

ANTI-WINDUP METHODS FOR LINEAR DYNAMIC SYSTEMS

Michal Kozubík

Bachelor (3), FEEC BUT

E-mail: xkozub05@stud.feec.vutbr.cz

Supervised by: Pavel Václavek

E-mail: vaclavek@feec.vutbr.cz

Abstract: The aim of this work is to introduce integrator windup and methods of its compensation. Presented methods are Internal Model Control(IMC) and design based on solving linear matrix inequalities (LMI).

Keywords: MIMO systems, integral windup, LMI

1 ÚVOD

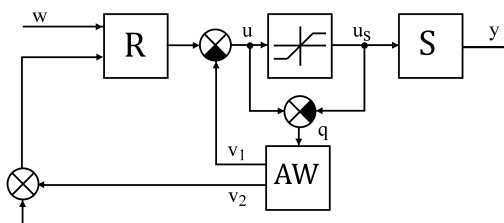
V řídicí praxi se regulátory navrhují dle lineární teorie. Umožňuje to fakt, že se systém pohybuje v malém okolí rovnovážného stavu. I přes to je nutné uvažovat jednu ze základních nelinearit a tou je nasycení akční veličiny. Toto je zřejmé z fyzikální podstaty věci, protože vždy bude existovat určitá mez, kterou nebude moci akční zásah přesáhnout (například maximální napětí). Vliv této saturace se nejvíce projeví, pokud regulátor obsahuje integrační složku. [1]

Důsledkem je přerušení zpětné vazby, jelikož změna výstupu soustavy nemá vliv na její vstup. Regulátor pak pracuje v otevřené smyčce a neustále integruje odchylku. To se následně projeví po změně znaménka regulační odchylky. Vysoká naintegrovaná hodnota se musí odintegrovat, což způsobuje prodloužení regulačního děje a může vést k nestabilitě celého systému. Návrh anti-windupu je pak snaha o to, aby dopad omezení akční veličiny byl minimální.

2 NÁVRH ANTI-WINDUPU

2.1 STANDARDNÍ SCHÉMA ANTI-WINDUP

Jak již bylo zmíněno, hlavní myšlenkou návrhu anti-windupu je přiblížit chování omezeného reálného systému chování systému ideálního. Z toho plyne potřeba zajistit, aby požadovaný akční zásah nebyl hluboko v pásmu saturace. Pokud se již výstup do saturace dostal, je nutné upravit regulační odchylku tak, aby její integraci docházelo k rychlejšímu opuštění tohoto pásma. Obě tyto činnosti zajišťuje regulační smyčka sestavená podle schématu na obrázku 1.



Obrázek 1: Regulační smyčka s anti-windupem

Ze schématu vyplývá, že člen AW bude aktivní pouze, pokud bude výstup regulátoru u saturován, protože pouze tehdy bude signál q nenulový. Je také patrné, že výstupní signál anti-windupu se dělí na dvě části: v_1 upravující výstup regulátoru a v_2 upravující regulační odchylku.

2.2 METODA IMC

Metoda řízení s vnitřním modelem soustavy nebyla původně pro kompenzaci windup jevu zamýšlena, jelikož není navržený regulátor informován o tom, zdali je akční zásah za hranicí saturace, či nikoliv. Po přepracování v [3] bylo možné již tuto metodu použít i pro návrh anti-windupu.

Výhodou této metody je, že vždy existuje řešení a jedná se o jednoduchou metodu, jelikož návrh anti-windupu spočívá pouze v kombinaci matic regulátoru a soustavy:

$$\mathbf{A}_{AW} = \mathbf{A}_S, \quad \mathbf{B}_{AW} = \mathbf{B}_S, \quad \mathbf{C}_{AW} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_R \mathbf{C}_S \\ \mathbf{D}_R \mathbf{C}_S \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{AW} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_R \mathbf{D}_S \\ \mathbf{D}_R \mathbf{D}_S \end{bmatrix} \quad (1)$$

Pro tuto metodu platí, že pokud je soustava S asymptoticky stabilní, je stabilní celý systém. Tato stabilita je však na úkor kvality regulace. To se projeví například u pomalých soustav, jak bude ukázáno v části 3.

2.3 METODA NÁVRHU POMOCÍ LMI

Tato metoda je založena na minimalizaci L_2 -zesílení γ mezi vstupem w a výstupem z systému podle upraveného schématu v [2]. Aby bylo možné najít vhodný anti-windup musí být splněny následující podmínky:

1.
$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} \mathbf{A}_S^T + \mathbf{A}_S \mathbf{X}_{11} & \mathbf{B}_{S,w} & \mathbf{X}_{11} \mathbf{C}_{S,z}^T \\ \mathbf{B}_{S,w}^T & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}_{S,zw}^T \\ \mathbf{C}_{S,z} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{D}_{S,zw} & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0$$
2.
$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y} \mathbf{A}_{CL}^T + \mathbf{A}_{CL} \mathbf{Y} & \mathbf{B}_{CL,w} & \mathbf{Y} \mathbf{C}_{CL}^T \\ \mathbf{B}_{CL,w}^T & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}_{CL,w}^T \\ \mathbf{C}_{CL} \mathbf{Y} & \mathbf{D}_{CL,w} & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0$$
3. $\mathbf{X} - \mathbf{Y} \geq 0$
4. $h(\mathbf{X} - \mathbf{Y}) \leq n_{AW}$

Pro proměnné v LMI platí $\mathbf{X} = \mathbf{X}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} \\ \mathbf{X}_{21} & \mathbf{X}_{22} \end{bmatrix} > 0$, $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}^T > 0$, $\gamma > 0$. Tyto proměnné jsou následně použity při tvorbě matic $\mathbf{G}$, $\mathbf{H}$ a Ψ pro LMI (2).

Přičemž platí, že první dvě podmínky jsou požadavky z hlediska L_2 . Podmínka č.4 představuje nekonvexní problém. Nicméně vypadává, pokud je anti-windup statický člen nebo dynamický člen řádu stejného řádu, jako soustava, či vyššího. Následně je vyřešena následující LMI:

$$\Psi + \mathbf{G}^T \Lambda^T \mathbf{H} + \mathbf{H}^T \Lambda \mathbf{G} < 0 \quad (2)$$

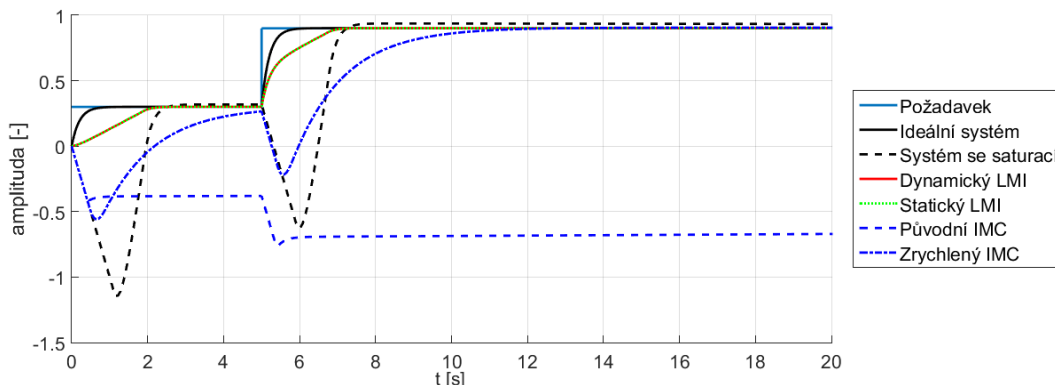
Podrobný postup, včetně výpočtu jednotlivých matic systému je v [2].

3 POROVNÁNÍ

Testování výsledků proběhlo na jednoduchém MIMO systému při zanedbané poruše a saturaci nastavené na hodnotě ± 1 :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{-2}{s+0,001} & \frac{1}{s+0,001} \\ \frac{3}{s+0,001} & \frac{-2}{s+0,001} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \frac{10s+0,1}{15s+0,15} & \frac{5s+0,05}{10s+0,1} \\ \frac{s}{s} & \frac{s}{s} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Tento systém reagoval v čase $t = 0$ na skokový požadavek $w = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,3 \end{bmatrix}$ následovaný v čase $t = 5$ skokovou změnou požadavku na $w = \begin{bmatrix} 0,75 \\ 0,9 \end{bmatrix}$. Reakce systému je zobrazena na Obrázku 2. Z praktických důvodů je zobrazen pouze výstup č. 2.



Obrázek 2: Výstup 2 testovacího systému

Je patrné, že použití IMC má velký dopad na kvalitu regulace. V původním návrhu se systém ustaloval velmi pomalu. Pokud byl tento anti-windup zrychlen vynásobením matice A experimentální hodnotou 750, došlo k omezení překmitu a zrychlení ustálení. Jak bylo zmíněno výše, kvalita je závislá na povaze soustavy. Jedná se ovšem o jednoduchou metodu založenou na dosazení matic.

Anti-windupy navržené pomocí LMI zajistily stejné chování systému. Doba ustálení byla sice delší než u ideálního systému, ale překmit byl prakticky nulový. Při rozhodování, který zvolit, by bylo možné přihlídnout k výpočetní náročnosti. V této oblasti je lepší použít statický anti-windup. Problémem je ovšem to, že statický návrh není vždy řešitelný a také vždy neplatí to, co nastalo u testovací soustavy - stejný výsledek.

4 ZÁVĚR

Tento článek uvedl problematiku návrhu anti-windupu pro lineární systémy. Byly stručně představeny dvě metody a to IMC a návrh pomocí LMI. Tyto metody byly následně otestovány na jednoduché soustavě a zhodnoceny, přičemž byly vzaty v potaz kvalita potlačení anti-windupu, složitost návrhu a výpočetní náročnost. Další práce na projektu spočívá v tvorbě návrhového systému založeného na představených metodách.

REFERENCE

- [1] Åström, K. J. a Rundqwist, L.: *Integrator windup and how to avoid it.*, 1989 American Control Conference, strany 1693–1698, červen 1989.
- [2] Grimm, G., Postlethwaite, I., Teel, A. R., Turner, M. C. a Zaccarian, L.: *Linear matrix inequalities for full and reduced order anti-windup synthesis*, 2001 American Control Conference, strany 4134–4139, Arlington, VA, USA, 2001.
- [3] Kothare, M. V., Zheng, A. a Morari, M.: *Anti-windup design for internal model control*. International Journal of Control, strany 1015–1024, 1994.