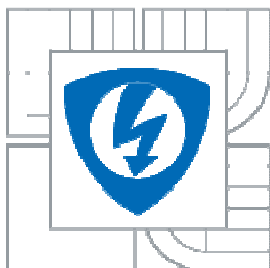


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

FILTRACE ČASOVÝCH ŘAD

TIME SERIES FILTRATION

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

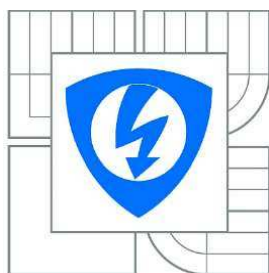
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. JAN PINKAVA

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. ROMAN MARŠÁLEK, Ph.D.

BRNO 2011



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky a
komunikačních technologií

Ústav radioelektroniky

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Elektronika a sdělovací technika

Student: Bc. Jan Pinkava

ID: 83354

Ročník: 2

Akademický rok: 2010/2011

NÁZEV TÉMATU:

Filtrace časových řad

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se s problematikou zpracování signálů-časových řad v ekonometrii. Seznamte se s používanými daty (HDP, investice, spotřeba), jejich vlastnostmi a předpoklady. Proved'te rešerši různých metod pro filtraci ekonomických dat.

Vytvořte skripty v programu MATLAB, realizující různé typy tradičních i nově navržených filtrů, specifických pro ekonometrii. Proved'te frekvenční analýzu filtrovaných řad.

Navrhněte optimální kombinaci metod analýzy časové řady HDP České republiky – detrendování, filtrace, frekvenční analýza. Vybranou kombinaci aplikujte i pro data jiných členských zemí EU a USA. Práce bude částečně probíhat ve spolupráci s Provozně ekonomickou fakultou MZLU Brno.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] MILLS, D., ALLEN, R.L. Signal Analysis: Time, Frequency, Scale and Structure, Wiley, 2004.

Termín zadání: 7.2.2011

Termín odevzdání: 20.5.2011

Vedoucí práce: doc. Ing. Roman Maršálek, Ph.D.

prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida
Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

ABSTRAKT

Práce je zaměřena na popis pojmů a základních principů v ekonomice v oblasti hrubého domácího produktu. Dále na popis časových řad, jejich druhy, vlastnosti a základní klasifikace. Je zde uvedena dekompozice časových řad na složky. Další částí je základní popis nejčastěji používaných ekonomických filtrů Hodrick-Prescott a Baxter-King. Filtry Christiano-Fitzgerald a frekvenčně selektivní filtr pro krátké časové řady byly prakticky implementovány v MATLABu. Zbytek práce se zabývá aplikací výše uvedených filtrů na data České republiky, Evropské unie, USA a vybrané země EU. Kromě toho je zkoumána korelace mezi spektrálními složkami dat u vybraných zemí.

KLÍČOVÁ SLOVA

Hrubý domácí produkt (HDP), filtrace časových řad, Hodrick-Prescott, Baxter-King, Christiano-Fitzgerald, frekvenčně selektivní filtr pro krátké časové řady.

ABSTRACT

This thesis is aimed at describing the concepts and basic principles in the economy in gross domestic product. Furthermore it deals with the description of time series, their types, characteristics and the basic classification. A decomposition of time series into their components is indicated. Another part is a basic description of the most commonly used economic filters - Hodrick-Prescott and Baxter-King. The Christiano-Fitzgerald and frequency-selective filter for short length time series have been practically implemented in MATLAB. The rest of the thesis deals with the application of above mentioned filters to data of Czech Republic, European Union, USA and selected EU countries. Moreover, the correlation between spectral components of the data for selected countries is investigated.

KEYWORDS

Gross domestic product (GDP), filtering the time series, Hodrick-Prescott, Baxter-King, Christiano-Fitzgerald, Frequency-selective filter for short length time series.

PINKAVA, J. *Filtrace časových řad*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2011. 47 s., 6 s. příloh. Diplomová práce. Vedoucí práce: doc. Ing. Roman Maršálek, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Jako autor diplomové práce na téma Filtrace časových řad dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne 20. 5. 2011

.....

(podpis autora)

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Romanu Maršálkovi, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne 20. května 2011

.....

(podpis autora)

OBSAH

Úvod	1
1 Hrubý domácí produkt	2
1.1 Dělení HDP	2
1.2 Výpočet HDP	3
1.2.1 Produkční metoda	3
1.2.2 Důchodová metoda	3
1.2.3 Výdajová metoda	4
1.3 Důležité pojmy.....	4
1.3.1 Výdaje na spotřebu	4
1.3.2 Investice	4
1.3.3 Vládní nákupy.....	5
1.3.4 Čistý vývoz	5
2 Časové řady	6
2.1 Druhy časových řad	6
2.2 Charakteristiky časových řad.....	6
2.2.1 Základní popisné charakteristiky	6
2.2.2 Míry dynamiky	7
3 Dekompozice časové řady	9
3.1 Analýza trendu	9
3.1.1 Základní typy trendových funkcí.....	10
3.1.2 Metoda klouzavých průměrů	10
4 Filtrace ekonomických časových řad	12
4.1 HP filtr (Hodrick-Prescott)	13
4.2 BK filtr (Baxter-King)	15
4.3 CHF filtr (Christiano-Fitzgerald).....	16
4.3.1 Problém filtrace.....	17
4.3.2 Matematický popis filtru.....	17
4.3.3 Praktická realizace filtru v Matlabu.....	17

4.3.4	Filtrace posloupností.....	19
4.4	Frekvenčně selektivní filtr pro krátké časové řady (HW).....	24
5	Analýza dat filtry	27
5.1	Vzájemný vztah ve frekvenční oblasti.....	27
5.2	Skript pro výpočet korelace ve frekvenční oblasti.....	28
5.3	Metoda vrcholů a den	29
5.4	Filtrace metodou první diference	30
5.5	Filtrace filtrem HP	30
5.6	Filtrace filtrem HW.....	36
5.7	Filtrace filtrem CHF.....	39
6	Závěr	42
7	Literatura	44
	Seznam obrázků	45
	Seznam tabulek	46
	Seznam zkratk	47
	Seznam příloh	47

ÚVOD

Člověk se v běžném životě neustále setkává s velkým množstvím časových řad. Jako příklad lze uvést velké množství signálů (signál mobilního telefonu, televize), které můžeme chápat jako tok hodnot v čase. Dalším příkladem může být třeba týdenní seznam odjezdů autobusu ze zastávky apod. Časovými řadami lze popsat mnoho různých jevů. V některých oborech se proto staly nenahraditelným prostředkem pro jejich další rozvoj. Jednou z těchto oblastí je ekonomie nebo spíše vědecká disciplína zvaná ekonometrie. To je obor na hranici oblastí matematiky, ekonomie a statistiky. Zabývá se ověřováním ekonomických teorií pomocí pozorovatelných dat nebo odhalení kvantitativních vztahů mezi ekonomickými procesy.

Z výkladu pojmu ekonometrie vyplývá, že hlavními zpracovávanými daty budou časové řady. Mezi dlouhodobě sledované zajímavé řady patří např. vývoj HDP, nezaměstnanosti apod. Zaměření této práce bude právě na časové řady používané v ekonometrii, tedy řady z oblasti ekonomie. Bude zde uveden jejich popis a základní možnosti filtrace.

Filtraci se provádí filtry, které mají charakter horní nebo pásmové propusti. Je zde uvedeno několik nejvyžívanějších se základním popisem a nastavením základních parametrů. Uvedené filtry jsou Hodrick-Prescott, Baxter-King, a pak další dva, jež byly prakticky realizovány v Matlabu: Christiano-Fitzgerald a frekvenčně selektivní filtr pro krátké časové série.

Na ukázkou funkčnosti je u každého filtru provedena filtrace u stejné posloupnosti HDPCZ, což je soubor čtvrtletních dat hrubého domácího produktu České republiky o délce trvání 13 let.

Poslední část práce je zaměřena na aplikaci výše uvedených filtrů na časové řady HDP České republiky, Evropské unie, USA a vybraných států EU. Je zde zkoumána korelace mezi spektrálními složkami zemí.

1 HRUBÝ DOMÁCÍ PRODUKT

HDP je v mezinárodní literatuře označíváno zkratkou GDP (Gross Domestic Product). Jedná se o celkovou tržní hodnotu finálních statků vyrobených v zemi za určité časové období, nejčastěji jednoho roku [1]. Je to tedy ukazatel výkonnosti ekonomiky států a vypovídá o průměrné životní úrovni v zemi (obr.1). Je definován pomocí tržní hodnoty, tedy v peněžních jednotkách. Důvodem je to, aby se daly snadno porovnávat různé druhy finálních statků.

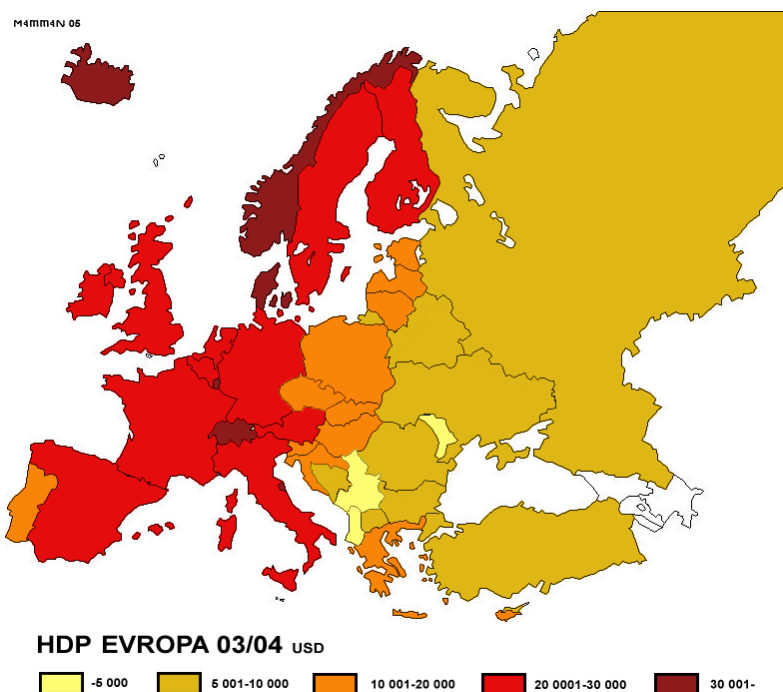
1.1 Dělení HDP

Protože se ceny neustále mění, většinou rostou v důsledku inflace, dělí se HDP na nominální HDP a reálný HDP.

Nominální HDP - je to hodnota finálních statků v tržních cenách daného období. V různém časovém období je do jeho velikosti promítnuta nejen hodnota růstu/poklesu, ale také míra inflace/deflace. Proto při porovnávání HDP se většinou nepoužívá jeho nominální hodnota, ale reálná hodnota.

Reálný HDP - je nominální HDP očištěný o míru inflace/deflace. Jestliže jsou porovnávány hodnoty v různých letech, jsou vztaženy k cenám výchozího roku. Jako parametr pro výpočet reálného HDP se používá cenový deflátor a výpočet je následovný: $\text{Reálný HDP} = \text{nominální HDP} / \text{implicitní cenový deflátor}$

Cenový deflátor v sobě zahrnuje změny cen statků a služeb na trhu. To znamená, že je vyjádřen pomocí tzv. cenových indexů, které měří změnu cenové hladiny v čase. Z toho vyplývá, že čím je těchto indexů víc, tím je přesnější, ale zároveň je je ho výpočet náročnější.



Obrázek 1 HDP v přepočtu na jednoho obyvatele na přelomu let 2003/2004 [2]

1.2 Výpočet HDP

Do výpočtu HDP jsou zahrnuty pouze ceny finálních statků, tj. ceny finálních produktů a služeb, které se dále nepoužívají ve výrobě. Pro metodiku výpočtu slouží pouze data oficiálního trhu. Neuvažují se tedy služby mimo tuto oblast (práce protislužbou, vaření, atp.) a ilegální činnost. Existují tři metody výpočtu HDP.

1.2.1 Produkční metoda

Produkční metoda, označovaná taky jako produktová, zbožíová nebo výrobová. Velikost HDP se vypočítá jako součet všech přidaných hodnot výrobkům ve všech odvětvích národního hospodářství a čisté daně na tyto výrobky. Jinak řečeno od finální ceny výrobku se odečtou vstupní náklady (materiál, energie, práce) a to co zbyde je právě příspěvek k tvorbě produktu. Metoda eliminuje duplicitu, ale na druhou stranu je těžko v reálných podmínkách zjistitelná. Dnes ji žádný statistický úřad nepoužívá.

1.2.2 Důchodová metoda

Vychází z předpokladu, že každý výdaj je něčí příjem (důchod). HDP je tedy součtem všech dílčích příjmů [1]

$$HDP = w + s + i + r + p + a + T, \quad (1.1)$$

kde w jsou náklady firem vynaložené na zaměstnance (hrubé mzdy a platy, odměny),

s ... jsou hrubé příjmy z individuálního podnikání a ze samostatně výdělečné činnosti,

i... jsou čisté úroky (rozdíl zaplacených a přijatých),

r... renty z vlastnictví majetku,

p... zisky firem (včetně dividend),

a... amortizace kapitálových statků ve výši jejich opotřebení,

T... nepřímé daně jako přírážka k tržním cenám spotřebních statků.

Zanedbáním posledních dvou položek ve vzorci je vyjádřením veličiny národní důchod NI.

1.2.3 Výdajová metoda

Tato metoda vychází z předpokladu, že finální statky vyrobené v ekonomice jsou pořízeny a spotřebovány rezidentskými jednotkami. Těmito jednotkami jsou domácnosti, firmy, státní aparát a zahraniční sektor. Hrubý domácí produkt můžeme určit jako celkovou hodnotu těchto spotřebovaných výrobků a služeb – agregátní výdaje [1], [2]

$$HDP = C + I + G + X, \quad (1.2)$$

kde C jsou výdaje na spotřebu,

I... investice firem,

G... vládní nákupy,

X... je čistý vývoz.

Tyto čtyři výdajové složky odpovídají čtyřem skupinám uživatelů zmíněných výše. Tato výdajová metoda je nejčastěji používána pro výpočet HDP (Eurostat, ČSÚ).

1.3 Důležité pojmy

1.3.1 Výdaje na spotřebu

Výdaje na spotřebu (Consumption) zahrnují spotřebu domácností. Ta se v současné době podílí největší měrou na HDP a to asi dvěma třetinami. Lze je rozdělit do tří skupin:

- Předměty dlouhodobé spotřeby - statky, které mají dlouhou životnost (vybavení domácnosti, automobily...), nepatří sem domy, které jsou považovány za investice
- Předměty krátkodobé spotřeby – statky, jež mají krátkou životnost, typicky potraviny
- Služby – výdaje na všechny služby (zdravotnická péče, návštěva kadeřnictví atp.). Jedná se v současnosti o nejrychleji rostoucí sektor.

1.3.2 Investice

Investice (Investment) představují výdaje firem za kapitálové statky a výdaje na bydlení. Rozdělují se na:

- Investice do fixního kapitálu – to jsou investice do budov a zařízení sloužící v budoucnu k navýšení výroby. Nepřináší okamžitý zisk.
- Investice do obytných budov – firmy mají zisk z toho, že prodají nebo pronajímají budovu koncovému uživateli.
- Investice do zásob – jsou to hotové produkty, které firma vyrobila, ale ještě je neprodala. Má je takzvaně na skladě. Pro výpočet HDP se uvažuje, že si je zakoupila pro svou vlastní potřebu. Z toho vyplývá, že pokud v různých obdobích klesne stav zásob, aniž by se dramaticky změnila tržní hodnota produktů v neprospěch firmy, stav zásob klesne a investice nabývá záporných hodnot.

Dále můžeme investice rozdělit na plánované a neplánované. Plánované jsou vždy investice do fixního kapitálu. Jestliže firma rozšiřuje výrobu, pak musí navíc investovat do zásob. Zde se může vyskytnout stav, kdy dochází na trhu k poklesu poptávky po výrobcích a firmě vzrůstá stav zásob. Pak se jedná o neplánovanou investici. Celkově se na HDP podílí investice objemem přibližně 15%.

1.3.3 Vládní nákupy

Vládní nebo také veřejné výdaje (Government expenditure) jsou náklady, které má stát za účelem fungování služeb, které poskytuje. Tzn. zajišťuje zdravotnictví, školství, náklady na obranu státu.... Naopak nezapočítávají se sem transferové platby, to jsou takové, za které nedostává stát žádnou protihodnotu jako sociální dávky, stipendia, platy státních úředníků. Nejsou zde započítány také úroky ze státního dluhu.

1.3.4 Čistý vývoz

Čistý vývoz (net export) představuje rozdíl mezi vývozem a dovozem země. Vývozem jsou v zemi vyrobené statky a prodané v zahraničí, u dovozu je tomu naopak. Do této bilance patří ještě transfery vlastnických důchodů ze zahraničí. U vývozu jsou to podíly zisku domácích investorů na zisku z investic v zahraničí. Přesně opačně je tomu u dovozu, kde jsou zisky zahraničních investorů z podnikání v domácí ekonomice převáděny do ciziny.

U rozvinutých zemí se saldo obchodní bilance pohybuje v mírně pozitivních hodnotách, obecně okolo 3% HDP.

2 ČASOVÉ ŘADY

Časová řada je posloupnost hodnot, věcně a prostorově vymezeného ukazatele, uspořádaných na časové ose směrem od minulosti do přítomnosti. Lze ji zapsat y_t , $t = 1, \dots, T$.

2.1 Druhy časových řad

Časové řady lze dělit do několika základních skupin.

Okamžiková řada - časová řada okamžikového ukazatele je taková, kde se časový ukazatel mění plynule v čase. Vyjadřuje okamžitou hodnotu ukazatele v okamžiku jeho odečtení. Sčítání hodnot ukazatele řady tedy nemá logiku a hodnota proto přímo nezávisí na délce intervalu mezi dvěma pozorováními. Příkladem tohoto typu řady je řada hodnot teploty snímaná meteorologickou stanicí každou hodinu nebo počet zaměstnanců firmy k určitému datu v měsíci.

Časovou řadou intervalového ukazatele se rozumí taková posloupnost, kde hodnoty ukazatele přímo závisí na délce intervalu sledování. Jedná se o součet dílčích hodnot v sledovaném období. Hodnoty ukazatele udávají přírůstek respektive úbytek za toto období. Při porovnávání hodnot ukazatele je nutné dodržet konstantní délky intervalů. Příkladem je postupná řada počtu narozených dětí nebo měsíční ukazatele objemu výroby nebo spotřeby.

Řadu odvozené charakteristiky lze získat z hodnot okamžikové časové řady nebo intervalové časové řady. Jako příklad lze uvést časovou řadu produktivity práce. Ta je vypočtena jako podíl ukazatelů řady produkce a řady počtu zaměstnanců

Dále lze dělit ekonomické časové řady na dlouhodobé a krátkodobé. V dlouhodobých jsou hodnoty sledovány v časových úsecích jejichž délka je rok nebo větší. U krátkodobých jsou logicky hodnoty sledovány v úsecích kratších než jeden rok, typicky čtvrtletích, měsíčních, týdenních.

2.2 Charakteristiky časových řad

2.2.1 Základní popisné charakteristiky

Mezi základní popisné charakteristiky časových řad patří výpočet prostého aritmetického průměru k získání průměrné hodnoty řady [4]

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T}. \quad (2.1)$$

V případě výpočtu průměrné hodnoty okamžikové časové řady se používá chronologický průměr. U řady s konstantní délkou intervalu je to nepatrně jednodušší varianta - prostý chronologický průměr [4]

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \dots + \frac{y_{T-1} + y_T}{2}}{T-1} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + \sum_{t=2}^{T-1} y_t + \frac{1}{2}y_T}{T-1}. \quad (2.2)$$

Pro řadu s nesterajnou délkou intervalů je do rovnice přidán váhovací parametr d_t , $t = 2, \dots, T$, jenž vyjadřuje délku sledování jednotlivých časových intervalů. Rovnice má potom tvar [4]

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2}d_2 + \frac{y_2 + y_3}{2}d_3 + \dots + \frac{y_{T-1} + y_T}{2}d_T}{d_2 + d_3 + \dots + d_T}. \quad (2.3)$$

2.2.2 Míry dynamiky

Mírou dynamiky lze popsat základní chování časových řad a dále pak stanovit jednoduchá kritéria pro jejich analýzu a modelování.

První diference je nejjednodušší mírou dynamiky. Jedná se o rozdíl hodnot v čase t oproti času $t-1$. Vypočte se jako [4]

$$\Delta y = y_t - y_{t-1}, \quad t = 2, \dots, T. \quad (2.4)$$

Na posloupnosti y_t , $t = 1, \dots, T$.

Z těchto hodnot může být někdy užitečné zjistit průměrný absolutní přírůstek [4]

$$\bar{\Delta} = \frac{(y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + \dots + (y_T - y_{T-1})}{T-1} = \frac{\sum_{t=2}^T \Delta y_t}{T-1} = \frac{y_T - y_1}{T-1}. \quad (2.5)$$

Dále lze vypočítat z první diferenci diferenci druhou [4]

$$\Delta^2 y = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}, \quad t = 3, \dots, T. \quad (2.6)$$

Popřípadě diferenci třetí [4]

$$\Delta^3 y = \Delta^2 y_t - \Delta^2 y_{t-1}, \quad t = 4, \dots, T. \quad (2.7)$$

Využití diferencí je při operacích s časovými řadami velmi významné. Využívá se například k výběru trendové funkce při modelování trendu.

Dalším pojmem v míře dynamiky je časových řad je koeficient růstu [4]

$$k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}, \quad t = 2, \dots, T. \quad (2.8)$$

Nazývá se též tempo růstu. Jestliže jej vynásobíme stem, získáme jeho hodnotu v procentech.

Průměrný koeficient růstu je definován jako geometrický průměr jednotlivých koeficientů růstu [4]

$$\bar{k} = \sqrt[T]{k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_T} = \sqrt[T-1]{\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \dots \cdot \frac{y_T}{y_{T-1}}} = \sqrt[T-1]{\frac{y_T}{y_1}}. \quad (2.9)$$

Pro porovnávání meziročního růstu např. u čtvrtletní časové řady musí být použito příslušných členů řady [4]

$$k_{(4),t} = \frac{y_t}{y_{t-4}}, \quad t = 5, 6, \dots, T. \quad (2.10)$$

Což lze zapsat jako součin čtvrtletních členů [4]

$$k_{(4),t} = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot \frac{y_{t-1}}{y_{t-2}} \cdot \frac{y_{t-2}}{y_{t-3}} \cdot \frac{y_{t-3}}{y_{t-4}}. \quad (2.11)$$

Za zmínku stojí, že řada čtvrtých odmocnin meziročních koeficientů růstu je řadou klouzavých geometrických průměrů délky 4 koeficientů růstu z původní časové řady.

Relativní přírůstek [4]

$$\delta_t = \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{y_t}{y_{t-1}} - 1 \quad (2.12)$$

udává, o kolik (po vynásobení 100 v procentech) hodnoty y_{t-1} se změnila hodnota časové řady v čase t oproti hodnotě v okamžiku $t-1$.

Průměrný relativní přírůstek je pak [4]

$$\bar{\delta} = \bar{k} - 1. \quad (2.13)$$

3 DEKOMPOZICE ČASOVÉ ŘADY

Metoda dekompozice časové řady, tedy její rozklad, je klasickou metodou analýzy časových řad. Předpokládá, že každá řada lze rozdělit na čtyři složky: trendovou G_t , cyklickou C_t , sezónní S_t a nesystematickou I_t .

Trendová složka – trendem se rozumí převažující směr vývoje posloupnosti, tzn. její růst nebo pokles. Mnoho posloupností obsahuje střídavou trendovou složku – období růstu se střídají s obdobími poklesu. Jako příklad rostoucího trendu lze uvést počet mobilních telefonů v populaci ČR mezi roky 2000 až 2005 a naopak klesajícího trendu počet pevných telefonních linek ve stejném období.

Cyklická složka – jedná se o dlouhodobou periodickou složku, tzn. že její trvání je delší než jeden rok. Vyjadřuje kolísání hodnot okolo trendu, které je nepravidelné. Cykly mají různou délku a amplitudu.

Sezónní složka – zde se jedná o střednědobou cyklickou složku. Od cyklické složky se liší tím, že její perioda je stálá, délka trvání je jeden rok, a výkyvy nastávají vždy ve stejných obdobích. To je způsobeno vlivem ročních období, svátků a jiných pravidelně opakujících se faktorech.

Nesystematická složka – vyjadřuje nahodilé změny, které nelze popsat předchozími případy nebo chyby měření.

Dekompozice časové řady může být buď aditivní, nebo multiplikativní. Pro aditivní vyjádření je použit vzorec [1]

$$y_t = G_t + C_t + S_t + I_t. \quad (3.1)$$

Jak je vidět, jedná se o součet dílčích složek, které jsou ve stejných měrných jednotkách jako původní řada. Jinak je tomu u multiplikativní dekompozice [1]

$$y_t = G_t \cdot C_t \cdot S_t \cdot I_t. \quad (3.2)$$

Zde je ve stejných jednotkách jako původní řada pouze trendová složka. Ostatní jsou vyjádřeny relativně. Použití multiplikativní dekompozice je v případech, kdy dochází k velkému růstu nebo proměnlivosti řady v čase.

3.1 Analýza trendu

Trendovou složku, jež se často vyskytuje v časových řadách, je možné modelovat matematickými funkcemi. V případě, že lze vývoj řady v celém jejím rozsahu popsat jednou matematickou funkcí, použije se k modelování trendová funkce. Předpokladem je, že časová řada je souborem uspořádaných hodnot, jejichž rozestupy jsou konstantní. Jestliže je rozsah hodnot popisované řady nerovnoměrný nebo obsahuje extrémní hodnoty, používá se modelování pomocí klouzavých průměrů, popřípadě klouzavých mediánů.

3.1.1 Základní typy trendových funkcí

Nejjednodušším typem trendové funkce je konstantní trend, tedy takový jehož hodnota je v čase neměnná [4]

$$T_t = \beta_0, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (3.3)$$

Hodnota parametru β_0 se odhadne jako průměr hodnot časové řady [4]

$$\widehat{\beta}_0 = \bar{y} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t. \quad (3.4)$$

Lineární trend modeluje rovnice [4]

$$T_t = \beta_0 + \beta_1 t, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (3.5)$$

Zde je už poněkud složitější vyjádření dílčích parametrů [4]

$$\widehat{\beta}_0 = \bar{y} - \widehat{\beta}_1 \bar{t}, \quad (3.6)$$

$$\bar{t} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T t = \frac{T+1}{2}, \quad (3.7)$$

$$\widehat{\beta}_1 = \frac{\sum_{t=1}^T t y_t - \bar{t} \sum_{t=1}^T y_t}{\sum_{t=1}^T t^2 - T \cdot (\bar{t})^2}. \quad (3.8)$$

I přes na první pohled komplikované vzorce je výpočet jednoduchý, neboť lineární trendovou funkcí je přímka.

Kvadratickou trendovou funkci modeluje rovnice [4]

$$T_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (3.9)$$

Exponenciální trendová funkce je vyjádřena jako [4]

$$T_t = \beta_0 \cdot \beta_1^t, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (3.10)$$

Dalšími typy jsou např. modifikovaný exponenciální trend, S-křivka, logistický trend a jiné.

3.1.2 Metoda klouzavých průměrů

Při modelování trendu často nastává situace, kdy trendová složka nejde popsat jednou trendovou funkcí v celém svém rozsahu. Je proto nutné použít adaptivní funkci, jako je například metoda klouzavých průměrů, kde se vyrovnání řady provádí po krátkých klouzavých úsecích.

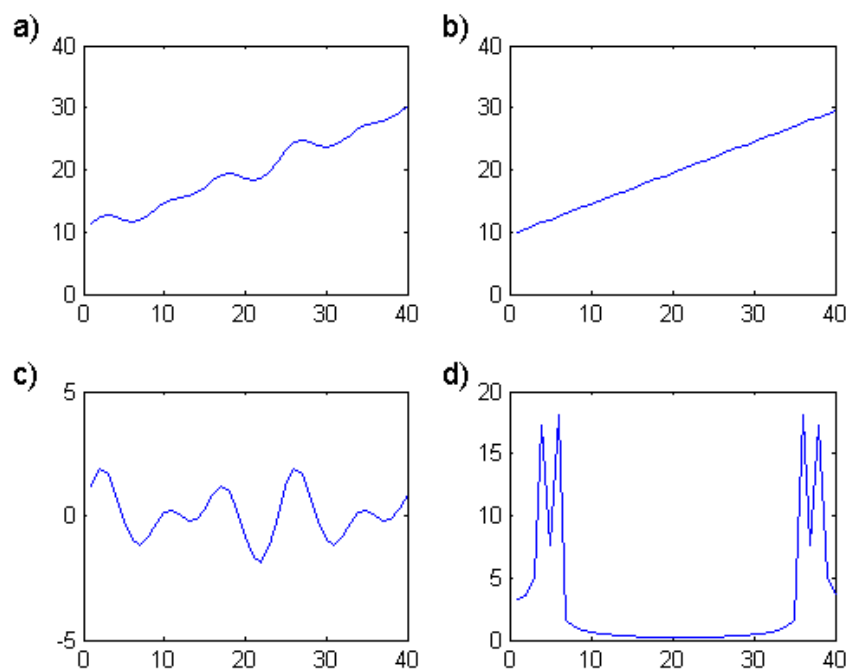
Vyrovnávaná řada y_t pro $t = 1, 2, \dots, T$ je rozdělena na úseky o délce $2m + 1$, kde se provede lokální odhad trendu. Tento odhad je založen na předpokladu, že lze funkci rozumně modelovat polynomem n -tého stupně. Pro konstantní a lineární trend se jedná o polynomy nultého respektive prvního stupně. V praxi se často používají polynomy 2. a 3. stupně, vyšších zřídka. Takže na prvním úseku řady $y_1, y_2, \dots, y_{2m+1}$ se odhadnou parametry trendu vhodným polynomem, pak se vypočítá jeho odhad \widehat{T}_{m+1} . Dále je stejná procedura provedena s druhým úsekem $y_2, y_3, \dots, y_{2m+2}$ (za použití stejného

polynomu) a získán odhad trendu \hat{T}_{m+2} . Takovým způsobem se postupuje až do konce analyzované časové řady. Postup odhad polynomu je relativně zdlouhavý a snadno dostupný v různé literatuře [4]. Zrychlení ve výpočtu u této metody je, že odhad polynomu se nemusí provádět pro každý úsek. Jde o lineární kombinaci hodnot původní časové řady s hodnotami koeficientů, které jsou určeny výběrem trendové funkce a délkou běhů. Tyto koeficienty už vyjádřil např. Kendall, M. ve své práci z roku 1976. Znamená to, že se vyberou příslušné koeficienty podle délky běhu úseku a zvoleného stupně polynomu. Těmi se vynásobí příslušný úsek Z tohoto váhovaného úseku $2m + 1$ (váhy koeficientů jsou rovny 1) se vypočítá aritmetický průměr, jenž se dosadí do středu úseku, tedy na pozici $m + 1$. Pro jednoduché klouzavé průměry, kde jsou lokální trendy lineární, mají všechny hodnoty klouzavého průměru stejnou váhu.

4 FILTRACE EKONOMICKÝCH ČASOVÝCH ŘAD

Obchodní cykly v makroekonomických časových řadách (typicky např. HDP) byly ekonomy Burnsem a Mitchellem definovány jako kolísání o minimální délce 6 čtvrtletí a maximální 32 čtvrtletí. Cykly kratší než je tato délka lze totiž považovat za sezónní složku. Horní hranice se zase opírá o předpoklad, že delší trvání modeluje trendová složka a její vyšší nastavení by tedy bylo kontraproduktivní. Tato definice z roku 1946 byla později použita při návrhu filtrů Hodrickem a Prescottem [5].

Aplikovaný výzkum, který se zabývá hospodářskými cykly, často potřebuje v makroekonomických časových řadách identifikovat složky těchto hospodářských cyklů. Základním principem je dekompozice časové řady na trendovou složku a složku periodickou, jež kolísá kolem trendové hodnoty (obr.2). Z tohoto průběhu lze získat spektrum. Je důležité si uvědomit, že tento průběh obsahuje jak sezónní, tak cyklickou složku. Podle předchozí definice hospodářského cyklu je nutno eliminovat působení kratší než 6 čtvrtletí. Na to lze použít filtr typu horní nebo pásmové propusti.



Obrázek 2 Detrendování posloupnosti: a) vstupní časová řada b) trend c) cyklická složka d) spektrum cyklické složky

Práce Nelsona a Plossera [5] z roku 1982 naznačila, že lépe charakterizují růstovou složku trendy stochastické než lineární. To mělo za důsledek větší použití mechanických filtrů při odhalování parametrů cyklických komponent časových řad. Mezi základní a nejpoužívanější patří model filtru navržený Hodrickem a Prescottem v roce 1980 a publikovaným až roku 1997. Dalším známým a používaným filtrem je

filtr autorů Baxtera a Kinga z roku 1995.

4.1 HP filtr (Hodrick-Prescott)

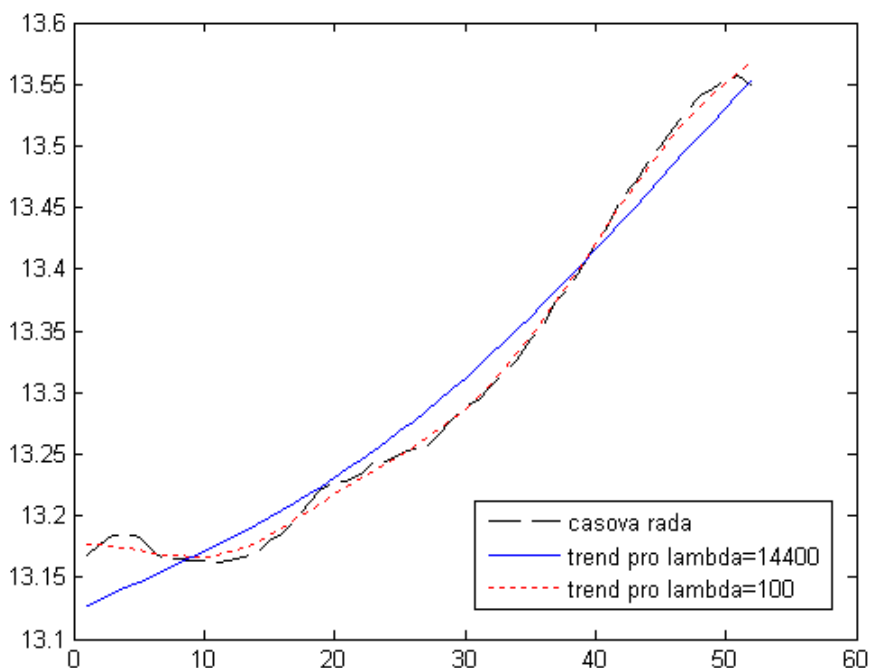
Filtr Hodrick-Prescott rozkládá časovou řadu y_t na přídatnou cyklickou komponentu y_t^c a na růstovou složku y_t^s [5]

$$y_t = y_t^s + y_t^c. \quad (4.1)$$

Matematicky lze filtr popsat [5]

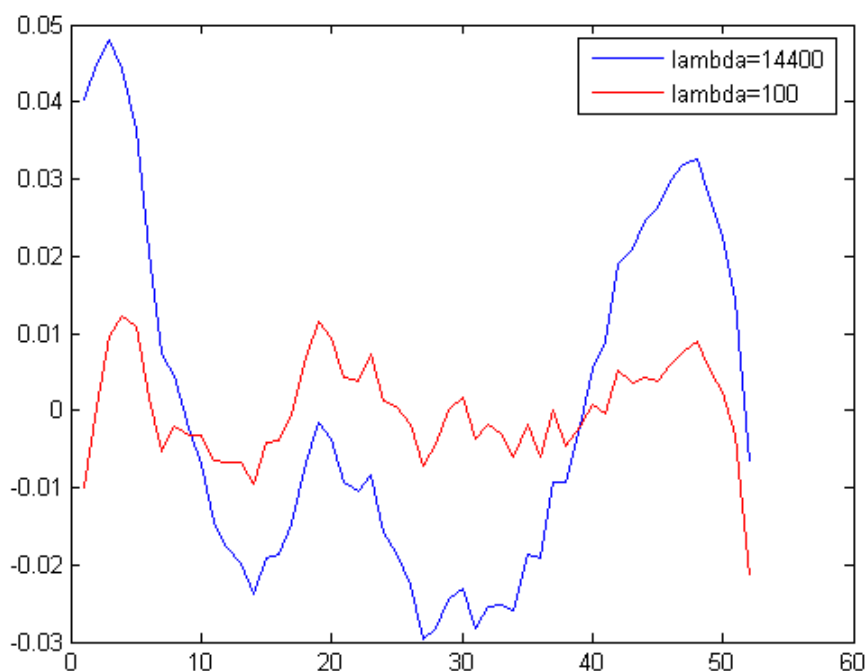
$$\{y_t^s\} = \arg \min \sum_{t=1}^T \left[(y_t - y_t^s)^2 + \lambda \left[(y_{t+1}^s - y_t^s) - (y_t^s - y_{t-1}^s) \right]^2 \right], \quad (4.2)$$

kde λ je vyhlazovací parametr. Volbou jeho velikosti je ovlivněn rozptyl růstové složky. Čím větší jsou jeho hodnoty, tím hladší je pak průběh trendu. Pokud se blíží k nekonečnu, trend konverguje k lineárnímu. Pro filtraci čtvrtletních dat je doporučeno nastavit parametr na hodnotu $\lambda = 1600$, pro měsíční $\lambda = 14400$ a pro roční $\lambda = 100$. Toto tvrzení nejlépe předvede názorný příklad. Jako časová řada bude sloužit soubor 52 hodnot čtvrtletního HDP.

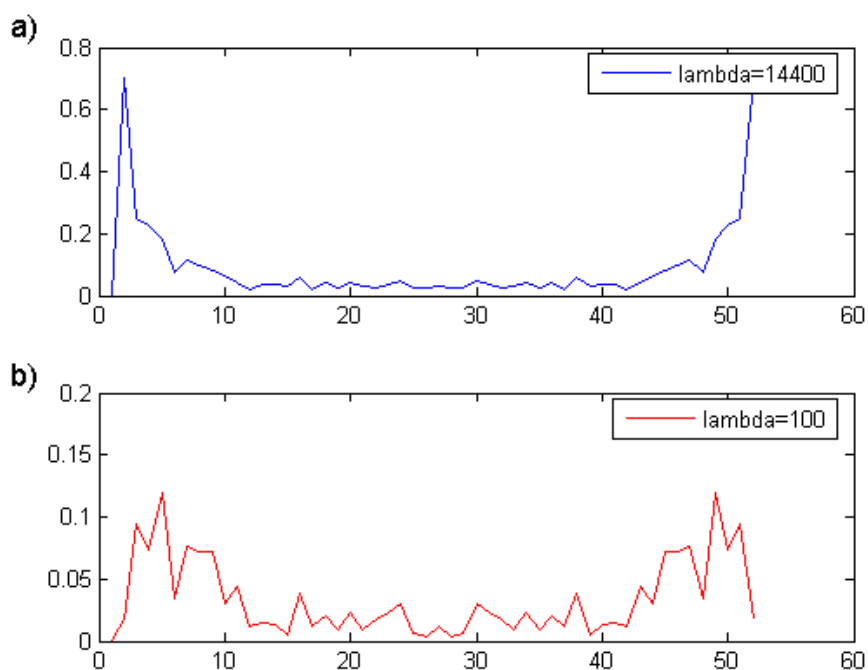


Obrázek 3 Průběh časové řady a trendů získaných aplikací HP

Na červeném tečkovaném průběhu na obr. 3 lze vidět, jak použití nízkého $\lambda = 100$ způsobí, že trend poměrně intenzivně kopíruje původní časovou řadu (černá čárkovaná). Naopak použití poměrně vysokého $\lambda = 14400$ vede k linearizovanému průběhu. Jestliže se tyto trendové složky odečtou od původní posloupnosti, dostaneme cyklické složky.



Obrázek 4 Průběhy cyklické složky při různém nastavení λ



Obrázek 5 Spektra cyklických složek

Jak lze vidět na demonstrováných průbězích, aplikací vysokého λ došlo k většímu odtrhu od původní časové řady viz. obr. 4. Na druhou stranu se tato cyklická složka jeví jako poskládaná převážně z nižších frekvenčních složek. To lze jednoduše dokázat

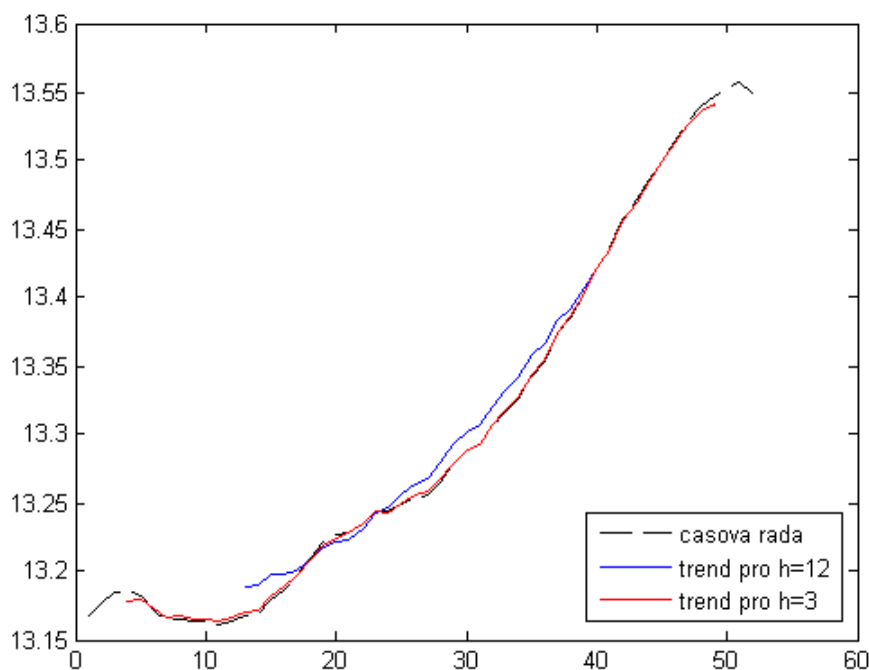
převedením do frekvenční oblasti na obr. 5. Lze tedy říci, že HP odstraňuje nízké frekvence. Jeho nastavení ovlivňuje vyhlazovací parametr λ , který čím je menší, tím je náběh okna filtru strmější a tím víc se blíží k ideální horní propusti s pravouhlým náběhem propustné části.

4.2 BK filtr (Baxter-King)

Filtr Baxter-King se chová jako pásmová propust. Neodstraňuje tedy pouze nízké kmitočty jako HP, ale navíc odstraňuje i frekvence vysoké. Jako HP vychází jeho návrh z Burns-Mitchellovy definice obchodního cyklu. Byl navrhnut v roce 1995 Baxterem a Kingem jako filtr založený na vyhlazování pomocí klouzavého průměru konečné délky. Matematicky je jeho zápis [5]

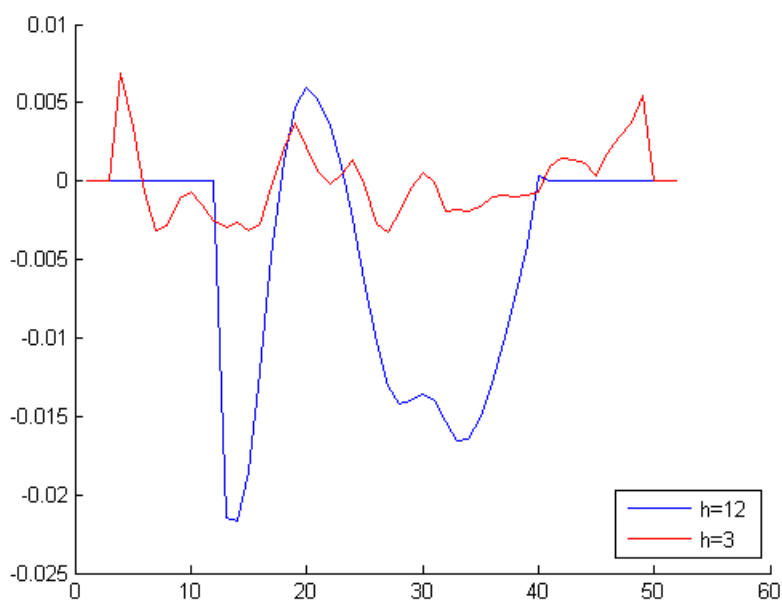
$$y_t^f = \sum_{h=-x}^x a_h y_{t-h} = a(L) y_t, \quad (4.3)$$

kde L je zpožďovací operátor. Parametr x nastavuje délku klouzavého průměru, konkrétně vyjadřuje jeho polovinu. Způsob váhování koeficientů posloupnosti zajišťuje a_h (viz. kapitola 3.1.2). Stejně jako u filtru HP byla provedena aplikace filtru na časovou řadu o 52 vzorcích. Délka váhovací posloupnosti byla nastavena na hodnoty 6 a 24.

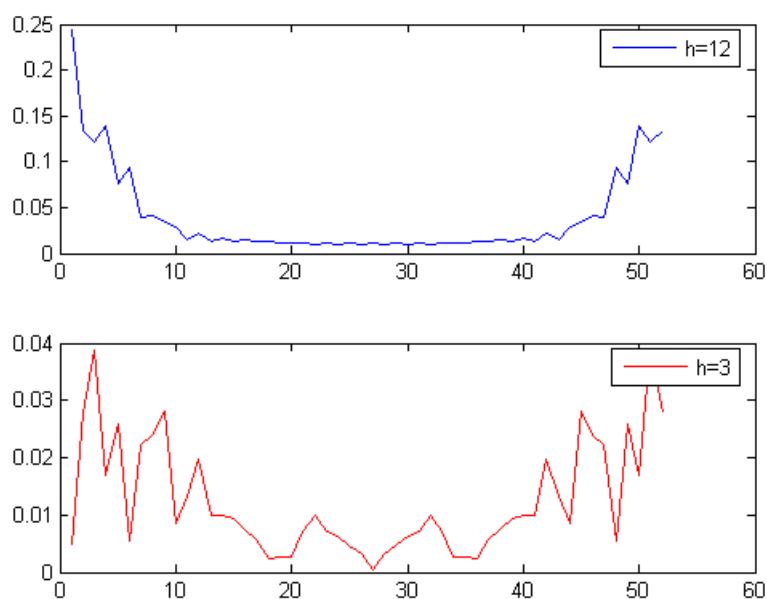


Obrázek 6 Průběh časové řady a trendů získaných aplikací BK

Jak si nelze nevšimnout, filtr ořezává začátek a konec řady. Délka ořezu je rovna polovině délky klouzavého průměru. Proto má aplikace delších klouzavých průměrů nevýhodu především u krátkých řad v poměrně velké ztrátě hodnot.



Obrázek 7 Průběhy cyklických složek při různém nastavení délky váhovací posloupnosti



Obrázek 8 Spektra cyklických složek

4.3 CHF filtr (Christiano-Fitzgerald)

Filtr Christiano-Fitzgerald [6] je filtrem určeným pro analýzu časových řad jako je HDP apod. Je mladším sourozencem filtrů HP a BK. CHF filtr má charakter pásmové propusti.

4.3.1 Problém filtrace

Jak bylo provedeno v předchozích případech, můžeme na časovou posloupnost aplikovat filtr pro získání informací o cyklické složce. Cyklická složka, jak bylo řečeno, se skládá z různých periodicky se opakujících běhů v rozmezí 1,5 roku až 8 let. Pomocí Fourierovy transformace lze cyklickou složku převést do spektrální oblasti. Teorie spektrální analýzy je tedy založena na tom, že lze přesně určit jakými frekvenčními složkami a jejich kvantitativním zastoupením je cyklická složka tvořena. To je velmi důležité pro ekonomickou analýzu z hlediska rozhodování, zda se jedná o dlouhodobější či krátkodobější jevy a jak podle těchto informací nastavit podmínky pro finanční trh, popřípadě předpovídat jeho vývoj. Výhodou tohoto postupu je, že není potřeba žádný specifický vzorek statistických dat, ale lze použít každá vstupní posloupnost téměř libovolné délky.

Jelikož má cyklická složka obsahovat jen běhy v určitém rozsahu periodicity, je potřeba na její získání nasadit nějaký druh filtru, v optimálním případě ideální pásmové propusti. Ta má za úkol ve vybraném pásmu s jednotkovým přenosem (popřípadě specifikovaným zesílením) propustit signál. V oblastech, které se netýkají analýzy, mít přenos nulový, tzn. signál úplně potlačit. V reálu ale není možné sestavit ideální pásmovou propust, protože vstupní posloupnost má konečný běh a je nutné vždy počítat s nějakým stupněm aproximace. Jedním z možných filtrů je Christiano-Fitzgerald.

4.3.2 Matematický popis filtru

Návrh filtru je shrnut do následujících rovnic [6]:

$$y_t = B_0 x_t + B_1 x_{t+1} + \dots + B_{T-1-t} x_{T-1} + \tilde{B}_{T-t} x_T + B_1 x_{t-1} + \dots + B_{t-2} x_2 + \tilde{B}_{t-1} x_1, \quad (4.4)$$

Pro $t = 3, 4, \dots, T-2$. Filtr počítá jednotlivé složky y_t přes všechny hodnoty posloupnosti. Násobí je koeficienty B_j , které se vypočítají:

$$B_j = \frac{\sin(j \cdot b) - \sin(j \cdot a)}{\pi \cdot j}, \quad (4.5)$$

přičemž $j \geq 0$.

$$B_0 = \frac{b-a}{\pi}, a = \frac{2\pi}{p_u}, b = \frac{2\pi}{p_l}. \quad (4.6)$$

Koeficienty \tilde{B}_j jsou počítány z B_j a B_0 :

$$\tilde{B}_{T-t} = -\frac{1}{2} B_0 - \sum_{j=1}^{T-t-1} B_j, \quad (4.7)$$

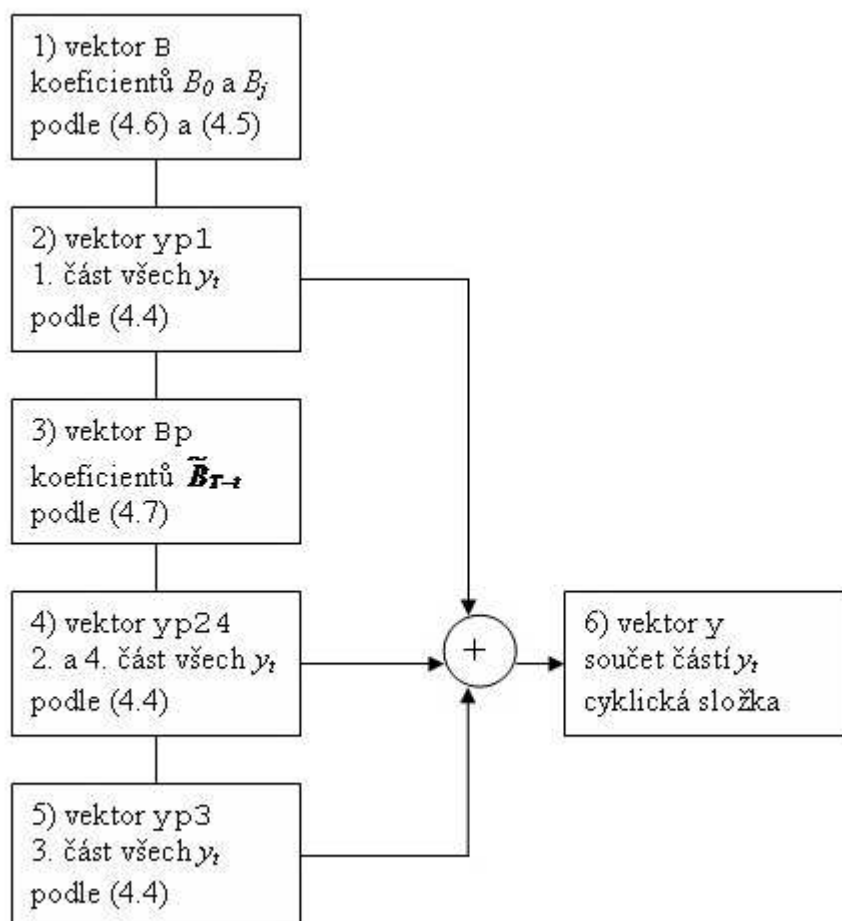
pro $t = 3, 4, \dots, T-2$. Poslední dvě neznámé jsou parametry p_l a p_u . Ty slouží k nastavení rozsahu kmitočtů, které má filtr propouštět. Rozsah je definován $2 \leq p_l < p_u < \infty$. Pro posloupnost HDP tvořenou čtvrtletními daty odpovídá $p_l = 6$ a $p_u = 32$.

4.3.3 Praktická realizace filtru v Matlabu

Realizace filtru proběhla v prostředí Matlabu. Vývoj byl kontrolován na průběhu krátké posloupnosti o 10 členech, neboť tak mohly být efektivně odhalovány chyby kontrolou stejných výpočtů na kalkulátoru.

Na soustavě rovnic v kapitole 4.3.2 je vidět, že začátek výpočtů je tvořen rovnicemi (4.6). Podle typu posloupnosti se zadají parametry p_l a p_u a vypočítají se hodnoty a a b . Protože bude zpracovávána posloupnost čtvrtletních dat, budou vstupní parametry 32 a 6. Je vypočten koeficient B_0 .

Dalším krokem je výpočet koeficientů B_j z (4.5). Počet koeficientů odpovídá délce posloupnosti, které jsou uloženy do vektoru B . Jako první hodnota vektoru byl dosazen B_0 , posloupnost tedy tvoří hodnoty $B_0, B_1, B_2, \dots, B_T$.



Obrázek 9 Blokový diagram realizace CHF

Nyní byla realizována první část vzorce (4.4): $B_0x_t + B_1x_{t+1} + \dots + B_{T-1-t}x_{T-1}$. Ta vyjadřuje sumu součinů koeficientů s prvky posloupnosti, v blokovém schématu ji tvoří blok 2). Její délka je závislá na pořadí počítaného prvku. Pro první prvek y_3 je délka největší a dosahuje počtu prvků vstupní posloupnosti sníženém o 3. S každým dalším prvkem y_{t+1} se délka posloupnosti o jedna zkracuje až po poslední počítanou hodnotu y_{T-2} , kde ji tvoří součet dvou součinů. Koeficienty B_0 jsou vynásobeny s příslušnými x_t a sečteny. Tento výpočet části vzorce pro jedno y_t je v dalším cyklu opakován až je vypočten pro všechny členy y_t a uložen do vektoru $yp1$.

Protože byl program vytvářen postupně čtením vzorce, musí přijít výpočet členů $\tilde{B}_{T-t}z$ (4.7). Nejedná se o nic jiného než realizaci sumy koeficientů B_j a jejich odečtení od poloviny $-B_0$. Tak je realizován jeden člen a pomocí umístění celého algoritmu do smyčky jsou vypočítány všechny koeficienty a uloženy do vektoru Bp .

To umožňuje pokračovat v řešení (4.4) částmi $\tilde{B}_{T-t}x_T$, $\tilde{B}_{t-1}x_1$, které násobí poslední respektive první člen vstupní posloupnosti s příslušným koeficientem. Ty jsou sečteny a uloženy do vektoru $yp24$ opět pro všechny y_t .

Ze vzorce (4.4) zbývá realizovat: $B_1x_{t-1} + \dots + B_{t-2}x_2$, ve schématu část 4). To je stejně jako první část suma součinů, jejíž délka se mění v závislosti na y_t . Tentokrát je závislost lineární, takže pro y_3 se jedná pouze o součin prvku a koeficientu a dále suma součinů narůstá. Jako v předchozích bodech byl výpočet proveden pro všechny členy y_t a vložen do vektoru $yp3$.

Odděleně vypočtené části y_t je nutno ještě sečíst a tím je vypočtena cyklická složka posloupnosti v rozmezí 6 až 32 čtvrtletí uložená ve vektoru yp .

4.3.4 Filtrace posloupností

Pro ověření funkčnosti filtru byl skript aplikován na stejnou posloupnost jako v předchozích případech pro filtry HP a BK, tedy řadu o 52 hodnotách čtvrtletních dat HDPCZ. Jeho výstupem je přímo cyklická složka. Při praktických aplikacích se používají nejprve předzpracovaná data, neboť je potřeba odstranit trend – např. filtrem Hodrick-Prescott. I zde tedy budou hodnoty filtrovány tímto způsobem.

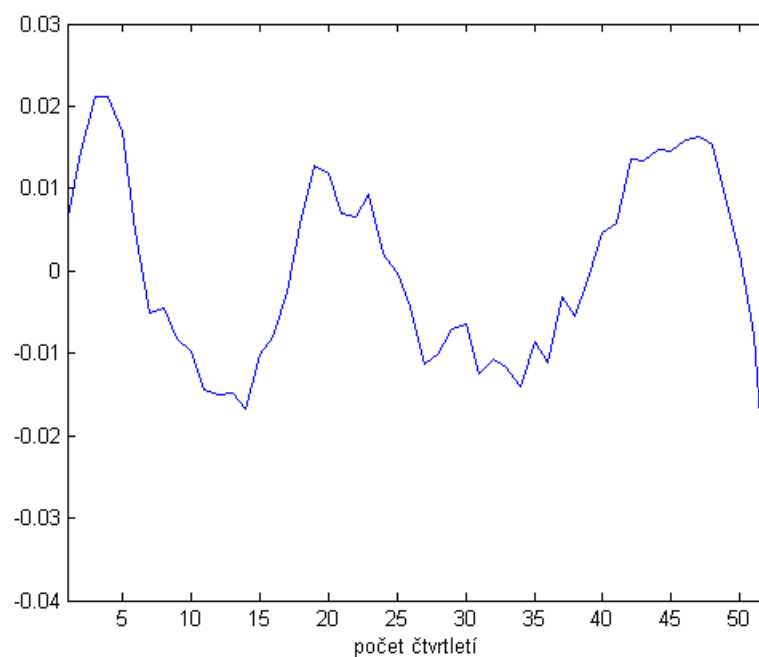
Data jdou tedy do horní propusti HP filtru. Jeho parametr $\lambda = 1600$, protože se jedná o čtvrtletní data. Filtr vypočítá trend, ten je odečten od posloupnosti a na výstupu je tedy cyklická složka, zbavená nízkých kmitočtů.

Pak nastává filtrace pásmovou propustí CHF a na výstupu je opět cyklická složka, tentokrát s potlačenými vysokými kmitočty.

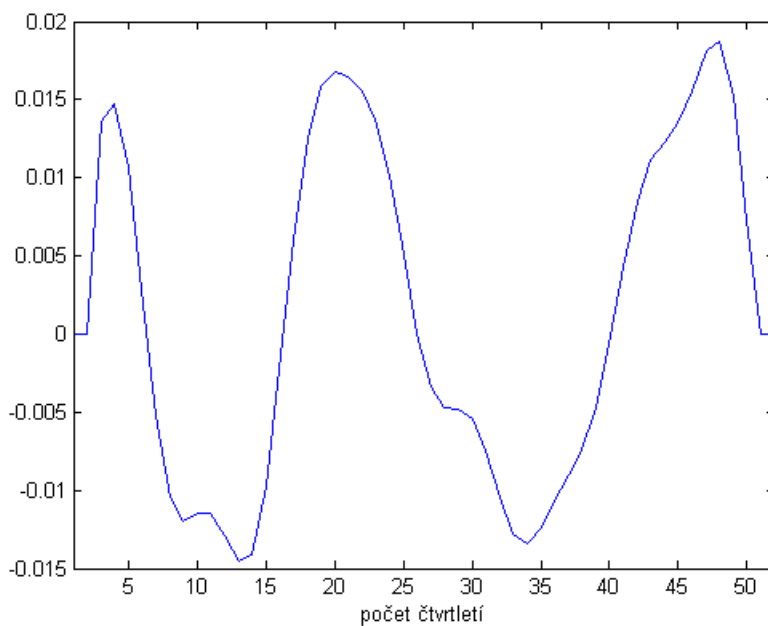
Spektrum se v ekonometrii normuje na $k\pi$ (fraction of π) [5]. Osa x je v rozsahu 0 až 1, přičemž číslu jedna odpovídá polovina vzorkovacího kmitočtu – nejvyšší možná frekvence při čtvrtletních datech o délce periody půl roku. Přepočít se provádí

$$\frac{2}{n} = \text{frakce}\pi, \quad (4.8)$$

pro $2 \leq n < T$. T je délka zkoumané posloupnosti a n je počet čtvrtletí.

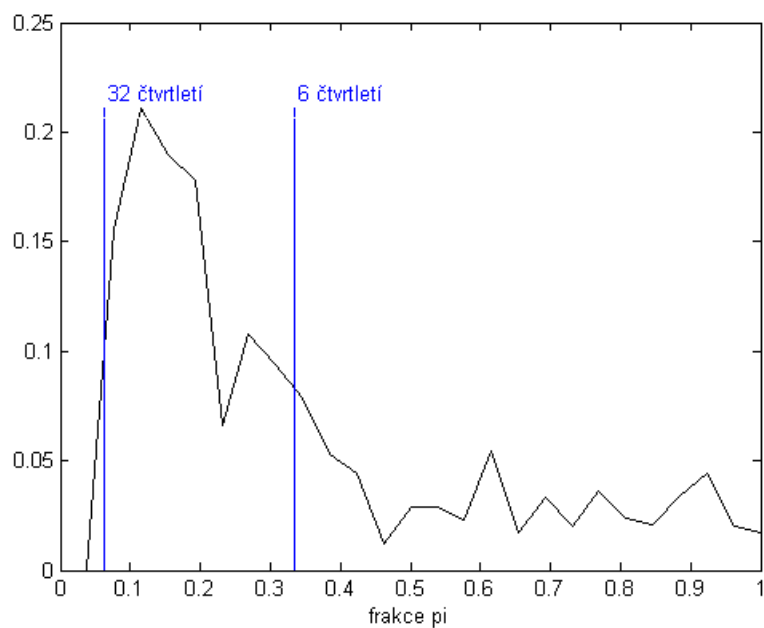


Obrázek 10 Časový průběh po filtraci HP, před vstupem CHF

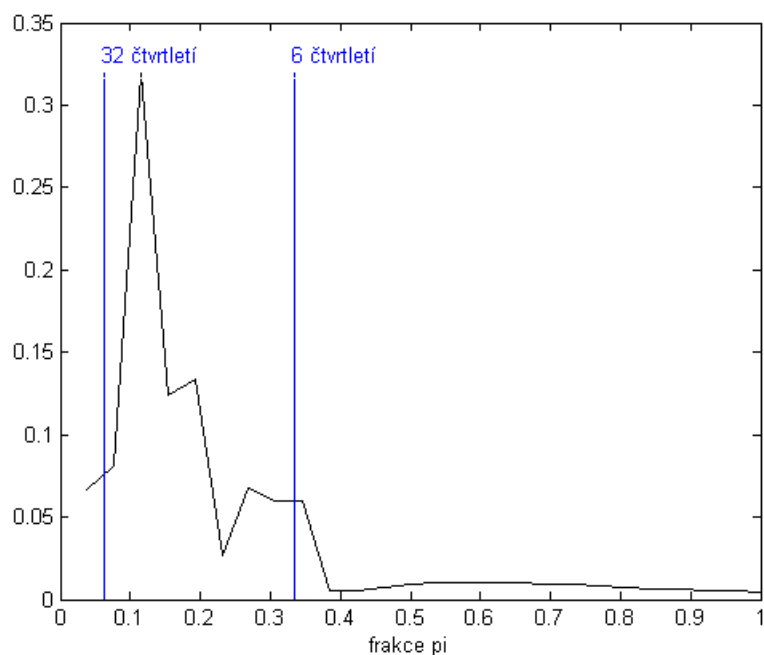


Obrázek 11 Časový průběh na výstupu CHF

Jak můžeme vidět při srovnání obrázků 10 a 11, po aplikaci filtru Christiano-Fitzgerald evidentně došlo k odstranění vysokých frekvencí. První dva a poslední dva vzorky byly ztraceny, ale toto zkrácení není tak velké a omezující jako u filtrů s klouzavým průměrem. Obr. 11 odpovídá průběhům na obr. 4, kde jsou použity parametry filtru $\lambda = 14400$ a $\lambda = 100$, zde je použito $\lambda = 1600$.



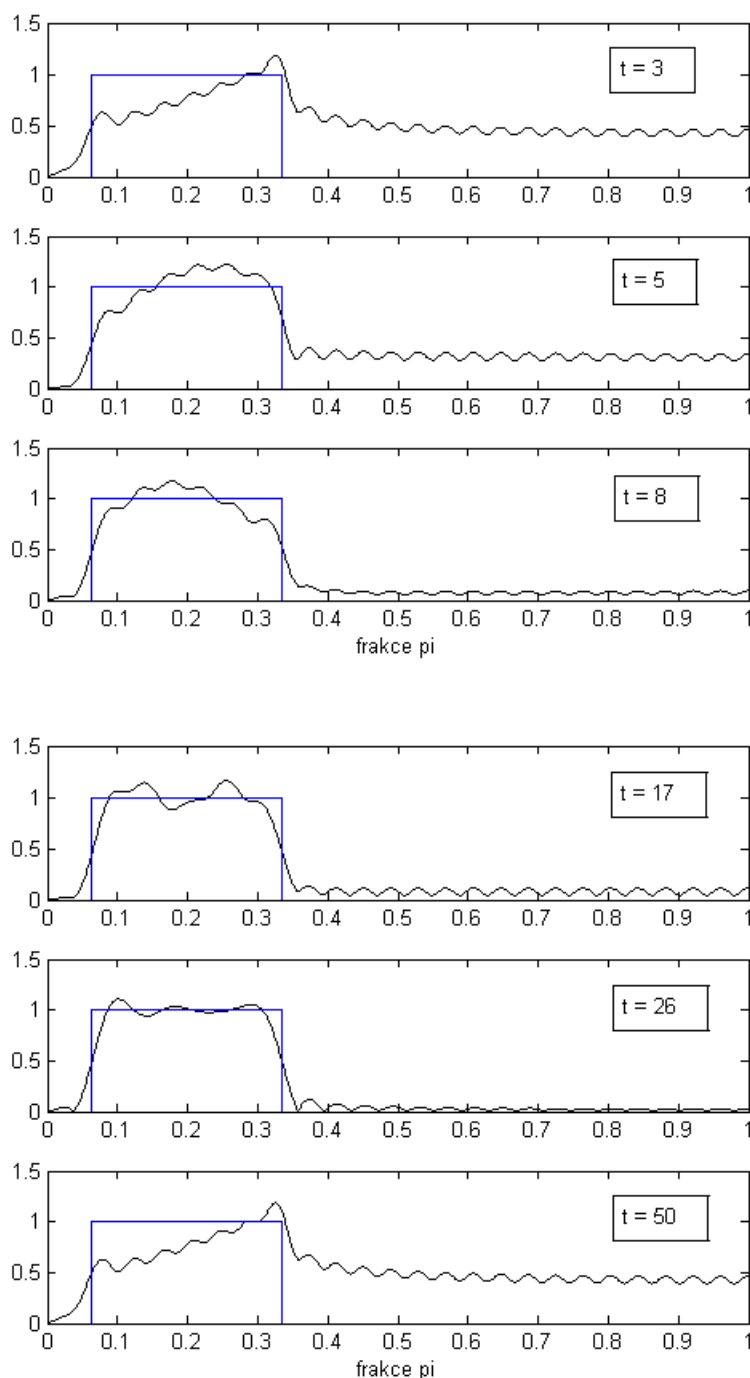
Obrázek 12 Frekvenční průběh po filtraci HP, na vstupu CHF



Obrázek 13 Frekvenční průběh na výstupu CHF

Při převedení do spektrální oblasti byla zobrazena levá polovina spektra, tedy spektrum od nuly po polovinu vzorkovacího kmitočtu. Průběh na obr. 12 odpovídá průběhům na obr. 4, kde je zobrazeno celé spektrum a není normováno, zase v kontextu parametru λ . Při porovnání spekter po filtraci HP a CHF lze vidět velké potlačení vysokofrekvenčních složek. Po přepočítání z frakce π na čtvrtletí je největší maximum

pro periodu 17,3 čtvrtletí. Druhé menší, s hodnotou na ose y mezi 0,1 až 0,15 už není pro stejný kmitočet na obou grafech. Po filtraci HP mu odpovídá frekvenční složka 7,4 čtvrtletí, po odstranění vysokých kmitočtů se posunulo na 10,4 čtvrtletí a na 7,4 je třetí nejvyšší maximum.

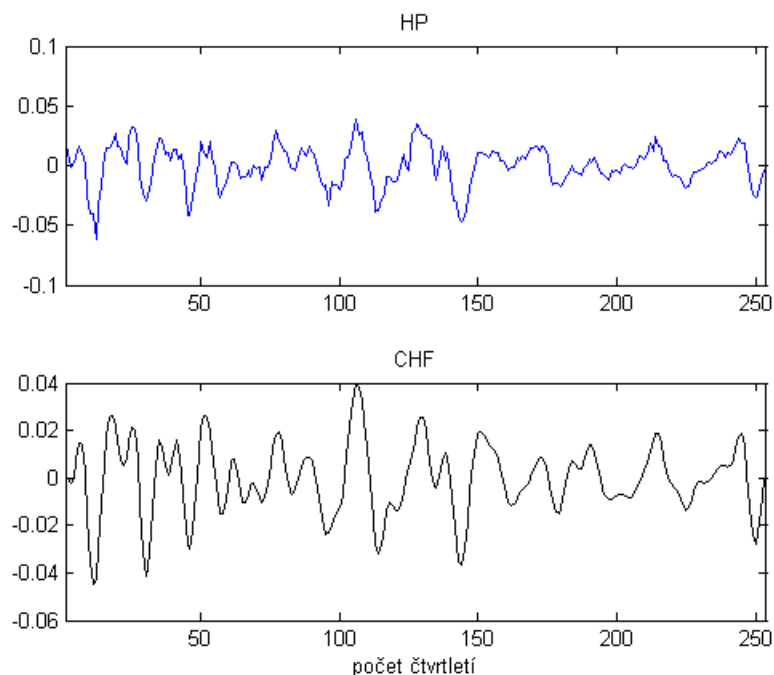


Obrázek 14 Přenos filtru pro různé části posloupnosti

Jaký je přenos filtru na v různých částech řady je vyobrazeno na obr. 14. Pro posloupnost délky 52 se nepočítají členy $t = 1, 2, 51, 52$. Krajní hodnoty řady ($t = 3,$

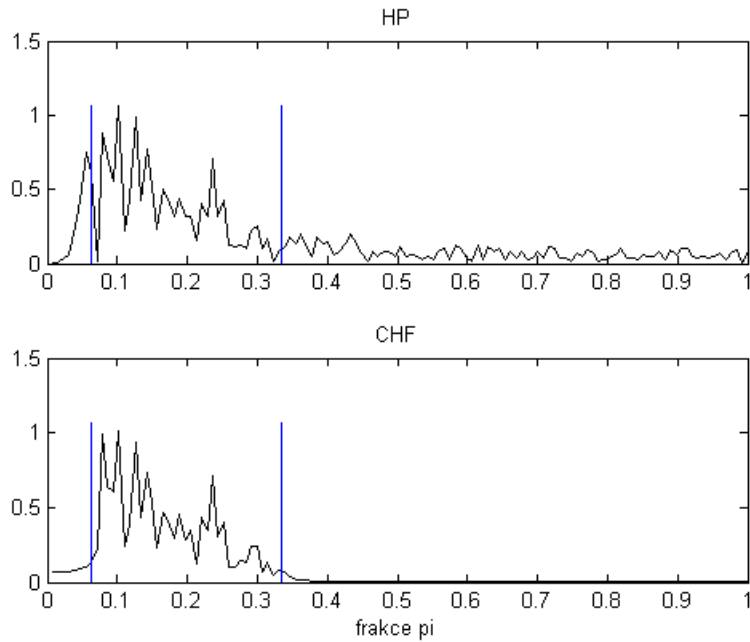
50) jsou na prvním a posledním průběhu v obr. 14. Přenos pro hodnoty stejně vzdálené od poloviny řady je shodný. Proto stačí vyobrazit přenosy do vzorku 26. Na krajích posloupnosti je potlačení vysokých kmitočtů značně nedokonalé, ale i tvar propustné části filtru se výrazně liší od zobrazeného ideálního filtru. Přibližně od 8. vzorku je přenos menší než 0,1 na vysokých kmitočtech oproti 0,5 na 3. a 0,35 na 5. Při počítání hodnot uprostřed časové řady dochází k nejlepší aproximaci ve srovnání s ideálním filtrem.

Byly filtrovány řady HDP USA, jedna o délce 58 a druhá o počtu 254 čtvrtletí. Pro ukázkou je uveden průběh delší řady:



Obrázek 15 Časový průběh cyklické složky řady *usL* před a po filtraci CHF

Po očištění od vysokofrekvenčních složek jsou vidět v průběhu cyklické složky výraznější fluktuace. Při pohledu na spektrum lze u jeho složení před filtrací pozorovat jedno maximum na nižší frekvenci než je nastavená hranice. Jeho perioda je 36,3 čtvrtletí. CHF toto maximum odstraňuje bez výraznějšího ovlivnění dalšího lokálního maxima, které je už v propustném pásmu.



Obrázek 16 Spektrum cyklické složky usL před a po filtraci CHF

4.4 Frekvenčně selektivní filtr pro krátké časové řady (HW)

Předchozí filtry prováděly filtraci v časové oblasti. Frekvenčně selektivní filtr provádí filtraci ve spektrální oblasti prostřednictvím sloučení Hammingova (Hanningova) okna s ideální obdélníkovou odezvou filtru. Odtud zkratka pro tento filtr HW – Hamming/Hanning windowed. Oproti jiným filtrům je zřejmá výhoda mnohem lepšího potlačení vysokofrekvenčních složek a současně ploššího průběhu v propustném pásmu. Díky těmto vlastnostem se jeví jako vhodný kandidát pro zjištění frekvencí definovaných hospodářských cyklů.

Algoritmus pro výpočet filtru je definován v několika krocích, převzatých z [7]. Nejprve je nutné vypočítat diskrétní Fourierovu transformaci vstupního signálu u_j

$$U_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} u_j e^{-i2\pi jk/N}, k = 0, \dots, [N/2]. \quad (4.9)$$

Poté je aplikován filtr, který je tvořen sloučením Hanningova nebo Hammingova okna s oknem ideálního filtru. Tímto oknem se násobí frekvenční složky U_k . [7]

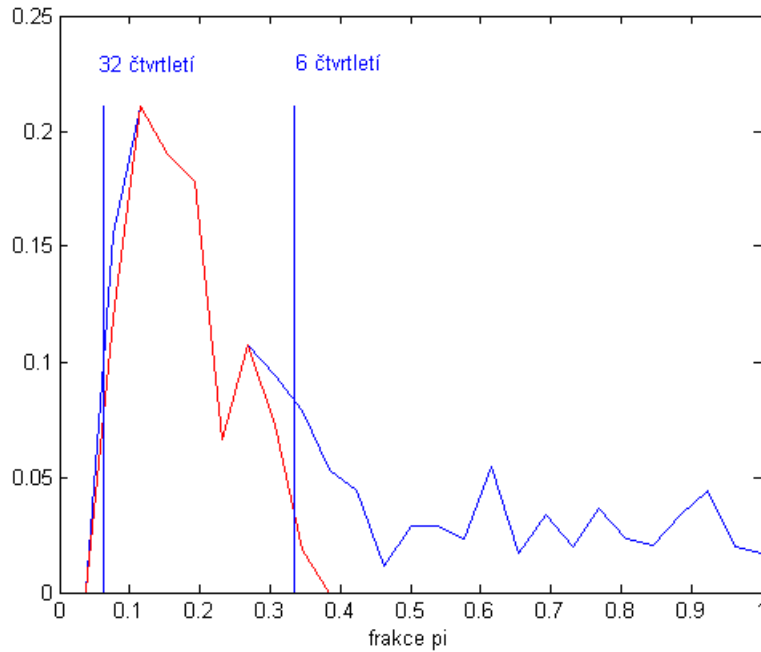
$$V_k = (W_k * H_k) U_k = (0,23H_{k-1} + 0,54H_k + 0,23H_{k+1}) U_k, k = 0, \dots, [N/2]. \quad (4.10)$$

H_k je definice ideálního filtru. Tedy v rozsahu od dolní meze po horní mez je přenos 1. V ostatních případech je přenos nulový.

Nakonec je vypočtena inverzní Fourierova transformace

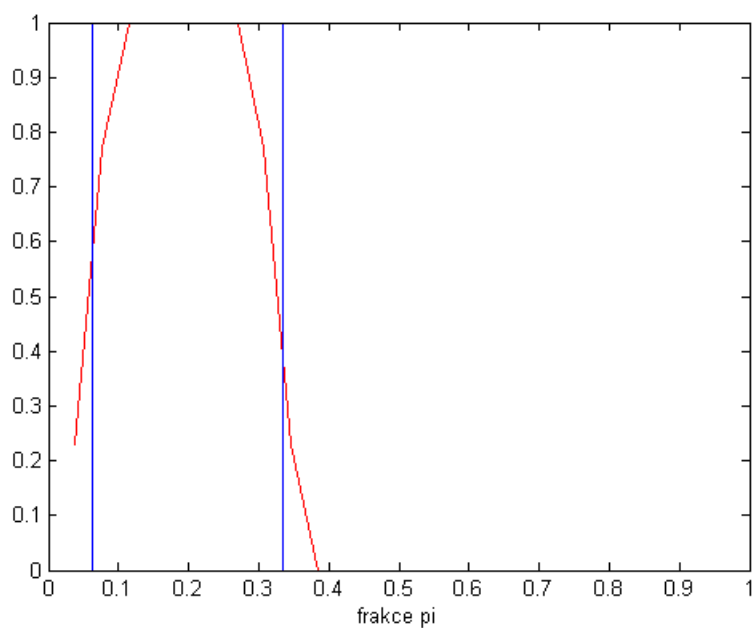
$$v_j = \left[V_0 + \sum_{k=1}^{[N/2]} (V_k e^{i2\pi jk/N} + V_k^* e^{-i2\pi jk/N}) \right], j = 0, \dots, N-1. \quad (4.11)$$

Filtr byl realizován podle zmíněného postupu. Před Fourierovou transformací byla odstraněna stejnosměrná složka filtrem HP.



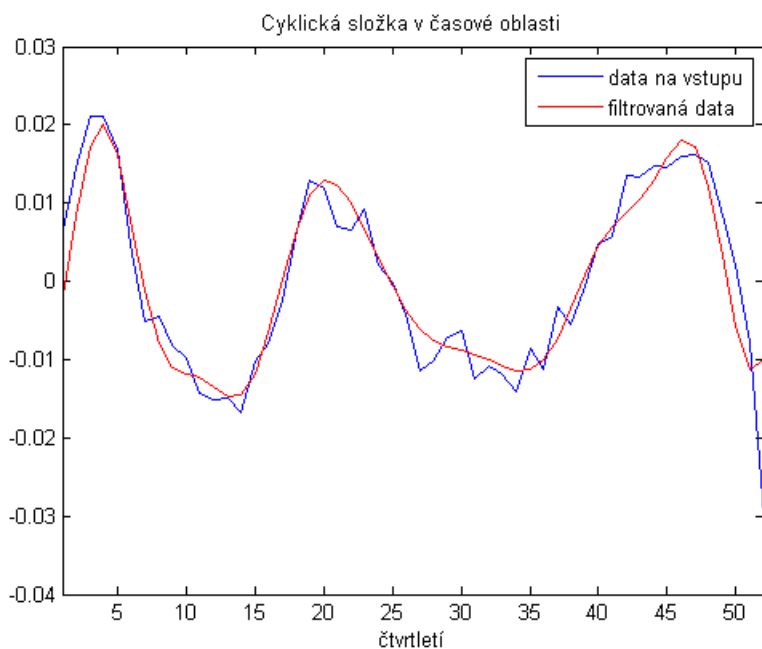
Obrázek 17 Spektrum cyklické složky před filtrací HW (modře) a po aplikaci HW filtru (červeně)

Spektrum bylo násobeno vypočteným oknem obr. 18 podle rce 4.10. Filtr má velmi malý přesah do mimo propustné pásmo a proto velmi dobře odstraňuje nežádoucí kmitočty.



Obrázek 18 Okno ideálního filtru (modře) a okno HW filtru (červeně)

Na obrázku 19 je porovnán časový průběh cyklické složky před filtrací a po filtraci HW filtrem. Je vidět, že oproti filtru HP došlo k výraznému vyhlazení, tedy odfiltrování vysokých frekvencí.



Obrázek 19 Přenos v časové oblasti před (modře) a po filtraci (červeně) HW filtrem

5 ANALÝZA DAT FILTRY

Data, která byla zpracována některým z předešlých filtrů lze různými způsoby analyzovat. Cílem filtrů je odstranit trendovou a sezónní složku. Vzniklá cyklická složka z rozsahem period mezi 1,5 až 8 lety obsahuje ještě zbytkové frekvence jiných kmitočtů, podle typu použitého filtru. Na datech převedených do spektrální oblasti lze pozorovat zastoupení jednotlivých spektrálních složek. Pro porovnávání signálů nebo ekonomických časových řad se běžně využívá korelace v časové oblasti.

5.1 Vzájemný vztah ve frekvenční oblasti

Pokud lze z časových řad vyčíst údaje převedením do frekvenční oblasti – tedy zastoupení různých frekvenčních složek, lze i výskyt těchto složek porovnávat mezi dvěma různými signály.

Předpokládejme reálnou řadu x_t . Její autokorelační funkce je $\gamma_x(k)$ se zpožděním k . Potom $s_x(\omega)$ - spektrum x_t je vypočteno jako Fourierova transformace z $\gamma_x(k)$. Stejným způsobem je vyjádřena řada y_t . Její autokorelační funkce je $\gamma_y(k)$ a spektrum $s_y(\omega)$.

Nyní vezměme tyto řady $\gamma_x(k)$ a $\gamma_y(k)$ provedme jejich vzájemnou korelaci za výsledku $\gamma_{xy}(k)$. Tato vzájemná korelace bude mít vyjádření ve spektrální oblasti $s_{xy}(\omega)$. Spektrum je komplexní, což komplikuje situaci.

Pro hodnocení vzájemného vztahu ve spektrální oblasti byl definován index $h_{xy}(\omega)$, zvaný koherence (coherency). Je definován vztahem [8]:

$$h_{xy}(\omega) = \frac{s_{xy}(\omega)}{\sqrt{s_x(\omega) \cdot s_y(\omega)}}. \quad (5.1)$$

Protože $s_{xy}(\omega)$ je komplexní, bude i $h_{xy}(\omega)$ komplexní. To komplikuje interpretaci a tak je často používána druhá mocnina koherence (squared coherency) [8]:

$$h^2_{xy}(\omega) = \frac{|s_{xy}(\omega)|^2}{s_x(\omega) \cdot s_y(\omega)}. \quad (5.2)$$

Tento index je už porovnatelný, ale má tu nevýhodu, že je invarianní vzhledem k posunu v čase procesu. To znamená $h^2_{xy}(\omega) = h^2_{xz}(\omega)$, kde z je stále řada x , ale s určitým posunutím (např. $z_t = x_{t \pm k}$). Tato nevýhoda vedla k návržení dalšího parametru zvaného jako dynamická korelace (dynamic correlation).

Dynamická korelace $\rho_{xy}(\omega)$ je definována [8]:

$$\rho_{xy}(\omega) = \frac{c_{xy}(\omega)}{\sqrt{s_x(\omega) \cdot s_y(\omega)}}. \quad (5.3)$$

$c_{xy}(\omega)$ je reálná část (někdy zvaná vzájemné spektrum) ze spektra vzájemné korelace $s_{xy}(\omega)$. Tento nový index má ty výhody, že je reálný a jeho hodnoty se nacházejí v intervalu -1 až 1 a zahrnuje případné posunutí v čase procesu. Proto může vyjadřovat vztah mezi dvěma procesy.

Dále můžeme vyžadovat vyjádření dynamické korelace od určité frekvence nebo přímo v určitém pásmu. Typickým příkladem je pásmo kmitočtů hospodářských cyklů. Jestliže definujeme frekvenční pásmo jako $\Omega = \Omega_+ \cup \Omega_-$ s $\Omega_+ \in \langle \omega_1, \omega_2 \rangle$ a $\Omega_- \in \langle -\omega_1, -\omega_2 \rangle$, kde $0 \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \pi$. Pak je dynamický korelační koeficient mezi dvěma řadami x_t a y_t v pásmu Ω_+ definován [8]:

$$\rho_{xy}(\Omega_+) = \frac{\int_{\Omega_+} c_{xy}(\omega) d\omega}{\sqrt{\int_{\Omega_+} s_x(\omega) d\omega \cdot \int_{\Omega_+} s_y(\omega) d\omega}}. \quad (5.4)$$

V případě, že hranice budou $\omega_1 = 0$ a $\omega_2 = \pi$, pak se shoduje dynamický korelační koeficient se statickým korelačním koeficientem.

5.2 Skript pro výpočet korelace ve frekvenční oblasti

Realizace skriptu pro výpočet dynamické korelace a dynamického korelačního koeficientu byla realizována v Matlabu funkcí „dynkor“. Ta má dvě vstupní proměnné – cyklické složky posloupností, jejichž vztah zkoumáme. Tyto cyklické složky jsou produktem filtrace některým z filtrů (HP, CHF, HW...). Ve skriptu je ošetřeno, zda jsou vstupní vektory zapsány horizontálně či vertikálně.

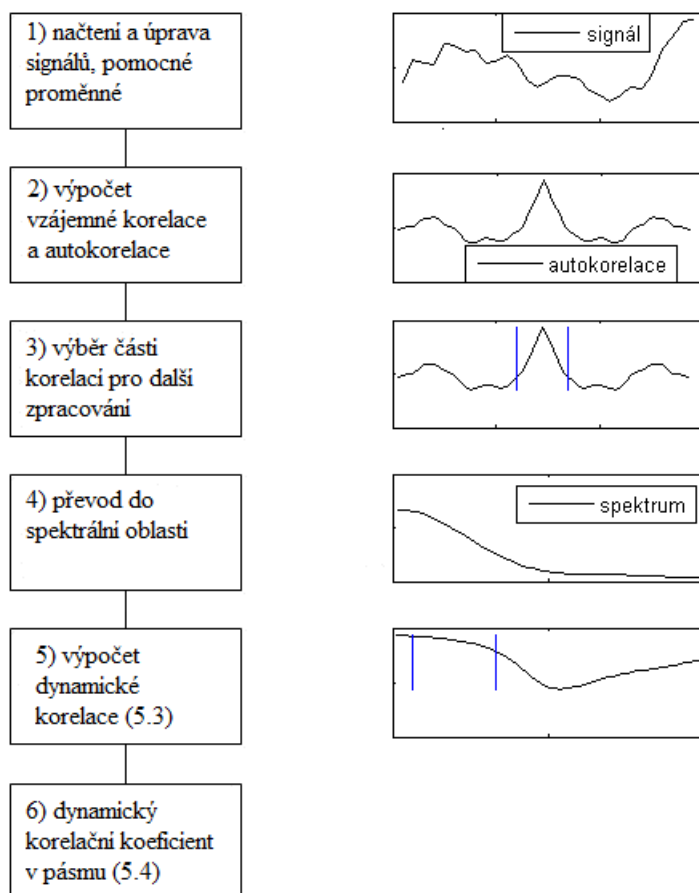
V druhé části blokového schématu se je vypočtena autokorelace a vzájemná korelace vstupních signálů. Tak vzniknou 3 posloupnosti o délce $2N-1$, kde N je délka vstupních posloupností.

Spektrum, které je uvažováno dále pro výpočet, není určeno z celé délky běhu korelace, ale jen jeho poměrně úzké části. Tato část je svázána s délkou posloupnosti. Vybere se prostřední prvek korelace a k jeho pořadí se přičte $\pm\sqrt{N}$. Tak jsou určeny hranice, které vybírají krátkou část korelace – naznačeno u bloku 3. Na tuto část je dále aplikováno Bartlettovo okno.

Všechny tři nové posloupnosti jsou pomocí Fourierovi transformace převedy do spektrální oblasti. Pro další výpočet stačí polovina spektra – blok 4. Z těchto koeficientů je vybrána jejich reálná část a použita pro výpočet dynamické korelace podle vztahu (5.3) a koeficientu dynamické korelace v určeném pásmu – 6 až 32 čtvrtletí. Pásmo je naznačeno u bloku 5. Dynamickou korelaci je nutno porovnávat také pouze v tomto pásmu na základě použití pásmových filtrů pro získání vstupních cyklických složek.

Výstupem skriptu jsou proměnné dynamický korelační koeficient a vektor hodnot

dynamické korelace.



Obrázek 20 Schéma skriptu pro výpočet dynamické korelace a dynamického korelačního koeficientu

5.3 Metoda vrcholů a den

Metoda vrcholů a den představuje jednoduchý způsob analýzy cyklické složky. Cílem je odhalit body zvratu v ekonomickém cyklu. Podle těchto bodů je možno odhadnout periodu dominantního kmitočtu. Využívá tzv. naivní pravidla definovaná Canovou (1999). Pravidlo má dvě části, aplikuje se na cyklickou složku získanou filtrací, nejčastěji HP filtrem.

První část je definice vrcholu, respektive dna. Po dvou po sobě následujících čtvrtletích růstu, následuje čtvrtletí poklesu. Dno nastává za převrácené situace, kdy po sobě následují alespoň dva absolutní poklesy za sebou během tří čtvrtletí. Druhá část pravidla slouží k minimalizaci falešných bodů zvratu. Ta říká, že vrchol a alespoň jedna ze dvou sousedních čtvrtletí musí mít kladnou hodnotu. U údolí je tomu obráceně, jeho velikost musí být menší než nula a současně předchozí nebo následující čtvrtletí je také menší než nula. Matematicky lze tato pravidla zapsat následovně – vrchol [9]:

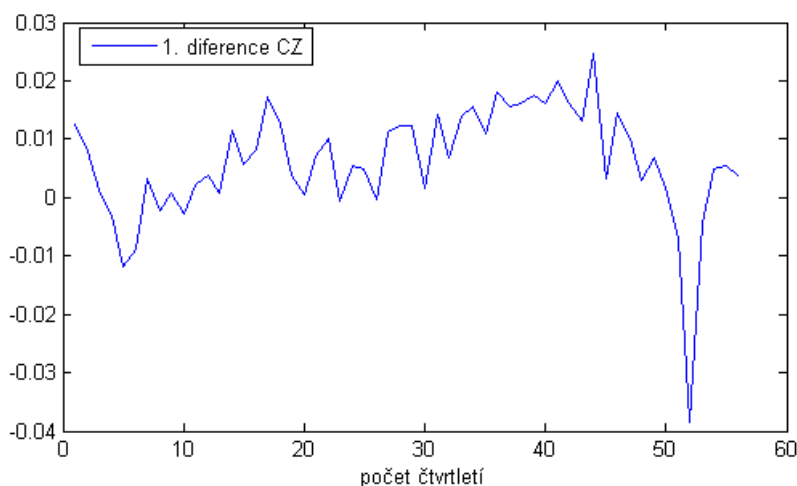
$$(c_{t-2} < c_{t-1} < c_t > c_{t+1}) \wedge ((c_t > 0 \wedge c_{t-1} > 0) \vee (c_{t+1} > 0 \wedge c_t > 0)), \quad (5.5)$$

dno [9]:

$$(c_{t-2} > c_{t-1} > c_t < c_{t+1}) \wedge ((c_t < 0 \wedge c_{t-1} < 0) \vee (c_{t+1} < 0 \wedge c_t < 0)). \quad (5.6)$$

5.4 Filtrace metodou první diference

Jak bylo v úvodu práce zmíněno, nejjednodušší mírou dynamiky je výpočet první diference (2.4). Jedná se o triviální výpočet, s cílem přibližně odhadnout průběh cyklické složky. Výpočet ponechává malou část stejnosměrné složky a dává významně zkreslený průběh. Jak je vidět z obrázku 21, na takový průběh se prakticky nedá aplikovat metoda vrcholů a údolí. Vrcholy a údolí si může uživatel odhadnout, dále pak tento odhad může být porovnán s výsledky jiné filtrace. Pohledem bych odhadl za 1. údolí 5. čtvrtletí (-0,0117), vrchol 17. (0,0173). Dále oblast okolo 25. čtvrtletí (-0,0002) a vrchol 44. (0,025) s posledním údolím na 52. čtvrtletí (hodnota konverguje k -0,04).

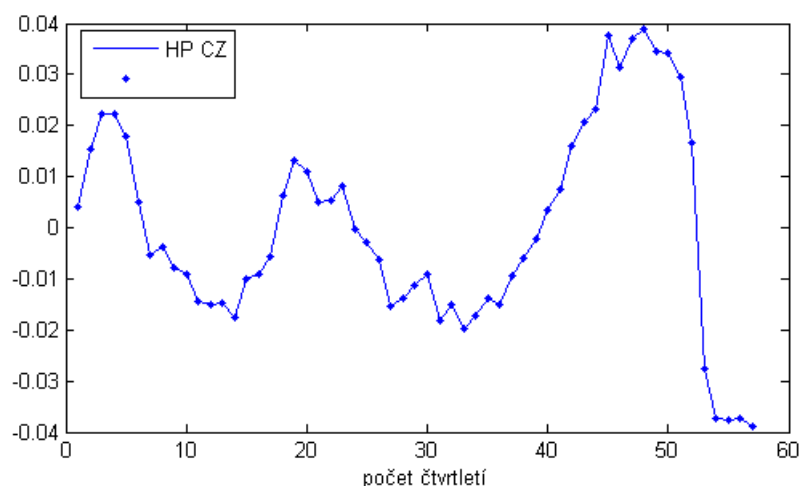


Obrázek 21 Průběh první diference řady CZ

První diference byly určeny ještě z řad pro Německo, EU12 a USA. Průběhy měly obdobnou vypovídací hodnotu jako u CZ, proto zde nejsou uvedeny.

5.5 Filtrace filtrem HP

Na časové řadě HDP České republiky Německa, EU12 a USA byl aplikován filtr Hodrick-Prescott. Řady jsou čtvrtletní, počátek je v prvním kvartálu roku 1996 a konec v prvním kvartálu roku 2010. Řady jsou logaritmované přirozeným logaritmem. Jejich absolutní hodnoty jsou rozdílné. To je způsobeno tím, že posloupnosti neměly počátek ve stejném roce. Např. řada HDP USA měla počátek v prvním kvartálu 1947, a CZ začínala v roce 1996. Byl tedy vybrán průnik s tím, že řady jsou očištěny od inflace a ceny vztaženy pravděpodobně k počátku každé řady. Tyto informace ale nijak nebrání dalšímu rozboru.



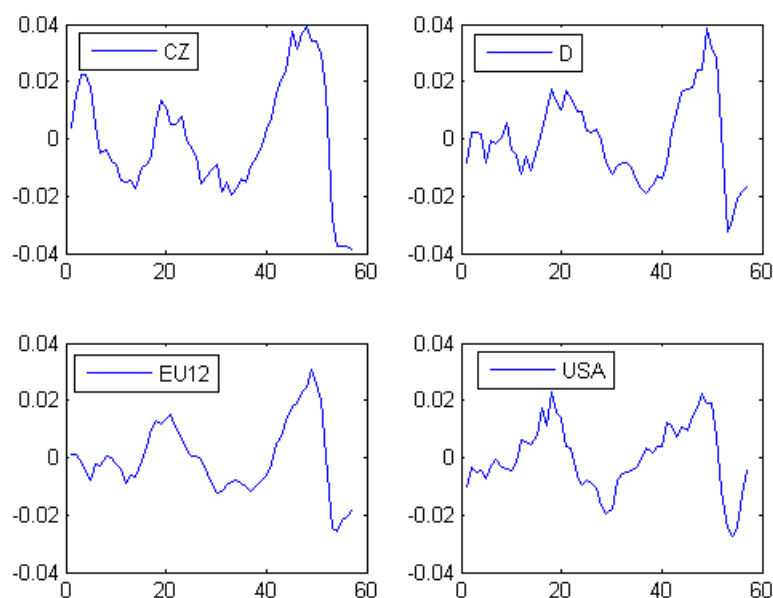
Obrázek 22 Průběh cyklické složky CZ při použití filtru HP

Jestliže se pokusíme určit body zvratu podle Canovových naivních pravidel, pak první vrchol nastane v 1996 Q1. V okolí prvního údolí je nejnižší hodnota odpovídající 14. čtvrtletí, ale pokud má být dodržena první část pravidla, za bod zvratu bude označeno 12 čtvrtletí. Takto je jednoznačně určen další vrchol a drobný problém nastává okolo 30. čtvrtletí. Dle striktního výkladu bude jako údolí označeno 27 čtvrtletí, ale z průběhu lze vidět, že se v oblasti vyskytuje šum a pravděpodobné dno bude odpovídat 33. čtvrtletí. Poslední vrchol nastává u 48. čtvrtletí, tedy 2007 Q4. Poté nastává velký propad zaviněný globální ekonomickou krizí. Poslední dno, jehož identifikace je jen orientační, odpovídá 55. čtvrtletí.

Tyto body zvratu můžeme srovnat s odhadem bodů zvratu při výpočtu 1. diference. První údolí neodpovídá - 12. čtvrtletí oproti odhadnutému 5. Vrchol už konverguje k lepšímu výsledku - 19. oproti 17. Druhé dno vychází opět orientačně 27. nebo 33. čtvrtletí oproti odhadu okolo 25. Poslední dva body zvratu 48. respektive 55. čtvrtletí jsou učena oproti odhadnutému 44. a 52. kvartálu. Je tedy vidět, že z průběhu první diference se dají vyčíst nepřítis určité, ale v zásadě korespondující informace.

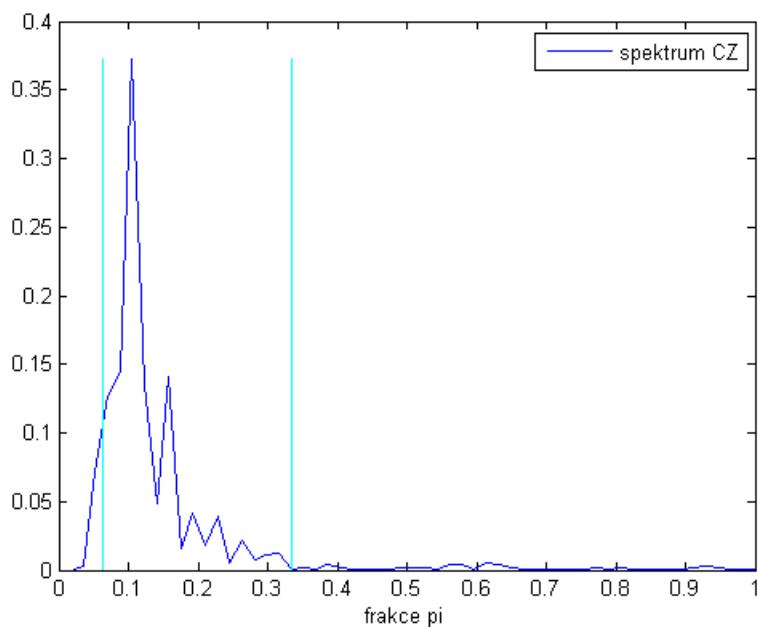
Tabulka 1 Body zvratu cyklické složky CZ (filtr HP)

HP	vrchol	udoli	vrchol	udoli	vrchol	udoli
čtvrtletí	3	12	19	27	48	55
hodnota	0.022	-0.015	0.013	-0.015	0.039	-0.038



Obrázek 23 Průběh cyklických složek CZ, D, EU12 a USA

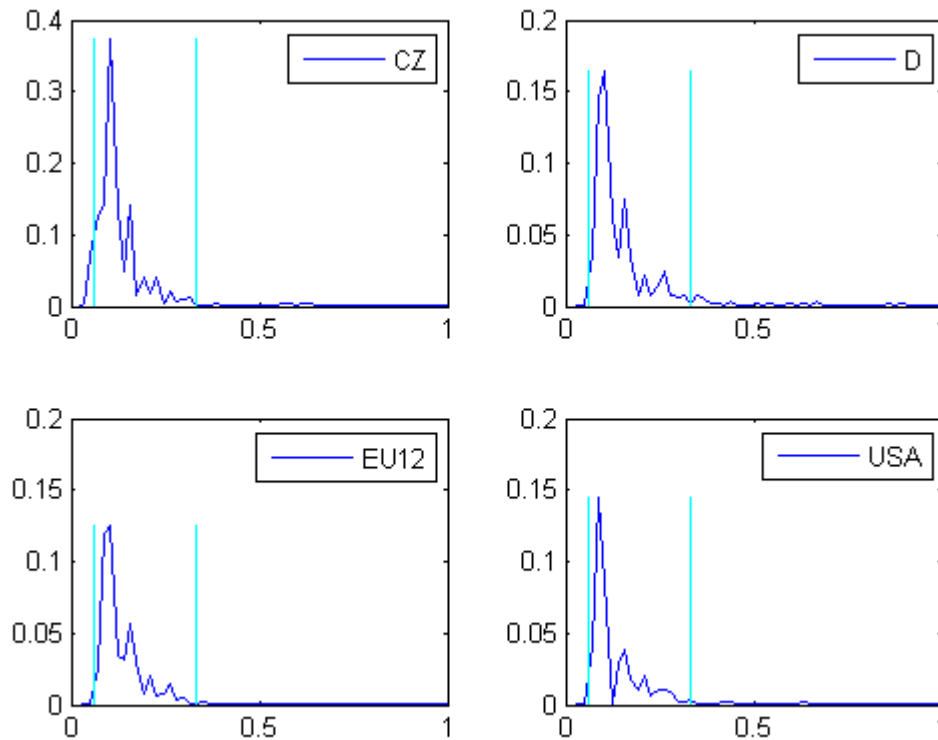
Na obrázku 23 jsou naznačeny průběhy cyklických složek České republiky, Německa, 12 zemí EU a USA za stejné období (1996 Q1 až 2010 Q1). Jak je vidět, průběhy mají podobný tvar.



Obrázek 24 Spektrum cyklické složky CZ (filtr HP)

Obrázek 24 je spektrum cyklické složky z obrázku 22. Nejprve byla provedena autokorelace řady a poté FFT. Vrchol odpovídá periodě 19 čtvrtletí, tedy 4,5 roku. Druhá, výrazně nižší, špička se vyskytuje na periodě 12,6 čtvrtletí, tedy tři a čtvrt roku.

Když to porovnáme s rozložením bodů zlomu, bude mezi vrcholy rozestup 16 a 29 kvartálů, mezi údolími 15 a 28 čtvrtletí. Pokud vypočteme průměrný rozestup mezi odpovídajícími si body zvratu, vyjde 22 čtvrtletí, což koresponduje s 19 určenými FFT.

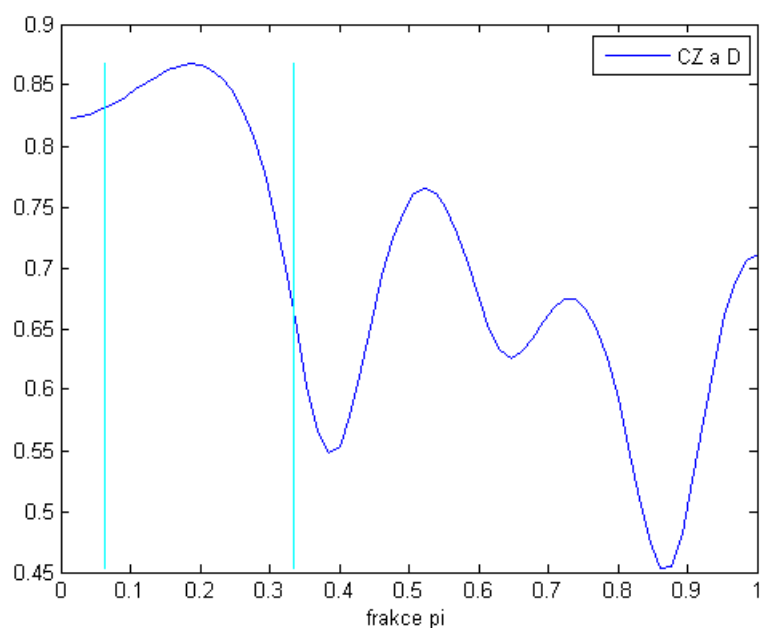


Obrázek 25 Spektra cyklických složek CZ, D, EU12 a USA

Spektra HDP Německa a EU12 vykazují vrcholy ve stejných kmitočtech. Pouze u USA je dominantní kmitočet nižší, jeho perioda je 22,7 čtvrtletí (5,7 roku). Tyto posloupnosti a ještě HDP Itálie a Francie byly analyzovány skriptem „dynkor“. Byly tedy počítány hodnoty vzájemné korelace a korelačního koeficientu v oblasti 6 – 32 čtvrtletí. Jejich hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2. Největší korelační koeficient je mezi Německem a EU 12, pak Itálií a EU 12 a Francií a EU12. Pokud se podíváme na hodnotu korelace mezi USA a jakýmkoliv jiným státem, hodnoty jsou v rozsahu 0,665 pro CZ až po 0,854 pro EU. Zajímavé je porovnat hodnotu korelačního koeficientu mezi Francií a Itálií (FR long a IT long) na delším časovém úseku 117 čtvrtletí (od 1981 Q1).

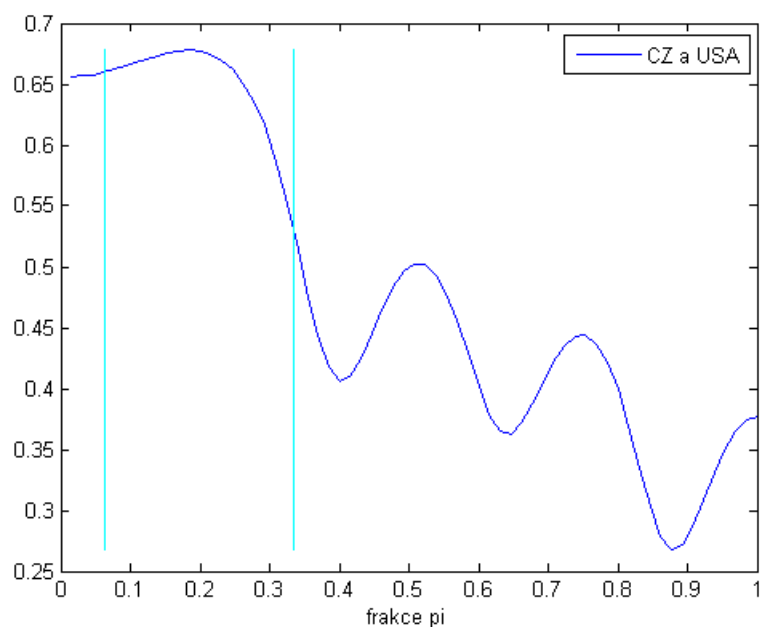
Tabulka 2 Dynamický korelační koeficient (HP), 1996Q1 až 2010Q1

HP	USA	IT	D	FR	EU12	CZ	FR long
CZ	0.6647	0.8546	0.843	0.7942	0.8712	1	
EU12	0.7885	0.9621	0.9781	0.9584	1	0.8712	
FR	0.854	0.9205	0.8988	1	0.9584	0.7942	
D	0.6963	0.9369	1	0.8988	0.9781	0.843	
IT	0.7139	1	0.9369	0.9205	0.9621	0.8546	
USA	1	0.7139	0.6963	0.854	0.7885	0.6647	
IT long							0.8096



Obrázek 26 Průběh dynamické korelace mezi CZ a D (filtr HP)

Na obrázku 26 je vyznačen průběh dynamické korelace mezi Českou republikou a Německem. Vypovídací hodnotu má průběh ohraničený mezemi 6 až 32 čtvrtletí, neboť v ostatním pásmu jsou korelovány pouze zkrácené zbytky potlačených frekvencí. Maximální hodnota korelace je 0,867 pro periodu 10,83 čtvrtletí.



Obrázek 27 Průběh dynamické korelace mezi CZ a USA (filtr HP)

Průběh korelace mezi ČR a USA dosahuje znatelně nižších hodnot, oproti srovnání s Německem. Maximum je opět na periodě 10,83 kvartálu, jeho hodnota je 0,677.

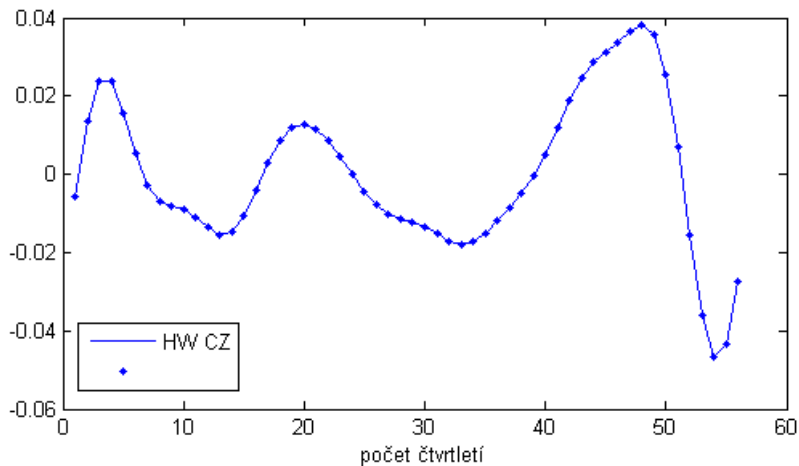
Pro větší představu, jak se pohybují hodnoty korelačního koeficientu mezi různými zeměmi EU, byla vypracována tabulka 3. Jedná se o stejný výpočet jako v tabulce 2, ale řady HDP byly významně kratší – 29 čtvrtletí. Počátek byl v 1. kvartálu roku 2000 a poslední hodnota odpovídala počátečnímu čtvrtletí roku 2007. Oproti hodnotám z tabulky 2 jsou mezi shodnými státy hodnoty nižší, bude to způsobeno právě malou délkou zkoumaného intervalu. Při letním pohledu na tabulku 3 zaujme vztah Řecka vzhledem k ostatním státům. Jako jediný dosahuje záporných hodnot korelačního koeficientu.

Tabulka 3 Dynamický korelační koeficient (HP), 2000Q1 až 2007Q1

HP	SVK	IT	D	FR	EU12	CZ	BEL
AT	0.3876	0.6416	0.6627	0.7662	0.7887	0.8324	0.9006
NL	0.3477	0.8413	0.8543	0.8805	0.952	0.8549	0.7023
LU	0.3621	0.547	0.7008	0.6005	0.7251	0.6917	0.6159
ES	0.3905	0.8197	0.8517	0.7961	0.9121	0.8475	0.5303
GR	-0.0979	-0.2386	-0.1612	-0.3351	-0.2454	-0.2943	-0.172
IR	0.1776	0.5496	0.3365	0.373	0.406	0.1389	0.2636
BEL	0.1933	0.6077	0.4715	0.8363	0.6896	0.6809	1
CZ	0.4982	0.5943	0.756	0.7311	0.8143	1	0.6809
EU12	0.4373	0.9189	0.941	0.847	1	0.8143	0.6896
FR	0.1826	0.8117	0.6309	1	0.847	0.7311	0.8363
D	0.5219	0.8145	1	0.6309	0.941	0.756	0.4715
IT	0.3525	1	0.8145	0.8117	0.9189	0.5943	0.6077
SVK	1	0.3525	0.5219	0.1826	0.4373	0.4982	0.1933
HP	IR	GR	ES	LU	NL	A	
AT	0.344	-0.3459	0.6632	0.796	0.7721	1	
NL	0.2548	-0.3317	0.9452	0.6834	1	0.7721	
LU	0.3619	-0.4803	0.5729	1	0.6834	0.796	
ES	0.2314	-0.3365	1	0.5729	0.9452	0.6632	
GR	-0.4021	1	-0.3365	-0.4803	-0.3317	-0.3459	
IR	1	-0.4021	0.2314	0.3619	0.2548	0.344	
BEL	0.2636	-0.172	0.5303	0.6159	0.7023	0.9006	
CZ	0.1389	-0.2943	0.8475	0.6917	0.8549	0.8324	
EU12	0.406	-0.2454	0.9121	0.7251	0.952	0.7887	
FR	0.373	-0.3351	0.7961	0.6005	0.8805	0.7662	
D	0.3365	-0.1612	0.8517	0.7008	0.8543	0.6627	
IT	0.5496	-0.2386	0.8197	0.547	0.8413	0.6416	
SVK	0.1776	-0.0979	0.3905	0.3621	0.3477	0.3876	

5.6 Filtrace filtrem HW

Naprostu stejný postup jako pro filtr HP byl uplatněn pro data filtrovaná ve spektrální oblasti HW filtrem. Na obrázku 28 je průběh cyklické složky CZ korespondující s obr. 22 pro filtr HP.



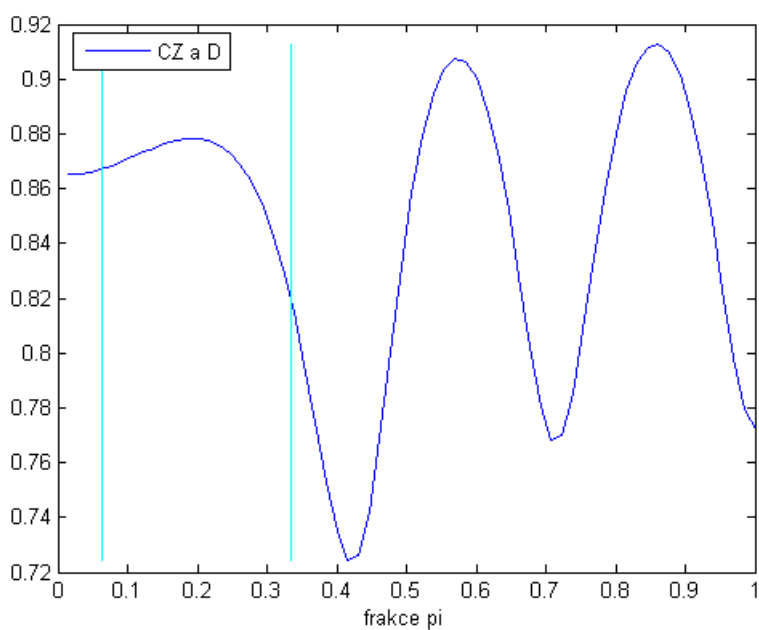
Obrázek 28 Průběh cyklické složky CZ při použití filtru HW

Díky potlačení vysokých frekvencí došlo k vyhlazení průběhu. Pokud na něj aplikujeme Canovava naivní pravidla, už na první pohled vidíme body zvrátů. Ty jsou zaneseny do tabulky 4. Hodnota 1. vrcholu je shodně určena jako u filtrace HP, první dno a druhý vrchol jsou posunuty o jedno čtvrtletí. Údolí na 33. čtvrtletí neodpovídá dříve určenému údolí na 27. kvartálu. Vzhledem k tomu, že hodnota 27 čtvrtletí byla určena striktním dodržáním pravidel a vizuálně bylo dno, díky značné míře vysokofrekvenčních složek, o několik čtvrtletí dále, lze se domnívat, že reálnější je tedy hodnota 33 čtvrtletí. Poslední vrcholy souhlasí, dno ve své podstatě taky, neboť se vyskytuje na konci intervalu, kde je jeho určení méně přesné.

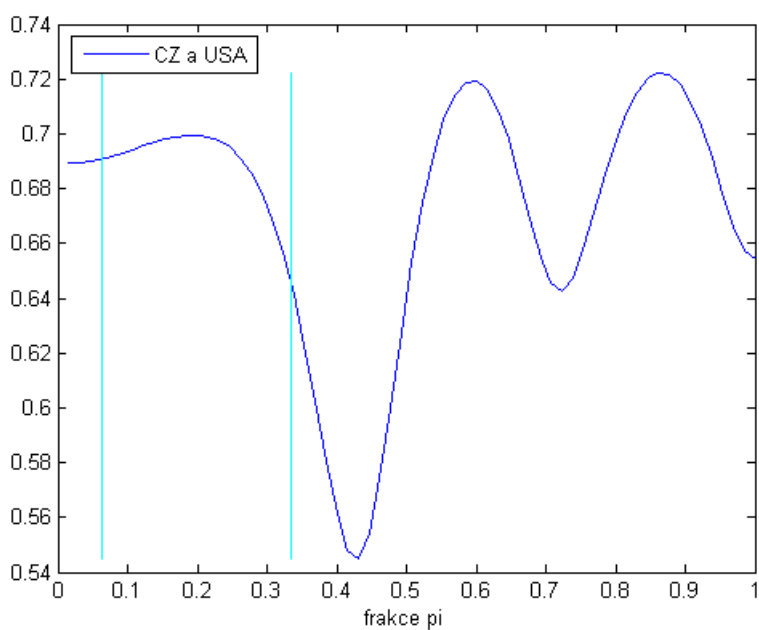
Tabulka 4 Body zvratu cyklické složky CZ (filtr HW)

HW	vrchol	udoli	vrchol	udoli	vrchol	udoli
čtvrtletí	3	13	20	33	48	54
hodnota	0.024	-0.01536	0.013	-0.018	0.0383	-0.047

Průběh dynamické korelace mezi Českou republikou a Německem z obr.29 říká, že maxima jsou tentokrát dvě a to na periodě 10 a 10,83 čtvrtletí s hodnotou 0,88. Mezi CZ a USA je situace obdobná, taky jsou nejvyšší hodnoty na stejných kmitočtech. Míra korelace je 0,7.



Obrázek 29 Průběh dynamické korelace mezi CZ a D (filtr HW)



Obrázek 30 Průběh dynamické korelace mezi CZ a USA (filtr HW)

Hodnoty dynamického korelačního koeficientu jsou ve zkoumaném pásmu převážně mírně vyšší, než při filtraci pouze filtrem HP. Největší hodnota je opět mezi Německem a EU12, poté Itálií a EU12 a Francií a EU12. Mezi CZ a USA je hodnota 0,694 a CZ a D 0,871. Je zde vidět vzájemná větší provázanost mezi evropskými zeměmi oproti USA.

Tabulka 5 Dynamický korelační koeficient (HW), 1996Q1 až 2010Q1

HW	USA	IT	D	FR	EU12	CZ	FR long
CZ	0.6939	0.876	0.871	0.8136	0.8885	1	
EU12	0.8015	0.9641	0.9844	0.96	1	0.8885	
FR	0.875	0.9241	0.9098	1	0.96	0.8136	
D	0.7019	0.9503	1	0.9098	0.9844	0.871	
IT	0.7276	1	0.9503	0.9241	0.9641	0.876	
USA	1	0.7276	0.7019	0.875	0.8015	0.6939	
IT long							0.81

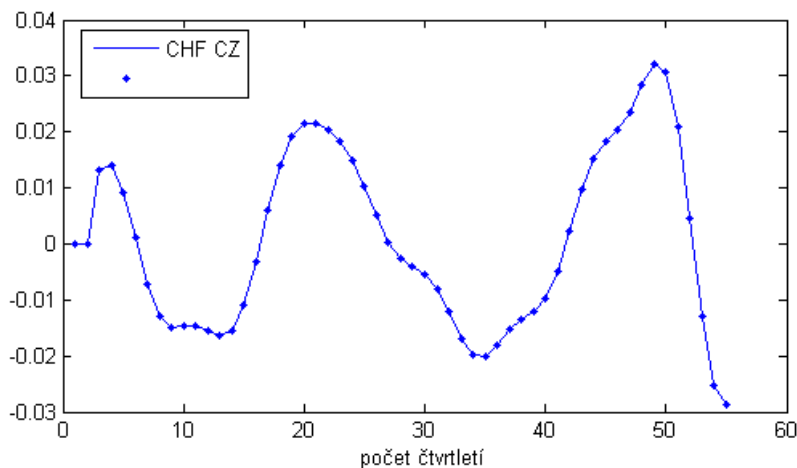
Poslední tabulkou 6 v této kapitole je opět vztah mezi většinou evropských zemí na krátkém časovém úseku. Opět se projevuje záporným korelačním koeficientem Řecko. Česká republika dosahuje největší podobnosti s Rakouskem, nejmenší s Řeckem a Irskem. Tyto hodnoty budou spíše orientační, např. U Německa je rozdíl v korelaci oproti tabulce 5 0,15.

Tabulka 6 Dynamický korelační koeficient (HW), 2000Q1 až 2007Q1

HW	SVK	IT	D	FR	EU12	CZ	BEL
AT	0.9199	0.6388	0.7175	0.8117	0.8374	0.9577	0.9032
NL	0.708	0.9107	0.8428	0.9218	0.9681	0.8917	0.7432
LU	0.8875	0.7388	0.8606	0.7613	0.9128	0.8819	0.7607
ES	0.6791	0.9307	0.8671	0.8577	0.9583	0.8447	0.6193
GR	-0.2014	-0.4021	-0.2248	-0.4207	-0.3345	-0.3367	-0.1775
IR	0.2184	0.4641	0.3741	0.1078	0.3226	0.1549	-0.0747
BEL	0.701	0.5195	0.4623	0.87	0.6856	0.8818	1
CZ	0.8575	0.6734	0.7177	0.8747	0.8582	1	0.8818
EU12	0.7759	0.931	0.9409	0.8306	1	0.8582	0.6856
FR	0.5588	0.7928	0.5948	1	0.8306	0.8747	0.87
D	0.7852	0.855	1	0.5948	0.9409	0.7177	0.4623
IT	0.5261	1	0.855	0.7928	0.931	0.6734	0.5195
SVK	1	0.5261	0.7852	0.5588	0.7759	0.8575	0.701
HW	IR	GR	ES	LU	NL	A	
AT	0.1616	-0.3379	0.7768	0.9277	0.8446	1	
NL	0.2459	-0.4785	0.9795	0.8987	1	0.8446	
LU	0.1182	-0.3851	0.8461	1	0.8987	0.9277	
ES	0.3778	-0.5318	1	0.8461	0.9795	0.7768	
GR	-0.3485	1	-0.5318	-0.3851	-0.4785	-0.3379	
IR	1	-0.3485	0.3778	0.1182	0.2459	0.1616	
BEL	-0.0747	-0.1775	0.6193	0.7607	0.7432	0.9032	
CZ	0.1549	-0.3367	0.8447	0.8819	0.8917	0.9577	
EU12	0.3226	-0.3345	0.9583	0.9128	0.9681	0.8374	
FR	0.1078	-0.4207	0.8577	0.7613	0.9218	0.8117	
D	0.3741	-0.2248	0.8671	0.8606	0.8428	0.7175	
IT	0.4641	-0.4021	0.9307	0.7388	0.9107	0.6388	
SVK	0.2184	-0.2014	0.6791	0.8875	0.708	0.9199	

5.7 Filtrace filtrem CHF

Posledním filtrem, jež byl aplikován na posloupnosti HDP byl Christiano – Fitzgerald. Ve tvaru, jak je filtr definován a naprogramován, nepočítá z cyklické složky 2 krajní hodnoty. Nevypočtené hodnoty (2 body zleva) byly pro účel zobrazení v časovém měřítku nahrazeny 0 pro zachování možnosti přesného porovnání.

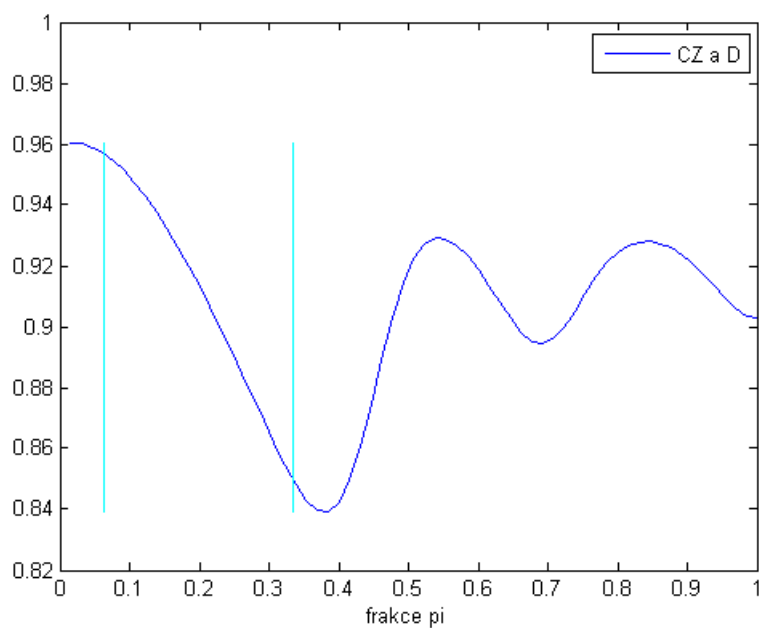


Prvním bodem zvratu je vrchol při 4. čtvrtletí. Dva předchozí filtry jej určily na hodnotě odpovídající 3. čtvrtletí, ale rozdíl mezi sousedními vrcholy byl velmi malý, což nelze považovat za chybu ale vlastnost filtru. První dno se by podle první části Cananova pravidla mohlo odpovídat 9. kvartálu, ale po aplikaci druhé části pravidla tam být nemůže – 11 čtvrtletí nemůže být vrchol, neboť jeho hodnota je menší než 0. Údolí odpovídá tedy 13. čtvrtletí. Následný vrchol 20. a další údolí 35. Tato oblast zajímavá na sledování, neboť je vidět, že každý filtr se zde chová jinak a jinak vyhodnotí úroveň šumu, který se zde vyskytuje. Poslední vrchol odpovídá 49. čtvrtletí a údolí pravděpodobně 55. kvartálu.

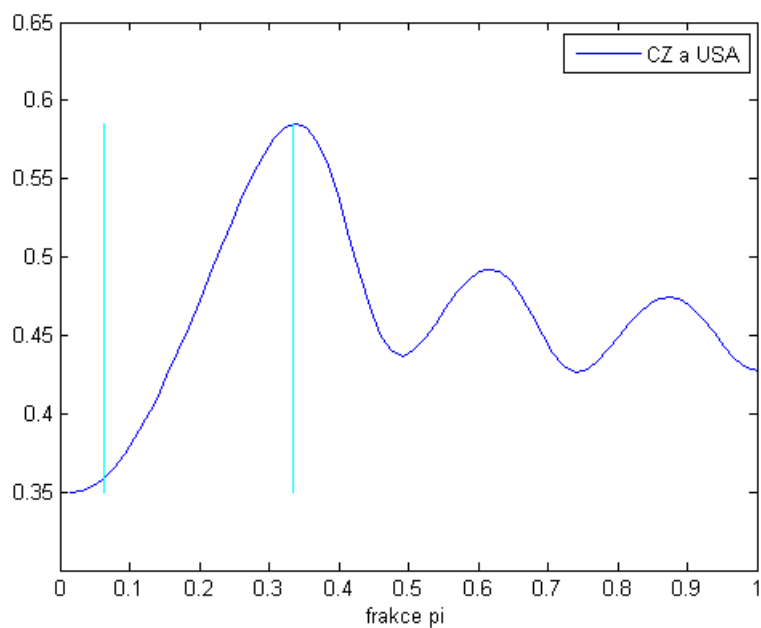
Tabulka 7 Body zvratu cyklické složky CZ (filtr CHF)

CHF	vrchol	udoli	vrchol	Udoli	vrchol	udoli
čtvrtletí	4	13	20	35	49	55
hodnota	0.014	-0.016	0.021	-0.02	0.032	-0.029

Průběh dynamické korelace je po filtraci CHF rozdílný oproti předchozím. Zatímco u Německa je nejvyšší hodnoty dosaženo na periodě 32 čtvrtletí (0,957), u USA má průběh opačný tvar, nejvyšší míry korelace je dosaženo na opačné hranici filtrované oblasti, tedy 6 čtvrtletí. Hodnota korelace je 0,58.



Obrázek 31 Průběh dynamické korelace mezi CZ a D (filtr CHF)



Obrázek 32 Průběh dynamické korelace mezi CZ a USA (filtr CHF)

V tabulce 8 lze vyčíst, že je zde nejvyšší míra korelace mezi CZ a D. Při použití jiných filtrů se hodnota mezi těmito zeměmi nedostala přes 0,9, zde dosahuje 0,925. Naopak porovnání s USA dosahuje u CZ nejnižší hodnoty, kdy za použití předchozích filtrů hodnota neklesla pop 0,66, teď je na 0,44.

Tabulka 8 Dynamický korelační koeficient (CHF), 1996Q1 až 2010Q1

CHF	USA	IT	D	FR	EU12	CZ	FR long
CZ	0.4398	0.8541	0.9254	0.7298	0.8701	1	
EU12	0.704	0.9778	0.9677	0.9432	1	0.8701	
FR	0.8365	0.9171	0.8368	1	0.9432	0.7298	
D	0.5588	0.9492	1	0.8368	0.9677	0.9254	
IT	0.6603	1	0.9492	0.9171	0.9778	0.8541	
USA	1	0.6603	0.5588	0.8365	0.704	0.4398	
IT long							0.8336

Poslední tabulka shrnuje přehled ostatních zemí větší části Evropy. Když se podíváme na CZ, největší hodnota korelačního koeficientu je u Nizozemí. Poměrně vysoká je u Rakouska, naopak u Lucemburska je nižší než při použití filtru HW. Nejnižší korelace je ve vztahu s Řeckem.

Tabulka 9 Dynamický korelační koeficient (CHF), 2000Q1 až 2007Q1

CHF	SVK	IT	D	FR	EU12	CZ	BEL
AT	0.7475	0.8896	0.802	0.8709	0.8774	0.8277	0.8938
NL	0.6822	0.9475	0.8909	0.9749	0.9638	0.9297	0.7893
LU	0.7315	0.6131	0.7918	0.5595	0.7399	0.6077	0.4106
ES	0.8766	0.8421	0.9371	0.7994	0.9259	0.8646	0.5127
GR	0.2818	0.1328	0.353	-0.081	0.1947	-0.1074	-0.1608
IR	0.7873	0.8102	0.8269	0.6649	0.8234	0.6725	0.5884
BEL	0.4452	0.8601	0.6249	0.8848	0.7678	0.6901	1
CZ	0.7276	0.8469	0.8373	0.8963	0.8896	1	0.6901
EU12	0.8002	0.972	0.9696	0.9266	1	0.8896	0.7678
FR	0.5964	0.9587	0.8126	1	0.9266	0.8963	0.8848
D	0.8591	0.8963	1	0.8126	0.9696	0.8373	0.6249
IT	0.7029	1	0.8963	0.9587	0.972	0.8469	0.8601
SVK	1	0.7029	0.8591	0.5964	0.8002	0.7276	0.4452
CHF	IR	GR	ES	LU	NL	A	
AT	0.8128	0.1272	0.7345	0.6861	0.8518	1	
NL	0.7077	-0.0045	0.8917	0.6872	1	0.8518	
LU	0.7186	0.0949	0.7752	1	0.6872	0.6861	
ES	0.7704	0.2114	1	0.7752	0.8917	0.7345	
GR	0.1852	1	0.2114	0.0949	-0.0045	-0.1272	
IR	1	0.1852	0.7704	0.7186	0.7077	0.8128	
BEL	0.5884	-0.1608	0.5127	0.4106	0.7893	0.8938	
CZ	0.6725	-0.1074	0.8646	0.6077	0.9297	0.8277	
EU12	0.8234	0.1947	0.9259	0.7399	0.9638	0.8774	
FR	0.6649	-0.081	0.7994	0.5595	0.9749	0.8709	
D	0.8269	0.353	0.9371	0.7918	0.8909	0.802	
IT	0.8102	0.1328	0.8421	0.6131	0.9475	0.8896	
SVK	0.7873	0.2818	0.8766	0.7315	0.6822	0.7475	

6 ZÁVĚR

Tato práce má za cíl především seznámit čtenáře se základními pojmy z oblasti makroekonomie, konkrétně s problematikou časových řad. Jsou zde uvedeny informace o HDP jako o hlavním zdroji časových řad, kterými se projekt zabývá – jeho definice, jak jej rozdělujeme a jak se HDP získává. Jsou zde popsány faktory, které HDP nejvíce ovlivňují.

Dále jsou zde uvedeny základní informace o časových řadách. Jejich druhy a základní charakteristiky a vlastnosti. Důležitou kapitolou je dekompozice časových řad – její rozklad na složky. Podrobněji jsou rozepsány vlastnosti trendové složky. Také nejčastější základní postupy, kterými se modeluje.

Praktická část je věnována základnímu popisu ekonomických filtrů Hodrick-Prescott a Baxter-King. Je zde uveden jejich matematický popis a provedena jednoduchá simulace s různým nastavením jejich parametrů.

Další dva filtry Christiano-Fitzgerald a filtr HW, který provádí filtraci nulováním nežádoucích frekvenčních složek, byly sestrojeny podle jejich matematického popisu. Jak je vidět, realizace obou filtrů byla úspěšná. Byly provedeny filtrace časových řad HDPCZ, usS (1996 Q1 až 2010 Q2) a usL (1947 Q1 až 2010 Q2). Řada HDPCZ a usS jsou délky 52 respektive 58, proto je uvedena jen filtrace řady HDPCZ. Dlouhou řadu zastupoval soubor čtvrtletních dat HDP USA o délce 254 čtvrtletí. Při porovnání dat po filtraci HP a CHF jde vidět velké kvalitativní zlepšení pásmové filtrace. To se týká i HW filtru.

V poslední části práce je popsán algoritmus dynamické korelace. Ta vyjadřuje vztah kmitočtových složek mezi dvěma cyklickými složkami HDP dvou států. Byly popsány a provedeny výpočty dynamického korelačního koeficientu pro pásmo přenosu zkoumaných filtrů, tedy 6 až 32 čtvrtletí. Byly zkoumány různě dlouhé řady. Nejdelšími korelovanými řadami byly HDP Francie a Itálie o délce 117 čtvrtletí. Řady CZ, IT, FR, D, EU12, USA o délce 57 kvartálů a nakonec byl proveden výpočet dynamického korelačního koeficientu pro řady délky 29. Při porovnání hodnot korelací se nejvyšší podobnosti dosahovalo u řad délky 57 kvartálů. Nejmenších korelací a zároveň největších rozdílů mezi filtry bylo dosaženo na nejkratších řadách. Což je vcelku logické, neboť tyto řady nedosahují ani délky největší zkoumané periody.

Byly určovány body zvrátů z filtrovaných časových průběhů. První pokus o rámcové určení byl realizován z filtrované řady metodou první diference. Od metody nebyly očekávány převratné výsledky, což bylo potvrzeno – je schopna dát rámcovou představu, kde se body zvrátu dají očekávat, ale není schopna je určit. Po filtraci HP filtrem byly určeny body s dobrou přesností, ale vzhledem k ne úplně potlačenému přenosu na vysokých kmitočtech se vyskytla v jednom bodě nejistota. Tento problém neměly filtry HW a CHF, kde bylo určení bodů zvrátu jednoznačné a napohled zřejmé. Z časových průběhů měly tyto filtry největší vypovídací hodnotu. Co se týká výpočtu krajních hodnot řad, zde je u filtrů drobný problém a může dojít ke zkreslení. Je to způsobeno tím, že HP obsahuje výpočet 2. diference. Pro CHF nebyl výpočet pro dva krajní body definován. V některých publikacích je tento výpočet pravděpodobně popsán, ale protože se bude lišit od výpočtu ostatních hodnot, bude zde zanesena chyba.

Obecně lze vyvodit závěr, že filtr HP dosahuje akceptovatelných výsledků, ale přenáší nežádoucích kmitočty, což se v časové oblasti jeví jako vysoká míra šumu. Pro analýzu dat je lepší použít některý další filtr, tedy CHF nebo HW. Oba dosahují dobrých výsledků.

7 LITERATURA

- [1] SOJKA, Z. *Přednášky z makroekonomie*. Elektronické skriptum. Brno: FP VUT v Brně, 2008.
- [2] Wikipedie [online]. 17. 1. 2005, naposledy editována 23. 3. 2010 [cit. 2010-04-23]. Hrubý domácí produkt. Dostupné na www: http://cs.wikipedia.org/Hrubý_domácí_produk_t.
- [3] SAMUELSON, A. P., NORDHAUS, D. W. *Ekonomie*, 18 . vydání. Praha: nakladatelství Svoboda, 2007.
- [4] ARTL, J., ARTLOVÁ, M., RUBLÍKOVÁ, E. *Analýza ekonomických časových řad s příklady*. Praha: VŠE v Pravze, Fakulta informatiky a statistiky, 2002. 146 s. Dostupné na www: <http://nb.vse.cz/~artlova/vyuka/crsbir02.pdf>.
- [5] GUAY, A., ST-AMANT, P. *Do the Hodrick-Prescott and Baxter-King filters provide a good approximation of business cycles?* Annales d'économie et de statistique: 2005
- [6] CHRISTIANO, L., FITZGERALD, T. *The Band Pass Filter* [online]. Federal Reserve Bank of Cleveland, july 1999 [citováno 2011-01-02]. Portable Document Format. Dostupné na: <http://www.clevelandfed.org/Research/workpaper/1999/Wp9906.pdf>.
- [7] IACOBUCCI, A., A Frequency Selective Filter for Short-Length Time Series. Observatoire Francais des Conjonctures Économiques, may 2004. Portable Document Format.
- [8] LEON, C., EECKELS, B. A Dynamic Correlation Aproach of the Swiss Tourism Income. DCT International Hotel & Business Management School a Les Roches International School of Hotel Management, may 2009. 24 s. Dostupné na: <http://mpr.a.ub.uni-muenchen.de/15215/>.
- [9] MARTINÁKOVÁ, R.: *Identifikace zdrojů výkyvů vybraných složek tvořících spotřebu domácností*. Mendelova univerzita v Brně, 2010. Dostupné na: http://www.mendelu.cz/dok_server/slozka.pl?id=45392;download=72007.

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1 HDP v přepočtu na jednoho obyvatele na přelomu let 2003/2004 [2].....	3
Obrázek 2 Detrendování posloupnosti: a) vstupní časová řada b) trend c) cyklická složka d) spektrum cyklické složky	12
Obrázek 3 Průběh časové řady a trendů získaných aplikací HP	13
Obrázek 4 Průběhy cyklické složky při různém nastavení λ	14
Obrázek 5 Spektra cyklických složek	14
Obrázek 6 Průběh časové řady a trendů získaných aplikací BK	15
Obrázek 7 Průběhy cyklických složek při různém nastavení délky váhovací posloupnosti	16
Obrázek 8 Spektra cyklických složek	16
Obrázek 9 Blokový diagram realizace CHF	18
Obrázek 10 Časový průběh po filtraci HP, před vstupem CHF.....	20
Obrázek 11 Časový průběh na výstupu CHF.....	20
Obrázek 12 Frekvenční průběh po filtraci HP, na vstupu CHF.....	21
Obrázek 13 Frekvenční průběh na výstupu CHF.....	21
Obrázek 14 Přenos filtru pro různé části posloupnosti	22
Obrázek 15 Časový průběh cyklické složky řady usL před a po filtraci CHF	23
Obrázek 16 Spektrum cyklické složky usL před a po filtraci CHF	24
Obrázek 17 Spektrum cyklické složky před filtrací HW (modře) a po aplikaci HW filtru (červeně)	25
Obrázek 18 Okno ideálního filtru (modře) a okno HW filtru (červeně).....	26
Obrázek 19 Přenos v časové oblasti před (modře) a po filtraci (červeně) HW filtrem ..	26
Obrázek 20 Schéma skriptu pro výpočet dynamické korelace a dynamického korelačního koeficientu.....	29
Obrázek 21 Průběh první diference řady CZ	30
Obrázek 22 Průběh cyklické složky CZ při použití filtru HP.....	31
Obrázek 23 Průběh cyklických složek CZ, D, EU12 a USA.....	32
Obrázek 24 Spektrum cyklické složky CZ (filtr HP)	32
Obrázek 25 Spektra cyklických složek CZ, D, EU12 a USA.....	33
Obrázek 26 Průběh dynamické korelace mezi CZ a D (filtr HP)	34
Obrázek 27 Průběh dynamické korelace mezi CZ a USA (filtr HP)	34
Obrázek 28 Průběh cyklické složky CZ při použití filtru HW	36

Obrázek 29 Průběh dynamické korelace mezi CZ a D (filtr HW).....	37
Obrázek 30 Průběh dynamické korelace mezi CZ a USA (filtr HW)	37
Obrázek 31 Průběh dynamické korelace mezi CZ a D (filtr CHF)	40
Obrázek 32 Průběh dynamické korelace mezi CZ a USA (filtr CHF)	40

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1 Body zvratu cyklické složky CZ (filtr HP).....	31
Tabulka 2 Dynamický korelační koeficient (HP), 1996Q1 až 2010Q1	33
Tabulka 3 Dynamický korelační koeficient (HP), 2000Q1 až 2007Q1	35
Tabulka 4 Body zvratu cyklické složky CZ (filtr HW)	36
Tabulka 5 Dynamický korelační koeficient (HW), 1996Q1 až 2010Q1	38
Tabulka 6 Dynamický korelační koeficient (HW), 2000Q1 až 2007Q1	38
Tabulka 7 Body zvratu cyklické složky CZ (filtr CHF)	39
Tabulka 8 Dynamický korelační koeficient (CHF), 1996Q1 až 2010Q1	41
Tabulka 9 Dynamický korelační koeficient (CHF), 2000Q1 až 2007Q1	41

SEZNAM ZKRATEK

BK	filtr Baxter – King
HP	filtr Hodrick-Prescott
CHF	filtr Christiano-Fitzgerald
HW	filtr filtrující ve frekvenční oblasti
HDP	hrubý domácí produkt
GDP	mezinárodní označení HDP
FFT	rychlá Fourierova transformace
AT	Rakousko
NL	Nizozemí
LU	Lucembursko
ES	Španělsko
GR	Řecko
IR	Irsko
BEL	Belgie
CZ	Česká republika
EU12	12 zemí, původního Evropského Společenství
FR	Francie
D	Německo
IT	Itálie
SVK	Slovensko
USA	Spojené Státy Americké

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1- Realizace filtru Christiano – Fitzgerald	48
Příloha 2- Realizace frekvenčně selektivního filtru	50
Příloha 3- Kód filtru Hodrick-Prescott	51
Příloha 4- Výpočet korelace	51

Příloha 1- Realizace filtru Christiano – Fitzgerald

```

close all
clear all
clc

load hdpcz;
outctv=hpf(hdpcz,1600);
rozctv=hdpcz-outctv;
furctv=abs(fft(rozctv));

osaf1=1:length(furctv)/2;          %vypocet frakci pi
osaf1=osaf1./length(osaf1);      %vypocet frakci pi
rpul = furctv(1:length(furctv)/2)

figure(1);plot(rozctv);xlim([1, length(hdpcz)]);%grid on    %cyklicka slozka po filtraci
HP
figure(2);plot(osaf1,rpul,'black');%grid on    %spektrum pofiltraci HP
hold on
    % line([2/32 2/6],[max(rpul) max(rpul)])
    line([2/32 2/32],[0 max(rpul)])
    line([2/6 2/6],[0 max(rpul)])
    %pause
hold off
%-----
%filtr CH-F
x = rozctv; %vstupni posloupnost

T=length(x);

% vypocet koeficientu Bj, B0 az BT-1 ulozenych do vektoru B[B0,B1,B2,...]
a = 2*pi/32;
b = 2*pi/6;

B = zeros(1,T);
for j=1:T-1
    B(1,j+1)=(sin(j*b)-sin(j*a))/(j*pi);
end
B(1,1)=(b-a)/pi;

%-----
%vypocet prvni casti vyrazu, vystupem vektor ypl[0, 0, ypl(t), 0, 0]

ypl = zeros(1,T);
BB=zeros(T,T);    %prenos

pom = 0;          %pomocna promenna
for i=3:T-2      % cyklus pro vsechny cleny ypl
    k = zeros(1,T);    %pomocny vektor
    for t=3+pom:T-1    % vypocet jednoho clenu ypl
        k(t) = x(t)*B(t-2-pom);
        BB(i,t)= B(t-2-pom);    %prenos
    end
    pom = pom+1;
    ypl(i) = sum(k);
end
ypl;
%-----
%vypocet druhe a ctvrti casti

%vypocet Bp,vystupem je vektor Bp[0, Bp(T-t), 0, 0, 0]

Bp = zeros(1,T);
for t=3:T-2
    k = zeros(1,T);    %pomocny vektor
    Bs = 0;            %pomocna promenna
    for j=1:T-t-1
        k(j) = B(j+1);    %prislusne koeficienty "Bj"
    end
    Bs=sum(k);          %suma prislusnych koeficientu "Bj"
    Bp(T-t) = -1/2*B(1)-Bs;
end

```

```

end
%Bp

%vypocet druheho a ctvrteho clenu (jejich soucet)

yp24 = zeros(1,T);
for t=3:T-2
    yp24(t) = Bp(T-t)*x(T) + Bp(t-1)*x(1);
    BB(t,1)=Bp(t-1);      %prenos
    BB(t,T)=Bp(T-t);     %prenos
end
yp24;
%-----
%vypocet trethi casti

yp3 = zeros(1,T);

pom = 0;                                %pomocna promenna
for i=3:T-2                              % cyklus pro vsechny cleny yp1
    k = zeros(1,T);                      %pomocny vektor
    for t=3+pom:3+pom+pom                % vypocet jednoho clenu yp3
        k(t) = x(3+pom-1-(t-3-pom))*B(t-1-pom);
        BB(i,3+pom-1-(t-3-pom))=B(t-1-pom);    %prenos
    end
    pom = pom+1;
    yp3(i) = sum(k);
end

yp3;
%-----
%celkovy vypocet

yp = zeros(1,T);

yp = yp1 + yp24 + yp3;

%-----
%postprocessing
%casova oblast
figure (3)
plot(yp');
xlim([1, length(yp)]); %nastaveni rozsahu osy x[od,do]
%grid on

%kmitoctova oblast
r=abs(fft(yp));

osaf=1:1:length(r)/2;      %vypocet frakci pi
osaf=osaf./length(osaf);  %vypocet frakci pi

figure (4)
rpul = r(1:length(r)/2);
plot(osaf,rpul,'black');   %frakce pi na ose x
hold on
    % line([2/32 2/6],[max(rpul) max(rpul)])
    line([2/32 2/32],[0 max(rpul)])
    line([2/6 2/6],[0 max(rpul)])
    %pause
hold off
%grid on;
%-----
%vykresleni prenosu - pro jednotlivy t odblokovat pause

for t=3:T-2
    t
    figure(5)
    [HH,ww]=freqz(BB(t,:),1,0:pi/1000:pi);
    plot(ww./pi,abs(HH),'black');
    hold on
    line([2/32 2/6],[1 1])
    line([2/32 2/32],[0 1])
    line([2/6 2/6],[0 1])
    %pause
    hold off

```



```
end
```

Příloha 2- Realizace frekvenčně selektivního filtru

```
close all
clear all
clc

load hdpcz;
outctv=hpf(hdpcz,1600);
rozctv=hdpcz-outctv;
furctv=(fft(rozctv));

osaf1=1:length(furctv)/2;          %vypocet frakci pi
osaf1=osaf1./length(osaf1);       %vypocet frakci pi
rpul = abs(furctv(1:length(furctv)/2));

figure(1);plot(osaf1,rpul);
hold on
% line([2/32 2/6],[max(rpul) max(rpul)])
% line([2/32 2/32],[0 max(rpul)])
% line([2/6 2/6],[0 max(rpul)])
%pause
%hold off
figure(2);plot(abs(iff(furctv)));xlim([1, length(hdpcz)]);hold on

%
% figure(1);plot(rozctv);xlim([1, length(hdpcz)]);grid on          %cyklicka slozka po
% filtraci HP
% figure(2);plot(osaf1,rpul);grid on          %spektrum pofiltraci HP
% hold on
% % line([2/32 2/6],[max(rpul) max(rpul)])
% % line([2/32 2/32],[0 max(rpul)])
% % line([2/6 2/6],[0 max(rpul)])
% %pause
% hold off
%-----
w=[0.23 0.54 0.23];

h=zeros(1,length(furctv)/2);
high = floor(2/6*length(h));          %vypocet hranic prenosu 1
low = ceil(2/32*length(h));

for i=low:high;          %vzorky s prenosem 1
    h(i)=1;
end

hwc=conv(h,w);
hw=hwc(2:end-1);          %po konvoluci, delka poloviny vzorkovaciho kmitoctu

furctv=(fft(rozctv));
pul=furctv(1:length(furctv)/2);
filtr=pul.*hw;          %vyfiltrovane spektrum(polovina)

filtr2=[filtr filtr];
for i=1:length(hw)
    filtr2(end+1-i)=filtr(i);
end
filtr2;
signal=iff(filtr2);

figure(1);plot(osaf1,abs(filtr),'r');
hold on
% line([2/32 2/6],[max(rpul) max(rpul)])
% line([2/32 2/32],[0 max(rpul)])
% line([2/6 2/6],[0 max(rpul)])
%pause
hold off

figure(2);plot(abs(signal),'r');xlim([1, length(hdpcz)]);
figure(5);plot(osaf1,hw,'r');
```

```

hold on
    % line([2/32 2/6],[max(rpul) max(rpul)])
    line([2/32 2/32],[0 1])
    line([2/6 2/6],[0 1])
    %pause
hold off

```

Příloha 3- Kód filtru Hodrick-Prescott

```

function [g,M]=hpf(y,lam);

oy = size(y);
ny = max(oy); % length of time series

if (oy(1)<oy(2))
    y=y';
end

    %disp('Computing Hodrick-Prescott Filtered Time Series with Matrix Inversion')
    %disp('Growth Component is Returned as g')

% Strategy: Structure difference equation as a matrix equation:
%           M g = y
%           and then invert M.

M = zeros(ny,ny);

d1=ones(ny-2,1);
d1=d1*lam;

d2=ones(ny-1,1);
d2=d2*(-4*lam);
d2(1)=-2*lam;
d2(ny-1)=-2*lam;

d3=ones(ny,1);
d3=d3*(1+6*lam);
d3(1)=1+lam;
d3(2)=1+5*lam;
d3(ny-1)=1+5*lam;
d3(ny)=1+lam;

M = diag(d1,2)+diag(d2,1)+diag(d3)+diag(d2,-1)+diag(d1,-2);
size(M);
g = inv(M)*y;
sum(M);
% convert if necessary

if (oy(1)<oy(2))
    g=g';
end

x=[0:1/(length(y)-1):1];
figure(100)
plot(x,y,'*',x,g,'b-')

```

Příloha 4- Výpočet korelace

```

function [SK,DK] = dynkor(var1, var2)

%Zajisteni spravne orientace vektoru

if size(var1,1)<size(var1,2)
    var1=var1';
end
if size(var2,1)<size(var2,2)
    var2=var2';
end

```

```

end
%-----
%Vzajemna korelace/konvoluce

L=size(var1,1);
Lo=round(sqrt(L));
tt=(L+Lo):-1:(L-Lo);

%cvar=xcov(var1,var2,'unbiased')*L/(L-1);
cvar=xcorr(var1,var2);
cvar=cvar(tt,:); %cast, ze ktere spektrum

%Autokorelace/autokonvoluce

%cvar1=xcov(var1,'unbiased')*L/(L-1);
cvar1=xcorr(var1);
cvar1=cvar1(tt,:); %cast, ze ktere spektrum

%cvar2=xcov(var2,'unbiased')*L/(L-1);
cvar2=xcorr(var2);
cvar2=cvar2(tt,:); %cast, ze ktere spektrum
%-----
%Filtrace oknem

w=bartlett(length(cvar));
cvar=cvar.*w;
cvar1=cvar1.*w;
cvar2=cvar2.*w;
%-----
%Prevod do spektralni oblasti

omega=0:2*pi/128:2*pi-2*pi/128;

cvarf=(cvar'*exp(-i*(-Lo:Lo)*omega))';
cvar1f=(cvar1'*exp(-i*(-Lo:Lo)*omega))';
cvar2f=(cvar2'*exp(-i*(-Lo:Lo)*omega))';

% cvarf=abs(fft(cvar));
% cvar1f=abs(fft(cvar1));
% cvar2f=abs(fft(cvar2));

%polovina spektra
puls=length(cvarf)/2; %polovina bodu spektra
svar=real(cvarf(1:puls+1));
svar1=real(cvar1f(1:puls+1));
svar2=real(cvar2f(1:puls+1));

%NORMOVANE ZOBRAZENI
osaf=1:1:length(svar); %vypocet frakci pi
osaf=osaf./length(osaf); %vypocet frakci pi

%Vykresleni do grafu (vyznacena hranice 6 a 32 ctvrtleti)
figure(1);subplot(3,1,1);plot(osaf,svar1,'red');
hold on
    line([2/32 2/32],[min(svar1) max(svar1)])
    line([2/6 2/6],[min(svar1) max(svar1)])
hold off
subplot(3,1,2);plot(osaf,svar2,'red');
hold on
    line([2/32 2/32],[min(svar2) max(svar2)])
    line([2/6 2/6],[min(svar2) max(svar2)])
hold off
subplot(3,1,3);plot(osaf,svar,'red');
hold on
    line([2/32 2/32],[min(svar) max(svar)])
    line([2/6 2/6],[min(svar) max(svar)])
hold off
%-----
%Vypocet dynamicke korelace DK

DK = svar./sqrt(svar1.*svar2);

%Vykresleni do grafu

```

```

figure(2);plot(osaf,DK,'b'); xlabel('frakce pi');
hold on
    line([2/32 2/32],[min(DK) max(DK)],'Color','c')
    line([2/6 2/6],[min(DK) max(DK)],'Color','c')
    legend('CZ a D')
hold off
%-----
%Vypocet statickeho korelacniho koeficientu SK

minf=6;      %hranice ve ctvrtletich (mensi cislo)
maxf=32;    %hranice ve ctvrtletich (vetsi cislo)
a=ceil(128/maxf);    % a=4;0
b=floor(128/minf);  % b=21;1

ssvar = sum(svar(a : b));
ssvar1 = sum(svar1(a : b));
ssvar2 = sum(svar2(a : b));

SK = ssvar/(sqrt(ssvar1*ssvar2))

```