



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

DISKOVÉ ZTRÁTY U ODSTŘEDIVÝCH ČERPADEL

DISC FRICTION OF CENTRIFUGAL PUMPS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Tomáš Homola

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.

BRNO 2016

Zadání diplomové práce

Ústav: Energetický ústav
Student: **Bc. Tomáš Homola**
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Fluidní inženýrství
Vedoucí práce: **doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.**
Akademický rok: 2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Diskové ztráty u odstředivých čerpadel

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Při návrhu odstředivých čerpadel nejsou důležité pouze lopatkové kanály oběžného kola čerpadla, ale i prostory (spáry) mezi oběžným kolem a statorem (skříní) čerpadla. V této spáře rotuje kapalina a vzniklé tření zvyšuje energetické ztráty. Ukazuje se, že správná volba šířky spáry a jejího tvaru má významný vliv na celkovou účinnost čerpadla. Pro další zvyšování účinnosti čerpadel je nutné optimalizovat prostor mezi rotorem a statorem čerpadla z pohledu nízkých hydraulických ztrát a přípustné velikosti axiální síly.

Cíle diplomové práce:

Cílem DP je provedení rešerše zaměřené na spáry mezi oběžným kolem a statorem z pohledu velikosti ztrátového kroutícího momentu. Dále budou provedeny výpočtové simulace proudění v této mezeře programem ANSYS Fluent a porovnány s experimentem. Jako poslední krok budou navrženy tvarové modifikace spáry a na základě výpočtového modelování budou posouzeny z hlediska velikosti hydraulických ztrát a dalších parametrů (velikost axiální síly, atd.).

Seznam literatury:

Gülich, J.F.: Centrifugal pumps, Springer, 2014

Crespo del Arco, E., Serre, E. Bontoux, P., Launder, B.E.: Stability, transition and turbulence in rotating cavities, in INSTABILITY OF FLOWS, WIT Press, 2005

Séverac, E., Poncet, S., Serre, E., Chauve, M.P.: Large eddy simulation and measurements in a turbulent rotor-stator flow. Fifth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Aug 2007, München, Germany, pp.1269-1274, 2007

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Diplomová práce pojednává o problematice proudění u rotujících disků s možnými nestabilitami proudění. Dále se zabývá výpočtem axiální síly u odstředivých čerpadel a tlakovým rozložením na krycím a nosném disku oběžného kola. Axiální sílu lze snížit konstrukčními prvky jako např. zadní lopatky na nosném disku oběžného kola. Ve výpočtových simulacích je modelován rotující disk, kde je snaha zachytit nestabilitu proudění. Další výpočtové simulace se zabývají modelováním mezery mezi nosným diskem (rotorem) a statorovou částí čerpadla pro tři různé varianty geometrických modelů, kde u jednotlivých geometrických modelů je počítána axiální síla, tlakové rozložení na nosném disku a ztrátový krouticí moment. Nakonec jsou výsledky porovnávány s experimentem.

Abstract

This diploma thesis discusses the issue of the fluid flow instabilities due to rotating discs. It also deals with the calculation of axial force in centrifugal pumps and pressure distribution on cover and support disc of the impeller. Computational simulation of rotating disc is presented with the aim of capturing flow instabilities. Next computational simulation focuses on modelling a gap between the support disc (rotor) and the stator part of the pump for three different geometries, where axial force, pressure distribution on the support disc and loss torque are calculated for each of three models. Obtained results are then compared with the experiment in the conclusion

Klíčová slova

Nestability proudění, rotující disk, odstředivé čerpadlo, axiální síla, ztrátový krouticí moment

Key words

Instability flow, rotating disk, centrifugal pumps, axial thrust, loss torque

Bibliografická citace mé práce:

HOMOLA, T. *Diskové ztráty u odstředivých čerpadel*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 69 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Diskové ztráty u odstředivých čerpadel“ vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

V Brně dne:

Bc. Tomáš Homola

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu své diplomové práce doc. Ing. Pavlu Rudolfovi, Ph.D. za odborné vedení a za cenné rady. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Martinu Hudcovi za poskytnutí dat k experimentu. V neposlední řadě patří velký dík mé rodině, která mě podporovala po celou dobu mého studia.

Obsah

1. Úvod.....	9
2. Axiální síla hydrodynamického odstředivého čerpadla.....	11
2.1. Vznik a výpočet axiální síly	12
2.2. Vyrovnávání axiální síly lopatkami na zadní straně disku	14
3. Rotující disk.....	19
3.1. Reynoldsovo a Rosbyho číslo	19
3.2. Proudění v blízkosti rotujícího disku	20
3.3. Proudění v mezeře mezi rotujícím a stacionárním diskem	22
3.4. Nestability a přechody	24
3.5. Turbulentní proudění	26
4. Výpočtové modelování proudění u rotujícího disku.....	27
4.1. Geometrický model	27
4.2. Tvorba výpočetní sítě	28
4.3. Numerický výpočet v programu Ansys Fluent.....	30
4.4. Vyhodnocení výpočtů.....	32
5. Výpočtové modelování proudění v mezeře mezi oběžným kolem a statorem čerpadla...	39
5.1. Geometrické modely.....	39
5.2. Tvorba výpočetní sítě	41
5.3. Numerický výpočet v programu Ansys Fluent.....	44
5.4. Vyhodnocení výpočtů.....	44
6. Experiment.....	57
6.1. Výpočty	60
7. Porovnání výsledků výpočtového modelování a experimentu	64
8. Závěr	65
9. Použitá literatura	67
10. Seznam použitých veličin.....	68

1. Úvod

Axiální síla u hydrodynamických čerpadel je výslednicí sil působících na rotor čerpadla v axiálním směru. Výsledná axiální síla působí směrem k sací straně čerpadla za předpokladu, že na oběžném kole nejsou žádná protiopatření, která tuto axiální sílu kompenzují. Při zvětšování rozměrů hydrodynamického čerpadla roste axiální síla. Axiální síla je zachytávána pomocí ložisek nebo je vyrovnávána úpravou oběžných kol, uspořádáním oběžných kol nebo pomocí přídavného vyrovnávacího zařízení. Používané metody výpočtu axiální síly dávají hodnoty, které se od skutečných hodnot získaných měřením liší, což je způsobeno tím, že výpočtové vztahy dostatečně přesně nepopisují proudové poměry v prostoru mezi oběžným kolem a tělesem čerpadla.

V první kapitole je provedena rešerše zaměřená na axiální sílu hydrodynamického čerpadla. Tato kapitola pojednává o vzniku a výpočtu axiální síly u hydrodynamického čerpadla, kde oběžné kolo nemá žádné úpravy pro snižování axiální síly. Dále se zde pojednává o vyrovnávání axiální síly pomocí zadních lopatek na oběžném kole. Tato metoda vyrovnávání axiální síly vychází z reálného experimentu, který provedl Vasant Godbole [1]. U experimentu jsou voleny následující parametry: počet zpětných lopatek, poloměr zpětných lopatek, výška lopatek a velikost mezery mezi lopatkou a skříní čerpadla.

V druhé kapitole je provedena rešerše, která se zabývá prouděním u rotujících disků. Pochopení proudění u rotujících disků slouží pro zvyšování účinnosti hydraulických strojů, jako jsou například čerpadla a turbíny. U rotujících disků je důležité řešit nestability proudění.

V třetí kapitole je provedeno výpočtové modelování rotujícího disku, kde je proveden numerický výpočet a porovnání s experimentem, který provedl Eric Serre a Sebastien Poncent [9].

Čtvrtá kapitola pojednává o numerickém výpočtu, kde je modelována mezera mezi oběžným kolem a tělesem čerpadla pro tři různé geometrické modely. Geometrické modely vychází z reálných rozměrů čerpadla, kde se jednotlivé modely liší pouze rotujícím nosným diskem (disk bez zadních lopatek, se zadními lopatkami a s lopatkami a kotoučem). Z numerického výpočtu je vypočítána axiální síla působící na rotor a ztrátový krouticí moment. K popsání proudění slouží rychlostní profily, proudnice a vektory.

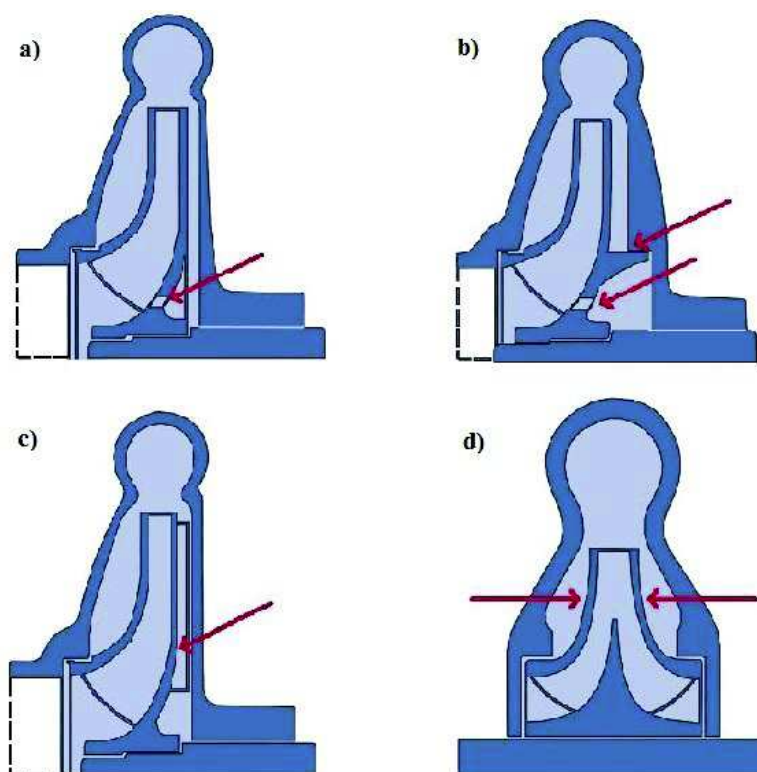
Pátá kapitola se zabývá experimentálním měřením čerpadla pro tři různé tvarové modifikace oběžného kola jako je z předchozí kapitoly, kde z naměřených hodnot jsou stanoveny základní charakteristiky čerpadla ($Y=f(Q)$, $\eta=f(Q)$, $Pr=f(Q)$). Následně je počítána axiální síla pro jednotlivé modifikace a jsou sestaveny charakteristiky: závislost tlaku působícího v mezeře na poloměru a závislost velikosti axiální síly na průtoku.

V poslední kapitole je shrnuto porovnání numerického výpočtu s provedeným experimentálním měřením.

2. Axiální síla hydrodynamického odstředivého čerpadla

Axiální síla hydrodynamických odstředivých čerpadel je výslednicí sil působících na rotor čerpadla v axiálním směru. Výsledná síla působí směrem k sací straně čerpadla. Axiální síly vznikají vlivem proudění kapaliny do mezer mezi oběžným kolem a tělesem čerpadla.

Životnost a velikost ložisek v odstředivých čerpadlech je do značné míry ovlivňována axiální silou vyvinutou rotující kapalinou v mezerách mezi oběžným kolem a statorovými částmi čerpadla. Vysoké axiální síly mohou způsobit opotřebení ložisek nebo následnou poruchu čerpadla, což vede k častým generálním opravám. Axiální sílu lze snížit různými konstrukčními prvky, jako jsou například: vyrovnávací otvory (obr. 1a), těsnící mezery na výtlačné straně společně s vyrovnávacími otvory (obr. 1b), lopatky na zadní straně oběžného kola (ostřikovací lopatky, obr. 1c). Pomocí těchto konstrukčních provedení dojde ke snížení axiální síly, ale zároveň dojde i k poklesu účinnosti čerpadla. Pro úplné odstranění axiální síly se používá dvoutokové oběžné kolo (obr. 1d), které je symetrické (rozložení tlaků na obou stranách je stejné). Avšak i u dvoutokového oběžného kola vznikají malé axiální síly způsobené rozdílným čerpáním na jednotlivých stranách. Výpočet axiální síly je závislý na mnoha aspektech (velikost úhlové rychlosti, geometrie oběžného kola, velikost a tvar mezer), proto nelze aplikovat jeden jediný výpočet na různé typy čerpadel, ale pouze pro předběžný odhad velikosti axiální síly. [1][2][3]

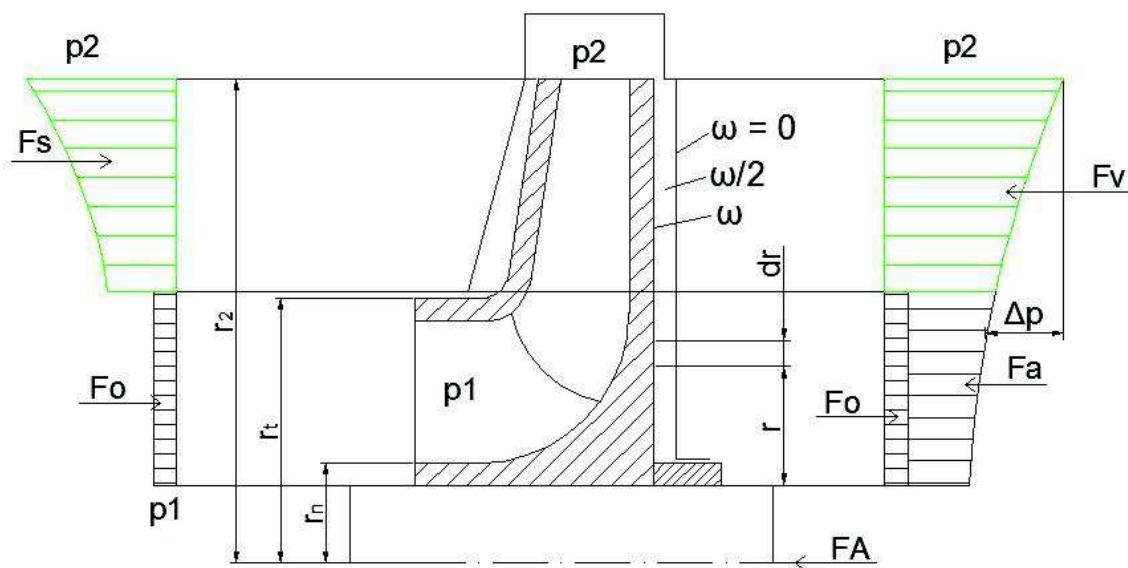


Obrázek 1: Vyrovnávání axiální síly; a) vyrovnávací otvory b) těsnící mezera s vyrovnávacími otvory c) zadní lopatky d) dvoutokové oběžné kolo [4]

2.1. Vznik a výpočet axiální síly

U jednovtokového odstředivého čerpadla v mezerách mezi oběžným kolem a tělesem čerpadla vzniká tlak způsobený rotací kapaliny, která rotuje společně s oběžným kolem. Síla na straně krycího disku je nižší než síla na straně nosného disku, je to dáno asymetrií, kde nosná strana disku má větší plochu, tudíž dochází k většímu nárůstu tlaku. Rozložení tlaků na oběžném kole je parabolické (obr. 2). Vztahy pro výpočet vychází z předpokladů, že oběžné kolo rotuje úhlovou rychlostí ω , na satoru je úhlová rychlost nulová, tudíž v mezeře se kapalina pohybuje úhlovou rychlostí $\omega/2$. Pro hrubý výpočet axiální síly lze použít následující řešení. [1][2][3]

$$F_A = F_V - F_S - F_O = F_a - F_O \quad \text{EQUATION SECTION 2(2.1)}$$



Obrázek 2: Rozložení tlaků na oběžném kole

Za výše uvedených předpokladů má rozložení tlaků v bočních mezerách oběžného kola parabolický průběh. Na výstupu z oběžného kola je tlak p_2 , tento tlak působí i v bočních mezerách, kde se směrem k ose čerpadla snižuje. Na vstupu do oběžného kola se vyskytuje síla F_O . [3]

$$F_O = \rho \cdot Q \cdot c_{mo} \quad (2.2)$$

Z obrázku 2 je patrné, že se síly F_S a F_V vyruší (označeny zeleně). Axiální síla vzniká pouze na zadním disku mezi poloměry r_T a r_N . Mezi těmito poloměry na zadním disku působí proměnlivý tlak p_2^* z vnější strany disku a tlak p_1 z vnitřní strany (vlivem proudění kapaliny na sání do oběžného kola). Tento tlak p_2^* můžeme vyjádřit v závislosti na poloměru jako: [3]

$$p_2^* = p_2 - \rho \cdot \frac{\omega^2}{8} \cdot (r_2^2 - r^2) \quad (2.3)$$

Axiální síla působící na zadní disk mezi poloměry r_T a r_N je určena vztahem:

$$dF_a = p \cdot ds \quad (2.4)$$

$$ds = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \quad (2.5)$$

Celkový tlak je následně určen vztahem:

$$p = p_2^* - p_1 \quad (2.6)$$

$$p = \rho \cdot Y_p - \rho \cdot \frac{\omega^2}{8} \cdot (r_2^2 - r^2) \quad (2.7)$$

kde Y_p je specifická měrná energie čerpadla.

$$Y_p = \frac{p_2 - p_1}{\rho} \quad (2.8)$$

$$F_a = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \int_{r_N}^{r_T} \left[Y_p - \frac{\omega^2}{8} \cdot (r_2^2 - r^2) \right] \cdot r \cdot dr \quad (2.9)$$

$$F_a = \pi \cdot (r_T^2 - r_N^2) \cdot \left[Y_p - \frac{\omega^2}{8} \cdot (r_2^2 - \frac{r_T^2 - r_N^2}{2}) \right]$$

Jestliže sílu F_o vyjádříme ve tvaru

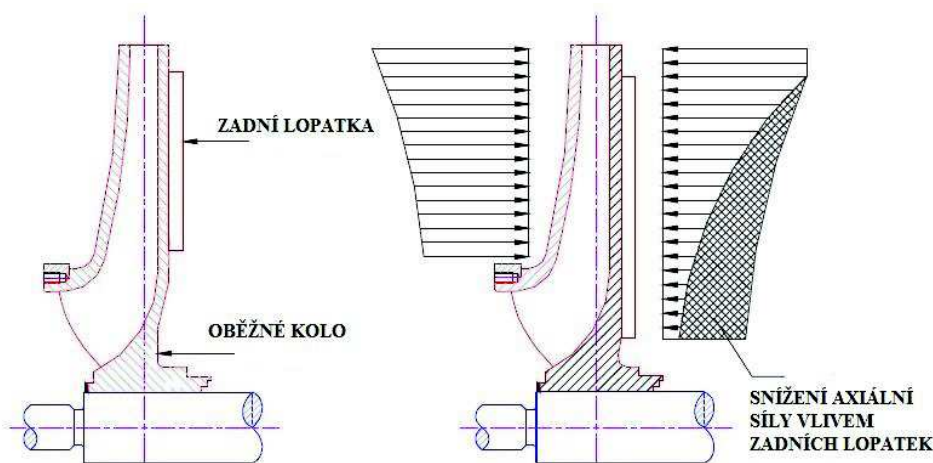
$$F_o = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot c_{mo}^2 \cdot \left(\frac{r_T^2 - r_N^2}{2} \right) \quad (2.10)$$

pak celková axiální síla působící na oběžné kolo je: [3]

$$F_A = \pi \cdot \rho \cdot (r_T^2 - r_N^2) \cdot \left[Y_p - \frac{\omega^2}{8} \cdot (r_2^2 - \frac{r_T^2 - r_N^2}{2}) - c_{mo}^2 \right] \quad (2.11)$$

2.2. Vyrovnávání axiální síly lopatkami na zadní straně disku

U této metody snižování axiální síly se používají lopatky na zadní straně oběžného kola, které způsobují zvýšení úhlové rychlosti kapaliny, čímž dojde ke snížení tlaku v mezeře mezi oběžným kolem a skříní čerpadla. Obrázek 3 znázorňuje rozložení tlaků na oběžném kole. Z obrázku 3 je patrné, že na nosném disku dochází ke značnému snížení tlaku vlivem využití zadních lopatek. Tyto lopatky omezují vstup kapaliny do mezery mezi oběžným kolem a skříní čerpadla. Tato metoda patří k nejlevnějším a zároveň nejúčinnějším řešením ze všech známých metod. Lopatky zmenšují axiální sílu, ale vlivem lopatek dojde ke zvýšení příkonu, což má za následek snížení účinnosti čerpadla. Velkou výhodou lopatek je, že snižují tlak před ucpávkou. [1][3]

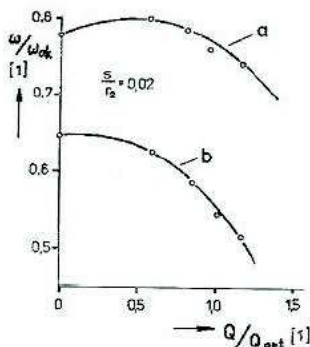


Obrázek 3: Rozložení tlaků u oběžného kola s lopatkami na zadní straně disku
[upraveno podle 1]

Pokles tlaku v mezeře mezi oběžným kolem a skříní čerpadla je dán vztahem:

$$\Delta p = \rho \cdot \frac{\omega_{kap}^2}{2} \cdot (r_2^2 - R^2) \quad (2.12)$$

kde ω_{kap} je úhlová rychlost kapaliny, která se vlivem působení lopatek zvyšuje a přibližuje se úhlové rychlosti oběžného kola (Obr. 4). Vnější poloměr oběžného kola je r_2 a R je poloměr zadní lopatky. [3]



Obrázek 4: Závislost úhlové rychlosti na průtoku: a) se zadními lopatkami; b) bez lopatek [3]

Skutečná síla vyvolaná na oběžné kolo se zadními lopatkami je měřena na základě experimentu ([1]). Tento experiment zahrnuje přímé měření síly za použití vhodného převodníku. U experimentu jsou voleny tyto čtyři parametry: počet zpětných lopatek, poloměr zpětných lopatek, výška lopatek a velikost mezery mezi lopatkou a skříní čerpadla. Všechny tyto parametry mají tři různé varianty, jak je uvedeno na obrázku 5. [1]

ČÍSLO EXPERIMENTU	POČET ZPĚTNÝCH LOPATEK (Z)	POLOMĚR ZPĚTNÝCH LOPATEK (R) mm	VÝŠKA ZADNÍCH LOPATEK (T) mm	MEZERA MEZI LOPATKOU A STATOREM (S-T) mm
1	8	107.00	6.00	5.00
2	8	87.00	3.50	3.00
3	8	67.00	1.00	1.00
4	6	107.00	3.50	1.00
5	6	87.00	1.00	5.00
6	6	67.00	6.00	3.00
7	4	107.00	1.00	3.00
8	4	87.00	6.00	1.00
9	4	67.00	3.50	5.00

Obrázek 5: Volba parametrů lopatek [upraveno podle 1]

Výpočet lopatek s různými parametry je proveden na čerpadle o průměru kola 214 mm a otáčkami 2960 za minutu. Rychloběžnost čerpadla určují specifické otáčky $n_s = 66 \text{ min}^{-1}$.

Rovnice pro výpočet axiální síly na oběžném kole se zadními lopatkami jsou převzaty od K. J. Zankera a mají následující tvar. [1]

Síla působící na přední disk:

$$F_s = \pi \cdot \rho \cdot [g \cdot H_o \cdot (r_2^2 - r_r^2) - \frac{\omega^2}{4} \cdot (r_2^2 - \frac{r_r^2}{2})^2] \quad (2.13)$$

Síla působící na zadní disk:

$$F_v = \pi \cdot \rho \cdot [g \cdot H_o \cdot r_2^2 - \frac{\omega^2}{4} \cdot (r_2^2 - \frac{R^2}{2})^2 - g \cdot H_o \cdot r_N - \frac{\omega^2}{8} \cdot (r_2^2 - R^2) \cdot (R^2 - r_N^2) - B^2 \cdot (R^2 - \frac{r_N^2}{2})^2] \quad (2.14)$$

Síla na vstupu do oběžného kola:

$$F_o = \frac{\rho \cdot Q^2}{S_o} \quad (2.15)$$

Výsledná axiální síla:

$$F_A = F_V - F_S - F_O \quad (2.16)$$

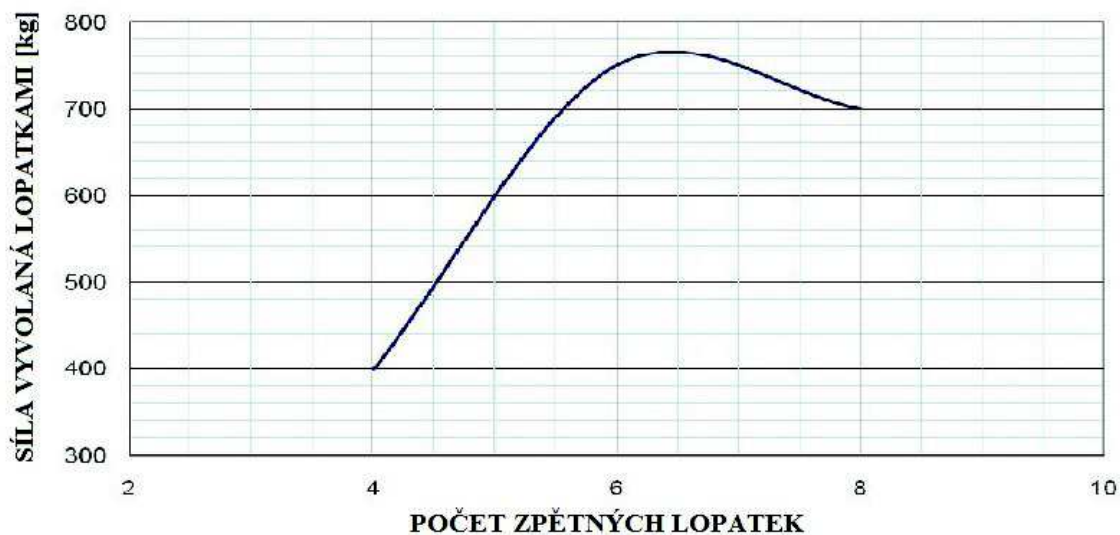
kde

- ω = úhlová rychlost oběžného kola [rad/s]
- B = úhlová rychlost kapaliny [rad/s]
- H_o = statická výška na výstupu [m]
- H = sací výška [m]
- r_2 = poloměr oběžného kola [m]
- r_T = poloměr výskytu těsnících kruhů na vstupu [m]
- R = poloměr zadních lopatek [m]
- r_N = poloměr náboje [m]
- Q = průtok [m³/s]
- S_O = plocha sání čerpadla [m²/s]

Z experimentu jsou určeny následující závislosti:

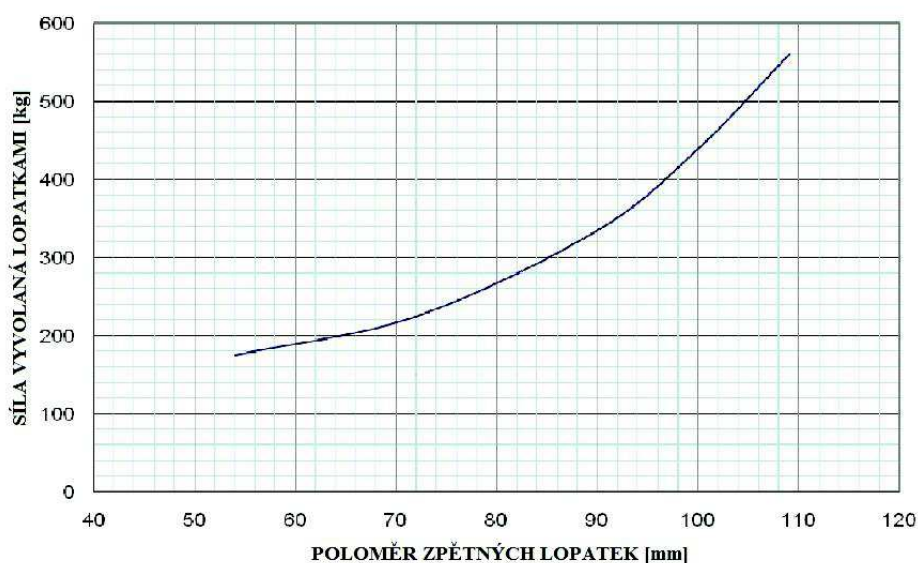
a) Síla byla naměřena v celém rozsahu (H-Q křivka). Bylo zjištěno, že na axiální sílu mají největší vliv parametry v tomto pořadí: poloměr zadních lopatek, výška zadních lopatek, počet zadních lopatek a mezera mezi lopatkou a skříní čerpadla. [1]

b) Na obrázku 6 je znázorněno, že když se počet zpětných lopatek zvyšuje, tak nám zároveň roste síla vyvolaná zpětnými lopatkami, neboť zvýšení počtu lopatek má za následek zvýšení úhlové rychlosti kapaliny v mezeře čerpadla. S dalším zvyšujícím se počtem lopatek dojde k poklesu síly vlivem toho, že lopatky které jsou navíc nevíří kapalinu, tudíž je jejich použití zbytečné. [1]



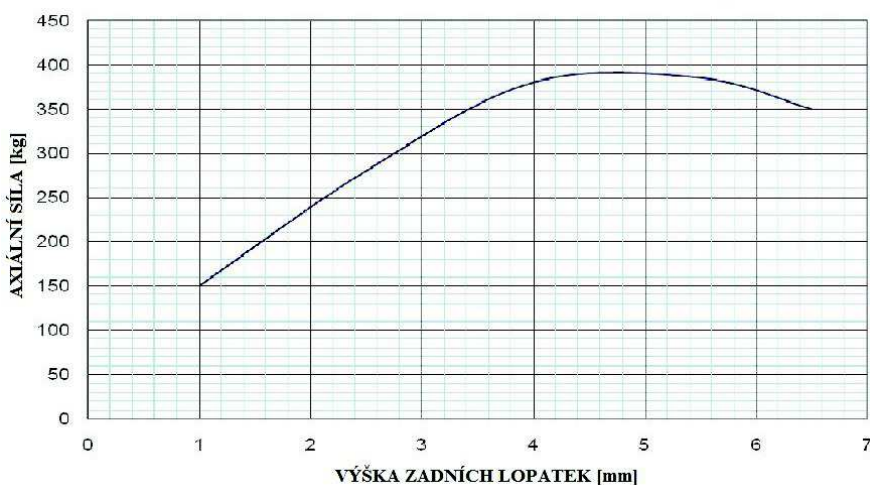
Obrázek 6: Závislost síly na počtu lopatek [upraveno podle 1]

c) Z obrázku 7 vyplývá, že síla vyvolaná zadními lopatkami je zvyšována v závislosti na poloměru lopatky (zvětšení poloměru = zvýšení víření kapaliny). Jestliže zadní lopatky mají stejný průměr jako oběžné kolo, tak kapalina bude uvězněna v axiální mezeře, kde dojde ke zvýšení úhlové rychlosti kapaliny po celém obvodu oběžného kola. V případě, že lopatky jsou podstatně menší než oběžné kolo, je kapalina uvězněna v oblasti zadních lopatek a skříně čerpadla. Tato kapalina bude mít úhlovou rychlost vyšší než kapalina, která bude nad lopatkou za oběžným kolem. V tomto případě bude zadní síla kombinována ze dvou úhlových rychlostí. Tato síla bude nižší než u varianty, kde mají lopatky stejný průměr jako oběžné kolo. [1]



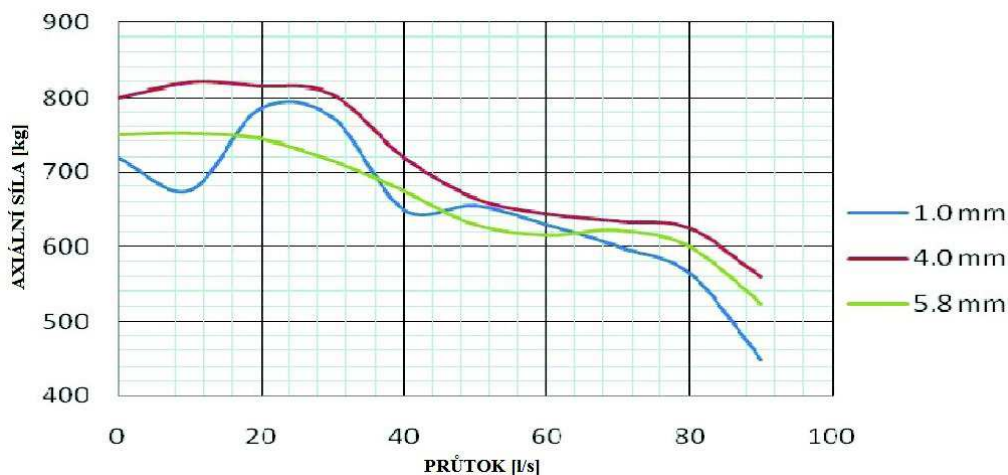
Obrázek 7: Závislost síly na poloměru lopatek [upraveno podle 1]

d) Následující obrázek 8 vykresluje závislost axiální síly na výšce lopatky. Výška lopatky pomáhá ke zvýšení rotace kapaliny v axiální mezeře. Optimální hodnota výšky lopatky je stanovena na 5 mm. [1]



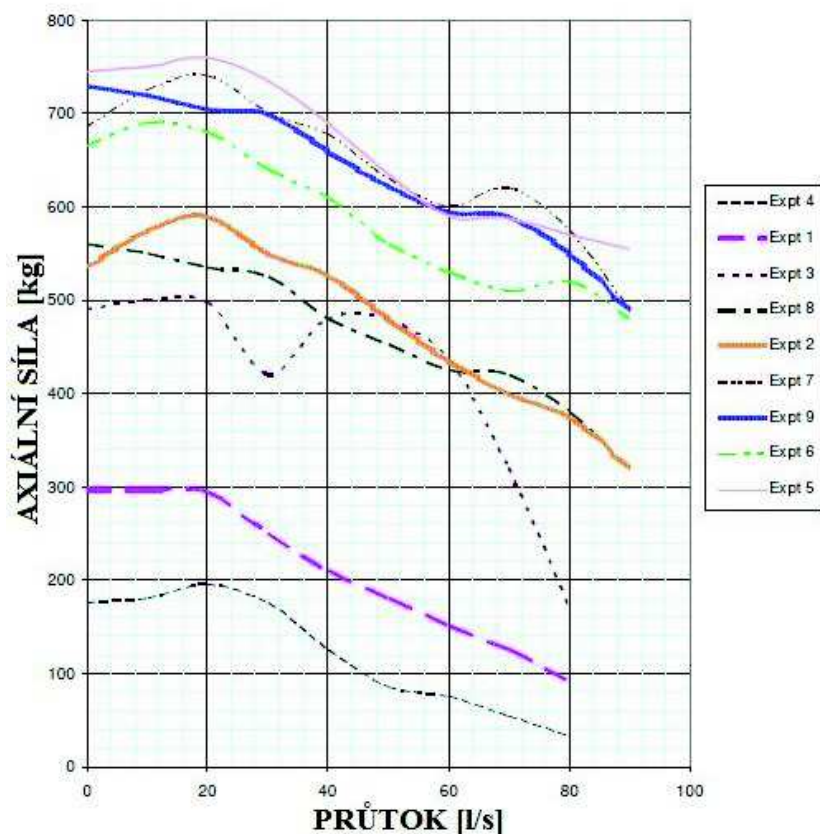
Obrázek 8: Závislost axiální síly na výšce lopatek [upraveno podle 1]

e) Z obrázku 9 je patrné, že při snižování mezery za oběžným kolem se zároveň snižuje velikost axiální síly. Čím je mezera menší, tím je velikost úhlové rychlosti kapaliny v této mezeře větší. To má za následek snížení tlaku na oběžné kolo. [1]



Obrázek 9: Závislost axiální síly na průtoku [upraveno podle 1]

f) Nejmenší axiální síla je zjištěna v experimentu 4, který má tyto parametry: počet lopatek 6, tloušťka lopatky 3,5 mm, průměr lopatky 214 mm, mezera mezi lopatkou a skříní čerpadla 1mm. [1]



Obrázek 10: Závislost axiální síly na průtoku [upraveno podle 1]

3. Rotující disk

U rotujícího disku je důležité řešit nestability proudění, které vznikají v mezní vrstvě. Rozlišujeme tři základní typy mezní vrstvy, které se objevují při řešení rotujícího disku: von Kármánovu, Bödewadtovu a Ekmanovu vrstvu. U von Kármánovy vrstvy se disk otáčí a tekutina je v klidu, zatímco u Bödewadtovy vrstvy je disk stacionární a tekutina se otáčí (případ statorového disku čerpadla). U Ekmanovy vrstvy je úhlová rychlost disku a tekutiny téměř stejná (případ rotorového disku čerpadla). V případě, když impulzní odezva roste v čase na každém místě v prostoru (tj. všemi směry), tak je proudění definováno jako absolutně nestabilní. Naproti tomu, jestliže se odezva šíří od libovolného bodu ve směru proudění, je proudění definováno jako konvekčně nestabilní. [5] [7]

3.1. Reynoldsovo a Rosbyho číslo [5]

V důsledku nelinearity Navier-Stokesových rovnic je důležité uvážit vliv dalších podmínek, aby bylo možno zavést další zjednodušení. Charakteristické parametry proudění jsou zavedeny jako: L je délkové měřítko, U rychlost, Ω úhlová rychlost a ν kinematická viskozita tekutiny. Pomocí těchto veličin jsou následně odvozena bezrozměrná čísla - Reynoldsovo a Rosbyho číslo.

Reynoldsovo číslo je poměr konvekce a difuze, je definováno jako:

$$\text{Re} = \frac{U \cdot L}{\nu} \quad \text{EQUATION SECTION 3(3.1)}$$

Rosbyho číslo je poměr konvekce a Coriolisových účinků, je definováno jako:

$$\text{Ro} = \left| \frac{\nu \cdot \Delta v}{2 \cdot \Omega \times v} \right| = \frac{U}{L \cdot \Omega} \quad (3.2)$$

Coriolisova síla dominuje pro $\text{Ro} \ll 1$. V případě, že Reynoldsovo číslo $\text{Re} \gg 1$ a zároveň Rosbyho číslo je malé, pak první přiblížení hybnostní rovnice pro nestlačitelnou kapalinu vyrovnává účinek Coriolisovy síly s radiálním tlakovým spádem. Toto zjednodušení se používá pro téměř neviskózní kapaliny ustáleného proudění.

V literatuře zabývající se rotující mezní vrstvou je možné setkat se s různými hodnotami parametrů U a L . V mnoha případech totiž není známa rychlost U explicitně, ale je stanovena z experimentu nebo teoreticky, tudíž rychlost U závisí na konkrétním případě a není proto vhodné ji zahrnout do matematického modelu. Proto se zavádí charakteristická výška rotující mezní vrstvy δ .

$$\delta = \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}} \quad (3.3)$$

Nově definované Reynoldsovo číslo podle Fallera se nazývá Reynoldsovo číslo mezní vrstvy Re_δ a je dáno vztahem:

$$Re_\delta = \frac{(\Omega_f - \Omega_d) \cdot r^* \cdot \delta}{\nu} = \frac{r^*}{\delta} \cdot Ro \quad (3.4)$$

pak Rosbyho číslo je:

$$Ro = \frac{\Omega_f - \Omega_d}{\Omega} \quad (3.5)$$

kde

$$\Omega = \frac{\Omega_f}{2 - Ro} + \frac{\Omega_d}{2 + Ro} = \frac{\Omega_f + \Omega_d}{4} + \left[\left(\frac{\Omega_f + \Omega_d}{4} \right)^2 + \frac{(\Delta\Omega)^2}{2} \right]^{1/2} \quad (3.6)$$

Ω_f je úhlová rychlost kapaliny mimo mezní vrstvu (v jádře) a Ω_d je úhlová rychlost disku. V případě proudění mezi dvěma disky lze zvolit referenční rychlost jako $\Omega_d \cdot h$, kde h značí velikost mezery, pak Reynoldsovo číslo je:

$$Re = \frac{\Omega_d \cdot h^2}{\nu} \quad (3.7)$$

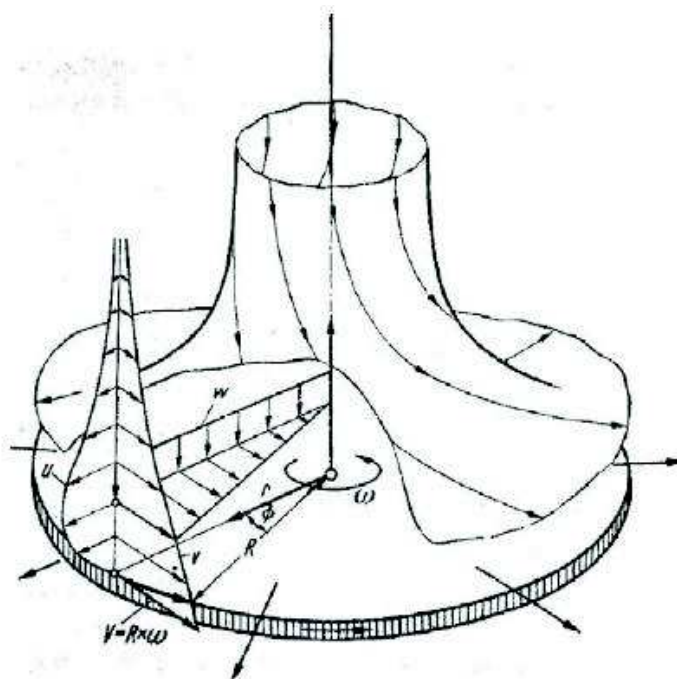
Velké hodnoty Re jsou typické pro případ, kdy mezní vrstva na obou discích je oddělená, zatímco malé hodnoty Re značí sloučené mezní vrstvy. Reynoldsovo číslo může být vyjádřeno i v závislosti na poloměru r jako:

$$Re_r = \frac{\Omega_d \cdot r^2}{\nu} \quad (3.8)$$

3.2. Proudění v blízkosti rotujícího disku [5]

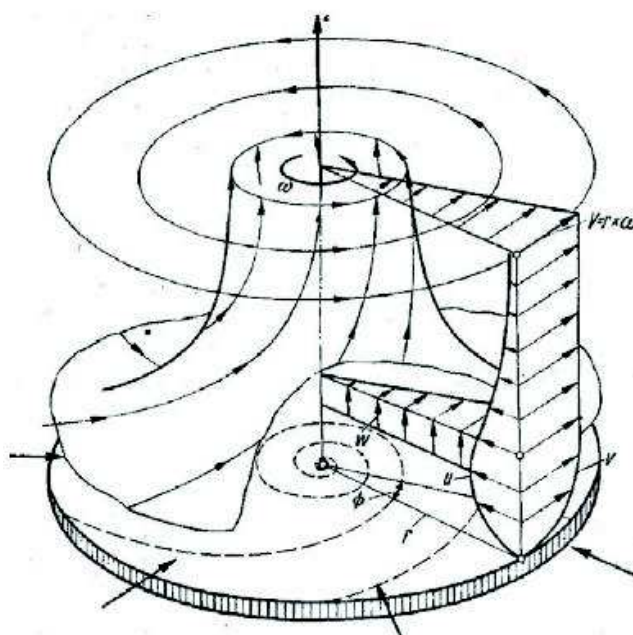
U rotujících disků nezaručuje podmínka ulpívání pohyb tekutiny čistě po kružnicích. Při silně vířivém proudění v blízkosti rotujícího disku je tlakový gradient nedostatečně velký, aby zabránil výtoku tekutiny v radiálním směru. Poloměr rotujícího disku je uvažován jako nekonečný a rozsah kapaliny nad diskem také. Rozdíl úhlových rychlostí mezi diskem a nestlačitelnou tekutinou způsobuje proudění v mezní vrstvě. V závislosti na úhlové rychlosti disku a tekutiny jsou definovány tři typy proudění:

a) von Kármánovo proudění – vzniká, když je tekutina nad diskem (v nekonečnu) v klidu $\Omega_f = 0$ a disk rotuje úhlovou rychlostí $\Omega_d = \Omega$, pak Rosbyho číslo $Ro = -1$.



Obrázek 11: Rotující disk (von Kármánovo proudění), složky rychlostí: u - radiální;
 v - tangenciální; w - axiální [5]

b) Bödewadtovo proudění – vzniká, když je disk v klidu $\Omega_d = 0$ a tekutina rotuje úhlovou rychlostí $\Omega_f = \Omega$, pak Rosbyho číslo $R_o = 1$.



Obrázek 12: Rotující disk (Bödewadtovo proudění), složky rychlostí: u - radiální;
 v - tangenciální; w - axiální [5]

c)Ekmanovo proudění – disk a tekutina nad diskem mají téměř stejnou úhlovou rychlost $\Omega_d \approx \Omega_f = \Omega$, pak Rosbyho číslo $R_o = 0$.

Podle jednotlivých typů proudění jsou nazvány i jednotlivé mezní vrstvy. Ekmanovy a von Kármánovy mezní vrstvy mají konstantní tloušťku a jsou přesným řešením Navier-Stokesových rovnic. Zatímco se Reynoldsova čísla u von Kármánovy mezní vrstvy mění v závislosti na poloměru a charakteristické rychlosti, naopak u Ekmanovy vrstvy může být pouze jediné Reynoldsovo číslo, je-li rychlost konstantní. U Ekmanovy a von Kármánovy vrstvy přitéká tekutina axiálně na disk, kde je pak v důsledku odstředivých sil unášena radiálně směrem ven z disku (obr. 11). Naopak v Bödewadtově vrstvě (obr. 12) ve velké vzdálenosti nad diskem jsou odstředivé síly v rovnováze se silami radiálního tlakového gradientu. Avšak v blízkosti mezní vrstvy jsou odstředivé síly sníženy viskózním třením a axiálně nezávislý radiální tlakový gradient způsobuje, že proudění převážně směřuje do osy disku. V případě překročení kritické hodnoty Reynoldsova čísla se tato proudění stávají nestabilními.

3.3.Proudění v mezeře mezi rotujícím a stacionárním diskem [6]

Tato kapitola se zabývá experimentem podle Briana Laundera, Sébastiana Poncenta a Erica Serreho. Mezera mezi disky je ve srovnání s poloměrem disků malá.

Geometrický model se skládá ze dvou disků vytvářejících válcovou nebo prstencovou mezeru. V obrázku 13 je zakótován vnitřní poloměr „a“ a vnější poloměr „b“, pro válcovou mezeru je $a = 0$. Horní disk se neotáčí, je v klidu (stator), přičemž spodní disk (rotor) se otáčí úhlovou rychlostí Ω . Tyto disky mezi sebou vytváří mezeru o výšce h . Geometrie je plně charakterizována dvěma geometrickými parametry, které vychází z těchto délkových měřítek (a , b , h). Prvním parametrem je poměr stran G (pro případ malých protáhlych mezer je $G < 1$).

$$G = \frac{h}{b} \quad (3.9)$$

Druhým parametrem je poloměr zakřivení R_m . Pro válcové mezery $R_m = 1$.

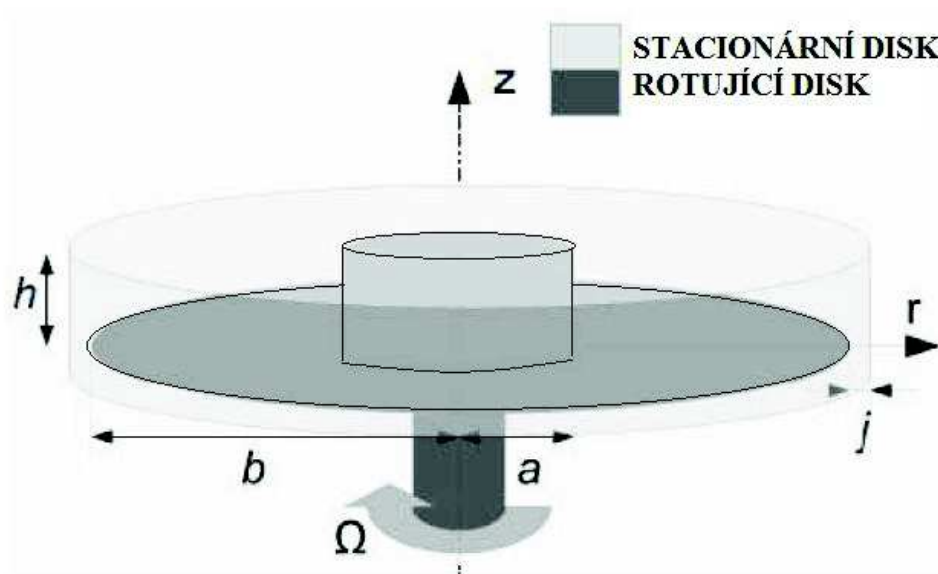
$$R_m = \frac{b+a}{b-a} \quad (3.10)$$

Struktura základního proudění je charakterizována globálními parametry (Reynoldsovo a Rosbyho číslo).

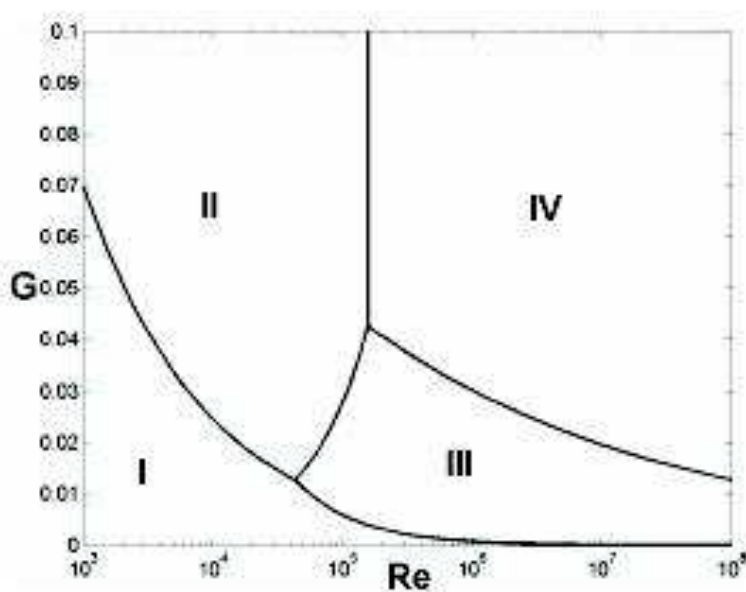
U mezer, kde $G \ll 1$, lze určit čtyři režimy proudění, což je znázorněno na obrázku 14. Sloučeným mezním vrstvám odpovídá režim I (laminární) a III (turbulentní), odděleným mezním vrstvám režimy II (laminární) a IV (turbulentní).

Proudění v režimu II je označováno jako proudění Batchelorova typu (Batchelor 1951). Batchelor zavedl koeficient strhávání K , který slouží k určení úhlové rychlosti kapaliny Ω_f v mezeře mezi disky. U mezer nekonečného poloměru byla zjištěna hodnota $K = 0,313$.

$$K = \frac{\Omega_f}{\Omega} \quad (3.11)$$



Obrázek 13: Geometrický model [upraveno podle 7]



Obrázek 14: Režimy proudění [6]

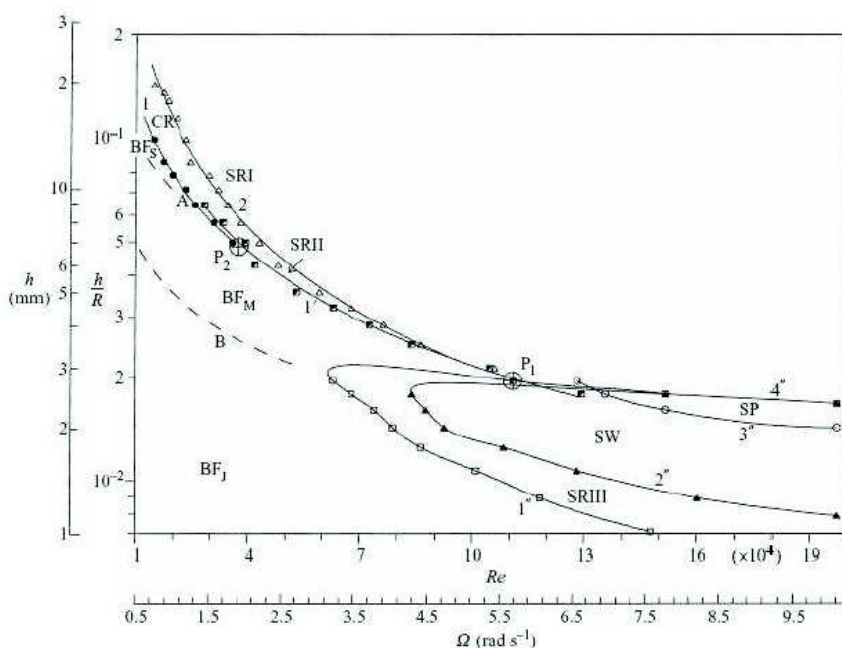
3.4. Nestability a přechody [6]

Experimentální, numerické a teoretické výsledky ukazují podobné struktury nestabilit, spojené se dvěma základními typy lineárních nestabilit (typ I a II), které se vyskytují při odlišných Rosbyho číslech v rozmezí -1 (von Kármánova vrstva) až 1 (Bödewadtova vrstva). Lineární teorie proudění v Ekmanově vrstvě ($Ro=0$) pro nestabilitu typu I je spojena s inflexními body radiálního rychlostního profilu. Nestabilita typu II je více zaměřena na mezní vrstvu vyskytující se na rotujícím disku, protože nestabilita je spojena s kombinovaným působením Coriolisových a viskózních sil vyskytujících se při nižších kritických Reynoldsových číslech než typ I.

Z hlediska proudění se tyto nestability jeví jako vlnitost proudnic nebo dochází k cestování vírů odvalujících se kolem kruhové nebo spirální osy. Tyto nestability bývají charakterizovány vlnovou délkou λ , orientací (úhlem) vlny ε , frekvencí σ a vlnovým číslem β . Vlnová délka λ je závislá na charakteristické tloušťce mezní vrstvy δ , je menší u typu I než u typu II a orientace je pozitivní (typ I) nebo negativní (typ II).

Vlastnosti těchto nestabilit jsou plně definovány pro podobnostní řešení získané u nekonečných disků. Ukazuje se ovšem, že u konečných disků jsou výsledky mírně stabilnější, než je tomu u odpovídajících podobnostních řešení.

Ve velmi malých mezerách $G \ll 1$ se nestability vyskytují v režimech I a III, tyto nestability byly experimentálně zkoumány Schouveilerem (obr 15). Následující křivky z obrázku 15 znázorňují hranice vzniku těchto nestabilit. Křivka 1 kruhové vlny (CR), křivka 1', 1'' a 2 spirální vlny (SRI, SRII a SRIII), křivka 2'' a 3'' osamělé vlny (SW) a turbulentní skvrny (SP), kdežto u křivky 4'' dojde ke zmizení spirálních vln (SRIII) a osamělých vln (SW).



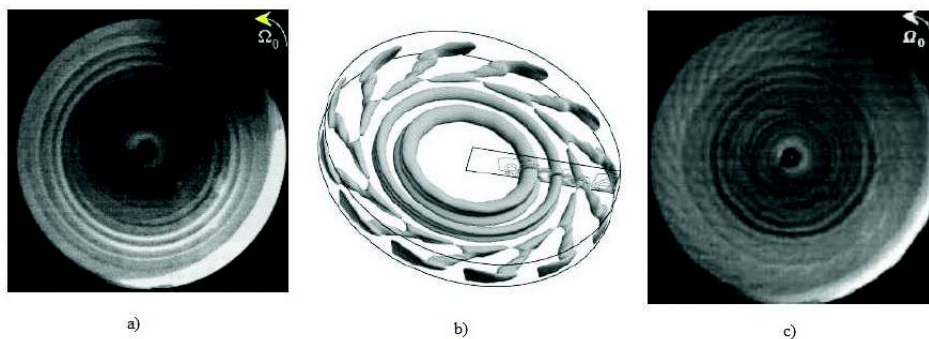
Obrázek 15: Přechodový diagram [6]

První nestabilita je charakterizována kruhovými vlnami (CR, obr 15, 16a) šířícími se ve směru proudění a je označována jako nestabilita typu II. Za ustálených podmínek v rotor-statorové mezeře byla nestabilita prověřena experimentálně i numericky za použití trojrozměrných výpočtů (obr 16b). Bylo ukázáno, že nestabilita má vlastnost nadkritického rozdělení, které vzniká při $Re_{rc}=75$ a předpokládaná frekvence vzniku je $\sigma=1$ až 4 pro G mezi 0,2 a 0,5.

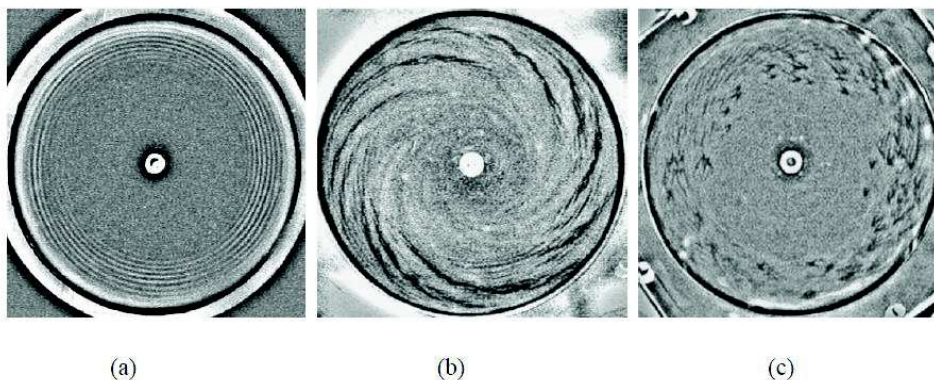
Při zvyšování rychlosti otáčení vzniknou spirální vlny SRI (obr 15), které jsou vyvolány na statorové vrstvě (obr 16b, 16c). Experimentální i numerické výsledky ukázaly nadkritické rozdělení ve formě tzv. spirálních ramen, které se objevují při $Re_{rc}>50$. Při těchto Reynoldsových číslech je téměř celá mezní vrstva na stacionárním disku absolutně nestabilní. Při nižších rychlostech otáčení se spirální ramena mohou objevit společně s kruhovými vlnami. Spirální ramena se objeví kolem okrajů a kruhové vlny na malých poloměrech disku při nižším Re_{rc} .

Pro přechody do turbulence byly zaznamenány tyto nestability:

- a) Spirální vlny SRIII (obr 17a), které se vyskytují u vnějšího poloměru s negativním úhlem
- b) Osamělé vlny SW (obr 17b), ke kterým dojde při zvyšování rychlosti otáčení, tyto vlny jsou pravidelně rozmístěny po celém disku
- c) Turbulentní skvrny SP (obr 17c), vznikající při vysokých rychlostech otáčení



Obrázek 16: Vzory nestabilit [6]



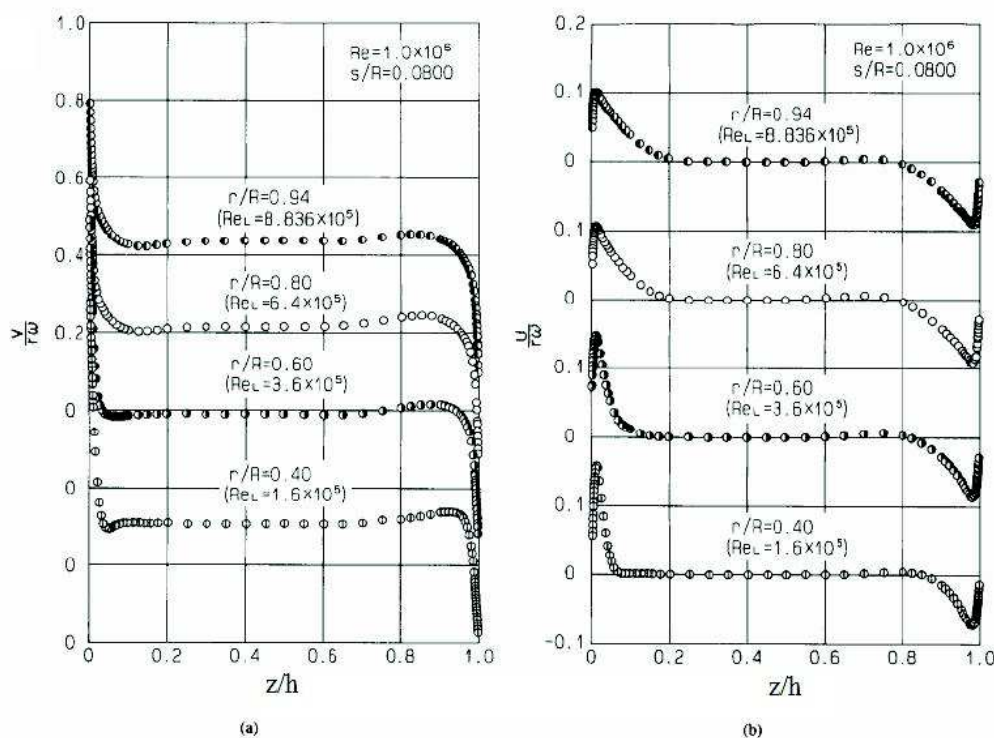
Obrázek 17: Přechody do turbulence [6]

3.5. Turbulentní proudění [6]

Turbulentní oblast je zkoumána za pomoci numerických výpočtů i experimentů. V experimentech je snaha zaznamenat tangenciální a radiální rychlostní profily za pomoci žhaveného drátku a LDA na různých poloměrech disku. Detailní studie pro uzavřené dutiny bez vnitřního náboje byly popsány Itohem (1992) pro $G=0,08$ a Cheahem (1994) pro $G=0,127$. Nejnovější studii provedl Poncet (2005) pro $G=0,036$, jako základní případ pro analýzu efektu radiálního proudu (obr. 31).

První hlavní experimentální a teoretické studium turbulentního proudění mezi rotorem a statorem provedli Daily a Nece (1960), kteří identifikovali čtyři režimy proudění znázorněné na obrázku 14. Nejvíce zkoumán byl režim IV, kde jsou obě mezní vrstvy od sebe odděleny neviskózním jádrem proudu. S použitím Taylor-Proudmanova teorému může být koeficient strhávání K přímo využit k vyjádření radiálního tlakového gradientu na rotoru, což je zásadní pro návrh axiálních ložisek. Později Poncet (2005) získal hodnotu koeficientu strhávání $K=0,438$ přímým měřením rychlosti, která odpovídá asymptotické hodnotě získané z jejich analytického modelu. Ukázalo se, že K není závislé na velikosti mezery h , ale je velmi citlivé na víření na okraji mezery.

Je zřejmé, že tloušťka mezní vrstvy na rotujícím disku je podstatně menší než na statorovém disku, o čemž vypovídají radiální a tangenciální složky rychlostí (obr. 18). Rozdíl velikostí tlouštěk mezní vrstvy podle Itoha (1992) více přispívá k větší stabilitě u Ekmanova proudění než u proudění Bödewadtova.

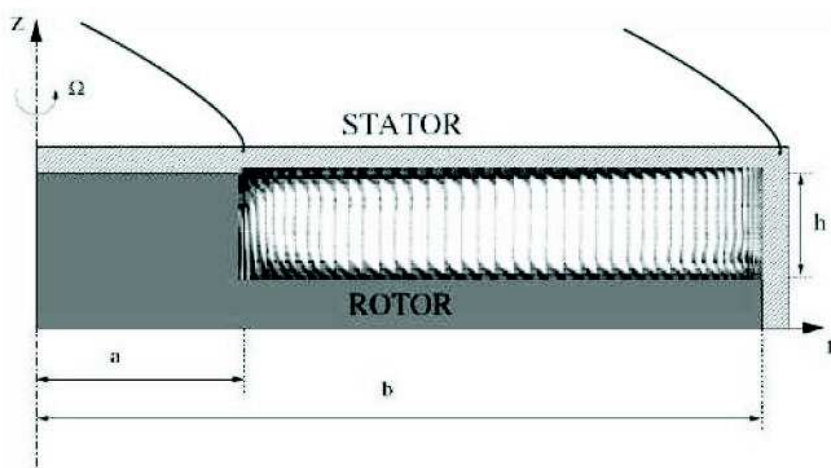


Obrázek 18: Rychlostní profily závislé na poloměru; a) tangenciální rychlost; b) radiální rychlost [6]

4. Výpočtové modelování proudění u rotujícího disku

4.1. Geometrický model

Výpočtové modelování vychází z experimentu, který provedli Eric Serre, Sebastien Poncent a další [9]. Geometrický model je tvořen dvěma paralelními disky, jak je znázorněno na obrázku 19. Spodní disk (rotor) se otáčí úhlovou rychlostí Ω , zatímco horní disk (stator) je v klidu. Disky tvoří prstencovou mezeru a ta je dána následujícími parametry: vnitřní poloměr $a = 40\text{mm}$, vnější poloměr $b = 140\text{mm}$ a výška mezery $h = 20\text{mm}$.



Obrázek 19: 2D Geometrický model rotujícího disku

Aby bylo možné provést výpočet, jsou známy následující parametry: poměr stran G , parametr zakřivení R_m a Reynoldsovo číslo Re , tyto parametry jsou dány následujícími vztahy:

$$G = \frac{b-a}{h} = 5 \quad \text{EQUATION SECTION (NEXT)}(4.1)$$

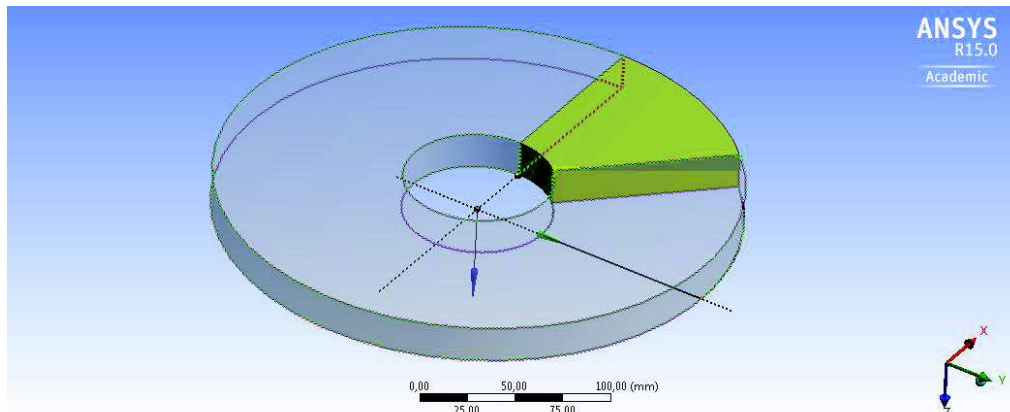
$$R_m = \frac{b+a}{b-a} = 1,8 \quad (4.2)$$

$$Re = \frac{\Omega \cdot b^2}{\nu} = 4 \cdot 10^5 \quad (4.3)$$

kde ν je kinematická viskozita vody. Pro numerický výpočet v programu Ansys Fluent je potřeba vyjádřit úhlovou rychlost Ω z rovnice 4.3.

$$\Omega = \frac{Re \cdot \nu}{b^2} = 20,48 \text{ rad / s} \quad (4.4)$$

Tvorba 3D modelu je provedena v programu Ansys Geometry, kde je modelována výseč rotujícího disku pod úhlem 45°, z důvodu snížení počtu prvků a urychlení výpočtu (obr. 20).



Obrázek 20: 3D model rotujícího disku

4.2. Tvorba výpočetní sítě

Výpočetní síť je vytvořena v programu Ansys Mesher a je tvořena z kvádrových prvků, které jsou zhušťovány směrem ke stěnám (obr. 21). Zhuštění na stěnách je nutné z důvodu zachycení mezní vrstvy, kde se vyskytují velké gradienty rychlosti. Pro kontrolu mezní vrstvy se používá stěnová funkce y^+ , která je dána vztahem:

$$y^+ = \frac{\mu_\tau \cdot y}{\nu} \quad (4.5)$$

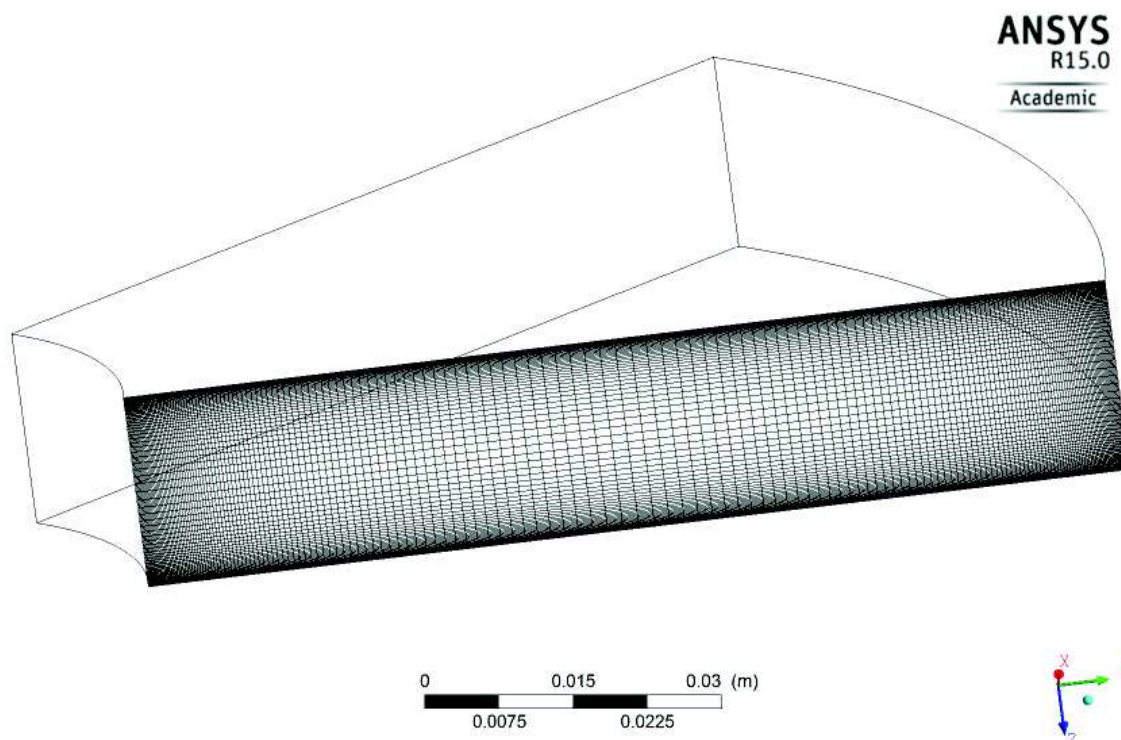
kde, μ_τ je třecí rychlost, y je kolmá výška prvku od stěny a ν je kinematická viskozita. Tato funkce je v našem případě závislá na úhlové rychlosti a měla by se rovnat 1, což je nezbytné pro výpočet turbulentního proudění přístupem Large Eddy Simulation (LES) i pro dvouvrstvé modelování proudění v mezní vrstvě přístupem RANS. Čím je úhlová rychlost na rotoru větší, tím je větší i hodnota stěnové funkce y^+ . V tabulce 1. jsou uvedeny hodnoty stěnové funkce y^+ jak pro rotorovou část, tak pro statorovou část. Hodnoty stěnových funkcí vyšly větší než 1. Tyto hodnoty je možné snížit větším zhuštěním prvků u stěn, to by však mělo za následek větší počet prvků a tím pádem i větší výpočetní časové nároky. Počet konečných objemů činil 864 000 (tab. 2).

y^+ rotor	y^+ stator
1,9	5,3

Tabulka 1: Hodnoty stěnových funkcí

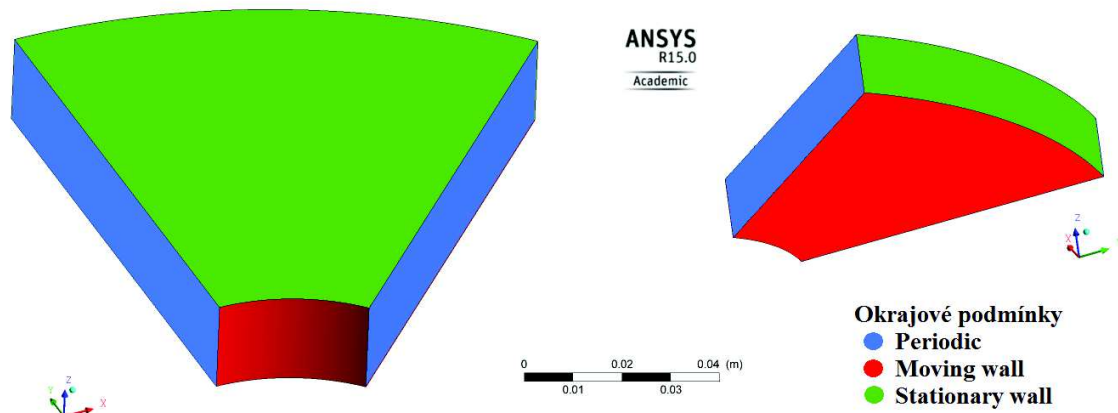
Počet prvků sítě
864 000

Tabulka 2: Počet prvků výpočetní sítě



Obrázek 21: Výpočetní síť rotujícího disku

Na obrázku 22 jsou znázorněny okrajové podmínky, kde podmínka moving wall znázorňuje rotující disk, který se otáčí úhlovou rychlostí $\Omega=20,48$ rad/s. Další podmínkou je stationary wall, která značí statorový disk $\Omega=0$ a boční modré stěny jsou periodické okrajové podmínky. Periodické okrajové podmínky mezi sebou svírají úhel 45° a slouží k simulaci celé rotačně symetrické geometrie ($8 \times 45^\circ$).

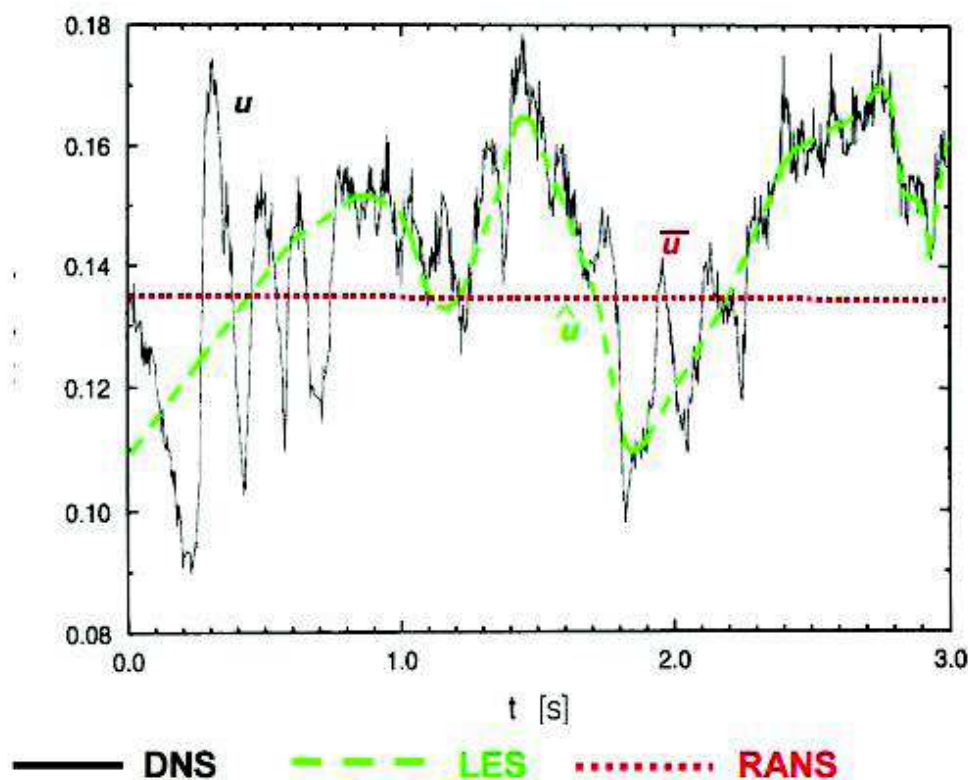


Obrázek 22: Okrajové podmínky

4.3. Numerický výpočet v programu Ansys Fluent

Vytvořená výpočetní síť je importována do programu Ansys Fluent, ve kterém je proveden výpočet. Tento program spočívá v řešení diferenciálních rovnic metodou konečných objemů. U konečných objemů dochází v každé buňce k tzv. diskretizaci, což znamená, že ve všech buňkách je spočítána poloha těžiště a v tomto bodě se řeší diferenciální rovnice.

Turbulentní proudění se skládá z vírů různých velikostí, které obsahují velké množství energie. U turbulentního proudění dochází k rozpadu velkých vírů na malé a nakonec se malé víry přemění v teplo vlivem viskózního tření. Modelování turbulence je důležité řešit v CFD, protože se turbulence vyskytuje ve většině inženýrských aplikací. Avšak neexistuje souhrnný model turbulence, který by dokázal řešit všechny případy. Existují tři základní metody pro řešení turbulentního proudění (DNS, LES a RANS): [7][8]



Obrázek 23: Metody modelování turbulence [7]

a) **Metoda časově středovaná** (RANS-Reynolds Averaged Navier-Stokes equations) [7][8]

V prvním numerickém výpočtu je využita metoda RANS. Jedná se o nejpoužívanější a nejeekonomičtější metodu při řešení v mnoha inženýrských aplikacích. Tato metoda využívá upravené Navier-Stokesovy rovnice a rovnice kontinuity za použití statické metody časového středování, která úlohy značně zjednoduší. Okamžité hodnoty veličin popisující turbulentní proudění se rozloží na flukтуаční a časově středovanou složku. Tyto složky se potom dosadí

do Navier-Stokesovy rovnice a rovnice kontinuity. Po úpravách je rovnice RANS a rovnice kontinuity ve tvaru:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \cdot \bar{v}_j = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \cdot \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j \cdot \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{v_i \cdot v_j}) \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.7)$$

Poslední člen v RANS rovnici lze přepsat na

$$-\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{v_i \cdot v_j}) = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.8)$$

kde τ_{ij} představuje tenzor turbulentního napětí. Výsledný tvar RANS rovnice bude ve tvaru:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} \cdot \bar{v}_j = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \cdot \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j \cdot \partial x_j} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.9)$$

Po těchto úpravách nyní máme 4 rovnice a 10 neznámých (3 složky rychlosti, 1 neznámou pro tlak a 6 složek tenzoru turbulentního napětí), což nelze řešit (tzv. základní problém uzavření). Aby bylo řešení možné, je zavedena tzv. Boussinesquova hypotéza, která řeší tenzor turbulentního napětí. Tenzor turbulentního proudění má tvar:

$$\tau_{ij} = \mu_t \cdot \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \cdot k \quad (4.10)$$

kde μ_t představuje turbulentní dynamickou viskozitu (není materiálová vlastnost, ale vlastnost proudění) a k je turbulentní kinetická energie. Po zavedení Boussinesquovy hypotézy nyní máme 4 rovnice a 5 neznámých (3 složky rychlosti, 1 neznámou pro tlak a 1 složka turbulentní dynamické viskozity). Pro vyřešení těchto rovnic jsou zavedeny modely turbulence, které řeší turbulentní dynamickou viskozitu.

V tomto případě se jednalo o dvourovnicový model turbulence Realizable k- ϵ , kde se řeší transportní rovnice pro k a ϵ . S využitím Enhanced Wall Treatment je rozdělena doména na oblast, kde se využívá model realizable k-epsilon a oblast (v těsné blízkosti stěny), kde se využívá jednorovnicový model turbulence. Řešič je nastaven na volbu Pressure Based, tato metoda se používá pro nestlačitelné tekutiny. Úloha je počítána jako nestacionární. Tekutina proudící uvnitř výpočetní domény je nastavena voda o hustotě 998,2 kg/m³. Numerické schéma je nastaveno jako Simple. V diskretizačním schématu jsou nejprve nastaveny první řády přesnosti pro hybnostní a turbulentní členy. Pro tlakový člen je nastavena metoda Standard. Po dostatečném zkonvergování výsledků jsou všechny členy v diskretizačním schématu přepnuty na druhé řády přesnosti.

b) **Metoda velkých vírů** (LES-Large Eddy Simulation) [7][8]

Po dosažení požadované konvergence předešlou metodou RANS je nastavena druhá výpočtová metoda LES pro nestacionární proudění. Tato metoda vychází z filtrované Navier-Stokesovy rovnice a je založena na zachycování velkých vírů. Velikost zachycení těchto vírů závisí na velikosti jednotlivých buněk sítě. Když je vír menší než buňka sítě, pak tento vír není možné přímo počítat a je řešen turbulentním tzv. subgridním modelem. U tohoto výpočtu je nastaven subgridní model Smagorinsky-Lilly. Velkou nevýhodou metody LES je, že u stěn musí být dosažena velmi jemná síť ($y^+=1$). Numerické schéma je nastaveno jako Simple a v diskretizačním schématu hybnostní členy jsou nastaveny na první řády přesnosti. U tlakových členů je prvotně nastavena metoda Standard. Po dosažení požadované konvergence výsledků jsou hybnostní členy přepnuty na metodu Bounded Central Differencing a tlakové členy na druhé řády přesnosti. Pomocí metody LES byla snaha zachytit nestability, které vznikají u rotujících disků.

4.4. Vyhodnocení výpočtů

Výsledky dosažené výpočetními metodami RANS a LES jsou porovnávány s výsledky dosaženými experimentálně za využití laserového dopplerovského anemometru LDA [9].

V důsledku Coriolisovy síly (Taylor-Proudmanova věta) je proudění složeno ze dvou tenkých mezních vrstev podél rotujícího a statorového disku. Mezní vrstvy jsou od sebe odděleny geostrofickým jádrem při nulovém axiálním tlakovém gradientu. Tekutina je čerpána odstředivě směrem ven podél rotoru a na vnějším poloměru je tekutina vychýlena axiálně směrem ke statoru. Na statoru tekutina proudí radiálně směrem dovnitř podél statorového disku. Proudění nám popisují vektory rychlostí znázorněné na obrázku 24. V důsledku menší radiální rychlosti je Bödewadtova vrstva podél statoru zhruba dvakrát tak silnější než Ekmanova vrstva na rotoru. Tloušťka mezní vrstvy je dána vztahem:[9]

$$\delta = \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}} \quad (4.11)$$

Numerické výsledky jsou s experimentem porovnávány pomocí radiálních a tangenciálních rychlostních profilů na daných poloměrech (tab. 3). Charakteristiky rychlostních profilů jsou bezrozměrné, kde na ose x jsou zaznamenány bezrozměrné rychlosti v^* a na ose y bezrozměrná velikost mezery mezi rotorem a státorem z^* ($z^*=0$ značí rotor a $z^*=1$ značí stator). Následující vztahy popisující bezrozměrná čísla: [9]

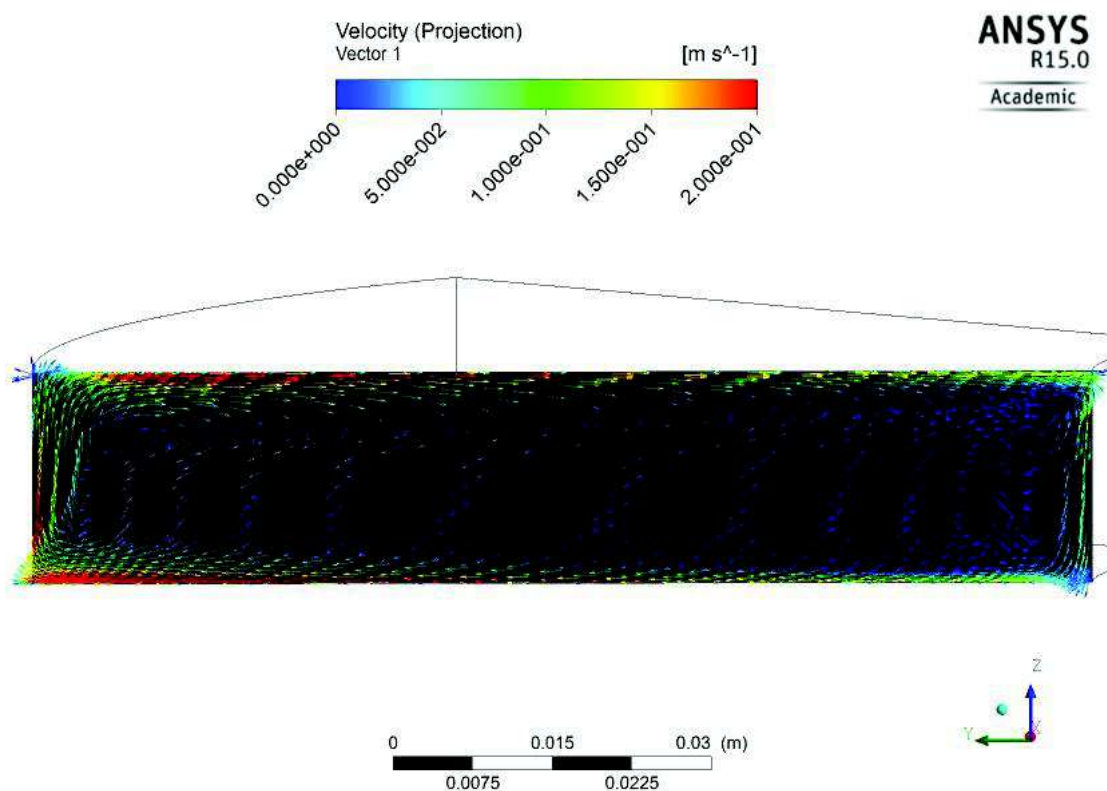
$$v_{rad}^* = \frac{v_{rad}}{\Omega \cdot r} \quad (4.12)$$

$$v_{tan}^* = \frac{v_{tan}}{\Omega \cdot r} \quad (4.13)$$

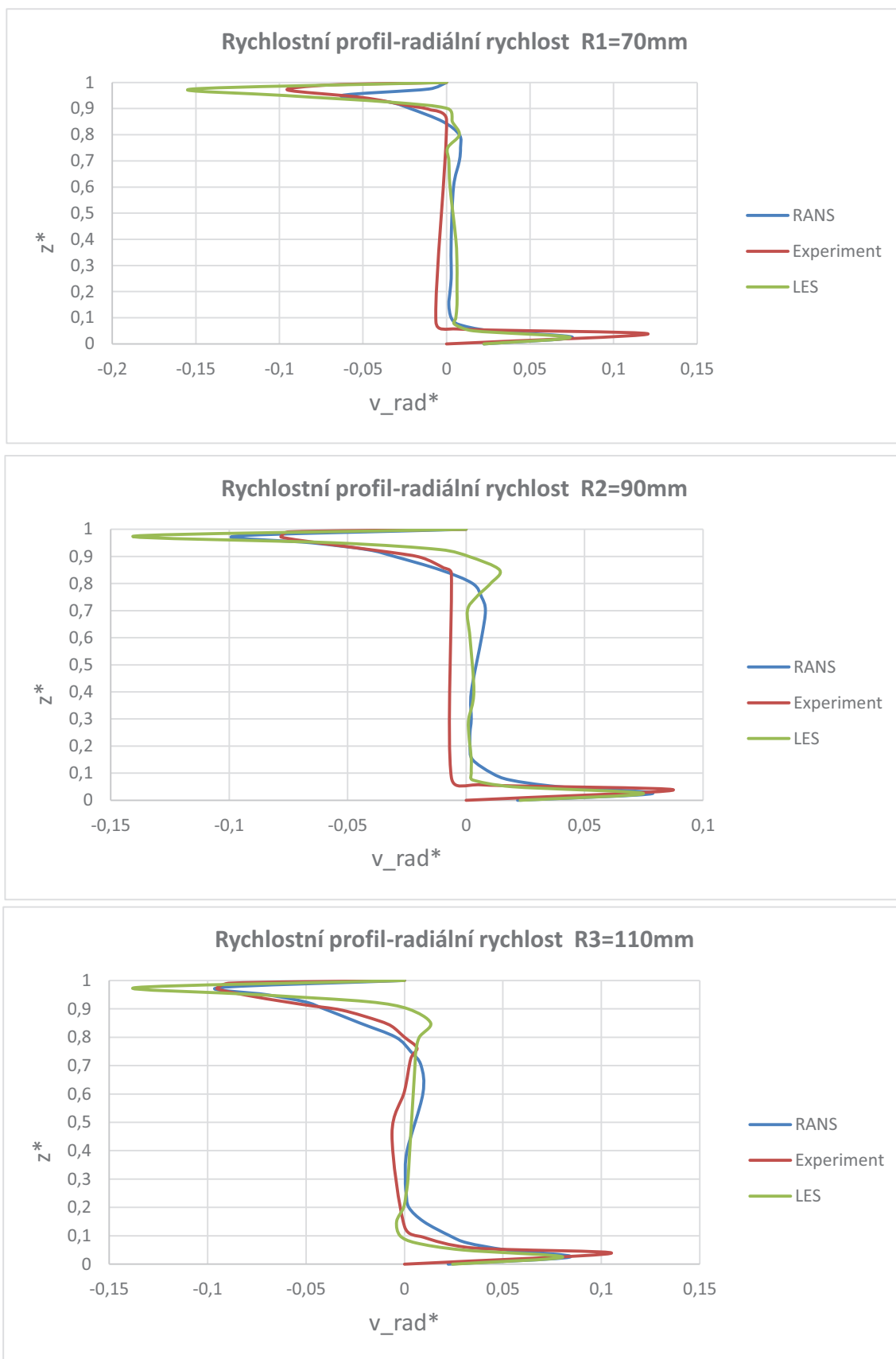
$$z^* = \frac{z}{h} \quad (4.14)$$

Poloměr	[mm]
r1	70
r2	90
r3	110

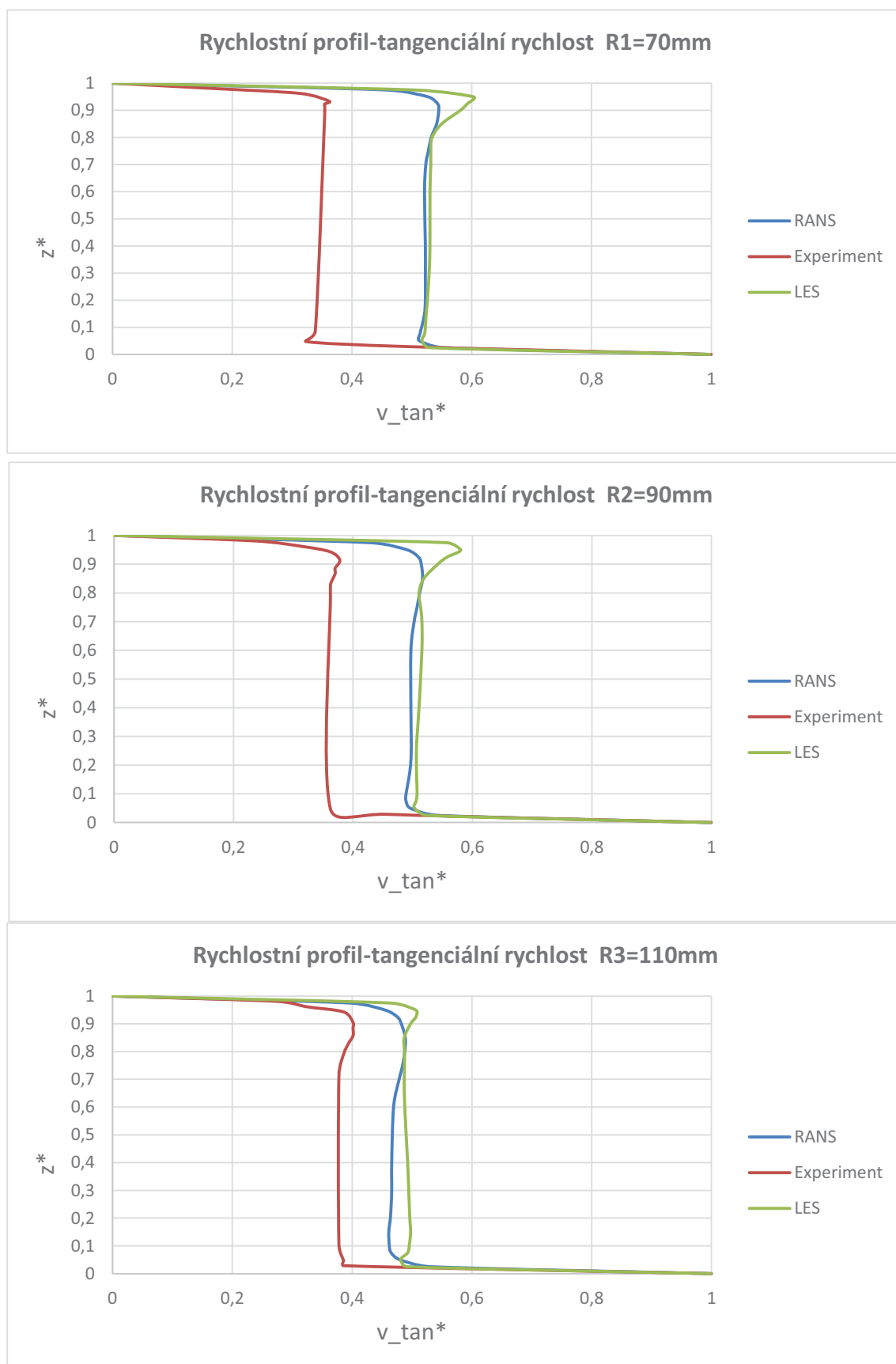
Tabulka 3: Poloměry míst radiálních rychlostních profilů



Obrázek 24: Rozložení vektorů rychlostí v radiální rovině



Obrázek 25: Radiální rychlostní profily



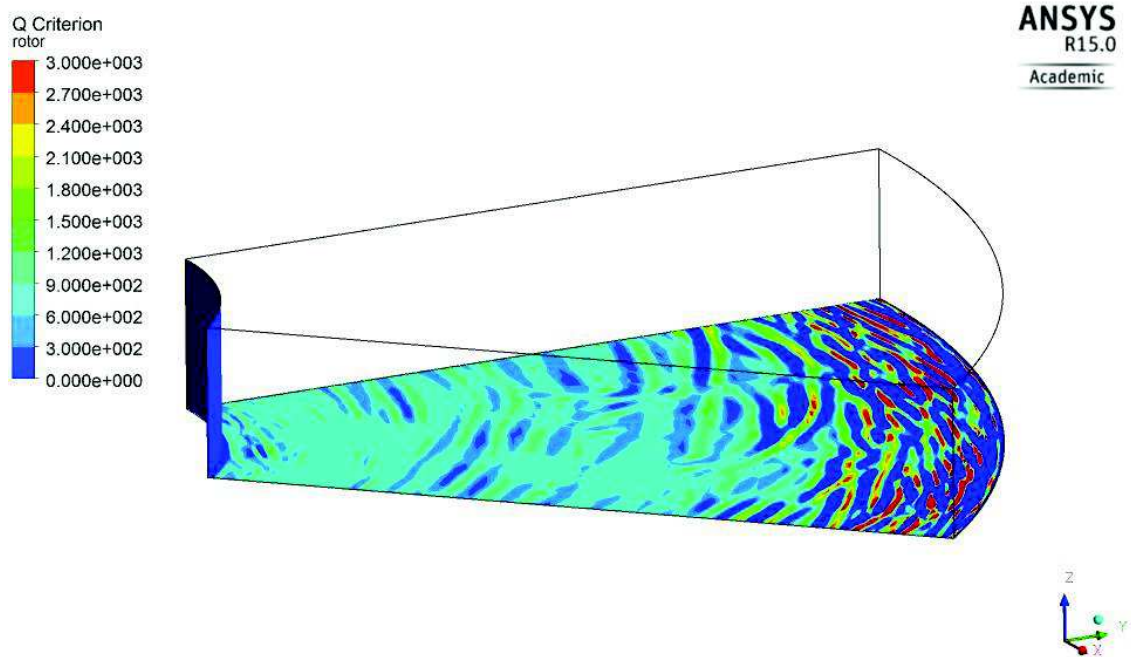
Obrázek 26: Tangenciální rychlostní profily

Radiální a tangenciální rychlostní profily u výpočtu RANS a LES se výrazně neliší (obr. 25 a 26). V porovnání s experimentem jsou rozdíly u tangenciálních rychlostních profilů, kde z tangenciálních rychlostí se určuje tzv. koeficient strhávání K , který je důležitý pro technické aplikace, protože je spojen s radiálním tlakovým gradientem v mezeře a axiální silou působící na rotor. Na poloměru $R_2 = 90\text{mm}$ je hodnota $K = 0,36$ pro experiment a $K = 0,5$ pro LES a RANS. Z koeficientu strhávání lze určit úhlovou rychlost jádra kapaliny pohybující se uvnitř mezery. Pro LES a RANS, kde $K = 0,5$ bude úhlová rychlost jádra poloviční než je úhlová rychlost rotoru.

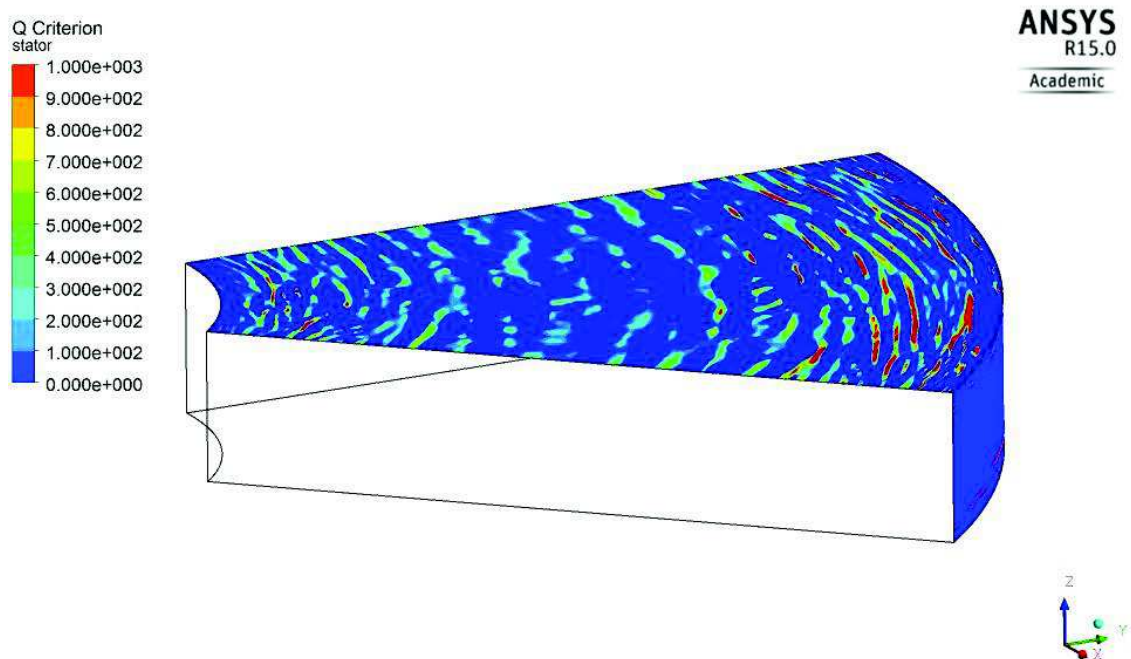
$$K = \frac{v_{\tan}}{\Omega \cdot r} = v_{\tan}^* \quad (4.15)$$

Vírové struktury a nestability jsou identifikovány pomocí funkce Q-kritéria. Jednotlivé nestability jsou vykresleny na obrázcích 27, 28, 29 a 30. Z obrázků je zřejmé, že mezní vrstva rotujícího disku je stabilnější než mezní vrstva na statorovém disku. Na menších poloměrech rotujícího disku vznikají tzv. kruhové vlny (obr. 29). Ve zbylých částech rotujícího a statorového disku se vyskytují malé vírové struktury. Když tekutina přechází na vnitřním poloměru ze statoru na rotor, tak v této turbulentní oblasti vznikají menší neuspořádané struktury, stejné je to na vnějším poloměru v přechodu mezi rotorem a statorem.

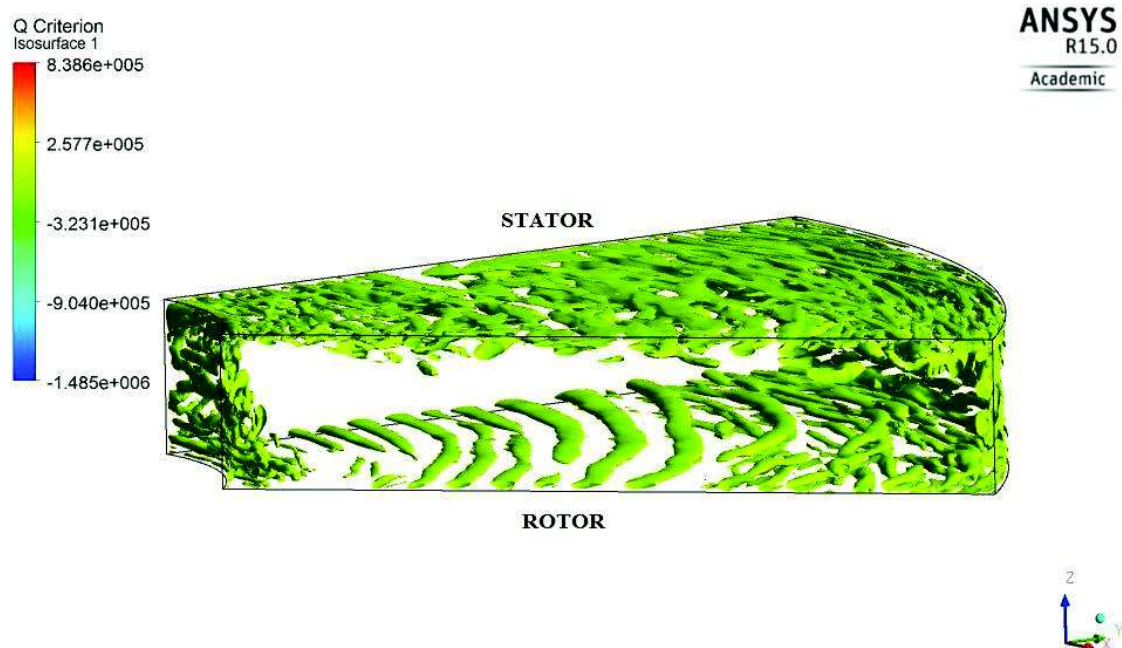
Z výsledků dosažených výpočtem RANS a LES lze dojít k závěru, že obě tyto metody předpovídají prakticky stejné rychlostní profily. Pokud tedy není snaha zachytit nestability proudění, je možné použít pouze metodu RANS s Enhanced Wall Treatment, která šetří výpočetní časové nároky, protože u metody LES je zapotřebí pro nestacionární výpočet mnohem menší časový krok.



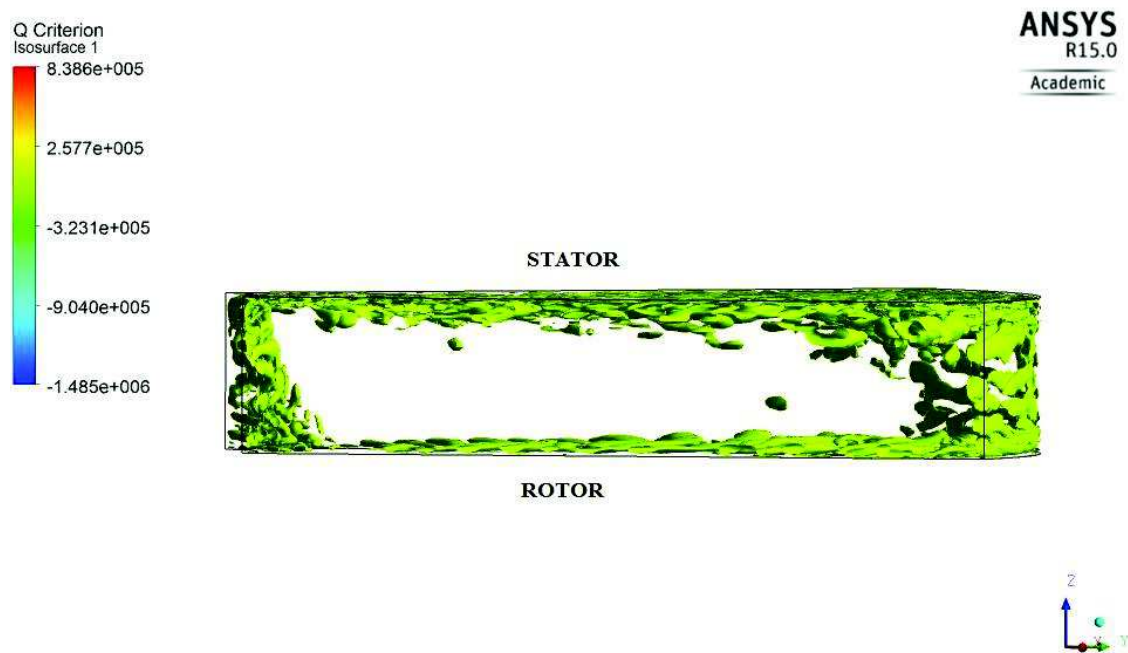
Obrázek 27: Nestability na rotoru



Obrázek 28: Nestability na statoru



Obrázek 29: Nestability mezi rotorem a statorem



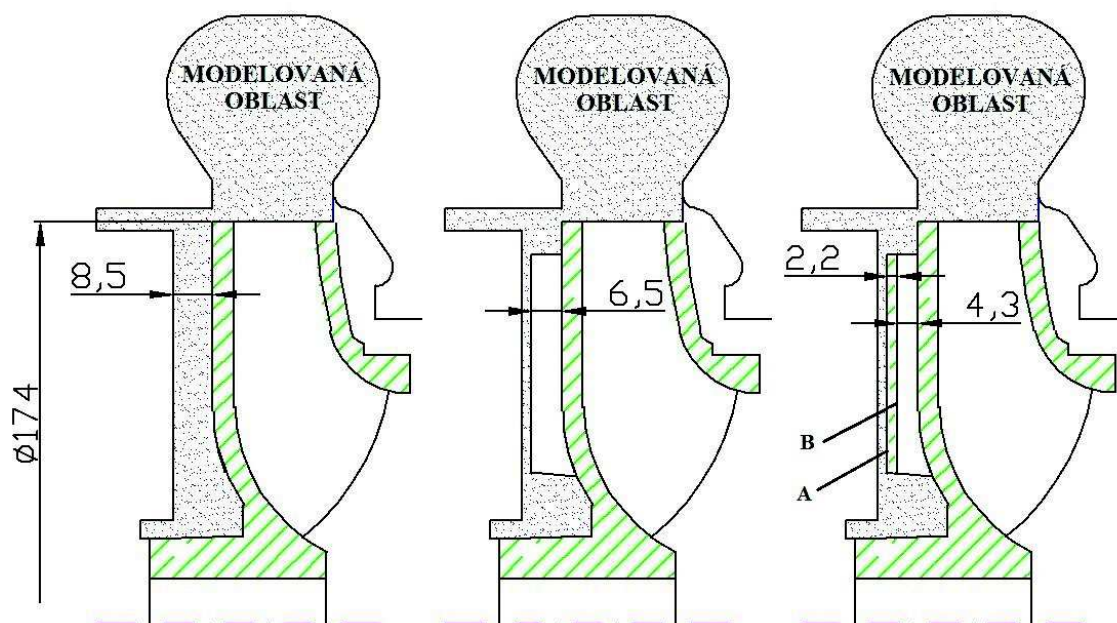
Obrázek 30: Nestability mezi rotorem a statorem

5. Výpočtové modelování proudění v mezeře mezi oběžným kolem a statorem čerpadla

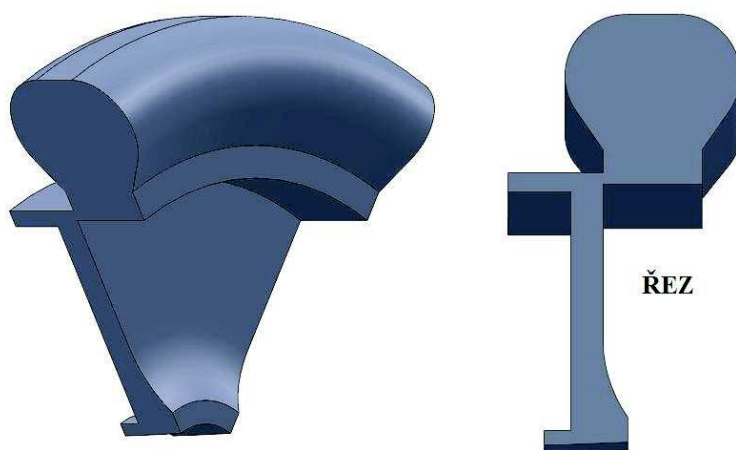
5.1. Geometrické modely

Geometrické modely vychází z reálných rozměrů čerpadla, kde je modelována pouze spirála a mezeru mezi zadním diskem oběžného kola a statorovou částí čerpadla. Pro výpočtové modelování je nutné vytvořit tři různé typy 3D geometrických modelů, které jsou vytvořeny v programu SolidWorks (obr. 32, 33 a 34). Pro zjednodušení výpočetní náročnosti je modelována pouze výseč a to pod úhlem 60° . Dalším zjednodušením je, že spirála měla konstantní průřez. Tento průřez je stanoven ze středního průřezu spirály. Základní rozměry těchto modelů jsou vnější průměr oběžného kola (174 mm), mezeru mezi zadním diskem oběžného kola a statorem (8,5 mm).

První geometrie se skládá pouze ze spirály a mezery mezi zadním diskem oběžného kola a statorem. U druhé geometrie je vymodelována navíc lopatka na nosném disku oběžného kola. Výška lopatky na nosném disku měla 6,5 mm. Třetí geometrie vychází z předchozí geometrie, avšak zadní lopatky jsou osoustruženy na 4,3 mm. Na tyto lopatky je následně přichycen kotouč, který se otáčí společně s lopatkami ([10]). Jednotlivé geometrie jsou znázorněny na obrázku 31.



Obrázek 31: Typy geometrických modelů



Obrázek 32: 3D Geometrie bez lopatek



Obrázek 33: 3D Geometrie s lopatkou na zadním disku



Obrázek 34: 3D Geometrie s lopatkou a diskem na zadním disku

5.2. Tvorba výpočetní sítě

V programu Ansys Mesher jsou vytvořeny jednotlivé sítě, ve kterých se vyskytují pouze kvádrové prvky v celém objemu výpočetní geometrie. U tvorby sítě je snaha dosáhnout co největšího zhuštění prvků na stěnách. Zhuštění na stěnách je nutné z důvodu zachycení mezní vrstvy, kde je snaha dosáhnout podmínku stěnové funkce $y^+=1$. Tato hodnota by měla být dosažena z důvodu použití modelu turbulence realizable k-epsilon s Enhanced Wall Treatment. V tabulce 4. jsou vypsány pro daný typ geometrie hodnoty y^+ . Podmínka stěnové funkce $y^+=1$ není splněna, avšak v praxi se považují i za korektní hodnoty pohybující se kolem 5 (tj. ležící v oblasti viskózní podvrstvy). Pro jednotlivé typy geometrických modelů jsou vytvořeny podobné sítě s daným počtem prvků (tab. 5). Výpočetní sítě pro jednotlivé typy geometrií jsou znázorněny na obrázcích 35, 36 a 37.

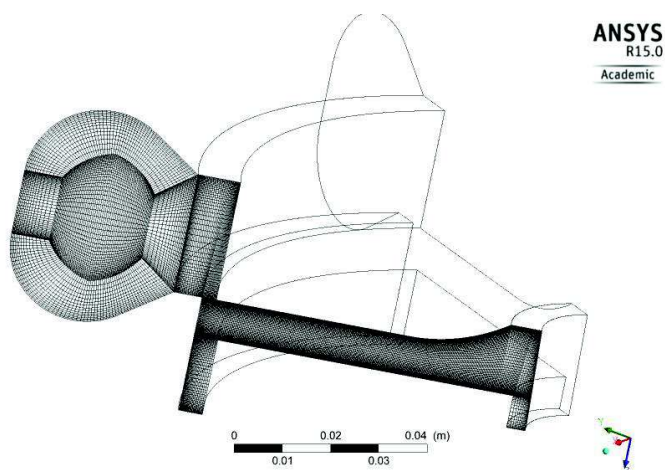
Geometrie	y^+ rotor	y^+ stator
bez lopatek	2,219	7,869
s lopatkami	5,738	4,162
s lopatkami a kotoučem	2,924	1,555

Tabulka 4: Velikost stěnové funkce u jednotlivých geometrií

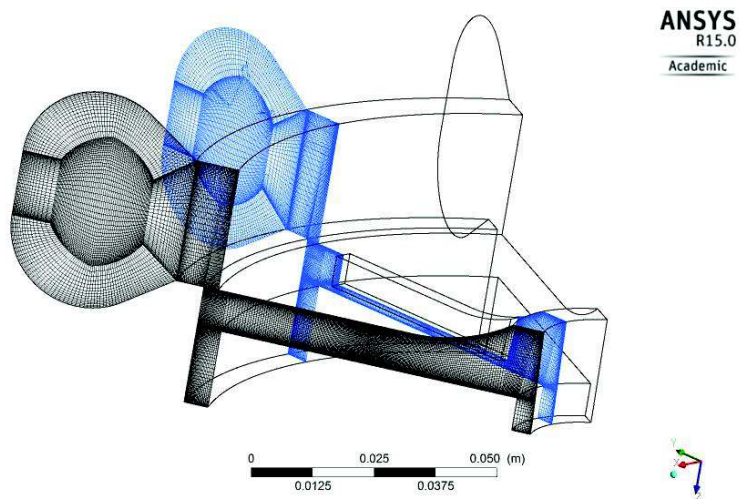
Geometrie	Počet prvků
bez lopatek	7 704 000
s lopatkami	6 016 00
s lopatkami a kotoučem	7 832 000

Tabulka 5: Počet prvků jednotlivých geometrií

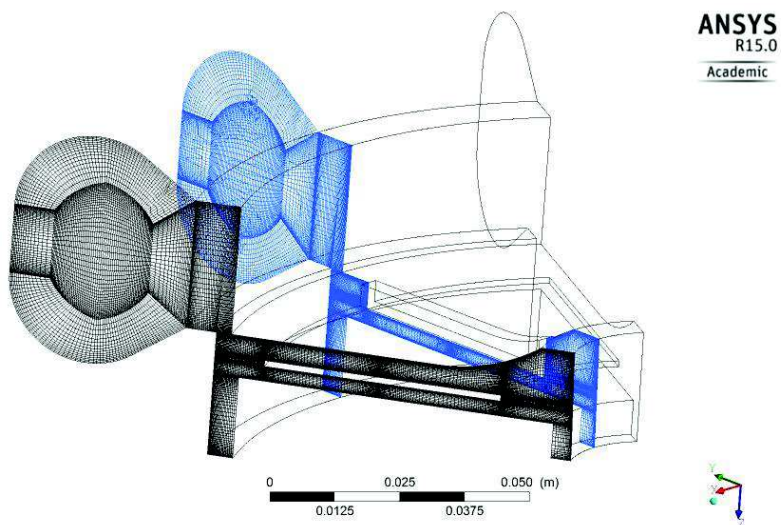
Po vytvoření výpočetní sítě je nutné nastavit okrajové podmínky, kde na nosném disku čerpadla je nastavena okrajová podmínka moving wall, která se otáčí kolem osy čerpadla úhlovou rychlostí $\Omega=1450$ ot/min. Další podmínkou je stationary wall, která se vyskytuje na statoru ($\Omega=0$, spirála společně se zadním krytem čerpadla). Poslední podmínkou je periodická okrajová podmínka, která slouží k orotování celé geometrie. Okrajové podmínky pro jednotlivé typy geometrií jsou znázorněny na obrázcích 38, 39 a 40.



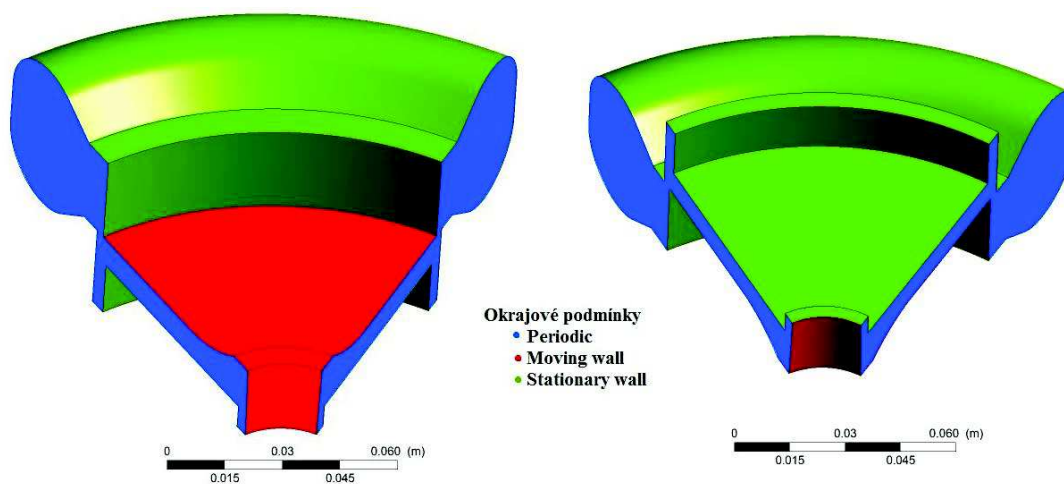
Obrázek 35: Výpočetní síť geometrie bez lopatek



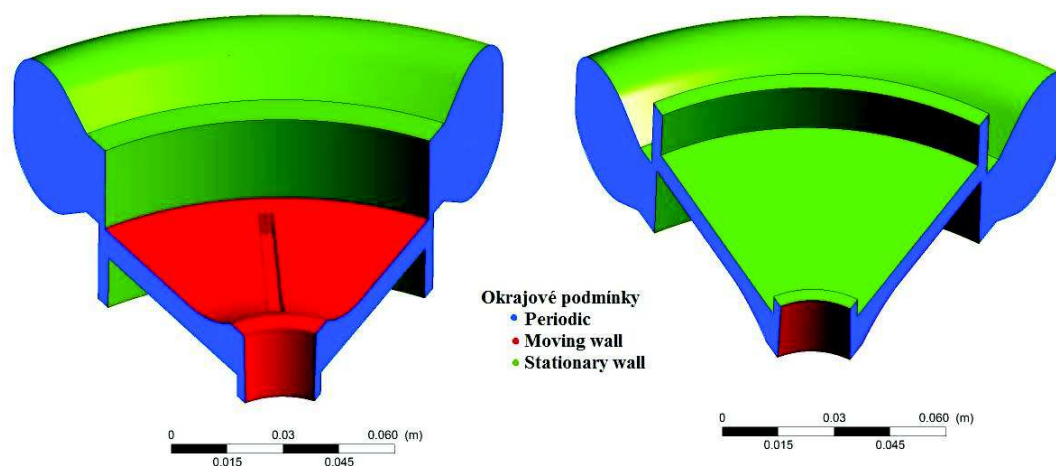
Obrázek 36: Výpočetní síť geometrie s lopatkou



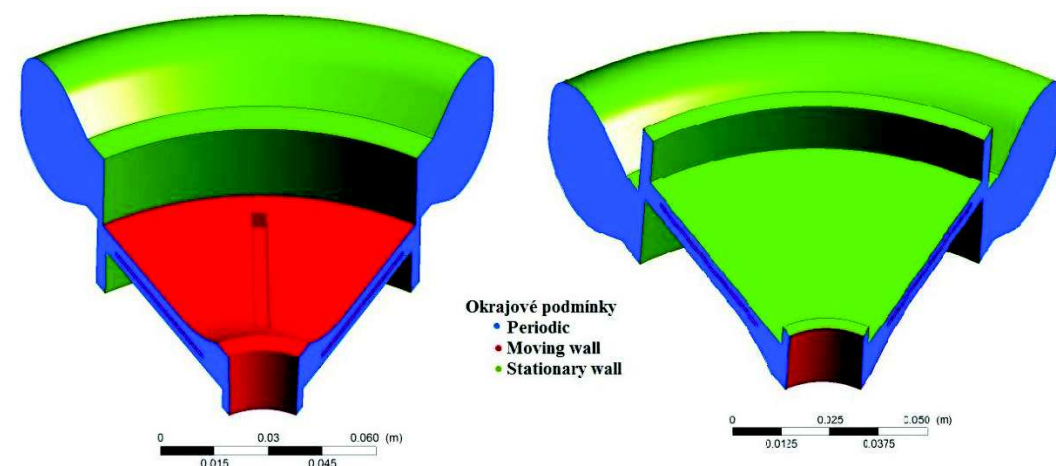
Obrázek 37: Výpočetní síť geometrie s lopatkou a kotoučem



Obrázek 38: Okrajové podmínky geometrie bez lopatek



Obrázek 39: Okrajové podmínky geometrie s lopatkou



Obrázek 40: Okrajové podmínky geometrie s lopatkou a kotoučem

5.3. Numerický výpočet v programu Ansys Fluent

Vytvořené výpočetní sítě jsou importovány do programu Ansys Fluent, ve kterém jsou nastaveny následující parametry. Řešič je nastaven na volbu Pressure Based, tato metoda se používá pro nestlačitelné tekutiny. Dále je nastavena Velocity Formulation na Absolute, což znamená, že při vyhodnocování tlaků, jsou tyto tlaky vztaženy k atmosféře. Všechny úlohy jsou počítány jako nestacionární. Pro výpočet proudění je nastaven dvourovnicový model turbulence k-epsilon Realizable. K popsání proudění v mezní vrstvě je použita funkce Enhanced Wall Treatment. Jako tekutina proudící ve výpočetní doméně je nastavena voda o hustotě $998,2 \text{ kg/m}^3$. Numerické schéma je nastaveno jako Simple, V diskretizačním schématu jsou nejprve nastaveny první řády přesnosti pro hybnostní a turbulentní členy. Pro tlakový člen je nastavena metoda Standart. Po dostatečném zkonvergování výsledků jsou všechny členy v diskretizačním schématu přepnuty na druhé řády přesnosti.

5.4. Vyhodnocení výpočtů

Z numerického výpočtu u jednotlivých geometrií jsou porovnávány fyzikální veličiny, jako je velikost axiální síly, ztrátový krouticí moment a rozložení tlaků na rotoru. Pro popsání proudění jsou vykreslovány rychlostní profily, vektory rychlostí a průběhy proudnic uvnitř mezery. Tato vyhodnocování probíhala ve Fluentu a CFD Postu.

a) Axiální síla a ztrátový krouticí moment

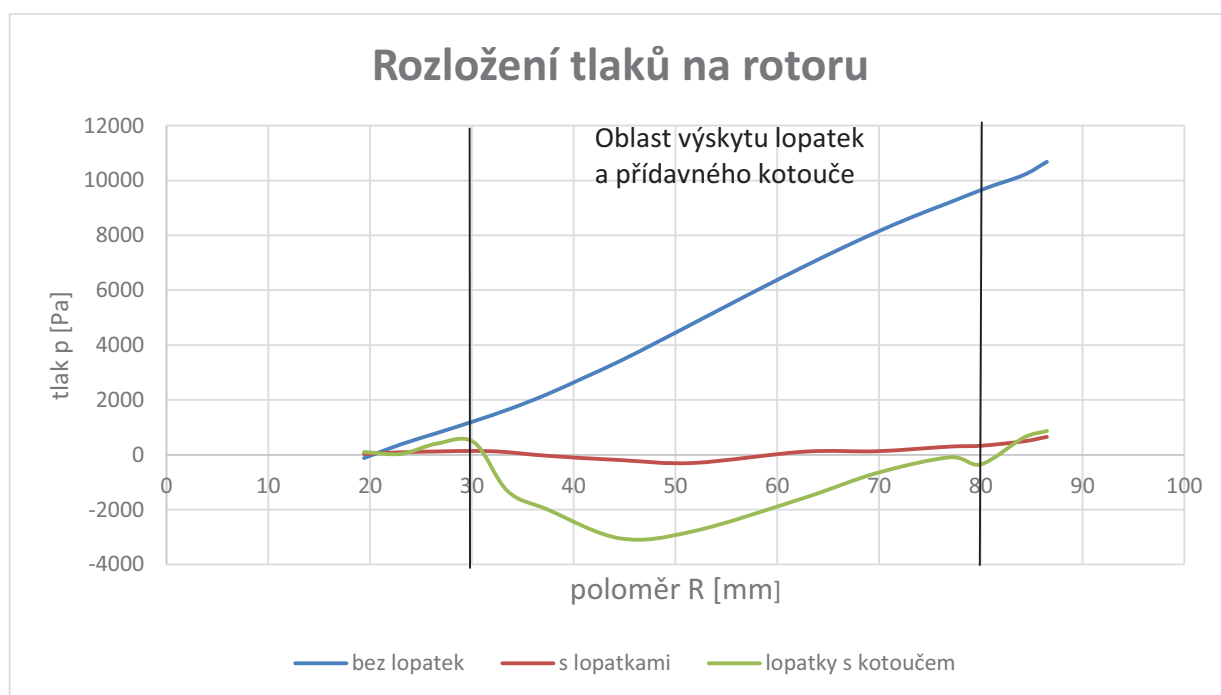
Velikost axiální síly u čerpadel je důležitým faktorem při dimenzování ložisek, které tuto axiální sílu zachycují, proto je snaha dosáhnout co možná nejmenší velikosti axiální síly. Ke snížení celkové axiální síly může dojít v zadní mezeře mezi nosným diskem a statorem (modelované oblasti). Axiální sílu pro jednotlivé typy geometrií, která působí na nosný disk čerpadla (rotor), lze rovnou vypsát z Fluentu pomocí Reports-Forces (tab. 6). Dalším důležitým faktorem je ztrátový krouticí moment. Tento moment ovlivňuje celkovou účinnost čerpadla. Ztrátový krouticí moment stejně jako axiální sílu lze rovnou vypsát z Fluentu pomocí Reports-Moments (tab. 6). Avšak hodnoty axiální síly a ztrátového krouticího momentu nejsou zcela přesné, protože v modelované oblasti nejsou známy hodnoty tlaků na výstupu ze spirály.

Geometrie	Axiální síla působící na rotor [N]	Ztr. krouticí moment[Nm]
bez lopatek	23,874	0,00524
s lopatkami	0,3875	0,0109
s lopatkami a kotoučem	0,334	0,0119

Tabulka 6: Velikosti axiální síly a krouticího momentu

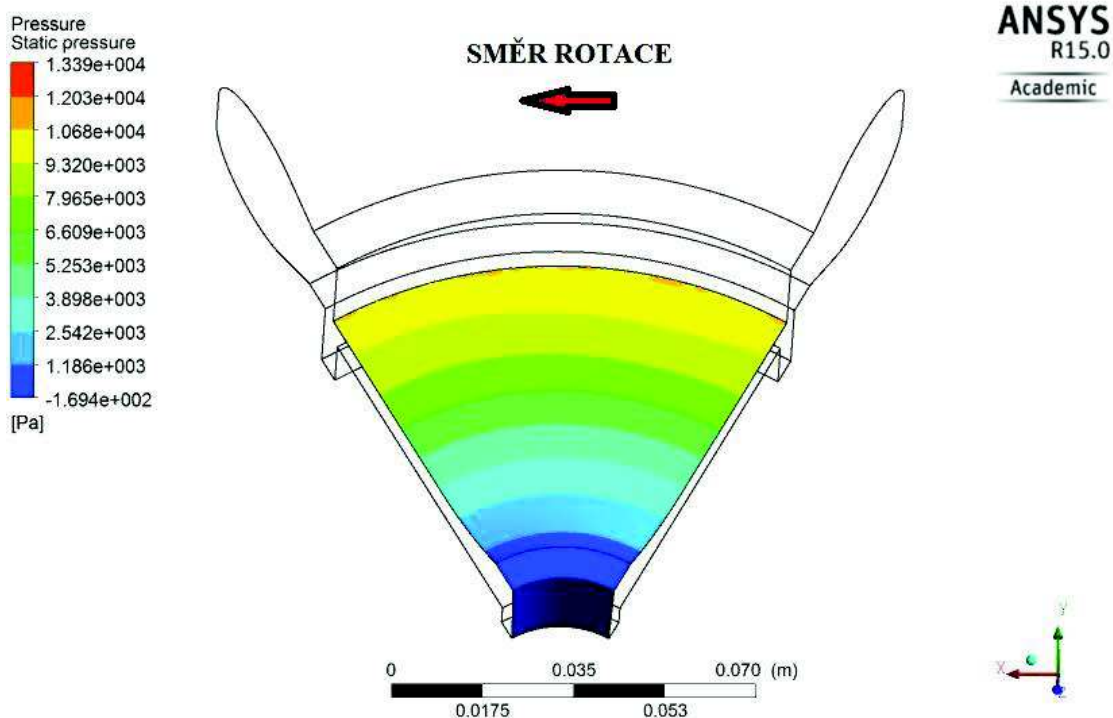
V tabulce 6 jsou znázorněny velikosti celkové axiální síly působící na rotor a ztrátové krouticí momenty pro dané typy geometrických modelů. Z této tabulky vyplývá, že největší ztrátový krouticí moment se vyskytuje u geometrie s lopatkami a kotoučem. Tudíž se dá předpokládat, že u této geometrie dojde k největšímu snížení celkové účinnosti čerpadla.

Největší axiální síla se vyskytuje u geometrie bez lopatek (tab. 6). Velikost axiální síly je dána tlakovým rozložením na nosném disku (obr. 41). Tato charakteristika byla stanovena pomocí válcových řezů na rotoru, kde na daných poloměrech R byly vypsány statické tlaky, které byly na daném poloměru zprůměrovány. Z obrázku 41 lze vyčíst, že nejvyšší tlaky působící na rotor se vyskytují u geometrie bez lopatek. Naopak je tomu u geometrií s lopatkami, kde dojde k značnému snížení tlaku na rotoru. Je to dáno vlivem zadních lopatek, které mají snahu čerpat tekutinu směrem ven do spirály a tím dochází ke snížení tlaku v mezeře. Dokonce u geometrie s lopatkami a přidavným kotoučem dojde k poklesu tlaku do záporných hodnot, to by ovšem mohlo způsobovat vibrace čerpadla.

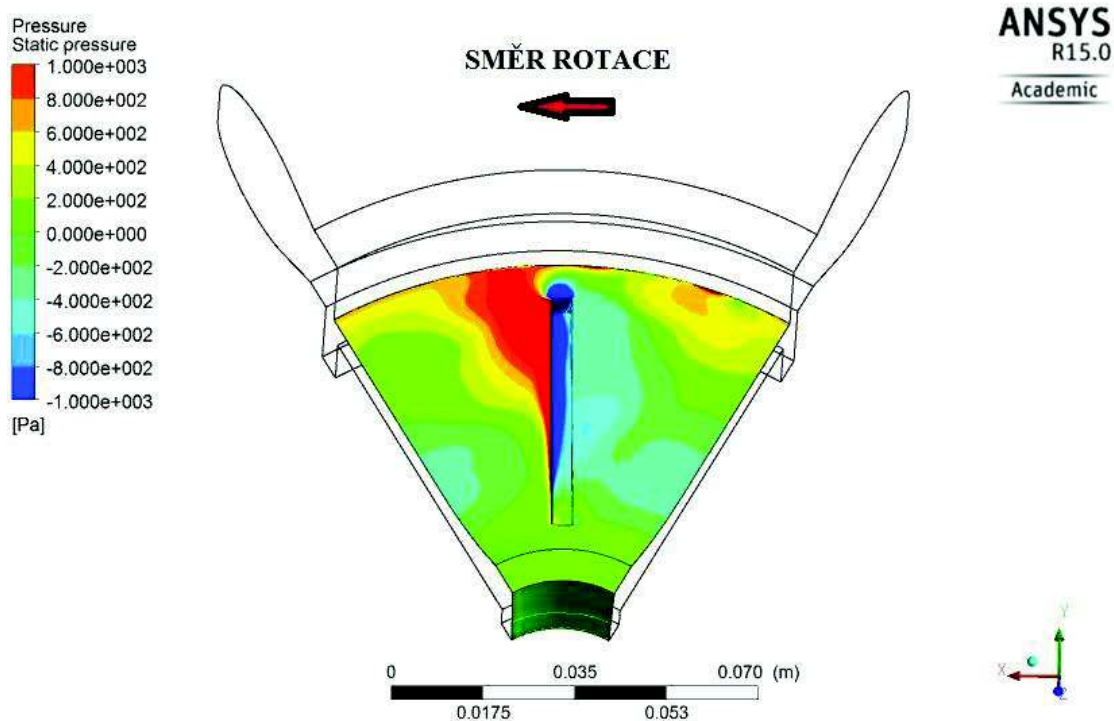


Obrázek 41: Rozložení tlaků na nosném disku (rotor)

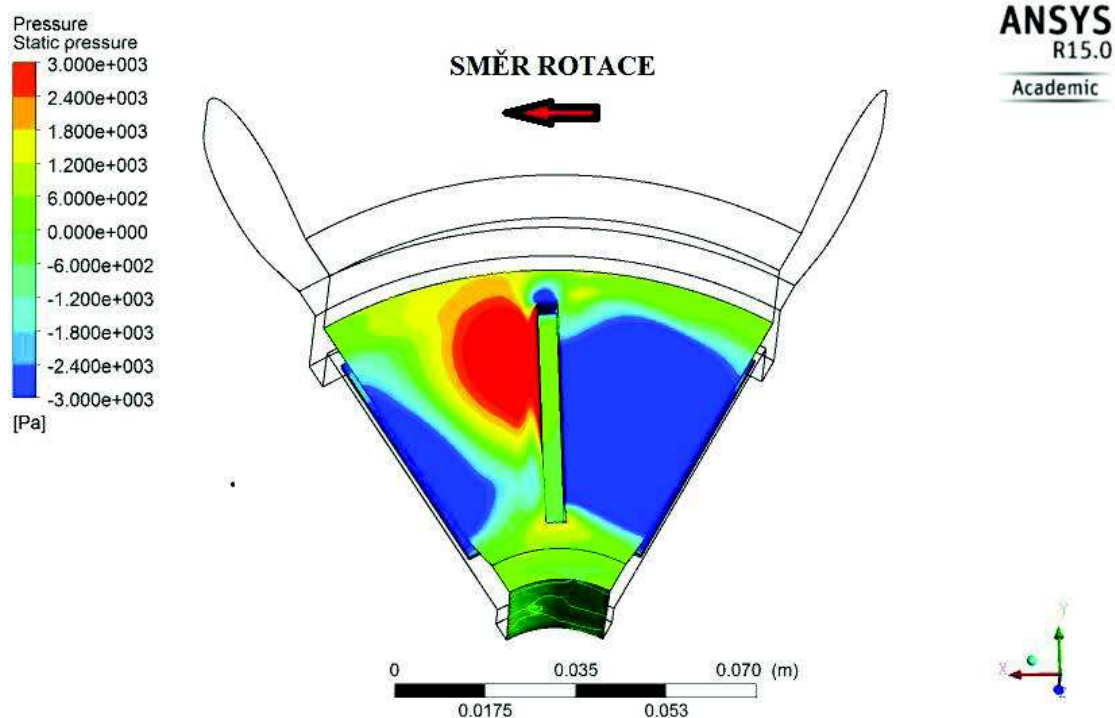
Rozložení statického tlaku na rotoru lze vykreslit i pomocí CFD Postu. U geometrie bez lopatek (obr. 42) se tlaky zvyšují se zvětšujícím se poloměrem. U geometrie s lopatkami (obr. 43) lze pozorovat, že největší tlak se vyskytuje před lopatkou. To je to dáno tím, že lopatka se snaží kapalinu před sebou tlačit (směrem do spirály), tudíž v tomto místě dojde k nárůstu tlaku. Naopak je tomu v místech na lopatce a za lopatkou, kde se vyskytují záporné hodnoty tlaků. U geometrie lopatek společně s kotoučem (obr. 44, 45 a 46) je situace o něco komplikovanější, protože se zde vyskytují tři plochy ovlivňující celkové rozložení tlaků na rotoru: nosný disk, zadní strana kotouče (místo A, obr. 31) a přední strana kotouče neboli plocha kotouče mezi lopatkami (místo B, obr. 31). Co se týče rozložení tlaků na nosném disku a přední straně kotouče je situace stejná jako u geometrie s lopatkami. Na zadní straně kotouče u vnitřního poloměru dochází k podtlaku vlivem působení lopatek a se zvyšujícím se poloměrem tlaky narůstají.



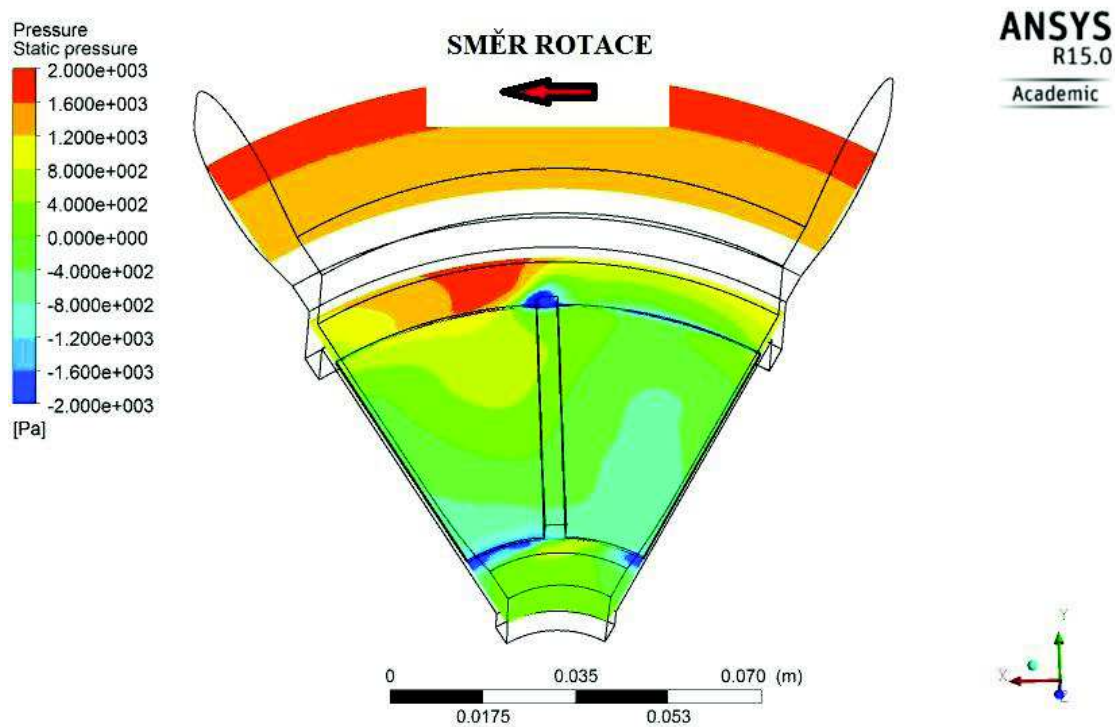
Obrázek 42: Rozložení statického tlaku u geometrie bez lopatek



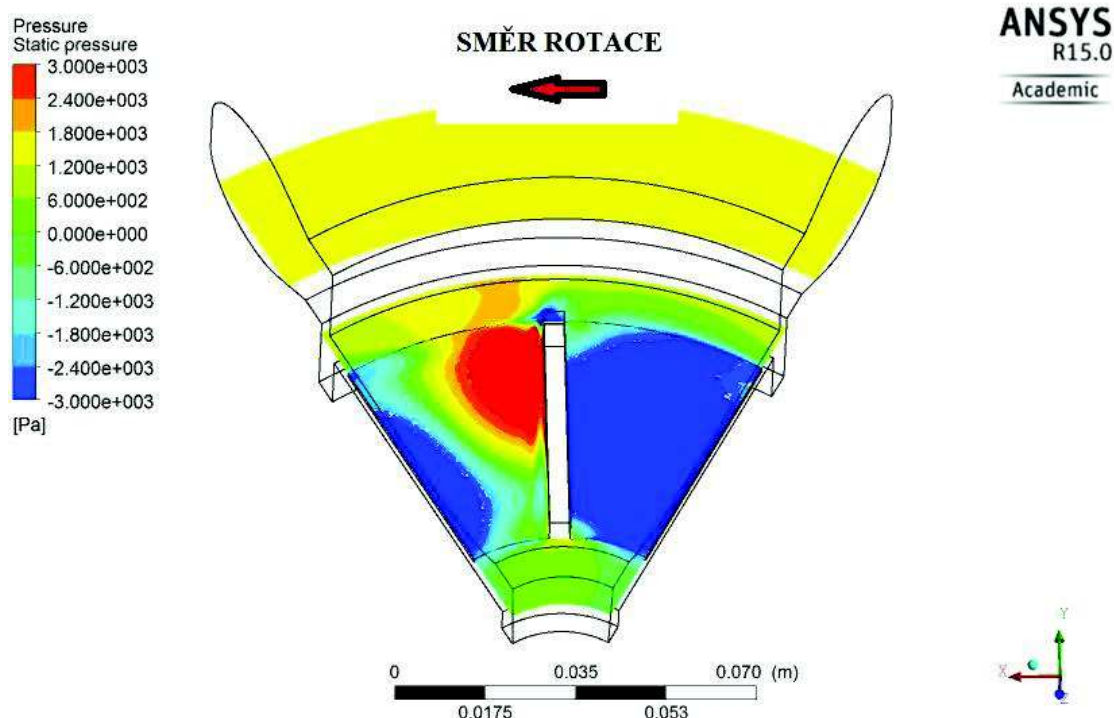
Obrázek 43: Rozložení statického tlaku u geometrie s lopatkami



Obrázek 44: Rozložení statického tlaku u geometrie lopatek s kotoučem - nosný disk



Obrázek 45: Rozložení statického tlaku u geometrie lopatek s kotoučem – plocha A



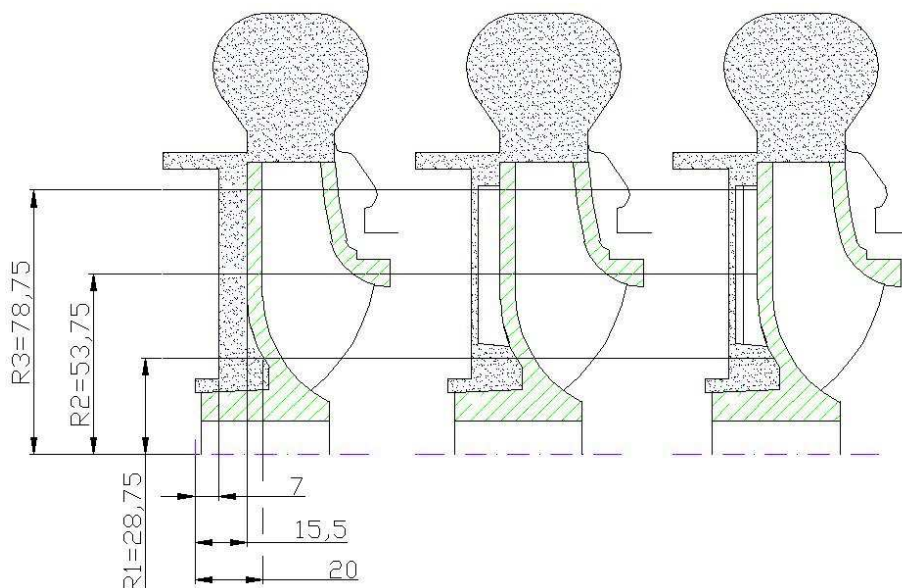
Obrázek 46: Rozložení statického tlaku u geometrie lopatek s kotoučem – plocha B

b) Rychlostní profily, vektory a proudnice

K popsání proudění v mezeře mezi nosným diskem a statorem čerpadla slouží rychlostní profily, vektory rychlostí a proudnice. U rychlostních profilů proudění popisují radiální a tangenciální složky rychlostí. Ve všech geometrických modelech jsou vykresleny rychlostní profily v mezeře (souřadnice z v rozmezí 7 až 15,5 mm) pro tři různé poloměry (tab. 7, obr. 47). Hodnoty rychlostí v jednotlivých řezech jsou následně zprůměrovány.

Poloměr	[mm]
R1	28,75
R2	53,75
R3	78,75

Tabulka 7: Poloměry řezů pro rychlostní profily



Obrázek 47: Vyznačení míst pro vykreslení rychlostních profilů

Závislosti vykreslující rychlostní profily (obr. 48 a 49) jsou bezrozměrné, kde na ose x jsou bezrozměrné velikosti rychlostí v^* a na ose y bezrozměrná délka mezery z^* . Tato bezrozměrná čísla jsou popsána následujícími vztahy:

$$v_{rad}^* = \frac{v_{rad}}{\Omega \cdot r} \quad \text{EQUATION SECTION (NEXT)}(5.1)$$

$$v_{tan}^* = \frac{v_{tan}}{\Omega \cdot r} \quad (5.2)$$

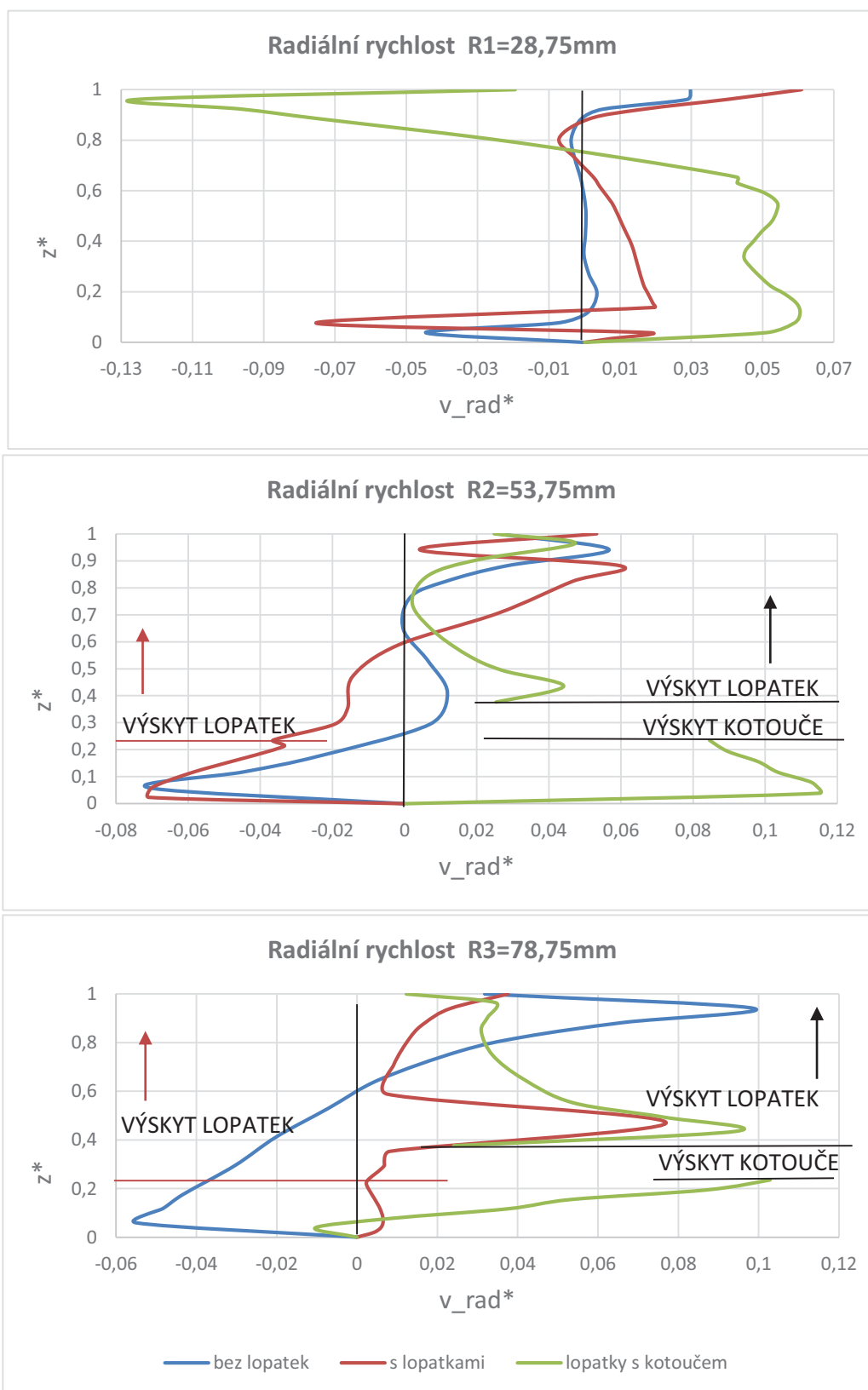
pro R1

$$z^* = \frac{z - 7}{20 - 7} \quad (5.3)$$

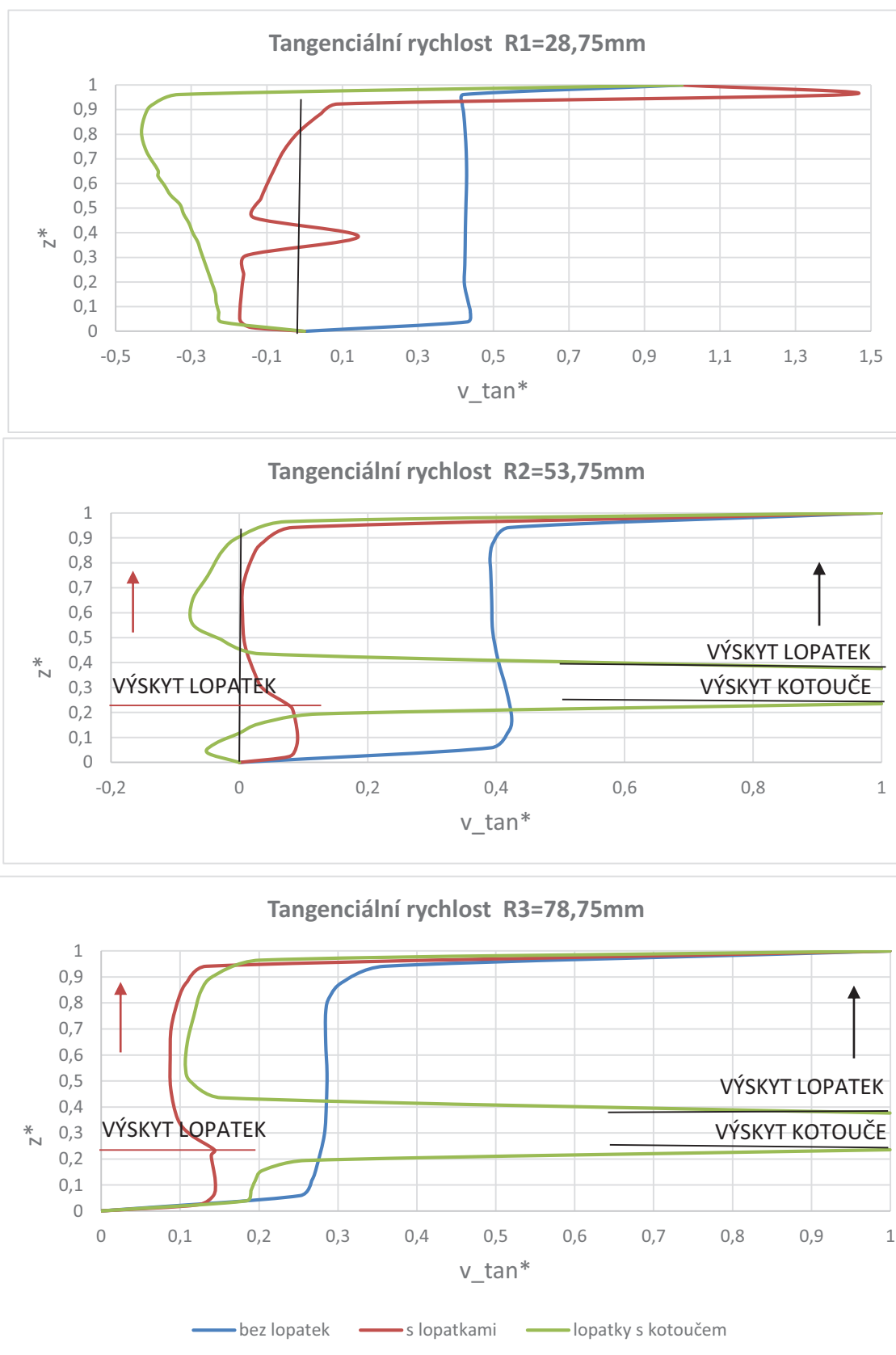
pro R2 a R3

$$z^* = \frac{z - 7}{15.5 - 7} \quad (5.4)$$

$z^*=0$ značí stator a $z^*=1$ značí nosný disk čerpadla.



Obrázek 48: Rychlostní profily - radiální rychlosti



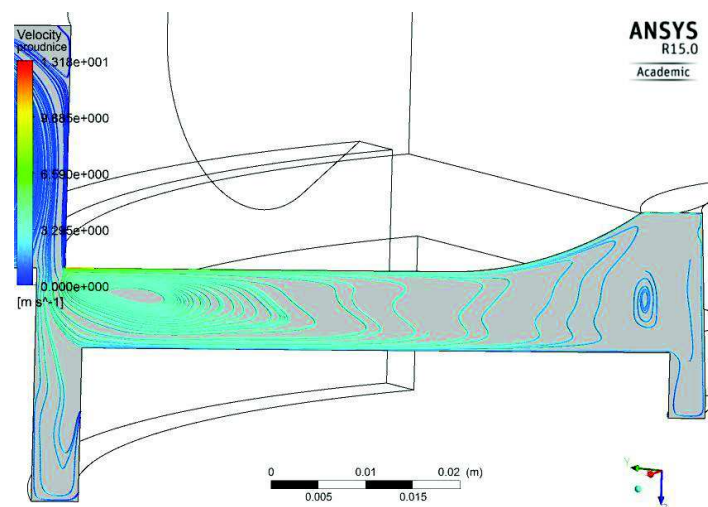
Obrázek 49: Rychlostní profily - tangenciální rychlost

Pro lepší popsání rychlostních profilů bylo nutné vykreslit průběhy proudnic a vektory rychlostí. Proudnice a vektory jsou zobrazeny na následujících obrázcích 50 až 60.

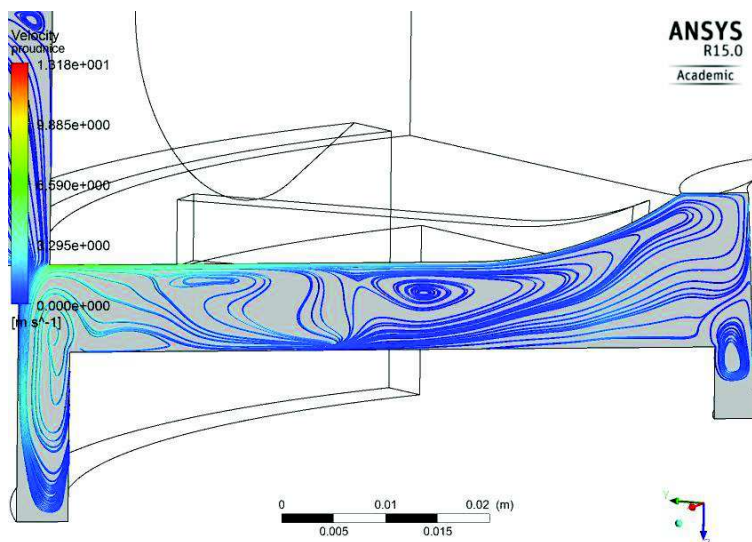
U geometrie bez lopatek vlivem rotace rotujícího disku proudí kapalina směrem do spirály. Část kapaliny odchází do spirály a zbývající část kapaliny se vrací axiálně od rotoru ke statoru, čímž dojde k zavíření (obr. 48, 49 a 50). Podél statoru se kapalina následně vrací zpět k vnitřnímu poloměru.

U geometrie s lopatkami dochází v porovnání s předchozí geometrií k intenzivnějšímu zavíření, což je způsobeno zadními lopatkami. Tyto lopatky mají snahu čerpat kapalinu směrem do spirály. Část kapaliny je uvězněna v mezilopátkovém prostoru, kde dochází ke zjevnému zavíření (obr. 54). Z tohoto obrázku je dále patrné, že zbytek kapaliny obtékající lopatku se vrací zpět do mezilopátkového prostoru. Vlivem zadních lopatek dojde ke snížení tangenciální rychlosti (obr. 49).

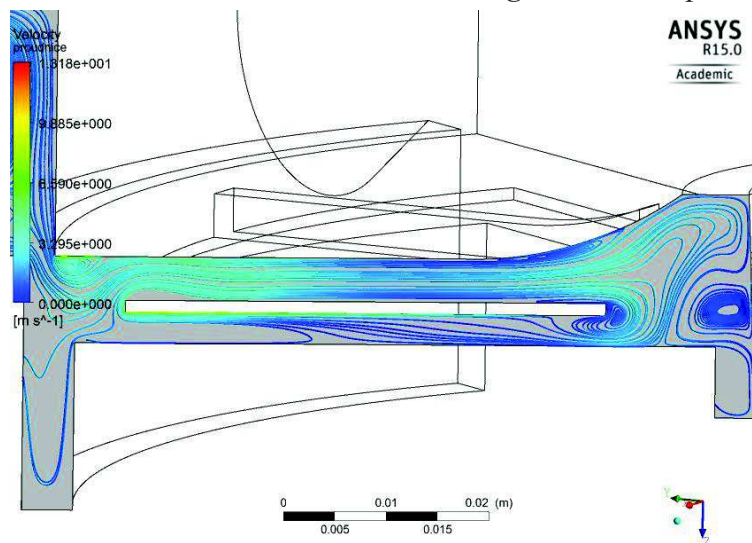
U geometrie s lopatkami a kotoučem se stejně jako u předchozí varianty tvoří v mezilopátkovém prostoru velké víry. Navíc se před lopatkou po celé délce tvoří podélný vír, který odchází směrem do spirály (obr. 55). Na rotujícím nosném disku společně s kotoučem kapalina směřuje k vnějšímu poloměru. Samotné jádro proudu v mezeře mezi kotoučem a nosným má opačný smysl proudění (obr. 52).



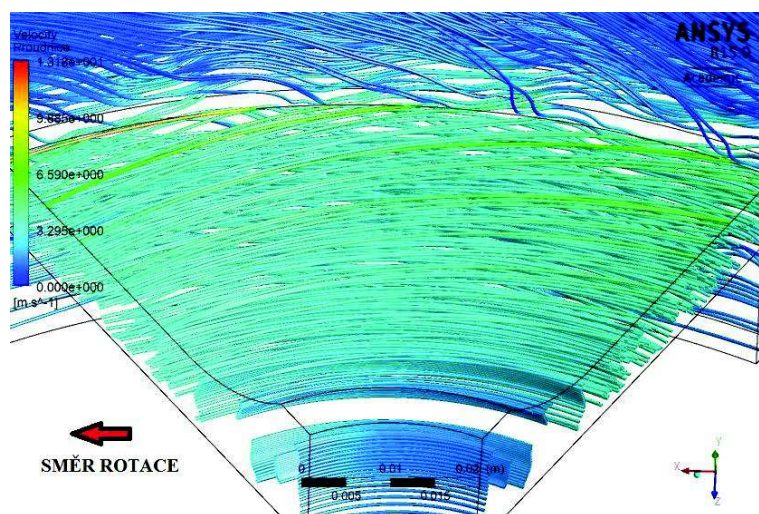
Obrázek 50: Proudnice v radiálním řezu u geometrie bez lopatek



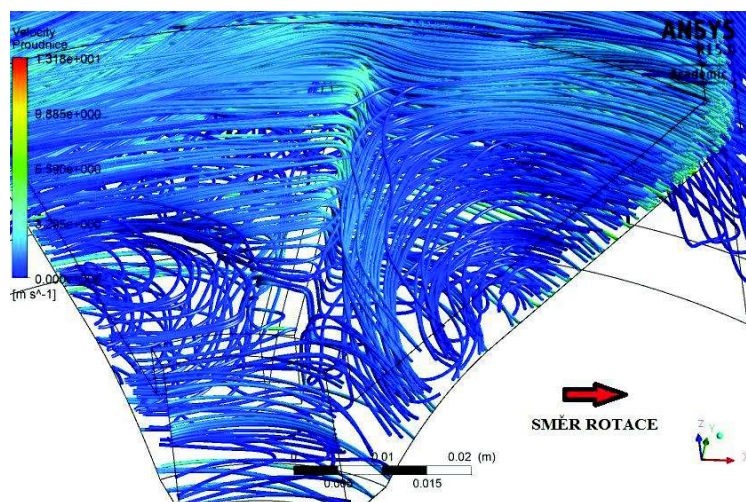
Obrázek 51: Proudnice v radiálním řezu geometrie s lopatkami



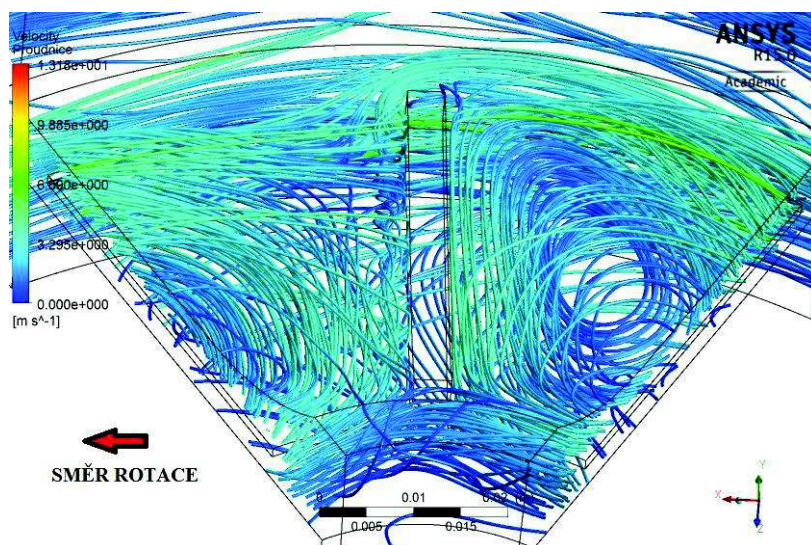
Obrázek 52: Proudnice v radiálním řezu geometrie s lopatkami a kotoučem



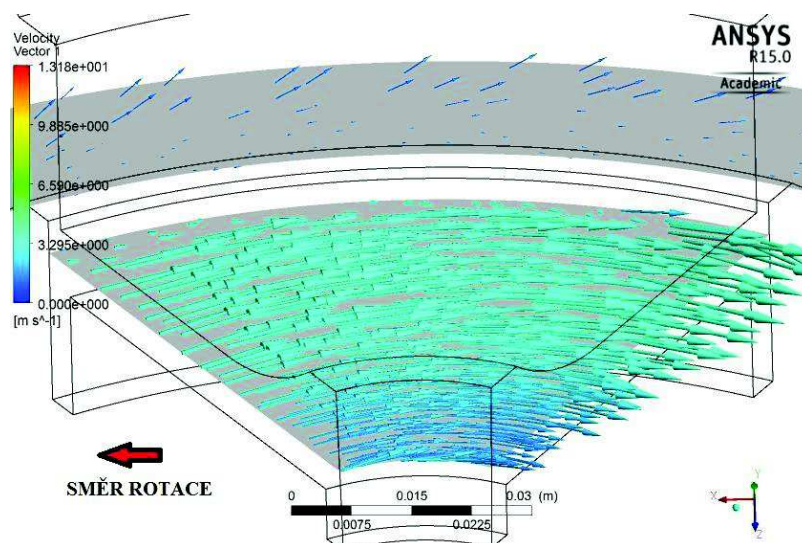
Obrázek 53: Proudnice geometrie bez lopatek



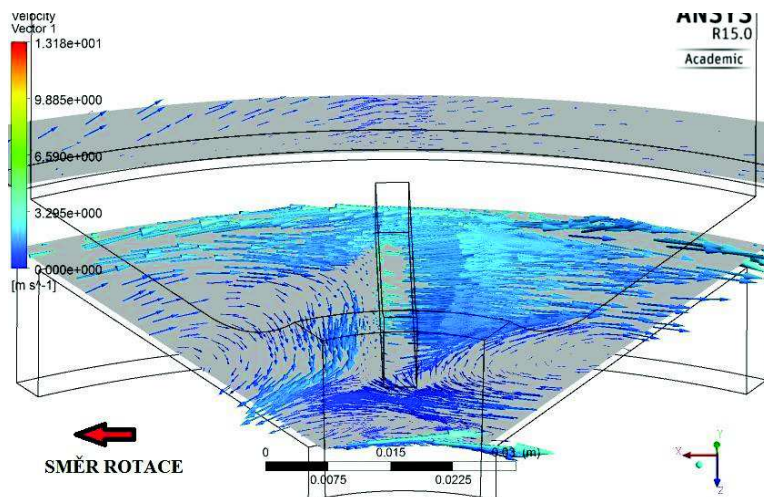
Obrázek 54: Proudnice geometrie s lopatkami-pohled ze zadní strany



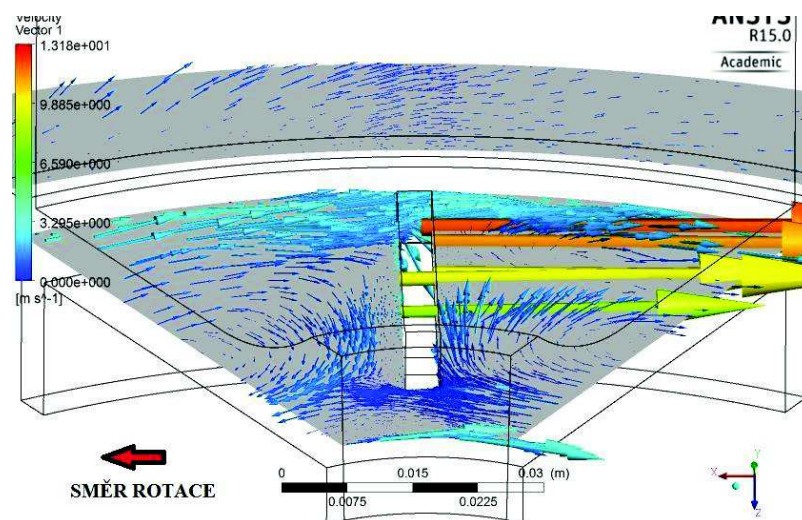
Obrázek 55: Proudnice geometrie s lopatkami a kotoučem



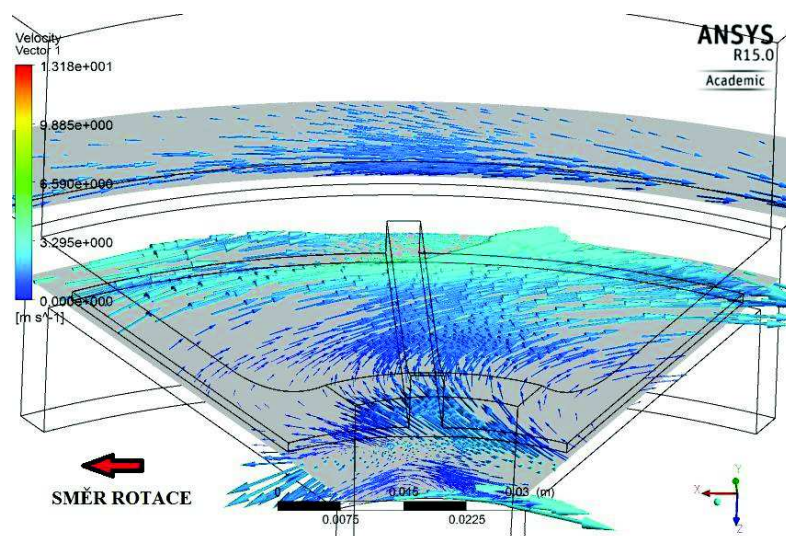
Obrázek 56: Vektory rychlosti geometrie bez lopatek



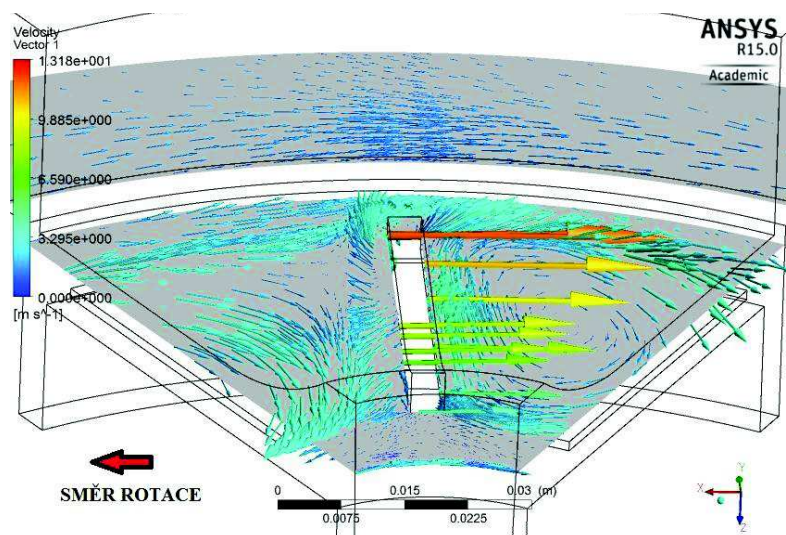
Obrázek 57: Vektory rychlosti geometrie s lopatkami - řez pod lopatkou



Obrázek 58: Vektory rychlosti geometrie s lopatkami - řez v lopatce



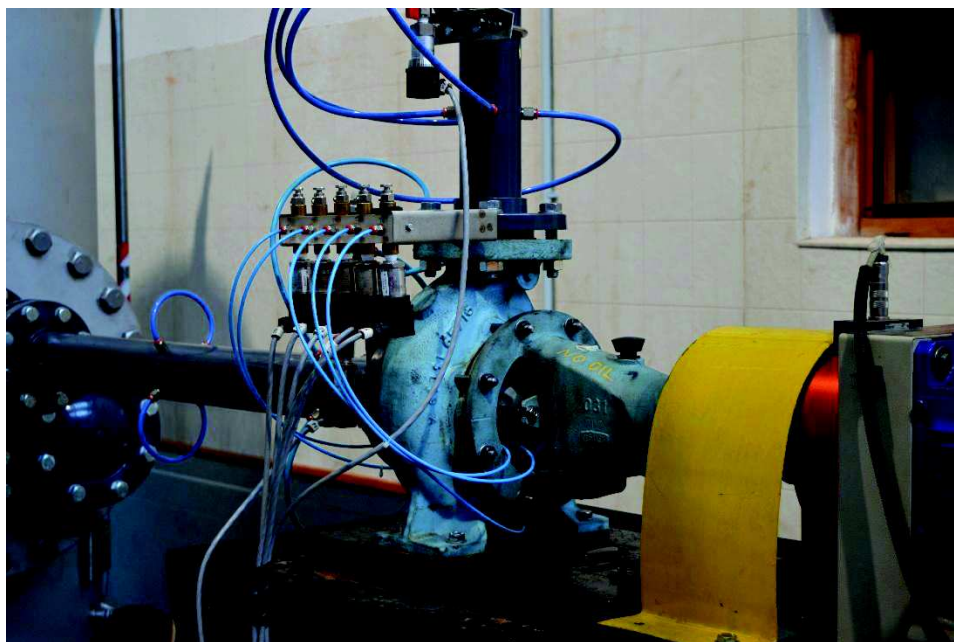
Obrázek 59: Vektory rychlostí geometrie s lopatkami a kotoučem - řez plocha B



Obrázek 60: Vektory rychlostí geometrie s lopatkami a kotoučem - řez v lopatce

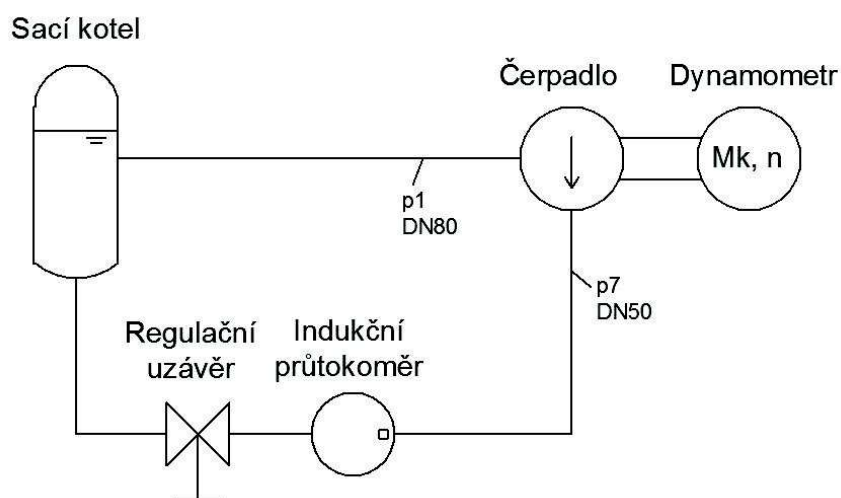
6. Experiment

Výsledky, které jsou získány pomocí numerického výpočtu v programu Ansys Fluent pro tři různé geometrické modely, je zapotřebí porovnat s výsledky získanými z měření v laboratořích na reálném čerpadle (obr 61).

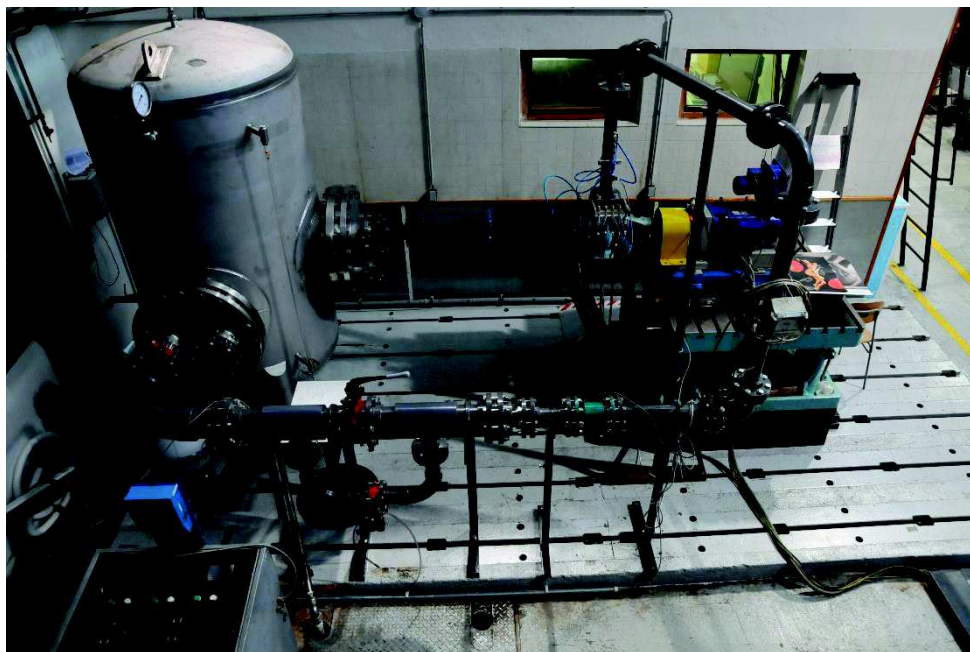


Obrázek 61: Měřené čerpadlo

Pro samotný experiment je postavena trať, která se skládá ze sacího kotle, který slouží jako zásobník kapaliny. Dále se skládá z měřeného čerpadla, sacího a výtlačného potrubí (DN80 a DN65), indukčního průtokoměru (DN50) a regulačního uzávěru SV. K pohonu čerpadla je použit stejnosměrný dynamometr SDS 112 S603 o výkonu 22,4kW se zabudovaným snímačem pro měření kroutícího momentu a otáček.



Obrázek 62: Schéma měřicí tratě

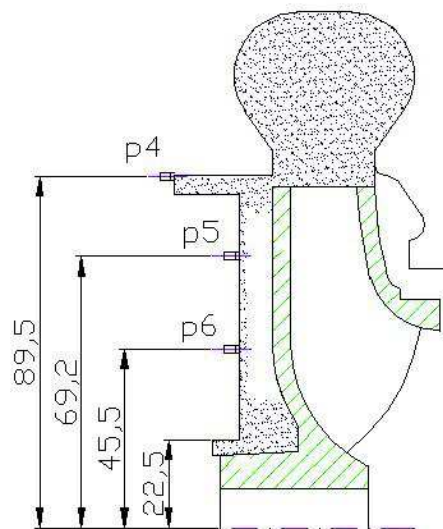


Obrázek 63: Měřicí trať

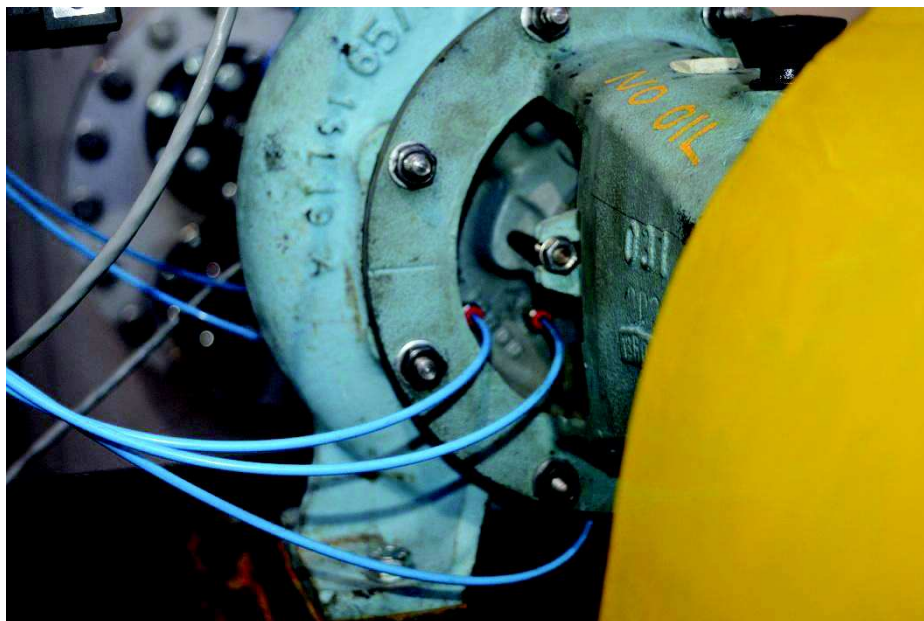
U experimentu byly měřeny následující veličiny:

- | | | |
|---|-----------------|---------|
| • Absolutní tlak před sacím hrdlem čerpadla | p_1 | [kPa] |
| • Absolutní tlak za výtlačným hrdlem čerpadla | p_7 | [kPa] |
| • Absolutní tlaky na zadní straně čerpadla | p_4, p_5, p_6 | [kPa] |
| • Průtok | Q | [l/s] |
| • Kroutící moment na hřídeli čerpadla | M_k | [Nm] |
| • Otáčky čerpadla | n | [1/min] |

Tlakové snímače, které se nachází na zadní straně čerpadla, leží na třech poloměrech. Při vyhodnocování z absolutních tlakových snímačů je odečten atmosférický tlak.

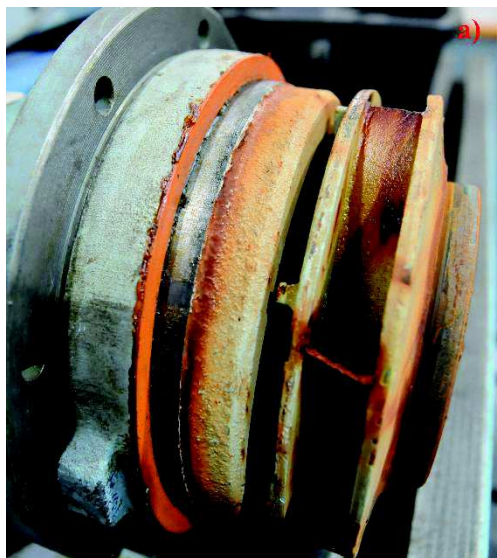


Obrázek 64: Poloha tlakových snímačů



Obrázek 65: Poloha tlakových snímačů na zadní straně čerpadla

Čerpadlo, stejně jako numerické výpočty, je měřeno pro tři různé modifikace, kde se měnila geometrie zadní strany nosného disku oběžného kola. První geometrie se skládá z oběžného kola, kde na nosném disku jsou zadní lopatky. U druhé geometrie jsou zadní lopatky osoustruženy a poté je na lopatky přichycen kotouč ([10]). V poslední geometrii jsou zadní lopatky osoustruženy celé. Všechny tyto úpravy jsou podrobněji popsány v předchozí kapitole při tvorbě geometrického modelu pro Ansys Fluent (obr 31).



Obrázek 66: Geometrie oběžného kola; a) Oběžné kola se zadními lopatkami; b) Oběžné kolo se zadními lopatkami a kotoučem

6.1. Výpočty

Z naměřených veličin je nutné vypočítat následující veličiny, aby bylo možné sestavit jednotlivé charakteristiky čerpadla.

- | | | |
|------------------------------|--------|---------|
| • Měrná energie čerpadla | Y | [J/kg] |
| • Příkon čerpadla na hřídeli | P | [W] |
| • Účinnost čerpadla | η | [1] |
| • Specifické otáčky čerpadla | ns | [1/min] |

Výpočet měrné energie je dán vztahem:

$$Y = \frac{p_7 - p_1}{\rho} + \frac{Q^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{S_7^2} - \frac{1}{S_1^2} \right) + g \cdot z \quad \text{EQUATION SECTION 6(6.1)}$$

kde jedinou neznámou v této rovnici je výška z, která určuje výšku mezi tlakovými snímači p_7 a p_1 . Tato výška se stanoví z předchozí rovnice při odstaveném čerpadle s nulovým průtokem a má následující tvar:

$$z = - \frac{p_7 - p_1}{\rho \cdot g} \quad (6.2)$$

Výpočet příkonu, účinnosti a specifických otáček čerpadla vychází z následujících vztahů:

$$P = M_k \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \quad (6.3)$$

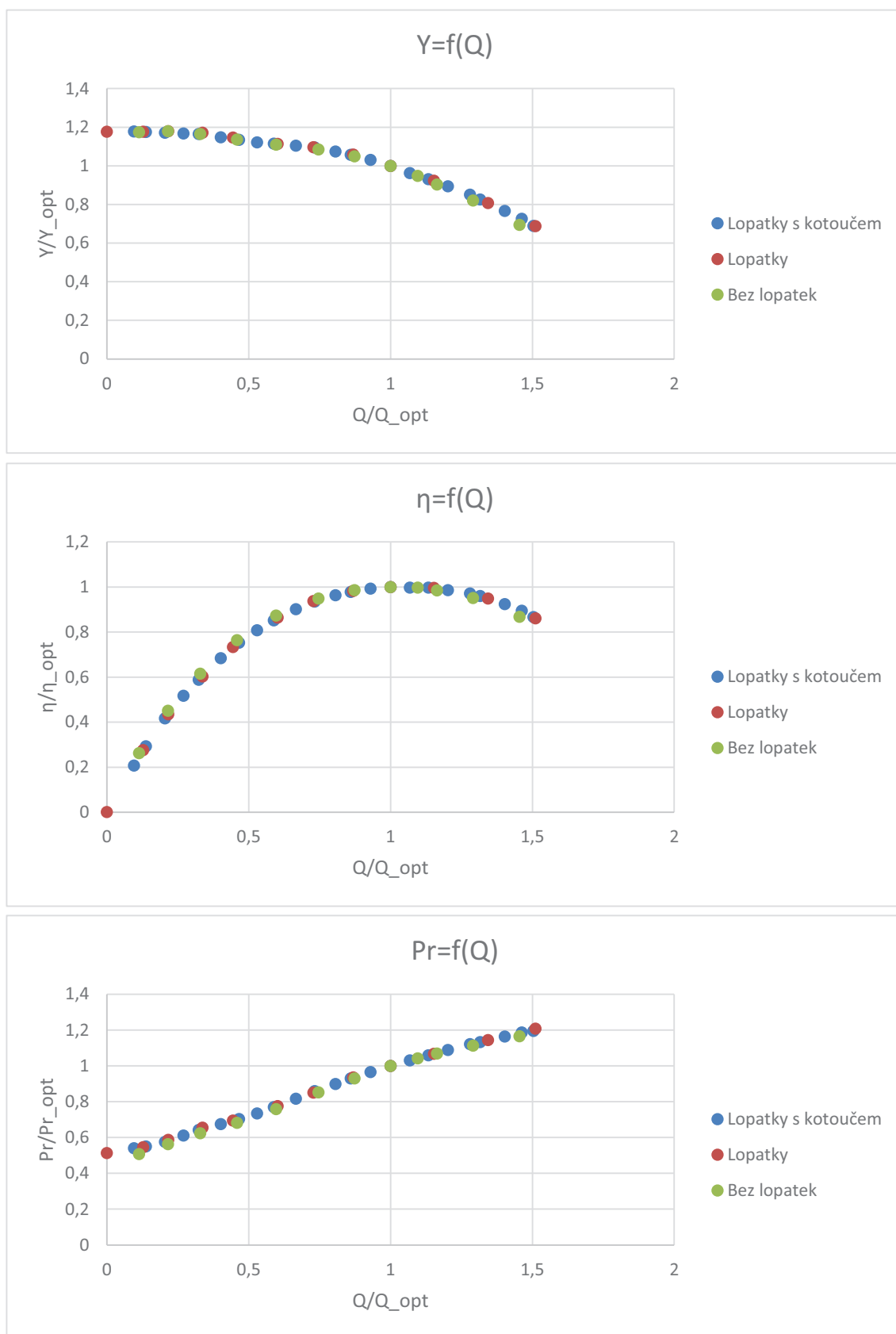
$$\eta = \frac{\rho \cdot Q \cdot Y}{P} \quad (6.4)$$

$$ns = 3,65 \cdot \frac{n}{\sqrt{H}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H}}} \quad (6.5)$$

Výpočet specifických otáček je pro bod, který dosahuje maximální účinnosti (optimum čerpadla). Specifické otáčky jednotlivých modifikací se od sebe nějak výrazně neliší (tab. 8). To stejné je možné tvrdit i o sestavených charakteristikách (obr. 67).

Geometrie	ns [1/min]
bez lopatek	127.764
s lopatkami	124.027
s lopatkami a kotoučem	123.787

Tabulka 8: Specifické otáčky odpovídající jednotlivým geometriím



Obrázek 67: Charakteristiky čerpadla pro dané modifikace

Aby bylo možné porovnávat experiment s numerickým výpočtem je zapotřebí vyhodnocení axiální síly působící na nosný disk čerpadla. K tomu slouží tlakové snímače, které se nachází na zadní straně čerpadla (obr. 56). Axiální síla je počítána z následujícího vztahu:

$$F = \int_{r_1}^{r_2} p(r) \cdot r \cdot dr \int_0^{2\pi} d\varphi \quad (6.6)$$

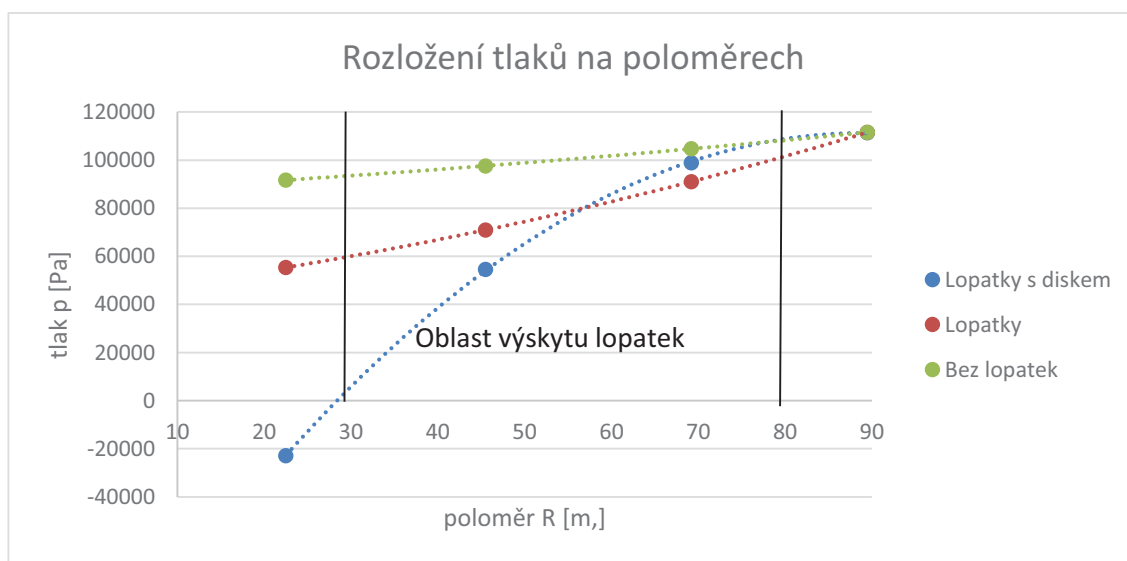
kde poloměr $r_2=89,5\text{mm}$ je poloha snímače tlaku p_4 a poloměr $r_1=22,5\text{mm}$ udává vnitřní poloměr (obr. 56). Na poloměru r_1 jsme neznačili přesnou hodnotu tlaku. Tento tlak je dopočítán extrapolací s pomocí tlaků p_4 , p_5 a p_6 . Z těchto tlaků se vezmou hodnoty závislé na poloměrech, které jsou následně proloženy polynomem druhého stupně. Pomocí polynomu lze určit tlak, který působí na daném poloměru r_1 . Tlaková funkce v závislosti na poloměru má tvar:

$$p(r) = A \cdot r^2 + B \cdot r + C \quad (6.7)$$

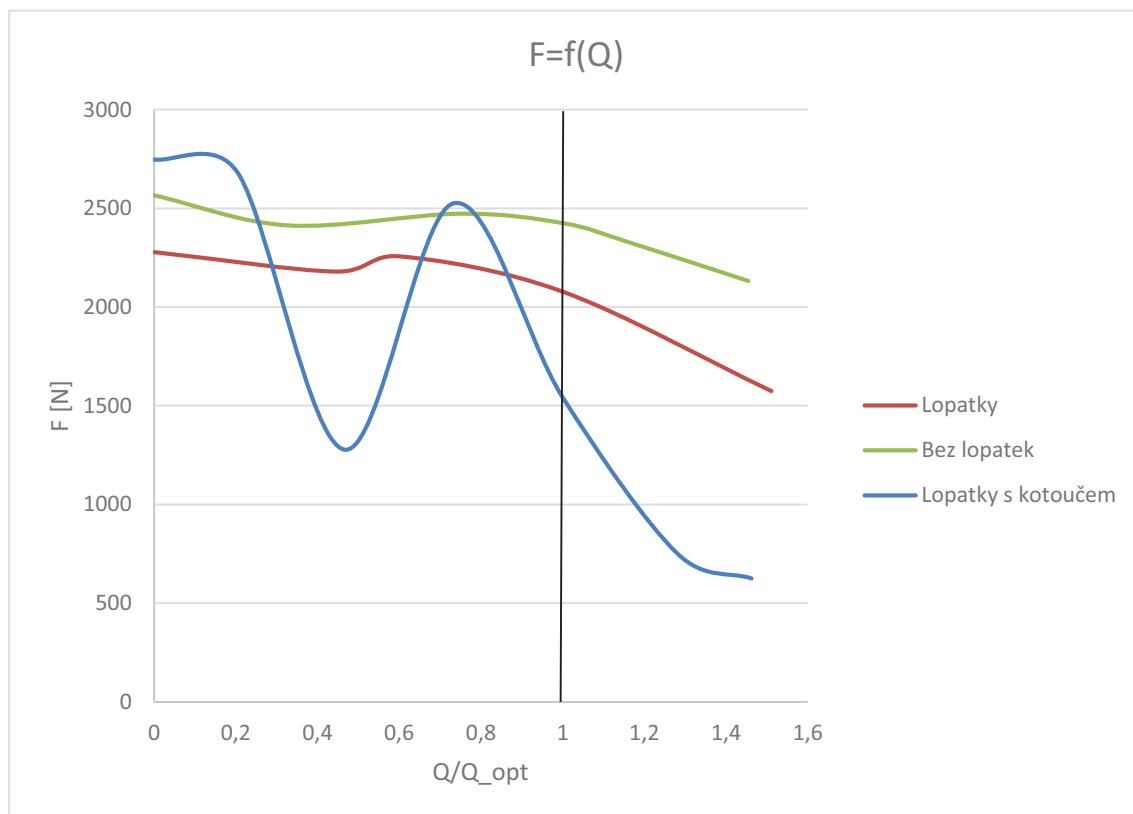
Axiální síla je počítána u každé modifikace pro bod, kde je dosažena maximální účinnost. Konstanty A, B a C se u každého bodu mění. V tabulce 9 jsou znázorněny výsledky velikosti axiální síly pro jednotlivé tvarové modifikace a je zřejmé, že největší axiální síla působí na geometrii bez lopatek, naopak je tomu u geometrie s lopatkami a kotoučem. Těmto silám odpovídá i tlakové rozložení na zadní straně čerpadla (obr. 68).

Geometrie	F [N]
bez lopatek	2426,44
s lopatkami	2078,18
s lopatkami a kotoučem	1543,21

Tabulka 9: Axiální síla pro jednotlivé modifikace



Obrázek 68: Závislost tlaku na poloměru



Obrázek 69: Závislost axiální síly na průtoku

Na obrázku 69 je znázorněna axiální síla jak se mění v závislosti na daném průtoku. U geometrie lopatek společně s kotoučem tato síla kolísá a při malých průtocích dosahuje poměrně vysokých hodnot.

7. Porovnání výsledků výpočtového modelování a experimentu

U rotujících disků byly zkoumány nestability, které mohou vzniknout u malých mezer mezi rotorem a statorem. Tyto mezery jsou charakterizovány pomocí bezrozměrných čísel (Reynoldsova a Rosbyho čísla). Pro velmi malé mezery Schouveiler stanovil přechodový diagram (obr. 15). Čerpadlo, které bylo počítáno jak numericky tak experimentálně, leží mimo oblast tohoto diagramu, z důvodu velké úhlové rychlosti Ω . Výška mezery mezi rotorem a statorem čerpadla je $h=8,5\text{mm}$. Úhlovou rychlost je možno určit z následujícího vztahu:

$$\Omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1450}{60} = 151,8 \text{ rad/s} \quad \text{EQUATION SECTION 7 (7.1)}$$

Z výpočtového modelování a experimentu čerpadla byla stanovena axiální síla působící na nosný disk čerpadla (rotor) a závislost tlaků na poloměru pro jednotlivé typy geometrických modelů. V následující tabulce jsou vypsány hodnoty axiálních sil působících na nosný disk čerpadla, jak pro výpočtové modelování, tak pro experiment.

Geometrie	Výpočtové modelování, F [N]	Experiment, F[N]
bez lopatek	23,874	2426,44
s lopatkami	0,3875	2078,18
s lopatkami a kotoučem	0,334	1543,21

Tabulka 10: Porovnání axiální síly působící na nosný disk čerpadla

Z tabulky 10 lze pozorovat, že hodnoty axiální síly z výpočtového modelování a experimentu se liší řádově o několik tisíc newtonů. Tento rozdíl je způsoben tím, že ve výpočtovém modelování není znám tlak, který se nachází ve spirále. Avšak lze dojít k závěru, že největší axiální síla působí na geometrii bez lopatek a nejmenší axiální síla působí na geometrii s lopatkami a kotoučem. Tento výsledek vychází z výpočtového modelování a i z provedeného experimentu.

Na obrázku 41 a 68 je znázorněno tlakové rozložení na nosném disku stanovené z výpočtového modelování a experimentu. Stejně jako síly tak i rozložení tlaků na nosném disku u výpočtového modelování vychází menší než je tomu u experimentu. Co se týče samotných průběhů, tak u geometrie lopatek s kotoučem jsou charakteristiky nejvíce rozdílné. To je dáno tím, že jsou měřeny pouze tlaky za kotoučem, ale nejsou známy tlaky, které působí mezi nosným diskem a přední stranou kotouče. Proto lze předpokládat, že celkový průběh tlaků bude o něco nižší. Z obou charakteristik lze vyvodit závěr, že největší tlakové rozložení působí na geometrii bez lopatek a nejmenší na geometrii s lopatkami a kotoučem.

8. Závěr

V první části řešerše diplomové práce bylo pojednáno o axiální síle u hydrodynamického odstředivého čerpadla. V této kapitole byl rozebrán vznik a výpočet této axiální síly, která má značný vliv na dimenzaci ložisek. Vyrovnávání axiální síly lze docílit pomocí konstrukčních prvků jako například vyrovnávací otvory, těsnící mezera s vyrovnávacími otvory a zadní lopatky na nosném disku. Předmětem zkoumání byly zadní lopatky podle experimentu, který provedl Vasant Godbole. U experimentu byly voleny následující parametry: počet zpětných lopatek, poloměr zpětných lopatek, výška lopatek a velikost mezery mezi lopatkou a skříní čerpadla. Z těchto parametrů byly následně sestaveny závislosti vlivu zadních lopatek na působící axiální sílu.

Druhá část řešerše se zabývala teorií rotujících disků, které slouží k popsání proudění v mezních vrstvách. Rozlišují se tři základní typy mezních vrstev: von Kármánova, Bödewadtova a Ekmanova mezní vrstva. Tyto mezní vrstvy byly následně popsány pomocí bezrozměrných čísel (Reynoldsova a Rosbyho čísla). Pomocí Reynoldsova čísla a velikosti mezery byly sestaveny přechodové diagramy, které popisují režimy proudění. Mezi jednotlivými přechody režimu proudění vznikají nestability, které se vyskytují v mezní vrstvě na rotoru a statoru.

Ve výpočetní části diplomové práce byl modelován rotující disk, který byl tvořen dvěma paralelními disky podle experimentu Erica Serreho a Sebastiena Poncenta. Jeden z disků se otáčí úhlovou rychlostí (rotor) a druhý je v klidu (stator). V této kapitole byla popsána tvorba geometrie a výpočetní síť. U výpočetní sítě bylo nutno dosáhnout co největšího zjemnění v oblasti statoru a rotoru, aby bylo možno využít model turbulence LES. Při vyhodnocení rotujícího disku byly vykreslovány vektory rychlostí, které jsou schopny popsat proudění. Dále byly vykreslovány tangenciální a radiální rychlostní profily. Tyto profily byly následně porovnány s experimentem. Hlavním cílem bylo vykreslení nestabilit vznikajících v mezních vrstvách na rotoru a statoru. Z výsledků daných výpočtovým modelováním je patrné, že oblast rotoru je stabilnější než oblast na statoru. Z výsledků dosažených výpočtem RANS a LES lze dojít k závěru, že obě tyto metody předpovídají prakticky stejné rychlostní profily. Pokud tedy není snaha zachytit nestability proudění, je možné použít pouze metodu RANS s Enhanced Wall Treatment, která šetří výpočetní časové nároky, protože u metody LES je zapotřebí pro nestacionární výpočet mnohem menší časový krok.

Další výpočetní část popisuje reálné geometrické modely čerpadla, u kterých byla modelována zadní mezera mezi nosným diskem oběžného kola a statorovou částí čerpadla. V konečné fázi byly zkoumány tři hlavní geometrie, kdy jedna byla tvořena pouze nosným diskem, v druhé geometrii byly aplikovány zadní lopatky. Poslední geometrie se skládala ze zadních lopatek, na kterých byl přichycen kotouč. Pro posouzení jednotlivých variant bylo nutné vyhodnotit axiální síly působící na rotor a ztrátový krouticí moment. Z těchto výsledků je patrné, že největší axiální síla působí na geometrii bez lopatek a nejmenší na geometrii s lopatkami a kotoučem. Samotný ztrátový krouticí moment dosahoval největší hodnoty u varianty s lopatkami a kotoučem. Tento ztrátový krouticí moment způsobuje snížení účinnosti čerpadla. Následně byl vykreslen průběh rozložení tlaků na rotoru. Tlakové rozložení odpovídá axiálním silám působícím na jednotlivé geometrie. Pro znázornění proudění byly vykreslovány rychlostní profily, vektory rychlostí a proudnice.

Pro porovnání výpočetní části z předchozí kapitoly bylo nutné provedení experimentu na reálném čerpadle. Z naměřených veličin byly sestaveny charakteristiky čerpadla pro jednotlivé varianty popsané ve výpočtové části. U experimentu byla počítána axiální síla působící na nosný disk čerpadla (rotor), průběh rozložení tlaků na jednotlivých poloměrech a závislost velikosti axiální síly na průtoku.

Při porovnání experimentu s výpočtovou částí bylo zjištěno, že celkové velikosti u experimentu vycházejí o několik tisíc newtonů větší než u výpočtového modelování. Je to zapříčiněno tím, že u výpočtového modelování není možno definovat tlak ve spirále bez nutnosti zahrnout do výpočtu oběžné kolo. Pro zpřesnění výsledků výpočtového modelování by bylo nutné vytvořit novou okrajovou podmínku, která by definovala rychlost vstupující kapaliny do spirály. Z experimentu i výpočtového modelování vyplývá, že největší axiální síla působí na geometrii bez lopatek, naopak je tomu u geometrie s lopatkami a kotoučem. Pro další srovnání slouží rozložení tlaků na rotoru. Stejně jako síly vychází rozložení tlaků u výpočtového modelování menší než u provedeného experimentu. Samotné průběhy tlaků se nejvíce liší u geometrie lopatek s kotoučem, jelikož není znám tlak působící mezi nosným diskem a přední stranou kotouče.

9. Použitá literatura

- [1] GODBOLE, Vasant a Rajashri PATIL. *AXIAL THRUST IN CENTRIFUGAL PUMPS - EXPERIMENTAL ANALYSIS*[online]. , 14 [cit. 2016-05-16]. Dostupné z: http://paginas.fe.up.pt/clme/icem15/ICEM15_CD/data/papers/2977.pdf
- [2] Reducing Thrust and Extending Bearing Life. *Pumps and systems* [online]. [cit. 2016-05-16]. Dostupné z: <http://www.pumpsandsystems.com/bearings/december-2013-reducing-thrust-and-extending-bearing-life>
- [3] GANČO, Martin. *Axiálna sila hydrodynamických čerpadel s radiálnym obežným kolesom*. Bratislava, 1999. Habilitační práce. SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVĚ - STROJNICKÁ FAKULTA.
- [4] Příručka čerpací techniky. *Grundfos* [online]. [cit. 2016-05-16]. Dostupné z: http://net.grundfos.com/doc/webnet/mining/_downloads/pump-handbook.pdf
- [5] CRESPO DEL ARCO, E., E. SERRE a P. BONToux. *Stability, transition and turbulence in rotating cavities* [online]. , 57 [cit. 2016-05-16]. ISSN 1353-808X. Dostupné z: http://portal.uned.es/pls/portal/docs/PAGE/UNED_MAIN/LAUNIVERSIDAD/UBICACIONES/01/DOCENTE/EMILIA_CRESPO_DEL_ARCO/AFF24_TOSENDRED.PDF
- [6] LAUNDER, Brian, Sébastien PONCET a Eric SERRE. *Laminar, Transitional and Turbulent Flows in Rotor-Stator Cavities*. *Hal* [online]. 2012, , 38 [cit. 2016-05-16]. Dostupné z: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00678846/document>
- [7] KOZUBKOVÁ, Milada. Modelování proudění tekutin FLUENT, CFX. *VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ - TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA* [online]. , 154 [cit. 2016-05-17]. Dostupné z: <http://www.338.vsb.cz/PDF/Kozubkova-Fluent.pdf>
- [8] VLČEK, Petr Vlček. MODELOVÁNÍ TURBULENTNÍHO PROUDĚNÍ. *České Vysoké Učení Technické v Praze*[online]. , 21 [cit. 2016-05-17]. Dostupné z: <http://chps.fsid.cvut.cz/pt/2013/pdf/3509.pdf>
- [9] VIAZZO, Stephane, Sébastien PONCET a Eric SERRE. High-order Large Eddy Simulations of Conned Rotor-Stator Flows. *Hal* [online]. 2013, , 14 [cit. 2016-05-16]. Dostupné z: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00822030/document>
- [10] VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ, Úprava obežného kota hydraulických strojů ke snížení axiální síly a hydraulických ztrát. Vynálezci: Pochylý František prof. Ing., CSc., Habán Vladimír doc. Ing., Hudec Martin Ing., Krutil Jaroslav Ing., Rudolf Pavel doc. Ing., Ph.D., Česká republika. Patent č. 305908.

10. Seznam použitých veličin

F_A	[N]	výsledná axiální síla
F_V	[N]	axiální síla působící na nosný disk oběžného kola
F_S	[N]	axiální síla působící na krycí disk oběžného kola
F_O	[N]	axiální síla působící na vstupu do oběžného kola
Q	[m ³ /s]	průtok
cm_o	[m/s]	absolutní rychlost na vstupu do oběžného kola
ρ	[kg/m ³]	hustota kapaliny
p_2	[Pa]	tlak na výstupu z oběžného kola
p_1	[Pa]	tlak na vstupu do oběžného kola
ω	[rad/s]	úhlová rychlost
r_2	[m]	poloměr oběžného kola
Y_P	[J/kg]	specifická měrná energie čerpadla
r_T	[m]	poloměr výskytu těsnících kruhů na vstupu
r_N	[m]	poloměr náboje oběžného kola
H_0	[m]	statická výška na výstupu
R	[m]	poloměr zadních lopatek
B	[m]	úhlová rychlost kapaliny
Re	[-]	Reynoldsovo číslo
Ro	[-]	Rosbyho číslo
ν	[m ² /s]	kinematická viskozita
δ	[m]	výška mezní vrstvy
Ω_f	[rad/s]	úhlová rychlost kapaliny
Ω_d	[rad/s]	úhlová rychlost rotoru
Ω	[rad/s]	úhlová rychlost
h	[m]	výška mezery
r	[m]	proměnný poloměr
h	[m]	výška mezery
G	[-]	poměr stran
a	[m]	vnitřní poloměr rotujícího disku
b	[m]	vnější poloměr rotujícího disku
R_m	[-]	poloměr zakřivení
K	[-]	koeficient strhávání
y^+	[-]	bezrozměrná vzdálenost od stěny
y	[m]	kolmá výška prvku od stěny
μ_τ	[m/s]	třecí rychlost
$\overline{v_i}$	[m/s]	časově středovaná složka rychlosti
$\overline{p}$	[Pa]	časově středovaná složka tlaku
τ_{ij}	[Pa]	tenzor turbulentních napětí

μ_t	[Pa.s]	turbulentní dynamická viskozita
k	[m ² /s ²]	turbulentní kinetická energie
δ_{ij}	[-]	Kroneckerova delta
p	[Pa]	tlak
R_1, R_2, R_3	[m]	poloměry řezů při vyhodnocování rychlostních profilů
v_{rad}	[m/s]	radiální složka rychlosti
v_{tan}	[m/s]	tangenciální složka rychlosti
z	[m]	souřadnice velikosti mezery
v_{rad}^*	[-]	bezrozměrná radiální složka rychlosti
v_{tan}^*	[-]	bezrozměrná tangenciální složka rychlosti
z^*	[-]	bezrozměrná velikost mezery
p_1	[Pa]	absolutní tlak před sacím hrdlem čerpadla
p_7	[Pa]	absolutní tlak za výtlačným hrdlem čerpadla
p_4, p_5, p_6	[Pa]	absolutní tlaky na zadní straně čerpadla
M_k	[N.m]	krouťící moment na hřídeli čerpadla
n	[1/s]	otáčky čerpadla
P	[W]	příkon čerpadla na hřídeli
η	[-]	účinnost čerpadla
n_s	[1/min]	specifické otáčky čerpadla