VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA CHEMICKÁ

ÚSTAV CHEMIE MATERIÁLŮ

FACULTY OF CHEMISTRY

INSTITUTE OF MATERIALS SCIENCE

PŘISÁVÁNÍ PLYNŮ DO PROUDÍCÍ KAPALINY.

INDUCED SIPHONAGE OF AIR INTO THE FLOWING FLUID.

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE Ing. Bc. JIŘÍ MATLÁK

AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE doc. Ing. TOMÁŠ SVĚRÁK, CSc.

SUPERVISOR

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně
Fakulta chemická
Purkyňova 464/118, 61200 Brno 12

Zadání diplomové práce

Číslo diplomové práce:	**FCH-DIP0772/2013**	Akademický rok:	**2013/2014**
Ústav:	Ústav chemie materiálů		
Student(ka):	**Ing. Bc. Jiří Matlák**		
Studijní program:	Chemie, technologie a vlastnosti materiálů (N2820)		
Studijní obor:	Chemie, technologie a vlastnosti materiálů (2808T016)		
Vedoucí práce	**doc. Ing. Tomáš Svěrák, CSc.**		
Konzultanti:			

Název diplomové práce:

Přisávání plynů do proudící kapaliny.

Zadání diplomové práce:

1) Literární rešerše procesu přisávání plynu do proudící kapaliny a tvorby sacího víru
2) Vytvoření matematického aparátu pro stanovení hloubky sacího víru na hydrodynamických podmínkách pohybu kapaliny
3) Podílet se na návrhu a realizaci vyhodnocování hydrodynamických podmínek tvorby sacího víru na experimentálním zařízení v laboratoři Chemického inženýrství FCH.
4) Vypracování metodiky měření tvorby sacího víru pro potřeby Praktik z Chemického inženýrství FCH VUT v Brně.

Termín odevzdání diplomové práce: 9.5.2014

Diplomová práce se odevzdává v děkanem stanoveném počtu exemplářů na sekretariát ústavu a v elektronické formě vedoucímu diplomové práce. Toto zadání je přílohou diplomové práce.

- -	- -	- -
Ing. Bc. Jiří Matlák Student(ka)	doc. Ing. Tomáš Svěrák, CSc. Vedoucí práce	prof. RNDr. Josef Jančář, CSc. Ředitel ústavu

V Brně, dne 31.1.2014

- -
prof. Ing. Jaromír Havlica, DrSc.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Cílem této práce je prohloubit poznatky v oblasti vypouštění tekutin z nádoby s volnou hladinou výtokovým otvorem definovaného tvaru. V závislosti na výchozích podmínkách systému dochází k postupnému vytváření úplného sacího víru, jenž způsobuje přisávání plynů do výtokového otvoru. Nejprve jsou popisovány základní zákonitosti panující v kapalinách s přihlédnutím na víření. Dále jsou uvedeny základní modely popisující víry a poté následuje dělení vírů podle intenzity cirkulace. V praktické části jsou hledány možnosti predikce výšky volné hladiny, při které dochází v daném systému k vytvoření víru, v závislosti na velikosti výpustního otvoru.

ABSTRACT

The aim of this diploma thesis is to deepen the knowledge in the field of drain liquid from vessel with free surface due to the effluent jet with defined profile. Formation of complete suction vortex is taken place gradually depending on the starting conditions. In the diploma thesis basic relations in liquids considering whirl are described and the types of vortex are divided on the bases of circulation intensity. In the experimental part of diploma thesis the possibilities of liquid level prediction are searched for, where the whirl is formed depending on the size of effluent jet.

KLÍČOVÁ SLOVA

vírový pohyb, vír, sací vír, volný vír, modelová podobnost

KEYWORDS

vortex motion, vortex, suction vortex, free vortex, model conformity

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

MATLÁK, J. *Přisávání plynů do proudící kapaliny.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta chemická, 2014. XY s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Tomáš Svěrák, CSc.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a že veškeré použité literární zdroje jsem správně a úplně citoval. Diplomová práce je z hlediska obsahu majetkem Fakulty chemické VUT v Brně a může být využita ke komerčním účelům jen se souhlasem vedoucího diplomové práce a děkana FCH VUT.

V Brně dne 9. května 2014

……………………………………………..

Ing. Bc. Jiří Matlák

PODĚKOVÁNÍ

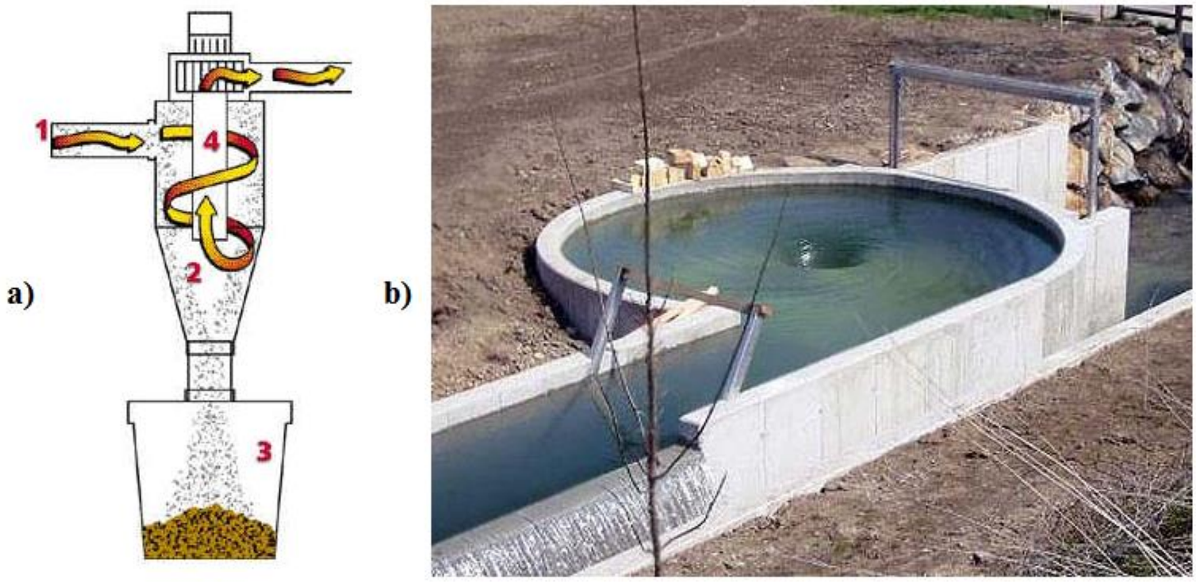
Rád bych poděkoval panu doc. Ing. Tomášovi Svěrákovi, CSc. za cenné připomínky a odborné rady, kterými přispěl k vypracování diplomové práce.

OBSAH:

1 ÚVOD A CÍLE PRÁCE

Vznik vířivého proudění při pohybu tekutin každý chápe jako běžný a známý fenomén. Člověk se s víry totiž setkává na každém kroku, i když ne pokaždé si to uvědomuje. Někdy se jedná o proces ve velmi malém měřítku, jako například víření za křídly létavého hmyzu. Ovšem naproti tomu existují víry o několik řádů větší, např. cirkulace v atmosféře, vodní proudy, nebo i formování galaxií, atp. Některé z vírových struktur mohou za příznivých podmínek dosáhnout i významné obvodové rychlosti, což jim poskytuje obrovské destruktivní schopnosti (tornáda, hurikány, aj.). Vírový pohyb má ale také pozitivní dopad na náš svět. Cirkulace atmosféry umožňuje střídání počasí, teplé a studené mořské proudy zásadně ovlivňují podnebí a tím i celý ekosystém.

Rostoucí míra poznání problematiky umožnila vyvinout mnoho technických aplikací, kde lze vírového pohybu pozitivně využít. Příkladem může být odstředivá separace částic, kdy dochází jednoduchým procesem k čištění tekutiny (Obr. 1.1a [1]), nebo gravitační vírová elektrárna použitelná v případech malého spádu vody (Obr. 1.1b [1]). Ovšem v jiných aplikacích může naopak výskyt vírového prohybu být nežádoucím. Typickým zástupcem jsou vodní turbíny, u kterých může docházet ke kavitaci – ději, kdy na částice vířící kapaliny působí dostatečná odstředivá síla, aby se v ose víru vyvinul podtlak rovný tlaku sytých par a tvorbě plynných bublin. Tento proces je zejména nebezpečný pro své spojení s tlakovými rázy, které zatěžují a namáhají celý systém, a také s kavitačním poškozením materiálu.



Obr. 1.1 Technické využití vírového pohybu: a) separátor částic; b) gravitační vírová elektrárna [1]

V teoretické části diplomové práce jsou rozebírány nejprve obecné zákonitosti spojené s pohybem tekutin a to s přihlédnutím na vířivý pohyb. Dále jsou popisovány vybrané základní typy modelů vírů, které popisují průběh rychlostí ve víru a jejich odlišnost od reálného průběhu. Zvláštní pozornost se věnuje vírům, jež se vytvářejí od hladiny kapaliny, neboť za určitých podmínek vznikem podtlaku v ose víru může docházet k přisávání plynů do kapaliny. Tento jev může být vnímán jak pozitivně, tak i negativně, jako např.

u čerpadel, kde přisáváním vzduchu dochází ke snížení průtoku kapaliny a tím i poklesu výkonu. Závěr teoretické části práce zavádí podobnostní kritéria, jež je možné využít při řešení úloh na modelech a reálných vodních dílech.

Experimentální část se věnuje povrchovým vírům, které se vytvářejí při vypouštění nádob otvorem ve dně. S ohledem na výchozí podmínky kapaliny je hledán vztah mezi velikostí výtoku a výšky hladiny, při které dochází ke vzniku sacího víru. Dále je snaha pomocí podobnostních kritérií nalézt možnosti předpovězení chování systému.

2 KINEMATIKA TEKUTIN

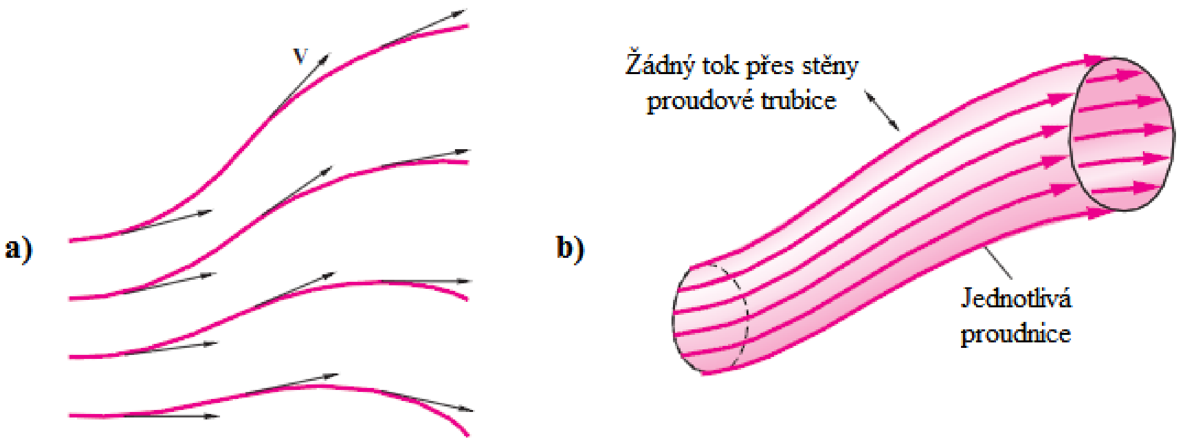
Pohyb reálných tekutin je velmi komplikovaný a řada problémů je jen obtížně numericky řešitelná a některé problémy doposud ani vyřešeny nejsou.

2.1 Proudnice a proudová trubice

Mechanický stav kapalin určuje pro daný okamžik určen hustotou ρ a rychlostí pohybu $\boldsymbol{v}$, jež jsou v obecném případě funkcí polohy a času. Protože pohyb tekutin je velmi složitý, není možné si vystačit pouze s obecnou mechanikou pro pohyb hmotného bodu. Protože není možné sledovat trajektorii jednotlivé částice obtížně rozlišitelné od ostatních, tak se zavádí pojem proudnice (2.1), kde je vektor rychlosti $\boldsymbol{v}$ vyjádřen pomocí tří nezávislých pravoúhlých průměrů rychlosti u, v, w, které jsou funkcí souřadnic x, y, z a času t. Jedná se o spojité křivky sledující směr proudění a jsou k nim tečné vektory rychlostí kapaliny, jak naznačuje Obr. 2.1a [2]. Proudnice se vzájemně nikdy nemohou křížit, protože by částice v místě křížení měla současně dva vektory rychlosti, což není možné. Vykreslením všech vektorů rychlostí v všech bodech uvažovaném prostoru vzniká rychlostní pole.

$$\frac{\mathrm{d}x}{u} = \frac{\mathrm{d}y}{v} = \frac{\mathrm{d}z}{w} \tag{2.1}$$

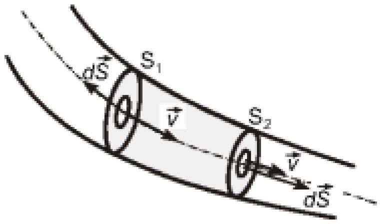
Všechny proudnice procházející plochou dS ohraničenou pomocí uzavřené křivky σ představují proudovou trubici (Obr. 2.1b [2]). Pláštěm této trubice nemůže protékat žádná tekutina, neboť by tak docházelo ke křížení proudnic.



Obr. 2.1 a) Proudnice je ve všech místech tangentou k lokálnímu vektoru rychlosti; b) proudová trubice představuje uzavřený soubor proudnic

2.2 Rovnice kontinuity v uzavřeném tlakovém systému

Při odvozování rovnice kontinuity se předpokládá proudění stlačitelné tekutiny uvnitř proudové trubice, kterou definuje dvojice průřezů S_1 a S_2, které jsou vzájemně vzdáleny o délku *s* (Obr. 2.2 [3]).



Obr. 2.2 Tok vektoru rychlosti uzavřenou plochou [3]

Do uvažované proudové trubice vstoupí v daném časovém okamžiku d*t* prouděním skrz průřez S_1 hmota $\rho_1 v_1 S_1 \mathrm{d}t$, ale zároveň plochou S_2 z trubice vystoupí hmota $\rho_2 v_2 S_2 \mathrm{d}t$. Reálná kapalina je stlačitelná, a proto dochází ke změně počáteční hustoty ρ za čas d*t* na hodnotu $\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t}\mathrm{d}t$. Tedy celková změna hmoty v prostoru ohraničeném plochami S_1 a S_2 je rovna

$$\mathrm{d}t\int_0^S \frac{\partial \rho}{\partial t} S\mathrm{d}S. \tag{2.2}$$

Z podmínky kontinuity vyplývá, že

$$\rho_1 v_1 S_1 \mathrm{d}t = \rho_2 v_2 S_2 \mathrm{d}t + dt\int_0^S \frac{\partial \rho}{\partial t} S\mathrm{d}S. \tag{2.3}$$

Derivováním a zkrácením rovnice (2.3) vznikne

$$\frac{\partial(\rho v S)}{\partial S} + S\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{2.4}$$

Tento tvar platí pro neustálené proudění stlačitelné kapaliny. V případě, že se proudění bude ustálené, tak platí

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{2.5}$$

$$\rho v S = konst. \tag{2.6}$$

Je-li tekutina navíc nestlačitelná, pak je $\rho = konst.$ v rovnici (2.2) a výsledná rovnice kontinuity se zjednoduší na tvar

$$vS = konst. \tag{2.7}$$

Pro neomezený prostor s využitím elementárního hranolu o rozměrech d*x*, d*y* a dz lze rovnici kontinuity vyjádřit obdobným způsobem jako u proudové trubice. V případě neustáleného proudění viskózní kapaliny vychází tvar

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0 \tag{2.8}$$

Pomocí obdobných úvah a úprav vychází rovnice pro ustálené proudění nestlačitelné tekutiny ve formě

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{2.9}$$

Výsledný vztah lze vlastně také vyjádřit pomocí divergence vektoru rychlosti

$$\mathbf{div}\ \boldsymbol{v} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{2.10}$$

2.3 Rovnice kontinuity v systému s volnou hladinou

V případě řešení problémů pohybu tekutiny s otevřenou hladinou je postup obdobný. Vychází se z předpokladu kontinuity proudění. Dále se zanedbává vliv příčných složek rychlostí a za základní charakteristiku proudění je brána v daném profilu střední rychlost.

Proudění se uvažuje v korytu s volnou hladinou a zkoumaný úsek je vymezen pomocí dvou řezů A a B, které jsou od sebe vzdáleny o dS. Plochou řezu A do vymezeného prostoru přitéká množství kapaliny *Qdt*, kde *Q* je objemový průtok za jednotku času v daném místě. Současně plochou řezu B odtéká z uvažované oblasti množství kapaliny

$$\left(Q + \frac{\partial Q}{\partial S}\mathrm{d}S\right)\mathrm{d}t \tag{2.11}$$

Za časový okamžik *dt* dojde v dané oblasti ke změně objemového množství o

$$-\frac{\partial Q}{\partial S}\mathrm{d}S\ \mathrm{d}t. \tag{2.12}$$

Protože se vychází z předpokladu spojitosti kapaliny, daná změna musí zákonitě vyvolat změnu polohy volné hladiny, resp. změnu plochy průtočného průřezu o $\frac{\partial S}{\partial t}\mathrm{d}t$. Výsledný objem ve vymezené oblasti se tedy změní o

$$\frac{\partial S}{\partial t}\,\mathrm{d}t\;\mathrm{d}S. \tag{2.13}$$

Aby byl dodržen předpoklad kontinuity proudění, tak se sobě musí rovnat objemová změna (2.12) s objemovou změnou (2.13). Vykrácením dS dt vzniká rovnice kontinuity pro neustálené proudění kapaliny korytem s volnou hladinou ve tvaru

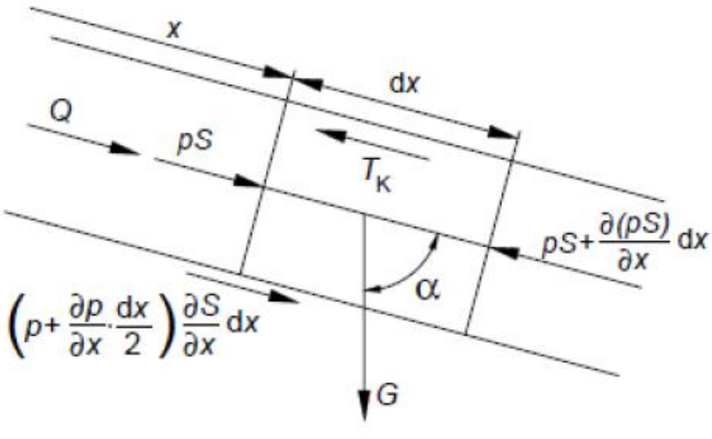
$$\frac{\partial S}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial S}=0. \tag{2.14}$$

2.4 Navier-Stokesova rovnice

Pro celkový popis pohybu kapaliny je rovnice kontinuity nedostačující, neboť je také zapotřebí zohlednit silové poměry uvnitř tekutiny (Obr. 2.3 [5]). K tomuto účelu byla odvozena pohybová rovnice kapaliny neboli Navier-Stokesova rovnice, kterou lze pro viskózní stlačitelnou kapalinu psát ve tvaru

$$\frac{\partial v_i}{\partial t}+\frac{\partial v_i}{\partial x_j}v_j=g_i-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\eta}{3\rho}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial v_j}{\partial x_j}\right)+\frac{\eta}{\rho}\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j}, \tag{2.15}$$

kde η představuje dynamickou viskozitu a g gravitační zrychlení [4].



Obr. 2.3 Síly v kapalině [5]

2.5 Nevířivý pohyb a rychlostní potenciál

Proudění kapaliny je ve skutečnosti realizováno usměrněným translačním pohybem jednotlivých částic v daném směru. Částice se ovšem mohou kromě translace navíc otáčet, rotovat či dokonce vířit, a tedy výsledný pohyb vzniká jejich superpozicí.

V případě rovinné úlohy pro nevířivý pohyb platí, že úhlové rychlosti (reprezentované pomocí dvojice rychlostních gradientů), kterými se částice otáčí okolo bodu, se sobě navzájem rovnají (2.16).

$$\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad \textbf{(2.16)}$$

Pokud parciální derivací rychlosti podle proměnných souřadnic systému vzniknou složky rychlosti u, v, w, pak existuje funkce $\varphi(x, y, z)$ označovaná jako rychlostní potenciál.

$$u=\frac{\partial \varphi}{\partial x};\, v=\frac{\partial \varphi}{\partial y};\, w=\frac{\partial \varphi}{\partial z} \qquad \textbf{(2.17)}$$

Rovnici (2.17) lze také přepsat do vektorové podoby

$$\boldsymbol{v}=\mathbf{grad}\,\varphi \qquad \textbf{(2.18)}$$

Rychlostní potenciál existuje pouze v případě, že se jedná o nevířivé proudění a proto se často nazývá jako potencionální proudění.

2.6 Vířivý pohyb

Existuje mnoho pohledů na vířivý pohyb, ale všechny je spojuje jedna základní vlastnost, kterou je rotační pohyb částic kapaliny. Nejčastěji se v literatuře vyskytují následující dvě definice:

- Vír je rotující pohyb velkého počtu hmotných bodů kolem společného středu [6].
- Oblast tekutiny, kde převažuje vířivost nad smykovými deformacemi, je označována pojmem vír.

Jak již bylo zmíněno, tak charakteristickým znakem vířivého pohybu je rotační pohyb částice. Vektor $\boldsymbol{v}$ unášivé je dán momentem vektoru úhlové rychlosti $\boldsymbol{\omega}$ k libovolnému bodu.

$$\boldsymbol{v}=\varpi\times\boldsymbol{r} \qquad \textbf{(2.19)}$$

Složky vektoru obvodové rychlosti $\boldsymbol{v}$ kolem os x, y, z se definují jako

$$u=\varpi_y z-\varpi_z y;\, v=\varpi_z x-\varpi_x z;\, \mathrm{w}=\varpi_x y-\varpi_y x \qquad \textbf{(2.20)}$$

Parciálním derivováním rovnic (2.20) vzniknou následující vztahy

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial x}=0; && \frac{\partial u}{\partial y}=-\omega_z; && \frac{\partial u}{\partial z}=\omega_y;\\
&\frac{\partial v}{\partial x}=\omega_z; && \frac{\partial v}{\partial y}=0; && \frac{\partial v}{\partial z}=-\omega_x;\\
&\frac{\partial w}{\partial x}=-\omega_y; && \frac{\partial w}{\partial y}=\omega_x; && \frac{\partial w}{\partial z}=0.
\end{aligned} \qquad \textbf{(2.21)}$$

Po sečtení vybraných rovnic (2.21) lze psát

$$
\begin{aligned}
\omega_x &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) = \xi \\
\omega_y &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) = \eta^{\mathrm{I}} \\
\omega_z &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \iota .
\end{aligned}
\tag{2.22}
$$

Vektor $\boldsymbol{\Omega}$ se složkami ξ, η^{I}, ι se nazývá vírovým vektorem rychlostního pole a rotorem se poté označuje výraz

$$
\Omega = \mathbf{rot}\,\boldsymbol{v} = \boldsymbol{i}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) + \boldsymbol{j}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) + \boldsymbol{k}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right), \tag{2.23}
$$

kde $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ jsou jednotkovými vektory os x, y a z.

Z (2.22) a (2.23) vyplývá, že vektor úhlové rychlosti čili vírový vektor rychlostního pole se rovná polovině rotoru obvodové rychlosti

$$
\boldsymbol{\Omega} = \varpi = \frac{1}{2}\mathbf{rot}\,\boldsymbol{v} . \tag{2.24}
$$

Parciální derivací (2.23) podle x, y, z a následným součtem derivací vzniká

$$
\frac{\partial \varpi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varpi_y}{\partial y} + \frac{\partial \varpi_z}{\partial z} = 0 . \tag{2.25}
$$

Rovnice (2.25) lze převést do vektorového tvaru

$$
\mathrm{div}\,\varpi = 0 , \tag{2.26}
$$

což s využitím vztahu (2.24) lze napsat také jako

$$
\mathrm{div}\,\mathbf{rot}\,\boldsymbol{v} = 0 . \tag{2.27}
$$

Z rovnice (2.27) plyne závěr, že při pohybu vířivém je divergence vektoru úhlové rychlosti rovna nule a současně divergence rotoru obvodové rychlosti je rovna nule.

2.7 Cirkulace vektoru rychlosti

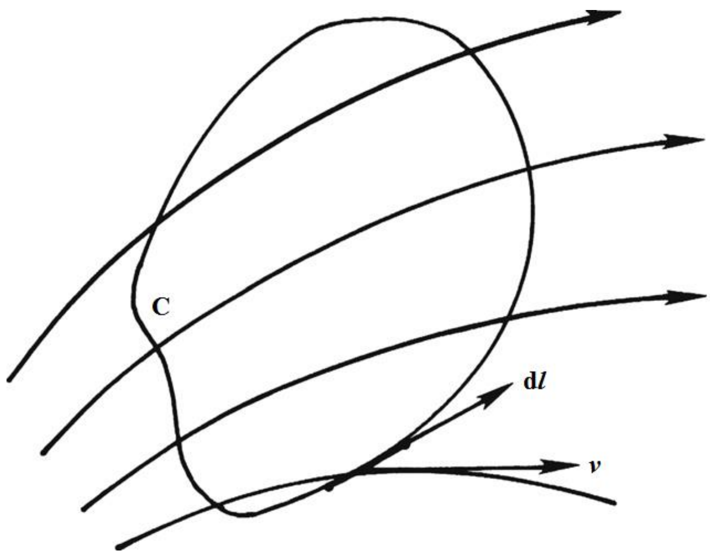
Další veličinou používanou pro popis vířivého proudění je cirkulace rychlosti Γ, která je definována jako křivkový integrál všech tangenciálních složek vektoru rychlosti podél definované uzavřené kontury C (Obr. 2.4 [7])

$$
\Gamma = \oint_C \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}\boldsymbol{l} . \tag{2.28}
$$

Cirkulaci rychlosti lze provázat spolu s vektorem vířivosti pomocí Stokesovy věty, a tím ji převést na plošný integrál

$$\Gamma = \oint_C \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_A \mathbf{rot}\, \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \mathrm{d}S = \int_A \varpi \cdot \boldsymbol{n} \cdot \mathrm{d}S\,, \tag{2.29}$$

kde S představuje plochu uzavřenou křivkou C [7].



Obr. 2.4 Cirkulace vektoru rychlosti kolem uzavřené kontury C je křivkový integrál skalárního součinu vektoru rychlosti *v* a směrového vektoru obrysu d*s*.[7]

Ze vztahu (2.29) plyne, že velikost cirkulace rychlosti závisí na velikosti vířivosti. V případě nevířivého proudění ve zkoumané oblasti platí, že cirkulace rychlosti se rovná nule podél libovolné uzavřené konturové křivky nacházející se v dané oblasti. Hodnoty vířivosti ani cirkulace vektoru rychlosti nelze přímo měřit, ale je možné jejich určení z naměřeného nebo vypočteného rychlostního pole.

3 POPIS VÍROVÉHO POHYBU

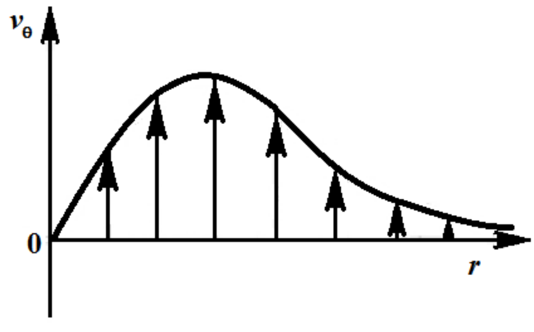
V přírodě se vyskytuje mnoho typů a velikostí vírů. Pomyslné spektrum by mohlo začínat u kvantových vírů supratekutého zkapalněného helia a končit v oblasti vírového pohybu galaktických systému ve vesmíru. Důvod vzniku těchto vírů spočívá v rozdílnosti hustot, teploty, vlivu tření a případně i v důsledku vlivu gravitačního pole. Několik příkladů nejběžněji se v přírodě vyskytujících se vírů v závislosti na velikosti uvádí Tab. 3.1 [8].

Tab. 3.1 Přehled vybraných přírodních vírů [8]

Druh víru	Velikost
Kvantové víry v supratekutém kapalném heliu	10^{-10} m
Víry vytvářené hmyzem	$10^{-3} – 10^{-2}$ m
Víření prachu na ulicích Prašné bouře	1 – 10 m
Větrné a vodní smrště Proudění v mracích	$10^{2} – 10^{3}$ m
Hurikány Fronty nízkého a vysokého tlaku	$10^{5} – 2{\cdot}10^{6}$ m
Cirkulace v oceánech a obecná cirkulace v atmosféře	$2{\cdot}10^{5} – 5{\cdot}10^{6}$ m
Atmosféry planet Skvrny na slunci	$5{\cdot}10^{6} – 10^{8}$ m
Rotace uvnitř hvězd	závisí na velikosti hvězdy
Galaxie	v řádech světelných let

3.1 Základní modely vírů

Pro popis reálného rychlostního pole (Obr. 3.1) v blízkém okolí turbíny či sacího čerpadla se využívá různých modelů, které vycházejí ze základních profilů vírů.



Obr. 3.1 Reálný profil tangenciální rychlosti v závislosti na radiálním směru *r* [5]

Všechny níže uvedené modely vírů a odvozené rovnice platí pro ideální kapalinu. Reálná kapalina se od ideální odlišuje především existencí vnitřního tření molekul, reprezentováno pomocí viskozity, které ovlivňuje proudění i jeho zákonitosti. I přes tuto skutečnost mnoho autorů vliv viskozity zanedbává, případně ho uvažují pouze v oblasti jádra víru, kde předpokládají rozdělení rychlostí dle zákona

$$\frac{v}{r} = \text{konst.} \tag{3.1}$$

3.1.1 Model tuhého tělesa

V případě tohoto nejjednoduššího modelu se předpokládá, že celý objem kapaliny rotuje a tudíž tangenciální rychlost lineárně narůstá se vzdáleností od středu rotace r (3.2). Prakticky tento typ víru vzniká po dostatečně dlouhém rotování nádoby s danou kapalinou úhlovou rychlostí ω.

$$v_\theta(r) = \varpi \cdot r\,, \tag{3.2}$$

U modelu tuhého tělesa se jedná o vířivé proudění, neboť vektor vířivosti je nenulový. Ve válcových souřadnicích pro směr osy z má vířivost tvar

$$\Omega_z = \frac{1}{r}\frac{\partial(r v_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}\,, \tag{3.3}$$

ze kterého dosazením (3.3) vzniká vztah

$$\Omega_z = \frac{1}{r}\frac{\partial(\varpi \cdot r^2)}{\partial r} = 2\varpi\,. \tag{3.4}$$

Z (3.4) vyplývá, že hodnota vířivosti je v případě modelu tuhého tělesa konstantní po celé souřadnici r. Pro cirkulaci vektoru rychlosti u daného vírového modelu také platí, že je rovna součinu obsahu kruhové plochy a vířivosti [7].

3.1.2 Potenciální vír

Model potencionálního víru vychází z předpokladu, že existuje singulární bod, okolo kterého kapalina proudí potenciálně. Vířivost systému $\boldsymbol{\omega}$ připadá právě singulárnímu bodu, který je ze systému vyloučen, a proto zbylé proudění může lze považovat za nevířivé ($\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$). Proto by bylo vhodnější a správnější model nazývat jako potencionální proudění okolo víru.

Obvodová rychlost proudění v_θ u modelu potenciálního víru nepřímo úměrná vzdálenosti od středu rotace r

$$v_\theta(r) = \frac{K}{r}, \tag{3.5}$$

kde K je konstanta o rozměru [m·s^{-2}]. Z rovnice (3.5) tedy vyplývá, že grafickým znázorněním vztahu tangenciální rychlosti v_θ a vzdálenosti od středu rotace r bude hyperbola.

V reálných podmínkách bohužel tento typ víru nemůže existovat, neboť vířivost nikdy není uzavřena pouze do jediného bodu, ale vždy se nachází v oblasti o konečných rozměrech. Ovšem za jistých předpokladů lze daný model aplikovat na skutečné víry a tím si úlohu značně zjednodušit. Oním předpokladem jsou vysoké hodnoty Reynoldsova čísla.

3.1.3 Rankinův vírový model

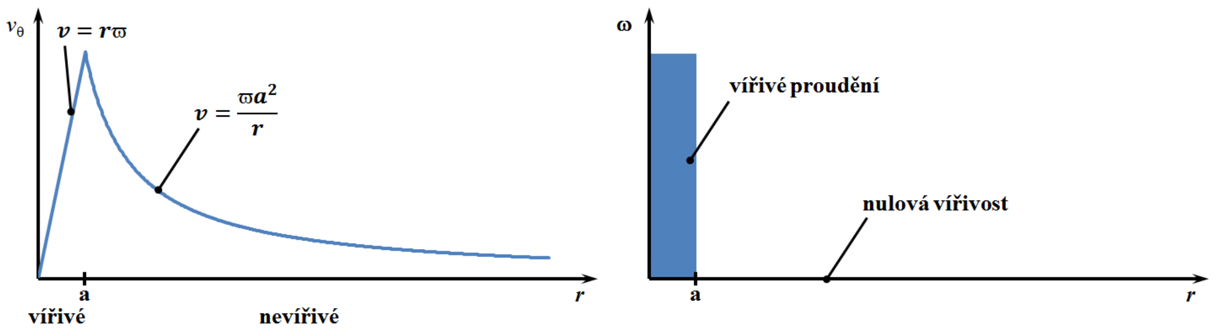
Rankinův vírový model vznikl spojením předchozích modelů tuhého tělesa a potenciálního víru a jeho popis rychlostního pole se již více přibližuje realitě. Předpokládá se, že existuje jádro víru o poloměru r_c, které se chová podobně jako tuhé těleso popsané v kapitole 3.1.1. Za touto mezní vzdáleností kapalina proudí jako potenciální vír (viz kap. 3.1.2) a obvodová rychlost v této oblasti je nepřímo úměrná vzdálenosti od středu rotace. K největšímu odchýlení modelu od reálného průběhu rychlosti dochází v oblasti okolo poloměru r_c, kde model předpovídá ostré maximum funkce. Tangenciální rychlost kapaliny je tedy definována pro Rankinův model následovně:

$$\begin{aligned} v_\theta(\mathrm{r}) &= \varpi \cdot r; \; r < r_c \\ v_\theta(r) &= \frac{K}{r} = \frac{\varpi a^2}{r}; \; r > r_c \end{aligned} \tag{3.6}$$

kde ω představuje úhlovou rychlost částice vzhledem ke středu rotace víru, r_c mezní poloměr a r je proměnná vzdálenost od středu víru. I u tohoto modelu se předpokládají konstantní rychlosti radiální a axiální, přičemž obvykle jsou nulové.

$$v_r = v_z = 0, \tag{3.7}$$

Schématický průběh rychlosti a vířivosti u Rankinova modelu naznačuje Obr. 3.2 [5].



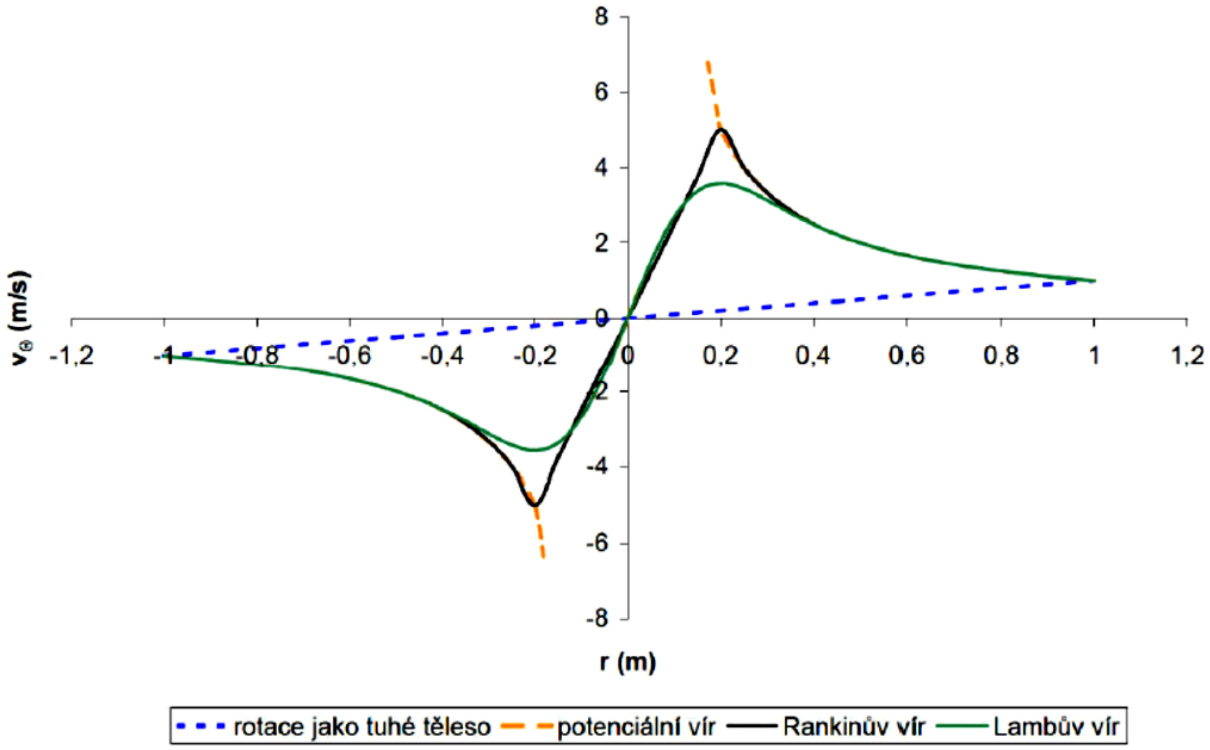
Obr. 3.2 Průběh rychlosti a vířivosti Rankinova víru

3.1.4 Lambův vír

Lambův víru vychází ze stejných předpokladů jako Rankinův model. Existuje jádro víru o průměru r_c, který odpovídá modelu tuhého tělesa a kapalina vzdálenější než r_c se naopak chová v souladu s potenciálním vírem. Ovšem Lambův vír se nejvíce přibližuje reálnému průběhu tangenciálních rychlostí, neboť v oblasti přechodu došlo k vyhlazení funkce vlivem uvažování viskosity. Obvodová rychlost je tedy v případě Lambova modelu víru definována jako

$$v_\theta(\mathrm{r}) = \frac{\varpi \cdot r_c^2}{r}\left[1 - \mathbf{exp}\left(-\frac{r^2}{r_c^2}\right)\right], \tag{3.8}$$

kde ω značí úhlovou rychlost vůči středu rotace víru, r_c hraniční poloměr vymezující jádro víru a r proměnnou vzdálenost od středu [9]. Souhrnné grafické porovnání průběhu obvodových rychlostí u jednotlivých vírových modelů naznačuje Obr. 3.3 [10].



Obr. 3.3 Průběh obvodových rychlostí pro jednotlivé modely vírů [10]

3.1.5 Batchelorův vírový model

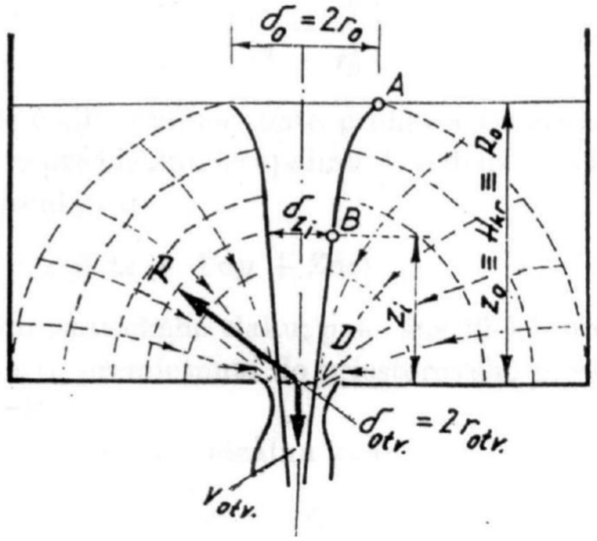
Barchelor jako první odvodil nejen vztah pro obvodovou rychlost, ale i pro axiální rychlost proudění. Následně byl jeho model vylepšen a upraven do podoby

$$v_\theta(\mathrm{r}) = \frac{\varpi \cdot r_c^2}{r}\left[1 - \mathbf{exp}\left(-\frac{r^2}{r_C^2}\right)\right],$$
$$v_z(\mathrm{r}) = V_{ax0} + V_{ax1}\,\mathbf{exp}\left(-\frac{r^2}{r_C^2}\right) \tag{3.9}$$

kde V_{ax0} a V_{ax1} jsou konstantami. Superpozicí posledních tří jmenovaných vírových modelů lze získat matematický popis složitějších rychlostních polí (např. za oběžným kolem turbíny).

3.2 Určení profilu vtokového víru

Pro charakterizaci vtokového víru jsou jednak důležité hydraulické vlastnosti, kterými se myslí rozložení tlaku a rychlostí, ale neméně důležité je geometrické uspořádání daného jevu. Literatura [11] nejčastěji řeší problém, kdy výtokový otvor má kruhový průřez a nachází se ve dně nádrže. K odvození se využije schéma na Obr. 3.4, kde se aplikuje Bernoulliho rovnice mezi dvěma body A a B. Při odvození opět dochází k zanedbávání tření kapaliny a tedy platí pro ideální tekutinu.



Obr. 3.4 Schéma výtoku kapaliny z nádrže použité při určování profilu víru [5]

Sestavením a upravením rovnice tedy vzniká vztah

$$z_0 - z = \frac{v_0^2 r_0^2}{2g}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2}\right), \tag{3.10}$$

Další možnost jak odvodit vztah pro určení geometrie víru vede přes Eulerovu rovnici hydrostatiky, která má v diferenciálním tvar

$$\mathrm{d}p = \rho\left(a_x \mathrm{d}x + a_y \mathrm{d}y + a_z \mathrm{d}z\right). \quad \textbf{(3.11)}$$

Aplikací na rovnici (3.11) vztahu rotace ideální kapaliny a vztahu pro zrychlení

$$v \cdot r = C;\ r^2 \omega = C \quad \textbf{(3.12)}$$

vznikne pro ideální kapalinu určující profilu vtokového víru

$$z = \frac{C^2}{2g} \frac{r^2 - r_0^2}{r^2 r_0^2} - \frac{p - p_0}{\rho}. \quad \textbf{(3.13)}$$

Při běžných podmínkách lze na povrchu vzduchového jádra víru považovat tlak po celé výšce téměř shodný s atmosférickým, a proto lze při praktických výpočtech zanedbat druhý člen rovnice (3.13). Ale je třeba mít na vědomí, že při sání vzduchu v jádru víru dochází k ovlivňování tlakových poměrů vlivem spirálního proudění. Rovnice (3.13) je proto všeobecnějším řešením problému, nežli bývá běžně uváděno.

Podle autorů V. I. Polikovskij a R. G. Perelman u reálné kapaliny lze rozdělení rychlostí otáčejícího se vtokového víru popsat pomocí

$$r_0^\kappa v_0^\kappa = r^\kappa v = \mathrm{konst.}, \quad \textbf{(3.14)}$$

kde exponent κ vyjadřuje tlakové ztráty v důsledku vnitřního tření [12]. Hodnota exponentu κ se pohybuje v rozmezí od 0 do 1 a lze ji získat experimentálně. Dosazením rovnice (3.14) do Bernoulliho rovnice (3.10) a uvažováním $z_0 = 0$ vzniká vztah pro výpočet profilu vtokového vírů pro skutečnou kapalinu ve tvaru

$$z = \frac{v_0^2 r_0^2}{2g} \frac{r^{2\kappa} - r_0^{2\kappa}}{r^{2\kappa} r_0^{2\kappa}} - \frac{p - p_0}{\rho}. \quad \textbf{(3.15)}$$

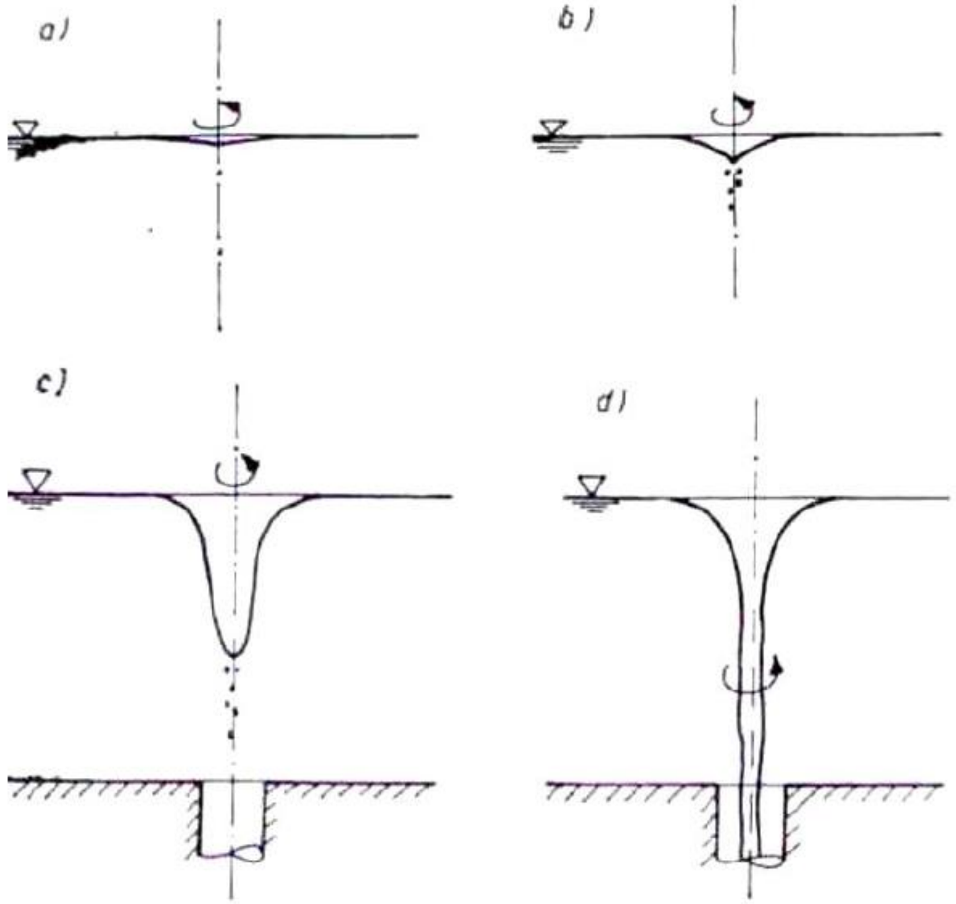
Rovnice (3.15) udává vztah potřebný pro výpočet profilu vtokového víru pro skutečnou kapalinu.

3.3 Hladinové víry

Vodní vír, jenž spojuje hladinu s vtokovým potrubím, se vytváří postupně a prochází přitom několika stádii. Ke vzniku víru dochází vlivem zakřivených proudových vláken, která uvedou proud tekutiny do otáčivého pohybu.

Při pozorování vznikajícího víru lze nejprve pozorovat pomalé kroužení na hladině. Za příznivých podmínek dochází k zesilování víru a na hladině se postupně vytvoří zprvu nepatrná, později stále výraznější prohlubeň, kdy se mluví již o tzv. hladinovém víru (Obr. 3.5a). Zvýšením intenzity pohybu přechází vír do stádia vírového důlku v (Obr. 3.5b), který se vyznačuje kuželovitým tvarem s ostrým hrotem. Dále u tohoto stádia víru dochází k nepatrnému strhávání bublin vzduchu z hladiny směrem do hloubky a jejich opětovnému návratu zpět k hladině. [13]

Další zvýšení cirkulace kapaliny zapříčiní vytvoření tzv. neúplného nálevkovitého víru (Obr. 3.5c). Vzduchové jádro nálevkovitého tvaru má výrazně delší tvar nežli je tomu u vírového důlku a od hrotu víru se oddělují vzduchové bubliny nebo tuhé částečky, z nichž převážná část vniká do vtokového potrubí. Posledním stádiem vývoje je vznik úplného nálevkovitého víru (Obr. 3.5d). Souvislé vzduchové jádro dosahuje do sacího potrubí, což umožňuje plynulé přisávání vzduchu do sacího potrubí a snižuje průtok kapaliny. [13]



Obr. 3.5 Klasifikace vtokových vírů podle intenzity: a) hladinový vír; b) vírový důlek; c) neúplný nálevkovitý vír; d) úplný nálevkovitý vír [13].

4 MECHANICKÁ PODOBNOST SKUTEČNÉ KAPALINY

Předchozí kapitoly se věnovaly popisu pohybu reálné kapaliny pomocí rovnice kontinuity a Navier-Stokesovy rovnice. Ovšem odvození a veškeré aplikace platí pouze pro velmi jednoduché případy. Ve většině praktických úloh je ale proudění viskózní kapaliny velmi komplikované a proto se využívá experimentu, který lze provádět na skutečném díle, nebo na zmenšených modelech. Druhá zmíněná možnost pokusu je výhodnější, neboť šetří nejen čas, ale i náklady a zároveň umožňuje předpovídat zákonitosti daných jevů. Práce s modelem navíc poskytuje možnost studovat jednotlivé činitele odděleně a extrapolováním poté predikovat chování skutečného díla. Ovšem až měření na hotovém vodním díle musí potvrdit s konečnou platností teoretické úvahy a modelové zkoušky.

Při zkoumání pohybu kapaliny se vyšetřuje především jeho změna, jež se vyjadřuje jako změna vektoru rychlosti. Vliv na pohyb může mít pouze síla a záměrem v této práci bude sledovat a modelovat jen mechanické síly.

4.1 Reynoldsovo číslo

Reynoldsovo číslo vyjadřuje podíl součinu charakteristické délky L s charakteristickou rychlostí v a kinematického součinitele vnitřního tření υ (viskozity). Charakteristická rychlost proudění vyjadřuje podíl průtoku a průtočné plochy. Příkladem charakteristické délky může být v případě pohybu tekutiny potrubím jeho světlý průměr.

$$Re = \frac{vL}{\upsilon} \tag{4.1}$$

V případě řešení úlohy, kde převažují třecí síly, je podmínkou, aby se hodnota Reynoldsova čísla pro model a pro skutečné dílo shodovala. Toto kritérium se také zohledňuje vždy, když modelované jevy neovlivňuje existence volné hladiny (tlakové potrubí, obtékání ponořených těles či staveb, apod.).

4.2 Froudovo číslo

Všeobecně známým faktem je, že na kapalinu působí tři druhy sil:

- objemové
- viskózní
- od povrchového napětí.

Každou z těchto sil lze podle druhého Newtonova zákona vyjádřit jako součin hmotnosti a zrychlení. Uvažováním pouze objemových sil pro hmoty m_1 a m_2 a zrychlení $a_1 = a_2 = g$ ve skutečnosti a na modelu, pak je možné psát bezrozměrné číslo

$$Fr = \frac{v^2}{Lg}, \tag{4.2}$$

kde L představuje charakteristickou délku. Toto číslo se nazývá Freudovým a vyjadřuje poměr dvojnásobné rychlostní výšky k charakteristické délce. V případech, kdy převažuje vliv gravitační síly, je důležité, aby hodnota Froudova čísla u modelu byla shodná i pro skutečnost. Toto kritérium se aplikuje vždy na modely, které obsahují volnou hladinu (jezy, proudění v řekách, proudění turbínami, vliv vln, atd.).

Z Froudova bezrozměrného čísla vyplývá zápis některých často užívaných veličin:

- poměr rychlostí

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \sqrt{\lambda}\,. \tag{4.3}$$

  Ze vztahu vyplývá, že rychlosti mechanicky podobných pohybů podle Frouda jsou v poměru druhé odmocniny měřítka charakteristických délek (λ).

- poměr průtoků

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{v_1 S_1}{v_2 S_2} = \sqrt{\lambda}\lambda^2. \tag{4.4}$$

  Po vyjádření průtoků jako součinu střední rychlosti v a průtočné plochy S úpravou vztahu vychází, že podobnost průtoků je v poměru podílů charakteristických délek $\lambda^{2,5}$.

- poměr úhlových rychlostí

$$\frac{\varpi_1}{\varpi_2} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}\,. \tag{4.5}$$

  Ze vztahu (4.5) vyplývá, že úhlové rychlosti odpovídají opačnému poměru charakteristických délek a tedy v případě dvou různě velikých mechanických modelů podobných si dle Frouda, malý model musí mít vyšší otáčky než velký. Vířivá rychlost víru je analogií a tedy model vykazuje vyšší úhlovou rychlost nežli v případě skutečného díla. U obvodové rychlosti je tomu ale naopak a na modelu je menší než skutečná

- poměr měrných tlaků

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{g\rho\, z_1}{g\rho\, z_2} = \frac{z_1}{z_2} = \lambda\,. \tag{4.6}$$

  Pro stejnou kapalinu při shodném gravitačním zrychlení g a ve stejné hloubce z se poměr tlaků modelu a reálného díla rovná podílu charakteristických délek λ.

4.3 Weberovo číslo

V případě modelování jevů závisejících pouze na kapilárních silách od povrchového napětí se pro vyjádření podobnosti vyžívá Weberova čísla. To se definuje jako podíl součinu charakteristické délky L, hustoty ρ s druhou mocninou rychlosti ku povrchovému napětí σ.

$$We = \frac{Lv^2\rho}{\sigma}. \tag{4.7}$$

4.4 Strouhalovo číslo

Jako nejobecnější fyzikální kritérium pro kinematickou podobnost v problematice pohybu tekutin lze označit Strouhalovo číslo. Lze jej využít při posuzování a vyhodnocování problémů s pohybovou hybností, kde charakteristickými veličinami jsou čas, vzdálenost a rychlost [14].

$$Sh = \frac{f\,l}{\upsilon}. \tag{4.8}$$

Definici Strouhalova čísla lze v literatuře najít v mnoha odlišných tvarech a využívá se pro periodické děje, které jsou charakterizované dobou kmitu T, frekvencí f, počtem otáček za sekundu n, kruhovou frekvencí ω. Pro tyto veličiny lze Strouhalovo číslo přepsat do rovnocenných tvarů

$$Sh = \frac{fd}{v}\mathbf{;}\ Sh = \frac{nd}{v}\mathbf{;}\ Sh = \frac{d}{vT}\mathbf{;}\ Sh = \frac{\omega d}{v}. \tag{4.9}$$

Reynoldsovo a Froudovo číslo se využívá v případech porovnávání, kdy jsou známy převládající síly kinematického systému a jejich použití tedy není univerzální. Pro obecné hodnocení dvou systémů je proto nutné použít Strouhalova kritéria. Za předpokladu laminárního proudění viskózní nestlačitelné kapaliny lze odvodit Strouhalovo číslo s pomocí Navier-Stokesovy rovnice pro model a dílo. Mají-li si být podobny dva pohybové systémy, musí si být i podobny základní veličiny definující tyto dva systémy. Z toho vyplývá, že geometrické, časové, kinematické a dynamické veličiny v systémech model a dílo si musí odpovídat. Detailní odvození lze najít v [14].

$$\pi_1 = \frac{k_2 k_3}{k_1} = \left(\frac{t_D}{t_M}\right)\left(\frac{u_D}{u_M}\right)\left(\frac{x_D}{x_M}\right) = \frac{Sh_D}{Sh_M} = 1. \tag{4.10}$$

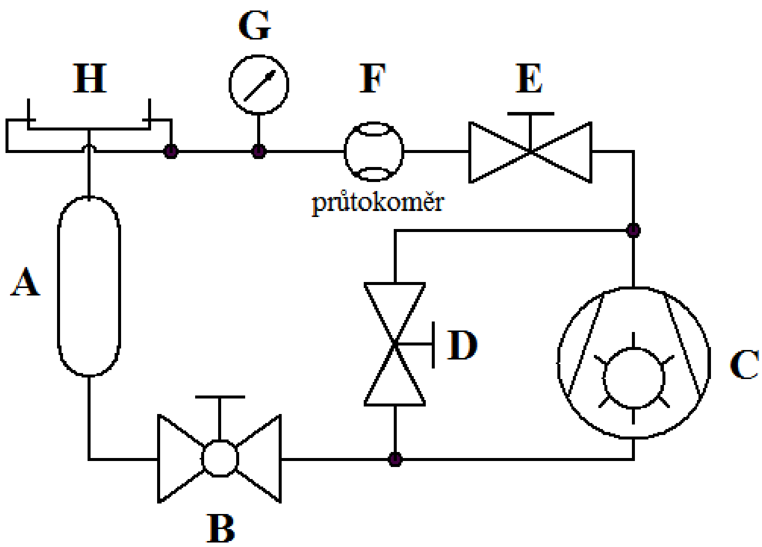
Z rovnice (4.10) vyplývá, že se čísla pro dílo a model rovnají $Sh_D = Sh_M$. Dosazením příslušných fyzikálních veličiny za koeficienty, které jsou seskupeny u π_2, vzniká Froudovo číslo. Obdobným postupem pro π_3, vychází Reynoldsovo číslo [5]. Tím bylo dokázáno, že Strouhalovo číslo pro laminární proudění vazké nestlačitelné kapaliny, které je popsáno systémem Navier-Stokesových rovnic, je konstantou rovnající se jedné.

5 EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Při vypouštění kapaliny o daném výchozím stavu z nádoby výpustním otvorem dochází ke vzniku stabilních vírových struktur. Jak již bylo v úvodu nastíněno, tak praktická část diplomové práce zkoumá chování těchto hladinových vírů. Snahou je nalézt podmínky, za kterých dochází ke vzniku a rozvoji daného víru. Dále za pomoci podobnostních kritérií nalézt funkční vztah, díky němuž bude možné po definované změně systému předpovědět maximální výšku tvorby sacího víru.

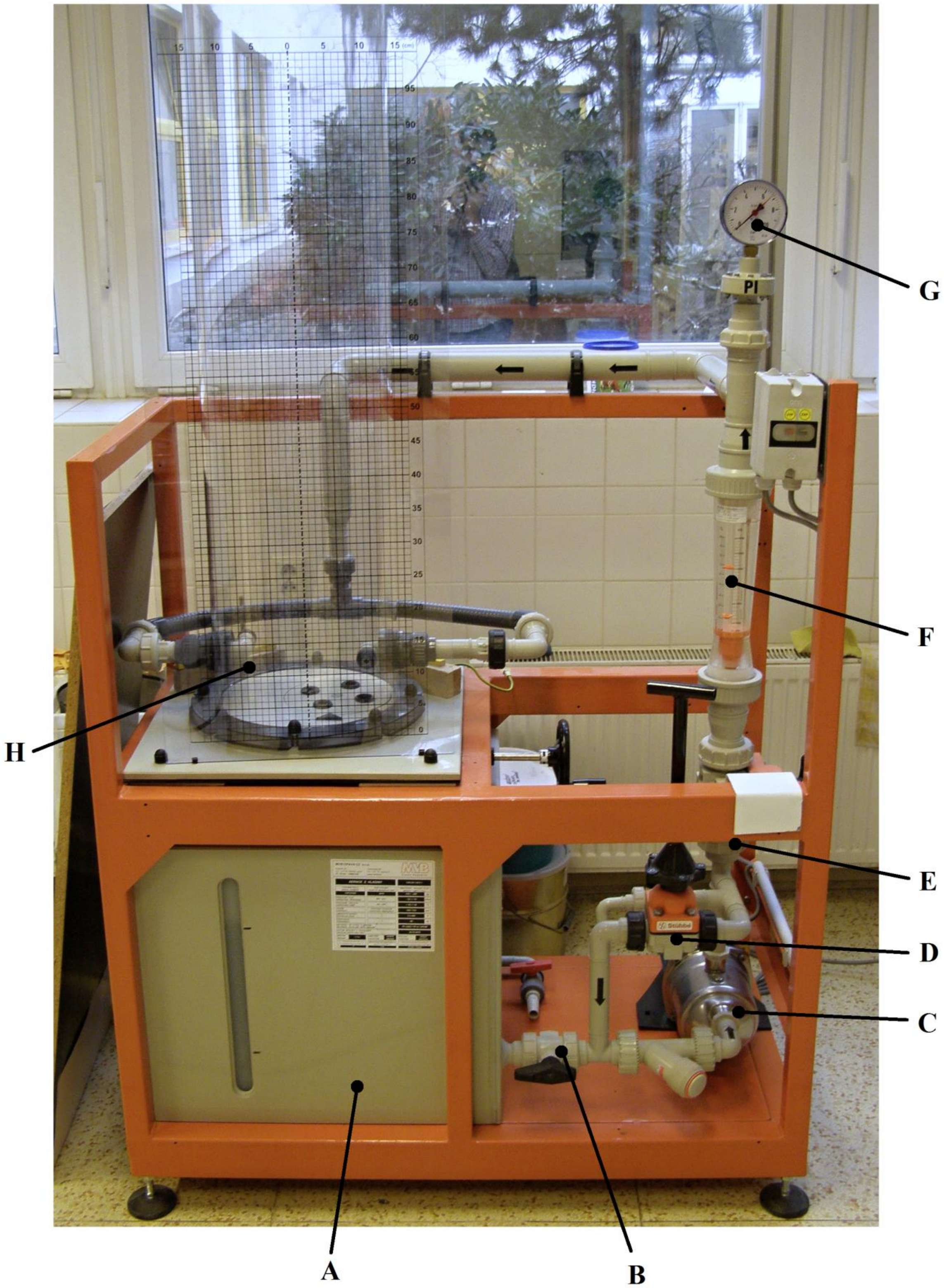
5.1 Experimentální zařízení

V laboratoři Chemického inženýrství Fakulty chemické VUT v Brně je k dispozici specializované zařízení sloužící k tvorbě vířivého. Hydraulické schéma sestavy je naznačeno na Obr. 5.1 včetně uvedení značek pro jednotlivé komponenty užívaných dále v textu.



Obr. 5.1 Hydraulické schéma zařízení pro tvorbu vírů

Hnacím členem zařízení pro simulaci vírů je samonasávací čerpadlo C od společnosti Calpeda s typovým označením NGX 4 (technický list produktové řady NGX uveden v Příloze 1). Čerpadlo nasává kapalinu ze zásobní nádrže A přes uzavírací kulový kohout B. Tlakové vedení lze otevřením ventilu D propojit se sacím potrubím a tím snížit průtok tlakové vody. Regulace množství tlakové tekutiny měřeného průtokoměrem F lze navíc provádět pomocí šoupětě E. Ke tvorbě vírů dochází v průhledné otevřené válcové nádobě H o vnitřním průměru 290 mm, do které se přivádí tlaková kapalina především v tangenciálním směru pomocí dvou částečně polohovatelným tryskám. Výšku hladiny, rozměry a pozici víru lze určit díky okótované síti. Uprostřed dna nádoby H se nachází výpustní otvor, jehož velikost lze měnit pomocí karuselového zásobníku se čtyřmi velikostmi výpustí o kruhovém průřezu. Snímek celého reálného zařízení je vyobrazen na Obr. 5.2.



Obr. 5.2 Zařízení pro zkoumání vírů se značením odpovídajícím hydraulickému schématu na Obr. 5.1

5.2 Provedení experimentu

Použitým médiem v experimentálním zařízení byla demineralizovaná voda, pro kterou je primárně navrhováno. Ačkoliv sestava umožňuje vytváření sacího víru se současným připouštěním tekutiny, nebyla tato možnost využita, protože by tím zároveň docházelo k nucenému tangenciálnímu urychlování kapaliny kvůli konstrukčnímu řešení napouštěcích trysek.

Nejprve byly nastaveny napouštěcí trysky do zamýšlené pozice a až poté bylo zařízení uvedeno do chodu. Pomocí kohoutu D byl nastaven průtok přibližně na hodnotu 1,4 $m^3 \cdot h^{-1}$ a na karuselovém zásobníku zvolena mezipozice, kdy výtokový otvor bude uzavřen. Takto nastavené zařízení se ponechá v chodu, dokud pomalu nedojde k napuštění vodního sloupce ve válcové nádobě H do výše přibližně 1,3 m (za daných podmínek maximální dosažitelná hodnota), což trvalo přibližně 20 minut. Poté bylo čerpadlo vypnuto a uzavřen kohout B na sacím potrubí. Vlivem netěsností v karuselovém zásobníku docházelo k pozvolnému poklesu hladiny. Při dosažení výšky 1 m byl vybrán výtokový otvor o požadované velikosti a kapalina byla samovolně vypuštěna. Poté byl celý proces zopakován. Pro daný typ pozice napouštěcích trysek a velikost výtokového otvoru bylo měření opakováno minimálně pětkrát z důvodu statistického zpřesnění.

Pro měření byly zvoleny tři základní pozice napouštěcích trysek:

- tangenciální směr trysek ve shodném smyslu (TSS)
- tangenciální směr trysek v opačném smyslu (TOS)
- axiální směr trysek směrem (AS)

Při napouštění kapaliny v případě axiální orientace trysek bylo navíc zapotřebí snížit průtok kapaliny pomocí ventilu E do okamžiku zaplavení trysek, aby nedocházelo k vystřikování vody mimo zařízení. V případě tohoto uspořádání se navíc ukázalo, že vír se začíná vytvářet v oblasti, kde se již vyskytují napouštěcí trysky, které by mohly významně ovlivňovat vířivý pohyb tekutiny. Proto byl zhotoven prodlužovací nástavec, jenž posouvá výtok nad úroveň trysek. Další nevýhodou tohoto nástavce je možnost uskutečnit měření pouze pro dva rozměry výtokového otvoru.

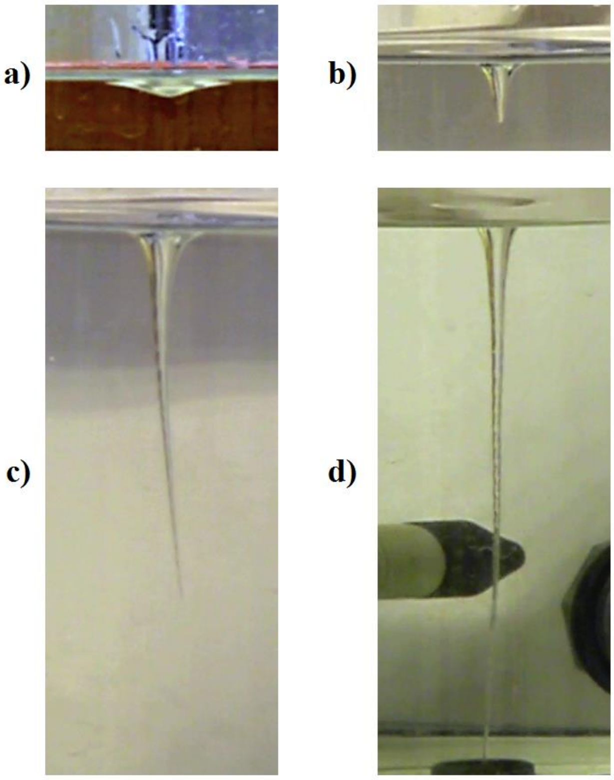
Celkovým problémem při měření bylo zachycení jednotlivých vývojových stádií vírů. Bylo prakticky nemožné je okem v reálném čase postihnout a navíc odečíst a zaznamenat výšku vodního sloupce. Proto bylo nutné celý proces vypouštění převést na videozáznam a nahrávky poté zpomalené analyzovat a v rámci možností určit okamžiky tvorby vírů. Pro zviditelnění tvaru víru byly hledány nejvhodnější podmínky osvětlení, kdy se nejvíce osvědčilo přirozené sluneční záření v kombinaci s celistvým bílým podkladem. Na vyhodnocování tvaru a rozměrů vírů byla tendence implementovat vhodný grafický software. Vlivem neustáleného proudění a optické podmínky neumožňovaly korektní snímání tvaru víru a jeho analýzu, a proto bylo veškeré vyhodnocování prováděno manuálně.

6 VÝSLEDKY EXPERIMENTŮ A JEJICH DISKUSE

Následující část práce shrnuje naměřené hodnoty jednotlivých vírů, ze kterých dále jsou odvozovány obecné předpoklady pro jiné případy, nežli byly měřeny.

6.1 Vývojová stádia vírů a odečet výšky hladiny

Na pořízených videozáznamech byl sledován postupný průběh tvorby sacího víru. Jak je uvedeno v kapitole 3.3 proces prochází několika vývojovými stádii, kterými musí vír projít, nežli se zformuje úplný nálevkovitý vír. Jednotlivá stádia schematicky znázorněná na Obr. 3.5 [13] byla i reálně pozorována (snímky uvedeny na Obr. 6.1) a pro daný typ víru na boční stupnici byla odměřována výše hladiny, při níž se začíná vytvářet. Bohužel u AS orientace napouštěcích trysek se vytvářely jednotlivé víry na velmi malém a špatně čitelném rozsahu. Navíc přechod mezi typy vírů byl natolik rychlý, že odečet hodnot narazil na omezení snímkovací rychlosti záznamového zařízení, čímž byla vnesena značná chyba, popř. nebylo vůbec možné hodnoty určit. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v Tab. 6.1.

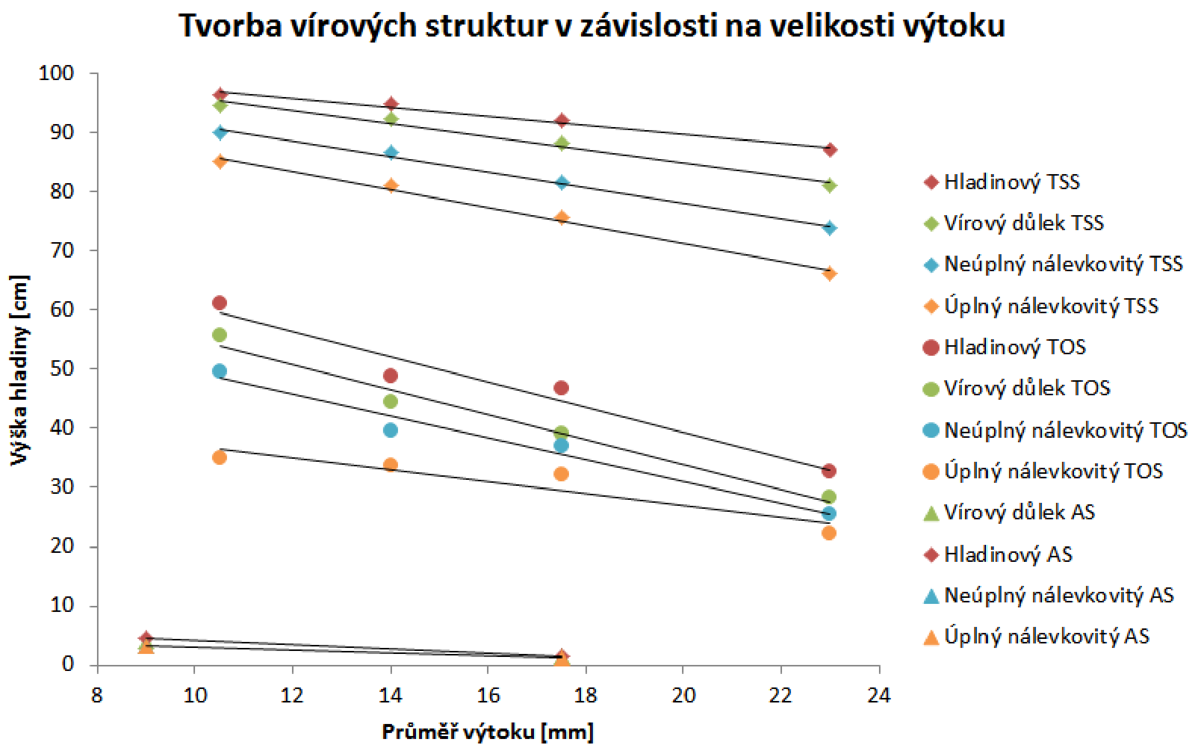


Obr. 6.1 Snímky vtokových vírů pořízené při experimentech rozdělených podle intenzity: a) hladinový vír; b) vírový důlek; c) neúplný nálevkovitý vír; d) úplný nálevkovitý vír

Tab. 6.1 Naměřené výšky hladin, kdy dochází k vytváření jednotlivých typů vírů

		Pozice napouštěcí trysky		
		TSS	TOS	AS
Typ víru	Průměr výpustě [mm]	Výška hladiny [cm]		
Hladinový	9,0			4,5
	10,5	96,4	61,0	
	14,0	95,0	48,8	
	17,5	92,2	46,8	1,55
	23,0	87,2	32,6	
Vírový důlek	9,0			3,9
	10,5	94,7	55,8	
	14,0	92,5	44,5	
	17,5	88,2	39	1,4
	23,0	81,2	28,4	
Neúplný nálevkovitý	9,0			3,25
	10,5	90,0	49,7	
	14,0	86,7	39,5	
	17,5	81,5	37	
	23,0	74,0	25,4	
Úplný nálevkovitý	9,0			3,1
	10,5	85,1	35,0	
	14,0	81,0	33,8	
	17,5	75,7	32,3	1,3
	23,0	66,2	22,3	

Grafickou závislost výšky hladiny, kdy se začíná vytvářet daný typ vírové struktury, na velikosti výpustního otvoru uvádí Obr. 6.2. Na základě tohoto diagramu lze tvrdit, že pro dané podmínky napouštění očividně existuje lineární závislost mezi velikostí vypouštěcího otvoru a výškou hladiny, kde vzniká vír. Rovnice regresních přímek pro jednotlivé typy napouštění jsou uvedeny v Tab. 6.2. Bude-li model věrně simulovat podmínky skutečného díla, je na základě tohoto poznatku možné předpovídat výšku hladiny, nebo naopak velikost výpusti.



Obr. 6.2 Závislost výšky hladiny na velikosti výtokového

Tab. 6.2 Rovnice průměrných regresních přímek z Obr. 6.2

Poloha napouštěcích trysek	Rovnice regresní přímky
TSS	$H = -1{,}174D + 104{,}5$
TOS	$H = -1{,}776D + 68{,}34$
AS	$H = -0{,}288D + 6{,}469$

6.2 Výpočet tvaru víru

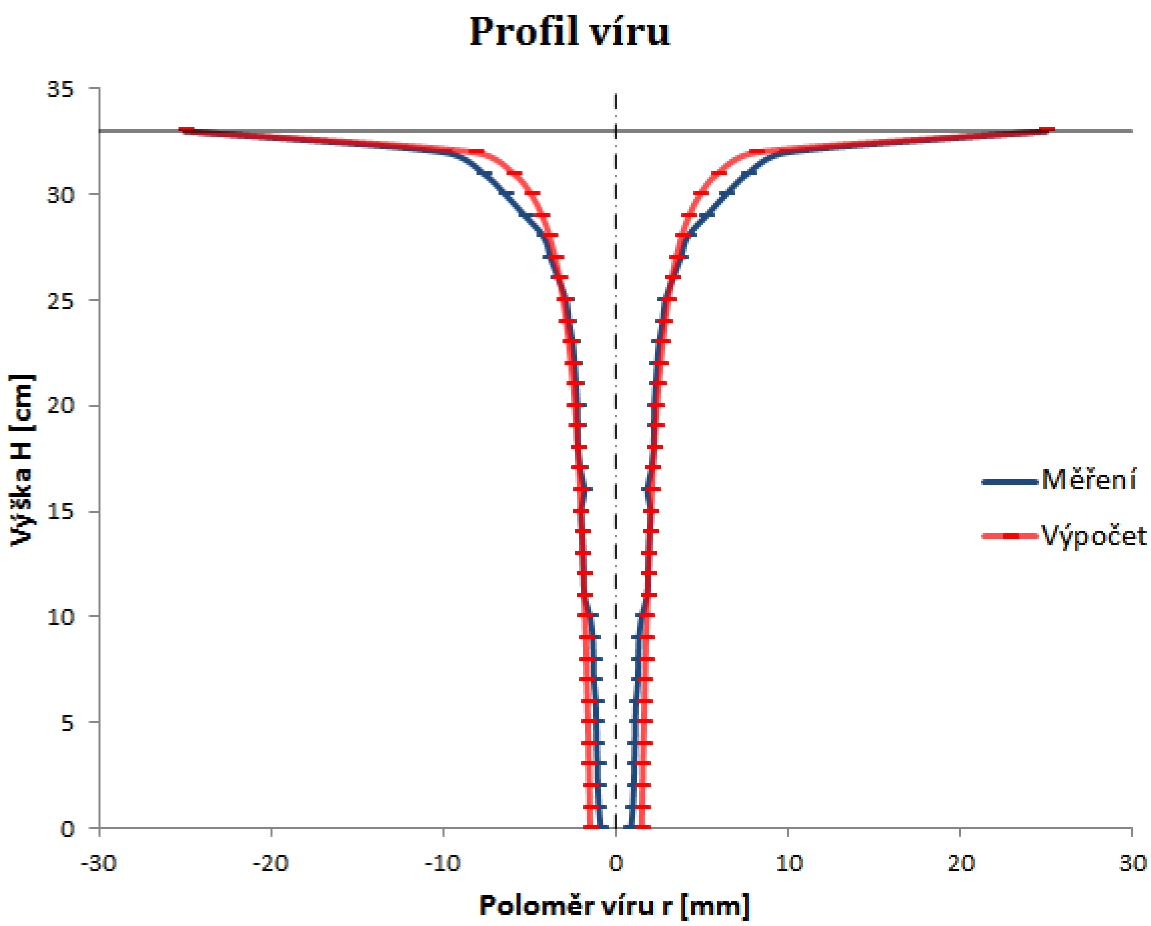
Ze záznamů byl vybrán jeden snímek úplného nálevkovitého víru, na kterém byly změřeny reálné rozměry vzniklého víru, a výsledek v grafické podobě uvádí Obr. 6.3. Pro výpočet teoretického profilu víru byla použita rovnice (3.10) a upravena do patřičného tvaru

$$r = \sqrt{\frac{v_0^2 r_0^2}{2g(z_0 - z) + v_0^2}}\,, \qquad \textbf{(6.1)}$$

kde r_0 představuje naměřenou vzdálenost okraje a středu víru na hladině ve výšce z_0. Neznámou ovšem nadále zůstává velikost tangenciální rychlosti kapaliny v_0 v témže místě, kterou lze ale opět za pomoci upravené rovnice (3.10) vypočítat.

$$v_0 = \sqrt{\frac{2g(z_0 - z)r_0^2}{r^2 - r_0^2}} \quad \textbf{(6.2)}$$

Pro úspěšné dopočítání obvodové rychlosti je nutné do vztahu (6.2) dosadit libovolnou výšku z a pro ni odpovídající rozměr víru r. Pro uvedený příklad vychází v_0 přibližně 1,5 $cm \cdot s^{-1}$. Nyní lze vypočítat teoretický tvar víru, jehož výsledek je pro snazší porovnání také graficky uveden na Obr. 6.3 a je zřejmé, že rovnice (3.10) důvěrně popisuje tvar víru a lze ji používat pro případné výpočty.



Obr. 6.3 Porovnání výpočtového profilu víru s reálným tvarem

6.3 Určení výtokové rychlosti

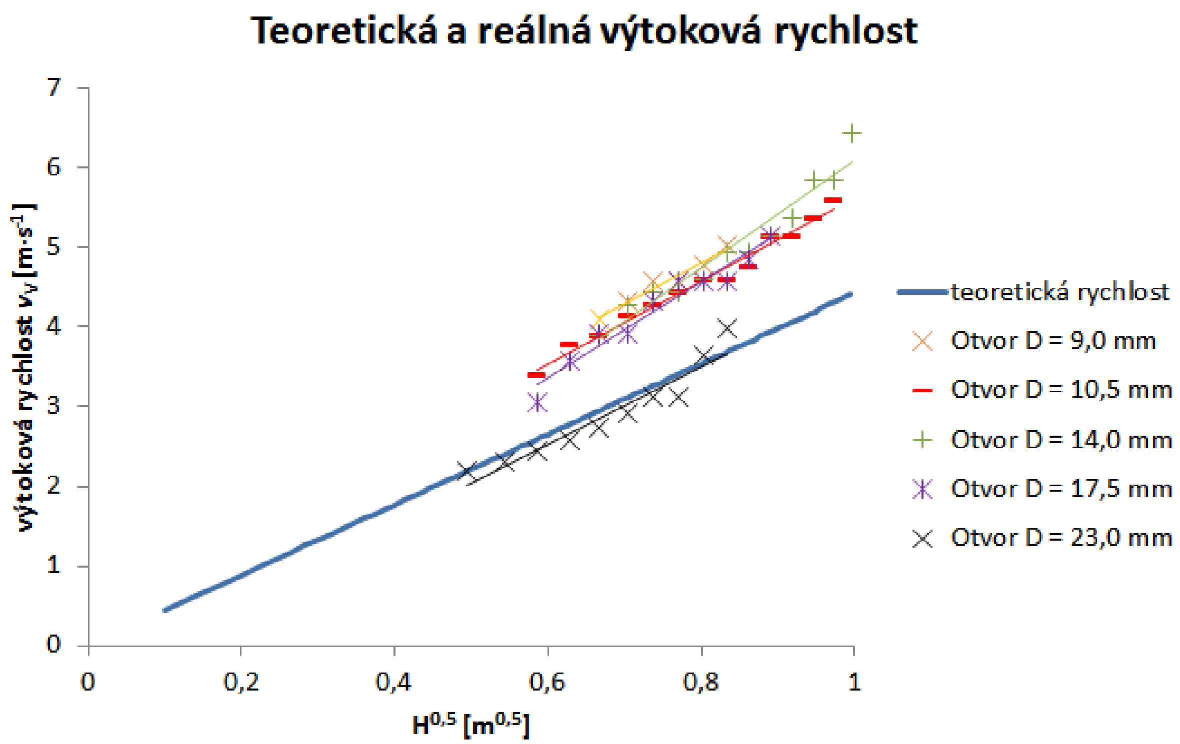
Aby bylo možné v dalších krocích vypočítat podobnostní čísla, je nejprve zapotřebí znát hodnoty aktuálních výtokových rychlostí v_v. Teoretickou výtokovou rychlost lze spočítat pomocí Torricelliho vzorce, který vychází z Bernoulliho rovnice pro ideální kapalinu

$$v_v = \sqrt{2gH}\,, \tag{6.3}$$

kde g představuje gravitační zrychlení a H výšku vodního sloupce. Tento vztah ovšem zanedbává možnost ztrát. Proto by bylo přesnější určit výtokovou rychlost pomocí rovnice kontinuity pro ideální nestlačitelnou kapalinu

$$\dot{Q} = S_1 v_1 = S_2 v_2\,, \tag{6.4}$$

kde $\dot{Q}$ představuje objemový průtok a S plochu průřezu potrubí. Z pořízených videozáznamům je možné přibližně stanovit rychlost pohybu volné hladiny a díky známým rozměrům nádrže a výpustního otvoru lze určit reálnou výtokovou rychlost. Vypočítané hodnoty pomocí vztahů (6.3) a (6.4) jsou uvedeny v grafické závislosti na odmocnině výšky hladiny H na Obr. 6.4. Ve zvoleném souřadném systému by měla výtoková rychlost záviset přímo úměrně na $\sqrt{H}$. Rovnice regresních přímek a koeficienty spolehlivosti jsou uvedeny v Tab. 6.3



Obr. 6.4 Průběh teoretické a reálné výtokové rychlosti

Tab. 6.3 Rovnice a koeficienty spolehlivostí regresních přímek reálných rychlostí z Obr. 6.4

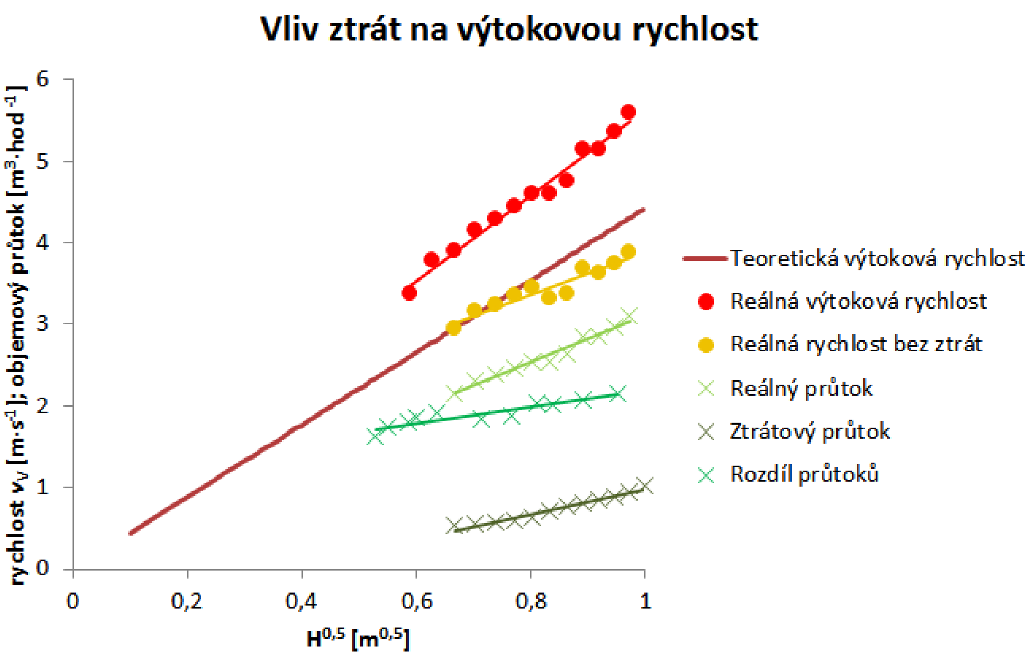
Průměr výtoku [mm]	Rovnice lineární regrese	Koeficient spolehlivosti R^2
9,0	$v_v = 5{,}1727\sqrt{H} + 0{,}6728$	0,966
10,5	$v_v = 5{,}2195\sqrt{H} + 0{,}4066$	0,9815
14,0	$v_v = 6{,}7347\sqrt{H} - 0{,}6538$	0,9402
17,5	$v_v = 6{,}031\sqrt{H} - 0{,}2617$	0,9478
23,0	$v_v = 4{,}9258\sqrt{H} - 0{,}4299$	0,9193

Reálnou výtokovou rychlost lze předpokládat o něco nižší, nežli jsou hodnoty rychlosti získané z Torricelliho vztahu. Důvodem je existence místních tlakových ztrát v oblastech změn tvaru potrubí a ztrát vlivem tření kapaliny při pohybu danou délkou potrubí. Druhý uvedený případ tlakových ztrát lze popsat pomocí tzv. Darcy-Weisbachovy rovnice reálné kapaliny (6.5).

$$\Delta p = f_D \frac{L}{D} \frac{\rho v^2}{2}, \tag{6.5}$$

kde L představuje délku potrubí (v našem případě tedy odpovídá výšce hladiny), D průměr potrubí, ρ hustotu tekutiny, v průměrnou rychlost kapaliny a f_D je bezrozměrným koeficientem, který se také nazývá jako Darcyho koeficient tření.

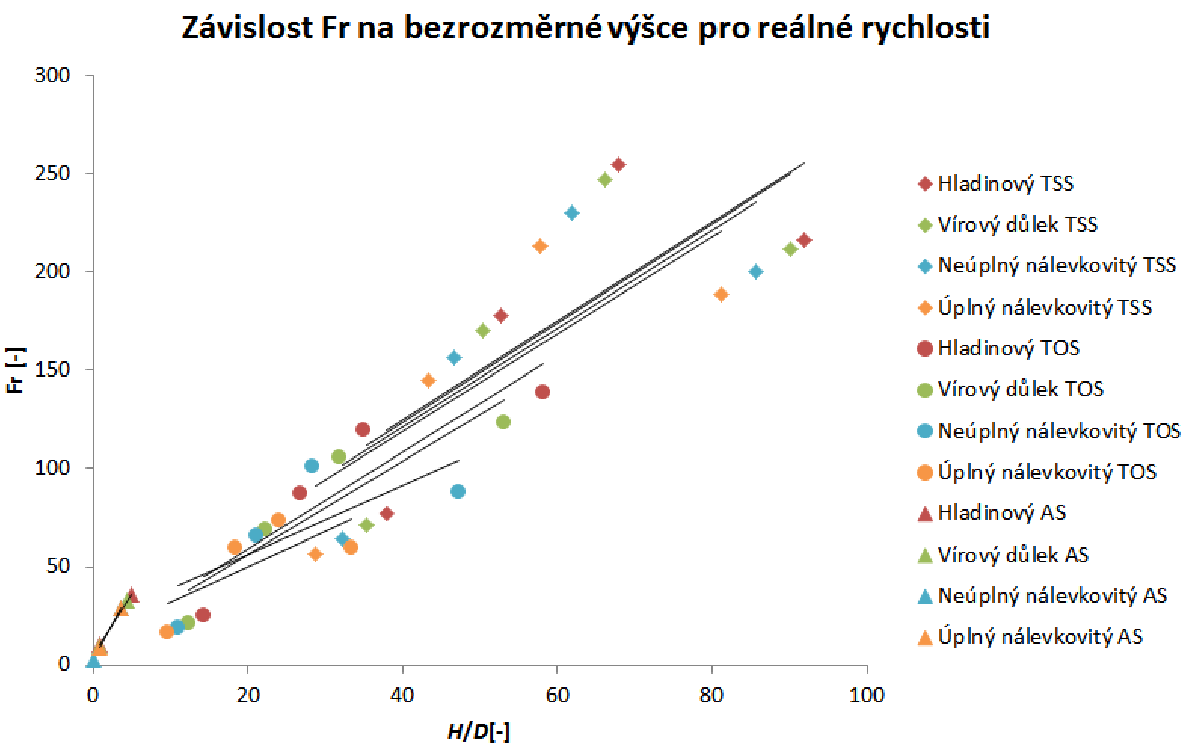
Předpoklad, že hodnoty reálných rychlostí budou vždy vlivem neideality kapaliny a dalším ztrátám nižší než teoreticky spočítané vztahem (6.3), se ovšem nepotvrdil. Důvodem tohoto fenoménu bude zřejmě skutečnost, že zařízení je částečně netěsné v oblasti výtoku, což lze pozorovat po napouštění válcové nádoby H a uzavření přítoku postupným poklesem hladiny. Lze očekávat, že ztráty v důsledku netěsností budou hrát svou významnou roli i při vypouštění kapaliny výtokovým otvorem. Množství těchto ztrát je v případě používaného zařízení ovšem pro jednotlivé otvory obtížně odhadnutelné. Alespoň pro částečné znázornění vlivu netěsností bylo provedeno měření, kdy byla nádrž vypouštěna pouze díky těmto ztrátám. Odtud byl určen objemový průtok kapaliny, jenž byl poté odečten od průtoku vybraného výpustního otvoru, ze kterého byla následně opět vypočtena výtoková rychlost. Pro názornost jsou výsledky ztrát prezentovány graficky na Obr. 6.5, kde je možné porovnat rychlost teoretickou, reálnou a reálnou beze ztrát a pak také hodnoty reálného, ztrátového a rozdílového průtoku. Ale množství ztrát v případě uzavřené nádoby neodpovídá stavu, kdy je otevřena výpusť, a proto je toto srovnání pouze ilustrativní.



Obr. 6.5 Vliv ztrát na výtokovou rychlost

6.4 Bezrozměrná podobnostní kritéria

Aby bylo možné rozšířit závěry na další typy kapalin nežli jen vodu, je proto nutné využít podobnostních kritérií, která zohledňují změny proudění. Nejjednodušším kritériem je Froudovo číslo (4.2), které reflektuje pouze vliv gravitačního zrychlení. Obr. 6.6 představuje vypočítané hodnoty Fr pro reálné rychlosti v závislosti na bezrozměrné výšce, kdy dochází ke vzniku daného víru. Hodnoty byly proloženy přímkou, protože při použití rychlostí získaných pomocí Torricelliho vztahu (6.3) všechny hodnoty vytvářejí přímku. Pro možnost porovnání odchylek Froudova čísla u reálných rychlostí a Fr pro Torricelliho rychlosti uvádí Tab. 6.4 průměrné rovnice regresních přímek.

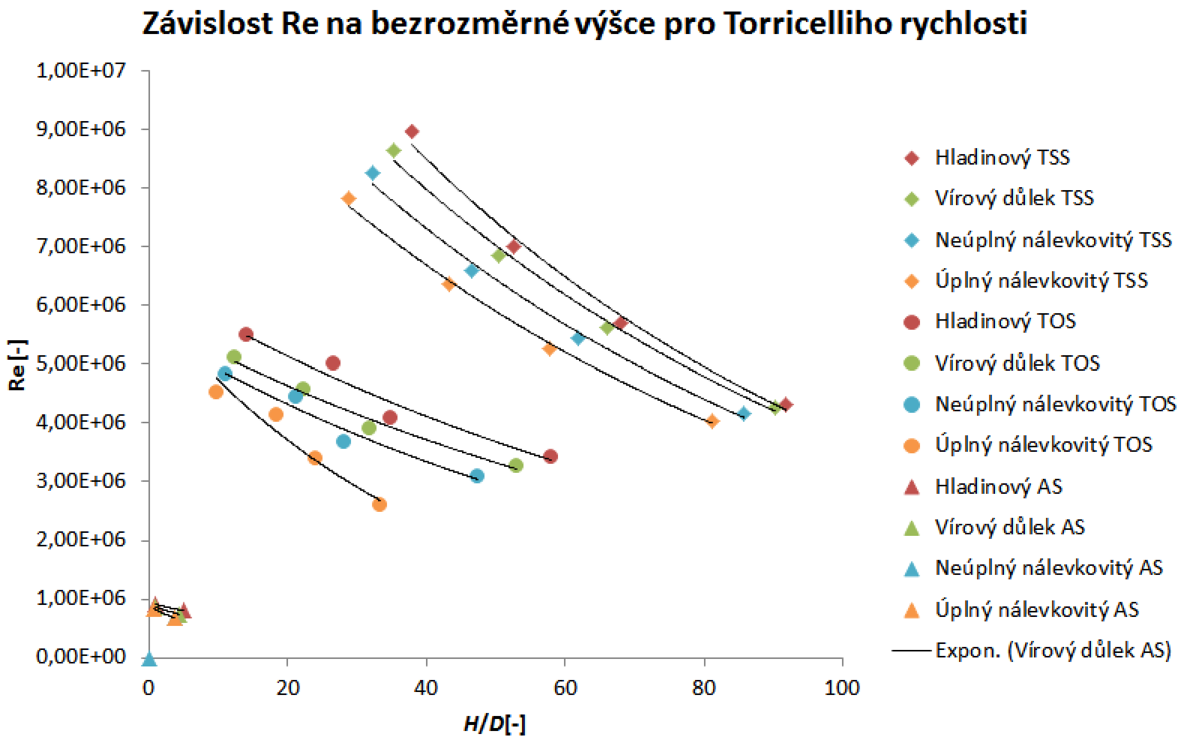


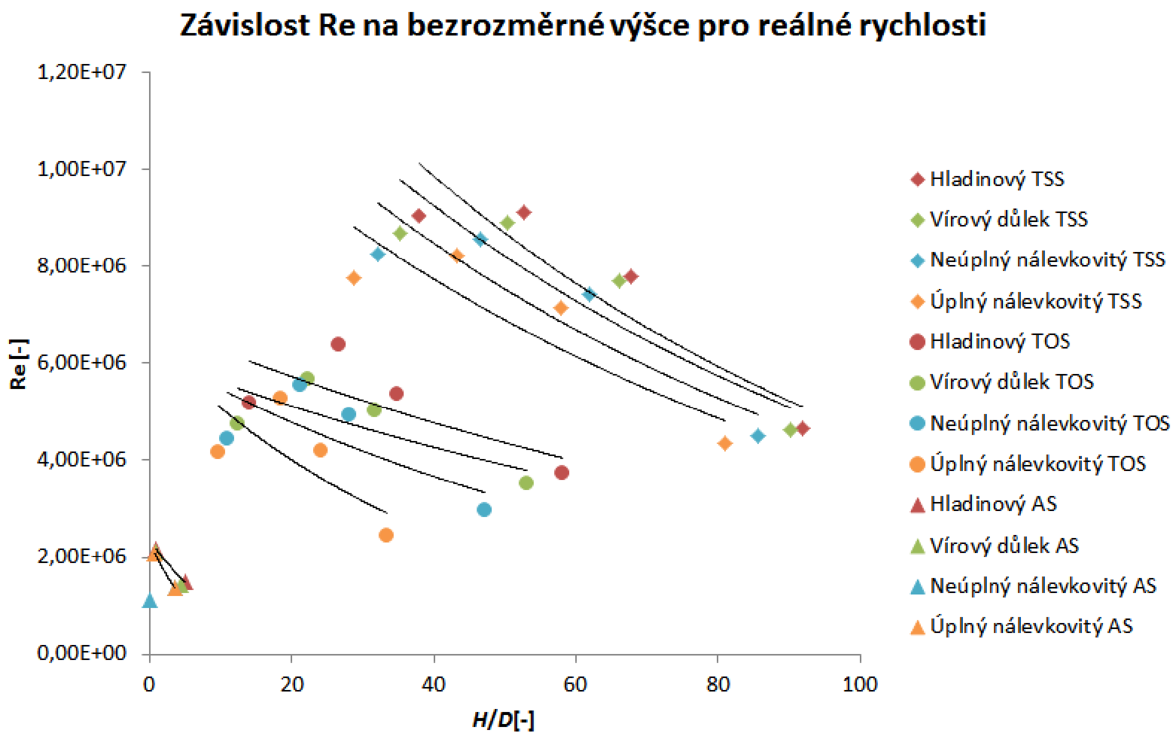
Obr. 6.6 Závislost Fr na bezrozměrné výšce pro reálnou rychlost tekutiny

Tab. 6.4 Průměrné rovnice regresních přímek pro $Fr = f\left(\frac{H}{D}\right)$ z Obr. 6.6

Poloha napouštěcích trysek	Průměrná rovnice lineární regrese
Torricelliho rychlost	$\mathrm{Fr} = 2\,\frac{H}{D}$
TSS	$\mathrm{Fr} = 2{,}507\frac{H}{D} + 21{,}905$
TOS	$\mathrm{Fr} = 2{,}107\frac{H}{D} + 13{,}346$
AS	$\mathrm{Fr} = 6{,}9414\frac{H}{D} + 4{,}132$

Výsledky u obecné reálné kapaliny by ovšem dále byly významně ovlivňovány mírou vnitřního tření, která bývá vyjadřována pomocí viskozity. Tento aspekt je zohledněn v Reynoldsově podobnostním čísle (4.1), které bylo spočítáno pro reálné naměřené rychlosti a také pro rychlosti vycházející ze vztahu (6.3) za předpokladu konstantní kinematické viskozity $1{,}06 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$. Výsledek je uveden graficky na Obr. 6.7 a Tab. 6.5 opět shrnuje získané rovnice regresních exponenciálních křivek.



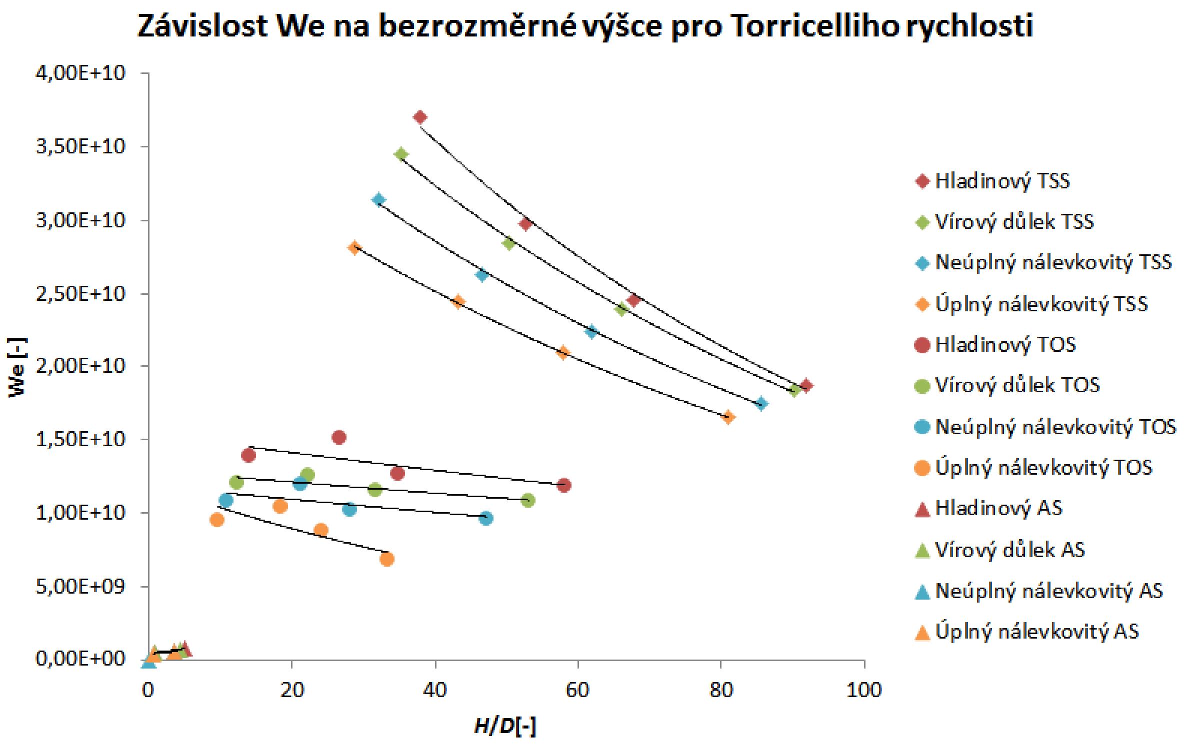


Obr. 6.7 Závislost Re na bezrozměrné výšce

Tab. 6.5 Rovnice exponenciálních regresních křivek pro $Re = f\left(\frac{H}{D}\right)$ z Obr. 6.7

Výtoková rychlost	Poloha napouštěcích trysek	Průměrná rovnice lineární regrese
Reálná	TSS	$\mathrm{Re} = 1{,}277 \cdot 10^{7} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0129\frac{H}{D}\right)$
	TOS	$\mathrm{Re} = 5{,}955 \cdot 10^{6} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0148\frac{H}{D}\right)$
	AS	$\mathrm{Re} = 9{,}039 \cdot 10^{5} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0491\frac{H}{D}\right)$
Torricelliho	TSS	$\mathrm{Re} = 1{,}431 \cdot 10^{7} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0120\frac{H}{D}\right)$
	TOS	$\mathrm{Re} = 6{,}427 \cdot 10^{6} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0138\frac{H}{D}\right)$
	AS	$\mathrm{Re} = 2{,}332 \cdot 10^{6} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0998\frac{H}{D}\right)$

Aby bylo možné pracovat s libovolnou tekutinou je také zapotřebí zohlednit rozdílné hustoty a vliv povrchového napětí. Za tímto účelem se používá Weberovo číslo (4.7). Obr. 6.8 prezentuje We získané pro rychlosti z Torricelliho vztahu. Pro reálně naměřené rychlosti závislosti vycházejí obdobně a v Tab. 6.6 jsou opět uvedeny rovnice regresních křivek.



Obr. 6.8 Závislost We na bezrozměrné výšce pro Torricelliho výtokovou rychlost

Tab. 6.6

Výtoková rychlost	Poloha napouštěcích trysek	Průměrná rovnice lineární regrese
Reálná	TSS	$We = 4{,}796 \cdot 10^{10} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0113\frac{H}{D}\right)$
	TOS	$We = 1{,}311 \cdot 10^{10} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0068\frac{H}{D}\right)$
	AS	$We = \cdot 4{,}23410^{8} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0956\frac{H}{D}\right)$
Torricelliho	TSS	$We = 6{,}019 \cdot 10^{10} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0096\frac{H}{D}\right)$
	TOS	$We = 1{,}524 \cdot 10^{10} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0051\frac{H}{D}\right)$
	AS	$We = 4{,}234 \cdot 10^{8} \cdot \mathbf{exp}\left(-0{,}0956\frac{H}{D}\right)$

Výpočty výšky hladiny, kdy vzniká sací vír, pro daný výpustní otvor pro široké spektrum reálných tekutin by zjevně vedly přes rovnici

$$\frac{H}{D} = f\left(Re, Fr, We, \Gamma\right), \tag{6.6}$$

kde Γ představuje komplex geometrických simplexů popisující vliv konkrétního geometrického uspořádání. Závislost lze při prvním přiblížení očekávat v obvyklém exponenciálním vztahu. Rovnice by měla poté tedy respektovat vliv hustoty, viskozity, povrchového napětí kapaliny a současně tím i větší část vlivu teploty systému na sledované hydrodynamické pochody.

6.5 Shrnutí

V rámci diplomové práce byla provedena série měření vypouštění tekutiny z nádoby vypouštěcím otvorem kruhového průřezu. Proces byl zaznamenáván a poté při vyhodnocování byly určovány výšky hladiny, kdy se pro daný výchozí stav kapaliny a velikost výtokového otvoru začínají vytvářet jednotlivé typy vírů. Pro daný systém s vodní náplní vychází závislost výšky hladiny na velikosti otvoru lineárně. Za předpokladu stejných podmínek lze tedy snadno předpovědět výšku hladiny pro daný typ výchozího napouštění tekutiny.

Ovšem tuto závislost nelze předpokládat u všech typů kapalin a proto bylo zapotřebí využít podobnostních čísel. Aby mohla být spočítána, bylo zapotřebí nejprve stanovit velikost výtokové rychlosti, která byla jednak spočítána teoreticky pomocí Torricelliho vztahu (6.3), tak také pomocí rovnice kontinuity (6.4). Bylo očekáváno, že teoretická rychlost bude vycházet vyšší než hodnoty reálné rychlosti získané pomocí rovnice (6.4) vlivem tlakových ztrát popisovaných Darcy-Weisbachovou rovnicí reálné kapaliny (6.5). Výsledek ale vyšel opačně, nežli se usuzovalo. Předpokládá se, že vznik tohoto fenoménu je důsledkem netěsností zařízení v okolí výtoku a tím dochází k obtížně definovatelným ztrátám, které způsobují výpočetní nárůst rychlosti v uvažované oblasti.

Pro predikci výšky hladiny u širšího spektra kapalin byly tedy dále sestrojeny závislosti podobnostních čísel na bezrozměrné výšce $\frac{H}{D}$, ze kterých je také možné určit výšku hladiny při uvažování vybraných odlišností jiných kapalin. Pro ověření platnosti ale bohužel zatím nebyly prováděny experimenty s jinými tekutinami než vodou. Při uvažování veškerých odlišností reálných kapalin by bylo zapotřebí nalézt funkční vztah (6.6).

7 ZÁVĚR

V rámci diplomové práce byla zkoumána závislost výšky hladiny, při které dochází k vytvoření sacího víru při vypouštění nádoby, na výchozím stavu kapaliny a velikosti výpustního otvoru. Experimenty byly prováděny pouze s vodou. Z naměřených hodnot byly sestrojeny diagramy použitelné pro odhad výšky hladiny při změně velikosti výpustního otvoru při shodných výchozích podmínkách.

Pro následné praktické využití vytvořených diagramů by bylo vhodné naměřit další varianty pro jiné velikosti výpustních otvorů a další způsoby napouštění nádoby, čímž by došlo k zahuštění zkonstruovaných diagramů. Pro potvrzení předpokladů platících pro širší spektrum tekutin by bylo dobré provést měření i s jinými kapalinami. Tím by také mohlo dojít k upřesnění rovnic a stanovení potřebných konstant.

POUŽITÁ LITERATURA

[1] JÍZDNÝ, M. *Od tornáda k vodní turbíně.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 58 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.

[2] WHITE, Frank M. *Fluid mechanics*. 6th ed. New York, NY: McGraw-Hill, xv, 862 p. ISBN 978-007-3529-349.

[3] HOFMANN, Jaroslav a Marie URBANOVÁ. *Fyzika I* [online]. 0. vyd. Praha: VŠCHT Praha, 2005 [cit. 2014-04-01]. Dostupné z: http://vydavatelstvi.vscht.cz/katalog/uid_ekniha-001/anotace/

[4] Mechanika tekutin: Proudění viskózní tekutiny. *Zakladni kurz fyziky pro distancni studium na MFF UK* [online]. [cit. 2014-04-05]. Dostupné z: http://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/4_4

[5] Hudec, M. *Optimalizace projektu hydraulických systému z hlediska časové změny parametrů.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 59 s. Vedoucí disertační práce doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.

[6] LUGHT, Hans J. *Vortex Flow in Nature and Technology*. United States of America : Wiley & Sons, 1983. 297 s. ISBN 0-471-86925-2.

[7] KUNDU, Pijush K, Ira M COHEN a David R DOWLING. *Fluid mechanics*. 5th ed. Waltham, MA: Academic Press, c2012. ISBN 01-238-2100-2.

[8] LUGHT, Hans J. *Vortex Flow in Nature and Technology*. United States of America : Wiley & Sons, 1983. 297 s. ISBN 0-471-86925-2.

[9] RESIGA, Romeo Susan. Analysis of the Swirling Flow Downstream a Francis Turbine Runner. *Journal of Fluid Engineering*. 2006, 128, s. 177-189.

[10] HLAVÁČEK, D.: *Kavitující proudění v konvergetně-divergentní trysce*.(2012) Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Pavel Rudolf, PhD.

[11] ROHAN, K.: *Vodohospodářský časopis: K určovaniu profile lievikového víru.* (1966)

[12] POLIKOVSKIJ, V.I., PERELMAN, R.T., *Voronkoobrazovani je židkosti s odkrytoj poverchnosťju.* Gosenergoizdat, Moskva 1959.

[13] Skalička, J.: *Výzkum proudění s vtokovými víry na zmenšených fyzikálních modelech. Vodní hospodářství A 33*, 1983, č. 1, str. 5-11

[14] CUREV, A.: *Vodohospodářský časopis: Strouhalovo číslo jako universální kinematické kritérium podobnosti v hydromechanice*. (1978)

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

η	$N \cdot s \cdot m^{-2}$	dynamická viskozita
υ	$m^2 \cdot s^{-1}$	kinematická viskozita
φ	$m \cdot s^{-1}$	rychlostní potenciál
Ω	s^{-1}	vírový vektor rychlostního pole
ξ	s^{-1}	složka vírového vektoru rychlostního pole
ι	s^{-1}	složka vírového vektoru rychlostního pole
Γ	$m^2 \cdot s^{-1}$	cirkulace rychlosti
η^{I}	s^{-1}	složka vírového vektoru rychlostního pole
A	m^2	myšlený řez korytem s otevřenou hladinou
a	$m \cdot s^{-2}$	zrychlení
AS		axiální směr trysek
B	m^2	myšlený řez korytem s otevřenou hladinou
D	m	velikost průměru výtokového otvoru
F	Hz	frekvence
f_D		Darcyho rozměrový koeficient tření
Fr		Froudovo podobnostní číslo
g	$m \cdot s^{-2}$	tíhové zrychlení
H	m	výška hladiny
i		jednotkový vektor osy x
j		jednotkový vektor osy y
k		jednotkový vektor osy z
K	$m \cdot s^{-2}$	konstanta
N		normálový vektor
P	Pa	tlak
p_0	Pa	tlak okolí
Q	$m^3 \cdot s^{-1}$	objemový průtok
r	m	Poloměr
r_0	m	poloměr jádra víru na hladině
r_c	m	poloměr jádra u Lambova víru
Re		Reynoldsovo podobnostní číslo
S	m^2	plocha
Sh		Strouhalovo podobnostní číslo
t	s	čas
TOS		tangenciální směr trysek ve opačném smyslu
TSS		tangenciální směr trysek ve shodném smyslu
u	$m \cdot s^{-1}$	pravoúhlý průmět rychlosti do osy x
v	$m \cdot s^{-1}$	rychlost
v	$m \cdot s^{-1}$	pravoúhlý průmět rychlosti do osy y
v_0	$m \cdot s^{-1}$	tangenciální rychlost víru na hladině kapaliny
v_v	$m \cdot s^{-1}$	výtoková rychlost
w	$m \cdot s^{-1}$	pravoúhlý průmět rychlosti do osy z
We		Weberovo podobnostní číslo
x		osa pravoúhlého systému
y		osa pravoúhlého systému

z		osa pravoúhlého systému
z_0	m	výška hladiny
κ		Exponent tlakových ztrát v důsledku vnitřního tření
λ		měřítko charakteristických délek
ρ	$kg \cdot m^{-3}$	hustota
σ		křivka ohraničující uzavřenou plochu S
ω	$rad \cdot s^{-1}$	úhlová rychlost

SEZNAM PŘÍLOH