



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ENERGETICKÝ ÚSTAV**

ENERGY INSTITUTE

**VÝPOČTOVÁ SIMULACE INTERAKCE ROTORU SE  
STATOREM FRANCISOVY TURBÍNY**

NUMERICAL SIMULATION OF ROTOR-STATOR INTERACTION (RSI) OF FRANCIS TURBINE

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Bc. MATĚJ MACHOŇ**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**Ing. DAVID ŠTEFAN, Ph.D.**

**BRNO 2022**



# Zadání diplomové práce

Ústav: Energetický ústav  
Student: **Bc. Matěj Machoň**  
Studijní program: Energetické a termofluidní inženýrství  
Studijní obor: Fluidní inženýrství  
Vedoucí práce: **Ing. David Štefan, Ph.D.**  
Akademický rok: 2021/22

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

## Výpočtová simulace interakce rotoru se statorem Francisovy turbíny

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Toto velmi aktuální téma z technické praxe je součástí právě probíhajícího výzkumu na našem odboru. Při provozu Francisovy turbíny vznikají tlakové pulzace, způsobené míjením statorových lopatek s lopatkami oběžného kola. V důsledku těchto pulzací vznikají periodické budící síly působící zejména na lopatky oběžného kola turbíny. V případě jejich nevhodného návrhu mohou tyto budící síly způsobit únavové porušení lopatek a šíření trhlin.

### Cíle diplomové práce:

Cílem diplomové práce je provést výpočtovou simulaci interakce rotoru se statorem u modelové turbíny a porovnat výsledky s dostupnými experimentálními daty. Pro zefektivnění numerické simulace bude použit nástroj Transient Blade Row Modelling v programu ANSYS CFX umožňující řešit pouze část modelu s využitím cyklické symetrie.

### Seznam doporučené literatury:

NENNEMANN, Bernd, Christine MONETTE a Joël CHAMBERLAND-LAUZON. Hydrodynamic damping and stiffness prediction in Francis turbine runners using CFD. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science [online]. 2016, 49, 10 [cit. 2020-09-09]. DOI: 10.1088/1755-1315/49/7/072006. ISSN 1755-1307. Dostupné z: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/49/7/072006>.

TRIVEDI, Chirag. Investigations of Compressible Turbulent Flow in a High-Head Francis Turbine. Journal of Fluids Engineering [online]. 2018, 140(1), 17 [cit. 2020-09-09]. DOI: 10.1115/1.4037500. ISSN 0098-2202. Dostupné z:

<https://asmedigitalcollection.asme.org/fluidsengineering/article/doi/10.1115/1.4037500/472248/Investigations-of-Compressible-Turbulent-Flow-in-a>.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2021/22

V Brně, dne

L. S.

---

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.  
děkan fakulty



## **Abstrakt**

Tato diplomová práce se zabývá výpočtovou simulací interakce rotoru se statorem (RSI) Francisovy turbíny. V daném provozním bodě stroje jsou v různých tlakových odběrech vyhodnocovány amplitudy tlakového pole odpovídající frekvenci interakce rotoru se statorem a jsou porovnávány s dostupnými experimentálními daty. Dále je zkoumán vliv na výsledky při různých zjednodušeních simulace za účelem snížení výpočetních nároků, například nástroje Transient Blade Row Modelling. Na závěr je provedena modální analýza oběžného kola s využitím akustických elementů modelujících přítomnost tekutiny za účelem zjištění vlastních frekvencí a vlastních tvarů oběžného kola pod vodou s cílem určit, zda-li se oběžné kolo mohlo v tomto provozním bodě nacházet v rezonančním stavu.

## **Summary**

The master's thesis deals with the numerical simulation of rotor-stator interaction (RSI) of Francis turbine. In the selected operating point of the machine, the pressure amplitudes belonging to RSI frequencies are evaluated in various pressure sensors and compared with available experimental data. Various simplifications of the simulation, namely using Transient Blade Row Modelling, are done and their impact on results is investigated. Lastly the modal analysis with acoustics elements present is performed to obtain the eigenfrequencies and mode shapes of the runner submerged into water to be able to conclude, if the resonance occurred.

## **Klíčová slova**

Interakce rotoru se statorem, interakce tělesa s tekutinou, Francisova turbína, přídavné účinky tekutiny, Transient Blade Row Modelling

## **Keywords**

Rotor-stator interaction, fluid-structure interaction, Francis turbine, flow-added parameters, Transient Blade Row Modelling

MACHOŇ, M. *Výpočtová simulace interakce rotoru se statorem Francisovy turbíny*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2022. 67 s. Vedoucí Ing. David Štefan, Ph.D.



## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma *Výpočtová simulace interakce rotoru se statorem Francisovy turbíny* vypracoval samostatně pod vedením Ing. Davida Štefana, Ph.D. a v seznamu literatury uvedl všechny použité zdroje.

Bc. Matěj Machoň



## Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat vedoucímu mé diplomové práce Ing. Davidu Štefanovi, Ph.D. za velkou ochotu, vstřícnost, cenné rady, poskytnutí přístupu k nadstandardní výpočetní technice a velmi dobré vedení práce, které ho stálo spoustu času a úsilí.

Děkuji taktéž doc. Ing. Vladimíru Habánovi, Ph.D. za jeho čas a cenné rady poskytnuté při konzultacích.

Děkuji Ing. Pavlu Čuprovi, Ph.D. za přípravu některých podkladů.

V neposlední řadě bych chtěl také poděkovat své rodině a své přítelkyni, kteří mě při studiu a nejen během něj podporují.

Bc. Matěj Machoň



# Obsah

|                                                        |           |
|--------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Úvod</b>                                            | <b>12</b> |
| Význam problematiky . . . . .                          | 12        |
| Zadání práce . . . . .                                 | 12        |
| <b>1 Interakce rotoru se statorem</b>                  | <b>16</b> |
| 1.1 Základní princip RSI . . . . .                     | 17        |
| 1.2 Dynamika oběžného kola . . . . .                   | 17        |
| 1.2.1 Kmitání disků . . . . .                          | 17        |
| 1.2.2 Kmitání disků za rotace . . . . .                | 19        |
| 1.3 Matematický model, popisující RSI . . . . .        | 23        |
| 1.4 Model soustavy s jedním stupněm volnosti . . . . . | 24        |
| 1.5 Modal work přístup . . . . .                       | 27        |
| 1.6 Přídavné účinky tekutiny . . . . .                 | 28        |
| 1.6.1 Přídavná hmotnost . . . . .                      | 28        |
| 1.6.2 Přídavné tlumení . . . . .                       | 29        |
| 1.6.3 Přídavná tuhost . . . . .                        | 30        |
| <b>2 Výpočtové modelování proudění</b>                 | <b>31</b> |
| 2.1 Rovnice modelování proudění . . . . .              | 31        |
| 2.2 Modelování rozhraní nestejných domén . . . . .     | 32        |
| 2.3 Transient blade row modelling . . . . .            | 34        |
| 2.3.1 Profile transformation . . . . .                 | 34        |
| 2.3.2 Time transformation . . . . .                    | 35        |
| 2.3.3 Fourier Transformation . . . . .                 | 35        |
| <b>3 CFD simulace</b>                                  | <b>37</b> |
| 3.1 Výpočetní síť a nastavení řešiče . . . . .         | 37        |
| 3.2 Tranzientní simulace . . . . .                     | 41        |
| 3.3 Transient Blade Row modelling . . . . .            | 49        |
| 3.3.1 Profile Transformation . . . . .                 | 49        |
| 3.3.2 Fourier Transformation . . . . .                 | 52        |
| <b>4 Modální analýza kola</b>                          | <b>54</b> |
| <b>5 Závěr</b>                                         | <b>58</b> |
| <b>Seznam použitých zdrojů</b>                         | <b>61</b> |
| <b>Seznam zkratk</b>                                   | <b>65</b> |

# Úvod

## Význam problematiky

Současná turbulentní situace na energetickém trhu spojená s nárůstem podílu nestabilních obnovitelných zdrojů energie přináší nové výzvy na pole hydroenergetiky. Regulace energetické sítě pomocí vodních turbín je jednou z cest, jak se s touto situací vypořádat. U nových strojů je požadována co nejširší provozní oblast s vysokou účinností. Všechny stroje jsou pak často provozovány i v mimooptimálních provozních režimech. V kombinaci se snahou dosáhnout co nejvyšší účinnosti přeměny hydraulické energie na energii mechanickou, což vyžaduje provedení s co nejtenšími strukturálními částmi, zejména lopatkami, to však klade velmi vysoké nároky na tyto stroje, zejména z dynamického hlediska. Korrectní predikce dynamického chování turbíny ve všech možných provozních stavech je tedy dnes důležitou součástí návrhu stroje.

Tato práce se zabývá vysokospádovou Francisovou turbínou, u kterých mívá majoritní podíl na dynamickém zatížení interakce rotoru se statorem (dále jen RSI) [1]. Vzhledem k charakteristickému tvaru oběžných kol mohou v některých provozních oblastech tyto turbíny mít některou z vlastních frekvencí v blízkosti frekvence buzení v důsledku RSI [2]. Tím pádem může dojít k rezonanci a k poškození oběžného kola, například rozšířením únavových trhlin. Jak uvádí autor v práci [3], v posledních 20 letech došlo k několika selháním vysokospádových Francisových turbín v důsledku RSI, k čemuž uvádí příklady norských elektráren Sønnå Høy, Ste-Marguerite a Svartisen A1.

V dnešní době je možné za pomoci numerických simulací určit dynamickou odezvu oběžného kola ponořeného v tekutině. Nejprímější cestou k cíli je takzvaná obousměrná FSI simulace. Zkratka FSI značí interakci tělesa s tekutinou<sup>1</sup>. Taková simulace má však velmi vysoké výpočetní nároky a je celkově náročné ji provést. Existují však i jednodušší přístupy založené na jistých předpokladech, pomocí nichž lze k problematice přistoupit. Jedním takovým je například přístup, označovaný jako Modal Work. Je založen na převedení kmitání pružného tělesa na daném vlastním tvaru na model kmitání lineární diskretní soustavy s jedním stupněm volnosti.

Pro vyhodnocování odezvy oběžného kola v důsledku RSI je pak důležité znát zejména 3 hlavní faktory: amplitudy kmitů tlakového pole, frekvenci buzení v porovnání s vlastní frekvencí a přítomné tlumení [4].

## Zadání práce

Zadáním práce je provést výpočtovou simulaci interakce rotoru se statorem na dané vysokospádové Francisově turbíně v daném provozním bodě za účelem určení tranzientního tlakového pole, zejména jeho frekvence a amplitud, namáhajícího oběžné kolo turbíny. Autor této práce si rovněž dává za cíl provést modální analýzu oběžného kola se zohledněním přídavných účinků tekutiny, na základě čehož chce konstatovat, zda-li se oběžné kolo v tomto provozním bodě stroje mohlo vlivem dynamického zatížení v důsledku RSI nacházet v rezonančním stavu.

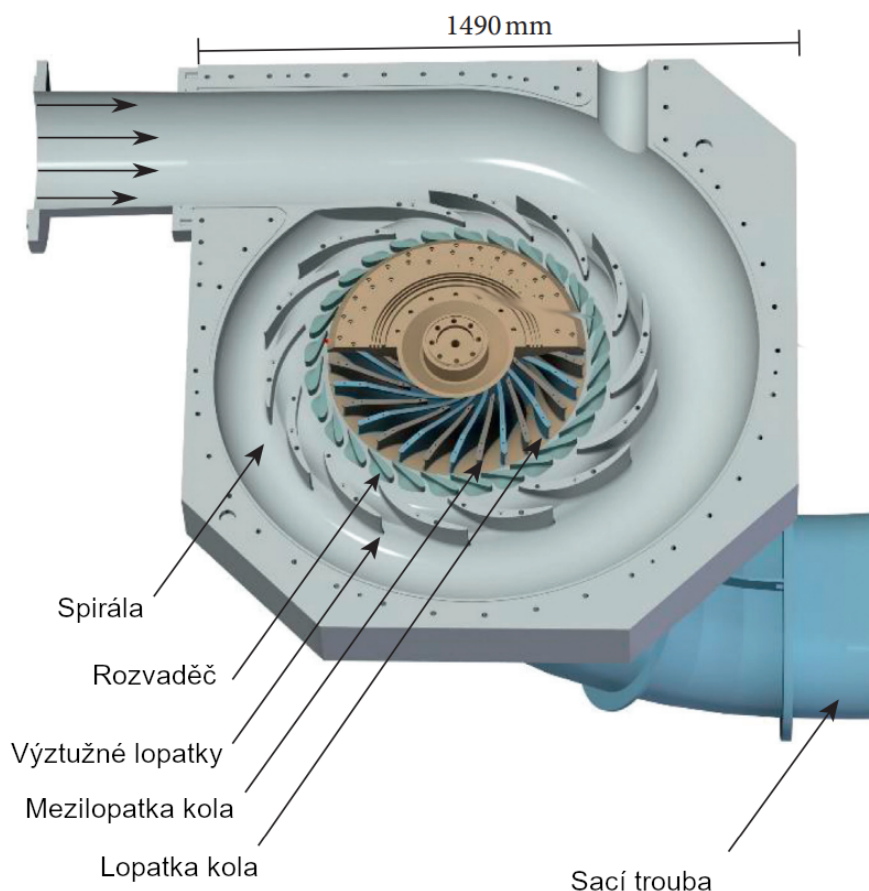
---

<sup>1</sup>Z anglického fluid structure interaction.



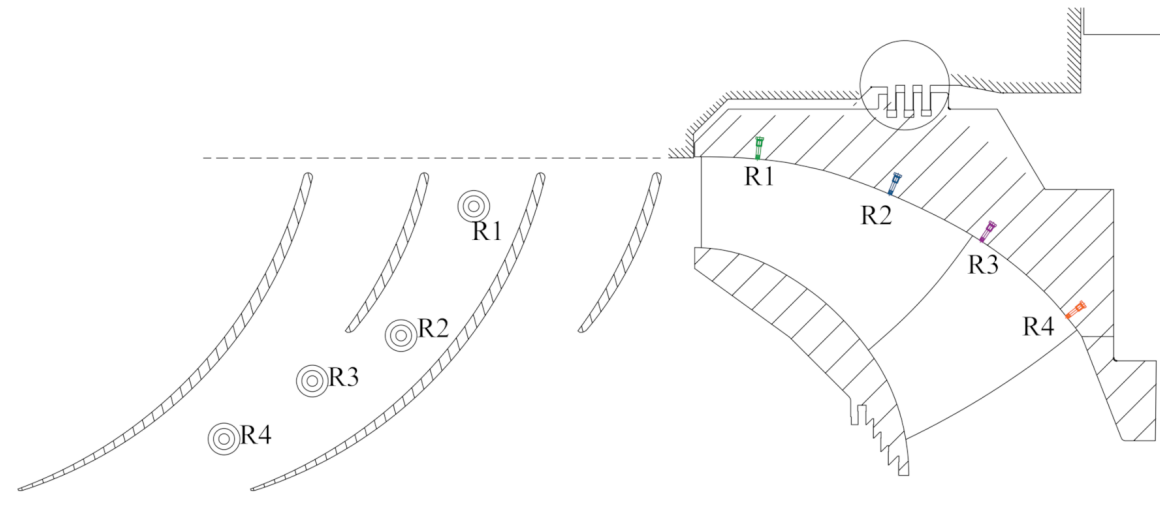
## Francis-99

Podkladem pro tuto práci jsou experimentální data z projektu Francis-99, která autoři zveřejnili pro potřeby validace výsledků numerických simulací. Tato data, geometrie a informace o celém projektu jsou k nalezení na stránkách [5]. Projekt Francis-99 byl realizován organizací Norwegian Hydropower Centre, která sdružuje některé norské univerzity, vědecká centra a zástupce průmyslu [6]. Měření byla provedena v hydraulické laboratoři univerzity NTNU Trondheim na modelové vysokospádové Francisově turbíně. Jedná se o model stroje z elektrárny Tokke v Norsku (specifické otáčky díla  $n_q = 19,38 \text{ min}^{-1}$  při spádu  $H = 377 \text{ m}$  a průtoku  $Q = 31 \text{ m}^3/\text{s}$ , výkon  $P = 110 \text{ MW}$ ) [7]. Měřítko modelové turbíny je  $1 : 5,1$  a je zobrazena na obrázku 1. Statorová část disponuje 14 pevnými lopatkami vyztužujícími spirálu a 28 otočnými lopatkami rozvaděče. Oběžné kolo sestává z 15 lopatek a 15 mezilopatek. Stroj dále disponuje kolenovou sací troubou.



Obrázek 1: 3D model dané turbíny, na které byla data měřena [8], upraveno a přeloženo

Měření tlakových pulzací působících na oběžné kolo proběhlo následujícím způsobem. Do lopatkového kanálu kola byly umístěny čtyři tlakové snímače  $R1$  až  $R4$  tak, jak je ukázáno na obrázku 2. V celkem pěti provozních bodech v okolí optima stroje byly zaznamenávány časové průběhy tlaků z jednotlivých snímačů. Tyto časové záznamy byly poté převedeny do frekvenčního spektra pomocí Fourierovy transformace a byly vyhodnocovány amplitudy pulzací, odpovídající frekvenci RSI a jejím celočíselným násobkům. Princip, jakým určit frekvenci buzení oběžného kola odpovídajícího RSI je detailně popsán v kapitole 1.



Obrázek 2: Umístění tlakových odběrů v oběžném kole [5]

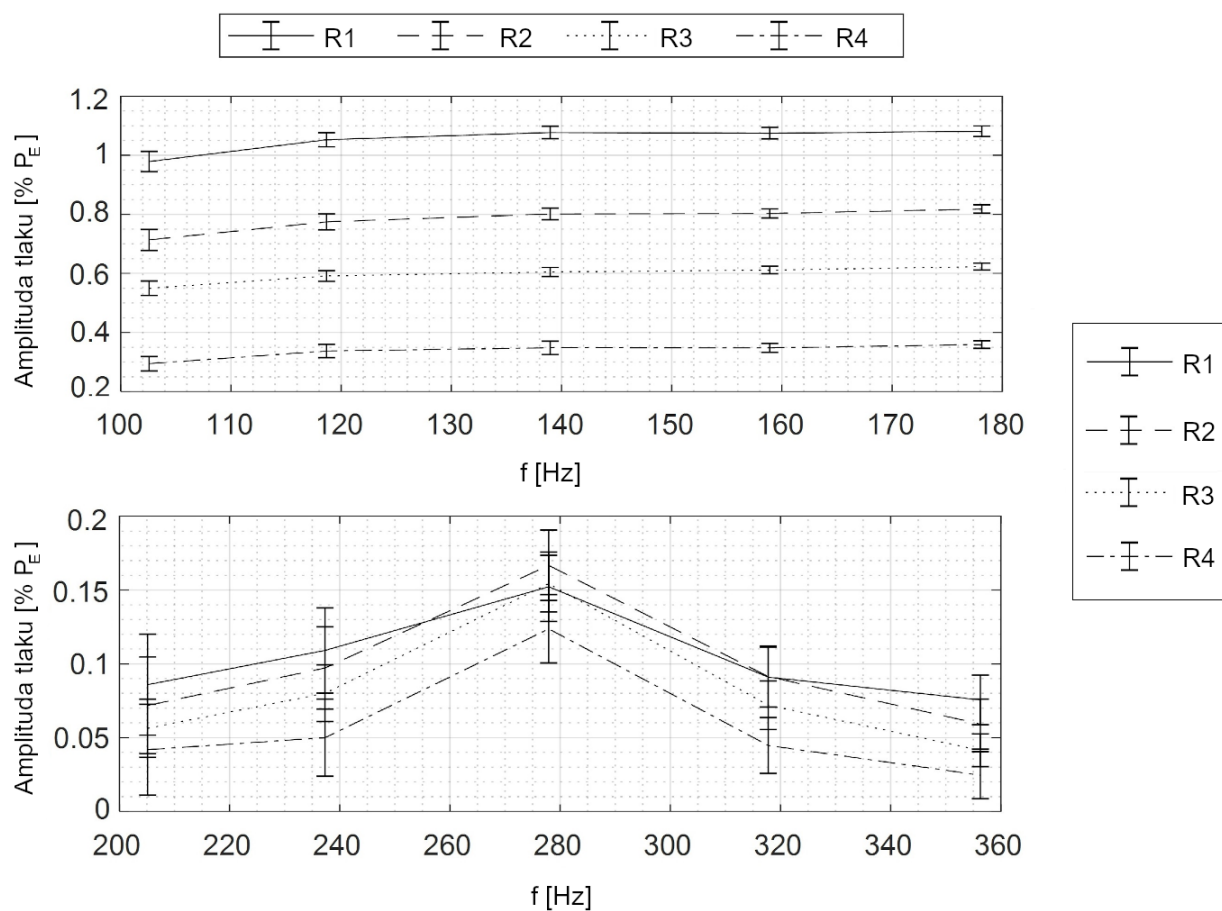
| Provozní bod | $Q[m^3/s]$ | $n_{ED}[s^{-1}]$ | $Q_{ED}[m^3/s]$ | $H[m]$ | Úhel otevření rozvaděče $\bar{\alpha}[^\circ]$ | $n[min^{-1}]$ |
|--------------|------------|------------------|-----------------|--------|------------------------------------------------|---------------|
| BEP-1        | 0,134      | 0,179            | 0,154           | 5,2    | 10                                             | 219,8         |
| BEP-2        | 0,16       | 0,176            | 0,156           | 7,2    | 10                                             | 254,3         |
| BEP-3        | 0,183      | 0,178            | 0,154           | 9,6    | 10                                             | 297,8         |
| BEP-4        | 0,209      | 0,178            | 0,155           | 12,6   | 10                                             | 340,5         |
| BEP-5        | 0,232      | 0,180            | 0,154           | 15,55  | 10                                             | 381,7         |

Tabulka 1: Provozní body turbíny, ve kterých bylo provedeno měření [5]

Parametry daných provozních bodů, označených jako  $BEP - 1$  až  $BEP - 5$ , jsou uvedeny v Tabulce 1. Výsledné hodnoty amplitud tlaku na jednotlivých snímačích odpovídající základní frekvenci a druhé harmonické frekvenci buzení v důsledku RSI jsou zobrazeny na obrázku 3, kde  $P_E$  je tlaková energie spádu na turbinu v daném provozním bodě.

Na amplitudách druhé harmonické frekvence je vidět výrazný nárůst v provozním bodě  $BEP - 3$ , který může znamenat, že se oběžné kolo při dané frekvenci buzení nachází v rezonanci [5]. Proto byl pro numerickou simulaci vybrán právě tento provozní bod, přičemž cílem je potvrdit, zda k rezonanci skutečně došlo.

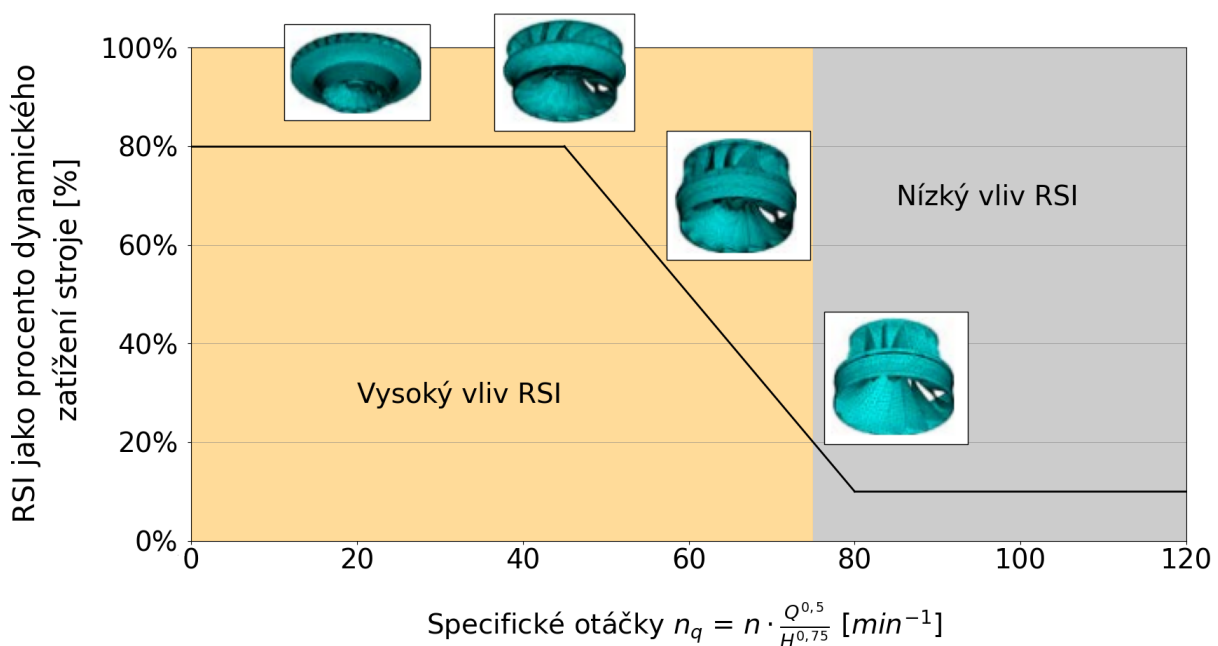
Detailní popis průběhu experimentu, měření, měřicí techniky a vyhodnocování výsledků a nejistot je popsán v [8].



Obrázek 3: Výsledné hodnoty amplitud na základní frekvenci (nahore) a druhé harmonické frekvenci buzení v důsledku RSI (dole) [5], upraveno a přeloženo

# 1. Interakce rotoru se statorem

Interakce rotoru se statorem (RSI) je děj, způsobující vysokofrekvenční tlakové pulzace. Je přítomen ve všech případech aplikací, kde dochází ke vzájemnému pohybu lopatkových řad nebo kde je rotor z jakéhokoliv jiného důvodu vystaven nerovnoměrnému tlakovému poli v obvodovém směru. Typicky například u radiálních turbin a čerpadel majících statorové lopatky, axiálních parních turbin majících statorové lopatky nebo trysky, přivádějící médium do lopatkového kanálu kola, atd. V případě vodních turbin jde obvykle o frekvence v řádu desítek až stovek Hertz [9]. V oblasti vodních turbin má RSI majoritní podíl na dynamickém zatížení stroje zejména u vysokospádových a středněspádových Francisových turbin, tedy strojů s nízkými specifickými otáčkami [1], což znázorňuje obrázek 1.1. Namáhání v důsledku RSI je tedy při návrhu těchto zařízení nutné brát v potaz.



Obrázek 1.1: Vliv RSI na celkové dynamické zatížení stroje [9], upraveno, přeloženo

Tyto pulzace vznikají v mezilopatkovém prostoru mezi rotorem (oběžným kolem) a statorem (rozvaděčem) a šíří se dále do celého stroje. S narůstající vzdáleností od místa vzniku se amplitudy snižují [2]. Toto tranzientní tlakové pole tedy nejvíce namáhá rozvaděč a oběžné kolo turbíny, avšak mohou být nebezpečné i pro ostatní části stroje. Středně a vysokospádové Francisovy turbíny vzhledem ke své charakteristické geometrii během svého provozu mohou mít některou z vlastních frekvencí oběžného kola v blízkosti frekvence buzení v důsledku RSI, což může vést k rezonanci kola a k jeho následnému poškození v důsledku vysokocyklové únavy nebo například k hlučnosti a k poškození ložisek v důsledku vibrací [2]. Nejvyšší hodnoty napětí v oběžném kole se často vyskytují ve svarech lopatky a disků v místech u náběžné a odtokové hrany lopatky, pokud je kolo svařeno [2].

## 1.1. Základní princip RSI

Jak už z názvů vyplývá, rotor (oběžné kolo) během provozu rotuje a stator (rozvaděč) zůstává stacionární. Náběžné hrany lopatek oběžného kola tedy procházejí v jisté vzdálenosti kolem odtokových hran lopatek rozvaděče. Tato vzdálenost je v jednotlivých provozních bodech různá v důsledku rozdílných hodnot otevření rozvaděče.

Při průchodu každé rotorové lopatky kolem lopatky statorové vzniká tlakový impulz. To je způsobeno několika faktory, zejména nerovnoměrností tlakového pole v obvodovém směru v mezilopátkovém prostoru, kudy náběžná hrana oběžného kola prochází, způsobenou přítomností statorových lopatek [10]. Dále také v momentě, kdy náběžná hrana lopatky kola právě prochází kolem odtokové hrany lopatky rozvaděče, je průtočná plocha mezi nimi nejmenší. Jakmile se ale lopatky zase oddálí, průtočná plocha se zvětšuje. To s sebou přináší jisté další změny v rychlostních a tlakových poměrech v daném místě [2]. Celý tento komplexní děj se cyklicky opakuje při každém průchodu lopatek kolem sebe.

Amplitudy pulzací velmi závisejí na šířce mezilopátkového prostoru. V rámci jednoho stroje, v provozních bodech, kde je rozvaděč otevřen nejvíce, bývají jejich hodnoty nejvyšší. Co se týče jiných typů tohoto stroje, například u středněspádových Francisových turbin, kde obvykle bývají tyto prostory v porovnání s vysokospádovými větší, bývají amplitudy tlaku v důsledku RSI výrazně nižší. U nízkospádových turbin bývají dokonce nepodstatné. [10]. To koresponduje s obrázkem 1.1.

Pro kvantitativní popis RSI je vhodné prvně objasnit některé pojmy související s dynamikou oběžného kola, s jejichž znalostí bude možné proniknout hlouběji do této problematiky. Následující podkapitola 1.2 je proto zaměřena právě na toto téma.

## 1.2. Dynamika oběžného kola

Oběžné kolo Francisovy turbíny je geometricky poměrně složitá součást, skládající se z lopatek a diskových struktur - nosného a krycího disku. Jeho dynamické chování je tak poměrně komplexní. Vzhledem k charakteristickému tvaru oběžného kola je však podobné dynamickému chování disku v některých důležitých aspektech, jako jsou některé charakteristické diskové vlastní tvary [11]. Jelikož v důsledku RSI bývají vybuzovány právě tvary podobné vlastním tvarům disku, lze v jistých ohledech k této problematice přistupovat stejně, jakoby zkoumaným objektem byl disk. Díky tomu lze odvodit některé analytické vztahy, z nichž plynou důležité vlastnosti.

### 1.2.1. Kmitání disků

Disk je tenká kruhová deska. Pro tu je možno za jistých předpokladů odvodit pohybovou rovnici pro průhyb v axiálním směru. Element kruhové desky je zobrazen na obrázku 1.2. Je-li deska konstantní tloušťky a umístěna v prostoru tak, že osa  $z$  je zároveň normálou ke střední rovině, jsou hlavními předpoklady dle [12]:

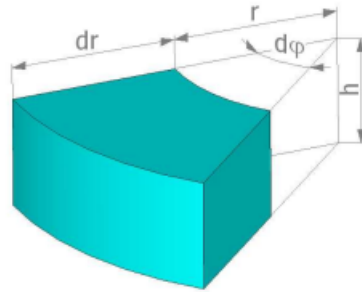
- Rovinné řezy kolmé k nedeformované střední rovině zůstanou rovinnými a kolmými na deformovanou střední rovinu. Normálová napětí  $\sigma_z$  kolmá k rovině desky a smyková napětí  $\tau_{xz}$  a  $\tau_{yz}$  v normálových řezech se zanedbávají. Toto odpovídá Bernoulliho-Navierově hypotéze.

- Normálová napětí ve střední rovině jsou nulová. Tento předpoklad je velice dobře splněn, když jsou průhyby desky malé ve srovnání s její tloušťkou.
- Křivosti normálových řezů deformované střední roviny  $1/\kappa_x$  a  $1/\kappa_y$  jsou dány vztahy (1.1), kde  $w$  je průhyb.

$$1/\kappa_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad 1/\kappa_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (1.1)$$

Poté lze psát za předpokladu malých kmitů pro kruhovou desku v polárním systému souřadnic následující pohybovou rovnici [12].

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) = -\frac{\rho_m h}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1.2)$$



Obrázek 1.2: Element kruhové desky a jeho rozměry, [13]

Zde  $w(r, \varphi, t)$  je průhyb v bodě desky o souřadnicích  $r$  a  $\varphi$  v čase  $t$ . Dále  $\rho_m$  je hustota materiálu,  $h$  je tloušťka desky a  $D$  je ohybová tuhost desky, daná vztahem 1.3 [12].

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu)} \quad (1.3)$$

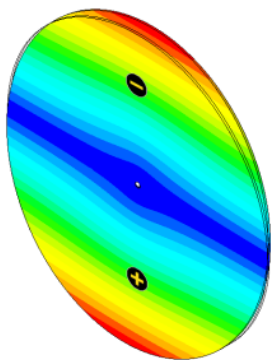
Zde  $E$  a  $\mu$  jsou Youngův modul a Poissonova konstanta materiálu. Řešením rovnice 1.2 lze obdržet obecný vlastní tvar kmitání (1.4) [12].

$$w_0(r, \varphi) = [C_N J_N(\lambda r) + D_N I_N(\lambda r) + E_N Y_N(\lambda r) + F_N K_N(\lambda r)] [A_N \cos(N\varphi) + B_N \sin(N\varphi)] \quad (1.4)$$

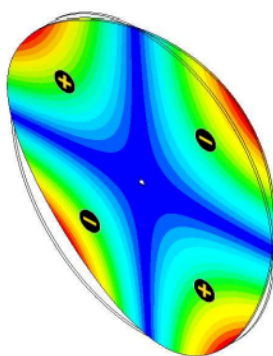
$A_N$ ,  $B_N$ ,  $C_N$ ,  $D_N$ ,  $E_N$  a  $F_N$  jsou konstanty daného vlastního tvaru při daných okrajových podmínkách,  $\lambda$  je vlastní číslo daného vlastního tvaru a  $J_N$ ,  $I_N$ ,  $Y_N$  a  $K_N$  jsou Besselovy funkce celočíselného řádu  $N$ . Vztah mezi vlastním číslem a vlastní frekvencí  $\Omega$  daného vlastního tvaru je následující [12].

$$\lambda^2 = \Omega \sqrt{\frac{\rho_m h}{D}} \quad (1.5)$$

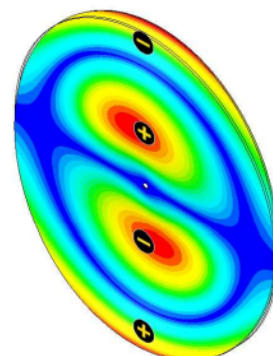
Uzlové čáry vlastního tvaru disku jsou množiny bodů s trvale nulovým průhybem v čase. Při pohledu na výraz (1.4) lze vidět, že podmínku trvale nulového průhybu mají čáry s charakteristickým tvarem kružnic nebo úseček procházejících středem disku [12]. Proto



Obrázek 1.3: Vlastní tvar s jedním uzlovým průměrem, tedy  $N = 1$  a  $M = 0$ , [13]



Obrázek 1.4: Vlastní tvar se dvěma uzlovými průměry, tedy  $N = 2$  a  $M = 0$ , [13]

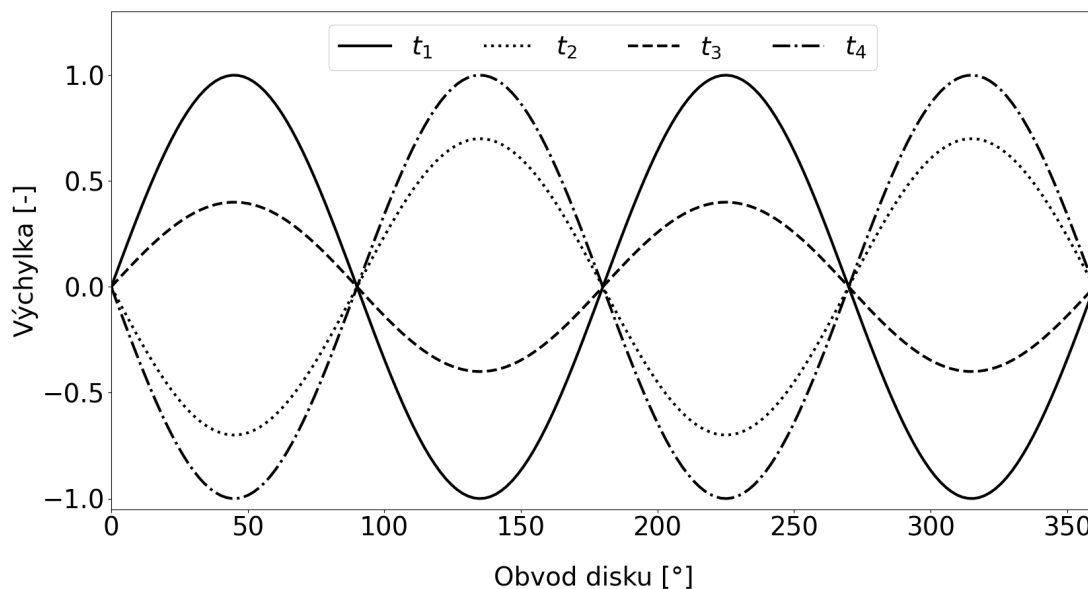


Obrázek 1.5: Vlastní tvar s jedním uzlovým průměrem, a jednou uzlovou kružnicí, tedy  $N = 1$  a  $M = 1$ , [13]

jsou nazývány uzlovými kružnicemi a uzlovými průměry. Konstanta  $N$  v rovnici vlastního tvaru 1.4 určuje počet uzlových průměrů. Počet uzlových kružnic bude dále značen písmenem  $M$ . Některé vlastní tvary volně uloženého disku jsou zobrazeny na obrázcích 1.3 až 1.5. Místa s nulovou výchylkou jsou zobrazena modrou barvou.

### 1.2.2. Kmitání disků za rotace

Jelikož oběžné kolo rotuje, budou zde dále vyloženy základy problematiky ohybového kmitání disků za rotace a některé pojmy s tím spojené.



Obrázek 1.6: Fixní kmitání, [13], překresleno

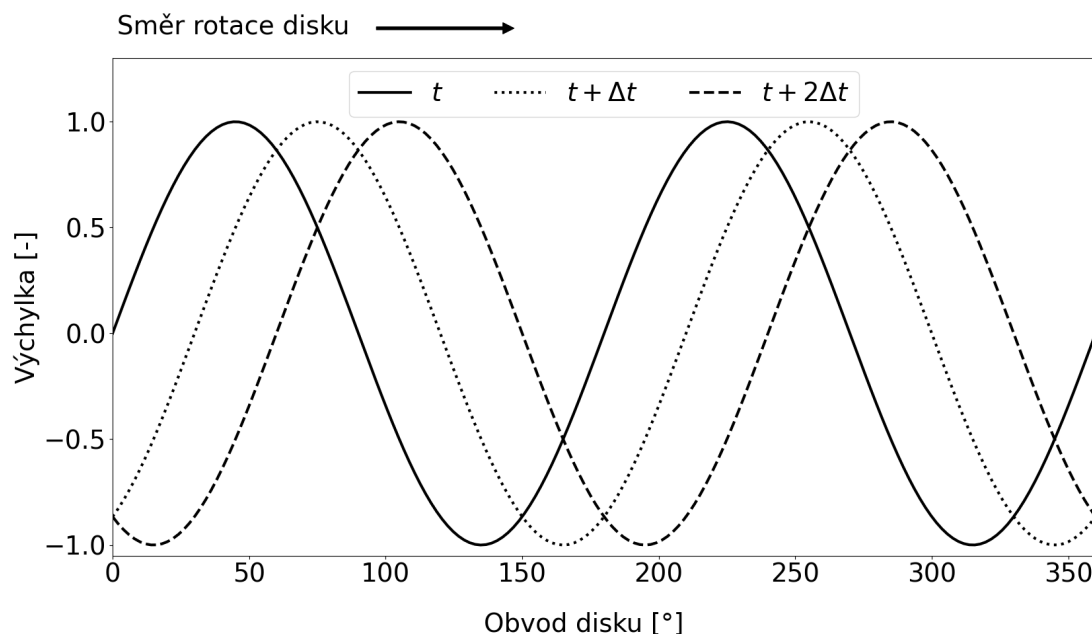
V důsledku RSI jsou buzeny primárně vlastní tvary s uzlovými průměry a ty je výhodné zobrazovat pomocí rozvinu obvodu disku [14]. Vlastní tvary budou dále v této podkapitole

takto zobrazovány. Tímto způsobem rozvinutý vlastní tvar nerotujícího disku je vidět na obrázku 1.6. Čárkované čáry značí tvar disku kmitání v různých časech. Pro takto kmitající nerotující disk se používá termín fixní kmitání [14].

Základním rozdílem oproti kmitání stacionárního disku je fakt, že zde dochází k pohybu mezi buzením a strukturou [13], [14]. Při popisu kmitání rotujícího disku je nutné nejdříve definovat souřadný systém, ve kterém bude popis proveden, přičemž možnosti jsou dvě - systém stojící a systém rotující s kolem [13]. Přesný a ucelený matematický popis budící funkce a odezvy rotujícího disku při různých konkrétních praktických situacích pro oba dva souřadné systémy je prezentován například v dizertaci Hamida Mehdigholiho [14]. Následující pojmy jsou zde prezentovány dle této práce. Odezva může mít podobu stojící vlny nebo běžící vlny. Pojem běžící vlna znamená, že v daném souřadném systému uzlové průměry rotují po disku. Tato vlna může být dopředu běžící, pakliže se pohybuje ve směru souhlasném se směrem rotace disku nebo dozadu běžící, pokud se pohybuje naopak. Dopředu běžící vlna v rotujícím souřadném systému je zobrazena na obrázku 1.7.

Může nastat i situace, kdy je v rotujícím souřadném systému úhlová rychlost dozadu běžící vlny stejná, jako úhlová rychlost rotace disku a vznikne vlna, která je ve stacionárním souřadném systému stojatá. Pozorovatel ve stojícím souřadném systému tedy uvidí v každém čase tentýž obraz - vlna se pro něj zastaví. Snímač zrychlení, který nerotuje spolu s diskem nezaznamená žádné kmitání [14]. Tento stav je nebezpečný a v historii stál za mnoha haváriemi zejména axiálních turbinových kol [14].

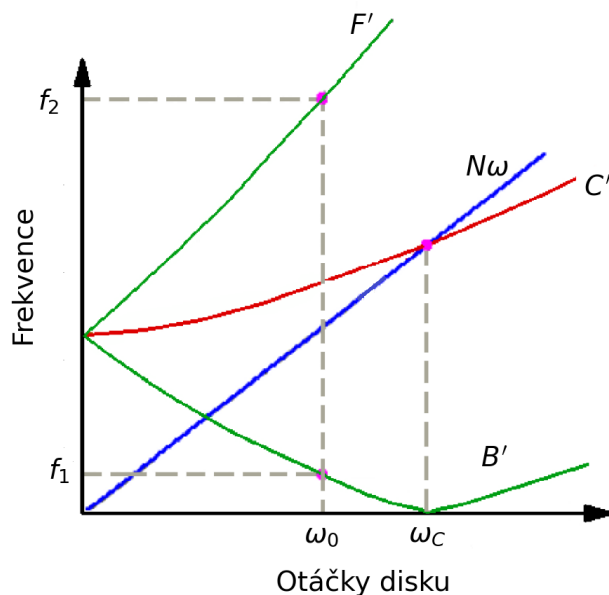
Toto jako první v roce 1924 objasnil Wilfred Campbell ve své práci *Protection of steam turbine disk wheels from axial vibration*. Je považován za průkopníka v této oblasti. Představil zde také diagram závislosti frekvence na otáčkách disku, ve kterém lze toto chování dobře popsat. Tento diagram je dnes nazýván Campbellův a jeho příklad je zobrazen na obrázku 1.8. Popis chování disku v diagramu je zde parafrázován dle [14].



Obrázek 1.7: Dopředu běžící vlna v rotujícím souřadném systému, [13], překresleno

Větev  $C'$  v diagramu představuje vlastní frekvenci disku pro vlastní tvar o  $N$  uzlových průměrech. Jak je vidět, disk se zvětšujícími se otáčkami zpevňuje, neboli jeho vlastní frek-





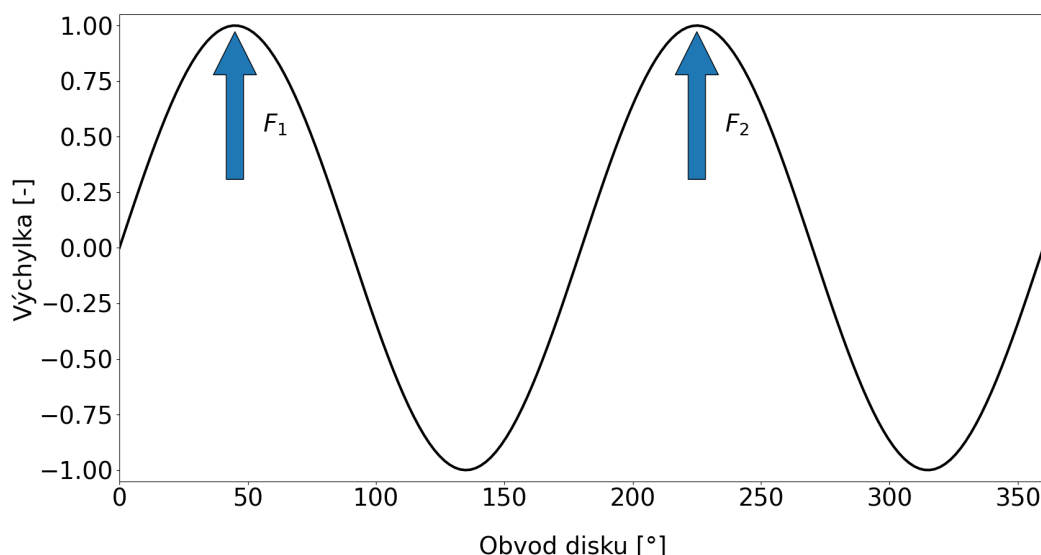
Obrázek 1.8: Campbellův diagram rotujícího disku pro vlastní tvar o  $N$  uzlových průměrech, [13], překresleno

vence roste. Tento jev může být způsoben odstředivými silami a gyroskopickými momenty působícími na disk. V některých situacích se zpevňování disku s otáčkami neuvažuje, například kvůli zjednodušení řešeného problému. Poté se všechny křivky v diagramu stanou přímkami, přičemž přímka  $C'$  bude vodorovná.

Křivka  $F'$  představuje vlastní frekvenci dopředu běžící vlny a křivka  $B'$  dozadu běžící vlny. Ty jsou od křivky  $C'$  vzdáleny o hodnotu  $N\omega$ . Jak je v obrázku znázorněno, pokud má disk otáčky  $\omega_0$ , budící síla o frekvenci  $f_1$  může vybudit v rotujícím souřadném systému dozadu běžící vlnu, síla o frekvenci  $f_2$  dopředu běžící vlnu. Tyto jevy nesou název minoritní rezonance. Působí-li na rotující disk stacionární síla, například tlaková nerovnoměrnost před rotorem [14], existují kritické otáčky disku označené  $\omega_C$ , při kterých je vybudena ve stacionárním souřadném systému stojatá vlna. Toto se nazývá majoritní rezonance. Jak ve svém díle odvodil Wilfred Campbell, na těchto otáčkách leží průsečík vlastní frekvence disku ( $C'$ ) a přímky  $N\omega$ , kde  $N$  je počet uzlových průměrů vlastního tvaru.

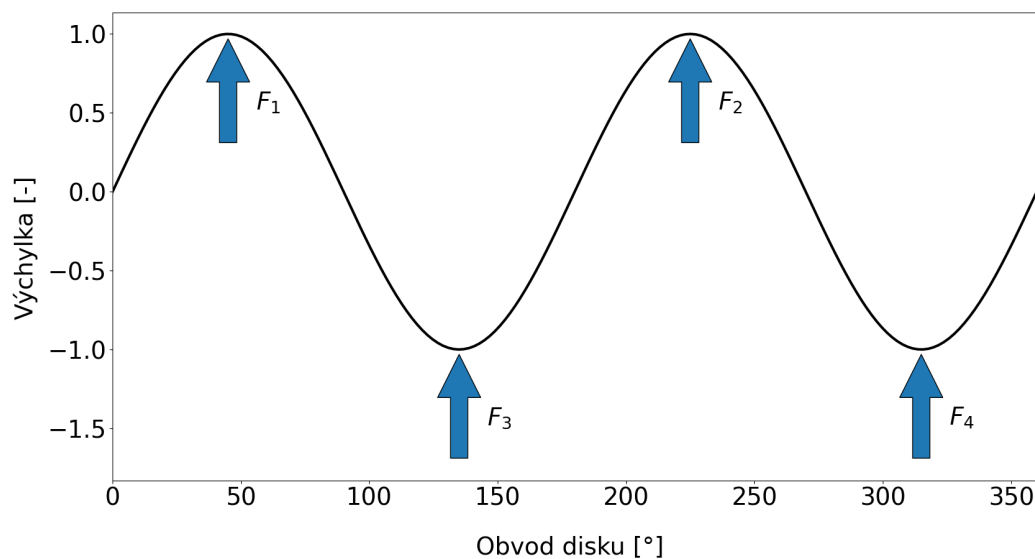
Pro vznik rezonance jako takové avšak nestačí pouze fakt, že budící síla má správnou frekvenci. Obecně je taktéž nutno, aby působíště sil neležela na uzlových čarách daného vlastního tvaru nebo aby síly nepůsobily současně v místech, které kmitají v protifázi - tedy aby buzení bylo s vlastním tvarem afinní [15]. Pakliže se tak stane, celkové silové působení se vyrovná a k rezonanci nedojde [15]. Toto je ilustrováno dvěma příklady taktéž z [15].

Uvažujme obyčejný rotující tenký disk bez lopatek. Při kritických otáčkách pro vlastní tvar se dvěma uzlovými průměry je vlastní frekvence rovna dvojnásobku otáčkové frekvence. Při určitém typu buzení může vzniknout ve stacionárním souřadném systému stojatá vlna. Nejhorším takovým buzením by byly dvě v čase konstantní síly (například dvě nerovnoměrnosti v tlakovém poli) otočené navzájem o  $180^\circ$ , působící v axiálním směru. To je zobrazeno na obrázku 1.9. Pro vznik rezonance by ovšem stačila i jedna takováto síla, jelikož i v tomto případě by byly splněny nutné podmínky.



Obrázek 1.9: Buzení stojaté vlny dvěma silami, [15], překresleno

Naopak pokud bude tento disk na těchto otáčkách buzen čtyřmi po obvodu disku rovnoměrně rozloženými silami, bude polovina sil působit na kmitny ve fázi a polovina na kmitny v protifázi, v důsledku čehož k rezonanci a vzniku stojaté vlny pro tento vlastní tvar nemůže dojít, jelikož celková práce těchto sil na disk je nulová [15]. Tato situace je zobrazena na obrázku 1.10.



Obrázek 1.10: Buzení stojaté vlny čtyřmi silami

Jelikož v případě Francisovy turbíny i mnoha jiných strojů jsou na oběžném kole příjemcem tlakových sil za rozváděcí řadou primárně lopatky, je pro kmitání tohoto rotujícího disku rozhodující jejich počet [15]. Právě kombinace počtu statorových a rotorových lopatek zde hraje klíčovou roli, jelikož určuje frekvenci a afinitu buzení.

### 1.3. Matematický model, popisující RSI

Dále, se znalostí předchozích podkapitol, je možno vyložit základní kvantitativní popis RSI v souvislosti s konkrétním provedením stroje. Počet lopatek oběžného kola a rozvaděče se nikdy nevolí stejný popřípadě jeden násobkem druhého. To by způsobovalo, že při každém průchodu lopatek kolem sebe by zaznamenaly impuls všechny lopatky naráz, což je pro celé soustrojí vždy velmi nevýhodný stav a za určitých předpokladů může dojít i ke vzniku stojaté vlny na oběžném kole. V případě turbíny Francis-99 je například použita kombinace 28 rozváděcích lopatek a 30 lopatek kola. Při konstrukci Francisových turbin bývají počty lopatek voleny v podobném duchu - 7 a 11, 9 a 11 a podobné kombinace nestejných a často i nesoudělných čísel. Poté je možný vznik pouze minoritních rezonancí. Podmínky pro existenci minoritních rezonancí v důsledku interakce rotorové a statorové řady lopatek, zohledňující afinitu buzení, jsou odvozeny například v práci [15]. Jsou zapsány v rovnicích (1.6), (1.7) a (1.8).

$$k' = l'Z_r - m'Z_s \quad (1.6)$$

$$f_s = l'Z_rf_{ot} \quad (1.7)$$

$$f_r = m'Z_sf_{ot} \quad (1.8)$$

$Z_r$  je počet rotorových lopatek,  $Z_s$  počet statorových lopatek a  $k'$  určuje tvar a směr rotace tranzientního tlakového pole namáhajícího rotor. Počet uzlových průměrů, které mohou být na kole takto vybuzeny, je dán hodnotou  $|k'|$ . Je-li  $k'$  kladné, tlakové pole v rotujícím souřadném systému spjatém s oběžným kolem rotuje ve stejném směru jako oběžné kolo a vybuzena může být dopředu běžící vlna. Je-li záporné, je tomu právě naopak. Zbylé konstanty  $l'$  a  $m'$  jsou harmonická čísla, která se do rovnice volí, aby byla splněna rovnost a  $k'$  bylo celé číslo. Řešení rovnice (1.6) je tedy nekonečně mnoho, v závislosti na konkrétních hodnotách  $l'$ ,  $m'$  a  $k'$ . Toto jistým způsobem koresponduje s faktem, že oběžné kolo jako kontinuum má teoreticky nekonečně mnoho vlastních frekvencí a nekonečně mnoho jim náležících vlastních tvarů. Zpravidla však bývá podstatných pouze prvních několik vlastních tvarů. Další, s vyššími počty uzlových průměrů, mají obvykle vysoké vlastní frekvence a malé a dobře zatlumené amplitudy kmitů i v rezonanci [15].

Poté  $f_s$  je frekvence pulzací tlakového pole, které působí ve stojícím souřadném systému, tedy na stator a  $f_r$  je frekvence pulzací tlakového pole, které působí v souřadném systému, který rotuje s kolem. Právě touto frekvencí je tedy buzeno oběžné kolo <sup>1</sup>. Obě tyto frekvence jsou závislé na otáčkové frekvenci  $f_{ot}$ .

V případě turbíny Francis-99, která má celkem 30 lopatek kola a 28 lopatek rozvaděče jsou základní harmonická čísla rovna  $l' = 1$ ,  $m' = 1$  a tedy  $k' = 2$ .

Z toho plyne, že základní vlastní tvar, který může být vybuzen, má 2 uzlové průměry a tlakové pole ve stroji rotuje souhlasně s rotací oběžného kola. Ve vyšetřovaném provozním bodě *BEP* – 3 jsou otáčky kola, dle Tabulky 1,  $n = 297,8 \text{ min}^{-1}$ . Základní frekvence pole budící oběžné kolo je tedy následující.

$$f_r = 1 \cdot 28 \cdot \frac{297,8}{60} = 138,97 \text{ Hz} \quad (1.9)$$

<sup>1</sup>V Anglické literatuře se čtenář setká s termínem *guide vane passing frequency*

Podívá-li se čtenář zpět na obrázek 3, zjistí, že právě proto byly na této základní frekvenci vyhodnocovány amplitudy RSI v tomto provozním bodě (BEP-3). Co se týče druhé harmonické frekvence buzení kola, kombinace  $l' = 2$ ,  $m' = 2$  může vybudit  $|k'| = 4$  uzlové průměry a frekvence buzení kola je dvojnásobek základní frekvence, tedy  $f_r = 278,95 \text{ Hz}$ , což lze na obrázku vidět taktéž.

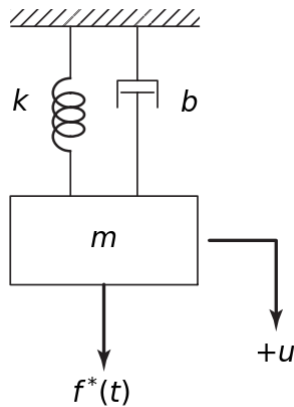
Nyní je znám mechanismus buzení, lze identifikovat možné rezonanční stavy a dále přistoupit k ověření, zda-li se v daném provozním bodě vlastní frekvence příslušných buzených vlastních tvarů nepotkává s frekvencí buzení.

## 1.4. Model soustavy s jedním stupněm volnosti

Nejzákladnějším modelem kmitání tělesa je model diskretní lineární soustavy s jedním stupněm volnosti. Matematický popis této soustavy je dán rovnicí (1.10) [12].

$$m\ddot{u} + b\dot{u} + ku = f^*(t) \quad (1.10)$$

Zde  $m$  je hmotnost,  $b$  je tlumení a  $k$  je tuhost, což jsou dohromady modální vlastnosti dané soustavy. Dále  $f^*(t)$  je budící síla proměnná v čase a  $u(t)$  je souřadnice. Její tečkované formy  $\dot{u}$ ,  $\ddot{u}$  představují derivace podle času, tedy rychlost a zrychlení. Tento jednoduchý model, reprezentující například kmitání tuhého tělesa o hmotnosti  $m$  zavěšeného na pružině o tuhosti  $k$  a tlumiči s tlumením  $b$ , lze znázornit pomocí schematu na obrázku 1.11. V anglické literatuře se čtenář často setká se jménem SDOF (single degree of freedom).



Obrázek 1.11: Model lineární diskretní soustavy s jedním stupněm volnosti - těleso uložené na pružině a tlumiči, [16]

Při řešení pohybové rovnice (1.10) pro vlastní kmitání, tedy stav kdy  $f^*(t) = 0$ , lze obdržet vlastní čísla soustavy ve tvaru rovnice (1.11).

$$\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\Omega = -\frac{b}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (1.11)$$

$\Omega$  je vlastní frekvence tlumeného kmitání,  $\alpha$  bývá někdy označováno jako koeficient doznívání a představuje tlumení. Mohou nastat 3 hlavní situace podle toho, jaké znaménko má výraz pod odmocninou.

- Je-li  $b$  záporné, člen  $\alpha$  je kladný a kmitání je nestabilní se stále zvětšující se výchylkou.
- Je-li  $b$  kladné a zároveň větší než výraz  $\sqrt{4km}$ ,  $\lambda$  není komplexní číslo. Ke kmitavému pohybu nedojde. Pohyb bude hned utlumen. V takovém případě jde o aperiodický kmit.
- Je-li  $b$  kladné a zároveň menší než výraz  $\sqrt{4km}$ , dojde ke kmitavému pohybu, který bude postupně utlumován.

Člen  $\sqrt{4km}$  se nazývá kritické tlumení a je značen jako  $b_{kr}$ . Pro vyjádření tlumení se často používá poměrný útlum, v anglické literatuře značen jako  $\zeta$  a dán rovnicí (1.12), kde  $\Omega_0$  je vlastní frekvence netlumeného kmitání, která je dána rovnicí (1.13) a je výsledkem řešení vlastního kmitání netlumeného systému. Vlastní frekvence tlumeného kmitání je tedy dána vztahem (1.14). Jak je vidět, při malých hodnotách poměrného útlumu se vlastní frekvence mění jen málo.

$$\zeta = \frac{b}{b_{kr}} = \frac{b}{\sqrt{4km}} \quad (1.12)$$

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.13)$$

$$\Omega = \Omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (1.14)$$

Při vyhodnocení nuceného kmitání, tedy stavu kdy  $f^*(t) \neq 0$ , při předpokladu budící síly ve tvaru rovnice (1.15), je normovaná amplituda odezvy systému dána rovnicí (1.16), kde  $\bar{\eta}$  je poměrné nalazení dané vztahem (1.17) a  $A_{st}$  je statická výchylka, tedy výchylka při působení statické síly  $f^*(t) = Q^*$ . Vliv velikosti poměrného útlumu lze vidět na obrázku 1.12.

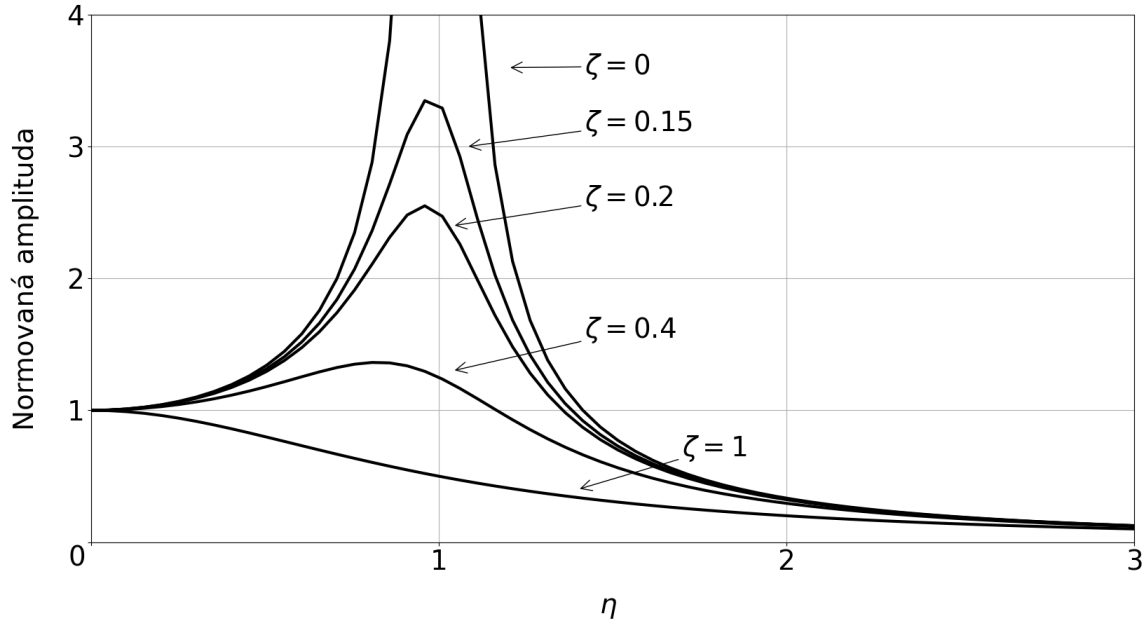
$$f^*(t) = Q^* e^{i\omega t} \quad (1.15)$$

$$\frac{A}{A_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \bar{\eta}^2)^2 + (2\zeta\bar{\eta})^2}} \quad (1.16)$$

$$\bar{\eta} = \frac{\omega}{\Omega_0} \quad (1.17)$$

Pružné těleso, jímž je například v této práci zkoumaný disk, se pomocí tohoto modelu plně popsat nedá. Pro pružné těleso jakožto kontinuum je obecně možno za určitých vhodných geometrických a materiálových podmínek odvodit pohybovou diferenciální rovnici. Jejím řešením je možno získat vlastní frekvence a vlastní tvary pružného tělesa, jak bylo pro disk představeno v sekci 1.2.1.

Pokud má být dynamické chování pružného tělesa dále zkoumáno a vyhodnocováno, je však možné a často velmi vhodné problém zjednodušit převedením kmitání kontinua na definovaném vlastním tvaru na model kmitání lineární diskrétní soustavy s jedním stupněm volnosti (SDOF). Toho lze za jistých předpokladů dosáhnout pomocí metody, jejíž princip je vyložen například v práci [17]. Zde tedy nabývá model SDOF na významnosti.



Obrázek 1.12: Vliv velikosti poměrného útlumu na amplitudu kmitání, [16], překresleno

Pokud je těleso při kmitání obklopeno tekutinou, jako tomu je například v případě oběžného kola zde zkoumané turbíny, situace nabývá na komplexnosti. Jeho dynamické chování je podstatně rozdílné oproti chování ve vzduchoprázdnu. Tento zjednodušený model (SDOF) umožňuje určit redukované přídavné účinky tekutiny a pomocí nich například změnu vlastní frekvence kmitání na daném vlastním tvaru v důsledku přítomnosti okolní tekutiny popřípadě přídavné tlumení.

Je-li těleso při vlastním kmitání obklopeno tekutinou, působí na něj síla  $F(t)$  (1.18), kterou působí tekutina na omočený povrch tělesa. Jako každá síla, kterou tekutina působí na těleso, se dá vyjádřit jako integrál z tenzoru napětí v kapalině, což obecně vyjadřuje rovnice (1.19).  $\sigma$  je tenzor napětí v kapalině,  $S$  je plocha rozhraní těleso-tekutina a  $\vec{n}$  je vektor normály k ploše  $S$  směřující ven z objemu tekutiny.

Složka této síly působící ve směru souřadnice  $u$  se dá dále rozložit do částí působících úměrně této souřadnici a jejím derivacím, jak je uvedeno v rovnici (1.20). Veličiny označené indexem  $P$  jsou nazývány přídavné účinky tekutiny, jmenovitě přídavná hmotnost, přídavné tlumení a přídavná tuhost. Rovnice kmitání poté přejde do tvaru (1.21). Díky tomuto přístupu lze identifikovat vliv tekutiny na kmitání tělesa.

$$m\ddot{u} + b\dot{u} + ku = F(t) \quad (1.18)$$

$$F(t) = - \int_S \sigma \cdot \vec{n} dS \quad (1.19)$$

$$F_u(t) = -m_P\ddot{u} - b_P\dot{u} - k_Pu \quad (1.20)$$

$$(m + m_P)\ddot{u} + (b + b_P)\dot{u} + (k + k_P)u = 0 \quad (1.21)$$

V práci [4] autor Nennemann dále rozvíjí tento model, když tlumení a tuhost dělí dále na složky připadající různým vlivům, což je vyjádřeno v rovnici (1.22).  $b_V$  je přídavné tlumení ve stojící tekutině vlivem akustické radiace a působení viskózních sil,  $b_T$  je přídavné hydrodynamické tlumení v důsledku proudění tekutiny, kdy dochází k předávání

energie mezi tekutinou a tělesem při jeho kmitání,  $k_V$  je přídatná tuhost v důsledku efektů spojených se stlačitelností tekutiny a  $k_T$  přídatná tuhost v důsledku proudění tekutiny [4].

$$(m + m_P)\ddot{u} + (b + b_V + b_T)\dot{u} + (k + k_V + k_T)u = 0 \quad (1.22)$$

Pokud je vlastní frekvence ponořeného tělesa výrazně odlišná od vlastní frekvence tekutiny obklopující těleso, složka přídatného tlumení  $b_V$  je zanedbatelná [18]. Jak autor [4] dále zmiňuje, v charakteristickém případě Francisovy turbíny pracující s vodou bývají vzhledem k obvyklým rychlostem proudění strukturální složka tlumení  $b$  a složka  $b_V$  o 2 - 3 řády menší než poslední složka a většinou je tudíž lze považovat za nepodstatné. Dále dle [18], je složka přídatné tuhosti  $k_V$  podstatná opět pouze tehdy, je-li vlastní frekvence tělesa blízká vlastní frekvenci tekutiny obklopující těleso. Pokud se při této simulaci použije model nestlačitelné tekutiny v souladu s předpokladem rozdílnosti vlastních frekvencí tělesa a tekutiny, člen  $k_V$  odpadá. Výsledná rovnice, popisující takovéto kmitání, se kterou je možno pro CFD simulaci dále pracovat, pak může mít tvar 1.23, respektive (1.24), [18]. Je-li znám vlastní tvar kmitání, zbývající přídatné účinky lze určit pomocí tranzientní CFD simulace, například s využitím přístupu označovaného jako Modal Work, který bude představen v následující sekci. Určení vlastního tvaru je možné například provedením modální analýzy ve vzduchoprázdnu, popřípadě s využitím akustických elementů modelujících přítomnost stojící tekutiny.

$$m\ddot{u} + ku = F(t) \quad (1.23)$$

$$(m + m_P)\ddot{u} + b_T\dot{u} + (k + k_T)u = 0 \quad (1.24)$$

Základní popis přídatných účinků tekutiny na těleso je vyložen v následujících sekcích.

## 1.5. Modal work přístup

Jak bylo zmíněno výše, pomocí této metody lze s využitím tranzientní CFD simulace zjistit přídatné účinky tekutiny, pakliže dané pružné těleso kmitá na známém vlastním tvaru a je transformováno na model lineární diskrétní soustavy s jedním stupněm volnosti (SDOF).

Tato metoda je založena na stanovení práce, vykonané kapalinou na tělese pomocí numerické CFD simulace, kde je plochám kmitajícího tělesa předepsán kmitavý pohyb daného vlastního tvaru. Proto bývá v anglicky psané literatuře označována jako Modal Work. Tuto práci lze s využitím rovnice 1.24 vyjádřit následujícími způsoby [4].

$$W = \int_u \vec{F}(t) d\vec{a} = - \int_u \int_S \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} dS d\vec{a} = - \int_t^{t+T} \int_S \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} \vec{a} dS dt \quad (1.25)$$

$$W = - \int_t^{t+T} (m_P\ddot{u} + b_T\dot{u} + k_Tu) \dot{u} dt \quad (1.26)$$

Výraz  $\vec{a}$  v rovnici (1.25) má význam výchylky na reálném pružném tělese. Rovnici (1.25), popřípadě její časovou derivaci, lze vyčíslit pomocí zmíněné CFD simulace. Se znalostí

těchto údajů lze s využitím jistých úprav z rovnice (1.26) určit přídatné účinky tekutiny. Detaily může čtenář najít taktéž v práci [4].

Celá tato metoda byla odvozena za předpokladů, které jsou popsány v práci [18].

## 1.6. Přídatné účinky tekutiny

V této sekci budou představeny jednotlivé přídatné účinky tekutiny, popsány jejich projevy při kmitání tělesa obklopeného tekutinou a vyloženy jejich významy.

### 1.6.1. Přídatná hmotnost

Kmitající těleso periodicky zrychluje a zpomaluje. Jelikož je ponořeno v tekutině která těleso obklopuje, musí se během tohoto pohybu přemisťovat určitý její objem [18]. To se navenek projevuje stejným efektem, jakoby bylo těleso hmotnější a z toho pramení koncept přídatné hmotnosti. Virtuálnímu přírůstku hmotnosti odpovídá složka síly  $m_P \ddot{u}$  v rovnici (1.20). To má za následek změnu vlastní frekvence tělesa, což je velice důležitá vlastnost [18].

Přídatná hmotnost závisí zejména na vyšetřovaném vlastním tvaru a hustotě tekutiny a materiálu tělesa [19]. Neuvažuje-li se výrazná přídatná tuhost a pouze malé tlumení, vztahy pro vlastní frekvenci tělesa ve vakuu a v tekutině při znalosti přídatné hmotnosti jsou (1.27) [18].

$$f_{vl,v} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad f_{vl,t} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m + m_P}} \quad (1.27)$$

Poměr vlastních frekvencí se se znalostí přídatné hmotnosti dá určit taktéž jako (1.28) [18].

$$\frac{f_{vl,v}}{f_{vl,t}} = \sqrt{\frac{m + m_P}{m}} \quad (1.28)$$

Uvažuje-li se přídatná tuhost, promění se tyto vztahy následovně [20].

$$f_{vl,t} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k + k_P}{m + m_P}} \quad f_{vl,v} = \sqrt{\frac{k}{k + k_P} \frac{m + m_P}{m}} \quad (1.29)$$

Jak je ve vztazích výše vidět, přídatná hmotnost má tendenci vlastní frekvenci kmitání tělesa snižovat, přídatná tuhost zvyšovat. Dle [20] tvoří přídatná tuhost v případech hydraulických profilů v proudící vodě marginální příspěvek ke změně vlastní frekvence. Existují však případy, kdy by se zanedbat neměla, zejména pokud rychlost proudění tekutiny je vysoká. To může platit například pro těsnící kruhy oběžného kola Francisovy turbíny. V práci [20], kde byl mimo jiné tento vliv posuzován na případu hydraulického profilu ve vodě, byla pro rychlost proudění 16 m/s určena chyba ve vlastní frekvenci při zanedbání přídatné tuhosti 5%.

Zjištění vlastní frekvence tělesa je jedním z prvních a nejzákladnějších úkolů při vyhodnocování dynamického chování. Následně se znalostí vlastních frekvencí tělesa nebo součásti obklopené tekutinou, například oběžného kola turbíny, je možno predikovat, zda-li tato bude při působení daných budících sil v rezonanci nebo ne a popřípadě učinit taková konstrukční opatření, která povedou ke změně vlastní(ch) frekvence(í). K rezonanci pak



v provozních bodech stroje nedojde. V ideálním případě se přes známý rezonanční stav bude pouze rychle přejíždět, například při rozběhu/doběhu stroje. Taková úprava by měla být provedena vždy, kdy je to možné. V mnoha aplikacích v minulosti, dokud nebyly k dispozici dnešní sofistikované výpočetní metody a prostředky pro výpočet zejména přídatného tlumení, celkové dynamické odezvy a strukturální analýzy složitějších struktur jako oběžné kolo, byla toto jediná návrhová strategie pro řešení dané problematiky. Určení přídatné hmotnosti tak bylo a je i dnes jedním ze základních úkonů při návrhu. Nejjednodušší úpravou pro změnu vlastní frekvence může být v tomto případě u oběžného kola zvětšení tloušťky stěn, zejména lopatek [15], [11]. Tato úprava s sebou však může nést nevýhody, jako zhoršení hydraulických parametrů, například účinnosti, zvýšení celkové hmotnosti součásti nebo zvýšení ceny součásti.

Pro určení přídatné hmotnosti u jednoduchých těles, jako je například prizmatický nosník v tekutině, byly odvozeny některé analytické metody. Taková metoda je prezentována například v [21]. Pro složitější struktury, jako je případ oběžného kola turbíny, lze odhad přídatné hmotnosti provést buď na základě empirických vzorců, experimentálně na již existujícím tělese, popřípadě za pomoci numerické simulace [19].

S velmi zajímavým přístupem k problematice přichází autor v práci [19]. Zmiňuje, že jistý vlastní tvar ve vzduchoprázdnu a tentýž v tekutině vykazují jen minimální odlišnost. S využitím tohoto a za předpokladu, že se celková energie systému při netlumeném kmitavém pohybu na daném vlastním tvaru nemění - tedy energie systému je stejná jak ve vzduchoprázdnu tak v tekutině - odvozuje bezrozměrné podobnostní kritérium  $\gamma$  pro přídatnou hmotnost ve tvaru (1.30).

$$\gamma_i = \frac{m_{P,i}}{m_i} \frac{\rho_S}{\rho_{TEK}} \quad (1.30)$$

$\rho$  je hustota, kde index  $S$  značí strukturu a  $TEK$  tekutinu.  $m$  je modální hmotnost a  $m_P$  jí příslušná přídatná hmotnost.  $\gamma$  je bezrozměrné číslo. Pokud dvě různá tělesa vykazují velkou geometrickou podobnost - například dvě velmi podobná oběžná kola - pro kmitání na  $i$ -tém vlastním tvaru bude mít  $\gamma$  v případech obou těles stejnou hodnotu. Experimentálně zjištěné údaje přídatné hmotnosti se tak dle [19] v některých případech dají přenášet z jednoho díla na druhé, přičemž tyto nemusí být vyrobeny ze stejné slitiny.

V době vzniku této práce již existují možnosti provádět modální analýzu tělesa ponořeného v nehybné tekutině pomocí numerické simulace v běžně dostupných komerčních softwarech. Softwarový balík ANSYS obsahuje možnost konečnoprvkové simulace, kde je těleso vysítováno klasickými SOLID prvky se třemi stupni volnosti (posuvy) a dále je přítomna i fluidní doména vysítovaná akustickými fluidními prvky s jedním stupněm volnosti (tlak), přičemž na rozhraní obou domén jsou přechodové prvky se čtyřmi stupni volnosti (posuvy a tlak) [18]. Na takovémto modelu lze provést modální analýzu, jejímž výstupem jsou vlastní frekvence a tvary jak ponořeného tělesa, tak tekutiny [18].

### 1.6.2. Přídatné tlumení

Síla, kterou tekutina působí na těleso v důsledku tlumení odpovídá výrazu  $b_P \dot{u}$  v rovnici (1.20). Jak bylo zmíněno, v případě oběžných kol Francisových turbin se často předpokládá přítomnost pouze hydrodynamického tlumení  $b_T$ . Tlumení je mechanismus, který způsobuje disipaci energie kmitání [18].

Pakliže nejde zabránit stavu, kdy budící frekvence stabilně leží poblíž vlastní frekvence kola, je během návrhu správné určení hydrodynamického tlumení velmi důležitý krok. Bude-li celkové tlumení dostatečně velké, je možné, že přesto bude provoz v tomto stavu možný a bezpečný, protože bude docházet k dostatečné disipaci energie kmitání, čímž bude toto velmi tlumeno, viz obrázek 1.12. Tato problematika v dnešní době nabývá na významu, jelikož jsou vodní turbíny používány pro regulaci elektrické sítě a tak jsou často provozovány v širokých provozních oblastech, kde nemusí být možné se rezonančnímu stavu vyhnout.

Pro jednoduché případy, například kmitání prizmatického nosníku v proudící tekutině v hydraulickém tunelu, byly odvozeny některé analytické metody určení hydrodynamického tlumení, například [22], dle které se hydrodynamické tlumení lineárně zvyšuje s rostoucí rychlostí proudění. Tato teorie vykazuje velmi dobrou shodu s experimentálními měřeními. Pro geometricky komplexní struktury jako je oběžné kolo turbíny však takovýto analytický přístup není možný, respektive autorovi této práce není znám.

Pozornost výzkumníků byla věnována taktéž výzkumu experimentálních metod pro zjišťování přídatného tlumení. Některými takovými pracemi jsou [18], [23], [24]. Pro určení hydrodynamického tlumení při návrhu nového stroje je možno využít numerické CFD simulace.

### 1.6.3. Přídatná tuhost

Přídatná tuhost  $k_P$  se skládá ze složek  $k_V$  a  $k_T$ , z nichž v některých případech není složka  $k_V$  uvažována. Jak bylo zmíněno, přídatná tuhost má jistý vliv na vlastní frekvenci tělesa obklopeného tekutinou. Tento vliv roste s rostoucí rychlostí proudění tekutiny kolem tělesa. Jak je uvedeno v [20], přídatná tuhost představuje vliv, kdy tekutina svým působením navrácí těleso úměrně výchylce do rovnovážné polohy. K tomu ve stejné práci autor uvádí příklad, že na sklon křivky závislosti koeficientu vztlaku na úhlu náběhu pro tenké aerodynamické profily lze touto optikou pohlížet jako na jistou formou vyjádření záporně vzaté přídatné tuhosti.

Dále pak tento autor ve své práci představuje metodu, jak přídatnou tuhost pro daný vlastní tvar samostatně určit pomocí několika statických CFD simulací. Je třeba znát daný vlastní tvar. Proveďte se statická CFD simulace s tělesem, zdeformovaným s určitou maximální výchylkou a vyhodnotí se síla, působící na těleso. Toto se opakuje pro několik různých maximálních výchylek tělesa. Výsledky by se poté měly dát proložit přímkou a její sklon určuje přídatnou tuhost.

## 2. Výpočtové modelování proudění

Úvodem této kapitoly bude představena Einsteinova sumační symbolika, pomocí které budou dále prováděny zápisy jednotlivých rovnic. Principem tohoto zápisu je vynechávání sumačního znaménka. Indexy, které se dvakrát opakují jsou poté brány jako sčítací. Elementární příklad je uveden v rovnici (2.1), kde je skalární součin dvou vektorů rozepsán nejdříve pomocí sumy výrazů a poté s vynecháním dané sumy. Jelikož se index  $i$  opakuje dvakrát, bere se jako sčítací a je přes něj automaticky provedena suma. Indexy, které nejsou ve dvojici, jsou volné indexy a jejich počet v daném výrazu určuje řád výsledného tenzoru.

$$\vec{c} \cdot \vec{d} = c_1 d_1 + c_2 d_2 + c_3 d_3 = \sum_{i=1}^3 c_i d_i = c_i d_i \quad (2.1)$$

Jako další příklady jsou uvedeny zápisy gradientu (2.2), divergence (2.3) a vektorového součinu (2.4).

$$\text{grad}(p) = \left( \frac{\partial p}{\partial x_1}, \frac{\partial p}{\partial x_2}, \frac{\partial p}{\partial x_3} \right) = \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.2)$$

$$\text{div}(\vec{v}) = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \quad (2.3)$$

$$\vec{c} \times \vec{d} = \epsilon_{ijk} c_j d_k \quad (2.4)$$

Výraz  $\epsilon_{ijk}$  je Leviho-Civitaův tenzor, který obsahuje pouze jedničky, nuly a záporné jedničky dle pravidel popsaných v rovnici (2.5). Dalším používaným speciálním výrazem je Kroneckerovo delta, popsáno v rovnici (2.6).

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{pro } (i, j, k) = (1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2) \\ -1 & \text{pro } (i, j, k) = (3, 2, 1), (2, 1, 3), (1, 3, 2) \\ 0 & \text{zbytek} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{pro } i = j \\ 0 & \text{pro } i \neq j \end{cases} \quad (2.6)$$

### 2.1. Rovnice modelování proudění

Výpočtové modelování proudění (CFD) využívá metod pro diskretizaci kontinua na síť konečných objemů, diferencí nebo prvků, přičemž na takovéto síti se dají numericky řešit diskretizované základní rovnice pro pohyb tekutiny.

První takovou rovnicí je Navier-Stokesova rovnice, zapsaná pro nestlačitelnou tekutinu a bez vlivu gravitace v rovnici (2.7). V této práci se pracuje s vodou, která je považována za nestlačitelnou a Newtonskou tekutinu. Po rozepsání substantiální derivace na levé straně rovnice a s uvažováním tenzoru napětí Newtonské tekutiny, přejde tato rovnice do své známější podoby (2.8), kde  $v_i$  je rychlost elementární částice,  $t$  čas,  $x_j$  souřadnice,  $p$  tlak,  $\rho$  hustota a  $\nu$  kinematická viskozita. Druhou základní rovnicí je rovnice kontinuity, zapsaná pro nestlačitelnou tekutinu v rovnici (2.9).

$$\frac{Dv_i}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.9)$$

Navier-Stokesova rovnice je nelineární parciální diferenciální rovnice druhého řádu. Je asi nejznámějším příkladem rovnice vykazující známky takzvaného deterministického chaosu. Vykazuje tak extrémní citlivost vůči okrajovým podmínkám. Analytické řešení této rovnice je možné pouze pro velmi speciální geometrické případy a pouze pro laminární proudění. Turbulence je fenomén, který situaci velmi komplikuje. Je to jedna z mála oblastí klasické fyziky, která stále ukrývá množství nevyřešených otázek.

Velmi důležitý koncept jak lze k turbulentnímu proudění přistoupit představil už na začátku 20. století Osbourne Reynolds. Po něm je pojmenován jako Reynoldsova dekompozice. Spočívá v myšlence rozdělit veličiny, které obecně při turbulentním proudění vykazují velmi divoké chování, na časově střední složku a flukтуаční složku. To je pro rychlost a tlak zobrazeno v rovnicích (2.10).

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i \quad p_i = \bar{p}_i + p'_i \quad (2.10)$$

Po zavedení těchto rovnic je možno dosadit do Navier-Stokesovy rovnice a rovnice kontinuity a úpravou dojít k rovnicím (2.11) a (2.12), které se nazývají Reynoldsovy středované Navier-Stokesovy rovnice, anglickou zkratkou RANS<sup>1</sup>. Stejnou zkratkou je pojmenována i rodina modelů turbulence používaných v CFD, které doplňují tyto rovnice.

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial (\overline{v'_i v'_j})}{\partial x_j} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.12)$$

Účelem této operace je převedení na úlohu, kde lze pracovat s časově středními hodnotami veličin. To s sebou sice nese ztrátu komplexity řešení, kdy výsledkem mohou být pouze časově střední veličiny, ale situaci to zjednodušuje. Jak je ovšem vidět, v rovnici (2.11) zůstal jeden člen s flukтуаčními složkami rychlostí. Ten se nazývá tenzor Reynoldsových napětí. Cena za zjednodušení problému je vysoká, protože nyní v systému chybí rovnice pro určení tohoto neznámého tenzoru. Pro uzavření této úlohy se používá modelování turbulence. Nejznámějšími a nejběžnějšími modely turbulence jsou dvourovnicové RANS modely  $k - \epsilon$  a  $k - \omega$ , založené na Boussinesqueově hypotéze. Hluběji do problematiky CFD a RANS modelů turbulence může čtenář nahlédnout zde v [25], [26].

## 2.2. Modelování rozhraní nestejných domén

Jelikož z principu dochází v turbíně k pohybu rotoru vůči statoru, je nutné jak při stacionární, tak při tranzientní CFD simulaci toto zohlednit. Software CFX k tomu přistupuje

<sup>1</sup>Někdy také URANS, pokud je přítomen nestacionární člen jako zde - z anglického unsteady RANS

tak, že rotující součásti mají vlastní, rotující, souřadný systém. V tomto souřadném systému jsou řešeny rovnice pro příslušnou doménu a na rozhraních s ostatními doménami dochází k přepočtům dle typu simulace a dle použitého modelu rozhraní.

Při stacionární simulaci proudění ve Francisově turbíně či jakémkoli jiném rotačním lopatkovém stroji je výhodné využít cyklické symetrie rotoru popřípadě dalších lopatkových řad a pro výpočet použít pouze jeden periodicky se opakující lopatkový kanál každé řady. Předepíše-li se na periodické plochy rotační symetrie, bude řešeno proudění pouze v daném kanále a proudění v ostatních je považováno za totožné. Téměř vždy nastává situace, kdy rozteč jednotlivých lopatkových kanálů není totožná<sup>2</sup>. Musí se tedy zohlednit změna rozteče.

V CFX existují celkem 3 numerické modely rozhraní, které umí pracovat se změnou souřadného systému domén, nestejnou roztečí domén nebo obojím. Informace o těchto modelech jsou převzaty z dokumentace softwaru [27].

- Frozen Rotor
  - Tento model rozhraní zachovává po celou dobu simulace stejnou vzájemnou polohu dvou komponent a provádí přepočty mezi souřadnými systémy a (nebo) mezi nestejnými roztečemi domén, mezi které byl předepsán. Při nestejných roztečích dochází k ořezání nebo doplnění profilů proudových veličin ve smyslu rozteče dle velikosti poměru roztečí, a všechny toky veličin přes rozhraní jsou škálovány stejným způsobem. Tranzientní jevy na rozhraní domén s rozdílným souřadným systémem nejsou modelovány.
- Stage (Mixing-Plane)
  - Použitím tohoto modelu dochází k obvodovému středování toků přes doménu výše po proudu, přičemž na doménu níže po proudu jsou předepsány tyto obvodově středované vstupy. Model není vhodný pro případy, kdy proudění vykazuje velké rozdíly v obvodovém směru domény popřípadě tam, kde dochází ke zpětnému proudění přes rozhraní. Jak je popsáno v dokumentaci softwaru, takovým nevhodným případem může být simulace radiálního čerpadla se spirálou v mimooptimálním provozním bodě. Výhodou tohoto modelu je, že díky obvodovému středování nezohledňuje pouze jednu vzájemnou polohu komponent. Tranzientní jevy na rozhraní domén taktéž nejsou modelovány.
- Transient Rotor-Stator
  - Transient Rotor-Stator je jediný model, který plně řeší tranzientní jevy na rozhraní domén a je tak nejpřesnější. V každém časovém kroku fyzicky dochází k pootočení rotující součásti a výpočtu aktuálního stavu. Má však dvě hlavní nevýhody. První nevýhodou je mnohem vyšší výpočetní náročnost než u dvou předešlých modelů. Druhou jsou pak problémy v případě nestejných roztečí domén. Praktickým řešením této situace je simulace všech lopatkových kanálů obou řad, což je z hlediska přesnosti simulace nejlepší volba. Umocňuje to však vysokou výpočetní náročnost.

---

<sup>2</sup>Snahou konstruktérů těchto strojů je vždy co nejvíce omezit vliv RSI a proto nebývají počty lopatek rotorové a statorové řady stejné, viz sekce 1.3.

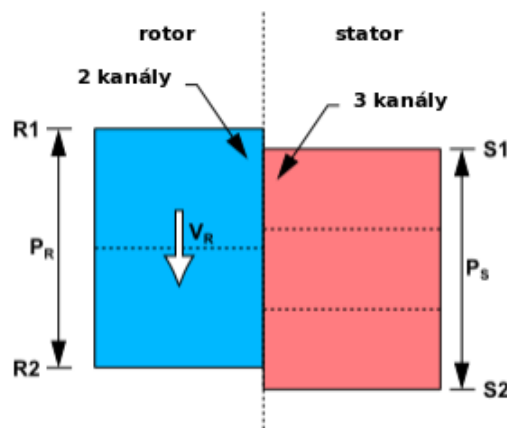
Snížit výpočetní nároky pro provedení tranzientní simulace s modelováním tranzientních jevů na rozhraní domén má za cíl nástroj Transient Blade Row Modelling, dostupný v programu ANSYS CFX, jemuž je věnována následující sekce.

## 2.3. Transient blade row modelling

Tento nástroj provádí během simulace numerické operace, které umožňují provést tranzientní simulaci s Transient Rotor-Stator rozhraním bez nutnosti zahrnutí celých lopatkových řad. Lze tedy tranzientně počítat na periodických částech, tedy komponentách s nestejnou roztečí. Výsledkem je tedy pokud možno výrazné snížení výpočetních nároků, se snahou o co nejmenší cenu v podobě vnesené chyby. Software CFX nabízí 3 kategorie tohoto nástroje, které jsou představeny v následujících sekcích, přičemž každá z nich může být řešena standartně v časové oblasti, popřípadě ve frekvenční oblasti metodou pojmenovanou Harmonic Balance. V této práci je využíváno pouze řešení v časové oblasti. Informace zde obsažené vychází až na výjimky z [27] a [28]

### 2.3.1. Profile transformation

Profile transformation je nejjednodušším z těchto modelů. K problematice nestejných roztečí přistupuje pomocí škálování. Proudové pole se při přechodu mezi komponentami zvětší či zmenší v poměru odpovídajícímu poměru roztečí komponent, přičemž je zachován celkový hmotnostní průtok i ostatní veličiny a dále se využívá běžné cyklické symetrie podobně jako ve stacionární simulaci. Tento přístup plně neodpovídá realitě a má pouze omezené využití pro případy, kdy se rozteče komponent velmi neliší. Práce [29] uvádí pro použití podmínku (2.13), kde  $\mathbf{P}_R$  a  $\mathbf{P}_S$  jsou rozteče. Pro splnění této podmínky je obvykle nutno zvolit vhodně  $M$  a  $N$  kanálů jednotlivých domén, jak je zobrazeno na obrázku 2.1, kde  $\mathbf{R}$  a  $\mathbf{S}$  jsou periodické plochy rotoru a statoru a  $\mathbf{V}_R$  obvodová rychlost rotoru. Ne vždy lze však tuto podmínku splnit.



Obrázek 2.1: Použití různých počtů kanálů pro splnění podmínky 2.13, [28], přeloženo

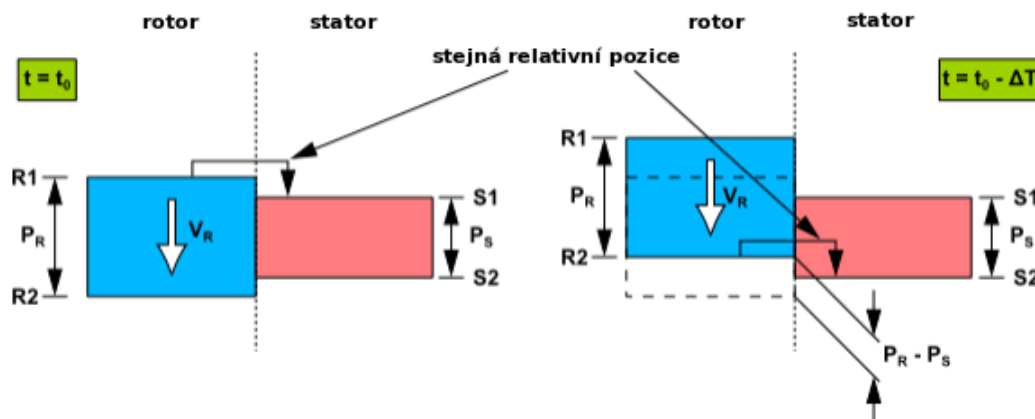
$$0,98 \leq \frac{P_R}{P_S} \leq 1,02 \quad (2.13)$$

### 2.3.2. Time transformation

Tento model je použitelný pouze při simulaci stlačitelné tekutiny, nehodí se pro případy, kdy otáčky rotoru nejsou vysoké a jeho použitelnost je taktéž omezena na případy, kdy se rozteče domén neliší mnoho. Je tedy výhodný například pro simulaci stupňů parních turbin apod., nikoliv Francisových turbin. Používá se zde vhodná transformace časových souřadnic tak, aby v transformovaném prostoru byl model plně periodický.

### 2.3.3. Fourier Transformation

To, co je v kanálech jednotlivých lopatkových řad v realitě pozorováno, pokud není počet lopatek v jednotlivých řadách stejný, jsou fázově posunuté proudové podmínky v jednotlivých lopatkových kanálech [29]. Na jednotlivých periodických plochách kanálů v simulaci s celou  $360^\circ$  doménou se objevují totožné podmínky v důsledku vzájemné polohy rotorových a statorových lopatek, respektive okrajů domén, ovšem vzájemně fázově posunuté. Tedy pokud bude modelován pouze jeden lopatkový kanál, první periodická okrajová plocha modelované části lopatkové řady bude mít totožnou okrajovou podmínku jako druhá, avšak o něco dříve či později [29]. To je vidět na obrázku 2.2, kde relativní pozice periodických ploch  $R_1$  a  $S_1$  v čase  $t_0$  je stejná jako relativní pozice ploch  $R_2$  a  $S_2$  v čase  $t_0 - \Delta T$ , kde  $\Delta T$  je v tomto případě určeno rovnicí (2.14).



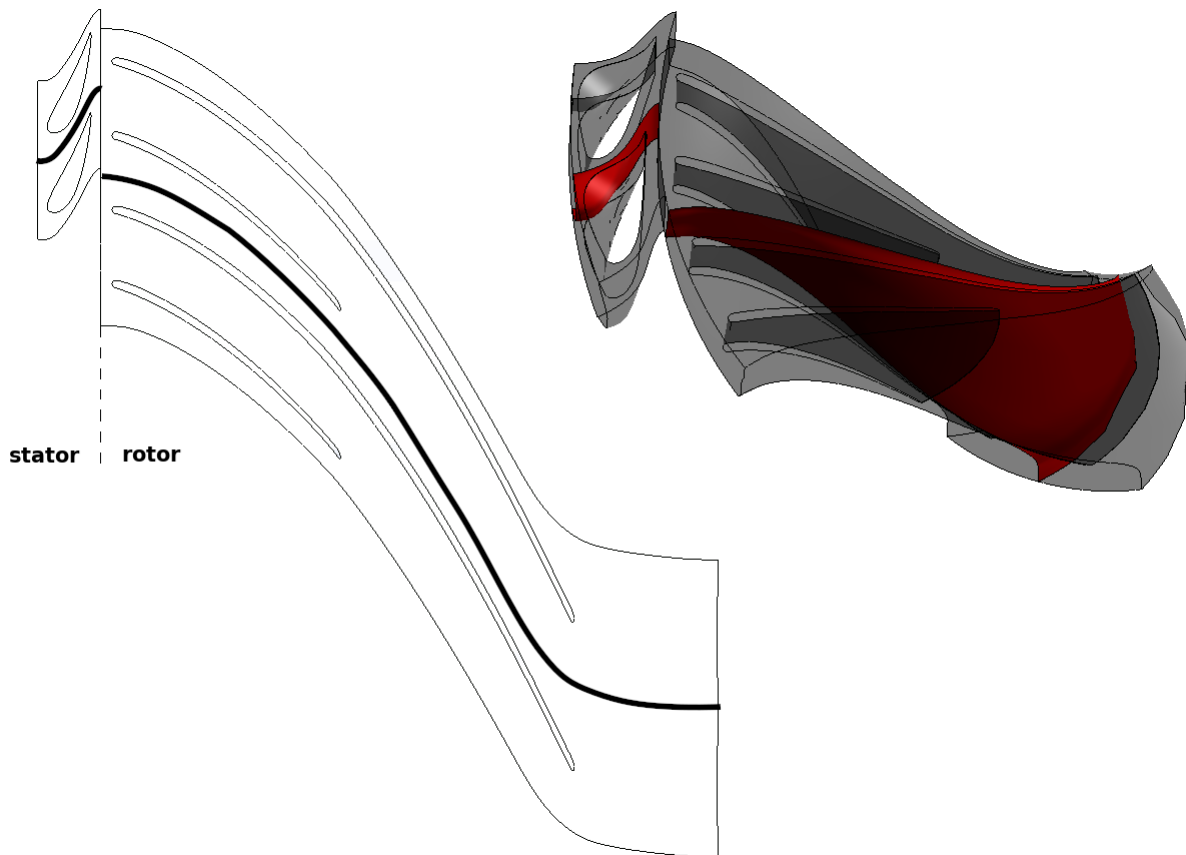
Obrázek 2.2: Znáznornění fázově posunuté okrajové podmínky, [28], přeloženo

$$\Delta T = \frac{P_R - P_S}{V_R} \quad (2.14)$$

S tímto faktem pracuje tento model, kdy za využití Fourierovy transformace rozloží signály všech veličin na referenční periodické ploše. Při transformaci pracuje pouze s členy odpovídajícími násobkům základní frekvence spojené s otáčkami rotoru a ukládá pouze koeficienty jednotlivých členů Fourierovy řady. Na okrajových periodických plochách pak rekonstruuje tyto signály, přičemž aplikuje fázový posuv. Podobný přístup za využití Fourierovy transformace je využit i na rozhraní rotoru a statoru.

Je nutno pracovat vždy se dvěma lopatkovými kanály rotoru i statoru, přičemž referenční plocha je mezi těmito kanály, což je zobrazeno na obrázku 2.3. Data z této plochy, která jsou získána simulací, jsou v každém časovém kroku extrahována a používána pro fázově posunuté periodické okrajové podmínky. Není známo omezení v poměru roztečí

modelovaných domén. CFX umožňuje v jedné simulaci takto modelovat pouze jedno rotor-stator rozhraní.



Obrázek 2.3: Dva lopatkové kanály rotoru a statoru pro výpočet pomocí metody Fourier transformation s vyznačenými referenčními periodickými plochami

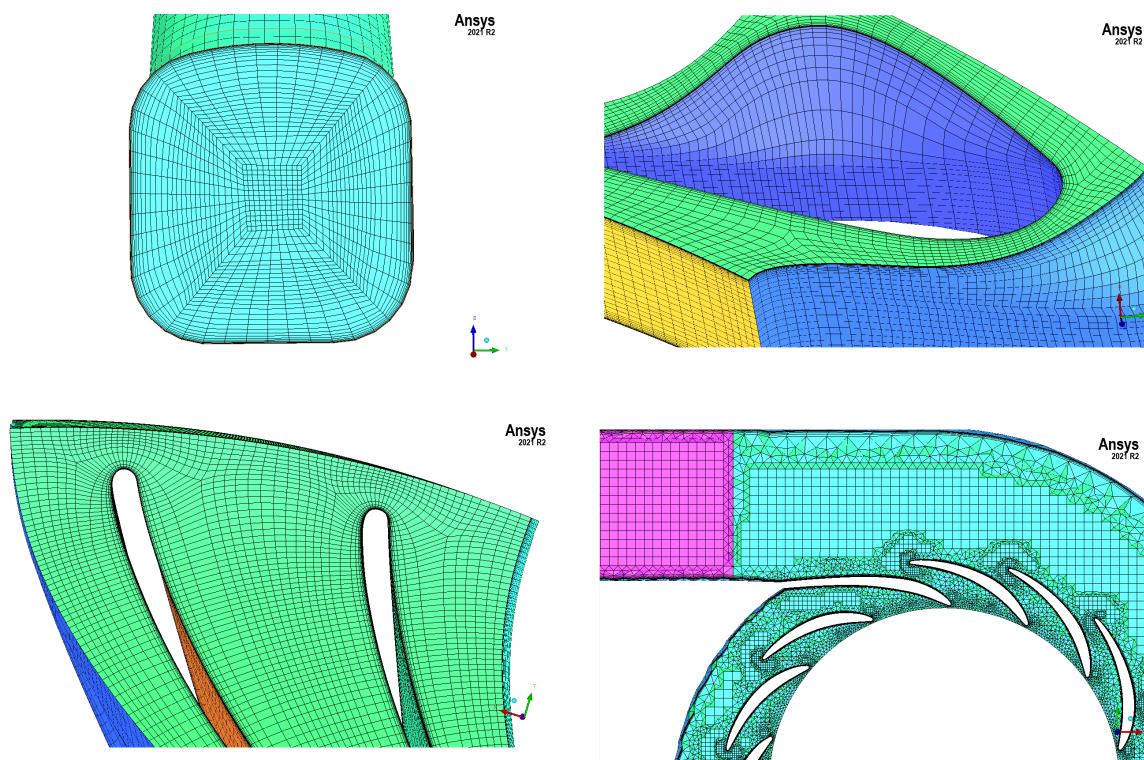


### 3. CFD simulace

Geometrie stroje byla rozdělena na 4 části se samostatnou sítí - sací trouba, oběžné kolo, kruh rozváděcích lopatek a spirální skříň s výztužnými lopatkami. Rozdělení spirální skříně a rozvaděče na dvě samostatné části bylo zvoleno pro budoucí zjednodušení simulace. Inspirací pro toto zjednodušení byla práce [30]. Do simulace nebyly zahrnuty těsnící kruhy, prostory vně disků oběžného kola, ani ucpávka. To umožňuje velké snížení výpočetních nároků, přičemž cenou je jistá vnesená nepřesnost, zejména zanedbání objemových ztrát a diskových ztrát.

#### 3.1. Výpočetní síť a nastavení řešiče

Ve všech doménách kromě spirální skříně byly vytvořeny konformní, plně hexahedrální sítě s využitím softwarů ANSYS TurboGrid a ANSYS ICEM CFD. Spirální skříň byla síťována v softwaru ANSYS Fluent hex-core přístupem, taktéž plně konformně. Některé detaily sítí jsou vidět na obrázcích 3.1.



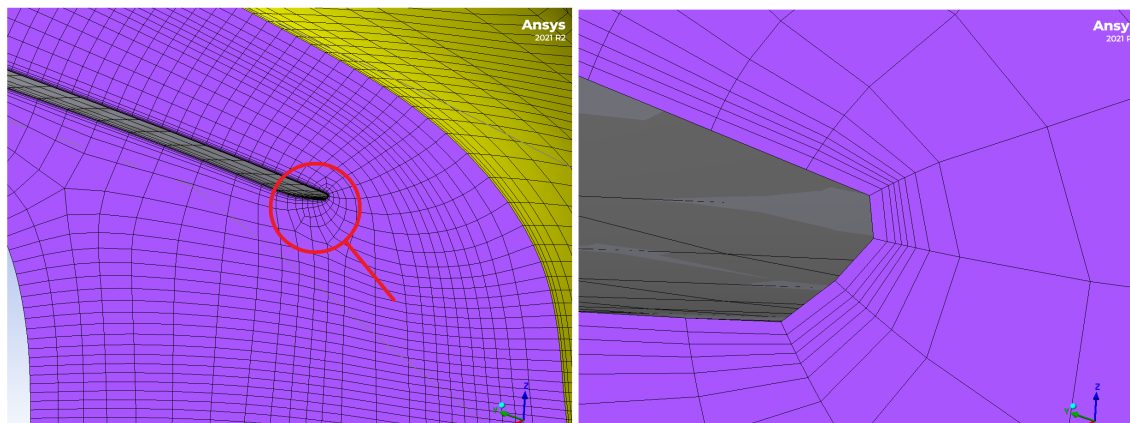
Obrázek 3.1: Některé detaily výpočetních sítí

Pro potřeby simulace byly vytvořeny totožné sady sítí o 4 různých hrubostech, za účelem testování vlivu počtu uzlů na výsledky. Při vytváření sítí bylo v maximální možné míře dbáno na kvalitu, a to zejména v oblastech kanálu rozvaděče a vstupu do kanálu oběžného kola. Dále představené parametry kvality se týkají té hrubosti sítě, která byla použita pro finální výpočty, což bude rozebráno dále.

Posuzovanými kritérii byl hlavně zkos prvku a maximální poměr stran prvku, v terminologii ANSYSu skewness a aspect ratio. Snížování hodnoty druhého jmenovaného kritéria s sebou nese velkou cenu v podobě nárůstu počtu uzlů sítě. Z toho důvodu byla ve výpo-

četných doménách rozvaděče, oběžného kola a savky akceptována hodnota maximálního poměru stran prvku 180, přičemž takovéto prvky se nachází pouze v některých místech mezních vrstev, kde je nutno udržet adekvátně malou výšku prvního elementu u stěny. Co se týče zkosu prvků tak jak je definován ANSYS Meshingem, prvky vykazovaly globálně velmi dobrou kvalitu. Problematická byla oblast spirály, kde přechází hexahedrální síť v tetrahedrální, s maximálním zkosem 0,85. Vzhledem k tomu, že tato oblast není oblastí primárního zájmu v dané simulaci, byla tato hodnota akceptována. Další problematickou oblastí k vysítování byla odtoková hrana rozváděcí lopatky. Vzhledem k simulované problematice se zde naopak jedná o jednu z nejdůležitějších oblastí, kde je předpoklad, že kvalita sítě je rozhodující. Zde bylo nakonec dosaženo sítě s nejhorší hodnotou zkosu prvku 0,71, přičemž tuto hodnotu měly pouze desítky elementů bezprostředně na odtokové hraně, což bylo akceptováno. Nejproblematictější oblastí celé výpočetní domény byly velmi malé oblasti za odtokovou hranou lopatek oběžného kola, kde se projeví topologické limity TurboGridu. Pro správné respektování geometrie lopatky bylo nutno akceptovat malé množství prvků, které vykazovaly nevhodný poměr stran a poměr výšek elementů mezi sebou - tedy rychlý přechod ve velikosti prvků. To je zobrazeno na obrázku 3.2. Ačkoliv odtoková hrana lopatky oběžného kola je obecně důležitým hydraulickým prvkem stroje, byla tato síť akceptována s vědomím, že na výslednou velikost integrálních parametrů stroje by tento nedostatek neměl mít zásadní vliv a s vědomím, že pro simulaci RSI je primární oblastí zájmu kanál rozváděcí lopatky a vstup do kanálu oběžného kola až do míst, kde jsou umístěny tlakové odběry.

Sítě o jednotlivých hrubostech byly označeny  $H0$  až  $H3$ , kde 0 má nejmeně uzlů. Statistiku zobrazující počty uzlů ukazuje tabulka 3.1. Všechny sítě o různých hrubostech měly zpravidla velmi podobnou kvalitu prvků z hlediska zkosu. Z hlediska maximálního poměru hran prvku vykazovaly lepší vlastnosti jemnější sítě. Při postupném zjemňování sítí byla snaha o co nejpodobnější zmenšení prvků ve všech třech směrech souřadného systému.



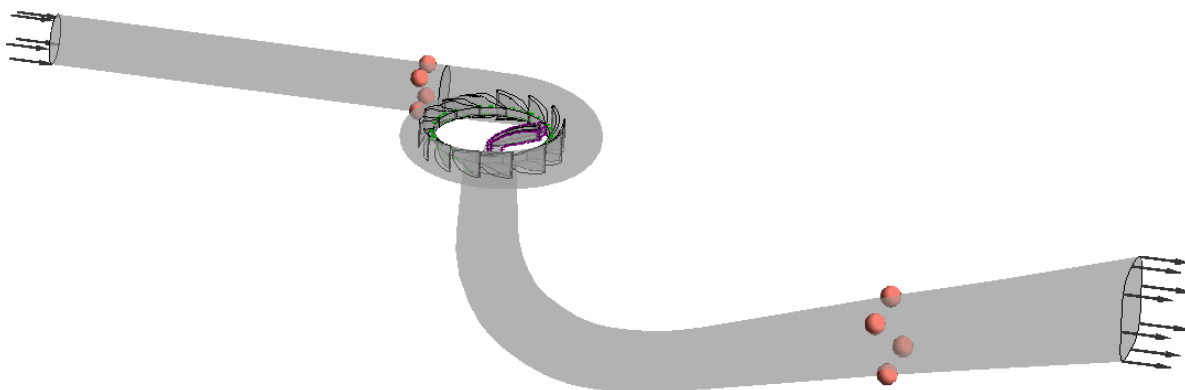
Obrázek 3.2: Síť na odtokové hraně lopatky oběžného kola

Ze sítí jednotlivých komponent (spirální skříní, kanál rozvaděče, kanál oběžného kola, sací trouba) byla pro každý výpočet postavena výpočetní doména. Příklad takovéto domény pro stacionární simulace je zobrazen na obrázku 3.3. Pro dosažení s experimentem srovnatelných výsledků, bylo snahou při simulaci postupovat totožným způsobem, jako tomu bylo při experimentu. Bohužel některé detaily o provedení experimentu, jako například počet a umístění tlakových snímačů pro určení spádu na turbinu, zřejmě nebyly auto-

| hrubost sítě    |                     | $H0$    | $H1$      | $H2$      | $H3$      |
|-----------------|---------------------|---------|-----------|-----------|-----------|
| počty uzlů sítě | spirální skříň      | 216 131 | 587 611   | 711 901   | 869 375   |
|                 | kanál rozvaděče     | 22 504  | 39 340    | 62 400    | 102 460   |
|                 | kanál oběžného kola | 125 234 | 255 366   | 388 977   | 576 160   |
|                 | sací trouba         | 148 447 | 336 648   | 553 805   | 873 820   |
|                 | celek               | 512 316 | 1 218 965 | 1 717 083 | 2 421 815 |

Tabulka 3.1: Počty uzlů sítě stacionárního výpočtu

rem zveřejněny, jelikož se je nepovedlo dohledat. Referenční roviny pro vyhodnocení tlaků a rychlostí zde tedy byly zvoleny, přičemž bylo postupováno v souladu s normou [31], která udává metodiku pro měření na modelech vodních děl. Autoři experimentu při jeho provádění vycházeli taktéž z tohoto dokumentu.



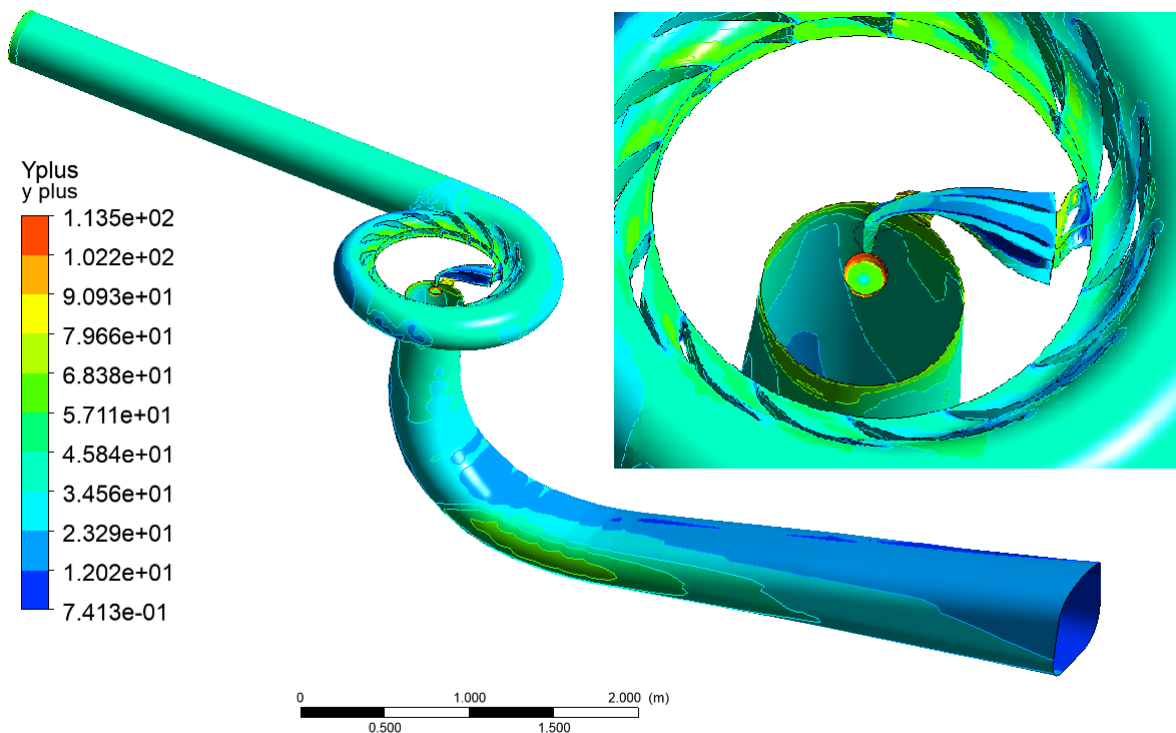
Obrázek 3.3: Výpočetní doména

Simulovaný provozní bod se nachází v okolí optima turbíny. Pro výpočet byl zvolen dvou-rovnicový RANS model turbulence  $k-\epsilon$  s využitím stěnových funkcí Scalable. Na rozhraní mezi spirální skříňí a rozvaděčem byl ve stacionární simulaci předepsán model rozhraní Frozen Rotor, jelikož vzájemná poloha těchto komponent je během simulace v čase neměnná a v optimálním provozním bodě nedochází k velké nerovnoměrnosti proudového pole na výstupu ze spirální skříňe. Na obou dalších rozhraních, tedy rozvaděč/oběžné kolo a oběžné kolo/sací trouba byly předepsány modely Stage (Mixing-Plane) pro zohlednění všech možných vzájemných poloh těchto komponent během stacionární simulace.

Okrajové podmínky byly zvoleny tak, aby co nejvíce odpovídaly experimentu. Ten byl prováděn tak, že v laboratoři během zkoušky autoři udržovali při daném natočení rozvaděče konstantní otáčky stroje a spád, kdy nad měřenou turbínou byl zásobní tank s volnou hladinou vody. Měřili průtok turbínou, který se v takovém provozním bodě ustálil, a kroutící moment na hřídeli. Pro tyto simulace bylo tedy využito tlakových okrajových podmínek. Konkrétně okrajové podmínky průměrného statického tlaku na výstupu ze sací trouby a okrajové podmínky velikosti totálního tlaku na vstupu do spirální skříňe která byla v každé iteraci určována tak, že k totálnímu tlaku na výstupu ze sací trouby byl přičten člen odpovídající požadovanému spádu. Tato okrajová podmínka byla postupně laděna tak, aby výsledný spád na turbínu, určený z tlakových odběrů, odpovídal hodnotě 9,6 metru z experimentu. Vstupy turbulentních veličin byly ponechány na výchozích hodnotách nastavených řešičem. Experimentální data neobsahují měření teploty vody během

zkoušek pro stanovení hustoty. Bylo tedy pracováno s hustotou vody při teplotě  $20^{\circ}\text{C}$  a atmosférickém tlaku, která je dle [32]  $998,2 \text{ kg/m}^3$ .

Takto nastavená simulace s použitím numerických schemat High Resolution pro advekci i turbulenci byla zkonvergována na hodnotu  $\text{RMS}^1$  reziduí pod hodnotu  $2 \cdot 10^{-5}$  příslušných jednotek. Všechny sítě byly optimalizovány pro dodržení vhodného rozsahu bezrozměrné vzdálenosti prvního elementu od stěny, charakterizované číslem  $y^+$ . Pro model turbulence  $k - \epsilon$  s použitím stěnových funkcí je tento rozsah  $y^+ \in (20; 120)$ . Stěnové funkce Scalable, kterých bylo využito, umožňují i nižší hodnoty. Zkonvergované stacionární simulace vykazovaly zpravidla hodnoty pod 120, jak je zobrazeno na obrázku 3.4.

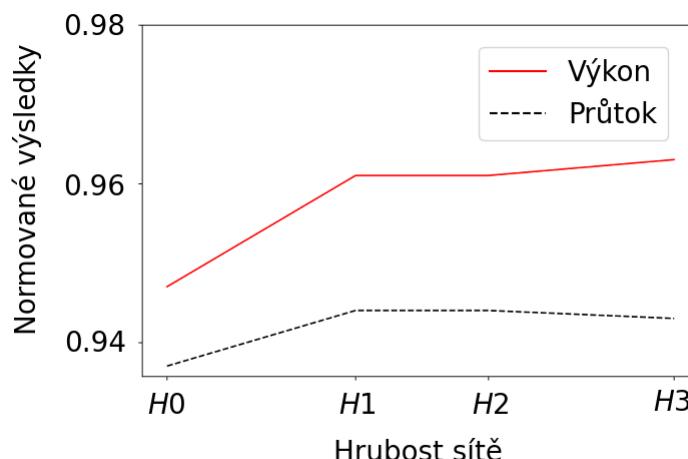


Obrázek 3.4: Kontura čísla  $y^+$

Na základě integrálních parametrů stroje získaných stacionárními simulacemi byla zvolena optimální hrubost sítě pro potřeby dalších výpočtů. Pro srovnání byly vybrány hydraulický výkon stroje a ustálený průtok. Graf na obrázku 3.5 ukazuje výsledný výkon stroje a průtok v závislosti na hrubosti sítě. Tyto parametry jsou normalizovány vůči experimentálním hodnotám. Hydraulický výkon stroje z experimentu nebyl autory zveřejněn a jeho hodnota musela být z dostupných údajů dopočítána. K tomu bylo potřeba znát hydraulickou účinnost stroje v daném provozním bodě, která byla stanovena z lasturového diagramu jako  $\eta = 92\%$ . Údaje o hydraulickém výkonu je tak nutno brát pouze jako orientační! I přesto však mohou poskytnout jistý vhled do situace.

Pro další výpočty byly vybrány sítě o hrubosti  $H1$ . Porovnání výsledných integrálních parametrů této simulace s experimentálními hodnotami je v tabulce 3.2. Procentuální odchylka byla určena dle vzorce (3.1), kde  $X$  značí porovnávanou veličinu a indexy  $E$  a  $S$  značí experiment, respektive simulaci.

<sup>1</sup>Root mean square, neboli  $\sqrt{\sum_{i=1}^N a_i^2 / N}$ ,  $N$  je počet hodnot,  $a_i$  je každá jednotlivá hodnota.



Obrázek 3.5: Vliv použité sítě na výsledné integrální parametry

| parametry  | experiment | simulace | odchylka $\Delta$ [%] |
|------------|------------|----------|-----------------------|
| $P[kW]$    | 15,827     | 15,205   | -3,93                 |
| $Q[m^3/s]$ | 0,183      | 0,1727   | -5,63                 |

Tabulka 3.2: Výsledky stacionární simulace na sítích  $H1$  v porovnání s výsledky experimentu

$$\Delta = 100 \cdot \frac{X_S - X_E}{X_E} \quad (3.1)$$

Vzhledem k faktu, že v simulaci nejsou modelovány těsnící kruhy, prostory vně disků oběžného kola, ani ucpávka, nejsou modelovány objemové ztráty stroje a je proto očekávatelné, že simulovaný průtok strojem má být o jistou hodnotu menší než experimentální. Celých 5,63% odchylky však efektu objemových ztrát přičíst nejde. Stále se však jedná o akceptovatelnou odchylku.

Co se týče hydraulického výkonu, simulovaná hodnota byla očekávána vyšší než experimentální, jelikož v simulaci nejsou modelovány zejména diskové ztráty. Skutečnost, že simulovaná hodnota výkonu je nižší než experimentální však koresponduje s odchylkou v průtoku, který je také nižší a má na výkon přímý vliv.

## 3.2. Tranzientní simulace

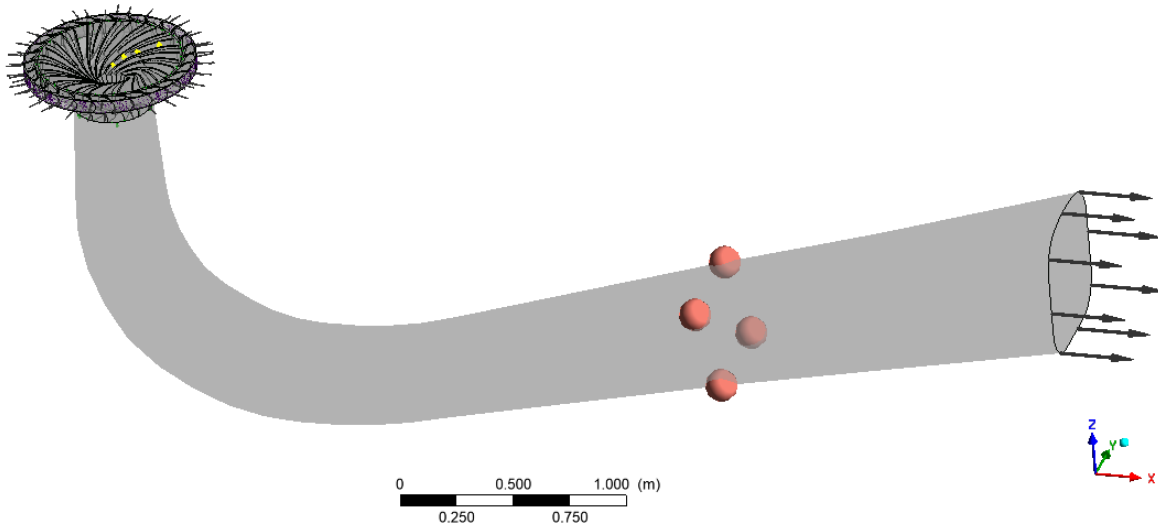
Dále byla na sítích  $H1$  provedena tranzientní simulace daného provozního bodu. Jako referenční pro porovnání s pozdějšími zjednodušeními byla provedena simulace s využitím všech kanálů rozvaděče i oběžného kola a s celou sací troubou. Pro snížení výpočetních nároků byla z modelu vyňata spirální skříň a namísto ní předepsán profil rychlostí a turbulentních veličin na vstup do rozvaděče, získaný ze stacionární simulace. Takovéto zjednodušení by na výsledky nemělo mít výrazný vliv, což bylo na případě vysokospádové Francisovy turbíny v různých provozních bodech ukázáno například v práci [30]. Pro jednotlivá rozhraní byl použit model Transient Rotor-Stator. Tato výpočetní doména, obsahující 5 268 658 uzlů, je zobrazena na obrázku 3.6.

Velikost použitého časového kroku byla zvolena tak, aby každá perioda sledovaného děje obsahovala 200 časových kroků. V práci [4], kde byl proveden i výpočet hydrodyna-

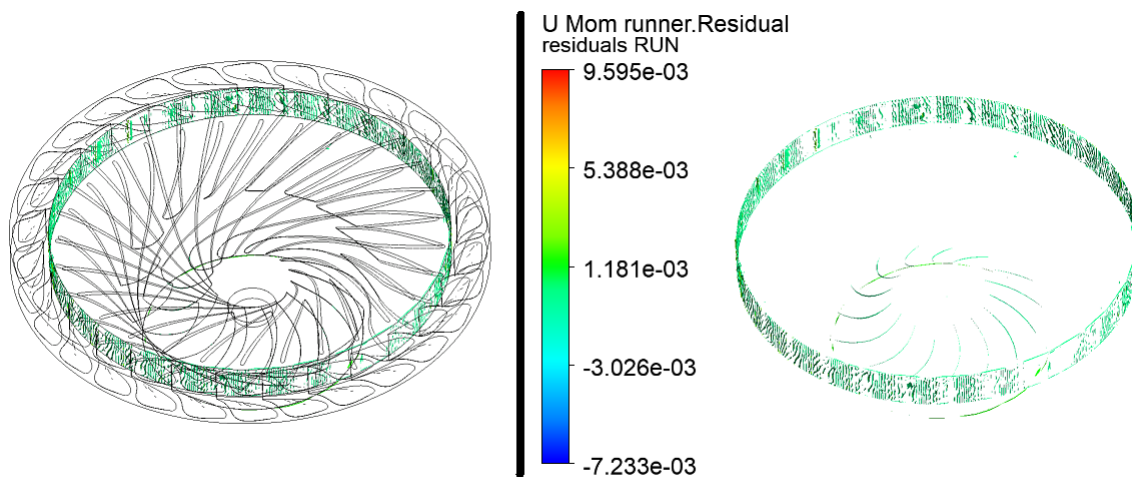


mického tlumení byla na tomto případě provedena studie vlivu časového kroku na výsledky se závěrem, že 200 časových kroků na periodu je dostačující. Jeden průchod lopatky rotoru kolem lopatky statorové má periodu danou rovnicí (3.2), která vychází z rovnice (1.8). V simulovaném provozním bodě se zmíněným dělením periody tomu odpovídá časový krok o velikosti  $3,5979 \cdot 10^{-5}$  s. To odpovídá otočení oběžného kola o hodnotu  $0^\circ 3' 51,43''$ .

$$T = \frac{1}{f_r} = \frac{1}{m' Z_S f_{ot}} \quad (3.2)$$



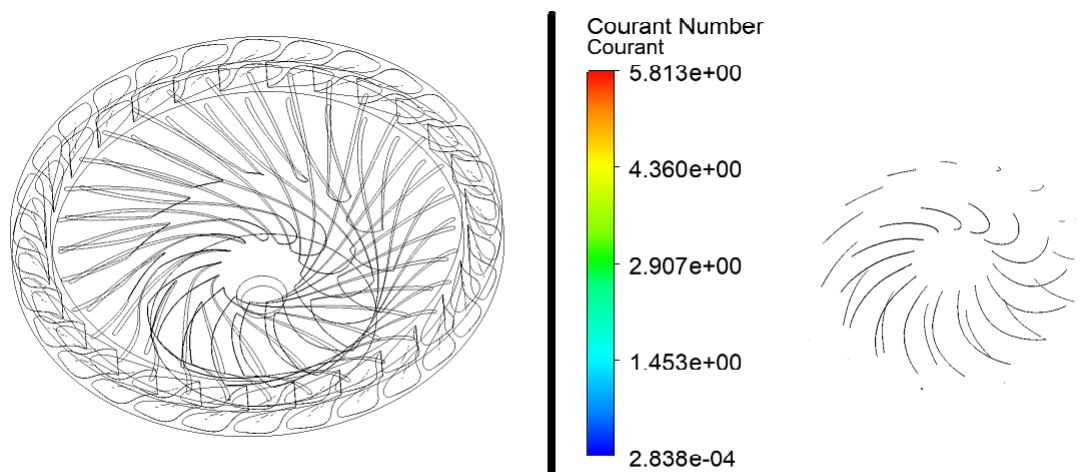
Obrázek 3.6: Výpočetní doména referenčního tranzientního výpočtu



Obrázek 3.7: Vlevo: drátový model, vpravo: oblasti daného rezidua s hodnotou  $> 1 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$

Na výsledcích, zkonvergovaných pod RMS rezidua o velikosti  $2 \cdot 10^{-5}$  příslušných jednotek, byly shledány vyhovující hodnoty  $y^+$ . Z pohledu reziduí se v simulaci objevila vzhledem k popisované kvalitě sítě očekávaná místa s nejhorší hodnotou - prostor za hranami odtokových lopatek. Zde se lokálně na složkách momentové rovnice vyskytovaly okamžité hodnoty až  $9,6 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$ . Další problematickou oblastí bylo rozhraní rotor-stator po interpolaci, tedy na straně rotoru. Obrázek 3.7 ukazuje rezidua nejproblematictější složky

momentové rovnice, konkrétně oblasti s hodnotou vyšší než  $1 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$ . Rezidua ostatních veličin vykazují podobné vlastnosti, pouze lepší absolutní čísla. Tento výsledek byl akceptován vzhledem ke dvěma následujícím faktům. Zaprvé, jak bylo zmíněno, takto malá oblast za odtokovou hranou lopatek oběžného kola s těmito vlastnostmi by neměla mít na celkové výsledky simulace zásadní vliv. Zadruhé, sítě na rozhraní rotoru a statoru byly optimalizovány tak, aby průměrná velikost prvku na jedné straně odpovídala průměrné velikosti prvku na straně druhé. Tato optimalizace však měla na hodnoty reziduí na rozhraní a též na zkoumané výsledky celé simulace zanedbatelný vliv.



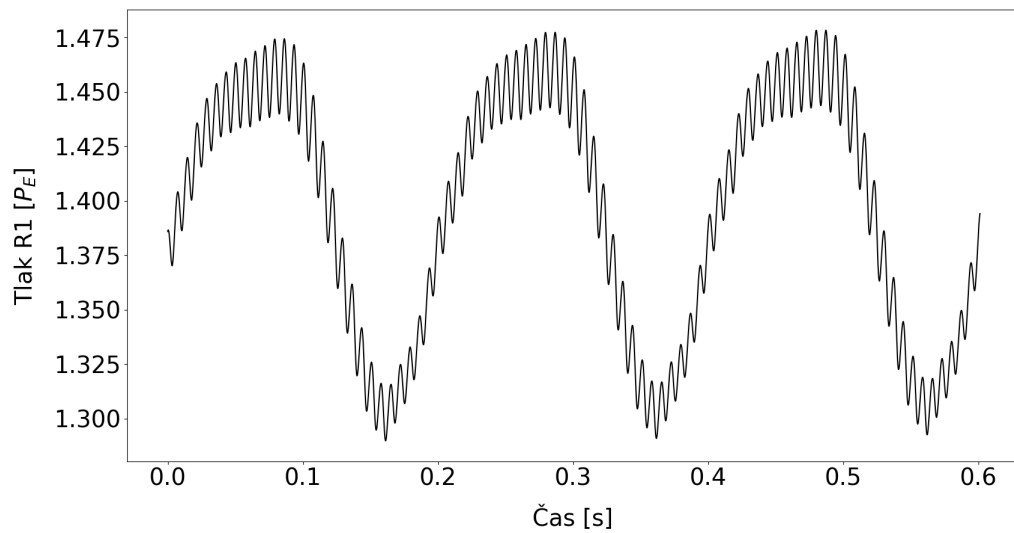
Obrázek 3.8: Vlevo: drátový model, vpravo: oblasti s  $C > 1$

Pro spolehlivost výsledků bylo nutno vyhodnotit splnění Courantova kritéria, které říká, že hodnota Courantova čísla  $C$  musí splnit podmínku  $C < 1$ . Jeho efektivní hodnota (RMS) během výpočtu byla 0,13, maximální pak 5,81. Obrázek 3.8 ukazuje oblasti, kde toto číslo překročilo hodnotu 1. Jedná se hlavně o malé oblasti za odtokovými hranami lopatek oběžného kola, což taktéž koresponduje s popisovanou kvalitou sítě v daném místě, která je ukázána na obrázku 3.2. Tato skutečnost byla považována za nepodstatnou.

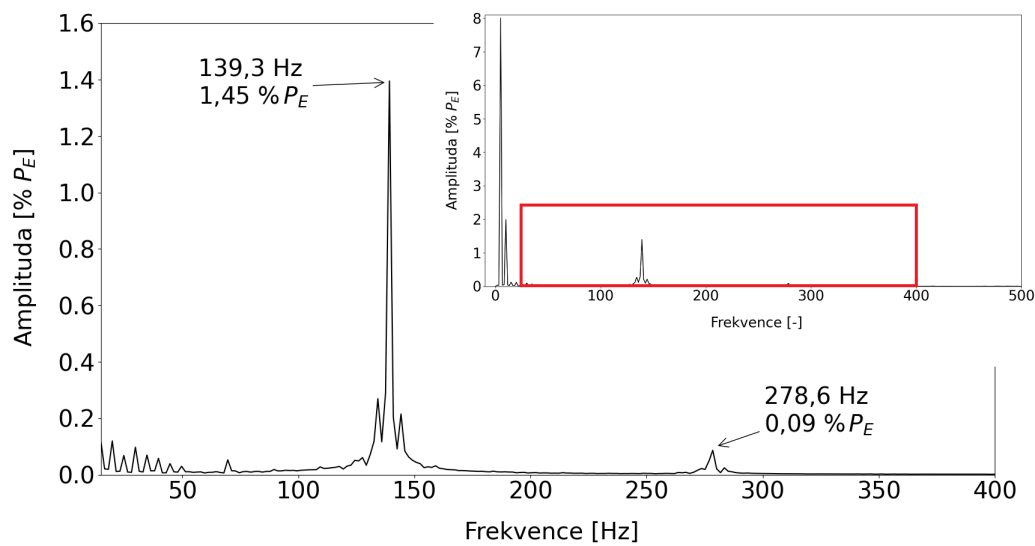
Ukázka výsledného záznamu tlaku ze snímače  $R1$  je vidět na obrázku 3.9, kde  $P_E$  je tlaková energie spádu na turbínu. Délka tohoto signálu odpovídá 3 otáčkám oběžného kola. Na průběhu tlaku je jasně vidět vlna mající otáčkovou frekvenci, jelikož signál obsahuje přesně její 3 periody. To je pravděpodobně způsobeno nerovnoměrností tlakového pole v obvodovém směru na vstupu do oběžného kola. Na této vlně, jak vidno v tomtéž obrázku, jsou nasuperponovány menší vlnky, jejichž počet je 84, tedy 28 na každou otáčku. Jde tedy jasně o projev RSI, kdy daný tlakový snímač během jedné otáčky zaznamená 28 tlakových impulzů od rozváděcích lopatek.

Tento signál byl pomocí Fourierovy transformace, konkrétně algoritmu FFT v prostředí Matlab, převeden do frekvenčního spektra a byly vyhodnocovány amplitudy tlaku, odpovídající základní frekvenci buzení rotoru v důsledku RSI a jejímu dvojnásobku. Autoři experimentu uvádí, že při vyhodnocování jejich dat byl pro FFT použit signál o délce 100 period RSI. V ideálním případě by mělo vyhodnocení simulovaných dat proběhnout stejně, avšak výsledný signál o takovéto délce nesplňuje podmínku koherence, nutnou pro korektní provedení FFT. Jedním z řešení může být numerické odfiltrování nechtěných frekvencí z vyhodnocovaného signálu, čímž by byla zajištěna koherence signálu přes libovolný počet period RSI. Ačkoliv to není u experimentálních dat zmíněno, je pravděpodobné, že

bylo při jejich vyhodnocování takto postupováno. Pro potřeby této práce byl zvolen jednodušší přístup, použití koherentního signálu o délce 3 otáček, tedy 84 period, viz obrázek 3.9. Tento signál transformovaný do frekvenčního spektra je vidět na obrázku 3.10.



Obrázek 3.9: Tlak zaznamenaný tlakovým snímačem  $R1$  během 3 otáček rotoru



Obrázek 3.10: Amplitudově frekvenční charakteristika výsledného signálu

$$f_r = m' Z_S f_{ot} = \frac{m' Z_S n}{60} \quad (3.3)$$

$$f_{r1} = 1 \cdot 28 \cdot \frac{297,8}{60} = 138,97 \text{ Hz} \quad (3.4)$$

$$f_{r2} = 2 \cdot 28 \cdot \frac{297,8}{60} = 278,95 \text{ Hz} \quad (3.5)$$

Rovnice (3.3) až (3.5) uvádí pro připomenutí analytické určení prvních dvou frekvencí RSI v provozním bodě  $BEP$  – 3 pomocí harmonického čísla  $m$ , počtu statorových lopatek  $Z_S$  a otáček oběžného kola  $n$  [ $\text{min}^{-1}$ ].



V oblasti nízkých frekvencí se objevila výše zmíněná otáčková frekvence a její násobky s vysokými amplitudami. V oblasti zájmu jsou vidět jasné amplitudy odpovídající základní frekvenci RSI a jejímu dvojnásobku, jejichž frekvence téměř identicky odpovídají analyticky určeným hodnotám.

Pro správné určení velikosti amplitud byl algoritmus FFT aplikován i na různě velká časová okna s cílem ukázat, že správnou, tedy nejvyšší, hodnotu amplitud vykazuje právě zmíněné časové okno s koherentním signálem, jak udává teorie. To bylo potvrzeno.

Dále bylo v rámci vyhodnocení toto vybrané časové okno posouváno napříč celým dostupným záznamem tlaku a byl zkoumán vliv jeho polohy na velikost amplitud. Ty se v závislosti na poloze okna měnily jen velmi nepatrně. Konečné hodnoty amplitud byly určeny jako průměrné hodnoty všech, spočítaných pro různé polohy tohoto časového okna. Tento proces byl zopakován i pro signály z ostatních poloh snímačů tlaku. Výsledné amplitudy pro základní frekvenci  $A_{fr1}$  i dvojnásobek základní frekvence  $A_{fr2}$  a jejich porovnání s experimentem jsou zobrazeny v tabulkách 3.3, 3.4 a 3.5. Hodnota poklesu amplitudy  $\delta$  v daném místě vůči amplitudě v poloze R1 byla určena pomocí vzorce (3.6), kde  $A_{fri}^{Ri}$  značí hodnotu amplitudy v daném snímači pro danou frekvenci  $f_{ri}$ . Odchylka hodnot od experimentu pomocí vzorce (3.1).

$$\delta = 100 \cdot \frac{A_{fri}^{R1} - A_{fri}^{Ri}}{A_{fri}^{R1}} \quad (3.6)$$

| Amplitudy určené experimentálně |                      |              |                      |              |
|---------------------------------|----------------------|--------------|----------------------|--------------|
|                                 | $A_{fr1}$ [% $P_E$ ] | $\delta$ [%] | $A_{fr2}$ [% $P_E$ ] | $\delta$ [%] |
| R1                              | 1,077                | 0,00         | 0,152                | 0,00         |
| R2                              | 0,802                | 25,53        | 0,167                | -9,87        |
| R3                              | 0,605                | 43,83        | 0,154                | -1,32        |
| R4                              | 0,348                | 67,69        | 0,124                | 18,42        |

Tabulka 3.3: Výsledky experimentu

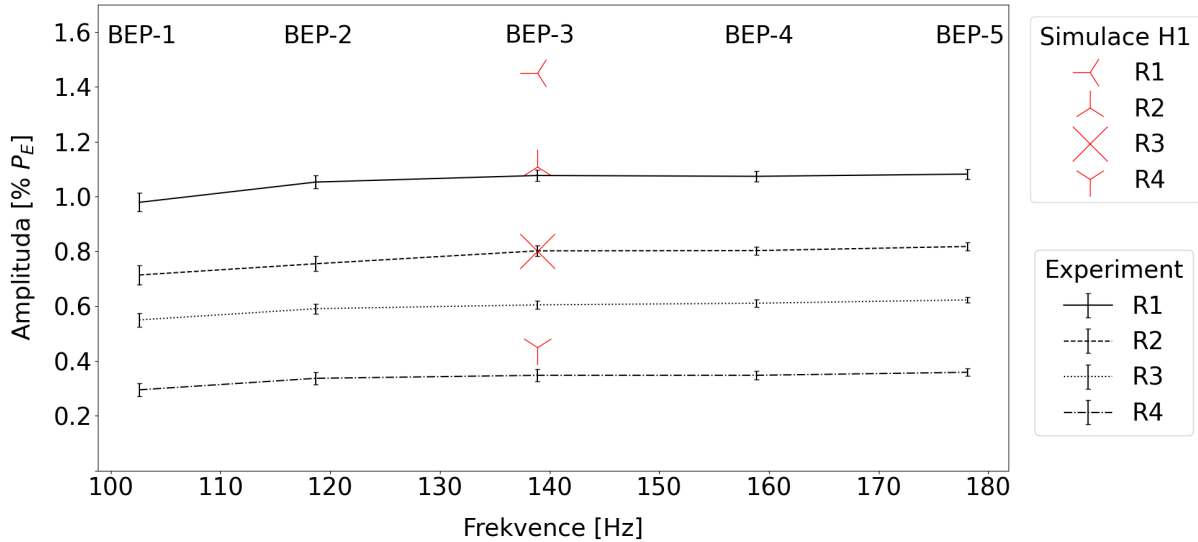
| Amplitudy určené pomocí simulace |                      |              |                      |              |
|----------------------------------|----------------------|--------------|----------------------|--------------|
|                                  | $A_{fr1}$ [% $P_E$ ] | $\delta$ [%] | $A_{fr2}$ [% $P_E$ ] | $\delta$ [%] |
| R1                               | 1,454                | 0,00         | 0,092                | 0,00         |
| R2                               | 1,110                | 23,66        | 0,067                | 27,17        |
| R3                               | 0,801                | 44,98        | 0,046                | 50,00        |
| R4                               | 0,450                | 69,05        | 0,030                | 67,39        |

Tabulka 3.4: Výsledky referenční simulace

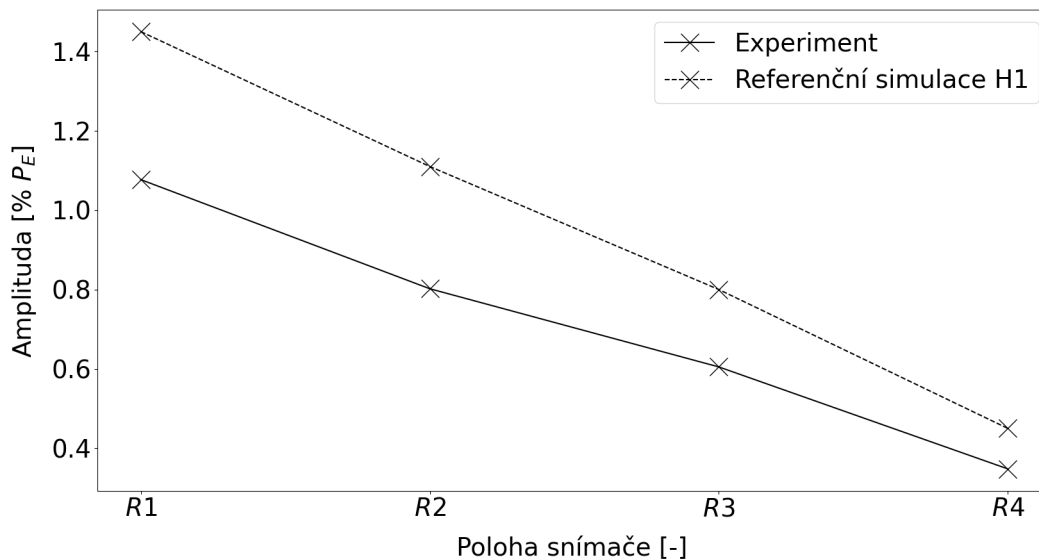
| Procentuální rozdíl $\Delta$ |               |               |
|------------------------------|---------------|---------------|
|                              | $A_{fr1}$ [%] | $A_{fr2}$ [%] |
| R1                           | 35,00         | -39,47        |
| R2                           | 38,40         | -59,88        |
| R3                           | 32,23         | -70,13        |
| R4                           | 29,31         | -75,81        |

Tabulka 3.5: Odchylka mezi experimentem a simulací

Ve výsledcích amplitud pro základní frekvenci RSI  $f_{r1}$  je patrné, že jejich velikost byla pomocí simulace v jednotlivých snímačích nadhodnocena v rozmezí 29% až 38%. Ze srovnání hodnot  $\delta$  v tabulkách 3.3 a 3.4 plyne, že trend poklesu amplitudy tlaku v závislosti na poloze snímače byl nasimulován správně. Výsledky pro tuto frekvenci jsou vizualizovány na obrázcích 3.11 a 3.12.



Obrázek 3.11: Amplitudy tlaku pro základní frekvenci RSI



Obrázek 3.12: Amplitudy tlaku pro základní frekvenci RSI v závislosti na poloze tlakového snímače, simulovaný provozní bod *BEP* – 3

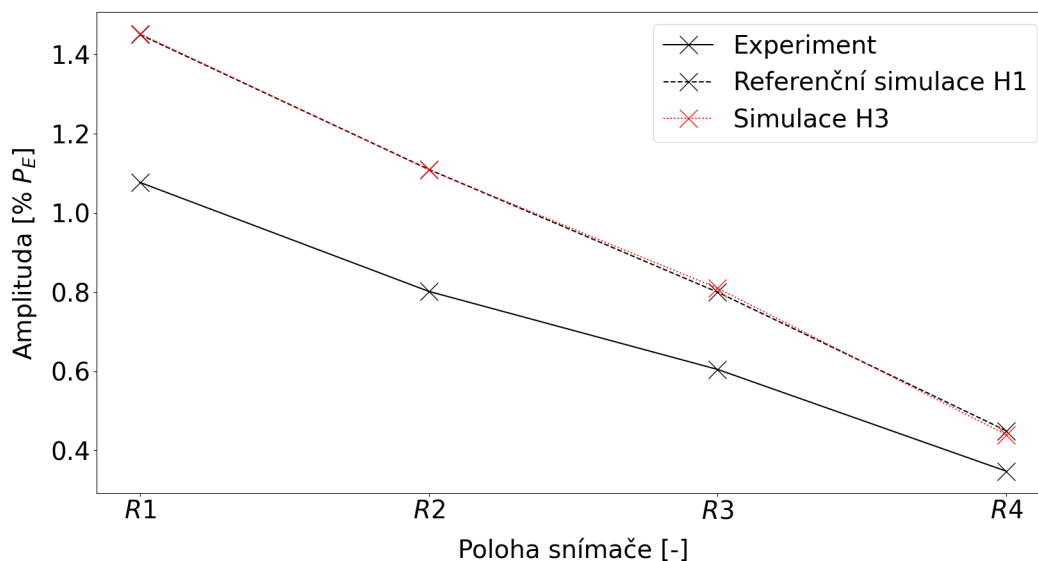
Co se týče amplitud pro druhou harmonickou frekvenci RSI  $f_{r2}$ , zde je vidět, že nebyla správně nasimulována jak jejich velikost, tak trend v závislosti na poloze snímače. Tento výsledek je však očekávatelný vzhledem k předpokladu, že zde dle experimentálních dat bylo oběžné kolo v rezonanci, což v simulaci vůbec nebylo zahrnuto. Pro správné nasimulování těchto amplitud by bylo nutno modelovat interakci pružného tělesa s tekutinou. Při vyhodnocování dalších výsledků tedy tyto nebudou brány v potaz.

Z hlediska integrálních parametrů stroje představuje tranzientní simulace přesnější modelování dějů než stacionární simulace. Výsledky integrálních parametrů z tranzientní simulace jsou zobrazeny v tabulce 3.6. Vzhledem k charakteru tranzientních výsledků, které měly formu harmonické funkce, byly výsledné hodnoty určeny jako průměrné přes časové okno o délce jedné otáčky oběžného kola. Pro výpočet odchylky od experimentálních hodnot byl použit vzorec (3.1). Oproti stacionární simulaci došlo k drobnému poklesu průtoku a zároveň ke zvýšení výkonu což ukazuje vliv nestacionárních jevů, které nebyly stacionární simulací modelovány.

| parametry  | experiment | simulace | odchylka $\Delta[\%]$ |
|------------|------------|----------|-----------------------|
| $P[kW]$    | 15,827     | 15,748   | 0,50                  |
| $Q[m^3/s]$ | 0,183      | 0,172    | 6,01                  |

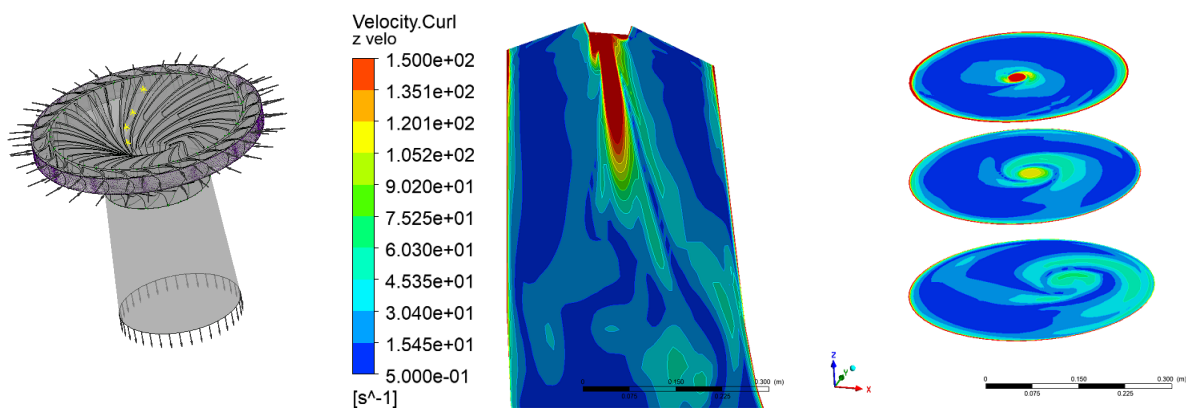
Tabulka 3.6: Výsledky integrálních parametrů stroje z tranzientní simulace na sítích  $H1$  v porovnání s výsledky experimentu

Pro ověření, že tranzientní výsledky nejsou závislé na dalším zjemňování sítě, byla provedena totožná tranzientní simulace se sítí o hrubosti  $H3$ . Výsledky včetně integrálních parametrů stroje byly téměř totožné jako výsledky referenční simulace se sítí o hrubosti  $H1$  a tak bylo potvrzeno, že simulace  $H1$  obsahuje dostatečný počet uzlů. Porovnání amplitud tlaku ve snímači  $R1$  je zobrazeno v obrázku 3.13.



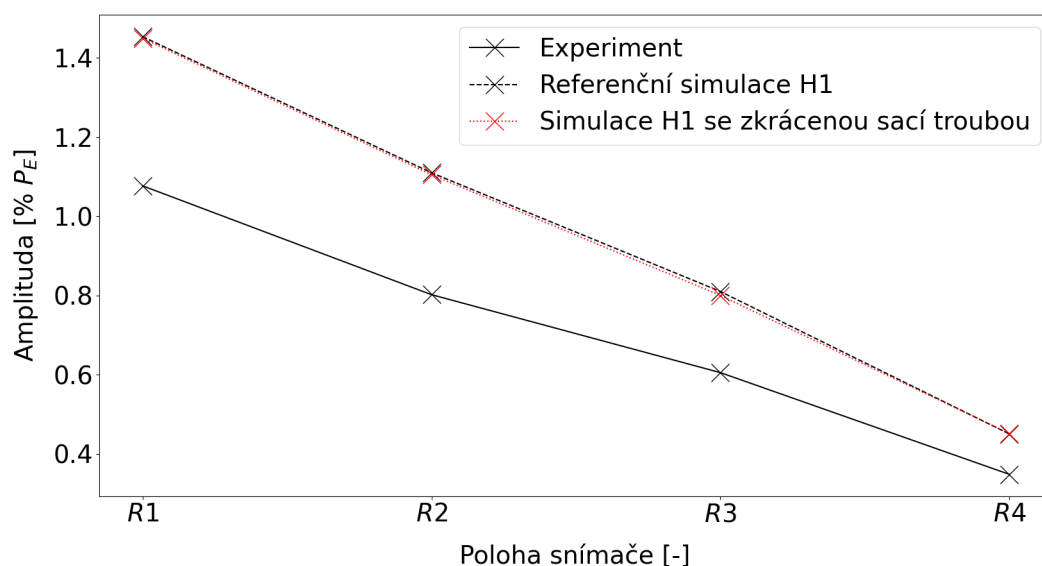
Obrázek 3.13: Srovnání amplitud tlaku pro základní frekvenci RSI v závislosti na poloze tlakového snímače, simulovaný provozní bod  $BEP - 3$

Prvním zjednodušením simulace, které bylo vyzkoušeno za účelem snížení výpočetních nároků na úlohu, bylo použití zkrácené sací trouby, kde je okrajová podmínka velmi blízko zájmové oblasti. Tato doména je zobrazena na obrázku 3.14. Inspirací pro takovéto zjednodušení byla práce [30]. Byly použity stejné sítě  $H1$  jako dříve, pouze síť sací trouby byla zkrácena. Okrajová podmínka na vstupu zůstala stejná jako v předchozích simulacích. Z předchozích simulací bylo patrné, že v sací troubě vzniká i v tomto optimálním provozním bodě nestacionární rotující vírová struktura, takzvaný "vírový cop", viz obrázek 3.15. Předepsání stacionárního tlakového profilu získaného v určitém čase jako výstupní okrajovou podmínku by samo o sobě situaci nemodelovalo plně adekvátně. V rámci co největší



Obrázek 3.14: Výpočetní doména s krátkou sací troubou

Obrázek 3.15: Kontura vířivosti, zobrazující rotující strukturu v savce v určitém časovém kroku, referenční simulace



Obrázek 3.16: Srovnání amplitud tlaku pro základní frekvenci RSI v závislosti na poloze tlakového snímače, simulovaný provozní bod *BEP* – 3

jednoduchosti a za předpokladu, že stacionární tlakový profil ovlivní výsledky podobně jako konstantní tlak na celé výstupní ploše, byla zvolena jednodušší, druhá zmíněná varianta okrajové podmínky. Porovnání výsledků s výsledky referenční simulace je vidět na obrázku 3.16.

Takto provedená simulace překvapivě vede k téměř totožným výsledkům jak amplitud tlaku, tak integrálních parametrů stroje jako simulace referenční, přestože byla okrajovou podmínkou násilně ovlivněna rotující vírová struktura v sací troubě pod oběžným kolem. Tato simulace obsahovala 4 920 778 uzlů výpočetní sítě. Oproti 5 268 658 v referenčním případě to znamená 6,6% snížení počtu uzlů. Pro další simulace tedy bylo využíváno této zkrácené sítě sací trouby. Tabulka 3.7 porovnává výsledky amplitud tlaku těchto 3 plných simulací s experimentem.

| Porovnání výsledků plyných tranzientních simulací s experimentem |           |      |           |          |        |           |      |           |          |        |           |             |           |          |        |
|------------------------------------------------------------------|-----------|------|-----------|----------|--------|-----------|------|-----------|----------|--------|-----------|-------------|-----------|----------|--------|
|                                                                  | $A_{fr1}$ | $H1$ | $[\%P_E]$ | $\Delta$ | $[\%]$ | $A_{fr1}$ | $H3$ | $[\%P_E]$ | $\Delta$ | $[\%]$ | $A_{fr1}$ | $H1$ krátká | $[\%P_E]$ | $\Delta$ | $[\%]$ |
| $R1$                                                             |           |      | 1,454     | 35,00    |        |           |      | 1,452     | 34,82    |        |           |             |           | 1,450    | 34,63  |
| $R2$                                                             |           |      | 1,110     | 38,40    |        |           |      | 1,109     | 38,28    |        |           |             |           | 1,105    | 37,78  |
| $R3$                                                             |           |      | 0,801     | 32,40    |        |           |      | 0,810     | 33,88    |        |           |             |           | 0,800    | 32,23  |
| $R4$                                                             |           |      | 0,450     | 29,31    |        |           |      | 0,440     | 26,44    |        |           |             |           | 0,451    | 29,60  |

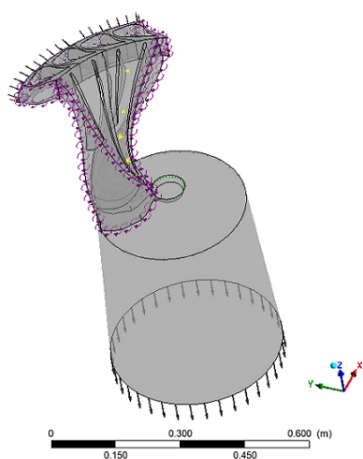
Tabulka 3.7: Porovnání výsledků všech plných tranzientních simulací s experimentálními hodnotami

### 3.3. Transient Blade Row modelling

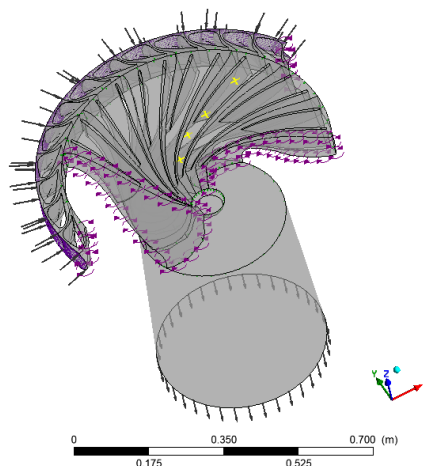
Prvým typom možného zjednodušenia v rámci nástroje Transient Blade Row Modelling je takzvaná Profile Transformation, popsaná teoreticky v kapitole 2.3.1.

### 3.3.1. Profile Transformation

Nejprve byla provedena simulace s použitím 4 kanálů rozvaděče a 2 kanálů oběžného kola, což vede k redukci počtu uzlů sítě o 86% oproti referenční simulaci. Tato výpočetní doména je zobrazena na obrázku 3.17. Poměr roztečí je vyjádřen rovnicí (3.7). Hodnota 0,93 je mimo doporučenou hranici, zmíněnou ve stejné kapitole rovnicí (2.13). Byla použita standartní rozhraní domén Transient Rotor-Stator. Okrajová podmínka na vstupu do rozvaděče byla předepsána jako profil rychlostí a turbulentních veličin na vstupu do těchto kanálů, obdrženy ze stacionární simulace. Okrajová podmínka na výstupu z krátké sací trouby zůstala předepsána jako konstantní tlak. Simulace byla provedena v časové oblasti a velikost časového kroku byla zvolena stejně jako v referenční simulaci, tedy 200 kroků na periodu děje, tedy  $3,5979 \cdot 10^{-5}$  s.

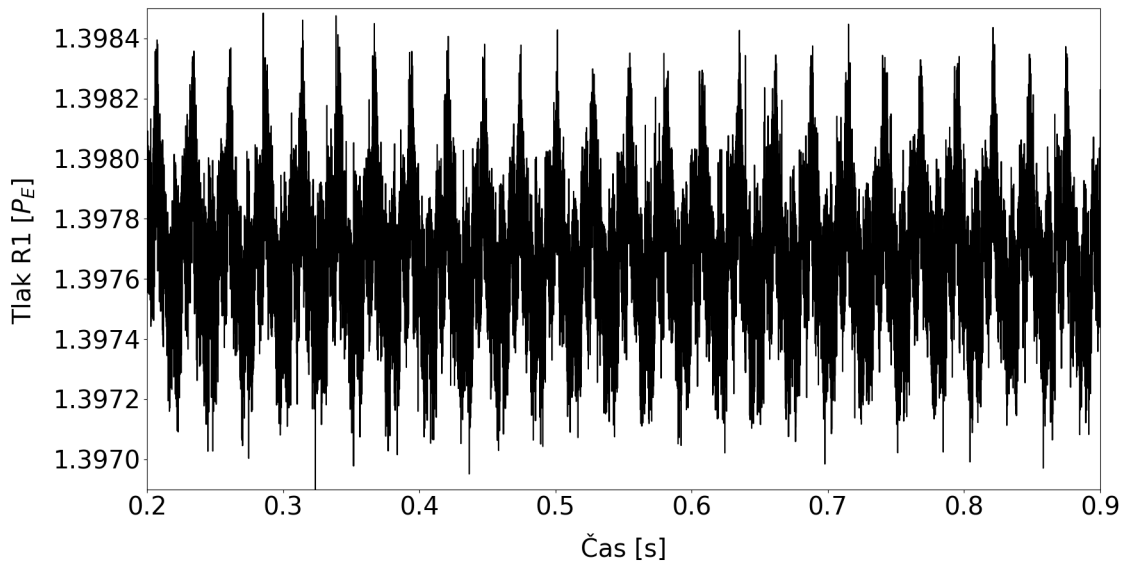


Obrázek 3.17: Výpočetní doména,  
metoda Profile Transformation



Obrázek 3.18: Výpočetní doména s lepším poměrem roztečí, metoda Profile Transformation

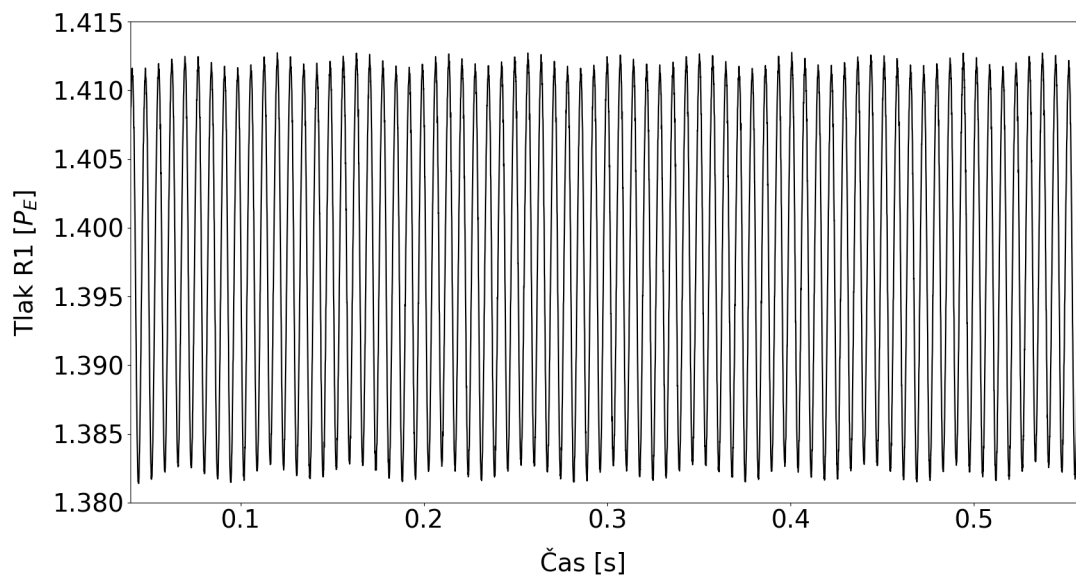
$$R = \frac{P_R}{P_S} = 0,93 \quad (3.7)$$



Obrázek 3.19: Výsledný signál z tlakového odběru  $R1$ , metoda Profile Transformation, 4/2 lopatkové kanály

Výsledný signál z tlakového snímače  $R1$  je zobrazen na obrázku 3.19. Průběh tlaku vykazoval jen velmi malé pulzace s velmi výrazným šumem. Po převedení signálu do frekvenčního spektra pomocí Fourierovy transformace nebyly na zájmových frekvencích RSI patrné žádné výrazné amplitudy, převyšující výrazný okolní šum. Tato konfigurace tedy nepřinesla požadované výsledky.

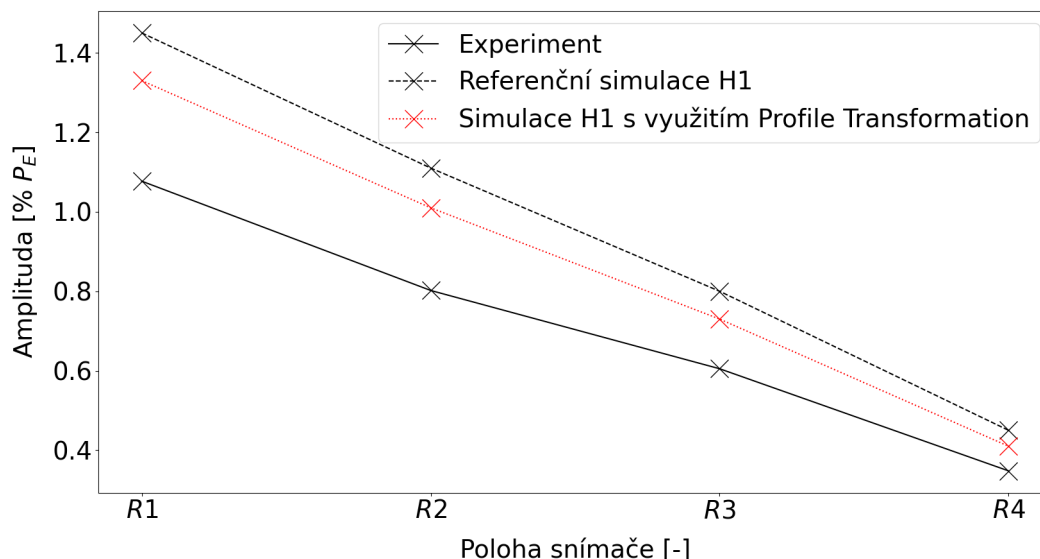
Dalším krokem bylo provedení totožné simulace, avšak s použitím vhodnější kombinace počtu kanálů oběžného kola a rozvaděče tak, aby byla hodnota poměru roztečí  $R$  v doporučených mezích.



Obrázek 3.20: Výsledný signál z tlakového odběru  $R1$ , metoda Profile Transformation, 13/7 lopatkových kanálů

Tuto podmínku splňuje kombinace 13 kanálů rozvaděče a 7 kanálů oběžného kola, což vede k hodnotě poměru roztečí  $R = 1,005$ . Tato kombinace představuje snížení počtu

uzlů o 55% vůči referenční simulaci. Takto sestavená doména je zobrazena na obrázku 3.18. Výsledný signál z tlakových snímačů ukázal velmi jasné pulzace tlaku v důsledku RSI a bylo možno vyhodnotit příslušné amplitudy. Záznam ze snímače  $R1$  je zobrazen na obrázku 3.20. Velikosti amplitud v porovnání s referenční simulací jsou zobrazeny na obrázku 3.21. Výsledky této simulace v porovnání s experimentálními hodnotami jsou zobrazeny v tabulkách 3.8 a 3.9.



Obrázek 3.21: Srovnání amplitud tlaku pro základní frekvenci RSI v závislosti na poloze tlakového snímače, simulovaný provozní bod  $BEP - 3$

| parametry  | experiment | simulace | odchylka $\Delta$ [%] |
|------------|------------|----------|-----------------------|
| $P[kW]$    | 15,83      | 15,615   | 1,34                  |
| $Q[m^3/s]$ | 0,183      | 0,173    | 5,30                  |

Tabulka 3.8: Výsledky integrálních parametrů stroje v porovnání s výsledky experimentu, metoda Profile Transformation

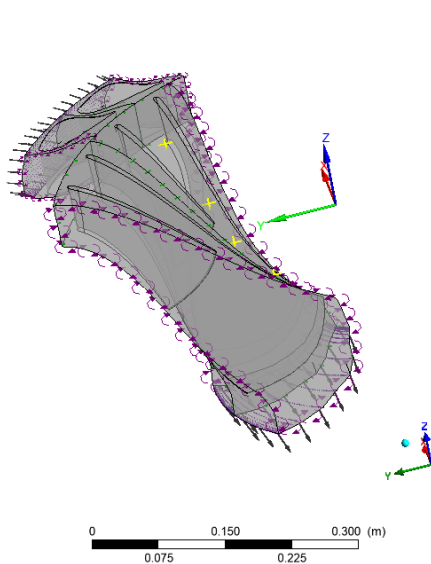
| Amplitudy tlaku |                      |              |              |
|-----------------|----------------------|--------------|--------------|
|                 | $A_{fr1}$ [% $P_E$ ] | $\delta$ [%] | $\Delta$ [%] |
| $R1$            | 1,33                 | 0            | 23,49        |
| $R2$            | 1,01                 | 24,06        | 25,94        |
| $R3$            | 0,73                 | 45,11        | 20,66        |
| $R4$            | 0,41                 | 69,17        | 17,82        |

Tabulka 3.9: Srovnání výsledků amplitud tlaku s experimentem, metoda Profile Transformation

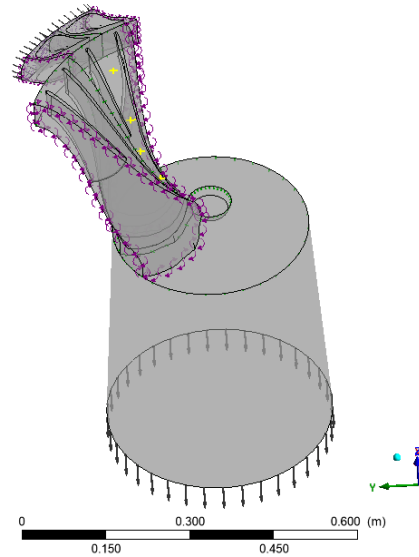
Pomocí této simulace bylo v tomto případě dosaženo hodnot amplitud bližších experimentálním. Obecný závěr však zní, že toto zjednodušení představuje určitou chybu oproti plně tranzientní simulaci, v tomto případě podhodnocení.

### 3.3.2. Fourier Transformation

Dalším použitým modelem byl model Fourier Transformation, jenž byl představen v kapitole 2.3.3. Tato simulace byla provedena opět v časové oblasti, se stejným časovým krokem jako ostatní simulace. Výpočetní doména použitá pro tento výpočet obsahovala po dvou kanálech rozvaděče i oběžného kola a neobsahovala sací troubu. Je vidět na obrázku 3.22. To je dohromady 589 412 uzlů, což je o 89% méně než při referenční simulaci. Byla použita stejná vstupní okrajová podmínka profilu rychlostí a turbulentních veličin jako při simulaci s metodou Profile Transformation. Na výstupu z oběžného kola byl jako okrajová podmínka použit profil statického tlaku, který byl získán ze stacionární simulace. Tomuto profilu byla předepsána rotace stejná, jakou se otáčí oběžné kolo. V každém časovém kroku tedy tento profil seděl přesně na výstupní ploše kanálu rotoru. Jelikož tento tlakový profil byl po celou dobu simulace stacionární a pouze rotoval s rotorem a jelikož byl obdržen stacionární simulací, kde v daném místě bylo předepsáno rozhraní domén Stage (Mixing-Plane), bylo očekáváno, že toto může způsobit neadekvátní chování simulace. Výsledný průběh tlaku ve snímači *R1* je vidět na obrázku 3.24.



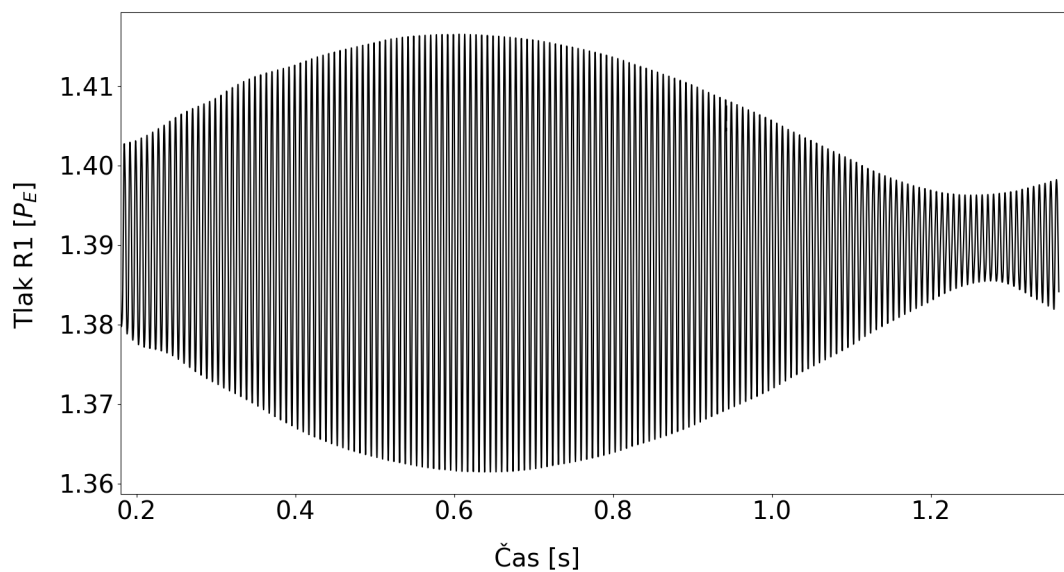
Obrázek 3.22: Výpočetní doména, metoda Fourier Transformation



Obrázek 3.23: Výpočetní doména s použitím sací trouby, metoda Fourier Transformation

Průběh tlaku vykazoval očekávané kmity v důsledku RSI, avšak amplitudy kmitů tlaku nebyly stabilní, ale byly nasuperponovány na vlnu s velmi nízkou frekvencí okolo 1  $Hz$ . Za hlavní příčinu této nestability byla považována zmíněná výstupní okrajová podmínka. Proto byla stejná simulace provedena znovu, avšak se zahrnutím kratší varianty sací trouby. Tato výpočetní doména je zobrazena na obrázku 3.23. Jelikož CFX umožňuje v simulaci použít model Fourier Transformation pouze na jedno rotor-stator rozhraní, byl na rozhraní oběžné kolo-sací trouba použit model Frozen-Rotor. Model rozhraní Transient Rotor-Stator totiž nelze předepsat kvůli nevhodnému poměru roztečí domén. Okrajová podmínka na výstupu z krátké sací trouby byla předepsána jako konstantní statický tlak. V této konfiguraci by druh a vzdálenost okrajové podmínky neměl mít přímý vliv na výsledný průběh tlaku v senzorech, jak bylo ukázáno výše.



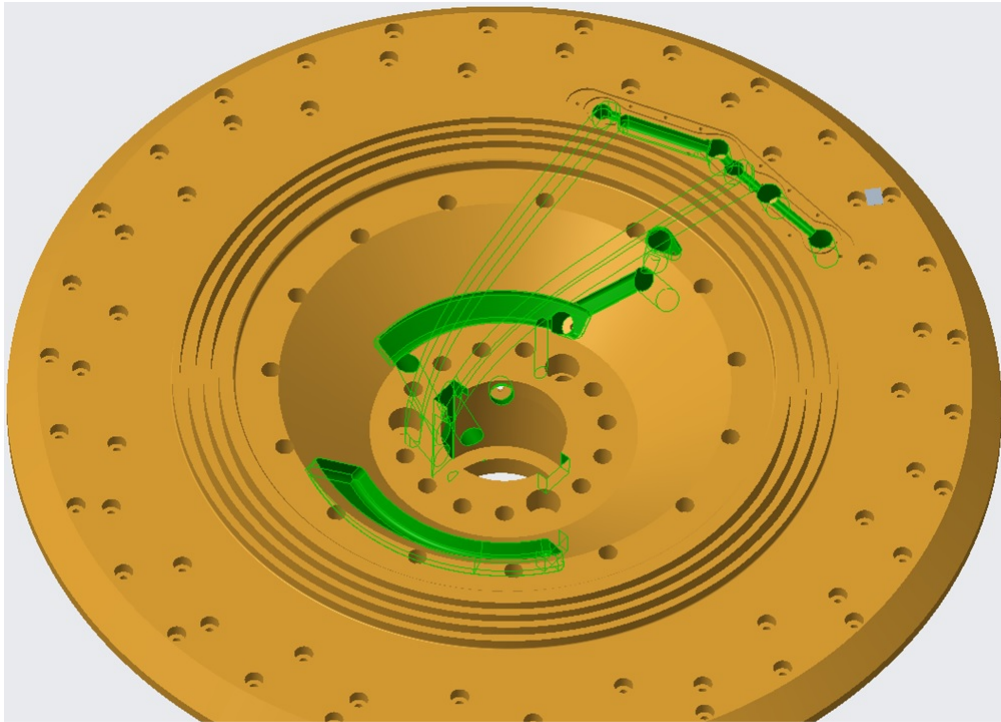


Obrázek 3.24: Výsledný signál z tlakového odběru  $R1$ , metoda Fourier Transformation

Výsledkem této simulace však byl průběh tlaku, vykazující totožné chování jako první varianta. Příčina tohoto chování nebyla zjištěna a tak tato metoda zjednodušení simulace nesplnila očekávání.

## 4. Modální analýza kola

Za účelem hlubší analýzy dynamiky v důsledku RSI byla pomocí modulu Modal Acoustics v softwaru ANSYS provedena modální analýza oběžného kola s využitím akustických prvků, simulujících přítomnost stojící tekutiny s cílem zjistit vlastní frekvence a vlastní tvary oběžného kola pod vodou. Rotace oběžného kola a proudění tekutiny nebyly modelovány. Obdobné simulace byly provedeny v rámci prací [33] a [34], ze kterých tato kapitola čerpá.

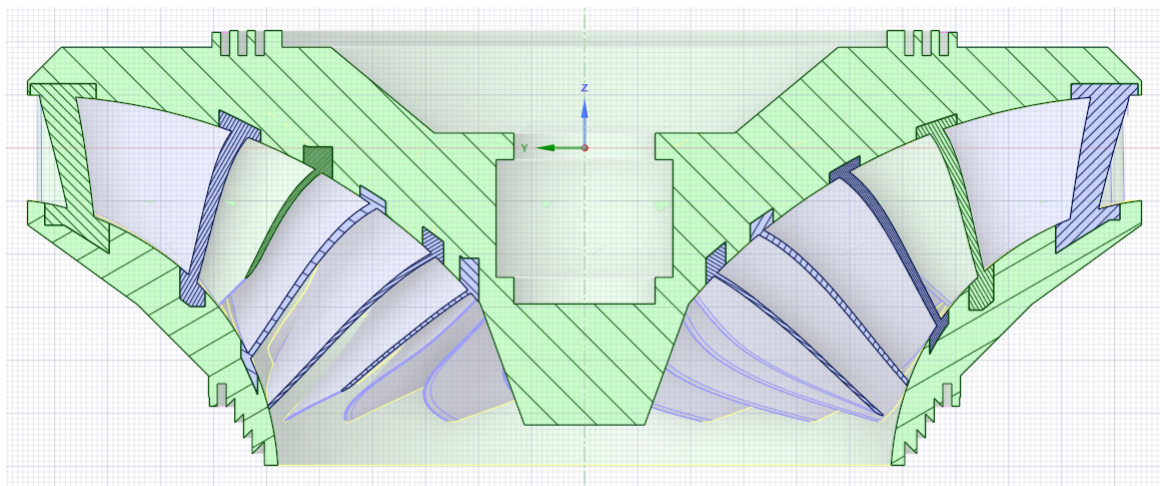


Obrázek 4.1: Díry na modelovém oběžném kole

Geometrie oběžného kola se sestává z nosného a krycího disku, 15 lopatek a 15 mezilopatek. Tyto části jsou vyrobeny z rozdílných materiálů a jsou na stroji navzájem sešroubovány. Materiálové vlastnosti jsou zobrazeny v tabulce 4.1. Na discích reálného modelu se nacházelo množství děr pro šrouby a měřící vybavení, což je zobrazeno na obrázku 4.1. V simulaci nebyly šrouby, díry na šrouby, ani měřící vybavení rotoru modelovány. Byla vytvořena geometrie struktury, jejíž řez je vidět na obrázku 4.2. Jednotlivé části oběžného kola byly navzájem spojeny pomocí bonded kontaktů, jak je detailněji popsáno na obrázku 4.3. V blízkosti odtokové hrany nejsou lopatky ke krycímu disku přichyceny, jak je zobrazeno na tomto obrázku. V práci [34] se s tímto faktem autoři vypořádali tak, že modrou plochu lopatky z obrázku 4.3 mírně odsadili od disku, aby zaručili její volný pohyb. Stejná úprava byla provedena i zde.

Dále byla vytvořena fluidní doména obklopující oběžné kolo, sestávající z části sací trouby, prostoru uvnitř oběžného kola a části mezidiskových prostorů. Ta byla nejprve vysítována elementy o maximální velikosti 18 mm, přičemž mezidiskové prostory a lopatky mají elementy menší. Celá výpočetní doména je zobrazena na obrázcích 4.4 a 4.5.

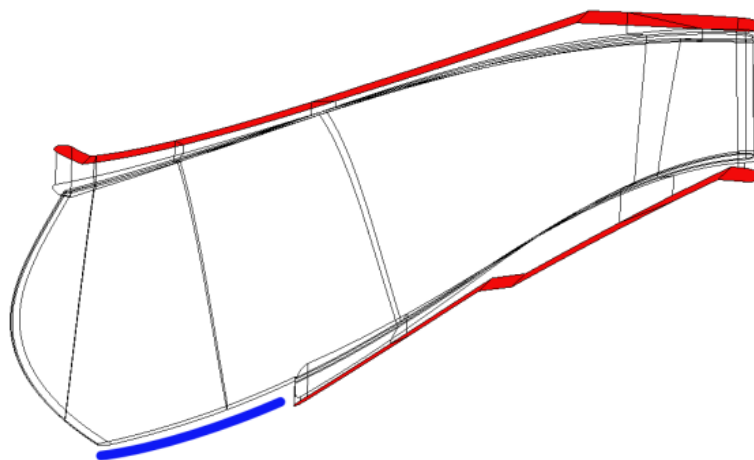
Dále byly specifikovány strukturální a fluidní části geometrie a rozhraní mezi nimi. Elementy ve strukturální části mají 3 stupně volnosti - posuvy v jednotlivých směrech. Elementy ve fluidní části mají jen jeden stupeň volnosti, a to akustický tlak. Elementy na



Obrázek 4.2: Řez geometrií oběžného kola

|         | materiál | Youngův<br>modul $[GPa]$ | Hustota<br>$[kg/m^3]$ | Poissonova<br>konstanta $[-]$ | Rychlost<br>zvuku $[m/s]$ |
|---------|----------|--------------------------|-----------------------|-------------------------------|---------------------------|
| disky   | JM7      | 110                      | 7600                  | 0,32                          | —                         |
| lopatky | JM3      | 100                      | 8800                  | 0,3                           | —                         |
| voda    | voda     | —                        | 1000                  | —                             | 1483                      |

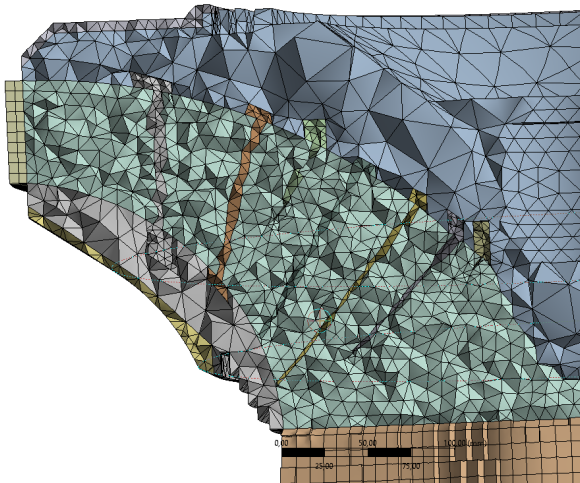
Tabulka 4.1: Materiálové vlastnosti, [34], přeloženo



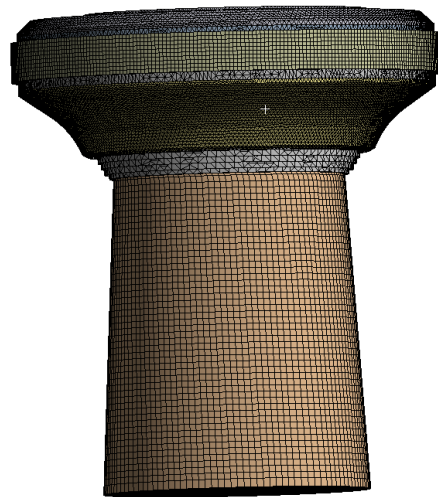
Obrázek 4.3: Spojení lopatek a disků pomocí bonded kontaktů červeně, bez uchycení v blízkosti odtokové hrany modře [33].

rozhraní mezi tekutinou a strukturou mají 4 stupně volnosti - jak posuvy, tak tlak, čímž jsou obě výpočetní části spojeny.

Jako okrajová podmínka pro strukturální část byly předepsány nulové posuvy na plochu, zobrazenou na obrázku 4.6. Na akustické doméně byly na plochy, které neohraničuje pevná stěna předepsány hodnoty akustického tlaku  $0 Pa$ . To je zobrazeno na obrázku 4.7. Zbylé plochy akustické domény jsou v kontaktu se sací troubou a se skříň oběžného kola. Pro simulaci se předpokládá, že sací trouba a skříň oběžného kola jsou dokonale tuhá

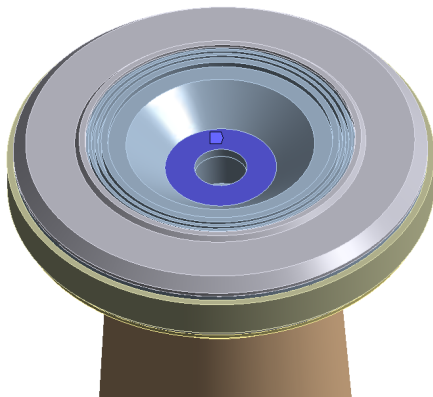


Obrázek 4.4: Detail výpočetní sítě

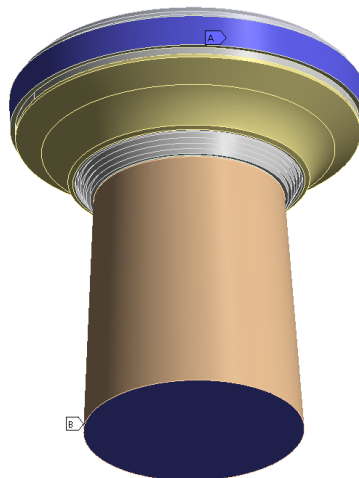


Obrázek 4.5: Výpočetní síť pro modální analýzu oběžného kola pod vodou.

tělesa. Tomuto chování odpovídá podmínka tuhé stěny pojmenovaná rigid wall, avšak není nutno ji předepisovat, jelikož dle [35] se jedná o přirozenou okrajovou podmínku pro základní rovnici řešiče. Každá plocha bez jiné okrajové podmínky se tedy automaticky chová jako tuhá stěna.



Obrázek 4.6: Plocha se strukturální okrajovou podmínkou nulových posuvů

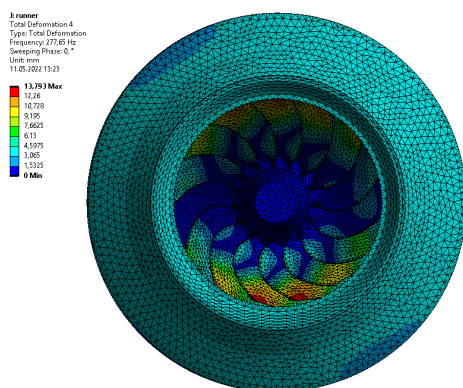


Obrázek 4.7: Plocha s akustickou okrajovou podmínkou konstantního tlaku

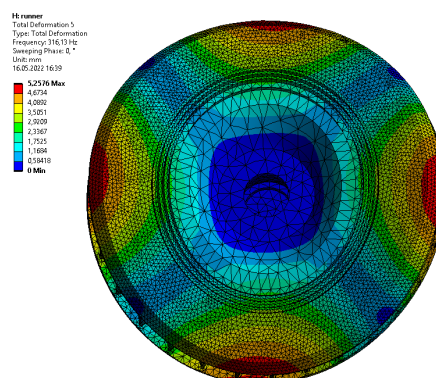
Úloha byla řešena bez tlumení, se zájmovou oblastí frekvencí od  $100\text{ Hz}$  výše. S tímto nastavením byla simulace provedena. Následně byla provedena totožná simulace s jemnější sítí s maximální velikostí elementu  $14\text{ mm}$ . Výsledky obou simulací se lišily jen minimálně a tak bylo usouzeno, že počet prvků sítě je dostatečný. Byly nalezeny vlastní frekvence, zobrazené v tabulce 4.2.

| vlastní tvar | frekvence[Hz] |
|--------------|---------------|
| 1            | 95            |
| 2            | 278           |
| 3            | 316           |
| 4            | 385           |
| 5            | 386           |

Tabulka 4.2: Prvních pět vlastních tvarů oběžného kola



Obrázek 4.8: Vlastní tvar 2



Obrázek 4.9: Vlastní tvar 3

Pro připomenutí, rovnice (4.1) udává dvojnásobek základní frekvence RSI, tedy frekvenci na které dle experimentu došlo k rezonanci oběžného kola a tvar tohoto budícího pole má 4 uzlové průměry. Jak je vidět, v blízkosti této frekvence se nachází vlastní tvar 2, eventuálně 3. Tyto vlastní tvary jsou zobrazeny na obrázcích 4.8 a 4.9.

$$f_{r2} = 278,95 \text{ Hz} \quad (4.1)$$

Bohužel je patrné, že zobrazené vlastní tvary mají 1, respektive 2 uzlové průměry. To znamená, že takovýto vlastní tvar není s budícím tlakovým polem o 4 uzlových průměrech afinní a nemůže tak být vybuzen.

V práci [34] bylo však numericky stanoveno, že v okolí budící frekvence (4.1) vlastní tvar se 4 uzlovými průměry leží, což koresponduje s experimentálními daty. Je proto téměř jisté, že simulace provedená v této diplomové práci vyžaduje korektnější provedení.

První věcí která se nabízí, je korektní modelování těsnících kruhů. V práci [34] autor těsnící kruhy nemodeluje, avšak zmiňuje, že jejich korektní modelování je obecně pro tuto analýzu velmi důležité, jelikož tyto velmi těsné prostory obvykle výrazně ovlivňují přídatné účinky tekutiny na oběžné kolo. Vzhledem k faktu, že konec lopatky není připevněn ke krycímu disku však předpokládal, že obdrží vesměs vlastní tvary s kmitající odtokovou hranou lopatky a diskem téměř bez výchylky, což není se zmíněným v konfliktu. To se později potvrdilo.

Jak je vidět, zde obdržené vlastní tvary vykazují nezanedbatelnou výchylku na discích, což samo o sobě vede k závěru, že by těsnící kruhy na tyto tvary měly výrazný vliv. Proto by dalším možným postupem v této analýze mohlo být jejich korektnější modelování, a to například doplněním fluidní domény o tuto oblast.



## 5. Závěr

Základním cílem této práce bylo provést výpočtovou simulaci interakce rotoru se statorem Francisovy turbíny v daném provozním bodě za účelem získání amplitud tranzientního tlakového pole v určených snímačích tlaku. Dále pak provedení téhož s využitím zjednodušené simulace, zejména nástroje Transient Blade Row Modelling. Výsledky byly porovnány s dostupnými experimentálními daty z NTNU Trondheim [5].

Nejdříve byly pro geometrii stroje vytvořeny 4 sady výpočetních sítí. Každá sada sítí se skládala z domény spirální skříně, kanálu rozvaděče, kanálu oběžného kola a sací trouby. Mezidiskové prostory, těsnící kruhy a ucpávka nebyly do simulace zahrnuty. Sítě vykazovaly dobrou kvalitu a kromě spirální skříně byly všechny plně hexahedrální. Každá sada sítí měla různou hrubost, přičemž byla snaha o zmenšování elementů ve všech směrech stejně. Sady byly označeny  $H0$  až  $H3$ , kde  $H3$  obsahovala nejvíce uzlů. Na těchto 4 sadách sítí byly provedeny stacionární CFD simulace daného provozního bodu stroje s využitím dvourovňového  $k - \epsilon$  modelu turbulence z rodiny RANS a stěnových funkcí Scalable. Voda byla při simulaci považována za nestlačitelnou. Porovnáním výsledků jednotlivých integrálních parametrů stroje byla pro další časově náročnější tranzientní simulace vybrána optimální sada sítí  $H1$  s relativně nízkým počtem uzlů, avšak poskytující téměř identické stacionární výsledky, jako simulace s vyššími počty uzlů. Tyto výsledky vykazovaly poměrně dobrou shodu s experimentálními daty.

Pro všechny tranzientní simulace byla z modelu vyjmuta doména spirální skříně, která byla nahrazena profilem komponent rychlosti a turbulentních veličin obdržným ze simulace stacionární, což snížilo potřebný počet uzlů ve všech následujících simulacích. Jako první byla na sítích  $H1$  provedena simulace referenční, obsahující všechny kanály rotorové i satorové řady lopatek. Během 3 otáček rotoru byly zaznamenávány průběhy tlaku v jednotlivých lokacích tlakových snímačů umístěných na oběžném kole a označených  $R1$  až  $R4$ , ze kterých byly následně pomocí Fourierovy transformace extrahovány amplitudy kmitů, odpovídající základní frekvenci RSI, jak bylo provedeno i v experimentu. Pro ověření, že hustota výpočetní sítě již nemá vliv ani na počítané amplitudy tlaku v tranzientní simulaci byla provedena totožná simulace se sítěmi  $H3$ . Potvrdilo se, že s rostoucím počtem uzlů se už ani tyto výsledky výrazně nemění.

Výsledky referenční simulace vykazují totožný trend poklesu mezi jednotlivými snímači jako experimentální data, avšak jsou oproti nim zhruba o třetinu nadhodnoceny. To je zobrazeno v tabulce 5.1 a na obrázku 5.1.

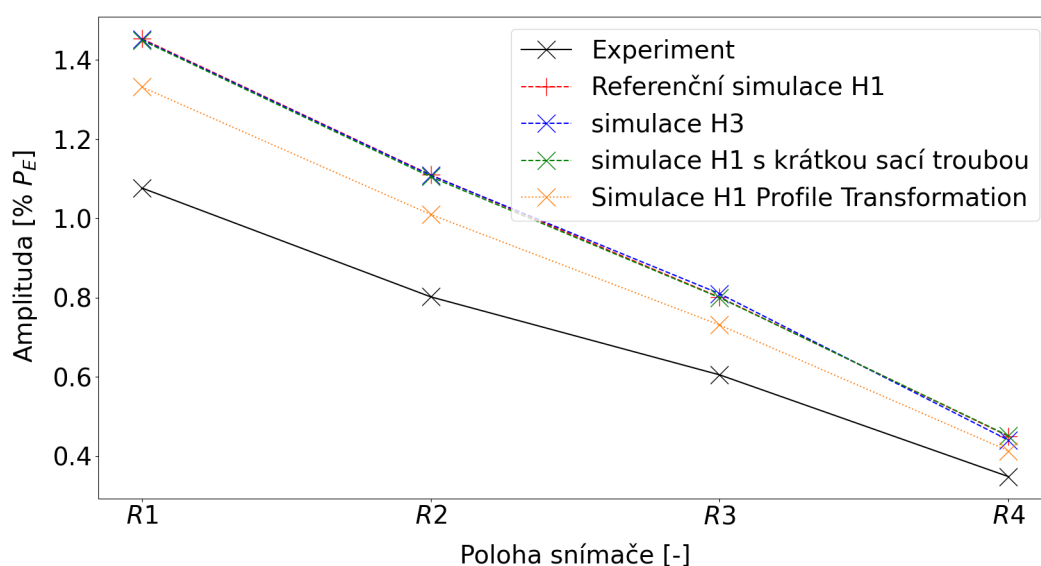
Dále byla simulace  $H1$  různými způsoby zjednodušována za účelem snížení výpočetních nároků. Prvním takovým zjednodušením bylo použití zkrácené domény sací trouby. Dalšími použití Transient Blade Row Modellingu, konkrétně metod Profile Transformation a Fourier Transformation. Poslední jmenovaná varianta vykazovala nestabilní chování, kdy byly průběhy jednotlivých tlaků i integrální parametry stroje ovlivněny neznámou vlnou o velmi nízké frekvenci. Byla vytvořena hypotéza, že toto chování je způsobeno předepsanými okrajovými podmínkami modelu a simulace byla razantně upravena tak, aby byl jejich vliv potlačen. Očekávaného výsledku však nebylo dosaženo. Výsledky této jedné dílčí simulace tak zůstaly téměř stejné a zmíněnou hypotézu se nepodařilo potvrdit ani vyvrátit.

Porovnání výsledků amplitud tlaku v jednotlivých snímačích z ostatních simulací s experimentem je taktéž zobrazeno v tabulce 5.1 a na obrázku 5.1. Počty uzlů sítě v jednotlivých simulacích doplňuje tabulka 5.2.  $A_{f_{r1}}$  značí amplitudu na základní frekvenci

RSI, index  $k$  značí variantu s krátkou sací troubou, index  $PT$  metodu Profile Transformation a  $FT$  metodu Fourier Transformation. Zkratka *exp.* značí experiment,  $\Delta$  značí odchylku od experimentálních hodnot,  $P_E$  je tlaková energie spádu.

| Porovnání výsledků simulací s experimentem |                            |                 |                            |                 |                              |                 |                                 |                 |                           |
|--------------------------------------------|----------------------------|-----------------|----------------------------|-----------------|------------------------------|-----------------|---------------------------------|-----------------|---------------------------|
|                                            | $A_{fr1} H1$<br>[% $P_E$ ] | $\Delta$<br>[%] | $A_{fr1} H3$<br>[% $P_E$ ] | $\Delta$<br>[%] | $A_{fr1} H1_k$<br>[% $P_E$ ] | $\Delta$<br>[%] | $A_{fr1} H1_{PT}$<br>[% $P_E$ ] | $\Delta$<br>[%] | <i>exp.</i><br>[% $P_E$ ] |
| $R1$                                       | 1,454                      | 35,0            | 1,452                      | 34,8            | 1,450                        | 34,6            | 1,332                           | 23,7            | 1,077                     |
| $R2$                                       | 1,110                      | 38,4            | 1,109                      | 38,3            | 1,105                        | 37,8            | 1,010                           | 25,9            | 0,802                     |
| $R3$                                       | 0,801                      | 32,4            | 0,810                      | 33,9            | 0,800                        | 32,2            | 0,731                           | 20,8            | 0,605                     |
| $R4$                                       | 0,450                      | 29,3            | 0,440                      | 26,4            | 0,451                        | 29,6            | 0,413                           | 18,7            | 0,348                     |

Tabulka 5.1: Tabulka výsledků všech simulací



Obrázek 5.1: Výsledky amplitud tlaku v jednotlivých snímačích

| simulace  | počet uzlů [miliony] | pokles oproti referenční $H1$ [%] |
|-----------|----------------------|-----------------------------------|
| $H1$      | 5,269                | 0,0                               |
| $H3$      | 12,222               | -132,0                            |
| $H1_k$    | 4,921                | 6,6                               |
| $H1_{PT}$ | 2,371                | 55,0                              |
| $H1_{FT}$ | 0,589                | 88,8                              |

Tabulka 5.2: Počty uzlů jednotlivých simulací

Jak je vidět, všechny plné simulace vykazují téměř totožné výsledky. Transient Blade Row Modelling, konkrétně metoda Profile Transformation, pak vede k nižším amplitudám tlaku oproti referenční situaci o hodnoty kolem 9%, což je vzhledem k polovičním výpočetním nárokům akceptovatelné. Celkově byly v plných simulacích amplitudy tlaku nadhodnoceny o zhruba 29% - 38%, avšak trend poklesu amplitud mezi jednotlivými snímači byl modelován vždy korektně, což ukazuje, že charakter dějů odehrávajících se v tekutině byl modelován správně. Z pohledu konstruktéra vodní turbíny je tento výsledek na konzervativní straně, jelikož předpovídá vyšší namáhání než v realitě.

Při zpětné analýze simulace nebyly z hlediska provedení shledány žádné výrazné problémy. Jako zajímavým pro budoucí pokračování v práci se jeví použití modelu turbulence  $SST\ k - \omega$  pro tuto simulaci za účelem zjištění vlivu použitého modelu turbulence na výsledné amplitudy.

Doplňujícím cílem, který si autor této práce stanovil, bylo provedení modální analýzy oběžného kola s využitím akustických elementů simulujících přítomnost stojící tekutiny za účelem zjištění jeho vlastních frekvencí a vlastních tvarů. Se znalostí těchto parametrů je možno potvrdit, zda-li se oběžné kolo v daném provozním bodě stroje skutečně nacházelo v rezonančním stavu na dvojnásobku základní frekvence RSI, což ukazují experimentální data.

Tato simulace byla provedena na doméně zahrnující oběžné kolo, tekutinu uvnitř něj, část tekutiny v sací troubě a tekutinu v mezidiskových prostorech. Vliv rotace oběžného kola ani tekutina v těsnících kruzích nebyly do simulace zahrnuty. Výsledky této simulace se s výsledky experimentu neshodují, jelikož v okolí zmíněné frekvence neležel žádný vlastní tvar, který by byl s buzením afinní. Bylo však shledáno, že simulace nemusela být provedena korektně zejména v důsledku absence tekutiny v těsnících kruzích, která má obvykle velký vliv na přídavné účinky tekutiny a tím pádem na vlastní frekvence a vlastní tvary.

Možným rozšířením této práce by mohlo být zahrnutí těsnících kruhů do této simulace, což by mělo vést k výsledkům shodujícím se s experimentem.

V budoucím pokračování této práce by bylo velmi zajímavé také pokusit se v daném provozním bodě stanovit přídavné účinky tekutiny, zejména hydrodynamické tlumení. Následně by bylo možné určit velikost amplitudy kmitů oběžného kola.



# Seznam použitých zdrojů

- [1] SEIDEL, U., C. MENDE, B. HÜBNER, W. WEBER a A. OTTO. *Dynamic loads in Francis runners and their impact on fatigue life*. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science [online]. Bristol: IOP Publishing, 2014, **22**(3), 32054-32062 [cit. 2022-02-25]. ISSN 1755-1307. Dostupné z: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/22/3/032054>
- [2] TRIVEDI, Ch. *Investigations of Compressible Turbulent Flow in a High-Head Francis Turbine*. Journal of Fluids Engineering [online]. NEW YORK: ASME, 2018, **140**(1) [cit. 2022-02-28]. ISSN 0098-2202. Dostupné z: <https://doi.org/10.1115/1.4037500>
- [3] ØSTBY, P., J. BILLDAL, K. SIVERTSEN, B. HAUGEN a O. DAHLHAUG. *Dynamic Stresses In High Head Francis Turbines*. International Journal on Hydropower and Dams [online], E-proceedings Hydro 2016, [cit. 2022-05-17]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/303735289\\_Dynamic\\_Stresses\\_In\\_High\\_Head\\_Francis\\_Turbines](https://www.researchgate.net/publication/303735289_Dynamic_Stresses_In_High_Head_Francis_Turbines)
- [4] NENNEMANN, B., C. MONETTE a J. CHAMBERLAND-LAUZON. *Hydrodynamic damping and stiffness prediction in Francis turbine runners using CFD*. IOP conference series. Earth and environmental science [online]. Bristol: IOP Publishing, 2016, **46**(7), 72006 [cit. 2022-01-10]. ISSN 1755-1307. Dostupné z: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/49/7/072006>
- [5] Norwegian University of Science and Technology, Norwegian Hydropower Centre, *Francis-99* [online], Trondheim, [cit. 2021-10-10] Dostupné z: <https://www.ntnu.edu/nvks/francis-99>
- [6] Norwegian University of Science and Technology, *Norwegian Hydropower Centre* [online], Trondheim, [cit. 2021-10-10] Dostupné z: <https://www.ntnu.edu/nvks/norwegian-hydropower-center>
- [7] TRIVEDI, Ch., M. J. CERVANTES, B.K. GANDHI a O. G. DAHLHAUG. *Experimental and numerical studies for a high head Francis turbine at several operating points*. Journal of Fluids Engineering [online]. NEW YORK: ASME, 2013, **135**(11), 111102-17 [cit. 2022-02-25]. ISSN 0098-2202. Dostupné z: <https://doi.org/10.1115/1.4024805>
- [8] AGNALT, E., P. ØSTBY, B. W. SOLEMSLIE a O. G. DAHLHAUG. *Experimental Study of a Low-Specific Speed Francis Model Runner during Resonance*. Shock and Vibration [online]. LONDON: Hindawi, 2018, 2018, 1-12 [cit. 2021-02-28]. ISSN 1070-9622. Dostupné z: <https://www.hindawi.com/journals/sv/2018/5796875/>
- [9] TRIVEDI, Ch. a M. J. CERVANTES. *Fluid-structure interactions in Francis turbines: A perspective review*. Renewable & Sustainable Energy Reviews [online]. OXFORD: Elsevier, 2017, **68**(1), 87–101 [cit. 2022-02-25]. ISSN 1364-0321. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.09.121>

- [10] GUILLAUME, R., J.L. DENIAU, D. SCOLARO a C. COLOMBET. *Influence of the rotor-stator interaction on the dynamic stresses of Francis runners*. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science [online]. Bristol: IOP Publishing, 2012, **15**(5), 52011 [cit. 2022-02-28]. ISSN 1755-1307. Dostupné z: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/15/5/052011>
- [11] HUANG, X.X., E. EGUSQUIZA, C. VALERO a A. PRESAS. *Dynamic behaviour of pump-turbine runner: From disk to prototype runner*. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering [online]. Bristol: IOP Publishing, 2013, (2), 22036-6 [cit. 2022-03-3]. ISSN 1757-8981. Dostupné z: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/52/2/022036/pdf>
- [12] BREPTA, R., L. PŮST a F. TUREK. *Mechanické kmitání*. 1. vyd. Praha: Sobotáles, 1994, 589 s. ISBN 80-901684-8-5
- [13] LOŠÁK, P. *Optimalizace modálního tlumení lopatek vysokotlakých stupňů parních turbin*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 193 s. Vedoucí dizertační práce prof. Ing. Eduard Malenovský, DrSc..
- [14] MEHDIGHOLI, H. *Forced Vibration of Rotating Disk and Interaction with Non-rotating Structures*. London: Imperial College of Science, Technology and Medicine, 2001
- [15] KUSHNER, F. *Disc Vibration - Rotating Blade and Stationary Vane Interaction*. Journal of Mechanical Design [online]. 1980, **102**(3), [cit 2022-1-10]. Dostupné z: <https://doi.org/10.1115/1.3254788>
- [16] RAO, S. S. *Mechanical vibrations*. 4th ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2004, xxvi, 1078 s. : il. ISBN 0-13-120768-7.
- [17] TENGS, E., J. EINZINGER a P.T. STORLI. *Two-way coupled simulation of the Francis-99 hydrofoil using model order reduction*. Journal of Physics: Conference Series [online]. Bristol: IOP Publishing, 2019, **1296**(1), 12001 [cit. 2022-03-12]. ISSN 1742-6588. Dostupné z: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1296/1/012001>
- [18] ČUPR, P. *Hydroelastic Response of Hydrofoil Under Cavitation Conditions*. Brno: Vysoké Učení Technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav., 2021. 267 s. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/129969>. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.
- [19] LIANG, Q.W., C.G. RODRÍGUEZ, E. EGUSQUIZA, X. ESCALER, M. FARHAT a F. AVELLAN. *Numerical simulation of fluid added mass effect on a francis turbine runner*. Computers & Fluids [online], OXFORD: Elsevier, 2007, **36**(6), 1106-1118 [cit. 2022-03-13]. ISSN 0045-7930. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.comp-fluid.2006.08.007>.
- [20] GAUTHIER, J.P., A.M. GIROUX, S. ETIENNE a F.P. GOSSELIN. *A numerical method for the determination of flow-induced damping in hydroelectric turbines*. Journal of fluids and structures [online]. LONDON: Elsevier, 2017, **69**, 341-354

- [cit. 2022-03-13]. ISSN 0889-9746. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2017.01.004>
- [21] YADYKIN, Y., V. TENETOV a D. LEVIN. *The added mass of a flexible plate oscillating in a fluid*. Journal of fluids and structures [online]. LONDON: Elsevier, 2003, **17**(1), 115-123 [cit. 2022-03-13]. ISSN 0889-9746. Dostupné z: [https://doi.org/10.1016/S0889-9746\(02\)00100-7](https://doi.org/10.1016/S0889-9746(02)00100-7)
- [22] COUTU, A., M. D. Roy, C. MONETTE a B. NENNEMANN. *Experience with rotor-stator interactions in high head Francis runner*. 24th Symp. of the IAHR Proc. of the Hydraulic Machinery and Systems Symp [online]. Foz do Iguassu, Brazil, 2008, [cit. 2022-03-13]. Dostupné z: <https://www.scribd.com/document/166119005/2008-Experience-With-Rotor-Stator-Interactions-in-High-Head-Francis-Runner>
- [23] ROTH, S., M. CALMON, M. FARHAT, C. MÜNCH, H. BJOERN a F. AVELLAN. *Hydrodynamic damping identification from an impulse response of a vibrating blade*. Proceedings of the 3rd IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems [online], Brno University of Technology, 2009, **1**, 253–260 [cit. 2022-03-13]. Dostupné z: <https://infoscience.epfl.ch/record/142233>
- [24] SEELEY, C., A. COUTU, C. MONETTE, B. NENNEMANN a H. MARMONT. *Characterization of hydrofoil damping due to fluid-structure interaction using piezocomposite actuators*. Smart Materials and Structures [online]. BRISTOL: IOP Publishing, 2012, **21**(3), 35027-1-9 [cit. 2022-03-16]. ISSN 0964-1726. Dostupné z: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0964-1726/21/3/035027>
- [25] COHEN, I. M., P. KUNDU. *Fluid Mechanics, Chapter 10 - Computational Fluid Dynamics*. Fifth Edition, Academic Press, 2012, Pages 421-472, ISBN 9780123821003.
- [26] VIJIAPURAPU, S. a J. CUI. *Performance of turbulence models for flows through rough pipes*. Applied mathematical modelling [online]. NEW YORK: Elsevier, 2010, **34**(6), 1458-1466 [cit. 2022-03-20]. ISSN 0307-904X. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X09002741>
- [27] Ansys® Academic Research CFX, Release 22.1, *CFX Solver Modelling Guide*, ANSYS, Inc.
- [28] Ansys® Academic Research CFX, Release 22.1, *CFX Solver Theory Guide*, ANSYS, Inc.
- [29] TENGS, E., P-T. STORLI a M. A. HOLST. *Effects of passage modelling in high head Francis turbines*. Hydropower and Dams [online], E-Proceedings Hydro 2017, [cit. 2022-03-22], Dostupné z: <https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/2625210>
- [30] JAKOBSEN, K.-R.G., E. TENGS a M. A. HOLST. *Reducing computational effort of high head Francis turbines*. In: IOP Conference Series: Earth and Environmental Science [online]. Bristol: IOP Publishing, 2019, **240**(7), 72001 [cit. 2022-04-30]. ISSN 1755-1307. Dostupné z: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/240/7/072001>

- [31] IEC 60193, 1999–11, *IEC Hydraulic Turbines, Storage Pumps and Pump-Turbines Model Acceptance Tests*, International Electrotechnical Commission, Geneva, Switzerland
- [32] KCE-ThermoFluidProperties UG & Co. KG, *Fluid Property Calculator* [online], Dresden, [cit. 2021-10-17], Dostupné z: <https://thermofluidprop.com/en/properties-online/contents>
- [33] TENGS, E., L. S. FEVÅG a P.T. STORLI. *Francis-99: Coupled simulation of the resonance effects in runner channels*. Journal of Physics: Conference Series [online]. Bristol: IOP Publishing, 2019, **1296**(1), 12005 [cit. 2022-05-1]. ISSN 1742-6588. Dostupné z: <https://iopscience-iop-org.ezproxy.lib.vutbr.cz/article/10.1088/1742-6596/1296/1/012005>
- [34] ØSTBY, P., E. AGNALT, B. HAUGEN, J. T. BILLDAL a O. G. DAHLHAUG. *Fluid structure interaction of Francis-99 turbine and experimental validation*. Journal of Physics: Conference Series [online]. Bristol: IOP Publishing, 2019, **1296**(1), 12006 [cit. 2022-05-1]. ISSN 1742-6588. Dostupné z: <https://iopscience-iop-org.ezproxy.lib.vutbr.cz/article/10.1088/1742-6596/1296/1/012006>
- [35] Ansys® Academic Research Mechanical, Release 22.1, *Mechanical APDL Acoustic Analysis Guide*, ANSYS, Inc.

# Seznam použitých zkratek a symbolů

| Symbol                         | Jednotka               | Popis                            |
|--------------------------------|------------------------|----------------------------------|
| $A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, F_n$ | [ – ]                  | konstanta vlastního tvaru        |
| $A^{Ri}$                       | [ % $P_E$ ]            | Amplituda tlaku v i-tém snímači  |
| $C$                            | [ – ]                  | Courantovo číslo                 |
| $D$                            | [ $Nm$ ]               | ohybová tuhost desky             |
| $E$                            | [ $Pa$ ]               | Youngův modul pružnosti          |
| $F$                            | [ $N$ ]                | síla                             |
| $H$                            | [ $m$ ]                | spád                             |
| $I_n, J_n, K_n, Y_n$           | [ – ]                  | Besselovy funkce                 |
| $M, N$                         | [ – ]                  | počet uzlových průměrů a kružnic |
| $P$                            | [ $W$ ]                | výkon                            |
| $\mathbf{P}$                   | [ – ]                  | rozteč                           |
| $P_E$                          | [ – ]                  | tlaková energie spádu na turbínu |
| $Q$                            | [ $m^3 \cdot s^{-1}$ ] | průtok                           |
| $Q^*$                          | [ $N$ ]                | amplituda budící funkce          |
| $Q_{ED}$                       | [ $min^{-1}$ ]         | jednotkový průtok                |
| $\mathbf{R}$                   | [ – ]                  | poměr roztečí                    |
| $S$                            | [ $m^2$ ]              | plocha                           |
| $T$                            | [ $s$ ]                | čas, perioda                     |
| $\Delta T$                     | [ $s$ ]                | časový krok                      |
| $\mathbf{V}$                   | [ $m \cdot s^{-1}$ ]   | rychlost                         |
| $W$                            | [ $J$ ]                | práce                            |
| $Z$                            | [ – ]                  | počet lopatek                    |
| $\vec{a}$                      | [ $m$ ]                | výchylka                         |
| $b$                            | [ $kg \cdot s^{-1}$ ]  | tlumení                          |
| $\vec{c}, \vec{d}$             | [ – ]                  | pomocné vektory                  |
| $f$                            | [ $Hz$ ]               | frekvence                        |
| $f^*$                          | [ $N$ ]                | budící funkce                    |
| $g$                            | [ $m \cdot s^{-2}$ ]   | gravitační zrychlení             |
| $h$                            | [ $m$ ]                | tloušťka desky                   |
| $k$                            | [ $N \cdot m^{-1}$ ]   | tuhost                           |
| $k', l', m'$                   | [ – ]                  | konstanty v základní rovnici RSI |
| $m$                            | [ $kg$ ]               | hmotnost                         |
| $n$                            | [ $min^{-1}$ ]         | otáčky                           |
| $\vec{n}$                      | [ – ]                  | vektor normály k ploše           |
| $n_{ED}$                       | [ $min^{-1}$ ]         | jednotkové otáčky                |
| $n_q$                          | [ $min^{-1}$ ]         | specifické otáčky                |
| $r$                            | [ $m$ ]                | radiální souřadnice              |

| Symbol                | Jednotka               | Popis                           |
|-----------------------|------------------------|---------------------------------|
| $t, \mathbf{t}$       | $[ s ]$                | čas                             |
| $u$                   | $[ m ]$                | souřadnice                      |
| $v$                   | $[ m \cdot s^{-1} ]$   | rychlost                        |
| $w$                   | $[ m ]$                | průhyb                          |
| $x$                   | $[ m ]$                | souřadnice                      |
| $y$                   | $[ m ]$                | souřadnice                      |
| $y^+$                 | $[ - ]$                | bezrozměrná vzdálenost od stěny |
| $\alpha$              | $[ rad ]$              | koeficient doznívání            |
| $\bar{\alpha}$        | $[ rad ]$              | úhel otevření rozvaděče         |
| $\delta$              | $[ \% ]$               | pokles amplitudy                |
| $\delta_{ij}$         | $[ - ]$                | Kroneckerovo delta              |
| $\Delta$              | $[ \% ]$               | odchylka                        |
| $\epsilon_{ijk}$      | $[ - ]$                | Leviho-Civitův tenzor           |
| $\zeta$               | $[ - ]$                | poměrný útlum                   |
| $\eta$                | $[ - ]$                | účinnost                        |
| $\bar{\eta}$          | $[ - ]$                | poměrné nalazení                |
| $\kappa$              | $[ m ]$                | převrácvená hodnota křivosti    |
| $\lambda$             | $[ - ]$                | vlastní číslo                   |
| $\mu$                 | $[ - ]$                | Poissonova konstanta            |
| $\nu$                 | $[ m^2 \cdot s^{-1} ]$ | kinematická viskozita           |
| $\rho$                | $[ kg \cdot m^{-3} ]$  | hustota materiálu               |
| $\sigma$              | $[ Pa ]$               | normálové napětí                |
| $\boldsymbol{\sigma}$ | $[ - ]$                | tenzor napětí                   |
| $\tau$                | $[ Pa ]$               | smykové napětí                  |
| $\varphi$             | $[ rad ]$              | úhlová souřadnice               |
| $\omega$              | $[ rad \cdot s^{-1} ]$ | úhlová rychlost                 |
| $\Omega$              | $[ - ]$                | vlastní frekvence               |

## Indexy

|           |                      |
|-----------|----------------------|
| $E$       | experiment           |
| $i, j, k$ | sumační indexy       |
| $kr$      | kritický             |
| $m$       | materiál             |
| $n$       | řád Besselovy funkce |

## Indexy

---

|            |                                              |
|------------|----------------------------------------------|
| $ot$       | otáčková                                     |
| $P$        | přídavné                                     |
| $r$        | rotor                                        |
| $r_1, fr1$ | základní frekvence RSI                       |
| $r_2, fr2$ | dvojnásobek základní frekvence RSI           |
| $s$        | stator                                       |
| $S$        | struktura, POPŘ simulace                     |
| $T$        | v důsledku proudění tekutiny, hydrodynamické |
| $TEK$      | tekutina                                     |
| $u$        | ve směru souřadnice $u$                      |
| $V$        | v důsledku stlačitelnosti tekutiny           |
| $vl, v$    | vlastní, vzduchoprázdno                      |
| $vl, t$    | vlastní, tekutina                            |
| $x$        | ve směru souřadnice $x$                      |
| $y$        | ve směru souřadnice $y$                      |
| $0$        | volné kmitání                                |

## Zkratky

---

|           |                                                                                                     |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $RSI$     | interakce rotoru se statorem (z anglického rotor-stator interaction)                                |
| $R1 - R4$ | označení tlakových snímačů                                                                          |
| $BEP$     | provozní bod v okolí optima (z anglického best efficiency point)                                    |
| $FSI$     | interakce tělesa s tekutinou (z anglického fluid structure interaction)                             |
| $F'$      | větev Campbellova diagramu (z anglického forward)                                                   |
| $B'$      | větev Campbellova diagramu (z anglického backward)                                                  |
| $C'$      | větev Campbellova diagramu (z anglického central)                                                   |
| $SDOF$    | system s jedním stupněm volnosti<br>(z anglického single degree of freedom)                         |
| $CFD$     | výpočtové modelování proudění<br>(z anglického computational fluid dynamics)                        |
| $RANS$    | Reynoldsovsky středovaná Navier-Stokesova rovnice<br>(z anglického Reynolds averaged Navier-Stokes) |
| $R1, R2$  | periodická plocha rotoru                                                                            |
| $S1, S2$  | periodická plocha statoru                                                                           |
| $H0 - H3$ | označení hrubosti sítě                                                                              |
| $RMS$     | efektivní hodnota (z anglického root mean square)                                                   |