

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

DIPLOMOVÁ PRÁCE



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

MODEL POHONU S ASYNCHRONNÍM MOTOREM PRO VÝUKOVÉ ÚČELY

MODEL OF INDUCTION MACHINE DRIVE FOR EDUCATIONAL PURPOSES

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Patrik Šabo

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Ivo Pazdera, Ph.D.

BRNO 2017

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor **Silnoproudá elektrotechnika a výkonová elektronika**

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Student: Bc. Patrik Šabo

ID: 183602

Ročník: 2

Akademický rok: 2016/17

NÁZEV TÉMATU:

Model pohonu s asynchronním motorem pro výukové účely

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Realizujte modely asynchronního motoru v programu Matlab/Simulink
2. Realizujte vybrané algoritmy řízení motoru
3. Pro realizované modely vytvořte stručné návody.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] Klíma B., Střídavé pohony, 2014

[2] PATOČKA, M. Magnetické jevy a obvody ve výkonové elektronice, měřicí technice a silnoproudé elektrotechnice. odborné knihy. odborné knihy. Brno: VUTIUM, 2011. 564 s. ISBN: 978-80-214-4003- 6.

[3] Veltman A., Pulle D., Doncker R.W, Fundamentals of Electrical Drives, 2007

Termín zadání: 6.2.2017

Termín odevzdání: 24.5.2017

Vedoucí práce: Ing. Ivo Pazdera, Ph.D.

Konzultant:

doc. Ing. Ondřej Vítek, Ph.D.
předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Práca sa zaoberá matematickými modelmi elektrických strojov. Na začiatku je predstavený princíp transformácie veličín asynchrónneho motora do súradníc potrebných k vytvoreniu matematického modelu. Ďalej sú na základe analógie asynchrónneho motora s transformátorom odvodené rovnice motora. V praktickej časti sú zostavené modely transformátoru a asynchrónneho motoru v prostredí MatLab SIMULINK. Na týchto modeloch boli následne vykonané simulácie skalárneho a vektorového riadenia.

Klíčová slova

Asynchrónny motor; Model; Simulink; Matice;

Abstract

This work describes mathematical model of electric machines. In beginning it shows transformation of values of asynchronous motor from one coordinate system to another, which is used to create mathematical model. Next we use analogy between transformer and asynchronous motor to create equations, which describes motor. In the practical part are created models of transformer and asynchronous motor in MatLab SIMULINK. Later was created simulation of scalar and vector control on these models.

Keywords

Asynchronous motor; Model; Simulink; Matrix;

Bibliografická citace

ŠABO, P. Model pohonu s asynchronním motorem. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2017. 49 s. Vedoucí semestrální práce Ing. Ivo Pazdera, Ph.D..

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Model pohonu s asynchronním motorem jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne

Podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce Ing. Ivovi Pazderovi, PhD. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne

Podpis autora

OBSAH

1 ÚVOD.....	14
2 TEORETICKÁ ČASŤ PRÁCE.....	14
2.1 TEÓRIA STRIEDAVÝCH STROJOV	14
2.1.1 KOMPLEXNÝ PRIESTOROVÝ VEKTOR	14
2.1.2 CLARKOVA TRANSFORMÁCIA	15
2.1.3 PARKOVA TRANSFORMÁCIA SÚRADNICOVÝCH SYSTÉMOV	16
2.2 ASYNCHRÓNNY STROJ.....	17
2.3 MODEL Y STRIEDAVÝCH ELEKTRICKÝCH STROJOV	20
2.3.1 MODEL TRANSFORMÁTORU	20
2.3.2 MODEL TRANSFORMÁTORU V TVARE IMPEDANČNEJ Z-MATICI.....	21
2.3.3 MODEL TRANSFORMÁTORU NAPÄTIA V TVARE HYBRIDNEJ H_U -MATICI	22
2.3.4 MODEL TRANSFORMÁTORU PRÚDU V TVARE HYBRIDNEJ H_I -MATICI	22
2.3.5 NÁHRADNÉ ZAPOJENIE	23
2.4 MODEL ASYNCHRÓNNEHO MOTORA	25
2.4.1 MODEL ASYNCHRÓNNEHO MOTORA ZALOŽENÝ NA H_U -MATICI	26
2.4.2 MODEL ASYNCHRÓNNEHO MOTORA ZALOŽENÝ NA H_I -MATICI	27
3 PRAKTICKÁ ČASŤ PRÁCE.....	29
3.1 MODEL TRANSFORMÁTORU.....	29
3.2 MODEL ASYNCHRÓNNEHO MOTORA	31
3.3 METÓDY RIADENIA STRIEDAVÝCH POHONOV	32
3.4 ODVODENIE NÁHRADNEJ SCHÉMY V PODOBE GAMA ČLÁNKU A INVERZNÉHO GAMA ČLÁNKU 33	
3.4.1 RIADENIE MOMENTU S KONŠTANTNÝM POMEROM U/F – GAMA ČLÁNOK	36
3.4.2 RIADENIE MOMENTU S KONŠTANTNÝM POMEROM U/F – INVERZNÝ GAMA ČLÁNOK.....	38
3.4.3 RIADENIE OTÁČOK S KONŠTANTNÝM POMEROM U/F – GAMA ČLÁNOK	41
3.4.4 RIADENIE OTÁČOK S KONŠTANTNÝM POMEROM U/F – INVERZNÝ GAMA ČLÁNOK.....	43
3.5 VEKTOROVÉ RIADENIE.....	44
4 ZÁVER	45
POUŽITÁ LITERATÚRA.....	48
PRÍLOHY	49

ZOZNAM OBRÁZKOV

<i>Obr. 1: konštrukcia priestorového vektoru statorového prúdu (prevzaté z [1]).....</i>	<i>15</i>
<i>Obr. 2: Inverzná Clarkova transformácia (prevzaté z [1])</i>	<i>16</i>
<i>Obr. 3: Parkova transformácia (prevzaté z [1]).....</i>	<i>17</i>
<i>Obr. 4: Dvoj pólový trojfázový asynchrónny stroj (prevzaté z [1]).....</i>	<i>18</i>
<i>Obr. 5: Model transformátoru (prevzaté z [2])</i>	<i>21</i>
<i>Obr. 6: Obvodový model transformátora napätia (prevzaté z [2])</i>	<i>22</i>
<i>Obr. 7: Obvodový model transformátora prúdu (prevzaté z [2]).....</i>	<i>23</i>
<i>Obr. 8: Prechod od náhradného modelu dvoch cievok so separovanými indukčnosťami k náhradnému zapojeniu (prevzaté z [2]).....</i>	<i>24</i>
<i>Obr. 9: Náhradné zapojenie dvoch cievok a) v tvare Γ-článku, b) v tvare T-článku (prevzaté z [2])</i>	<i>25</i>
<i>Obr. 10: Model asynchrónneho motora.....</i>	<i>26</i>
<i>Obr. 11: Model asynchrónneho motora podľa H_u-matice s rešpektovaním R_s a R_r</i>	<i>27</i>
<i>Obr. 12: Model asynchrónneho motora podľa H_i-matice s rešpektovaním R_s a R_r</i>	<i>28</i>
<i>Obr. 13: Model transformátora v podobe gama článku.....</i>	<i>29</i>
<i>Obr. 14: Model transformátora v podobe inverzného gama článku</i>	<i>30</i>
<i>Obr. 15: Porovnanie výkonu na primárnej strane transformátora v podobe gama článku a inverzného gama článku</i>	<i>31</i>
<i>Obr. 16: Porovnanie výkonu na sekundárnej strane transformátora v podobe gama článku a inverzného gama článku</i>	<i>31</i>
<i>Obr. 17: Model asynchrónneho motora v podobe gama článku</i>	<i>32</i>
<i>Obr. 18: Priebeh momentu a otáčok asynchrónneho motora.....</i>	<i>32</i>
<i>Obr. 19: Náhradná schéma gama článku v osi d.....</i>	<i>34</i>
<i>Obr. 20: Náhradná schéma gama článku v osi q.....</i>	<i>34</i>
<i>Obr. 21: Náhradná schéma inverzného gama článku v osi d.....</i>	<i>35</i>
<i>Obr. 22: Náhradná schéma inverzného gama článku v osi q.....</i>	<i>35</i>
<i>Obr. 23: Model riadenia momentu, gama článok.....</i>	<i>37</i>
<i>Obr. 24: Model riadenia momentu, gama článok - zjednodušené.....</i>	<i>37</i>
<i>Obr. 25: Porovnanie momentovej charakteristiky motora s celým riadením a so zanedbanými stratami - gama článok</i>	<i>38</i>
<i>Obr. 26: Model riadenia momentu, inverzný gama článok</i>	<i>40</i>
<i>Obr. 27: Model riadenia momentu, inverzný gama článok - zjednodušené</i>	<i>40</i>
<i>Obr. 28: Porovnanie momentovej charakteristiky motora s celým riadením a so zanedbanými stratami - inverzný gama článok.....</i>	<i>41</i>

<i>Obr. 29: Model riadenia rýchlosti s otvorenou slučkou, gama článok</i>	<i>42</i>
<i>Obr. 30: Model riadenia rýchlosti s otáčkovou spätnou väzbou a PI regulátorom, gama článok</i>	<i>42</i>
<i>Obr. 31: Otáčková charakteristika modelu v tvare gama článku - model s otvorenou slučkou a model s PI regulátorom</i>	<i>42</i>
<i>Obr. 32: Model riadenia rýchlosti s otvorenou slučkou, inverzný gama článok.....</i>	<i>43</i>
<i>Obr. 33: Model riadenia rýchlosti s otáčkovou spätnou väzbou a PI regulátorom, inverzný gama článok.....</i>	<i>43</i>
<i>Obr. 34: Otáčková charakteristika modelu v tvare inverzného gama článku, model s otvorenou slučkou a model s PI regulátorom</i>	<i>44</i>
<i>Obr. 35: Model vektorového riadenia v podobe inverzného gama článku.....</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 36: Momentová a otáčková charakteristika pri použití vektorového riadenia, inverzný gama článok.....</i>	<i>45</i>

ZOZNAM SYMBOLOV A SKRATIEK

a	komplexný jednotkový vektor [-]
i_1	prúd primárnej strany transformátoru [A]
i_2	prúd sekundárnej strany transformátoru [A]
$i_{2,k}$	sekundárny prúd nakrátko, prepočítaný z primárneho prúdu [A]
i_2'	prúd záťaže prepočítaný na primárnu stranu transformátoru [A]
i_A	prúd rotorovej cievky A [A]
i_a	prúd statorovej cievky a [A]
i_B	prúd rotorovej cievky B [A]
i_b	prúd statorovej cievky b [A]
i_C	prúd rotorovej cievky C [A]
i_c	prúd statorovej cievky c [A]
i_r	prúd rotora [A]
$i_{r_{\alpha\beta}}$	prúd rotora v súradniciach $\alpha\beta$ [A]
$i_{r_{kl}}$	prúd rotora v súradniciach kl [A]
i_s	prúd statora [A]
$i_{s_{kl}}$	prúd statora v súradniciach kl [A]
$i_{s_{xy}}$	prúd statora v súradniciach xy [A]
$i_{s_{\alpha\beta}}$	prúd statora v súradniciach $\alpha\beta$ [A]
$i_{s\alpha}$	zložka statorového prúdu v smere osi α [A]
$i_{s\beta}$	zložka statorového prúdu v smere osi β [A]
i_x	prúd x-tej cievky elektromagnetického systému [A]
i_μ	magnetizačný tokotvorný prúd [A]
$I_{\mu 0}$	jednosmerná zložka magnetizačného tokotvorného prúdu [A]
J	moment zotrvačnosti [kg m ²]
k	činiteľ väzby cievok [-]
$K_{u,21,0}'$	napäťový prevod naprázdno prepočítaný na primárnu stranu transformátora [-]
$K_{I,21,k}$	prúdový prevod nakrátko [-]
$K_{u,21,0}$	napäťový prevod naprázdno [-]
$L_{vst,k}'$	vstupná indukčnosť transformátoru, vnesená do meraného primárneho obvodu prepočítaná na primárnu stranu [H]
$L_{výst,k}'$	výstupná indukčnosť transformátoru, meraná pri skratovaných vstupných svorkách prepočítaná na primárnu stranu [H]

$L'_{\sigma 2}$	rozptylová indukčnosť sekundárneho vinutia transformátoru prepočítaná na primárnu stranu [H]
L_1	vlastná indukčnosť primárneho vinutia transformátoru [H]
L_2	vlastná indukčnosť sekundárneho vinutia transformátoru [H]
L_A	vlastná indukčnosť vinutia rotora A [H]
L_a	vlastná indukčnosť vinutia statora a [H]
L_B	vlastná indukčnosť vinutia rotora B [H]
L_b	vlastná indukčnosť vinutia statora b [H]
L_C	vlastná indukčnosť vinutia rotora C [H]
L_c	vlastná indukčnosť vinutia statora c [H]
L_{h1}	hlavná indukčnosť primárneho vinutia transformátoru [H]
L_{h2}	hlavná indukčnosť sekundárneho vinutia transformátoru [H]
L_r	vlastná indukčnosť rotorového vinutia [H]
L_r	vlastná indukčnosť vinutia rotora [H]
L_s	vlastná indukčnosť statorového vinutia [H]
L_s	vlastná indukčnosť vinutia statora [H]
$L_{vst, k}$	vstupná indukčnosť transformátoru, vnesená do meraného primárneho obvodu [H]
$L_{výst, k}$	výstupná indukčnosť transformátoru, meraná pri skratovaných vstupných svorkách [H]
$L_{\sigma 1}$	rozptylová indukčnosť primárneho vinutia transformátoru [H]
$L_{\sigma 2}$	rozptylová indukčnosť sekundárneho vinutia transformátoru [H]
M	vzájomná indukčnosť cievok [H]
M	moment motora [Nm]
M_{AB}	vzájomná indukčnosť vinutí rotora A,B [H]
M_{ab}	vzájomná indukčnosť vinutí statora a,b [H]
M_{BC}	vzájomná indukčnosť vinutí rotora B,C [H]
M_{bc}	vzájomná indukčnosť vinutí statora b,c [H]
M_{CA}	vzájomná indukčnosť vinutí rotora C,A [H]
M_{ca}	vzájomná indukčnosť vinutí statora c,a [H]
M_h	hlavná vzájomná indukčnosť [H]
M_r	vzájomná indukčnosť dvoch vinutí rotora [H]
M_s	vzájomná indukčnosť dvoch vinutí statora [H]
M_{sr}, M_{rs}	vzájomná indukčnosť dvoch vinutí odpovedajúcich si fází rotora a statora [H]
pp	počet pól párov motora [-]

R'_{Cu2}	odpor sekundárneho vinutia prepočítaný na primárnu stranu transformátora [Ω]
R'_z	odpor záťaže prepočítaný na primárnu stranu transformátora [Ω]
R_{Cu2}	odpor sekundárneho vinutia transformátora [Ω]
R_r	odpor rotorového vinutia [Ω]
R_s	odpor statorového vinutia [Ω]
R_x	odpor x-tej cievky elektromagnetického systému [Ω]
R_z	odpor záťaže [Ω]
s	sklz motora [-]
u_1	napätie na primárnej strane transformátora [V]
u_2	napätie na sekundárnej strane transformátora [V]
$u_{2,0}$	výstupné napätie naprázdno [V]
u_2'	primárne napätie prepočítané zo sekundárnej strany transformátora na primárnu [V]
u_{i1}	indukované napätie na primárnej strane transformátora [V]
u_{i2}	indukované napätie na sekundárnej strane transformátora [V]
u_r	napätie na rotore [V]
u_{r_kl}	napätie na rotore v súradniciach kl [V]
u_{rRr_kl}	napätie za odporom rotorového vinutia v súradniciach kl [V]
u_{RRR_kl}	napätie za odporom rotorového vinutia, prepočítané na stator v súradniciach kl [V]
$u_{RRR_ \alpha\beta}$	napätie za odporom rotorového vinutia, prepočítané na stator v súradniciach $\alpha\beta$ [V]
u_s	napätie na statore [V]
$u_{s_ \alpha\beta}$	napätie na statore v súradniciach $\alpha\beta$ [V]
$u_{sRs_ \alpha\beta}$	napätie za odporom statorového vinutia v súradniciach $\alpha\beta$ [V]
$u_{s\alpha}$	zložka statorového napätia v smere osi α [V]
$u_{s\beta}$	zložka statorového napätia v smere osi β [V]
u_x	napätie x-tej cievky elektromagnetického systému [V]
Δu_1	úbytok napätia na vstupnej indukčnosti, vnesený do meraného primárneho obvodu [V]
Δu_2	úbytok napätia na výstupnej indukčnosti [V]
ϑ_k	všeobecný uhol natočenia [$^\circ$]
σ	stupeň voľnosti [-]
ψ_1	spriahnutý magnetický tok na primárnej strane transformátora [Wb]
ψ_2	spriahnutý magnetický tok na sekundárnej strane transformátora [Wb]

ψ_a	spriahnutý magnetický tok statorovej cievky a [Wb]
ψ_A	spriahnutý magnetický tok statorovej cievky A [Wb]
ψ_b	spriahnutý magnetický tok statorovej cievky b [Wb]
ψ_B	spriahnutý magnetický tok statorovej cievky B [Wb]
ψ_c	spriahnutý magnetický tok statorovej cievky c [Wb]
ψ_C	spriahnutý magnetický tok statorovej cievky C [Wb]
ψ_r	spriahnutý magnetický tok rotora [Wb]
ψ_{r_kl}	spriahnutý magnetický tok rotora v súradniciach kl [Wb]
ψ_{r_kl}	spriahnutý magnetický tok rotora v súradniciach kl [Wb]
$\psi_{r_αβ}$	spriahnutý magnetický tok rotora v súradniciach $\alpha\beta$ [Wb]
ψ_s	spriahnutý magnetický tok statora [Wb]
$\psi_{s_αβ}$	spriahnutý magnetický tok statora v súradniciach $\alpha\beta$ [Wb]
$\psi_{s\alpha}$	zložka statorového spriahnutého magnetického toku v smere osi α [Wb]
$\psi_{s\beta}$	zložka statorového spriahnutého magnetického toku v smere osi β [Wb]
ψ_x	spriahnutý magnetický tok x-tej cievky elektromagnetického systému [Wb]
ω_k	všeobecná uhlová rýchlosť [ot min ⁻¹]

1 ÚVOD

V súčasnosti môžeme považovať asynchrónne motory za najrozšírenejšie spotrebiče elektrickej energie. Asynchrónne motory sú prevažne napájané trojfázovým striedavým napätím v zapojení do hviezdy alebo trojuholníka. Tieto stroje môžu dosahovať menovitý výkon jednotiek wattov až stoviek kilowattov. Otáčky asynchrónnych motorov sa pohybujú v rozmedzí od 500 min^{-1} do 3000 min^{-1} . V špeciálnych prípadoch to môže byť viac. Otáčky strojov možno riadiť skokovo, zmenou počtu pólových dvojíc alebo spojitou pomocou frekvenčného meniča.

Pre správne nastavenie riadiaceho algoritmu je nutné poznať matematický model daného stroja. Na základe známych parametrov modelu a reálnych parametrov daného stroja možno optimalizovať riadiaci algoritmus.

V prvej časti práce sú popísané vzťahy medzi jednotlivými veličinami v asynchrónnom stroji. Následne sú dané vzťahy zjednodušené a prevedené do $\alpha\beta$ a kl súradnicového systému, v ktorých sa ďalej využívajú pri zostavení náhradného modelu.

V ďalšej časti práce je odvodený model transformátora v tvare H_u a H_i -matice. Tieto modely slúžia ako základ pre odvodenie H_u a H_i -matice asynchrónneho motora. Na základe odvodených matic je realizovaný model v prostredí MatLab – SIMULINK. Tento model znázorňuje základné vlastnosti stroja a v ďalšej práci bude použitý na návrh riadenia asynchrónneho motora.

2 TEORETICKÁ ČASŤ PRÁCE

2.1 Teória striedavých strojov

Pre matematický popis elektrických strojov je potrebné poznať ich dynamické modely. Preto sa snažíme nájsť čo najjednoduchšiu sústavu diferenciálnych rovníc, ktorá by dostatočne presne popisovala skúmané vlastnosti stroja. Aby bolo možné opísať všetky fyzikálne javy, zavádzajú sa pri modelovaní zjednodušujúce predpoklady:

- statorové aj rotorové vinutie je trojfázové, cievky jednotlivých fáz sú rozložené symetricky pozdĺž vzduchovej medzery - posunuté o $2\pi/3$
- trojfázové vinutie statora aj rotora je spojené do hviezdy bez vyvedeného stredu a platí, že súčet statorových aj rotorových prúdov je nulový
- priebeh magnetickej indukcie pozdĺž vzduchovej medzery je ideálne sínusový, nie je uvažovaný vplyv drážkovania
- uvažujeme magnetický obvod s lineárnou magnetizačnou charakteristikou, indukčnosti sa vplyvom sytenia nemenia
- odpory sú konštantné
- straty v magnetických obvodoch sú nulové

2.1.1 Komplexný priestorový vektor

Na popis jednotlivých statorových veličín sa zavádzajú tzv. priestorové vektory. Takýto postup sa volí pri odvodení náhradného dvojfázového modelu stroja a pre odvodenie regulačných metód vektorovo orientovaného riadenia. Pre priestorový vektor statorového prúdu možno písať

$$\mathbf{i}_{s,\alpha\beta} = \frac{2}{3}(i_a(t)\mathbf{a}^0 + i_b(t)\mathbf{a}^1 + i_c(t)\mathbf{a}^2) \quad (2.1)$$

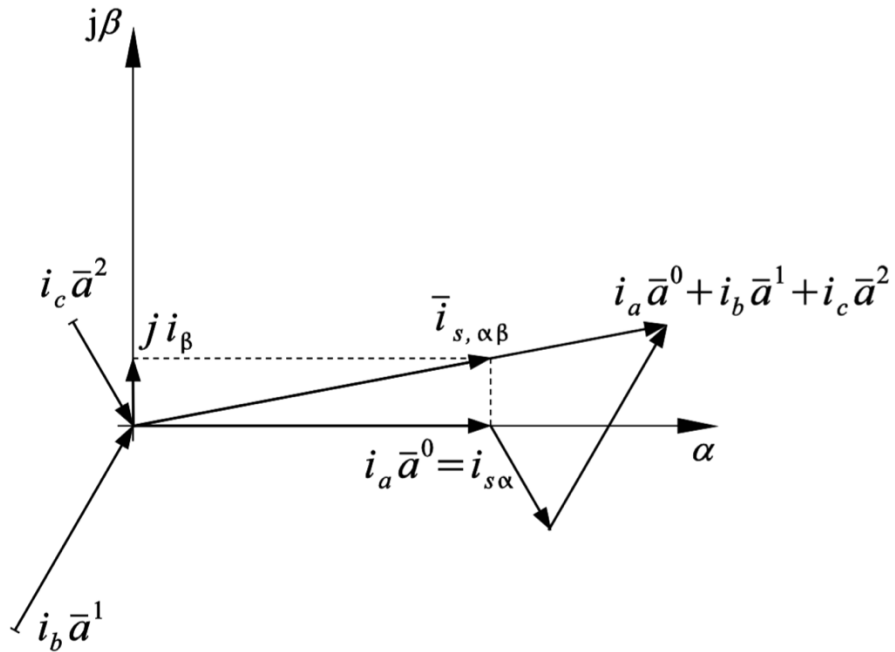
kde

$$\mathbf{a} = e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad (2.2)$$

je komplexný jednotkový vektor a jeho mocniny odpovedajú orientácií osi vinutí jednotlivých fáz.

Konštanta $2/3$ je zavedená, aby maximálna absolútna hodnota fázových veličín zodpovedala veľkosti priestorového vektora danej veličiny. V ustálenom stave zodpovedá veľkosť priestorového vektora veličiny amplitúdam fázových veličín. Dolné indexy s a r identifikujú statorový a rotorový vektor okamžitých hodnôt trojfázových statorových veličín. Na jednoduché a prehľadné indexovanie priestorových vektorov sa používa označenie α a β . Toto označenie definuje súradnicový systém, v ktorom je priestorový vektor popisovaný. Predpokladaný súradnicový systém je zviazaný so statorom, to znamená, že reálna os α je orientovaná v smere osy cievky fázy a .

Okrem priestorových vektorov statorových a rotorových prúdov $\mathbf{i}_s$, $\mathbf{i}_r$ sa zavádza popis priestorovými vektormi pre statorové a rotorové napätia $\mathbf{u}_s$, $\mathbf{u}_r$ a pre spriahnuté magnetické toky statorových a rotorových Ψ_s , Ψ_r . Zložky týchto priestorových vektorov sú potom $i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$, $u_{s\alpha}$, $u_{s\beta}$, $\Psi_{s\alpha}$, $\Psi_{s\beta}$. [1]



Obr. 1: konštrukcia priestorového vektora statorového prúdu (prevzaté z [1])

2.1.2 Clarkova transformácia

Pre odvodenie modelu stroja a realizáciu riadiacich algoritmov pohonov je potrebné definovať transformačné vzťahy medzi fázovými veličinami a priestorovým vektorom v tvaroch vhodných pre výpočty. Vzťahy na výpočet zložiek priestorového vektora z fázových veličín v súradnom systéme $\alpha\beta$ sú označované ako Clarkova transformácia. Jednotlivé zložky možno odvodiť:

$$i_{s\alpha} = \frac{1}{3}(2i_a - i_b - i_c) = i_a \quad (2.3)$$

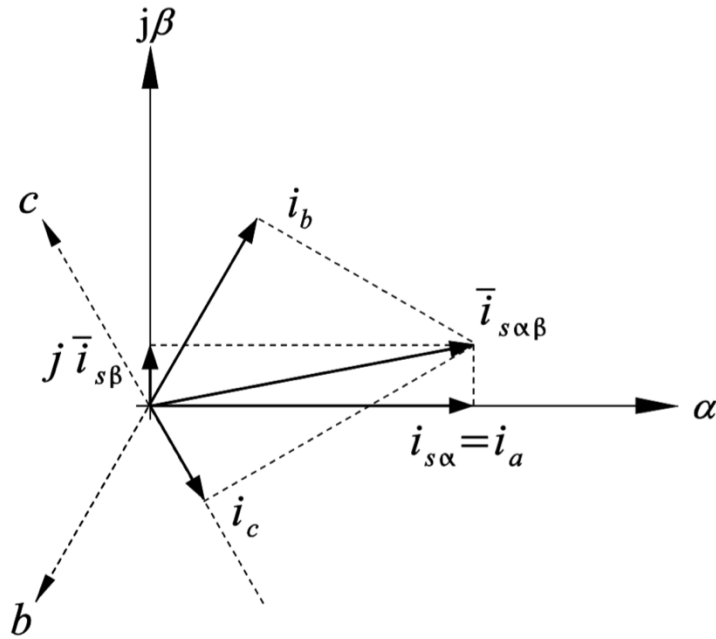
$$i_{s\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_c - i_b) \quad (2.4)$$

Takisto je potrebný prevod zložiek priestorového vektora v stacionárnom súradnom systéme na tri fázové veličiny. Tento prevod sa nazýva Clarkova transformácia a zodpovedá priemetu priestorového vektora do osí jednotlivých cievok a platí: [1]

$$i_a = \text{Re}[\mathbf{i}_s] = i_{s\alpha} \quad (2.5)$$

$$i_b = \text{Re}[\mathbf{i}_s \mathbf{a}^{-1}] = -\frac{1}{2}i_{s\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}i_{s\beta} \quad (2.6)$$

$$i_c = \text{Re}[\mathbf{i}_s \mathbf{a}^{-2}] = -\frac{1}{2}i_{s\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{s\beta} \quad (2.7)$$



Obr. 2: Inverzná Clarkova transformácia (prevzaté z [1])

2.1.3 Parkova transformácia súradnicových systémov

Popisovaný súradnicový systém $\alpha\beta$ je zviazaný so statorom. V praxi je však často potrebná odlišná orientácia súradnicového systému. V prípade vektorovo orientovaného riadenia býva používaný systém spriahnutý s priestorovým vektorom niektorého zo spriahnutých magnetických tokov. Pre analýzu rotorových veličín sa používa systém spriahnutý s rotorom stroja. Pre tieto účely sú potom potrebné vektory vyjadrené v stacionárnych súradniciach transformovať do súradníc pootočených o všeobecný uhol ϑ_K , respektíve rotujúcich uhlovou rýchlosťou ω_K . Ak poznáme natočenie priestorového vektora v stacionárnom súradnicovom systéme, je jeho poloha vo všeobecnom súradnicovom systéme daná:

$$\mathbf{i}_{s_{xy}} = \mathbf{i}_{s_{\alpha\beta}} e^{-j\vartheta_K} \quad (2.8)$$

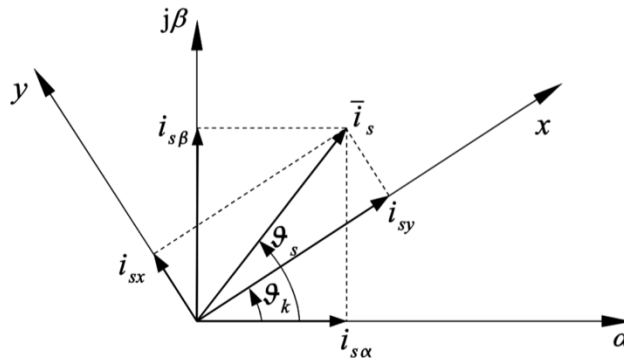
Tento vzťah je označovaný ako Parkova transformácia a jeho maticový zápis je:

$$\begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta_K & \sin \vartheta_K \\ -\sin \vartheta_K & \cos \vartheta_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Rovnako možno vyjadriť spätnú transformáciu z rotujúceho systému do stacionárneho a jej maticový zápis. [1]

$$\mathbf{i}_{s_{\alpha\beta}} = \mathbf{i}_{s_{xy}} e^{j\vartheta_K} \quad (2.10)$$

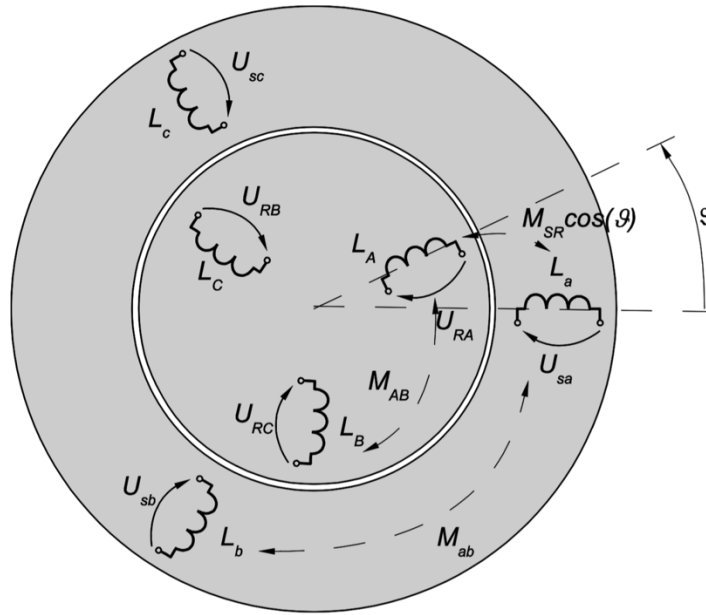
$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta_K & -\sin \vartheta_K \\ \sin \vartheta_K & \cos \vartheta_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$



Obr. 3: Parkova transformácia (prevzaté z [1])

2.2 Asynchrónny stroj

Pri odvodení modelu asynchrónneho stroja uvažujeme trojfázový dvojpólový stroj. Pre odvodenie viacpólového stroja využijeme rovnaký model. Rozdiely sa vyskytujú iba pri výpočte momentu a mechanického výkonu.



Obr. 4: Dvoj pólový trojfázový asynchrónny stroj (prevzaté z [1])

Uvažujeme parametre v stroji:

$L_a = L_b = L_c = L_s$	vlastná indukčnosť vinutí statora
$L_A = L_B = L_C = L_r$	vlastná indukčnosť vinutí rotora
$M_{ab} = M_{bc} = M_{ca} = M_s$	vzájomné indukčnosti dvoch vinutí statora
$M_{AB} = M_{BC} = M_{CA} = M_r$	vzájomné indukčnosti dvoch vinutí rotora

Pri vzájomných indukčnostiach musíme brať ohľad na začiatky a konce vinutí jednotlivých cievok.

$M_{sr} = M_{rs}$	vzájomná indukčnosť odpovedajúcich si fáz statora a rotora
-------------------	--

Tento vzťah platí len pre uhol natočenia rotora $\vartheta=0$.

Pre uhol natočenia rotoru ϑ , platia vzťahy:

$$\begin{aligned} M_{aA} &= M_{Aa} = M_{bB} = M_{Bb} = M_{cC} = M_{Cc} = M_{sr} \cos(\vartheta) \\ M_{aB} &= M_{Ba} = M_{bC} = M_{Cb} = M_{cA} = M_{Ac} = M_{sr} \cos(\vartheta - 2\pi/3) \\ M_{aC} &= M_{Ca} = M_{bA} = M_{Ab} = M_{cB} = M_{Bc} = M_{sr} \cos(\vartheta - 4\pi/3) \end{aligned}$$

Vzhľadom na symetriu predpokladáme odpory jednotlivých vinutí statoru rovnaké. Preto ich označíme R_s . Rovnaký predpoklad použijeme aj na odpory rotorových vinutí a označíme R_r .

Spriahnutý magnetický tok každého vinutia je daný vlastnou indukčnosťou a prúdom pretekajúcim cez cievku, a takisto spriahnutými tokmi okolitých cievok statora a rotora. Na základe týchto predpokladov môžeme pre všetky statorové cievky napísať:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_a & M_s & M_s \\ M_s & L_b & M_s \\ M_s & M_s & L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
&+ M_s \begin{bmatrix} \cos(\vartheta) & \cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\vartheta - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\vartheta) & \cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\vartheta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (2.12)$$

Rovnakým spôsobom dostaneme aj maticový zápis pre spriahnuté toky rotorových cievok.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_A & M_r & M_r \\ M_r & L_B & M_r \\ M_r & M_r & L_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \\
&+ M_r \begin{bmatrix} \cos(\vartheta) & \cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta + \frac{4\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\vartheta + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\vartheta) & \cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\vartheta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (2.13)$$

Ak uvažujeme vinutie bez vyvedeného uzlu a uhol natočenia bude nulový, môžeme zjednodušiť rovnicu spriahnutého toku na tvar:

$$\psi_{a|\vartheta=0|} = (L_a + M_s)i_a + \frac{3}{2}M_{sr}i_A \quad (2.14)$$

Z tohto vyjadrenia zavedieme konštantu hlavná vzájomná indukčnosť

$$M_h = \frac{3}{2}M_{sr} \quad (2.15)$$

Ďalej môžeme zaviesť celkovú indukčnosť statora, ktorá má veľkosť:

$$L_a + M_s = L_b + M_s = L_c + M_s = L_s \quad (2.16)$$

Rovnakým spôsobom vyjadríme spriahnutý tok rotorových cievok a celkovú indukčnosť rotora.

$$\psi_{A|\vartheta=0|} = (L_A + M_r)i_A + \frac{3}{2}M_{sr}i_a \quad (2.17)$$

$$L_A + M_r = L_B + M_r = L_C + M_r = L_r \quad (2.18)$$

V rotačných strojoch je dovolený len jeden stupeň voľnosti, rotácia rotoru okolo axiálnej osy. Ostatné stupne voľnosti sú obmedzené vzájomným uložením statora a rotora. Pri modelovaní a popise dynamických vlastností elektromechanického systému sa vychádza z vyjadrenia jeho silových účinkov. V tomto prípade nie je potrebná znalosť mechanického usporiadania magnetického obvodu. Postačuje iba znalosť indukčností jednotlivých cievok v závislosti na ich vzájomnom pohybe a prípadne znalosť odporu cievok.

Pre x -tú cievku elektromagnetického systému môžeme písať napäťovú rovnicu a rovnicu pre spriahnutý magnetický tok cievky:

$$u_x(t) = R_x i_x(t) + \frac{d\psi_x(t)}{dt} \quad (2.19)$$

$$\psi_x = L_k i_k + \sum_{l=1}^n M_{kl} i_l \quad (2.20)$$

Sčítaním napäťových rovníc jednotlivých cievok a ich dosadením do definičného vzťahu priestorového vektora dostaneme napäťovú rovnicu v komplexnom tvare v súradnicovom systéme spriahnutom so satorom.

$$\mathbf{u}_{s_{\alpha\beta}} = R_s \mathbf{i}_{s_{\alpha\beta}} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{s_{\alpha\beta}}}{dt} \quad (2.21)$$

Rovnakou operáciou získame komplexnú napäťovú rovnicu rotoru.

$$\mathbf{u}_{r_{kl}} = R_r \mathbf{i}_{r_{kl}} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{r_{kl}}}{dt} \quad (2.22)$$

Komplexné rovnice pre spriahnuté magnetické toky s uvažovaným natočením rotora majú tvar:

$$\boldsymbol{\psi}_{s_{\alpha\beta}} = L_s \mathbf{i}_{s_{\alpha\beta}} - M_h \mathbf{i}_{r_{kl}} e^{j\vartheta} \quad (2.23)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{r_{kl}} = -L_r \mathbf{i}_{r_{kl}} + M_h \mathbf{i}_{s_{\alpha\beta}} e^{-j\vartheta} \quad (2.24)$$

Využijeme Parkovu transformáciu a zavedieme $\vartheta_k = \vartheta$, platí $\mathbf{i}_{r_{kl}} e^{j\vartheta} = \mathbf{i}_{r_{\alpha\beta}}$ a $\mathbf{i}_{r_{\alpha\beta}} e^{-j\vartheta} = \mathbf{i}_{s_{kl}}$. Potom pre spriahnuté magnetické toky platí:

$$\boldsymbol{\psi}_{s_{\alpha\beta}} = L_s \mathbf{i}_{s_{\alpha\beta}} - M_h \mathbf{i}_{r_{\alpha\beta}} \quad (2.25)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{r_{kl}} = -L_r \mathbf{i}_{r_{kl}} + M_h \mathbf{i}_{s_{kl}} \quad (2.26)$$

Táto úprava je možná vďaka symetrii vinutí stroja. Získali sme vektorové rovnice pre napätie a spriahnuté magnetické toky. Satorové rovnice sú v satorovom súradnom systéme $\alpha\beta$ a rotorové v rotorovom systéme kl . [1]

2.3 Modely striedavých elektrických strojov

Pri návrhu regulačnej schémy akejkoľvek dynamickej sústavy je potrebné poznať jej model. Nie je tomu inak ani v oblasti regulovaných elektrických pohonov. V tomto prípade tvorí dynamickú sústavu menič, elektrický stroj a poháňaný mechanizmus. Kľúčovou časťou je práve elektrický stroj, v ktorom sa odohrávajú elektromagnetické prechodné a mechanické deje. Model celej tejto dynamickej sústavy je popísaný sústavou diferenciálnych rovníc.

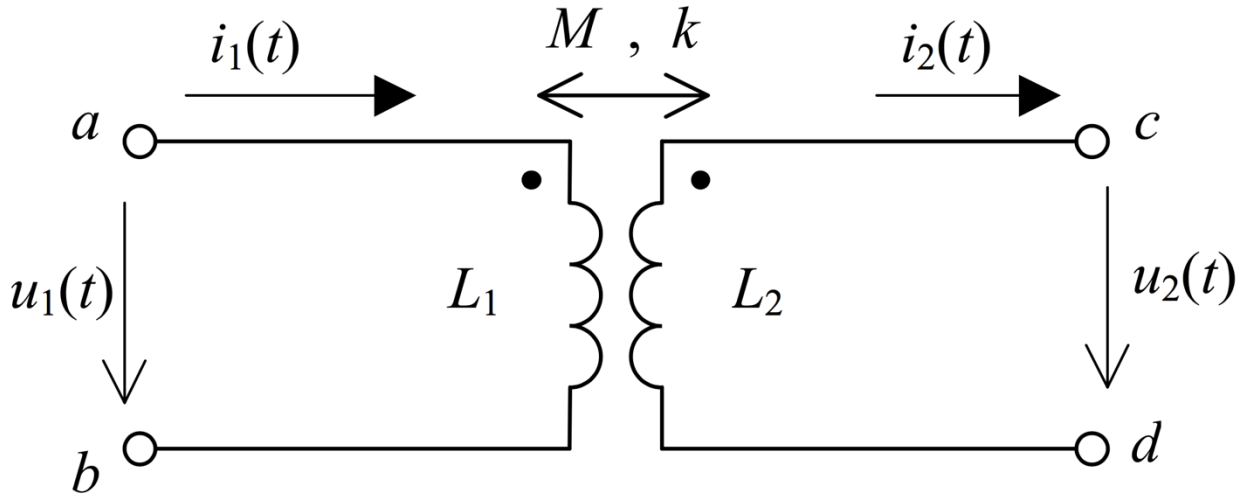
2.3.1 Model transformátoru

Pri popise elektrických rotačných strojov sa uplatňuje vzájomná interakcia magnetických polí satora a rotora. Uvažujeme, že magnetické pole každej tejto časti je vytvárané cievkami umiestnenými na nich. V takomto prípade býva obvykle väčší počet cievok. Najjednoduchšie možno princíp vysvetliť na dvoch cievkach umiestnených v priestore.

Na popísanie jednotlivých dejov v takejto sústave cievok využijeme zjednodušenie trojfázovej sústavy pomocou komplexného priestorového vektora. Toto nám umožní popísať systém menším počtom diferenciálnych rovníc. Na začiatok môžeme takisto zanedbať vzájomné natočenie cievok. Využijeme teda analógiu s transformátorom. [2]

Elektromagnetická väzba cievok umiestnených v priestore je popísaná vzájomnou indukčnosťou a je daná vzťahom:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$



Obr. 5: Model transformátoru (prevzaté z [2])

Orientácie vstupných a výstupných hodnôt signálov na obrázku sú určené vzhľadom na pasívnu záťaž v spotrebičovom režime. Všetky rovnice budú uvádzané vzhľadom k tejto orientácii.

Základnou vlastnosťou pasívnych prenosových sústav je princíp reciprocity. Vďaka tomuto princípu možno dokázať, že vzájomná indukčnosť a činiteľ väzby sú pre oba smery transformátoru rovnaké, $M_{12} = M_{21} = M$, $k_{21} = k_{12} = k$. [2]

2.3.2 Model transformátoru v tvare impedančnej Z-matici

Tento model je priamo totožný so Z-maticou a vychádza z fyzikálnej interpretácie vzájomnej indukčnosti. Základný model je rozšírený o indukované napätia, ktoré vznikajú v protiľahlom vinutí pri prechode prúdu opačným vinutím. Indukované napätie je priamo úmerné derivácií tohto prúdu a vzájomnej indukčnosti M . [2]

Pre okamžité hodnoty Z-maticy platí:

$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - u_{i1}(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} \quad (2.27)$$

$$u_2(t) = u_{i2}(t) - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} = M \frac{di_1(t)}{dt} - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \quad (2.28)$$

Znamienka v rovniciach sú v súlade so zvolenými smermi prúdov a napätí. Integráciou týchto rovníc podľa času, získame Z-maticu transformátoru:

$$\psi_1(t) = \int u_1(t) dt = L_1 i_1(t) - M i_2(t) \quad (2.29)$$

$$\psi_2(t) = \int u_2(t)dt = M i_1(t) - L_2 i_2(t) \quad (2.30)$$

Ak chceme tento matematický model využívať k numerickým výpočtom, musíme rovnice upraviť do základného blokového modelu. To znamená, že neznáme veličiny u_1 a u_2 z ľavej strany rovníc musia prejsť na výstupy blokového modelu. Z tohto dôvodu je nutné považovať prúd i_2 za formálne známú vstupnú veličinu. Prúd bude privedený späťnaväzobne cez blok záťaže na vstup modelu. Pre použitie tohto bloku je dôležité počítať aj s blokom záťaže.

Tento model sa nepoužíva na priame zistenie vlastností transformátoru. Je však veľmi užitočný pre odvodenie modelu transformátoru napätia v tvare H_u -matice a modelu transformátoru prúdu v tvare H_i -matice. [2]

2.3.3 Model transformátoru napätia v tvare hybridnej H_u -matice

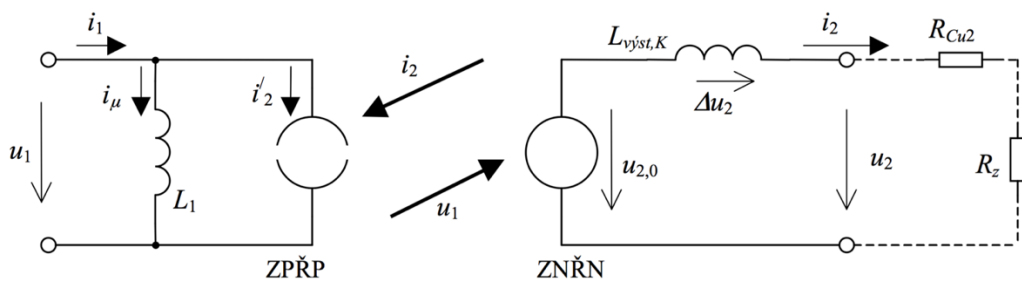
Vzhľadom na časté technické využitie môžeme tento model považovať za najdôležitejší. Základnú sústavu rovníc odpovedajúcich Z -matice algebraicky upravíme a získame: [2]

$$i_1(t) = I_{\mu 0} + \frac{1}{L_1} \int u_1(t)dt + k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} i_2(t) = i_{\mu}(t) + i_2'(t) \quad (2.31)$$

$$u_2(t) = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} u_1(t) - L_2(1 - k^2) \frac{di_2(t)}{dt} = u_{2,0}(t) + \Delta u_2(t) \quad (2.32)$$

Napäťový prenos naprázdno a prúdový prenos nakrátko má tvar:

$$K_{U,21,0} = K_{I,12,K} = \frac{M}{L_1} = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (2.33)$$



Obr. 6: Obvodový model transformátora napätia (prevzaté z [2])

2.3.4 Model transformátoru prúdu v tvare hybridnej H_i -matice

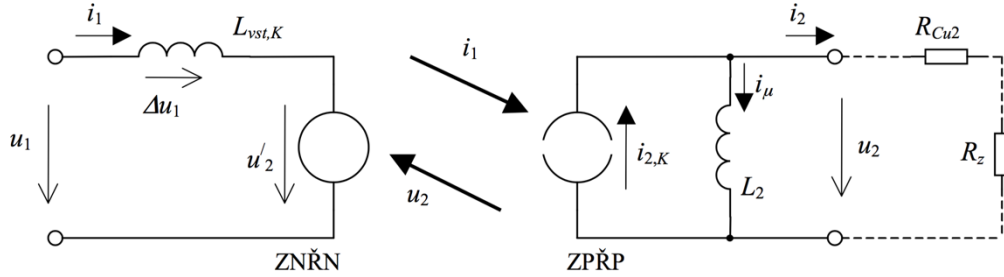
Pomocou tohto modelu je možné objasniť fungovanie prúdového transformátoru. Rovnako ako v prípade H_u matice aj v prípade H_i matice upravíme sústavu rovníc Z -matice a dostaneme: [2]

$$u_1(t) = L_1(1 - k^2) \frac{di_1(t)}{dt} + k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} u_2(t) = \Delta u_1(t) + u_2'(t) \quad (2.34)$$

$$i_2(t) = k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} i_1(t) - \left(I_{\mu 0} + \frac{1}{L_2} \int u_2(t) dt \right) = i_{2,K}(t) - i_{\mu}(t) \quad (2.35)$$

Pre prúdový prenos nakrátko a napäťový prenos naprázdno platí:

$$K_{I,21,K} = K_{U,12,0} = \frac{M}{L_2} = k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (2.36)$$



Obr. 7: Obvodový mode transformátora prúdu (prevzaté z [2])

2.3.5 Náhradné zapojenie

Vytvorenie náhradného zapojenia vychádza z myšlienky priamej separácie rozptylových indukčností mimo transformátor. Obtiažnosť tejto metódy spočíva v tom, že prevod budúceho separovaného transformátoru sa líši od prevodu pôvodného transformátoru. Pokiaľ nie je známy prevod separovaného transformátoru, nie je možné prepočítať sekundárne impedancie na primárnu stranu. Z dôvodu veľmi tesnej väzby môžeme prevod separovaného transformátoru zvoliť rovnaký ako prevod pôvodného transformátoru. U asynchrónneho motora však väzba nie je príliš tesná, preto sa tu môžu vyskytnúť nepresnosti v náhradnom zapojení a takisto aj v matematickom modeli.

Pôvodný transformátor má tri stupne voľnosti. Separovaný model musí mať takisto tri stupne voľnosti. V náhradnom modeli však hľadáme štyri parametre L_{1h} , L_{2h} , $L_{1\sigma}$ a $L_{2\sigma}$. Z toho vyplýva, že riešenie je nejednoznačné s jedným stupňom voľnosti. Je preto nutné jednu veličinu zvoliť a ostatné dopočítať. Výsledné vzťahy pre určenie jednotlivých parametrov sú: [2]

$$L_{\sigma 1} = L_1 \left(1 - \frac{k}{\sigma} \right) \quad (2.37)$$

$$L_{\sigma 2} = L_2 (1 - k\sigma) \quad (2.38)$$

$$L_{h1} = \frac{k}{\sigma} L_1 \quad (2.239)$$

$$L_{h2} = k\sigma L_2 \quad (2.40)$$

Kde σ je parameter, ktorý predstavuje stupeň voľnosti a môže nadobúdať ľubovoľnú hodnotu okrem nuly.

Všetky indukčnosti náhradného modelu môžu vychádzať záporné. Takéto riešenie je formálne správne, ale fyzikálne nerealizovateľné. Ak požadujeme všetky výsledky kladné, musíme zvoliť parameter σ v rozsahu $k \leq \sigma \leq 1/k$.

Ak dosadíme za parameter ktorúkoľvek z krajných hodnôt nerovnosti, bude jedna z rozptylových indukčností nulová. Pre napäťový prevod naprázdno potom platí:

$$K_{h,U,21,0} = \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} = \sigma \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (2.41)$$

Pri tvorbe náhradného zapojenia pre systém dvoch cievok musíme postupovať nasledovne:

- zvolíme parameter σ
- vyjadríme hlavné a rozptylové indukčnosti
- so štvorcom $K_{U,0}$ prepočítame sekundárne parametre $L_{2\sigma}$, R_{Cu2} , R_Z na primárnu stranu ako $L'_{2\sigma}$, R'_{Cu2} , R'_Z .

Pre prepočítané parametre platí: [1]

$$L'_{\sigma 2} = \frac{L_{\sigma 2}}{K_{h,U,21,0}^2} = L_1 \frac{1 - k\sigma}{\sigma^2} \quad (2.42)$$

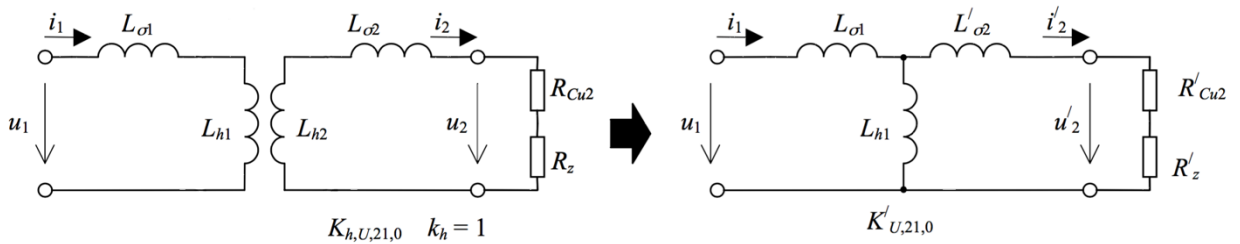
$$R'_Z + R'_{Cu2} = \frac{R_Z + R_{Cu2}}{K_{h,U,21,0}^2} = (R_Z + R_{Cu2}) \frac{L_1}{\sigma^2 L_2} \quad (2.43)$$

$$K'_{U,21,0} = \frac{L_{h1}}{L_{h1} + L_{\sigma 1}} = \frac{k}{\sigma} \quad (2.44)$$

$$L'_{vst,K} = L_{\sigma 1} + \frac{L'_{\sigma 2} L_{h1}}{L'_{\sigma 2} + L_{h1}} = L_1 (1 - k^2) = L_{vst,K} \quad (2.45)$$

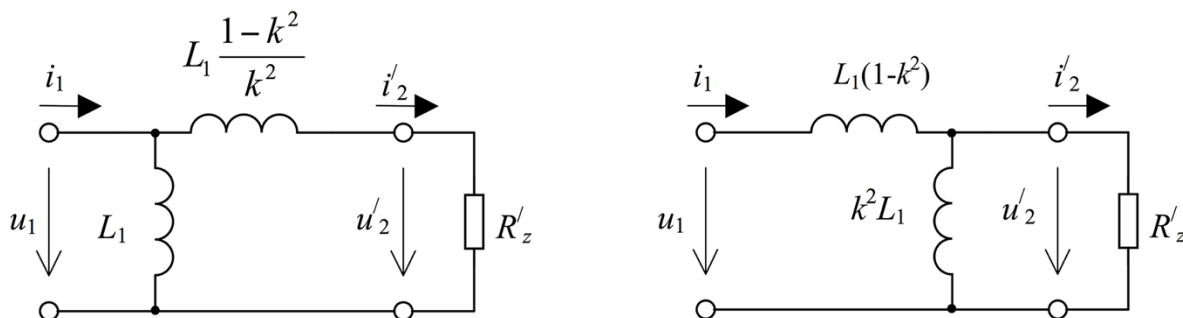
$$L'_{v'_{st,K}} = L'_{\sigma 2} + \frac{L_{\sigma 1} L_{h1}}{L_{\sigma 1} + L_{h1}} = L_1 \frac{1 - k^2}{\sigma^2} \quad (2.46)$$

Vzhľadom na nejednoznačnosť separácie rozptylových indukčností, obdržíme nejednoznačné náhradné zapojenie v tvare T-článku.



Obr. 8: Prechod od náhradného modelu dvoch cievok so separovanými indukčnosťami k náhradnému zapojeniu (prevzaté z [2])

Ak za parameter σ zvolíme ktorúkoľvek z krajných hodnôt intervalu, dostaneme náhradné zapojenie Γ -článku, alebo inverzného Γ -článku.



Obr. 9: Náhradné zapojenie dvoch cievok a) v tvare Γ -článku, b) v tvare T -článku (prevzaté z [2])

Parametre náhradného zapojenia získame meraním impedancií stroja naprázdno a nakrátko. Stroj je pri meraní napájaný zo zdroja napätia a tomuto spôsobu napájania odpovedá náhradné zapojenie v tvare Γ -článku.

V druhom prípade má zapojenie 'I-článku teoretický význam pre odvodenie metód riadenia asynchrónneho stroja s orientáciou na rotorový tok pri napájaní meničom s prúdovými regulačnými slučkami. Z 'I-článku možno získať prehľadnejšie napäťové rovnice asynchrónneho stroja, z ktorých sú potom zrejmé významy jednotlivých členov, ktoré korešpondujú s náhradným zapojením v tvare 'I-článku. [2]

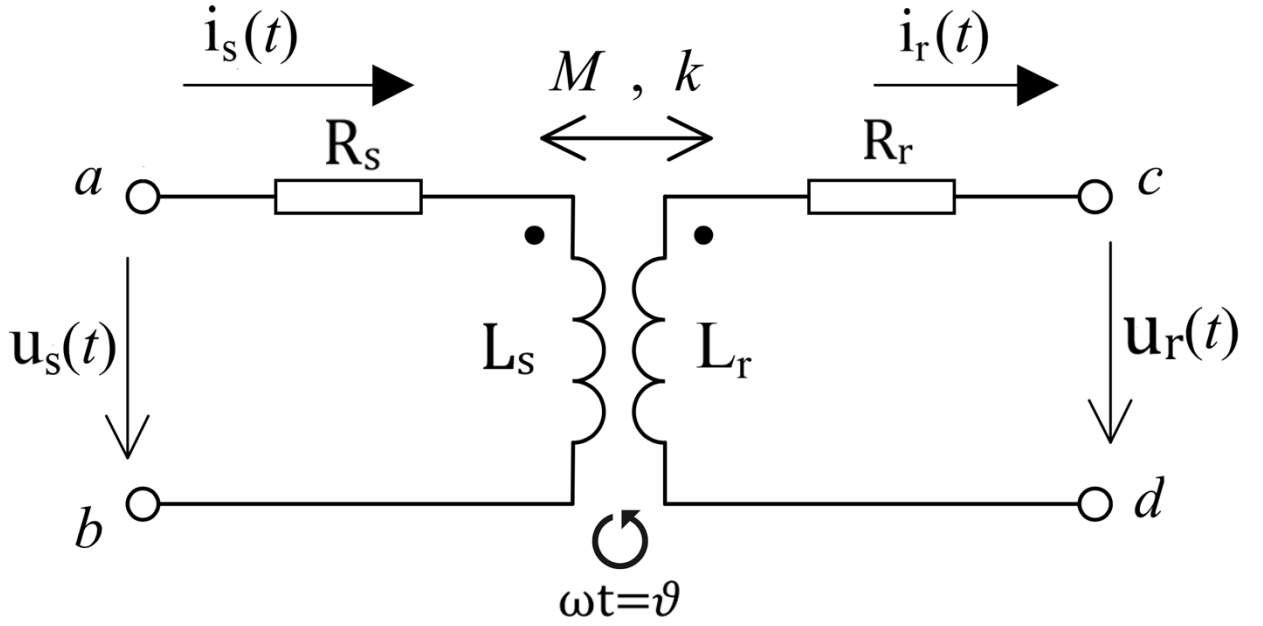
2.4 Model asynchrónneho motora

Na vyjadrenie H_u a H_i -matice asynchrónneho motora využijeme analógiu s maticami transformátoru.

Modifikujeme sústavu dvoch cievok (transformátora) o vzájomnú rotáciu cievok. Z analógie medzi transformátorom a asynchrónnym motorom vidíme, že medzi satorom a rotorom dochádza k rovnakej transformácii veličín ako v transformátore. Súčasne dochádza k transformácii veličín v dôsledku pohybu cievok.

Pre vyjadrenie rovníc matíc budeme vychádzať z analógie s transformátorom. Na začiatok myšlienkovy presunieme satorový a rotorový odpor mimo tzv. rotačný transformátor. Táto úprava je možná, pretože úbytky napätia na daných odporoch nemajú vplyv na transformačný proces. Na základe tejto úpravy môžeme považovať napätie za odporom satorového vinutia za totožné z napätím na satore $\mathbf{u}_{s_\alpha\beta} = \mathbf{u}_{sRs_\alpha\beta}$. To isté platí aj pre napätie za odporom rotorového vinutia a napätie rotora $\mathbf{u}_{r_kl} = \mathbf{u}_{rRr_kl}$.

Veličiny L_s a L_r reprezentujú indukčnosti satorového a rotorového vinutia. Úbytok napätia na týchto indukčnostiach umožňuje transformáciu z $\alpha\beta$ súradníc do kl , v prípade H_u -matice a z kl do $\alpha\beta$ v prípade H_i -matice.



Obr. 10: Model asynchrónneho motora

2.4.1 Model asynchrónneho motora založený na H_u -matici

Vychádzame z rovníc rotorového a statorového napätia, pričom sa snažíme vyjadriť statorový prúd a rotorové napätie.

$$\mathbf{u}_{s_αβ} = L_s \frac{d\mathbf{i}_{s_αβ}}{dt} - M_h \frac{d\mathbf{i}_{r_αβ}}{dt} \quad (2.47)$$

Postupnými úpravami vyjadríme z rovnice statorový prúd.

$$\frac{d\mathbf{i}_{s_αβ}}{dt} = \frac{1}{L_s} \mathbf{u}_{sRs_αβ} + \frac{M_h}{L_s} \frac{d\mathbf{i}_{r_kl} e^{j\vartheta}}{dt} \quad (2.48)$$

$$\mathbf{i}_{s_αβ} = \frac{1}{L_s} \int \mathbf{u}_{sRs_αβ} dt + \frac{M_h}{L_s} \mathbf{i}_{r_kl} e^{j\vartheta} \quad (2.49)$$

$$\mathbf{i}_{s_αβ} = \frac{1}{L_s} \int \mathbf{u}_{sRs_αβ} dt + k \sqrt{\frac{L_r}{L_s}} e^{j\vartheta} \mathbf{i}_{r_kl} \quad (2.50)$$

Pre rotorové napätie platí:

$$\mathbf{u}_{r_kl} = -L_r \frac{d\mathbf{i}_{r_kl}}{dt} + M_h \frac{d\mathbf{i}_{s_kl}}{dt} \quad (2.51)$$

Vyjadríme napätie na odpore rotora:

$$\mathbf{u}_{rRr_kl} = -L_r \frac{d\mathbf{i}_{r_kl}}{dt} + M_h \frac{d\mathbf{i}_{s_αβ} e^{-j\vartheta}}{dt} \quad (2.52)$$

$$\mathbf{u}_{rRr_kl} = -L_r \frac{d\mathbf{i}_{r_kl}}{dt} + M_h \frac{d}{dt} \left(\left(\frac{1}{L_s} \int \mathbf{u}_{s_αβ} dt + \frac{M_h}{L_s} \mathbf{i}_{r_kl} e^{j\vartheta} \right) e^{-j\vartheta} \right) \quad (2.53)$$

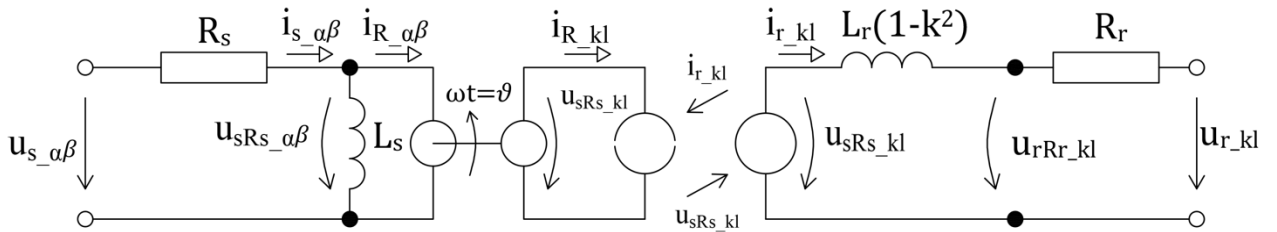
$$\mathbf{u}_{rRr_kl} = -L_r \frac{d\mathbf{i}_{r_kl}}{dt} + \frac{M_h}{L_s} \frac{d}{dt} \left(\int \mathbf{u}_{s_αβ} dt e^{-j\vartheta} + M_h \mathbf{i}_{r_kl} \right) \quad (2.54)$$

$$\mathbf{u}_{rRr_kl} = \left(\frac{M_h^2}{L_s} - L_r \right) \frac{d\mathbf{i}_{r_kl}}{dt} + \frac{M_h}{L_s} \frac{d}{dt} \left(\int \mathbf{u}_{s_αβ} dt e^{-j\vartheta} \right) \quad (2.55)$$

$$\mathbf{u}_{rRr_kl} = k \sqrt{\frac{L_r}{L_s}} \frac{d}{dt} \left(\int \mathbf{u}_{s_αβ} dt e^{-j\vartheta} \right) - L_r (1 - k^2) \frac{d\mathbf{i}_{r_kl}}{dt} \quad (2.56)$$

H_u -matica má potom tvar:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s_αβ} \\ \mathbf{u}_{rRr_kl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} \int dt & k \sqrt{\frac{L_r}{L_s}} e^{j\vartheta} \\ k \sqrt{\frac{L_r}{L_s}} \frac{d}{dt} \left(\int () dt e^{-j\vartheta} \right) & -L_r (1 - k^2) \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{sRs_αβ} \\ \mathbf{i}_{r_kl} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$



Obr. 11: Model asynchrónneho motora podľa H_u -matice s rešpektovaním R_s a R_r

Tento model zobrazuje skutočné pomery asynchrónneho stroja v jeho významných uzloch. Je vhodný hlavne pre ASM s vinutým rotorom, kde sme schopní jednoznačne určiť všetky jeho parametre na základe merania. Súčasne tento model predstavuje tzv. Γ -článok. Je vhodný na modelovanie ASM napájaného z napäťového zdroja a z hľadiska riadenia sa používa pre odvodenie algoritmu zameraného na satorový tok.

U ASM s kotvou nakrátko má tento model taktiež svoj význam, ktorý je však obmedzený nejednoznačnosťou parametrov rotora, ktorý možno modelovať nekonečným množstvom spôsobov.

Pre ASM s kotvou nakrátko má význam uvažovať rotorové veličiny prepočítané na stator.

2.4.2 Model asynchrónneho motora založený na H_i -matici

Pri odvodení H_i -matice vychádzame z rovnakých predpokladov ako v predošlom prípade. V tomto prípade vyjadríme napätie na statore a prúd v rotore.

$$\mathbf{u}_{s_αβ} = L_s \frac{d\mathbf{i}_{s_αβ}}{dt} - M_h \frac{d\mathbf{i}_{r_kl}}{dt} \quad (2.58)$$

$$\mathbf{u}_{sRs_αβ} = L_s \frac{d\mathbf{i}_{s_αβ}}{dt} - M_h \frac{d\mathbf{i}_{r_kl} e^{j\vartheta}}{dt} \quad (2.59)$$

$$\mathbf{u}_{sRs_αβ} = L_s \frac{d\mathbf{i}_{s_αβ}}{dt} + M_h \frac{d}{dt} \left(\left(\frac{1}{L_r} \int \mathbf{u}_{rRr_kl} dt - \frac{M_h}{L_r} \mathbf{i}_{s_αβ} e^{-j\vartheta} \right) e^{j\vartheta} \right) \quad (2.60)$$

(2.61)

(2.62)

(2.63)

Rotorový prúd:

(2.64)

(2.65)

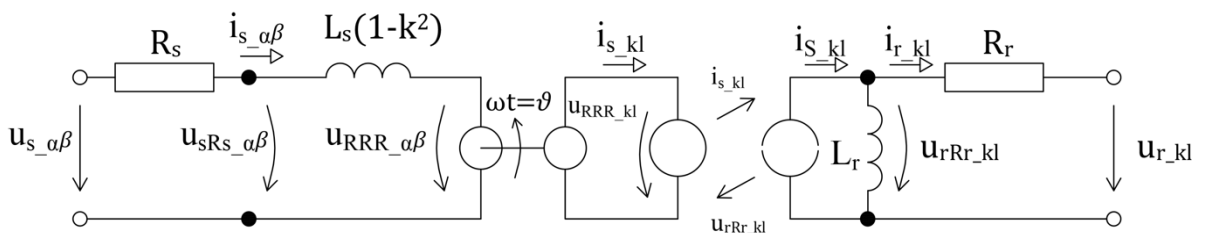
(2.66)

(2.67)

Celá matica má tvar:

(2.68)

Na základe odvodenej matice môžeme nakresliť schému náhradného zapojenia.



Obr. 12: Model asynchrónneho motora podľa Hi-matice s rešpektovaním R_s a R_r

V prípade H_u aj H_i – matice v ustálenom stave platí, že satorový aj rotorový tok majú v súradniciach $\alpha\beta$ a kl rovnakú amplitúdu, líšia sa len v uhle vektora. Možno napísať:

(2.69)

(2.70)

Takisto platí:

$$\mathbf{u}_{RRR_αβ} = j\omega_s \psi_r \quad (2.71)$$

$$\mathbf{u}_{RRR_kl} = j(\omega_s - \omega) \psi_r \quad (2.72)$$

Po dosadení dostaneme:

$$\mathbf{u}_{RRR_kl} = \mathbf{u}_{RRR_αβ} \left(\frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \right) = \mathbf{u}_{RRR_αβ} s \quad (2.73)$$

Z toho jasne vidieť, že prepočet napätia zo súradníc $\alpha\beta$ do kl je priamo úmerný sklzu.

3 PRAKTICKÁ ČÁST PRÁCE

Na základe odvodených vzťahov boli v prostredí MatLab SIMULINK zostavené modely. Na začiatok bol realizovaný model transformátoru v podobe gama článku a inverzného gama článku. Tieto modely neskôr poslúžili ako základ pri vytvorení modelu asynchrónneho motora.

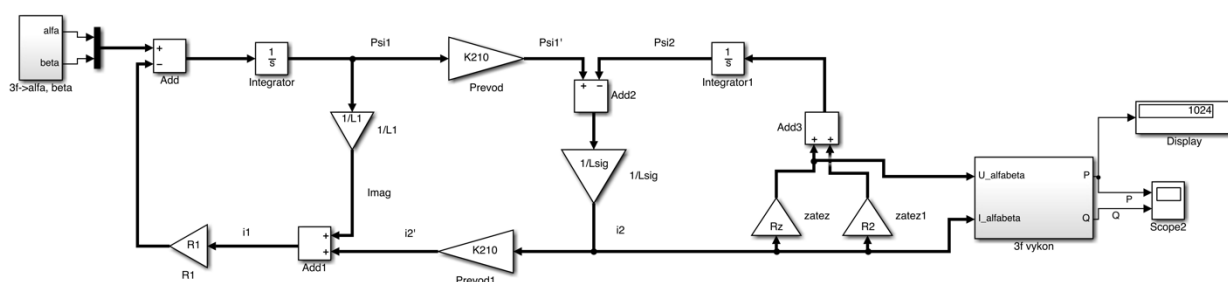
3.1 Model transformátoru

Pri analýze transformátoru bol použitý model v podobe gama článku a inverzného gama článku. V oboch prípadoch boli použité rovnaké parametre transformátoru.

Pri simulácii bol použitý odpor primárneho vinutia s hodnotou $R_1 = 10 \, \Omega$ a odpor sekundárneho vinutia s hodnotou $R_2 = 5 \, \Omega$. Transformačný pomer $K_{210} = 0.5$. Veľkosť indukčnosti primárneho vinutia bola $L_1 = 300 \, \text{mH}$ a rozptylová indukčnosť $L_\sigma = 10 \, \text{mH}$.

Následne bol určený činiteľ väzby $k = 0,9393$, indukčnosť na sekundárnej strane $L_2 = 85 \, \text{mH}$ a rozptylová indukčnosť pre inverzný gama článok $L_{\sigma_inv} = 35,3 \, \text{mH}$.

Model v podobe gama článku sa správa ako primárna strana obvodového modelu transformátoru napätia. Tento model sa preto používa v prípade, že je transformátor, alebo asynchrónny motor napájaný zdrojom napätia.



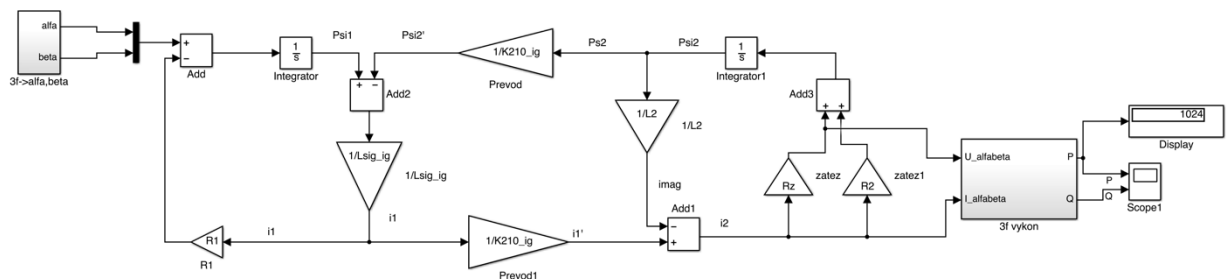
Obr. 13: Model transformátora v podobe gama článku

Na vstupe do modelu sa nachádza blok, ktorý generuje striedavé trojfázové napájacie napätie 230 V, 50 Hz, ktoré je následne prepočítané do súradníc $\alpha\beta$. Od napájacieho napätia je odčítaný úbytok napätia na odpore primárneho vinutia. Pomocou integrácie dostaneme z tohto napätia spriahnutý magnetický tok ψ_1 . Po vydelení toku indukčnosťou L_1 určíme magnetizačný prúd i_{mag} . Súčasne je tok ψ_1 prepočítaný pomocou prevodu transformátoru na sekundárnu stranu. Dostávame tok ψ_1' .

Na sekundárnej strane transformátoru sa nachádza odpor R_2 reprezentujúci odpor sekundárneho vinutia a odpor R_z reprezentujúci odpor záťaže. Prechodom prúdu i_2 vzniknú na odporoch úbytky napätia. Sčítaním úbytkov napätia a následnou integráciou získame magnetický tok ψ_2 . Odčítaním ψ_2 od ψ_1 a následným delením rozptylovou indukčnosťou L_σ dostaneme prúd i_2 . Sekundárny prúd vytvára úbytky napätia na odporoch R_2 a R_z a súčasne je transformovaný cez prevod transformátora na primárnu stranu. Sčítaním transformovaného prúdu i_2' a prúdu i_{mag} dostaneme prúd primárnej strany i_1 , ktorý spôsobí úbytok napätia na odpore primárneho vinutia R_1 .

Na výstupe transformátoru sa nachádza blok pomocou ktorého je výkon transformátoru. Do bloku vstupuje napätie a prúd v $\alpha\beta$ súradniciach a na výstupe je činný a jalový výkon.

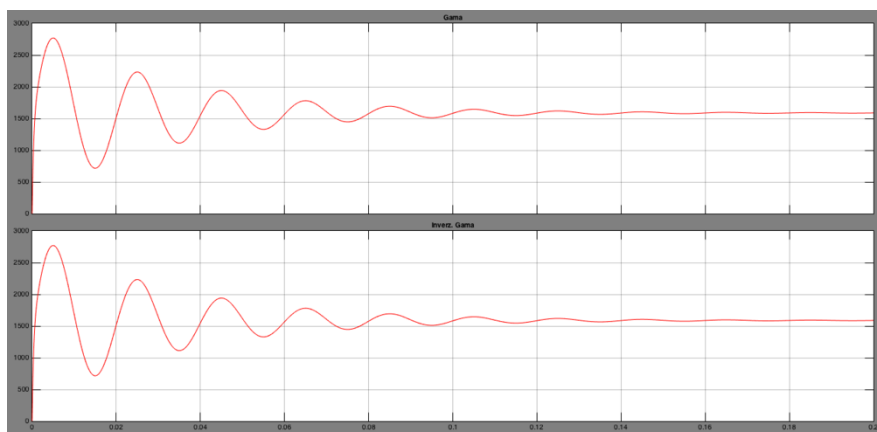
V prípade inverzného gama článku sa model správa ako primárna strana obvodového modelu transformátora prúdu. Tento model je vhodné použiť v prípade, že je transformátor, alebo asynchrónny motor napájaný zdrojom prúdu. Alebo v prípade podriadenej prúdovej slučky vo vektorovom riadení.



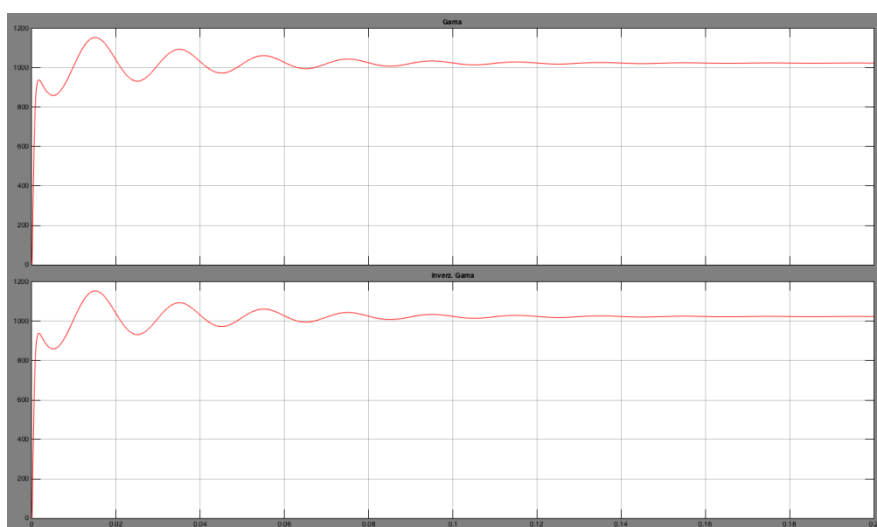
Obr. 14: Model transformátora v podobe inverzného gama článku

Vstup modelu inverzného gama článku je rovnaký ako v prípade gama článku. Od napájacieho napätia je odčítaný úbytok napätia na odpore primárneho vinutia R_1 . Integráciou získame spriahnutý magnetický tok ψ_1 . Od neho je odčítaný tok ψ_2' . Výsledný tok je vydelený rozptylovou indukčnosťou L_σ , čím získame prúd i_1 . Tento prúd vytvára úbytok napätia na R_1 zároveň je transformovaný cez prevod transformátora na i_1' , od ktorého je odčítaný magnetizačný prúd i_{mag} , čím sme získali prúd i_2 . Prúd i_2 spôsobí úbytok napätia na odporoch R_2 a R_z . Úbytky sú sčítané a následnou integráciou dostaneme tok ψ_2 . Tento tok je transformovaný cez prevod transformátora na ψ_2' súčasne je podelený indukčnosťou L_2 , čím dostaneme magnetizačný prúd i_{mag} .

Na výstupe sa takisto nachádza blok na výpočet výkonu transformátora. Z priebehov výkonu je vidieť, že v oboch prípadoch sa činný výkon na primárnej strane ustáli na hodnote 1588 W a výkon na záťaži sa ustáli na hodnote 1024 W. Z toho vyplýva, že oba modely transformátoru dávajú rovnaké výsledky, v prípade, že sú použité rovnaké parametre a záťaž. Rozdiel je len v použití modelu v aplikáciách s napájacím napätím alebo prúdom.



Obr. 15: Porovnanie výkonu na primárnej strane transformátora v podobe gama článku a inverzného gama článku



Obr. 16: Porovnanie výkonu na sekundárnej strane transformátora v podobe gama článku a inverzného gama článku

3.2 Model asynchrónneho motora

Pôvodný model transformátora v podobe gama článku bol upravený na model asynchrónneho motora s kotvou nakrátko. Model transformátora bol doplnený o bloky umožňujúce prepočet veličín zo súradníc $\alpha\beta$ do kl a opačne. K tomuto prevodu je potrebné poznať uhol natočenia. Tento uhol bol určený integráciou otáčok. Otáčky sú určené z momentu.

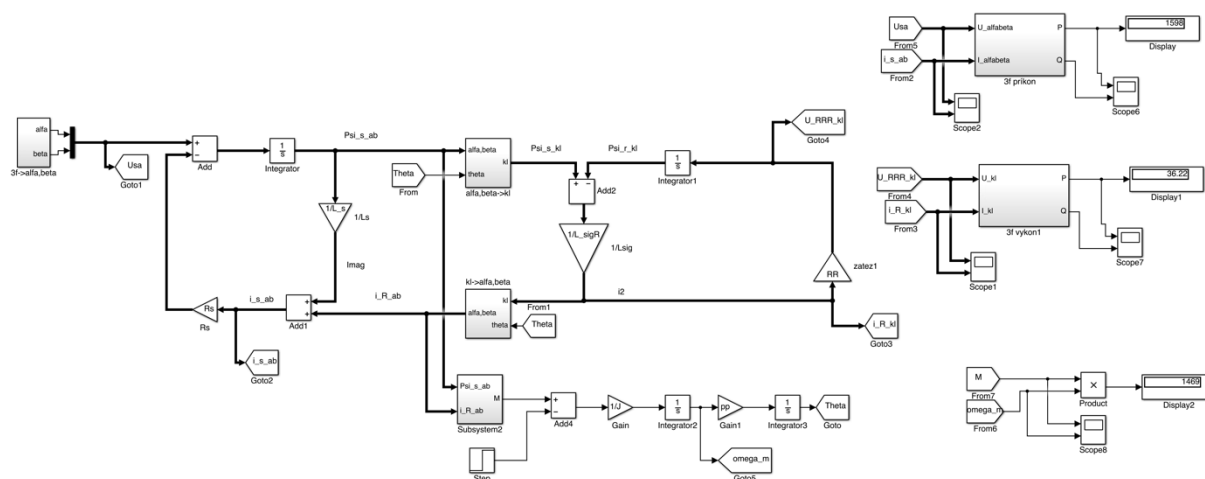
Pre výpočet momentu bol použitý blok, ktorý používa na výpočet momentu jednoduchý vzťah:

$$M = \frac{3}{2} p_p \operatorname{Re}[j\psi_s i_s^*] = \frac{3}{2} p_p \operatorname{Im}[i_s \psi_s^*] \quad (3.1)$$

Na motor bola v čase 2,5 s pripojená záťaž o veľkosti 5 Nm.

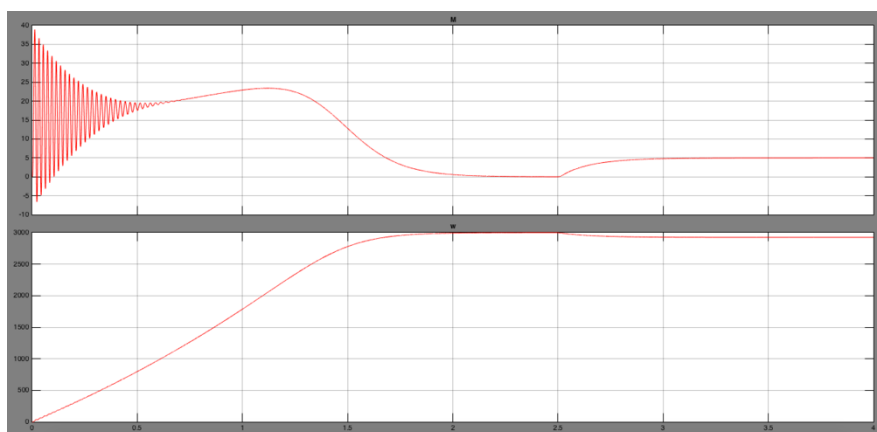
Počas simulácie bol motor napájaný trojfázovým napätím 230 V, 50 Hz. Odpor statorového vinutia motora je $R_s = 3,2 \, \Omega$, odpor rotorového vinutia $R_R = 2,366 \, \Omega$. Indukčnosť statorového vinutia $L_s = 359,78 \, \text{mH}$ a indukčnosť $L_\sigma = 21,397 \, \text{mH}$. Hodnota momentu zotrvačnosti bola použitá $J = 0,1 \, \text{kgm}^2$. Jedná sa o dvoj pólový motor, teda počet pól párov $p_p = 1$.

V čase 2,5 s bola na motor pripojená záťaž o veľkosti 5 Nm.



Obr. 17: Model asynchrónneho motora v podobe gama článku

Keďže model reprezentuje motor, ktorého parametre poznáme na základe merania, v simulácii sa nevyskytuje prevod tak ako v transformátore. Všetky hodnoty na rotorovej strane sú prepočítané cez prevod na statorovú stranu.



Obr. 18: Priebeh momentu a otáčok asynchrónneho motora

Na základe priebehu momentu a otáčok môžeme tento model považovať za správny. Z uvedených charakteristík vidieť, že priebehy odpovedajú reálnemu motoru. Mechanický výkon na hriadieli sa po pripojení záťaže ustáli na hodnote 1531 W a otáčky na hodnote 2924 ot/min⁻¹.

3.3 Metódy riadenia striedavých pohonov

Pre napájanie asynchrónnych strojov môžu byť použité rôzne možnosti riadenia, ktoré umožňujú nezávislé riadiť moment a magnetický tok daného stroja.

Najpoužívanejšími možnosťami riadenia sú riadenie s konštantným pomerom napätia a frekvencie, teda skalárne riadenie a riadenie magnetického toku, vektorové riadenie.

3.4 Odvodenie náhradnej schémy v podobe gama článku a inverzného gama článku

V mnohých aplikáciách nie je rozhodujúce riadenie momentu a otáčok. Väčší dôraz sa kladie na dynamický výkon stroja. V týchto prípadoch sa používa riadenie s konštantným pomerom napätia ku frekvenciám. Takýmto riešením získame jednoduché analógové riadenie, ktoré bolo široko rozšírené pred príchodom digitálnych možností riadenia.

Na realizáciu takéhoto typu riadenia je potrebné poznať vektor statorového napätia. Jeho veľkosť a uhol nájdeme jednoducho, využitím transformácie do dq osí a následným vyjadrením veľkosti napätia v jednotlivých osiach.

Pri odvodení riadiacich charakteristík vychádzame z rovníc H_u a H_i matice. Pre náhradnú schému v tvare gama článku platí:

$$\mathbf{u}_s = R_s \mathbf{i}_{s_\alpha\beta} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{s_\alpha\beta}}{dt} \quad (3.2)$$

$$\boldsymbol{\psi}_s = \boldsymbol{\psi}_{R_ \alpha\beta} + L_{\sigma r} \mathbf{i}_{R_ \alpha\beta} \quad (3.3)$$

$$\frac{\boldsymbol{\psi}_s}{L_s} = \mathbf{i}_s - \mathbf{i}_R \quad (3.4)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_{R_kl}}{dt} = R_R \mathbf{i}_{R_kl} \quad (3.5)$$

Dané rovnice následne transformujeme to dq súradnicového systému a vyjadríme statorové napätie.

$$\mathbf{u}_{s_dq} = R_s \mathbf{i}_{s_dq} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{s_dq}}{dt} + j\omega_s \boldsymbol{\psi}_{s_dq} \quad (3.6)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_{R_dq}}{dt} = R_s \mathbf{i}_{s_dq} - j(\omega_s - \omega) \boldsymbol{\psi}_{R_dq} \quad (3.7)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{s_dq} = \boldsymbol{\psi}_{R_dq} + L_{\sigma r} \mathbf{i}_{R_dq} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{u}_{s_dq} = R_s \mathbf{i}_{s_dq} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{R_dq}}{dt} + L_{\sigma r} \frac{d\mathbf{i}_{R_dq}}{dt} + j\omega_s \boldsymbol{\psi}_{R_dq} + j\omega_s L_{\sigma r} \mathbf{i}_{R_dq} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{s_dq} = R_s \mathbf{i}_{s_dq} + R_R \mathbf{i}_{R_dq} - j(\omega_s - \omega) \boldsymbol{\psi}_{R_dq} + j\omega_s \boldsymbol{\psi}_{R_dq} + L_{\sigma r} \frac{d\mathbf{i}_{R_dq}}{dt} \\ + j\omega_s L_{\sigma r} \mathbf{i}_{R_dq} \end{aligned} \quad (3.10)$$

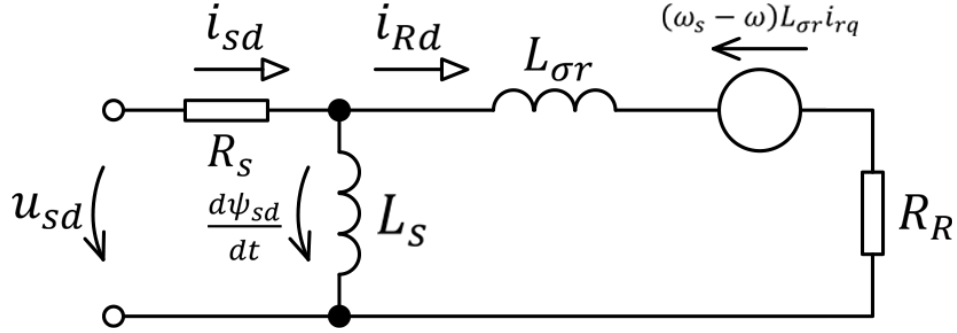
$$\boldsymbol{\psi}_{R_dq} = \boldsymbol{\psi}_{s_dq} - L_{\sigma r} \mathbf{i}_{R_dq} \quad (3.11)$$

Výsledný vzťah pre statorové napätie po úpravách bude:

$$\mathbf{u}_{s_dq} = R_s \mathbf{i}_{s_dq} + R_R \mathbf{i}_{R_dq} + j(\omega_s - \omega) L_{\sigma r} \mathbf{i}_{R_dq} + L_{\sigma r} \frac{d\mathbf{i}_{R_dq}}{dt} + j\omega \boldsymbol{\psi}_{s_dq} \quad (3.12)$$

Aby sme vedeli čo najjednoduchšie určiť veľkosť a smer satorového napätia, vyjadríme zložky tohto napätia zvlášť pre os d a zvlášť pre os q. Za predpokladu, že $\psi_{sd} = \psi_s$ a $\psi_s = 0$ pre os d platí:

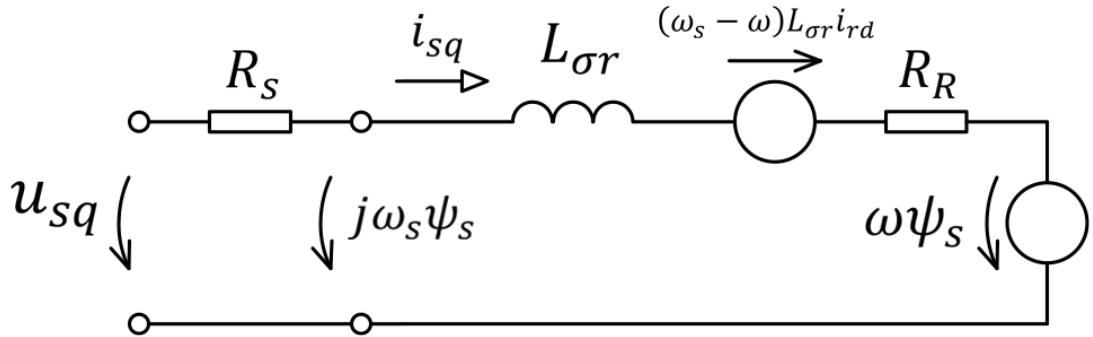
$$u_{s_d} = R_s i_{s_d} + \frac{d\psi_{s_d}}{dt} = R_s i_{s_d} + L_{\sigma r} \frac{di_{R_d}}{dt} - (\omega_s - \omega) L_{\sigma r} i_{R_q} + R_R i_{R_d} \quad (3.13)$$



Obr. 19: Náhradná schéma gama článku v osi d

Pre os q platí:

$$u_{s_q} = R_s i_{s_q} + L_{\sigma r} \frac{di_{R_q}}{dt} + (\omega_s - \omega) L_{\sigma r} i_{R_d} + R_R i_{R_q} + \omega \psi_s \quad (3.14)$$



Obr. 20: Náhradná schéma gama článku v osi q

Ako môžeme vidieť z náhradnej schémy, platí $i_{s_q} = i_{R_q}$.

Pri odvodení odvodu satorového napätia pre model v tvare inverzného gama článku vychádzame z nasledujúcich vzťahov:

$$\mathbf{u}_s = R_s \mathbf{i}_{s_{\alpha\beta}} + L_{\sigma s} \frac{d\mathbf{i}_{s_{\alpha\beta}}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{R_{\alpha\beta}}}{dt} \quad (3.15)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_{R_{kl}}}{dt} = R_R \mathbf{i}_{R_{kl}} \quad (3.16)$$

$$\frac{\boldsymbol{\psi}_{R_{kl}}}{L_R} = \mathbf{i}_{s_{kl}} - \mathbf{i}_{R_{kl}} \quad (3.17)$$

Tieto vzťahy, rovnako ako v prípade gama článku, transformujeme do dq súradnicového systému.

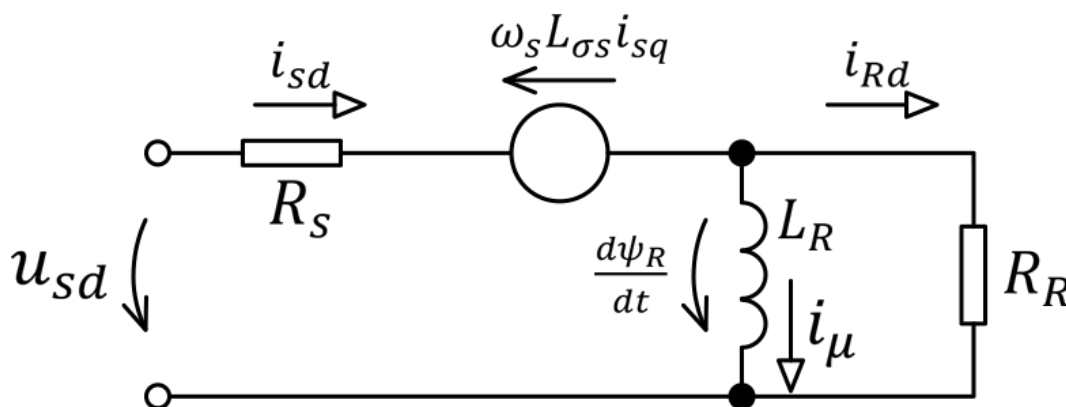
$$u_{s_dq} = R_s i_{s_dq} + L_{\sigma s} \frac{di_{s_dq}}{dt} + j\omega_s L_{\sigma s} i_{s_dq} + \frac{d\psi_{R_dq}}{dt} + j\omega_s \psi_{R_dq} \quad (3.18)$$

$$\frac{d\psi_{R_dq}}{dt} = R_R i_{R_dq} - j(\omega_s - \omega) \psi_{R_dq} \quad (3.19)$$

Zavedením predpokladu $\psi_{Rd} = \psi_R$ a $\psi_{Rq} = 0$. Potom môžeme pre d os písať:

$$u_{s_d} = R_s i_{s_d} + L_{\sigma s} \frac{di_{s_d}}{dt} = \omega_s L_{\sigma s} i_{s_q} + R_R i_{R_d} \quad (3.20)$$

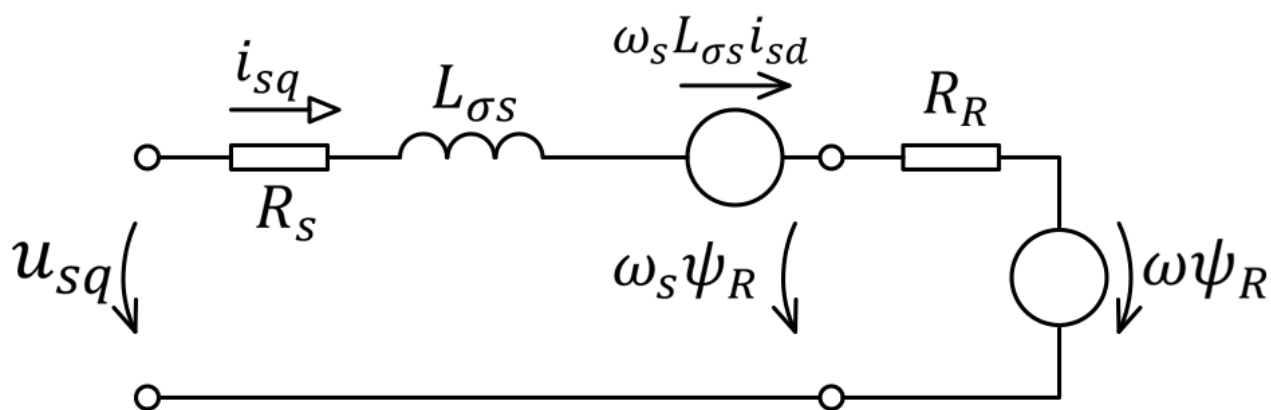
$$i_{\mu} = i_{s_d} - i_{R_d} = \frac{\psi_R}{L_R} \quad (3.21)$$



Obr. 21: Náhradná schéma inverzného gama článku v osi d

Pre napätie v smere osi q platí:

$$u_{s_q} = R_s i_{s_q} + L_{\sigma s} \frac{di_{s_q}}{dt} + \omega_s L_{\sigma s} i_{s_d} + R_R i_{s_q} + \omega \psi_R \quad (3.22)$$



Obr. 22: Náhradná schéma inverzného gama článku v osi q

3.4.1 Riadenie momentu s konštantným pomerom U/f – gama článok

Pri tomto riadení je riadená amplitúda statorového prúdu a veľkosť frekvencie statorového magnetického poľa. Z toho vyplýva, že veľkosť statorového magnetického toku $\psi_s = \text{konšt.}$ N

Rovnice v d ose sa tým pádom zjednodušia na tvar:

$$u_{s_d} = R_s i_{s_d} \quad (3.20)$$

$$i_{s_d} = i_\mu + i_{R_d} = \frac{\psi_s}{L_s} + i_{R_d} \quad (3.21)$$

Prúd i_{R_d} určíme z náhradnej schémy:

$$(\omega_s - \omega)L_{\sigma R} i_{s_q} = R_R i_{R_d} \quad (3.22)$$

$$i_{R_d} = \frac{(\omega_s - \omega)L_{\sigma R} i_{s_q}}{R_R} \quad (3.23)$$

Dosadíme, určíme i_{s_d} a následne určíme u_{s_d} .

$$i_{s_d} = \frac{\psi_s}{L_s} + \frac{(\omega_s - \omega)L_{\sigma R} i_{s_q}}{R_R} \quad (3.24)$$

$$u_{s_d} = R_s \left(\frac{\psi_s}{L_s} + \frac{(\omega_s - \omega)L_{\sigma R} i_{s_q}}{R_R} \right) \quad (3.25)$$

Rovnaký postup aplikujeme aj na určenie statorového napätia v ustálenom stave pre os q.

$$u_{s_q} = R_s i_{s_q} + \omega \psi_s \quad (3.26)$$

$$\omega_s \psi_s = \omega_{skl} L_{\sigma R} i_{R_d} + R_R i_{s_q} + \omega \psi_s \quad (3.27)$$

$$\omega_{skl} \psi_s = \omega_{skl} L_{\sigma R} i_{R_d} + R_R i_{s_q} \quad (3.28)$$

Dosadíme za i_{R_d} a upravíme:

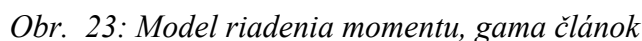
$$R_R \omega_{skl} \psi_s = (\omega_{skl}^2 L_{\sigma R}^2 + R_R^2) i_{s_q} \quad (3.29)$$

Odtiaľ dostaneme vzťah pre i_{s_q} :

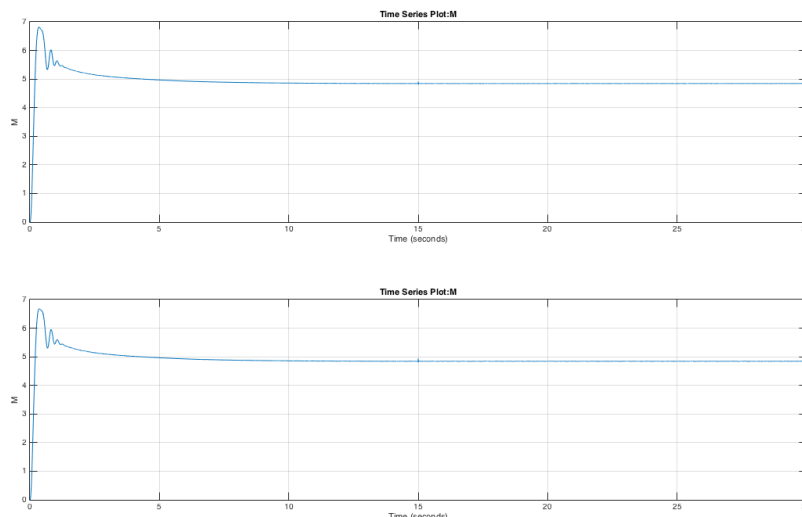
$$i_{s_q} = \frac{R_R \omega_{skl} \psi_s}{\omega_{skl}^2 L_{\sigma R}^2 + R_R^2} = \frac{\psi_s}{R_R} \frac{\omega_{skl}}{1 + \omega_{skl}^2 \tau_R^2} \quad (3.30)$$

Zaviedli sme časovú konštantu:

$$\tau_R = \frac{L_{\sigma R}}{R_R} \quad (3.31)$$

$$u_{s-q} = R_s \frac{\psi_s}{R_R} \frac{\omega_{skl}}{1 + \omega_{skl}^2 \tau_R^2} + \omega \psi_s \quad (3.32)$$


Na základe odvodených rovníc bol v prostredí MatLab SIMULINK vytvorený model riadenia. Jeden model s uvažovaním všetkých zložiek vstupných napätí a druhý so zanedbaním strát. V oboch prípadoch bol motor riadený na žiadaný moment, ktorý bol nastavený na 5 Nm. Následne bol motor zaťažovaný v čase 15 s momentom s hodnotou 5 Nm. Výsledkom oboch simulácií je momentová charakteristika.



Obr. 25: Porovnanie momentovej charakteristiky motora s celým riadením a zo zanedbanými stratami - gama článok

Ako vidieť z momentových charakteristík, zanedbaním strát sa charakteristika nezmení. Výhoda je v zjednodušení celého modelu a náročnosti výpočtov.

3.4.2 Riadenie momentu s konštantným pomerom U/f – inverzný gama článok

Pri vyjadrení vzťahov pre model v podobe inverzného gama článku vychádzame predpokladáme rotorový tok konštantný $\psi_R = \text{konšt.}$. Pre os d platí:

$$u_{s_d} = R_s i_{s_d} + \omega_s L_{\sigma s} i_{s_q} \quad (3.33)$$

$$i_{s_d} = i_\mu + i_{R_d} \frac{\psi_R}{L_R} + i_{R_d} \quad (3.34)$$

Z náhradnej schémy vidíme, že i_{R_d} je nulové. Potom má výraz pre statorový prúd tvar:

$$i_{s_d} = i_\mu = \frac{\psi_R}{L_R} \quad (3.35)$$

Po dosadení do vzťahu pre napätie dostaneme:

$$u_{s_d} = R_s \frac{\psi_R}{L_R} + \frac{\omega_s \omega_{skl} L_{\sigma s} \psi_R}{R_R} \quad (3.36)$$

Ďalej pre os q platí:

$$u_{s_q} = R_s i_{s_q} + \omega_s \psi_R + \omega_s L_{\sigma s} i_{s_d} \quad (3.37)$$

dosadením za i_{s_q} a i_{s_d} dostaneme výsledný vzťah pre napätie v smere osi q.

$$u_{s-q} = R_s \frac{\omega_{skl} \psi_R}{R_R} + \omega_s L_{\sigma s} \frac{\psi_R}{L_R} + \omega_s \psi_R \quad (3.38)$$

Pre daný model môžeme tiež napísať

$$i_{s-q} = \frac{M}{\psi_s} \quad (3.39)$$

A vzájomnou úpravou a dosadením rovníc dostaneme:

$$L_{\sigma R} i_{s-q} = \frac{\psi_s}{\frac{\omega}{\omega_{skl}} + \frac{\omega_{skl}}{\omega}} \quad (3.40)$$

Kde

$$\omega = \frac{R_R}{L_{\sigma R}} \quad (3.41)$$

$$\omega_{skl} = \omega_s - \omega \quad (3.42)$$

Dosadením za i_{sq} dostaneme Klossov vzťah.

$$M = \frac{2M_z}{\frac{\omega}{\omega_{skl}} + \frac{\omega_{skl}}{\omega}} \quad (3.43)$$

Kde

$$M_z = \frac{\psi_s^2}{2L_{\sigma R}} \quad (3.44)$$

je moment zvratu a ω_{skl} je sklzová uhlová frekvencia. Na základe týchto rovníc možno tvrdiť, že pri dodržaní konštantného pomeru U/f , a teda udržaní konštantného magnetického toku ψ_s , sa veľkosť momentu pri zmene frekvencie nemení.

Táto metóda riadenia je založená na použití referenčnej uhlovej frekvencie pri udržaní konštantného odporu statora a statorového magnetického toku. Nastavenie amplitúdy napájacieho napätia u_s a uhlu ρ_s je realizované na základe doteraz uvedených rovníc. Vstupom riadenia je statorová uhlová frekvencia ω_s , vďaka ktorej vieme určiť uhol

$$\rho_s = \omega_s t \quad (3.45)$$

Požadovaná amplitúda vstupného napätia má tvar:

$$u_s = \sqrt{u_{s_d}^2 + u_{s_q}^2} \quad (3.46)$$

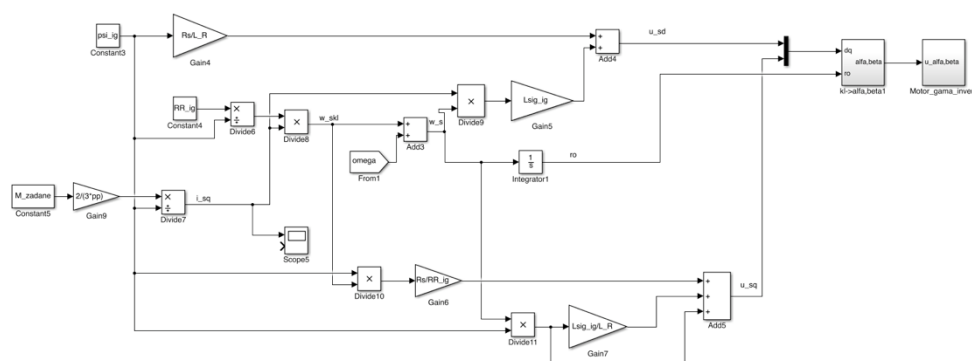
Vo väčšine prípadov však môžeme zanedbať straty. Následne môžeme zložky vstupného napätia písať v tvare:

$$u_{sd} \cong \psi_s \frac{R_s}{L_s} \quad (3.47)$$

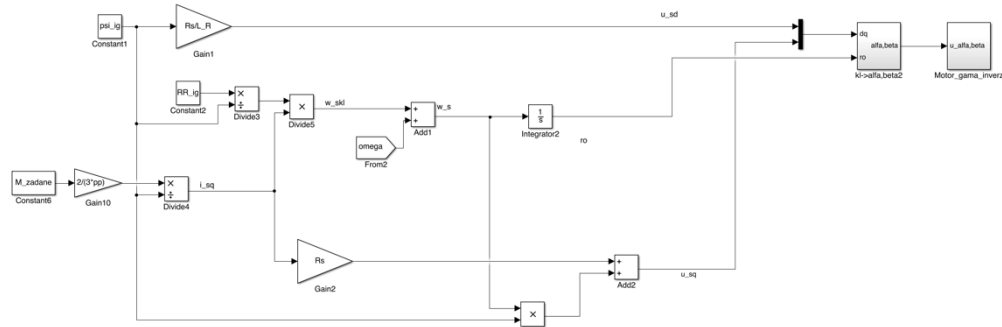
$$u_{sq} \cong \omega_s \psi_s \quad (3.48)$$

Uhlová frekvencia v týchto rovniciach predstavuje meranú referenčnú frekvenciu. Magnetický tok ψ_s predstavuje nominálnu hodnotu statorového toku. V tomto prípade nenastane presýtenie stroja. Pri zanedbaní statorového odporu zostane výraz u_{sq}/ω_s konštantný. V tomto prípade sa nepoužíva snímač otáčok, ktorý nie je možné použiť kvôli rozmerom daného stroja, alebo kvôli použitej záťaži. Skutočná rýchlosť stroja je určená výpočtom na základe sklzovej frekvencie.

Pri vytvorení modelu riadenia pre motor v podobe inverzného gama článku bol použitý rovnaký postup. Boli vytvorené dva modely. Jeden pre riadenie s uvažovaním všetkých zložiek napájacích napätí a jeden so zanedbaním strát.



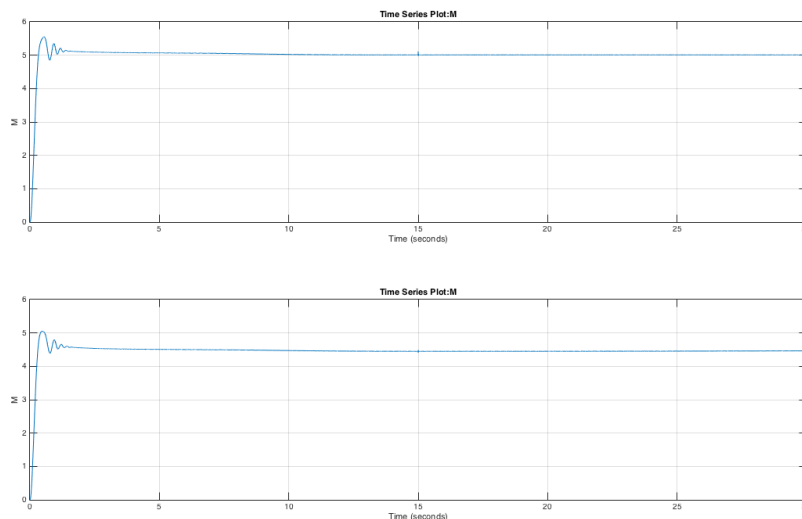
Obr. 26: Model riadenia momentu, inverzný gama článok



Obr. 27: Model riadenia momentu, inverzný gama článok - zjednodušené

V prípade inverzného gama článku boli momentové charakteristiky vytvorené rovnako ako v prípade gama článku. Ako vidieť z priebehov, v prípade uvažovania všetkých zložiek sa

moment ustáli na zadaných 5 Nm. V druhom prípade bol zanedbaný člen, v ktorom vystupuje synchronná rýchlosť. Jej hodnota je niekoľko násobne vyššia oproti sklzovej rýchlosti, ktorá bola zanedbaná v modeli s gama článkom. Preto sa v tomto prípade výsledný moment ustáli na hodnote približne 4,5 Nm.



Obr. 28: Porovnanie momentovej charakteristiky motora s celým riadením a so zanedbanými stratami - inverzný gama článok

Z priebehov momentových charakteristík vidíme, že odvodené rovnice a im prislúchajúce modely reprezentujú riadenie momentu asynchronného motoru. Výsledný moment zodpovedá žiadanému momentu. Na základe týchto charakteristík môžeme tvrdiť, že modely pracujú správne a rovnice popisujú dané riadenie s dostatočnou presnosťou.

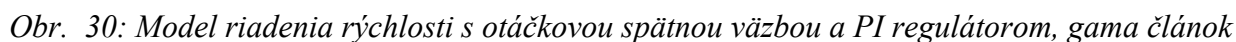
3.4.3 Riadenie otáčok s konštantným pomerom U/f – gama článok

V prípade návrhu riadenia otáčok bol prúd i_{s_q} vyjadrený pomocou sklzovej rýchlosti ω_{skl} . Prúd bol následne dosadený do napäťových rovníc, ktoré majú tvar:

$$u_{s_d} = R_s \left(\frac{\psi_s}{L_s} + \frac{\omega_{skl}^2 L_{\sigma R} \psi_s}{R_R^2} \frac{1}{1 + \omega_{skl}^2 \left(\frac{L_{\sigma R}}{R_R} \right)^2} \right) \quad (3.49)$$

$$u_{s_q} = R_s \frac{\psi_s}{R_R} \frac{\omega_{skl}}{1 + \omega_{skl}^2 \left(\frac{L_{\sigma R}}{R_R} \right)^2} + \omega \psi_s \quad (3.50)$$

Na základe týchto rovníc boli vytvorené modely riadenia. Aj v tomto prípade boli vytvorené dva modely. Tentokrát sa však jednalo o model s otvorenou slučkou, v ktorom bola priamo zadaná požadovaná rýchlosť na hriadeľ a sledovala sa odozva modelu. V druhom prípade išlo o model s otáčkovou spätnou väzbou a PI regulátorom.



Obr. 31: Otáčková charakteristika modelu v tvare gama článku - model s otvorenou slučkou a model s PI regulátorom

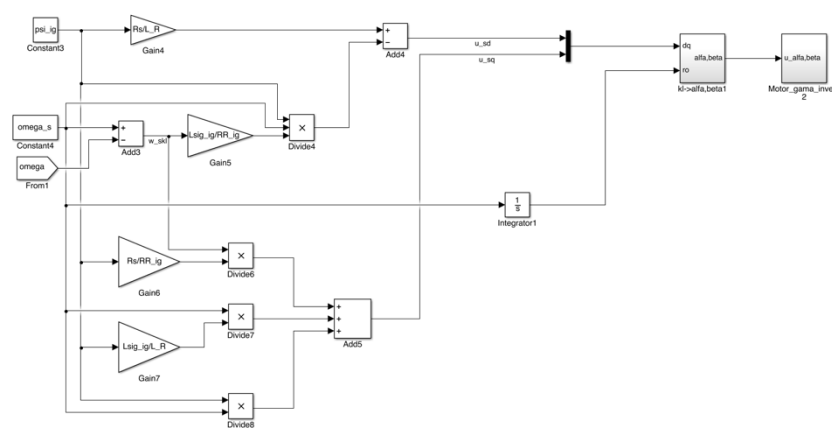
3.4.4 Riadenie otáčok s konštantným pomerom U/f – inverzný gama článok

Aj v prípade inverzného gama článku boli napät'ové rovnice upravené tak, aby v nich vystupovala synchronná a sklzová rýchlosť. Rovnice majú tvar:

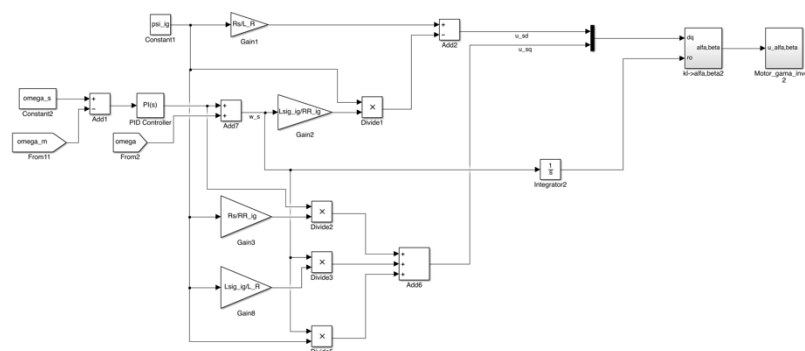
$$u_{s_d} = R_s \frac{\psi_R}{L_R} + \frac{\omega_s \omega_{skl} L_{\sigma s} \psi_R}{R_R} \quad (3.51)$$

$$u_{s_q} = R_s \frac{\omega_{skl} \psi_R}{R_R} + \omega_s L_{\sigma s} \frac{\psi_R}{L_R} + \omega_s \psi_R \quad (3.52)$$

Na základe týchto rovníc boli opäť zostavené modely. Jeden s otvorenou slučkou a druhý s otáčkovou spätnou väzbou a PI regulátorom.

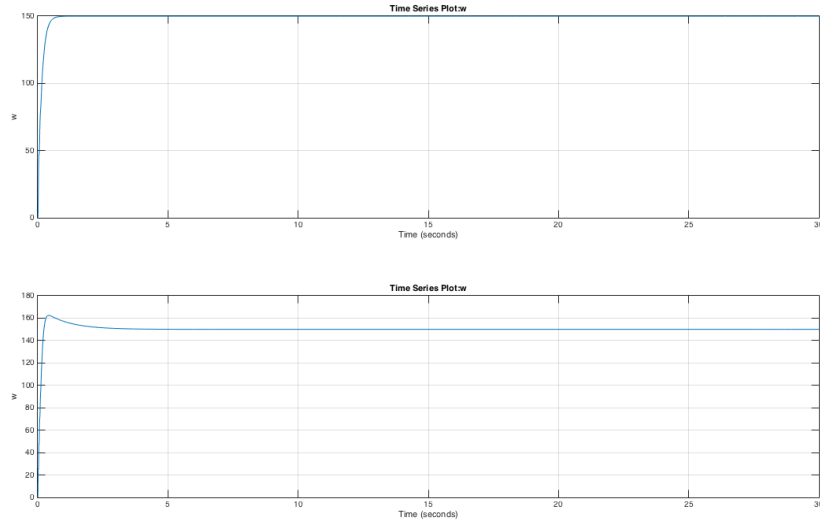


Obr. 32: Model riadenia rýchlosti s otvorenou slučkou, inverzný gama článok



Obr. 33: Model riadenia rýchlosti s otáčkovou spätnou väzbou a PI regulátorom, inverzný gama článok

Takisto ako v prípade gama článku bola požadovaná rýchlosť 150 rad/s. V oboch prípadoch model zvládol nastaviť požadovanú rýchlosť na hriadieli motora v pomerne krátkom čase. Preto môžeme hodnotiť aj tento model ako správny.



Obr. 34: Otáčková charakteristika modelu v tvare inverzného gama článku, model s otvorenou slučkou a model s PI regulátorom

3.5 Vektorové riadenie

Vektorové riadenie spočíva v riadení magnetického toku rotora a statora tak, aby boli na seba kolmé a nezávisle riaditeľné. Tento princíp vychádza z jednosmerných strojov s cudzím budením, kde kolmú orientáciu tokov zabezpečuje mechanický komutátor. V prípade asynchrónneho stroja prebieha regulácia na veličinách u_{s_d} , u_{s_q} , i_{s_d} , i_{s_q} , Ψ_{s_d} , Ψ_{R_d} v súradnom systéme rotujúcom synchronnou rýchlosťou ω_s .

V modely boli použité regulátory prúdu v jednotlivých osiach, čo umožňuje nezávisle riadiť kolmé magnetické polia rotora a statora. Prúdovému regulátoru v osi d je nadriadený regulátor spriahnutého magnetického toku. V osi q je nadriadeným regulátorom regulátor rýchlosti. Pri regulácii sú spätnoväzbové prúdy transformované do dq súradníc a výstupom regulácie sú napätia, ktoré sú pomocou spätnej transformácie prevedené do súradníc $\alpha\beta$.

Pre rotorový tok platí:

$$\frac{d\psi_R}{dt} = R_R i_{R_d} \quad (3.53)$$

$$\frac{\psi_R}{L_R} = i_{s_d} - i_{R_d} \quad (3.54)$$

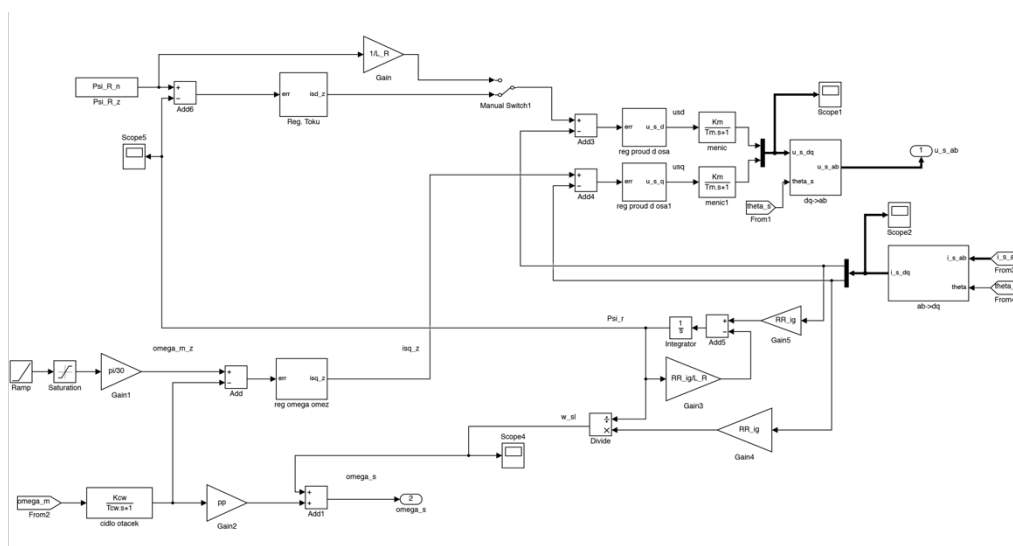
$$\frac{d\psi_R}{dt} = R_R i_{s_d} - \frac{\psi_R}{L_R} R_R \quad (3.55)$$

Následne z napäťových rovníc inverzného gama článku možno odvodiť rovnice regulátora.

$$u_{s_d} = (R_s + R_R) i_{s_d} + L_{\sigma s} \frac{di_{s_d}}{dt} \quad (3.56)$$

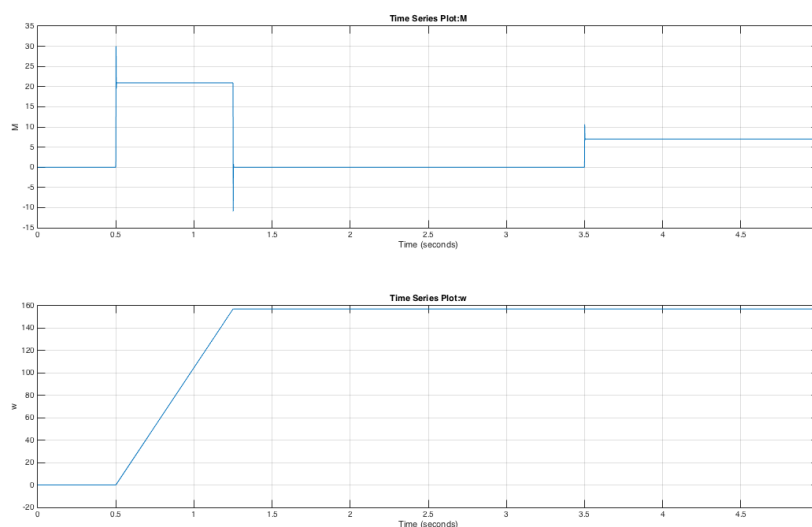
$$u_{s_q} = (R_s + R_R) i_{s_q} + L_{\sigma s} \frac{di_{s_q}}{dt} \quad (3.57)$$

Na základe týchto rovníc bol vytvorený model riadenia.



Obr. 35: Model vektorového riadenia v podobe inverzného gama článku

Ako vidieť z momentovej a otáčkovej charakteristiky, vektorové riadenie umožňuje rýchlejšiu reguláciu žiadaných veličín. Pri tomto druhu riadenia dosiahne motor ustálený stav rýchlejšie než v prípade vektorového riadenia. Na druhú stranu, náročnosť celého návrhu vektorového riadenia je podstatne komplikovanejšia.



Obr. 36: Momentová a otáčková charakteristika pri použití vektorového riadenia, inverzný gama článok

4 ZÁVER

Cieľom práce bolo oboznámenie sa s matematickým modelom asynchrónneho motora a jeho následnou realizáciou v prostredí MatLab SIMULINK. Na začiatku práce bolo potrebné oboznámiť sa s možnosťami transformácie jednotlivých parametrov asynchrónneho motora pomocou Parkovej a Clarkovej transformácie. Takisto bola využitá analýza transformátoru a vytvorenie H_u a H_i matice. Na základe týchto poznatkov sa pristúpilo k odvodeniu matematického modelu asynchrónneho motora.

Využitím analógie s transformátorom a zjednodušením rovníc asynchrónneho motora bolo možné odvodiť H_u a H_i – matice potrebné k vytvoreniu modelu v prostredí SIMULINK.

Pri odvodzovaní H_u – matice sa vychádzalo z rovníc vyjadrujúcich statorové a rotorové napätie. Z rovnice statorového napätia bol vyjadrený statorový prúd ako funkcia statorového napätia a rotorového prúdu. Druhá rovnica bola upravená tak, aby bolo napätie na rotore vyjadrené pomocou napätia na statore a prúdu na rotore.

Odvodenie H_i – matice vychádza z tých istých rovníc. V tomto prípade bolo vyjadrené napätie na statore a prúd na rotore pomocou prúdu na statore a napätia na rotore.

Na základe odvodených rovníc boli vytvorené náhradné schémy asynchrónneho motora.

V praktickej časti práce boli využité matice transformátora na vytvorenie modelu v SIMULINK. Tu bol vytvorený model v podobe gama článku a inverzného gama článku. Porovnaním výkonov týchto modelov bolo dokázané, že oba modely reprezentujú rovnaký transformátor a ich rozdiel je len vo využití pre rôzne aplikácie.

V ďalšej časti bol upravený model gama článku transformátora na gama článok asynchrónneho motora. Do modelu bol pridaný blok, ktorý umožňuje prepočet parametrov z $\alpha\beta$ súradníc do kl súradníc. Na tento prepočet je nutné poznať uhol natočenia, ktorý bol určený z momentu motora. Pre overenie správnej funkcie motora bola po 2,5 s pripojená na motor záťaž o veľkosti 5 Nm. Z výsledných priebehov momentu a otáčok možno usúdiť, že model je správny, pretože simulované priebehy zodpovedajú reálnym priebehom asynchrónneho motora.

Rovnako bol vytvorený model asynchrónneho motora v podobe inverzného gama článku. Tieto modeli predstavovali motor, ktorého parametre boli známe na základe merania, preto sa v modeli nevyskytuje transformačný prevod. Následne však bol do týchto modelov doplnený transformačný prevod. Tieto modely môžu byť použité aj pri simulácii motorov, ktorých parametre nepoznáme z merania.

Po overení funkčnosti daných modelov, boli odvodené rovnice pre náhradné schémy v podobe gama článku a inverzného gama článku, ktoré boli použité ako základ pre simuláciu skalárneho a vektorového riadenia momentu a otáčok daného motora.

Pre oba články bol vytvorený model pre riadenie momentu, v ktorom bol priamo nastavený požadovaný moment a sledovala sa odozva celého systému. Simulácia bola prevedená pre model s uvažovaním všetkých zložiek riadenia momentu ako aj pre model zjednodušený, so zanedbanými stratami. Na základe momentových charakteristík môžeme tvrdiť, že modely pracujú správne a dodávajú žiadané výsledky.

Pri modeli riadenia otáčok boli vytvorené dva modely. Jeden s otvorenou slučkou, kde sa sledovala priamo odozva systému na zadané požadované otáčky. Druhý model mal spätnoväzobnú otáčkovú slučku s PI regulátorom. Toto umožňuje plynulejšiu reguláciu. Z priebehov otáčok takisto vidíme požadované výsledky, a tým pádom môžeme tvrdiť, že modely sú správne.

Na záver bol realizovaný model vektorového riadenia pre motor v podobe inverzného gama článku. Ako vidieť z priebehov momentovej a otáčkovej charakteristiky, tento model rýchlejšiu a presnejšiu reguláciu. Na druhú stranu celková náročnosť systému vzrastie.

Odvozené rovnice a im prislúchajúce modely dostatočne správne popisujú reálne motory a ich riadenie. Výsledky tejto práce môžu byť ďalej použité pri analýze asynchrónnych motorov alebo ako výukové pomôcky v predmetoch zaoberajúcich sa motormi a ich riadením.

POUŽITÁ LITERATÚRA

- [1] KLÍMA, B. Střídavé pohony, 2014
- [2] PATOČKA, M. Magnetické jevy a obvody ve výkonové elektronice, měřící technice a silnoprůdové elektrotechnice. Brno: VUTIUM, 2011. 564 s. ISBN: 978-80-214-4003-6.
- [3] VELTMAN, A., PULLE, D., DONCKER, R.W. Fundamentals of Electrical Drivers. Springer Netherlands, 2007. 345 s. ISBN: 978-1-4020-5503-4.
- [4] ONDRŮŠEK, Č. Skripta: Dynamika elektromechanických systémů, Brno, 2013.

PRÍLOHY

Príloha A: CD nosič – modely vytvorené v MatLab SIMULINK