



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

IDENTIFIKACE PARAMETRŮ ELASTO-PLASTICKÝCH MODELŮ MATERIÁLU Z EXPERIMENTÁLNÍCH DAT

PARAMETER IDENTIFICATION FOR ELASTIC-PLASTIC MATERIAL MODELS FROM
EXPERIMENTAL DATA

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. IVAN JENÍK

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. PETR KUBÍK

BRNO 2015

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Ivan Jeník

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Identifikace parametrů elasto-plastických modelů materiálu z experimentálních dat

v anglickém jazyce:

Parameter Identification for Elastic-plastic Material Models from Experimental Data

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výpočtové modelování rozvinutých plastických deformací se neobejde bez věrohodného modelu plastického chování materiálu. Parametry modelu lze získat z křivky plastického zpevnění materiálu, jejíž určení z experimentálních dat není triviální. Snahou je tento proces automatizovat při zachování akceptovatelné přesnosti.

Tato práce bude provedena v úzké spolupráci s firmou ÚAM Brno, s.r.o. Získané výsledky a postupy budou použity pro zpřesnění výpočtových analýz prováděných na ÚAM Brno, s.r.o.

Cíle diplomové práce:

1. Rešerše metod pro určení křivky plastického zpevnění materiálu z tahové zkoušky, včetně části po vzniku plastické nestability.
2. Zpracovat výsledky tahových zkoušek hladkých válcových vzorků vybraných materiálů různými metodami.
3. Zhodnotit a případně modifikovat jednotlivé přístupy s důrazem na automatizaci algoritmu, univerzálnost použití a věrohodnost výsledků.

Seznam odborné literatury:

Bridgman P.W. Studies in Large Plastic Flow and Fracture, McGraw-Hill, 1952, New York.

Mirone G. A new model for the elastoplastic characterization and the stress–strain determination on the necking section of a tensile specimen. International Journal of Solids and Structures, 2004, vol. 41, pp. 3545-3564.

Bořkovec J. Computer simulation of material separation process. PhD thesis, Institute of solid mechanics, mechatronics and biomechanics, Brno University of Technology, 2008

Vedoucí diplomové práce: Ing. Petr Kubík

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015. V Brně, dne 22.10.2014

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
Děkan fakulty

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá problematikou identifikace křivky plastického zpevnění materiálu ze záznamu tahové zkoušky hladkého válcového vzorku.

Nejprve je uveden teoretický základ nezbytný k řešení problému. Jsou definovány základní pojmy inkrementální teorie plasticity, popsáno provedení tahové zkoušky a zpracování jejích výstupů. Dále možnosti matematického vyjádření konstitutivního vztahu elasto-plastického materiálu, tedy samotné křivky zpevnění. Stručně je vysvětlen také mechanismus tvárného porušování materiálu.

Je předložen přehled současně používaných metod identifikace křivky zpevnění materiálu z mechanických zkoušek, kdy napjatost není jednoosá. Jedná se buď o různé druhy analytické korekce přepočtových vztahů, odvozených pro napjatost jednoosou, nebo využití metod matematické optimalizace v kombinaci s numerickou simulací tahové zkoušky. Zmíněna je také nekonvenční metoda neuronových sítí.

Pro 8 vybraných materiálů je provedena identifikace jejich křivky zpevnění metodou analytické korekce, optimalizace, sekvenční identifikace a pomocí neuronové sítě. Algoritmy posledních dvou metod byly modifikovány.

Na základě analýzy získaných výsledků je doporučena oblast použití a nastavení parametrů jednotlivých algoritmů. Jako efektivní cesta k věrohodnému výsledku se ukázala kombinace principiálně různých metod během procesu identifikace.

Klíčová slova

metody identifikace, plasticita, plastická deformace, křivka zpevnění, MLR korekce, sekvenční identifikace, optimalizace, neuronová síť, tahová zkouška

Abstract

This master's thesis deals with the identification of the material flow curve from record of tensile test of smooth cylindrical specimen.

First, necessary theory background is presented. Basic terms of incremental theory of plasticity, tensile test procedure and processing its outputs are described. Furthermore, possibilities of mathematical expression of the elastic-plastic material constitutive law, thus mathematical expression of the material flow curve itself. Mechanism of ductile damage of material is explained briefly as well.

Overview of recent methods of the flow curve identification is given, focused on cases, when the stress distribution in a specimen is not uniaxial. That is either kind of analytic correction of basic formulas derived for uniaxial stress state, or application of mathematical optimization techniques combined with numerical simulation of the tensile test. Also unusual method of neural network is mentioned.

For 8 given materials, the flow curve identification was performed using different methods. Namely by analytic correction, optimization, sequential identification and neural network. Algorithms of the last two methods were modified.

Based on assessment of obtained results, application field and adjusting the parameters of single algorithms was recommended. It showed up, that an effective way to the accurate and credible results is the combination of different methods during flow curve identification procedure.

Keywords

identification methods, plasticity, plastic strain, flow curve, MLR correction, sequential identification, optimization, neural network, tensile test

Bibliografická citace

JENÍK, I. *Identifikace parametrů elasto-plastických modelů materiálu z experimentálních dat*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 87 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Petr Kubík.

Prohlášení o autorství

Tímto prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, pod vedením svého vedoucího Ing. Petra Kubíka a na základě uvedených informačních zdrojů.

V Brně dne 19. 5. 2015

.....

Podpis

Poděkování

Touto cestou bych rád poděkoval všem lidem, kteří přispěli k vytvoření této práce, zejména pak svému vedoucímu Ing. Petrovi Kubíkovi za jeho vstřícný přístup. Zvláštní dík patří také Ing. Jiřímu Hůlkovi, Ph.D., který mi věnoval jeho cenný čas při konzultacích a zprostředkoval spojení s firmou ÚAM Brno, s.r.o., která mi zajistila mimo jiné školení v programu optiSLang, a Ústavem fyziky materiálů AV ČR, v. v. i., kde se díky ochotě prof. Ing. Ivo Dlouhého, CSc. a Ing. Pavla Čupery podařilo z archivu získat velmi zajímavá experimentální data. V neposlední řadě patří dík také Ing. Tomáši Návratovi, Ph.D, který mi umožnil přístup k licenci programu optiSLang a jeho využití na externí výpočetní kapacitě.

Největší poděkování však patří rodičům a nejbližší rodině, kteří mě podporovali v celém průběhu dosavadního studia.

Tato práce vznikla za podpory a na přístrojovém vybavení NETME Centre, regionálního výzkumného a vývojového centra vybudovaného z finančních prostředků Operačního programu Výzkum a vývoj pro inovace v rámci projektu NETME Centre (Nové technologie pro strojírenství), Reg. č.: CZ.1.05/2.1.00/01.0002 a podporovaného v navazující fázi udržitelnosti prostřednictvím projektu NETME CENTRE PLUS (LO1202) za finančního přispění Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci účelové podpory programu „Národní program udržitelnosti I“.

Obsah

Úvod	11
1 Formulace problému a cíle řešení.....	12
2 Vymezení základních pojmů	13
2.1 Teorie plasticity	13
2.1.1 Mezní podmínka plasticity.....	14
2.1.2 Zákon plastického tečení	16
2.1.3 Mechanismus zpevnění materiálu.....	16
2.2 Tahová zkouška	17
2.2.1 Provedení zkoušky	17
2.2.2 Tahový diagram a mechanické veličiny	18
2.3 Tvárné porušování	21
2.4 Konstitutivní modely pružně-plastického materiálu	23
3 Metody identifikace křivky zpevnění	25
3.1 Analytická korekce - přímá metoda	26
3.1.1 Bridgmanova korekce	26
3.1.2 Korekce MLR.....	27
3.1.3 Korekce dle Zhanga	28
3.2 Optimalizace - iterační metoda	31
3.2.1 Variace parametrů analytického vztahu.....	32
3.2.2 Variace bodů multilineární formy	35
3.3 Neuronové sítě - soft-computing.....	39
4 Analýza problému	41
4.1 Systém podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$	41
4.2 Zavedení předpokladů pro řešení problému.....	42
5 Identifikace parametrů vybraných materiálů.....	44
5.1 MKP model	44
5.1.1 Geometrie a okrajové podmínky	45
5.1.2 Volba hustoty sítě konečných prvků	46
5.1.3 Konstitutivní model materiálu.....	47
5.2 MLR korekce	48
5.3 Sekvenční identifikace (SEQ)	49
5.3.1 Příprava vstupních dat.....	49
5.3.2 Zobecněný proces sekvenční identifikace	51
5.3.3 Analýza výsledků - SEQ.....	52

5.4	Neuronové sítě (NN)	55
5.4.1	Algoritmus identifikace KZ pomocí NN	55
5.4.2	Analýza výsledků - NN	58
5.5	Optimalizace	61
5.5.1	Přímá optimalizace.....	62
5.5.2	Preoptimalizace pomocí SEQ a NN	66
6	Získané poznatky	70
7	Závěr	73
8	Seznamy	74
8.1	Použité informační zdroje	74
8.2	Zkratky a symboly	76
8.2.1	Použité zkratky	76
8.2.2	Použité symboly	76
9	Přílohy	79
	Příloha A: Vzájemné porovnání výsledků metod SEQ a NN	79
	Příloha B: Elektronická příloha.....	87

Úvod

Vznik makroskopických plastických deformací je u strojních konstrukcí obecně vnímán jako negativní jev, který omezuje jejich funkčnost. Při návrhu a kontrole součástí nás tedy nejprve zajímá, zda k jejich vzniku nedojde (mezní stav pružnosti materiálu). Opačný případ ovšem nastává při návrhu technologických operací, kdy právě pomocí různých forem plastické deformace dosahujeme změny tvaru polotovaru (tváření, obrábění).

V tomto případě je vhodné využít výpočtové modelování (simulaci) probíhajících procesů, abychom byli schopni navrhnout optimální tvar nástrojů, který dá výrobku požadované vlastnosti. Další úrovní je hodnocení mezních stavů tvárného porušování materiálu výrobku. Vyhneme se tak zbytečné výrobě špatně fungujících nástrojů, zvýšíme jejich životnost, či minimalizujeme energetickou náročnost procesu. To vše vede ke snížení výrobních nákladů.

Popis elasto-plastického chování materiálu je podstatně složitější než např. lineárně elastického. Hlavní roli zde hraje fakt, že chování materiálu závisí na historii předchozího zatěžování (nekonzervativnost). Často také dochází k velkým deformacím.

Historicky nejstarší přístupy k popisu plastické deformace vycházely pouze z empirických zkušeností. Byly však platné pouze pro určité technologické operace a úzkou skupinu materiálů. Ve fázi prvotního návrhu se s nimi však často setkáme i dnes. S rozvojem výpočetní techniky a zdokonalením metody konečných prvků však dostaly šanci i teorie dříve těžko využitelné.

V této práci budeme pracovat s inkrementální teorií plasticity. Ta je založena na makroskopickém popisu chování materiálu. Neuvažuje tedy deformační mechanismy probíhající na úrovni struktury materiálu (pohyby dislokací,...), ale pouze jejich vnější projevy jako odezvu na zatížení. Pro potřeby výpočtového modelování je však nutné tyto projevy kvantifikovat a to formou parametrů konstitutivních vztahů (tzv. konstant materiálu).

Konstanty materiálu lze získat z výsledků mechanických zkoušek. Tou nejrozšířenější je zkouška jednoosá tahová, kterou se zde budeme zabývat. Spočívá v deformačním osovém zatížení zkušebního vzorku a záznamu silové odezvy. Končí okamžikem porušení vzorku. Svým provedením patří zkouška mezi jednoduché a levné, avšak interpretace jejích výstupů pro potřeby výpočtového modelování plasticity je komplikovanější.

Komplikace působí vznik plastické nestability ve formě krčku v poslední fázi zatěžování (mezi mezí pevnosti a porušením vzorku). Změna geometrie součásti způsobí přeměnu jednoosé tahové napjatosti v napjatost trojosou, což výrazně komplikuje přepočet výstupů zkoušky ve formě závislosti síla - prodloužení vzorku na potřebné vstupy do numerických výpočtů ve formě redukované napětí - redukované plastické přetvoření.

Ke vzniku krčku dochází při dosažení meze pevnosti. Do této hodnoty je tedy přepočet jednoznačný, možný analyticky, což pro potřeby simulace tváření většinou stačí. Klíčovou roli má však přesnost určení nestabilní části závislosti např. jako vstup do kalibrace kritérií porušování materiálu tvárným lomem. Cílem této práce je tedy na základě současné úrovně poznání vybrat, případně vytvořit optimální postup získávání parametrů konstitutivního vztahu z celého průběhu tahové zkoušky.

1 Formulace problému a cíle řešení

Simulace technologických operací včetně predikce tvárného porušení součásti je poměrně mladá disciplína, která však v potřebách dnešního průmyslu nabývá na významu. Je to klíč k optimálnímu návrhu nástrojů pro progresivní tváření a obrábění a v neposlední řadě zaujímá místo ve specifických oblastech jako je např. simulace crash testů automobilu. Věrohodné výsledky ale dostaneme pouze zadáním korektně určených vstupů.

Přestože vývojáři výpočtových programů vycházejí vstříc jejich uživatelům postupnou implementací nových teorií a modelů do kódu programu (případně jejich modifikovatelností), ucelená metodika pro získávání vstupních veličin a kalibraci výpočtových modelů pro určitý materiál zatím chybí.

Cílem této práce je nejprve vytvořit přehled doposud publikovaných metodik kalibrace konstitutivních modelů elasto-plastického materiálu na základě výsledků mechanických zkoušek, přičemž se omezíme na jednoosou tahovou zkoušku hladkého vzorku válcového průřezu. Na základě získaných vědomostí bude vybráno (či vytvořeno) několik metod, pomocí kterých budou určeny konstanty vybraných materiálů. Výstupem bude vzájemné srovnání výsledků získaných těmito metodami, s důrazem na část křivky za mezí pevnosti. Dále jejich zhodnocení a doporučení volby postupu pro budoucí řešitele této problematiky.

Kritérii tvárného porušení materiálu se zabývat nebudeme, přestože přesné určení konstitutivní závislosti materiálu až do jeho porušení pro ně má klíčový význam.

2 Vymezení základních pojmů

2.1 Teorie plasticity

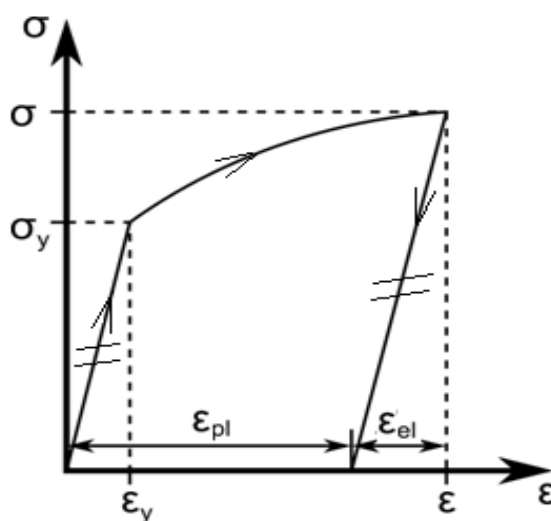
Při zatížení materiálu nad limitní stav napjatosti se po jeho odlehčení objeví nevratná plastická deformace. Plasticita je nekonzervativní proces, jehož výsledek je závislý na celé historii zatěžování. Při výpočtovém modelování je tedy nutné uvažovat celou sekvenci zatěžovacích (a odlehčovacích) kroků, které odpovídají reálnému průběhu zatížení [19].

Nejčastěji využívaný matematický aparát pro modelování elasto-plastické odezvy materiálu je inkrementální (přírůstková) teorie plasticity. Tato teorie sestává ze tří základních komponent:

- mezní podmínka plasticity
- zákon plastického tečení
- mechanismus zpevnění materiálu

Metoda řeší odděleně elastickou a plastickou složku deformace. To znamená, že tenzor celkového přetvoření ε je rozdělen na dvě části. Jelikož je plasticita závislá na historii (dráze) zatěžování, pracujeme vždy jen s přírůstkem přetvoření odpovídajícím přírůstku zatížení. Můžeme psát:

$$d\varepsilon = d\varepsilon_{pl} + d\varepsilon_{el} \quad (2.1)$$



Obr. 1: Vznik nevratné deformace po zatížení a odlehčení E-P materiálu [2]

Pro většinu technických materiálů je přírůstek napětí přímo úměrný (proporcionální) k přírůstku pouze elastické části deformace (platí Hookeův zákon):

$$d\sigma = \mathbf{D} d\varepsilon_{el} \quad (2.2)$$

Přírůstek plastické složky deformace $d\varepsilon_{pl}$ je stanoven na základě modelu plasticity jako funkce stavu napjatosti a historie zatěžování. To je často silně nelineární funkce. Další nelinearity do řešení vnáší skutečnost, že většinou dochází k velkým přetvořením i deformacím. Při výpočtu musíme tyto okolnosti brát v potaz [11], [2].

2.1.1 Mezní podmínka plasticity

Úroveň napjatosti je nejčastěji popsána tzv. redukovaným napětím σ_{eq} . Je to skalární funkce stavu napjatosti. K této veličině je vztažena podmínka plasticity, která tvoří hranici mezi elastickým a plastickým chováním materiálu.

$$f(\sigma, t) = \sigma_{eq} - \sigma_y(t) = 0 \quad (2.3)$$

$\sigma_y(t)$ je konstantou materiálu (mez kluzu), závisující na historii zatěžování (viz kap. 2.1.3). Pokud je podmínka plasticity ve tvaru

$$f(\sigma, t) < 0, \quad (2.4)$$

chová se materiál čistě elasticky. V případě rovnosti se začne projevovat plastická složka deformace. Kladná hodnota podmínky plasticity je fyzikálně nemožná. V Haighově prostoru (prostor hlavních napětí $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) tvoří podmínka plasticity plochu, která může mít libovolný konvexní tvar včetně rohů a vrcholů [11].

Nejčastěji používané podmínky plasticity jsou:

- **HMH** - tzv. von Misesovo, nebo ekvivalentní napětí
- plochu plasticity tvoří rotační válec s osou $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$

$$\begin{aligned} \sigma_{eq_{HMH}} &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \frac{3}{\sqrt{2}}\tau_{okt} = \sigma_y \end{aligned} \quad (2.5)$$

- **Tresca** - tzv. $\max\tau$, nebo intenzita napětí
- plochu plasticity tvoří šestiboký válec s osou $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$

$$\sigma_{eq_T} = \max(|\sigma_I - \sigma_{II}|, |\sigma_{II} - \sigma_{III}|, |\sigma_{III} - \sigma_I|) = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_y \quad (2.6)$$

- **Mohr-Coulomb** - podobný Trescovi, nesymetrický v tahu a tlaku (válec se mění na jehlan)

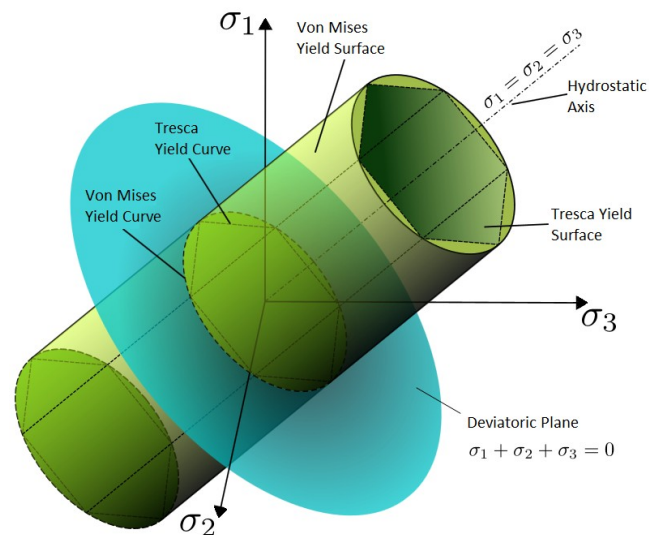
$$\begin{aligned} \sigma_{eq_{MC}} &= \frac{m+1}{2} \max(|\sigma_I - \sigma_{II}| + K(\sigma_I + \sigma_{II}), |\sigma_I - \sigma_{III}| + K(\sigma_I + \sigma_{III}), \\ &|\sigma_{II} - \sigma_{III}| + K(\sigma_{II} + \sigma_{III})) = \sigma_y, \end{aligned} \quad (2.7)$$

kde $m = \frac{Re_{tlak}}{Re_{tah}}$ je poměr mezí kluzu a $K = \frac{m-1}{m+1}$.

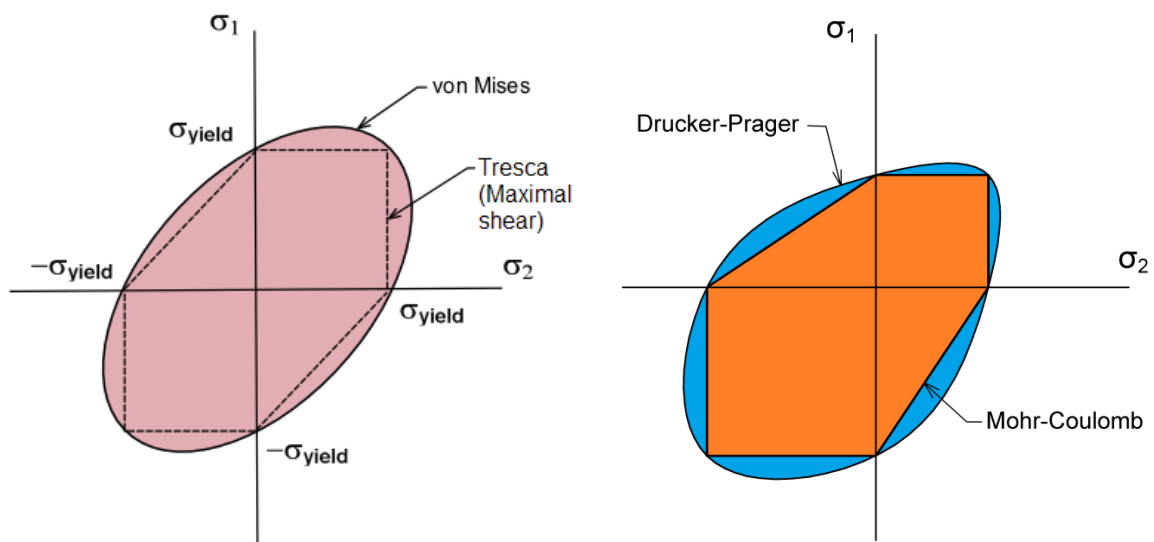
- **Drucker-Prager** - zejména pro modely půdy a hornin

$$\sigma_{eqDP} = \left(\frac{m-1}{2}\right)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \left(\frac{m+1}{2}\right)\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} = \sigma_y \quad (2.8)$$

kde m má stejný význam jako u Mohr-Coulomba



Obr. 2: Trescova a HMM plocha plasticity v Haighově prostoru [23]



Obr. 3: Porovnání vybraných podmínek plasticity [23]

- **Wilkins** - zohledňuje rozdíl mezi smykovým a tahovým namáháním
- **Gurson** - porézní tvárné materiály, vliv růstu dutin na deformaci a naopak
- **Bai - Wierzbicki** - modifikace podmínky HMM

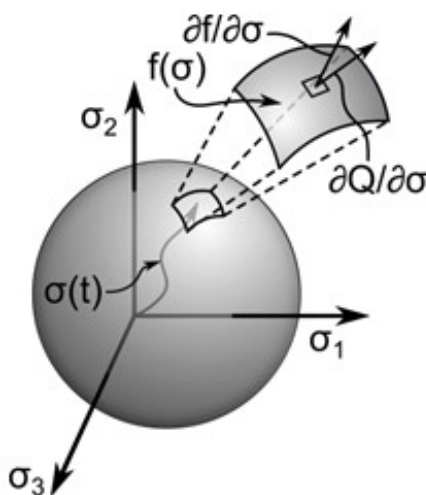
Existuje řada dalších podmínek plasticity, které lépe vystihují chování určitých skupin materiálů (rozdílné vlastnosti v tahu a tlaku, anizotropie, porozita, atp.). Jejich rostoucí komplexnost s sebou však nese také rostoucí počet konstant materiálu, které musíme identifikovat z experimentů při kalibraci podmínek plasticity pro konkrétní materiál. Roste tak počet nutných experimentů a náročnost zpracování jejich výsledků. V komerčních softwarech na bázi MKP je jich navíc implementováno pouze omezené množství. V této práci se omezíme pouze na podmínku HMM. Stěžejní pro nás bude algoritmus identifikace, ne zkoumání fyzikální opodstatněnosti daného modelu materiálu [11], [2].

2.1.2 Zákon plastického tečení

Určuje velikost přírůstku složek plastického přetvoření v závislosti na přírůstku napětí jako:

$$d\epsilon_{pl} = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma}, \quad (2.9)$$

kde λ je plastický multiplikátor (udává velikost přírůstku) a Q plastický potenciál. Pokud je plastický potenciál totožný s plochou plasticity f , přírůstek plastické deformace je k této ploše kolmý a hovoříme o sdruženém zákonu tečení. Ten je vhodný pro modelování tvárných materiálů [2].



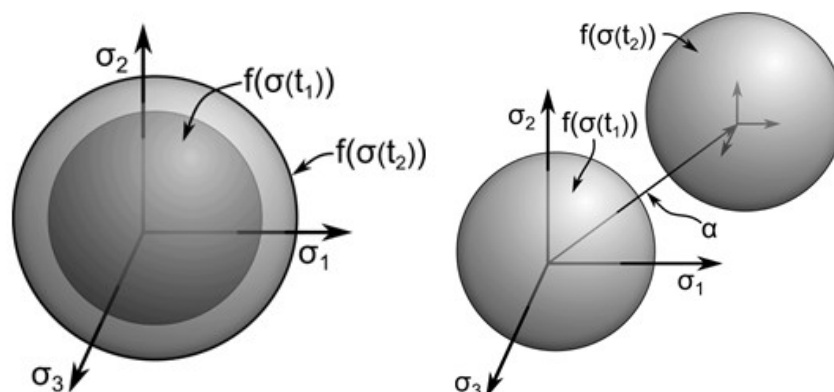
Obr. 4: Znárodnění zákona plastického tečení [2]

2.1.3 Mechanismus zpevnění materiálu

Definuje změnu tvaru či polohy plochy plasticity v závislosti na předchozím zatěžování, aby bylo možné vyjádřit podmínku plasticity i při opakované plastizaci materiálu. Existují dva základní druhy zpevnění (obr. 5):

- **Izotropní** - plocha plasticity si zachovává původní tvar, ale spolu s rostoucí hodnotou $\sigma_y(t)$ roste i její rozměr (plošný obsah)
 - model je vhodný pro monotónní zatížení s elastickým odlehčením (např. tahová zkouška)
- **Kinematické** - tento model zpevnění zachovává tvar i velikost plochy plasticity v historii zatěžování, ale její počátek $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ (a tedy celá plocha) se posune v Haighově prostoru na jinou pozici

- tento model je vhodný k popisu cyklického plastického zatížení a věrně popisuje Bauschingerův jev



Obr. 5: Izotropní (vlevo) a kinematické zpevnění (vpravo) v Haighově prostoru [2]

Existují samozřejmě i kombinace těchto modelů. Zohledněna může být i změna tvaru plochy plasticity v průběhu zatěžování, nebo její smrštění (změkčení) vlivem zvýšení teploty materiálu [2], [19].

Pozn.: V teorii velkých deformací (u plasticity běžné) se zvlášť modeluje objemová a tvarová složka deformace, proto se i tenzory napětí a přetvoření rozdělí na dvě složky, jejichž součet dá původní tenzor. Deviatorová složka má za následek změnu tvaru, kulová (hydrostatická) změnu objemu materiálu (odpovídá rovnoměrné trojosé napjatosti). Hydrostatická složka napětí σ_H resp. hodnota triaxiality TF se vypočte ze vztahu:

$$\sigma_H = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad \text{resp.} \quad TF = \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \quad (2.10)$$

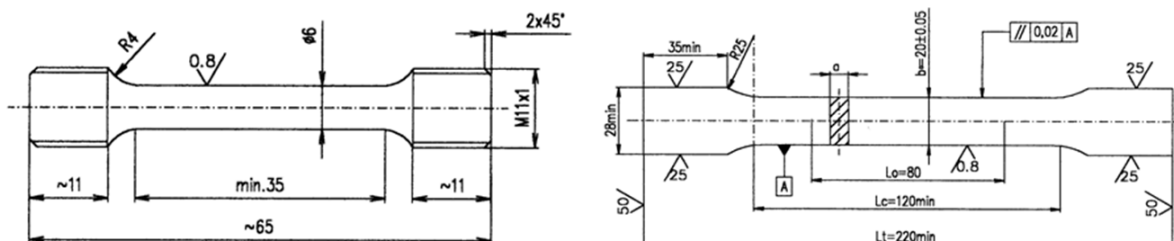
Během plastické deformace je materiál nestlačitelný. Běžné podmínky plasticity (HMH, $\max \tau$) tedy neuvažují vliv kulového tenzoru na deformaci. U některých materiálů ale hodnota triaxiality a tzv. Lodeho parametr/úhel θ (vychází z 3. invariantu deviatoru) ovlivňují hodnotu okamžité meze kluzu. V těchto případech je nutné použít složitější podmínky plasticity (např. Drucker-Prager, Mohr-Coulomb,...), které tyto jevy ve výpočtu zohlední [11].

2.2 Tahová zkouška

2.2.1 Provedení zkoušky

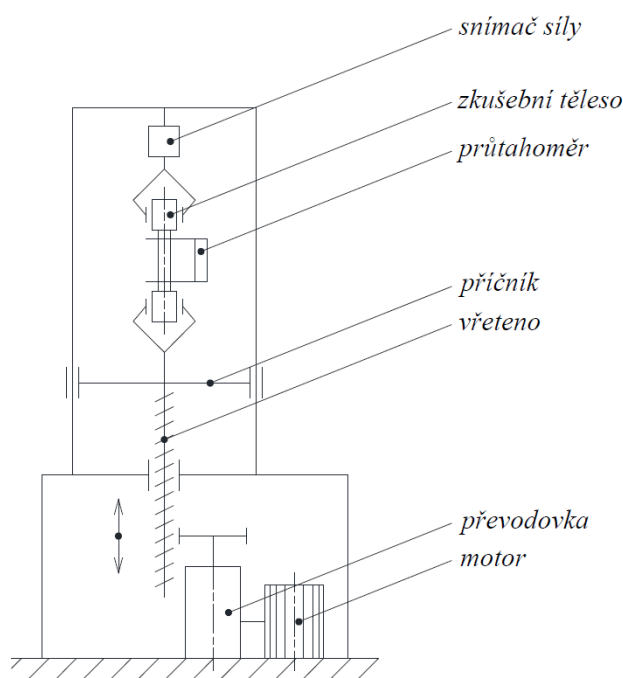
Díky jednoduchosti principu se jedná o jednu z nejrozšířenějších zkoušek pro určování mechanických vlastností materiálu. Předpisy pro její provedení a vyhodnocení jsou uvedeny v normě ČSN EN 10002. Vzorek má tvar tyče kruhového, nebo obdélníkového průřezu s konci upravenými pro upnutí (obr. 6). Ve zkušebním stroji (schéma na obr. 7) je postupně deformačně zatěžován posuvem, přičemž synchronně odměřujeme vyvinutou tahovou sílu. Výstupem zkoušky je záznam průběhu síly na prodloužení vzorku (obr. 8). Z tohoto diagramu následně dopočítáme mechanické charakteristiky materiálu, jako jsou Youngův modul pružnosti, mez kluzu a pevnosti, křivka plastického zpevnění, atd.

Většina zkoušek se provádí kvazistaticky (malými rychlostmi deformace) a za okolní teploty. Pokud ale na základě takto získaných mechanických charakteristik materiálu chceme věrohodně popsat jeho chování například při procesech tváření, narazíme. Teplota i rychlost deformace mají totiž značný vliv na deformační odezvu materiálu. Proto se tahové zkoušky provádějí i za zvýšených teplot a rychlostí deformace, abychom znali projevy materiálu ve stavech blízkých těm, které chceme modelovat. K popisu těchto procesů je ale nutné modelovat i viskózní složku chování (závislost zpevnění na rychlosti deformace, creep, relaxace), čili použít elasto-visko-plastický model materiálu. Tím se dále nebudeme zabývat.



Obr. 6: Geometrie normovaných zkušebních těles [16]

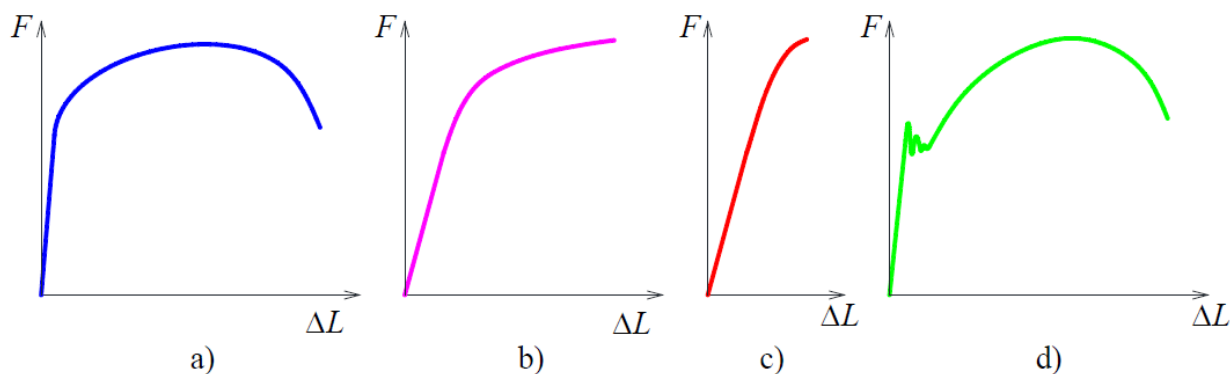
Základní zkouška také předepisuje vzorky hladké, avšak často se objevují vzorky s vruby různých tvarů a velikostí. To v případech, kdy chceme z různých důvodů docílit vyšších hodnot triaxility napětí v krčku, nebo měnit rozložení napětí po průřezu. Tyto typy vzorků jsou používány např. ke kalibračním kritériím tvárného porušování.



Obr. 7: Schéma zkušebního stroje [21]

2.2.2 Tahový diagram a mechanické veličiny

Jak bylo řečeno, výstupem tahové zkoušky je záznam průběhu síly v závislosti na prodloužení vzorku, který nazýváme tahový diagram. Ten může mít mnoho podob i pro stejný výsledek tahové zkoušky a to v závislosti na použitých jednotkách veličin. Přímou z experimentu dostaneme závislost síly $F[N]$ na prodloužení vzorku $\Delta L [mm]$, jak vidíme na obr. 8, který vystihuje typické tvary křivek pro technické materiály.



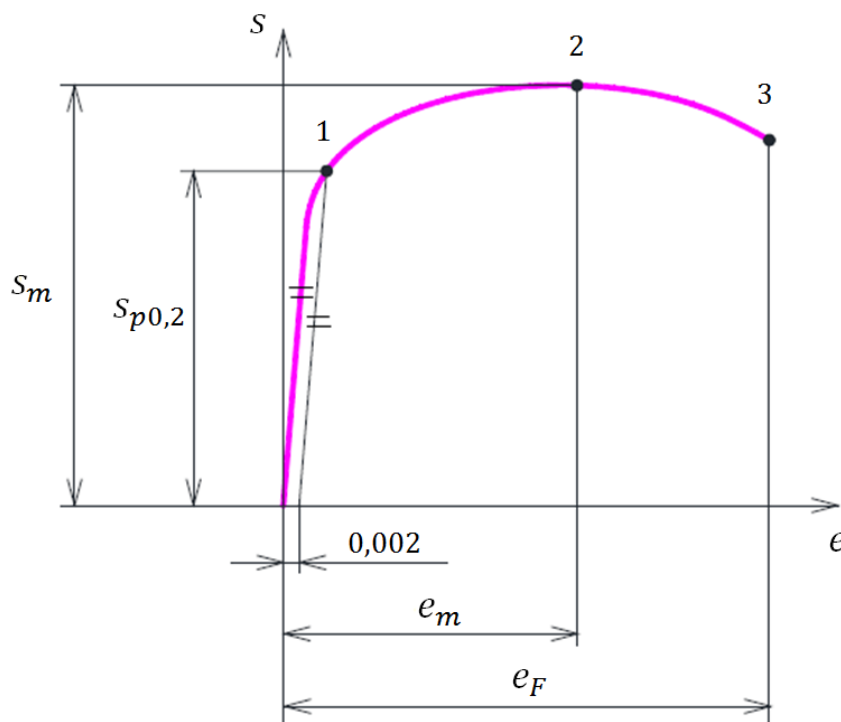
Obr. 8: Ilustrace konvenčních tahových diagramů: a) materiál bez výrazné meze kluzu, b) materiál, který se po intenzivním zpevňování poruší bez vytvoření krčku, c) křehký materiál, d) materiál s horní a dolní mezí kluzu [21]

Nejčastěji je však publikován v tzv. smluvních (nebo také inženýrských) souřadnicích a to jako závislost smluvního napětí s [MPa] na smluvním přetvoření e [–]. Ty jsou definovány jako:

$$e = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (2.11)$$

$$s = \frac{F}{S_0} \quad (2.12)$$

Změna délky vzorku $\Delta L = L - L_0$, kde L je aktuální délka vzorku odpovídající danému zatížení F a L_0 je délka původní (nedeformovaná). Stejně tak $S_0 = \pi d_0^2/4$ [mm²] je nedeformovaný příčný průřez vzorku, přičemž d_0 [mm] je původní průměr dráhu vzorku. Možná podoba diagramu je na obr. 9.



Obr. 9: Smluvní tahový diagram pro materiál bez výrazné meze kluzu [21]

Počáteční průběh je přímkový, takže tuto část můžeme popsat Hookeovým zákonem (viz dále). Ten platí do meze kluzu. Pokud je mez kluzu výrazná (obr. 8 d), definujeme dosažení prvního vrcholu na mezi kluzu jako horní mez kluzu s_{eH} a nejmenší hodnotu na mezi kluzu jako dolní mez kluzu s_{eL} . Pokud materiál nemá výraznou mez kluzu (obr. 9), určíme tzv. smluvní mez kluzu $s_{p0,2}$ (bod 1). Tu definujeme jako napětí při dosažení plastické složky smluvního přetvoření $e_{pl} = 0,2 \%$.

Další důležitou materiálovou charakteristikou je mez pevnosti, která odpovídá bodu 2 na obr. 9. Smluvní mez pevnosti s_m je definována jako poměr maximální síly a původní hodnoty příčného průřezu vzorku S_0 . Až doposud probíhala deformace rovnoměrně. Po překročení meze pevnosti se začne vytvářet krček. Homogenní jednoosá napjatost se tak mění na trojosou, přičemž osově σ_z , radiální σ_r a obvodové napětí σ_θ jsou po průřezu rozložena nerovnoměrně.

Bod 3 na obr. 9 představuje bod lomu vzorku, tahová zkouška končí. Pokud materiál i po zpevnění krček nevytvoří, splynou body 2 a 3 v jeden totožný.

U křehkých materiálů, kdy dochází jen k velice malé plastizaci (a tedy i deformacím), lze výše zmíněné veličiny použít k popisu jejich chování. Tvárné materiály však vykazují značné plastické deformace, tedy mění se podstatně rozměry vzorku a smluvní veličiny tak ztrácejí vypovídající hodnotu. Proto je nutné definovat skutečné (nebo tzv. logaritmické) přetvoření. To je definováno pomocí přírůstku prodloužení vzorku dl :

$$\varepsilon = \int_{L_0}^L \frac{dl}{l} = [\ln l]_{L_0}^L = \ln L - \ln L_0 = \ln \frac{L}{L_0} = 2 \ln \frac{d_0}{d}, \quad (2.13)$$

kde d , resp. d_0 je aktuální, resp. původní průměr nejmenšího příčného průřezu vzorku. Stejně tak je nutné definovat skutečné napětí, jako silové působení síly F vztažené k aktuální deformované ploše průřezu S .

$$\sigma = F/S \quad (2.14)$$

Abychom byli schopni skutečné veličiny určit, je nutné znát přepočtový vztah mezi nimi a veličinami smluvními. Ten však lze odvodit pouze za předpokladu rovnoměrné deformace. V případě tahové zkoušky tedy do vzniku plastické nestability - vzniku krčku. Stejně tak předpoklad zachování objemu při plastické deformaci není blízko bodu porušení docela splněn, jelikož se v matici zvyšuje objemový podíl dutin (viz kap 2.3). Po odvození lze říci, že:

$$\varepsilon = \ln(1 + e) \quad (2.15)$$

$$\sigma = s(1 + e) \quad (2.16)$$

Předešlé vzorce jsou platné pouze do meze pevnosti, jelikož dále je deformace nerovnoměrná a napjatost trojosá. Problém určení skutečných veličin až do bodu lomu je motivací této diplomové práce. Přehled dosud známých metod je uveden v kapitole 3.

Mezi další materiálové charakteristiky dostupné z výsledku tahové zkoušky patří elastické konstanty materiálu. Youngův modul pružnosti E [MPa] a Poissonův poměr ν [—]. Těmito parametry lze kompletně popsat elastické chování materiálu (pokud je lineární). Jejich hodnoty proto určíme pouze z části křivky mezi počátkem a bodem 1 (obr. 9), kde

platí zákon úměrnosti, obecně známý jako Hookeův zákon:

$$s = E \cdot e \quad (2.17)$$

Z výše uvedeného vztahu snadno vyjádříme Youngův modul E . Při jeho určování je ale nutné mít k dispozici dostatečně přesné hodnoty s a e protože hodnota E je na jejich odchylky velice citlivá.

Při elastických deformacích zachování objemu neplatí. To charakterizuje Poissonův poměr ν ve vztahu

$$e_y = e_z = -\nu \cdot e_x \quad (2.18)$$

Mínus ve vztahu vyjadřuje opačný směr příčného přetvoření oproti osovému směru, kde dochází k protažení. Ve směrech kolmých na osu protažení tak dochází současně ke smrštění. Poissonovo číslo ν je tedy poměr mezi podélnou a příčnou deformací, které jsou na sobě proporcionálně závislé. K jeho určení dle vztahu (2.18) však nestačí pouze závislost $F(\Delta L)$, ale je nutné měřit i příčnou kontrakci vzorku, která nepatří mezi standardní výstupy tahové zkoušky. Pro změnu objemu materiálu V lze psát:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = e_x (1 - 2\nu) \geq 0 \quad (2.19)$$

Nerovnítko ve vztahu znamená, že při tahovém namáhání (e_x je kladné), se objem materiálu vždy zvětšuje (elastické deformace), nebo je konstantní (plastické deformace). Pro běžné kovové materiály se hodnota ν pohybuje v rozmezí 0,25 až 0,5. Při elastické deformaci je toto číslo téměř konstantní. S rozvojem plastických deformací se ale blíží jeho mezní hodnotě 0,5.

Dále lze z tahové zkoušky určit technologické vlastnosti, a to tažnost A [%] a zúžení (kontrakci) Z [%]. Veličiny se určují na základě geometrie vzorku před a po zkoušce. Jsou dány vztahy

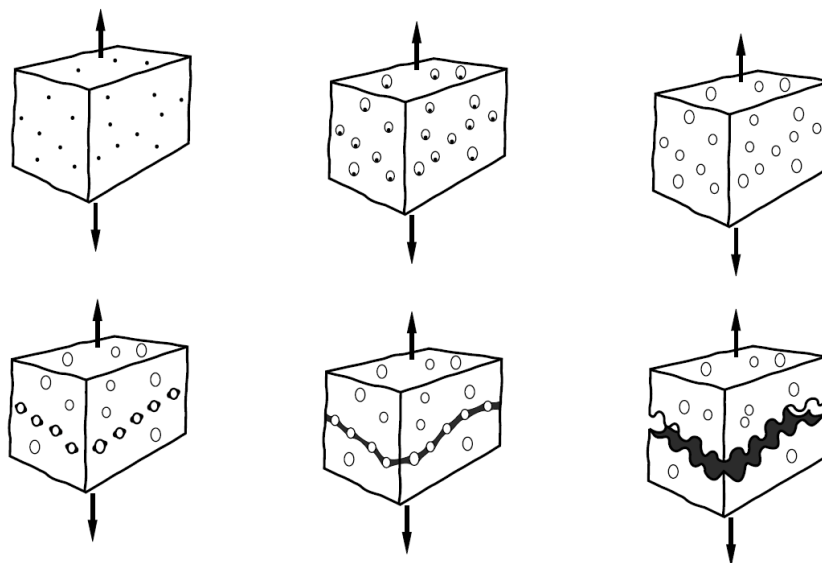
$$A = \frac{L_u - L_0}{L_0} \cdot 100 \quad (2.20)$$

$$Z = \frac{S_u - S_0}{S_0} \cdot 100 \quad (2.21)$$

kde L_u je délka vzorku po přetržení a S_u je průřez v místě přetržení (krčku). Jelikož zmíněné rozměry měříme na přetrženém, tedy nezátíženém vzorku, souvisí pouze s plastickou složkou deformace.

2.3 Tvárné porušování

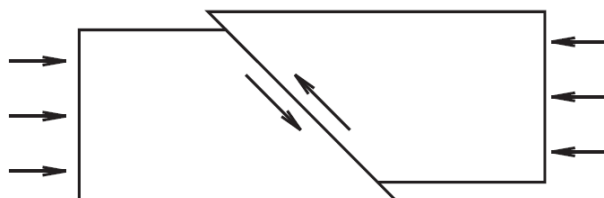
Pokud je tvárný materiál tahově zatížen, přičemž hodnota triaxility napětí je vysoká (0,3 a více), dochází k jeho porušení mechanismem vzniku, růstu a spojování dutin (obr. 10). Dutiny vznikají nejčastěji kolem tuhých částic v matici (tzv. inkluzí), nebo dislokačním mechanismem. Při dalším zatížení dutiny rostou a začínají se spojovat. Ke spojování dochází prostým dotykem jejich povrchů, nebo mezi dutinami vznikne krček, kde se lokalizuje plastická deformace. Případně dojde ke křehkému lomu matrice mezi dutinami. Na lomové ploše jsou patrné jamky po dutinách.



Obr. 10: Porušení materiálu vlivem vzniku, růstu a spojování dutin [4]

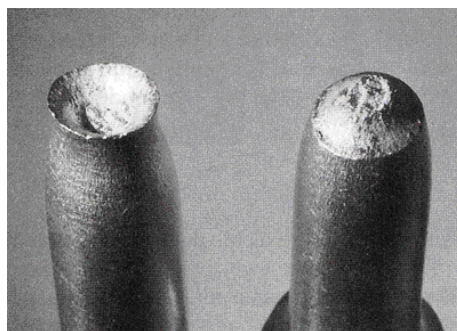
Je zřejmé, že se vznikem a růstem dutin přestává platit předpoklad zachování objemu materiálu při plastické deformaci. To působí potíže při výpočtovém modelování těchto jevů. Studie v této oblasti prováděli zejména Gurson, Rice a Tracey [16], [4].

Pokud je materiál zatížen tlakově (triaxilita napětí je záporná), dochází k uzavírání a spojování trhlin ve směrech největšího smykového napětí. Tehdy mluvíme o porušení tvárného materiálu smykovým mechanismem. To se projeví lomem ve směru maximálních smykových napětí, jenž nejčastěji svírá se směrem zatížení úhel 45° (obr. 11). Lomová plocha je hladká [16], [4].



Obr. 11: Schematické znázornění smykového mechanismu porušení [4]

Porušení vzorku při tahové zkoušce je u velké skupiny tvárných materiálů kombinací obou těchto mechanismů. Na ose tělesa nejprve dochází ke vzniku dutin ve směru kolmém na hlavní napětí, poté dojde k usmýknutí zbylého nosného průřezu (obr. 12).



Obr. 12: Kombinace mechanismů tvárného porušení - tzv. miskový lom [16]

Zcela jiný charakter má porušení křehkých materiálů tzv. štěpným lomem. V tom případě je určování veličin z tahové zkoušky triviální (nevzniká krček - obr. 8 c), proto se jím zde nebudeme blíže zabývat. Lomová plocha je hladká, beztvářá [16].

2.4 Konstitutivní modely pružně-plastického materiálu

Abychom mohli elasto-plastické chování materiálu výpočtově modelovat, je třeba ho popsat matematickými funkcemi. Základním vstupem do výpočtu je závislost mezi přetvořením ε a napětím σ , tedy konstitutivní model materiálu (tzv. křivka plastického zpevnění materiálu). Informace obdržené z tahové zkoušky ve formě diskretních bodů této závislosti se tedy snažíme co nejvěrohodněji popsat matematickými funkcemi.

Nejjednodušší vztahy jsou tvořeny po částech lineárními funkcemi, další variantou jsou funkce nelineární. Průběh závislosti $\sigma(\varepsilon)$ nejlépe vystihují funkce exponenciální a mocninné. Elastická a plastická deformace se modeluje zvlášť, proto často definujeme různý konstitutivní vztah pro elastickou a plastickou složku přetvoření.

Nyní si uvedeme několik možností vyjádření konstitutivních vztahů:

- **Ideálně pružně-plastický** (bez zpevnění)

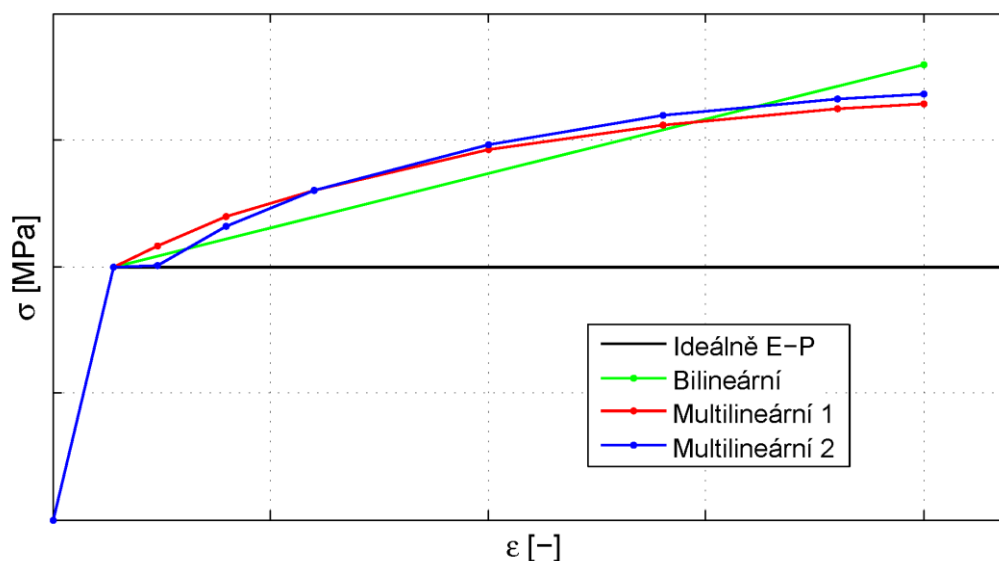
Tento model nabízí velice omezený, ale jednoduchý popis deformační odezvy materiálu. Při dnešních možnostech výpočtového modelování ztrácí svůj význam.

- **Bilineární** (se zpevněním)

Podobný předchozímu, avšak přímka v plastické oblasti není vodorovná, tedy zohledňuje zpevňování materiálu při plastické deformaci.

- **Multilineární**

Závislost $\sigma(\varepsilon)$ je vyjádřena po částech lineárně, konečným počtem úseček. Tento model patří mezi nejčastěji používané, jelikož při dostatečném počtu úseků lze popsat téměř libovolný tvar křivky. Jeho vytvoření je triviální. Pouze spojíme vybrané body tahového diagramu úsečkami. Do výpočtu se zadá formou tabulky souřadnic těchto bodů. Snažíme se o minimalizaci jejich počtu.



Obr. 13: Ilustrace lineárních konstitutivních modelů

▪ **Nelineární** (analytický popis)

V historii bylo publikováno nepřeberné množství vztahů popisující křivku zpevnění. Od jednoduchých, které jsou popsány dvěma parametry, až po složené funkce, pro jejichž definici je třeba identifikovat tři a více parametrů. Uvedeme si několik nejznámějších.

Název modelu	Definice
Hollomon	$\sigma = C\varepsilon^n$
Ludwik	$\sigma = A + B\varepsilon_{pl}^n$
Voce	$\sigma = \sigma_y + C(1 - e^{-k\varepsilon_{pl}})$
Hollomon & Voce	$\sigma = C_1\varepsilon_{pl}^n + C_2(1 - C_3e^{-C_4\varepsilon_{pl}})$
Voce modified I	$\sigma = \sigma_y + C_1\varepsilon_{pl} + C_2(1 - e^{-k\varepsilon_{pl}})$
Voce modified II	$\sigma = \sigma_y + C_1(1 - e^{-k_1\varepsilon_{pl}}) + C_2(1 - e^{-k_2\varepsilon_{pl}})$
Johnson-Cook	$\sigma = [\sigma_y + K\varepsilon_{pl}^n] \cdot \left[1 + C \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right] \cdot \left[1 - \left(\frac{T - T_0}{T_m - T_0}\right)^m\right]$

Tab. 1: Přehled často používaných konstitutivních vztahů [11]

Mnoho těchto vztahů vzniklo z potřeby popsat specifické chování určité skupiny materiálů, takže je problém s jejich širší platností. Obecně mají problém popsat materiály s výraznou mezí kluzu, nebo závislosti obsahující inflexní bod. Jak se uvádí v [11], univerzálně použitelné modely jsou Hollomon & Voce a Voce modified II. Kalibraci parametrů vztahů provádíme dnes téměř výhradně metodou nejmenších čtverců, kdy aproximujeme naměřený tahový diagram analytickým vztahem.

Model Johnson-Cook je zde uveden jako tradiční zástupce modelů zohledňujících vliv teploty a rychlosti deformace na deformační odezvu materiálu (elasto-visko-plasticita). Přestože literatura nabízí širokou škálu vzorců pro popis plastického zpevnění materiálu, v praxi jsme často omezeni jen na úzký výběr, který je implementovaný ve výpočtovém softwaru.

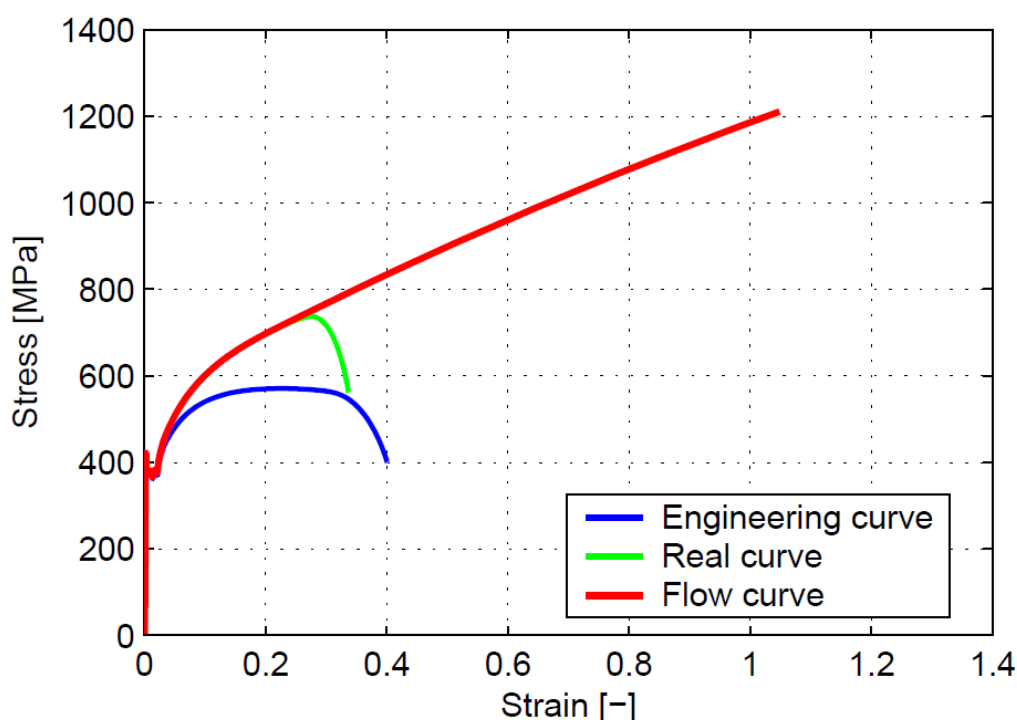
Aby byla zajištěna stabilita výpočtu, je nutné dbát na to, aby průběh závislosti $\sigma(\varepsilon)$ vstupující do výpočtu neměl v žádném místě zápornou, nebo nulovou směrnici, tj. monotónně rostl. V opačném případě není splněna jednoznačnost $\sigma(\varepsilon)$, tedy jedné hodnotě σ odpovídají dvě a více hodnot ε [19], [11], [2].

3 Metody identifikace křivky zpevnění

Nejčastějším podkladem pro stanovení plastických vlastností je křivka napětí-přetvoření ve smluvních (inženýrských) veličinách, kterou obdržíme přímo z tahové zkoušky. Z důvodů popisu velkých plastických deformací je nutné tuto křivku převést do veličin skutečné napětí-skutečné (logaritmické) přetvoření, dle vztahů (2.15) a (2.16). Ty však platí pouze do meze pevnosti materiálu (viz kap. 2.2.2).

Určení této závislosti za mezí pevnosti až do bodu porušení není triviální, o čemž svědčí množství publikací na toto téma. Jelikož za mezí pevnosti vzniká krček a napjatost se transformuje z jednoosé na trojosou, je nutné provést přepočet křivky do veličin redukované napětí-redukované plastické přetvoření, jehož výsledkem je křivka plastického zpevnění (flow curve). Přehled dosud známých metod pro její určení je v následujících podkapitolách.

Pro ilustraci, jak zásadní vliv mají přepočty veličin na tvar závislosti $\sigma(\varepsilon)$, jsou jednotlivé křivky srovnány na obr. 14. Nezapomeňme zdůraznit, že tvar křivky zpevnění je materiálovou charakteristikou konkrétního materiálu a jeho stavu (tepelné zpracování, stupeň tváření,...). Nezávisí na geometrii zkušebního tělesa [11], [21].



Obr. 14: Materiálové křivky oceli 12 050: modrá křivka ve smluvních hodnotách - výstup z tahové zkoušky; zelená křivka skutečného napětí - pouze přepočet dle vztahů (2.15) a (2.16), za mezí pevnosti neplatná; červená křivka zpevnění - redukované veličiny, vstup do výpočtů [4]

3.1 Analytická korekce - přímá metoda

3.1.1 Bridgmanova korekce

Bridgman [5] vytvořil teorii pro analytický popis složek napětí a přetvoření v nejmenším průřezu vzorku během rozvoje krčku. Celá je ovšem založena na poměrně silném předpokladu, že všechna přetvoření jsou v průřezu krčku konstantní (nezávislá na poloměru), zatímco radiální σ_r , obvodové σ_θ a axiální (osové) napětí σ_z se s poloměrem mění. Redukované napětí σ_{eq} určíme korekcí průměrného axiálního napětí $\sigma_{z_{Avg}}$. Korekci je možné popsat vztahy:

$$\varepsilon_{true} = \varepsilon_{eq} = \varepsilon_z = 2 \ln \left(\frac{a_0}{a} \right) \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = -\ln \left(\frac{a_0}{a} \right) \quad (3.2)$$

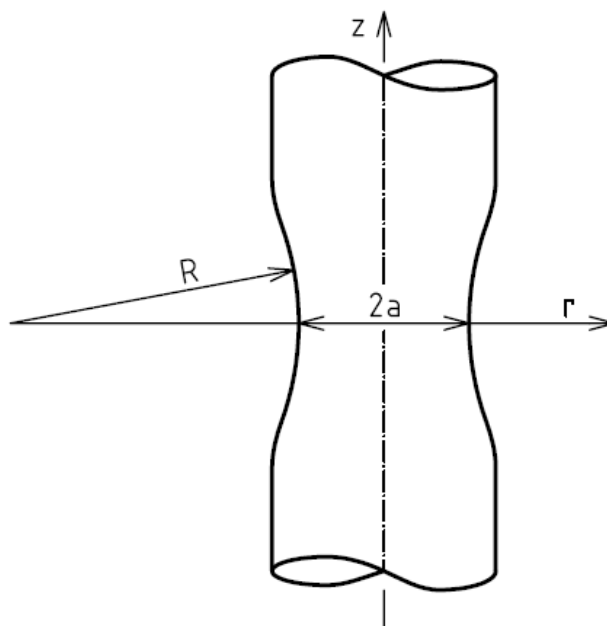
$$\sigma_z(r) = \sigma_{eq} \left(1 + \ln \left[\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right] \right) \quad (3.3)$$

$$\sigma_r(r) = \sigma_\theta(r) = \sigma_{eq} \ln \left[\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right] \quad (3.4)$$

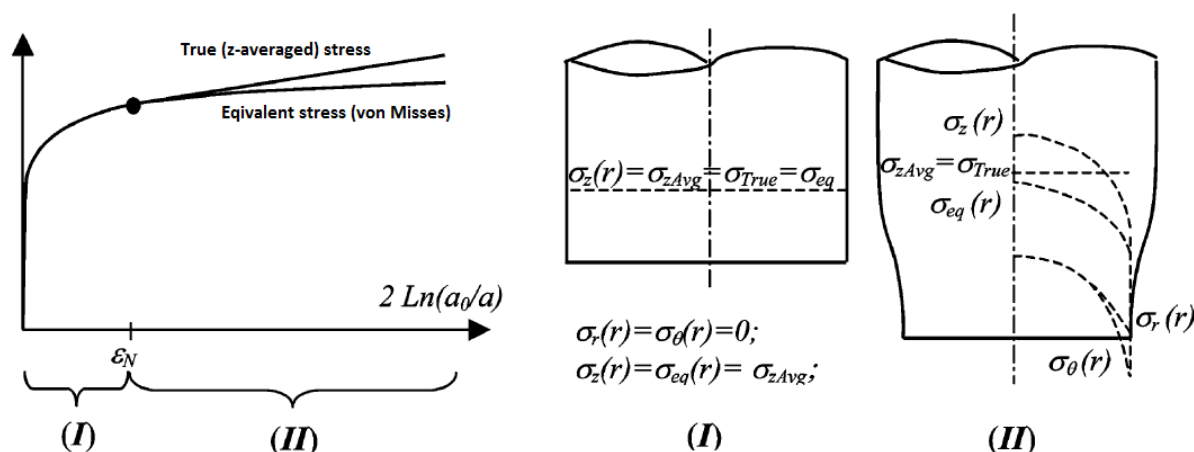
$$\sigma_{z_{Avg}} = \sigma_{true} = \frac{F}{\pi a^2} \quad (3.5)$$

$$\sigma_{eq}(\varepsilon_{eq}) = \frac{\sigma_{true}(\varepsilon_{true})}{\left(1 + \frac{2R}{a} \right) \ln \left(1 + \frac{a}{2R} \right)} \quad (3.6)$$

kde a je poloměr nejmenšího průřezu pro aktuální zatížení F , a_0 je počáteční poloměr průřezu, R je poloměr zaoblení profilu krčku (obr. 15), r je aktuální souřadnice v průřezu. Představu o rozložení napětí po průřezu v průběhu tahové zkoušky nám poskytne obr. 16.



Obr. 15: Popis geometrie krčku dle Bridgmana [4]



Obr. 16: Průběhy napětí v nejmenším průřezu vzorku před a po vzniku krčku [17]

Ze vztahu (3.6) vyplývá, že $\sigma_{eq}(\varepsilon_{eq}) = f(F, a_0, a, R)$, přičemž právě určování hodnot a a především R je i pro dnešní měřicí techniku obtížné. Mezi nejpresnější způsob určení parametru R patří zpracování obrazu, kdy je zaznamenán tvar krčku během jeho vzniku a rozvoje na digitální snímky. Z obrazu vyfiltrujeme tvar kontury krčku, aproximujeme ho analytickou funkcí a zjistíme její poloměr křivosti. Obdobně postupujeme i při stanovení hodnoty poloměru a . Jistou komplikací je i skutečnost, že u hladkého vzorku nelze předem přesně předpovědět místo vzniku krčku. Výsledkem je navíc poměrně nízká přesnost určení křivky zpevnění $\sigma_{eq}(\varepsilon_{eq})$ Bridgmanovou korekcí, pohybující se od 3 do 13 % [17].

Z výše zmíněných důvodů vzešla snaha najít empirický vztah pro poměr R/a . Při vykreslení závislosti poměru R/a na logaritmickém přetvoření byly body pro různé technické materiály vzdálené od střední křivky nejvíce o 25 %. To vedlo k vyslovení hypotézy, že proces vzniku krčku lze pro tvárné kovy považovat za nezávislý na materiálu.

3.1.2 Korekce MLR

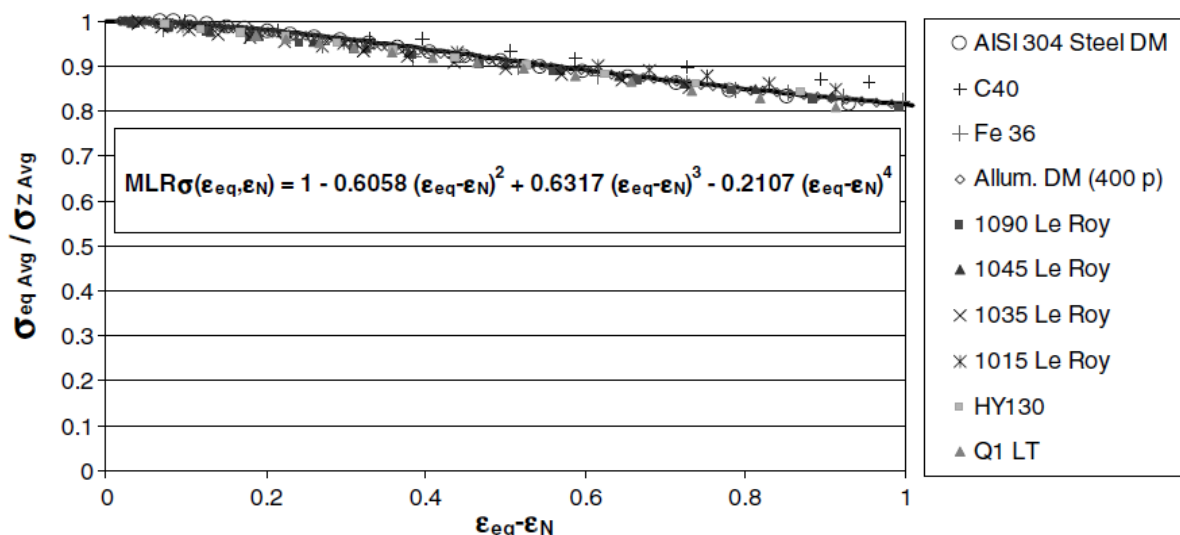
Myšlenku nezávislosti geometrie krčku na materiálu dále rozvinuli La Rosa [20] a Mirone [17]. Ti pro několik technických kovů vynesli závislost poměru průměrných hodnot redukovaného σ_{eqAvg} a osového skutečného napětí $\sigma_{zAvg} = \sigma_{true}$ na rozdílu aktuálního skutečného přetvoření $\varepsilon_{eq} = \varepsilon_{true}$ a přetvoření na mezi pevnosti ε_N (obr. 17). Při proložení těchto závislostí polynomem 4. stupně bylo dosaženo největší odchylky 3 %. Obdobný postup byl proveden pro korekci přetvoření.

Korekční vztahy pro napětí a přetvoření jsou:

$$\begin{aligned} MLR_\sigma &= 1 - 0,6058(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_N)^2 + 0,6317(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_N)^3 - 0,2107(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_N)^4 \\ MLR_\varepsilon &= 1 - 0,265(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_N) + 0,241(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_N)^2 - 0,074(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_N)^3 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Korigovanou křivku $\sigma_{eqAvg}(\varepsilon_{eqAvg})$ za mezí pevnosti dostaneme jako:

$$\sigma_{eqAvg}(\varepsilon_{eqAvg}) = \sigma_{zAvg} MLR_\sigma = \frac{F}{\pi a^2} MLR_\sigma; \quad \varepsilon_{eqAvg} = \varepsilon_{eq} MLR_\varepsilon = 2 \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) MLR_\varepsilon \quad (3.8)$$



Obr. 17: Poměr $\sigma_{eq Avg} / \sigma_{z Avg}$ pro různé technické materiály - Mirone [17]

Mirone dále odvodil vztahy pro rozložení redukovaného přetvoření $\epsilon_{eq}(r)$ po průřezu, čímž získal zpětně i rozložení redukovaného napětí $\sigma_{eq}(r)$. Na základě těchto vztahů publikoval kompletní teorii pro popis napjatosti a přetvoření v nejmenším průřezu krčku. Vztahy pro jednotlivé složky napětí a přetvoření jsou rozsáhlejší oproti Bridgmanovy, proto je zde nebudeme uvádět [17].

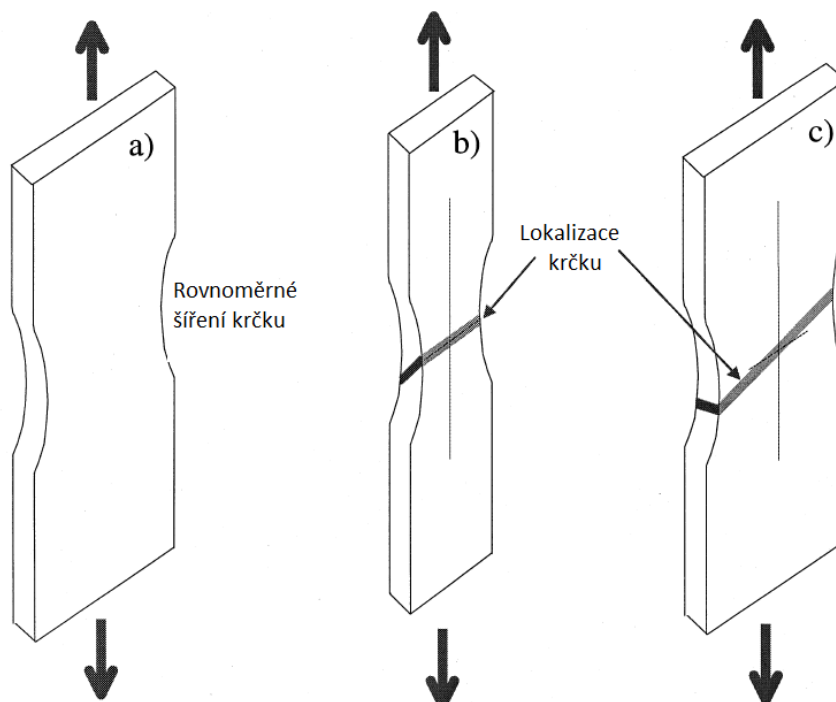
Ze vztahu (3.8) vyplývá, že při použití MLR korekce je $\sigma_{eq}(\epsilon_{eq}) = f(F, a_0, a)$, tedy oproti Bridgmanově korekci odpadá problematické určování poloměru profilu krčku R . Vyhodnocení aktuálního poloměru krčku a je možné například použitím měřících břitů, skenujících povrch vzorku během zkoušky. Zpracování výstupů zkoušky je tak jednodušší oproti zpracování obrazu nutného u Bridgmanovy korekce. Navíc autor slibuje větší přesnost určení křivky zpevnění (chyba do 3%). Přesto je vhodné ověřit správnost výsledků korekce paralelní numerickou simulací tahové zkoušky (vstupem jsou korigovaná data).

Stejně jako korekce Bridgmanova, je i MLR korekce použitelná pouze pro hladké válcové vzorky.

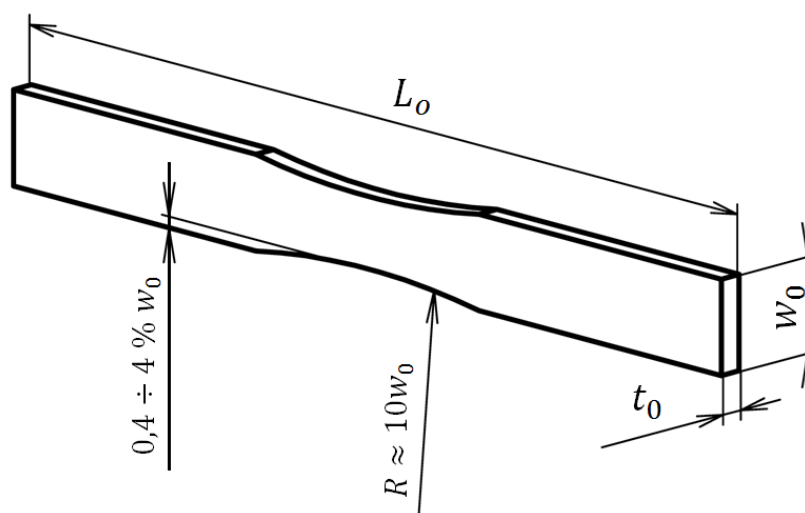
3.1.3 Korekce dle Zhanga

Zhang a kol. [25] se na rozdíl od svých kolegů zabývali určením křivky zpevnění z výsledků tahové zkoušky vzorku s obdélníkovým průřezem, používané při určování mechanických vlastností plechů. Vychází opět z nezávislosti geometrie krčku na materiálu. Při sledování průběhu tahových zkoušek Zhang zjistil, že nejprve je šíření krčku rovnoměrné a v poslední fázi před lomem součásti se lokalizuje plastická nestabilita pouze v úzké oblasti (obr. 18).

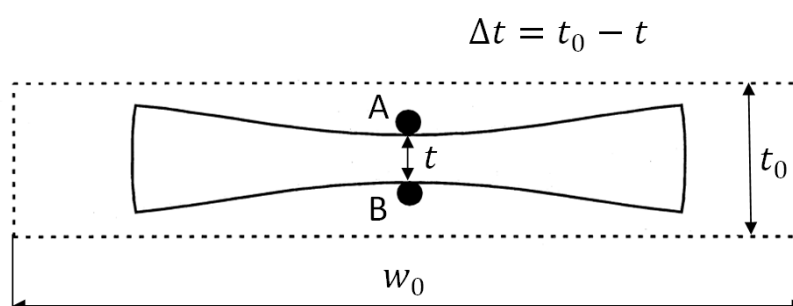
Zkoušku provádíme se vzorkem počáteční tloušťky t_0 , šířky w_0 a délky L_0 (obr. 19). V průběhu tahové zkoušky pak zaznamenáváme závislost zatížení F na změně tloušťky vzorku $\Delta t/t_0$. Aby bylo možné tuto hodnotu měřit, je vhodné použít vzorek s počáteční imperfekcí (nedokonalostí) tvaru v centrální části (doporučeno 1 % w_0). Tím zajistíme, že krček se začne tvořit v požadovaném místě, tj. kde je umístěn snímač změny tloušťky (obr. 20).



Obr. 18: Stádia šíření krčku u vzorků obdélníkového průřezu. Za mezí pevnosti se nejprve objeví a), poslední fáze zkoušky vypadá jako b), nebo c) [25]



Obr. 19: Geometrie vzorku pro metodiku měření dle Zhanga



Obr. 20: Umístění snímačů změny tloušťky [25]

Předkládaná teorie platí za určitých předpokladů. Poměr stran průřezu S musí být v intervalu

$$S = w_0/t_0 = 1 \div 8, \quad (3.9)$$

kdy za ideální se považuje $S = 4$. Délka vzorku musí být dostatečná, minimálně $L_0 = 24t_0$. Po vzniku lokalizovaného krčku není možné dále efektivně měřit změnu tloušťky vzorku, proto lze touto metodou určit křivku zpevnění pouze do hodnoty redukce tloušťky vzorku přibližně $\Delta t/t_0 = 0,5$.

Na základě redukce tloušťky vzorku určíme redukci plochy průřezu jako

$$\frac{\Delta A}{A_0} = \frac{\Delta A_P}{A_0} - \frac{\Delta A_S}{A_0}, \quad (3.10)$$

přičemž ΔA_P vyjadřuje proporcionální změnu plochy průřezu vlivem změny tloušťky vzorku, ΔA_S změnu plochy průřezu jako důsledek jeho tvarové změny při rozvoji krčku. Obdobně jako u válcových vzorků, do meze pevnosti je změna plochy průřezu rovnoměrná. Mez pevnosti lze v tomto případě definovat jako bod maximálního zatížení F_{max} , čemuž odpovídá redukce tloušťky průřezu $(\Delta t/t_0)_{F_{max}}$ jež je materiálovou charakteristikou. Proportionální složku redukce průřezu lze určit jako:

$$\frac{\Delta A_P}{A_0} = 2 \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right) - \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)^2 \quad (3.11)$$

Po překročení meze pevnosti se projeví i druhý člen rovnice (3.10), který je definován jako:

$$\frac{\Delta A_S}{A_0} = f_s(S) f_t \left(\frac{\Delta t}{t_0} - \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_{F_{max}} \right) f_m \left(\left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_{F_{max}} \right) \quad (3.12)$$

Vztah pro určení redukce plochy průřezu vlivem šíření krčku se skládá ze tří korekčních funkcí. První funkce bere v úvahu různý poměr stran vzorku S a je dána vztahem:

$$f_s(S) = 0,1686 + 0,6 \ln(S) \quad (3.13)$$

Druhá korekční funkce zohledňuje stádium rozvoje krčku a je dána vztahem

$$f_t(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4, \quad (3.14)$$

kde $x = (\Delta t/t_0) - (\Delta t/t_0)_{F_{max}}$.

Hodnoty koeficientů jsou: $c_0 = -0,03069$; $c_1 = 1,09016$; $c_2 = 11,1512$; $c_3 = -25,1$; $c_4 = 14,8718$

Jestliže první dvě části byly geometrické faktory, třetí část je pouze materiálová vlastnost.

$$f_m = 0,2845 - 0,956 \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_{F_{max}} \quad (3.15)$$

Pomocí výše zmíněných vztahů jsme určili redukci plochy průřezu jako:

$$\frac{\Delta A}{A_0} = f \left(\frac{\Delta t}{t_0}, S, \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right)_{F_{max}} \right) \quad (3.16)$$

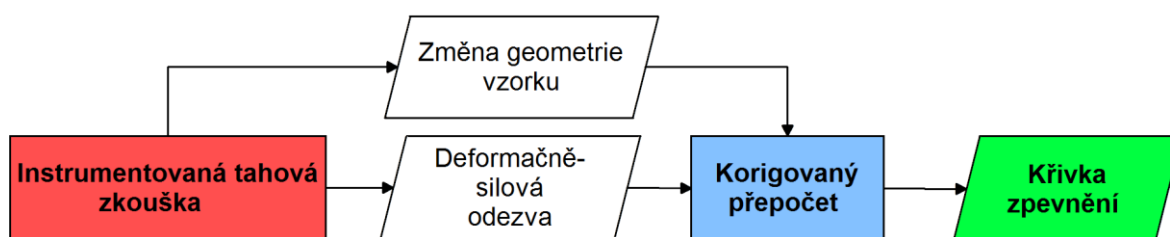
Nyní nám nic nebrání vypočítat korigované souřadnice závislosti skutečného napětí na logaritmickém přetvoření jako

$$\sigma_{true} = F/A \text{ a } \varepsilon_{true} = \ln(A_0/A), \quad (3.17)$$

kde A_0 je počáteční plocha průřezu, $A = A_0 - \Delta A$ je aktuální plocha průřezu odpovídající zatížení F .

Zhang popisuje tvorbu krčku pouze makroskopicky, nezkoumá rozložení jednotlivých složek napětí po průřezu. Ve své další práci popsal také postup stanovení křivky zpevnění pro anizotropní materiál [24]. V tom případě je nutné při zkoušce měřit i změnu šířky vzorku.

Pozn.: Každá analytická korekce potřebuje k přepočtu křivky zpevnění kromě záznamu silové odezvy tahové zkoušky také další vstupní informace o geometrii ($R, a, \Delta t, \dots$). Jejich fyzické měření je ale náročné na měřicí vybavení a následné vyhodnocení záznamu. Výměnou za to ale dostaneme výsledek přímo, rychle a často poměrně přesně. Obecný proces získání křivky zpevnění analytickou korekcí znázorňuje následující diagram.



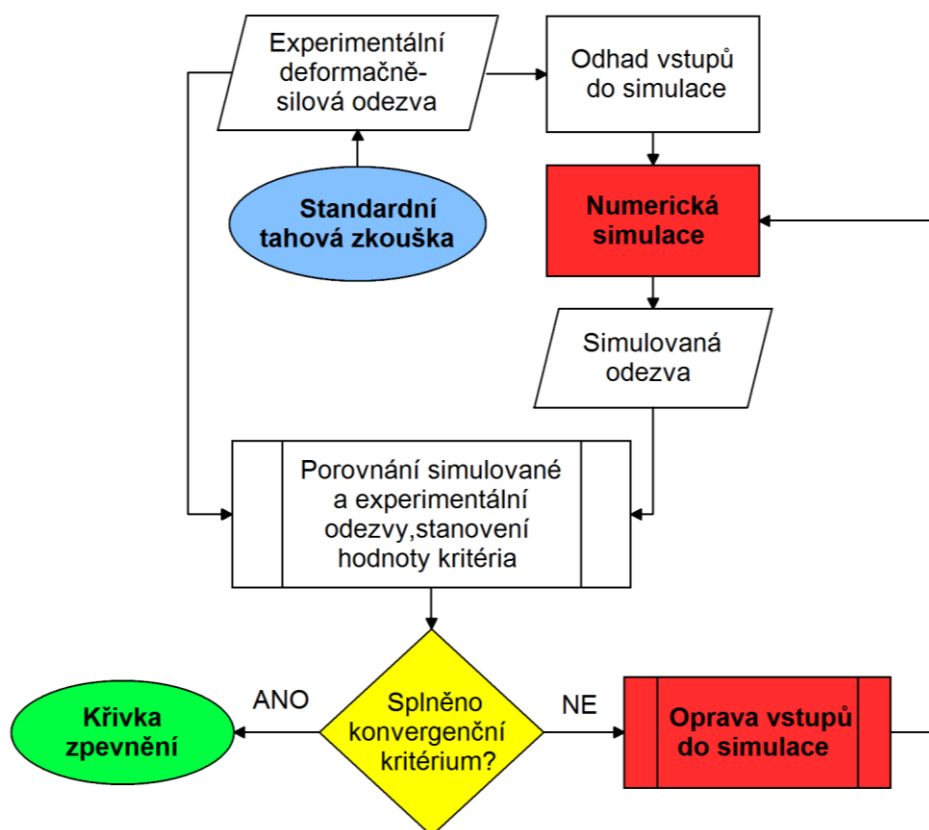
Obr. 21: Diagram identifikace křivky zpevnění pomocí analytické korekce

Pokud ale máme k dispozici pouze standardní záznam tahové zkoušky, nebo je geometrická konfigurace zkoušky odlišná od té, pro kterou je analytická korekce odvozena (vrubované vzorky, smykové vzorky, small punch, indentační zkoušky,...), metoda selhává a musíme zvolit jednu z metod následujících.

3.2 Optimalizace - iterační metoda

Provedeme numerickou simulaci deformačně-silové odezvy mechanické zkoušky. (pomocí MKP). Ta je srovnána s experimentálně zjištěnou a posouzena její věrohodnost. Iterativně se snažíme vstupy do simulace nastavit tak, aby s danou přesností vystihovala realitu. Následující diagram znázorňuje obecný proces řešení takové úlohy (obr. 22). Cílem naší snahy je získat věrohodná vstupní data právě pro numerickou simulaci, proto je vhodné touto cestou je také získávat.

Tato skupina metod je zobecnitelná pro libovolnou geometrickou konfiguraci mechanických zkoušek. Za to ale zaplatíme daň v řádově vyšší výpočtové náročnosti oproti analytické korekci a nutnosti implementace metod matematické optimalizace do algoritmu řešení (minimalizace rozdílu odezev). Měření dalších veličin (např. R, a) kromě ΔL a F při tahové zkoušce není na rozdíl od použití metod analytických nutné. Pokud jsou k dispozici, použijeme je pouze k verifikaci výsledků simulace.



Obr. 22: Diagram identifikace křivky zpevnění iterační metodou

Autoři [18] dokonce provádějí paralelní simulaci zároveň pro zkoušku tahem a čistým smykem a optimalizují tvar křivky zpevnění tak, aby vyhovovala oběma zkouškám. Výsledek tak není ideální ani pro jeden typ zkoušky, podstatně to ale zvýší jeho věrohodnost při použití v simulaci E-P procesů při kombinovaném namáhání.

3.2.1 Variace parametrů analytického vztahu

Abychom byli schopni hodnotit odchylku simulované $F_C(\Delta L)$ a naměřené odezvy $F_M(\Delta L)$, musíme definovat skalární cílovou funkci, která ji vhodně kvantifikuje. Nejčastěji ji definujeme v tzv. kvadratické formě, tedy jako součet čtverců odchylek v daných bodech:

$$f(x) = [Y - U(x)]^T W [Y - U(x)] \quad (3.18)$$

Členy vektoru $Y = [Y_1, \dots, Y_m]^T = [F_{M,1}, \dots, F_{M,m}]^T$ jsou diskrétní hodnoty měřené odezvy $F_{M,i}$, odpovídající protažením ΔL_i . Index $i = 1, \dots, m$. Podobně stanovíme vektor $U(x) = [U_1(x), \dots, U_m(x)]^T = [F_{C,1}, \dots, F_{C,m}]$ obsahující hodnoty odezvy získané simulací $F_{C,i}$ pro odpovídající ΔL_i . Ty jsou závislé na n parametrech x , které nabývají hodnoty v určitých mezích a tvoří tak ohraničený n -dimenzionální prostor. Matice W obsahuje váhy jednotlivých příspěvků a umožňuje tak eliminovat případné odchylky při experimentálním měření, či preferovat určité části záznamu.

Naším cílem je hodnotu cílové funkce minimalizovat ($f(x) \rightarrow \min$) změnou vstupů x do simulace. V tomto případě budou variovány parametry analytického konstitutivního vztahu $\sigma_{eq}(\varepsilon_{eq})$ (kap. 2.4, tab. 1). Ostatní parametry jako Youngův modul, Poissonův poměr

a další, zůstanou fixované, neboť na odezvu při rozvinutých plastických deformacích mají zanedbatelný vliv.

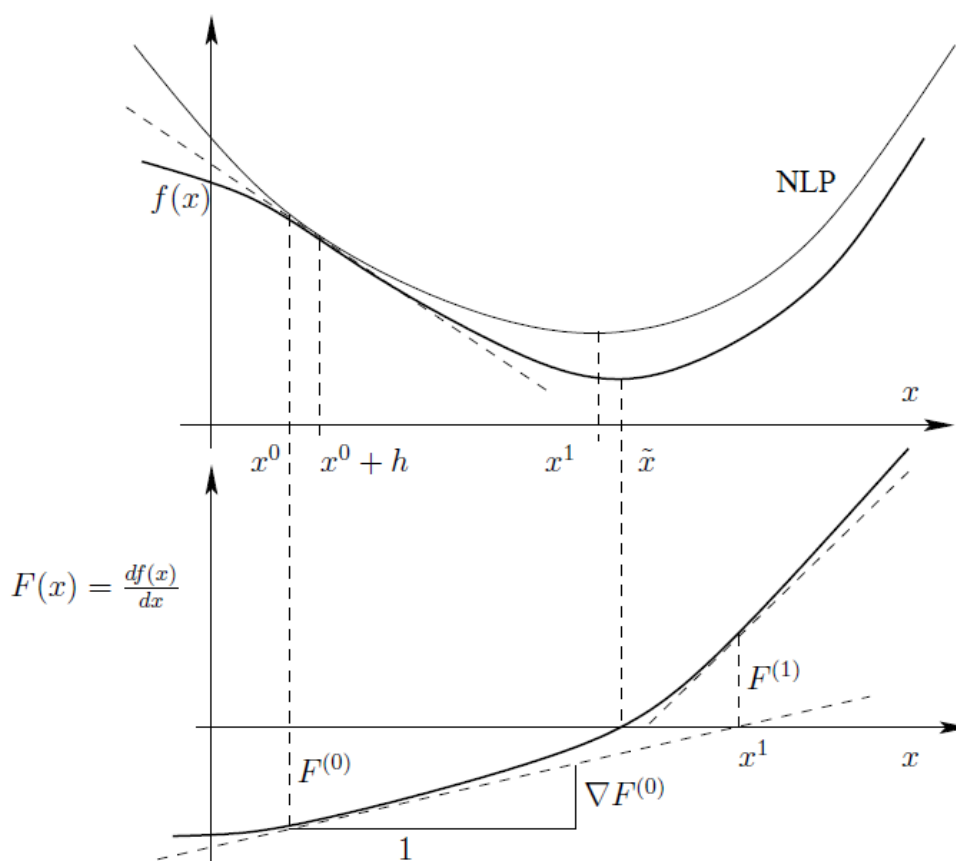
Do nedávné doby byl tento proces často prováděn ručně, metodou pokus - omyl [4]. Vzhledem k silné nelinearitě konstitutivních vztahů bylo však vyčerpávající parametry x najít a ne vždy se podařilo dosáhnout optimálního řešení. Sofistikovanější přístup je použít k minimalizaci cílové funkce metody matematické optimalizace [15], [13], [18].

Nyní si představíme vybrané skupiny metod matematické optimalizace [7]:

▪ Gradientní metody

Tyto metody hledají lokální minimum pomocí derivací cílové funkce $f'(x)$. Pokud je n počet parametrů x , $f(x)$ má $n + 1$ dimenzí. V bodě, kde je první derivace cílové funkce podle všech parametrů $f'(x) = F(x) = 0$, nachází se lokální extrém - optimum. Velmi důležitá je volba startovního bodu, pokud $f(x)$ obsahuje více lokálních extrémů.

Dopředu většinou neznáme analytické vyjádření cílové funkce $f(x)$, ani její tvar, ale můžeme ji aproximovat Taylorovou řadou druhého řádu (obr. 23 nahoře, NLP - Nonlinear Programming) a hledat minimum této aproximace. V okolí takto nalezeného minima opět provedeme nahrazení $f(x)$ Taylorovou řadou a proces opakujeme, dokud se skutečnému minimu $f(x)$ dostatečně nepřiblížíme.



Obr. 23: Iterativní hledání minima gradientními metodou [7]

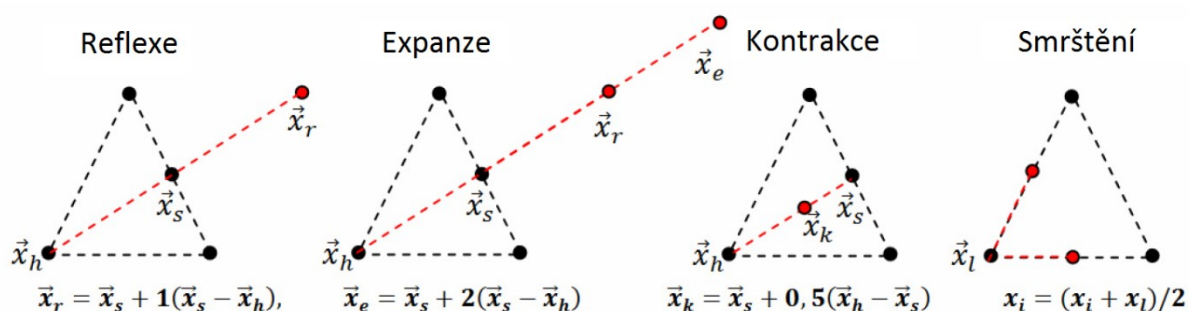
Jiná metoda (tzv. Newtonská metoda) hledá minimum pomocí gradientu $f'(x)$. Diskrétní řešič určuje hodnotu derivací pomocí konečných diferencí. K výpočtu gradientu $F(x)$ je tak potřeba mnoho běhů výpočtu s parametry varioványi o inkrement h a metoda

se stává neefektivní pro větší počet parametrů. V tomto případě je doporučeno užití tzv. Quasi-Newtonských metod, které definují hodnoty diferencí i na základě předchozích kroků řešiče a významně tak sníží počet potřebných výpočtů.

Vlastnosti: Gradientní metody jsou velmi účinné pro malý počet vstupních parametrů ($n < 20$). Dosažení pouze lokálního optima. V případě řešení jednotlivých návrhových bodů pomocí MKP nesmí výpočet nikdy selhat (neschopnost konvergence nelineární úlohy MKP pro danou kombinaci parametrů). Bez chybějícího bodu v prostoru proměnných není možné definovat difference a tedy směr hledání optima. Jsou použitelné pouze pro spojité parametry x . Optima je dosaženo, pokud hodnota gradientu je menší než předepsaná tolerance.

▪ Simplexové metody (Nelder-Mead)

Metoda startuje na základě trojice návrhových bodů v n -rozměrném prostoru. Nejhorší návrh s nejvyšší hodnotou cílové funkce $f(x_h)$ určí směr hledání optima, který je přesně opačný (viz obr. 24 vlevo). Nejprve se vyčíslí hodnota $f(x_r)$ bodu reflektovaného přes spojnicu bodů s nejlepším řešením. Pokud je tato hodnota nejnižší, prověříme tento směr dále pomocí expanze x_e . Pokud reflexe úspěšná není, prověříme hodnotu v bodě $f(x_k)$ ve směru kontrakce. Pokud ani kontrakce nepřinese snížení hodnoty cílové funkce, následuje tzv. smrštění, kdy dva horší návrhové body přiblížíme k bodu s nejnižší hodnotou $f(x_l)$. Tento proces se opakuje, dokud snížení hodnoty cílové funkce posunutím návrhového bodu v prostoru nepřináší už jen zanedbatelné zlepšení.

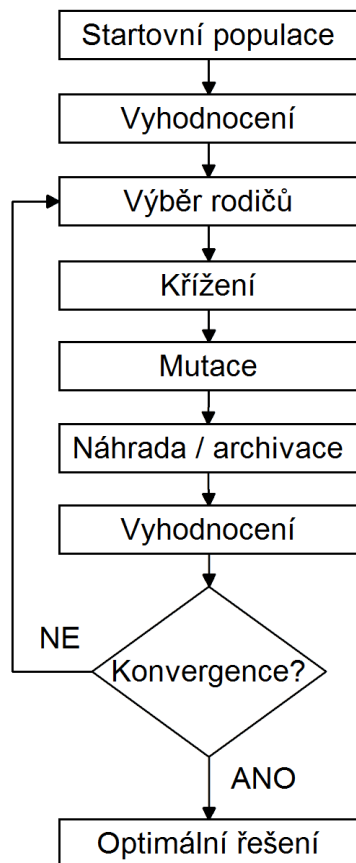


Obr. 24: Volba nového návrhového bodu simplexovou metodou [7]

Vlastnosti: Selhání výpočtu v daném návrhovém bodě není problém, hledání se pouze vydá jiným směrem. Opět velice účinná pro malý počet proměnných, rychlé vylepšení počátečního návrhu. Opět lokální metoda, silně závislá na volbě startovního bodu. Pouze pro spojité parametry x .

▪ Evoluční algoritmy (EA)

Stochastické metody založené na evolučním principu. Původně vyvinuty pro problémy, kde není dostupný gradient (diskrétní proměnné), avšak zobecnitelné i pro spojité problémy. Hledání optima je založeno na vývoji populace obsahující μ členů. V každé iteraci je vytvořena nová populace - generace g . Z každé generace je podle daného pravidla vybráno jen určité množství členů, tzv. rodičů λ - silnější jedinci přežívají. Pomocí křížení a mutací vlastností rodičů jsou vytvořeni potomci. Ty buď zcela nahradí předchozí generaci, nebo doplní řady rodičů a tak vznikne generace nová, obsahující opět μ členů. Proces končí ve chvíli, kdy vytvoření nové generace již nepřináší zlepšení výsledku.



Obr. 25: Proces optimalizace pomocí evolučního algoritmu [7]

Výběr rodičů je často realizován pomocí náhodného výběru, přičemž silnější jedinci (s nižší hodnotou cílové funkce) jsou při výběru preferováni. Pravděpodobnost výběru slabého jedince je tedy malá, ne však nulová. Tato vlastnost je vhodná k nalezení nových oblastí prostoru parametrů při hledání globálního optima.

Mutace a křížení jsou hlavními operátory hledání minima. **Křížení** znamená kombinaci parametrů rodičů, kdy dochází ke sdílení informací mezi nimi a tedy růstu šance k dosažení lepšího výsledku. **Mutace** zavádí náhodné variace do parametrů potomků, čímž opět přispívá k hledání nových oblastí prostoru parametrů. Chování metody závisí i na tom, kolik jedinců v původní populaci je **nahrazeno** a kolik **archivováno**.

Vlastnosti: Nastavením metody výběru rodičů, křížení a mutace se charakter EA může měnit z globální metody na metodu lokální. Selhání MKP řešiče je bráno jako slabý jedinec a nebrání vytvoření nové generace. Pro jednoduché úlohy (malé n) a např. lineární v parametrech je konvergence pomalejší než u metod deterministických, ale pro velké počty parametrů a silně nelineární úlohy mnohdy jediná možnost řešení optimalizace.

Pozn.: Existuje řada dalších metod matematické optimalizace. Mnoho z nich však může mít problém s konvergencí pro tak silně nelineární úlohu, jakou je identifikace křivky zpevnění, nebo je jejich použití neefektivní. Dále v této práci budou použity pouze tyto tři metody.

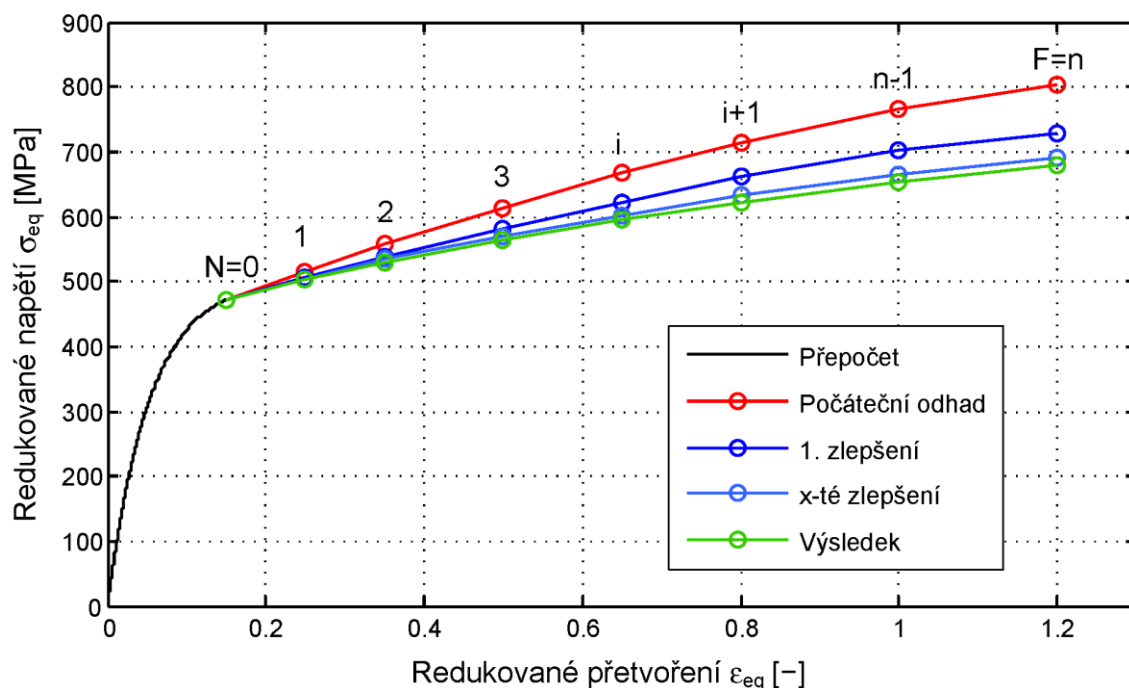
3.2.2 Variace bodů multilineární formy

▪ Paralelní identifikace

Další možností je použít vyjádření křivky zpevnění v multilineární formě a minimalizovat rozdíl simulované a reálné odezvy pomocí změny souřadnic (napětí) v jejich jednotlivých bodech. Zde můžeme využít skutečnost, že do meze pevnosti jsme schopni křivku zpevnění přepočítat ze smluvních veličin. Simulaci tedy provedeme do meze pevnosti pouze jednou a iterujeme pouze nestabilní část, čímž snížíme výpočtovou náročnost [13].

Pokud variujeme parametry analytického vztahu, křivka se mění už od počátku a výpočet musíme provádět vždy celý, nebo musíme použít analytické vyjádření pouze pro nestabilní část záznamu, jako např. Bořkovec [4]. Zde ale může nastat problém s podmínkou hladkosti a spojitosti křivky zpevnění na mezi pevnosti.

K věrohodnému popisu tvaru křivky zpevnění je třeba dostatečný počet bodů, které představují parametry pro optimalizaci x . S rostoucím počtem parametrů n se však zpomaluje konvergence optimalizačních algoritmů. Navíc křivka zpevnění musí být v každém místě neklesající, což je nutné ošetřit předepsáním vazeb mezi jednotlivými body křivky zpevnění, jinak výpočet zhavaruje.



Obr. 26: Ilustrace průběhu paralelní identifikace parametrů [13]

Dalším problémem je, že předem neznáme největší dosažené přetvoření při lomu vzorku. Je tedy obtížné navzorkovat osu ϵ , aby všechny důležité body byly obsaženy a zároveň přetvoření větší než maximální dosažené eliminovány. To může vést k nestabilitě optimalizačního algoritmu. Otázka počátečního odhadu je v [13] řešena proložením části křivky zpevnění do meze pevnosti exponenciálním vztahem a jeho extrapolací za mezí pevnosti (obr. 26).

▪ Sekvenční identifikace

Vzhledem k problému konvergence předchozí metody můžeme brát jako alternativu tuto, která v každém kroku postupně (sekvenčně) identifikuje pouze jeden parametr (bod) multilineární formy křivky zpevnění (dále také KZ). K řešení optimalizačního algoritmu tedy není potřeba speciální software, ale stačí procedura v programovacím jazyce daného MKP systému. Ten většinou umožňuje provádět algebraické operace, se kterými si zde vystačíme, na rozdíl od operací maticových pro úlohy s více parametry.

Nyní si proceduru popíšeme, jak je uvedeno v [14]:

Provedeme přepočet experimentálně získané závislosti $F_M(\Delta L)$ z tahové zkoušky do souřadnic skutečného napětí a přetvoření $\sigma(\epsilon)$ do meze pevnosti a provedeme simulaci této části zkoušky. Do této chvíle je odchylka simulované $F_C(\Delta L)$ a měřené odezvy $F_M(\Delta L)$ zanedbatelná.

Interval hodnot prodloužení vzorku od meze pevnosti do bodu lomu $\langle \Delta L_N, \Delta L_F \rangle$ rozdělíme na několik úseků, pro které platí:

$$\langle \Delta L_N, \Delta L_F \rangle = \langle \Delta L_0, \Delta L_1 \rangle \cup \langle \Delta L_1, \Delta L_2 \rangle \cup \dots \cup \langle \Delta L_{k-1}, \Delta L_k \rangle \quad (3.19)$$

$$\Delta L_0 \equiv \Delta L_N, \Delta L_{i-1} < \Delta L_i, \Delta L_k \equiv \Delta L_F, i = 0, \dots, k$$

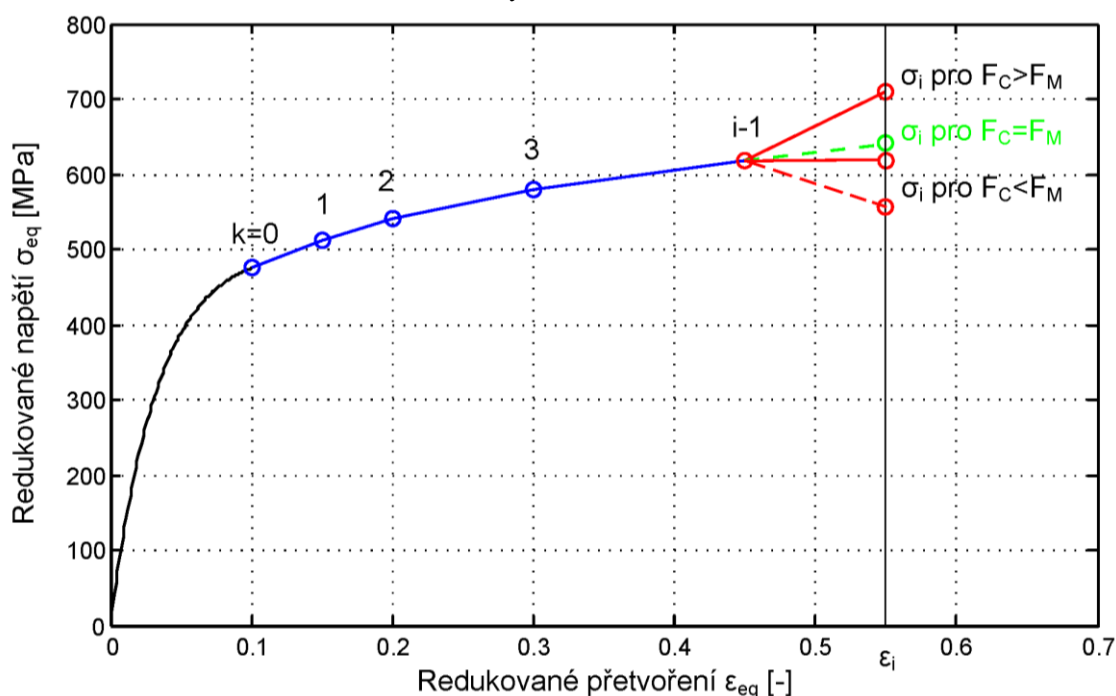
Dále určíme odhad prvního bodu σ_1 závislosti $\sigma(\varepsilon)$. Můžeme vyjít z podmínky $\sigma_1 = \sigma_N$ (obecně $\sigma_i = \sigma_{i-1}$), nebo zvýšit přesnost odhadu zavedením podmínky zachování směrnice předchozího úseku. To má vliv pouze na počet iterací potřebných k dosažení dané přesnosti výsledku. Napětí nad intervalem $\langle \varepsilon_N, \varepsilon_1 \rangle$ (obecně $\langle \varepsilon_{i-1}, \varepsilon_i \rangle$) aproximujeme lineárně jako

$$\sigma(\varepsilon) = \sigma_{i-1} + \frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}} (\varepsilon - \varepsilon_{i-1}) ; \text{ kde } i = 1, \dots, k \text{ a } \varepsilon \in \langle \varepsilon_{i-1}, \varepsilon_i \rangle, \quad (3.20)$$

kde parametry σ_{i-1} a σ_i odpovídají hraničním hodnotám i -tého intervalu. Spolu s body závislosti $\sigma(\varepsilon)$ již získanými tvoří bod σ_i vstup do dalšího kroku simulačního výpočtu, kdy je vzorek protažen o ΔL_i .

Je ovšem nutné řešit problém, kdy předem neznáme hodnotu maximálního dosaženého přetvoření ε_i , tedy horizontální souřadnici hledaného bodu KZ. V [14] byl proto uvažován vzorek vrubovaný. Tvar vrubu zajišťoval rovnoměrné rozložení přetvoření po průřezu, nezávislé na poloměru. To bylo pro každý bod deformační odezvy ΔL_i určeno pomocí zpracování obrazu metodou Digital Image Correlation (bude pojednáno dále).

Poté bylo možno provést simulaci části tahové zkoušky odpovídající intervalu $\langle \varepsilon_{i-1}, \varepsilon_i \rangle \approx \langle \Delta L_{i-1}, \Delta L_i \rangle$ a porovnat získanou silovou odezvu $F_{C,i}$ v bodě ΔL_i s odpovídající naměřenou odezvou $F_{M,i}$. Pokud $F_{C,i} \neq F_{M,i}$, změníme na základě velikosti a znaménka této odchylky dle předem stanoveného předpisu hodnotu σ_i vstupující do výpočtu. Opakujeme simulaci intervalu $\langle \Delta L_{i-1}, \Delta L_i \rangle$, dokud nedojde s požadovanou přesností ke shodě silových odezev. Ve chvíli kdy ke shodě dojde, bereme body 1 až i jako neměnnou součást křivky $\sigma(\varepsilon)$, hodnotu i zvětšíme o 1 a proces opakujeme pro následující interval (obr. 27). Proces končí ve chvíli, kdy jsou všechny hodnoty σ_i určeny s danou přesností.



Obr. 27: Ilustrace průběhu sekvenční identifikace parametrů [14]

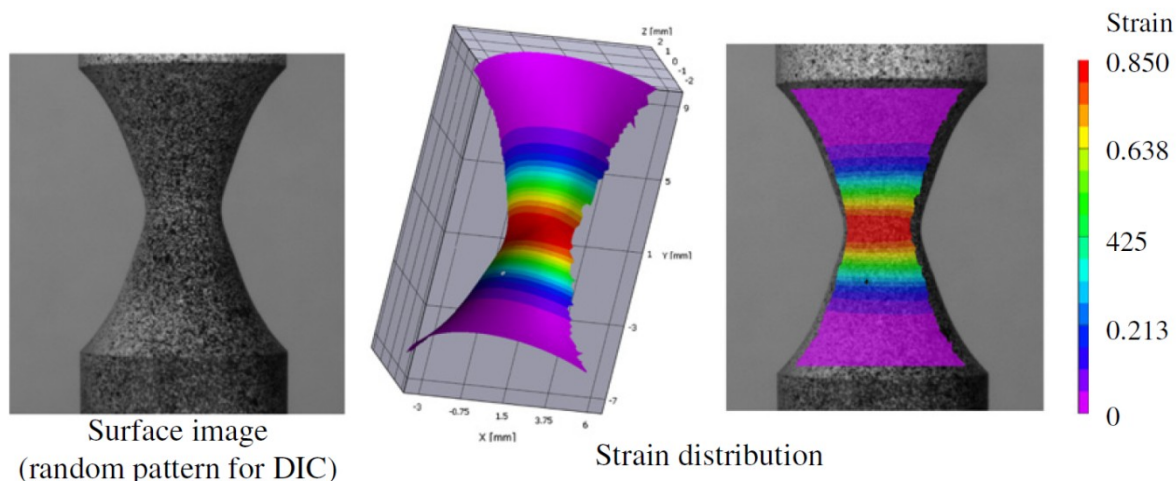
Z výše uvedeného je zřejmé, že bod silové odezvy $F_{C,i}$, který ladíme na hodnotu $F_{M,i}$, je funkcí pouze jednoho parametru a to právě σ_i . Optimalizační procedura si tak vystačí s jednoduchými algebraickými operacemi a obecně dosáhne stejné přesnosti pro méně iterací než v případě víceparametrické optimalizace. Navíc optimum je nalezeno globálně, odpadá problém počátečního odhadu. Jediné úskalí číhá v situaci, kdy $\sigma_i < \sigma_{i-1}$ a výpočet zhavaruje.

Problém nastane ve chvíli, kdy použijeme vzorek jiné geometrie, než bylo popsáno v [14] (vrub zajistil rovnoměrné rozložení přetvoření po průřezu krčku), a nejsme schopni jednoznačně určit body ε_i odpovídající přírůstku deformačního zatížení ΔL_i . Bylo by vhodné prověřit možnosti metody v těchto situacích. Metoda také nedovoluje uvažovat další vlivy na deformačně-silovou odezvu zkoušky, jako je např. součinitel tření u penetračních zkoušek. Vždy je možné variovat pouze jeden lokální parametr - funkční hodnotu KZ v daném bodě. Ostatní musí zůstat fixovány po celou dobu simulace.

Pozn.: Digital Image Correlation

Digital Image Correlation (dále DIC) je metoda pro zpracování obrazu. Neslouží tedy přímo pro identifikaci KZ, ale může být využita jako podpůrný prostředek, proto ji zde zmíníme.

Princip metody spočívá v tom, že vzorek je při mechanické zkoušce snímán dvěma synchronizovanými kamerami v různých, předem definovaných prostorových směrech. Na povrch vzorku je nanесena textura náhodného charakteru. Při deformaci vzorku mění svůj tvar i textura. Porovnáním zaznamenaných změn tvaru textury na snímcích je možné určit změnu tvaru součásti v daných zatěžovacích krocích a tím pádem i přetvoření na povrchu součásti [9]. K tomu je ovšem zapotřebí speciálního softwarového vybavení.



Obr. 28: Osově přetvoření v krčku vrubovaného vzorku získané pomocí DIC [14]

Své užití metoda nachází hlavně při verifikaci výsledků numerických simulací zkoušek, zejména se vzorky složitějších tvarů (punch testy, smykové testy,...). Kontrolujeme tak, zda kromě shody měřené a simulované silové odezvy odpovídá i rozložení přetvoření na povrchu vzorku [18], [14].

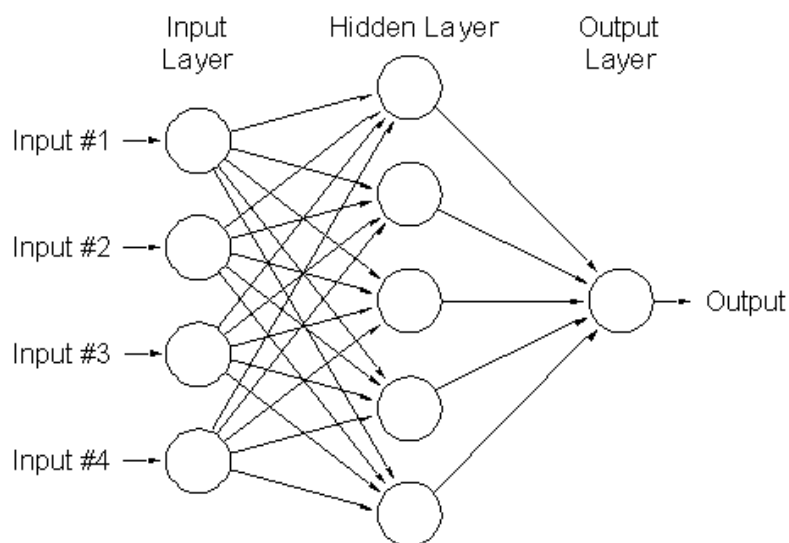
3.3 Neuronové sítě - soft-computing

Největší nevýhodou iteračních metod je nutnost v každém kroku provádět numerickou simulaci mechanické zkoušky, což vyústí v enormní nárůst času řešení úlohy. Objevila se tedy i nekonvenční řešení nahrazující výpočetně náročné iterace tzv. měkkými výpočty [1].

Při modelování běžně nahrazujeme objekty matematickým modelem určité úrovně na základě znalosti vnitřních procesů (fyzikálních, chemických,...) a jejich příčin. Oproti tomu měkké výpočty popisují objekt pouze na základě jeho vnějších projevů. Jednou z metod soft computingu je modelování pomocí umělé neuronové sítě [22].

Umělá neuronová síť (dále jen NN - Neural Network) je založena na procesech, jež se odehrávají v odpovídajících biologických strukturách. Umělá neuronová síť je struktura určená pro distribuované paralelní zpracování dat. Skládá se z umělých neuronů, které jsou vzájemně propojeny a navzájem si předávají signály a transformují je pomocí tzv. přenosových funkcí.

Typů NN je celá řada. Liší se podle typu přenosové funkce, počtem tzv. vrstev, typem učení, apod. Pro topologii sítě obvykle platí, že každý neuron jedné vrstvy je spojen s každým neuronem ve vrstvě vyšší. Každé spojení mezi neurony je ohodnoceno vahami, které vyjadřují významnost tohoto spojení. I ta nevýznamná spojení ale nesmí být odstraněna, protože mohou ovlivnit globální chování neuronové sítě (obr. 29).



Obr. 29: Příklad struktury vrstev neuronové sítě [23]

Učení sítě může probíhat tzv. bez učitele, kdy síť rozpoznává vzory ve vstupních datech a automaticky je třídí do skupin. Pro nás je však důležitý režim s učitelem, kdy se síť snaží přizpůsobit svou odezvu na vstupní informace tak, aby se výstup nejvíce podobal výstupu požadovanému. S přibývajícím počtem pokusů síť postupně přiřazuje váhy jednotlivým spojeníům neuronů. Odpověď na dotaz se stále zpřesňuje.

Bez nároku na hlubší matematický popis si nyní vysvětlíme proces fungování NN při úloze lehce zobecnitelné na identifikaci parametrů křivky zpevnění. Cílem úlohy bude identifikovat parametry exponenciálního vztahu

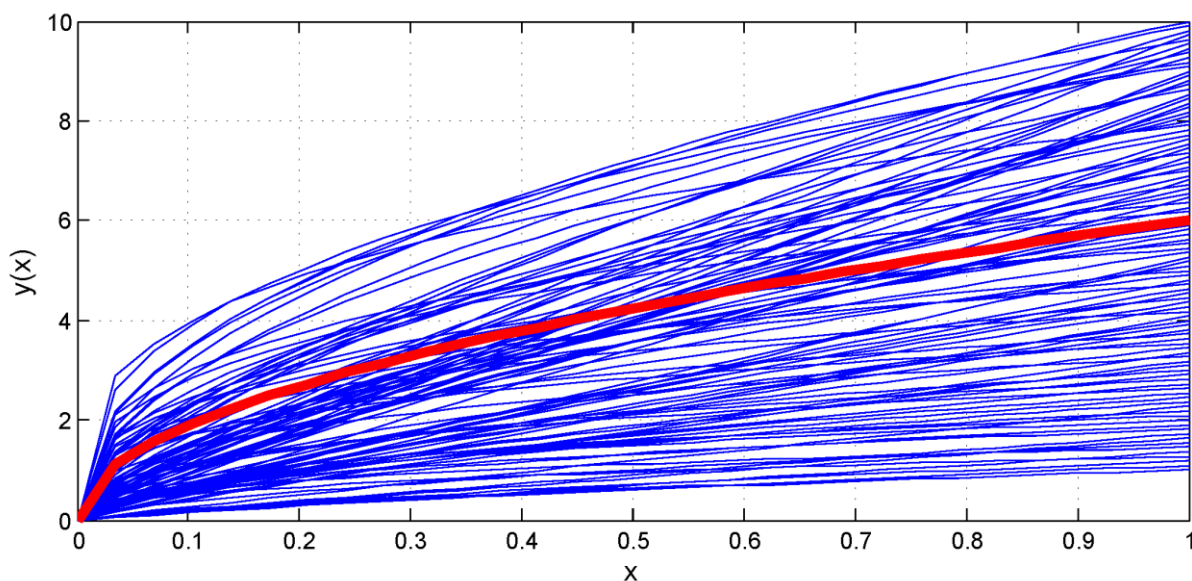
$$y = a \cdot x^{-b}, \quad (3.21)$$

který nejlépe aproximuje neznámou křivku.

Nejprve musíme síť daný úkol naučit. Stanovíme tedy náhodné dvojice parametrů a a b , jejichž hodnoty leží v daném rozsahu. Na hodnotách x , pro které máme funkční hodnoty neznámé křivky, vyčíslíme rovnici (3.21). Tím získáme sadu dvojic vektorů, které tvoří základní databázi pro učení NN - tzv. trénovací množinu. Na jedné straně funkční hodnoty exponenciální funkce v bodech x jako vstup a jim odpovídající kombinace parametrů a a b jako výstup. Graficky znázorněno na obr. 30. Červeně je vyznačena neznámá křivka.

Při učení neuronová síť nejprve postupně přepočítá všechny vstupní vektory přes všechny neurony a dostane tak vektory výstupní. Tuto fázi nazýváme aktivační. Výstupní vektor srovná s vektorem originálním (námi požadovaným výstupem - zde parametry a a b) a rozdíl (lokální chyby) se uloží do dočasné proměnné. Ve fázi adaptační se váhy jednotlivých spojů přepočítávají směrem z výstupu na vstup za účelem co největší podobnosti výstupu s originálním vektorem. Když tímto procesem projde celá trénovací množina, je dokončena jedna epocha. Lokální chyby jsou sečteny do chyby globální a proces se opakuje. Pokud je globální chyba menší než požadované minimum, nebo další iterace již nepřinášejí její snížení, proces učení je ukončen.

Naučené NN teď předložíme funkční hodnoty neznámé funkce na množině x a ona nám vrátí hodnoty parametrů a, b , které popisují křivku aproximační. V tomto jednoduchém případě si můžeme ověřit správnost učení sítě tak, že neznámou funkcí bude křivka popsaná přímo rovnicí (3.21), kde kombinace parametrů nebude odpovídat žádné ze dvojic použitých pro učení sítě. Po naučení NN v systému Matlab na trénovací množině 100 křivek síť vrátila parametry s přesností na 4. platné číslici. Síť zafungovala dokonce v případě, že parametry ležely mimo meze použité v trénovací množině, pouze s nepatrně nižší přesností. To dokazuje schopnost sítě řešit i nestandardní situace.



Obr. 30: Množina křivek pro učení neuronové sítě, červeně vyznačena neznámá křivka, pro kterou chceme identifikovat parametry vztahu (3.21)

Pokud provedeme sadu simulací tahové zkoušky pro různé křivky zpevnění a vytvoříme trénovací množinu, ve které bude vstupem vektor hodnot smluvního tahového diagramu a výstupem KZ (parametry konstitutivního vztahu, či pouze posloupnost hodnot napětí), můžeme po vložení experimentálně naměřené smluvní křivky obdržet jí odpovídající KZ. Dá se očekávat nižší přesnost než u vzorového příkladu, ale vyhneme se tak zdlouhavému řešení, typickému pro optimalizační metody. Časově náročný bude pouze výpočet trénovací databáze, kterou ovšem vytvoříme jen jednou, univerzální pro širokou skupinu materiálů. Učení a odpověď sítě jsou potom poměrně rychlé [1].

4 Analýza problému

Před tím, než začneme problém řešit, je vhodné provést jeho komplexní analýzu, abychom určili co je a co není pro jeho řešení podstatné. K tomu je nutné přistoupit systémově [12].

Naším objektem zájmu Ω je numerická simulace E-P odezvy materiálu při tahové zkoušce hladkého válcového vzorku. Simulace je prováděna pomocí MKP a slouží k verifikaci správnosti identifikace parametrů E-P modelu materiálu na základě výstupu z experimentu - fyzické tahové zkoušky.

Problémem $P_R(\Omega)$ řešeným na Ω je vytvoření metodiky, jaké metody a jakým způsobem použít při samotné identifikaci parametrů - určení parametrů konstitutivního modelu materiálu z experimentálních dat. Cílem je algoritmus zautomatizovat, při dosažení nejvyšší možné přesnosti a věrohodnosti výsledků.

4.1 Systém podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$

Objekt Ω a jeho okolí mají určité vlastnosti. Objekt je ovlivněn okolím, aktivován a následně okolí sám ovlivňuje. Pokud ze všech vlastností objektu Ω a jeho okolí vybereme pouze ty, které jsou podstatné pro řešení problému $P_R(\Omega)$, dostaneme systém podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$ [12]. Je vhodné veličiny roztřídit do následujících podmnožin:

- **S0 - prvky okolí objektu**
 - zkušební stroj pro tahovou zkoušku
 - přítomnost zařízení pro snímání prodloužení vzorku a změny geometrie krčku
 - metoda identifikace parametrů E-P modelu materiálu
 - okolní atmosféra a její stavové veličiny
- **S1 - struktura, topologie a geometrie objektu**
 - průměr d a délka l pracovní části vzorku (délka snímaná extenzometrem)
 - zjednodušení geometrie modelu MKP
 - typ použitých konečných prvků
 - hustota sítě
- **S2 - vazby mezi objektem a okolím**
 - upnutí vzorku do zkušebního stroje
 - odpovídající okrajové podmínky MKP modelu
- **S3 - aktivace objektu**
 - deformační zatížení vzorku osovým posuvem
- **S4 - ovlivnění objektu okolím**
 - rychlost zatěžování vzorku
 - teplota při provádění tahové zkoušky
 - jakost provedení zkušební vzorku

- **S5 - oborové vlastnosti prvků objektu**
 - homogenita materiálu
 - elastické konstanty materiálu (Youngův modul, Poissonův poměr)
 - použitá podmínka plasticity
 - model plastického zpevnění
 - křivka zpevnění jako konstitutivní model plastického chování materiálu (multilineární, nebo analytická)
 - nevýrazná/výrazná mez kluzu
 - stochastický charakter experimentálních dat (rozptyl materiálových vlastností je inherentní vlastnost materiálu)
- **S6 - procesy probíhající na objektu**
 - prázdná množina (problém řešíme na makroúrovni, neřešíme např. pohyby dislokací ve struktuře materiálu, pouze jejich vnější projevy – plastická deformace)
- **S7 - projevy objektu jako následek probíhajících procesů**
 - elasto-plastická deformace zkušebního vzorku
 - silová odezva v upínači zkušebního stroje
 - vznik nehomogenní trojosé napjatosti
- **S8 - důsledky projevů objektu**
 - získání podkladů pro stanovení materiálových vlastností vzorku

Pro korektní vyřešení problému bychom měli brát v úvahu všechny výše zmíněné skutečnosti. U přímých příčinných problémů je vstupem příčina (S0-S5) a výstupem důsledek příčiny (S6-S8). V našem případě ale řešíme **nepřímý příčinný problém**. Výstupem z algoritmu je křivka zpevnění, tedy příčina projevů objektu (S5). Vstupem do algoritmu jsou naopak důsledky - projevy objektu S7 a veličiny v množinách S0 až S5, kromě křivky zpevnění. Řešení nepřímého problému je obecně o řád náročnější, než řešení problému přímého.

4.2 Zavedení předpokladů pro řešení problému

Jelikož je systém podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$ poměrně mohutná množina, je vhodné nyní zavést některé předpoklady ohledně vlastností objektu Ω , abychom snížili úroveň problému $P_R(\Omega)$ a byli schopni ho efektivně řešit.

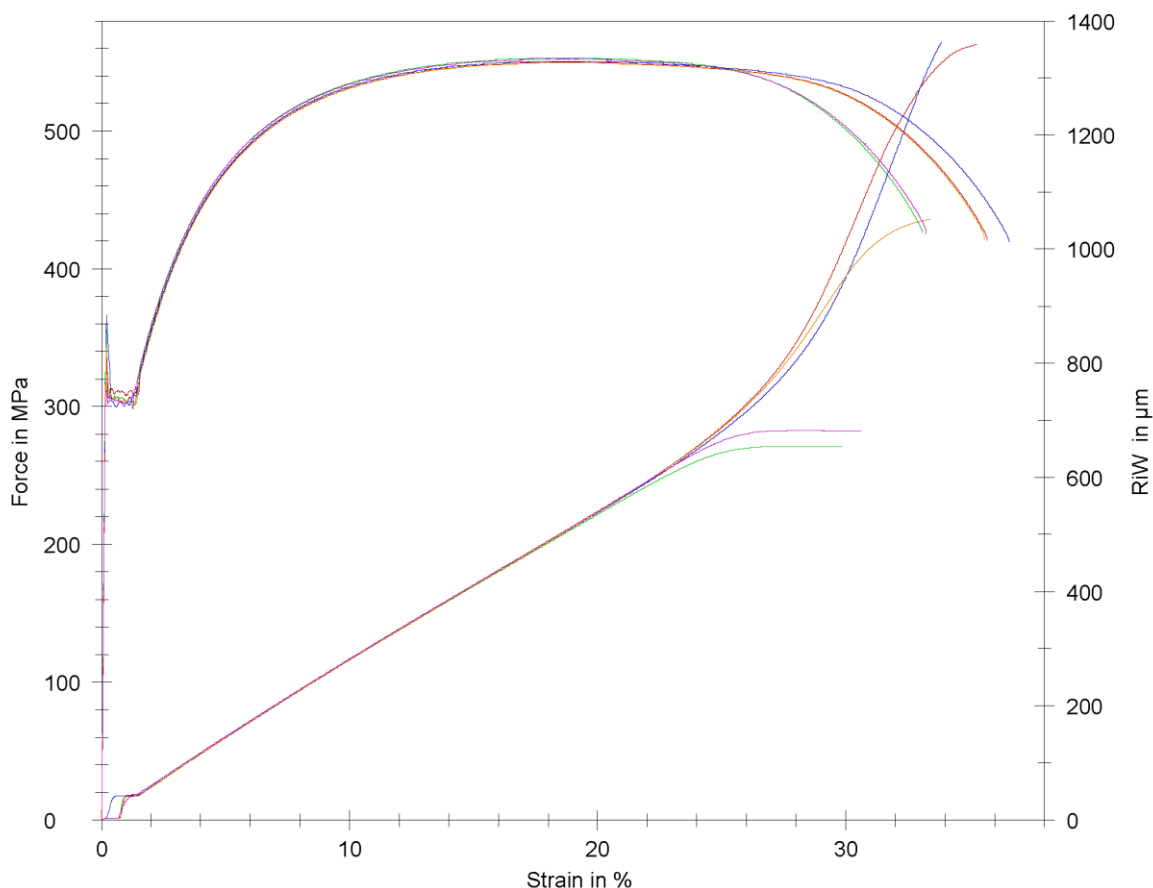
Připomeňme opět, že naším cílem je vyvinout metodiku pro identifikaci parametrů E-P modelu materiálu ze záznamu tahové zkoušky hladkého válcového vzorku. Budeme předpokládat, že zkouška probíhá dle normy **ČSN EN 10002** (viz kap. 2.2.1), **kvazistaticky** a **za normální teploty**. V modelu tedy není třeba uvažovat viskózní složku deformace.

Zkušební stroj je osazen **extenzometrem** - prodloužení je měřeno přímo na dřívku vzorku, ne zprostředkovaně z posuvu příčnicku. Budeme se soustředit na případy, kdy instrumentace stroje pro měření změny geometrie krčku chybí.

Model materiálu vzorku budeme uvažovat jako **homogenní** (zanedbání vlivu tvárného porušování matrice), **izotropní**, **elasto-plastický**. Použijeme podmínku plasticity **HMH** a **izotropní model zpevnění** (monotónní zatěžování).

Tahový diagram bereme jako deterministickou veličinu. Nebudeme tedy uvažovat rozptyl materiálových vlastností jednotlivých vzorků. Předpokládáme, že záznam tahové zkoušky použitý pro verifikaci prošel předem statistickým zpracováním, čímž je maximalizována jeho věrohodnost. Obr. 31 ukazuje rozptyl tahových diagramů 5 vzorků z oceli 12 050 a statistické zpracování jejich výsledků. Pro účely identifikace parametrů E-P modelu materiálu budeme používat průměrované hodnoty $\bar{x}$.

Series graph:



Statistics:

Series n = 5	d ₀ mm	S ₀ mm ⁴ /2	E _{mod} GPa	Upper yield point MPa	Yield strain %	Lower yield point MPa	F _{max} MPa	dL(plast.) at F _{max} %	dL at F _{max} %	F _{Break} N
$\bar{x}$	5.999	28.26	201.2	344.48	1.22	301.39	551.05	18.5	18.7	11900
s	0.003	0.03	5.3	20.50	0.02	2.81	1.49	0.3	0.3	78.3
v	0.06	0.12	2.64	5.95	1.45	0.93	0.27	1.39	1.36	0.66

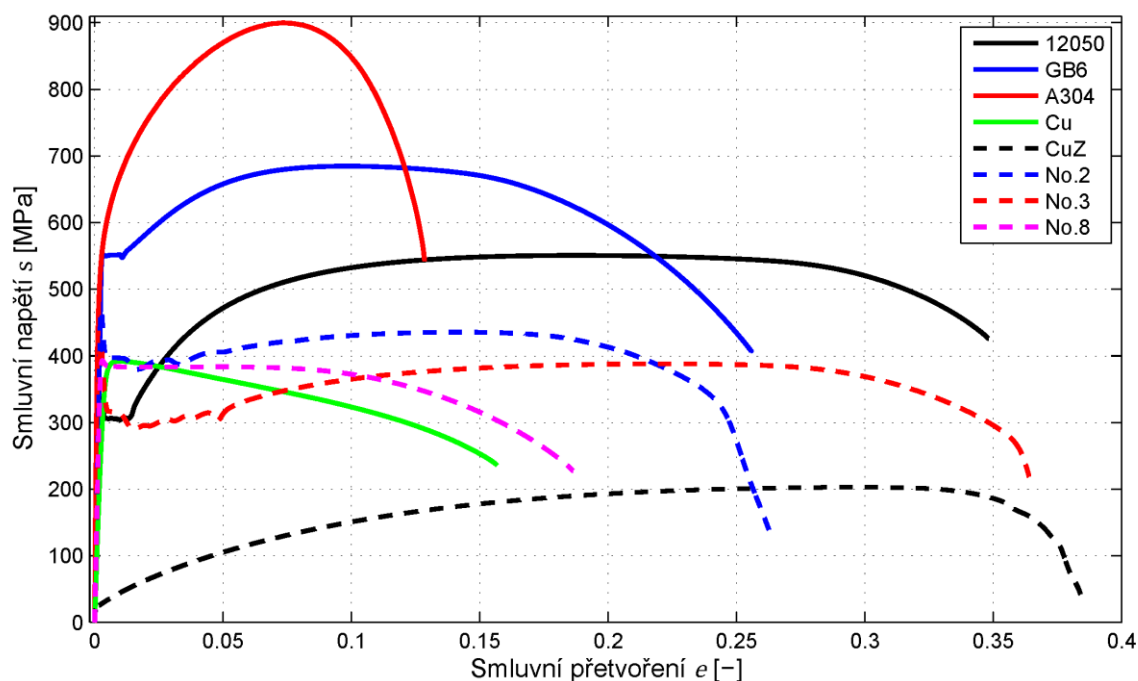
Series n = 5	dL at break %	Delta d mm	dr (sensor) mm	dr (manual) mm	du mm	L _u mm	Strain at break (manual) %
$\bar{x}$	34.8	0.506	5.493	5.528	3.82	40.51	35.0
s	1.6	0.007	0.009	0.007	0.02	0.4694	1.6
v	4.52	1.30	0.17	0.13	0.48	1.16	4.47

Obr. 31: Výsledky tahových zkoušek 5 vzorků z oceli 12 050 a jejich statistické vyhodnocení (protokol měření AV ČR - Ing. Pavel Čupera, zkušební stroj Zwick Roell, 8. 12. 2011)

5 Identifikace parametrů vybraných materiálů

Přednosti a omezení metod popsanych v kapitole 3 nejlépe poznáme, pokud metody použijeme. Z databáze Ústavu fyziky materiálů AV ČR, v. v. i. a firmy ÚAM Brno, s.r.o. se podařilo vybrat 8 záznamů tahových zkoušek, které reprezentují široké spektrum plastického chování materiálu. Jedná se o zkoušky oceli 12 050, GB6 a AISI 304 (ta za zvýšené rychlosti zatěžování $v = 6 \text{ mm/min}$), měď v základním (Cu) a žíhaném stavu (CuZ), a další 3 materiály neznámého složení (No. 2, 3, 8).

V následujících kapitolách bude popsáno vytvoření a použití různých algoritmů pro identifikaci KZ materiálu. Jednotlivé postupy si budeme demonstrovat na oceli 12 050, která reprezentuje problematické jevy jako je výrazná mez kluzu a vysoká tažnost, které mohou působit komplikace. Pro posouzení univerzálnosti jednotlivých algoritmů bude následně provedena identifikace KZ všech zmíněných materiálů.



Obr. 32: Smluvní tahové diagramy 8 vybraných materiálů – zdroj AV ČR a ÚAM Brno

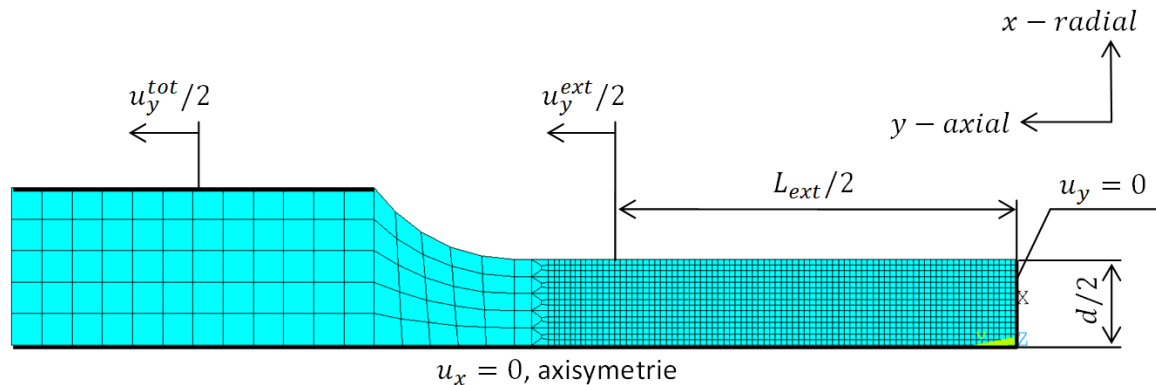
5.1 MKP model

K verifikaci identifikace KZ potřebujeme numerický model zkušební vzorku. Na tomto modelu provedeme simulaci průběhu tahové zkoušky. Vstupem do simulace bude geometrie vzorku, elastické konstanty a KZ jeho materiálu. Výstupem deformačně-silová odezva $F_C(\Delta L)$, kterou porovnáme s experimentálně změřenou $F_M(\Delta L)$.

Model byl vytvořen metodou konečných prvků v klasickém prostředí systému ANSYS 15.0, formou makra v jazyce APDL. Tím je zaručena jeho maximální parametrizovatelnost. Jazyk APDL navíc umožňuje vytvoření cyklických smyček v algoritmu, což bude využito zejména u sekvenční identifikace multilineární formy KZ.

5.1.1 Geometrie a okrajové podmínky

Geometrie konečnoprvkového modelu bude velice jednoduchá. Díky osové symetrii vzorku (obr. 6) můžeme úlohu modelovat jako 2D axisymetrickou. Vzorek je symetrický také stranově, proto budeme modelovat pouze jeho polovinu. Tak dostaneme konfiguraci FULL (obr. 33). Na ose axisymetrie zabráníme radiálním posuvům u_x a v dělicí rovině osovým posuvům u_y . Zatížení vzorku provedeme předepsáním osového posuvu u_y^{tot} uzlů ležících na obvodu hlavy vzorku, kde je vytvořen závit pro upnutí vzorku do zkušebního stroje.

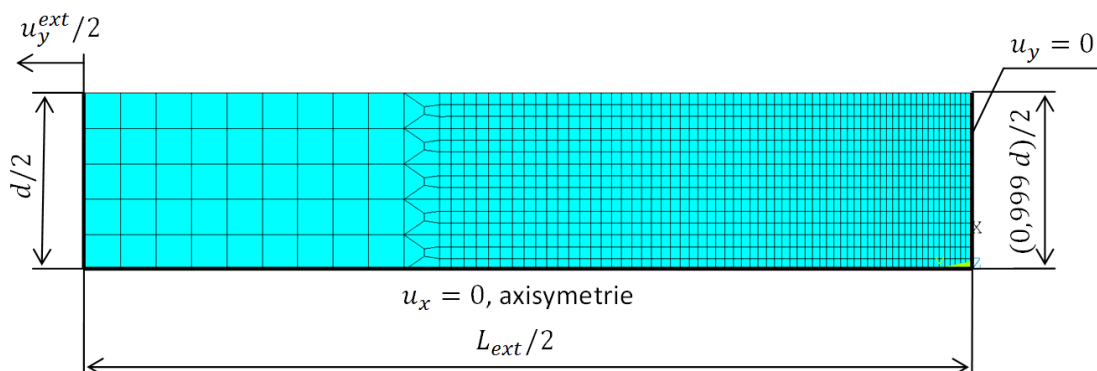


Obr. 33: Konfigurace FULL - geometrie a okrajové podmínky

Pokud byla tahová zkouška provedena s extenzometrem, zjistíme odpovídající prodloužení vzorku jako dvojnásobek osového posuvu uzlu na povrchu vzorku ve vzdálenosti $L_{ext}/2$ od dělicí roviny - u_y^{ext} . Tento posuv je ale různý od deformačního zatížení v závitě ($u_y^{tot} \neq u_y^{ext}$). Pokud tedy z nějakého důvodu potřebujeme docílit přesné hodnoty u_y^{ext} , nezbyváá než iterativně upravovat $u_y^{tot} > u_y^{ext}$.

Podrobnější analýza ukázala, že pokud je k dispozici údaj o posuvu v místě uchycení extenzometru u_y^{ext} , je modelování celé upínací hlavy zbytečné - konfigurace EXT (obr. 34). Deformace je ve vzdálenosti $L_{ext}/2$ dostatečně rovnoměrná i po vzniku krčku. Jelikož jsme ale odstranili materiál, který bránil kontrakci dířku na jeho konci, je nutné vytvořit imperfekci (zmenšení poloměru v dělicí rovině o jedno promile). Tak zaručeně dojde k vytvoření plastické nestability - krčku přímo v dělicí rovině. Jinak by deformace pokračovala rovnoměrně i za mezí pevnosti materiálu.

Navíc je snížen počet elementů v oblasti a aplikován bias síť směrem k dělicí rovině - oblasti největších deformací. Dále budeme používat výhradně konfiguraci EXT.

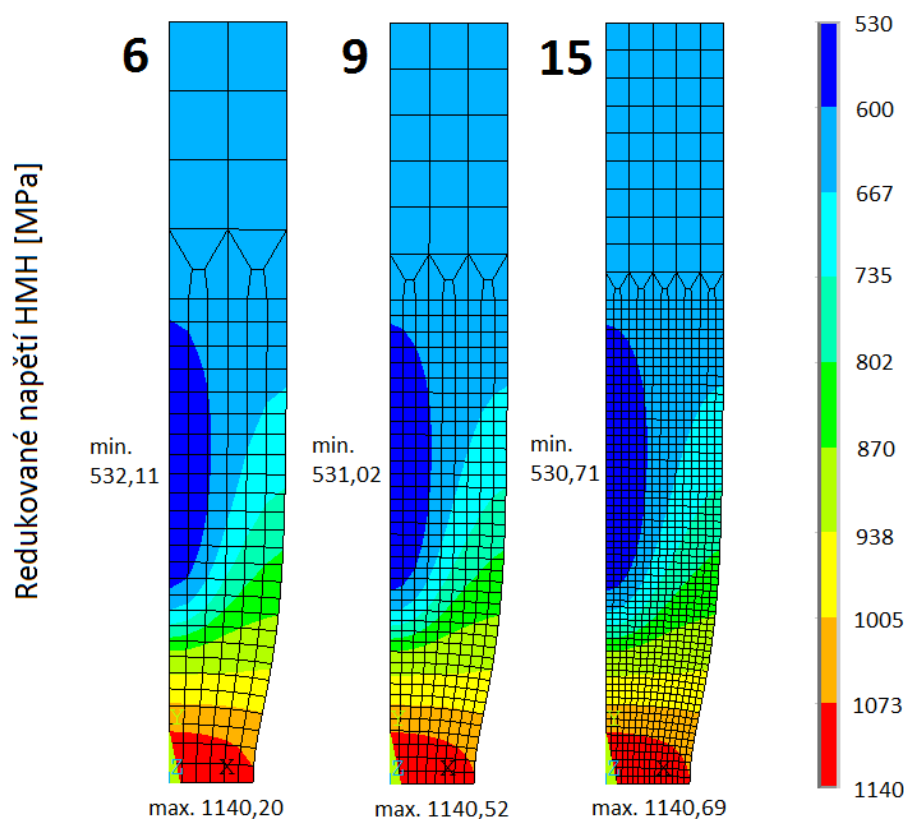


Obr. 34: Konfigurace EXT - geometrie a okrajové podmínky

5.1.2 Volba hustoty sítě konečných prvků

Jelikož budeme provádět stovky až tisíce simulací, je nutné použít co nejhrubší síť, která stále zaručuje korektní výsledky. Tím docílíme maximální redukce výpočtového času. S použitím kvadratického rovinného prvku PLANE183 byla provedena sada simulací s různou hustotou sítě - 6, 9, 15, 30, 45 a 60 prvků v dělicí rovině. Již od 15 a více prvků na poloměr nedocházelo prakticky k žádné změně v simulované odezvě $F_C(\Delta L)$. Oblast zjemnění sítě je dostatečně velká, aby pokryla nehomogenitu napětí vlivem tvorby krčku. Bias (nerovnoměrné dělení) původní sítě zajistil, že i po výrazné deformaci zůstává tvar prvků vyhovující.

Pro referenční výpočty tedy použijeme síť s 15 prvky typu PLANE183 na poloměr. Pro urychlení iteračních výpočtů však budeme používat síť s 9 prvky na poloměr, která vykazuje rozdíl v odezvě menší než 0,5 %. Dokonce odezva sítě se 6 prvky na poloměr je téměř totožná, ale napěťové pole přestává být hladké (obr. 35).



Obr. 35: Výsledné redukované napětí pro různou hustotu sítě - kvadratické prvky PLANE183, materiál GB6, $\frac{\Delta L}{L_0} = 0,26$

Jak bylo řečeno v úvodu, identifikovaná KZ je vstupem zejména do simulací tvářecích procesů a crash testů. Ty jsou často prováděny pomocí explicitního řešiče MKP, který většinou používá lineární prvky.

Stejná analýza tedy byla provedena i pro lineární rovinný prvek PLANE182. K ustálení odezvy $F_C(\Delta L)$ došlo až od 30 prvků na poloměr a více, což znamenalo enormní nárůst výpočtového času. Jelikož odezva pro velmi jemnou síť prvků PLANE182 byla prakticky totožná s odezvou pro 15 prvků PLANE183, budeme dále používat pouze kvadratické prvky PLANE183 s vědomím, že výsledek je na typu prvku nezávislý. Výjimku tvoří algoritmus sekvenční identifikace, který vyžaduje síť hustší (kap. 5.3.3).

5.1.3 Konstitutivní model materiálu

Systém ANSYS umožňuje zadání obecného tvaru KZ pouze multilineárně, formou tabulky. Pokud budeme potřebovat řídit tvar KZ pomocí parametrů analytického vztahu, naplníme tabulku jeho funkčními hodnotami. Při vhodném a dostatečně hustém dělení osy ε_{pl} (max. 99 bodů) tak dostaneme dostatečně přesnou aproximaci původně hladké křivky.

Na základě rozsáhlé analýzy provedené v [11], kdy KZ rozličných materiálů byly postupně prokládány konstitutivními vztahy z tab. 1., je doporučeno používat vztah Voce modified II, jako jeden z nejuniverzálnějších. Z tohoto doporučení budeme vycházet. Avšak vzhledem k potřebě popsat KZ materiálů s výraznou mezí kluzu nyní zavedeme modifikovanou verzi tohoto vztahu, autorem nazvanou **Voce-Yield**, kterou lze zapsat jako:

$$\sigma = \begin{cases} S_y (1 + k\varepsilon_{pl}) & \text{pro } \varepsilon_{pl} \in \langle 0, E_y \rangle \\ S_y (1 + kE_y) + C1(1 - e^{-C3(\varepsilon_{pl}-E_y)}) + C2(1 - e^{-C4(\varepsilon_{pl}-E_y)}) & \text{pro } \varepsilon_{pl} \in (E_y, \varepsilon_{pl}^{max}) \end{cases} \quad (5.1)$$

Význam jednotlivých členů je následující (obr. 36):

σ, ε_{pl} - souřadnice křivky zpevnění $\sigma(\varepsilon_{pl})$

S_y - mez kluzu (skutečné napětí)

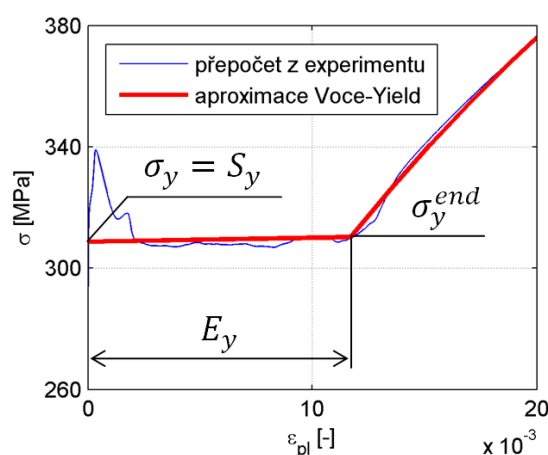
E_y - plastická složka logaritmického přetvoření na konci meze kluzu

k - směrnice na mezi kluzu,

určena jako $k = \frac{\sigma_y^{end} - \sigma_y}{\sigma_y E_y}$

$C1 \div C4$ - parametry exponenciální části křivky

ε_{pl}^{max} - maximální dosažené přetvoření



Obr. 36: Parametry vztahu Voce-Yield na mezi kluzu - mat. 12 050

Sice se zvýšil počet parametrů oproti původní verzi vztahu, ale některé z nich mohou být identifikovány přímo zpracováním záznamu tahové zkoušky a v dalším postupu fixovány (S_y, E_y, k). Podstatně se tak ale zvýší věrohodnost popisu KZ v oblasti meze kluzu. Je také zřejmé, že pokud $E_y = 0$, vztah degraduje na původní tvar v tab. 1. Pro analytický popis KZ budeme používat výhradně vztah Voce-Yield.

Na tomto místě si také uvedeme hodnoty již známých parametrů oceli 12 050, získaných zpracováním záznamu tahové zkoušky $F_M(\Delta L)$ (soubor *fd_12050.dat* v příloze B), které budou tvořit základní vstupy do výpočtů (viz tab. 2). Hodnoty parametrů ostatních materiálů zde po dohodě s poskytovatelem dat nebudou zveřejněny. Pouze grafické vyjádření jejich deformačně-silové odezvy a křivky zpevnění.

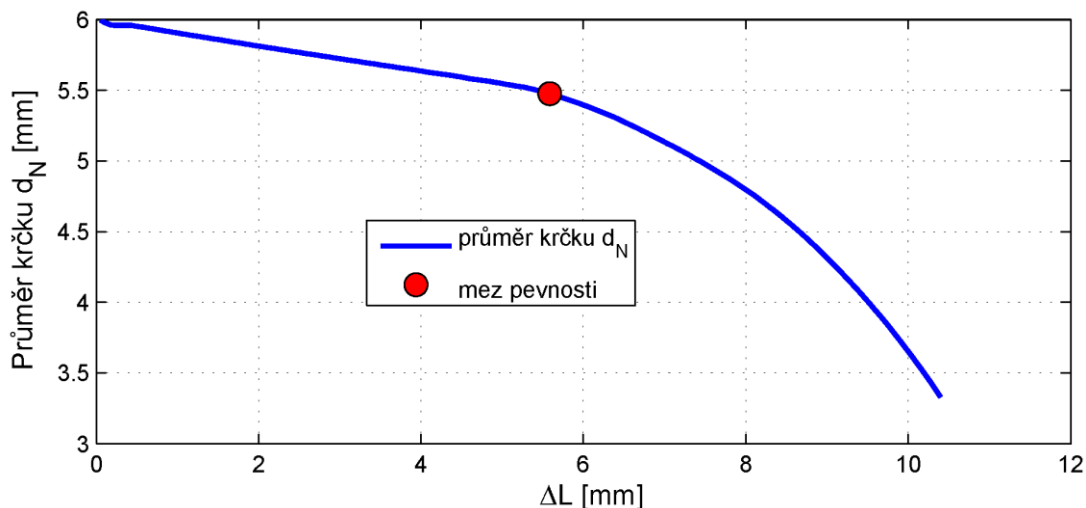
Parametr	d_0 [mm]	L_0^{ext} [mm]	E [GPa]	ν [-]	S_y [MPa]	E_y [-]	k [-]
Hodnota	6	30	196	0,3	308,7	0,0122	0,409

Tab. 2: Hodnoty základních parametrů oceli 12 050

5.2 MLR korekce

Jak bylo uvedeno v kap. 3.1, pro analytickou korekci KZ je nutné znát mimo tahového diagramu také změnu geometrie krčku v průběhu jeho tvorby. Experimentální data však bohužel nejsou dostupná pro žádný z naší skupiny materiálů. Pro účely pouze popisu algoritmu řešení si ale tato data můžeme opatřit pomocí numerické simulace.

Pro MLR korekci je vedle tahového diagramu nutné znát hodnotu zaškrcení krčku. Provedeme simulaci tahové zkoušky, do které bude vstupovat KZ, která byla identifikována pro ocel 12 050 sekvenční identifikací (viz kap. 5.3). Výstupem bude vedle odezvy $F_C(\Delta L) \approx F_M(\Delta L)$ také průběh zaškrcení průměru krčku $d_N(\Delta L)$, který vypadá následovně.



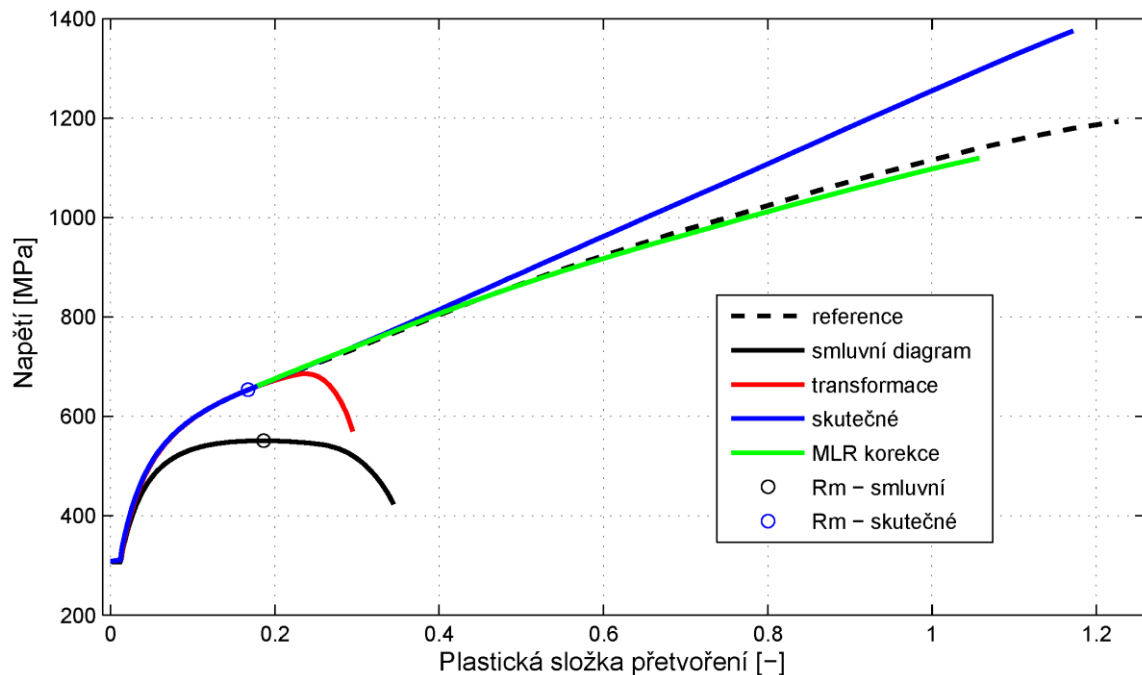
Obr. 37: Průměr krčku d_N v průběhu tahové zkoušky (výsledek simulace) - mat. 12 050

Nejprve provedeme výpočet KZ na základě informací o změně plochy průřezu dříku a působící síle, tedy pomocí vztahů (2.13) a (2.14), nebo také (3.1) a (3.5) - vznikne tak křivka nazvaná na obr. 38 *skutečné*. Vidíme, že do meze pevnosti je tato křivka totožná s KZ vstupující do simulace (křivka *reference*) a zároveň s KZ vypočítanou pomocí vztahů (2.15) a (2.16), tedy přepočtem přímo ze smluvního diagramu - křivka *transformace*.

Za mezí pevnosti křivka *transformace* naprosto ztrácí fyzikální význam a je nepoužitelná. Oproti tomu křivka *skutečné* dále pokračuje v rostoucím trendu, ale mez pevnosti tvoří inflexní bod, zatímco referenční KZ je po celou dobu konkávní. Odchylku křivky *skutečné* od referenční KZ (až 17%) za meze pevnosti by měla eliminovat právě MLR korekce. Aplikujeme proto vztahy (3.7) a (3.8) na část křivky *skutečné* za meze pevnosti a dostaneme křivku *MLR korekce*, která sníží odchylku oproti referenční KZ do 2 %.

Korekční faktory MLR_σ a MLR_ϵ jsou v celém rozsahu < 1 , takže korigovaná KZ nepopisuje tak velká přetvoření, jaká jsou dosažena v simulaci (konec referenční KZ). Zde bychom museli přistoupit k následné extrapolaci křivky, ale i zanedbání tohoto úseku nebude mít podstatný vliv na simulovanou odezvu tahové zkoušky (při verifikaci), protože k tak velkým přetvořením dojde pouze v malých objemech ve středu krčku.

Autor [10] použil pro MLR korekci experimentální data a dosáhl podobně přesných výsledků. Můžeme si ale všimnout, že v protokolu zkoušky oceli 12 050 (obr. 31) je průměr krčku po přetržení $d_u = 3,82$ mm, což je o 15 % více, než výstup ze simulace. To je pravděpodobně způsobeno chybou měření na lomové ploše. Hodnota d_u je tedy pro účely korekce nepoužitelná.



Obr. 38: Identifikace křivky zpevnění pomocí MLR korekce - mat. 12 050

5.3 Sekvenční identifikace (SEQ)

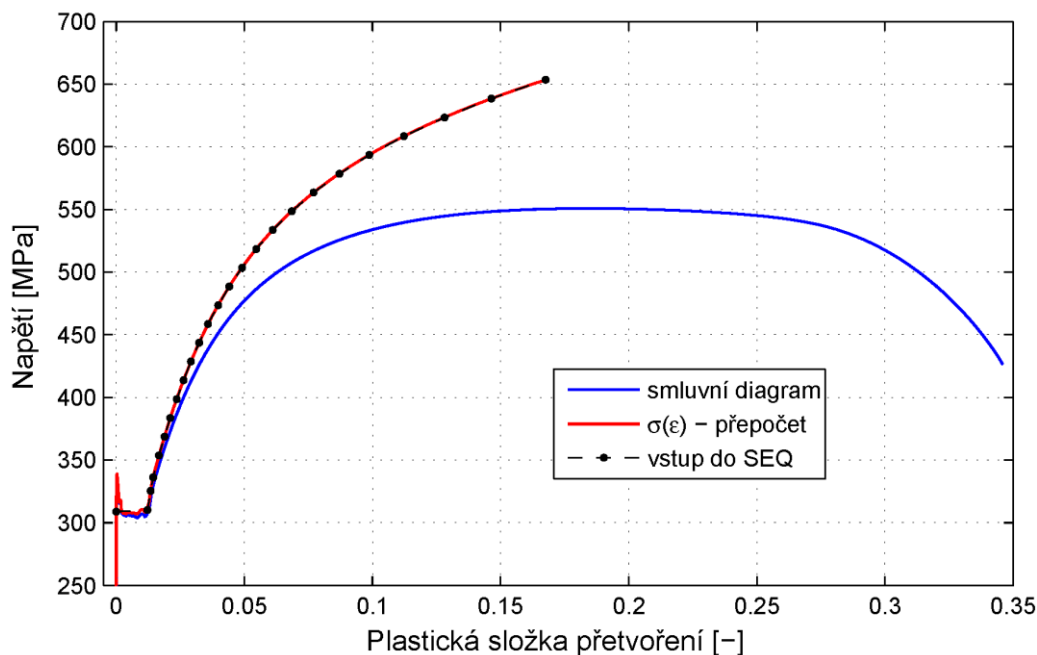
Metoda sekvenční identifikace bodů KZ je v kap. 3.2.2 a v [14] popsána pouze pro vrubovaný vzorek. Tvarem vrubu je dosaženo rovnoměrného přetvoření po průřezu krčku, přičemž jeho hodnota je detekována na povrchu vzorku pomocí metody zpracování obrazu DIC. V této kapitole si ukážeme, jak tato metoda může být zobecněna i pro vzorek hladký, navíc bez nutnosti použití náročné DIC. Dostaneme tak poměrně jednoduchou a zároveň velmi účinnou metodu identifikace KZ.

5.3.1 Příprava vstupních dat

Začátek postupu bude totožný jako v [14]. Smluvní tahový diagram nejprve přepočteme do skutečných veličin dle vztahů (2.15) a (2.16) v intervalu od jeho počátku do meze pevnosti a poté od přetvoření odečteme jeho elastickou složku. Systém ANSYS totiž vyžaduje zadání KZ ve formě $\sigma_{eq}(\varepsilon_{eq}^{pl})$. Redukované veličiny jsou do meze pevnosti totožné s veličinami skutečnými, odvozenými pro jednoosou napjatost. Naším cílem je určit redukované veličiny za mezí pevnosti.

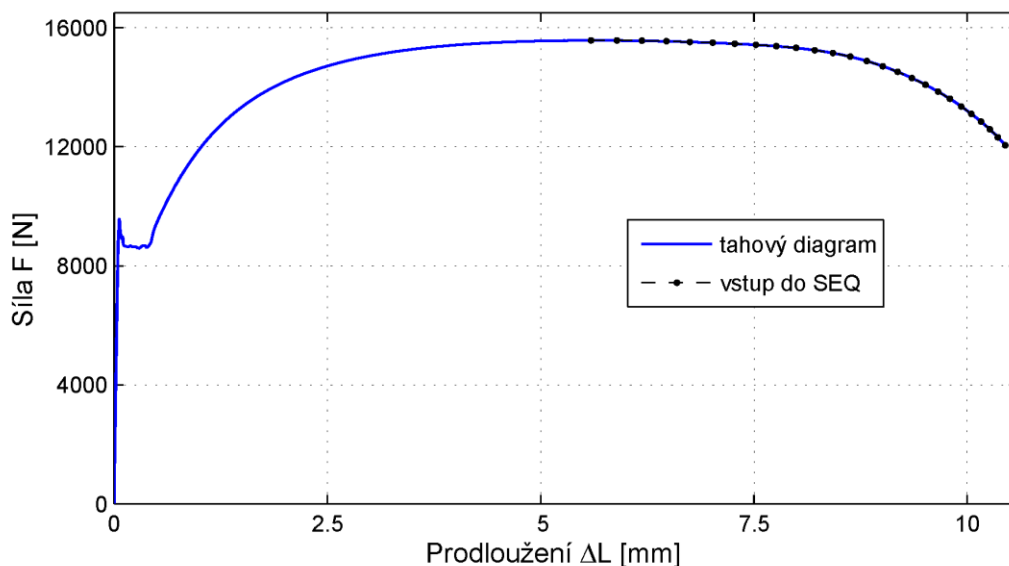
Abychom mohli KZ zadat do výpočtu formou tabulky, musíme křivku navzorkovat. Je vhodné zvolit nerovnoměrné dělení osy ε_{pl} tak, aby v místech s větší křivostí bylo bodů více, než v přímých úsecích. Autorovi se osvědčilo rovnoměrně rozdělit osu σ od meze kluzu do meze pevnosti a těmto hodnotám napětí přiřadit hodnoty odpovídajícího přetvoření. Výsledek vidíme na obr. 39.

V oblasti výrazné meze kluzu je nutné zasáhnout manuálně. Přechodový jev Lüdersovy deformace nahradíme pouze úsečkou, tedy jedním bodem o souřadnici $[0, \sigma_y]$ a druhým $[\Delta\varepsilon_{pl}, \sigma + \Delta\sigma]$. Tyto dva body můžeme později využít pro určení parametrů S_y, E_y a k konstitutivního vztahu Voce-Yield (obr. 36).



Obr. 39: Vzorkování napěťové křivky vstupující do SEQ - mat. 12 050

Vstupy pro simulaci části tahové zkoušky do meze pevnosti máme připraveny a nyní zbývá navzorkovat deformačně-silovou odezvu od meze pevnosti do bodu porušení. Zajímají nás body o souřadnicích $[\Delta L_i, F_{M,i}]$. Tentokrát je velmi vhodné použít nerovnoměrné dělení horizontální osy tak, aby délky úseků křivky $F_M(\Delta L)$ byly přibližně stejné (obr. 40). Tak dostaneme rovnoměrně rozložené body v identifikované části KZ. Jak bude dále ukázáno, zbytečně jemné dělení může způsobit problémy s konvergencí algoritmu, přičemž přesnost již nezvýší.



Obr. 40: Vzorkování deformačně-silové křivky vstupující do SEQ - mat. 12 050

Zpracování vstupních dat pro sekvenční identifikaci je poměrně náročné, proto je vhodné ho automatizovat. Skript pro Matlab, který generuje vstupní soubory do algoritmu, najdeme v příloze B ve složce *Sekvenční identifikace (input_data_processing_seq_12050.m)*.

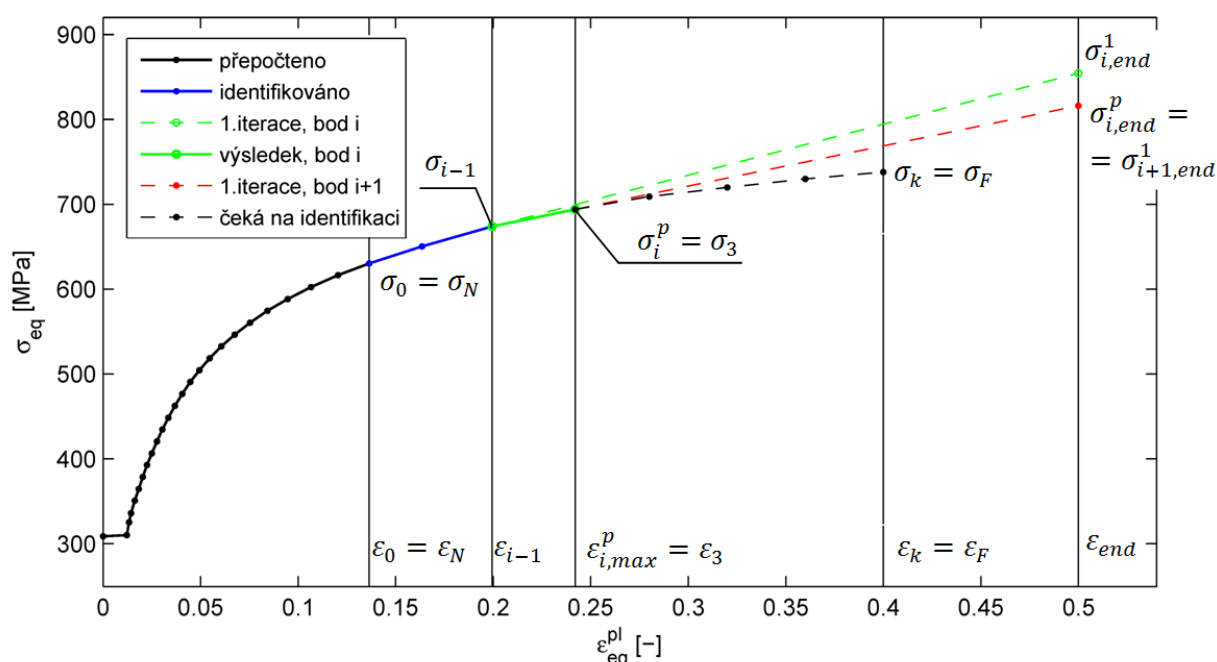
5.3.2 Zobecněný proces sekvenční identifikace

V příloze B, ve složce *Sekvenční identifikace*, najdeme makro *seq_12050.mac* v jazyce APDL, včetně vstupních souborů (kap. 5.3.1). Po doplnění vstupů informacemi z tab. 2, nastavení parametrů algoritmu a spuštění v prostředí ANSYS, automaticky provede identifikaci zbývajících bodů KZ. Jednotlivé kroky algoritmu jsou okomentovány přímo v makru, ale přesto si v následujících odstavcích proces upravený oproti [14] vysvětlíme.

Pro názornost si nejprve označíme body navzorkované části odezvy $F_{M,i}(\Delta L_i)$ indexy $i = 0, 1, \dots, k$, kde 0 představuje bod na mezi pevnosti ΔL_N a k bod lomu ΔL_F . Počet iterací v jednotlivých krocích budeme označovat horním indexem $j = 1, 2, \dots, p$.

Po vytvoření geometrie a sítě konečných prvků (konfigurace EXT, obr. 34), je model vzorku zatížen posuvem ΔL_0 . Na konci tohoto kroku se v průřezu dříku objeví zatím víceméně homogenní deformační a napěťové pole. Hodnoty dosaženého přetvoření a napětí odpovídají poslednímu bodu přepočtené části KZ, tedy souřadnici $[\varepsilon_0, \sigma_0] \equiv [\varepsilon_N, \sigma_N]$ - mezi pevnosti ve skutečných veličinách.

Výsledek uložíme a index i zvýšíme o 1. Zatížení zvýšíme na hodnotu ΔL_1 , obecně ΔL_i , takže budeme identifikovat další neznámý bod KZ o souřadnicích $[\varepsilon_1, \sigma_1]$, obecně $[\varepsilon_i, \sigma_i]$. Náročné odhadování odpovídající souřadnice ε_i pomocí DIC obejdeme tak, že si předem zvolíme pevně danou hodnotu $\varepsilon_{end} > \varepsilon_F = \varepsilon_k$ (viz obr. 41). Pro běžné technické materiály je bezpečné volit $\varepsilon_{end} = 2 \div 5$. Tuto hodnotu je při tahové zkoušce téměř nemožné překročit (na obrázku kvůli přehlednosti zvolena nižší).



Obr. 41: Schéma zobecněného algoritmu SEQ

Z podmínky zachování směrnice předchozího úseku určíme počáteční odhad fiktivního napětí $\sigma_{i,end}^1$, odpovídajícího přetvoření ε_{end} jako:

$$\sigma_{i,end}^1 = \sigma_{i-1} + \frac{\sigma_{i-1} - \sigma_{i-2}}{\varepsilon_{i-1} - \varepsilon_{i-2}} (\varepsilon_{end} - \varepsilon_{i-1}) \quad (5.2)$$

Dočasně přidáme takto určený bod do tabulky KZ vstupující do výpočtu. Provedeme simulaci startující na výsledku předchozího kroku, tedy pouze mezi ΔL_{i-1} a ΔL_i , a porovnáváme vypočtenou silovou odezvu $F_{C,i}^j$ s referencí $F_{M,i}$. Pokud $|F_{M,i} - F_{C,i}^j| = |\Delta F_i^j| > \lambda_{tol} F_{M,i}$, kde tolerance $\lambda_{tol} = 0,02 \div 0,2 \%$, musíme provést korekci hodnoty $\sigma_{i,end}^1$, obecně pak $\sigma_{i,end}^j$.

Z uzlu ležícího v průsečíku osy rotace a roviny stranové symetrie (střed krčku), dostaneme nejvyšší dosažené přetvoření a napětí $[\varepsilon_{i,max}^j, \sigma_i^j]$. Na základě rozdílu silové odezvy nejprve zkoriguje hodnotu maximálního napětí:

$$\sigma_i^{j+1} = \sigma_i^j + \kappa \frac{\Delta F_i^j}{F_{C,i}^j} \sigma_i^j \quad (5.3)$$

Tento bod do tabulky KZ nezapisujeme. Hodnota koeficientu $\kappa > 0$ je volena uživatelem, který tak může ovlivnit rychlost konvergence (základní hodnota je $\kappa = 1$). Z podmínky zachování směrnice, tentokrát přímo i -tého úseku, provedeme korekci fiktivního napětí:

$$\sigma_{i,end}^{j+1} = \sigma_{i-1} + \frac{\sigma_i^{j+1} - \sigma_{i-1}}{\varepsilon_{i,max}^j - \varepsilon_{i-1}} (\varepsilon_{end} - \varepsilon_{i-1}) \quad (5.4)$$

Zvedneme index j o 1, v tabulce KZ aktualizujeme hodnotu fiktivního napětí a restartujeme analýzu na výsledku $(i-1)$ -tého bodu. Celý proces opakujeme, dokud není splněna podmínka konvergence $|\Delta F_i^j| = |\Delta F_i^p| \leq \lambda_{tol} F_{M,i}$. Tehdy v tabulce KZ zaměníme fiktivní bod za souřadnici $[\varepsilon_{i,max}^p, \sigma_i^p]$, což představuje další identifikovaný bod KZ. Zvedneme index i o 1 a stejným postupem identifikujeme body následující. Algoritmus končí ve chvíli, kdy identifikujeme bod $i = k$.

5.3.3 Analýza výsledků - SEQ

V příloze A můžeme vidět výsledky metody SEQ pro všech 8 analyzovaných materiálů. Algoritmus samotné sekvenční identifikace byl proveden na síti s minimálně 15 kvadratickými prvky PLANE183 na poloměr. Jelikož během procesu identifikace pracujeme s napětím a přetvořením přímo v uzlu sítě, mohla by nepřesnost při použití hrubší sítě způsobit problém s konvergencí algoritmu. To je rozdíl oproti ostatním metodám identifikace, kde pracujeme pouze s globální $F_C(\Delta L)$ odezvou, která je srovnatelná i pro síť hrubší.

Po identifikaci každé KZ byla provedena verifikační simulace tahové zkoušky na síti s 15 prvky na poloměr, aby mohla být porovnána s výsledky ostatních metod. Odchylka takto simulované odezvy od experimentu je řádově do 0,5 %. Na tu má vliv nejen různá hustota sítě a stanovená hodnota tolerance λ_{tol} , ale také nastavení ostatních parametrů algoritmu sekvenční identifikace.

Při procesu identifikace proběhne část simulace do meze pevnosti pouze jednou a teprve nestabilní větev je iterována, přičemž průměrný počet iterací na krok je běžně $p_{avg} = 3 \div 7$. V kombinaci se stále poměrně hrubou sítí tak dostaneme celkový výpočtový čas identifikace v jednotkách, maximálně desítkách minut. Často se nám ale nepovede správně nastavit parametry algoritmu SEQ hned na poprvé a cesta k optimálnímu výsledku je potom delší.

V následujících odstavcích si blíže popíšeme úskalí, se kterými se při identifikaci KZ metodou SEQ můžeme setkat:

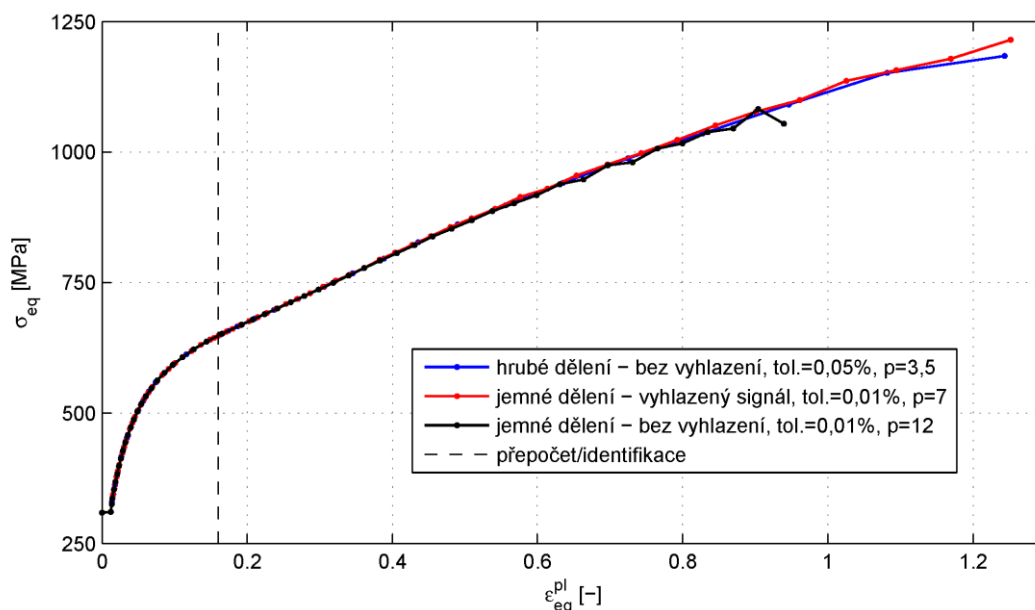
▪ příprava vstupních dat

Klíčový vliv na schopnost konvergence algoritmu SEQ má způsob, jakým je navzorkována část deformačně-silové experimentální odezvy vstupující do algoritmu (obr. 40). Základní pravidlo je provést nejprve hrubé vzorkování ($10 \div 20$ identifikovaných bodů) a teprve v případě, že KZ má v identifikované části velkou křivost, počet bodů zvýšíme, aby multilineární aproximace byla věrohodnější.

Zvyšování počtu identifikovaných bodů s sebou nese potřebu snížit hodnotu tolerance λ_{tol} z běžné 0,1 % až na 0,01%. Tím prudce roste počet potřebných iterací p_{avg} . Odchylka identifikovaného bodu KZ způsobí odchylku také v $F_C(\Delta L)$ odezvě. Ta se promítne při identifikaci dalšího bodu tak, že směrnice tohoto úseku je o tolik strmější, aby eliminovala chybu postupně kumulovanou. Tím se trend KZ rozkmitá a výpočet zhavaruje, pokud ke korekci odchylky v odezvě je nutná záporná směrnice následujícího úseku KZ ($\sigma_i^{j+1} < \sigma_{i-1}$). Tento jev je markantnější pro velký počet identifikovaných bodů KZ v kombinaci s volnou tolerancí.

Pokud při vyšším počtu identifikovaných bodů snížíme i toleranci, narazíme na problém se zpracováním signálu. Každý experimentálně změřený signál obsahuje šum. Pokud hodnota $\lambda_{tol} F_{M,i}$ je menší než fluktuace šumu, rozkmitání trendu KZ nelze zabránit jinak, než precizním zpracováním signálu a tedy odstraněním šumu. Autorovi se osvědčila filtrace dat pomocí plovoucího průměru, nebo aproximace vstupní části odezvy polynomem vysokého řádu (viz obr. 42).

Jedinou výjimkou, kde se většímu počtu identifikovaných bodů nevyhneme, jsou případy jako např. materiály Cu a No. 8, kde mez kluzu a mez pevnosti v podstatě splývají. Pro start algoritmu potřebujeme minimálně dva body vstupující části KZ, z kterých je možné určit počáteční směrnici pro první krok identifikace. Poté identifikujeme KZ přímo od meze kluzu. Křivost KZ je zejména z počátku značná, proto je nutné ji popsat pomocí více bodů.



Obr. 42: Problémy s konvergencí algoritmu SEQ pro velký počet identifikovaných bodů KZ.
Mat. 12 050.

▪ volba hodnoty koeficientu κ

Při běhu algoritmu je vhodné si do zvláštního souboru ukládat informace o konvergenci v jednotlivých iteracích (*konvergence_sigma.dat*). Pokud se např. hodnota ΔF_i^j blíží pomalu a stále z jedné strany k dovolené hodnotě $\lambda_{tol} F_{M,i}$ (stále stejné znaménko - trend KZ se trvale změkčuje, nebo zpevňuje), je možné rychlost konvergence zvýšit pomocí změny hodnoty parametru $\kappa > 1$ v rovnici (5.3). Příliš vysoká hodnota však může vést k divergenci, nebo konvergenci zpomalit. Hodnota menší než 1 je ale někdy jediné řešení, jak projít skrz kritické úseky s výraznou změnou trendu KZ (např. materiál Cu na mezi pevnosti).

▪ nepřesnost vlivem hrubé sítě

Pokud je síť moc hrubá, může se stát, že při iniciaci krčku (první identifikované body), kdy napětíová nehomogenita dřívku je poměrně slabá, bude maximální přetvoření a napětí dosaženo vlivem nepřesností v jiném uzlu, než uprostřed krčku. Korekce (5.3) potom probíhá "naslepo" a hodnota ΔF_i^j je víceméně náhodná. Konvergence tak nemůže nastat.

Je tedy opět vhodné průběžně zapisovat do souboru hodnoty napětí a přetvoření dosažené v centrálním uzlu krčku a zároveň hodnotu napětí, získanou lineární interpolací tabulky KZ pro toto přetvoření. Pokud jsou hodnoty napětí rozdílné, je třeba zjemnit síť.

▪ limit platnosti homogenního modelu materiálu

U všech analyzovaných materiálů kromě ocelí 12 050 a GB6 zhavaroval proces SEQ před dosažením maximálního prodloužení ΔL_F , přičemž směrnice posledního identifikovaného úseku KZ je téměř nulová. Další změkčování materiálu již není možné změnou směrnice KZ (ta nesmí být záporná). To znamená, že změkčení materiálu při rozvinuté plastické deformaci je již ovlivněno mechanismem tvárného porušování, který v našem homogenním modelu materiálu neuvažujeme.

Nejvyšší dosažené prodloužení ΔL_{LP} je ve výsledcích v příloze A vyznačeno jako limit platnosti. Pomocí algoritmu SEQ tedy získáme informaci velmi cennou pro posouzení věrohodnosti použitého modelu plasticity.

▪ extrapolace KZ

Identifikovaná KZ pomocí SEQ končí na souřadnici maximálního dosaženého přetvoření. Pokud potřebujeme KZ extrapolovat dále (vstup do simulací tváření,...), máme dvě možnosti. Jednou je lineární extrapolace při zachování směrnice posledního úseku KZ. To je však v mnoha případech velmi nepřesné. Druhá možnost je aproximace multilineární formy analytickým vztahem. Je však nutné volit parametry matematických funkcí tak, aby jejich průběh byl monotónně rostoucí v celém rozsahu použití.

V našem případě byl pro aproximaci použit vztah Voce-Yield, který je schopen popsat i výraznou mez kluzu. Parametry $C1 \div C4 \geq 0$. Přestože tento vztah dokázal popsat tvar identifikovaných KZ velmi dobře (s výjimkou KZ materiálu Cu, která obsahuje inflexní bod), i minimální odchylka zejména v oblasti meze pevnosti nakonec způsobila významnější odchylku v deformačně-silové odezvě (příloha A, křivky SEQ-fit).

Takto identifikované parametry analytického vztahu však můžeme použít jako startovní bod lokální optimalizační úlohy a odchylku v odezvě dále minimalizovat. Iterované simulace je potom nutné provádět pouze do limitu platnosti homogenního modelu.

Vlastnosti algoritmu SEQ:

Schopnost velmi přesně popsat libovolný tvar KZ, včetně výrazné meze kluzu a inflexních bodů. Oproti víceparametrické optimalizaci velmi rychlá konvergence. Jednoduchost matematického popisu algoritmu. Schopnost určení limitu platnosti homogenního modelu materiálu. Po aproximaci KZ analytickým vztahem získání startovního bodu pro lokální optimalizační úlohu.

Vyšší nároky na zpracování dat záznamu tahové zkoušky (vyhlazení signálu). Neschopnost konvergence při nevhodném nastavení parametrů algoritmu. Nelze zobecnit pro zkoušky, kde je nutné identifikovat více parametrů na jednu (např. KZ a součinitel tření u small punch testů).

5.4 Neuronové sítě (NN)

V následujících kapitolách si popíšeme, jak lze využít nekonvenční metodu neuronových sítí (kap. 3.3) k vytěsnění zdlouhavých numerických simulací během identifikace KZ ze záznamu tahové zkoušky. Výsledky nejsou vždy dostatečně přesné, ale je to velmi účinný nástroj pro odhad startovního bodu lokální optimalizační úlohy. Veškeré soubory související s vytvořením algoritmu NN najdeme v příloze B, ve složce *Neuronová síť*.

5.4.1 Algoritmus identifikace KZ pomocí NN

Identifikace KZ pomocí neuronové sítě probíhá v následujících krocích:

- **vytvoření trénovací databáze** - pouze jednou

Základním kamenem je vytvoření trénovací databáze pro NN. Ta bude obsahovat sadu dvojic vstupních vektorů - silová odezva při tahové zkoušce, a výstupních vektorů - hodnoty parametrů použitého konstitutivního vztahu. Opět použijeme vztah Voce-Yield, ovšem pro $E_y = 0$, tedy bez uvažování výrazné meze kluzu.

Na základě aproximací KZ získaných pomocí SEQ odhadneme rozsah hodnot parametrů $S_y, C1, C2, C3$ a $C4$ (tab. 3). V těchto intervalech navzorkujeme hodnoty parametrů, přičemž dělení nemusí být rovnoměrné. Získané vektory hodnot jednotlivých parametrů náhodně permutujeme a vzájemně kombinujeme. Takto získané kombinace parametrů tvoří jednotlivé návrhové body (dále jen DP - designpoint). Tato metoda vzorkování se nazývá Latin Hypercube Sampling (LHS) a umožňuje dostatečně rovnoměrné pokrytí prostoru parametrů při poměrně nízkém počtu návrhových bodů ($dp_voce_LHS.m$). Počet DP bude odpovídat mohutnosti trénovací databáze. V našem případě databáze obsahuje 10000 DP.

Parametr	S_y [MPa]	$C1$ [MPa]	$C2$ [MPa]	$C3$ [–]	$C4$ [–]
Minimum	50	10	150	0,1	0
Maximum	850	300	3000	2000	45

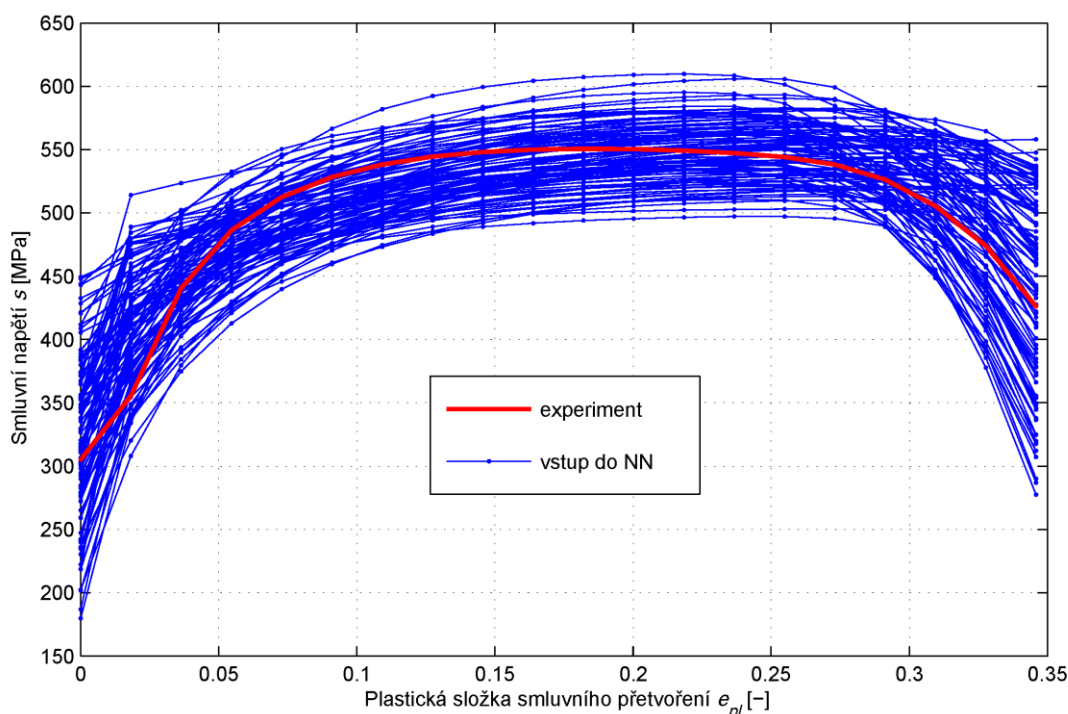
Tab. 3: Rozsah parametrů pro generování trénovací databáze NN

Spuštěním makra *nn_vy.mac* napočítáme pomocí MKP simulované odezvy tahových zkoušek, odpovídající materiálu s parametry daného DP. Do databáze ukládáme odezvu ve smluvních veličinách napětí a plastické složky přetvoření, abychom eliminovali vliv rozměrů vzorku a Youngova modulu E (*dp_response_10000.dat*). Simulace provádíme na vzorku standardní geometrie $d_0 = 6 \text{ mm}$, $L_{0,ext} = 30 \text{ mm}$ až do protažení $\Delta L_F = 13 \text{ mm}$, což odpovídá tažnosti $A = 40 \%$, což lze považovat za horní limit pro technické materiály. Youngův modul $E = 200 \text{ GPa}$ a Poissonův poměr $\nu = 0,3$ zůstávají fixovány pro všechny DP. Kvůli rychlosti proběhl výpočet na síti s 9 prvky na poloměr. Jakmile je trénovací databáze pro neuronovou síť jednou vytvořena, obejdeme se při identifikaci libovolné křivky zpevnění bez MKP.

▪ zpracování trénovací databáze - příprava vstupů pro NN

Přípravu vstupů pro neuronovou síť provedeme v Matlabu (*dp_voce_data_processing.m*). Nejprve si načteme experimentálně zjištěnou deformačně-silovou odezvu identifikovaného materiálu a převedeme ji do smluvních veličin napětí a plastické složky přetvoření, aby byla porovnatelná s trénovací databází.

Aby neuronová síť nebyla příliš velká, navzorkujeme experimentální odezvu tak, aby byla popsána rozumným počtem bodů (optimálně 20). Vstupem do NN bude pouze vektor hodnot smluvního napětí, odpovídajících navzorkované ose plastické složky přetvoření e_{pl} . Pro stejné dělení osy e_{pl} převzorkujeme také celou trénovací databázi. Tím vyřešíme i problém různé tažnosti identifikovaných materiálů. Převzorkování provádíme lineární interpolací mezi diskrétními body odezev.

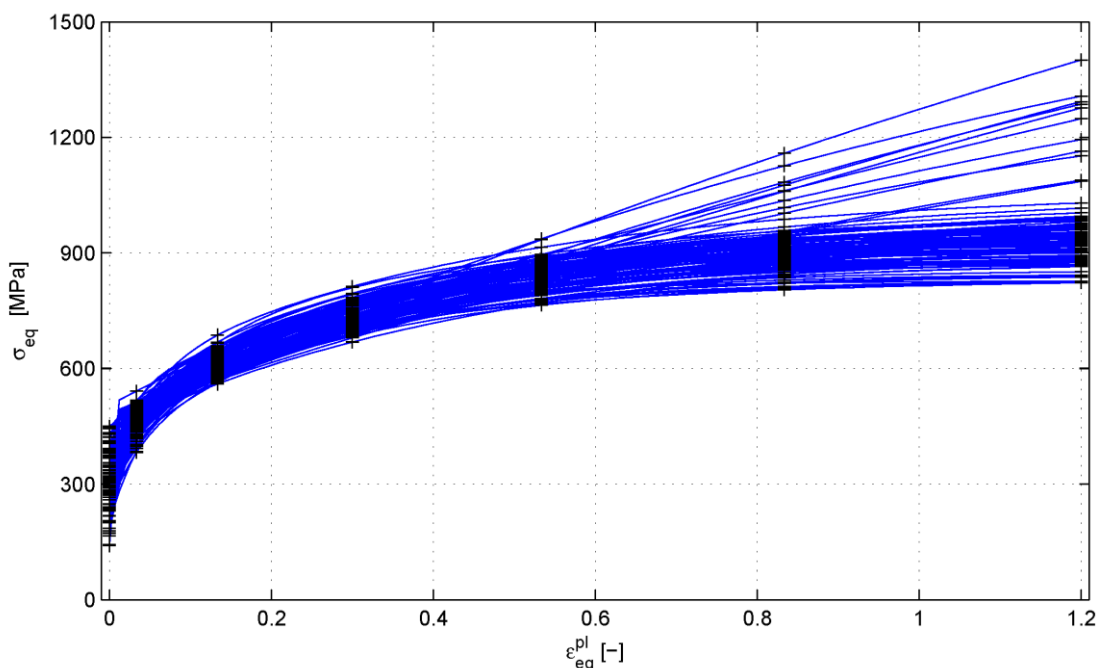


Obr. 43: Pouze určitý počet (zde 100) odezev $s(e_{pl})$ nejbližších té experimentální je vyselektován z globální databáze a převzorkován pro stejné dělení osy e_{pl} - omezení počtu bodů vektoru smluvního napětí. Spolu s odpovídajícími vektory KZ tvoří redukovanou databázi pro učení NN. Mat. 12 050.

Další redukce trénovací databáze spočívá ve výběru pouze omezeného počtu odezev $s(e_{pl})$, nejbližších té experimentálně zjištěné (optimálně $100 \div 200$). Odchylka je kvantifikována jako součet čtverců rozdílů prvků vektorů smluvního napětí databáze a identifikovaného materiálu (obr. 43). Zahrnutí většího počtu odezev do redukované databáze pouze prodlouží proces učení NN, přičemž kvalita výsledku se nezlepší, nebo dokonce zhorší. V limitním případě můžeme vybrat pouze jednu nejbližší odezvu a prohlásit ji přímo za výsledek identifikace.

Vstupní vektory smluvního napětí odezev redukované databáze tedy máme připraveny, zbývá k nim přiřadit vektory popisující odpovídající KZ, jakožto požadovaný výstup. Pokud byly prvky těchto vektorů přímo hodnoty parametrů $S_y, C1, C2, C3$ a $C4$, neuronová síť fungovala velice nespolehlivě zejména při určení exponentů $C3$ a $C4$, protože jejich korelace s trendem v odezvě je velice malá.

Jako jediná schůdná cesta se nakonec ukázalo vytvoření výstupních vektorů přímo z funkčních hodnot KZ, tedy hodnot skutečného redukovaného napětí v daných bodech přetvoření ε_{eq}^{pl} (obr. 44). Velikost intervalu ε_{eq}^{pl} nezáleží na maximálním dosaženém přetvoření v simulaci, které neznáme. Důležité je, aby vzorkované body dokázaly jednoznačně popsat křivost KZ. K tomu je opět výhodné použít nerovnoměrné dělení osy ε_{eq}^{pl} . Optimální je KZ rozdělit na $5 \div 8$ bodů.



Obr. 44: Vyselektované KZ, odpovídající nejbližším odezvám (obr. 43). Do NN vstupují pouze vektory obsahující vyznačené diskrétní body - hodnoty napětí. Mat. 12 050.

▪ učení neuronové sítě, obdržení výsledku

Vstupní soubory pro NN vygenerované v předchozím kroku nyní zpracuje skript *NN_voce.m*, který provede naučení neuronové sítě a zároveň její odpověď na identifikovanou křivku. Počet neuronů skryté vrstvy sítě je vhodné volit $2 \div 3 \times$ počet bodů smluvní odezvy (v našem případě 50). Výstupem je tedy vektor několika bodů křivky zpevnění. Abychom byli schopni dále s výsledkem pracovat, jsou tyto body aproximovány zpětně analytickým vztahem Voce-Yield ($E_y = 0$), takže dostaneme spojitou KZ, popsanou pěti parametry.

5.4.2 Analýza výsledků - NN

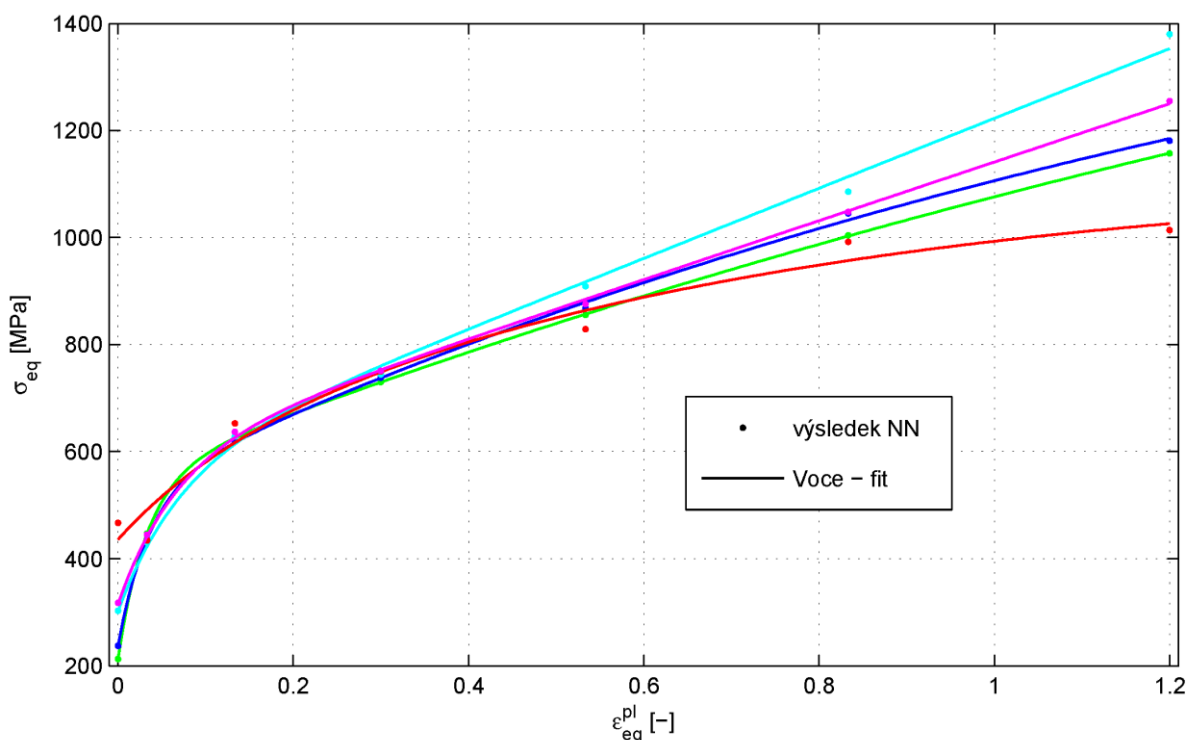
V příloze A můžeme vidět výsledky získané pomocí NN. A to jednak nejlepší výsledek získaný pomocí neuronové sítě (označení NN), ale také nejlepší shodu prvku trénovací databáze s experimentem (označení search). Zároveň je zde porovnání s výsledky metody SEQ a jejich aproximací SEQ-fit. Čas učení NN a získání výsledku se pohyboval v řádech maximálně jednotek minut.

Stejně jako u metody SEQ si i pro neuronovou síť popíšeme úskalí, která identifikace KZ touto metodou obnáší:

▪ stochastický charakter výsledků

Učení neuronové sítě je stochastický proces. Při opakovaném učení sítě na totožné trénovací množině dostaneme vždy jedinečnou strukturu neuronové sítě, která dává jedinečné výsledky. Na obr. 45 můžeme vidět pět různých výsledků generovaných postupně skriptem *NN_voce.m*. Poměrně velký rozptyl výsledků jednotlivých běhů algoritmu je způsoben také relativně malou mohutností redukované trénovací databáze. Ale ani po naučení kompletní databáze neuronovou sítí se kvalita výsledků nezlepšila, pouze enormně vzrostl výpočetní čas.

Je tedy vhodné provést identifikaci KZ pomocí NN několikrát (např. 10x) a sledovat grafický výstup. Pokud je kvalita aproximace analytickým vztahem dobrá (body určené NN leží blízko aproximační křivky), uložíme si výsledné parametry KZ. Tímto způsobem vybereme 3 nejlepší řešení (zelená, modrá a fialová křivka na obr. 45), provedeme pro ně verifikační simulace a výsledek, který má $F_c(\Delta L)$ odezvu nejbližší experimentu, prohlásíme za konečný.



Obr. 45: Stochastický charakter výsledků z NN - mat. 12 050

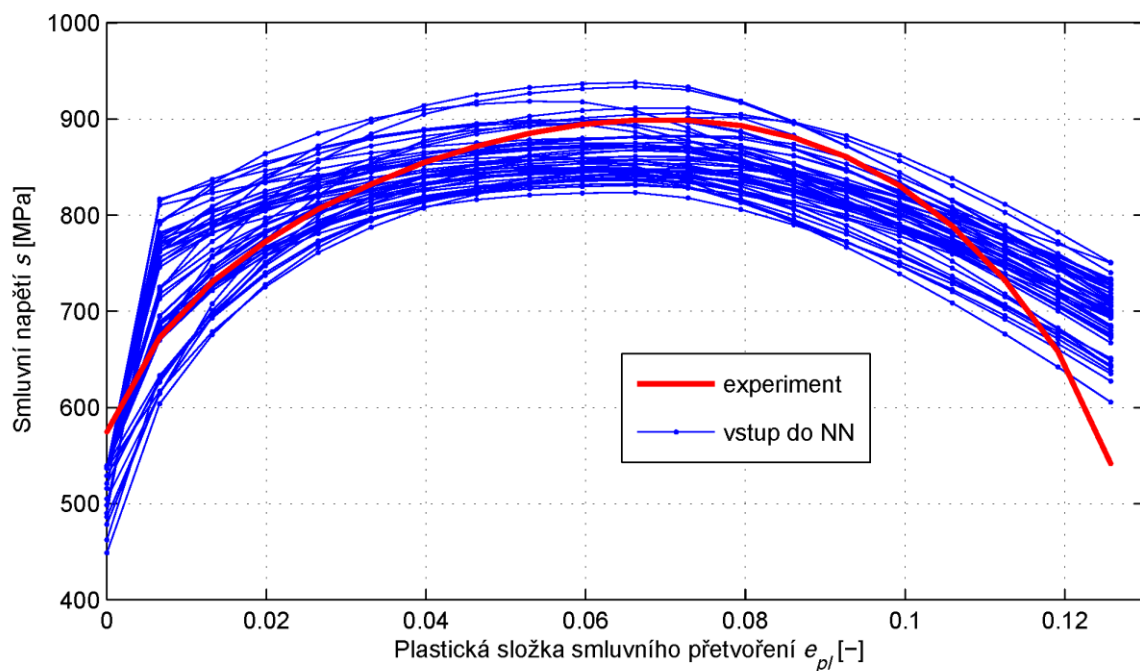
Pozn.: Možné řešení problematické manuální analýzy rozptylujících výsledků by mohlo být provedení více běhů NN ve smyčce (např. $50 \div 100x$). V každém běhu by se ukládal identifikovaný vektor funkčních hodnot bodů KZ. Na závěr by se hodnoty napětí v jednotlivých bodech zprůměrovaly a teprve takto získaný vektor by byl aproximován analytickým vztahem.

Časová náročnost výpočtu by sice vzrostla, ale ušetřila by poměrně vyčerpávající hodnotící a rozhodovací činnost řešitele, který by dostal optimální výsledek přímo, bez dalšího zpracování. Tento postup však nebyl ověřen a zůstává pouze námětem pro další práci.

▪ detekce limitu platnosti homogenního modelu materiálu

Pomocí metody SEQ byla odhalena skutečnost, že při uvažování homogenního modelu materiálu není možné věrohodně popsat konec záznamu tahové zkoušky těch materiálů, u kterých dochází k výraznému změkčení před porušením vzorku vzrůstajícím vlivem mechanismu tvárného porušování. Pokud takový záznam použijeme v NN celý, včetně části změkčené porušování, zareaguje neuronová síť tak, že se hodnota posledních bodů výsledného vektoru KZ bude snižovat. Aproximační funkce však není schopna popsat negativní sklon křivky a tím dojde k degradaci výsledku.

Jedním z možných řešení je manuálně odstranit poslední body odchýlené od nastoupeného trendu KZ z výsledného vektoru a provést aproximaci pouze zbylých bodů. Tím je ale přesnost výsledků NN snížena a řešitel je nucen k další hodnotící a rozhodovací činnosti. Přitom již při redukci databáze výběrem odezev s nejlepší shodou s experimentem je patrné, že žádný z prvků databáze nemá na konci tak strmě klesající trend, jako záznam experimentu (obr. 46). V tomto okamžiku je tedy vhodné zasáhnout.



Obr. 46: Detekce limitu platnosti homogenního modelu materiálu při výběru nejlepší shody databáze s experimentem. Mat. AISI 304.

Z grafického výstupu skriptu *dp_voce_data_processing.m* (obr. 46) můžeme vizuálně odhadnout, kde se trend konce experimentálního záznamu začíná lišit od většiny vybraných odezev. Zde konkrétně při $e_{pl} = 0,09$, což při $L_0 = 15 \text{ mm}$ odpovídá prodloužení $\Delta L_{LP}^{NN} \cong 1,35 \text{ mm}$. To je stále konzervativní odhad oproti limitu platnosti určenému metodou SEQ, kde $\Delta L_{LP}^{SEQ} = 1,45 \text{ mm}$. Pokud zkrátíme část experimentálního záznamu do hodnoty ΔL_{LP} a převzorkujeme celou databázi pouze pro tento omezený rozsah, NN opět dává uspokojivé výsledky (obr. A 5 a obr. A 6).

Stejně tak při následné lokální optimalizaci tvaru KZ je nutné porovnávat pouze část odezvy, která tvárným porušováním není významně ovlivněna. Určení limitu platnosti tak má klíčový význam i pro další postup. Pro srovnání si v následující tabulce uvedeme hodnoty limitu platnosti ΔL_{LP} určeného metodou SEQ a NN. Vzhledem k neostré definici limitu je přesnost jeho určení oběma metodami dostačující.

Materiál	$\Delta L_F [\text{mm}]$	$\Delta L_{LP}^{SEQ} [\text{mm}]$	$\Delta L_{LP}^{SEQ} / \Delta L_F [\%]$	$\Delta L_{LP}^{NN} [\text{mm}]$	$\Delta L_{LP}^{NN} / \Delta L_F [\%]$
12 050	10,4	10,4	100	10,4	100
GB 6	7,67	7,67	100	7,67	100
AISI 304	1,93	1,45	75	1,35	70
Cu	3,14	2,84	90	3,14	100
CuZ	7,69	6,84	89	7,00	91
No. 2	5,26	4,78	91	4,70	89
No. 3	7,29	7,00	96	6,80	93
No. 8	3,73	3,63	97	3,73	100

Tab. 4: Srovnání hodnoty limitu platnosti homogenního modelu materiálu určené metodami SEQ a NN

▪ problém s popisem výrazné meze kluzu

Jelikož jsme trénovací databázi napočítali pro KZ popsanou pouze degradovanou formou vztahu Voce-Yield bez uvažování výrazné meze kluzu ($E_y = 0$), má NN problém s identifikací KZ materiálů, které výraznou mez kluzu vykazují. Pokud je však hodnota E_y dostatečně malá v porovnání s maximálním dosaženým přetvořením ε_{pl}^{max} (materiály 12 050, GB6,...), zjednodušený popis je pro použití při výpočtech velkých plastických deformací přijatelný. Naproti tomu materiál typu No. 3 s velmi komplikovanou mezí kluzu touto metodou nelze kvalitně identifikovat.

Vlastnosti algoritmu NN:

Časově náročný MKP výpočet trénovací databáze proběhne pouze jednou, následné zpracování dat a učení neuronové sítě probíhá poté velmi rychle. Schopnost určení limitu platnosti homogenního modelu materiálu. Není nutné signál precizně vyhledat, jako u metody SEQ.

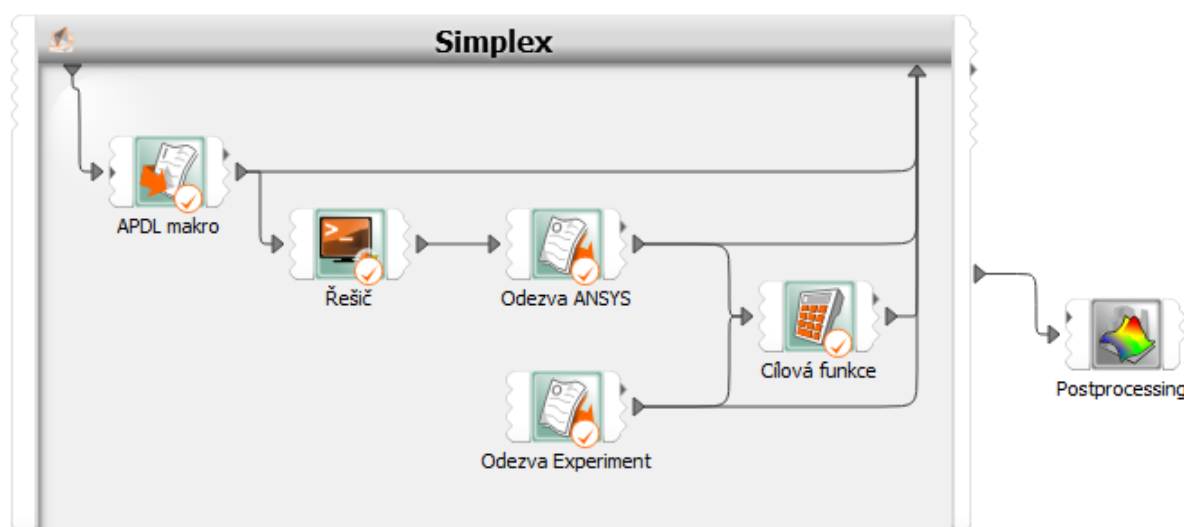
Naproti tomu stochastický charakter výsledků komplikuje jejich interpretaci a snižuje jejich přesnost. Problémy s popisem výrazné meze kluzu vzhledem k použitému konstitutivnímu vztahu. Ideální metoda pro odhad startovního bodu následné lokální optimalizace.

5.5 Optimalizace

Poslední zmíněnou a zároveň zřejmě nejuniverzálnější metodou identifikace KZ je použití metod matematické optimalizace v kombinaci s parametrizací KZ pomocí analytického vztahu (kap. 3.2.1). Daní za univerzálnost metody je však významná výpočtová náročnost a při řešení takto silně nelineární úlohy také omezená schopnost dosáhnout globálního optima. Jak dále ukážeme, při identifikaci je výhodné kombinovat více metod najednou.

V následujících kapitolách je popsána identifikace KZ různými metodami optimalizace v programu optiSLang. Využitím tohoto specializovaného softwarového nástroje se vyhneme problémům se samotnou implementací metod matematické optimalizace do algoritmu řešení. K problému tedy přistoupíme víceméně inženýrsky.

Vstupem do výpočtu bude pouze experimentální záznam tahové zkoušky $F_M(\Delta L)$ a makro v jazyce APDL, které automaticky provede simulaci tahové zkoušky pro zadané parametry KZ a jehož výstupem je simulovaná odezva $F_C(\Delta L)$. OptiSLang sám spustí MKP řešič na pozadí a poté porovná výsledek obdrženy pro danou sadu parametrů s experimentem. Na základě principů dané metody optimalizace a velikosti rozdílu porovnávaných odezev (cílová funkce $f(x)$) stanoví nové hodnoty parametrů a spustí další iterační výpočet. Proces je ukončen při splnění nastaveného konvergenčního kritéria. Tok informací během procesu je dobře patrný z blokového schématu řešené úlohy na obr. 47.



Obr. 47: Blokové schéma optimalizační úlohy metodou Simplex v programu optiSLang 4.2.0

Vzhledem k časové náročnosti úloh optimalizace bude identifikace demonstrována pouze pro materiál 12 050 a částečně také žíhanou měď CuZ. Iterované simulace byly prováděny na síti s 9 prvky PLANE183 na poloměr. Optimalizační úloha byla nejprve provedena téměř všemi metodami, které program optiSLang nabízí a pro jejich různé nastavení. Jako nejúčinnější se ukázala trojice metod popsáná v kapitole 3.2.1, tedy evoluční algoritmus, simplexová metoda a gradientní metoda (NLPQL - označení v optiSLang). Citlivostní analýzu pro eliminaci parametrů, na které je odezva necitlivá, nebylo nutné provádět. Je zřejmé, že všechny parametry konstitutivního vztahu významně ovlivňují tvar odezvy.

5.5.1 Přímá optimalizace

Nejobecnější scénář nastane, pokud jediné co na začátku identifikace známe je experimentální záznam tahové zkoušky a typ analytického vztahu, kterým chceme popsat křivku zpevnění. Tehdy nezbyvá než pouze na základě předchozích zkušeností odhadnout hodnoty parametrů konstitutivního vztahu jako startovní bod a dále tyto hodnoty variovat dle principů dané metody optimalizace s cílem minimalizovat cílovou funkci $f(x)$ - rozdíl mezi simulovanou a experimentální odezvou.

Opět použijeme konstitutivní vztah Voce-Yield a jeho modifikace. Abychom vyloučili případ, kdy směrnice KZ je záporná, musí být parametry $S_y, E_y, k, C1 \div C4 \geq 0$. Parametry S_y, E_y a k mají svůj fyzikální význam (popis meze kluzu, kap. 5.1.3). Jejich horní limit a startovní hodnotu tedy můžeme poměrně dobře odhadnout. Stejně tak můžeme zúžit interval přípustných hodnot zvýšením spodního limitu na nenulovou hodnotu. To může zrychlit konvergenci algoritmu optimalizace. Problém však nastane při určování horních mezí a startovní hodnoty parametrů $C1 \div C4$, které popisují tvar exponenciální části křivky a nemají tedy žádný fyzikální význam. Zde pomůže pouze zkušenost řešitele (např. tab. 3).

V případě tahové zkoušky hladkého válcového vzorku je efektivnější určit parametry meze kluzu přesně, přímo odečtením z tahového diagramu ve skutečných veličinách a v procesu optimalizace je fixovat. Tím se sníží počet identifikovaných parametrů na 4 a urychlí konvergence optimalizačního algoritmu. To už je ale jeden ze způsobů preoptimalizace, jimž se budeme věnovat v kapitole následující. Zde si budeme demonstrovat postup zobecnitelný pro mechanické zkoušky komplexních geometrií, kde nelze získat žádné směrodatné hodnoty parametrů konstitutivního vztahu přímo z deformační odezvy experimentu.

Jako cílová funkce byla použita euklidovská norma rozdílu experimentální a simulované deformační odezvy (funkce kalkulátoru optiSLang `SSIG_DIFF_EUCLID(ansys,experiment)`), tedy součet čtverců lokálních odchylek. Vzhledem k tomu, že někdy vybraný analytický vztah není schopen dokonale popsat tvar KZ v celém jejím rozsahu, je vhodné určit normy rozdílu $f_i(x)$ pro několik úseků odezvy zvlášť a cílovou funkci pak definovat jako součet dílčích norem s různými vahami W_i (5.5). Úsek, kterému přisoudíme vyšší váhu, bude více přispívat ke změně hodnoty $f(x)$. Algoritmus optimalizace potom upraví parametry tak, aby minimalizovaly odchylku přednostně v tomto úseku.

$$f(x) = W_1 f_1(x) + W_2 f_2(x) + \dots + W_n f_n(x) \quad (5.5)$$

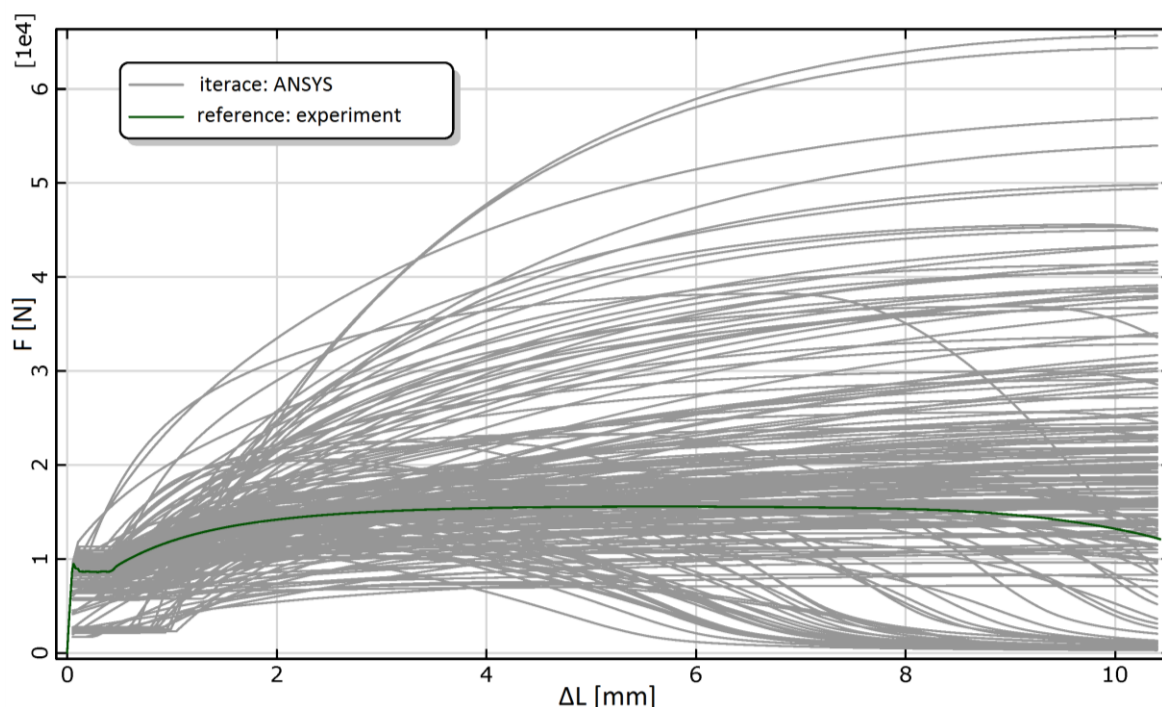
Při simulaci reálných procesů tváření se většinou vysoká hodnota plastického přetvoření vyskytuje pouze lokálně, zatímco většina objemu tělesa vykazuje hodnoty plastického přetvoření poměrně nízké. Větší váha W_i by tedy měla být přisouzena zhruba části deformační odezvy mezi mezí kluzu a mezí pevnosti. Tak také bylo učiněno (s poměrem 3:1 pro část odezvy před a za mezí pevnosti).

Parametr	S_y [MPa]	E_y [–]	$C1$ [MPa]	$C2$ [MPa]	$C3$ [–]	$C4$ [–]
Minimum	50	0	0	0	0	0
Maximum	450	0,05	500	3000	100	10
Start	250	0,005	250	1500	50	1

Tab. 5: Meze parametrů pro optimalizaci a startovní bod - mat. 12 050, přímá optimalizace

Poté co je stanovena hodnota cílové funkce $f(x)$, stačí už jen definovat intervaly přípustných hodnot jednotlivých parametrů, nastavit danou metodu optimalizace a spustit úlohu. Hraniční hodnoty intervalů a zvolený startovní bod vidíme v tab. 5. Parametr $k = 1,2$ byl fixován po celou dobu optimalizace, jelikož odezva je na něj téměř necitlivá. Jako první použijeme metodu evolučního algoritmu.

Přestože odhad startovního bodu optimalizace leží poměrně blízko parametrům identifikovaným pomocí aproximace multilineární KZ určené metodou SEQ (tab. 7), byl první výsledek optimalizace neuspokojivý, zejména v oblasti meze kluzu. Ani vytvoření nové cílové funkce, kde vysokou váhu měl rozdíl odezev v oblasti výrazné meze kluzu, nepřinesl zlepšení. EA ani po 400 iteracích nezačal konvergovat k optimální hodnotě. Teprve optimalizace dvou cílových funkcí zároveň (jedna reprezentovala pouze odchylku na mezi kluzu), přinesla zlepšení alespoň částečně. Ani tento výsledek ale nebyl uspokojivý (obr. 50, ozn. EA Multi).

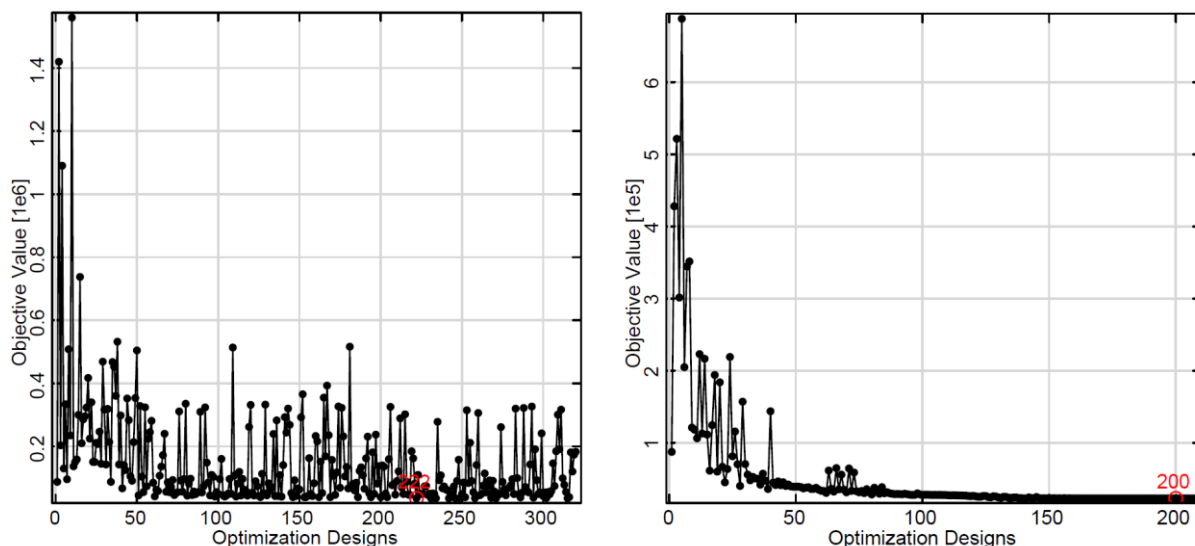


Obr. 48: Všechny 400 iterací při optimalizaci dvou cílových funkcí zároveň metodou EA (ozn. EA Multi), včetně popisu meze kluzu pomocí vztahu Voce-Yield - mat. 12 050

V kapitole 3.2.1 je evoluční algoritmus označen jako velmi vhodný pro hledání globálního minima u vysoce nelineárních úloh. V případě optimalizace pro více cílových funkcí dokonce nemáme jinou možnost, než použít tento. Jeho konvergence je však řádově pomalejší než u deterministických algoritmů. Navíc vzhledem k jeho stochastickému charakteru je velmi těžké posoudit změnu chování algoritmu při změně jeho nastavení (počet archivovaných jedinců, pravidla pro výběr nové generace,...), protože i při stejném nastavení je výsledek vždy unikátní. Je tedy dobré držet se výchozího nastavení programu optiSlang. ΔL

V našem případě ale ani po 400 iteracích (obr. 48) nenastala konvergence k uspokojivému řešení, iterace byly víceméně náhodné. Nejlepší dosažený výsledek byl sice optimu blíže, nežli startovní hodnota, vzhledem k množství vynaloženého úsilí oproti ostatním metodám a značné nepřesnosti je však nevyhovující. Zkusíme tedy snížit komplexnost úlohy vyřazením výrazné meze kluzu z konstitutivního vztahu ($E_y = 0$).

Vyřazením parametrů výrazné meze kluzu se podstatně zlepšila konvergence EA. Při použití globálního EA, se startovním bodem obdobným jako v předchozím případě, jsme dostali výsledek uvedený v tab. 6 a na obr. 50 (ozn. EA). V manuálu programu optiSLang se hovoří o strategii, že po nalezení oblasti globálního optima pomocí globální verze algoritmu EA je vhodné použít nejlepší dosažené výsledky jako startovní bod pro jeho lokální variantu, či jinou deterministickou lokální metodu a optimum zpřesnit. Tím ušetříme mnoho iterací, protože lokální algoritmy vykazují rychlejší konvergenci. Ze zkušenosti však můžeme říci, že pokud nasadíme např. simplexovou metodu přímo na startovní bod, konvergence nastane relativně rychle a navíc s velmi dobrým výsledkem (obr. 49 a obr. 50, ozn. Simplex).

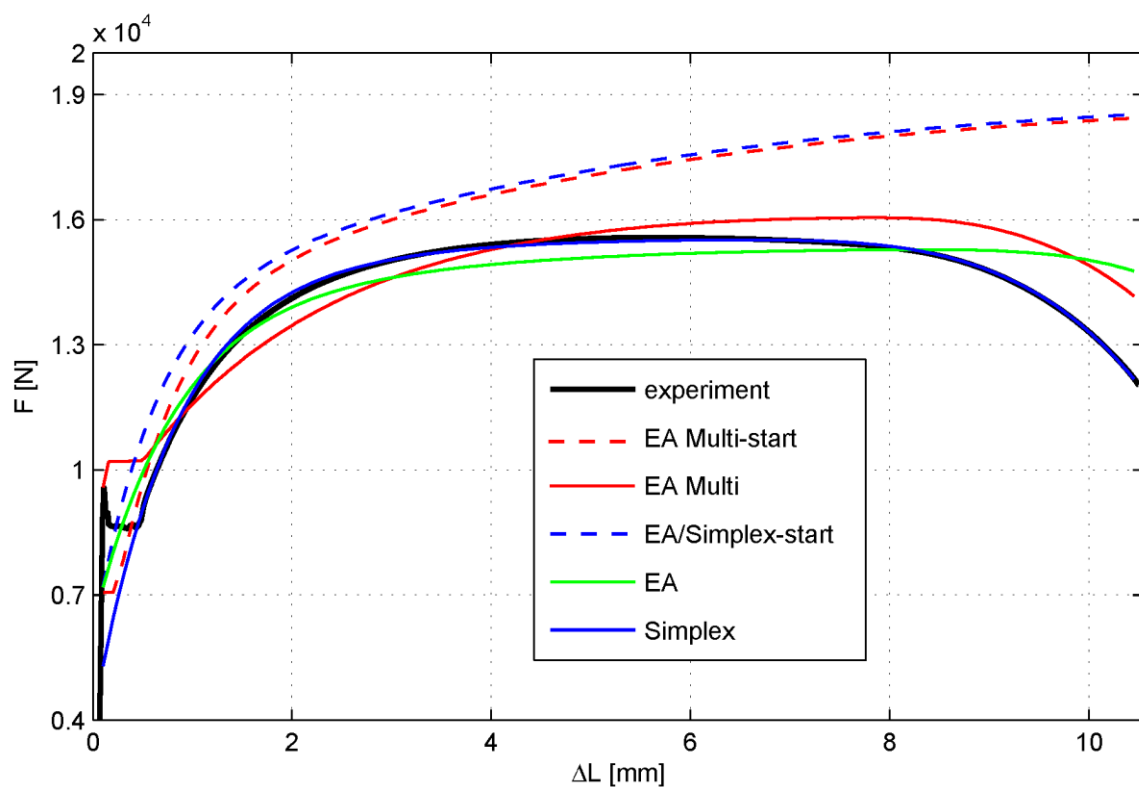
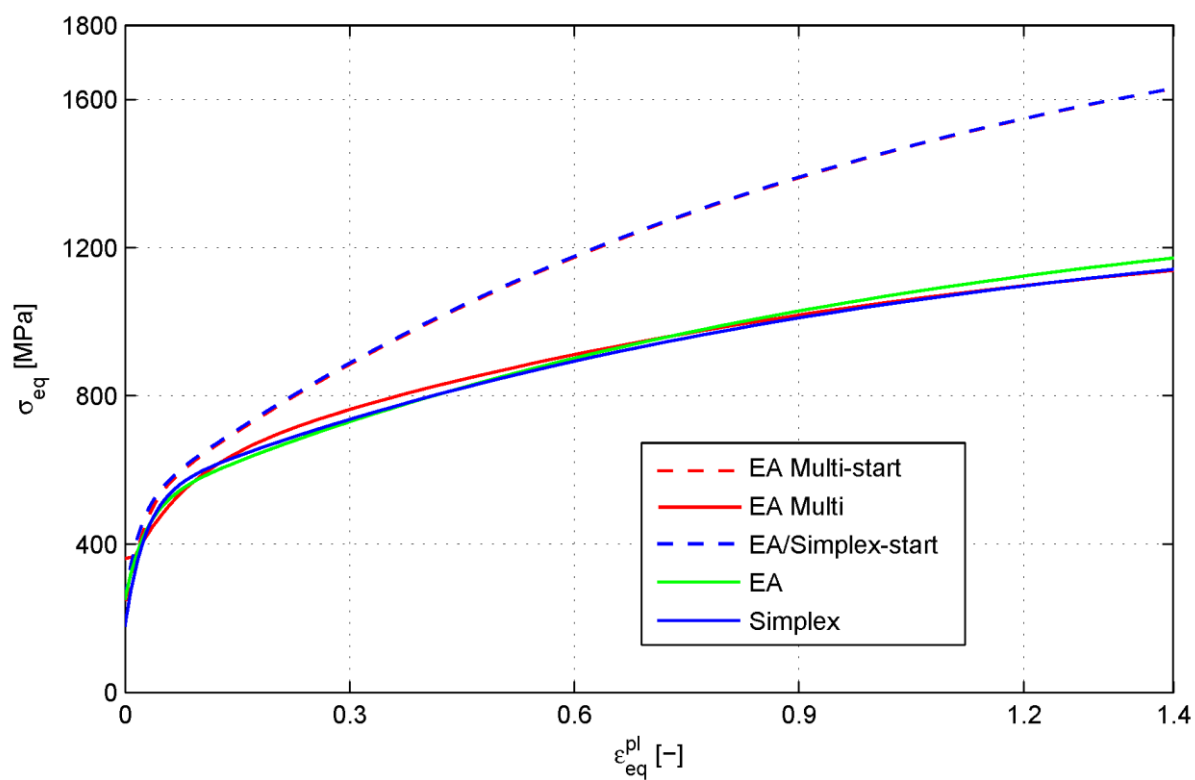


Obr. 49: Porovnání konvergence globálního EA (vlevo) a metody Simplex (vpravo),
Voce-Yield bez popisu výrazné meze kluzu - mat. 12 050

Někdy se však může stát, že lokální metoda při nepříznivé startovní kombinaci parametrů uvízne v lokálním minimu a již není schopná najít nový směr, který by rozdíl odezev snižoval. Toto se stává často při použití gradientní metody NLPQL, která má v každé iteraci pouze jeden směr, kterým se v prostoru parametrů ubírá. Na rozdíl od simplexové metody, nebo EA, které pátrají v širším okolí aktuálního optima. Pokud nastane uvíznutí v lokálním optimu, nejprve zkusíme změnit startovní bod a pokud ani to nepomůže, přejdeme k řešení globálním EA, který je v hledání globálního optima spolehlivější. Lokální metodu pak použijeme až na závěr, jako zpřesnění nejlepšího výsledku globálního EA.

U gradientního a simplexového algoritmu je horní limit parametrů teoreticky neomezen, metody pracují lokálně. U globálního EA však musíme být obezřetní. Užší meze parametrů znamenají rychlejší konvergenci, protože mutace jedinců nemusí být tak silná. Roste ale nebezpečí, že optimální hodnota některého z parametrů leží mimo zadané hranice. Pokud tedy hodnota parametru dlouhodobě inklinuje k jedné z jeho mezí, je třeba algoritmus přerušit, posunout meze ve směru konvergence a teprve potom pokračovat dále.

Metoda NLPQL je k uvíznutí v lokálním minimu zřejmě nejnáchylnější a navíc selhává v situaci, kdy neobdrží výsledek dané iterace, protože MKP výpočet nezkonvergoval pro danou kombinaci parametrů KZ. Také konvergence pro vyšší počet parametrů je horší. Evoluční algoritmus konverguje řádově pomaleji a není schopen najít spolehlivě přesné optimum. Jako nejefektivnější a přitom velmi přesná metoda se pro tuto problematiku ukázala simplexová metoda. Dále budeme pracovat pouze s ní.



Obr. 50: Porovnání identifikovaných KZ a jejich odezev po přímé optimalizaci různými metodami - mat. 12 050 (KZ nahoře, odpovídající simulovaná odezva dole)

Metoda	S_y [MPa]	E_y [–]	k [–]	$C1$ [MPa]	$C2$ [MPa]	$C3$ [–]	$C4$ [–]
Start EA Multi	250	0,005	1,2	250	1500	50	1
Výsledek EA Multi	361,2	0,0132	1,2	214,2	742,0	14,46	1,003
Start EA / Simplex	250	0	0	250	1500	50	1
EA	250,4	0	0	248,0	894,1	36,72	1
Simplex	176,9	0	0	347,1	819,5	38,08	0,999

Tab. 6: Přehled výsledků identifikace parametrů vztahu Voce-Yield přímou optimalizací, různými metodami. Modře vyznačené buňky obsahují parametry, které byly během optimalizace fixovány. Mat. 12 050.

5.5.2 Preoptimalizace pomocí SEQ a NN

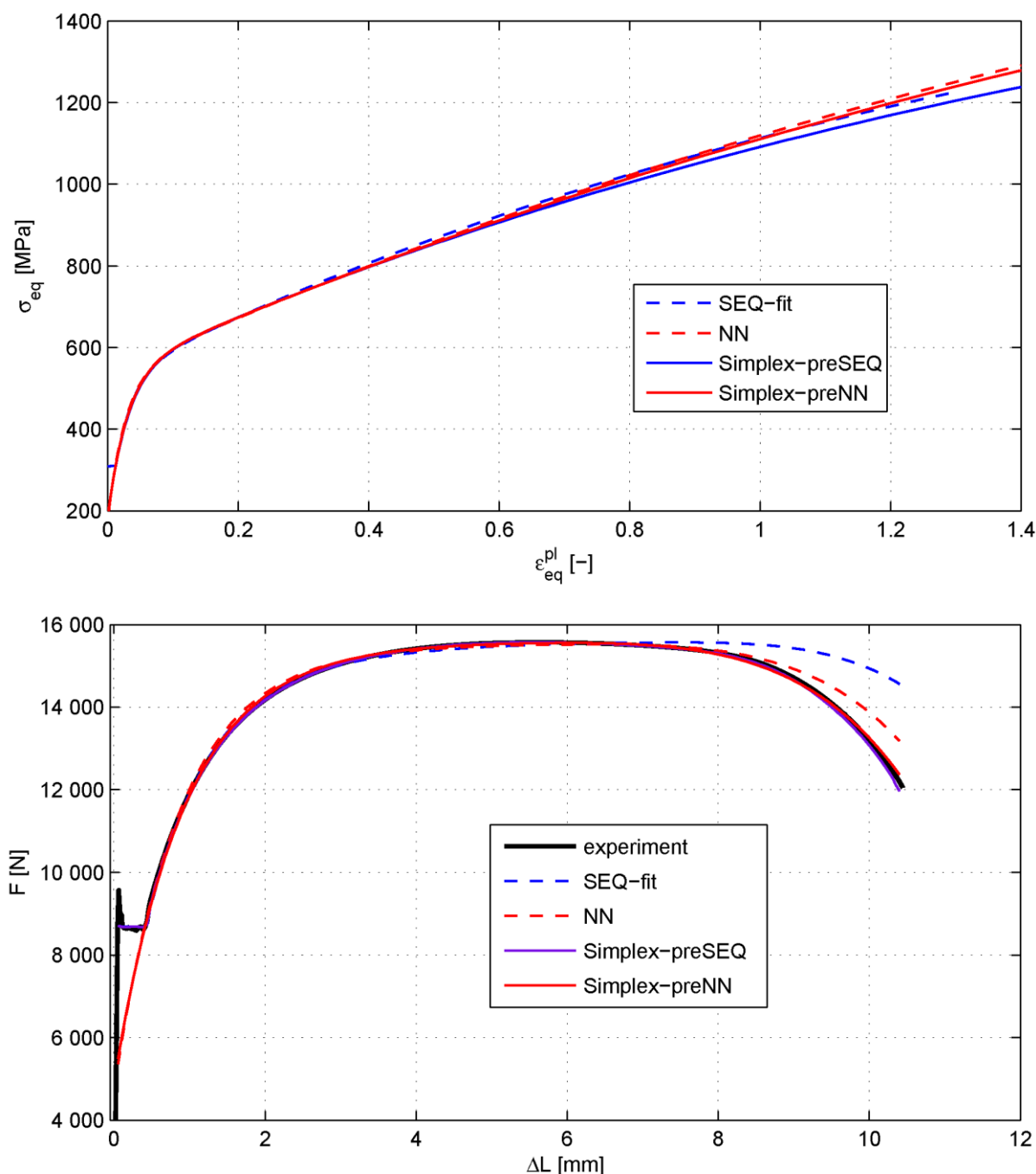
V předešlé kapitole byl největším úskalím pro získání dobré konvergence optimalizačního algoritmu odhad startovního bodu. Při jeho nevhodné volbě musíme vyvinout nadměrné úsilí k tomu, aby výsledek identifikace byl akceptovatelný (růst počtu nutných iterací a manuálních zásahů do algoritmu). Dosáhnout přesnosti výsledků obvyklé u produktivnějších metod identifikace SEQ-fit a NN je relativně obtížné. Ani jejich výsledek ale není ideální. Vhodnou kombinací těchto metod však může vzniknout synergický efekt, na základě kterého můžeme vytvořit poměrně produktivní a robustní metodiku identifikace KZ, která zároveň poskytuje velmi přesné výsledky.

Jednou z možností je použít jako startovní bod optimalizační úlohy výsledek aproximace multilineární KZ, získané pomocí metody sekvenční identifikace, tedy křivku SEQ-fit. Ta je popsána kompletním vztahem Voce-Yield, tedy věrohodně vystihne děje na mezi kluzu. Navíc i tvar exponenciální části je zpravidla velmi blízko optimálnímu výsledku. Pak stačí použít pouze lokální metodu optimalizace (zde simplexovou), pro kterou zafixujeme parametry meze kluzu S_y , E_y a k a variujeme pouze parametry $C1 \div C4$. Výsledky můžeme vidět v tab. 7 a na obr. 51 (ozn. Simplex-preSEQ).

Stejně tak můžeme jako tzv. preoptimalizaci využít výsledek identifikace KZ pomocí neuronové sítě. V tomto případě je použita pouze redukováná verze vztahu Voce-Yield, která neumí popsat výraznou mez kluzu a výsledek stochastické povahy není tak přesný jako v případě deterministické metody SEQ. Stále je to však významná pomoc při odhadu startovního bodu optimalizace. Výsledky lze srovnat v tab. 7 a na obr. 51 (ozn. Simplex-preNN).

Metoda	S_y [MPa]	E_y [–]	k [–]	$C1$ [MPa]	$C2$ [MPa]	$C3$ [–]	$C4$ [–]
SEQ-fit	308,7	0,0122	0,409	222,9	1209	37,31	0,6611
Simplex-preSEQ	308,7	0,0122	0,409	235,44	1263	33,52	0,5730
NN	179,7	0	0	355,1	1666	36,26	0,4322
Simplex-preNN	185,4	0	0	355,0	1654	33,44	0,4227

Tab. 7: Přehled výsledků identifikace parametrů vztahu Voce-Yield optimalizací metodou Simplex, po preoptimalizaci metodami SEQ a NN. Modře vyznačené buňky obsahují parametry, které byly během optimalizace fixovány. Mat. 12 050.



Obr. 51: Porovnání identifikovaných KZ a jejich odezev metodou simplex, po preoptimalizaci metodami SEQ a NN - mat. 12 050 (KZ nahoře, odpovídající simulovaná odezva dole)

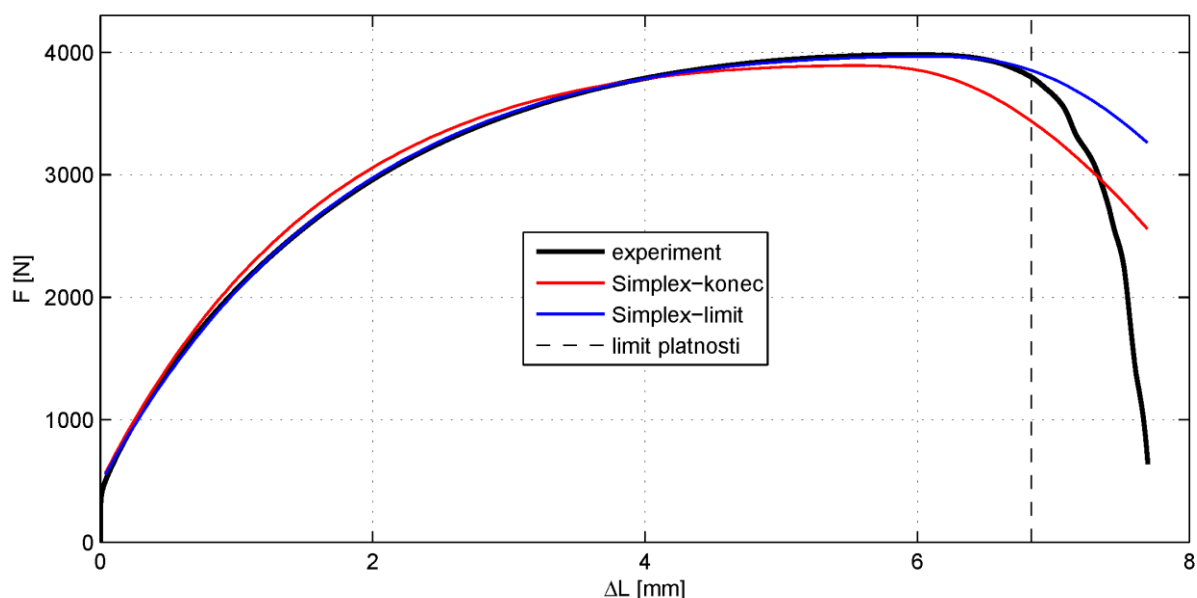
Z tab. 7 je patrné, že změna hodnoty parametrů při finální optimalizaci je menší než 20 %. Pokud bychom se tedy rozhodli použít lokální verzi EA, stačilo by použít velmi úzké meze, variované maximálně o zmíněných 20 %. Konvergence simplexové metody nastane již po 75÷200 iteracích, přičemž k největšímu zlepšení dochází v prvních 25÷50 iteracích. Výsledná KZ identifikovaná touto metodikou představuje lepší výsledek, než jakého bylo dosaženo použitím jednotlivých metod samostatně.

I tak se zde objevuje menší nepřesnost v odezvě, dokonce v oblasti do meze pevnosti, kde odchylky mají větší váhu. Ta je způsobena tím, že ani poměrně komplexní matematické

vyjádření vztahu Voce-Yield není schopné popsat změnu křivosti reálné KZ dokonale (připomeňme KZ materiálu Cu, obsahující inflexní body). V jednotlivých případech by zřejmě bylo vhodné použít k popisu KZ jiný vztah z tab. 1, který by tvar dané KZ vystihoval lépe než zde použitý Voce-Yield. To by ale znamenalo pouze formální změnu. Na samotný princip popsaných metod identifikace to nemá vliv. Schopnost popsat jakýkoliv tvar má pouze identifikace multilineární formy KZ pomocí sekvenční identifikace.

Pozn. 1: Nabízí se také myšlenka, že startovní hodnoty parametrů lze určit přímo aproximací analyticky přepočtené křivky zpevnění, respektive její části do meze pevnosti. Pokud však takto identifikovaný vztah Voce-Yield extrapolujeme za mezí pevnosti, trend (a tedy i hodnoty parametrů) může být i při dobré kvalitě aproximace velmi odlišný od toho cílového. Je to dáno tím, že křivost KZ se výrazněji mění až v oblasti za mezí pevnosti, čili není možné tento jev postihnout při vynechání tohoto úseku během aproximace. Tato cesta je tedy neschůdná. Další možností by však mohlo být použít jako startovní bod optimalizace křivku zpevnění odpovídající odezvě s nejlepší shodou s experimentem, vybranou z trénovací databáze NN (ozn. search).

Pozn. 2: Pokud k preoptimalizaci nepoužijeme ani jednu z metod SEQ, či NN, můžeme narazit na problém, že neodhalíme překročení limitu platnosti homogenního modelu materiálu. Pokud je cílová funkce definována v celém rozsahu záznamu tahové zkoušky, včetně koncové části, kde se již projevuje vliv tvárného porušování, nedostaneme její minimalizaci stejné optimum, jako v případě, že simulovanou a experimentální odezvu porovnáváme pouze do limitu platnosti homogenního modelu materiálu.



Obr. 52: Vliv znalosti limitu platnosti homogenního modelu materiálu na výsledek identifikace KZ přímou optimalizací - mat. CuZ

Jelikož KZ nemůže mít zápornou směrnici, nebude možné pro žádnou kombinaci parametrů dosáhnout shody tvaru konců simulované odezvy s odezvou experimentální. Experimentální bude vlivem mechanismu tvárného porušování mnohem více změkčovat. To způsobí, že i přes menší váhu rozdílu odezev v koncové části bude tento příspěvek

do celkové hodnoty $f(x)$ tak velký, že podstatně sníží její citlivost v původně preferovaných oblastech. Tím bude výsledek identifikace chybný (obr. 52, simplex-konec). Při přímé optimalizaci je odhalení překročení limitu platnosti homogenního modelu materiálu nesnadné a vyžaduje určitou zkušenost řešitele. Jeho překročení se totiž na první pohled může zdát jen jako zhoršená konvergence metody.

Pozn. 3: Otázkou zůstává, jestli má cenu vyvíjet relativně velké úsilí při dalším zpřesňování výsledků metod SEQ a NN. Sice tak dostaneme nejlepší možnou shodu simulace tahové zkoušky s experimentálním záznamem, ale z obr. 31 je patrné, že inherentní vlastností materiálu je někdy poměrně značný rozptyl mechanických vlastností. Výsledkem naší snahy je tedy velice přesná identifikace, avšak pouze fiktivních, průměrovaných mechanických vlastností materiálu. Je na samotném řešiteli, aby uvážil míru potřebné přesnosti identifikace KZ tak, aby byla zachována úrovněová vyváženost mezi přesností vstupů do simulace a věrohodností jejích výstupu, vzhledem ke stochastickému chování reálného materiálu.

6 Získané poznatky

Metod, jak získat kompletní křivku plastického zpevnění materiálu ze záznamu tahové zkoušky hladkého válcového vzorku, existuje celá řada. Jak princip metod, tak i kvalita výsledků je rozdílná. Žádná z metod není triviální, což si žádá zvýšené úsilí buď přímo během provádění experimentu, nebo posléze při zpracování jeho výstupů. To je dáno především tím, že se jedná o vysoce nelineární nepřímou úlohu mechaniky.

Pro snazší orientaci budoucího řešitele této problematiky si nyní shrneme poznatky získané při identifikaci parametrů křivky zpevnění konkrétních materiálů vybranými metodami. Zhodnotíme také možnost použití jednotlivých metod pro mechanické zkoušky obecnějších geometrií (vrubované vzorky, smykové vzorky, penetrační zkoušky,...). Některé metody byly oproti verzím publikovaným v literatuře upraveny (SEQ, NN, viz kap. 3 a 5). Je nutné mít na paměti, že při řešení konkrétních úloh identifikace v kap. 5 byly uplatněny předpoklady zavedené v kap. 4.2.

▪ MLR - analytická korekce

Jako jediná z použitých metod je to metoda přímá, takže KZ materiálu je možné získat předepsanou matematickou transformací experimentálních dat. Kromě deformačně-silové odezvy materiálu v průběhu zkoušky (konvenční tahový diagram) ale musíme synchronizovaně snímat také hodnotu nejmenšího průměru krčku během jeho vzniku. Zejména proto, že u hladkého vzorku vzniká krček díky strukturní nehomogenitě materiálu v náhodném místě, je měření a vyhodnocování hodnoty jeho zaškrčení komplikované, tedy i finančně nákladné.

Korigovaným přepočtem tahového diagramu materiálu 12 050 bylo dosaženo relativně přesného výsledku (obr. 38). Z důvodu neexistence přesného záznamu zaškrčení krčku byly tyto hodnoty uměle získány z numerické simulace tahové zkoušky. Použití metody zde bylo pouze ilustrativní. Otázkou zůstává, jak je výsledek citlivý vůči nepřesnostem při měření zaškrčení krčku v praxi. Správnost výsledku je tedy vždy nutné verifikovat MKP simulací (porovnáním simulované a experimentální odezvy). V případě nepřesnosti však neexistuje způsob, jak na základě stejných dat chybu touto metodou zmenšit.

Pokud máme k dispozici potřebná data, metoda je velmi efektivní a přesná. Vztahy pro MLR korekci ale nelze použít pro jiné geometrie vzorku. Pro vybrané typy však byly odvozeny korekce specifické (např. pro obdélníkový průřez - kap. 3.1.3). Získaná KZ není parametrizovaná, takže ji nelze jednoduše extrapolovat např. pro potřeby simulace tvárného porušování. Možnost stanovení limitu platnosti homogenního modelu materiálu zde nebyla ověřena.

▪ SEQ - sekvenční identifikace bodů multilineární formy KZ

Díky multilineárnímu popisu je metoda SEQ schopná velmi přesně popsat téměř libovolný tvar KZ, včetně výrazné meze kluzu a inflexních bodů. Náročnější je příprava dat vstupujících do algoritmu, ale jeho matematický popis si vystačí se základními algebraickými operacemi. Není tedy potřeba žádný specializovaný software, vystačíme si např. s makrem v jazyce APDL. Iteračně se identifikuje pouze část KZ za mezí pevnosti, což ve spojení s rychlou konvergencí znamená výpočtový čas maximálně desítky minut.

Při nevhodném nastavení parametrů algoritmu však může nastat problém s jeho konvergencí. Cesta k jejich optimálnímu nastavení není přímočará a vyžaduje alespoň základní znalost principu algoritmu. Problematická je také extrapolace KZ. Pokud křivku aproximujeme analytickým vztahem, i při sebemenší odchylce původního a aproximovaného tvaru KZ se tato projeví poměrně značnou nepřesností zejména v nestabilní části odezvy (za mezí pevnosti). To ale stále může být dobrý startovní bod pro optimalizační úlohu.

Pomocí metody SEQ spolehlivě určíme limit platnosti homogenního modelu materiálu, kdy při záporné směrnicí posledního identifikovaného úseku KZ algoritmus zhavaruje. Přesnost výsledku odpovídá nastavené hodnotě tolerance. Metoda je zobecnitelná i pro jiné geometrie vzorků, ale je schopná identifikovat v každém kroku pouze jeden lokální parametr. U penetračních testů však deformační odezvu ovlivňují také globální parametry, např. součinitel tření. Pro spuštění algoritmu je nutné znát minimálně první dva body KZ, aby bylo možné určit počáteční směrnicí v prvním identifikovaném úseku.

▪ NN - neuronové sítě

Použití neuronové sítě k identifikaci KZ se osvědčilo především jako vhodný nástroj pro odhad startovního bodu optimalizační metody. Stochastický charakter výstupů neuronové sítě atím snížená přesnost je nedostatečná jako finální výsledek identifikace (obr. 45). Na druhé straně však stojí snadná příprava dat a rychlý proces učení a odpovědi sítě. Po vytvoření trénovací databáze již k řešení úlohy identifikace není třeba MKP simulace. Ta slouží jen jako prostředek pro verifikaci výsledku.

Pro aproximaci KZ byl použit analytický konstitutivní vztah Voce-Yield. Vzhledem k růstu mohutnosti trénovací databáze NN s počtem proměnných parametrů vztahu byla použita pouze jeho redukováná forma, která není schopna věrohodně popsat výraznou mez kluzu. Výstupem neuronové sítě jsou přímo hodnoty parametrů konstitutivního vztahu, což umožňuje bezproblémovou extrapolaci KZ do vyšších hodnot přetvoření.

Určení limitu platnosti homogenního modelu materiálu je možné. Jeho hodnota je však posuzována pouze vizuálně řešitelem při porovnávání experimentální odezvy s nejbližšími odezvami v databázi. Přesnost jeho určení je tedy nižší než u SEQ. Při jeho ignoraci však neuronová síť nepracuje správně. Zobecnitelnost metody pro jiné mechanické zkoušky, jejichž výstupem je pouze jedna odezвовá křivka, je možná.

▪ užití metod matematické optimalizace

Užití metod matematické optimalizace při identifikaci KZ je v porovnání s ostatními způsoby výpočtově nejnáročnější. K dosažení přijatelně přesného výsledku je potřeba zpravidla několik stovek simulací tahové zkoušky. Při implementaci samotných metod optimalizace do algoritmu si nevystačíme pouze se software pro MKP. V našem případě bylo využito funkcionality specializovaného systému optiSLang.

Rychlost a vůbec schopnost dosažení globálního optima je silně závislá na volbě startovního bodu. Vzhledem k tomu, že variované parametry konstitutivního vztahu mnohdy nemají fyzikální význam, je počáteční odhad jejich hodnoty velmi obtížný. S rostoucím počtem parametrů vztahu se zhoršuje konvergence algoritmu. Pokud použijeme vztah Voce-Yield bez přesného počátečního odhadu (jako např. SEQ-fit), není možné používat jeho plnou verzi, ale musíme vyřadit parametry na mez kluzu ($E_y = 0$).

Nejvíce se osvědčila simplexová metoda optimalizace, která nabízí rychlou konvergenci a přesný výsledek. Je to však metoda lokální, proto při nevhodné volbě startovacího bodu není možné dosažení globálního optima. Pokud nepomůže ani jiná volba startovního bodu, použijeme globální formu evolučního algoritmu. Ten konverguje pomaleji, výsledek často není tak přesný, ale je schopen sám najít globální minimum.

Iterační simulace by měly být provedeny pouze do limitu platnosti homogenního modelu materiálu. Ten však dopředu neznáme. Porovnávání křivek i za limitem platnosti má za následek značnou nepřesnost výsledků. Metoda je zobecnitelná téměř pro jakýkoliv typ mechanické zkoušky, včetně penetračních testů, kdy současně kalibrujeme několik různých odezev.

▪ synergický efekt při kombinaci jednotlivých metod

Vidíme, že žádná z uvedených metod není ideální ve všech směrech. Pokud ale přednosti jedné metody využijeme k potlačení nedostatků té druhé, můžeme dostat přesný výsledek poměrně snadno a efektivně. Osvědčilo se zejména použití výsledků rychlých metod SEQ a NN jako startovního bodu optimalizační úlohy. Jejich výstupem je zároveň hodnota limitu platnosti homogenního modelu materiálu, takže iterační simulace při optimalizaci provádíme korektně.

K aproximaci multilineární KZ určené pomocí SEQ můžeme použít plnou verzi vztahu Voce-Yield, přičemž parametry meze kluzu při procesu optimalizace ponecháme fixované a kalibrujeme pouze tvar KZ. U NN variujeme všechny parametry redukované formy vztahu. Přiblížením startovního bodu k optimu snížíme počet iterací metody optimalizace ze stovek na desítky.

▪ poznámka autora

Cíl dosažení vysoké přesnosti shody simulované a experimentální odezvy je do jisté míry diskutabilní. Při pohledu na obr. 31 vidíme, že experimentální data vykazují určitý rozptyl zejména v nestabilních částech záznamu, jako je mez kluzu a část rozvoje krčku. Pro posouzení věrohodnosti výsledku identifikace by tedy měla být provedena statistická analýza.

Na druhé straně při použití KZ jako vstupu do simulací reálných procesů tváření, crach-testů apod. se dopouštíme odchylek mnohem větších už jen díky zjednodušení geometrie modelu, jeho okrajových podmínek a mnohdy nedokonalému modelu plasticity. Navíc tyto algoritmy pracují pouze deterministicky a vzhledem k jejich výpočtové náročnosti je obtížné stochastické vlivy ve výpočtu zohlednit.

Navzdory možnosti automatizace algoritmů identifikace KZ zůstane i nadále jen a pouze na samotném řešiteli aby posoudil, jaké přesnosti je nutné dosáhnout pro danou aplikaci. Tomu je nutné podřídit výběr metody a tím pádem i míru vynaloženého úsilí. Zkrátka je nutné stále hledat úrovnovou vyváženost.

7 Závěr

Na základě zmapování současné úrovně poznání v oblasti metod identifikace křivky plastického zpevnění materiálu ze záznamu odezvy experimentální mechanické zkoušky byl vytvořen přehled vybraných metod, z nichž každá reprezentuje specifický přístup k dané problematice. Jednotlivé metody pracují na různých principech, jež byly podrobně popsány v kapitole 3.

Nejprve jsou zmíněny metody přímé analytické korekce křivky zpevnění, přepočtené na základě vztahů pro jednoosou napjatost, v části za mezí pevnosti, kde tvorba krčku způsobí vznik napjatosti trojosé. Tyto metody však vyžadují měření tvaru krčku během jeho vzniku a šíření, což je technicky poměrně náročné.

Dnes zřejmě nejčastěji používanou metodou je aplikace metod matematické optimalizace za účelem minimalizace rozdílu numericky simulované a experimentální deformačně-silové odezvy. Křivka zpevnění je parametrizovaná pomocí analytické funkce konstitutivního vztahu, jehož parametry během procesu optimalizace variujeme. Metoda je výpočtově náročná a přesnost výsledku je omezena schopností konstitutivního vztahu popsat tvar skutečné křivky zpevnění (kap. 5.5.1).

V [14] je uveden přístup, kdy identifikace multilineární formy křivky zpevnění probíhá sekvenčně, postupnou minimalizací lokálního rozdílu simulované a experimentální odezvy, změnou posledního bodu tabulky KZ. Výpočtová náročnost je řádově nižší oproti předchozí metodě, při zachování vysoké přesnosti. Původní verze metody však uvažuje pouze vrubovaný vzorek, přičemž je nutné během experimentu vyhodnocovat hodnotu povrchového přetvoření krčku pomocí zpracování obrazu metodou DIC. Zavedením určitých změn v algoritmu bylo ukázáno, že je možné ho zobecnit i pro hladký válcový vzorek, navíc bez nutnosti vyhodnocování povrchového přetvoření (kap. 5.3.2).

Poslední zmíněný je poměrně nekonvenční přístup, který k identifikaci křivky zpevnění používá neuronovou síť. Algoritmus použitý v této práci vznikl nově, bez přejaté předlohy (kap. 5.4.1).

Nově byla zavedena také modifikace konstitutivního vztahu Voce modified II (tab. 1), která dokáže věrohodně popsat oblast výrazné meze kluzu. Tak vznikl vztah Voce-Yield (5.1), který je v různých variantách výhradně používán v této práci.

Pro posouzení vlastností jednotlivých metod byla jimi provedena identifikace křivek zpevnění konkrétních materiálů. Záznamy tahových zkoušek hladkého válcového vzorku poskytl archiv Ústavu fyziky materiálů AV ČR, v. v. i. a firmy ÚAM Brno, s.r.o. Porovnání výsledků metod SEQ a NN najdeme v příloze A. Výsledky ostatních metod a jejich podrobnou analýzu najdeme v odpovídajících částech kapitoly 5. Přehled získaných poznatků a doporučení je uveden v kapitole 6. Tím byly beze zbytku splněny cíle této práce.

Na závěr je možné konstatovat, že nepřímá úloha identifikace parametrů elasto-plastického modelu materiálu z experimentálních dat zůstává i nadále relativně složitou problematikou, která klade nároky zejména na kvalifikovanost řešitele. Hlavním přínosem této práce je především ucelený pohled na danou problematiku, který dosud v literatuře chybí. Jako velmi vhodná se ukázala účelná kombinace principiálně odlišných metod během procesu identifikace. Tak vznikne synergický efekt, který umožňuje řešit úlohu efektivně, korektně a zároveň s vysokou přesností.

8 Seznamy

8.1 Použité informační zdroje

- [1] ABENDROTH, Martin a Meinhard KUNA. Identification of ductile damage and fracture parameters from the small punch test using neural networks. *Engineering Fracture Mechanics*. 2006, vol. 73, issue 6, pp. 710-725.
- [2] ANSYS 14.5 RELEASE. *Help Documentation*. 2014.
- [3] BAO, Yingbin. *Prediction of Ductile Crack Formation in Uncracked Bodies*. PhD. Thesis. Massachusetts Institute of Technology. Massachusetts, 2003.
- [4] BOŘKOVEC, Jan. *Computer simulation of material separation process*. PhD. Thesis. Institute of solid mechanics, mechatronics and biomechanics, Brno University of Technology. Brno, 2008.
- [5] Bridgman, P. W. *Studies in Large Plastic Flow and Fracture*. Cambridge: Harvard University Press, 1956.
- [6] Citace PRO [online]. [cit. 2014-02-03]. Dostupné z: <http://citace.lib.vutbr.cz/>
- [7] DYNARDO GMBH. *Methods for multi-disciplinary optimization and robustness analysis*. Weimar, 2014.
- [8] EHLERS, Sören a Petri VARSTA. Strain and stress relation for non-linear finite element simulations. *Thin-Walled Structures*. 2009, vol. 47, issue 11.
- [9] FONSECA, J. QUINTA DA, P. M. MUMMERY a P. J. WITHERS. Full-field strain mapping by optical correlation of micrographs acquired during deformation. *Journal of Microscopy*. 2005, vol. 218, issue 1.
- [10] HŮLKA, Jiří. ÚAM BRNO, s.r.o. *Numerické modelování penetračních testů a inverzní simulace*. ZP 5149. Brno, 2013.
- [11] HŮLKA, Jiří. ÚAM BRNO, s.r.o. *Porovnání modelů plasticity*. ZP 5377. Brno, 2013.
- [12] JANÍČEK, Přemysl a Jiří MAREK. *Expertní inženýrství v systémovém pojetí*. 1. vyd. Praha: Grada, 2013, 592 s. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-4127-7.

- [13] JOUN, ManSoo, Jea Gun EOM a Min Cheol LEE. A new method for acquiring true stress–strain curves over a large range of strains using a tensile test and finite element method. *Mechanics of Materials*. 2008, vol. 40, issue 7.
- [14] KAMAYA, Masayuki a Masahiro KAWAKUBO. A procedure for determining the true stress–strain curve over a large range of strains using digital image correlation and finite element analysis. *Mechanics of Materials*. 2011, vol. 43, issue 5, pp. 243-253.
- [15] KOC, Pino a Boris ŠTOK. Computer-aided identification of the yield curve of a sheet metal after onset of necking. *Computational materials science*. 2004, vol. 31, pp. 155-168.
- [16] KUBÍK, Petr. *Zkoušení mechanických vlastností: Zkouška tahem, mechanismy porušování*. Semestrální práce. Brno, 2010, 16 s.
- [17] MIRONE, Giuseppe. A new model for the elastoplastic characterization and the stress–strain determination on the necking section of a tensile specimen. *International Journal of Solids and Structures*. 2004, vol. 41, issue 13, pp. 3545-3564.
- [18] PEIRS, J., P. VERLEYSEN, W. Van PAEPEGEM, J. DEGRIECK, Ulric S. LINDHOLM, Gordon R. JOHNSON a Gerald L. MOSS. Determining the stress–strain behaviour at large strains from high strain rate tensile and shear experiments. *International Journal of Impact Engineering*. 2011, vol. 38, issue 5.
- [19] PETRUŠKA, Jindřich, Stanislav HOLÝ, Miroslav ŠPANIEL a Jitka JÁGROVÁ. *MKP v nelineárních úlohách mechaniky těles: Podklady k přednáškám a samostudiu*. 2009.
- [20] ROSA, G., A. RISITANO a G. MIRONE. Postnecking elastoplastic characterization: Degree of approximation in the bridgman method and properties of the flow-stress/true-stress ratio. *Metallurgical and Materials Transactions A*. 2003, vol. 34, issue 3.
- [21] ŠEBEK, František. *Zkoušení mechanických vlastností: Zkouška tahem*. Semestrální práce. Brno, 2012, 19 s.
- [22] VOLNÁ, Eva. *Základy softcomputingu*. Ostrava, 2012. 152 s.
- [23] Wikipedia. [online]. [cit. 2014-01-29]. Dostupné z: <http://en.wikipedia.org/wiki/>
- [24] ZHANG, Z.L., J. ØDEGÅRD, O.P. SØVIK a C. THAULOW. A study on determining true stress–strain curve for anisotropic materials with rectangular tensile bars. *International Journal of Solids and Structures*. 2001, vol. 38, pp. 26-27.

- [25] ZHANG, Z.L., M. HAUGE, J. ØDEGÅRD a C. THAULOW. Determining material true stress–strain curve from tensile specimens with rectangular cross-section. *International Journal of Solids and Structures*. 1999, vol. 36, issue 23.

8.2 Zkratky a symboly

8.2.1 Použité zkratky

APDL	programovací jazyk systému ANSYS (ANSYS Parametric Design Language)
AV ČR	Akademie věd České republiky
DIC	metoda pro zpracování obrazu (Digital Image Correlation)
DP	návrhový bod (Design Point)
EA	evoluční algoritmus optimalizace
E-P	elasto-plastický/á/é
EXT/FULL	geometrické konfigurace MKP modelu (kap. 5.1.1)
FSI	Fakulta strojního inženýrství
HMH	von Misesova podmínka plasticity
KZ	křivka zpevnění
LHS	stochastická vzorkovací metoda (Latin Hypercube Sampling)
MKP	metoda konečných prvků
MLR	Mironeho korekce křivky zpevnění materiálu
NLP	gradientní metoda optimalizace (ozn. v optiSLang)
NLPQL	gradientní metoda optimalizace (ozn. v optiSLang)
NN	neuronová síť (Neural Network)
SEQ	metoda sekvenční identifikace parametrů KZ
SEQ-fit	výsledky metody SEQ aproximované analytickou funkcí
ÚAM	Ústav aplikované mechaniky Brno, s.r.o.
VUT	Vysoké učení technické v Brně

8.2.2 Použité symboly

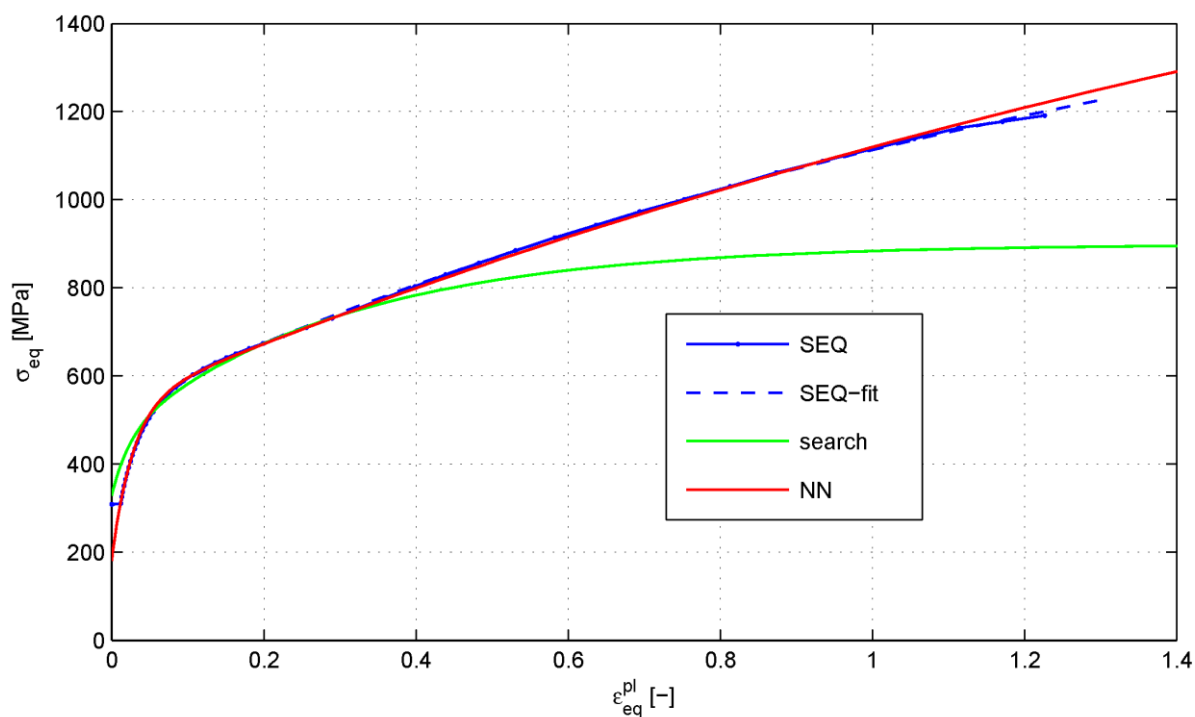
a, a_0	[mm]	aktuální/původní poloměr deformované části tahového vzorku
d, d_0	[mm]	aktuální/původní průměr deformované části tahového vzorku
d_N	[mm]	průměr krčku (Neck Diameter)
d_u	[mm]	průměr krčku po přetržení
e, e_{el}, e_{pl}	[-]	celkové/elastické/plastické smluvní přetvoření

$f(x)$	[?]	cílová funkce pro optimalizační úlohu, funkce optimalizovaných parametrů
$f'(x), F(x)$	[?]	první derivace cílové funkce optimalizační úlohy
$f(\sigma, t)$	[MPa]	funkce (plocha) plasticity
i, j, k, m, n, p	[-]	indexy použité v iteračních procedurách
m, K	[-]	parametry nesymetrie ploch plasticity Mohr-Coulomb a Drucker-Prager
r	[mm]	aktuální radiální souřadnice v průřezu vzorku
s	[MPa]	smluvní napětí
$s_{eH}, s_{eL}, s_{p0,2}$	[MPa]	horní/dolní/smluvní mez kluzu
s_m	[MPa]	smluvní mez pevnosti
t	[s,-]	proměnná vyjadřující čas, historii zatěžování
$\Delta t, t_0, t$	[mm]	změna/původní/aktuální tloušťka vzorku obdélníkového průřezu
u_x, u_y	[mm]	příčný/osový uzlový posuv v MKP simulaci
w_0, w	[mm]	původní/aktuální šířka vzorku obdélníkového průřezu
x	[?]	optimalizované parametry
A	[%]	tažnost
$\Delta A, A_0, A$	[mm ²]	změna/původní/aktuální plocha vzorku obdélníkového průřezu
A, B, C_i, k_j, n	[MPa,-]	parametry konstitutivních vztahů (tab. 1)
D	[MPa]	matice konstant materiálu (obecný Hookeův zákon)
E	[MPa]	Youngův modul, modul pružnosti materiálu
F	[N]	axiální síla při tahové zkoušce
$F_C(\Delta L), F_M(\Delta L)$	[N(mm)]	simulovaná/měřená deformačně-silová odezva tahové zkoušky
K, C, m, n	[MPa,-]	parametry vztahu Johnson-Cook (tab. 1)
L, L_0	[mm]	aktuální/původní délka deformované části tahového vzorku
ΔL	[mm]	prodloužení vzorku při tahové zkoušce
L_{ext}	[mm]	délka dířku tahového vzorku měřená extenzometrem
L_u	[mm]	délka deformované části vzorku po přetržení
Q	[MPa]	plastický potenciál
R	[mm]	poloměr zaoblení profilu krčku - Bridgmanova korekce
S, S_0	[mm ²]	aktuální/původní průřez deformované části tahového vzorku
S_u	[mm ²]	průřez krčku po přetržení
$S_Y, E_Y, k, C1, C4$	[MPa,-]	parametry konstitutivního vztahu Voce-Yield (5.1)
$S0, \dots, S8$	[-]	podmnožiny systému podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$
T, T_0, T_m	[°C,K]	aktuální/referenční teplota/teplota tání (Johnson-Cook, tab. 1)
TF	[-]	míra triaxiality (Triaxiality Factor)

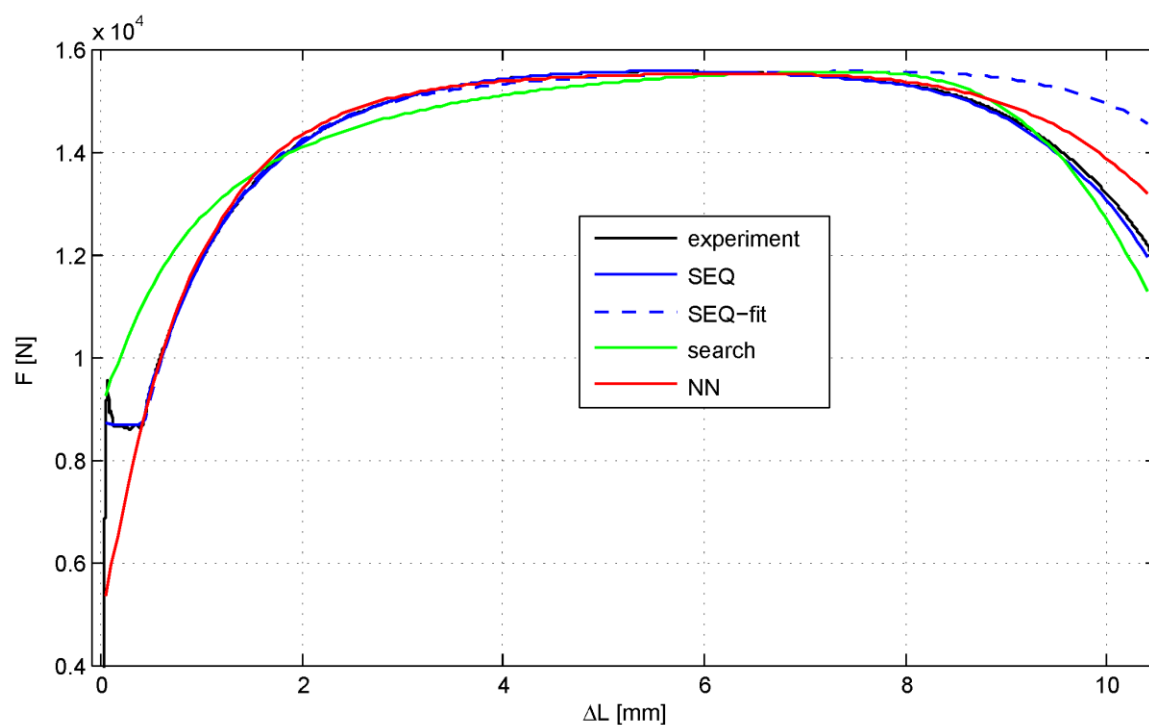
$U(x)$	[N]	vektor simulovaných hodnot síly, funkce optimalizovaných parametrů
$V_0, \Delta V$	[mm ³]	původní objem/změna objemu během deformace
W	[-]	váhová matice
Y	[N]	vektor měřených hodnot síly
Z	[%]	zúžení (kontrakce)
$\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$	[-]	úhlová přetvoření v obecném souřadnicovém systému
$\varepsilon, \varepsilon_{true}$	[-]	od kap. 3 výhradně skutečné (logaritmické) přetvoření
$d\varepsilon, d\varepsilon_{el}, d\varepsilon_{pl}$	[-]	přírůstek celkové/ elastické/plastické složky tenzoru přetvoření
$\dot{\varepsilon}$	[s ⁻¹]	rychlost deformace (Johnson-Cook, tab. 1)
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	[-]	hlavní přetvoření
ε_F	[-]	přetvoření v okamžiku porušení vzorku (Fracture)
ε_N	[-]	přetvoření na mezi pevnosti (Necking)
ε_{end}	[-]	fiktivní přetvoření - parametr metody SEQ
ε_{eq}	[-]	redukované přetvoření
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	[-]	délková přetvoření v obecném souřadnicovém systému
θ	[-]	Lodeho parametr/úhel
κ	[-]	koeficient řídící rychlost konvergence metody SEQ
λ	[-]	plastický multiplikátor
λ_{tol}	[%]	tolerance odchylky simulované a měřené odezvy - SEQ
λ, μ, g	[-]	řídící parametry evolučního algoritmu
ν	[-]	Poissonův poměr
σ, σ_{true}	[-]	od kap. 3 výhradně skutečné napětí
$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$	[MPa]	hlavní napětí (nesetříděna dle velikosti)
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	[MPa]	hlavní napětí (setříděna dle velikosti)
σ_{eq}	[MPa]	redukované napětí
σ_{end}	[MPa]	fiktivní napětí - pomocná proměnná metody SEQ
σ_H	[MPa]	hydrostatická složka napětí
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	[MPa]	normálová napětí v obecném souřadnicovém systému
σ_y	[MPa]	mez kluzu
$\sigma_z, \sigma_r, \sigma_\theta$	[MPa]	napětí ve válcovém souřadnicovém systému
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	[MPa]	smyková napětí v obecném souřadnicovém systému
$\Sigma(\Omega), P_R(\Omega)$	[-]	systém podstatných veličin Σ pro řešení problému P_R na objektu zájmu Ω

9 Přílohy

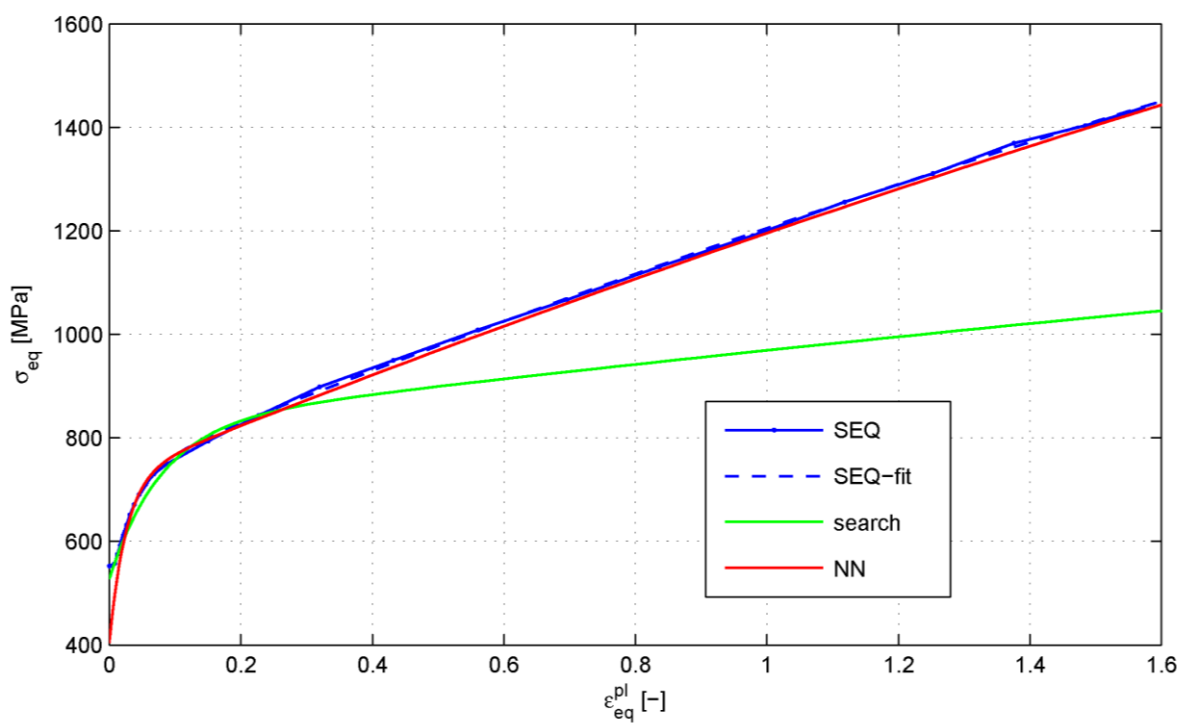
Příloha A: Vzájemné porovnání výsledků metod SEQ a NN



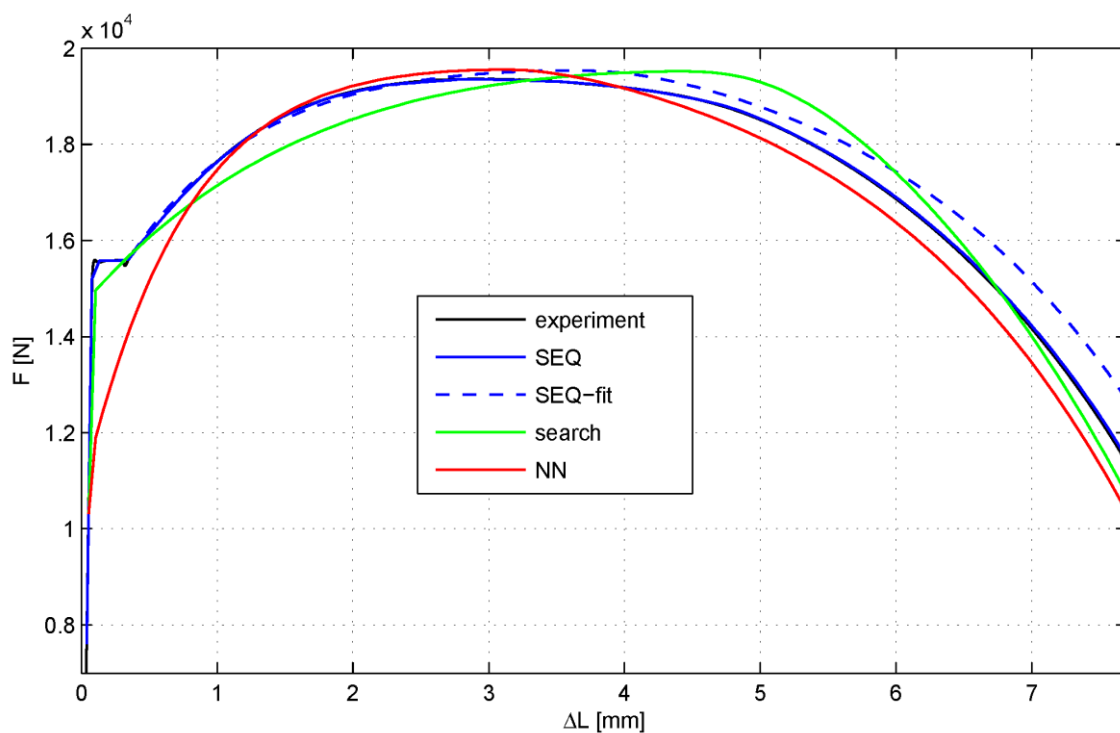
Obr. A 1: Porovnání křivek zpevnění - mat. 12 050

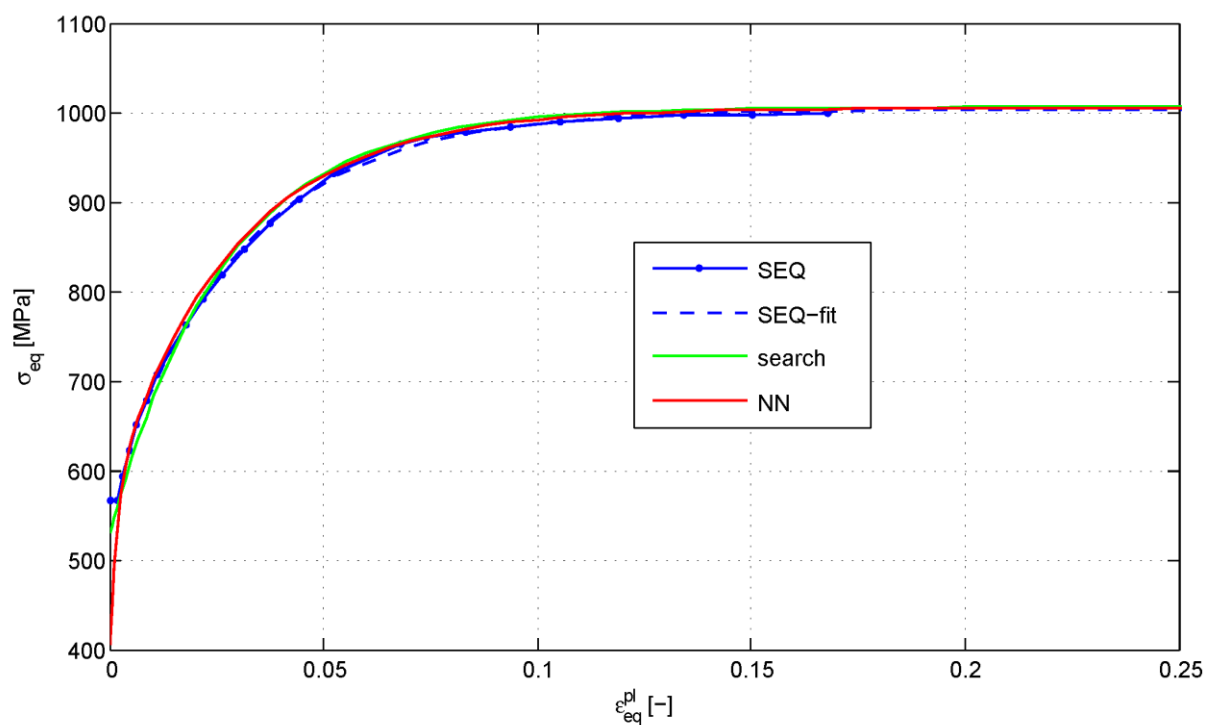


Obr. A 2: Porovnání $F(\Delta L)$ odezev - mat. 12 050

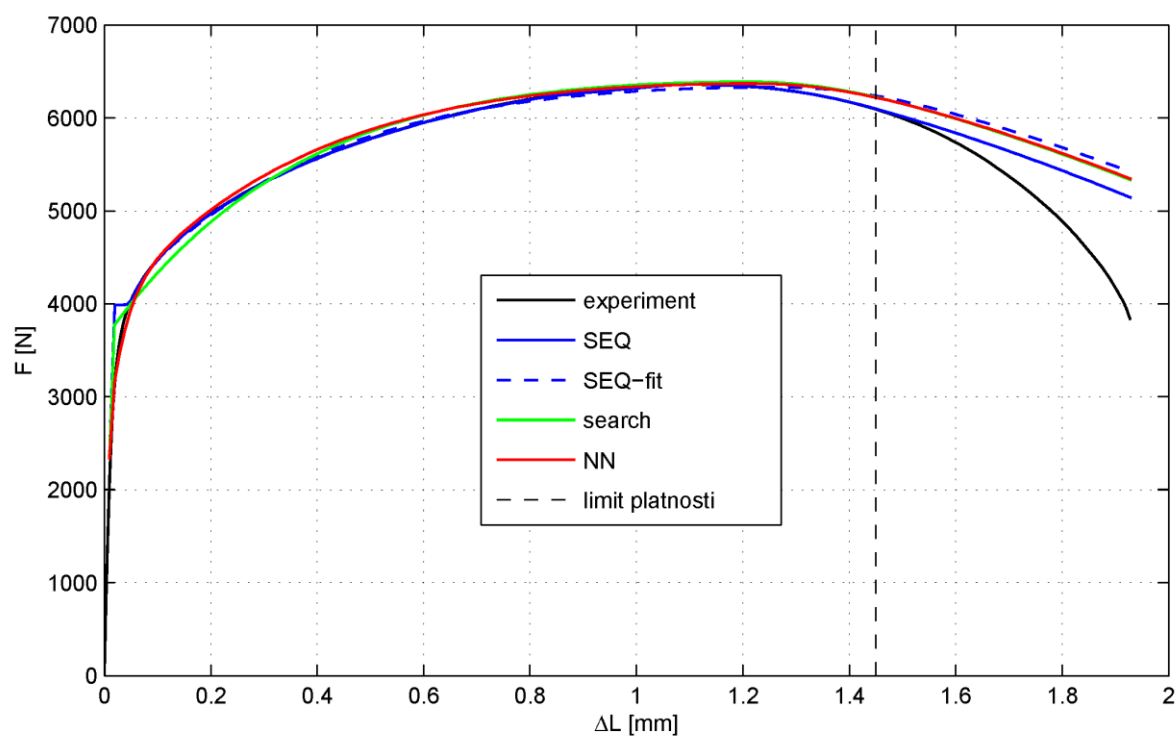


Obr. A 3: Porovnání křivek zpevnění - mat. GB6

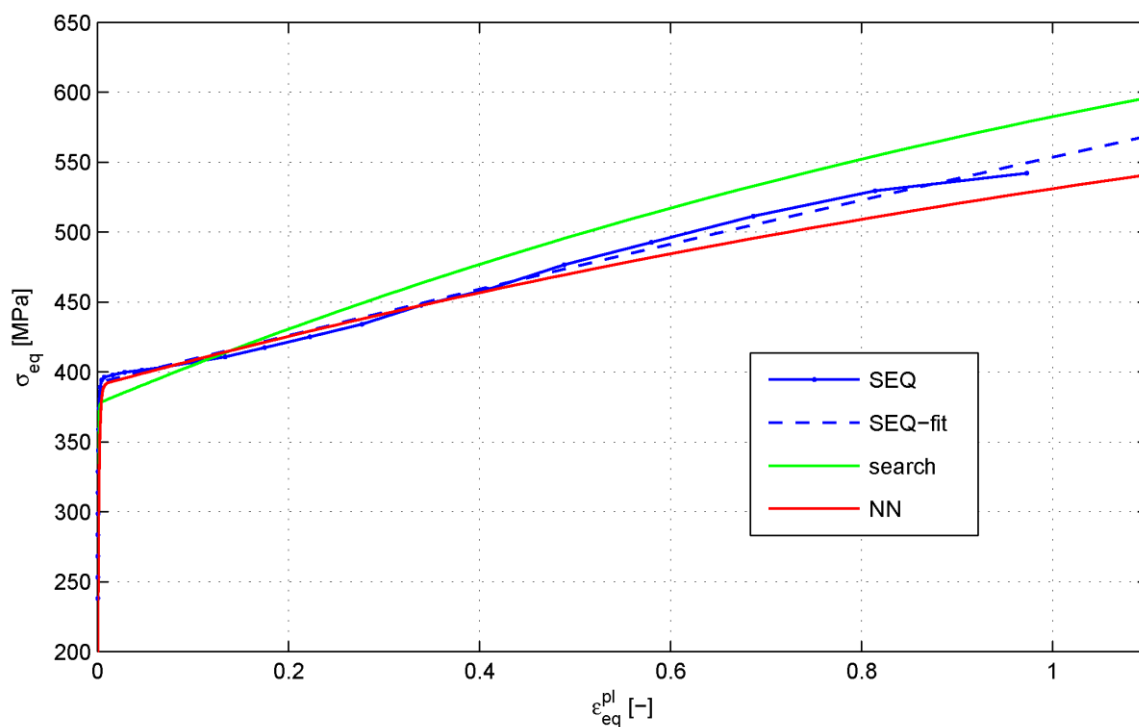
Obr. A 4: Porovnání $F(\Delta L)$ odezev - mat. GB6



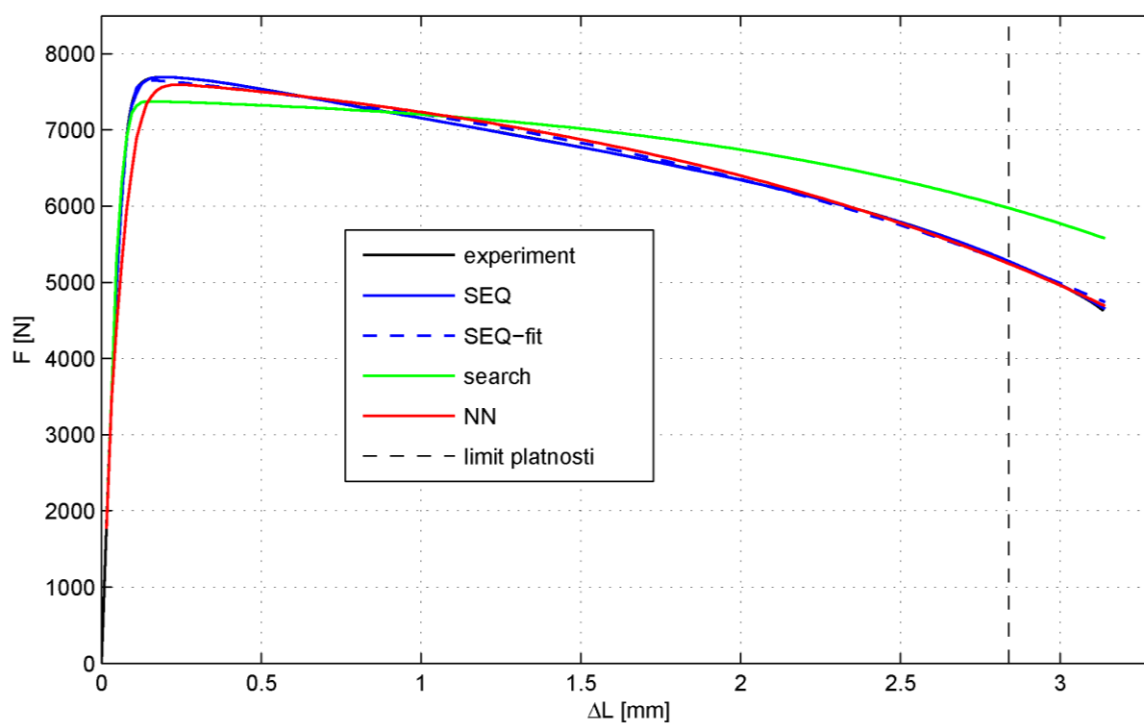
Obr. A 5: Porovnání křivek zpevnění - mat. AISI 304



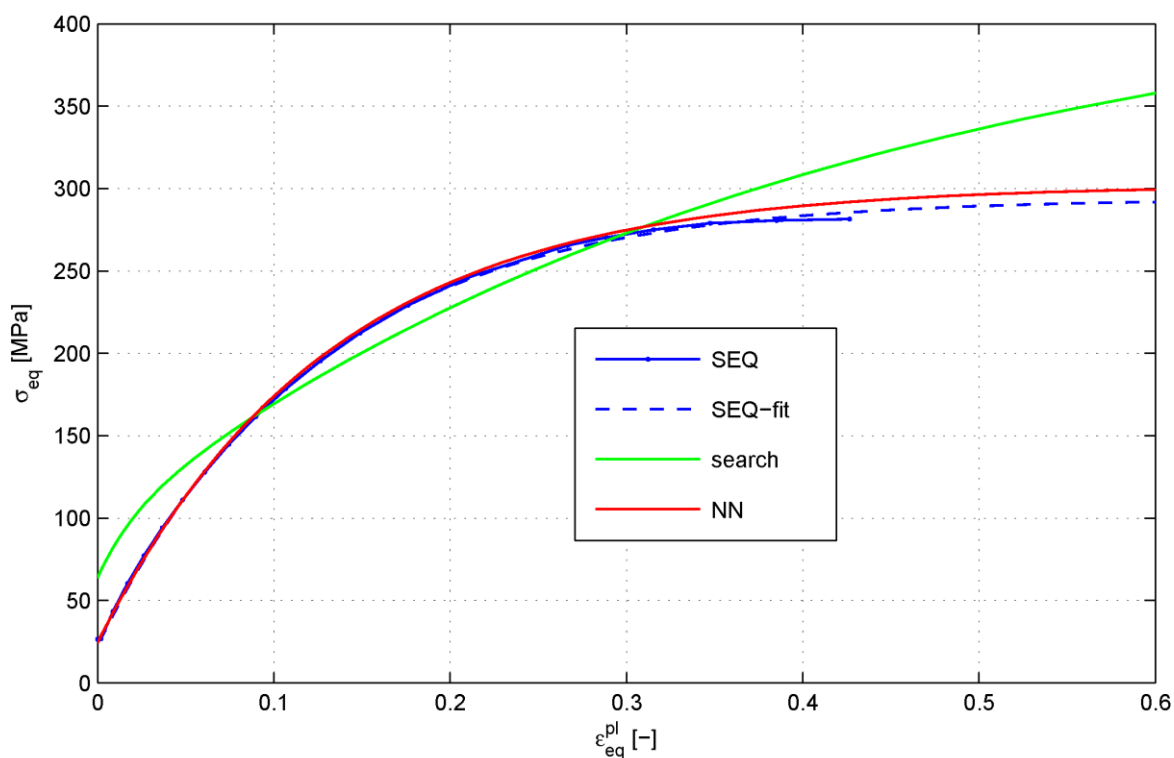
Obr. A 6: Porovnání $F(\Delta L)$ odezev - mat. AISI 304



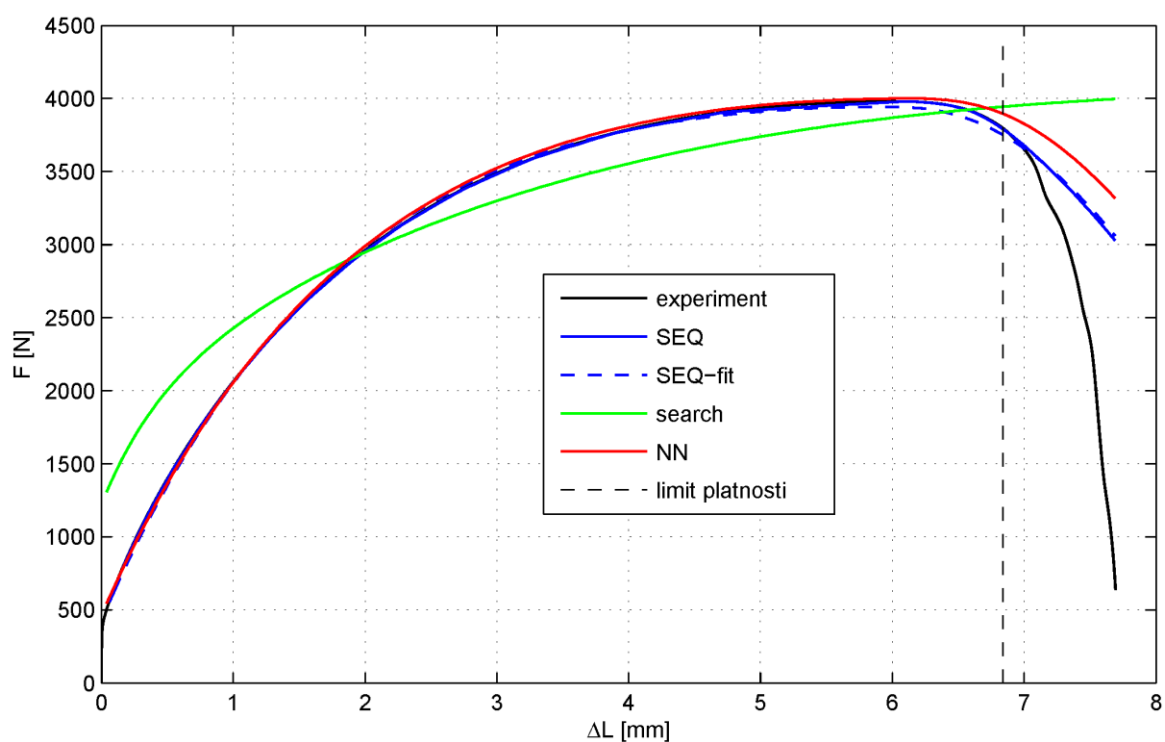
Obr. A 7: Porovnání křivek zpevnění - mat. Cu



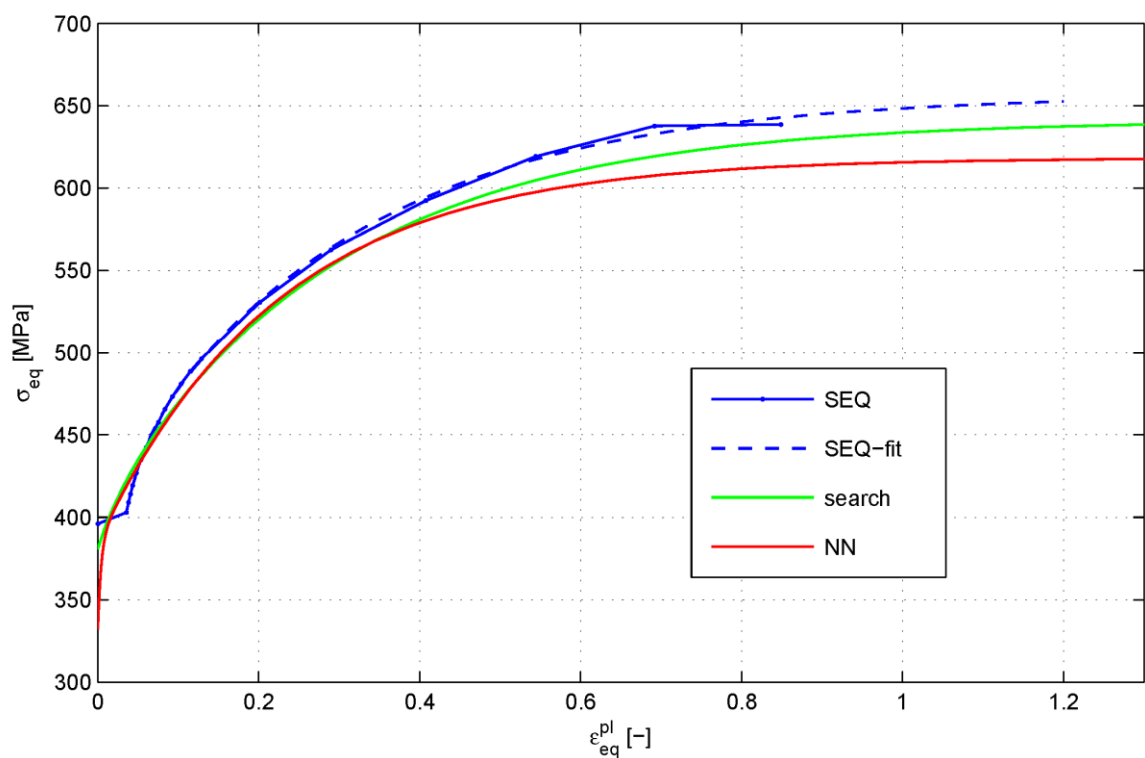
Obr. A 8: Porovnání $F(\Delta L)$ odezev - mat. Cu



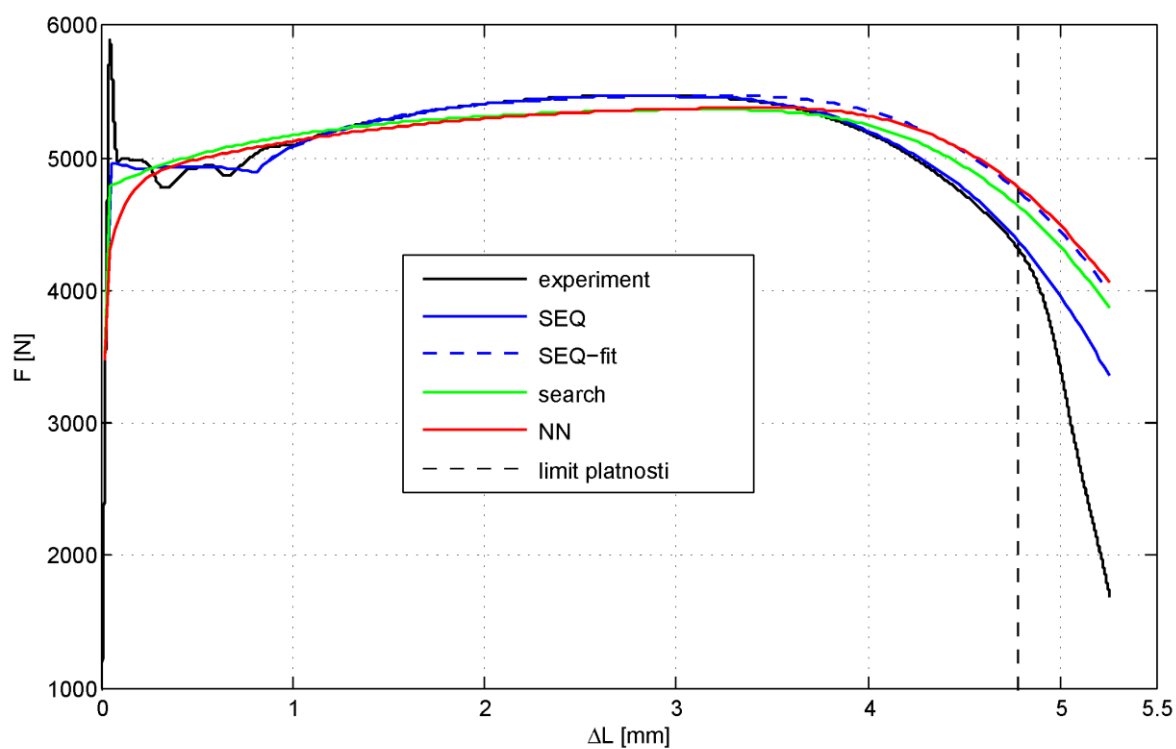
Obr. A 9: Porovnání křivek zpevnění - mat. Cu žíhaná

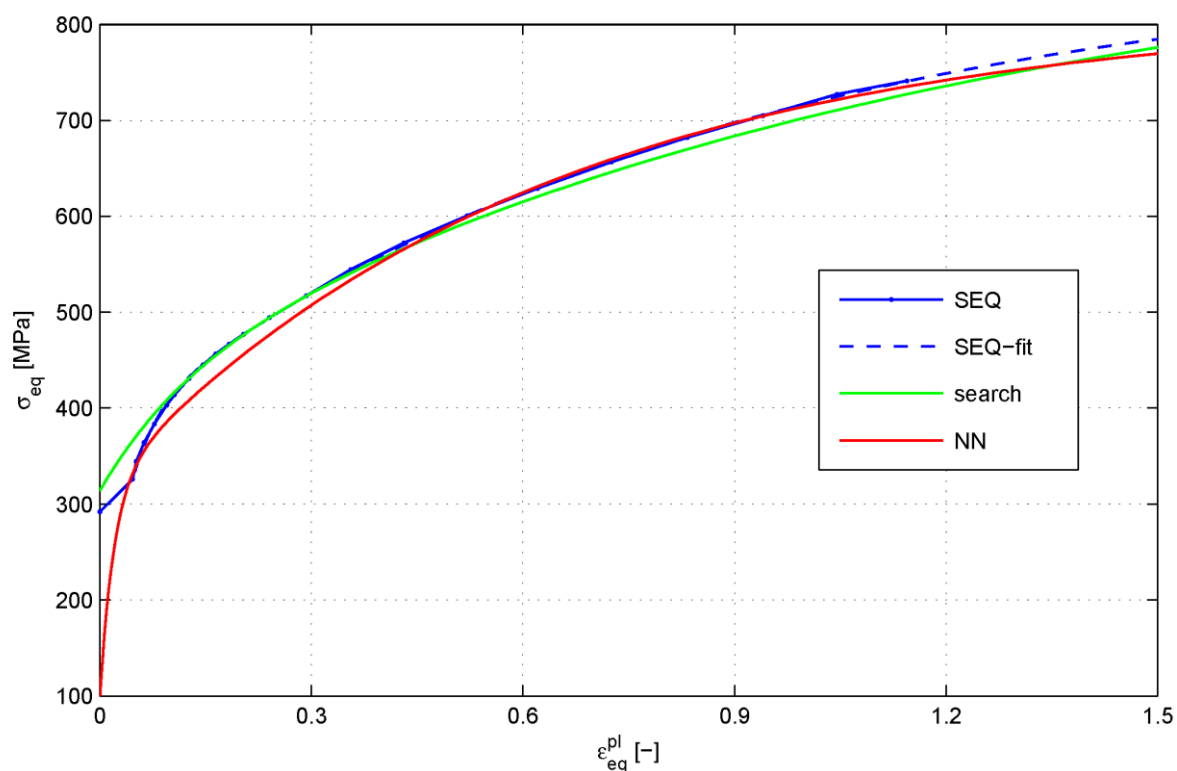


Obr. A 10: Porovnání $F(\Delta L)$ odezev - mat. Cu žíhaná

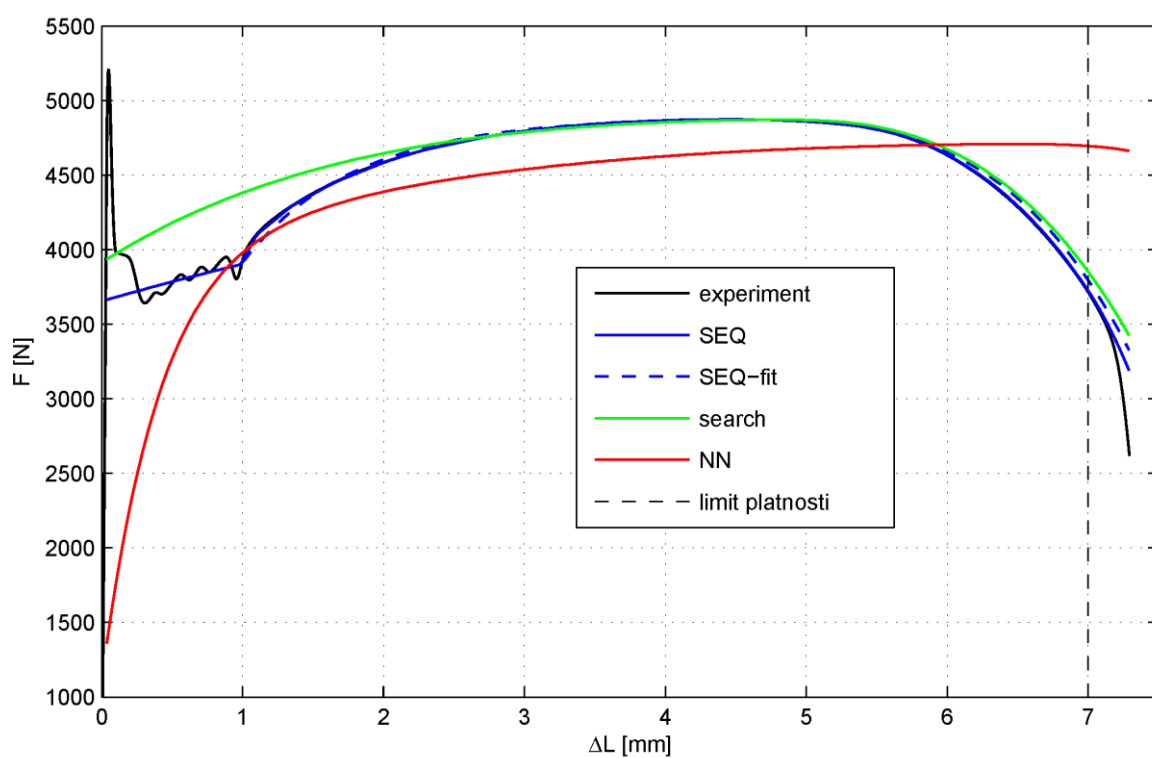


Obr. A 11: Porovnání křivek zpevnění - mat. No. 2

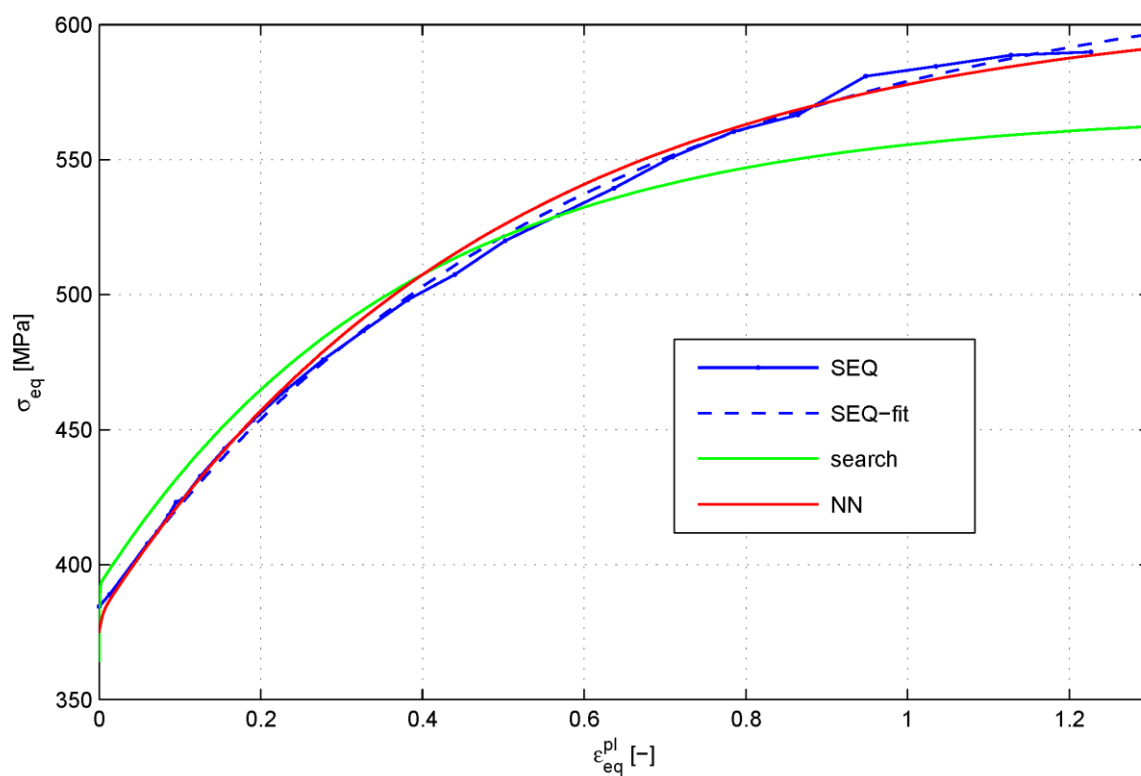
Obr. A 12: Porovnání $F(\Delta L)$ odezev - mat. No. 2



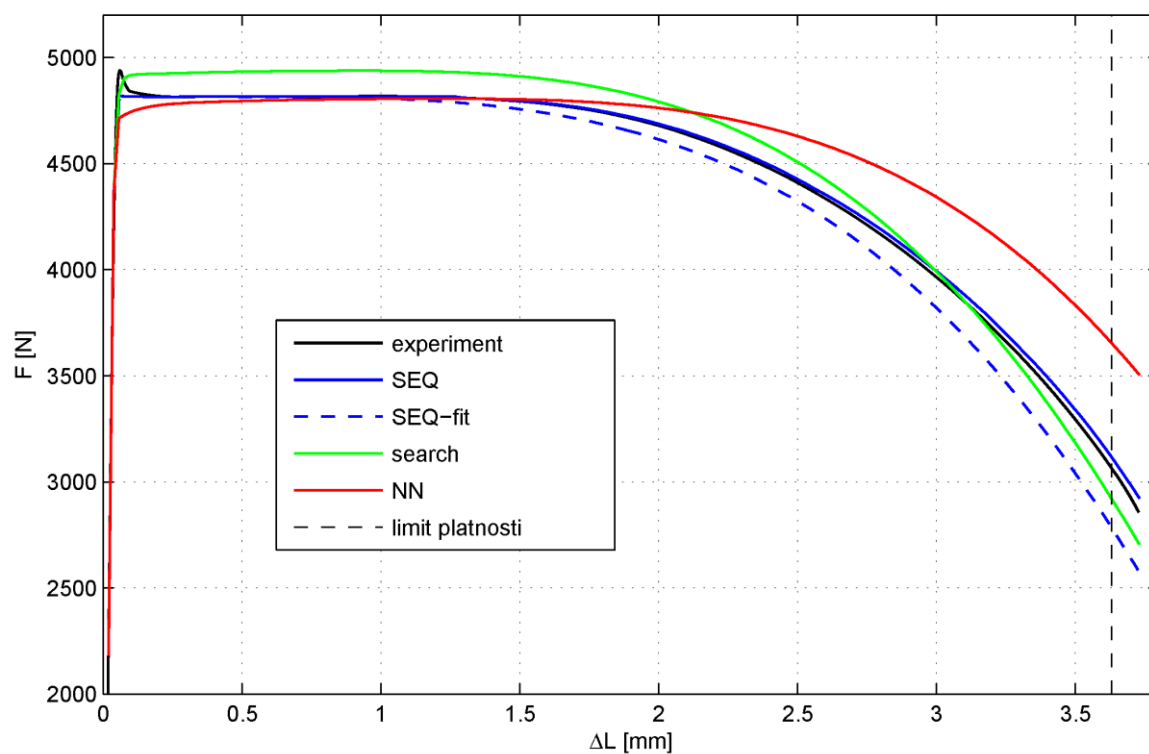
Obr. A 13: Porovnání křivek zpevnění - mat. No. 3



Obr. A 14: Porovnání $F(\Delta L)$ odezev - mat. No. 3



Obr. A 15: Porovnání křivek zpevnění - mat. No. 8

Obr. A 16: Porovnání $F(\Delta L)$ odezev - mat. No. 8

Příloha B: Elektronická příloha

Součástí této publikace je přiložené CD, které obsahuje:

- ✓ elektronickou verzi této práce
- ✓ záznam tahové zkoušky hladkého válcového vzorku oceli 12 050 (soubor *fd_12050.dat*)
- ✓ složku *MLR korekce*, obsahující vstupní data a m-skript pro Matlab, který provede korekci křivky zpevnění oceli 12 050
- ✓ složku *Sekvenční identifikace*, obsahující m-skript pro přípravu vstupních dat do algoritmu SEQ (*input_data_processing_seq_12050.m*) a APDL makro pro samotnou sekvenční identifikaci křivky zpevnění oceli 12 050 (*seq_12050.mac*), včetně vstupních souborů
- ✓ složku *Neuronová síť*, která obsahuje m-skript pro vytvoření náhodných kombinací parametrů KZ, jako prvků trénovací databáze (*dp_voce_LHS.m*) a APDL makro pro výpočet odpovídajících odezev a vytvoření samotné trénovací databáze (*nn_vy.mac*)
- ✓ složka *Neuronová síť* dále obsahuje zde použitou trénovací databázi neuronové sítě, obsahující 10000 designpointů a m-skripty pro přípravu vstupů a samotné učení neuronové sítě (*dp_voce_data_processing.m* a *NN_voce.m*)