]	kritická hodnota faktoru intenzity napětí
K_{cl}	[MPa·m ^{1/2}]	faktor intenzity napětí při zavření trhliny
K_{eff}	[MPa·m ^{1/2}]	efektivní faktor intenzity napětí
K_I, K_{II}, K_{III}	[MPa·m ^{1/2}]	faktor intenzity napětí v módu I,II,III, retrospektivně
K_{IC}	[MPa·m ^{1/2}]	lomová houževnatost

K_{max}	[MPa·m ^{1/2}]	maximální faktor intenzity napětí
K_{min}	[MPa·m ^{1/2}]	minimální faktor intenzity napětí
K_{op}	[MPa·m ^{1/2}]	faktor intenzity napětí při otevření trhliny
K_{th}	[MPa·m ^{1/2}]	prahový faktor intenzity napětí
LELM		lineárně elastická lomová mechanika
N	[-]	počet cyklů
R	[-]	koeficient nesouměrnosti kmitu
T	[MPa]	T-napětí
UX	[mm]	posuv ve směru osy x
UY	[mm]	posuv ve směru osy y
Y	[-]	tvarová funkce
α	[-]	poměr délky trhliny a charakteristického rozměru vzorku
α_p	[-]	konstanta ve vztahu pro výpočet poloměru plastické oblasti
ε	[-]	přetvoření
σ	[MPa]	napětí
σ_a	[MPa]	amplituda napětí
σ_{cl}	[MPa]	zavírací napětí
σ_K	[MPa]	mez kluzu materiálu
σ_m	[MPa]	střední napětí
σ_{max}	[MPa]	maximální napětí
σ_{min}	[MPa]	minimální napětí
σ_{op}	[MPa]	otevírací napětí
$\Delta\sigma$	[MPa]	rozkmit napětí

Seznam obrázků

<i>obr. 1: Teoretický průběh napětí před čelem trhliny (podle [1])</i>	18
<i>obr. 2: Zatěžovací módy (podle [21])</i>	19
<i>obr. 3: Porovnání reálné plastické zóny a Irwinovy aproximace</i>	20
<i>obr. 4: Typický cyklický zátěžový cyklus (podle[13])</i>	21
<i>obr. 5: Saturované hysterezní smyčky s určením cyklické křivky napětí – přetvoření (podle [6])</i>	22
<i>obr. 6: Cyklické změkčování a cyklické zpevňování (podle [6])</i>	23
<i>obr. 7: Závislost rychlosti šíření trhliny na ΔK (podle [18])</i>	24
<i>obr. 8: Efektivní ΔK (podle [16])</i>	25
<i>obr. 9: Schematické znázornění mechanismů zavírání trhliny (podle [18])</i>	27
<i>obr. 10: Schéma trhliny zavírané díky plasticitě (podle [16])</i>	28
<i>obr. 11: Schéma CCT vzorku (a) a využití symetrie (b)</i>	32
<i>obr. 12: Bilineární, elastický, dokonale plastický materiálový model [16]</i>	32
<i>obr. 13: Lineární čtyř-uzlový 2D prvek [2]</i>	33
<i>obr. 14: Síť modelu CCT vzorku (a) a detail okolí kořene trhliny (b)</i>	34
<i>obr. 15: Schéma odčítání otevíracího napětí</i>	35
<i>obr. 16: Citlivostní analýza na mezikroky</i>	37
<i>obr. 17: Porovnání otevíracích napětí</i>	37
<i>obr. 18: Porovnání hysterezních křivek materiálového modelu a experimentálně určených</i>	39
<i>obr. 19: Multilineární materiálový model</i>	39
<i>obr. 20: Schéma CT vzorku (a) a využití symetrie (b)</i>	42
<i>obr. 21: Síť modelu CT vzorku (a) a detail okolí kořene trhliny (b)</i>	44
<i>obr. 22: Otevírací a zavírací napětí – CCT vzorek, $\Delta K = 20 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$</i>	45
<i>obr. 23: Otevírací a zavírací napětí – CCT vzorek</i>	45
<i>obr. 24: Otevírací a zavírací síly – CT vzorek, $\Delta K = 20 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$</i>	46
<i>obr. 25: Otevírací a zavírací síly – CT vzorek</i>	46
<i>obr. 26: Průběh K-faktoru v závislosti na délce trhliny</i>	47
<i>obr. 27: Porovnání úrovně otevírání a zavírání v závislosti na K-faktoru</i>	48
<i>obr. 28: Porovnání plastických zón</i>	49
<i>obr. 29: Porovnání úrovně otevírání a zavírání v závislosti na T-napětí</i>	50
<i>obr. 30: Úrovně otevírání a zavírání – CCT vzorek; konstantním ΔK během šíření</i>	51

<i>obr. 31: Úrovně otevírání a zavírání – CT vzorek; konstantní ΔK během šíření.....</i>	52
<i>obr. 32: Porovnání úrovní otevírání a zavírání v závislosti na ΔK; konstantní ΔK během šíření.....</i>	52

Seznam tabulek

tab. 1: EUROFER 97 - chemické složení v hmotnostních zlomcích [8].....	38
tab. 2: Zatížení CCT vzorku	40
tab. 3: Přírůstky d_a a poloměry plastických zón r_p	41
tab. 4: Zatížení CT vzorku.....	43
tab. 5: Otevírací a zavírací napětí popř. síly	47
tab. 6: Úrovně otevírání a zavírání	48
tab. 7: T-napětí.....	50
tab. 8: Úrovně otevírání a zavírání při modifikovaném výpočtu s konstantním ΔK	51

Seznam příloh

- **Příloha 1** – Vzorové makro
- **Příloha 2** – CD obsahující elektronickou verzi práce v PDF, použitá makra pro Ansys a vyhodnocovací skripty pro Matlab

Příloha 1 – Vzorové makro

Na ukázkou je uvedeno vzorové makro v jazyce APDL. Jedná se o výpočetní model simulující šíření trhliny na CCT vzorku při $\Delta K = 20 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ po celou dobu šíření trhliny. Výstupem výpočtu jsou soubory, z nichž lze určit úroveň otevírání a zavírání trhliny.

```
! CCT vzorek při K = 20 MPa*m^0.5 po celou dobu šíření trhliny

FINISH
/CLEAR,NOSTART
/config,nres,10000

! Materialové parametry
E = 207000 ! Youngův modul pružnosti [MPa]
mu = 0.3 ! Poissonovo číslo

! Rozměry a dělení vzorku
w1 = 50 ! rozměr w [mm]
h = 150 ! rozměr h [mm]
a1 = 25 ! délka trhliny [mm]
a = a1*0.001 ! celková délka trhliny [m]
w = w1*0.001 ! rozměr w [m]

da = 0.031 ! přírůstek za cyklus [mm]
xda = 80 ! počet prvků ve směru x nejjemnější plochy
yda = 40 ! počet prvků ve směru y nejjemnější plochy
mezi = 0.2 ! hranice mezi dalšími oblastmi

! Zátěžové cykly
pccelk = 50 ! počet cyklů
pc = 3*pccelk ! celkový počet loadstepů
sub = 40 ! počet substepů
sub2 = 5 ! počet substepů při uvolňování nodu - LS 2
pocsub = pccelk*(2*sub+sub2) ! celkový počet substepů

! Volba prvků
/PREP7
ET,1,PLANE182
KEYOPT,1,3,2

ET,4,169 ! TARGET PRVKY
ET,5,172 ! CONTACT PRVKY

MP,EX,1,E
MP,PRXY,1,mu

! Materiál
TB,KINH,1,1,5,0
TBTEMP,0

TBPT,,0.0014,289.8
TBPT,,0.001796,360
TBPT,,0.002,380
TBPT,,0.003014,427
```

TBPT,,0.003987,453

! Geometrie

! Keypointy

K,1,0,0

K,2,da*xda,0

K,3,da*xda,da*yda

K,4,0,da*yda

K,5,-da*xda/2,da*yda

K,6,-da*xda/2,0

K,7,(w1-a1-xda*da)*mezi+xda*da,0

K,8,(w1-a1-xda*da)*mezi+xda*da,(a1-yda*da)*mezi+yda*da

K,9,0,(a1-yda*da)*mezi+yda*da

K,10,(-a1+xda*0.5*da)*mezi-xda*0.5*da,(a1-yda*da)*mezi+yda*da

K,11,(-a1+xda*0.5*da)*mezi-xda*0.5*da,0

K,12,w1-a1,0

K,13,w1-a1,a1

K,14,0,a1

K,15,-a1,a1

K,16,-a1,0

K,17,-a1,2*a1

K,18,0,2*a1

K,19,w1-a1,2*a1

K,20,-a1,h

K,21,0,h

K,22,w1-a1,h

! Linky

L,1,2

L,6,1

L,1,4

L,2,3

L,6,5

L,4,3

L,4,5

L,2,7

L,4,9

L,11,6

L,7,8

L,9,8

L,9,10

L,11,10

L,16,11

L,9,14

L,7,12

L,12,13

L,14,13

L,14,15

L,15,16

L,14,18

L,15,17

L,13,19

L,17,18

L,18,19

L,17,20

```
L,18,21
L,19,22
L,20,21
L,21,22
```

! Plochy

```
AL,1,3,4,6
AL,2,3,5,7
AL,4,6,8,9,11,12
AL,5,7,9,10,13,14
AL,13,14,15,16,20,21
AL,11,12,16,17,18,19
AL,20,22,23,25
AL,19,22,24,26
AL,25,27,28,30
AL,26,28,29,31
```

! Dělení linek

```
LESIZE,1,,,xda
LESIZE,2,,,0.5*xda
LESIZE,3,,,yda
LESIZE,4,,,yda
LESIZE,5,,,yda
LESIZE,6,,,xda
LESIZE,7,,,0.5*xda
```

```
LESIZE,8,,,24,24
LESIZE,9,,,24,24
LESIZE,10,,,24,1/24
LESIZE,11,,,32
LESIZE,12,,,32
LESIZE,13,,,32
LESIZE,14,,,32
```

```
LESIZE,15,,,16,1/16
LESIZE,16,,,16,16
LESIZE,17,,,16,16
LESIZE,18,,,16
LESIZE,19,,,16
LESIZE,20,,,16
LESIZE,21,,,16
```

```
LESIZE,22,,,8,2
LESIZE,23,,,8,2
LESIZE,24,,,8,2
```

```
LESIZE,25,,,4
LESIZE,26,,,4
LESIZE,27,,,10
LESIZE,28,,,10
LESIZE,29,,,10
LESIZE,30,,,4
LESIZE,31,,,4
```

```
LCCAT,11,12
LCCAT,14,13
LCCAT,18,19
LCCAT,20,21
```

! Mesh

```

AMESH,1,10

! Kontaktní pár
! Target
K,5001,-a1*1.5,0
K,5002,w1-a1,0

L,5002,5001
LESIZE,36,,,100

LSEL,S,,,36
TYPE,4
LMESH,ALL
ALLSEL,ALL

! Contact
LSEL,S,,,1
LSEL,A,,,2
LSEL,A,,,8
LSEL,A,,,10
LSEL,A,,,15
LSEL,A,,,17
TYPE,5
LMESH,ALL
ALLSEL,ALL

! Nastavení loadstepů a řešení
/SOL
rust = 1

*DO,i,1,pc,1
ANTYPE,0
NLGEOM,1
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
TIME,i

! Výpočet zátěže pro daný cyklus
alfa = a/w
pi2 = 3.1415926535897932384626433832795028841971
fi = (1/cos(0.5*alfa*pi2))**(0.5)
nap1 = 20/((pi2*a)**0.5*fi)

zb = mod(i,3)
*IF,zb,EQ,1,THEN                                ! loadstep s nárůstem zátěže
    nap = nap1
    NSUBST,sub,sub,sub

*ELSEIF,zb,EQ,2,THEN                              ! loadstep s šířením trhliny
    nap = nap1
    rust = rust+1
    a = a+da*0.001
    NSUBST,sub2,sub2,sub2

*ELSE                                              ! loadstep s úbytkem zátěže
    nap = 0
    NSUBST,sub,sub,sub
*ENDIF

! Vazby
NSEL,S,LOC,X,-a1

```

```

D,ALL,UX,0
ALLSEL,ALL

ASEL,S,AREA,,1
ASEL,A,AREA,,2
ASEL,A,AREA,,3
ASEL,A,AREA,,4
ASEL,A,AREA,,5
ASEL,A,AREA,,6
NSLA,S,1
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,X,(rust-1)*da,(w1-a1)+0.1
D,ALL,UY,0
ALLSEL,ALL

! Zátěž
NSEL,S,LOC,Y,h,h+0.1
SF,ALL,PRES,-nap
ALLSEL,ALL

LSWRITE,i
DDELE,ALL
*ENDDO

! Řešení
/SOL
LSSOLVE,1,pc,1

! Zápis výsledků
/POST1
*DIM,zatez,ARRAY,pocsub,1
*DIM,deformace,ARRAY,pocsub,1
*DIM,nody,ARRAY,pocsub,1

m=-1
*DO,j,1,pc,1
ls = j

zb2 = mod(j,3)
*IF,zb2,EQ,1,THEN                                ! loadstep s nárůstem zátěže
    m = m
    n = sub
    n2 = 0
*ELSEIF,zb2,EQ,2,THEN                                ! loadstep s šířením trhliny
    m = m+1
    n = sub2
    n2 = sub
*ELSEIF,zb2,EQ,0,THEN                                ! loadstep s úbytkem zátěže
    m = m
    n = sub
    n2 = sub2+sub
*ELSE
*ENDIF

*DO,k,1,n,1
SET,ls,k

NSEL,S,LOC,Y,h,h+0.1
*GET,cisl,NODE,0,NUM,MAX
*GET,SigY,NODE,cisl,S,Y
allsel,all

```

```

ASEL,S,AREA,,1
ASEL,A,AREA,,2
ASEL,A,AREA,,3
ASEL,A,AREA,,4
ASEL,A,AREA,,5
ASEL,A,AREA,,6
NSLA,S,1
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,X,m*da
*GET,cislo,NODE,0,NUM,MAX
*GET,DEF,NODE,cislo,U,Y
allsel,all

n1=((j-1) - mod(j-1,3))/3           ! celočíselný počet proběhlých cyklů

nody(n1*(2*sub+sub2)+n2+k,1)=cislo
zatez(n1*(2*sub+sub2)+n2+k,1)=SigY
deformace(n1*(2*sub+sub2)+n2+k,1)=DEF

*ENDDO
*ENDDO

! Zápis výsledků do souborů
/PREP7

! Zatěžující napětí
filename='zatez'
*CFOPEN,%filename%, 'dat'
*VWRITE,zatez(1)
(F15.7)
*CFCLOS

! Posuvy ve směru y
filename='deformace'
*CFOPEN,%filename%, 'dat'
*VWRITE,deformace(1)
(F15.7)
*CFCLOS

! Čísla uzlů, na nichž jsou posuvy odčítány
filename='nody'
*CFOPEN,%filename%, 'dat'
*VWRITE,nody(1)
(F15.0)
*CFCLOS

```