

## Výpočet torzných kmitov

Vstupné parametre:

$m_{oj} := 2.6238\text{kg}$	Hmotnosť ojnice
$D := 103.5\text{mm}$	Vŕtanie valca
$Z := 120\text{mm}$	Zdvih motora
$r := \frac{Z}{2} = 60\text{mm}$	Rameno rotácie kľukového hriadeľa
$z := 3$	Počet valcov motora
$l_p := 137.291\text{mm}$	Rameno posuvných hmôt
$l_r := 77.708\text{mm}$	Rameno rotačných hmôt
$l_{oj} := l_p + l_r = 0.215\text{m}$	Vzdialenosť veľkého a malého oka ojnice
$m_{oj_r} := m_{oj} \cdot \frac{l_r}{l_{oj}} = 0.948\text{kg}$	Hmotnosť rotujúcich hmôt ojnice
$m_{oj_p} := m_{oj} \cdot \frac{l_p}{l_{oj}} = 1.675\text{kg}$	Hmotnosť posuvných hmôt ojnice
$\lambda := \frac{r}{l_{oj}} = 0.279$	Ojničný pomer
$m_{psk} := 2.4815\text{kg}$	Hmotnosť piestnej skupiny (piest+čap+piestne krúžky)
$n_{rpm} := 1480\text{rpm}$	Otáčky motora pri najvyššom točivom momente
$n_{rpm} = 154.985 \frac{1}{s}$	
$\text{počet\_vzorkov} := 1440$	Počet vzorkov
$j := 0 \dots \text{počet\_vzorkov}$	Číslo vzorku
$\text{krok} := 0.5\text{deg}$	Veľkosť kroku
$\alpha_j := j \cdot \text{krok}$	

## Výpočet kinematiky klukového mechanismu:

### Dráha piestu:

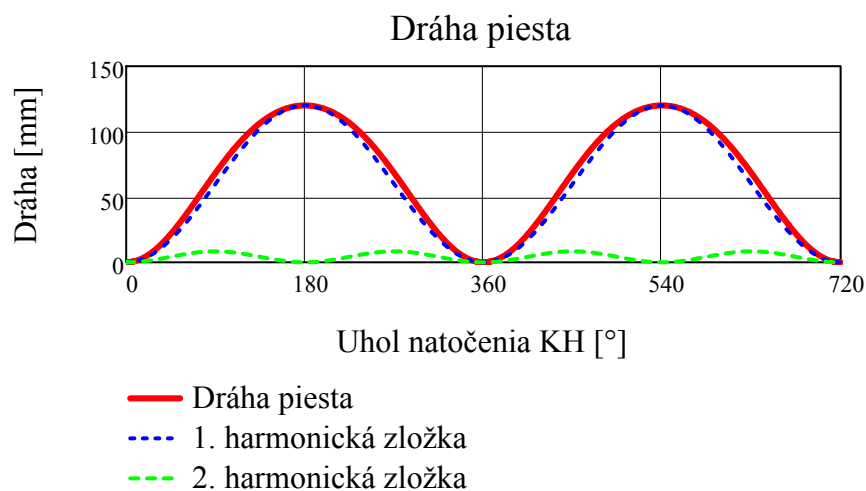
$$s_p := r \cdot \left[ (1 - \cos(\alpha)) + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos(2\alpha)) \right]$$

1. harmonická zložka:

$$s_{p1} := r \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

2. harmonická zložka:

$$s_{p2} := r \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha))$$



Uhlová rýchlosť otáčania KH:

$$\omega := n_{\text{rpm}}$$

$$\omega = 154.985 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Rýchlosti piesta:

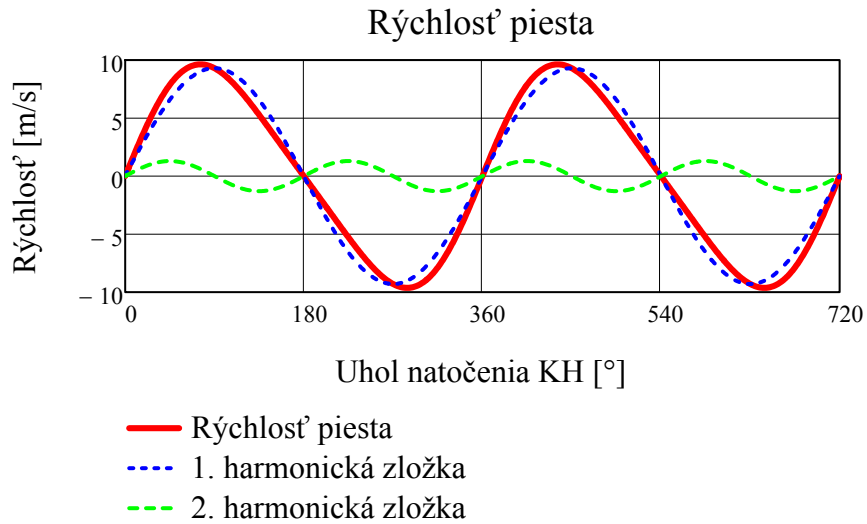
$$v_p := r \cdot \omega \cdot \left( \sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha) \right)$$

1. harmonická zložka:

$$v_{p1} := r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$$

2. harmonická zložka:

$$v_{p2} := r \cdot \omega \cdot \left( \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha) \right)$$



### Zrýchlenie piesta

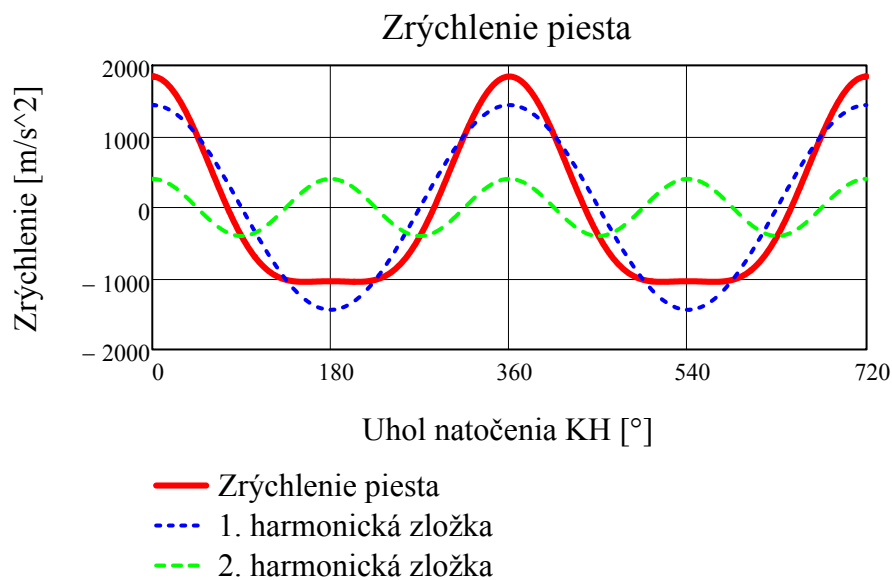
$$a_p := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha))$$

1. harmonická zložka:

$$a_{p1} := r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

2. harmonická zložka:

$$a_{p2} := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$$



### Výpočet točivého momentu:

$$p_{\text{atm}} := 1 \cdot \text{bar} \quad \text{Atmosférický tlak}$$

Načítanie priebehu tlaku vo valci:

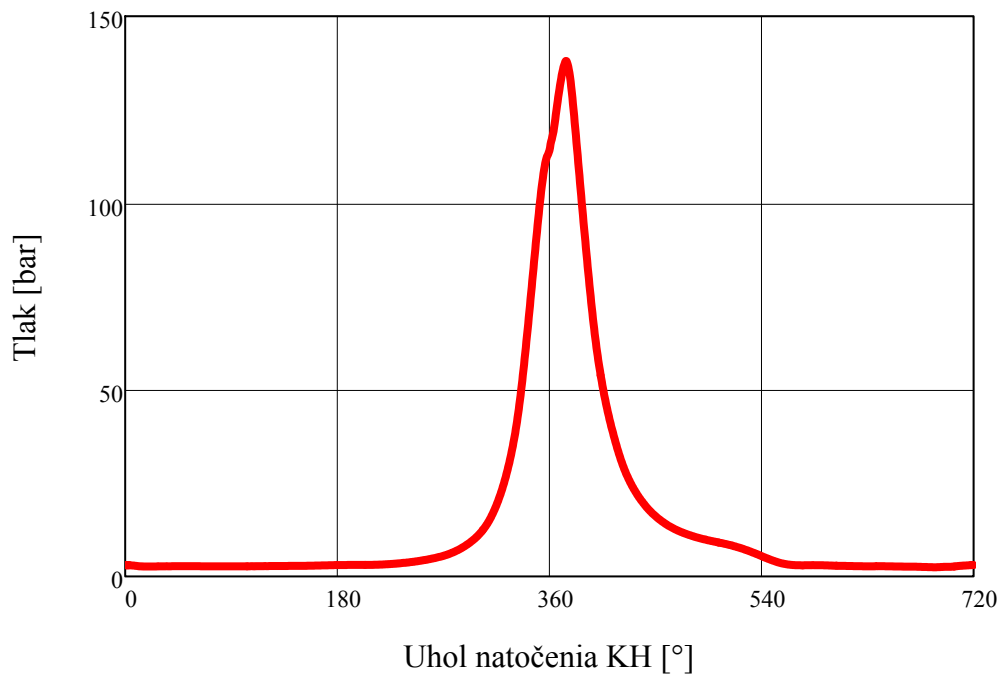
$$p_{\text{priebeh}} := \text{READPRN}(\text{"priebeh\_tlaku.txt"})$$

$$p_{\text{valec}_j} := p_{\text{priebeh}_j} \cdot \text{bar}$$

### Plocha piestu:

$$S_p := \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad S_p = 8413.381 \cdot \text{mm}^2$$

Priebeh tlaku vo valci v závislosti na uhle natočenia KH



### Sily pôsobiace na piestny čap v smere osy valca:

Sila na piest od tlaku spaľín:

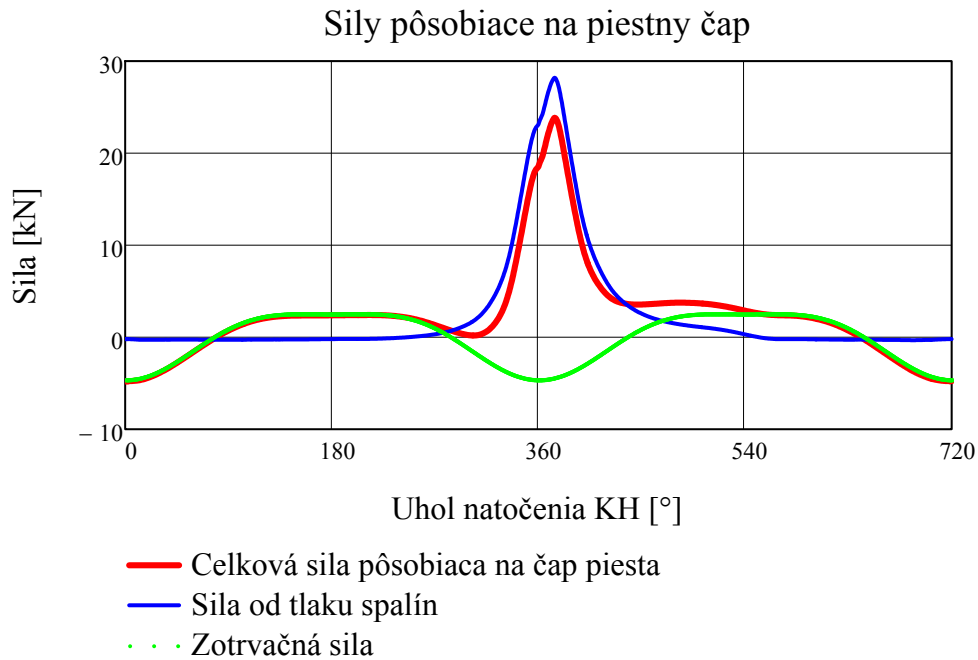
$$F_{pp_j} := S_p \cdot (p_{\text{valec}_j} - p_{\text{atm}})$$

Zotrvačné sily:

$$F_{zp_j} := -(m_{\text{psk}}) \cdot a_{p_j}$$

Celková sila pôsobiaca na piestny čap

$$F_{\text{celk\_pj}} := F_{\text{ppj}} + F_{\text{zpj}}$$



**Sily prenášané  
ojnicou:**

Uhol odklonu ojnice:

$$\beta_j := \text{asin}[\lambda \cdot (\sin(\alpha_j))]$$

Celková zotrvačná sila posuvných častí:

$$F_{z_j} := -(m_{\text{psk}} + m_{\text{oj\_p}}) \cdot a_{p_j}$$

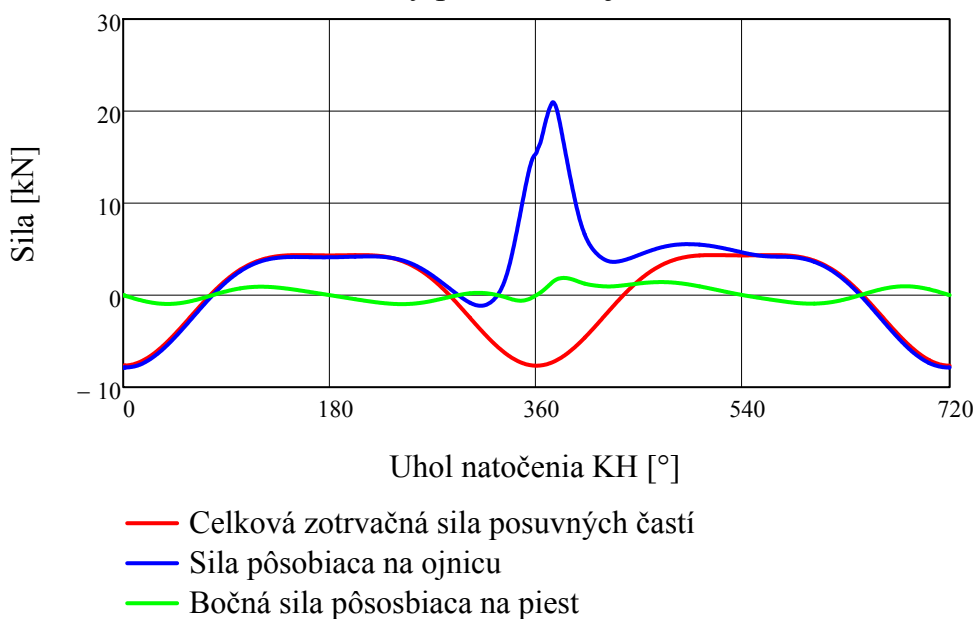
Sila prenášaná ojnicou:

$$F_{\text{oj}_j} := \frac{F_{\text{ppj}} + F_{z_j}}{\cos(\beta_j)}$$

Bočná sila pôsobiaca na piest:

$$F_{\text{pb}_j} := F_{\text{oj}_j} \cdot \tan(\beta_j)$$

## Sily prenášané ojnicou



### Sily pôsobiace v ojničom čape:

Radiálna sila:

$$F_{r_j} := F_{oj_j} \cdot \cos(\alpha_j + \beta_j)$$

Odstredivá sila:

$$F_o := -m_{oj_I} \cdot r \cdot \omega^2$$

Celková radiálna sila:

$$F_{c_r_j} := F_{r_j} + F_o$$

Tangenciálne sily:

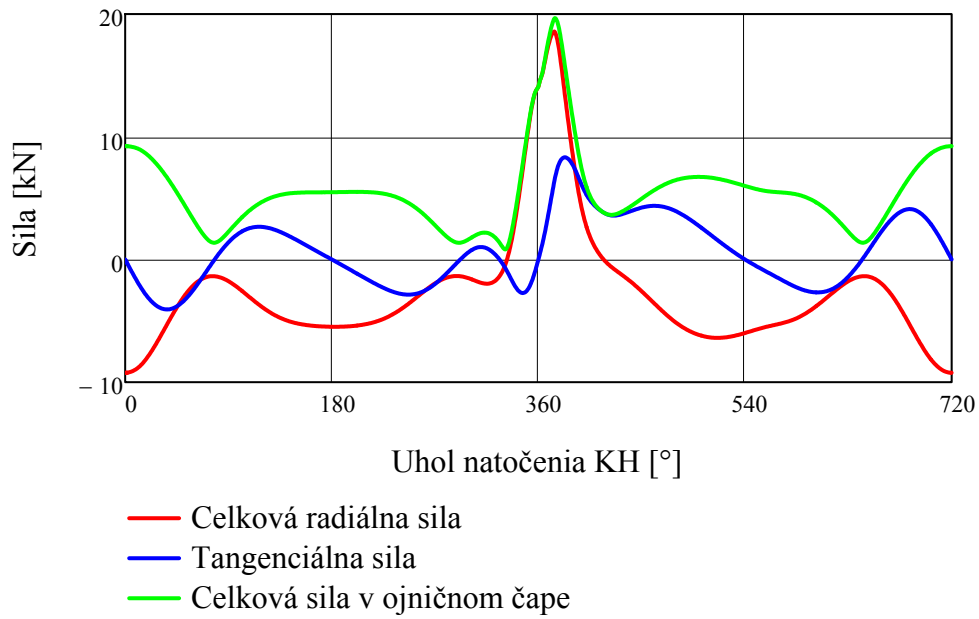
Tangenciálna sila v ojničom čape:

$$F_{t_j} := F_{oj_j} \cdot \sin(\alpha_j + \beta_j)$$

**Celková sila pôsobiaca v ojničom čape:**

$$F_{c_{oj_j}} := \sqrt{(F_{c_r_j})^2 + (F_{t_j})^2}$$

## Sily pôsobiace v ojničnom čape



### Momenty pôsobiace zalomenie motora:

$Nm := N \cdot m$

Definícia jednotky Nm

Krútiaci moment jedného valca:

$$M_{k_j} := F_{t_j} \cdot r$$

Fázové posunutie krútiacich momentov jednotlivých valcov:

$$M_{posun_j} := M_{k_j}$$

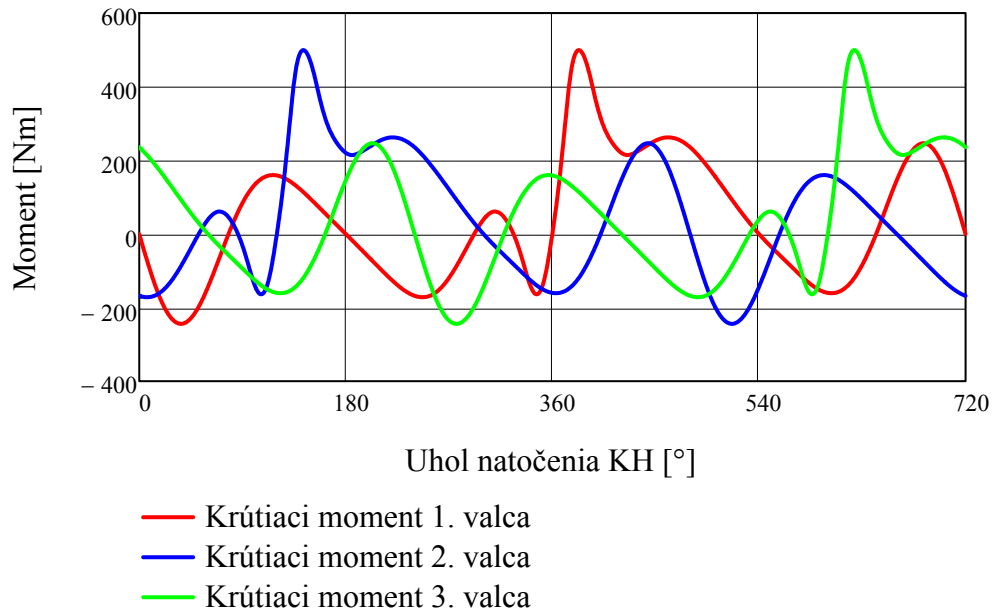
$$M_{posun_{j+1440}} := M_{k_j}$$

$$M_{kv1_j} := M_{posun_j}$$

$$M_{kv2_j} := M_{posun_{j+480}}$$

$$M_{kv3_j} := M_{posun_{j+960}}$$

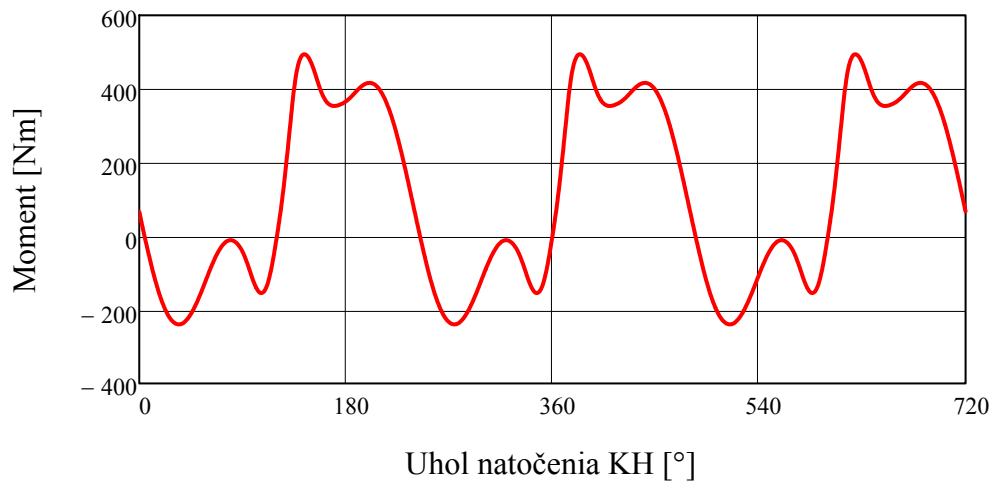
### Fázovo posunuté momenty jednotlivých valcov



Celkový krútiaci moment motora:

$$M_{ck_j} := M_{kv1_j} + M_{kv2_j} + M_{kv3_j}$$

### Krútiaci moment motora



### Výpočet torzného kmitania kľukového mechanizmu:

$$I_{oj_r} := m_{oj_r} \cdot r^2 = 0.003414 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Zotrvačný moment rotujúcej časti ojnice

Náhradný moment zotrvačnosti posuvných hmôt

$$I_{pos} := \left[ (m_{psk} + m_{oj_p}) \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \right] \cdot r^2 = 0.007628 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$



Momenty zotrvačnosti jednotlivých zalomení KH (CAD model):

$$\begin{aligned} I_{z\_1} &:= 0.03846 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 & I_{z\_1} &= 38460 \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{kg} \\ I_{z\_2} &:= 0.03844 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \\ I_{z\_3} &:= 0.03850 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \end{aligned}$$

Momenty zotrvačnosti náhradných kotúčov jednotlivých zalomení:

$$\begin{aligned} I_{zk\_1} &:= I_{z\_1} + I_{oj\_r} + I_{pos} = 0.0495 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg} \\ I_{zk\_2} &:= I_{z\_2} + I_{oj\_r} + I_{pos} = 0.04948 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \\ I_{zk\_3} &:= I_{z\_3} + I_{oj\_r} + I_{pos} = 0.04954 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \end{aligned}$$

Moment zotrvačnosti náhradného kotúča zotrvačníka (CAD model):

$$\begin{aligned} I_{zotrvačník} &:= 0.8417 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \\ I_{křuka\_zotr} &:= 0.0044117 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \\ I_{zotr} &:= I_{zotrvačník} + I_{křuka\_zotr} = 846111.7 \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{kg} \end{aligned}$$

Moment zotrvačnosti náhradného kotúča remenice (CAD model):

$$\begin{aligned} I_{remenica} &:= 0.02403 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \\ I_{křuka\_remenica} &:= 0.0009682 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \\ I_{rem} &:= I_{remenica} + I_{křuka\_remenica} = 0.024998 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \end{aligned}$$

**Celkové momenty zotrvačnosti:**

$$I := \begin{pmatrix} I_{rem} \\ I_{zk\_1} \\ I_{zk\_2} \\ I_{zk\_3} \\ I_{zotr} \end{pmatrix}$$

### Redukované dĺžky zalomenia:

$b := 25\text{mm}$	Hrúbka ramena zalomenia
$s := 114\text{mm}$	Šírka ramena zalomenia
$D_{hl} := 80\text{mm}$	Priemer hlavného ložiska KH
$S_{hl} := 34\text{mm}$	Šírka hlavného ložiska KH
$D_{vl} := 66\text{mm}$	Priemer vedľajšieho ložiska KH
$S_{vl} := 30\text{mm}$	Šírka vedľajšieho ložiska KH
$D_{vk\_rem} := 45\text{mm}$	Priemer voľného konca KH
$l_{vk\_rem} := 144\text{mm}$	Dĺžka voľného konca KH
$D_{red} := 80\text{mm}$	Redukovaný priemer (zvolený)

$$l_{red} := D_{red}^4 \cdot \left[ \frac{S_{hl} + 0.4 \cdot D_{hl}}{D_{hl}^4} + \frac{S_{vl} + 0.4 \cdot D_{vl}}{D_{vl}^4} + \frac{r - 0.2 \cdot (D_{hl} + D_{vl})}{b \cdot s^3} \right] = 0.222 \text{ m}$$

### Redukovaná dĺžka v mieste zotrvačníka:

$s_{príruba} := 35\text{mm}$	Šírka príruby zotrvačníka
$d_{príruba} := 80\text{mm}$	Rozstup skrutiek zotrvačníka

$$l_{red\_zotr} := \frac{S_{hl}}{2} + s_{príruba} \cdot \frac{D_{red}^4}{d_{príruba}^4} + \frac{1}{2} \cdot l_{red} = 0.163 \text{ m}$$

### Redukovaná dĺžka v mieste remenice:

$$l_{red\_remenica} := \frac{S_{hl}}{2} + \frac{1}{2} \cdot l_{red} = 0.128 \text{ m}$$

### Vlastné torzné kmitanie sústavy:

$G_c := 81000\text{MPa}$	Modul pružnosti v šmyku materiálu KH
--------------------------	--------------------------------------

Polárny moment zotrvačnosti náhradného hriadeľa:

$$I_{\text{pol}} := \frac{\pi \cdot D_{\text{red}}^4}{32} = 4021238.597 \cdot \text{mm}^4$$

Torzná tuhosť v mieste remenice:

$$c_{\text{rem}} := \frac{G_s \cdot I_{\text{pol}}}{l_{\text{red\_remenica}}} = 2546587 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_0 := c_{\text{rem}}$$

Torzná tuhosť za remenicou

Torzná tuhosť zalomení KH:

$$c_{\text{zal}} := \frac{G_s \cdot I_{\text{pol}}}{l_{\text{red}}} = 1468470 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_1 := c_{\text{zal}}$$

Torzná tuhosť za 1. zalomením

$$c_2 := c_{\text{zal}}$$

Torzná tuhosť za 2. zalomením

$$c_3 := c_{\text{zal}}$$

Torzná tuhosť za 2. zalomením

Matica hmotnosti:

$$M := \begin{pmatrix} I_{\text{rem}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{\text{zk\_1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{\text{zk\_2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{\text{zk\_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{zotr}} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 0.024998 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.049502 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.049482 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.049542 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.846112 \end{pmatrix} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Matica tuhosti:

$$C_t := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 \end{pmatrix}$$

$$C_t = \begin{pmatrix} 2546587 & -2546587 & 0 & 0 & 0 \\ -2546587 & 4015057 & -1468470 & 0 & 0 \\ 0 & -1468470 & 2936940 & -1468470 & 0 \\ 0 & 0 & -1468470 & 2936940 & -1468470 \\ 0 & 0 & 0 & -1468470 & 1468470 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$$

Štvorcová matica:

$$A_1 := M^{-1} \cdot C_t$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 101870812 & -101870812 & 0 & 0 & 0 \\ -51443891 & 81108620 & -29664729 & 0 & 0 \\ 0 & -29676719 & 59353439 & -29676719 & 0 \\ 0 & 0 & -29640778 & 59281556 & -29640778 \\ 0 & 0 & 0 & -1735551 & 1735551 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}^2}$$

Vlastné čísla matice:

$$\lambda_{vc} := \text{eigenvals}(A_1)$$

$$\lambda_{vc} = \begin{pmatrix} 168487964 \\ 90233283 \\ 39262065 \\ 5366666 \\ -0 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}^2}$$

Uhlová frekvencia vlastného kmitania:

$$\Omega_f := \sqrt{\lambda_{vc}}$$

$$\Omega_f = \begin{pmatrix} 12980.29 \\ 9499.12 \\ 6265.94 \\ 2316.61 \\ 0i \end{pmatrix} \text{s}^{-1}$$

Frekvencie vlastného kmitania:

$$\omega_{\text{vIk}} := \frac{\Omega_f}{2 \cdot \pi}$$

$$\omega_{\text{vIk}} = \begin{pmatrix} 2065.88 \\ 1511.83 \\ 997.26 \\ 368.7 \\ 0i \end{pmatrix} \cdot \text{Hz}$$

Výpočet amplitúd:

$$x := \text{eigenvecs}(A_1)$$

$$x = \begin{pmatrix} 0.82556 & 0.374594 & 0.528743 & -0.635618 & 0.447214 \\ -0.539865 & 0.042793 & 0.32496 & -0.602133 & 0.447214 \\ 0.158539 & -0.662775 & -0.45853 & -0.435131 & 0.447214 \\ -0.043152 & 0.646851 & -0.635388 & -0.189442 & 0.447214 \\ 0.000449 & -0.012686 & 0.029386 & 0.090547 & 0.447214 \end{pmatrix}$$

**Prvá vlastná frekvencia:**

$$i := 0..4$$

Pomerné amplitúdy:

$$a_{1,i} := \frac{x_{i,3}}{x_{0,3}} \quad a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.947 \\ 0.685 \\ 0.298 \\ -0.142 \end{pmatrix}$$

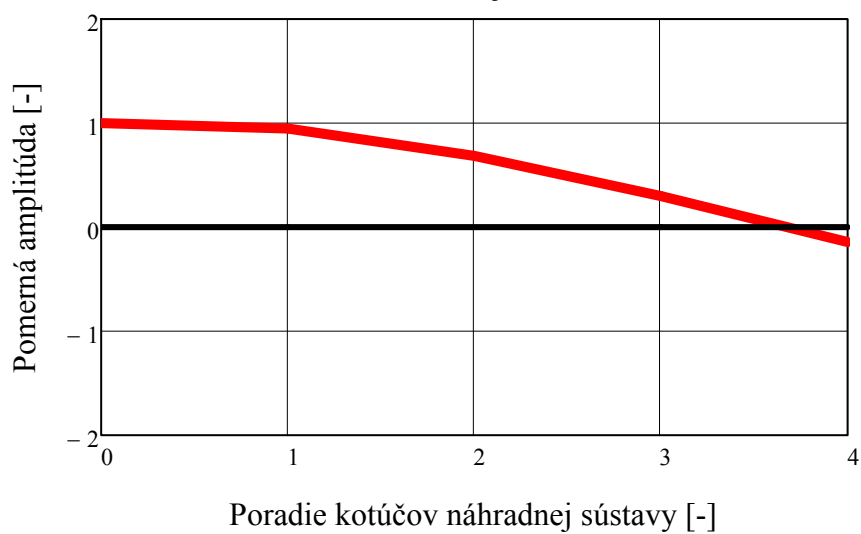
Vlastná uhlová frekvencia:

$$\Omega_{f_3} = 2316.607 \frac{1}{s}$$

**Vlastná frekvencia KH:**

$$f_1 := \frac{\Omega_{f_3}}{2 \cdot \pi} = 368.699 \cdot \text{Hz}$$

### Tvar 1. vlastnej frekvencie



### Druhá vlastná frekvencia:

Pomerné amplitúdy:

$$a_{2,i} := \frac{x_{i,2}}{x_{0,2}} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.615 \\ -0.867 \\ -1.202 \\ 0.056 \end{pmatrix}$$

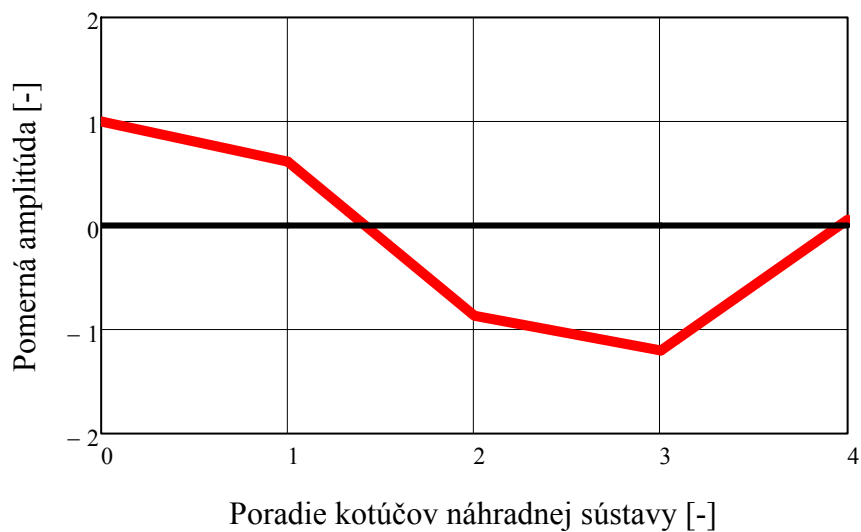
Vlastná uhlová frekvencia:

$$\Omega_{f_2} = 6265.945 \frac{1}{s}$$

Vlastná frekvencia KH:

$$f_2 := \frac{\Omega_{f_2}}{2 \cdot \pi} = 997.256 \cdot \text{Hz}$$

### Tvar 2. vlastnej frekvencie



## Vynútené torzné kmitanie:

Rád harmonickej zložky:

$$k := 0 .. 40$$

Fourierova analýza budiaceho momentu:

n := počet\_vzorkov

$$n = 1440$$

$$h_k := \frac{2}{n} \sum_{j=0}^{n-1} \left[ M_{k,j} \cdot e^{i \left( 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{j}{n} \right)} \right]$$

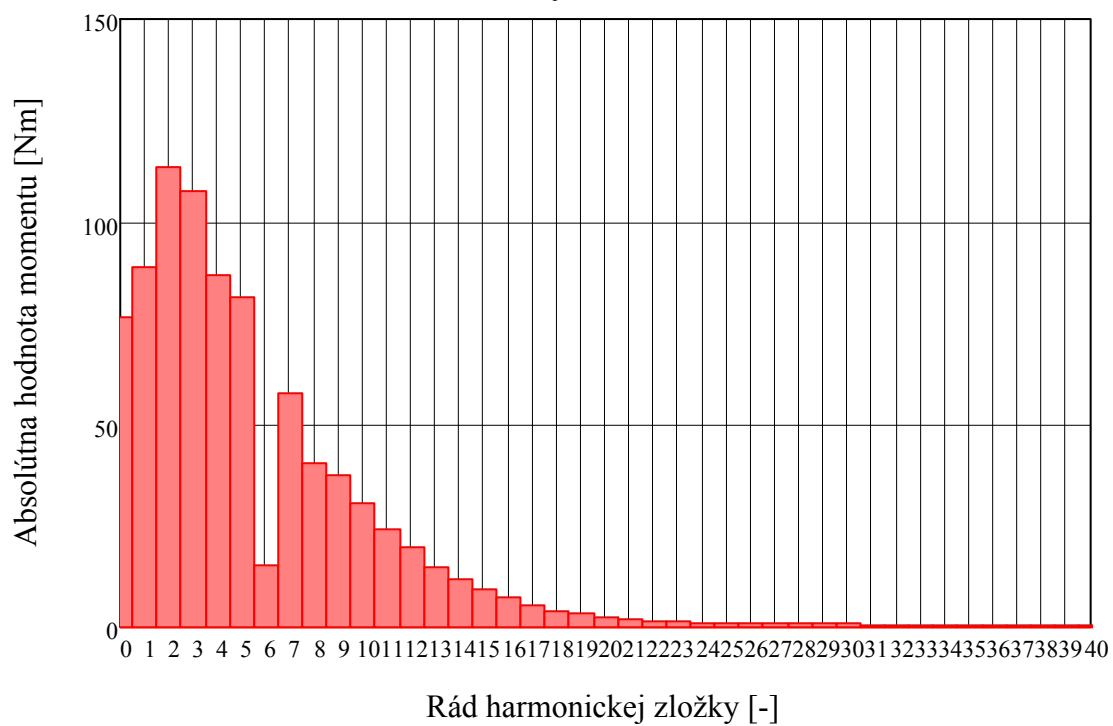
Absolútna hodnota:

$$M_{h_k} := |h_k|$$

$\frac{k}{2} =$	$\text{Im}(h_k) =$	$\text{Re}(h_k) =$	$ h_k  =$
0	0	76.406	76.406
0.5	-60.889	-64.632	88.796
1	107.224	37.796	113.691
1.5	-106.789	-10.895	107.343
2	-86.848	-4.18	86.949
2.5	-80.803	9.947	81.413
3	-7.872	-13.069	15.256
3.5	-55.479	15.113	57.501
4	36.804	-16.215	40.218
4.5	-34.349	14.949	37.461
5	27.17	-13.573	30.372
5.5	-21.05	12.265	24.362
6	15.989	-11.247	19.549
6.5	-11.529	9.672	15.049
7	8.667	-8.11	11.87
7.5	-6.098	7.039	9.313
8	4.074	-5.902	7.172
8.5	-2.425	4.882	5.451
9	1.421	-3.934	4.183
9.5	-0.446	3.215	3.246
10	-0.143	-2.452	2.456
10.5	0.663	1.798	1.917
11	-0.885	-1.185	1.479
11.5	1.129	0.697	1.327
12	-1.178	-0.184	1.192
12.5	1.156	-0.069	1.158
13	-1.124	0.304	1.164
13.5	1.027	-0.415	1.108
14	-0.903	0.419	0.996
14.5	0.839	-0.431	0.943
15	-0.702	0.353	0.786
15.5	0.681	-0.286	0.739
16	-0.613	0.226	0.653
16.5	0.613	-0.181	0.639
17	-0.581	0.175	0.606
17.5	0.58	-0.183	0.608
18	-0.513	0.226	0.561
18.5	0.487	-0.264	0.554
19	-0.393	0.314	0.503
19.5	0.337	-0.336	0.476
20	-0.247	0.361	0.437



## Harmonická analýza budiaceho momentu



### Kritické otáčky:

$$\kappa := 0.5, 1 \dots 20$$

Pre prvú vlastnú frekvenciu:

$$n_{kr1}(\kappa) := \frac{f_1}{\kappa}$$

Pre druhú vlastnú frekvenciu:

$$n_{kr2}(\kappa) := \frac{f_2}{\kappa}$$

$\kappa =$	$n_{kr1}(\kappa) =$	$\frac{1}{\text{min}}$	$n_{kr2}(\kappa) =$	$\frac{1}{\text{min}}$
0.5	44243.926		119670.732	
1	22121.963		59835.366	
1.5	14747.975		39890.244	
2	11060.982		29917.683	
2.5	8848.785		23934.146	
3	7373.988		19945.122	
3.5	6320.561		17095.819	
4	5530.491		14958.842	
4.5	4915.992		13296.748	
5	4424.393		11967.073	
5.5	4022.175		10879.157	
6	3686.994		9972.561	
6.5	3403.379		9205.441	
7	3160.28		8547.909	
7.5	2949.595		7978.049	
8	2765.245		7479.421	
8.5	2602.584		7039.455	
9	2457.996		6648.374	
9.5	2328.628		6298.46	
10	2212.196		5983.537	
10.5	2106.854		5698.606	
11	2011.088		5439.579	
11.5	1923.649		5203.075	
12	1843.497		4986.281	
12.5	1769.757		4786.829	
13	1701.689		4602.72	
13.5	1638.664		4432.249	
14	1580.14		4273.955	
14.5	1525.653		4126.577	
15	1474.798		3989.024	
15.5	1427.223		3860.346	
16	1382.623		3739.71	
16.5	1340.725		3626.386	
17	1301.292		3519.727	
17.5	1264.112		3419.164	
18	1228.998		3324.187	
18.5	1195.782		3234.344	
19	1164.314		3149.23	
19.5	1134.46		3068.48	
20	1106.098		2991.768	

### Výdatnosť kmitov:

Uhol rozostupu medzi jednotlivými bodmi zážihu:

$$\delta := \frac{720 \text{deg}}{3}$$

$$\delta = 240 \cdot \text{deg}$$

Prvá vlastná frekvencia:

$$k = 0,5; 2; 3,5; 5; 6,5; 8; 9,5$$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 0.5$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{1,0.5} := \sqrt{\left[ \sum_p (a_{1p} \cdot \cos(\sigma_p)) \right]^2 + \left[ \sum_p (a_{1p} \cdot \sin(\sigma_p)) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1,0.5} = 1.805$$

$$k = 1; 2,5; 4; 5,5; 7; 8,5; 10$$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 1$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{1,1} := \sqrt{\left[ \sum_p (a_{1p} \cdot \cos(\sigma_p)) \right]^2 + \left[ \sum_p (a_{1p} \cdot \sin(\sigma_p)) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1,1} = 1.463$$

$k = 1,5; 3; 4,5; 6; 7,5; 9$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 1.5$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{1,1.5} := \sqrt{\left[ \sum_p (a_{1,p} \cdot \cos(\sigma_p)) \right]^2 + \left[ \sum_p (a_{1,p} \cdot \sin(\sigma_p)) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1,1.5} = 1.008$$

Druhá vlastná frekvencia:

$k = 0,5; 2; 3,5; 5; 6,5; 8; 9,5$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 0.5$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{2,0.5} := \sqrt{\left[ \sum_p (a_{2,p} \cdot \cos(\sigma_p)) \right]^2 + \left[ \sum_p (a_{2,p} \cdot \sin(\sigma_p)) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2,0.5} = 1.634$$

$k = 1; 2,5; 4; 5,5; 7; 8,5; 10$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 1$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{2,1} := \sqrt{\left[ \sum_p (a_{2,p} \cdot \cos(\sigma_p)) \right]^2 + \left[ \sum_p (a_{2,p} \cdot \sin(\sigma_p)) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2\_1} = 1.934$$

$$k = 1,5; 3; 4,5; 6; 7,5; 9$$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 1.5$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{2\_1.5} := \sqrt{\left[ \sum_p \left( a_{2\_p} \cdot \cos(\sigma_p) \right) \right]^2 + \left[ \sum_p \left( a_{2\_p} \cdot \sin(\sigma_p) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2\_1.5} = 2.027$$

Relatívna výchylka pre 1. vl. frekvenciu:

$$\varepsilon_1 := \begin{pmatrix} \varepsilon_{1\_0.5} \\ \varepsilon_{1\_1} \\ \varepsilon_{1\_1.5} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_1 = \begin{pmatrix} 1.805 \\ 1.463 \\ 1.008 \end{pmatrix}$$

Relatívna výchylka pre 2. vl. frekvenciu:

$$\varepsilon_2 := \begin{pmatrix} \varepsilon_{2\_0.5} \\ \varepsilon_{2\_1} \\ \varepsilon_{2\_1.5} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_2 = \begin{pmatrix} 1.634 \\ 1.934 \\ 2.027 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1\_1.5} \\ \varepsilon_{1\_0.5} \\ \varepsilon_{1\_1} \\ \varepsilon_{1\_1.5} \\ \varepsilon_{1\_0.5} \\ \varepsilon_{1\_1} \\ \varepsilon_{1\_1.5} \\ \varepsilon_{1\_0.5} \\ \varepsilon_{1\_1} \\ \varepsilon_{1\_1.5} \\ \varepsilon_{1\_0.5} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{2\_1.5} \\ \varepsilon_{2\_0.5} \\ \varepsilon_{2\_1} \\ \varepsilon_{2\_1.5} \\ \varepsilon_{2\_0.5} \\ \varepsilon_{2\_1} \\ \varepsilon_{2\_1.5} \\ \varepsilon_{2\_0.5} \\ \varepsilon_{2\_1} \\ \varepsilon_{2\_1.5} \\ \varepsilon_{2\_0.5} \end{pmatrix}$$

$\kappa := 0.5, 1 \dots 20$

**Torzná výchylka voľného konca KH pre 1. vl. frekvenciu:**

$$\phi_{0\_1_k} := \frac{M_{h_k} \cdot \varepsilon_{1_k}}{\Omega_{f_3} \cdot \xi \cdot \left[ \sum_p (a_{1_p})^2 \right]}$$

$$\phi_{0\_1\_deg} := \phi_{0\_1} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$\kappa =$

0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9
9.5
10
10.5
11
11.5
12
12.5
13
13.5
14
14.5
15
15.5
16
16.5
17
17.5
18
18.5
19
19.5
20

$\phi_{0\_1} =$

	0
0	0
1	0.048
2	0.049
3	0.032
4	0.047
5	0.035
6	0.005
7	0.031
8	0.017
9	0.011
10	0.016
11	0.011
12	0.006
13	0.008
14	0.005
15	0.003
16	0.004
17	0.002
18	0.001
19	0.002
20	0.001
21	0.001
22	0.001
23	0.001
24	0
25	0.001
26	0.001
27	0
28	0.001
29	0
30	0
31	0
32	0
33	0
34	0
35	0
36	0
37	0
38	0
39	0
40	0

$\phi_{0\_1\_deg} =$

	0
0	0
1	2.724
2	2.828
3	1.84
4	2.667
5	2.025
6	0.261
7	1.764
8	1
9	0.642
10	0.932
11	0.606
12	0.335
13	0.462
14	0.295
15	0.16
16	0.22
17	0.136
18	0.072
19	0.1
20	0.061
21	0.033
22	0.045
23	0.033
24	0.02
25	0.036
26	0.029
27	0.019
28	0.031
29	0.023
30	0.013
31	0.023
32	0.016
33	0.011
34	0.019
35	0.015
36	0.01
37	0.017
38	0.013
39	0.008
40	0.013



**Torzná výchylka voľného konca KH pre 2. vl. frekvenciu:**

$$\phi_{0\_2\_k} := \frac{M_{h_k} \cdot \varepsilon_{2_k}}{\Omega_{f_2} \cdot \xi \cdot \left[ \sum_p (a_{2_p})^2 \right]}$$

$$\phi_{0\_2\_deg} := \phi_{0\_2} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$\kappa =$

0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9
9.5
10
10.5
11
11.5
12
12.5
13
13.5
14
14.5
15
15.5
16
16.5
17
17.5
18
18.5
19
19.5
20

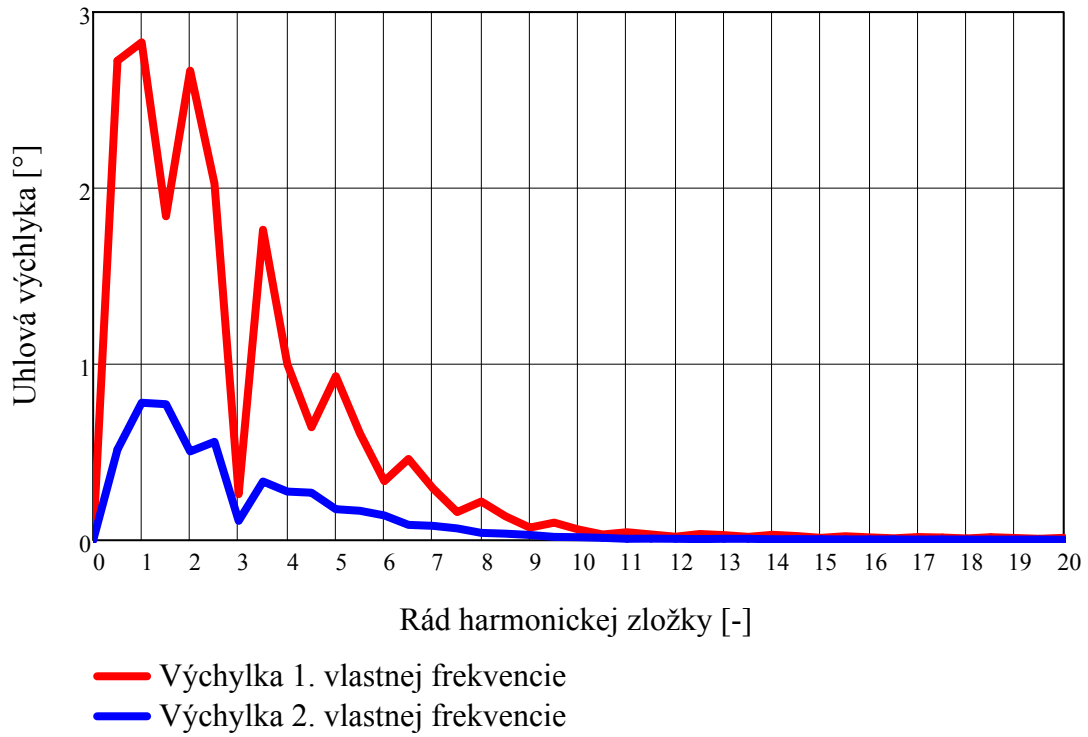
	0
0	0
1	0.009
2	0.014
3	0.013
4	0.009
5	0.01
6	0.002
7	0.006
8	0.005
9	0.005
10	0.003
11	0.003
12	0.002
13	0.002
14	0.001
15	0.001
16	0.001
17	0.001
18	0.001
19	0
20	0
21	0
22	0
23	0
24	0
25	0
26	0
27	0
28	0
29	0
30	0
31	0
32	0
33	0
34	0
35	0
36	0
37	0
38	0
39	0
40	0

$\phi_{0\_2} =$

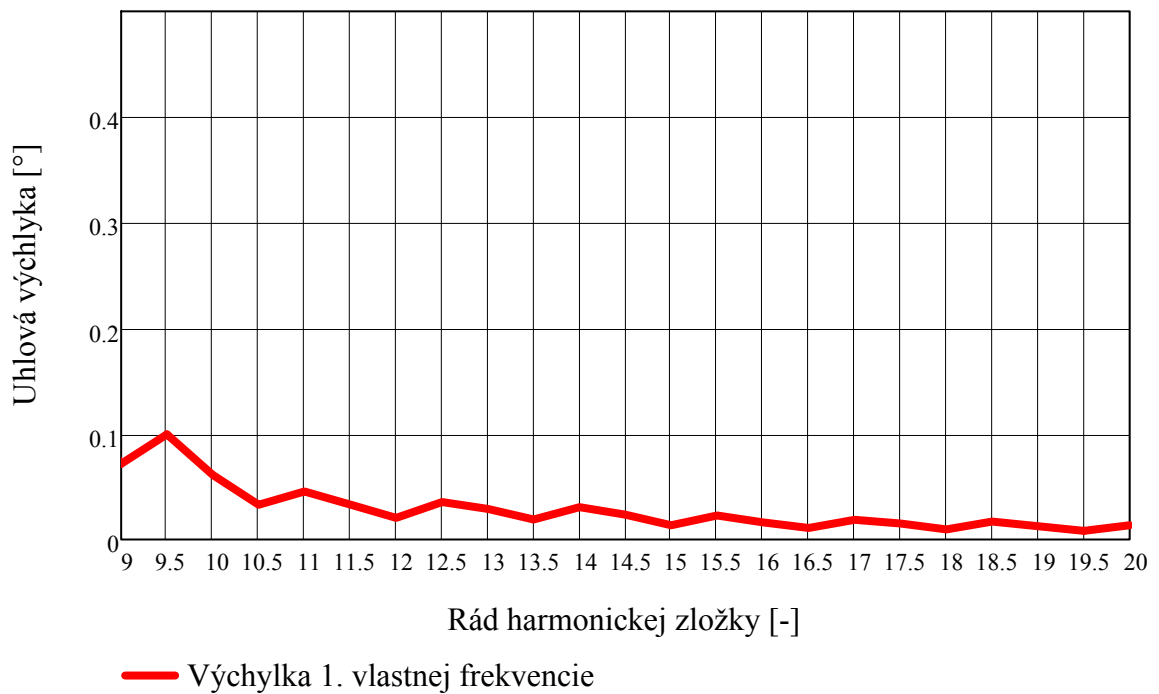
	0
0	0
1	0.515
2	0.781
3	0.773
4	0.505
5	0.559
6	0.11
7	0.334
8	0.276
9	0.27
10	0.176
11	0.167
12	0.141
13	0.087
14	0.082
15	0.067
16	0.042
17	0.037
18	0.03
19	0.019
20	0.017
21	0.014
22	0.009
23	0.009
24	0.009
25	0.007
26	0.008
27	0.008
28	0.006
29	0.006
30	0.006
31	0.004
32	0.004
33	0.005
34	0.004
35	0.004
36	0.004
37	0.003
38	0.003
39	0.003
40	0.003

$\phi_{0\_2\_deg} =$

Torzna výchylka voľného konca kľukového hriadeľa



Torzna výchylka voľného konca kľukového hriadeľa (časť spektra)



## Návrh torzného tlmiča:

### Návrh základných parametrov:

$$I_{tl} := 0.00105 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment zotrvačnosti tlmiča

Efektívny moment zotrvačnosti sústavy bez tlmiča:

$$I_{ef} := \sum_p \left[ I_p \cdot (a_{1p})^2 \right] \quad I_{ef} = 0.072 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Pomeraná veľkosť tlmiča:

$$\mu := \frac{I_{tl}}{I_{ef}} \quad \mu = 0.015$$

Optimálne ladenie:

$$w := \frac{1}{1 + \mu} \quad w = 0.986$$

Uhlová frekvencia tlmiča:

$$\Omega_{tl} := \Omega_{f_3} \cdot w \quad \Omega_{tl} = 2283.315 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Tuhosť tlmiča:

$$c_{tl} := I_{tl} \cdot \Omega_{tl}^2 \quad c_{tl} = 5474.204 \cdot \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$$

Návrh gumového tlmiča torzných kmitov:

Modul pružnosti gumy v šmyku

$$G_p := 1 \text{ MPa}$$

Šírka gumového krúžku:

$$b_{tl} := 14 \text{ mm}$$

Vonkajší priemer gumového krúžku:

$$d_2 := 152 \text{ mm}$$

Vnútorý priemer gumového krúžku:

$$d_1 := \sqrt{\left( \frac{\pi \cdot G_p \cdot b_{tl}}{c_{tl}} + \frac{1}{d_2^2} \right)^{-1}} \quad d_1 = 139.595 \cdot \text{mm}$$

Rozmery oceľového krúžku:

Vonkajší polomer oceľového krúžku:

$$r_2 := \frac{d_1}{2}$$

$$r_2 = 69.797 \cdot \text{mm}$$

$$\rho_0 := 7850 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Hustota ocele

Vnútorný polomer oceľového krúžku:

$$r_1 := \sqrt[4]{r_2^4 - \frac{2 \cdot I_{t1}}{\pi \cdot \rho_0 \cdot b_{t1}}}$$

$$r_1 = 64.817 \cdot \text{mm}$$

Vnútorný priemer oceľového krúžku:

$$d_3 := 2 \cdot r_1$$

$$d_3 = 129.635 \cdot \text{mm}$$