VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

NUMERICKÁ SIMULACE PORUŠOVÁNÍ KERAMICKÝCH PĚN PŘI MECHANICKÉM ZATÍŽENÍ

NUMERICAL SIMULATION OF FAILURE OF CERAMIC FOAMS UPON MECHANICAL LOADING

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE — **Bc. Jiří Hanák**
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — **Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.**
SUPERVISOR

BRNO 2019

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	**Bc. Jiří Hanák**
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	**Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.**
Akademický rok:	2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Numerická simulace porušování keramických pěn při mechanickém zatížení

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Hlavní náplní práce bude studium a simulace porušení reálné, mechanicky zatížené pěny s otevřenou strukturou buněk na bázi keramik a predikce kritického zatížení vedoucího k jejímu porušení. K numerickým simulacím porušení bude využito metody konečných prvků a realistického 3D modelu vytvořeného z CT scanu reálné pěnové struktury. Výsledky numerického modelu budou konfrontovány s experimentálním měřením pevnosti reálných pěn v tahu, tlaku, případně ohybu. Porozumění podmínkám pro vznik porušení keramických pěnových struktur při různých způsobech mechanického zatížení a schopnost predikce její odolnosti vůči tomuto zatížení jsou nezbytné pro jejich bezpečné použití u mechanicky zatěžovaných komponent.

Cíle diplomové práce:

1) Provést rešerši v oblasti modelování a simulací porušování pěnových materiálů se zaměřením na modelování vzniku a šíření porušení pěnovou strukturou.
2) S využitím SW Ansys vytvořit 3D numerický model pravidelné (Kelvinovy) pěnové struktury a na submodelu jedné buňky detailněji analyzovat (s využitím zvoleného kriteria) kritické zatěžovací podmínky nutné pro porušení trámečku pěnové struktury a vliv velikosti použitých elementů na predikci tohoto porušení.
3) S využitím jazyka APDL v SW Ansys a zvoleného kriteria definujícího vznik porušení naprogramovat simulaci tahové/tlakové, případně ohybové zkoušky (z bodu 2 vytvořené) pravidelné pěnové struktury, zohledňující postupné porušování kriticky zatížených trámečků vedoucí až k finálnímu rozdělení modelu tělesa.
4) Provést simulaci mechanické zkoušky reálné keramické pěny, jejíž model bude vytvořený na základě CT snímků skutečného vzorku s cílem predikovat kritické zatížení při porušení vzorku a výstupy numerických simulací porovnat s dostupnými experimenty.
5) Definovat obecná doporučení pro modelování a predikci porušení křehkých pěnových materiálů z pohledu co nejnižší možné výpočetní náročnosti.

Seznam doporučené literatury:

ANSYS Inc, ANSYS Release 18.2 User´s Manual, Swanson Analysis Sys. Inc, Pensylvania 2016.

ANDERSON, T. L., Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, 3rd Ed., Taylor & Francis 2005.

DLOUHÝ, I., Z. CHLUP, H. HADRABA, and L. REHOREK, Response of Alumina Foam to Tensile Mechanical Loading Including Stress Concentrator Effect, Procedia Materials Science, 12, 106-111. 2016.

WEISSGRAEBER, P., D. EGUILLON, and W. BECKER, A review of Finite Fracture Mechanics: crack initiation at singular and non-singular stress raisers , Arch Appl Mech, 86, 375-401. 2016.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu	doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá numerickou simulací porušování keramických pěn s otevřenou strukturou buněk a porozumění podmínek pro vznik porušení při různých způsobech mechanického namáhání. Pro tyto účely bylo využito tzv. sdružené energeticko-napěťové kritérium. Motivací práce bylo vytvořit model schopný co nejpřesnější predikce pevnosti keramické pěny při mechanickém zatížení v porovnání s experimentem. První část práce je věnována výkladu teoretických pokladů nutných pro řešení daného problému. Konkrétně jsou zmíněny způsoby modelování pěnových materiálů, základy lineární elastické lomové mechaniky (LELM) a podstata sdruženého energeticko-napěťového kritéria použitého pro definici iniciace trhliny. V druhé části práce jsou provedeny numerické MKP analýzy, jejichž výsledkem je stanovení podmínek nutných pro vznik porušení trámečku pěnové struktury. Tyto poznatky byly následně využity pro sestavení algoritmu numerické simulace mechanické zkoušky pěnového materiálu s pravidelnou architekturou buněk. Výstupy numerických simulací jsou v závěru práce porovnány s výsledky z experimentů (tlakových zkoušek) provedených na reálných Al_2O_3 pěnách připravených 3D tiskem a poskytnutých Ústavem fyziky materiálů Akademie věd České republiky. Lze konstatovat, že bylo dosaženo dobré shody mezi výsledky obou přístupů a predikce mechanické pevnosti keramické pěny poskytovaná vytvořeným modelem je zatím nejpřesnějším odhadem z dosud publikovaných přístupů.

KLÍČOVÁ SLOVA

MKP, keramická pěna, lomové kritérium, porušení, experiment, sdružené energeticko-napěťové kritérium

ABSTRACT

The master's thesis deals with a numerical simulation of failure of ceramic foams with open-cell structure and with understanding of conditions required for the failure of the structure under various mechanical loading conditions. To this purpose, the so-called stress-energy coupled criterion was utilized. The motivation for this thesis was to create a model able of the most accurate prediction of the ceramic foam strength in comparison with experimental observations. First part of the thesis is focused on the theoretical background required for solving the problem. More specifically there are mentioned methods of the foam material modelling, Linear Elastic Fracture Mechanic (LEFM) and coupled stress-energy criterion used for definition of the crack initiation. In the second part of the thesis, numerical Finite Element Analyses (FEA) whose main purpose was to determine critical conditions necessary for the initiation of strut failure within the foam structure, were performed. These pieces of knowledge were then used for creation of the numerical simulation algorithm of the mechanical test of foam material with regular cell pattern. Outputs of numerical simulations were at the end of this work compared with experimental results (of the compression test) made on the real Al_2O_3 foams prepared by 3D printing technology and provided by the Institute of Physics of Materials Czech Academy of Science. It can be concluded that a good agreement between results of both approaches was reached and the prediction of the ceramic foam mechanical strength using the developed model is in the meanwhile the most accurate estimation from recently published approaches.

KEY WORDS

FEM, ceramic foam, fracture criterion, failure, experiment, coupled stress-energy criterion

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

HANÁK, Jiří. *Numerická simulace porušování keramických pěn při mechanickém zatížení.* Brno, 2019. Dostupné také z: https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/117071. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Oldřich Ševeček.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma *Numerická simulace porušování keramických pěn při mechanickém zatížení* vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce Ing. Oldřicha Ševečka, Ph.D. a s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu použitých zdrojů.

V Brně dne 24. 5. 2019

Jiří Hanák

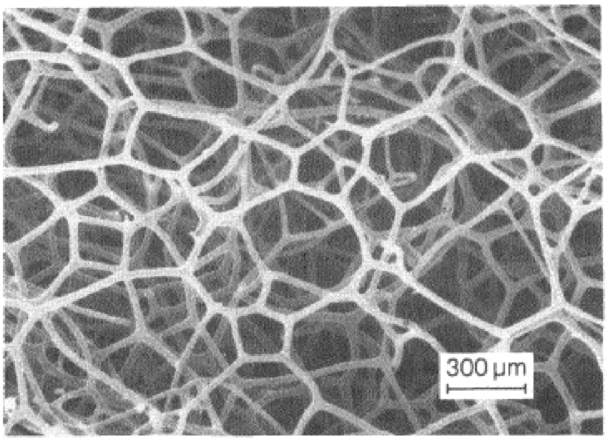
PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval svému vedoucímu diplomové práce Ing. Oldřichu Ševečkovi, Ph.D., za ochotu, cenné rady, připomínky a skvělé vedení. Dále bych rád poděkoval panu Ing. Zdeňku Chlupovi, Ph.D. z Ústavu fyziky materiálů AV ČR, za poskytnuté výsledky z experimentů. V neposlední řadě patří mé díky rodině a přátelům, kteří mi byli po dobu studia vždy oporou.

OBSAH

1 ÚVOD

Tato práce se zabývá problematikou keramických pěn, které se řadí do skupiny porézních materiálů. V minulosti byla porozita v materiálu vnímána jako problematická a nežádoucí [1]. Avšak při detailním pohledu na struktury materiálů běžně se vyskytující v přírodě bylo zjištěno, že porézní struktura se mezi nimi vyskytuje ve značném měřítku. Lze předpokládat, že se nejedná o výsledek náhodných událostí, ale naopak o záměrný evoluční a optimalizační proces [1]. V přírodě se tak vyskytuje řada materiálů s touto strukturou. Příkladem může být dřevo, které tvoří podporu celému stromu či kosti, které poskytují člověku nebo zvířeti lehký, ale zároveň tuhý rám držící jeho tělo v jednom celku. Porézní strukturu korků či hub si lze vysvětlit jako potřebu optimalizovat transport tekutin, zlepšit tepelnou izolaci nebo zvýšit povrchovou plochu [2]. Je tedy zřejmé, že porézní struktura objektů v přírodě jim napomáhá plnit specifické funkce a zároveň odolat mechanickému zatížení od okolí. Příklad přírodní porézní struktury je zobrazen na obr. 1.1.



Obr. 1.1 Příklad porézní struktury materiálu v přírodě – mořská houba; převzato z [1].

Je však lidstvo schopné cíleně vyrábět takovéto porézní materiály, kterým by jejich struktura přinášela řadu nových možností oproti běžným monolitickým materiálům? Odpovědí na otázku se zdá být ano. V současné době lze vyrábět porézní materiály z plastu, kovu, keramiky, a dokonce i skla [2]. Známé jsou hlavně polymerní porézní materiály, které se používají od recyklovatelných hrníčků na kávu, přes polstrování nábytku až po dielektrické vrstvy pro elektronický a mikroelektronický průmysl [3]. Kovové porézní materiály jsou využívány například pro absorpci kinetické energie při nárazu nebo jako výměníky tepla.

Keramické pěny vykazují vysoký poměr pevnosti ku hmotnosti, vysokou propustnost, velký povrch a dobré izolační vlastnosti. Mají poměrně širokou škálu uplatnění v různých oblastech. Používají se například pro vysokoteplotní filtry roztavených kovů, izolační materiály nebo také jako náhrada kostní tkáně [4], [5]. Ačkoliv primární funkcí u řady těchto aplikací není funkce mechanická, mnoho z nich vyžaduje odolnost a spolehlivost vůči mechanickému namáhání. Nevýhodou keramických pěn a obecně porézních materiálů je obtížnost sestavit spolehlivý model pro predikci materiálových vlastností z důvodu vysoké složitosti geometrie materiálu a jeho nepravidelnosti. Existují různé přístupy, jak tyto materiály modelovat na různých úrovních a každý z nich má svá pozitiva i negativa. Spolehlivá predikce porušení dané pěnové struktury při mechanickém zatížení tak stále zůstává otevřeným problémem. Modelování pěnových materiálů s uvážením maximálních detailů reálné struktury (např. s využitím CT technologie) je totiž velmi hardwarově náročné (z důvodu nutnosti použít velmi jemnou síť pro postihnutí napěťových koncentrátorů) a umožňuje tak modelování pouze malých objemů. Na druhou stranu příliš zjednodušené modely jako například ty založené na nosníkových prvcích neposkytují informace o spoustě detailů a jejich výstupy jsou tak pouze orientační. Bylo by tedy žádoucí mít k dispozici model s vypovídací schopností toho nejdetailnějšího, ale s výpočetní náročností významně nižší. Tento úkol je tedy i hlavním cílem této práce.

Ta se bude primárně zabývat numerickou simulací porušování keramických pěn s otevřenou strukturou buněk a porozumění podmínek pro vznik porušení při různých způsobech mechanického namáhání při využití tzv. sdruženého energeticko-napěťového kritéria, které plyne z koncepce nově rozvíjejícího se oboru tzv. „konečné lomové mechaniky“ (Finite Fracture Mechanics). Cílem práce je vytvořit model schopný dostatečně přesné predikce pevnosti pěny při mechanickém zatížení v porovnání s experimentem. Získané poznatky umožní následně bezpečné nasazení keramických pěn u mechanicky zatěžovaných komponent a kontrolovaný návrh jejich vnitřní struktury pro konkrétní aplikaci.

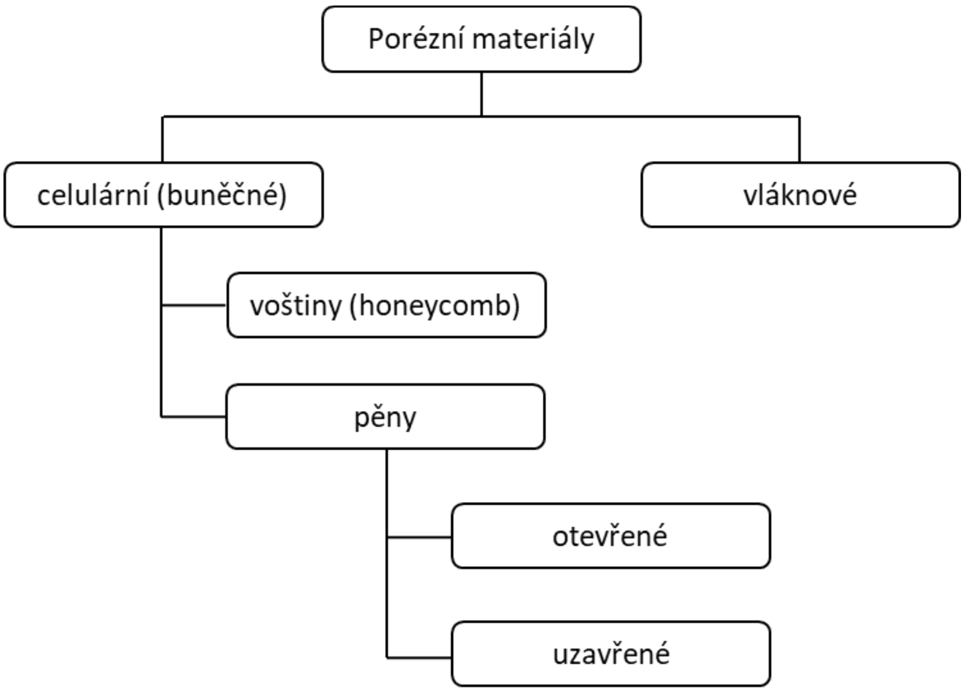
V úvodních kapitolách diplomové práce je pojednáno obecně o keramických pěnových materiálech. Je nastíněno jejich zařazení do skupiny porézních materiálů, jsou podrobněji rozebrány jejich vlastnosti, způsoby výroby a aplikace a jsou zmíněny různé způsoby modelování pěnových materiálů. Další část práce se věnuje výkladu teoretických podkladů, které byly využity pro vypracování této práce. Konkrétně je zde rozebrána lineární elastická lomová mechanika (LELM) a jsou vysvětleny teoretické základy tzv. sdruženého energeticko-napěťového kritéria. Poté již následují kapitoly obsahující výpočtové modelování za využití MKP výpočtu. Nejdříve je sestaveno kritérium definující podmínky nutné pro vnik porušení trámečku pěnové struktury. Této podmínky je pak následně využito při sestavení algoritmu pro simulaci porušovaní keramických pěn zohledňující postupné porušování trámečků pěnové struktury vedoucí až k jejímu finálnímu porušení (rozdělení modelu tělesa na 2 části).

2 KERAMICKÉ PĚNY

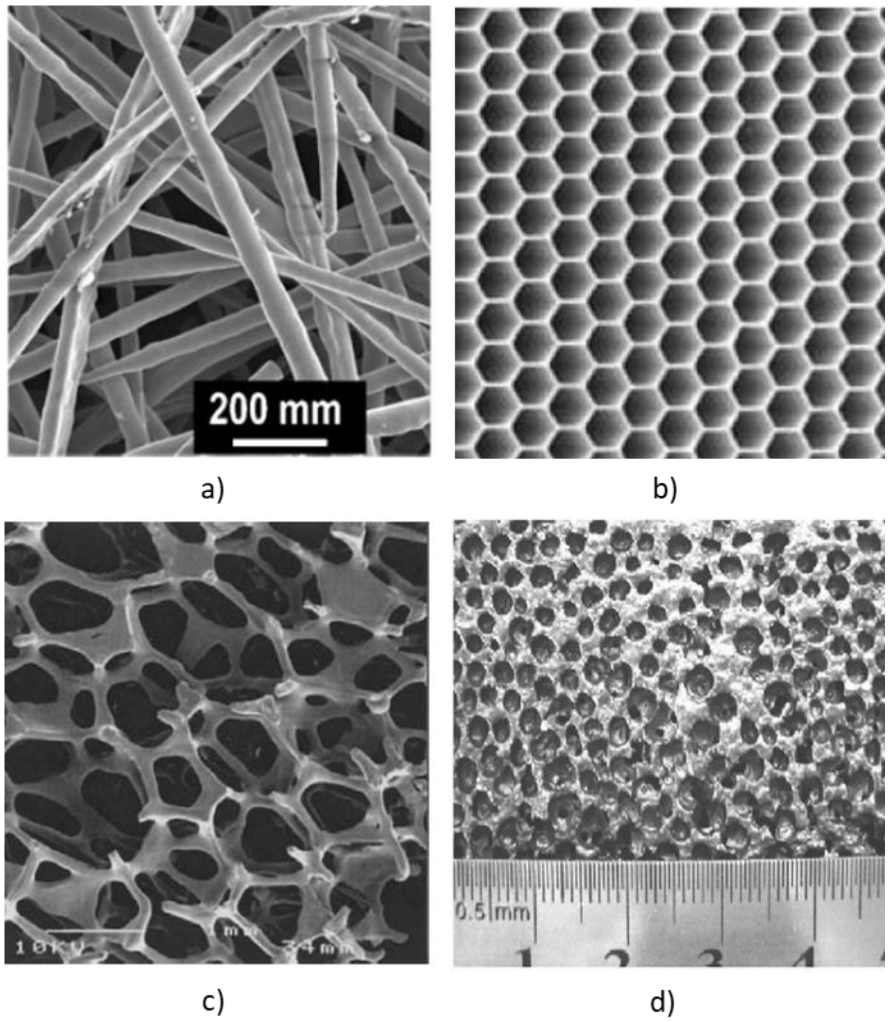
2.1 Porézní materiály – klasifikace a jejich dělení

Porézní materiály, jak již název napovídá, jsou materiály, které obsahují ve své struktuře vysoké množství pórů (vakancí). Dělí se na vláknové a celulární (buněčné) materiály. Struktura vláknových porézních materiálů je tvořena navzájem propojenými vlákny z daného materiálu vytvářející síť (ukázka na obr. 2.2a). Vláknové porézní materiály nacházejí uplatnění například jako izolace v systému tepelné ochrany raketoplánů – viz [1]. Celulární porézní materiály jsou tvořeny propojenou sítí trámečků nebo desek z nosného materiálu, které tvoří hrany a plochy buněk [2].

Nejjednodušší celulární strukturou je 2D pole mnohoúhelníků uspořádaných tak, aby vyplňovaly rovinnou plochu. Takovéto struktuře se říká voštiny (anglicky „honeycomb“), protože svým tvarem připomínají včelí plástve (ukázka na obr. 2.2b). Pokud je celulární struktura tvořena 3D polem mnohostěnů (buněk), říká se jí pěna. Celulární pěny se dále dělí na další podkategorie. Pokud se nosný materiál tvořící pěnu vyskytuje pouze na hranách buněk, jedná se o pěnu s otevřenou strukturou buněk (ukázka na obr. 2.2c). Pokud jsou přítomny i stěny buněk tvořené nosným materiálem, které způsobí, že jednotlivé buňky jsou od sebe navzájem izolovány, jedná se o pěnu s uzavřenou strukturou buněk (ukázka je zobrazena na obr. 2.2d). Samozřejmě pak mohou existovat i částečně otevřené a částečně uzavřené pěny [2], [1]. Schéma rozdělení porézních materiálů sestavené s ohledem na jejich vnitřní architekturu je na obr. 2.1.



Obr. 2.1 Schéma rozdělení porézních materiálů s ohledem na jejich vnitřní architekturu.



Obr. 2.2 Příklady porézních keramických materiálů: a) vláknový [6]; b) voština (honeycomb) [7]; c) pěna s otevřenou strukturou buněk [7]; d) pěna s uzavřenou strukturou buněk [8].

Vlastnosti celulárních materiálů přímo závisí na tvaru a struktuře buněk [2]. Jejich cílem je vytvářet tuhé, pevné a nosné konstrukce za použití co nejmenšího množství materiálu, nebo, je-li to požadováno, vytvářet co nejlehčí konstrukce [7].

Diplomová práce se konkrétně zabývá keramickými pěnami s otevřenou strukturou buněk, a proto jsou následující kapitoly vypracovány se zaměřením na tuto skupinu materiálů.

2.2 Vlastnosti a aplikace keramických pěn

Jednou z nejdůležitějších vlastností keramických pěn je její relativní hustota definovaná jako podíl ρ/ρ_s, kde ρ je hustota pěny a ρ_s je hustota materiálu, ze kterého je pěna vyrobena (index s je z anglického solid neboli pevný, tuhý). Další neméně důležitou charakteristikou je pórovitost pěny, která je definována jako $(1 - \rho/\rho_s)$ [2]. Keramickými pěnami se rozumí materiály s pórovitostí větší než $70 \div 75$ % ([2], [9]). Z toho důvodu je potřeba modelovat keramické pěny odlišně, nežli tomu je u klasických monolitických materiálů. Na jednu stranu je možné se zabývat pěnovými materiály z pohledu klasických metod mechaniky – jako na prostorovou prutovou konstrukci. Na druhou stranu je potřeba analyzovat pěnový materiál také jako celek, to znamená jako strukturu se svými vlastními efektivními vlastnostmi umožňující přímé srovnání s monolitickými materiály [7].

Buňky pěnového materiálu mohou být pravidelné nebo mohou vykazovat náhodný charakter, a to jak ve velikosti, tvaru či rozložení [6]. Porézní struktura materiálů nabízí unikátní vlastnosti, které nemohou vykazovat tradiční materiály s nízkým podílem pórovitosti [10]. Většina keramických materiálů je za normálních teplot inherentně křehká. Důvodem je iontově-kovalentní vazba mezi atomy tvořící strukturu materiálu. Z tohoto důvodu se keramické materiály porušují nejčastěji křehkým lomem.

Keramické pěny kombinují vlastnosti keramických materiálů s vlastnostmi, které přináší porézní struktura. Kombinace těchto vlastností je uvedena v tab. 2.1.

Tab. 2.1 Přehled vlastností keramických pěnových materiálů [10].

Keramický materiál	**Pěnová struktura materiálu**
• vysoká teplota tavení • přizpůsobitelné elektrické vlastnosti • vysoká korozivzdornost • odolnost proti opotřebení	• nízká tepelná kapacita a vodivost • propustnost tekutin a plynů • velký povrch • nízká hustota • vysoká specifická pevnost • nízká dielektrická konstanta

Velkou výhodou keramických pěn je možnost upravení jejich vlastností pro specifickou aplikaci dle aktuálních požadavků. To lze provést např. úpravou složení a struktury porézní keramiky. Významný vliv na vlastnosti materiálu mají změny mezi otevřenou a uzavřenou strukturou buněk, změny v rozložení velikostí pórů, případně změny v tvarech a struktuře [10].

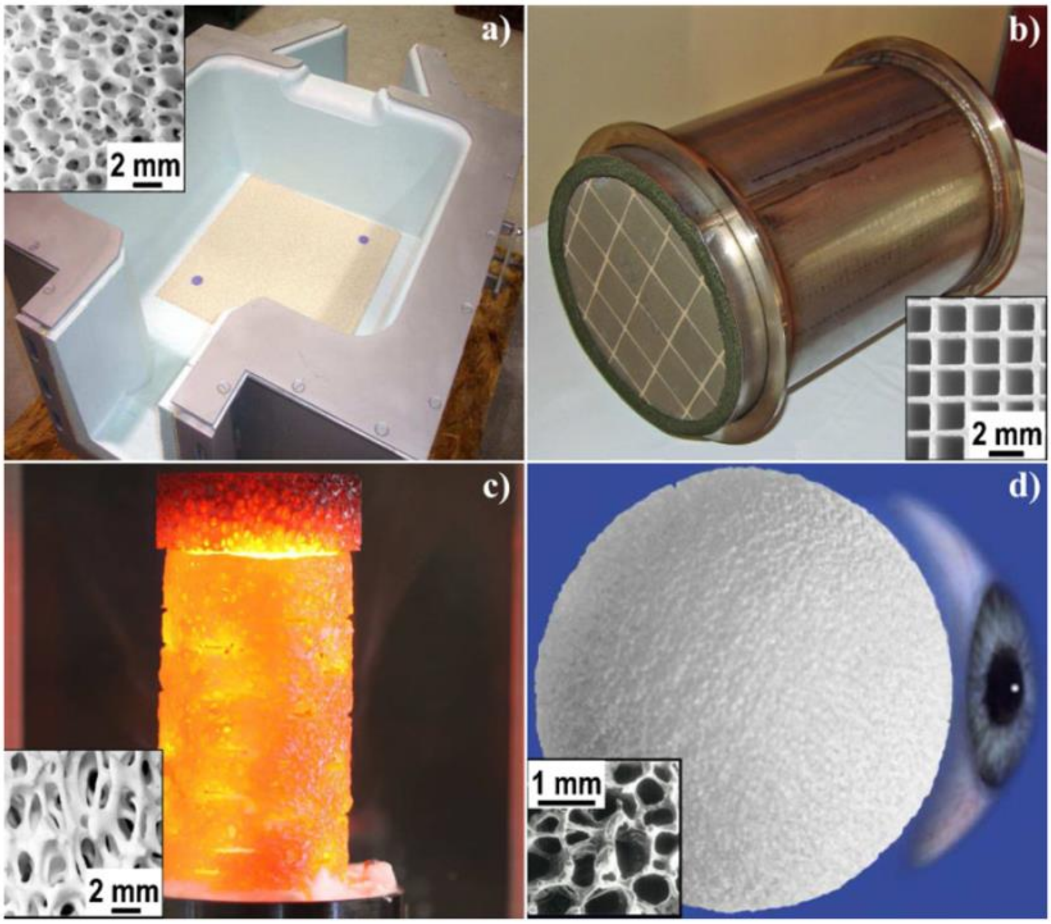
Pro spolehlivé použití keramických pěnových materiálů je důležité znát jeho materiálové charakteristiky. Ať už se jedná o konstrukční aplikaci, nebo aplikaci, kde není primárním úkolem keramické pěny přenášet zatížení. Mechanické charakteristiky popisující keramickou pěnu jsou [7]:

- Youngův model pružnosti v tahu E
- Poissonův poměr μ
- lomová houževnatost K_{Ic}
- pevnost v tahu $\sigma_{Fr,t}$
- pevnost v tlaku $\sigma_{Fr,d}$
- tepelný odpor R_t
- koeficient teplotní roztažnosti α_t

Materiály, které se běžně využívají pro výrobu konstrukční keramiky, jsou nitrid křemíku (Si_3N_4), karbid křemíku (SiC), oxid zirkoničitý (ZrO_2), karbid bóru (B_4C) a oxid hlinitý (Al_2O_3) [11].

Mezi nejznámější aplikace keramických pěnových materiálů patří:

1. filtry roztavených kovů (články [12], [13])
2. tepelná izolace (kniha [2])
3. filtrace částic z výfukových plynů dieselových motorů (kniha [7])
4. katalytický substrát v katalytických reakcích (kniha [7], článek [14])
5. porézní implantáty v oblasti biomateriálů, náhrada kostní tkáně (články [15], [16])
6. porézní hořáky ve spalovacích procesech pro úsporu energie a snížení emisí CO_2 a NO_x (kniha [7], článek [17])



Obr. 2.3 Ukázka aplikací porézních keramických materiálů: a) filtr roztavených kovů; b) filtr částic výfukových plynů v dieselovém motoru; c) radiální porézní hořák; d) porézní implantát; převzato ze zdroje [6].

Podrobný přehled možných aplikací keramických pěnových materiálů je pak uveden například v literatuře [7].

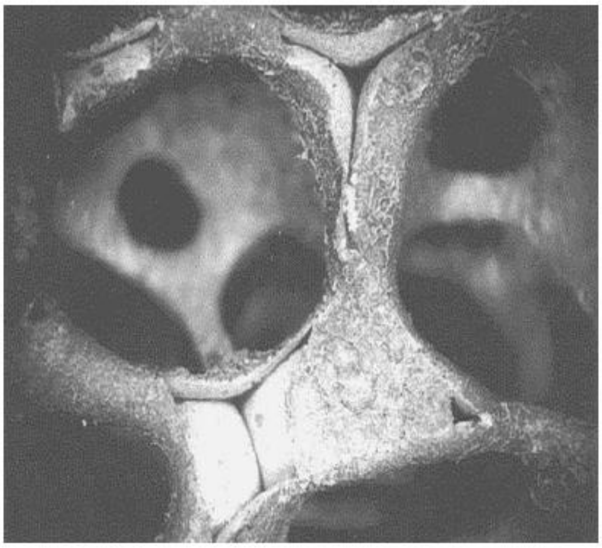
2.3 Výroba keramických pěn

Díky rozdílným požadavkům na vlastnosti keramických pěnových materiálů existuje celá řada metod jejich výroby. Žádnou z metod však nelze označit za dostatečně flexibilní a univerzální, aby bylo možné podle jedné metody vyrobit všechny požadované pěnové struktury [7]. V následujících kapitolách jsou uvedeny čtyři základní metody výroby:

1. Replikační metoda
2. Metoda obětování šablony
3. Metoda přímého pěnění
4. Výroba 3D tiskem (aditivní technologie)

2.3.1 Replikační metoda

Replikační metoda je založena na replikaci (reprodukci) porézní polymerní pěny. Princip spočívá v nanesení keramické suspenze na polymerní pěnu. Následuje sušení a slinování[1] keramiky, které zároveň způsobí odstranění původní šablony (polymerní pěny). Jedná se o jednu z nejstarších metod výroby. Nevýhodou této metody je, že po jejím provedení zůstávají duté a často i poškozené trámečky (viz obr. 2.4). To může mít za následek výrazné snížení mechanických vlastností finální pěny. Její výhodou však je možnost výroby ve velkém množství za relativně nízkou cenu [7], [10]. Ukázka keramické pěny vyrobené replikační metodou je na obr. 2.2c a princip výroby je pak zachycen na obr. 2.5.



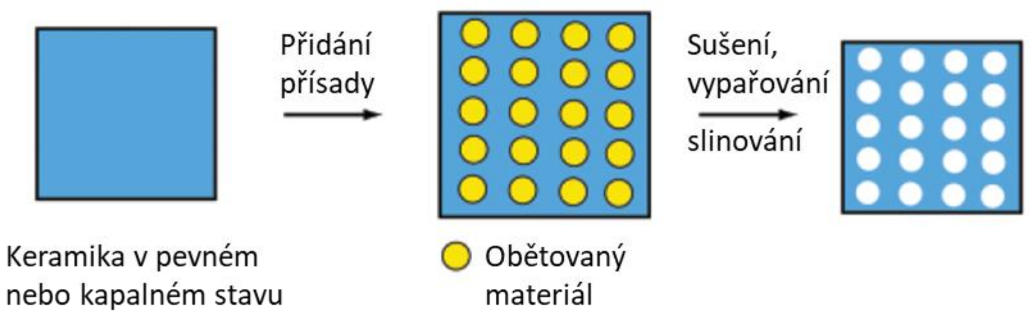
Obr. 2.4 Trámečky keramické pěnové struktury vyrobené replikační metodou, lze si všimnou jejich duté struktury; převzato ze zdroje [7].

[1] Slinování – proces v materiálu při vysokoteplotním zpracování keramiky, při kterém je keramická suspenze (prášek) transformována na pevnou keramiku [50].

Obr. 2.5 Schéma výroby keramické pěny replikační metodou; upraveno ze zdroje [10].

2.3.2 Metoda obětování šablony

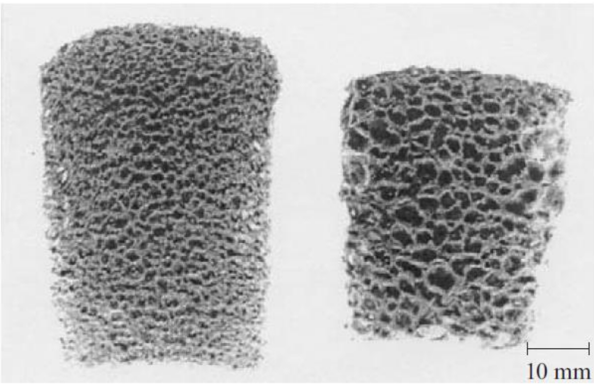
Metoda obětování šablony spočívá v začlenění přísad do keramické suspenze nebo do keramiky v kapalném stavu. Dojde tak k vytvoření dvoufázového kompozitu, který je tvořen kontinuální matricí z keramických částic a z počátku rovnoměrně rozprostřených přísad. Následně dojde k odstranění přísad (obětovaná šablona) a ke slinování keramiky. V závislosti na množství přísad může být vytvořena pěna převážně otevřená nebo uzavřená [7], [10]. Princip výroby metodou obětování šablony je znázorněn na následujícím obrázku.



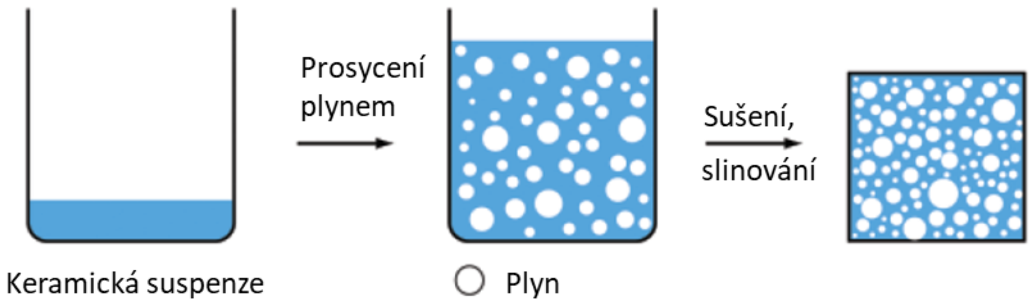
Obr. 2.6 Schéma výroby keramické pěny metodou obětování šablony; upraveno z [10].

2.3.3 Metoda přímého pěnění

Metoda přímého pěnění spočívá v prosycování keramické suspenze nebo keramiky v kapalném stavu plynem. Ve většině případů je vytvořená pěna následně slinována za vysokých teplot. Použitím této metody vzniká keramická pěna s vysokou pevností [7], [10]. Ukázka keramické pěny vyrobené touto metodou je na obr. 2.7 a na obr. 2.8 je pak zachycen princip výroby.



Obr. 2.7 Keramická pěna vyrobená přímým pěněním; převzato ze zdroje [7].



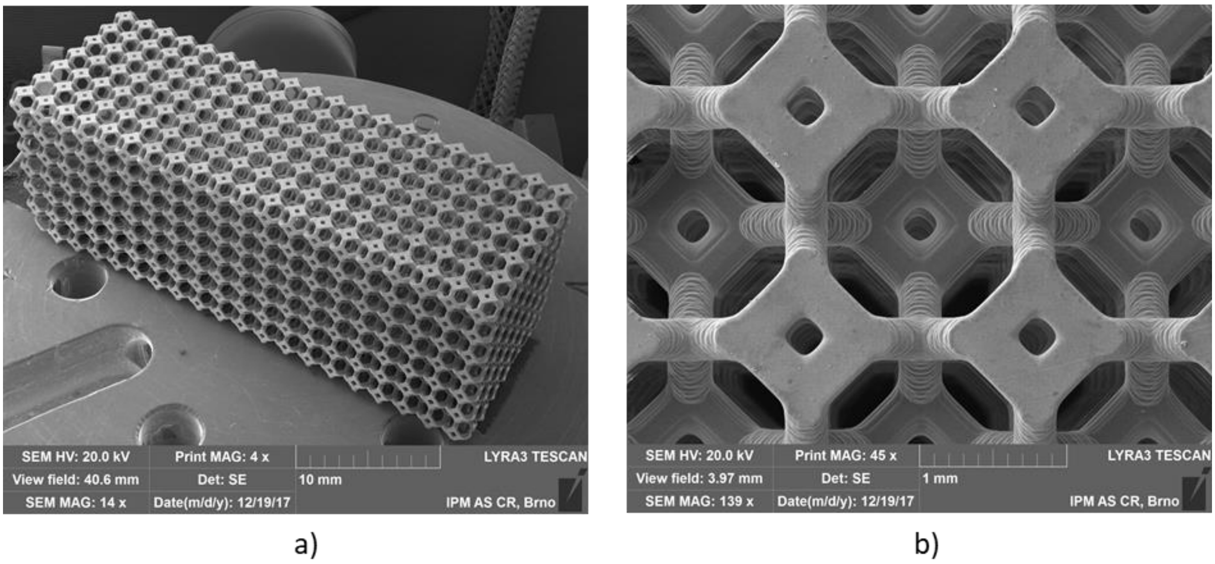
Obr. 2.8 Schéma výroby keramické pěny metodou přímého pěnění; upraveno ze zdroje [10].

2.3.4 Výroba 3D tiskem

Metoda výroby 3D tiskem, označovaná také někdy zkratkou AMT (z anglického Additive Manufacturing Technologies) umožňuje přímou výrobu 3D komponent z virtuálních modelů vytvořených pomocí CAD softwaru [6].

Jedná se o výrobu struktury, vrstvu po vrstvě, dokud není celá komponenta dokončena. V případě tisku keramických materiálů se využívá roztavení keramického prášku a pojiva. Výhodou technologie výroby z virtuálního modelu vytvořeného pomocí CAD softwaru je možnost přesné definice, jak bude struktura a každá z vyráběných vrstev vypadat. Zároveň se jedná o poměrně rychlý způsob výroby [18].

Ukázka keramické pěny s otevřenou strukturou buněk vytvořenou 3D tiskem je ukázána na obr. 2.9a. Na obr. 2.9b je pak detailní pohled na danou strukturu, kde si lze všimnou tvorby struktury vrstvu po vrstvě. Analýza porušení této struktury bude rovněž předmětem a hlavní naplní této práce.



Obr. 2.9 Keramická pěna vyrobená 3D tiskem: a) celá struktura; b) detailní pohled na tvorbu komponenty vrstvu po vrstvě – obrázek poskytnut od ÚFM AVČR Brno.

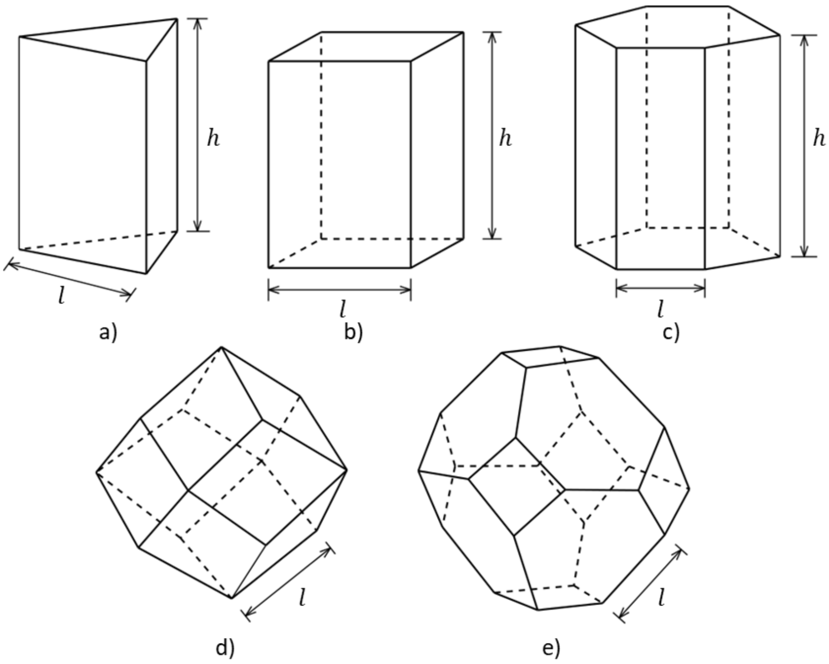
2.4 Modelování pěnových materiálů

Keramické pěny mají poměrně složitou geometrii, což má za následek obtížné vytvoření spolehlivého modelu pro určení mechanických charakteristik pěny. V následujících kapitolách jsou shrnuty možnosti modelování pěnových materiálů, se zaměřením na možné modely geometrie pěnových materiálů a na možnosti modelování mechanických charakteristik u těchto struktur.

2.4.1 Modely geometrie pěnových materiálů

U pěnových materiálů nastává problém v podobě obtížné analýzy v důsledku vysoké složitosti geometrie pěny. Většina pěnových materiálů je nepravidelných a skládají se z buněk různých velikostí a tvarů s různým počtem ploch a hran [2]. Reálné zachycení modelu geometrie je velmi obtížné a v minulosti bylo prakticky nemožné. Avšak i pěnové materiály vykazující nejvyšší stupně nepravidelnosti dodržují určitá topologická pravidla a je tak možné nahlížet na jejich strukturu jako na jeden z idealizovaných modelů geometrie, které jsou znázorněny níže [2].

V minulosti byly navrženy různé varianty idealizovaných modelů geometrie reprezentující buňku v pěnovém materiálu. Obecně se hledala geometrie, která dělí prostor na buňky stejného objemu a zároveň má co nejmenší plochu na rozhraní mezi jednotlivými buňkami [7]. Přehled navržených modelů splňující předchozí podmínky je uveden na obr. 2.10. Pěnový materiál si pak lze představit jako opakování jednoho z těchto modelů ve všech třech směrech, čímž dojde k vytvoření pěnové struktury (obr. 2.11). Pravděpodobně nejpoužívanějším modelem je čtrnáctistěn, v literatuře označován jako Kelvinova buňka (zobrazen na obr. 2.10e). Z výsledků pozorování se totiž zdá, že Kelvinova buňka má průměrný počet hran na plochu a ploch na buňku stejný, jako zrna v kovech a má podobný tvar jako mají buňky v některých biologických tkáních [2].



Obr. 2.10 Modely geometrie reprezentující pěnový materiál: a) trojúhelníkový hranol; b) čtyřboký hranol; c) šestiboký hranol; d) dvanáctistěn; e) čtrnáctistěn; překresleno z [2].

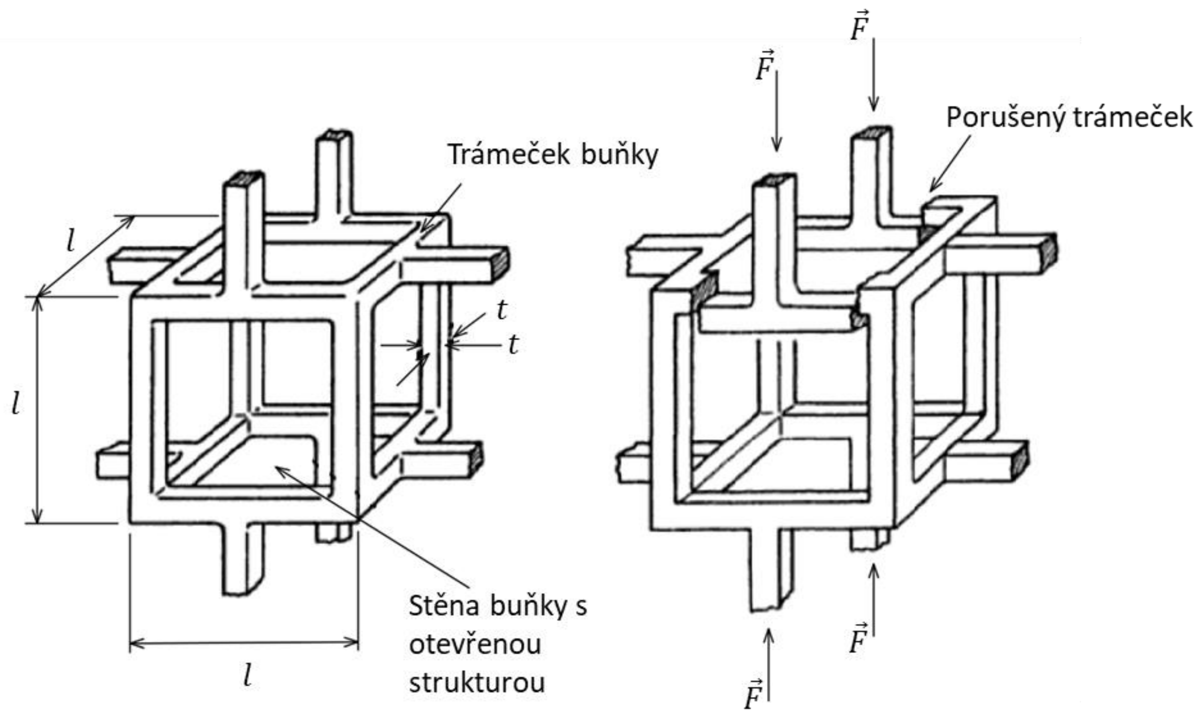
Obr. 2.11 Pěnová struktura složená ze čtrnáctistěnů (Kelvinových buněk); převzato z [7].

V současnosti je již možné pro tvorbu modelu geometrie využít výpočetní tomografii, běžně označovanou zkratkou CT (z anglického Computed Tomography). Tato technologie umožňuje vytvořit 3D model geometrie reálného objektu za pomocí rentgenového záření. Model geometrie vytvořený na základě CT snímků poskytuje model, který se blíží modelu geometrie reálného objektu. Na druhou stranu následné analýzy s takto získaným modelem kladou vysoké požadavky na výpočetní kapacitu [19]. Více o použití CT snímků na získání reálného modelu geometrie se lze dočíst například v článku [20].

2.4.2 Modelování mechanických vlastností keramických pěn

V minulosti byla vynaložena snaha získat analytické vztahy, pomocí kterých by bylo možné vypočítat mechanické vlastnosti pěnového materiálu na základě vlastností materiálu, ze kterých je pěna vyrobena a na základě struktury pěnového materiálu. Asi nejznámější a základní přístup se v literatuře nazývá Gibson-Ashby model. Základy toho modelu jsou položeny v knize od stejnojmenných autorů [2].

Gibson-Ashby model zavádí předpoklad existence tzv. jednotkové buňky, která dostatečně reprezentuje komplexní strukturu celé reálné pěny. V případě pěny s otevřenou strukturou buněk Gibson a Ashby zavedli krychlový model pěny o délce trámečků l a jejich čtvercovém průřezu o tloušťce t (obr. 2.12a). Aplikování zatížení na krychlový model buňky způsobí namáhání jednotlivých trámečků na ohyb [7]. Tato odezva na zatížení odpovídá odezvě reálných pěnových materiálů. Z pozorování totiž vyplynulo, že většina pěnových materiálů má na svých trámečcích deformaci ohybově dominantní [7].



Obr. 2.12 Krychlový model pěny s otevřenou strukturou buněk; a) geometrické parametry (délka trámečků l a jejich tloušťka t); b) porušení pěny křehkým lomem; upraveno z [2].

Model předpokládá, že porušení jednoho trámečku struktury způsobí porušení celé jednotkové buňky a v důsledku toho i porušení celé pěnové struktury [7]. Dále předpokládá, že deformace jednotkové buňky dostatečně přesně reprezentuje deformaci celé struktury [1]. Výrazné zjednodušení geometrie umožňuje analyzovat mechanické charakteristiky pěnové struktury na základě prutové teorie. Vztahy pro výpočet mechanických charakteristik pěnové struktury jsou odvozeny na základě známých materiálových charakteristik materiálu, ze kterého je struktura vyrobena, a na základě zvoleného modelu geometrie pěny (například z obr. 2.10).

Další analytický přístup předpokládá již strukturu tvořenou pravidelnými buňkami. Opět jsou vztahy pro mechanické charakteristiky pěnové struktury odvozeny na základě prutové teorie. Konkrétně články [21] a [22] se zabývali určením elastických vlastností pěnové struktury tvořené Kelvinovými buňkami s otevřenou strukturou.

Analytickými přístupy lze dosáhnout rychlého a snadného řešení. Jedná se však pouze o prvotní přibližné řešení, protože vztahy jsou odvozeny na základě řady zjednodušení. S rozvojem techniky se začaly rozvíjet i mechanické analýzy prováděné pomocí metody konečných prvků (MKP, o této metodě bude krátce pojednáno v kapitole 4.1). Analýza pěnových struktur metodou konečných prvků by se dala rozdělit do tří kategorií.

Ta první převádí diskrétní výpočtový model pěnové struktury na výpočtový modely kontinua s odpovídajícími materiálovými charakteristikami. Jinými slovy provádí homogenizaci komplexní geometrie pěnové struktury. Příklady homogenizace byly řešeny například v pracích [23] nebo [24]. Homogenizovaný model zohledňuje pouze okrajové podmínky pěny, ale již není reprezentativní, co se týká samotné struktury pěny. Jedná se o výrazné zjednodušení analýzy, avšak výpočty s homogenizovanou strukturou jsou časově velmi efektivní.

Další možností je analýza pěnové struktury s využitím prutových elementů. V tomto případě je pěnová struktura tvořena prutovými elementy s předepsanými průřezovými charakteristikami. Model geometrie může být tvořen pravidelnými idealizovanými tvary buněk (obr. 2.10), použití lze najít například v článku [25]. Případně může být vytvořen model geometrie s určitým stupněm náhodného uspořádání. Ten se vytvoří s pomocí Voroného teselace, kdy ukázka tvorby takovýchto modelů geometrie je například v práci [26].

Poslední možností je analýza pěnové struktury pomocí MKP s využitím objemových prvků. U této metody může být opět model geometrie vytvořen z pravidelných idealizovaných tvarů buněk (obr. 2.10). Případně může být model geometrie vytvořen na základě CT snímků. Tento přístup vyžaduje nejvyšší nároky na HW výpočetní techniky. Na druhou stranu analýza s použitím objemových prvků, navíc s využitím modelu geometrie vytvořeného z CT snímků, se nejvíce blíží realitě a je nejvíce schopná postihnout skutečnou strukturu a charakteristiky pěnového materiálu.

2.4.3 Predikce pevnosti (porušení) keramických pěn

Pochopení a predikce porušení keramických pěn při různých způsobech zatížení je klíčové pro jejich využití v aplikacích, kde se vyžaduje odolnost vůči mechanickému namáhání. Predikcí porušení se rozumí stanovení pevnosti v tlaku pěny $\sigma_{Fr,d}$, případně pevnosti v tahu pěny $\sigma_{Fr,t}$.

Jako první aproximace predikce pevnosti pěnových materiálů může sloužit například analytické řešení pomocí výše zmíněného Gibson-Ashby modelu. Tento model zavádí vztah pro výpočet pevnosti pěny v tlaku $\sigma_{Fr,d}$ ve tvaru (2.1) [2]. Další přibližné predikce pevnosti, které jsou založeny na použití 2D nebo 3D modelů pěn skládajících se z pravidelných idealizovaných tvarů geometrie (viz obr. 2.10) lze najít například v článcích [27], [28] nebo [29].

$$\sigma_{Fr,d} = 0{,}2 \cdot \sigma_c \cdot \left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^{3/2} \tag{2.1}$$

Kde σ_c $[MPa]$ je mez pevnosti v tahu materiálu, ze kterého je pěna vyrobena; ρ je hustota pěny v $[kg \cdot m^{-3}]$ a ρ_s hustota materiálu, ze kterého je pěna vyrobena v $[kg \cdot m^{-3}]$.

Další, již o poznání přesnější, možností predikce pevnosti je MKP analýza za použití prutových prvků (reprezentující trámečky pěnové struktury). Tato metoda může brát do úvahy skutečnou velikost daného vzorku, průměrnou velikost buněk struktury nebo tlouštěk trámečků, případně tvar a rozměry průřezu trámečku tvořící pěnový vzorek. Aplikace této metody lze najít v řadě publikací, například v článcích [30] nebo [31]. Výhodou této metody jsou stále relativně nízké nároky na výpočetní kapacitu, a přitom možnost analyzovat velké modely pěn. Pro porušení jednotlivých trámečků pěnové struktury se používá napěťová podmínka. Jakmile maximální tahové napětí na trámečku přesáhne mez pevnosti v tahu, dojde k jeho porušení. Tato metoda vykazuje poměrně dobré výsledky při porovnání s výsledky z experimentů – viz [30]. Stále však nezohledňuje nebo zanedbává řadu atributů pěnové struktury a je tedy potřeba ji brát stále jako přibližnou.

Analýzu s nejvyšší možnou rozlišovací úrovní představuje MKP analýza s využitím objemových prvků a použitím modelu geometrie reálné pěnové struktury (nejčastěji získaném na základě CT snímků reálného vzorku). Tato metoda zohledňuje v podstatě veškeré vlastnosti struktury, jako jsou skutečný tvar buněk a trámečků, a dokonce může zahrnovat i imperfekce (nedokonalosti) ve struktuře, jako jsou trhliny nebo dutiny uvnitř trámečků. Nevýhodou aplikace této metody jsou její vysoké nároky na výpočetní kapacitu z důvodu vysokého počtu prvků, které je nutné použít. U 3D analýzy s využitím objemových prvků již nelze použít pouze několik prvků na jeden trámeček struktury jako tomu bylo při použití prutových prvků. Naopak konečno-prvkovou síť je nutné mít daleko jemnější. Při použití příliš hrubé sítě dochází k velkým numerickým chybám v důsledku průměrování napětí přes velké prvky v potenciálních kritických místech. Aplikování napěťového kritéria jako tomu bylo v předchozím odstavci na takto hrubou síť by způsobilo velké nepřesnosti v predikci pevnosti pěny.

Keramická pěna, pro kterou jsou v této práci prováděny numerické simulace, se skládá z pravidelných Kelvinových buněk vyrobených 3D tiskem. Model její geometrie je v první části práce uvažován jako struktura skládající se z pravidelného, idealizovaného tvaru Kelvinovy buňky. V druhé části je pro simulaci porušování a predikci pevnosti použit reálný model geometrie, který vznikl za použití CT snímků. Pro zjištění kritických zatěžovacích podmínek vedoucích k porušení soudržnosti pěny je využita MKP analýza za použití objemových prvků.

3 ANALÝZA ŘEŠENÉHO PROBLÉMU

3.1 Problémová situace

Keramické pěny s otevřenou strukturou buněk mají poměrně velké pole uplatnění v různých oblastech a zájem o tyto materiály neustále narůstá. Před samotnou aplikací keramické pěny je nutné znát její materiálové vlastnosti. Zejména je pak důležité pochopení a predikce porušení keramických pěn při různých způsobech zatížení pro využití v mechanicky zatěžovaných aplikacích. Predikci porušení, tedy pevnost pěny lze zjistit buď experimentálně na zkušebním vzorku, využitím přibližných analytických vztahů nebo provedením numerické simulace keramické pěny, která je však poměrně obtížná v důsledku vysoké složitosti geometrie pěny a její nepravidelnosti. Jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole, jednou z možností je numerická simulace pomocí MKP s využitím prutových prvků reprezentující trámečky pěnové struktury. Dané zjednodušení umožňuje analyzovat chování pěny z hlediska lineárně – elastické prutové teorie. Neklade přílišné nároky na výpočetní kapacitu a dosahuje poměrně slušných výsledků při porovnání s experimenty. Přesto se však jedná pouze o přibližné řešení, neboť tato metoda nezohledňuje řadu důležitých parametrů.

Motivací této práce je nalézt způsob provedení numerické simulace porušování keramických pěn s využitím MKP analýzy a reálného modelu geometrie vytvořeného na základě CT snímků se zřetelem na co nejnižší výpočetní nároky. Porozumění podmínek pro vznik porušení keramických pěnových struktur při různých způsobech mechanického zatížení a schopnost predikce její odolnosti vůči tomuto zatížení jsou nezbytné pro jejich bezpečné použití u mechanicky zatěžovaných komponent.

3.2 Formulace problému

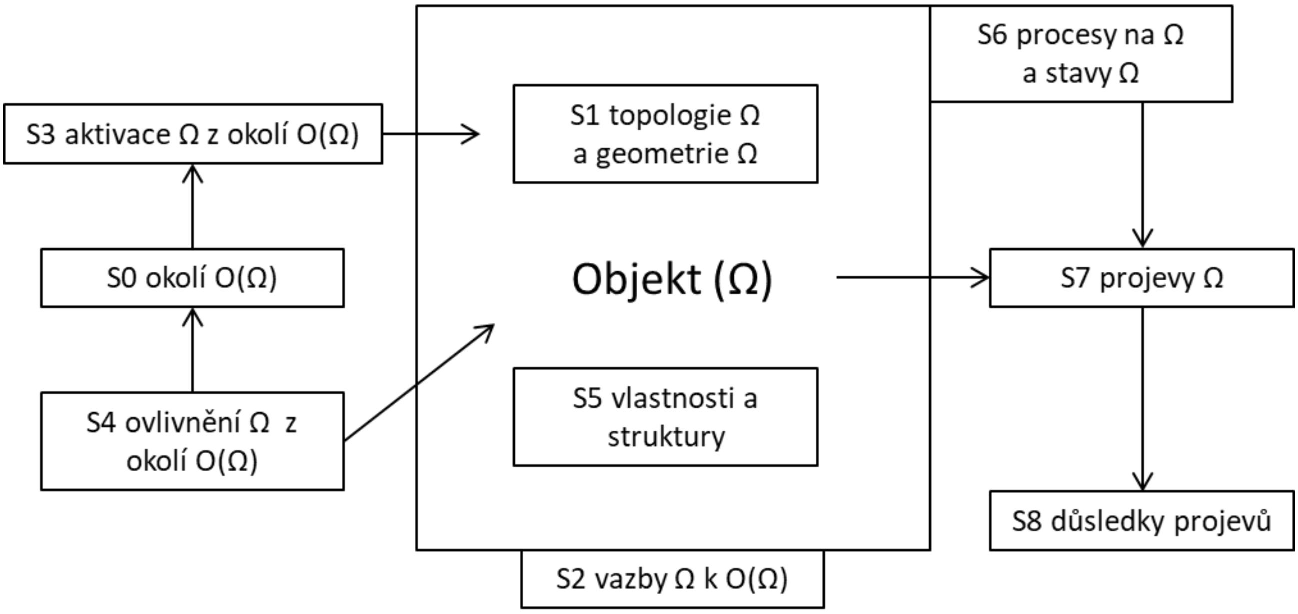
Výpočtovým modelováním s využitím MKP výpočtu provést numerickou simulaci porušení reálné, mechanicky zatížené keramické pěny s otevřenou strukturou buněk a predikovat kritické zatížení vedoucího k jejímu porušení.

3.3 Cíle řešeného problému

1. Provést rešerši v oblasti modelování a simulací porušování pěnových materiálů se zaměřením na modelování vzniku a šíření porušení pěnovou strukturou.
2. S využitím vhodného softwaru vytvořit 3D numerický model pravidelné (Kelvinovy) pěnové struktury a na submodelu jedné buňky detailněji analyzovat (s využitím zvoleného kritéria) kritické zatěžovací podmínky nutné pro porušení trámečku pěnové struktury a vliv velikosti použitých elementů na predikci tohoto porušení.
3. S využitím vhodného softwaru a zvoleného kritéria definujícího vznik porušení naprogramovat simulaci tahové/tlakové, případně ohybové zkoušky (z bodu 2 vytvořené) pravidelné pěnové struktury, zohledňující postupné porušování kriticky zatížených trámečků vedoucí až k finálnímu rozdělení modelu tělesa.
4. Provést simulaci mechanické zkoušky reálné keramické pěny, jejíž model bude vytvořený na základě CT snímků skutečného vzorku s cílem predikovat kritické zatížení při porušení vzorku a výstupy numerických simulací porovnat s dostupnými experimenty.

3.4 Systém podstatných veličin

Systémem podstatných veličin $\sum(\Omega)$ se v systémové metodologii rozumí množina všech podstatných veličin (a potenciálních vazeb mezi nimi), které souvisejí s řešením problému na objektu Ω [32]. Systém podstatných veličin $\sum(\Omega)$ obsahuje devět podmnožin značených S_i, kde $i = 0 \div 8$. Struktura systému podstatných veličin $\sum(\Omega)$ je na obr. 3.1.



Obr. 3.1 Struktura systému podstatných veličin; překresleno ze zdroje [32].

- **Ω** – objekt
  Objektem Ω je vzorek reálné keramické pěny s otevřenou strukturou buněk.

- **Podmnožina S0** – okolí objektu
  Experimenty na tomto vzorku byly prováděny v laboratoři na testovacím zařízení za konstantní teploty, tlaku a vzdušné vlhkosti.

- **Podmnožina S1** – geometrie a topologie objektu
  Vzorek keramické pěny je charakterizován průměrem trámečků $D_s = 0{,}268\,mm$, velikostí Kelvinovy buňky $D_c = 1{,}6\,mm$ a celkovým počtem buněk s jejich rozložením ve všech třech souřadnicových osách. Tyto parametry pak definují relativní hustotu pěnového materiálu ρ/ρ_s, respektive pórovitost $(1 - \rho/\rho_s)$.

- **Podmnožina S2** – podstatné vazby objektu na okolí
  Vzorek je umístěn přes kožené podložky v čelistech testovacího zařízení.

- **Podmnožina S3** – aktivace objektu z okolí
  Aktivace objektu je způsobena vzájemným pohybem čelistí testovacího zařízení, ve kterém je vzorek umístěn. Pohyb čelistí testovacího zařízení je řízený.

- **Podmnožina S4** – ovlivňování procesů z okolí
  Chování vzorku během experimentu je výrazně ovlivněno jeho geometrií, materiálem, ze kterého je vzorek vyrobený a také velikostí posuvů vyvolaných čelistmi testovacího zařízení.

- **Podmnožina S5** – vlastnosti prvků struktury objektu
  Materiál, ze kterého je vzorek vyrobený je oxid hlinitý Al_2O_3. Model materiálu je uvažován jako homogenní izotropní lineárně elastický model materiálu s modulem pružnosti v tahu $E = 370\ GPa$, Poissonovým poměrem $\mu = 0{,}25$, mezí pevnosti v tahu $\sigma_c = 400\ MPa$ a lomovou houževnatostí $K_{Ic} = 3{,}0\ MPa \cdot m^{0{,}5}$. Jedná se o standartně uvažované materiálové charakteristiky této keramiky.

- **Podmnožina S6** – procesy a stavy na objektu
  Deformačním působením testovacího zařízení na vzorek dochází ke vzniku deformačních a napěťových stavů. Dochází k iniciaci trhliny v místě koncentrátorů napětí.

- **Podmnožina S7** – projevy (chování) objektu
  Projevem objektu je deformační odezva způsobená aktivací objektu. Dochází k iniciaci a růstu trhlin v jednotlivých trámečcích pěnové struktury.

- **Podmnožina S8** – důsledky projevů objektu
  Dochází k postupnému vymezování MS lomu v jednotlivých trámečcích až dojde k vymezení MS lomu celého vzorku.

Ve výpočtovém modelování byl řešený problém zatěžován staticky. Model materiálu byl uvažován jako homogenní, izotropní, lineárně elastický. Všechny veličiny, které byly použity ve výpočtovém modelu, byly uvažovány jako deterministické.

3.5 Volba metody řešení problému

Řešená problematika spadá do oblasti lomové mechaniky. V průběhu řešení problému bude nutné vypočítat řadu na sebe navazujících deformačně – napěťových analýz. Dále bude potřeba vyhodnotit lomové parametry u komplexního modelu geometrie tvořeného pěnovou strukturou. Z tohoto pohledu se jako ideální metoda řešení jeví numerický výpočet variačním přístupem, do kterého spadá metoda konečných prvků (MKP). Dále pro řešení problému bude nutné sestavit algoritmus, který provede simulaci porušování reálné keramické pěny s otevřenou strukturou buněk s postupným porušováním kriticky zatížených trámečků pěnové struktury. Bude tedy nutné sestavit plně automatizovaný a parametrizovaný algoritmus. Tuto vlastnost dobře splňuje programovací jazyk MAPDL výpočetního softwaru Ansys.

Problém bude tedy řešen výpočtovým modelováním MKP výpočtem (variační přístup) využitím výpočetního softwaru Ansys Mechanical APDL 19.2.

4 NÁSTROJE PRO ŘEŠENÍ PROBLÉMU

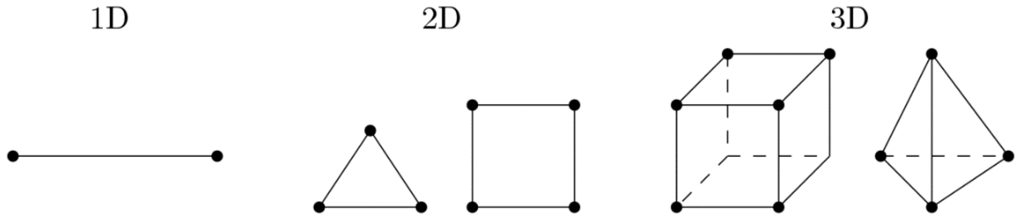
V této kapitole jsou stručně rozebrány teoretické základy, ze kterých vychází diplomová práce. Nejdříve je nastíněn základní princip metody konečných prvků, pomocí které jsou provedeny deformačně – napěťové analýzy v praktické části práce. Následně jsou zde uvedeny základy týkající se lomové mechaniky. Protože tato práce se zabývá porušováním keramických pěnových materiálů, které vykazují křehké porušení, je zde rozebrána pouze lineární elastická lomová mechanika (LELM). V poslední části jsou uvedeny teoretické základy, jak lze modelovat iniciaci (vznik) trhliny a s tím spojeným zjištění kritických zatěžovacích podmínek nutných pro iniciaci trhliny.

4.1 Metoda Konečných Prvků (MKP)

V praktické části této práce je provedeno několik deformačně – napěťových analýz metodou konečných prvků (zkráceně MKP). Proto je v následujících odstavcích shrnuta základní myšlenka a princip této metody.

Obecně řešení technických úloh ve smyslu matematické formulace je možné buď diferenciálním přístupem, který vede na řešení soustavy diferenciálních rovnic, nebo variačním přístupem, který hledá řešení jako stav, kdy energie vyšetřovaného tělesa dosahuje své extrémní (stacionární) hodnoty. Z hlediska realizace řešení jsou pak opět dvě možnosti. Tou první je analytické řešení, které k nalezení řešení využívá integrální a diferenciální počet. A druhou možností je numerické řešení, které převádí hledání řešení spojitých funkcí na hledání řešení konečného počtu neznámých parametrů. MKP je numerická metoda vycházející z variační formulace [33].

Základním principem MKP je tzv. diskretizace úlohy, kdy se řešená kontinuální oblast rozdělí na konečný počet podoblastí, kterým se říká konečné prvky. Ty vznikají rozdělením oblasti na geometricky jednoduché podoblasti. Na modelu geometrie tělesa tak vzniká síť konečných prvků. Každý prvek je charakterizován dimenzí, svým tvarem a počtem a polohou svých uzlů. Pro 1D problémy se používají tzv. prutové prvky, rovinné oblasti (2D) se rozdělují pomocí trojúhelníkových či čtyřúhelníkových prvků a prostorové modely (3D) se rozkládají pomocí tetraedrů či kvádrů. Existuje však celá řada prvků a jejich degenerovaných členů. Zde uvedené jsou pouze pro názornou představu (obr. 4.1).



Obr. 4.1 Příklady některých konečných prvků; předloha ze zdroje [33].

MKP převádí řešení soustavy diferenciálních rovnic na řešení soustavy lineárních algebraických rovnic. MKP je ve většině případů řešeno v deformační variantě, to znamená, že nezávislé neznámé funkce jsou posuvy a natočení. Řešení je pak hledáno v uzlech vytvořené sítě konečných prvků jako lineární kombinace předem nadefinovaných bázových funkcí a neznámých parametrů řešení. Základní rovnice MKP je uvedena v následujícím vztahu [33].

$$\boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{U} = \boldsymbol{F} \tag{4.1}$$

Kde $\boldsymbol{K}$ je matice tuhosti; $\boldsymbol{U}$ je vektor neznámých posuvů a $\boldsymbol{F}$ je vektor zobecněného zatížení.

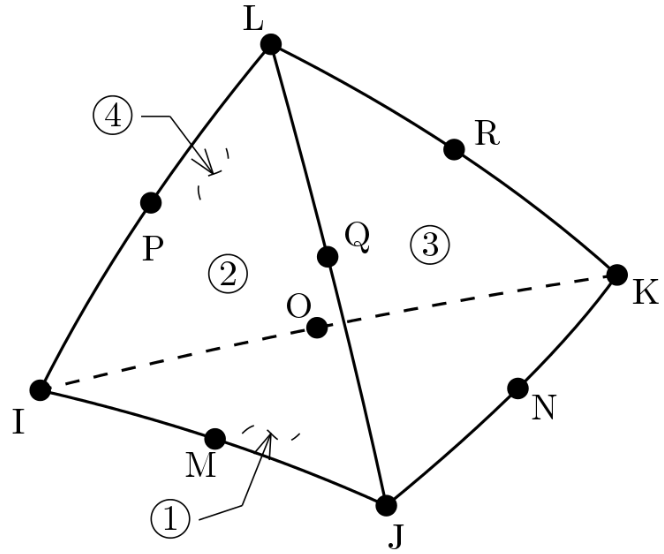
K dosažení jednoznačného řešení rovnice (4.1) je nutné, aby matice soustavy $\boldsymbol{K}$ nebyla singulární, to znamená, že musí platit podmínka (4.2).

$$det\boldsymbol{K} \neq 0 \tag{4.2}$$

Toho je dosaženo aplikováním okrajových podmínek. Obecně u statických úloh řešených pomocí MKP platí, že je třeba zadat alespoň takové okrajové podmínky, aby těleso jako celek bylo uchyceno v prostoru a bylo tak zamezeno translačnímu pohybu nebo rotaci tělesa jako celku ve všech směrech.

Výhodou MKP je možnost řešit problémy i na složitějších tělesech ve srovnání s klasickým analytickým přístupem. Je však stále potřeba brát na paměti, že se jedná pouze o přibližné řešení, jehož přesnost závisí primárně na volbě použitého prvku a na jemnosti použité sítě.

Pro deformačně – napěťové analýzy v této práci byl využit prvek, který je v knihovně softwaru Ansys označován jako SOLID187 (obr. 4.2). Jedná se o 10ti uzlový prostorový čtyřstěn (tetraedr), který využívá kvadratické bázové funkce. Je to degenerovaný člen základního prostorového prvku – šestistěnu. U tohoto prvku je zaručena spojitost posuvů na rozhraní mezi prvky a má lineární průběh složek napětí a přetvoření po prvcích [34].



Obr. 4.2 10ti uzlový prostorový čtyřstěn – SOLID187; předloha ze zdroje [34].

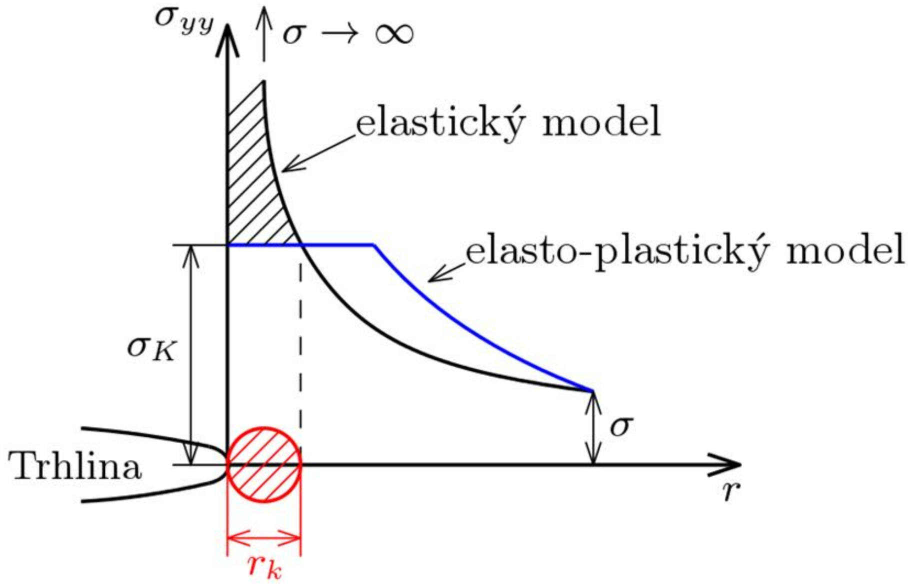
Tento prvek byl zvolen hlavně pro jeho hlavní výhodu v podobě možnosti generování sítí na komplikovaných prostorových tělesech. Umožňuje plně automatickou tvorbu sítě na tvarově složitých objemových tělesech, kdy uživatel zadá pouze parametry jako je velikost prvku, případě počet prvků v dané oblasti. Zároveň využívá kvadratické bázové funkce, a tím pádem dosahuje přesnějších výsledků při nižším počtu prvků, nežli tomu je u lineárních prvků.

4.2 Lineární elastická lomová mechanika

Lomová mechanika je vědní obor zabývající se mezním stavem tělesa s trhlinou. Předpokládá tedy těleso jako kontinuum již s existující trhlinou a nezabývá se otázkami vzniku (iniciace) trhlin [35]. Lomová mechanika se v průběhu svého vývoje rozdělila do dvou hlavních oblastí:

1. Lineárně elastická lomová mechanika (LELM)
2. Elasto-plastická lomová mechanika (EPLM)

Oblast LELM je použitelná pro materiály, u kterých lze předpokládat platnost Hookova zákona mezi napětím σ a deformací ε ($\sigma = E \cdot \varepsilon$). Dalším předpokladem je malá plastická zóna u kořene trhliny (daná poloměrem r_k, viz obr. 4.3). Je-li plastická zóna u kořene trhliny velká (není splněn vztah (4.3)) je třeba již aplikovat teorii EPLM [36].



Obr. 4.3 Průběh napětí u kořene trhliny pro elastický a elasto-plastický model materiálu; předloha ze zdroje [36].

Tato diplomová práce se zabývá simulací porušování keramických materiálů, u kterých lze plastickou zónu u kořene trhliny považovat za velmi malou, lze tedy předpokládat čistě lineárně elastické chování, pro které je typický křehký lom. Tyto materiály tedy spadají do oblasti LELM, a proto budou následující odstavce věnovány právě této oblasti lomové mechaniky. Obecně pro platnost LELM v souvislosti s velikostí plastické oblasti v kořeni trhliny r_k se uvádí vztah (4.3).

$$r_k \leq \frac{a}{10} \tag{4.3}$$

Kde r_k je poloměr plastické oblasti v kořeni trhliny v $[mm]$ a a je délka (hloubka) trhliny v řešeném tělese v $[mm]$.

Oblast lineárně elastické lomové mechaniky se dále rozdělila do dvou hlavních koncepcí [36]:

1. Energetická koncepce – zahrnuje klasickou Griffithovu práci, hnací sílu trhliny G, hustotu deformační energie (Sih) nebo J-integrál.
2. Koncepce součinitele intenzity napětí K.

4.2.1 Energetická koncepce

Energetická koncepce je založená na energetické bilanci tělesa s trhlinou, která vychází ze zákona zachování energie. Uvažuje-li se nekonečně široká stěna s průchozí trhlinou délky $2a$ a tloušťkou stěny B, která je zatížena konstantním tahovým napětím σ (obr. 4.4), je celková energie soustavy E_c vyjádřena vztahem (4.4).

$$E_c = \Pi + W_s \tag{4.4}$$

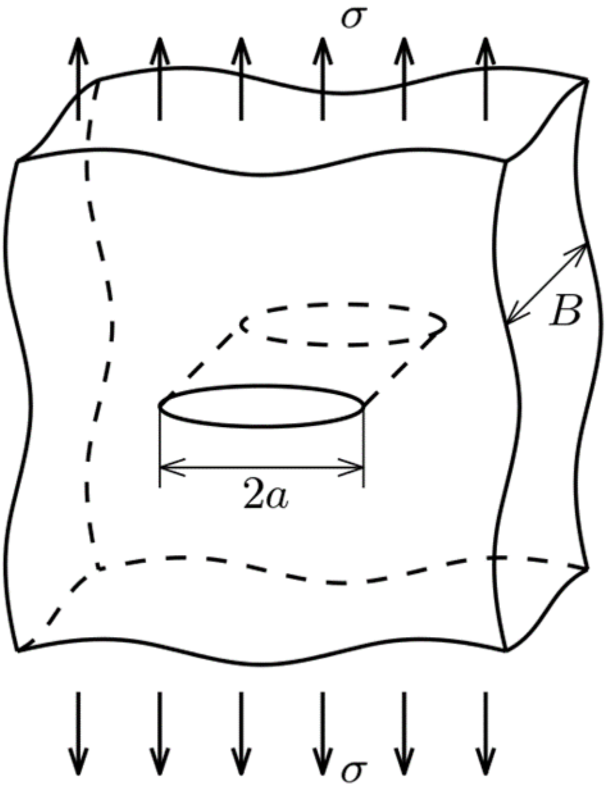
Kde E_c je celková energie soustavy; Π je potenciální energie tělesa s trhlinou (energie napjatosti) a W_s je energie odpovídající práci na vzniku nových povrchů (disipační energie).

Zákon zachování energie (4.5) říká, že při přechodu tělesa z nerovnovážného do rovnovážného stavu nedochází ke změně celkové energie E_c, potom platí vztah (4.6) označovaný jako energetická bilance tělesa s trhlinou [36].

$$\frac{dE_c}{dS} = \frac{d\Pi}{dS} + \frac{dW_s}{dS} = 0 \tag{4.5}$$

$$-\frac{d\Pi}{dS} = \frac{dW_s}{dS} \tag{4.6}$$

Kde dS značí přírůstek povrchu trhliny.



Obr. 4.4 Průchozí trhlina v nekonečně široké stěně; předloha ze zdroje [36].

Griffithovo kritérium

Ze vztahu (4.6) vyšel Griffith při sestavení kritéria pro posouzení stability trhliny v ideálně křehkém materiálu (sklo). Pro jeho sestavení dále využil Inglisovo řešení napěťové analýzy ve tvaru (4.7).

$$\Pi = \Pi_0 - \frac{\pi \sigma^2 a^2 B}{E} \tag{4.7}$$

Kde Π_0 je potenciální energie tělesa bez trhliny; σ je tahové napětí; B je tloušťka stěny a E je Youngův modul pružnosti v tahu.

Po odvození, které je ukázáno například v literatuře [35] nebo [36], je obdrženo Griffithovo kritérium pro posouzení stability trhliny v ideálně křehkém materiálů ve tvaru (4.8). Kritická velikost trhliny a_c lze pak určit vztahem (4.9).

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \tag{4.8}$$

$$a_c = \frac{2E\gamma_s}{\pi \sigma^2} \tag{4.9}$$

Kde γ_s je měrná povrchová energie v $[J \cdot m^{-2}]$.

Koncepce hnací síly trhliny

Na Griffithovu koncepci dále navázal Irwin, který vyšel z rovnice nestability (vztah (4.6)). Jedná se v podstatě o ekvivalentní řešení Griffithovy koncepce, avšak je výhodnější pro řešení technických problémů. Změnu potenciální energie tělesa s trhlinou při růstu trhliny (levá strana rovnice (4.6)) označil Irwin veličinou G $[N/m]$, která se v literatuře označuje jako hnací síla trhliny nebo také rychlost uvolňování deformační energie. Veličina G představuje potřebnou práci vnějších sil na růst trhliny. Změnu disipační energie při růstu trhliny (pravá strana rovnice (4.6)) označil veličinou R $[N/m]$, známou jako odpor materiálu proti růstu trhliny [36].

$$G = -\frac{d\Pi}{dS} \tag{4.10}$$

$$R = \frac{dW_s}{dS} \tag{4.11}$$

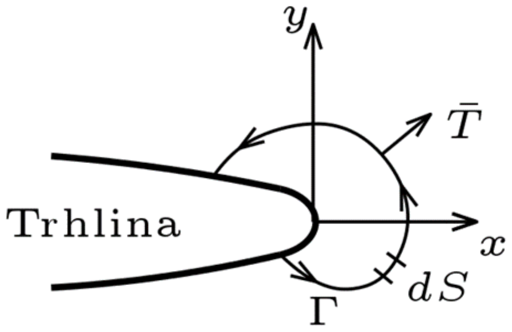
V případě, že hnací síla trhliny G dosáhne své mezní hodnoty označované jako houževnatost materiálu G_c (mezní hodnota R) dojde k meznímu stavu stabilního šíření trhliny a trhlina se začne šířit nestabilně (vyjádřeno vztahem (4.12)).

$$G = R = G_c \tag{4.12}$$

Koncepce J-integrálu

Koncepce J-integrálu vychází z křivkového integrálu nezávislého na integrační cestě [35]. Obvykle se tato koncepce vyskytuje v literatuře pod oblastí EPLM. Avšak tato koncepce je platná i při malých plastických deformacích v blízkosti čela trhliny, tedy v oblasti LELM, a proto je zde krátce zmíněna.

Uvažuje-li se homogenní lineárně nebo nelineárně elastický model materiálu, ve kterém nepůsobí objemové síly a předpokládá-li se stav RD, pak J-integrál lze vyjádřit vztahem (4.13) (doplňující informace viz obr. 4.5).



Obr. 4.5 Graficky znázorněný křivkový integrál; předloha ze zdroje [36].

$$J = \int_{\Gamma} \left(\lambda dy - \bar{T} \frac{\partial u}{\partial x} \right) dS \tag{4.13}$$

Kde Γ je křivka vedená kolem kořene trhliny; λ je hustota deformační energie; $\bar{T}$ je vektor povrchových sil ($T = \sigma_{ij} n_j$); $\vec{n}$ je vektor normál; $\vec{u}$ je vektor posuvů po křivce Γ a dS je element na křivce Γ.

Rice ukázal, že J-integrál má význam hnací síly trhliny G, a to i v případě výskytu plastické deformace v blízkosti čela trhliny. J-integrál tak lze chápat jako obecnější verzi hnací síly trhliny G. Dále Hutchinson, Rice a Rosengren nezávisle na sobě dokázali, že J-integrál vymezuje velikost napětí v elastické oblasti se stejnou singularitou jako součinitel intenzity napětí K (bude probrán v následující kapitole). Z toho vyplývá, že J-integrál je možné chápat jednak jako energetický parametr nebo jako parametr intenzity napětí [35]. Pro malou plastickou oblast v oblasti kořene trhliny a pro I. zatěžovací mód pak lze uvést následující přepočtové vztahy.

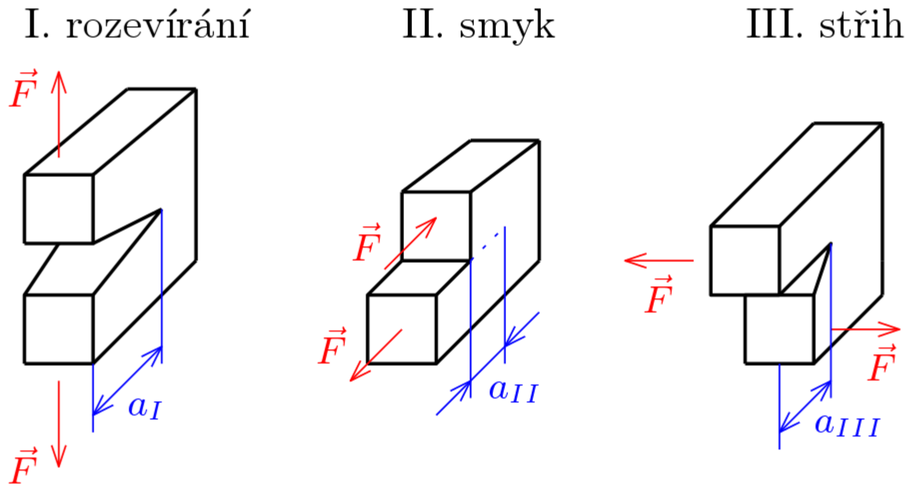
Pro RN:
$$J_I = \frac{1}{\mathrm{E}} \cdot K_I^2 \tag{4.14}$$

Pro RD:
$$J_I = \frac{1 - \mu^2}{E} \cdot \mathrm{K}_\mathrm{I}^2 \tag{4.15}$$

4.2.2 Koncepce součinitele intenzity napětí

Koncepci součinitele intenzity napětí lze označit za nejrozšířenější a nejvíce používanou [35]. Při studiu napětí a deformace v oblasti blízké kořenu trhliny hrají důležitou roli tři základní tzv. zatěžovací módy (viz obr. 4.6) [36]:

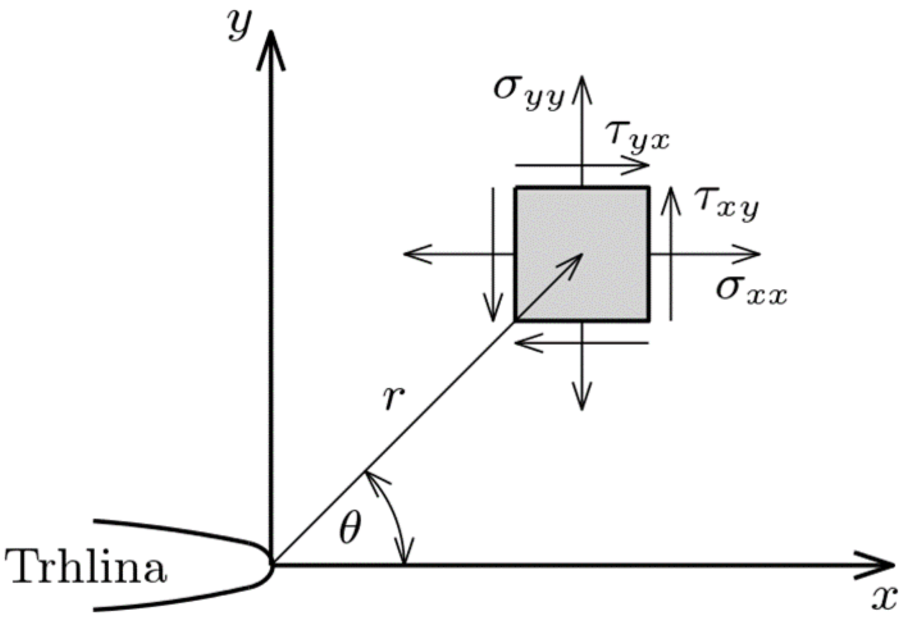
1. Rozevírací (normálový) mód – zatížení působí kolmo na rovinu trhliny a má tendenci rozevírat trhlinu
2. Smykový mód – napětí způsobuje smyk jednoho čela trhliny s ohledem na druhé čelo trhliny
3. Střihový mód (někdy označován jako antirovinný mód) – napětí působí rovnoběžně s rovinou trhliny a současně s čelem trhliny



Obr. 4.6 Zatěžovací módy; předloha ze zdroje [36].

V praxi může být těleso s trhlinou zatěžováno jedním z těchto základních zatěžovacích módů, nebo kombinací dvou případně všech tří. Nejčastěji se však vyskytuje zatěžovací mód typu I a II [35].

Pro některé konfigurace těles s trhlinou lze odvodit vztah pro napětí a deformaci v blízkém okolí čela trhliny v uzavřeném vztahu. Za předpokladu izotropního lineárně elastického modelu materiálu a uvažování rovinné úlohy pružnosti odvodil Westergaard vztahy pro výpočet pole napětí σ a deformace u v okolí kořene trhliny (obr. 4.7). Vztahy pro výpočet napětí a deformace v případě I. zatěžovacího módu a rovinnou napjatost (RN) jsou uvedeny ve vztazích (4.16) až (4.20).



Obr. 4.7 Napěťové pole v blízkosti kořene trhliny působící na elementární prvek, jeho pozice je vyjádřena v polárních souřadnicích; předloha ze zdroje [36].

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \tag{4.16}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \tag{4.17}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \tag{4.18}$$

$$u_x = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot (3 - 4\mu - \cos(\theta)) \tag{4.19}$$

$$u_y = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot (3 - 4\mu - \cos(\theta)) \tag{4.20}$$

Kde σ je vnější zatížení působící kolmo k rovině trhliny; μ je Poissonovo číslo a r, θ jsou polární souřadnice elementárního prvku.

Z předešlých vztahů je možné si všimnout, že napětí v blízkosti čela trhliny závisí na parametru $1/\sqrt{r}$, který způsobuje singulární chování složek napětí. Při přiblížení až k samotnému kořeni trhliny by dle těchto vztahů rostlo napětí k nekonečnu (4.21). Z toho vyplývá, že napětí není vhodnou veličinou pro popis tělesa s trhlinou [35].

$$r \to 0 \Rightarrow \sigma \to \infty \tag{4.21}$$

Irwin proto navrhl novou veličinu, konkrétně součinitel (faktor) intenzity napětí K. Pro I. zatěžovací mód a nekonečnou taženou stěnu vyjádřil K_I vztahem (4.22). V případě konečné stěny se pak využívá vztahu (4.23).

$$K_I = \log_{r\to\infty} \sqrt{2\pi r} \cdot \sigma_{yy}(r, \theta = 0) = \sigma\sqrt{2\pi a} \tag{4.22}$$

$$K_I = \sigma\sqrt{2\pi a} \cdot Y\left(\frac{a}{b}\right) \tag{4.23}$$

Kde K_I je součinitel intenzity napětí v $[MPa \cdot m^{1/2}]$ a $Y\left(\frac{a}{b}\right)$ je korekční funkce závislá na geometrických parametrech tělesa.

Součinitel intenzity napětí vyjadřuje amplitudu singularity v blízkosti čela trhliny [35]. V případě, že součinitel intenzity napětí K_I dosáhne své mezní hodnoty, označované jako lomová houževnatost K_{Ic}, dojde k meznímu stavu stabilního šíření trhliny (vyjádřeno vztahem (4.24).

$$K_I = K_{Ic} \tag{4.24}$$

Vztah mezi napěťovou koncepcí reprezentovanou součinitelem intenzity napětí K_I a energetickou koncepcí reprezentovanou hnací sílou trhliny G_I lze vyjádřit vztahy (4.25) a (4.26).

Pro RN: $$G_I = \frac{1}{\mathrm{E}} \cdot K_I^2 \tag{4.25}$$

Pro RD: $$G_I = \frac{1-\mu^2}{E} \cdot \mathrm{K}_\mathrm{I}^2 \tag{4.26}$$

4.2.3 Kritérium pro určení směru šíření trhliny

Pokud je těleso namáháno kombinací zatěžovacích módů (graficky znázorněny na obr. 4.6) je důležité stanovit směr šíření trhliny po mezním stavu stabilního šíření trhliny (tedy v okamžiku kdy se trhlina začne šířit). Obecně u komplikovaných těles a při kombinovaném namáhání to totiž nelze s jednoduchostí předpovědět.

Jednu z možností navrhli Erdogan a Sih, jejichž kritérium se v literatuře označuje jako kritérium maximálního obvodového napětí (zkratka MTS z anglického Maximum Tangential Stress). Dle tohoto kritéria se trhlina bude šířit ve směru, kde obvodové napětí $\sigma_{\theta\theta}$ dosahuje svého maxima, a zároveň kde je smykové napětí $\sigma_{r\theta}$ rovno nule. Vztahy pro výpočet složek obvodového napětí $\sigma_{\theta\theta}$ a smykového napětí $\sigma_{r\theta}$ jsou v následujících rovnicích [37].

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}\left[3\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[3\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \tag{4.27}$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[3\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \tag{4.28}$$

Z výše uvedených rovnic mohou nastat 2 extrémy:

$$K_{II} = 0 \Rightarrow \sigma_{\theta\theta,max} = 0° \tag{4.29}$$

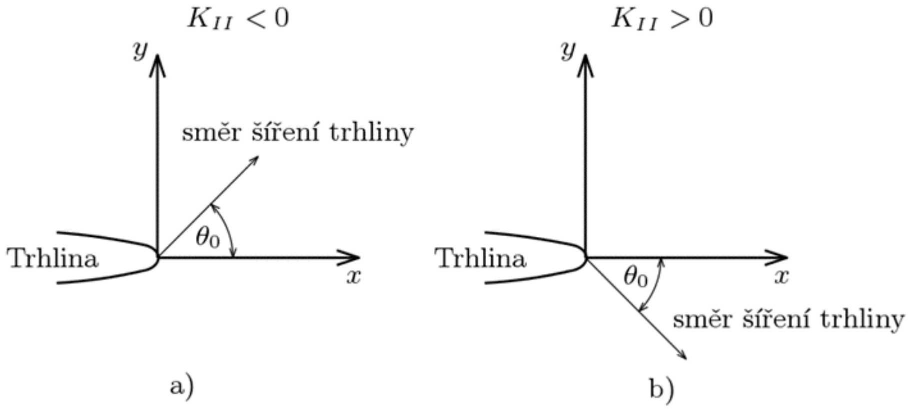
$$K_I = 0 \Rightarrow \sigma_{\theta\theta,max} = 70{,}5° \tag{4.30}$$

V momentě, kdy obvodové napětí $\sigma_{\theta\theta}$ dosahuje svého maxima pro určitý úhel θ_0 a zároveň je nulové smykové napětí $\sigma_{r\theta}$, platí rovnice (4.31). Po úpravách pak byl obdržen vztah (4.32), podle kterého lze vypočítat směr šíření trhliny θ_0 na základě znalosti součinitele intenzity napětí K_I a K_{II}.

$$\cos\left(\frac{\theta_0}{2}\right)[K_I\sin(\theta_0) + K_{II}(3\cos(\theta_0 - 1)] = 0 \tag{4.31}$$

$$\theta_0 = -arccos\left(\frac{3K_{II}^2 + K_I^2\sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2}\right) \tag{4.32}$$

Hodnota součinitele intenzity napětí K_I je vždy kladná. Naopak hodnota součinitele intenzity napětí K_{II} nabývá jak kladných, tak záporných hodnot. Znaménko K_{II} pak rozhoduje, zda směr šíření θ_0 bude kladný nebo záporný (viz obr. 4.8).



Obr. 4.8 Znaménko směru šíření trhliny θ_0 v závislosti na znaménku K_{II}; předloha z [38].

Existuje pak celá řada dalších kritérií pro určení směru šíření trhliny. Jako například kritérium, které navrhl Richard [38]. V této práci je však pro predikci směru šíření trhliny použito kritérium MTS pro jeho jednoduchost a názornost.

4.3 Sdružené energeticko-napěťové kritérium

Klasická lomová mechanika se zabývá analýzou tělesa s již existující trhlinou a lze podle ní určit za jakých podmínek se začne existující trhlina šířit. Nezabývá se však otázkou iniciace (vzniku) trhliny v tělese, které ve své výchozí konfiguraci trhlinu neobsahuje. Tento nedostatek však doplňuje oblast v literatuře označovaná pojmem Finite Fracture Mechanics (FFM) [39], která by se dala přeložit jako konečná lomová mechanika. Konečná lomová mechanika předpokládá vznik/šíření trhliny po skocích o konečných velikostí. Na druhou stranu klasická lomová mechanika předpokládá šíření trhliny kontinuální, tj. s nekonečně malými přírůstky. V rámci oblasti FFM Leguillon [40] navrhl pro křehké materiály tzv. sdružené energeticko-napěťové kritérium (anglicky coupled stress and energy criterion, běžně označováno zkratkou CC).

Sdružené energeticko-napěťové kritérium umožňuje stanovit kritické zatěžovací podmínky a tomu odpovídající délku (hloubku) iniciované trhliny v případě 2D analýz, případně plochu a tvar iniciované trhliny v případě 3D analýz. Aby došlo k okamžité iniciaci trhliny o konečných rozměrech, musí být zároveň splněny 2 podmínky (vztahy (4.33) a (4.34)) - [41]:

1. $$\sigma_{yy} \geq \sigma_c \tag{4.33}$$
2. $$G_{inc}(S) \geq G_c \tag{4.34}$$

Zde σ_{yy} je napětí kolmé na lomovou plochu v $[MPa]$; σ_c je mez pevnosti v tahu materiálu v $[MPa]$; G_{inc} je inkrementální hnací síla trhliny v $[N/mm]$ definovaná dále a G_c je lomová houževnatost materiálu v $[N/mm]$.

První (napěťová) podmínka říká, že napětí kolmé na lomovou plochu σ_{yy} musí být větší nebo rovno mezi pevnosti v tahu materiálu σ_c, a to po celé délce, případně ploše, nově předpokládané iniciované trhliny. Druhá (energetická) podmínka říká, že v tělese musí být dostatek energie pro vytvoření nových povrchů [41]. Inkrementální hnací sílu trhliny G_{inc} si lze představit jako potenciální energii uvolněnou trhlinou na jednotku délky a lze ji určit ze vztahu (4.35).

$$G_{inc}(\mathrm{S}) = -\frac{W(0) - W(\mathrm{S})}{\mathrm{S}} \tag{4.35}$$

Kde $W(0)$ je potenciální energie tělesa bez trhliny v $[N \cdot mm]$; $W(\mathrm{S})$ je potenciální energie tělesa s trhlinou o ploše S v $[N \cdot mm]$ a S je lomová plocha trhliny v mm^2 (v případě 2D úlohy se jedná o délku trhliny a).

Při uvažování homogenního izotropního materiálu stačí pro vyřešení CC kritéria elastický modul pružnosti E, Poissonovo číslo μ, lomová houževnatost G_c (Griffith) nebo K_c (Irwin) a mez pevnosti v tahu materiálu σ_c.

Ve většině případů po iniciaci trhliny následuje nestabilní šíření nově iniciované trhliny (experimentálně ověřeno v [42]), což může mít za následek i vymezení MS lomu celé konstrukce [43]. V případě lineárně elastické analýzy s uvažováním malých deformací je napětí v materiálu přímo úměrné a energie napjatosti tělesa v kvadrátu s aplikovaným zatížením. To umožňuje obě podmínky představené výše, zkombinovat do jedné rovnice, jejíž vyřešení predikuje kritické zatížení a iniciační délku/plochu trhliny [40].

V případě 2D analýz je trhlina definována pouze jedním parametrem – její délkou (hloubkou). V případě 3D analýz je to již o něco komplikovanější co se týče predikce tvaru iniciované trhliny. Doitrand a Leguillon navrhli (například v článku [43]) predikci možného 3D tvaru trhlin za použití napěťových izolinií. Výhodou při využití této metody je přesně splnění napěťové podmínky na celé délce iniciovaného čela trhliny.

Obsáhlý přehled o aplikaci sdruženého energeticko – napěťového kritéria je v článku [41]. V tomto článku se aplikace ještě převážně týká 2D analýz. Od té doby bylo toto kritérium již aplikováno i na 3D analýzy (jako například v [43] nebo [44]). V případě uvažování lineárně elastického chování jej lze použít na keramické materiály (články [45] nebo [46]) i na kompozity (články [47], [48]).

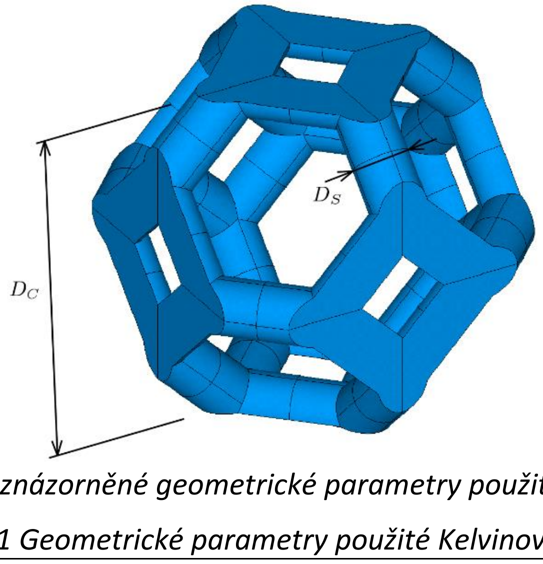
5 NUMERICKÝ MODEL PĚNOVÉ STRUKTURY PRO SIMULACI JEJÍHO PORUŠENÍ ZALOŽENÝ NA MKP

V této kapitole je provedena analýza zatěžovacích podmínek vedoucích k porušení trámečku pěnové struktury. Pro daný účel je uvažován model geometrie pěnové struktury tvořený pravidelnými Kelvinovými buňkami. Je použit dvouúrovňový model, kdy nejprve je sestaven globální model celé pěny tvořený celkem 27 Kelvinovými buňkami (3x3x3 buněk). Na tomto modelu je použita hrubší síť a slouží pouze k predikci potenciálních kritických míst (místa, kde potenciálně může dojít k iniciaci a šíření trhliny). Následně jsou sestaveny submodely pěnové struktury obsahující tato kritická místa a na nich jsou provedeny detailnější analýzy s cílem určit zatěžovací podmínky vedoucí k porušení trámečku. Využití submodelů umožňuje provést analýzy s mnohem jemnější sítí v oblastech zájmu, což má za následek přesnější výsledky a zároveň zkrácení výpočetního času.

Vstupem pro následující MKP analýzy je materiál, ze kterého je pěnová struktura vyrobena a dále její geometrické parametry. Pro všechny tvorby konečno-prvkových sítí je využit prvek SOLID187 (viz obr. 4.2).

5.1 Geometrické parametry pěnové struktury

Uvažovaný model geometrie pěny je tvořen pravidelnými Kelvinovými buňkami. Geometrické charakteristiky této struktury jsou zobrazeny na obr. 5.1 a číselně jsou uvedeny v tab. 5.1. Jejich hodnoty vyplývají z geometrických parametrů reálné keramické pěny, jejíž numerická simulace tlakové zkoušky je jedním z hlavních cílů práce. Důležitým parametrem pěnové struktury je její pórovitost, která lze určit vztahem $(1 - V_{foam}/V_{bulk})$, kde V_{foam} $[m^3]$ je objem materiálu pěnové struktury a V_{bulk} $[m^3]$ je objem materiálu pěny, kdyby nebyla porézní, ale monolitická. Pórovitost vyjadřuje poměr pórů ve struktuře. Vyšší hodnota pórovitosti tedy znamená menší obsah materiálu. Model geometrie řešený v této kapitole má 85% pórovitost.



Obr. 5.1 Graficky znázorněné geometrické parametry použité Kelvinovy buňky.

Tab. 5.1 Geometrické parametry použité Kelvinovy buňky.

Parametr	**Označení**	**Hodnota**	**Jednotka**
Velikost buňky	D_c	1,600	$[mm]$
Průměr trámečku	D_s	0,268	$[mm]$

5.2 Model materiálu

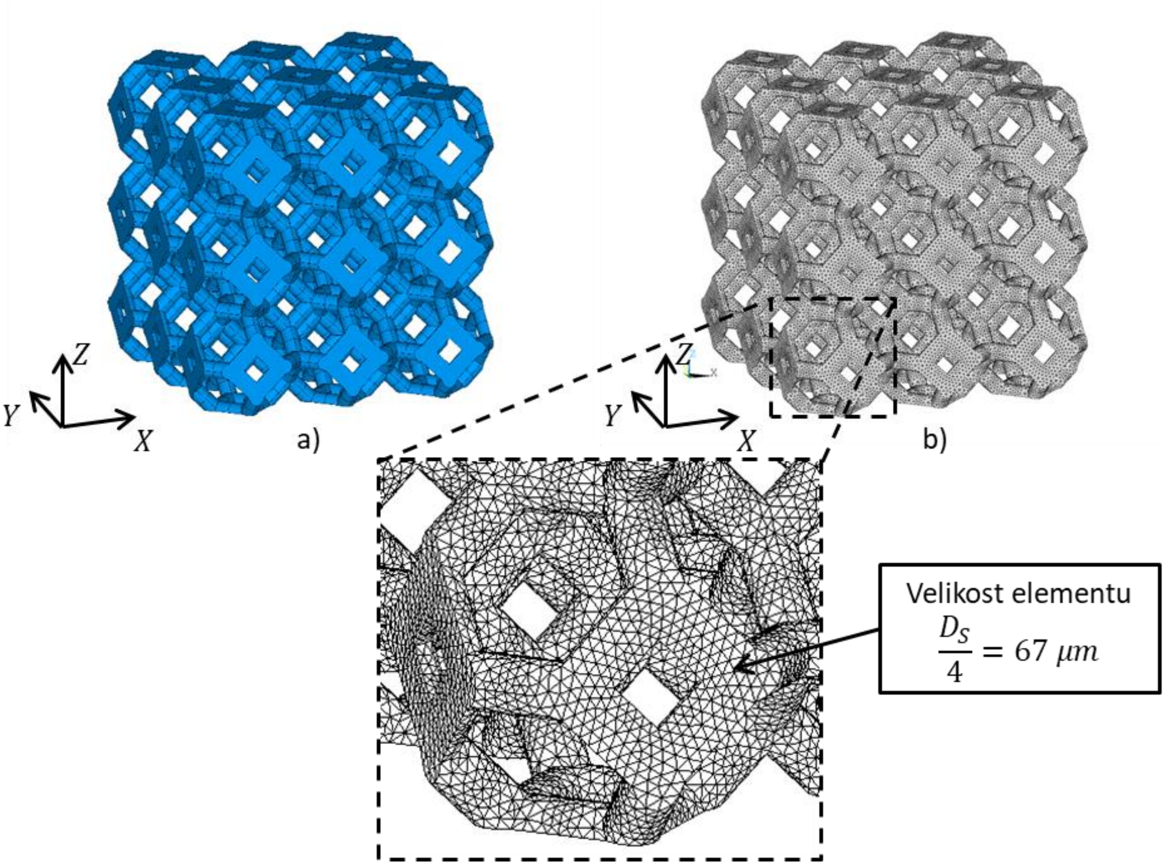
Zkoumaná keramické pěna je vyrobena na bázi Al_2O_3. Pokud nebude uvedeno jinak, bude v následujících kapitolách model materiálu uvažován vždy jako homogenní, izotropní, lineárně – pružný model materiálu s charakteristikami uvedenými v následující tabulce. Jedná se o běžně užívané materiálové charakteristiky pro tento materiál (například v [49]).

Tab. 5.2 Materiálové charakteristiky modelu materiálu keramiky na bázi Al_2O_3.

Parametr	**Označení**	**Hodnota**	**Jednotka**
Modul pružnosti v tahu	E	370	$[MPa]$
Poissonovo číslo	μ	0,25	$[-]$
Lomová houževnatost (Irwin)	K_{Ic}	3,00	$[MPa \cdot m^{1/2}]$
Lomová houževnatost (Griffith)	G_c	0,024	$[\mathrm{N \cdot mm^{-1}}]$
Mez pevnosti v tahu	σ_c	400	$[MPa]$

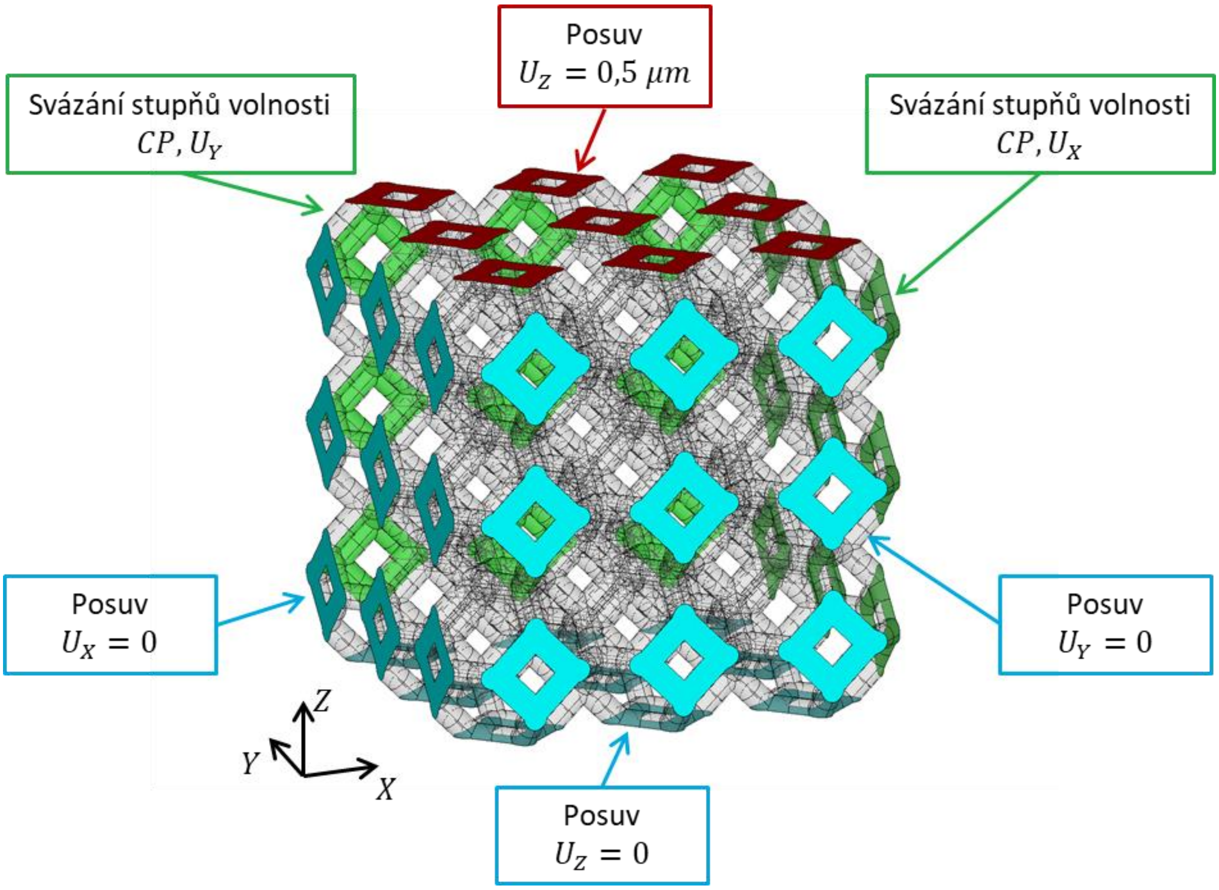
5.3 Model pravidelné pěnové struktury

Globální model pěnové struktury slouží pro predikci míst, kde by mohlo dojít k iniciaci trhliny. Nejprve je vytvořen model geometrie, který je tvořený třemi řadami buněk ve všech třech souřadnicových osách (dohromady je tedy tvořen 27 buňkami, viz obr. 5.2a). Následně je vytvořena konečno-prvková síť o globální velikosti elementu $D_s/4 = 67\ \mu m$ (čtvrtina průměru trámečku, viz obr. 5.2b).



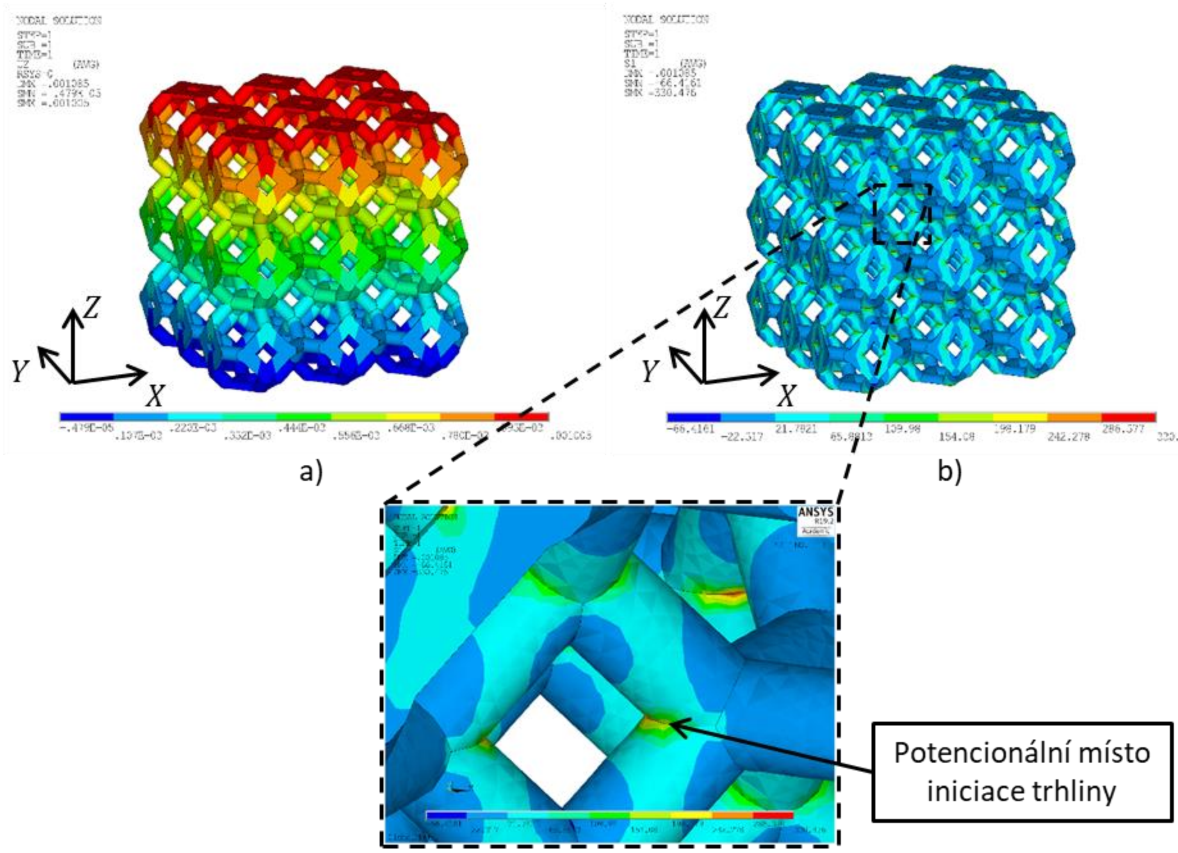
Obr. 5.2 Globální model pěnové struktury tvořený Kelvinovými buňkami: a) model geometrie; b) konečno-prvková síť.

Model okrajových podmínek a zatížení simuluje tahové zatížení pěnové struktury. Jsou předepsány tzv. periodické okrajové podmínky (obr. 5.3), které slouží pro nadefinování opakujícího se vzoru buněk. Na tři strany modelu jsou předepsány nulové posuvy, vždy ve směru kolmém na danou souřadnicovou osu (na obrázku modře). Dále na dvou protilehlých stranách jsou svázány stupně volnosti, opět ve směru kolmém na danou souřadnicovou osu (na obrázku zeleně). Poslední okrajovou podmínkou je předepsání deformačního zatížení na horní stranu modelu, je předepsán posuv v kladném směru osy Z (na obrázku červeně).



Obr. 5.3 Model vazeb a zatížení globálního modelu (periodické okrajové podmínky).

Následně je proveden výpočet. Globální model s relativně hrubou sítí je schopný detekovat koncentrátory napětí, které lze označit za potenciální nebezpečná místa ve struktuře (ve smyslu možnosti iniciace a šíření trhliny). Na obr. 5.4a je vykreslen posuv ve směru zatěžování (ve směru osy Z) a na obr. 5.4b je vykresleno první (tahové) hlavní napětí, které odhalilo koncentrátory napětí. Je však nutné zdůraznit, že tento model není schopen správně postihnout velikosti těchto napětí z důvodu užití hrubé sítě v nebezpečných místech. K tomu budou sloužit submodely této struktury řešené v dalších kapitolách. V rámci této analýzy jsou spíše důležité průběhy napětí a místa, kde dochází k jejich koncentraci než hodnoty napětí.



Obr. 5.4 Výsledky tahového zatížení globálního modelu: a) posuv ve směru zatěžování; b) první (tahové) hlavní napětí s vyznačeným potenciálním nebezpečným místem.

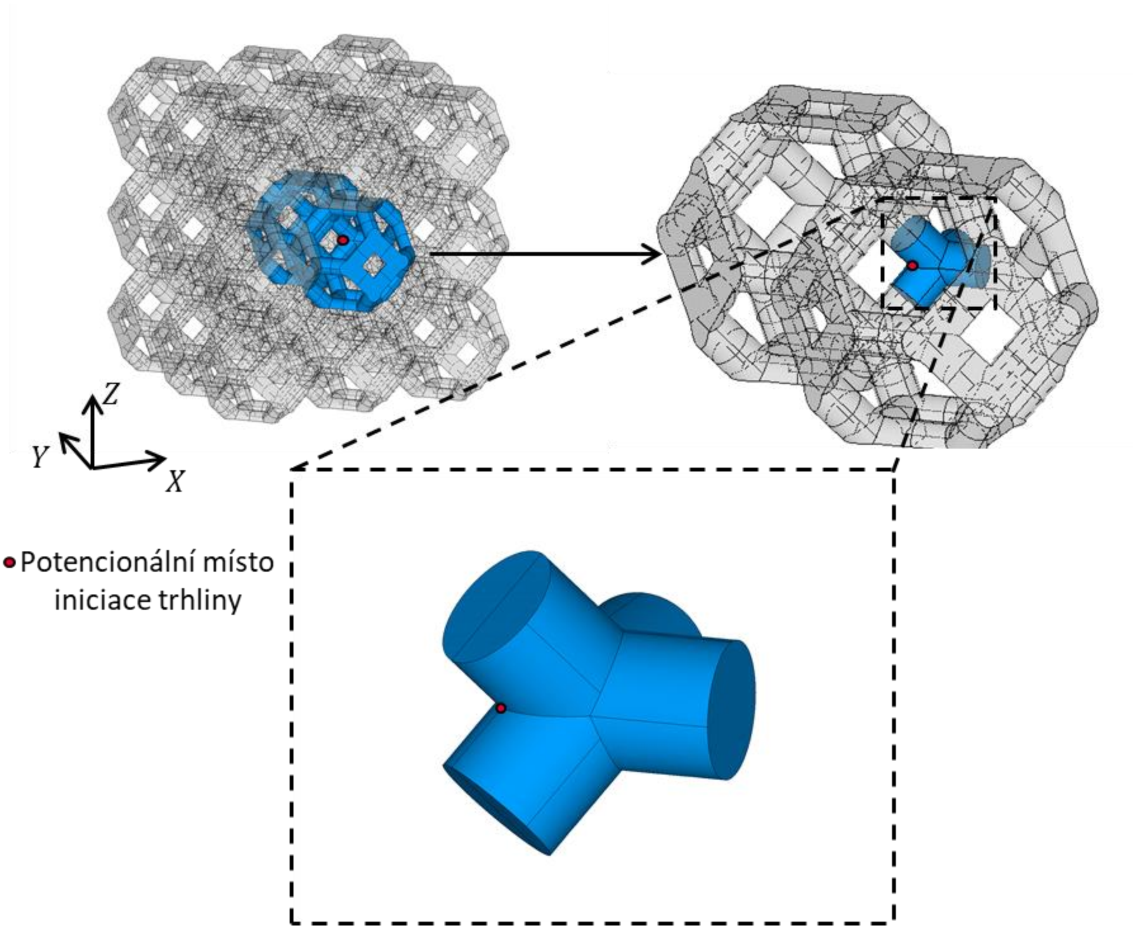
5.4 Submodel pro detailnější analýzu

Model geometrie submodelu je volen s ohledem na výstupy z předcházející analýzy. Obsahuje jedno z potenciálních kritických míst. Jeho volba je přehledně znázorněna na obr. 5.5. Na modelu geometrie submodelu je nejprve vytvořena konečno-prvková síť o stejné velikosti elementů, jako tomu bylo u globálního modelu z důvodu ověření dostatečné vzdálenosti řezných ploch. Na obr. 5.6a je vytvořená konečno-prvková síť a na obr. 5.6b jsou zobrazeny řezné plochy, na které se při analýze aplikují posuvy z globálního modelu.

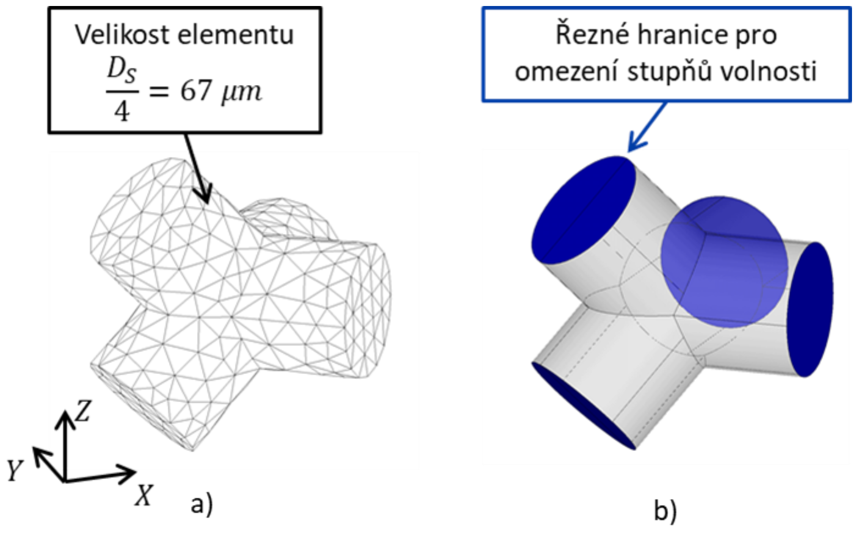
Poté je provedena analýza a ověření volby submodelu. Ta spočívá v porovnání výsledků (konkrétně prvního hlavního napětí) mezi globálním modelem a submodelem. Porovnávají se jak hodnoty, tak průběh napětí. Z výsledků (obr. 5.7) je patrné, že průběhy jsou v podstatě identické. Při porovnání maximálních hodnot prvního hlavního napětí pro globální model (5.1) a pro submodel (5.2), lze prohlásit volbu modelu geometrie submodelu za korektní.

$$\sigma_{1,glob} = 243{,}22\ MPa \tag{5.1}$$

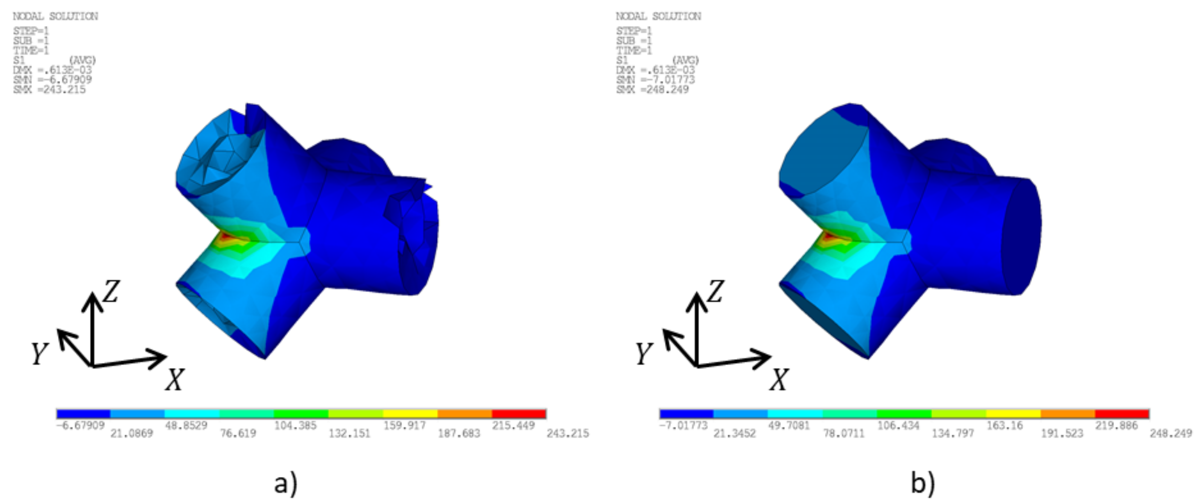
$$\sigma_{1,sub} = 248{,}25\ MPa \tag{5.2}$$



Obr. 5.5 Volba modelu geometrie submodelu obsahující nebezpečné místo.



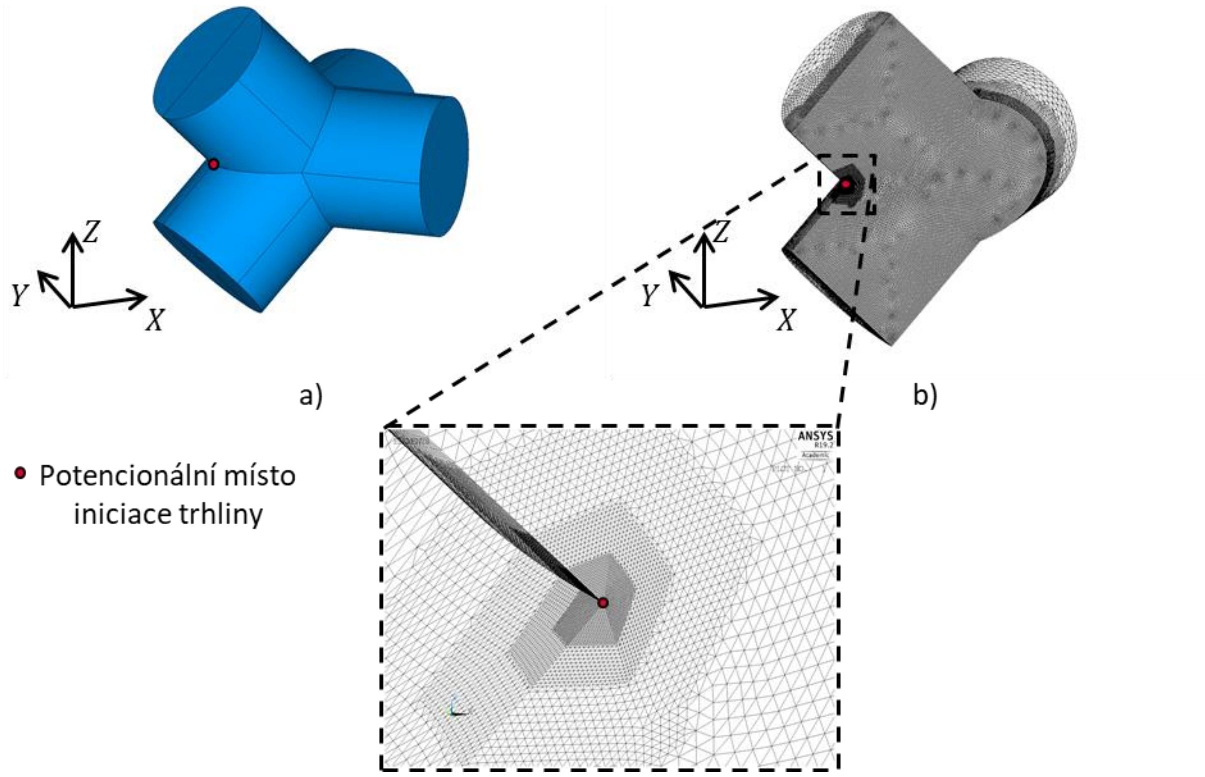
Obr. 5.6 První submodel: a) konečno-prvková síť; b) okrajové podmínky.



Obr. 5.7 První (tahové) hlavní napětí spočítané na: a) globálním modelu; b) na submodelu.

5.5 Směr šíření trhliny

Pro stanovení pravděpodobného směru šíření trhliny z potencionálního místa iniciace trhliny je využito kritérium maximálního obvodového napětí (MTS), které bylo detailněji popsáno v kapitole 4.2.4. Pro analýzu je použit submodel, jehož model geometrie je detailněji popsán v kapitole 5.4. Model geometrie je pro přehlednost zobrazen na obr. 5.8a. Konečno-prvková síť je výrazně zjemněna v místě potenciální iniciace trhliny pro dosažení co nejpřesnějších výsledků (obr. 5.8b). Okrajové podmínky jsou stejné jako obr. 5.6b.



Obr. 5.8 Predikce směru šíření trhliny: a) model geometrie; b) konečno-prvková síť s výrazným zjemněním v potenciálním místě iniciace trhliny.

Po provedení výpočtu je ve vyšetřovaném místě nadefinován hlavní souřadnicový systém. Pro jeho definici jsou nejprve zjištěny složky tenzoru napětí Π_σ v globálním souřadnicovém systému a hlavní napětí. Pomocí těchto složek napětí jsou vypočteny směrové cosiny α_i dle vztahů (5.3) až (5.5). S využitím směrových cosinů α_i je pak v softwaru Ansys nadefinován hlavní souřadnicový systém. Vyhodnocení napětí v hlavním souřadnicovém systému má za následek nulové smykové napětí (první předpoklad kritéria MTS).

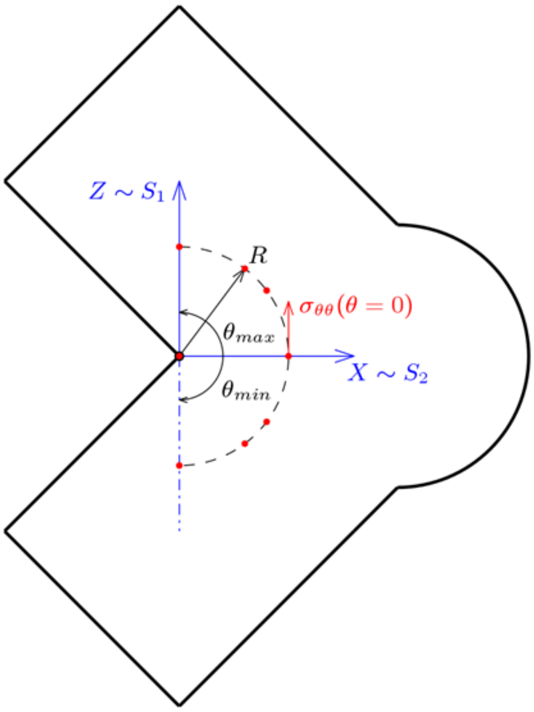
$$\alpha_{xi} = \left[1 + \left(\frac{\tau_{yz}(\sigma_x - \sigma_i) - \tau_{xy}\tau_{xz}}{\tau_{xz}(\sigma_y - \sigma_i) - \tau_{xy}\tau_{yz}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}^2 - (\sigma_x - \sigma_i)(\sigma_y - \sigma_i)}{\tau_{xz}(\sigma_y - \sigma_i) - \tau_{xy}\tau_{yz}}\right)^2\right]^{-0,5} \tag{5.3}$$

$$i = 1,2,3$$

$$\alpha_{yi} = \left(\frac{\tau_{yz}(\sigma_x - \sigma_i) - \tau_{xy}\tau_{xz}}{\tau_{xz}(\sigma_y - \sigma_i) - \tau_{xy}\tau_{yz}}\right) \cdot \alpha_{xi}\,, i = 1,2,3 \tag{5.4}$$

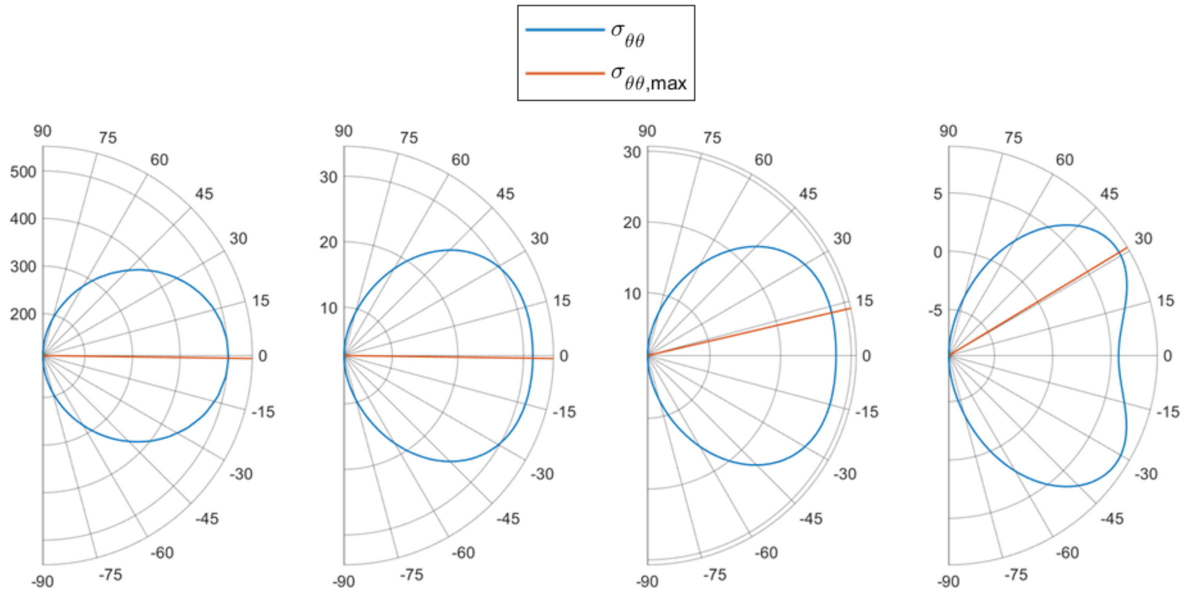
$$\alpha_{zi} = \left(\frac{\tau_{xy}^2 - (\sigma_x - \sigma_i)(\sigma_y - \sigma_i)}{\tau_{xz}(\sigma_y - \sigma_i) - \tau_{xy}\tau_{yz}}\right) \cdot \alpha_{xi},\ i = 1,2,3 \tag{5.5}$$

Následně je vyhodnoceno obvodové napětí $\sigma_{\theta\theta}$ v hlavním souřadnicovém systému dle schématu na obr. 5.9. Je nadefinována kruhová cesta o poloměru R (značící vzdálenost od potenciálního místa iniciace trhliny), maximálním úhlem $\theta_{max} = 90°$ a minimálním úhlem $\theta_{min} = -90°$. Na takto nadefinované cestě je poté vyhodnoceno obvodové napětí $\sigma_{\theta\theta}$ a jeho průběh je vykreslen v polárních souřadnicích. Tímto způsobem je vyhodnoceno celkem 90 cest o proměnném poloměru $R = 1 \div 140\ \mu m$.



Obr. 5.9 Schéma vyhodnocování obvodového napětí $\sigma_{\theta\theta}$ v hlavním souřadnicovém systému.

Výsledky pro vybrané poloměry R jsou na obr. 5.10. Modrá křivka značí obvodové napětí $\sigma_{\theta\theta}$, červená křivka protíná průběh obvodového napětí $\sigma_{\theta\theta}$ v jeho maximu a určuje tak úhel kterým se bude trhlina šířit. Je možné si všimnou že v blízkosti potenciálního místa iniciace trhliny se bude trhlina šířit v rovině XY, tedy kolmo na směr zatížení. To platí do určité vzdálenosti, cca $84\ \mu m$, a od té doby nastává odklon od původního směru šíření (obr. 5.10c). V nejvzdálenějším vyhodnocovaném místě ($R = 140\ \mu m$) je již předpovídaný směr šíření $\theta_0 = 31{,}1°$. Z výsledků je tedy patrné, že trhlina se bude zpočátku šířit v rovině XY až do hloubky okolo $84\ \mu m$, kde dojde k přerozdělení napětí od okolních připojených trámečků, které způsobí její odklon buď v kladeném nebo záporném směru. Pro další analýzu je však důležité zjištění, že z počátku se trhlina šíří rovně (v rovině XY). Z tohoto faktu vychází vyhodnocování sdruženého energeticko-napěťového kritéria v další kapitole.



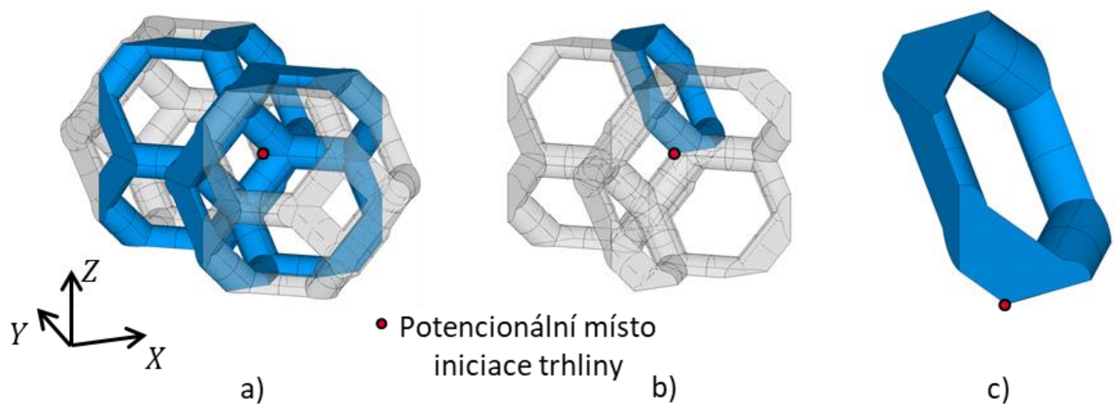
Cesta číslo: 1	Cesta číslo: 62	Cesta číslo: 65	Cesta číslo: 90
$R = 1\ \mu m$	$R = 84\ \mu m$	$R = 90\ \mu m$	$R = 140\ \mu m$
$\theta_0 = -0{,}81°$	$\theta_0 = -0{,}81°$	$\theta_0 = 13{,}10°$	$\theta_0 = 31{,}10°$
a)	b)	c)	d)

Obr. 5.10 Obvodová napětí $\sigma_{\theta\theta}$ v různých vzdálenostech R od místa iniciace trhliny.

5.6 Aplikace sdruženého energeticko-napěťového kritéria

Pro stanovení kritických zatěžovacích podmínek, vedoucích k iniciaci trhliny a zároveň s tím spojené určení délky (hloubky) iniciované trhliny spolu s jejím tvarem, je použito sdružené energeticko-napěťové kritérium, které bylo detailněji popsáno v kapitole 4.3. Kritérium se skládá z napěťové a energetické podmínky, které musí být současně splněny, aby došlo k iniciaci trhliny. Nejprve je provedena napěťová část, která má za cíl jednak zjistit průběh napětí působícího ve směru zatížení σ_{zz} (kolmo na rovinu XY) a také určit potenciální 3D tvar trhliny při její iniciaci. Tento tvar následně slouží jako vstup pro výpočet energetické části kritéria, kde se vyhodnocuje inkrementální hnací síla trhliny G_{inc} v závislosti na velikosti lomové plochy.

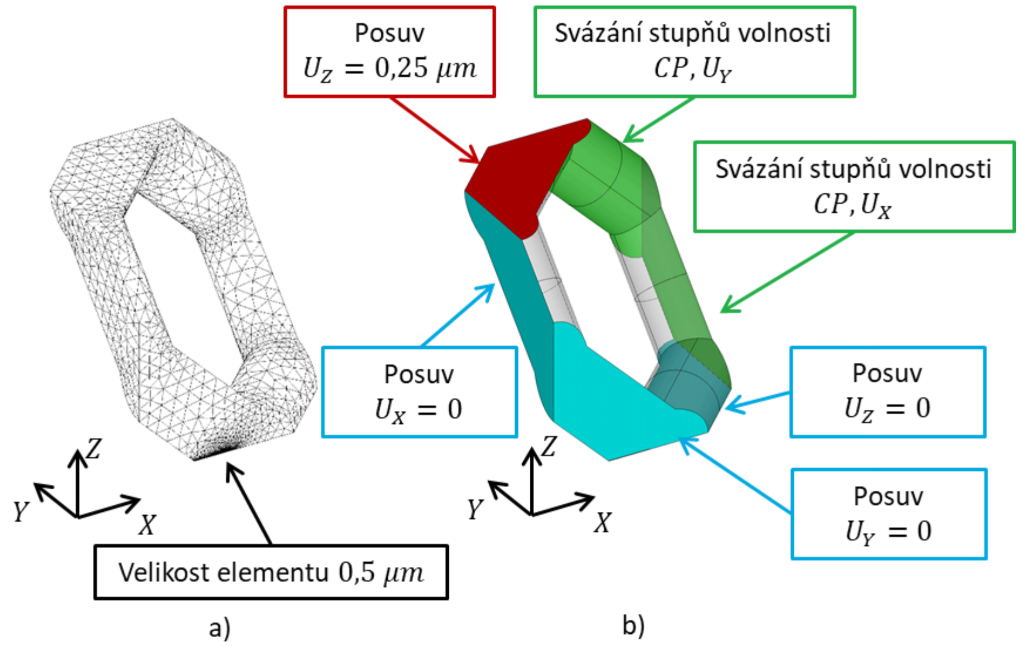
V předchozí kapitole bylo zjištěno, že potenciální trhlina se bude po iniciaci šířit zpočátku v rovině XY. Tento fakt je následně zohledněn při tvorbě modelu geometrie, který vychází ze dvou polovin buněk. Dohromady se tedy jedná o jednu buňku ve struktuře, která obsahuje potenciální místo iniciace trhliny (obr. 5.11a). Následně pro zkrácení výpočetního času jsou aplikovány postupně 3 roviny symetrie (graficky znázorněno na obr. 5.11b). Konečný model geometrie, na kterém budou počítány potřebné veličiny do sdruženého energeticko-napěťového kritéria, je 1/8 Kelvinovy buňky (viz obr. 5.11c).



Obr. 5.11 Volba modelu geometrie pro sdružené kritérium: a) výchozí model jedné buňky; b) znázornění aplikování rovin symetrie; c) konečný model geometrie – 1/8 buňky.

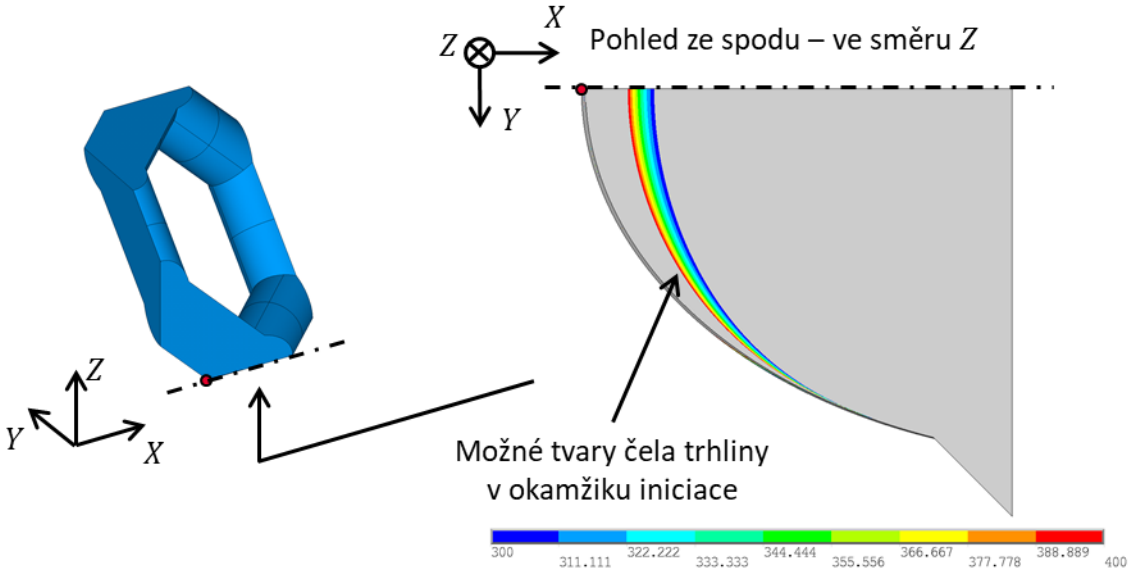
5.6.1 Napěťová část sdruženého kritéria

Konečno-prvková síť modelu geometrie (představeného na obr. 5.11) pro napěťovou část kritéria je znázorněna na obr. 5.12a. Lze si všimnou zjemnění sítě v potenciálním místě iniciace trhliny (na obr. 5.11c zvýrazněno červenou tečkou). Model vazeb a zatížení je znázorněn na obr. 5.12b. Jsou aplikovány periodické okrajové podmínky simulující opakující se model ve struktuře. Na tři roviny symetrie jsou předepsány nulové posuvy (vždy ve směru kolmém na danou plochu – na obrázku modře), na dvou okrajích jsou svázaný stupně volnosti (ve směru kolmém na danou plochu – na obrázku zeleně) a na horní plochu je předepsáno deformační zatížení $U_Z = 0{,}25\ \mu m$ (na obrázku červeně).

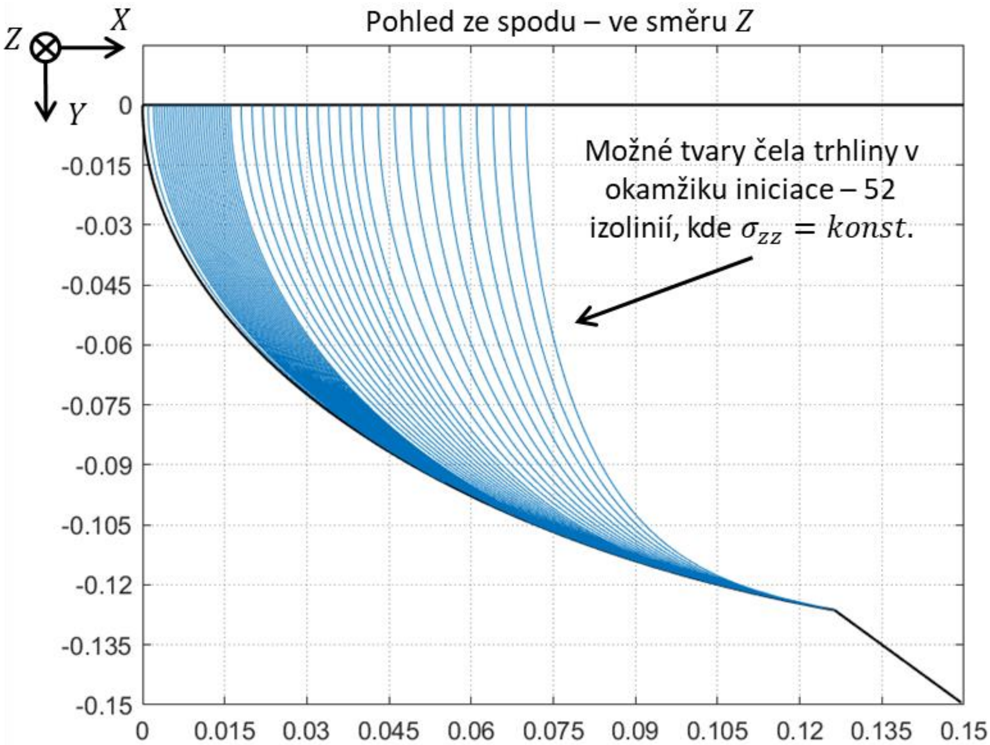


Obr. 5.12 Napěťová část: a) konečno-prvková síť; b) model okrajových podmínek a zatížení.

Následně je provedena MKP analýza a je získán průběh napětí působícího ve směru zatížení σ_{zz} z potenciálního místa iniciace směrem do hloubky materiálu (ve směru osy X). Kromě toho jsou v této části vyhodnoceny možné tvary čela trhliny v okamžiku iniciace na základě průběhů napěťových izolinií ($\sigma_{zz} = konst.$). Průběhy izolinií získaných z MKP analýzy jsou na obr. 5.13, kde je pro názornost vykresleno napětí σ_{zz} v rozmezí $300 \div 400\ MPa$. Následně jsou získány průběhy napětí σ_{zz} v rovině XY, které jsou vyexportovány a zpracovány v programu Matlab kde je nadefinováno celkem 52 možných tvarů čela trhliny při iniciaci (obr. 5.14), které slouží jako vstup pro výpočet inkrementální rychlosti uvolněné energie spojené s iniciací trhliny o určité délce (ploše). Na obr. 5.14 je možné si také všimnou oblasti s větší koncentrací nadefinovaných izolinií v blízké vzdálenosti od potenciálního místa iniciace trhliny, protože právě v této oblasti se očekává výsledná iniciační trhlina.



Obr. 5.13 Vykreslení napěťových izolinií – možné tvary čela trhliny v okamžiku iniciace.

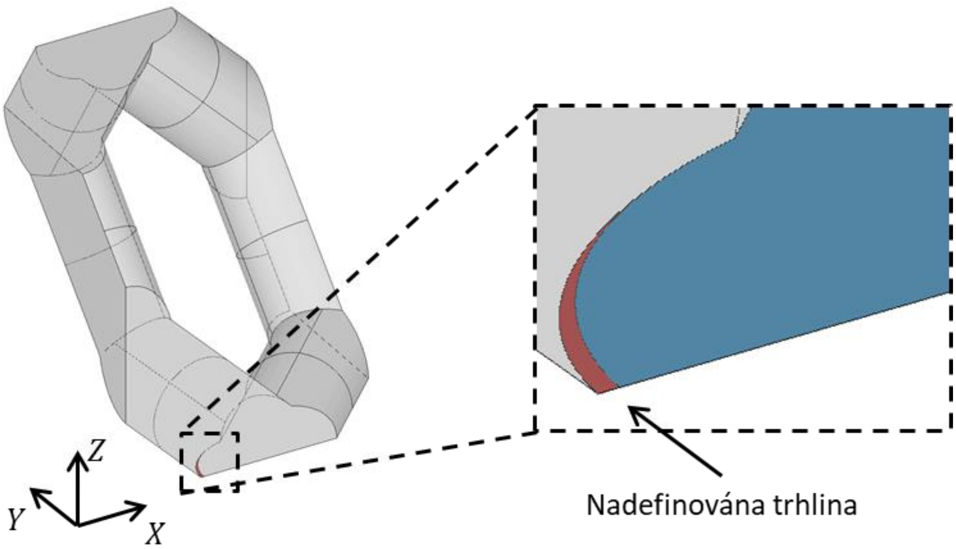


Obr. 5.14 Napěťové izolinie sloužící jako vstup do energetické části.

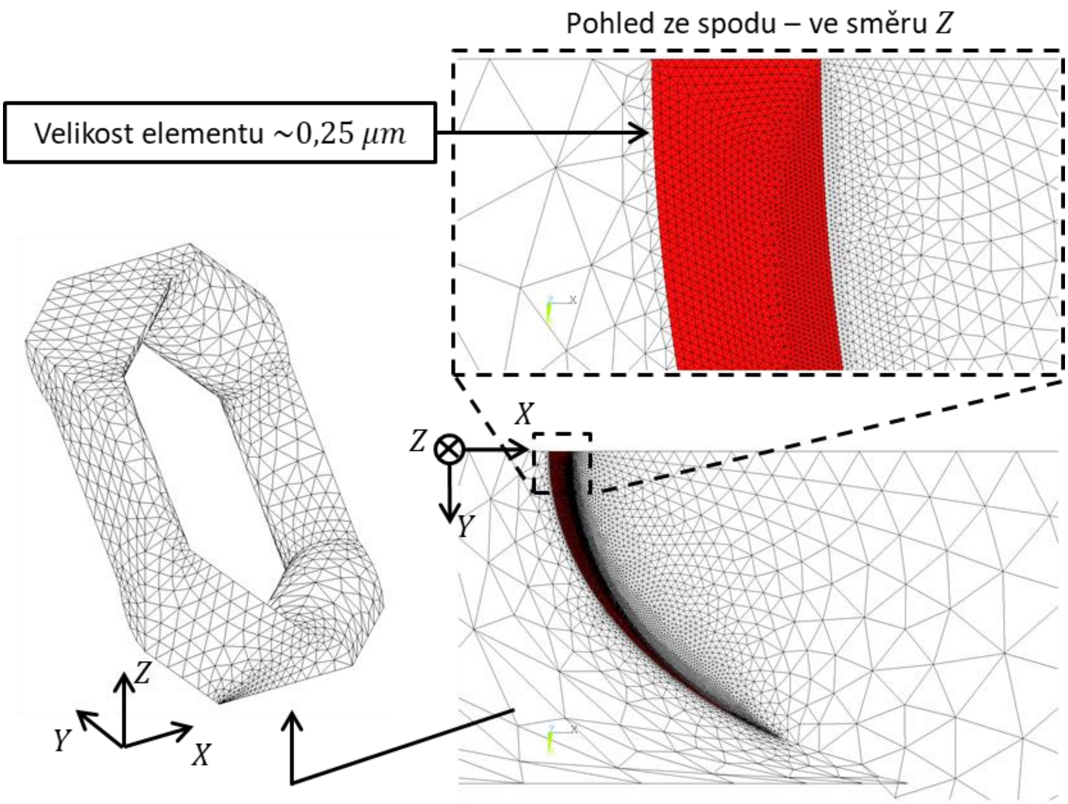
5.6.2 Energetická část sdruženého kritéria

Vstupem do energetické části sdruženého kritéria jsou tvary iniciační trhliny získané z napěťové části kritéria (viz obr. 5.14). Na rozdíl od analýzy napěťový izolinií, nyní již nestačí provést pouze jeden MKP výpočet. Každý z možných tvarů trhliny představuje samostatnou MKP analýzu (celkem jich je tedy provedeno 52), při které se počítá změna potenciální energie spojená se vznikem trhliny dané velikosti.

Během jedné analýzy je vždy nadefinován příslušný tvar trhliny (obr. 5.15) a je provedena diskretizace modelu se zjemněním sítě v místě trhliny (obr. 5.16). Poté jsou vždy vypočteny 2 kroky v rámci dané analýzy. První krok uvažuje model bez přítomnosti trhliny a druhý krok naopak uvažuje model s přítomností trhliny. Přítomnost trhliny je simulována pomocí okrajových podmínek na spodní straně modelu (v rovině XY kde je potenciální místo iniciace trhliny). V případě neuvažování trhliny (1. krok analýzy) je na celé spodní straně zamezen posuv v ose Z ($U_Z = 0$) a v případě uvažování trhliny (2. krok analýzy) je plocha trhliny, tedy červená část na obr. 5.15, ponechána bez okrajových podmínek a posuv v ose Z je zamezen pouze ve zbývající ploše (modrá část detailního pohledu na obr. 5.15). Zbývající okrajové podmínky a zatížení jsou stejné jako v případě napěťové části kritéria (viz obr. 5.12b).



Obr. 5.15 Model geometrie nadefinované trhliny.



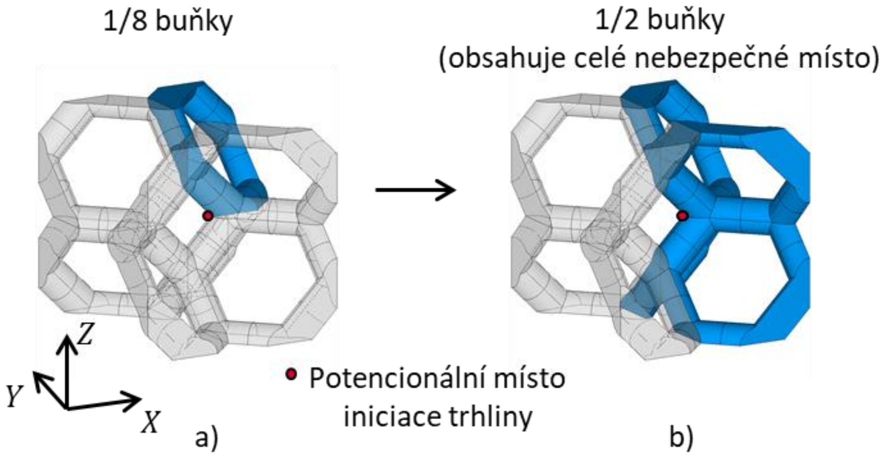
Obr. 5.16 Konečno-prvková síť s detailním pohledem na uvažovanou trhlinu.

Během jednotlivých MKP analýz je vždy zaznamenána plocha dané trhliny $S_i^{1/8}$, energie napjatosti tělesa bez trhliny $W_{oi}^{1/8}$ a energie napjatosti tělesa s trhlinou $W_i^{1/8}$, kde i značí i-tou analýzu. Je nutné poznamenat, že výsledky z MKP analýz jsou platné pro 1/8 model buňky a pro další zpracování jsou přepočteny tak, aby platili pro model obsahující celé potenciální místo iniciace trhliny (viz obr. 5.17). Přepočtové vztahy pro výsledné hodnoty, platné pro model zobrazený na obr. 5.17b, jsou uvedeny ve vztazích (5.6) a (5.7). Z těchto veličin je pak dle vztahu (5.8) vypočtena hnací síla trhliny G_{inc} pro daný tvar a plochu trhliny.

$$W_0 = 4 \cdot W_0^{\frac{1}{8}}, W_i = 4 \cdot W_i^{\frac{1}{8}} \tag{5.6}$$

$$S_i = 2 \cdot S_i^{1/8} \tag{5.7}$$

$$G_{inc}(S_i) = \frac{W_0 - W_i}{S_i} \tag{5.8}$$



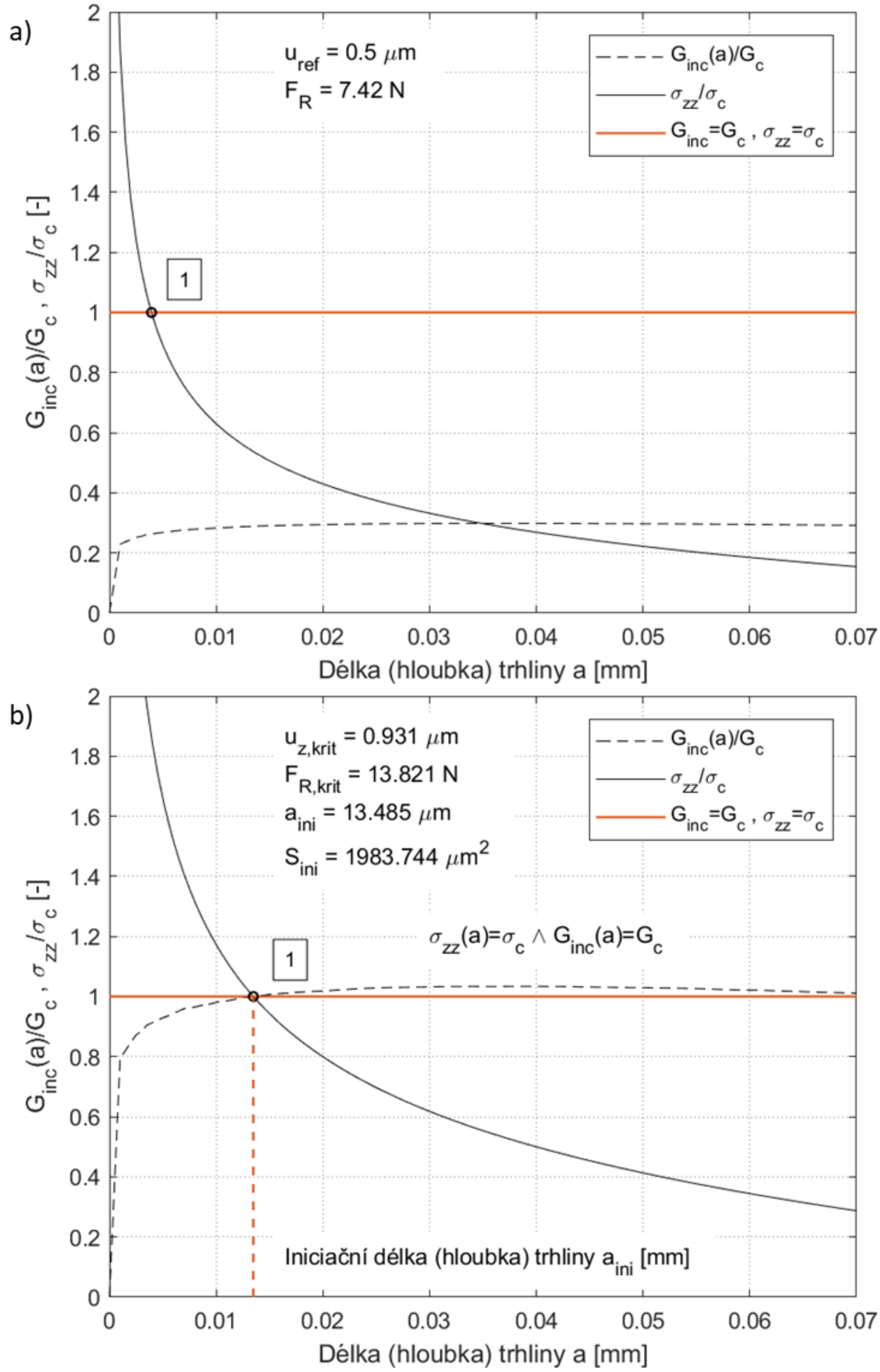
Obr. 5.17 Model geometrie: a) 1/8 buňky; b) 1/2 buňky – obsahuje celé potenciální místo iniciace trhliny.

5.6.3 Vyhodnocení výsledků sdruženého kritéria

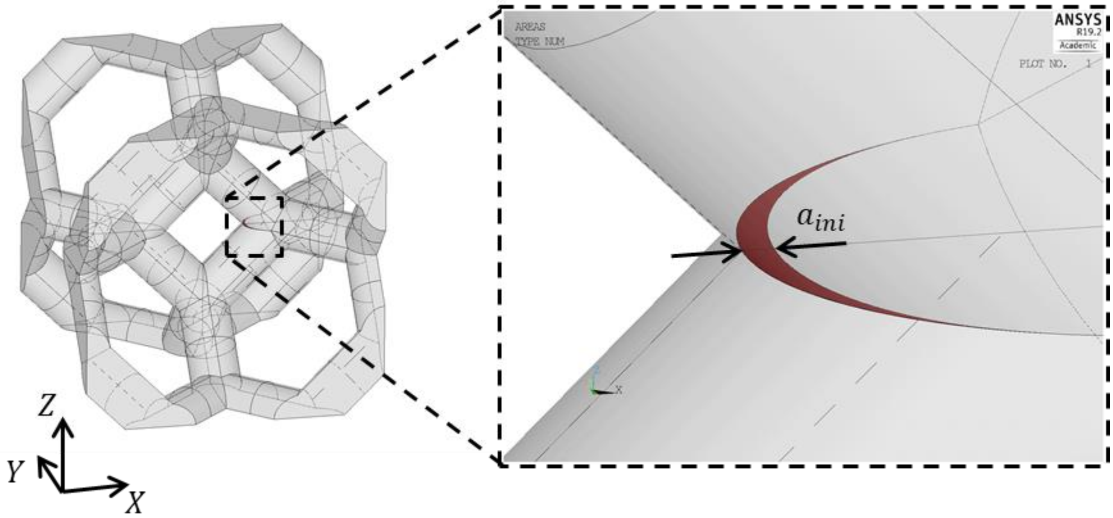
Po provedení výpočtů napěťové a energetické části sdruženého kritéria jsou vyhodnoceny výsledky. Z napěťové části je k dispozici průběh napětí ve směru aplikovaného zatížení σ_{zz} (kolmo na lomovou plochu), které je vyhodnoceno od povrchu trámečků směrem dovnitř struktury. Z energetické části je obdržen průběh inkrementální hnací síly trhliny G_{inc} v závislosti na velikosti lomové plochy S_i. Aby bylo možné oba tyto průběhy vynášet do jednoho grafu, jsou získané hodnoty normovány. To znamená, že napětí σ_{zz} je poděleno mezí pevnosti v tahu σ_c uvažovaného materiálu a inkrementální hnací síla trhliny G_{inc} je podělena lomovou houževnatostí G_c. Uvedené materiálové charakteristiky jsou zmíněny výše v tab. 5.2. Vyhodnocené veličiny jsou opět přepočítávány z 1/8 modelu buňky na model obsahující celé potenciální místo iniciace trhliny (viz obr. 5.17). Hodnoty v následujících grafech tedy platí pro modrý model zobrazený na obr. 5.17b.

Výsledky obdržené z MKP analýz jsou zobrazeny na obr. 5.18a. Pokud má křivka hodnoty větší nebo rovny jedné, znamená to, že je daná podmínka splněna. V tomto případě je napěťová část (na obrázku plná čára) splněna do bodu označeného číslem 1, poté křivka klesne pod hodnotu jedné a napětí ve větší hloubce materiálu již není dostatečné pro iniciaci trhliny. Energetická část (na obrázku přerušovaná čára) není splněna vůbec, po celou dobu má hodnoty menší než jedna. To znamená, že při daném deformačním zatížení u_{ref} je sice do určité hloubky splněna napěťová podmínka, ale energetická podmínka splněna není. Podmínky nutné a zároveň postačující pro iniciaci trhliny tudíž splněny nejsou a k iniciaci trhliny nedojde.

Cílem je najít minimální hodnotu zatížení, při kterém dojde k iniciaci trhliny. To je nalezeno v případě, kdy se napěťová a energetická podmínka poprvé obě střetnou v jedničce. Uvažování lineárně elastického modelu materiálu umožňuje tyto křivky přepočítávat již bez potřeby nové MKP analýzy. Napětí σ_{zz} je přímo úměrné zatížení u a inkrementální hnací síla trhliny G_{inc} je v kvadrátu s aplikovaným zatížením u. Lze tedy sestavit iterační algoritmus, který přepočítává obě křivky až do okamžiku nalezení bodu, ve kterém se obě křivky střetnou v jedničce. K tomuto účelu je využit program Matlab. Výsledek iteračního procesu je pak znázorněn na obr. 5.18b, kdy hledaný bod je na označen číslem 1. Je tedy nalezen stav, kdy jsou poprvé splněny obě nutné a zároveň postačující podmínky pro iniciaci trhliny. Tomuto stavu pak odpovídá deformační zatížení $u_{z,krit} = 0{,}93\ \mu m$ a reakční síla $F_{R,krit}$ vyvolaná posuvem $u_{z,krit}$. Je také určena iniciační délka (hloubka) trhliny $a_{ini} = 13{,}485\ \mu m$. Znamená to tedy, že při aplikování zatížení $u_{z,krit}$ na model zobrazený modře na obr. 5.17b, dojde k iniciaci trhliny o délce (hloubce) a_{ini}. Jelikož se jedná o 3D analýzu, lze určit i tvar iniciované trhliny, ta je graficky znázorněna na obr. 5.19.



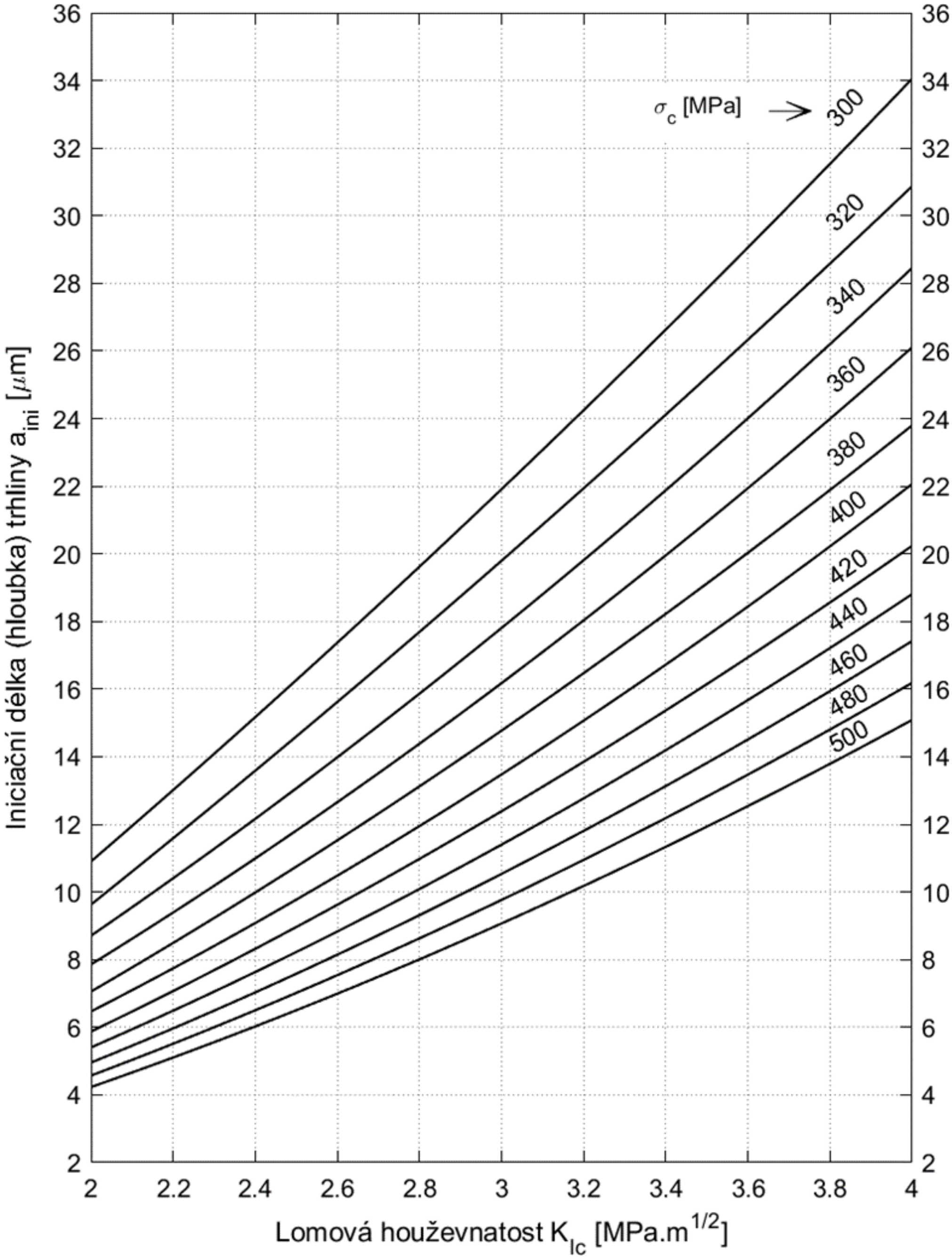
Obr. 5.18 Normované hodnoty napětí σ_{zz}/σ_c a inkrementální hnací síly trhliny G_{inc}/G_C: a) výsledky obdržené z MKP analýzy; b) přepočtené hodnoty.



Obr. 5.19 Tvar iniciované trhliny při zatížení $u_{z,krit}$ zobrazený na 3D modelu buňky.

Dále je provedeno vyhodnocení iniciační délky trhliny a_{ini} v závislosti na mezi pevnosti v tahu σ_c a lomové houževnatosti K_{Ic}. Výsledek takovéto závislosti na zobrazen na obr. 5.20. Na svislé ose je lomová houževnatost $K_{Ic} = 2 \div 4\ MPa \cdot m^{1/2}$, dále čísla u jednotlivých křivek značí mez pevnosti materiálu, a to v rozsahu $\sigma_c = 300 \div 400\ MPa$ a na vodorovné ose je iniciační délka trhliny a_{ini} v $[\mu m]$. To znamená, že pokud jsou známy hodnoty σ_c a K_{Ic}, lze podle grafu znázorněného na obr. 5.20 určit přibližnou hodnotu iniciační délky trhliny a_{ini} (platí pro modul pružnosti v tahu $E = 370\ GPa$ a Poissonovo číslo $\mu = 0{,}25$).

Z obr. 5.20 je patrné, že závislost je spíše kvadratická. Se zvyšující se hodnotou lomové houževnatosti K_{Ic} a naopak se snižující se hodnotou meze pevnosti v tahu σ_c, se iniciační délka trhliny a_{ini} zvyšuje.

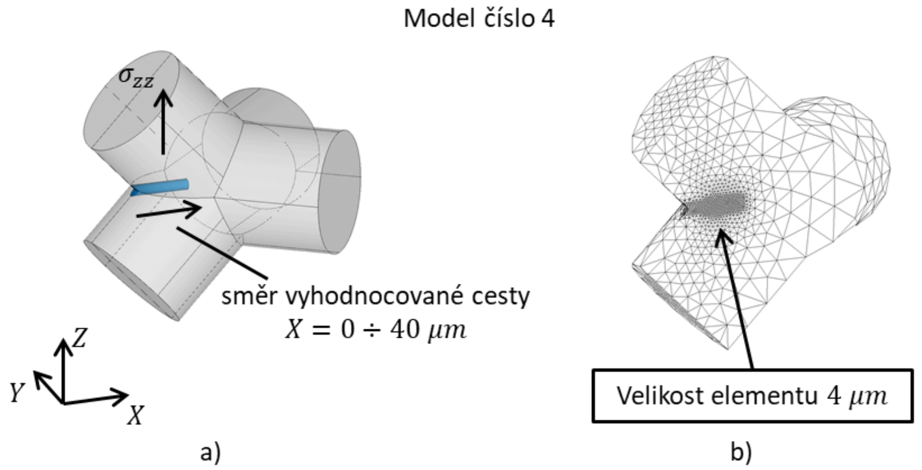


Obr. 5.20 Iniciační délka trhliny a_{ini} v závislosti na mezi pevnosti v tahu σ_c a lomové houževnatosti K_{Ic}.

5.7 Vliv velikosti sítě

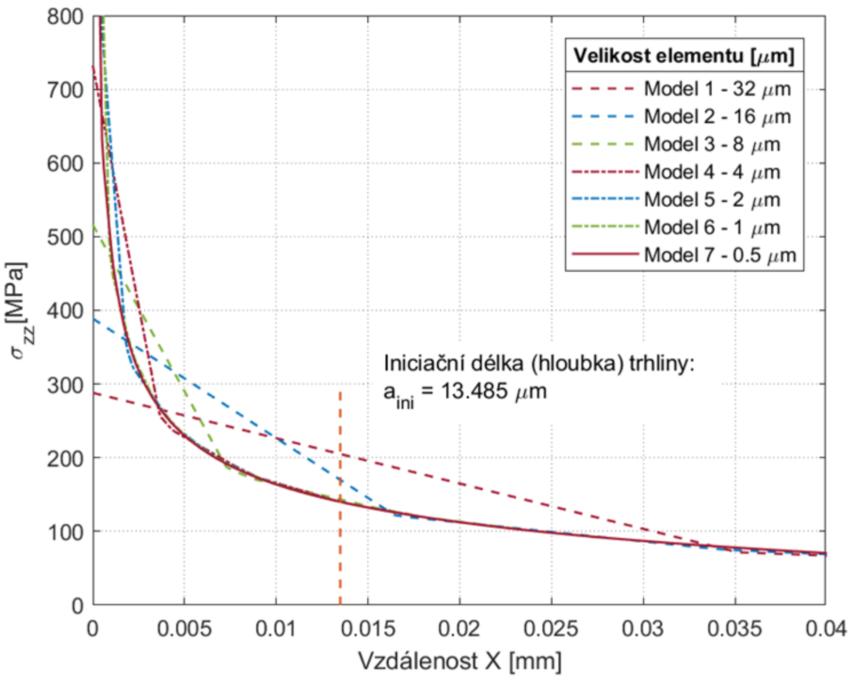
Globální model pravidelné pěnově struktury je tvořen hrubou sítí, která není schopna přesně popsat průběhy (amplitudy) napětí v potenciálních místech iniciace trhliny (v místech koncentrace napětí), kde jsou přítomny napěťové singularity. To znamená, že použití nekonečně malých elementů v tomto místě způsobí nekonečně velké napětí. Jinými slovy, aby bylo možné správně vykreslit napětí v takovém místě, bylo by zapotřebí použít nekonečně malých elementů, a to v praxi není možné. Proto bylo také použito sdružené energeticko-napěťové kritérium a nyní bude určen vliv velikosti elementů na průběh napětí σ_{zz} se zaměřením na hodnoty tohoto napětí v iniciační hloubce trhliny a_{ini} zjištěné v předchozí kapitole.

K analýze vlivu velikosti elementů konečno-prvkové sítě na průběh napětí ve směru zatěžování σ_{zz} (kolmo na rovinu XY) je využit submodel, jehož model geometrie je zobrazen na obr. 5.5. Model geometrie je dále upraven tak, že je vyříznut do materiálu válec, na kterém je pak řízena velikost elementů (obr. 5.21). Celkem je analyzováno 7 modelů s proměnnými velikostmi elementů od nejhrubšího 32 μm až po nejjemnější s velikostí sítě 0,5 μm v oblasti zájmu. Na obr. 5.21 je zobrazen model číslo 4, který má velikost sítě $4 \mu m$ (viz obr. 5.21b). Vyřezávaný válec má vždy takové rozměry, aby byly zajištěny alespoň 3 elementy na poloměr válce. Je zjišťováno napětí po cestě ve směru z povrchu (singularita napětí) směrem do hloubky materiálu (ve směru osy X). Vyhodnocované napětí je napětí kolmé na potenciální lomovou plochu σ_{zz} (graficky znázorněno na obr. 5.21a).



Obr. 5.21 Model číslo 4: a) model geometrie s vyznačeným směrem vyhodnocování; b) řez diskretizovaným modelem s viditelným zjemněním v místě vyhodnocování.

Okrajové podmínky jsou stejné, jako tomu bylo v kapitole 5.4 (na řezné plochy submodelu jsou předepsány odpovídající posuvy z globálního modelu). Je tedy vypočítáno 7 modelů s různými velikostmi elementů ve vyhodnocované oblasti. Průběhy napětí kolmého na lomovou plochu σ_{zz} pro jednotlivé modely jsou na obr. 5.22.



Obr. 5.22 Průběhy napětí σ_{zz} v závislosti na velikosti použitých prvků.

Z výsledků je patrné, že pro správné vyhodnocení velikosti napětí v požadované hloubce materiálu (v tomto případě v iniciační délce $a_{ini} = 13{,}485\ \mu m$ – zvýrazněno na obr. 5.22), je nutné mít v této oblasti prvky o velikosti menší, než je požadovaná hloubka (maximálně jí rovny). Model číslo 3 (velikost sítě $8\ \mu m$) má v hloubce a_{ini} ještě prakticky totožný průběh při srovnání s modelem 7 (ten má nejmenší zkoumanou velikost sítě a je tedy označen jako „přesné řešení“ – v grafu plná červená čára). Naopak model číslo 2 (velikost elementu větší než a_{ini}, konkrétně $16\ \mu m$) má již velikost napětí σ_{zz} výrazně odlišnou v porovnání s modelem 7.

5.8 Zhodnocení dosažených výsledků

V této kapitole byly nejprve na globálním modelu geometrie pěnové struktury identifikovány potenciální místa iniciace trhliny (místa s koncentrací napětí). Následně využitím submodelů byly analyzovány tato nebezpečná místa a byly vyhodnoceny podmínky nutné pro porušení trámečku pěnové struktury.

S využitím kritéria maximálního obvodového napětí bylo zjištěno, že zpočátku se iniciovaná trhlina bude šířit v rovině XY (kolmo na aplikované zatížení). Takto se bude šířit do místa, kde dojde k přerozdělení napětí vlivem okolních trámečků struktury a dojde k odklonění trhliny.

Použitím sdruženého energeticko napěťového kritéria byly zjištěny kritické zatěžovací podmínky vedoucí k iniciaci trhliny. Co je však důležitější pro následující analýzy, bylo určení délky iniciační trhliny a_{ini}, která byla pro materiálové charakteristiky uvedené v tab. 5.2, stanovena na $a_{ini} = 13{,}485\ \mu m$. Poté byla ještě sestavena závislost iniciační délky trhliny a_{ini} v závislosti na mezi pevnosti v tahu σ_c a lomové houževnatosti K_{Ic}.

Dále bylo ověřeno, že pro správné vyhodnocení napětí v hloubce a_{ini} je zapotřebí mít v tomto místě velikost elementů menší nebo rovnu, než je a_{ini}.

Nyní tedy při vytvoření sítě v potenciálních místech iniciace trhliny o velikosti elementů menší, než je a_{ini}, lze sestavit jednoduché kritérium pro porušení trámečku pěnové struktury. Pokud je při určitém zatížení první (tahové) hlavní napětí v iniciační hloubce trhliny a_{ini} větší nebo rovno mezi pevnosti v tahu materiálu σ_c dojde k iniciaci trhliny. Jakmile dojde k iniciaci trhliny je předpokládáno a dokázáno experimenty, že trhlina se bude dále šířit materiálem skrz celý průřez trámečku, až dojde k jeho porušení. S tímto poznatkem lze tedy přistoupit k simulaci porušení samotné pěny, která bude předmětem následující kapitoly.

6 NUMERICKÁ SIMULACE MECHANICKÉ ZKOUŠKY PĚNOVÉ STRUKTURY

V této kapitole je sestaven algoritmus MKP výpočtu pro simulaci mechanické zkoušky pěnové struktury. Pro definici podmínek nutných k porušení trámečku pěnové struktury je využito výsledků získaných v předchozí kapitole. Při dostatečné velikosti sítě v potenciálních místech iniciace trhliny (velikost prvků menší než iniciační délka trhliny a_{ini}) lze porovnávat pouze první (tahové) hlavní napětí v iniciační hloubce a_{ini} s mezí pevnosti v tahu materiálu σ_c. Pokud je první hlavní napětí v iniciační délce trhliny větší nebo rovno mezi pevnosti v tahu, dojde k iniciaci trhliny a jejímu následnému šíření skrz průřez trámečku, až dojde k jeho celému porušení. Více o dané definici podmínek nutných k porušení trámečku a způsobu, jak byla tato podmínka určena je uvedeno v předchozí kapitole.

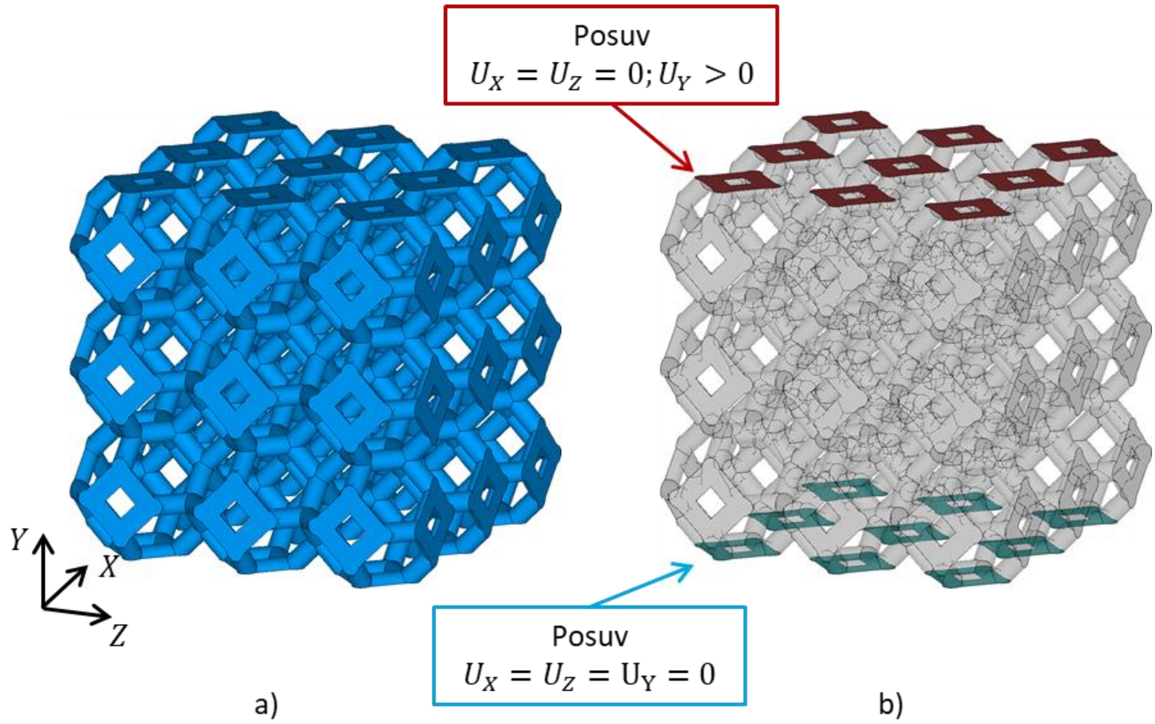
Nejdříve bude celý algoritmus vysvětlen na simulaci tahové zkoušky idealizované pravidelné pěnové struktury (struktura tvořená Kelvinovými buňkami, jejíž model geometrie je zobrazen například na obr. 5.2a). Algoritmus simulace se skládá ze dvou částí. První část provádí úpravu (zjemnění) konečno-prvkové sítě modelu (výstupem je počáteční diskretizovaný model, který je vstupem do druhé části) a druhá část simuluje požadovanou mechanickou zkoušku.

V dalších kapitolách je nejprve provedena simulace tlakové zkoušky na stejném modelu, tedy na idealizované pravidelné pěnové struktuře. Následuje simulace tlakové zkoušky reálné keramické pěny, jejíž model byl vytvořen na základě CT snímků. V rámci dané kapitoly jsou představeny dostupné experimenty provedené s daným vzorkem, se kterým budou srovnány výsledky dosažených MKP analýz. Dále je pro porovnání výsledků ještě provedena ukázka analytického výpočtu predikce pevnosti keramické pěny v tlaku podle modelu Gibson-Ashby (zmíněného v kapitole 2.4.2 a kapitole 2.4.3) a také je uveden výsledek numerické simulace tlakové zkoušky keramické pěny za použití prutových prvků.

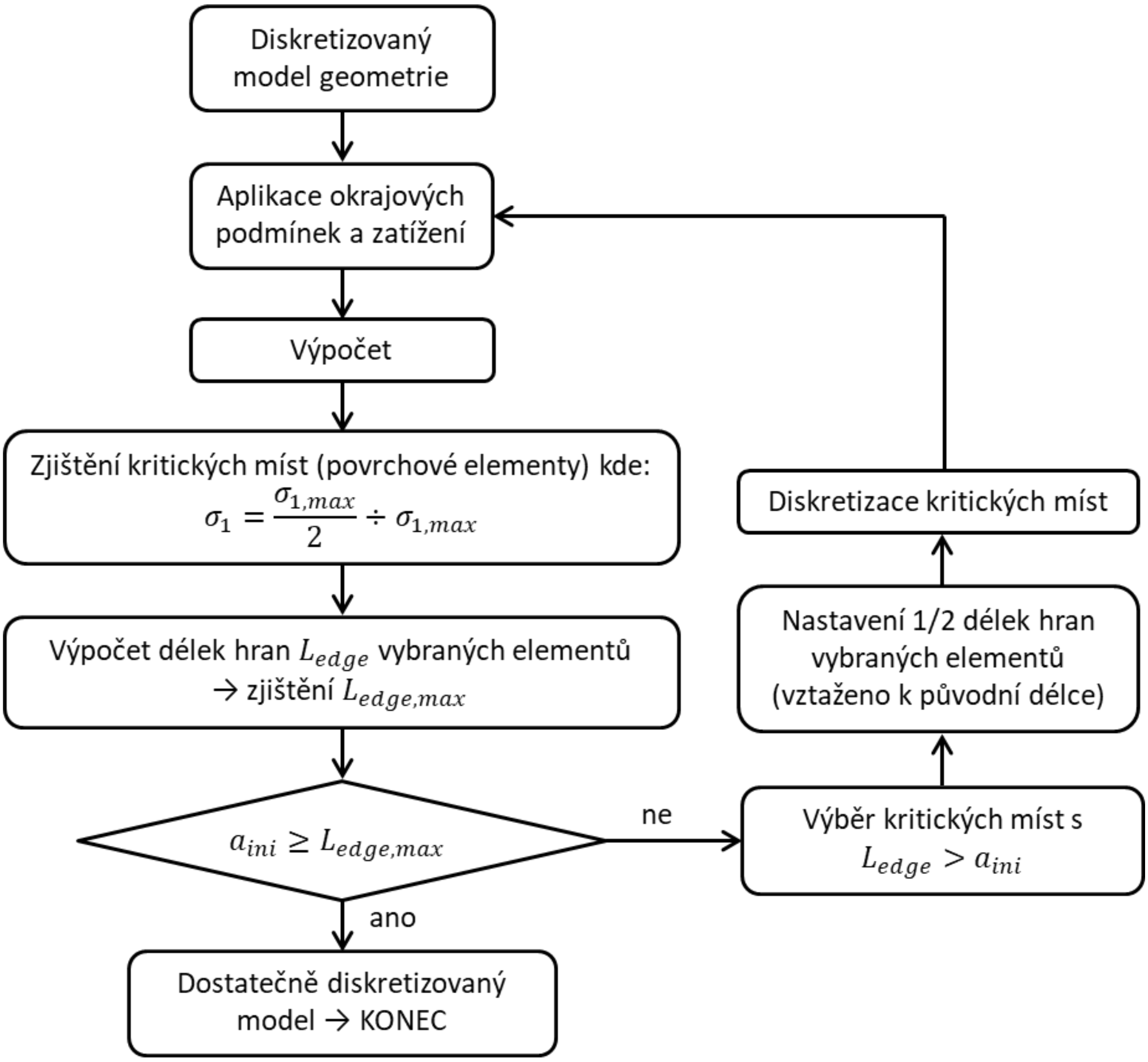
6.1 Predikce porušení pravidelné pěnové struktury při tahovém zatížení

Celý postup výpočtu (obě části algoritmu) bude vysvětlen, spolu poskytnutím ukázek dílčích kroků, na simulaci tahové zkoušky idealizované Kelvinovy pěnově struktury.

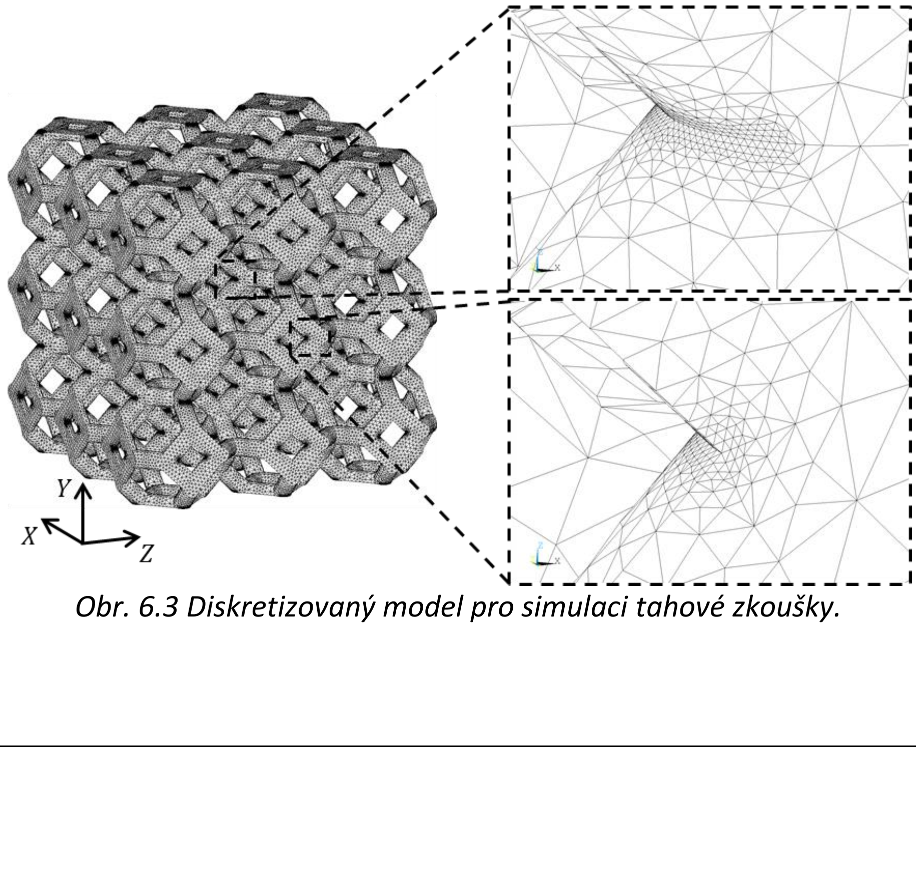
Cílem algoritmu provádějící tvorbu počátečního diskretizovaného modelu, vstupujícího do následné simulace, je zajistit velikost elementů v potenciálních místech iniciace trhliny menší, než je iniciační délka trhliny a_{ini}. Schéma algoritmu pro diskretizaci je zobrazeno na obr. 6.2. Vstupem do tohoto algoritmu je konečno-prvková síť požadovaného modelu geometrie (v tomto případě model geometrie představuje globální model pěnové struktury zobrazený na obr. 6.1a). Aplikují se okrajové podmínky (obr. 6.1b), jsou předepsány nulové posuvy ve všech směrech na spodní stranu modelu (na obrázku modře) a na horní plochu modelu jsou předepsány nulové posuvy ve směru X a Z, a tahové deformační zatížení ve směru osy Y (na obrázku červeně). Poté je proveden první výpočet, na základě, kterého se vyhodnotí potenciální místa iniciace trhlin – jsou to místa (elementy), na kterých jsou koncentrace napětí. V našem případě se vyberou ty elementy, kde první hlavní napětí σ_1 je v rozsahu od poloviny maximální hodnoty prvního hlavního napětí až po maximální hodnotu prvního hlavního napětí v celém modelu – $\sigma_1 = \frac{\sigma_{1,max}}{2} \div \sigma_{1,max}$). U těchto elementů se zjistí délky jejich hran a určí se z nich maximální délka hrany všech vybraných elementů $L_{edge,max}$. Pokud není $L_{edge,nax}$ menší nebo rovna iniciační délce trhliny a_{ini}, vyberou se elementy jejichž délky hran L_{edge} jsou větší než a_{ini} a zmenší se velikost těchto elementů s využitím funkce EREFINE v jazyce APDL (délky hran se zkrátí na polovinu vzhledem k původní délce). Poté algoritmus vstupuje opět do aplikace okrajových podmínek a zatížení a celý proces se opakuje do doby, než je maximální délka hran elementů v potenciálně nebezpečných místech $L_{edge,max}$ menší nebo rovna iniciační délce trhliny a_{ini}. Výsledná konečno-prvková síť vytvořená tímto algoritmem s detailním pohledem na zjemněná potenciální místa iniciace trhliny jsou zobrazeny na obr. 6.3.



Obr. 6.1 Simulace tahové zkoušky idealizované pěnové struktury: a) model geometrie; b) model okrajových podmínek a zatížení.

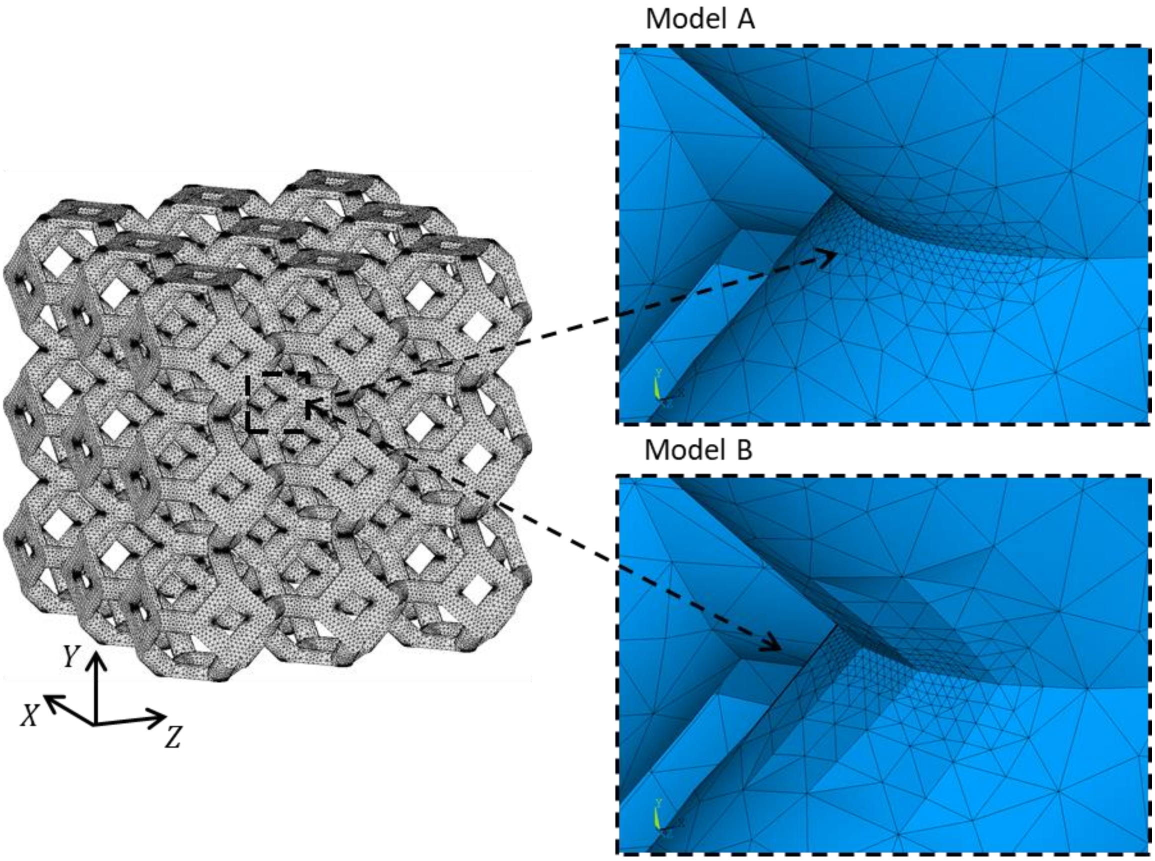


Obr. 6.2 Schéma algoritmu provádějící požadovanou diskretizaci modelu.



Obr. 6.3 Diskretizovaný model pro simulaci tahové zkoušky.

Postupem uvedeným v diagramu obr. 6.2 byly připraveny dva mírně odlišné diskretizované modely. První je po celou dobu tvořen s modelem geometrie. To způsobí, že při zjemňování nebezpečných míst dochází k postupnému vyhlazování povrchu dle vnějších ploch původní geometrie. Naopak druhý model je v průběhu algoritmu diskretizace bez modelu geometrie. Tím pádem při zjemňování se zachovávají povrchové plochy původních elementů a nedochází k vyhlazování povrchu, jelikož nejsou elementy vázány k žádným vnějším plochám. Rozdíl mezi jednotlivými diskretizovanými modely je dobře vidět na obr. 6.4. Pro další práci s těmito modely je model s vyhlazenými povrchy označen jako model A, a model bez geometrie s nerovným povrchem je označen jako model B. Porovnání počtu uzlů a elementů před a po provedení algoritmu diskretizace je v tab. 6.1.

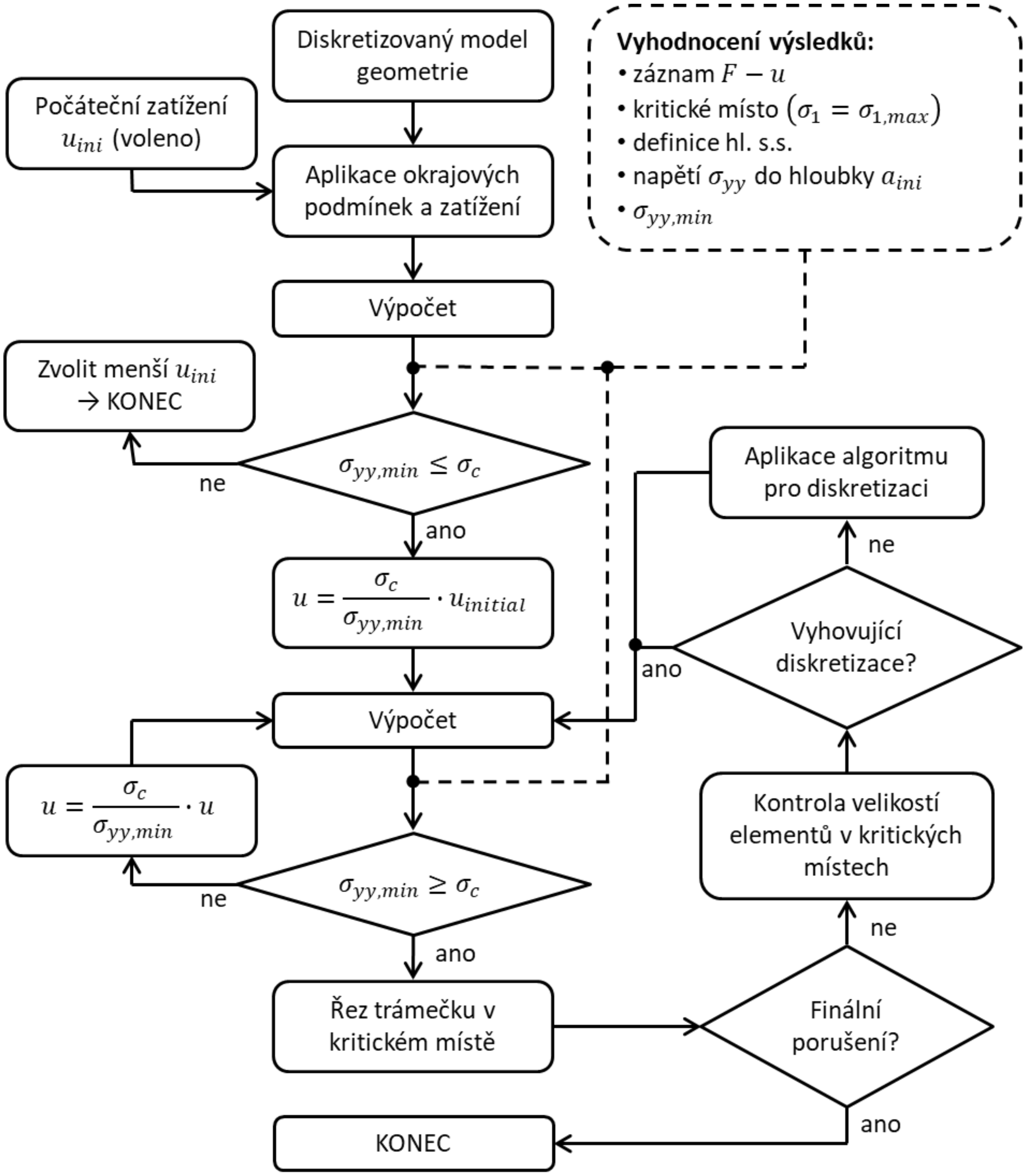


Obr. 6.4 Rozdíl mezi diskretizovanými modely A a B.

Tab. 6.1 Počet elementů a uzlů před a po provedení algoritmu diskretizace (zjemnění sítě v místě koncentrace napětí) – tahová zkouška.

Diskretizovaný model	**Model A**		**Model B**	
	Výchozí	**Konečný**	**Výchozí**	**Konečný**
Počet elementů	820 208	2 072 781	820 208	1 928 518
Počet uzlů	1 314 270	3 142 148	1 314 270	2 924 498

Připravené, lokálně zjemněné, modely vstupují do algoritmu simulující tahovou zkoušku pěnových struktur. Schéma popisující jednotlivé kroky simulace je zobrazeno na obr. 6.5.



Obr. 6.5 Schéma simulace mechanické zkoušky pěnové struktury.

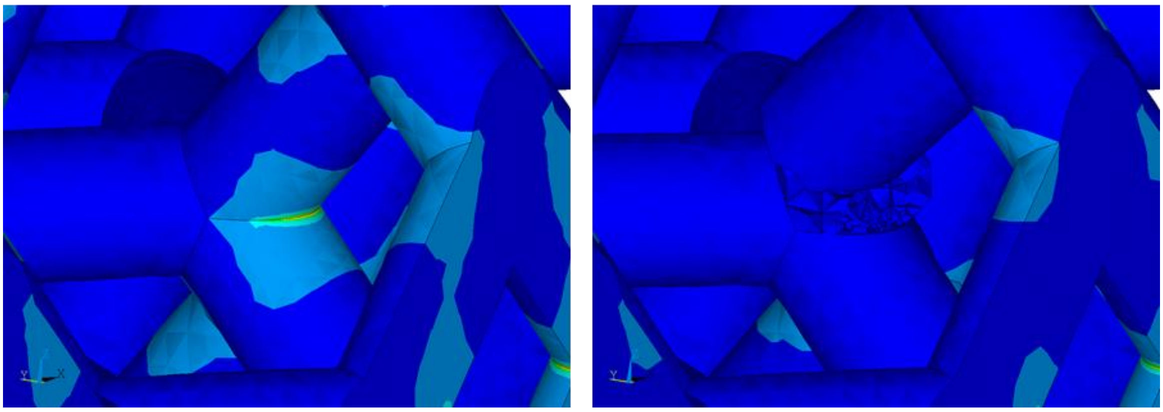
Postup simulace je následovný. Na diskretizovaný model (obr. 6.4) jsou aplikovány okrajové podmínky a počáteční deformační zatížení u_{ini}. Po provedení výpočtu se spustí vyhodnocení výsledků (na schématu čárkovaně), který má tyto kroky:

1. provede záznam informací ze simulace (reakční síla F a aplikovaný posuv posuvu u)
2. najde kritické místo, ve smyslu maximálního prvního hlavního napětí $\sigma_{1,max}$
3. v tomto místě nadefinuje hlavní souřadnicový systém, kde osa představující první hlavní napětí je totožná s osou Y
4. vyhodnotí napětí σ_{yy} v hloubce a_{ini} a tím zjistí minimální hodnotu $\sigma_{yy,min}$

Následně je porovnána minimální hodnota napětí $\sigma_{yy,min}$ s mezí pevnosti materiálu v tahu σ_c. Pokud je již po prvním kroku $\sigma_{yy,min}$ větší než σ_c, výpočet je přerušen (bylo přestřeleno počáteční zatížení u_{ini} a je potřeba jej zmenšit). Pokud je $\sigma_{yy,min}$ menší než σ_c, vypočítá se zatížení u tak, aby při dalším kroku analýzy již k porušení došlo, a aplikuje se na strukturu. Proběhne výpočet, znovu se spustí vyhodnocení výsledků (na schématu kroky vyhodnocení čárkovaně) a porovnají se hodnoty minimálního napětí $\sigma_{yy,min}$ v kritickém místě s mezí pevnosti v tahu σ_c. Pokud je $\sigma_{yy,min}$ větší nebo rovno σ_c, jsou splněny podmínky nutné pro porušení trámečku a dojde k jeho porušení. Následně je zjištěno, zda jde o konečnou poruchu trámečku, která způsobí porušení celé struktury. Pokud ne, je zkontrolováno, zda po porušení trámečku a následném přerozdělení napětí, nevznikly nová nebezpečná místa s příliš hrubou sítí. Pokud diskretizace nevyhovuje, tak se spustí algoritmus pro diskretizaci, jehož schéma je popsáno na obr. 6.2. Následuje nový výpočet a po vyhodnocení výsledků je provedena opět kontrola, zda je $\sigma_{yy,min}$ větší nebo rovno σ_c. Pokud není, je vypočteno zatížení u, aby v dalším kroku tato podmínka splněna byla. Naopak pokud podmínka splněna je, proběhne další řez trámečku a celý algoritmus provádí tyto kroky, dokud nedojde k finálnímu porušení a tím pádem k porušení celé pěnové struktury.

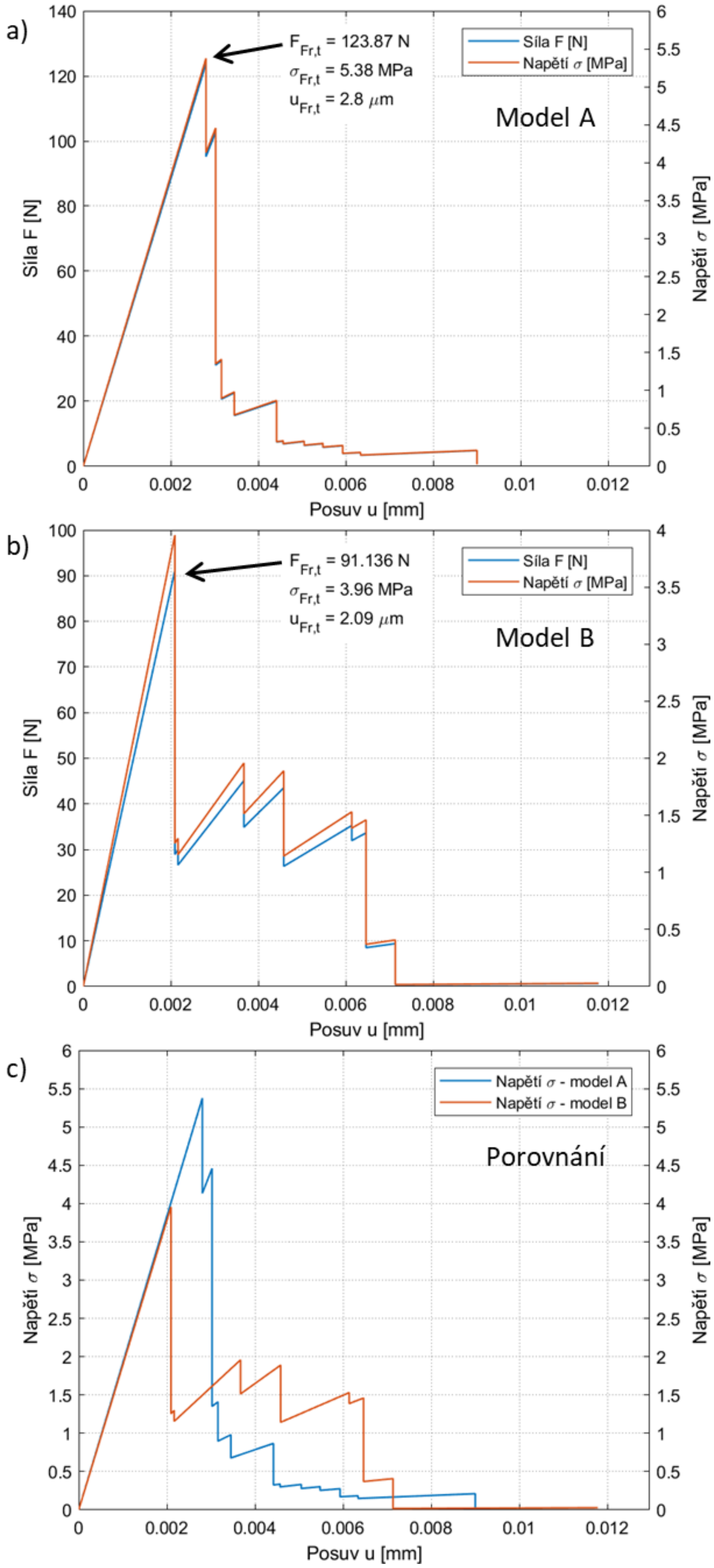
Porušení trámečku je prováděno pomocí funkce PSMESH. Tato funkce slouží primárně pro definici předpětí ve šroubu, ale je využito části této funkce. Během definování oblasti pro předpětí tato funkce rozdělí uzly v požadovaném směru a tím je simulováno porušení jednotlivých trámečků. Ukázka porušení je zobrazena na obr. 6.6. Na tomto obrázku je také vidět přerozdělení napětí po porušení daného trámečku.

Před porušením Po porušením



Obr. 6.6 Ukázka porušení trámečku pěnové struktury – příkaz PSMESH.

Výstupem algoritmu simulace mechanické zkoušky je záznam síly F na posuvu u. Průběh síly F se dále přepočítává na průběh napětí σ, vztahem $\sigma = F/S_{bulk}$, kde S_{bulk} je plocha průmětu pěnové struktury do roviny kolmé na směr zatížení (v případě použitého pravidelného modelu se jedná o čtverec/obdélník). Maximální hodnota z průběhu napětí σ je potom označena jako pevnost keramické pěny v tahu $\sigma_{Fr,t}$. Záznam zkoušky simulace tahové zkoušky idealizované pravidelné keramické pěny je zobrazen na obr. 6.7.

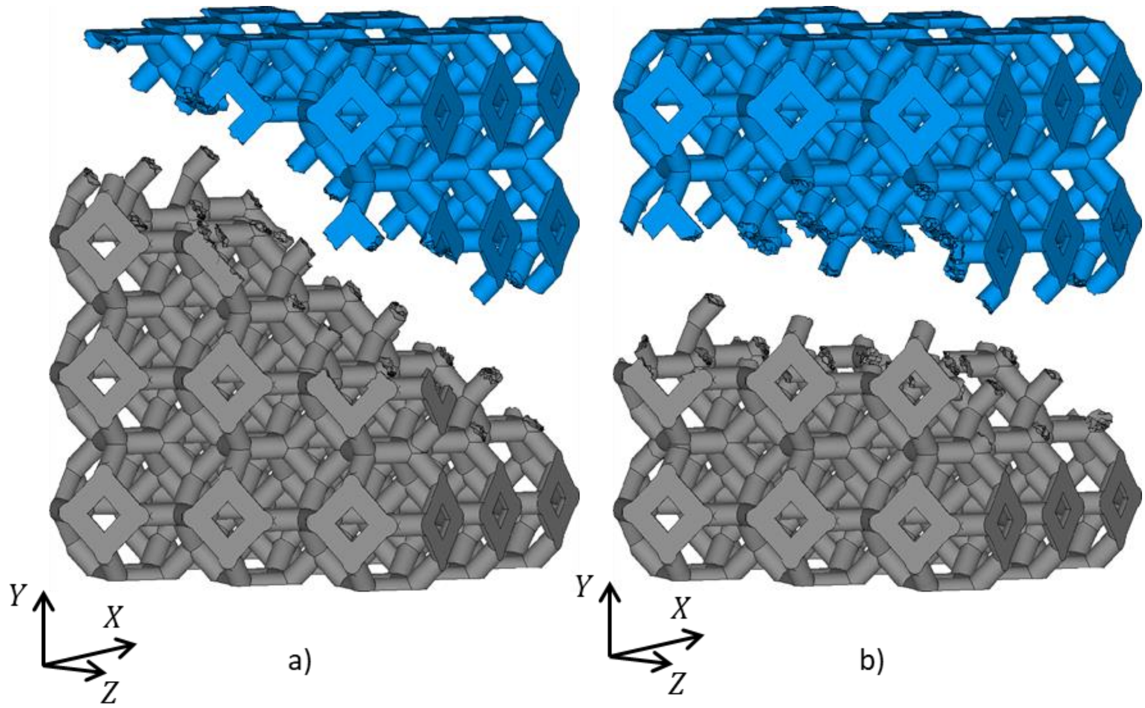


Obr. 6.7 Záznam simulace tahové zkoušky: a) model A; b) model B; c) porovnání zátěžných křivek modelu A a B.

Z výsledků simulace je patrné, že po prvním porušení trámečku, dojde následně k sérii dalších porušení trámečků a výrazně poklesne síla F (bez dalšího nárůstu aplikovaného posuvu). Ke konci simulace je už naopak nutné zvětšit aplikované deformační zatížení a jsou vidět viditelné nárůsty síly F před finálním porušení struktury. Je také možné si všimnout, že oba modely mají téměř identický sklon náběžné křivky až do okamžiku dosažení maximální síly. To znamená, že modely mají podobný modul pružnosti pěny E. Model A dosáhl větší hodnoty síly F během simulace, to znamená má vyšší hodnotu pevnosti v tahu $\sigma_{Fr,t}$. To je dáno rozdílnou diskretizací, kdy model B má kritická místa s výraznými hranami (viz obr. 6.4), a to způsobí při stejném zatížení větší koncentrace napětí v a důsledkem toho je predikovaná pevnost pěny nižší. Pro přehlednost jsou vypočtené pevnosti v tahu $\sigma_{Fr,t}$ uvedeny v tab. 6.2. Finální porušení celé pěnové struktury je zobrazeno na obr. 6.8. Je možné si všimnou, že model A se porušil pod úhlem zhruba $45°$, kdežto model B má lomovou plochu téměř v rovině XZ.

Tab. 6.2 Výsledky pevnosti v tahu pro idealizovanou pravidelnou pěnu.

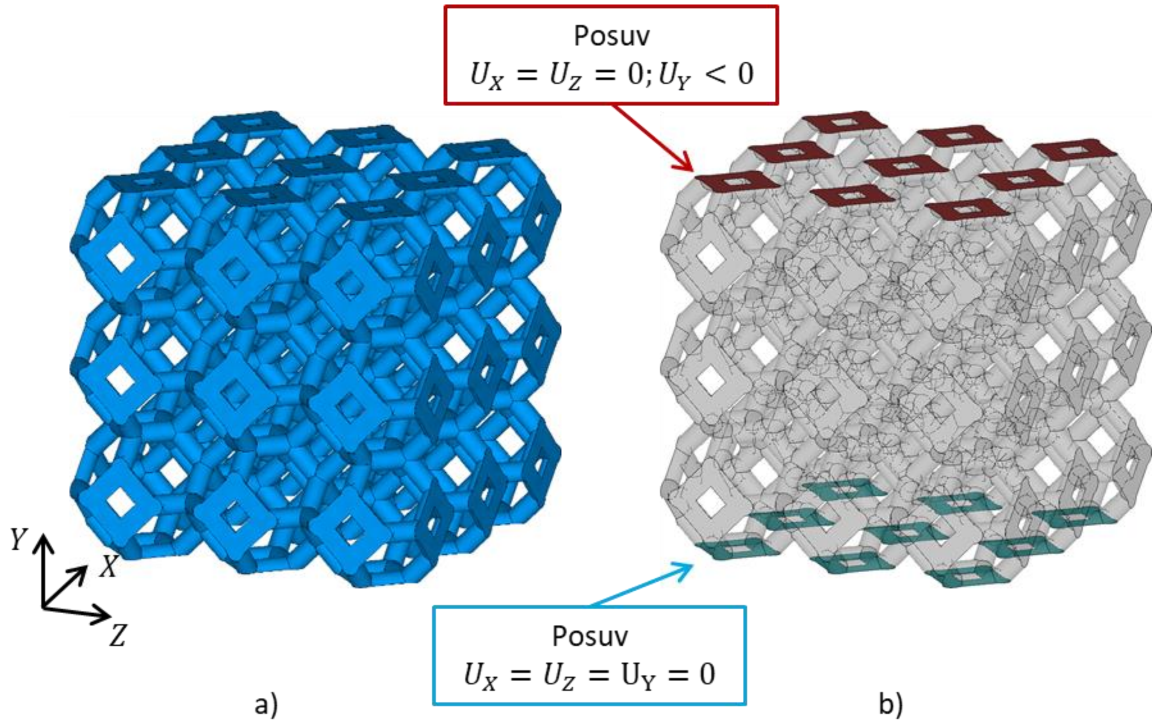
Idealizovaná pravidelná pěna	$\boldsymbol{\sigma_{Fr,t}}$ $[\boldsymbol{MPa}]$
Model A	5,38
Model B	3,96



Obr. 6.8 Porušení keramické pěny po simulaci tahové zkoušky: a) model A; b) model B.

6.2 Predikce porušení pravidelné pěnové struktury při tlakovém zatížení

Simulace tlakové zkoušky idealizované keramické pěny je provedena pomocí stejného postupu, který byl představen v předchozí kapitole. Model geometrie a okrajové podmínky a zatížení jsou zobrazeny na obr. 6.9. Opět jsou simulovány tlakové zkoušky pro model A a model B (rozdíl mezi nimi je zobrazen na obr. 6.4). Oproti simulaci tahové zkoušky jsou nyní potenciální místa iniciace trhlin v jiných místech. Počet elementů a uzlů před a po provedení algoritmu diskretizace je uveden v tab. 6.3.



Obr. 6.9 Simulace tlakové zkoušky idealizované keramické pěny: a) model geometrie; b) okrajové podmínky a zatížení.

Tab. 6.3 Počet elementů a uzlů před a po provedení algoritmu diskretizace (zjemnění sítě v místě koncentrace napětí) – tlaková zkouška.

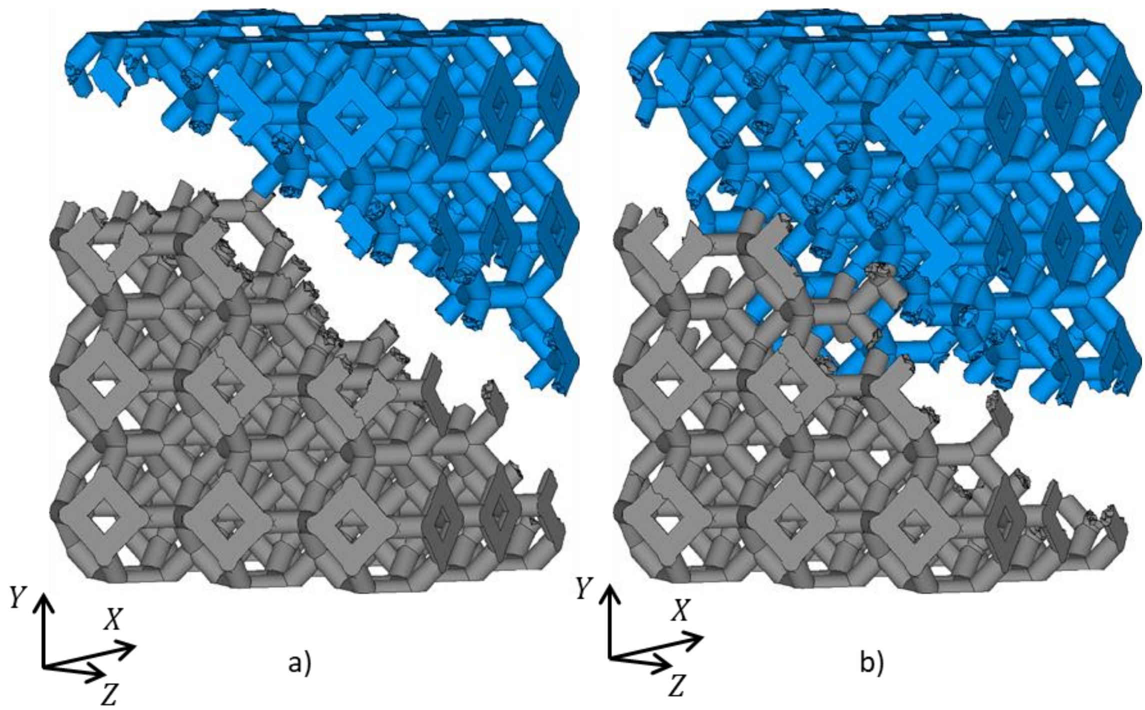
Diskretizovaný model	**Model A**		**Model B**	
	Výchozí	**Konečný**	**Výchozí**	**Konečný**
Počet elementů	820 208	1 809 682	820 208	1 714 384
Počet uzlů	1 314 270	2 757 362	1 314 270	2 614 393

Graficky znázorněné porušení keramické pěny při simulaci tlakové zkoušky je zobrazeno na obr. 6.10 a záznam ze simulace je pak zobrazen na obr. 6.11.

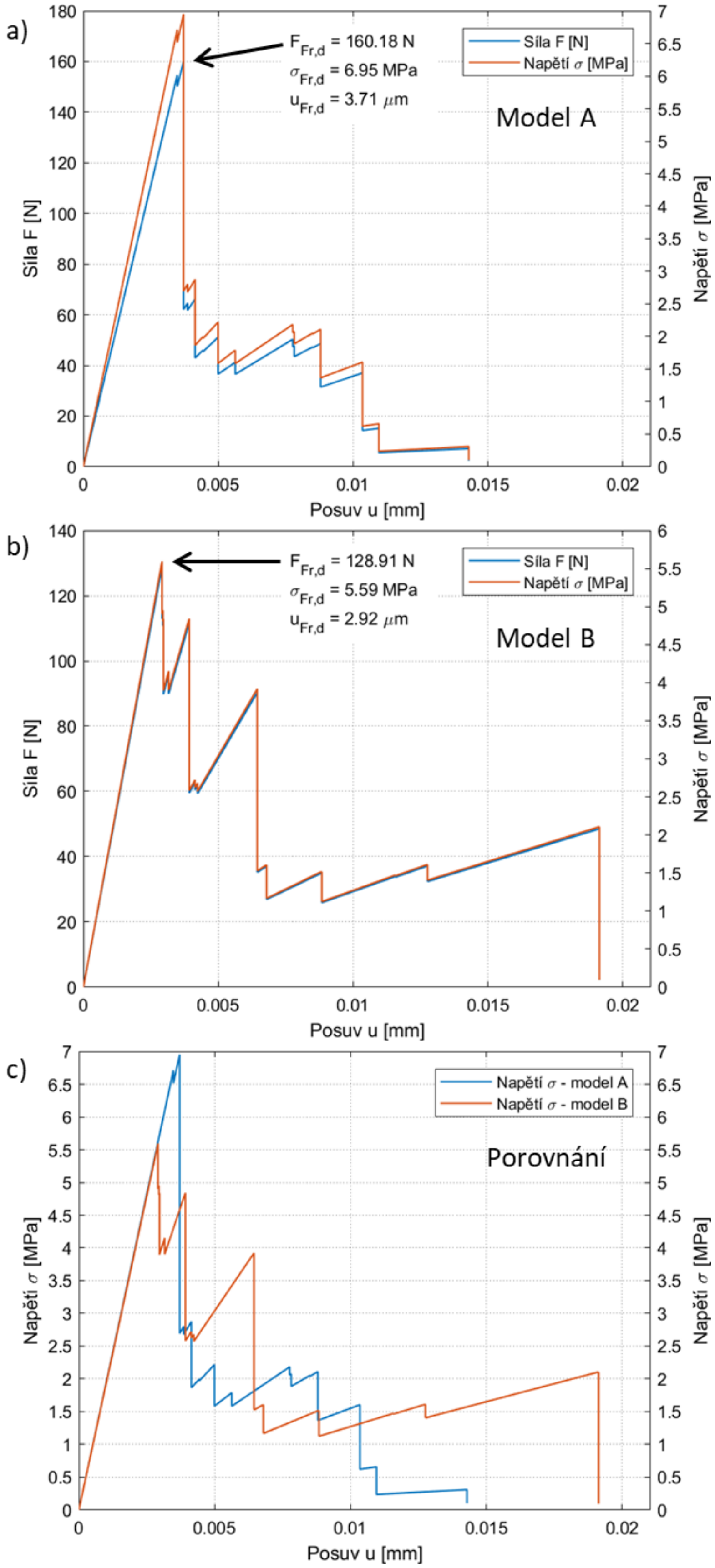
Ze záznamu simulace je patrné, že u modelu A došlo po porušení několika prvních trámečků k nárůstu síly F potřebné k porušení dalších trámečků. Stejně jako tomu bylo u tahové zkoušky, po dosažení maxima je následována série porušení několika trámečků po sobě a ke konci simulace už jsou vidět viditelné odskoky v křivce (nárusty síly F). Model A má vyšší pevnost keramické pěny v tlaku $\sigma_{Fr,d}$ než má model B. Naopak model B potřeboval větší deformační zatížení u, které vedlo k porušení celé struktury. Lomové plochy (obr. 6.10) nejsou v tomto případě příliš odlišné. Zároveň dle očekávání vychází pevnost pěny v tlaku $\sigma_{Fr,d}$ vyšší než pevnost pěny v tahu $\sigma_{Fr,t}$. Pro přehlednost jsou pevnosti $\sigma_{Fr,d}$ uvedeny v následující tabulce.

Tab. 6.4 Výsledky pevnosti pěny v tlaku pro idealizovanou pravidelnou pěnu.

Idealizovaná pravidelná pěna	$\boldsymbol{\sigma_{Fr,d}}$ $[\boldsymbol{MPa}]$
Model A	6,95
Model B	5,59



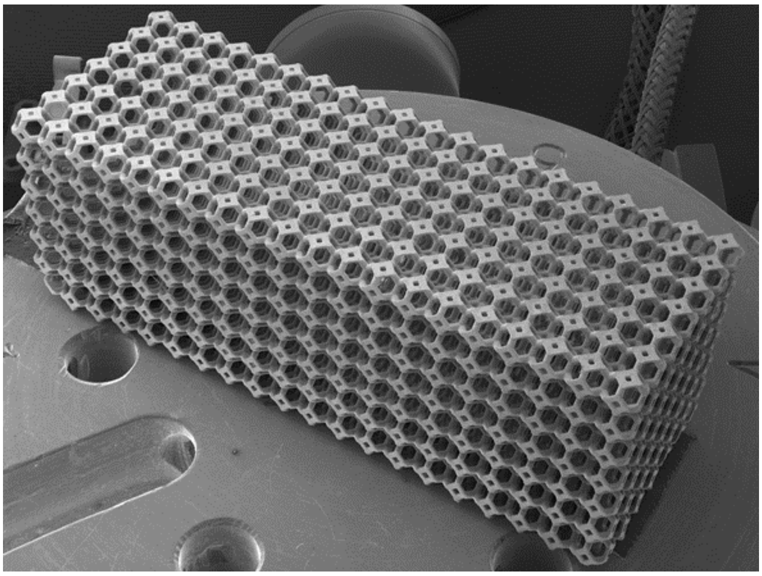
Obr. 6.10 Porušení keramické pěny po simulaci tlakové zkoušky: a) model A; b) model B.



Obr. 6.11 Záznam simulace tlakové zkoušky: a) model A; b) model B; c) porovnání zátěžných křivek A a B.

6.3 Simulace mechanické zkoušky reálné keramické pěny

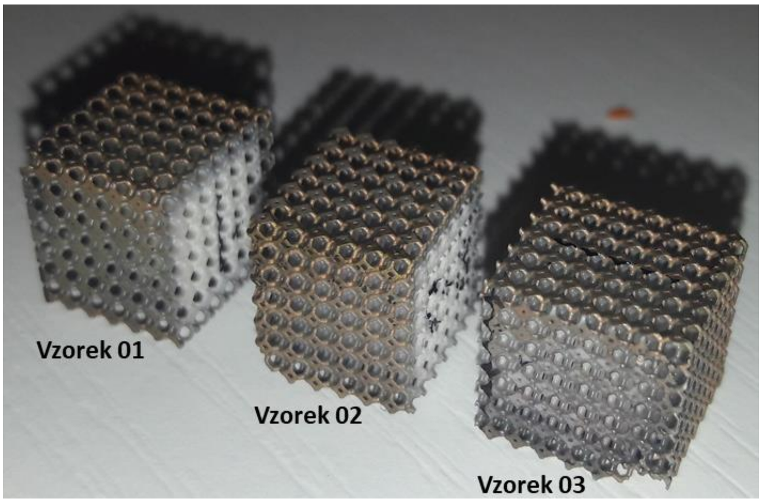
V této kapitole je provedena simulace tlakové zkoušky reálné keramické pěny. Vzorek keramické pěny byl vyroben 3D tiskem z materiálu Al_2O_3 a je tvořen pravidelnými Kelvinovými buňkami. Její geometrie je zachycena na obr. 6.12. V této kapitole je nejprve popsána experimentální tlaková zkouška provedená s touto strukturou a poté je ukázána numerická simulace na modelu geometrie, který vznikl s využitím CT snímků dané struktury.



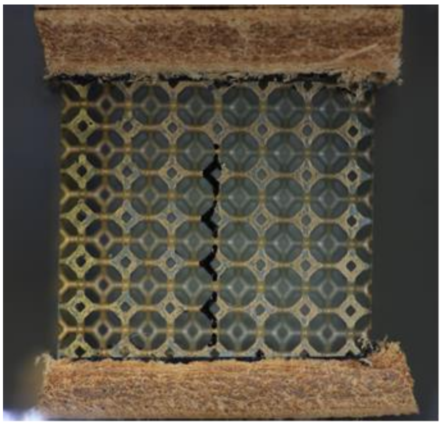
Obr. 6.12 Geometrie zkoumané reálné keramické pěny vyrobené 3D tiskem (rozměry vzorku 11x11x32mm) a zachycená elektronovým mikroskopem – ÚFM AVČR Brno.

6.3.1 Experimentální tlaková zkouška

Reálná keramická pěna tvořená pravidelnými buňkami (viz obr. 6.12) byla rozřezána na tři menší podobné vzorky na kterých je následně provedena tlaková zkouška. Jejich snímek je zobrazen na obr. 6.13. Při tlakové zkoušce se mezi vzorek keramické pěny a čelisti testovacího zařízení umístí kožené podložky, přes které následně čelisti přenášejí zatížení (viz obr. 6.14a). Keramické pěna je velmi křehká, z toho důvodu nemůžou čelisti testovacího zařízení působit přímo na daný vzorek (došlo by k předčasnému porušení části struktury).



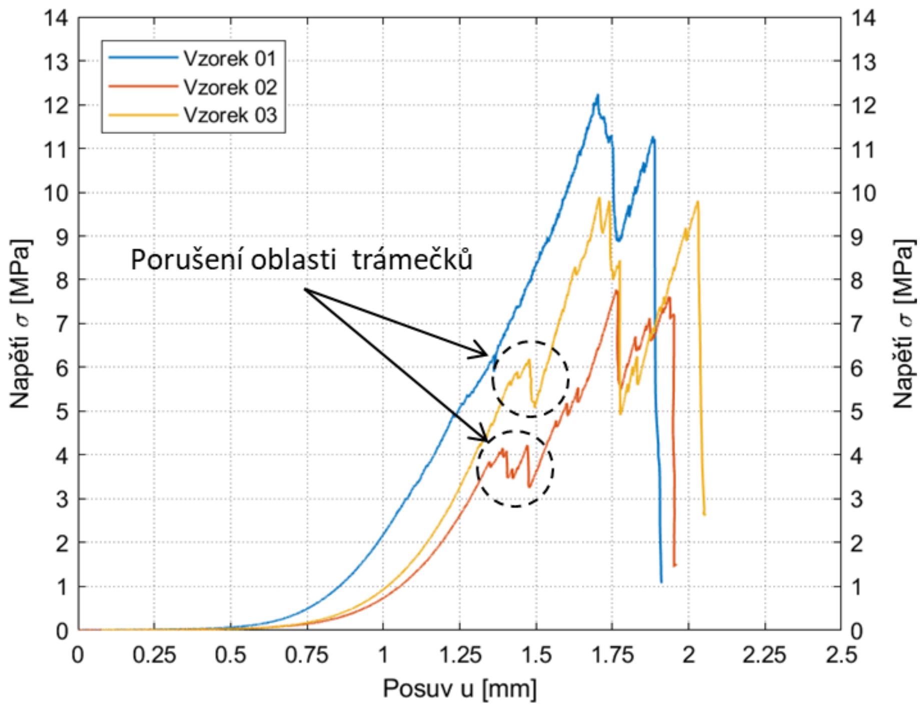
Obr. 6.13 Tři vzorky reálné keramické pěny pro tlakovou zkoušku.



a) b)

Obr. 6.14 Vzorek reálné keramické pěny: a) umístěn mezi kožené podložky a zatížený tlakem; b) po tlakové zkoušce.

Záznam napětí σ na posuvu u obdržený z tlakové zkoušky pro jednotlivé vzorky je zobrazen na obr. 6.15. Ze záznamu je patrné, že u vzorků číslo 02 a 03 došlo k porušení určité oblasti trámečků ještě před dosažením maxima napětí σ (na grafu je to znázorněno poklesem napětí/zátěžné síly). To lze pravděpodobně zdůvodnit tím, že nebyly zcela přesně dodrženy okrajové podmínky. Pravděpodobně nebyly vzorky zatěžovány rovnoměrně v rovině, ale pod určitým úhlem. Tím pádem nedříve čelisti působily jen na část vzorku, která se porušila a až poté začalo zatížení působit na celý vzorek. Numerické simulace budou tedy porovnány s výsledkem zkoušky vzorku číslo 01, který se porušil až po dosažení maximální síly. Model geometrie, pro numerickou simulaci byl tedy vytvořen na základě CT snímků vzorku číslo 01. Pro úplnost jsou v tab. 6.5 uvedeny výsledky pevností pěny v tlaku obdržených z experimentů.



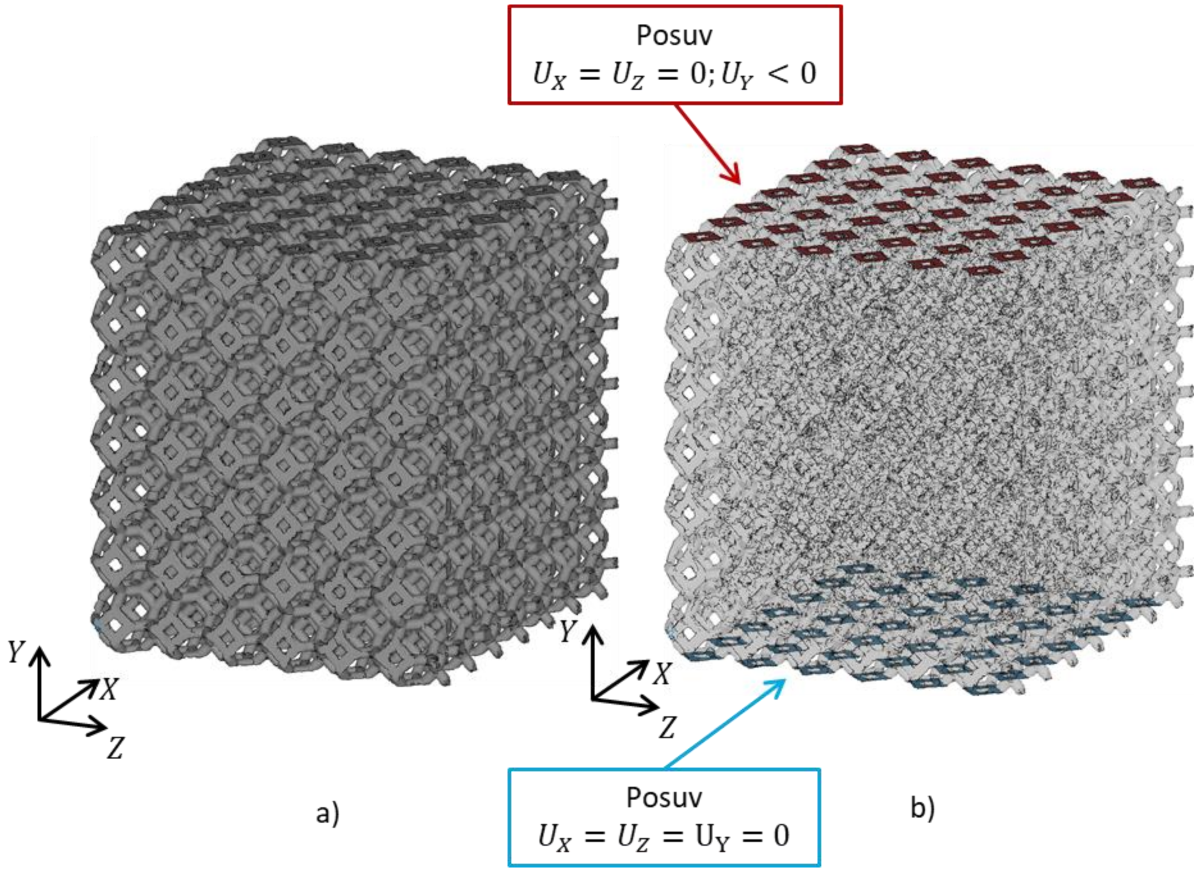
Obr. 6.15 Záznam napětí σ během tlakové zkoušky reálné keramické pěny.

Tab. 6.5 Pevnost pěny v tlaku obdržená z experimentů.

Reálný vzorek pěny	$\boldsymbol{\sigma_{Fr,d}}$ $[\boldsymbol{MPa}]$
01	12,24
02	7,78
03	9,89

6.3.2 Numerická simulace tlakové zkoušky

Následuje numerická simulace tlakové zkoušky reálné keramické pěny (konkrétně vzorku číslo 01, viz obr. 6.13). Model geometrie byl vytvořen pomocí CT snímků daného vzorku (tento model je v práci dále nazýván jako CT model). Model geometrie je zobrazen na obr. 6.16a a okrajové podmínky a zatížení jsou zobrazeny na obr. 6.16b. Reálná keramické pěna má geometrické parametry (průměr trámečku D_s a velikost buňky D_c) stejné jako má idealizovaný model geometrie zkoumaný v předchozích analýzách ($D_s = 0{,}268\ mm$ a $D_c = 1{,}6\ mm$). Metodou výroby jsou však vytvořeny zaoblené přechody ve styku trámečků v porovnání s ostrými hranami idealizované Kelvinovy buňky. To způsobí pórovitost $82\ \%$ oproti původní pórovitosti Kelvinovy buňky $85\ \%$ a lze očekávat celkové vyztužení pěnové struktury. Konečno-prvková síť, která na počátku byla tvořena poměrně hrubými elementy (průměrná velikost elementů zhruba $100\ \mu m$) je nejprve upravena algoritmem na tvorbu požadované dikretizace (zjemnění sítě v místě koncentrace napětí). V tab. 6.6 jsou uvedeny počty elementů a uzlů před a po provedení tohoto algoritmu.

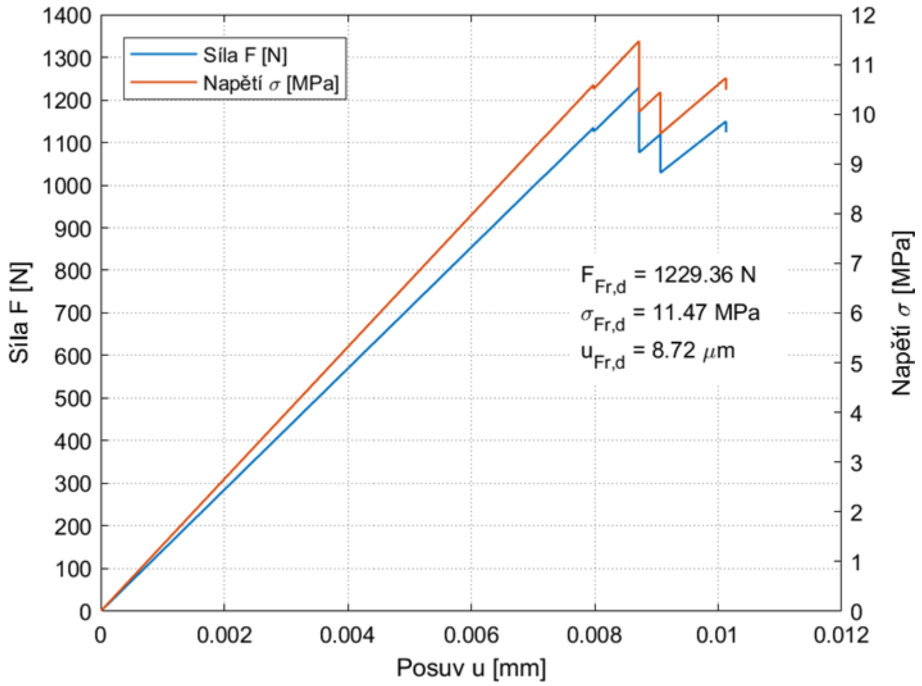


Obr. 6.16 CT model reálné pěny: a) model geometrie; b) okrajové podmínky a zatížení.

Tab. 6.6 Počet elementů před a po algoritmu zjemnění sítě – CT model.

CT model	Výchozí	Konečný
Počet elementů	2 853 983	7 262 286
Počet uzlů	4 722 018	11 179 440

Následně je provedena numerická simulace tlakové zkoušky tohoto modelu. Z důvodu velkého počtu elementů a dlouhých výpočetních časů mezi jednotlivými kroky analýzy, není daná numerická simulace v době psaní práce spočtena až do finálního porušení pěnové struktury. Avšak hlavním cílem této simulace je nalezení pevnosti keramické pěny v tlaku a tato část simulace je vypočtena. Vypočtená část numerické simulace obsahuje maximum síly F během zkoušky a tím pádem je ze záznamu síly F na posuvu u možné určit pevnost pěny v tlaku $\sigma_{Fr,d}$. Záznam ze zkoušky je zobrazen na obr. 6.17 a pro přehlednost je v tab. 6.7 uvedena zjištěná pevnost pěny v tlaku.



Obr. 6.17 Část záznamu numerické simulace tlakové zkoušky reálné keramické pěny.

Tab. 6.7 Pevnost pěny v tlaku z numerické simulace tlakové zkoušky CT modelu.

Model reálné pěny	$\sigma_{Fr,d}$ $[MPa]$
CT model	11,47

6.4 Analytické řešení predikce pevnosti keramické pěny v tlaku

Model Gibson-Ashby [2], zmíněný v kapitole 2.4.2 a kapitole 2.4.3, umožňuje výpočet pevnosti keramické pěny tlaku pomocí analytického vztahu.

Nejprve je nutné vypočítat relativní hustotu ρ/ρ_S, která vystupuje ve vztahu pro predikci pevnosti keramické pěny v tlaku. V knize [2] jsou vztahy pro výpočet relativní hustoty uvedeny na základě typu idealizovaného modelu geometrie (v knize [2] tabulka 2.2, strana 42). Pro Kelvinovu buňku je vztah pro relativní hustotu uveden v rovnici (6.1) a vztah pro výpočet pevnosti keramické pěny v tlaku $\sigma_{Fr,d}$ je uveden v rovnici (6.2).

$$\frac{\rho}{\rho_s} = 1{,}06 \cdot \frac{t^2}{l^2} \tag{6.1}$$

$$\sigma_{Fr,d} = 0{,}2 \cdot \sigma_c \cdot \left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^{3/2} \tag{6.2}$$

Kde ρ je hustota pěny $[kg \cdot m^{-3}]$ a ρ_s hustota materiálu, ze kterého je pěna vyrobena $[kg \cdot m^{-3}]$; t je tloušťka průřezu (v tomto případě průměr trámečku D_s); l je délka hrany buňky graficky znázorněná na obr. 2.10e) a σ_c je mez pevnosti v tahu materiálu, ze kterého je pěna vyrobena $[MPa]$. Výpočet je pak proveden v následujících rovnicích.

$$\frac{\rho}{\rho_s} = 1{,}06 \cdot \frac{t^2}{l^2} = 1{,}06 \cdot \frac{0{,}268^2}{0{,}566^2} = 0{,}238 \tag{6.3}$$

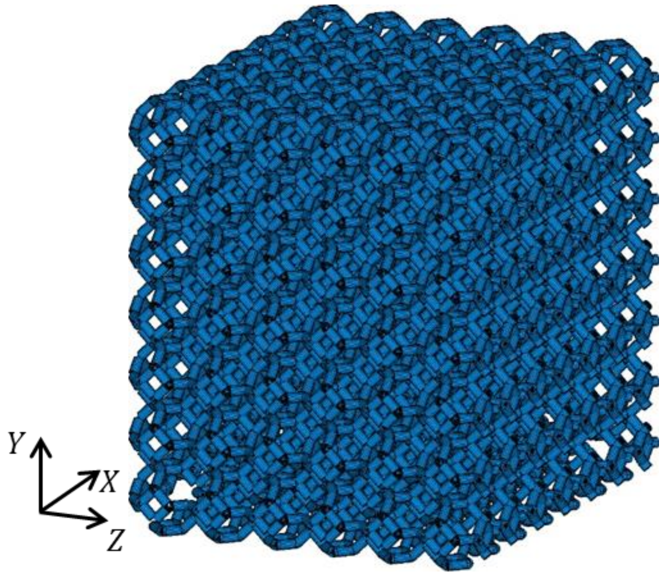
$$\sigma_{Fr,d} = 0{,}2 \cdot \sigma_c \cdot \left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^{\frac{3}{2}} = 0{,}2 \cdot 400 \cdot (0{,}238)^{\frac{3}{2}} = 9{,}284\ MPa \tag{6.4}$$

Predikce keramické pěny v tlaku dle analytického vztahu podle modelu Gibson-Ashby vyšla $\sigma_{Fr,d} = 9{,}284\ MPa$.

6.5 Predikce pevnosti keramické pěny v tlaku využitím prutových prvků

Pro srovnání pevností keramické pěny v tlaku byla poskytnuta vedoucím této práce analýza modelu tvořeného prutovými prvky. Byla zvolena stejná konfigurace struktury jako tomu je u reálného vzorku číslo 01. Prutový model geometrie je zobrazen na obr. 6.18.

Trámečky pěnové struktury jsou tvořeny pomocí prvku BEAM189 a místa styku jednotlivých trámečků jsou modelovány pomocí tuhých elementů MPC184. Kritérium pro porušení trámečku bere do úvahu maximální napětí na povrchu trámečku, které musí být větší nebo rovno mezi pevnosti v tahu σ_c. Podrobnější výklad o této numerické simulaci je v článku [30].



Obr. 6.18 Model geometrie keramické pěny tvořený prutovými prvky.

Byly provedeny dvě analýzy pomocí prutových prvků. Jeden model měl průměr trámečku $D_s = 0{,}268\ mm$, který vedl na pórovitost 85 %, jako tomu je u idealizované Kelvinovy struktury tvořené objemovými prvky. Druhá analýza byla provedena pro průměr trámečků $D_s = 0{,}296\ mm$, vedoucí na pórovitost 82 %, která odpovídá pórovitosti CT modelu. Výsledky pevností v tlaku $\sigma_{Fr.d}$ jsou uvedeny v následující tabulce.

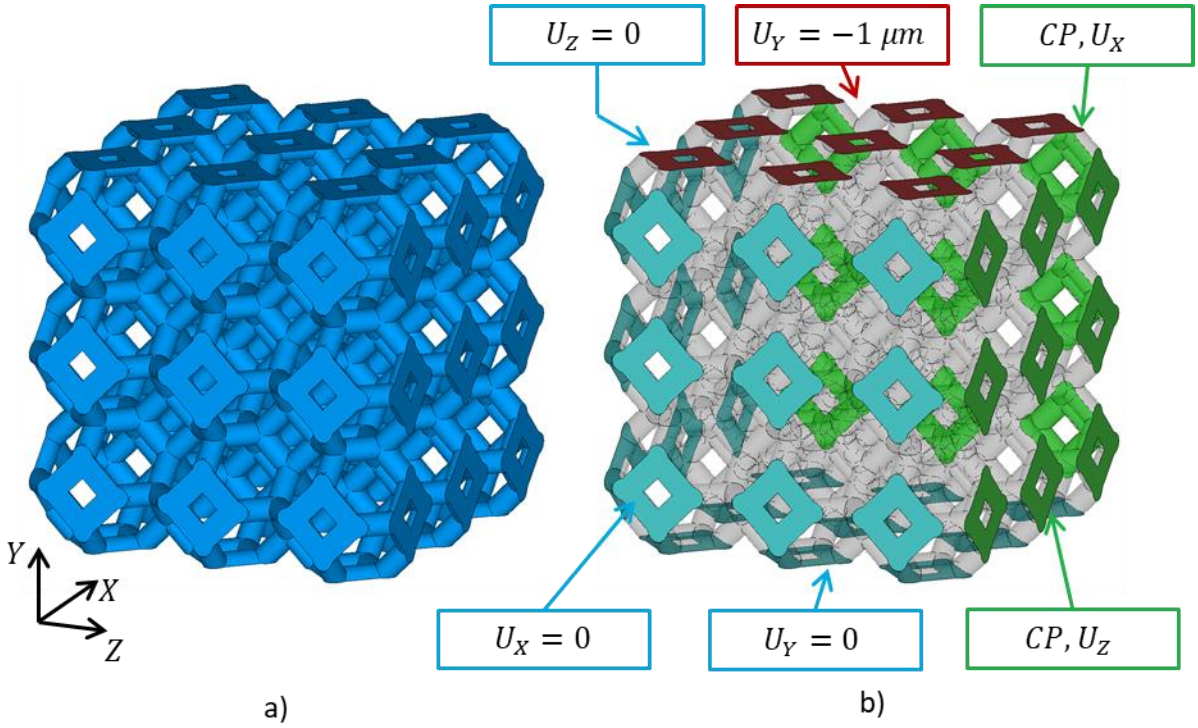
Tab. 6.8 Pevnost pěny v tlaku spočítaná na prutovém modelu.

Číslo modelu	$D_s\ [mm]$	**Pórovitost** [%]	$\sigma_{Fr,d}\ [MPa]$
1	0,268	85	5,96
2	0,296	82	7,82

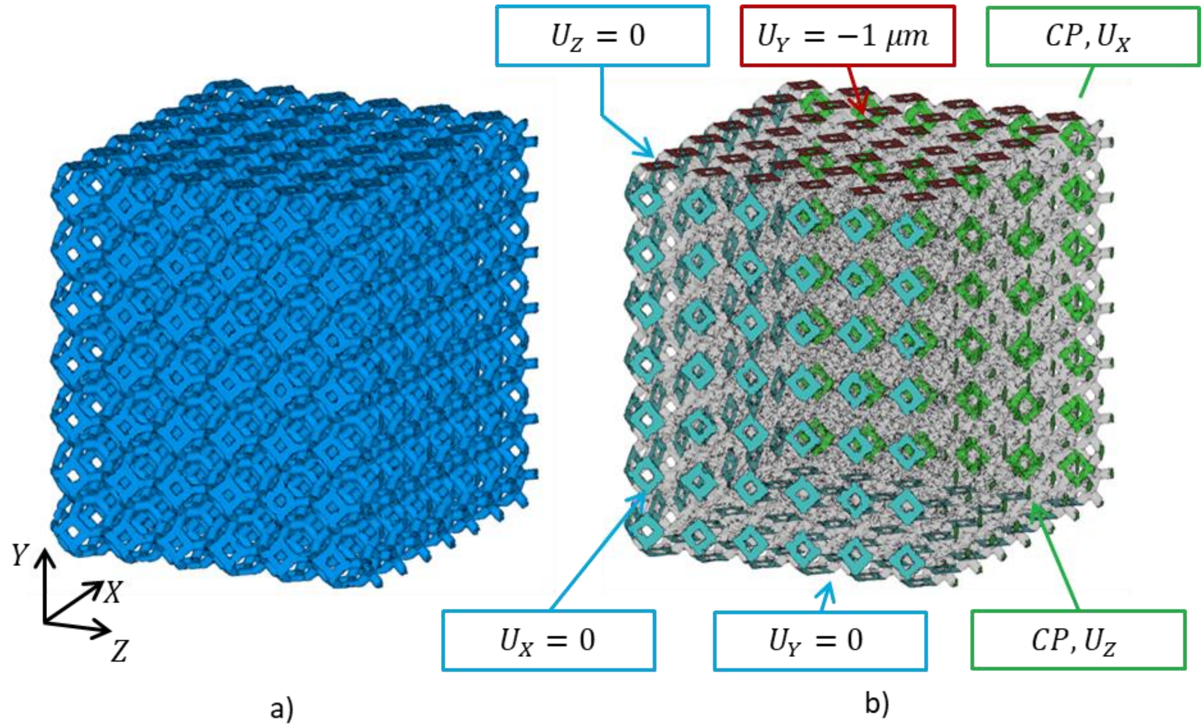
Dle předpokladů vyšla pevnost pěny v tlaku $\sigma_{Fr,d}$ vyšší pro model s nižší pórovitostí (více materiálu). Rozdíl 3 % v pórovitosti znamenal nárůst 1,86 MPa v pevnosti, procentuálně došlo k nárůstu o zhruba 31 % v pevnosti pěny v tlaku.

6.6 Predikce modulu pružnosti pěny

Daná kapitola se zabývá provedením MKP analýzy s cílem určit modul pružnosti keramické pěny E. Analýzy jsou provedeny pro tři modely. První dva jsou keramické pěny tvořené idealizovanými Kelvinovými buňkami jen s rozdílem v pórovitosti, první má pórovitost 85 % (dále označován jako Kelvin 85) a druhý model má pórovitosti 82 % (dále označován jako Kelvin 82). Tyto modely se liší průměrem trámečku D_s. Třetím analyzovaným modelem je CT model (díky koncentraci materiálu ve styku trámečků má pórovitost 82 %). Modely geometrie jsou zobrazeny na obr. 6.19a (idealizovaný model) a na obr. 6.20a (CT model).



Obr. 6.19 Model pro výpočet modulu pružnosti pěny – idealizovaný model: a) model geometrie; b) okrajové podmínky a zatížení.



Obr. 6.20 Model pro výpočet modulu pružnosti pěny – CT model: a) model geometrie; b) okrajové podmínky a zatížení.

Na všechny modely jsou předepsány periodické okrajové podmínky a jsou zatěžovány v záporném směru osy Y (viz obr. 6.19b a obr. 6.20b). Na tři plochy jsou předepsány nulové posuvy ve směru kolmém na danou plochu (na obrázku modře), na dvou plochách modelu jsou svázány stupně volnosti ve směru kolmém na danou plochu (na obrázku zeleně) a na zbývající plochu (v tomto případě horní plocha) modelu je předepsáno zatížení (na obrázku červeně).

Po výpočtu úlohy je vyhodnocen modul pružnosti pěny E pro jednotlivé modely dle vztahu:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{F_Y}{S_{bulk}}}{\frac{U_Y}{Y_{dim}}} \tag{6.5}$$

Kde σ je napětí $[MPa]$; ε je přetvoření $[-]$; F_Y je reakční síla na deformační zatížení $[N]$; S_{bulk} plocha průmětu struktury do roviny XZ $[mm^2]$; U_Y je aplikované deformační zatížení $[mm]$ a Y_{dim} je rozměr struktury ve směru osy Y $[mm]$. Výsledků výpočtů jsou následující tabulce.

Tab. 6.9 Modul pružnosti pěny E pro řešené modely.

Model	**Pórovitost** $[\%]$	$\boldsymbol{E}$ $[\boldsymbol{MPa}]$
Kelvin 85	84,8	9 329,27
Kelvin 82	82,0	13 425,70
CT model	82,0	14 319,12

Při porovnání dvou modelů sestavených z idealizovaných Kelvinových buněk (v tabulce označené jako Kelvin 85 a Kelvin 82), je možně si všimnout vyšší hodnoty modulu pružnosti E při nižší hodnotě pórovitosti. Menší pórovitost znamená více materiálu a tím pádem větší tuhost struktury. Překvapivé však je že při poklesu pórovitosti o pouhé $3\ \%$ došlo k nárůstu modulu pružnosti pěny o $44\ \%$. Při analýze CT modelu, který má geometrické parametry jako model Kelvin 85, avšak z důvodu výrobní technologie má pórovitost $82\ \%$, byla vypočtena ještě vyšší hodnota E v porovnání s modelem Kelvin 82. Tyto modely mají sice stejnou hodnotu pórovitosti, avšak CT model má více materiálu naakumulováno ve styku trámečků a tím dojde k vyztužení celé konstrukce.

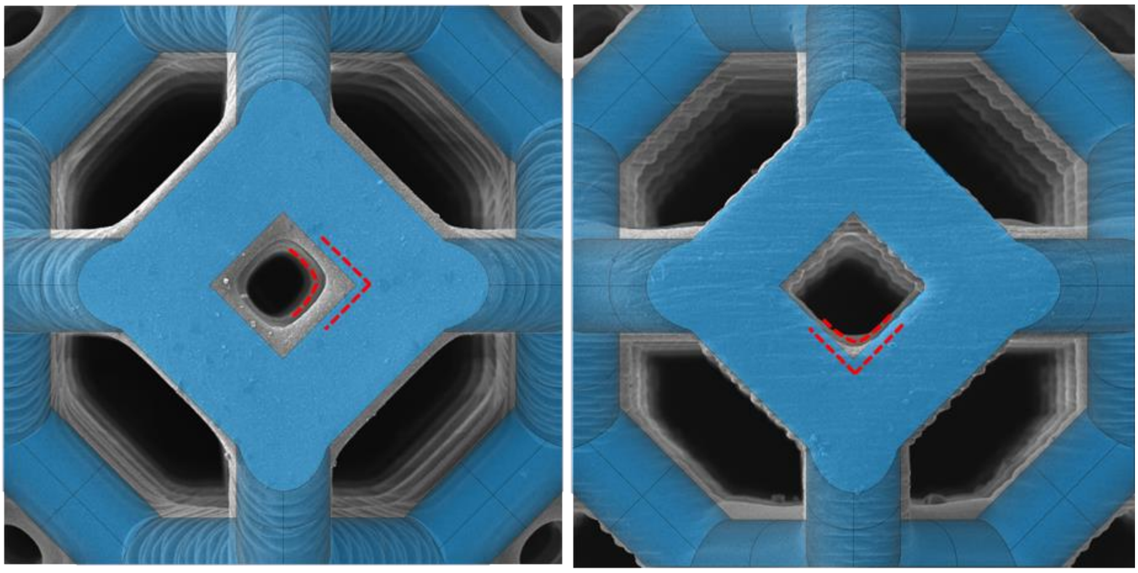
6.7 Porovnání výsledků simulací mechanických zkoušek

V předchozích kapitolách bylo provedeno několik numerických simulací mechanických zkoušek pěnové struktury s cílem určit mechanické charakteristiky dané pěny. Především byla určována pevnost pěny v tlaku $\sigma_{Fr.d}$, dále pevnost pěny v tahu $\sigma_{Fr,t}$ a několik simulací bylo provedeno za účelem výpočtu modulu pružnosti pěny E.

Reálný vzorek, se kterým jsou srovnány výsledky numerických simulaci je keramická pěnová struktura na bázi Al_2O_3, která je tvořena Kelvinovými buňkami. Geometrické parametry, zadány pro výrobu pěny 3D tiskem, jsou velikost buňky $D_C = 1{,}6\ mm$ a průměr jednotlivých trámečků $D_s = 0{,}268\ mm$.

Pro numerické simulace bylo použito několik modelů. Nejprve byly provedeny simulace na idealizovaném tvaru reálného vzorku. Byla použita pěnová struktura tvořená pravidelnými a idealizovanými tvary Kelvinových buněk o geometrických parametrech uvedenými výše, případně v tab. 5.1. Idealizovaný model geometrie vykazuje pórovitost $85\ \%$. Teoreticky by měl stejnou hodnotu pórovitosti mít i reálný vzorek, avšak vlivem metody výroby dochází k zaobleným přechodům ve styku jednotlivých trámečků, a to způsobí akumulaci materiálu v těchto místech. Tento fakt je výraznější při pohledu na strukturu kolmo na směr vrstvení (obr. 6.21a), ale i při pohledu ve směru vrstvení lze spatřit zaoblené přechody ve styku trámečků (obr. 6.21b). Výsledkem je pórovitost reálného vzorku $82\ \%$. Z toho důvodu byly také některé numerické simulace provedeny na sice idealizovaném modelu geometrie, avšak s průměrem trámečků D_s takovým, aby byla pórovitost této pěny stejná, jakou má reálný vzorek. Navíc byla ještě provedena simulace tlakové zkoušky na modelu geometrie reálného vzorku, získaného pomocí CT snímků, s cílem přiblížit se co nejvíce realitě.

Výsledky predikce pevnosti pěny v tlaku $\sigma_{Fr,d}$ pro různé způsoby jsou uvedeny v tab. 6.10. Výsledky jsou srovnávány s výsledkem z experimentu na vzorku číslo 01 (více o provedených experimentech v kapitole 6.3.1). Z výsledků je patrné, že analytické řešení pomocí modelu Gibson-Ashby se dá označit za poměrně dobrou prvotní aproximaci řešení. Řešení je obdržené v podstatě okamžitě a procentuální rozdíl je necelých 25%. Co se týče numerického řešení pomocí MKP, tak jako nejhorší řešení, z hlediska výsledné hodnoty pevnosti, se jeví idealizovaný prutový model s 85% pórovitostí (zobrazen na obr. 6.18). Procentuální rozdíl u tohoto modelu činí něco málo přes $51\ \%$. Při úpravě prutového modelu tak, aby měl stejnou pórovitost jako reálný vzorek, je patrné zlepšení. Zde je rozdíl už jen zhruba $36\ \%$. Při použití objemových prvků (obr. 6.9) je dosaženo rozdílu $43\ \%$. Jedná se o lepší výsledek než u prutového modelu se stejnou pórovitostí. Jednoznačně jako nejlepší řešení se prokázalo použití objemových prvků a modelu geometrie vytvořeného za pomocí CT snímků reálného vzorku. Zde bylo dosaženo rozdílu pouze $6{,}3\ \%$ v pevnosti v tlaku $\sigma_{Fr,d}$.



a) b)

Obr. 6.21 Porovnání idealizované a reálné geometrie pěny: a) pohled kolmo na směr vrstvení; b) pohled ve směru vrstvení.

Tab. 6.10 Porovnání různých způsobů predikce pevnosti keramické pěny v tlaku $\sigma_{Fr,d}$.

Metoda predikce		$\boldsymbol{\sigma_{Fr,d}}$ $[\boldsymbol{MPa}]$	**Rozdíl** $[-]$	**Rozdíl** $[\%]$
Experiment	Vzorek 01	12,24	–	–
Analytické řešení	Gibson-Ashby	9,28	2,96	24,18
Numerické řešení (MKP)	Idealizovaný objemový model (Kelvin 3x3x3)	6,95	5,29	43,22
	Idealizovaný prutový model (85% pórovitost)	5,96	6,28	51,31
	Idealizovaný prutový model (82% pórovitost)	7,82	4,42	36,11
	CT model	11,47	0,77	6,30

7 SHRNUTÍ A DISKUZE

Tato práce se zabývala výpočtovým modelováním pěnových materiálů s uvážením co největších detailů reálné pěnové struktury – model geometrie pro numerickou simulaci byl sestaven na základě CT snímků reálného vzorku. Jedním z hlavních cílů práce bylo sestavit algoritmus pro numerickou simulaci mechanické zkoušky reálného vzorku pěnové struktury se zaměřením na co nejnižší výpočetní náročnost a zároveň dostatečně přesnou predikci pevnosti pěny v porovnání s experimentem.

Nejdříve byly provedeny deformačně – napěťové analýzy, jejichž cílem bylo nalezení zatěžovacích podmínek vedoucích k porušení jednotlivého trámečku pěnové struktury (ke kterému nejčastěji dochází v oblasti styku více trámečků mající za následek vznik koncentrátorů napětí). K tomuto účelu byl sestaven model geometrie tvořený pravidelnými Kelvinovými buňkami (model byl sestaven z 3x3x3 buněk, viz obr. 5.2) a byl použit dvouúrovňový model. To znamená, že pro detailnější analýzy byly využity submodely dané pěnové struktury, což umožnilo tvorbu jemnější sítě v místech zájmu a tím dosažení přesnějších výsledků. V rámci této části práce byly nejdříve identifikovány potenciální místa iniciace trhliny. Na jednom z těchto míst byl následně určen směr šíření trhliny po její iniciaci za využití kritéria maximálního obvodového napětí (MTS). Dále byly určeny zatěžovací podmínky nutné pro iniciaci trhliny s využitím tzv. sdruženého energeticko-napěťového kritéria. V okamžiku, kdy došlo k iniciaci trhliny v trámečku, vznikly zároveň podmínky pro porušení celého trámečku pěnové struktury. Pro definici maximální přípustné velikosti elementů v kritické oblasti byla provedena citlivostní analýza vlivu jemnosti sítě na predikci porušení trámečku. Výsledky z dané části práce se dají shrnout do těchto bodů:

- Iniciovaná trhlina se bude zpočátku šířit v rovině XY (kolmo na směr zatěžování – viz obr. 5.8) až do určité vzdálenosti (v daném případě cca $84\,\mu m$), ve které dojde k přerozdělení napětí vlivem okolních připojených trámečků a tím bude způsoben odklon trhliny.
- S využitím sdruženého kritéria byla určena iniciační délka (hloubka) trhliny a_{ini} a tvar trhliny při iniciaci (viz obr. 5.19). Tuto informaci lze nyní využít pro definici porušení trámečku na modelu s hrubou sítí a to tak, že pokud je první hlavní napětí v iniciační hloubce trhliny (pod povrchem trámečku) větší nebo rovno mezi pevnosti materiálu v tahu, dojde v daném místě k iniciaci trhliny s následným nestabilním šířením trhliny vedoucímu k porušení celého trámečku.
- Pro správné vyhodnocení hlavních napětí v iniciační hloubce a_{ini} je nutné mít v potenciálním místě iniciace trhliny velikost elementu menší (nebo maximálně rovnu) než je zjištěná iniciační délka trhliny a_{ini}.

Použitím sdruženého kritéria byl eliminován vliv napěťových singularit, které vznikají na povrchu struktury, neboť nyní je první hlavní napětí vyhodnocováno v určité hloubce (a_{ini}) a ne na povrchu materiálu v místě koncentrátoru (napětí pod povrchem trámečku již totiž od jisté vzdálenosti nezávisí na velikosti prvků v místě singulárního bodu). To umožnilo ušetření velkého množství elementů při síťování celé pěnové struktury a tím i výrazné snížení výpočetní náročnosti se zachováním dostatečně přesných výsledků. V dané kapitole byl ještě sestaven graf pro určení iniciační délky trhliny a_{ini} na základě znalosti lomové houževnatosti materiálu K_{Ic} a meze pevnosti v tahu σ_c – viz obr. 5.20.

S těmito poznatky byl následně sestaven algoritmus pro numerickou simulaci mechanické zkoušky samotné pěny s cílem určit kritické zatěžovací podmínky vedoucí k jejímu porušení. Algoritmus nejdříve provádí úpravu (zjemnění) konečno-prvkové sítě pěnové struktury dle poznatků zjištěných výše. Výstupem je pak konečno-prvková síť, která má v potenciálních místech iniciace trhliny elementy o velikosti menší (nebo rovny), než je iniciační délka trhliny a_{ini}. Takto vytvořená síť pak vstupuje do samotné numerické simulace mechanické zkoušky. Ta provádí postupné porušování trámečků dle podmínek nutných pro jeho porušení definovaných výše. Po každém porušení trámečku a s tím spojeným přerozdělením napětí je kontrolováno, zda nevznikly nová potenciální místa iniciace trhliny s nedostatečnou velikostí sítě. V případě že ano, dojde v daném místě k dalšímu zjemnění sítě a nové kontrole podmínek vzniku porušení. Tímto iteračním algoritmem dojde postupně až k porušení celé pěnové struktury (rozdělení modelu tělesa na 2 části). Výstupem simulace je záznam ze zkoušky (reakční síla v místě uchycení modelu v závislosti na aplikovaném posuvu), ze kterého je pak možné určit mechanické charakteristiky pěnové struktury, především její pevnost.

Pro porovnání výsledků z numerických simulací byly k dispozici tři experimentální tlakové zkoušky na reálné keramické pěně, které byly poskytnuty od ÚFM AVČR Brno. Proto také většina numerických simulací prováděných v této práci byla simulace tlakové zkoušky jejímž výstupem je pevnost pěny v tlaku $\sigma_{Fr,d}$. Tato pevnost byla vyhodnocena s využitím zde vytvořeného algoritmu na několika modelech. Konkrétně na idealizované pěnové struktuře tvořené Kelvinovými buňkami (viz obr. 6.9) za použití objemových prvků a na modelu geometrie pěnové struktury získaného pomocí CT snímků reálného vzorku. Geometrické parametry idealizované pěnové struktury tvořené Kelvinovými buňkami byly shodné s parametry reálné keramické pěny vytvořené 3D tiskem. Při tomto nastavení však idealizovaná struktura vykazovala 85% pórovitost na rozdíl od 82% pórovitosti u reálného vzorku. Důvodem bylo nezohlednění kumulace materiálu v oblasti styku trámečků při výrobě 3D tiskem (rozdíl v obou geometriích je vidět na obr. 6.21). Snížená pórovitost reálného vzorku má tedy za následek i vyšší tuhost celé struktury. Dále byl pro srovnání proveden výpočet pevnosti pěny v tlaku s využitím idealizovaného prutového modelu, jehož model byl postaven na základě poznatků z předchozí práce a byl poskytnut vedoucím práce. Výsledky pevnosti byly spočítány na tomto modelu pro pórovitost $85\ \%$ a pro $82\ \%$ (té bylo dosaženo úpravou průměru trámečku pěnové struktury D_s). U tohoto typu modelu došlo v případě obou pórovitostí ke značnému podhodnocení predikované pevnosti pěny, jelikož zde nebyly zahrnuty imperfekce na geometrii v místě styku více trámečků vzniklé u reálné struktury výrobním procesem (3D tiskem). Z výsledků je patrné, že pro dosažení co nejpřesnějších výsledků pevnosti pěny, v porovnání s výsledky z experimentu, je nutné použít model reálné struktury vycházející z CT scanu reálného vzorku. Ostatní modely mají tendenci pevnost pěny v tlaku podhodnocovat tím, jak nezohledňují veškeré parametry geometrie struktury. K největšímu podhodnocení pevnosti došlo u prutového modelu. Při použití idealizovaného modelu pěnové struktury tvořeného objemovými prvky byla predikce pevnosti experimentu blíže. Co se týká porovnání prutových modelů při rozdílných hodnotách pórovitostí, tak dle očekávání vyšel přesněji model s pórovitostí stejnou, jakou má reálný vzorek. Avšak zvýšení hodnoty průměru trámečků s cílem dosáhnout stejné hodnoty pórovitosti způsobuje určité zkreslení reality. Získané hodnoty pevností zjištěné různými přístupy na různých modelech jsou shrnuty v tab. 6.10.

Je nutné poznamenat, že hodnoty materiálových charakteristik keramiky mají obecně velký rozptyl. Pro správné porovnání by tedy bylo nutné mít k dispozici větší množství experimentů. Dále také při provádění experimentu není nikdy dosaženo přesných zatěžovacích podmínek jako při idealizované simulaci. Keramické pěna není nikdy zatěžována zcela rovnoměrně, ale může dojít k zatěžování pod určitým úhlem. To byl pravděpodobně případ i experimentálních vzorků číslo 02 a 03 (viz zatěžovací křivky na obr. 6.15), kde je vidět, že již před dosažením maximální zátěžné síly došlo k významnému poklesu u zatěžovací křivky, což souviselo s odlomením části vzorku – např. rohu, vlivem nerovnoměrného zatížení horní plochy vzorku. Bylo by tedy zajímavé zkusit i jiné než ideální zatěžovací podmínky použité v této práci a zkoumat jaký to má vliv na výslednou pevnost pěny. Dalo by se například na část pěnové struktury působit pod určitým úhlem a na zbytek ideálně rovně, případně celý vzorek zatížit pod určitým úhlem a podobně.

Zajímavé by také bylo aplikovat zde sestavený algoritmus numerické simulace mechanické zkoušky na model reálné nepravidelné pěnové struktury (snímek takovéto struktury je zobrazen například na obr. 2.2c). Tyto struktury již implicitně zahrnují trhliny a nedokonalosti vlivem výrobního procesu a bylo by tedy potřeba i tento fakt zahrnout do výpočtů.

8 ZÁVĚR

Hlavním cílem diplomové práce bylo provést numerickou simulaci mechanické zkoušky na modelu pěnového materiálu s uvážením maximálních detailů a zároveň s co nejnižší výpočetní náročností pro dosažení dostatečně přesné predikce pevnosti keramické pěny v porovnání s experimentem.

V prvním kroku byla provedena rešerše v oblasti modelování a simulací porušování pěnových materiálů s detailnějším zaměřením na modelování vzniku (iniciace) a šíření porušení pěnovou strukturou. K tomu bylo následně vybráno tzv. sdružené energeticko-napěťové kritérium, které umožňuje popsat vznik trhliny na základě pouze dvou standardních lomově-mechanických parametrů daného materiálu – lomové houževnatosti a jeho pevnosti v tahu.

Byl vytvořen 3D model geometrie pravidelné pěnové struktury tvořené Kelvinovými buňkami a na submodelech daného modelu byly analyzovány kritické zatěžovací podmínky pro porušení trámečku pěnové struktury a vliv velikosti použitých prvků na predikci tohoto porušení. Na základě provedených simulací byl definován tvar trhliny při její iniciaci a její iniciační hloubka, která byla vstupním parametrem do následných simulací porušení celé pěnové struktury. Tato iniciační hloubka je primárně funkcí obou výše uvedených lomově-mechanických parametrů, což bylo ukázáno příslušnou parametrickou studií.

S využitím stanovené podmínky nutné pro vznik porušení trámečku pěnové struktury byl sestaven algoritmus pro simulaci tahové i tlakové zkoušky pravidelné pěnové struktury, zohledňující postupné porušování kriticky zatěžovaných trámečků vedoucích až k finálnímu rozdělení modelu tělesa. Algoritmus vychází z relativně hrubé sítě pěnového vzorku (vytvořené z CT modelů) a v prvních krocích si automaticky v kritických místech zjemní síť na požadovanou úroveň tak, aby mohlo být s dostatečnou přesností vyhodnoceno tahové napětí v iniciační hloubce definované sdruženým kritériem – viz výše. V dalších simulačních krocích dochází, v okamžiku překročení hodnoty pevnosti v tahu daného keramického materiálu v hloubce rovné iniciační hloubce trhliny, ke vzniku porušení trámečku. Tyto simulační kroky jsou opakovány do té doby, než dojde k úplnému rozdělení modelu na dvě části. Při simulaci je zároveň sledována závislost reakční síly v místě uchycení modelu na aplikovaném posuvu. Maximum této křivky definuje potom pevnost (v tahu/tlaku) dané pěny (vztaženou na její příčný průřez).

Vytvořený algoritmus byl v závěru aplikován na simulaci tlakové zkoušky reálné keramické pěny vyrobené 3D tiskem z materiálu Al_2O_3, jejíž výpočtový model byl vytvořen na základě CT snímků skutečného vzorku. Cílem bylo predikovat kritické zatížení při porušení vzorku. Výstupy numerické simulace byly porovnány s experimenty poskytnutými od ÚFM AVČR Brno a lze konstatovat, že bylo dosaženo velmi dobré shody, kde pevnost pěny v tlaku $\sigma_{Fr,d}$ určená z numerické simulace se liší pouze o 6,3 % oproti výsledkům z experimentu. To je výrazný posun oproti doposud používaným způsobům numerické simulace (viz výsledky v tab. 6.10).

Veškeré numerické simulace byly provedeny s využitím softwaru Ansys a jeho programovacího jazyka APDL. Algoritmy jsou plně parametrizovány a lze tedy veškeré simulace jednoduše upravit dle požadavků a znovu přepočítat. Případně lze algoritmy upravit a dále rozvíjet. Po menších úpravách je možné je rovněž použít pro simulaci porušení libovolné otevřené pěnové struktury.

Cíle práce, formulované na začátku řešení této diplomové práce, lze označit na splněné v plném rozsahu. Získané poznatky umožní následně bezpečné nasazení keramických pěn u mechanicky zatěžovaných komponent a kontrolovaný návrh jejich vnitřní struktury pro konkrétní aplikaci.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

[1] BREZNY, Rasto a David J. GREEN. Mechanical Behavior of Cellular Ceramics. *Materials Science and Technology*. The Pennsylvania State University: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co KGaA, 1993, , 463-515.

[2] GIBSON, Lorna J. a M. F. ASHBY. Cellular solids: structure and properties. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 1997. ISBN 05-214-9560-1.

[3] ARAM, Elham a Shahram MEHDIPOUR-ATAEI. A review on the micro- and nanoporous polymeric foams: Preparation and properties. International Journal of Polymeric Materials and Polymeric Biomaterials. 2016, 65(7), 358-375. DOI: 10.1080/00914037.2015.1129948. ISSN 0091-4037. Dostupné také z: http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00914037.2015.1129948

[4] DLOUHY, Ivo, Zdenek CHLUP, Hynek HADRABA a Lukas REHOREK. Response of Alumina Foam to Tensile Mechanical Loading Including Stress Concentrator Effect. Procedia Materials Science. 2016, 12, 106-111. DOI: 10.1016/j.mspro.2016.03.019. ISSN 22118128. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2211812816000286

[5] ŘEHOŘEK, L., I. DLOUHÝ a Z CHLUP. Tensile behaviour of open cell ceramic foams. Ceramics - Silikáty. 2009, 53(4), 237-241.

[6] COLOMBO, P. a H. P. DEGISCHER. Highly porous metals and ceramics. Materials Science and Technology. 2013, 26(10), 1145-1158. DOI: 10.1179/026708310X12756557336157. ISSN 0267-0836. Dostupné také z: http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1179/026708310X12756557336157

[7] SCHEFFLER, M. a P. COLOMBO. Cellular Ceramics: Structure, Manufacturing, Properties and Applications. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2005. ISBN 3-527-31320-6.

[8] LIU, P. S. Porous materials: processing and applications. 1st ed. Waltham, MA: Elsevier, 2014. ISBN 978-0-12-407788-1.

[9] BREZNY, Rasto a David J. GREEN. Fracture Behavior of Open-Cell Ceramics. Journal of the American Ceramic Society. 1989, 72(7), 1145-1152.

[10] STUDART, Andre R., Urs T. GONZENBACH, Elena TERVOORT a Ludwig J. GAUCKLER. Processing Routes to Macroporous Ceramics: A Review. Journal of the American Ceramic Society. 2006, 89(6), 1771-1789. DOI: 10.1111/j.1551-2916.2006.01044.x. ISSN 0002-7820. Dostupné také z: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1551-2916.2006.01044.x

[11] CARTER, C. Barry a M. Grant NORTON. Ceramic materials: science and engineering. 2nd ed. New York: Springer, 2013. ISBN 978-1-4614-3522-8.

[12] GAUCKLER, L.J., M.M. WAEBER, C. CONTI a M. JACOB-DULIERE. Ceramic Foam for Molten Metal Filtration. Journal of Metals. 1985, 37(9), 47-50.

[13] TASLICUKUR, Z., C. BALABAN a N. KUSKONMAZ. Production of ceramic foam filters for molten metal filtration using expanded polystyrene. Journal of the European Ceramic Society. 2007, 27(2-3), 637-640. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2006.04.129. ISSN 09552219. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0955221906002809

[14] DAWSON, E.A., P.A. BARNES a M.J. CHINN. Preparation and characterisation of carbon-coated ceramic foams for organic vapour adsorption. Carbon. 2006, 44(7), 1189-1197. DOI: 10.1016/j.carbon.2005.10.053. ISSN 00086223. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0008622305006615§

[15] MIAO, X., L.-P. TAN, L.-S. TAN a X. HUANG. Porous calcium phosphate ceramics modified with PLGA–bioactive glass. Materials Science and Engineering: C. 2007, 27(2), 274-279. DOI: 10.1016/j.msec.2006.05.008. ISSN 09284931. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0928493106000786

[16] CHEN, Qizhi Z., Ian D. THOMPSON a Aldo R. BOCCACCINI. 45S5 Bioglass®-derived glass–ceramic scaffolds for bone tissue engineering. Biomaterials. 2006, 27(11), 2414-2425. DOI: 10.1016/j.biomaterials.2005.11.025. ISSN 01429612. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0142961205010422

[17] ADLER, Joerg. Ceramic Diesel Particulate Filters. International Journal of Applied Ceramic Technology. 2005, 2(6), 429-439. DOI: 10.1111/j.1744-7402.2005.02044.x. ISSN 1546-542X. Dostupné také z: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1744-7402.2005.02044.x

[18] HWA, Lim Chin, Srithar RAJOO, Alias Mohd NOOR, Norhayati AHMAD a M.B. UDAY. Recent advances in 3D printing of porous ceramics: A review. Current Opinion in Solid State and Materials Science. 2017, 21(6), 323-347. DOI: 10.1016/j.cossms.2017.08.002. ISSN 13590286. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1359028616301723

[19] FANELLII, P., A. EVANGELISTI, P. SALVINI a F. VIVIO. Modelling and characterization of structural behaviour of Al open-cell foams. Materials & Design. 2017, 114, 167-175.

[20] WISMANS, J. G. F., L. E. GOVAERT a J. A. W. VAN DOMMELEN. X-ray computed tomography-based modeling of polymeric foams: The effect of finite element model size on the large strain response. Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics. 2010, 48(13), 1526-1534. DOI: 10.1002/polb.22055. ISSN 08876266. Dostupné také z: http://doi.wiley.com/10.1002/polb.22055

[21] ZHU, H.X., J.F. KNOTT a N.J. MILLS. Analysis of the elastic properties of open-cell foams with tetrakaidecahedral cells. J. Mech. Phys. Solids. 1997, 45(3), 319-343.

[22] ZHU, H.X., J.F. KNOTT a N.J. MILLS. Analysis of the high strain compression of open-cell foams. J. Mech. Phys. Solids. 1997, 45(1112), 1875-1904.

[23] BARANČÍK, M. Homogenizace pěnové struktury s otevřenou pórovitostí pomocí Kelvinovy buňky. Brno, 2015. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Ing. Petr Skalka, Ph.D..

[24] ŠKOVIERA, J. Homogenizace pěnové struktury s uzavřenou pórovitostí pomocí Kelvinovy buňky. Brno, 2015. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Ing. Petr Skalka, Ph.D..

[25] JANG, Wen-Yea a Stelios KYRIAKIDES. On the crushing of aluminum open-cell foams: Part II analysis. International Journal of Solids and Structures. 2009, 46(3-4), 635-650. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2008.10.016. ISSN 00207683. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020768308004472

[26] PAPŠÍK, R. Modelování náhodně uspořádané struktury keramické pěny pro MKP simulace. Brno, 2016. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.

[27] FLECK, Norman A. a XinMing QIU. The damage tolerance of elastic–brittle, two-dimensional isotropic lattices. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2007, 55(3), 562-588. DOI: 10.1016/j.jmps.2006.08.004. ISSN 00225096. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022509606001359

[28] QUINTANA ALONSO, I. a N.A. FLECK. Damage tolerance of an elastic-brittle diamond-celled honeycomb. Scripta Materialia. 2007, 56(8), 693-696. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2006.12.027. ISSN 13596462. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1359646207000152

[29] ROMIJN, Naomi E.R. a Norman A. FLECK. The fracture toughness of planar lattices: Imperfection sensitivity. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2007, 55(12), 2538-2564. DOI: 10.1016/j.jmps.2007.04.010. ISSN 00225096. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S002250960700097X

[30] ŠEVEČEK, Oldřich, Luca BERTOLLA, Zdeněk CHLUP, Lukáš ŘEHOŘEK, Zdeněk MAJER, Petr MARCIÁN a Michal KOTOUL. Modelling of cracking of the ceramic foam specimen with a central notch under the tensile load. Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 2019, 100, 242-250. DOI: 10.1016/j.tafmec.2019.01.024. ISSN 01678442. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167844218306232

[31] ŠEVEČEK, Oldřich, Zdeněk MAJER, Petr MARCIÁN, Luca BERTOLLA a Michal KOTOUL. Computational Analysis of Crack-Like Defects Influence on the Open Cell Ceramic Foam Tensile Strength. Key Engineering Materials. 2018, 774, 271-276. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.774.271. ISSN 1662-9795. Dostupné také z: https://www.scientific.net/KEM.774.271

[32] JANÍČEK, Přemysl. Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí : učební texty. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-7204-555-6.

[33] PETRUŠKA, Jindřích. MKP v inženýrských výpočtech [online]. Brno: Vysoké učení technické v Brně, fakulta strojního inženýrství, ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, b.r. [cit. 2019-05-17]. Dostupné z: http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/MKP%20v%20inzenyrskych%20vypoctech/RIV.pdf

[34] ANSYS Inc: ANSYS Release 19.2 User´s Manual [online]. Pensylvania: Swanson Analysis Sys., 2019 [cit. 2019-04-29]. Dostupné z: https://ansyshelp.ansys.com/

[35] VLK, M. a Z. FLORIAN. Mezní stavy a spolehlivost [online]. Brno, 2007 [cit. 2019-05-16]. Dostupné z: http://www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf

[36] ANDERSON, T.L. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. 3rd ed. London: Taylor & Francis Group, 2005. ISBN 978-1-4200-5821-5.

[37] ERDOGAN, F. a G. C. SIH. On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear. Journal of Basic Engineering. 1963, 85(4). DOI: 10.1115/1.3656897. ISSN 00219223. Dostupné také z: http://FluidsEngineering.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1431534

[38] RICHARD, H. A., M. FULLAND a M. SANDER. Theoretical crack path prediction. Fatigue <html_ent glyph="@amp;" ascii=". 2005, 28(1-2), 3-12. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2004.00855.x. ISSN 8756-758X. Dostupné také z: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1460-2695.2004.00855.x

[39] HASHIN, Zvi. Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1996, 44(7), 1129-1145. DOI: 10.1016/0022-5096(95)00080-1. ISSN 00225096. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0022509695000801

[40] LEGUILLON, Dominique. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. European Journal of Mechanics - A/Solids. 2002, 21(1), 61-72. DOI: 10.1016/S0997-7538(01)01184-6. ISSN 09977538. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0997753801011846

[41] WEIßGRAEBER, Philipp, Dominique LEGUILLON a Wilfried BECKER. A review of Finite Fracture Mechanics: crack initiation at singular and non-singular stress raisers. Archive of Applied Mechanics. 2016, 86(1-2), 375-401. DOI: 10.1007/s00419-015-1091-7. ISSN 0939-1533. Dostupné také z: http://link.springer.com/10.1007/s00419-015-1091-7

[42] PHAM, K. H. a K. RAVI-CHANDAR. On the growth of cracks under mixed-mode I + III loading. International Journal of Fracture. 2016, 199(1), 105-134. DOI: 10.1007/s10704-016-0098-6. ISSN 0376-9429. Dostupné také z: http://link.springer.com/10.1007/s10704-016-0098-6

[43] DOITRAND, Aurélien a Dominique LEGUILLON. Comparison between 2D and 3D applications of the coupled criterion to crack initiation prediction in scarf adhesive joints. International Journal of Adhesion and Adhesives. 2018, 85, 69-76. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2018.05.022. ISSN 01437496. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0143749618301416

[44] DOITRAND, Aurélien a Dominique LEGUILLON. 3D application of the coupled criterion to crack initiation prediction in epoxy/aluminum specimens under four point bending. International Journal of Solids and Structures. 2018, 143, 175-182. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2018.03.005. ISSN 00207683. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020768318301136

[45] LEGUILLON, D., E. MARTIN, O. ŠEVEČEK a R. BERMEJO. Application of the coupled stress-energy criterion to predict the fracture behaviour of layered ceramics designed with internal compressive stresses. European Journal of Mechanics - A/Solids. 2015, 54, 94-104. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2015.06.008. ISSN 09977538. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0997753815000686

[46] LEGUILLON, Dominique, Eric MARTIN, Oldrich SEVECEK a Raul BERMEJO. What is the tensile strength of a ceramic to be used in numerical models for predicting crack initiation?. International Journal of Fracture. 2018, 212(1), 89-103. DOI: 10.1007/s10704-018-0294-7. ISSN 0376-9429. Dostupné také z: http://link.springer.com/10.1007/s10704-018-0294-7

[47] GARCÍA, I.G., B.J. CARTER, A.R. INGRAFFEA a V. MANTIČ. A numerical study of transverse cracking in cross-ply laminates by 3D finite fracture mechanics. Composites Part B: Engineering. 2016, 95, 475-487. DOI: 10.1016/j.compositesb.2016.03.023. ISSN 13598368. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1359836816300476

[48] MARTIN, E., D. LEGUILLON a N. CARRèRE. A coupled strength and toughness criterion for the prediction of the open hole tensile strength of a composite plate. International Journal of Solids and Structures. 2012, 49(26), 3915-3922. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2012.08.020. ISSN 00207683. Dostupné také z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020768312003654

[49] AUERKARI, Pertti. Mechanical and physical properties of engineering alumina ceramics. Espoo: Valtion teknillinen tutkimuskeskus (VTT), 1996. ISBN 951-38-4987-2.

[50] Výpal a slinování. Vysoká škola chemicko-technologická v Praze [online]. Ústav skla a keramiky, 2004 [cit. 2019-05-08]. Dostupné z: http://old.vscht.cz/sil/keramika/Ceramic_Technology/SM-Lect-4-C.pdf

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Rozměr	Veličina
α_t	$[K^{-1}]$	koeficient teplotní roztažnosti
α_i	$[-]$	směrové cosíny
a	$[mm]$	délka (hloubka) trhliny
a_{ini}	$[mm]$	iniciační délka (hloubka) trhliny
B	$[mm]$	tloušťka stěny
D_c	$[mm]$	velikost jedné buňky
D_s	$[mm]$	průměr trámečku
ε	$[-]$	přetvoření
E	$[MPa]$	Youngův model pružnosti v tahu
E_c	$[J]$	celková energie soustavy
$\boldsymbol{F}$	$[-]$	vektor zobecněného zatížení
F	$[N]$	síla
$F_{R,krit}$	$[N]$	reakční síla při kritickém deformačním zatížení
F_Y	$[N]$	reakční síla ve směru osy Y na deformační zatížení
Γ	$[-]$	křivka vedená kolem kořene trhliny
γ_s	$[J \cdot mm^{-2}]$	měrná povrchová energie
G	$[N/mm]$	hnací síla trhliny (rychlost uvolňování energie)
G_c	$[N/mm]$	houževnatost materiálu
G_{inc}	$[N/mm]$	inkrementální hnací síla trhliny
J	$[N/mm]$	J-integrál
$\boldsymbol{K}$	$[-]$	matice tuhosti
K	$[MPa \cdot m^{0,5}]$	součinitel intenzity napětí
K_{Ic}	$[MPa \cdot m^{0,5}]$	lomová houževnatost
λ	$[J \cdot m^{m-2}]$	hustota deformační energie
l	$[mm]$	délka trámečku
L_{edge}	$[mm]$	délka hrany elementu
μ	$[-]$	Poissonův poměr
$\vec{n}$	$[-]$	vektor normál
Ω	$[-]$	objekt
π	$[-]$	Ludolfovo číslo
Π	$[J]$	potenciální energie tělesa s trhlinou

Symbol	**Rozměr**	**Veličina**
Π_0	$[J]$	potenciální energie tělesa bez trhliny
Π_σ	$[MPa]$	tenzor napětí
ρ	$[kg \cdot m^{-3}]$	hustota pěny
ρ_s	$[kg \cdot m^{-3}]$	hustota materiálu, ze kterého je pěna vyrobena
r	$[m]$	poloměr v polárních souřadnících
r_k	$[m]$	poloměr plastické oblasti u kořene trhliny
R	$[N/mm]$	odpor materiálu proti růstu trhliny
R_t	$[m^2 \cdot K \cdot W^{-1}]$	tepelný odpor
σ	$[MPa]$	napětí
σ_1	$[MPa]$	první (tahové) hlavní napětí
σ_c	$[MPa]$	mez pevnosti v tahu materiálu
$\sigma_{Fr,d}$	$[MPa]$	pevnost v tlaku pěny
$\sigma_{Fr,t}$	$[MPa]$	pevnost v tahu pěny
σ_K	$[MPa]$	mez kluzu materiálu
$\sigma_{r\theta}$	$[MPa]$	smykové napětí
$\sigma_{\theta\theta}$	$[MPa]$	obvodové napětí
S	$[mm^2]$	povrch trhliny
S_{bulk}	$[mm^2]$	plocha průmětu pěnové struktury do roviny
S_{ini}	$[mm^2]$	iniciační lomová plocha trhliny
θ	$[°]$	úhel v polárních souřadnicích
θ_0	$[°]$	směr šíření trhliny
τ	$[MPa]$	smyková složka napětí
t	$[mm]$	tloušťka trámečku
$\bar{T}$	$[MPa]$	vektor povrchových sil
$\boldsymbol{U}$	$[-]$	vektor posuvů
U_Y	$[mm]$	aplikované deformační zatížení
u	$[mm]$	posuv
$\vec{u}$	$[m]$	vektor posuvů po křivce
u_{ref}	$[mm]$	referenční deformační zatížení
$u_{z,krit}$	$[mm]$	kritické deformační zatížení vedoucí k iniciaci trhliny
V_{foam}	$[mm^3]$	je objem materiálu pěnové struktury
V_{bulk}	$[mm^3]$	objem materiálu pěny, kdyby monolitická

Symbol	**Rozměr**	**Veličina**
$W(0)$	$[N \cdot mm]$	potenciální energie tělesa bez trhliny
W_0	$[N \cdot mm]$	energie napjatosti tělesa bez trhliny
W_i	$[N \cdot mm]$	energie napjatosti tělesa s trhlinou pro i-tou analýzu
$W(S)$	$[N \cdot mm]$	potenciální energie tělesa s trhlinou o ploše S
W_s	$[J]$	disipační energie (práce na vznik nových povrchů)
$Y\left(\frac{a}{b}\right)$	$[-]$	korekční funkce závislá na geometrických parametrech tělesa
Y_{dim}	$[mm]$	rozměr struktury ve směru osy Y

Zkratka	**Význam**
1D	jednodimenzionální prostor
2D	dvoudimenzionální prostor
3D	třídimenzionální prostor
AMT	Additive Manufacturing Technologies
APDL	Ansys Parametric Design Language
CAD	Computer aided design
CC	Coupled Criterion
CT	Computed Tomography, v češtině výpočetní tomografie
EPLM	Elasticko Plastická Lomová Mechanika
FEA	Finite Element Analysis
FFM	Finite Fracture Mechanics
LEFM	Linear Elastic Fracture Mechanic
LELM	Lineárně Elastická Lomová Mechanika
MKP	Metoda Konečných Prvků
MTS	Maximum Tangential Stress
MS	Mezní Stav
RN	Rovinná Napjatost
ÚFM AVČR Brno	Ústavem fyziky materiálů Akademie věd České republiky

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM TABULEK