



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**VÝPOČTOVÁ SIMULACE VIBRACÍ GUMOVÉHO
SILENTBLOKU**

COMPUTATIONAL SIMULATION OF VIBRATIONS OF RUBBER DAMPER

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Lukáš Krupa

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.

BRNO 2018

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Bc. Lukáš Krupa**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce: **prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.**
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Výpočtová simulace vibrací gumového silentbloku

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Stávající výpočtový model statické a dynamické odezvy gumového tlumiče vibrací (silentbloku) vytvořený v softwaru Abaqus vykazuje značné odchylky od experimentálně zjištěné závislosti tuhosti silentbloku na frekvenci zatěžování. Příčinu je možné hledat v úrovni konstituivního modelu materiálu, příp. okrajových podmínkách modelu. Tématem práce je dosáhnout co nejlepší shody výsledků s experimentem modifikací existujícího výpočtového modelu.

Cíle diplomové práce:

Zvládnout teorii hyperelastivity a viskoelastivity pro izotropní materiály s velkými deformacemi.
Identifikovat a ověřit vhodný model materiálu silentbloku na základě experimentálně určených charakteristik materiálu při statickém a dynamickém zatěžování.
Modifikovat existující výpočtový model pro simulaci dynamického namáhání silentbloku tak, aby bylo dosaženo jeho co nejlepší shody s experimentálně určenou závislostí tuhosti silentbloku na frekvenci zatěžování.

Seznam doporučené literatury:

BURŠA, J.: Konstitutivní vztahy materiálu. Studijní opory FSI VUT v Brně.

DORFMANN, A., MUHR, A.: Constitutive models for rubber. Balkema 1999.

HOLZAPFEL, G. A.: Nonlinear solid mechanics. Wiley & Sons, 2001.

DASSAULT SYSTEMES. Abaqus/CAE User's Manual [online]. Providence (Rhode Island): Dassault Systemes Simulia, ©2011, Datum poslední revize 2011-04-07 [cit. 2013-10-24]. Abaqus 6.11.

Dostupné z: http://abaqus.ethz.ch:2080/v6.11/pdf_books/CAE.pdf

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18.

V Brně, dne 25. 10. 2017



prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá výpočtovým modelováním vibrací gumového silentbloku metodou konečných prvků (MKP). Práce zahrnuje popis experimentálních měření materiálových charakteristik gumy při statickém a dynamickém zatížení a jejich použití pro určení vhodného viskoelastického a hyperelastického modelu materiálu pro danou aplikaci. Závislost dynamické tuhosti silentbloku na frekvenci zatížení získaná výpočtovým modelováním je validována s experimentálním měřením. Na závěr jsou vyšetřovány odchylky mezi simulací a experimentem a jejich příčiny.

KLÍČOVÁ SLOVA

Silentblok, výpočtové modelování, dynamická tuhost, hyperelastická, viskoelastická, vibrace, MKP, dynamické materiálové vlastnosti elastomeru

ABSTRACT

This thesis deals with computational modelling of rubber damper using Finite element method (FEM). This thesis includes experimental measurement of material properties of rubber subjected to static and dynamic loading and their implementation into viscoelastic and hyperelastic material models with respect to given task. Dependence of dynamic stiffness on loading frequency obtained from the simulation is validated with experimental measurement. In the end the difference between results is investigated and possible causes of that are introduced.

KEYWORDS

Silentblock, computational modelling, dynamic stiffness, hyperelasticity, viscoelasticity, FEM, dynamic mechanical properties of elastomer

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

KRUPA, L. *Výpočtová simulace vibrací gumového silentbloku*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 74 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D..

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením prof. Ing. Jiřího Burši, Ph.D. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 15. května 2018

.....

Lukáš Krupa

PODĚKOVÁNÍ

V první řadě bych rád poděkoval prof. Ing. Jiřímu Buršovi, Ph.D. za příkladné odborné vedení práce a Ing. Pavlu Skácelovi, Ph.D. za odborné konzultace. Velký dík patří výpočtovému oddělení společnosti Mann+Hummel Service s.r.o. v Brně za spolupráci, podporu a poskytnutý hardware a software. V neposlední řadě děkuji Dr. Manfred Achenbach a prof. Dr. Michael Herdy z HTW Berlín za odborné konzultace a poskytnutý software. Na závěr chci poděkovat mé rodině a přítelkyni za možnost studovat a podporu během celého studia.

OBSAH

Úvod	15
1 Tlumič vibrací	16
1.1 Materiál grommetu	16
2 Popis problémové situace	17
3 Formulace problému a cíle řešení	18
4 Systém podstatných veličin	19
5 Teorie Hyperelasticity	21
5.1 Hyperelastické konstitutivní modely	22
5.1.1 Fenomenologické modely	22
5.1.2 Strukturní modely	23
5.1.3 Model Marlow	23
6 Teorie Viskoelastivity	25
6.1 Lineární viskoelastická	25
6.2 Reologické modely	26
6.3 Charakteristiky viskoelastického materiálu při cyklickém zatížení	27
6.3.1 Komplexní modul pružnosti	27
6.3.2 Elastický modul	28
6.3.3 Ztrátový modul	28
6.3.4 Fázový úhel δ	28
6.3.5 Ztrátový faktor $\tan(\delta)$	28
7 Vstupní experimentální data	30
7.1 Jednoosá tahová zkouška	30
7.2 Dynamická mechanická analýza (DMA)	31
7.2.1 Popis měření	31
7.2.2 Časově-teplotní superpozice (TTS)	33
7.3 Měření dynamické tuhosti grommetu	35
8 Výpočtový model	38
8.1 Typ analýzy	38
8.2 Model materiálu	38
8.2.1 Určení hyperelastického konstitutivního modelu	38
8.2.2 Určení viskoelastického konstitutivního vztahu	40
8.3 Model geometrie	43
8.4 Diskretizace	44
8.5 Nastavení kontaktů	44
8.6 Okrajové podmínky a zatížení	45
8.7 Nastavení řešiče	45
9 Výsledky simulace grommetu	47
9.1 Analýza výsledků a porovnání s experimentem	48
9.1.1 Vliv definice kontaktů na dynamickou tuhost grommetu	49
9.1.2 Analýza experimentálního měření dynamické tuhosti grommetu	50
10 Výpočtová simulace zahřívání během deformace	51
10.1 Výpočet mechanické práce ze simulace DMA měření	51
10.1.1 Model geometrie a diskretizace	51
10.1.2 Okrajové podmínky a zatížení	51
10.1.3 Výpočet mechanické práce	51

10.2	Výpočet tepelného zatížení z deformační energie	52
10.3	Teplotní analýza	53
10.3.1	Model geometrie a diskretizace	53
10.3.2	Okrajové podmínky a zatížení	53
10.3.3	Materiálové parametry	53
10.3.4	Nastavení řešiče	54
10.3.5	Výsledky	54
10.4	Porovnání výsledků simulace a experimentu s nižší amplitudou zatížení	56
11	Analýza a korekce experimentálních dat	58
11.1	Korekce dat pro identifikaci viskoelastického modelu materiálu	59
11.2	Korekce dat z měření dynamické tuhosti grommetu	60
12	Porovnání dynamické tuhosti grommetu po korekci experimentálních dat	62
12.1	Vliv smykového modulu pružnosti po relaxaci materiálu na dynamickou tuhost grommetu	62
13	Omezení výpočtového modelu a návrh dalšího postupu	65
13.1	Omezení výpočtového modelu	65
13.2	Návrh dalšího postupu	65
Závěr		66
Seznam literatury		68
Seznam použitých symbolů a zkratk		70
Seznam obrázků		72
Seznam tabulek		75

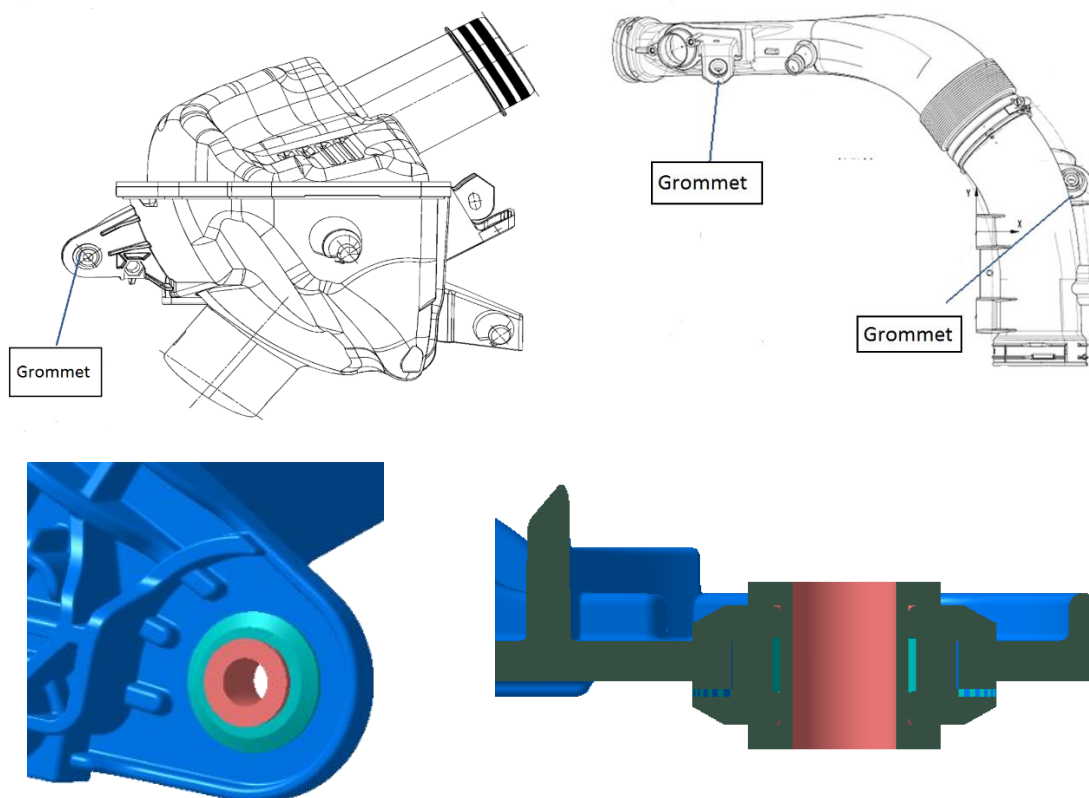
ÚVOD

Automobily dnes patří k neodmyslitelným součástem lidského života. Přestože se vize většiny výrobců automobilů v současnosti upíná k elektromobilitě, dominantní postavení mezi pohonnými jednotkami má stále spalovací motor. Ten bude vzhledem k současné infrastruktuře hrát i nadále klíčovou roli, ať už se bude jednat o spalování klasických fosilních paliv jako nafta a benzín, nebo ekologicky šetrnějších paliv jako např. CNG (compressed natural gas). Společnost Mann+Hummel patří mezi světové lídry v oblasti vývoje a produkce filtračních jednotek. Hlavním zaměřením společnosti je příslušenství spalovacích motorů, jako jsou vzduchové, olejové či palivové filtry, nebo v neposlední řadě moduly sání vzduchu a vysokotlaké potrubí. K vybudování konkurenční výhody je nezbytné zkracování doby vývoje a produkce, stejně jako možná ještě důležitější snižování nákladů. K tomu dnes mimo jiné výrazně pomáhají moderní CAE (angl. computer aided engineering) metody, díky nimž je možno modelovat chování objektů dříve, než jsou vyrobeny první prototypy.

Tato práce se zabývá výpočtovým modelováním odezvy gumového tlumiče vibrací, jenž slouží jako tlumící prvek ve spojení sací soustavy vzduchu a spalovacího motoru. Vzhledem k dynamickému charakteru zatěžování a mechanickým vlastnostem elastomeru je nutné použití správného konstitutivního vztahu materiálu popisujícího hyperelastické a viskoelastické chování materiálu a provedení experimentálních měření nezbytných pro definování těchto modelů a následnou validaci. Jedná se tedy o vytvoření interní metodiky v rámci firmy, jak popsat chování tlumiče vibrací pomocí výpočtového modelování. Vzhledem k ochraně firemních dat před volným šířením jsou veškeré číselné hodnoty v této práci upraveny a neodpovídají skutečným hodnotám.

1 TLUMIČ VIBRACÍ

Předmětem zkoumání v této diplomové práci je gumový silentblok (grommet), jenž v tomto případě slouží jako tlumící prvek ve spojení soustavy sání spalovacího motoru s hlavou válců motoru, či s karoserií. Hlavním účelem silentbloku je tedy pružné uložení součástí, které jsou zatíženy vibracemi od spalovacího motoru a tlumení těchto vibrací. Uložení se obecně skládá z gumového silentbloku, kovové vložky a šroubového spoje. Tlumič vibrací je vyroben z elastomeru, zde konkrétně z ethylen-propylen-dien-monomeru (EPDM), technologií vstřikování plastu. Součásti sací soustavy jsou např. boxy vzduchových filtrů, nízkotlaké a vysokotlaké trubky, chladiče vzduchu apod. Absolutní většina těchto komponent je již dnes vyráběna z plastů, zde nejčastěji vstřikováním polyethylenu (PE), polypropylenu (PP), EPDM apod.



Obr. 1.1 Ukázky aplikací grommetů pro produkty Mann+Hummel.

Box vzduchového filtru, nízkotlaká trubka, detail uchycovacího bodu, řez uložením

1.1 MATERIÁL GROMMETU

EPDM (ethylen-propylen-dien) je syntetický amorfni elastomer, který se řadí do třídy „M“ dle standardu ASTM D-1418. Tento materiál je v automobilním průmyslu hojně používán z důvodu výborného tlumení vibrací a odolnosti proti degradaci materiálu v důsledku tepla, UV záření, ozonu, páry aj. [1]

2 POPIS PROBLÉMOVÉ SITUACE

Tlumič vibrací má zásadní vliv na chování a živostnost součástí soustavy sání spalovacího motoru. Špatný návrh tlumícího elementu může způsobit buzení vlastních frekvencí soustavy, únavové porušení součástí i nežádoucí akustické projevy soustavy. Požadavkem zákazníka je, aby silentblok vykazoval určitou maximální hodnotu dynamické tuhosti ve frekvenčním rozsahu od 50 do 460 Hz pro danou amplitudu deformačního zatížení. Tohoto požadavku lze dosáhnout použitím gumy vhodných mechanických vlastností. Jelikož geometrických konfigurací a zatěžovacích stavů tlumiče je celá řada, experimentální měření dynamické tuhosti je velmi nákladné, a proto je v rámci společnosti Mann+Hummel zpracovávána metodika, jak stanovit hodnotu jeho dynamické tuhosti výpočtovým modelováním metodou konečných prvků (MKP). K tomu je mimo jiné zapotřebí určení konstitutivního vztahu materiálu na základě mechanických zkoušek materiálu. Výsledky simulace a tím správnost konstitutivního vztahu jsou následně validovány pomocí experimentů.

3 FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE ŘEŠENÍ

V návaznosti na popis problémové situace může být problém formulován následovně:

Určení vhodného konstitutivního vztahu materiálu popisujícího hyper-elastické a visko-elastické chování materiálu s ohledem na měnící se mechanické vlastnosti v důsledku změny teploty, respektive rychlosti zatěžování. Následné provedení dynamické deformačně-napět'ové analýzy tlumiče vibrací a dosažení co nejlepší shody výsledků s průběhem experimentálně určovaných veličin.

Cíle řešení:

- Rešerše týkající se tématu a podstatných veličin řešeného problému
- Zpracování dat z měření materiálových charakteristik
- Vytvoření výpočtového modelu pružného uložení
- Provedení dynamické deformačně-napět'ové analýzy
- Porovnání výsledků ze simulace a experimentu (validace)

4 SYSTÉM PODSTATNÝCH VELIČIN

- **Objekt**

Objektem této diplomové práce je gumový tlumič vibrací nacházející se ve spojení soustavy sání spalovacího motoru s motorem samotným.

- **Okolí objektu**

Okolím objektu je motorový prostor vozidla. V nejbližším okolí sledovaného objektu se nachází prvky soustavy sání (airbox, hadice apod.) a hlava válců motoru.
Dynamičnost: Okolí objektu je dáno konstrukcí motorového prostoru.

Stochastičnost: Konstrukce motorového prostoru je dáno výrobní dokumentací vozidla. Náhodné efekty nesouvisející s výrobou se neuvažují.

- **Geometrie a topologie**

Gumový silentblok i pouzdro může být charakterizováno jako axisymetrické těleso.

Dynamičnost: Geometrie a topologie objektu se v čase nemění

Stochastičnost: Z pohledu řešeného problému je rozptyl geometrických parametrů nepodstatný. Proto používáme deterministický model.

- **Podstatné vazby objektu na okolí**

Předpětí, kontakt mezi tlumičem, pouzdem a spojovanou součástí.

Dynamičnost: Vazby objektu se v čase nemění.

Stochastičnost: Vazby jsou deterministické.

- **Aktivace objektu**

Vznik deformací a napjatosti v objektu je způsoben dynamickým namáháním od spalovacího motoru (vibracemi). Rychlost, amplituda a směr vibrací je závislá na provozních podmínkách motoru.

Dynamičnost: časově závislé (dynamické)

Stochastičnost: V praxi je aktivace objektu stochastická, v prováděných experimentech deterministická. Pro simulaci experimentu stačí deterministický model.

- **Ovlivňování procesů z okolí**

Teplota okolí je proměnná, ovlivněna teplotou ovzduší a provozními podmínkami motoru.

Dynamičnost: Teplota okolí je časově závislá

Stochastičnost: Teplota grommetu je výrazně závislá na teple vzniklém disipací deformační energie, teplotě okolí a součiniteli přestupu tepla do okolí. Všechny tyto veličiny jsou výrazně stochastické.

- **Oborové vlastnosti objektu**

Struktura gumového silentbloku se skládá ze zesíťovaných makromolekulárních řetězců. Materiál objektu vykazuje projevy visko-hyperelastického chování a teplotní závislost materiálových charakteristik. Tuhost objektu je závislá na rychlosti zatěžování.

Dynamičnost: Vlastnosti materiálu se mění v čase vlivem degradace.

Stochastičnost: Odchyłky vlastností materiálu jsou podstatně menší než dosažitelná přesnost konstitutivního modelu. Stochastický model tím ztrácí smysl.

- **Procesy a stavy na objektu**

Deformační procesy spojené s disipací energie a změnami teploty. Vyšetřujeme teplotní a deformačně-napěťové stavy na objektu.

Dynamičnost: Procesy jsou dynamické.

Stochastičnost: Všechny ovlivňující veličiny jsou výrazně stochastické.

- **Projevy objektu**

Vratné deformace, tlumení, změna materiálových vlastností v důsledku změny rychlosti zatěžování a teploty. Zahřívání v důsledku vnitřního tření.

Dynamičnost: Projevy jsou dynamické

Stochastičnost: V praxi jsou projevy objektu stochastické. Při experimentálních měření můžeme však projevy objektu považovat za deterministické.

- **Důsledky projevů do okolí objektu**

Ovlivnění rozsahu vibrací a buzení vlastních frekvencí a tvarů součástí soustavy sání motoru, nežádoucí akustické projevy.

Dynamičnost: Důsledky projevů jsou dynamické.

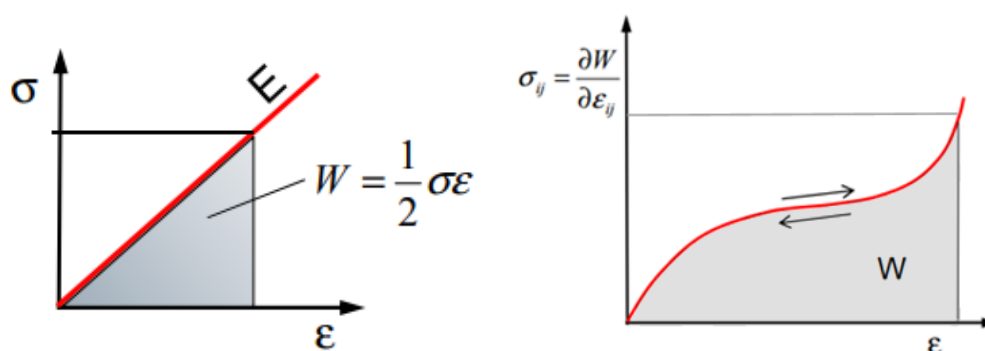
Stochastičnost: V důsledku stochastičnosti projevů objektu v praxi jsou jejich důsledky do okolí také stochastické. Důsledky projevů do okolí objektu nejsou předmětem této práce.

Neuvažované veličiny a procesy:

- **Stlačitelnost materiálu.** Jelikož je volumetrická složka deformace o několik řádů menší než deviátorová, materiál silentbloku je uvažován jako nestlačitelný.
- **Předpětí v silentbloku.** Silentblok je ve skutečnosti „navlečen“ na kovové pouzdro a plastový díl. Tímto vzniká v tlumiči předpětí. Toto předpětí není ve výpočtovém modelu uvažováno.
- **Stupeň vulkanizace.** Stupeň vulkanizace (míra zesíťování) má významný vliv na mechanické vlastnosti elastomeru. Předpokládáme stejnou hodnotu stupně vulkanizace pro tlumič a vzorky určené pro měření materiálových charakteristik. Tato skutečnost však není potvrzena dodavatelem materiálu.
- **Stárnutí materiálu.** Typickým projevem gumových materiálů je degradace stárnutím. Tento proces není v této práci uvažován.
- **Nelineární viskoelastické chování.** Při stanovení vhodného materiálového modelu je uvažována teorie lineární viskoelasticity z důvodu malých deformací a dostupných experimentálních dat.
- **Mullinsův efekt.** Pro relativně nízkou hodnotu amplitudy deformačního zatížení není uvažován možný pokles tuhosti materiálu v důsledku Mullinsova efektu.

5 TEORIE HYPERELASTICITY

Elastomery typicky vykazují velká vratná přetvoření v řádu stovek procent jako odezvu na nízká zatížení a Hookův zákon se zde stává nedostačující pro popis deformačně napěťového chování. Zmíněné chování řadí elastomery do skupiny hyperelastických materiálů. Stejně jako v případě lineárně elastického materiálu, napětí v čistě hyperelastickém materiálu je určeno okamžitým stavem deformace, a nikoliv historií zatěžování. Rozdíl vůči lineárnímu elastickému popisu materiálu spočívá v popisu vztahu mezi napětím a přetvořením. Zatímco v případě lineárního elastického materiálu je tento vztah vyjádřen pomocí konstantního faktoru (modulu pružnosti), v případě hyperelastického materiálu je konstitutivní vztah odvozen z funkce hustoty deformační energie (viz Obr. 5.1). [2]



Obr. 5.1 Zobrazení závislosti napětí a přetvoření pro lineárně elastický (vlevo) a hyperelastický materiál (vpravo) včetně vyznačení plochy určující hustotu deformační energie [2]

V případě velkých deformací se skutečné (deformované) rozměry tělesa výrazně liší od počátečních (nedeformovaných). Je tedy nezbytné rozlišování tenzorů napětí a přetvoření vztaheným k deformovaným a počátečním rozměrům tělesa. Tenzory napětí a přetvoření musí být dále vždy energeticky konjugované¹. Vztah mezi napětím a přetvořením může být obecně vyjádřen např. následovně: [3]

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{ij}}$$

σ_{ij} – tenzor napětí [MPa]

W – hustota deformační energie [MPa]

ϵ_{ij} – tenzor přetvoření [-]

Funkce hustoty deformační energie se v MKP programech určuje na základě různých konstitutivních modelů, jenž jsou dnes implementovány ve většině komerčních MKP softwarů. Volba vhodného modelu v praxi závisí především na množství

¹ Vzájemně přiřazené dvojice tenzorů napětí a přetvoření, jejichž kombinace umožňuje jednoznačné stanovení energie napjatosti i v případě velkých přetvoření.

experimentálních dat, typu napjatosti, předpokládaném rozsahu deformací, deformačním zpevněním aj. [4]

5.1 HYPERELASTICKÉ KONSTITUTIVNÍ MODEL Y

Ve všech hyperelastických modelech je třeba odděleně modelovat tvarovou (deviátorovou) a objemovou (volumetrickou) složku deformace. Modely se tedy obecně skládají ze dvou částí. Vliv změny objemu na energii napjatosti je nejčastěji popsána třetím invariantem tenzoru gradientu deformace a konstantou popisující objemovou změnu (objemový modul pružnosti nebo konstanta z něj odvozená). Vliv tvarové změny na energii napjatosti je nejčastěji popsán pomocí modifikovaných² invariantů některého z tenzorů přetvoření. [3]

Základní myšlenkou těchto modelů je proložení experimentálních závislostí napětí-přetvoření z mechanických zkoušek křivkou (většinou polynomickou funkcí několika složek přetvoření) určující hustotu deformační energie, respektive určení parametrů této funkce. Neplatí zde princip superpozice. Pro úplný popis plochy odezvy materiálu slouží 7 typů zkoušek jmenovaných v [3]. Při předpokladu nestlačitelnosti materiálu jsou si některé zkoušky rovnocenné, což pomáhá eliminovat problém s velmi obtížnou realizací některých typů zkoušek v praxi. Pro stanovení parametrů hyperelastických konstitutivních modelů se v praxi nejčastěji používají následující mechanické zkoušky: [3]

- Zkouška jednoosým tahem (jednoosá tahová napjatost)
- Zkouška ekvibiaxiální (dvouosá rovnoměrná napjatost)
- Zkouška tahem při nulových příčných posuvech (rovinná deformace)
- Zkouška objemové stlačitelnosti (v trojosé rovnoměrné napjatosti)

Z hlediska formulace funkce hustoty deformační energie se hyperelastické konstitutivní modely pro izotropní téměř nestlačitelné materiály dělí na dvě skupiny: [3]

- Fenomenologické (např. Mooney-Rivlin, Ogden, Yeoh)
- Strukturní (např. Neo-Hooke, Arruda-Boyce)

5.1.1 Fenomenologické modely

V případě fenomenologických modelů je funkce hustoty deformační energie určena z tenzorů přetvoření a deformace (např. modifikovanými invarianty nebo hlavními poměrnými protaženími tenzoru deformace) a materiálovými parametry, které nemají jasný fyzikální význam. Jedná se o matematický zápis funkce bez ohledu na strukturu materiálu, který splňuje požadavky nulové hustoty deformační energie při nulové deformaci a rostoucí hodnoty hustoty deformační energie při rostoucí deformaci. Čistě matematická formulace často vede k problémům se stabilitou modelů vyšších polynomických řádů. Ta se projeví špatným až nesmyslným popisem chování materiálu v jiných typech napjatosti, než v kterých je podloženo experimentálními daty. Pokud jsou tedy např. dostupná pouze data ze statické jednoosé tahové zkoušky, je doporučeno použití jednoduchých modelů (využívající polynomy nízkých řádů). [3]

² Modifikace spočívá v oddělení tvarové změny deformace (deviátorové složky tenzoru) od změny objemové (volumetrické složky tenzoru).

Typickým představitelem fenomenologických hyperelastických konstitutivních modelů je např. 2-parametrový Mooney Rivlin, jehož funkce hustoty deformační energie je formulována následovně: [3]

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2$$

W – hustota deformační energie [MPa]

C_{10}, C_{01} – materiálové parametry (bez fyzikálního významu) [MPa]

$\bar{I}_1, \bar{I}_2$ – první a druhý modifikovaný invariant pravého Cauchy-Greenova tenzoru deformace [-]

d – parametr stlačitelnosti materiálu [MPa⁻¹]

J – třetí invariant tenzoru deformačního gradientu [-]

5.1.2 Strukturní modely

Potřeba většího množství experimentů pro fenomenologické modely vedla k vývoji konstitutivních modelů založených na mikromechanice, jelikož redukce množství experimentů v praxi výrazně snižuje finanční a časové náklady. V případě těchto strukturních hyperelastických konstitutivních modelů mají parametry modelu jasně daný fyzikální význam. Tyto modely se vyznačují dobrou predikční schopností chování materiálu i v jiných typech napjatosti, než které jsou podloženy experimentálními daty. [4] Typickým představitelem této skupiny modelů je např. Neo-Hook, jenž zavádí hustotu deformační energie následovně: [3]

$$W = \frac{G}{2}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2$$

W – hustota deformační energie [MPa]

G – počáteční modul pružnosti ve smyku [MPa]

$\bar{I}_1$ – první modifikovaný invariant pravého Cauchy-Greenova tenzoru deformace

d – parametr stlačitelnosti materiálu [-]

J – třetí invariant tenzoru deformačního gradientu [-]

5.1.3 Model Marlow

Software Abaqus umožňuje popis hyperelastického chování materiálu pomocí modelu Marlow, který se principiálně liší od výše zmíněných modelů. Tento model předpokládá hustotu deformační energie nezávislou na druhém invariantu tenzoru deformace stejně jako v případě modelů Neo-Hooke, Arruda & Boyce, Yeoh aj. Obecný zápis hustoty deformační energie má následující tvar: [5]

$$W = W_{dev}(\bar{I}_1) + W_{vol}(J_{el})$$

W – hustota deformační energie [MPa]

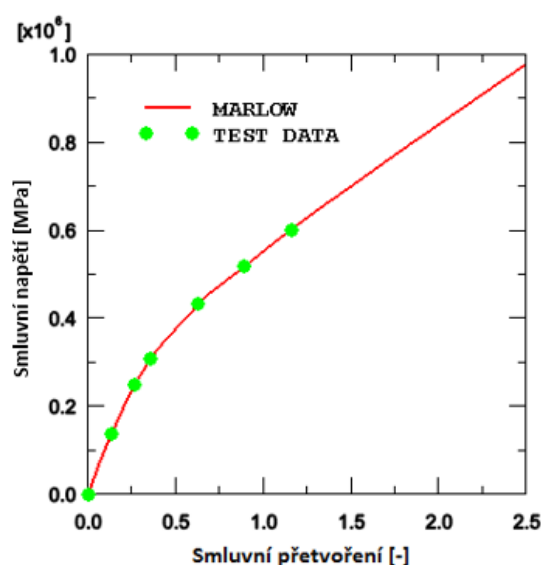
W_{dev} – deviátorová složka hustoty deformační energie [MPa]

$\bar{I}_1$ – první modifikovaný invariant pravého Cauchy-Greenova tenzoru deformace [-]

W_{vol} – volumetrická složka hustoty deformační energie [MPa]

J_{el} – elastický objemový poměr [-]

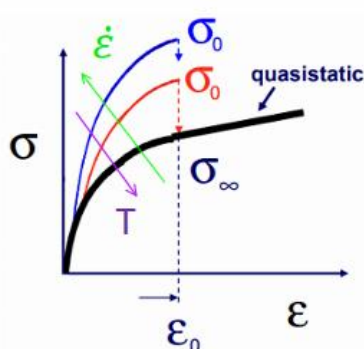
Všechny dosud zmíněné modely zavádějí hustotu deformační energie ve formě matematické funkce. Parametry těchto funkcí jsou stanoveny fitováním experimentálních závislostí napětí a přetvoření. Model Marlow využívá následujícího předpokladu: Pokud je hustota deformační energie závislá pouze na prvním invariantu tenzoru deformace, popis pomocí matematické funkce není potřebný, protože odezva materiálu je zcela určena z jediné mechanické zkoušky materiálu. Konstitutivní model přesně prokládá experimentální data získané z jednoosé tahové zkoušky, z biaxiální zkoušky nebo z tahové zkoušky s nulovými příčnými posuvy (viz Obr. 5.2) a chová se rozumně i v ostatních módech deformace. Algoritmus fitování křivky zde zcela odpadá. [6]



Obr. 5.2 Ukázka prokládání experimentálních dat užitím hyperelastického modelu Marlow. [5]

6 TEORIE VISKOELASTICITY

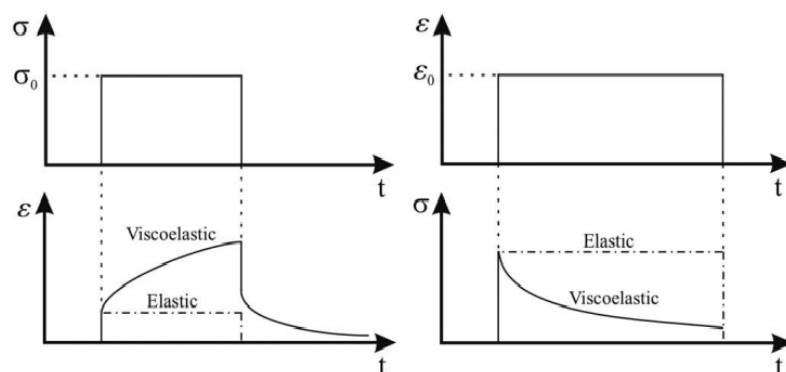
Elastomery se řadí mezi typické představitele viskoelastických materiálů. Takové materiály vykazují jak elastické chování pevných látek, tak viskózní chování kapalin během deformace [7]. Klíčovým faktorem odlišujícím, zda materiál vykazuje elastické nebo viskoelastické chování materiálu, je doba potřebná pro dosažení silové rovnováhy meziatomárních sil (rovnovážného stavu) po zatížení. [3] Je-li tato doba nezanedbatelná, klasifikujeme materiál jako viskoelastický a proměnná času musí být zahrnuta v konstitutivním vztahu mezi napětím a deformací. Typickým projevem viskoelastického chování je závislost materiálových charakteristik na rychlosti deformace a teplotě (Obr. 6.1), dále relaxace napětí a creep (Obr. 6.3). [7] Při zobrazení závislosti napětí a přetvoření vykazují viskoelastické materiály hysterezi³ (Obr. 6.2).



Obr. 6.1 Relaxace napětí s vlivem rychlosti zatěžování a teploty [10]



Obr. 6.2 Diagram napětí – přetvoření viskoelastického materiálu vykazující hysterezní chování [8]



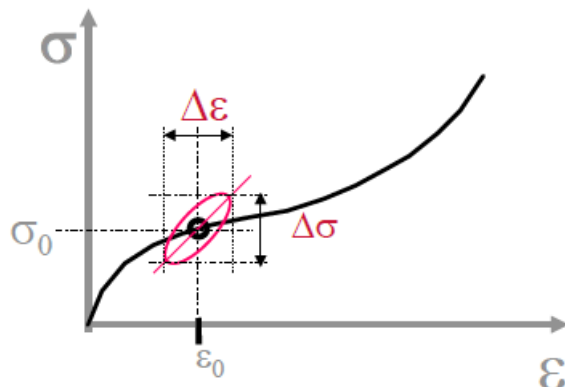
Obr. 6.3 Příklady charakteristických vlastností viskoelastických materiálů: creep při konstantním napětí (vlevo) a relaxace napětí při konstantním přetvoření (vpravo) [9]

6.1 LINEÁRNÍ VISKOELASTICITA

Z hlediska závislosti změny deformace na změně napětí se viskoelastická dělí na lineární a nelineární. Materiál nazýváme lineárně viskoelastický, pokud je napětí proporcionální vůči přetvoření v daný časový okamžik a platí princip superpozice. Lineární viskoelastická je díky své relativně jednoduché matematické formulaci a snadné implementaci do MKP kódů hojně užívaná v inženýrské praxi. Je však

³ Zatěžovací křivka není shodná s odlehčovací křivkou.

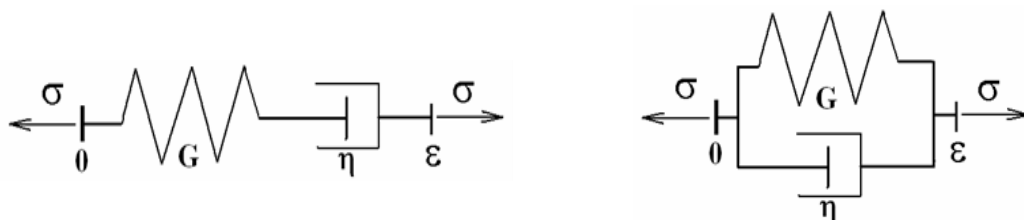
použitelná jen pro omezený rozsah hodnot napětí, přetvoření, času a teploty. Stanovení mezí, kdy je aproximace lineárním modelem akceptovatelná závisí především na rozsahu deformace, rozložení napjatosti, typu aplikace a zkušenosti. Lineární viskoelasticita je aplikovatelná pouze pro izotropní materiál [7].



Obr. 6.4 Použití lineární viskoelasticity pro oscilující zatížení kolem předepnutého stavu [10]

6.2 REOLOGICKÉ MODEL Y

Pro popis chování viskoelastických látek se nejčastěji využívá diferenciálních rovnic nejjednodušších reologických modelů při statickém nebo dynamickém zatěžování. Nejjednodušší model viskoelastického materiálu se skládá z lineární pružiny reprezentující elasticitu a lineárního (Newtonského) tlumiče reprezentujícího viskozitu. Tyto základní prvky mohou být spojeny buďto sériově (Maxwellův model) nebo paralelně (Voigtův model). [10]

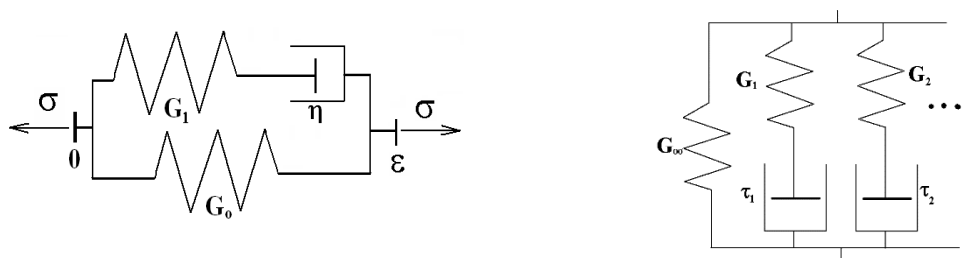


Obr. 6.5 Maxwellův model (vlevo) a Voigtův model (vpravo) [3]

Zatímco Maxwellův model je schopen popsat relaxaci napětí, Voigtův model je vhodný pro popis creepového chování. Pro materiály užívané v praxi je však zapotřebí model, který dokáže popsat oba zmíněné jevy. To vedlo k vzniku tří parametrického modelu (Standard Linear Solid), jenž kombinuje výhody obou zmíněných základních reologických modelů. Tento model je schopen dobře popsat viskoelastické chování kvalitativně, kvantitativně však pouze v relativně úzkém pásmu teplot a času (resp. frekvence). Jelikož elastomery vykazují kromě okamžité elastické odezvy na deformační a teplotní zatížení také sérii relaxačních mechanismů⁴, je potřeba použít několik paralelně seřazených Maxwellových modelů pro přesné popsání deformačně-napěťových stavů přes velký rozsah hodnot teploty a času (resp. frekvence). To vede

⁴ V reálném elastomeru potřebují jednotlivé molekulární řetězce rozdílný čas k relaxaci. Popis s jedním relaxačním časem vede k nepřesnému popisu chování materiálu

k spektru Maxwellových elementů s různými tuhostmi a relaxačními časy. Tento model se nazývá zobecněný Maxwellův model. Pro popis relaxačního spektra se používá Pronyho řada. [10]

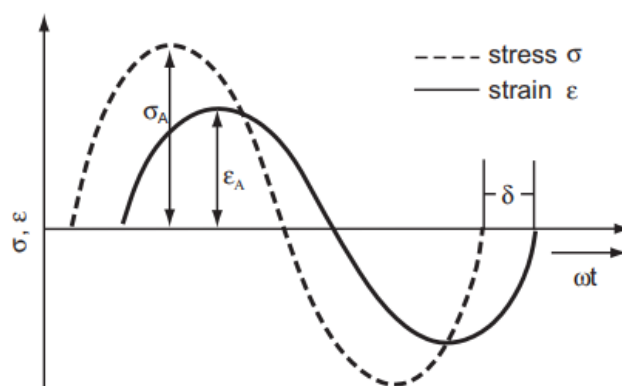


Obr. 6.6 Kelvinův model – Standard linear solid (vlevo) a Zobecněný Maxwellův model (vpravo) [3]

Stejně jako v případě hyperelastických konstitutivních modelů i zde je třeba modelovat odděleně deviátorovou a volumetrickou složku deformace zvlášť. Jelikož je viskózní složka deformace u objemové změny podstatně méně výrazná, modeluje se objemová změna často jako čistě elastická. [3]

6.3 CHARAKTERISTIKY VISKOELASTICKÉHO MATERIÁLU PŘI CYKlickÉM ZATÍŽENÍ

V případě dynamického zatížení vykazují časové průběhy napětí a přetvoření fázový posun δ . Závislost mezi napětím a přetvořením je ovlivněna frekvencí zatěžování, a tedy i moduly pružnosti jsou na ni závislé. [11]



Obr. 6.7 Časový průběh napětí a přetvoření viskoelastického materiálu při harmonickém zatěžování [12]

V oblasti platnosti lineární viskoelastivity má napěťová odezva stejnou frekvenci jako deformační zatížení. [12]

6.3.1 Komplexní modul pružnosti

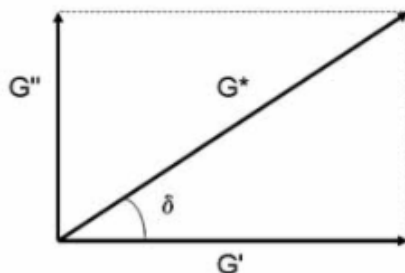
Poměr amplitud napětí a přetvoření reprezentující tuhost materiálu se nazývá komplexní modul pružnosti⁵ a jeho magnituda je dána vztahem: [12]

⁵ V závislosti na módu deformace rozlišujeme komplexní moduly pružnosti E^* (v jednoosém tahu), G^* (ve smyku), K^* (objemový) a L^* (lamého).

$$|G^*| = \frac{\sigma_A}{\varepsilon_A}$$

Komplexní modul pružnosti se skládá z elastického (angl. storage) modulu G' (reálná složka) a ztrátového (angl. loss) modulu G'' (imaginární složka). Tyto moduly můžeme zobrazit ve fázové rovině, kde jsou vzájemně fázově posunuty o pravý úhel a lze tedy vyjádřit komplexní modul pružnosti z elastického a ztrátového modulu pomocí Pythagorovy věty: [12]

$$|G^*| = \sqrt{[G'(\omega)]^2 + [G''(\omega)]^2}$$



Obr. 6.8 Schématické znázornění vztahů mezi reologickými parametry ve fázové rovině: Komplexní modul pružnosti ve smyku (G^*), Elastický modul (G') a Ztrátový modul (G'') [13]

6.3.2 Elastický modul

Elastický modul je měřítkem elastické odezvy materiálu (tzv. komponenta ve fázi). Tento modul je proporcionální akumulované energii v jednom cyklu zatěžování. Z komplexního modulu pružnosti může být vyjádřen následovně: [12]

$$G'(\omega) = |G^*| \cdot \cos(\delta)$$

6.3.3 Ztrátový modul

Ztrátový modul je měřítkem viskózní odezvy materiálu (tzv. komponenta mimo fázi). Tento modul reprezentuje energetické ztráty (především teplo). Je proporcionální ztrátové energii během jednoho cyklu zatěžování. Z komplexního modulu je analogicky vyjádřen jako: [12]

$$G''(\omega) = |G^*| \cdot \sin(\delta)$$

6.3.4 Fázový úhel δ

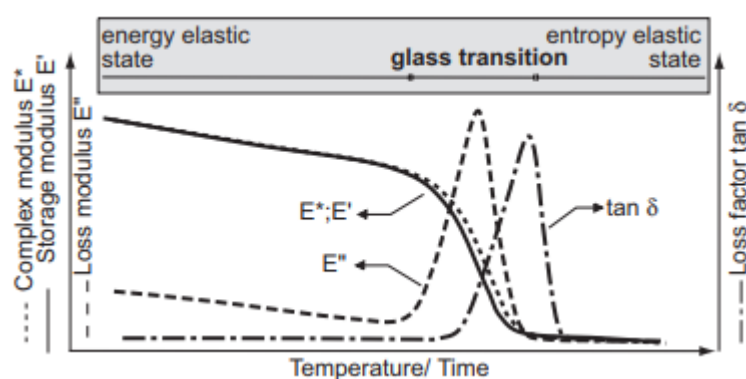
Fázový úhel definuje fázový posuv mezi napětím a přetvořením. Jeho hodnoty náleží intervalu od 0° (čistě elastická látka) do 90° (čistě viskózní látka). [12]

6.3.5 Ztrátový faktor $\tan(\delta)$

Ztrátový faktor je poměrem ztrátového modulu k elastickému modulu. Je měřítkem energetických ztrát. Reprezentuje mechanické tlumení nebo vnitřní tření viskoelastického systému. Ztrátový faktor je bezrozměrná poměrová veličina. Vysoká hodnota indikuje, že materiál má výraznou neelastickou deformační složku a naopak. Matematické vyjádření je tedy: [12]

$$\tan(\delta) = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)}$$

Na Obr. 6.9 jsou zobrazeny typické závislosti jednotlivých parametrů na teplotě a času pro amorfni polymery. Při nízkých teplotách jsou molekulární řetězce nehybné a vykazují vysokou tuhost i při oscilujícím zatížení. Tento stav se nazývá zesklnění (angl. glassy state). Se zvyšující se teplotou roste pohyblivost molekulárních řetězců. To má za následek pokles tuhosti, neboť molekulární řetězce reagují na zatížení vzájemným přeskupováním. Termosety a elastomery mají kromě vazeb mezi atomy uhlíku také chemické provázání (angl. crosslinks), které je zachováno bez ohledu na změně teploty. V případě elastomerů je počet těchto vazeb řádově větší, což umožňuje velké tvarové změny za zvýšených teplot. Stav za zvýšených teplot, kdy materiál vykazuje nízkou tuhost a velké tvarové změny se nazývá kaučukovitý (angl. rubbery state). Přejchod mezi skelným a kaučukovitým stavem se nazývá skelný přechod. Hodnota storage modulu v této oblasti řádově klesá v důsledku zahřívání. Hodnota ztrátového modulu zde naopak dosahuje svého maxima v důsledku maximálního možného vnitřního tření. [12]



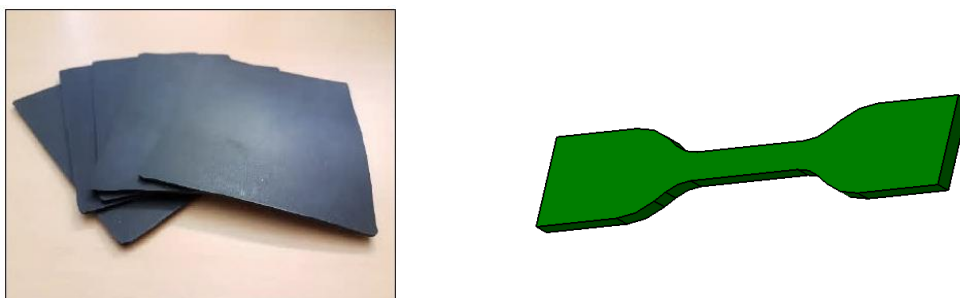
Obr. 6.9 Typická závislost materiálových charakteristik amorfního polymeru na teplotě a čase. [12]

7 VSTUPNÍ EXPERIMENTÁLNÍ DATA

Všechna zde popsaná experimentální měření byla provedena na externím specializovaném pracovišti.

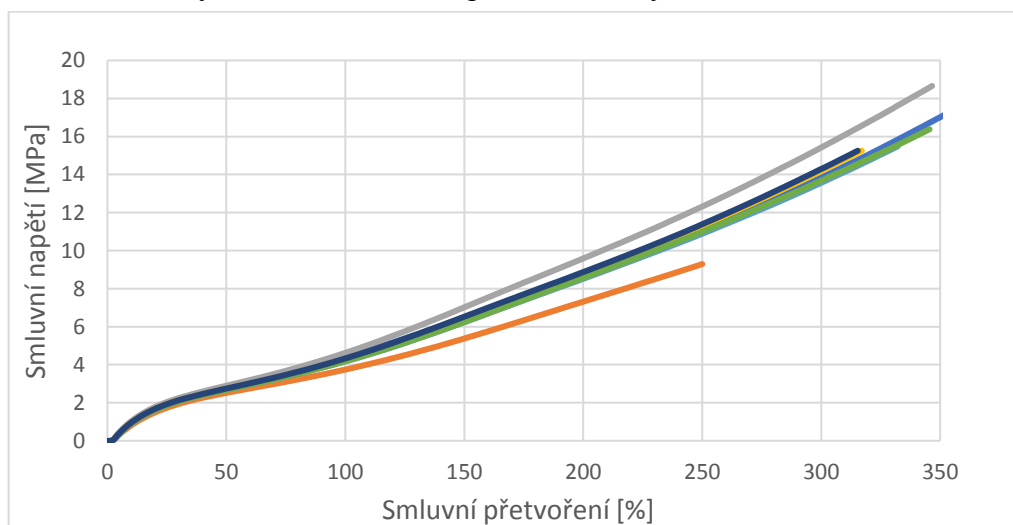
7.1 JEDNOOŠÁ TAHOVÁ ZKOUŠKA

Základní zkouškou pro určení materiálových charakteristik je zkouška tahem v jednoosé napjatosti. Zkušební vzorky byly vystřiženy z plátů materiálu ve tvaru vzorku S2 definovaného normou DIN 53 504.

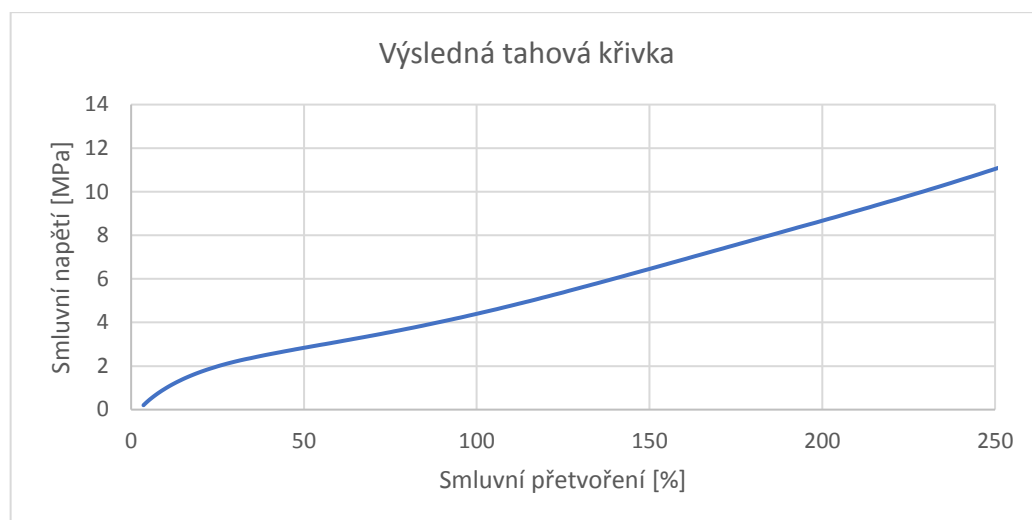


Obr. 7.1 Pláty materiálu pro vystřižení vzorků (vlevo) a vzorek pro tahovou zkoušku (vpravo)

Měřeno bylo 7 vzorků. Výsledná závislost napětí a přetvoření je určena průměrováním přetvoření změřených křivek a korekcí posunu do nuly.



Obr. 7.2 "Surová data" ze sedmi tahových zkoušek



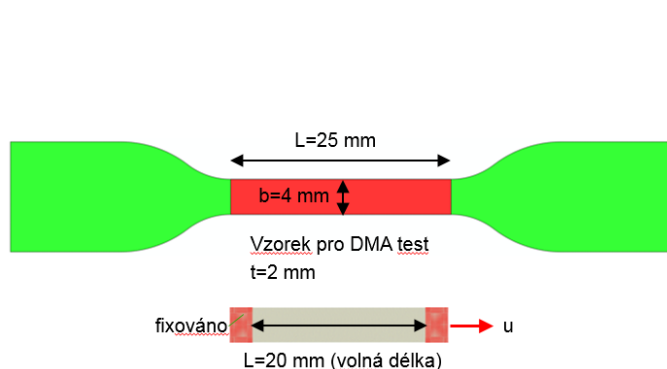
Obr. 7.3 Výsledná tahová křivka

7.2 DYNAMICKÁ MECHANICKÁ ANALÝZA (DMA)

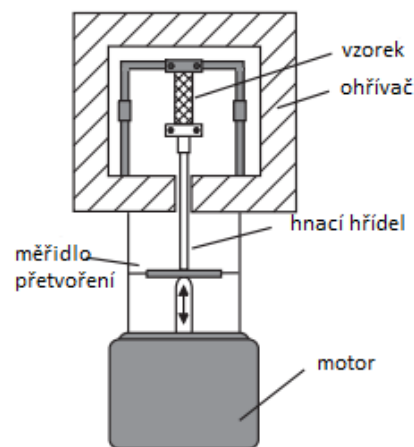
DMA je metoda umožňující sledování deformačně-napětové odezvy materiálu při harmonickém silovém nebo deformačním zatěžování. Odezva může být sledována jako funkce teploty, času, frekvence, prostředí a kombinací těchto veličin. Zatěžovat je možné v tahu, ohybu, tlaku nebo smyku. Analytické veličiny získané z této analýzy jsou amplitudy napětí a přetvoření spolu s jejich vzájemným fázovým posunem δ . [12] Z těchto veličin jsou následně stanoveny materiálové charakteristiky již popsány v kap. 7. Výstupy z této analýzy jsou použity pro popis viskoelastického chování materiálu ve výpočtovém modelu.

7.2.1 Popis měření

Měření bylo provedeno při vertikálním harmonickém deformačním zatížení v tahu. Zkušebním vzorkem byl výstřížek střední části vzorku pro tahovou zkoušku s konstantním průřezem. Frekvenční rozsah měření je 10 až 100 Hz. Vzorek byl předepnut o hodnotu amplitudy posuvu z důvodu zabránění vybočování v tlaku při cyklickém zatížení.

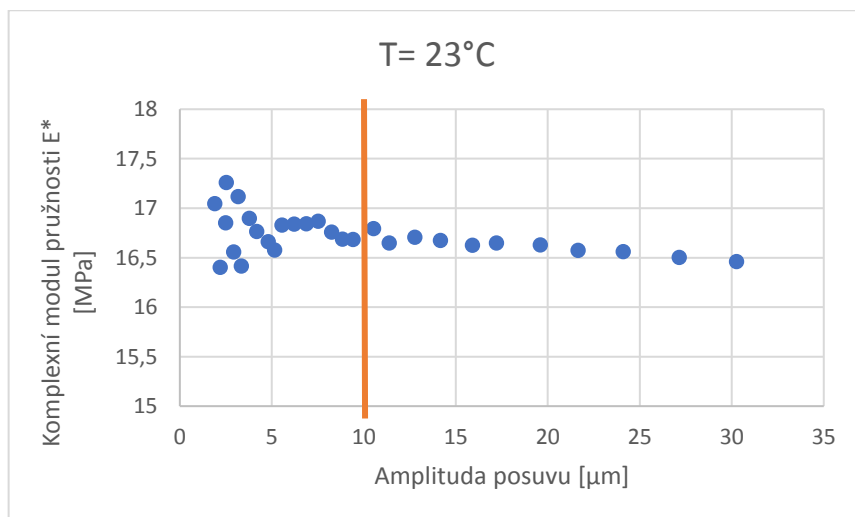


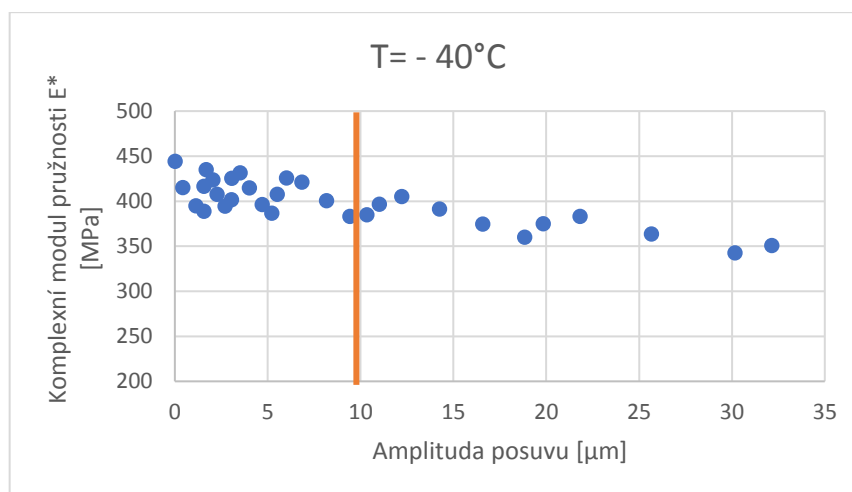
Obr. 7.4 Zkušební vzorek pro DMA



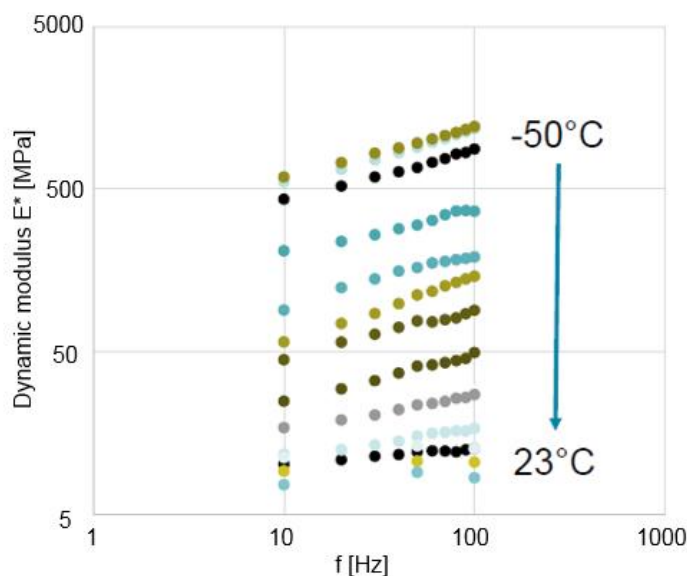
Obr. 7.5 Uspořádání měřicího zařízení DMA [12]

Před samotným měřením je nezbytné určit vhodnou amplitudu zatížení. Maximální velikost amplitudy zatížení je omezena hranicí použitelnosti lineární viskoelasticity. Tato hranice může být nalezena takovým způsobem, že se postupně zvětšuje amplituda zatížení na dané frekvenci a sleduje se změna materiálových charakteristik (např. komplexního modulu pružnosti). V oblasti lineární viskoelasticity jsou materiálové charakteristiky na základě Boltzmanova principu superpozice nezávislé na amplitudě zatížení. [11] Změna komplexního modulu byla sledována pro hodnoty amplitudy posuvu od 2 do 30 μm při teplotách 20 $^{\circ}\text{C}$ a -40 $^{\circ}\text{C}$. Pro měření materiálových charakteristik byla následně zvolena amplituda posuvu 10 μm .

Obr. 7.6 Stanovení amplitudy deformačního zatížení při teplotě 23 $^{\circ}\text{C}$

Obr. 7.7 Stanovení amplitudy deformačního zatížení při teplotě -40°C

Jelikož potřebujeme stanovit materiálové charakteristiky v širším rozsahu frekvencí, než je měřicí rozsah, měření je provedeno při několika teplotách, což umožňuje následnou extrapolaci naměřených dat užitím časově-teplotní superpozice.

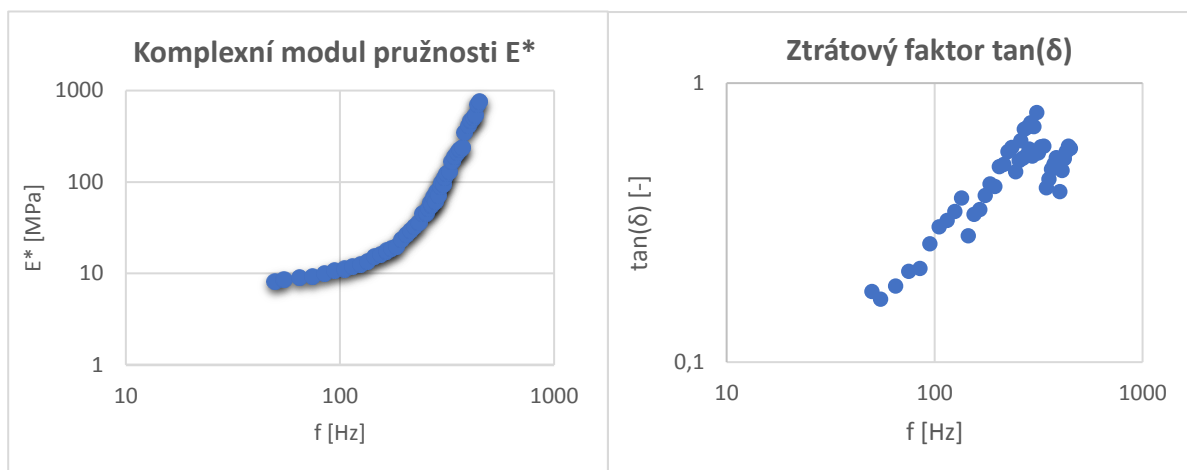
Obr. 7.8 Hodnoty komplexního modulu pružnosti v měřicím frekvenčním rozsahu pro několik teplot od -50°C do 23°C

7.2.2 Časově-teplotní superpozice (TTS)

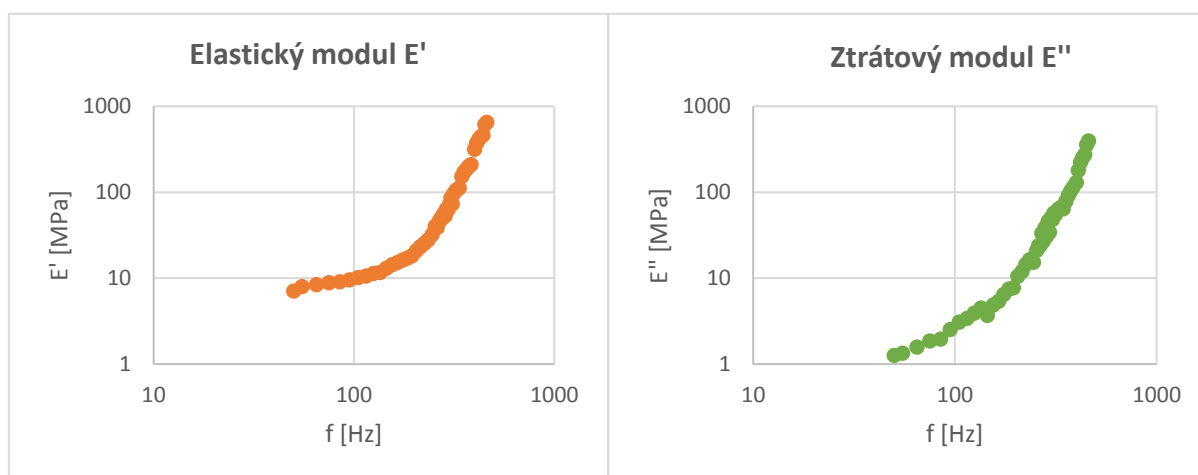
Definice TTS říká, že při splnění určitých předpokladů se čas a teplota v případě zkoušek viskoelastických materiálů chovají jako ekvivalentní parametry. Jejich souvislost vyplývá z teorie kaučukovité elasticity. Experimenty ukazují, že časové (frekvenční) závislosti materiálových charakteristik pro různé teploty mají v logaritmickém zobrazení podobný, vzájemně posunutý tvar. To umožňuje určení materiálových charakteristik při jiných teplotách, než při kterých bylo měřeno, posunutím měřené křivky podél časové (frekvenční) osy v logaritmických souřadnicích. [14] William, Landel a Ferry dokázali, že hodnota o kolik se dané závislosti posunují (tzv. shift faktor) lze obecně vyjádřit jako funkci teploty. Určili tzv.

WLF rovnici, jenž je platná pro většinu amorfních polymerů v blízkosti teploty skelného přechodu. Pro určení tzv. shift faktoru při teplotách vzdálených od teploty skelného přechodu slouží Arrheniova funkce, jenž je odvozena na základě aktivační energie relaxace. [10]

V kontextu této práce je TTS využita v opačném smyslu. Na základě výše zmíněného můžou být křivky materiálových charakteristik pro různé teploty posunuty podél frekvenční osy v logaritmických souřadnicích. Použitím správných hodnot shift faktorů docílíme vzájemné návaznosti jednotlivých křivek a vzniká tzv. Master křivka, tj. křivka vztažená k požadované referenční teplotě. [10] Tím je dosaženo extrapolace křivek materiálových charakteristik do širšího frekvenčního rozsahu, než je měřicí rozsah. Jako referenční teplota, při níž budeme definovat materiálové charakteristiky, je zvolena pokojová teplota 23°C. Master křivky komplexního modulu pružnosti, elastického modulu a ztrátového modulu jsou spolu se ztrátovým faktorem vykresleny v následujících grafech.



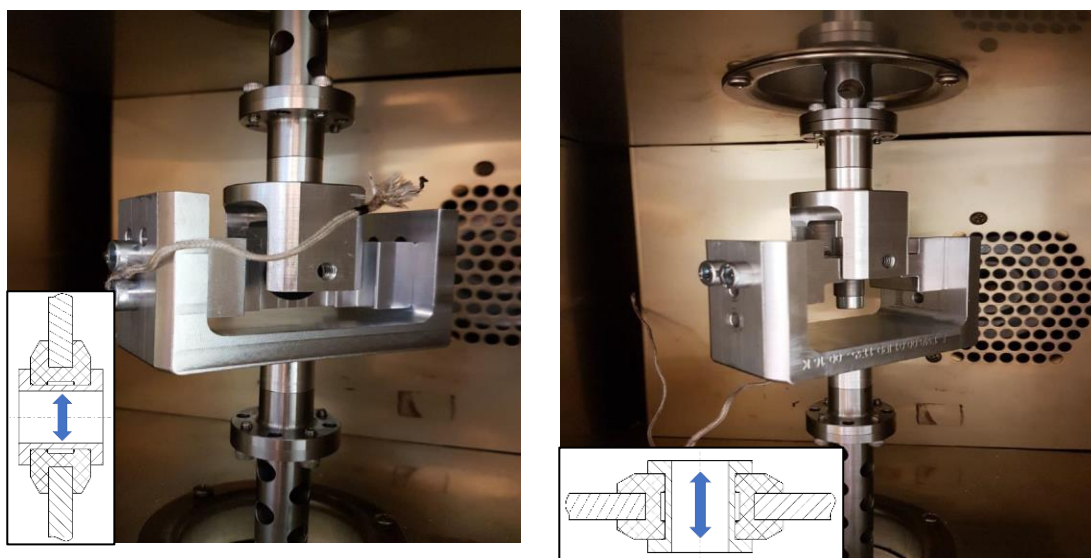
Obr. 7.10 Master křivka komplexního modulu pružnosti pro referenční teplotu 23 °C (vlevo), ztrátový



Obr. 7.9 Master křivky elastického modulu (vlevo) a ztrátového modulu (vpravo) pro referenční teplotu 23 °C

7.3 MĚŘENÍ DYNAMICKÉ TUHOSTI GROMMETU

Měření dynamické tuhosti grommetu probíhalo ve dvou zátěžných módech. V axiálním a radiálním směru. Pro tento účel byl zkonstruován modulární přípravek umožňující měření v obou směrech.



Obr. 7.11 Přípravek pro měření v radiálním směru (vlevo) a v axiálním směru (vpravo)

Zatížení v obou případech bylo harmonické deformačního charakteru s amplitudou 0,1 mm (podle specifikace zákazníka) s konstantním předpětím silou 13 N. Rozsah měření je 50 až 200 Hz. Měření při teplotách 23 °C, -10 °C a -30 °C umožňuje extrapolaci dat užitím časově-teplotní superpozice do požadovaného frekvenčního rozsahu 50 až 450 Hz.

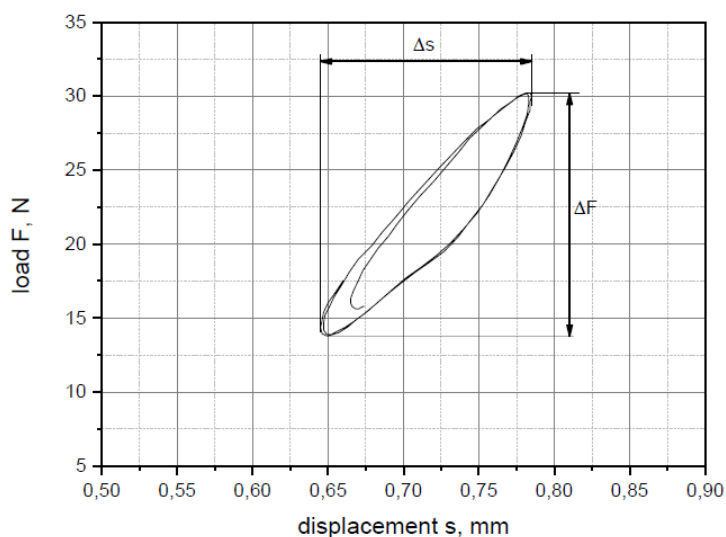
Dynamická tuhost je pro danou frekvenci zatížení vyjádřena z maximálního rozkmitu hysterezní smyčky po ustálení v čase $t=10s$.

$$E_{dyn} = \frac{\Delta F}{\Delta s}$$

Kde: - E_{dyn} – dynamická tuhost [N/mm]

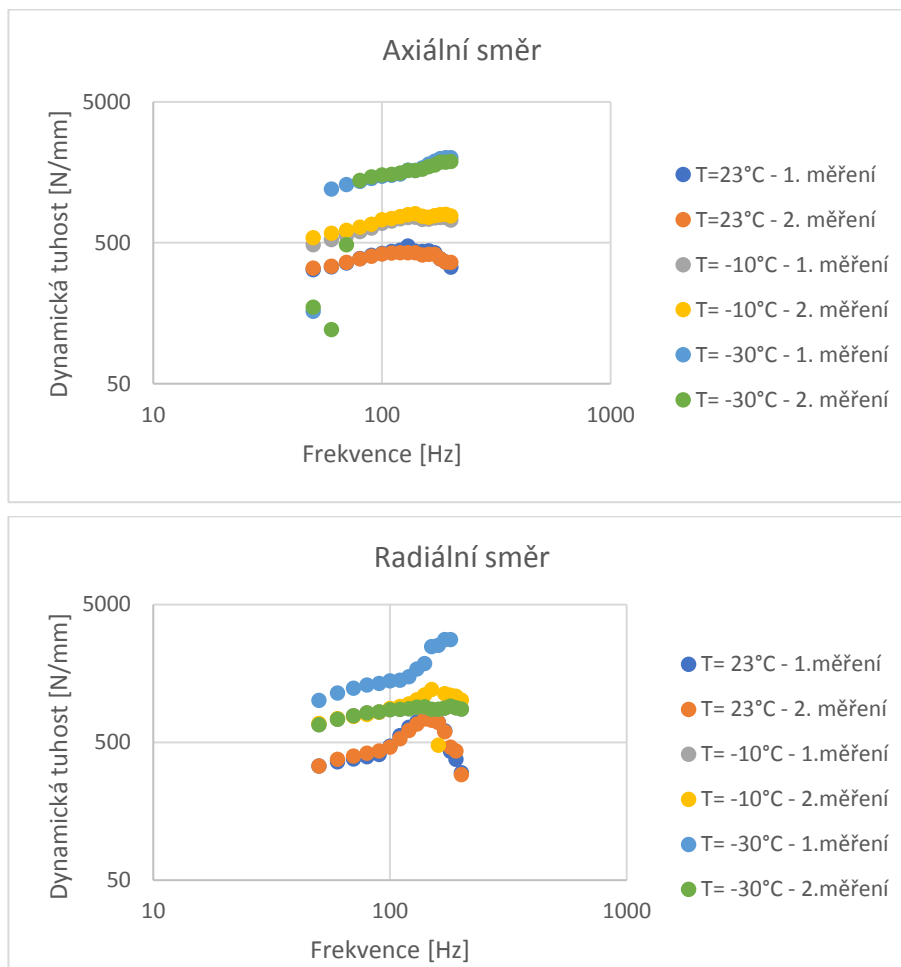
- ΔF – rozkmit síly [N]

- Δs – rozkmit posuvu [mm]

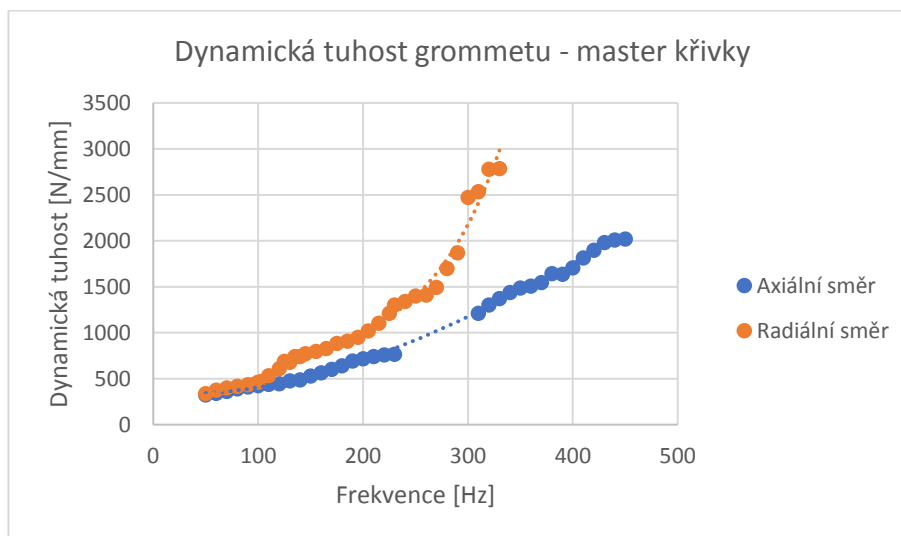


Obr. 7.12 Určení dynamické tuhosti z cyklické zkoušky

Závislost dynamické tuhosti na frekvenci z jednotlivých měření a následně sestrojené master křivky jsou zobrazeny v následujících grafech.



Obr. 7.13 Měřená závislost dynamické tuhosti grommetu na frekvenci při axiálním a radiálním zatěžování



Obr. 7.14 Master křivky dynamické tuhosti grommetu v axiálním a radiálním směru

8 VÝPOČTOVÝ MODEL

Model geometrie součástí byl vytvořen v CAD softwaru CATIA V5. Příprava výpočtového modelu (tzv. Pre-processing) byla provedena v Pre-processoru ANSA. Řešení a zpracování výsledků bylo provedeno v MKP softwaru Abaqus. Simulace byla provedena pro stejné typy zatížení, jako experimentální měření grommetu, tzn. oscilující zatížení v axiálním a radiálním směru.

8.1 TYP ANALÝZY

Pro simulaci předpětí v silentbloku je použita statická úloha s velkými deformacemi. Pro sledování závislosti tuhosti silentbloku na frekvenci zatěžování je zvolena tzv. „Přímá dynamická analýza ustáleného stavu“ (angl. Direct-solution steady-state dynamic analysis). Tento typ analýzy počítá ustálenou dynamickou linearizovanou odezvu materiálu na harmonické buzení. Pro analýzy zahrnující viskoelastické chování materiálu je přímá metoda přesnější než ostatní alternativy v softwaru Abaqus. Rovnovážný stav, kolem kterého osciluje zatížení, je deformovaný stav z předchozí statické úlohy. Odezva soustavy je zde počítána ve formě amplitud a fází veličin na daných frekvencích zatěžování.

8.2 MODEL MATERIÁLU

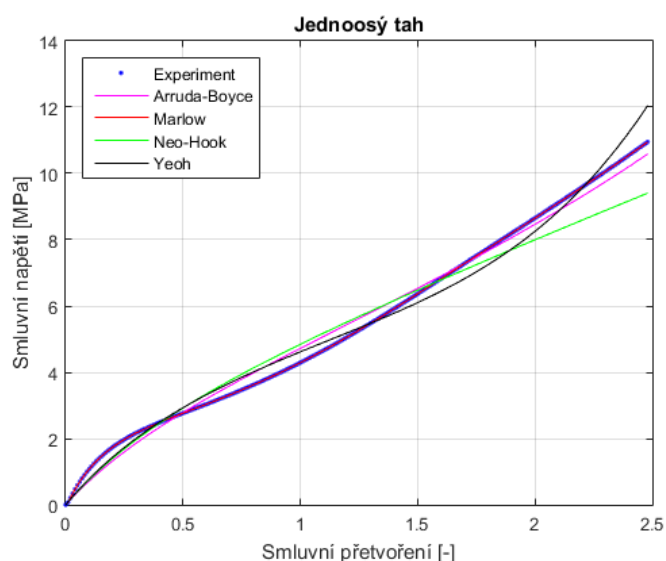
Vložka je vyrobena z oceli a je tedy popsána lineárně elastickým modelem materiálu, jenž je určen Youngovým modulem pružnosti $E=2,1$ GPa a Poissonovou konstantou $\mu=0,3$. Silentblok je vyroben z gumy pod označením EPDM tvrdosti Shore A41. Model materiálu silentbloku je určen hyperelastickým a lineárním viskoelastickým konstitutivním vztahem. Jelikož je objemová složka deformace nepodstatná, považujeme gumu ve výpočtovém modelu za téměř nestlačitelnou.

8.2.1 Určení hyperelastického konstitutivního modelu

Předchozí simulace vibrací gumového silentbloku ukázaly, že hodnoty skutečných (logaritmických) přetvoření v silentbloku nabývají hodnot do 0,1. Pro kalibraci hyperelastického konstitutivního modelu jsou k dispozici pouze data z jednoosé tahové zkoušky. Na základě těchto skutečností je provedena kalibrace následujících modelů:

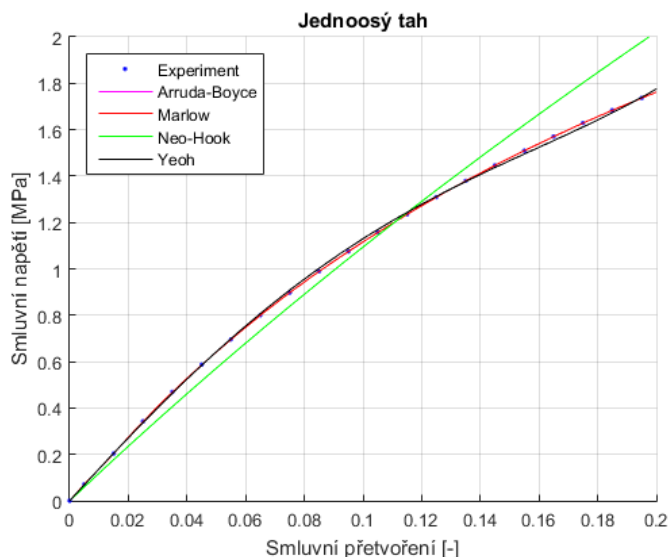
- Arruda-Boyce
- Neo-Hooke
- Marlow
- Yeoh (3.řádu)

Stanovení parametrů zmíněných modelů, posouzení stability a proložení závislosti napětí a přetvoření v případě Marlow modelu je provedeno v softwaru Abaqus. Software vyčíslí parametry jednotlivých modelů a uvede, pro jaký rozsah přetvoření je model stabilní. Avšak klíčová je vizuální kontrola křivek odezvy materiálu, neboť stabilita modelu z matematického hlediska nezaručuje správné chování modelu. Závislosti smluvních napětí a přetvoření jednotlivých modelů i pro jiné typy napjatosti umožňující posouzení jejich predikční schopnosti jsou vykresleny v Obr. 8.1, Obr. 8.2, Obr. 8.3 a Obr. 8.4

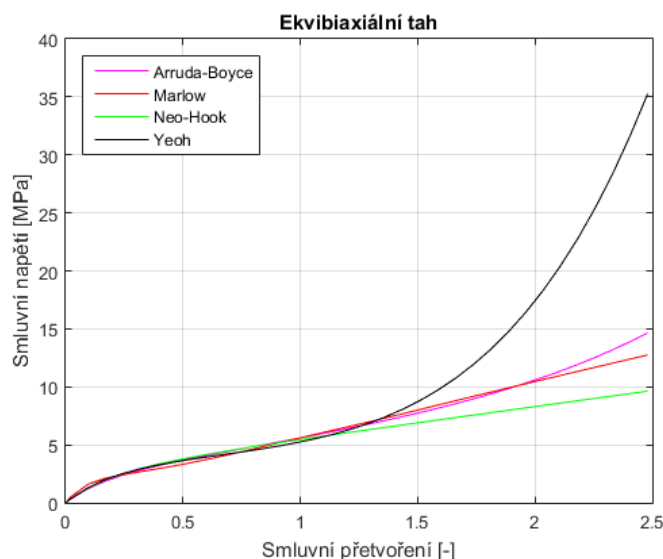


Obr. 8.1 Fitování jednoosé tahové křivky hyperelastickými konstitutivními modely. Model Marlow kopíruje experimentální data s minimální odchylkou.

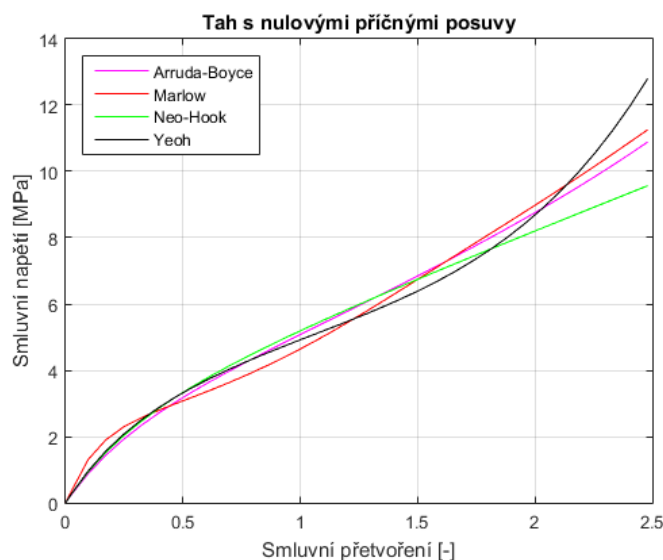
Z porovnání křivek odezvy modelů při jednoosém tahovém zatížení a experimentální křivky je patrné, že jednotlivé modely popisují odezvu materiálu při jednoosém zatížení přiměřeně přesně pouze v určitých rozsazích přetvoření. Pouze model Marlow popisuje odezvu materiálu velmi přesně v celém rozsahu, což vychází z jeho definice. Pro danou aplikaci je důležité, jak dobře jednotlivé konstitutivní modely popisují odezvu materiálu v rozsahu očekávaných přetvoření. Fitování je tedy provedeno v rozsahu přetvoření 0 až 20%.



Obr. 8.2 Fitování jednoosé tahové křivky hyperelastickými konstitutivními modely do 20% přetvoření. Model Marlow kopíruje experimentální data s minimální odchylkou. Velmi přesný fit vykazuje také model Yeoh. Fity modely Neo-Hook a Arruda-Boyce navzájem splývají.



Obr. 8.3 Predikce chování hyperelastických konstitutivních modelů v dvouosé rovnoměrné napjatosti
Z grafu pro ekvibiaxiální zatížení tahem je patrné, že model Yeoh není vhodný pro velké deformace nad 130% přetvoření, přestože ho software vyhodnotil jako stabilní.



Obr. 8.4 Predikce chování hyperelastických konstitutivních modelů při tahové zkoušce v rovinné deformaci
Na základě znázorněných závislostí napětí a přetvoření pro jednotlivé typy deformačně napěťových stavů je pro výpočtové modelování zvolen hyperelastický konstitutivní model Marlow, jelikož popisuje přesně chování materiálu při jednoosém tahovém zatěžování a zároveň je stabilní a dává „rozumné“ výsledky při ostatních typech namáhání. Dalším vhodným konstitutivním modelem v řešené oblasti deformací je model Yeoh.

8.2.2 Určení viskoelastického konstitutivního vztahu

Viskoelastický konstitutivní model je definován na základě naměřených materiálových charakteristik z DMA analýzy. Software Abaqus umožňuje dva způsoby definování modelu materiálu na základě těchto charakteristik ve frekvenční oblasti. Prvním způsobem je přímé zadání Pronyho parametrů, které můžou již být vyčísleny v jiném softwaru. Druhým

způsobem, zde použitým, je využití bezrozměrné relaxační funkce. Princip pro tvarovou složku deformace je následující (podle [15]):

Uvažujme harmonické smykové deformační zatížení:

$$\gamma(t) = \gamma_0 \exp(i\omega t)$$

kde: $\gamma(t)$...úhlové přetvoření v čase t
 γ_0 ...amplituda úhlového přetvoření
 ω ...úhlová frekvence
 t ...čas

Napěťová odezva v ustáleném stavu na uvedené zatížení je dána následujícím vztahem:

$$\tau(t) = [G'(\omega) + iG''(\omega)]\gamma_0 \exp(i\omega t)$$

kde: $G'(\omega)$...smykový elastický modul závislý na úhlové frekvenci ω
 $G''(\omega)$...smykový ztrátový modul závislý na úhlové frekvenci ω

Zavedeme-li bezrozměrnou smykovou relaxační funkci ve tvaru:

$$g(t) = \frac{G_R(t)}{G_\infty} - 1$$

kde: $g(t)$...bezrozměrná relaxační funkce ve smyku
 $G_R(t)$...časově závislý relaxační modul ve smyku
 G_∞ ...smykový modul pružnosti po odeznění přechodových jevů

Elastický a ztrátový smykový modul můžou být následně vyjádřeny ve smyslu (komplexní) Fourierovy transformace $g^*(\omega)$ bezrozměrné smykové relaxační funkce $g(t)$.

$$G'(\omega) = G_\infty [1 - \text{Im}(g^*)] \quad G''(\omega) = G_\infty [\text{Re}(g^*)]$$

kde: $\text{Im}(g^*)$...imaginární složka relaxační funkce $g(t)$ po Fourierově transformaci
 $\text{Re}(g^*)$...reálná složka relaxační funkce $g(t)$ po Fourierově transformaci

Reálná a imaginární složka Fourierovy transformace bezrozměrné relaxační funkce $g^*(\omega)$ může být tedy vyjádřena následovně:

$$\text{Re}(g^*) = \frac{G''}{G_\infty} \quad \text{Im}(g^*) = 1 - \frac{G'}{G_\infty}$$

Analogickým postupem můžeme vyjádřit zmíněné veličiny pro objemovou složku deformace⁶, ty však považujeme za předpokladu téměř nestlačitelného materiálu za nulové. Vstupní data se do softwaru Abaqus vkládají ve formě tabulky, která obsahuje hodnoty

⁶ Stejným postupem můžeme vyjádřit veličiny a funkce $k(t)$, $k^*(\omega)$, $K'(\omega)$, $K''(\omega)$, $\text{Re}(k^*)$ a $\text{Im}(k^*)$ pro objemovou složku deformace.

reálných a imaginárních složek Fourierovy transformace relaxačních funkcí pro dané frekvence zatížení.

Tab. 1 Hlavička tabulky pro definování parametrů viskoelastického modelu materiálu v softwaru Abaqus [5]

$Re(g^*)$	$Im(g^*)$	$Re(k^*)$	$Im(k^*)$	Frekvence
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Takto definované parametry mohou být přímo použity pro řešení linearizovaných úloh. Pro řešení nelineárních úloh jsou tyto parametry interně převedeny na Pronyho parametry. [5]

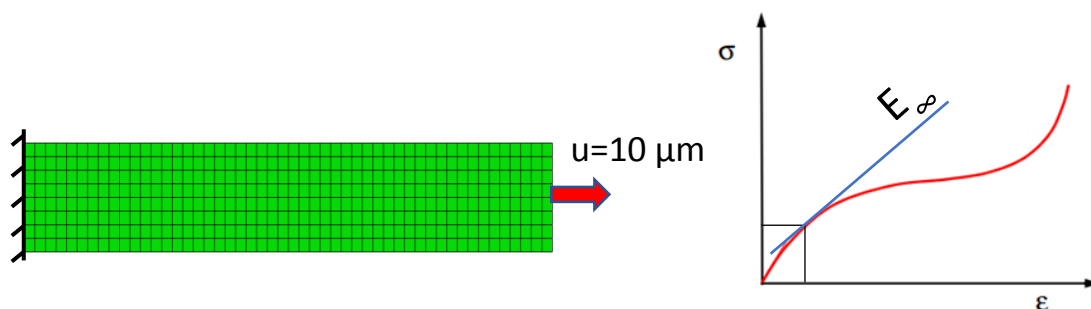
Průběh hodnot Elastického E' a ztrátového E'' modulu v jednoosé tahové napjatosti jsou určeny z DMA analýzy a následné časově-teplotní superpozice ve frekvenčním rozsahu 50 až 450 Hz (viz kap. 7.2). Za předpokladu nestlačitelnosti materiálu platí mezi moduly pružnosti v tahu a smyku vztah: [5]

$$G = \frac{E}{3}$$

kde: G ...modul pružnosti ve smyku

E ...modul pružnosti v tahu

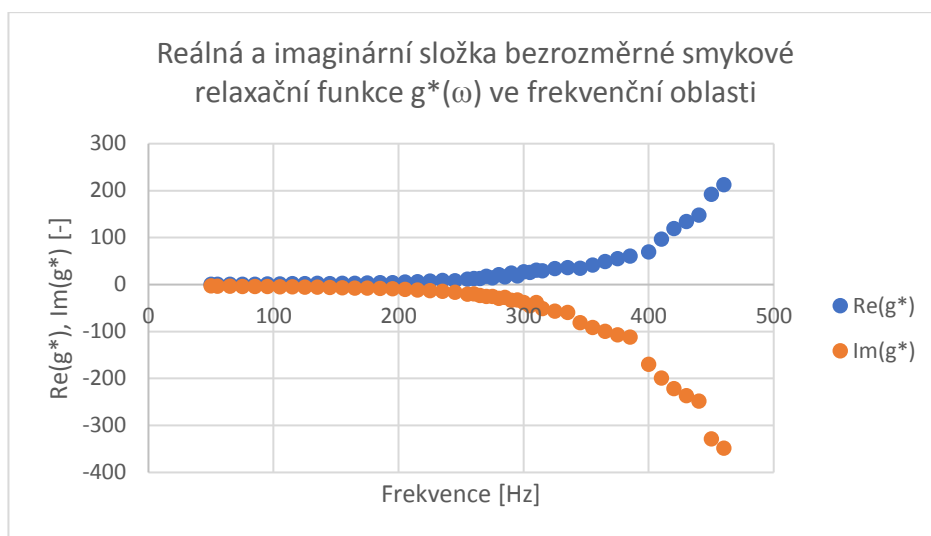
Elastický a ztrátový modul v tahu jsou podle výše uvedeného vztahu přepočteny na moduly ve smyku. Hodnota (statického) smykového modulu pružnosti po odeznění přechodových jevů G_∞ je určena ze simulace jednoosé tahové zkoušky DMA vzorku s definovaným hyperelastickým konstitutivním modelem materiálu. Vzorek je zatížen deformačně posuvem $u=10\mu\text{m}$. Tento deformačně-napět'ový stav je rovnovážný stav, kolem kterého vzorek během DMA analýzy osciluje. V tomto deformačně-napět'ovém stavu můžeme určit statický modul pružnosti v tahu metodou sečny a opět převést na smykový modul pružnosti G_∞ .



Obr. 8.5 Geometrie, okrajové podmínky a zatížení výpočtového modelu pro stanovení statického modulu pružnosti (vlevo). Určení modulu pružnosti v tahu metodou tečny (vpravo). [2]

Zde je nutno upozornit, že odezva materiálu při tahové zkoušce neodpovídá přesně odezvě materiálu po relaxaci (záleží na rychlosti zatížení). Přesněji lze modul pružnosti po odeznění přechodových dějů určit z DMA analýzy na velmi nízké frekvenci zatížení. Data na nízkých frekvencích ani na vyšších teplotách umožňujících extrapolaci do nízkých frekvencí zatěžování však nejsou změřena. Rychlost tahové zkoušky je tedy považována za dostatečně nízkou pro umožnění relaxačních mechanismů během zkoušky a stanovení modulu pružnosti G_∞ . Toto zjednodušení je třeba brát v úvahu při vyhodnocování výsledků.

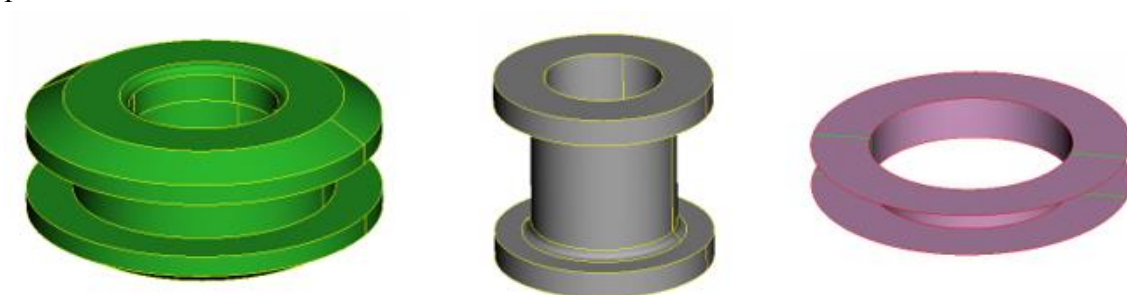
Následně jsou vypočteny reálná a imaginární složka Fourierovy transformace bezrozměrné relaxační funkce.

Obr. 8.6 Reálná a imaginární složka bezrozměrné smykové relaxační funkce $g^*(\omega)$ ve frekvenční oblasti

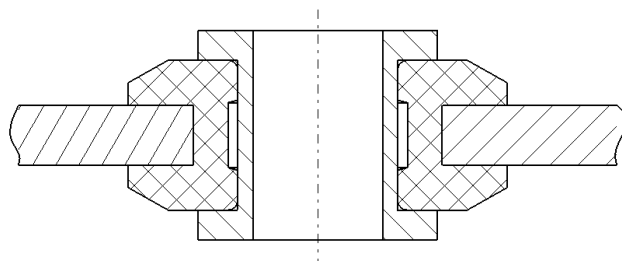
8.3 MODEL GEOMETRIE

Model geometrie se skládá ze tří jednoduchých axisymetrických těles. Prostorové CAD modely silentbloku a vložky odpovídají reálným součástem s nominálními rozměry. Namísto přípravku je ve výpočtovém modelu uvažováno dokonale tuhé těleso (plocha), jelikož deformačně napěťové stavy v přípravku nejsou předmětem zájmu a tuhost přípravku je mnohonásobně vyšší než vyšetřovaná tuhost silentbloku. Toto zjednodušení výrazně snižuje množství elementů a tím výpočtový čas.

Vzhledem k splnění podmínek axiální symetrie se zde nabízí tvorba zjednodušeného axisymetrického výpočtového modelu. Výpočtový model však bude používán v rámci firmy pro úlohy, kde nejsou splněny podmínky axiální symetrie. Proto je úloha řešena jako prostorová.



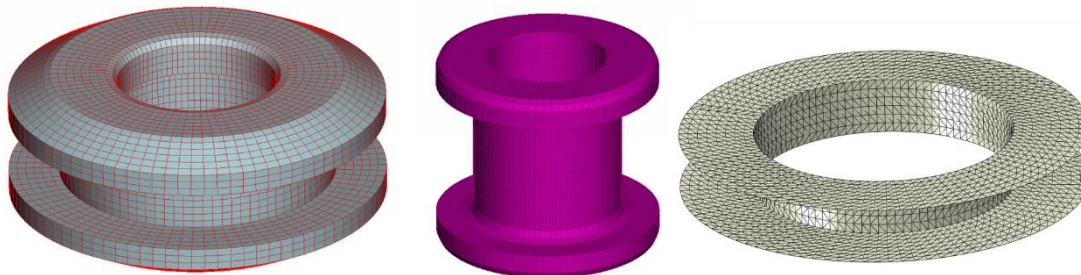
Obr. 8.7 CAD model gumového grommetu (vlevo), ocelové vložky (uprostřed) a zjednodušené dokonale tuhé plochy reprezentující ocelový přípravek (vpravo)



Obr. 8.8 Schématické zobrazení sestavy v řezu

8.4 DISKRETIZACE

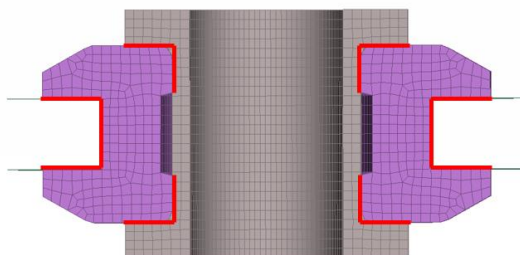
Jelikož se jedná o dynamickou úlohu, ve které je zkoumanou veličinou především tuhost součástí, a ne hodnocení napjatosti, je zde důraz kladen na rovnoměrnost sítě po celé geometrii tělesa. Pro diskretizaci ocelové vložky jsou použity konečné prvky pod označením C3D20. Jedná se o 20-ti uzlový prostorový kvadratický strukturální prvek. Pro diskretizaci tuhého tělesa jsou použity prvky pod označením STRI65. Jsou to 6-ti uzlové 2D kvadratické prvky. Silentblok je diskretizován prvky C3D20H. Jedná se o stejný typ prvku jako v případě vložky, avšak s hybridní formulací. Při použití téměř nestlačitelného modelu materiálu se Poissonova konstanta blíží hodnotě 0,5 a tím hodnota objemového modulu pružnosti nekonečnu. To má za následek obrovskou změnu hydrostatického tlaku při velmi malé změně volumetrického přetvoření. Při použití hybridní formulace elementu je hydrostatický tlak vedle posuvů dalším nezávislým stupněm volnosti, což vede k potlačení tohoto singulárního chování, a tedy i numerických problémů. [5]



Obr. 8.9 Diskretizovaná geometrie

8.5 NASTAVENÍ KONTAKTŮ

Z důvodu použití lineární dynamické analýzy není možné definovat kontakt se třením odpovídající realitě. Silentblok je tedy s vložkou a tuhým tělesem spojen kontaktem typu „Tie“, který sváže uzly na protilehlých kontaktních plochách. Toto zjednodušení je třeba brát v úvahu při vyhodnocování výsledků, neboť se dá očekávat zvýšená tuhost soustavy jako následek tohoto zjednodušení.

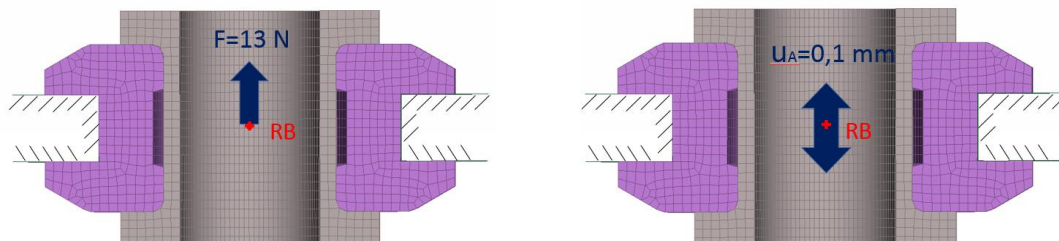


Obr. 8.10 Vyznačení kontaktních ploch (červeně). Na vnitřní straně silentbloku je vybrání, takže kontaktní plochy jsou pouze v horní a spodní části.

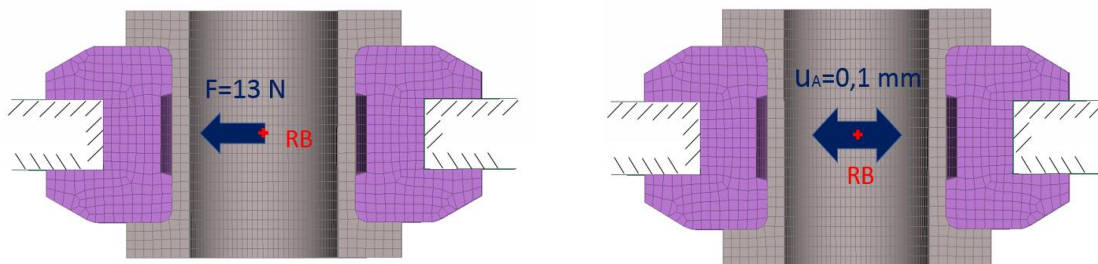
8.6 OKRAJOVÉ PODMÍNKY A ZATÍŽENÍ

Dokonale tuhé těleso reprezentující přípravek má zamezeny všechny stupně volnosti v průběhu celé simulace. Okrajová podmínka je předepsána na referenční bod (RB), který je přes constrain (svázání posuvů) spojen se všemi uzly dokonale tuhého tělesa.

Uzly vnější horní a spodní mezikruhové plochy vložky jsou také svázány přes constrain s jejím referenčním bodem. V prvním kroku výpočtu (statická nelineární úloha) je na referenční bod vložky předepsáno silové zatížení 13 N reprezentující předpětí při experimentu. V druhém kroku výpočtu (lineární dynamika) je na referenční bod vložky předepsána amplituda posuvu 0,1 mm.



Obr. 8.12 Zatížení a okrajové podmínky v prvním kroku (vlevo) a v druhém kroku (vpravo) výpočtu při axiálním zatěžování



Obr. 8.11 Zatížení a okrajové podmínky v prvním kroku (vlevo) a v druhém kroku (vpravo) výpočtu při radiálním zatěžování

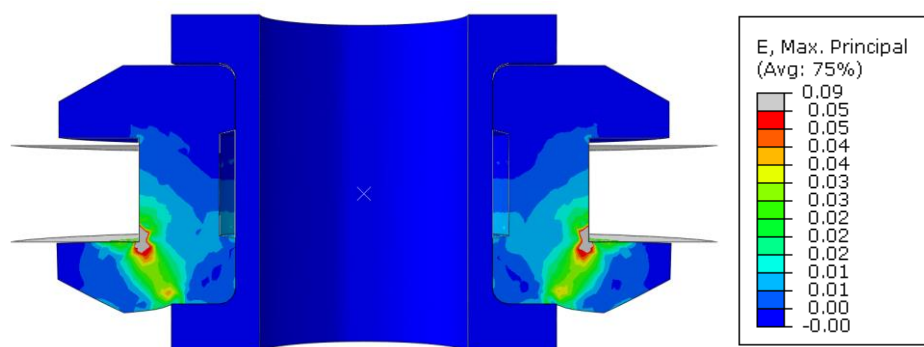
8.7 NASTAVENÍ ŘEŠIČE

Řešení probíhá ve dvou krocích. V prvním kroku probíhá statická úloha s velkými deformacemi. V druhém kroku probíhá linearizovaná dynamická úloha ve frekvenčním

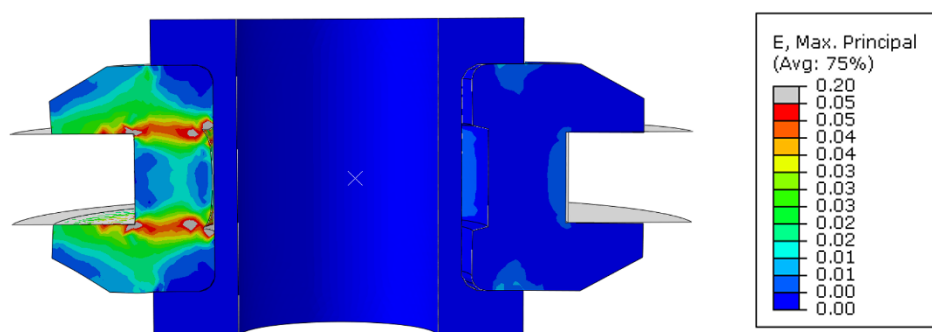
rozsahu 50 až 500 Hz s počtem 100 inkrementů. Frekvenčně závislémi výstupními parametry jsou napětí, přetvoření, posuvy a reakční síla v referenčním bodě dokonale tuhého tělesa.

9 VÝSLEDKY SIMULACE GROMMETU

Ze zobrazení pole přetvoření jsou patrné nejvíce namáhané oblasti grommetu. Přetvoření zde nabývají předpokládaných hodnot kolem 5%. Vlivem předpětí není pole přetvoření symetrické a v důsledku koncentrací v ostrých rozích a svázání posuvů vykazuje lokální extrémy.



Obr. 9.1 Rozložení pole největšího hlavního přetvoření při harmonickém zatížení s amplitudou posuvu v axiálním směru $u_{axial}=0,1$ mm



Obr. 9.2 Rozložení pole největšího hlavního přetvoření při harmonickém zatížení s amplitudou posuvu v radiálním směru $u_{radial}=0,1$ mm

Z hlediska řešeného problému je však sledovanou veličinou dynamická tuhost grommetu. Dynamická tuhost je z výsledků simulace vypočtena pomocí reakční síly v referenčním bodě tuhého tělesa a posuvu vložky dle vztahu:

$$E_{dyn} = \frac{F_{R,a}}{u_a}$$

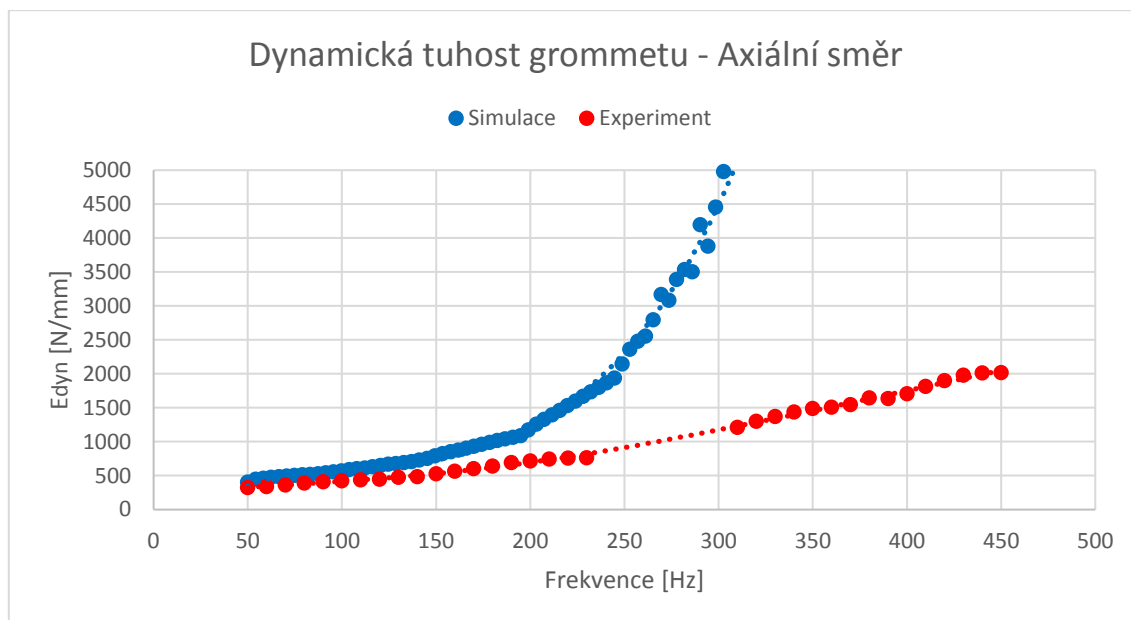
kde: E_{dyn} ...dynamická tuhost [N/mm]

$F_{R,a}$...amplituda reakční síly v referenčním bodě tuhého tělesa [N]

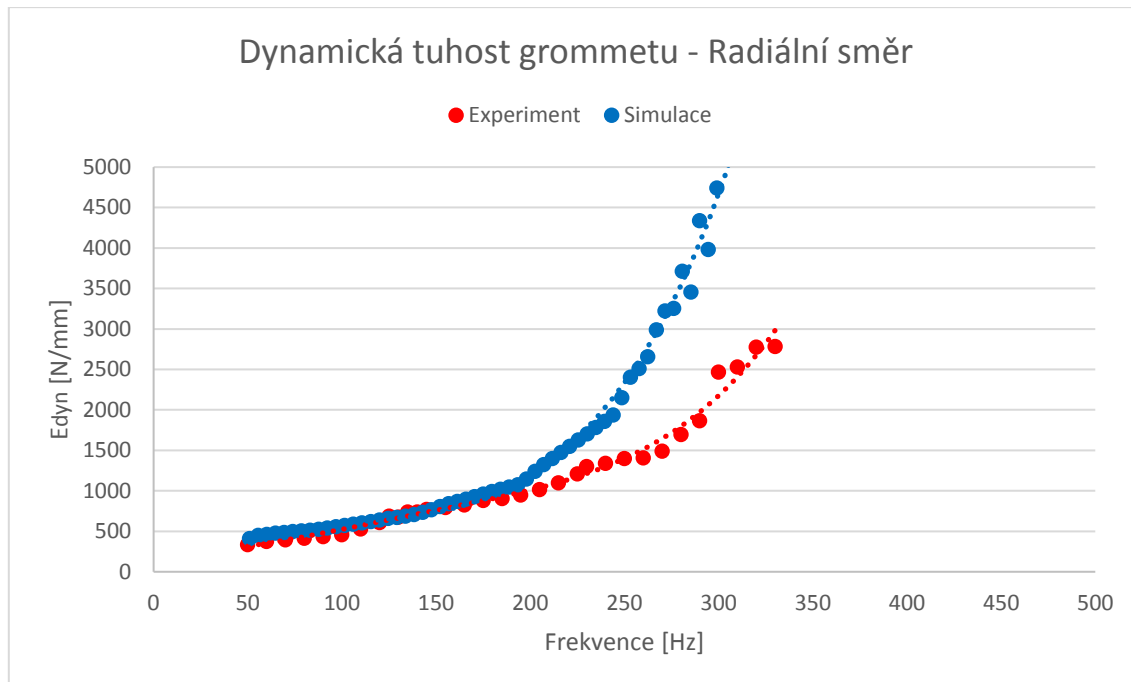
u_a ...amplituda posuvu vložky [mm]

9.1 ANALÝZA VÝSLEDKŮ A POROVNÁNÍ S EXPERIMENTEM

V následujících grafech je zobrazeno porovnání dynamické tuhosti grommetu vypočtené z výsledků simulace a výsledné tzv. master křivky dynamické tuhosti grommetu z experimentálního měření (viz. kap. 7.3) pro axiální a radiální směr zatěžování.



Obr. 9.3 Porovnání dynamické tuhosti grommetu získané experimentálním měřením a výpočtovým modelováním MKP pro axiální směr zatížení



Obr. 9.4 Porovnání dynamické tuhosti grommetu získané experimentálním měřením a výpočtovým modelováním MKP pro radiální směr zatížení

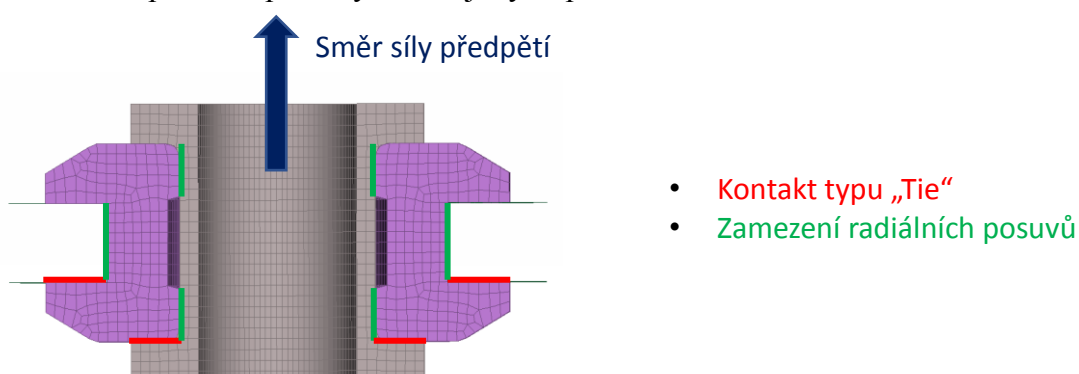
Z porovnání výsledků simulace a experimentu je patrná výrazná odchylka rostoucí s rychlostí zatěžování v obou směrech zatěžování. Pro odhalení zdroje této neshody byl nejprve zkontrolován výpočtový model. Prověřována byla zejména kvalita sítě konečných prvků, shoda příspěvků od setrvačných sil součástí v simulaci a experimentu, vliv

zjednodušení kontaktů mezi jednotlivými tělesy, správné převedení experimentálně zjištěných materiálových charakteristik do modelu materiálu v softwaru Abaqus a zatížení s okrajovými podmínkami. Důvodem samozřejmě může být i neaplikovatelnost teorie lineární viskoelastivity pro daný problém.

Kontrola výše zmíněného neodhalila chyby či výrazný vliv změny parametrů výpočtového modelu na výslednou tuhost soustavy s výjimkou vlivu definice kontaktů.

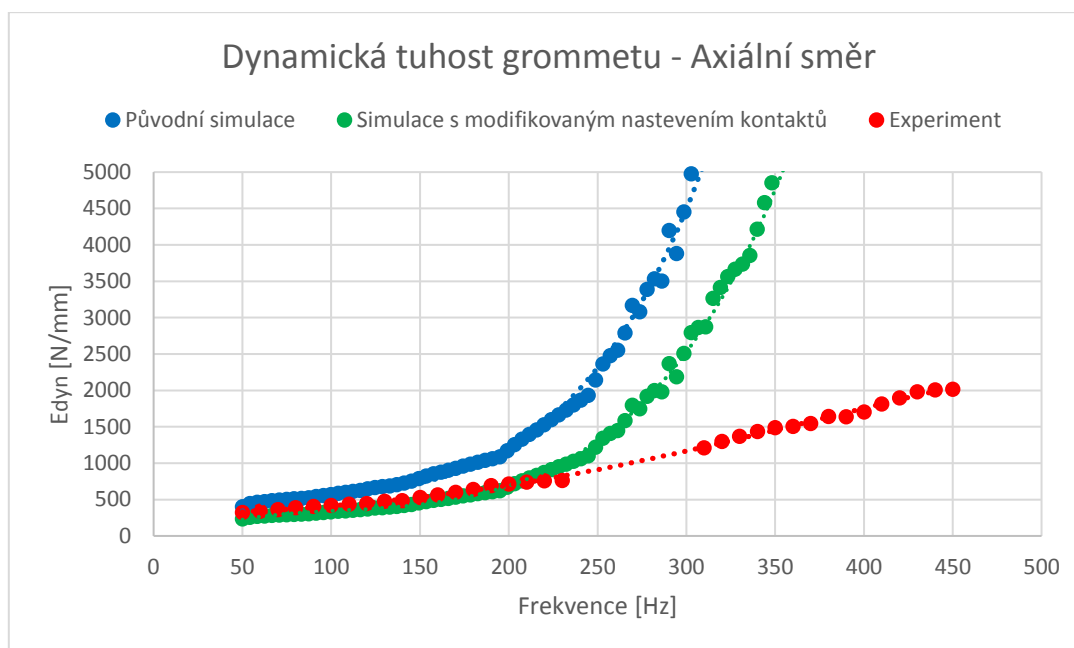
9.1.1 Vliv definice kontaktů na dynamickou tuhost grommetu

Jedním ze způsobů, jak sledovat vliv zjednodušeného kontaktu, je provedení nelineárních dynamických úloh pro několik diskrétních frekvencí zatěžování (např. dynamickou úlohu s explicitním řešičem). To však zde není možné, jelikož naměřené materiálové charakteristiky z DMA měření nejsou změřeny v rozsahu dostatečném pro stanovení Pronyho parametrů, jenž jsou nezbytné pro identifikaci viskoelastického modelu umožňujícího analýzu v časové oblasti. Jelikož použitá linearizovaná úloha neumožňuje definici kontaktů, nýbrž jen svázání prvků na protilehlých kontaktních plochách, byl vliv změny kontaktu vyšetřován zjednodušeně. Pokud uvažujeme předpětí v axiálním směru, je normálová síla v kontaktních párech podstatná, pokud posuvy kontaktních ploch směřují vlivem předpětí proti sobě a analogicky méně podstatná až nulová, pokud posuvy kontaktních ploch směřují od sebe. Simulace byla tedy zopakována se sníženým počtem kontaktních ploch a upravenými okrajovými podmínkami viz Obr. 9.5.



Obr. 9.5 Modifikace nastavení kontaktů a předepsání nových okrajových podmínek pro vyšetření vlivu definice kontaktu na výslednou tuhost součásti.

Z výsledků pro axiální směr zatížení (Obr. 9.6) je zřejmé, že po uvolnění části kontaktů je dynamická tuhost grommetu podle očekávání nižší. Změnou nastavení kontaktů tedy dochází k vertikálnímu posunu křivky dynamické tuhosti ze simulace a k mírné změně trendu této křivky. Lze tedy říci, že zjednodušená definice kontaktu způsobuje zvýšení axiální tuhosti grommetu, ale nezpůsobuje velmi odlišné trendy křivek dynamické tuhosti grommetu z experimentu a simulace při frekvenci zatížení vyšší než 200 Hz.



Obr. 9.6 Porovnání dynamické tuhosti grommetu získané experimentálním měřením a výpočtovým modelováním MKP pro axiální směr zatížení

9.1.2 Analýza experimentálního měření dynamické tuhosti grommetu

V této podkapitole jsou zkoumána data z měření dynamické tuhosti grommetu a provedení jejich následného zpracování.

V kapitole 7.2 je popsáno zpracování naměřených dat externím dodavatelem experimentů. Hodnoty dynamické tuhosti grommetu jsou měřeny ve frekvenčním rozsahu 50 až 200 Hz a následně extrapolovány užitím časově-teplotní superpozice pro referenční teplotu $T=23\text{ }^{\circ}\text{C}$. Již v měřicím rozsahu do 200 Hz je však zřetelný pokles dynamické tuhosti s rostoucí rychlostí zatěžování při teplotě okolí $T=23\text{ }^{\circ}\text{C}$. Tento pokles byl opomenut při konstrukci master křivky dynamické tuhosti grommetu jak v axiálním, tak v radiálním směru. To však vede k nesmyslné predikci dynamické tuhosti při vyšších frekvencích zatížení. Sestrojená master křivka pro referenční teplotu $T=23\text{ }^{\circ}\text{C}$ (Obr. 7.14) ukazuje nárůst dynamické tuhosti s rostoucí frekvencí zatěžování v celém frekvenčním rozsahu, přičemž již z měření nad frekvencí 100 Hz je patrný pokles tuhosti při teplotě $T=23\text{ }^{\circ}\text{C}$ (Obr. 7.13). Tento jev je v rozporu s teorií lineární viskoelastivity, která je předpokladem k aplikaci časově-teplotní superpozice.

Master křivky experimentálně měřené dynamické tuhosti grommetu tedy nejsou správné a lepších výsledků je možné dosáhnout opakováním experimentu. To má smysl jedině tehdy, pokud zjistíme, proč dochází k poklesu dynamické tuhosti při vyšších frekvencích zatížení. Jako nejpravděpodobnější příčina se jeví možné zahřívání grommetu v důsledku vnitřního tření a disipace energie. Vzhledem k finanční náročnosti experimentů je potřeba tuto hypotézu potvrdit výpočtovou simulací a stanovit okrajové podmínky, zatížení a způsoby vyhodnocení pro nový experiment, při němž je třeba buď eliminovat změny teploty, nebo je alespoň měřit.

10 VÝPOČTOVÁ SIMULACE ZAHŘÍVÁNÍ BĚHEM DEFORMACE

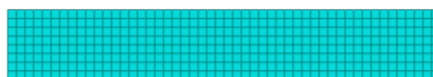
Následná simulace zahřívání součásti je založena na energetické bilanci v součásti. Z důvodu nehomogenního rozložení deformace v silentbloku není možné tento zjednodušený postup aplikovat přímo na geometrii silentbloku. Generování vnitřního tepla je tedy posuzováno na vzorku pro DMA analýzu v jednoosé tahové napjatosti. Podstata této analýzy spočívá ve zjištění, zda se při hodnotách přetvoření vyskytujících se v silentbloku generuje v materiálu významné teplo vlivem vnitřního tření a zda dosahuje takových hodnot, které mohou výrazně ovlivnit mechanické vlastnosti gumy.

10.1 VÝPOČET MECHANICKÉ PRÁCE ZE SIMULACE DMA MĚŘENÍ

Prvním krokem pro výpočet mechanické práce je provedení simulace DMA měření popsaného v kap.7.2. Uvažujeme stejný typ analýzy a model materiálu jako ve výpočtovém modelu silentbloku v kap.9. Geometrie, okrajové podmínky a zatížení jsou popsány níže.

10.1.1 Model geometrie a diskretizace

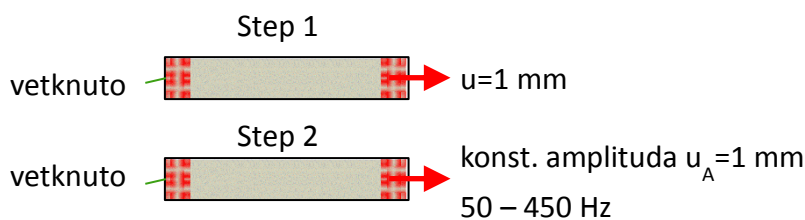
Geometrie vzorku pro DMA byla již popsána v kap.7.2.1. Úloha je zde řešena ve 2D. Geometrie je diskretizována prvky CPS8, tzn. 8-uzlovými rovinnými kvadratickými prvky pro rovinnou napjatost.



Obr. 10.1 Diskretizovaná geometrie vzorku pro DMA

10.1.2 Okrajové podmínky a zatížení

Na jedné straně vzorku jsou zamezeny všechny stupně volnosti, na druhém konci je předepsáno deformační zatížení v axiálním směru. V prvním kroku výpočtu je vzorek předepnut o hodnotu posuvu $u=1$ mm. V druhém kroku výpočtu je předepsána amplituda posuvu $u_A=1$ mm. Právě tato hodnota deformačního zatížení vyvolá homogenní pole přetvoření o hodnotě 5% ve volné délce vzorku (Obr. 7.4), která odpovídá přetvořením v silentbloku.



Obr. 10.2 Zatížení a okrajové podmínky v simulaci DMA analýzy

10.1.3 Výpočet mechanické práce

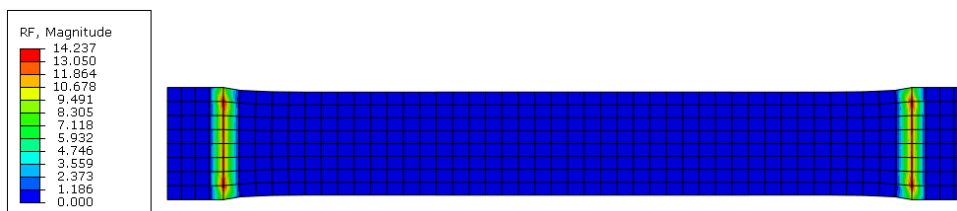
Známe-li reakční sílu a dráhu, můžeme určit mechanickou práci za jeden cyklus na dané frekvenci zatěžování podle vztahu:

$$W_m(f) = \frac{1}{2} \cdot \Delta F \cdot \Delta s$$

kde: W_m ...mechanická práce [J]
 ΔF ...změna síly za cyklus [N]

Δs ...dráha [m]

Změna síly je odečtena v podobě reakční síly ve vazbách. Dráha za cyklus je definována jako dvě amplitudy deformačního zatížení, tzn. 2 mm.



Obr. 10.3 Odečtení reakční síly ve vazbách

10.2 VÝPOČET TEPELNÉHO ZATÍŽENÍ Z DEFORMAČNÍ ENERGIE

Uvažujeme-li konzervativní systém, celá mechanická práce vykonaná vnějším zatížením se přemění v deformační energii ($W_m = W_d$). Jelikož je znám ztrátový faktor v závislosti na frekvenci zatěžování, může být disipovaná energie za cyklus vypočtena vztahem:

$$E_{dis}(f) = W_d \cdot \tan(\delta)$$

kde: E_{dis} ...disipovaná energie [J]

W_d ...deformační práce [J]

$\tan(\delta)$...ztrátový factor [-]

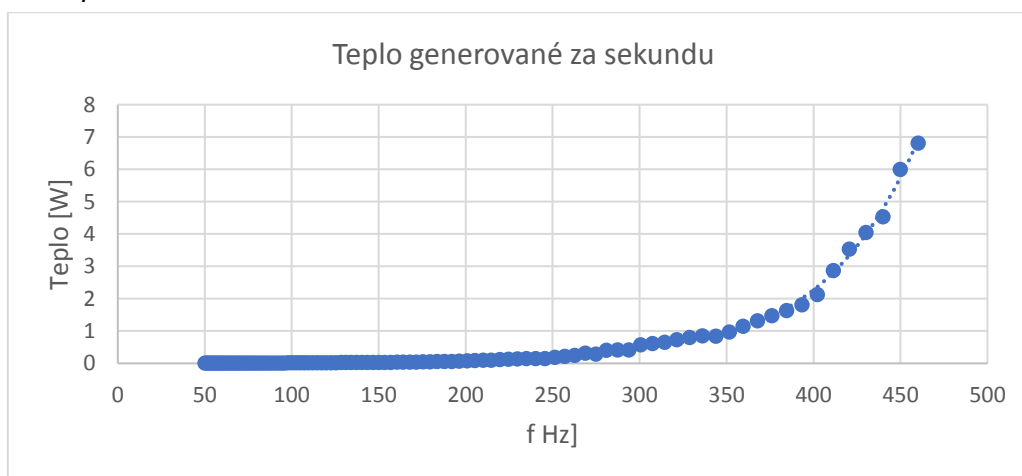
Jelikož se disipovaná energie přemění na energii tepelnou, můžeme vyjádřit teplo generované za sekundu jako:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = E_{dis} \cdot f$$

kde: $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$...teplo generované za sekundu [W]

E_{dis} ...disipovaná energie [J]

f ...frekvence zatížení [Hz]



Obr. 10.4 Teplo generované za 1 sekundu

V MKP softwaru Ansys je zatížení generovaným teplem (HGEN) vztaženo na jednotkový objem. Výše uvedený tepelný tok je tedy přepočten na měrnou veličinu dle vztahu: [16]

$$HGEN = \frac{\Delta Q / \Delta t}{V}$$

kde: HGEN...měrné generované teplo [W/m^3]

$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$...změna tepla za sekundu [W]

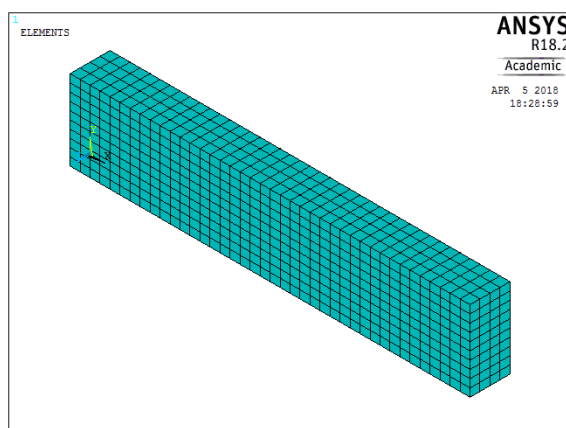
V...objem vzorku (volné délky) [m^3]

10.3 TEPLITNÍ ANALÝZA

Následuje provedení přechodové teplotní analýzy DMA vzorku v softwaru Ansys. Očekávaným výstupem z této analýzy je informace, zda při hodnotách 5% přetvoření dochází k podstatnému zahřívání materiálu při cyklickém zatěžování na daných frekvencích. Analýza je provedena pro několik diskretních frekvencí zatěžování.

10.3.1 Model geometrie a diskretizace

Model geometrie je tvořen volnou délkou DMA vzorku, ve které dochází k vnitřnímu tření. Úloha je řešena jako prostorová. Geometrie je diskretizována prvky SOLID70, tzn. osmi uzlovými 3D prvky pro teplotní úlohy.



Obr. 10.5 Diskretizovaná geometrie pro teplotní analýzu

10.3.2 Okrajové podmínky a zatížení

Zatížení představuje generované teplo stanovené v kap 11.2. a je zadáno příkazem „HGEN“. Jako okrajová podmínka je nastaven přestup tepla konvekcí z povrchu vzorku do okolí s teplotou 23°C . Stanovení správného koeficientu přestupu tepla je komplikované, neboť je významně ovlivněn např. geometrií, teplotou, typem a rychlostí proudění vzduchu. Vzhledem k informativnímu charakteru analýzy je přibližná hodnota součinitele přestupu tepla (pro přirozenou konvekci) volena z tabulek a následně je provedena citlivostní analýza, jak hodnota součinitele ovlivňuje výsledky.

10.3.3 Materiálové parametry

- Hustota $\rho = 1080 \text{ kg m}^{-3}$
- Měrná tepelná vodivost $k = 0,2 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$

- Součinitel přestupu tepla $\alpha = 10 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$

10.3.4 Nastavení řešiče

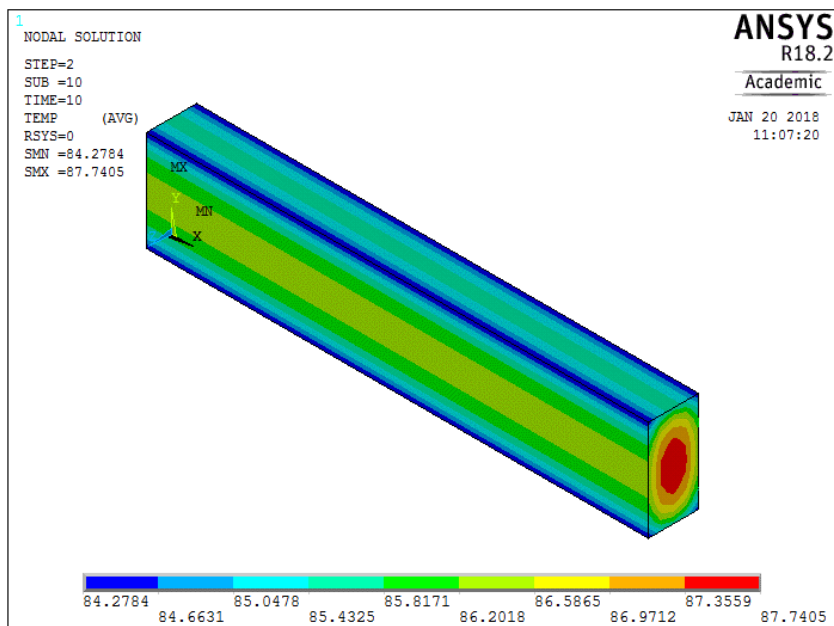
Jelikož je z výpočtu výše známo teplo generované za 1 sekundu, je zde klíčová doba simulace. Od dodavatele experimentů je zjištěno, že grommet byl na každé frekvenci zatěžován po dobu 10 s, poté byly měřeny materiálové charakteristiky. Čas simulace je tedy nastaven na 10 s.



Obr. 10.6 Profil zatížení generovaným teplem

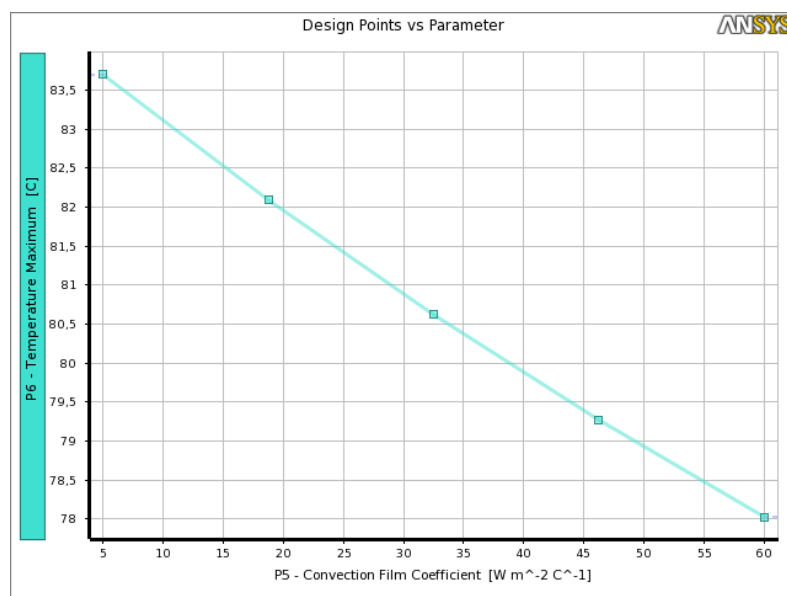
10.3.5 Výsledky

Simulace je provedena pro několik diskretních frekvencí zatížení ve frekvenčním rozsahu 50 až 450 Hz.



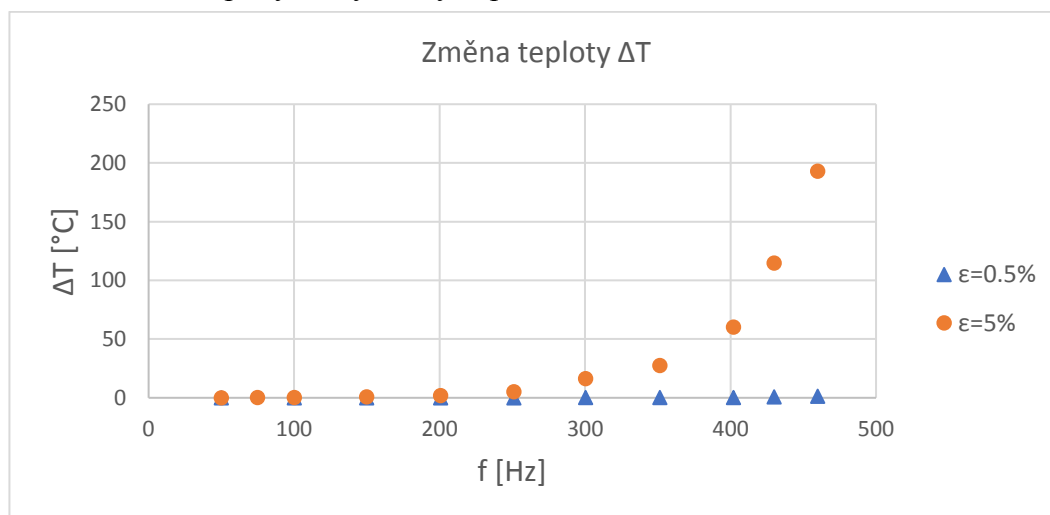
Obr. 10.7 Rozložení teploty ve vzorku po čase $t=10 \text{ s}$ v důsledku frekvence zatížení 400 Hz

Pro analýzu při frekvenci zatížení 400 Hz byla provedena citlivostní analýza ukazující vliv hodnoty součinitele přestupu tepla na výslednou teplotu v součásti. Při rozptylu hodnot součinitele přestupu tepla od 5 do $60 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ se maximální teplota uvnitř vzorku pohybuje v rozmezí $78 \div 84 \text{ °C}$, což není pro rámcové posouzení vlivu teploty podstatné.



Obr. 10.8 Výsledek citlivostní analýzy – vliv hodnoty součinitele přestupu tepla na teplotu uvnitř součásti

Z obr. 11.9 je zřejmé, že při deformaci odpovídající hodnotám 5% přetvoření nedochází k výraznému zahřívání materiálu do frekvence cca 200 Hz. Naopak při frekvencích nad 200 Hz je patrný prudký vzrůst teploty v důsledku rostoucí disipované energie. Provedená analýza tedy potvrzuje hypotézu, že při frekvencích zatěžování nad 200 Hz dochází k podstatnému zahřívání grommetu, které může výrazně ovlivňovat mechanické vlastnosti materiálu (pokles tuhosti). Výsledné hodnoty díky již zmíněným zjednodušením neodpovídají reálnému zahřívání grommetu, dávají však jednoznačné zdůvodnění významnosti vlivu teploty na výsledky experimentu.



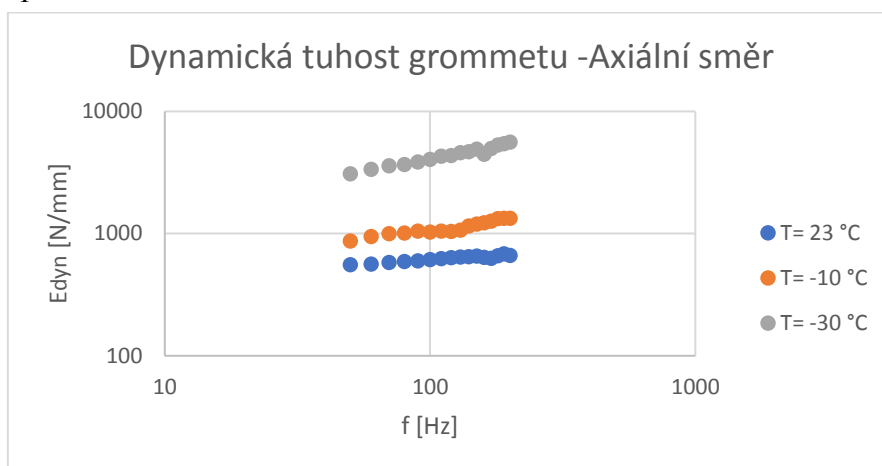
Obr. 10.9 Simulovaná závislost změny teploty uvnitř vzorku na frekvenci zatížení při hodnotách přetvoření 5% a 0,5%

Na základě této teplotní analýzy byla navržena amplituda deformačního zatížení pro nové experimentální měření dynamické tuhosti grommetu. Na základě výše popsané teplotní analýzy bylo předpokládáno, že při snížení deformací o řád na hodnoty přetvoření cca 0,5 % nedochází k výraznému zahřívání materiálu ani při vyšších frekvencích zatížení (viz Obr. 10.9 Simulovaná závislost změny teploty uvnitř vzorku na frekvenci zatížení při

hodnotách přetvoření 5% a 0,5%). Následovalo opakování simulace vibrací grommetu s nižší amplitudou deformačního zatížení a stanovení amplitudy posuvu vyvolávající přetvoření cca 0,5 % v grommetu. Na základě zmíněného byla pro nové měření dynamické tuhosti grommetu stanovena hodnota amplitudy posuvu 0,01 mm namísto původních 0,1 mm.

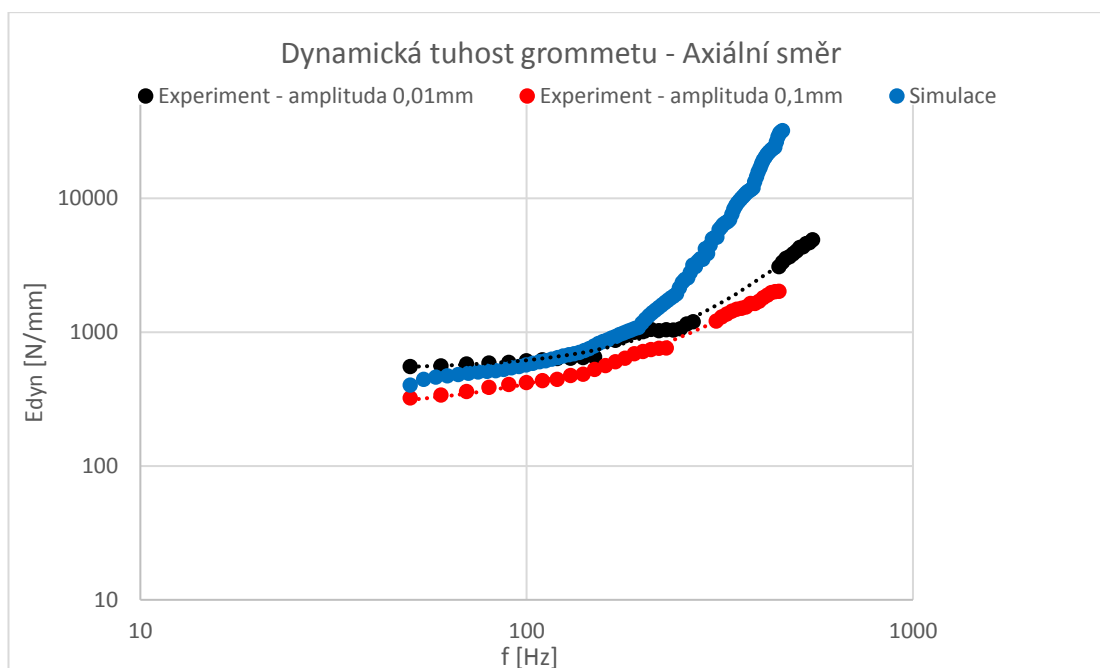
10.4 POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ SIMULACE A EXPERIMENTU S NIŽŠÍ AMPLITUDOU ZATÍŽENÍ

Experimentální měření bylo zopakováno s výše navrženou amplitudou deformačního zatížení $u=0,01$ mm v axiálním směru. Z dat ve frekvenčním rozsahu měření je zřejmé, že již nedochází k poklesu dynamické tuhosti grommetu. Měření bylo provedeno dvakrát. Hodnoty v Obr. 10.10 Měření dynamické tuhosti grommetu s amplitudou zatížení $u=0,01$ mm ve frekvenčním rozsahu 50 až 200 Hz. jsou již zprůměrovány. Vzhledem k odchylkám mezi jednotlivými měřeními však není provedený počet měření dostačující pro věrohodné statistické zpracování.



Obr. 10.10 Měření dynamické tuhosti grommetu s amplitudou zatížení $u=0,01$ mm ve frekvenčním rozsahu 50 až 200 Hz.

Po sestrojení master křivky (Obr. 10.11) je viditelné výrazné zvýšení dynamické tuhosti grommetu v celém frekvenčním rozsahu. Tato skutečnost opět poukazuje na nevhodnost použití lineárně viskoelastického modelu materiálu pro deformace odpovídající hodnotám 5 % přetvoření. Lineární viskoelastické modely materiálu předpokládají nezávislost dynamické tuhosti materiálu vůči změně amplitudy zatížení. Zvýšení dynamické tuhosti materiálu při snížení amplitudy zatížení v oblasti malých deformací je v literatuře označováno jako „Payne effect“. [17]



Obr. 10.11 Porovnání dynamické tuhosti grommetu ze simulace, původního a nového experimentálního měření.

Dynamická tuhost grommetu ze simulace a experimentu se stále výrazně liší především při frekvenci zatěžování nad 200 Hz. Následuje ověření experimentálních dat, která mají na základě provedených simulací výrazný vliv na nárůst dynamické tuhosti grommetu s rostoucí rychlostí zatížení.

11 ANALÝZA A KOREKCE EXPERIMENTÁLNÍCH DAT

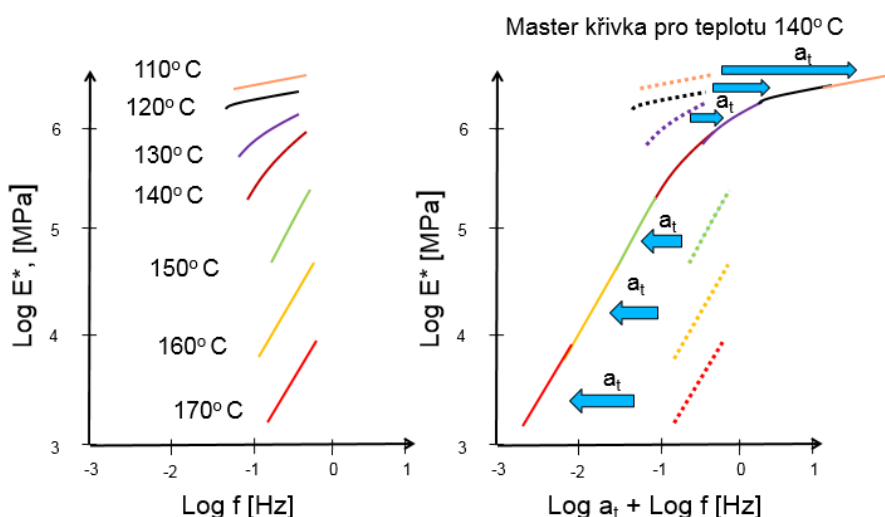
Dodavatel experimentů byl požádán o poskytnutí surových dat z měření pro následnou verifikaci jejich zpracování. Při důkladné analýze zpracování dat byla odhalena klíčová chyba v provedení časově-teplotní superpozice pro konstrukci tzv. master křivek. Podle principu časově-teplotní superpozice můžou být křivky materiálových charakteristik na daných teplotách posunuty podle logaritmické osy frekvence, tak aby na sebe vzájemně navazovaly. Tím vzniká master křivka pro zvolenou referenční teplotu. Posuv jednotlivých křivek, tzv. shift faktor, může být tedy zapsán jako: [18]

$$a_T = \frac{f_{ref}}{f}$$

kde: a_T ...posuvný faktor [-]

f_{ref} ...referenční frekvence [Hz]

f ...frekvence, na niž byla hodnota materiálové charakteristiky měřena [Hz]

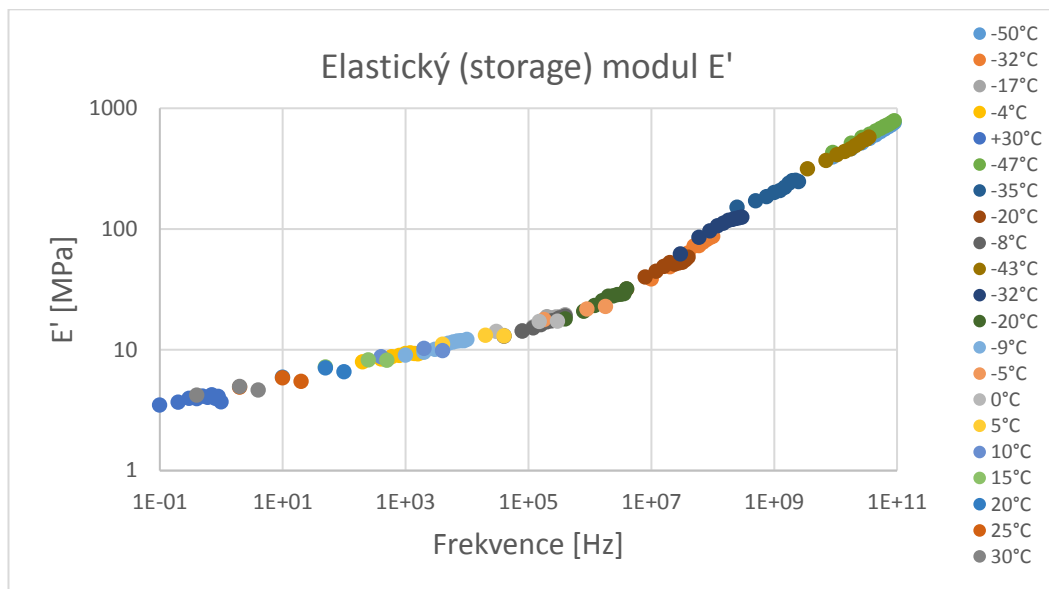


Obr. 11.1 Ilustrativní ukázka provedení časově-teplotní superpozice komplexního modulu pružnosti [19]

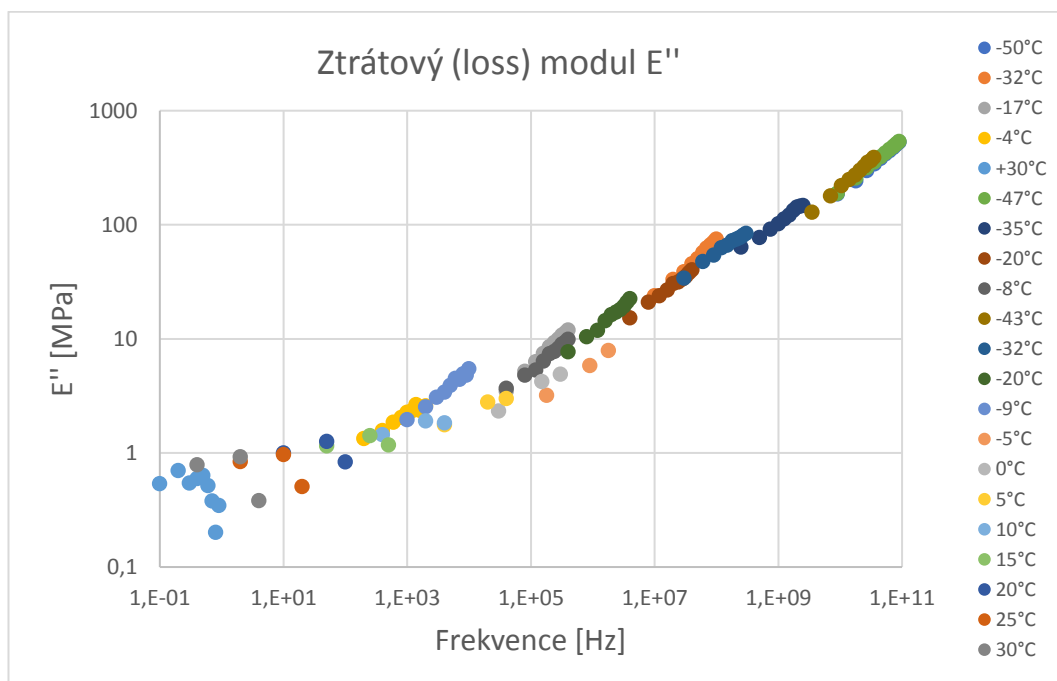
Zde však byla data posunuta nikoliv podél logaritmické frekvenční osy, nýbrž podél lineární osy. Jinými slovy byl posuvný faktor k měřeným frekvencím přičítán namísto násobení. V důsledku této chyby dochází k příliš strmému nárůstu materiálových charakteristik s rostoucí rychlostí zatěžování. Takto chybně byly zkonstruovány, jak master křivky materiálových charakteristik z DMA analýzy (kap. 7.2), tak master křivky dynamické tuhosti grommetu (kap. 7.3 a 10.4.).

11.1 KOREKCE DAT PRO IDENTIFIKACI VISKOELASTICKÉHO MODELU MATERIÁLU

Časově-teplotní superpozice pro elastický a ztrátový modul měřený v DMA analýze (kap.7.2.2) byla znovu provedena manuálně v programu MS Excel.



Obr. 11.2 Konstrukce tzv. master křivky elastického modulu pro referenční teplotu $T=25^{\circ}\text{C}$ užitím časově-teplotní superpozice



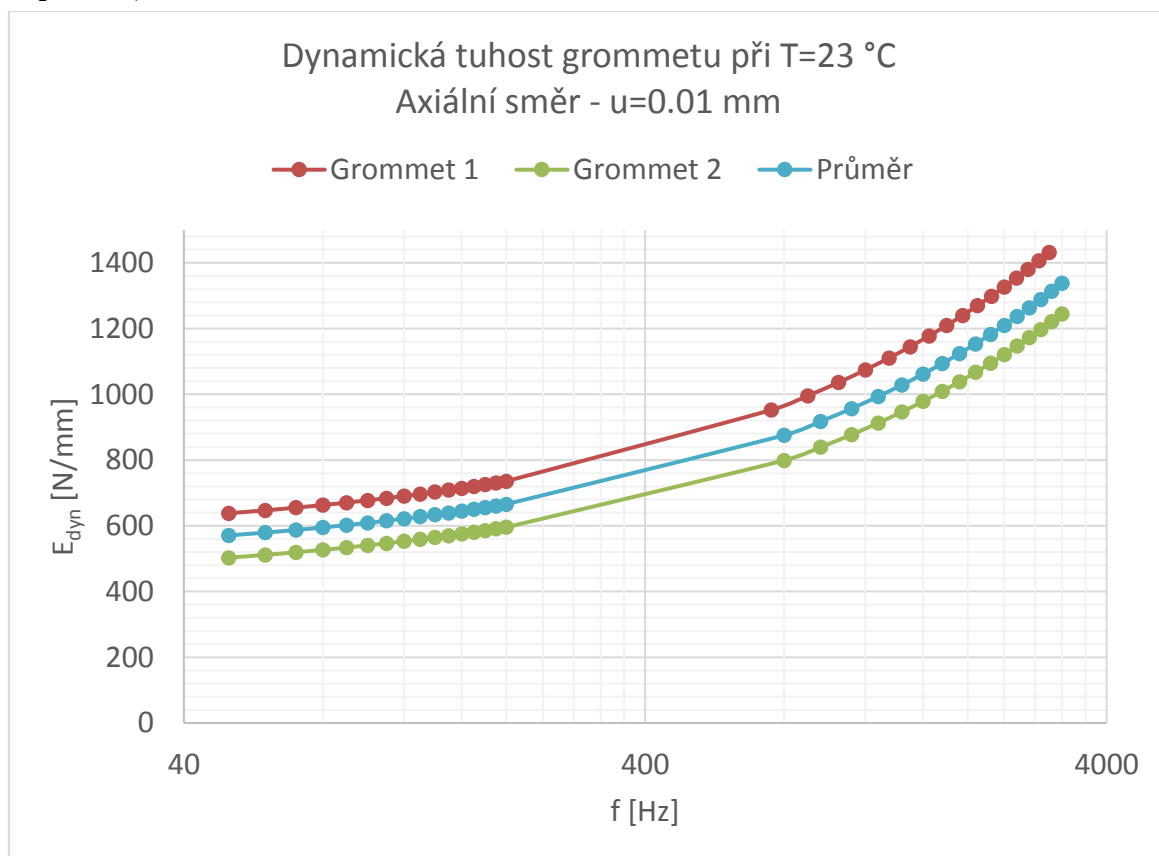
Obr. 11.3 Konstrukce tzv. master křivky ztrátového modulu pro referenční teplotu $T=25^{\circ}\text{C}$ užitím časově-teplotní superpozice. Z grafu je patrný velký rozptyl dat na vyšších teplotách a celkově horší návaznost isothermických křivek, než je tomu v případě elastického modulu.

Sestrojené master křivky vykazují výrazně méně strmý nárůst elastického a ztrátového modulu než původně obdržená data a zároveň zachycují materiálové charakteristiky

v širším rozsahu frekvencí zatížení. Pro posuvy isothermických křivek elastického a ztrátového modulu při stejné teplotě je z principu použit stejný posuvný faktor pro obě veličiny. Jen tak zůstávají zachovány vztahy mezi jednotlivými veličinami uváděnými v kap. 6.3. Na Obr. 11.3 je patrný velký rozptyl hodnot ztrátového modulu při vyšších teplotách a celkově horší návaznost křivek, než je tomu v případě elastického modulu. Jelikož průběh ztrátového modulu zejména ve frekvenčním rozsahu zájmu vykazuje tyto anomálie, může dojít k nepřesnému stanovení materiálových charakteristik pro model materiálu ve výpočtovém modelu. Měření by mělo být opakováno a příčina tohoto nestandardního chování objasněna.

11.2 KOREKCE DAT Z MĚŘENÍ DYNAMICKE TUHOSTI GROMMETU

Stejným způsobem jako v případě dat z DMA analýzy byla provedena časově-teplotní superpozice dat z měření dynamické tuhosti grommetu. Dále je uvažováno pouze měření dynamické tuhosti v axiálním směru s amplitudou zatížení $u=0,01$ mm (Obr. 10.10), jelikož měření s amplitudou $u=0,1$ mm nesplňuje předpoklady teorie lineární viskoelastivity (viz. kap. 9.1.2).



Obr. 11.4 Závislost dynamické tuhosti grommetu na frekvenci získaná časově-teplotní superpozicí měřených dat. Pro konstrukci tzv. master křivek jsou použita měření dvou grommetů ve frekvenčním rozsahu 50–200 Hz při teplotách -10 a 23 °C. Teplota $T=23$ °C je teplota referenční, vůči které se posouvají data naměřená při teplotě -10 °C směrem k vyšším frekvencím. Vykresleny jsou dvě provedená měření a jejich zprůměrování.

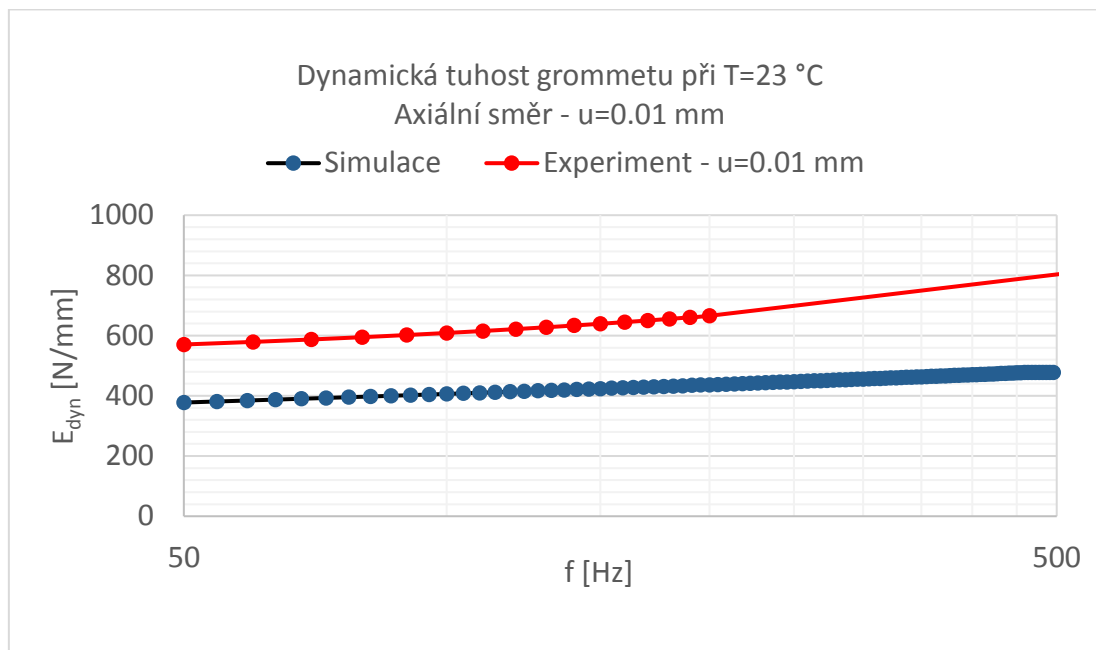
Je zřejmé, že pro přesnější konstrukci tzv. master křivky je třeba měření pro více teplot v rozmezí -10 až 23 °C. Z provedených měření při teplotách -30, -10 a 23 °C není možné jednotlivé isothermické křivky na sebe navázat užitím časově-teplotní superpozice. Měření při teplotách -10 a -30 °C může být použito pro určení dynamické tuhosti na frekvencích

vyšších než 500 Hz, což je však mimo rámec daného problému. Jednotlivá měření při teplotě -30 °C navíc vykazují odchylku téměř 100%, proto nebyla při konstrukci tzv. master křivek v Obr. 11.4 použita.

Z měření dynamické tuhosti grommetu s amplitudou zatížení $u=0.01$ mm je patrný velký rozptyl hodnot mezi dvěma měřeními. Více měření umožňujících využití statistiky nebylo realizováno z důvodu nedostatku grommetů na experimentálním pracovišti. Věrohodnost výsledné experimentální závislosti dynamické tuhosti na frekvenci tedy není potvrzena. Je pravděpodobné, že rozptyl měření je způsoben velmi nízkou amplitudou zatížení, jelikož měření odezvy materiálu je na hranici rozlišitelnosti zkušebního stroje. Amplituda deformačního zatížení je již na úrovni rozměrových tolerancí grommetu a zkušebního přípravku (tzn. možnost vůlí), což také přispívá ke stochastičnosti měřené dynamické tuhosti. Dalším zdrojem odchylky může být rozdílné ustálené teplotní pole grommetu během jednotlivých měření.

12 POROVNÁNÍ DYNAMICKÉ TUHOSTI GROMMETU PO KOREKCI EXPERIMENTÁLNÍCH DAT

Výpočtová simulace dynamické tuhosti grommetu byla opakována s korigovanými průběhy materiálových charakteristik v kap. 11.1 a porovnána s korigovanou experimentální závislostí z kap. 11.2.



Obr. 12.1 Porovnání závislostí dynamické tuhosti grommetu na frekvenci ze simulace a experimentu po korekci časově-teplotní superpozice.

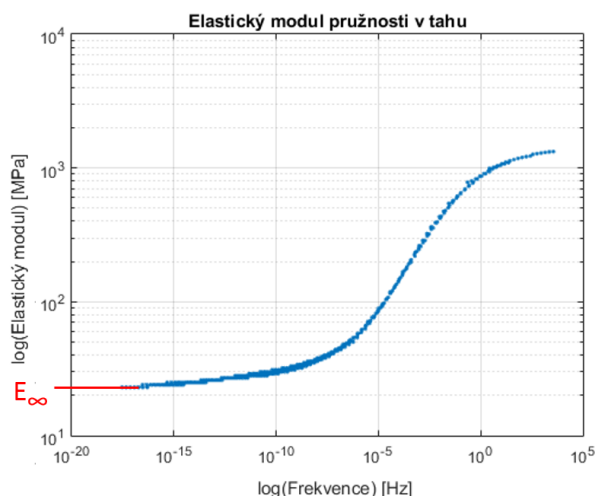
Z porovnání dynamické tuhosti grommetu v Obr. 12.1 Porovnání závislostí dynamické tuhosti grommetu na frekvenci ze simulace a experimentu po korekci časově-teplotní superpozice vyplývá, že příčinou špatné predikce dynamické tuhosti výpočtovým modelováním bylo chybné zpracování experimentálních dat. Nárůst dynamické tuhosti s rostoucí frekvencí zatížení není tak progresivní, jak vykazovaly prvotní výsledky, což odpovídá předpokladům z teorie a praxe. Jelikož je dynamická tuhost grommetu určována při pokojové teplotě, neprojevuje se zde tranzitní chování materiálu, kdy může dojít k řádové změně hodnot materiálových charakteristik.

Odchylka mezi experimentálními výsledky a simulací je způsobena zejména již zmíněnými odchylkami a nepřesnostmi v experimentech.

12.1 VLIV SMYKOVÉHO MODULU PRUŽNOSTI PO RELAXACI MATERIÁLU NA DYNAMICKOU TUHOST GROMMETU

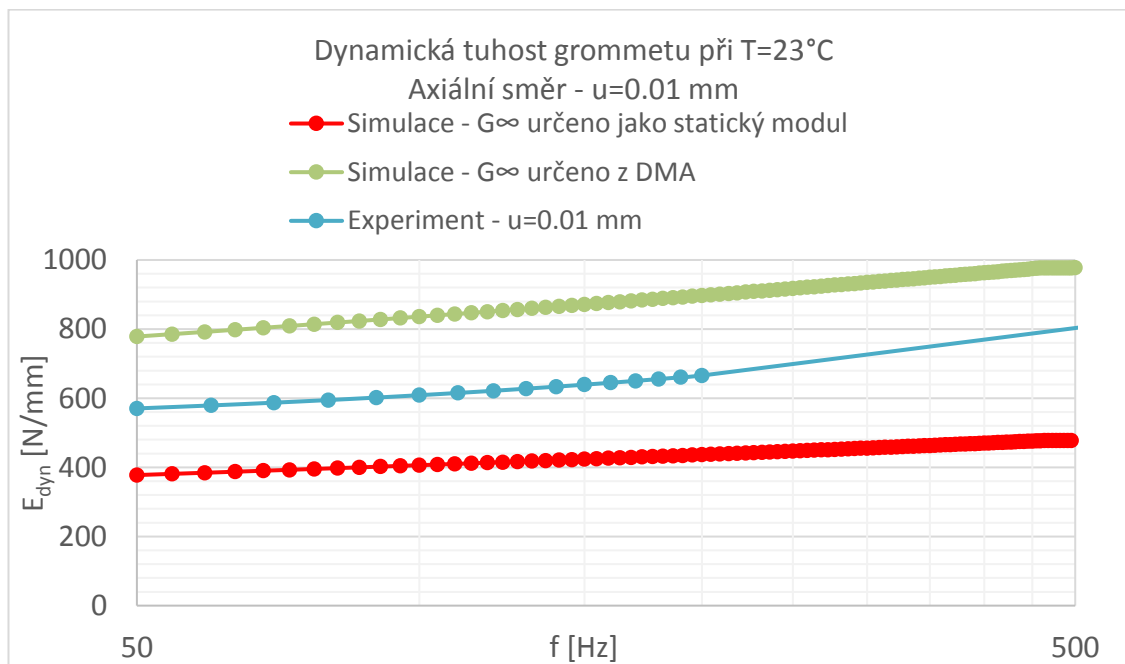
V kapitole 8.2.2 bylo popsáno zjednodušení určení smykového modulu pružnosti po relaxaci materiálu G_{∞} , neboli jeho nahrazení statickým smykovým modulem pružnosti. Modul pružnosti po relaxaci materiálu je možno stanovit jak ze statické relaxační zkoušky, tak z DMA analýzy při vyšších teplotách. Po konstrukci tzv. master křivky elastického modulu pružnosti užitím časově teplotní superpozice se hodnoty tohoto modulu extrapolované k nízkým frekvencím limitně blíží hodnotě modulu pružnosti po relaxaci materiálu (viz Obr. 12.2 Ilustrativní ukázka určení modulu pružnosti v tahu po relaxaci

materiálu E_∞ z tzv. master křivky elastického (storage) modulu získané z DMA analýzy). [10]



Obr. 12.2 Ilustrativní ukázka určení modulu pružnosti v tahu po relaxaci materiálu E_∞ z tzv. master křivky elastického (storage) modulu získané z DMA analýzy

Po korekci konstrukce tzv. master křivky elastického modulu pružnosti v tahu na Obr. 11.2 je patrné, že není proveden dostatečný počet měření při teplotách vyšších, než je referenční teplota. Z tohoto měření tedy nelze věrohodně stanovit modul pružnosti po relaxaci materiálu. Pokud však uvážíme nejnižší hodnotu elastického modulu pružnosti v Obr. 11.2 za modul pružnosti po relaxaci materiálu G_∞ , tento modul je dvakrát menší, než statický modul pružnosti stanovený v kap. 8.2.2. Po dosažení této hodnoty do viskoelastického konstitutivního modelu a opakování analýzy můžeme sledovat vliv tohoto materiálového parametru na výslednou dynamickou tuhost grommetu.



Obr. 12.3 Vliv hodnoty modulu pružnosti po relaxaci materiálu na výslednou dynamickou tuhost grommetu

Na Obr. 12.3 je zřejmá důležitost správného stanovení modulu pružnosti po relaxaci, neboť má zásadní vliv na kalibraci viskoelastického konstitutivního vztahu (kap. 8.2.2) a tedy na výsledky simulace.

13 OMEZENÍ VÝPOČTOVÉHO MODELU A NÁVRH DALŠÍHO POSTUPU

V předchozích kapitolách bylo pojednáváno o výpočtovém modelu silentbloku pro určení jeho dynamické tuhosti.

13.1 OMEZENÍ VÝPOČTOVÉHO MODELU

Materiál silentbloku je v daném modelu uvažován jako téměř nestlačitelný, avšak po provedení dalších měření materiálových charakteristik je zvolený model materiálu aplikovatelný i pro elastomery s výraznou objemovou složkou deformace (pěnové pryže). Výrazným omezením výpočtového modelu je přesnost určení modelu materiálu. Pro přesnější určení hyperelastického konstitutivního vztahu materiálu je potřebné měření materiálových charakteristik i v jiných typech napjatosti, než pouze v jednoosé tahové napjatosti (např. ekvibiaxiální tah, jednoosý tah s nulovými příčnými posuvy). Pro určení viskoelastického konstitutivního vztahu je nezbytné znát modul pružnosti po relaxaci materiálu, což není v této práci splněno. Materiálové charakteristiky určené z DMA analýzy vykazují velký rozptyl (zejména ztrátový modul), čímž dochází ke snížení přesnosti viskoelastického konstitutivního vztahu materiálu.

Vzhledem k dostupným měřeným materiálovým charakteristikám a praktické použitelnosti v podniku je použita lineární dynamická analýza. Důsledkem použití této analýzy je zjednodušení definice kontaktů mezi součástmi a omezení se na lineárně viskoelastický model materiálu.

Z hlediska porovnání výsledků simulace a experimentu je potřeba brát v potaz skutečnost, že ve výpočtovém modelu jsou uvažovány nominální rozměry součástí, zatímco skutečné rozměry měřených součástí jsou stochastické a jejich odchylky od nominálních hodnot mohou být v rámci tolerance větší, než je samotná amplituda deformačního zatížení. Z toho vyplývá možná citlivost odezvy silentbloku na odchylky v rozměrech součástí.

13.2 NÁVRH DALŠÍHO POSTUPU

Pro řešení daného problému jsou na základě provedených analýz navrženy následující kroky:

- Provedení statických zkoušek materiálu pro více typů napjatosti.
- Provedení DMA analýzy v menším teplotním a frekvenčním rozsahu, avšak s menším teplotním krokem (pro přesnější konstrukci tzv. master křivek).
- Provedení DMA analýzy s větší amplitudou zatížení (pokud je to možné z hlediska hranic aplikovatelnosti lineární viskoelastivity). Ve stávajícím stavu jsou hodnoty přetvoření během měření materiálových charakteristik o dva řády menší než hodnoty přetvoření při reálném zatěžování grommetu.
- Stanovení smykového modulu pružnosti po relaxaci materiálu z relaxačního testu nebo DMA analýzy při vyšších teplotách
- Stanovení vhodné amplitudy zatížení pro měření dynamické tuhosti grommetu tak, aby nedocházelo k ovlivnění výsledků rozměrovými odchylkami součástí a byla zaručena aplikovatelnost lineární viskoelastivity.
- Sledování teploty grommetu během experimentu

ZÁVĚR

Cílem této práce bylo vytvořit výpočtový model gumového silentbloku (grommetu) včetně určení modelu materiálu popisující velká vratná přetvoření a hysterezní chování gumy a dosáhnout co nejlepší shody mezi predikcí dynamické tuhosti silentbloku pomocí MKP a experimentem.

Na základě dodaných měření materiálových charakteristik při statickém a dynamickém zatížení byl určen model materiálu. Pro popis odezvy materiálu při velkých vratných deformacích byl použit hyperelastický konstitutivní vztah mezi napětím a přetvořením. S ohledem na typ vstupních experimentálních dat a rozsah deformací v silentbloku byl zvolen model Marlow, který vykázal nejpřesnější predikci odezvy materiálu v jednoosé tahové napjatosti a stabilitu v ostatních typech napjatosti. Pro popis hysterezního chování byl na základě materiálových charakteristik určených z DMA analýzy zvolen viskoelastický konstitutivní vztah dostupný v softwaru Abaqus založený na teorii lineární viskoelasticity.

Pro určení dynamické tuhosti silentbloku pomocí MKP byl sestaven prostorový výpočtový model soustavy pružného uložení. Simulovaná závislost dynamické tuhosti silentbloku na frekvenci zatěžování byla porovnána s experimentálním měřením pro dva směry oscilujícího zatížení. Po nesouladu výsledků simulace s experimentem při frekvenci zatížení nad 200 Hz bylo pomocí MKP simulováno možné zahřívání silentbloku během experimentu v důsledku vnitřního tření, které se ukázalo jako podstatné (zatím nebylo možno ověřit experimentálně). Následně bylo navrženo nové měření dynamické tuhosti s nižší amplitudou zatížení. Ze závislosti dynamické tuhosti na amplitudě zatížení vyplývá neaplikovatelnost lineární viskoelasticity při zatížení amplitudou posuvu $u=0,1$ mm.

Po analýze vstupních experimentálních dat byla shledána chyba v provedení časově-teplotní superpozice, která vedla k příliš progresivnímu nárůstu dynamické tuhosti s rostoucí frekvencí a nadhodnocení oteplení v materiálu. Měřené materiálové charakteristiky (zejména ztrátový faktor) vykazují při vyšších teplotách měření velký rozptyl, jenž vede ke snížené věrohodnosti stanovení průběhu materiálových charakteristik v závislosti na frekvenci zatížení. Po korekci experimentálních dat byla odstraněna neshoda v trendu křivky dynamické tuhosti grommetu mezi simulací a experimentem. Nárůst dynamické tuhosti s rostoucí frekvencí v řádech desítek MPa odpovídá teoretickým a praktickým předpokladům, jelikož větší nárůst tuhosti je typický pro tranzitní chování materiálu. Zde však byly materiálové charakteristiky vztaženy k pokojové teplotě, zatímco teplota skelného přechodu materiálu je cca -55 °C. Bylo zjištěno, že odchylka mezi dynamickou tuhostí stanovenou výpočtovým modelováním a experimentem je způsobena zejména nepřesným určením smykového modulu pružnosti po relaxaci materiálu, který z provedených experimentů nelze věrohodně určit. Dále byl pozorován velký rozptyl ve dvou provedených měřeních dynamické tuhosti grommetu s amplitudou zatížení $u=0,01$ mm, což neumožňuje věrohodné stanovení průměrné hodnoty užitím statistiky. Tento rozptyl může být způsoben zejména skutečností, že hodnota deformačního zatížení je již srovnatelná s rozměrovými odchylkami grommetu a přípravku (možnost vůle) a dále rozdílným rozložením teploty v grommetu během jednotlivých měření. Výsledné závislosti dynamické tuhosti grommetu na frekvenci zatížení je tedy nezbytné ověřit větším počtem měření.

Na závěr práce byly navrženy další kroky k vyřešení daného problému, které v rámci diplomové práce nebylo možné realizovat z důvodu časového limitu a potřeby nových měření. Tyto kroky zahrnují zejména zlepšení procesu měření dynamických materiálových

charakteristik a měření dynamické tuhosti grommetu. Pro měření materiálových charakteristik metodou DMA a měření dynamické tuhosti grommetu bylo navrženo měření v menším frekvenčním a teplotním rozsahu, avšak s menším teplotním krokem. Tím bude dosaženo přesnějšího stanovení materiálových charakteristik v potřebném frekvenčním rozsahu 50 až 450 Hz při pokojové teplotě. Dále byly navrženy statické zkoušky materiálu silentbloku pro přesnější popis odezvy materiálu ve stavu víceosé napjatosti. Při měření dynamické tuhosti grommetu je navrženo monitorování teploty součásti, zda nedochází k jejímu zahřívání, které ovlivňuje materiálové vlastnosti gumy.

SEZNAM LITERATURY

- [1] BĚHÁLEK, Luboš. *Polymery*. Svitavy: Code Creator, s.r.o., 2016. ISBN 978-80-88058-68-7.
- [2] JAKEL, Roland. Analysis of Hyperelastic Materials with MECHANICA: Theory and Application Examples. In: *Qucosa* [online]. Chemnitz: PTC, 2010 [cit. 2018-02-20]. Dostupné z: http://qucosa.de/fileadmin/data/qucosa/documents/5995/data/Analysis_of_Hyperelastic_Materials_with_MECHANICA.pdf
- [3] BURŠA, Jiří. *Konstitutivní vztahy materiálů: Studijní opory FSI VUT*. Brno, 2018.
- [4] DORFMAN, Al, ed. a Alan MUHR, ed. *Constitutive Models for Rubber*. Rotterdam: A.A.Balkema, 1999. ISBN 90 5809 113 9.
- [5] DASSALUT SYSTEMES, . *Abaqus/CAE User's Manual: Abaqus 6.14* [online]. Providence, Rhode Island, b.r. [cit. 2018-03-27]. Dostupné z: <http://abaqus.software.polimi.it/v6.14/index.html>
- [6] BUSFIELD, James. a A. MUHR. *Constitutive models for rubber III: proceedings of the Third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15-17 September 2003, London, UK*. Exton, PA: A.A. Balkema, 2003. ISBN 9058095665.
- [7] FINDLEY, William, James LAI a Kasif ONARAN. *Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials - With an Introduction to Linear Viscoelasticity* [online]. 1. New York: Dover Publications, 1976 [cit. 2018-05-07]. ISBN 978-0-486-66016-5. Dostupné z: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpCRNVMWI3/creep-relaxation-nonlinear/creep-relaxation-nonlinear>
- [8] JAYADEEP, U.B. Stress-strain diagram of a viscoelastic material showing the hysteresis loop. In: *IISc Bangalore: Department of Mechanical Engineering* [online]. Bangalore, b.r. [cit. 2018-03-14]. Dostupné z: <http://www.mecheng.iisc.ernet.in/~bobji/funtri/assign/Rolling.htm>
- [9] MISRA, Sarthak, K. RAMESH a Allison OKAMURA. Modeling of Tool-Tissue Interactions for Computer-Based Surgical Simulation: A Literature Review. *PRESENCE: Teleoperators and Virtual Environments* [online]. The MIT Press, 2008, 17(5), 463-491 [cit. 2018-03-14]. DOI: 10.1162/pres.17.5.463. ISSN 1054-7460. Dostupné z: <http://web.b.ebscohost.com>
- [10] HERDY, Michael. ViscoData- Introductory Theory Manual. In: *ViscoData* [online]. Berlin, 2003 [cit. 2018-03-04]. Dostupné z: http://www.viscodata.de/Short_Introduction.pdf

- [11] BERGSTRÖM, Jörgen. *Mechanics of Solid Polymers - Theory and Computational Modeling* [online]. 1st edition. Boston, MA: Elsevier, 2015 [cit. 2018-05-07]. ISBN 978-0-323-31150-2. Dostupné z: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpMSPTCM06/mechanics-solid-polymers/mechanics-solid-polymers>
- [12] EHRENSTEIN, G.W., G. RIEDEL a P. TRAWIEL. *Praxis der thermischen Analyse von Kunststoffen*. Hanser, 2003. ISBN 9783446223400. Dostupné také z: <https://books.google.cz/books?id=xythvkmwJxIC>
- [13] DETIGER, Suzanne, Roel HOOGENDOORN, Albert VAN DER VEEN, Barend VAN ROYEN, Marco HELDER, Gijsje KOENDERINK a Theo SMIT. Biomechanical and rheological characterization of mild intervertebral disc degeneration in a large animal model. *Journal of Orthopaedic Research* [online]. Hoboken: Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, 2013, **31**(5), 703-709 [cit. 2018-03-17]. DOI: 10.1002/jor.22296. ISSN 0736-0266.
- [14] Fyzika polymerů: Lineární elasticita - studijní text. *Ústav Fyziky a Materiálového inženýrství* [online]. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2017 [cit. 2018-03-24]. Dostupné z: http://ufmi.ft.utb.cz/index.php?page=fyzika_pol
- [15] MOHAMMADI, Nader a Mehrdad NASIRSHOAIBI. Simulation of viscoelastic materials by ABAQUS. *Journal of Mathematical Models in Engineering (MME)*. 2015, **1**(2), 67-72. ISSN 5251-5279.
- [16] ANSYS®, . *Academic Research Mechanical, Release 18.2, , Help system, ANSYS, Inc.* b.r.
- [17] RENDEK, Martin a Alexander LION. Amplitude dependence of filler-reinforced rubber: Experiments, constitutive modelling and FEM – Implementation. *International Journal of Solids and Structures* [online]. Elsevier Ltd, 2010, **47**(21), 2918-2936 [cit. 2018-04-11]. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2010.06.021. ISSN 0020-7683.
- [18] LI, Rongzhi. Time-temperature superposition method for glass transition temperature of plastic materials. *Materials Science & Engineering A* [online]. Elsevier B.V, 2000, **278**(1), 36-45 [cit. 2018-04-12]. DOI: 10.1016/S0921-5093(99)00602-4. ISSN 0921-5093.
- [19] KUMAR, Anil a Rakesh GUPTA. *Fundamentals of polymer engineering*. Second Edition. Boca Raton: CRC Press, 2003. ISBN 9780824708672.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

$\bar{I}_1, \bar{I}_2$	První a druhý modifikovaný invariant pravého Cauchy-Greenova tenzoru deformace [-]
a_T	Posuvný (shift) faktor [-]
C10, C01	Materiálové parametry modelu Mooney-Rivlin [MPa]
CAD	Computer aided desing
CAE	Computer aided engineering
CNG	Compressed natural gas (stlačený zemní plyn)
d	Parametr stlačitelnosti materiálu [MPa ⁻¹]
DMA	Dynamická mechanická analýza
E	Modul pružnosti v tahu [MPa]
E^*	Komplexní modul pružnosti v tahu [MPa]
E'	Elastický (storage) modul v tahu [MPa]
E''	Ztrátový (loss) modul v tahu [MPa]
E_{dis}	Disipovaná energie [J]
E_{dyn}	Dynamická tuhost [N/mm]
EPDM	Ethylen-propylen-dien-monomer
f	Frekvence zatížení [Hz]
F	Síla [N]
$F_{R,a}$	Amplituda reakční síly [N]
f_{ref}	referenční frekvence [Hz]
G	Modul pružnosti ve smyku [MPa]
$g(t)$	Bezrozměrná smyková relaxační funkce [-]
g^*	Bezrozměrná smyková relaxační funkce po Furierově transformaci [-]
G^*	Komplexní modul pružnosti ve smyku [MPa]
G'	Elastický (storage) modul ve smyku [MPa]
G''	Ztrátový (loss) modul ve smyku [MPa]
G_∞	Smykový modul pružnosti po odeznění přechodových jevů [MPa]
$G_R(t)$	Časově závislý smykový relaxační modul [MPa]
HGEN	Měrné generované teplo [W/m ³]
J	Třetí invariant tenzoru deformačního gradientu [-]
J_{el}	Elastický objemový poměr [-]
$k(t)$	Bezrozměrná objemová relaxační funkce [-]
k	Měrná tepelná vodivost [Wm ⁻¹ K ⁻¹]
k^*	Bezrozměrná objemová relaxační funkce po Furierově transformaci [-]

K'	Objemový elastický (storage) modul [MPa]
K''	Objemový ztrátový (loss) modul [MPa]
MKP	Metoda konečných prvků
PE	Polyethylen
PP	Polypropylen
RB	Referenční bod
T	Teplota [$^{\circ}\text{C}$]
$\tan(\delta)$	Ztrátový faktor [-]
u_A	Amplituda zatížení posuvem [mm]
u_{axial}	Amplituda zatížení posuvem v axiálním směru grommetu [mm]
u_{radial}	Amplituda zatížení posuvem v radiálním směrugrommetu [mm]
V	Objem vzorku [m^3]
W	Hustota deformační energie [MPa]
W_d	Deformační práce [J]
W_{dev}	Deviátorová složka hustoty deformační energie [MPa]
WLF rovnice	Williams-Landel-Ferry rovnice
W_m	Mechanická práce [J]
W_{vol}	Objemová složka hustoty deformační energie [MPa]
α	Součinitel přestupu tepla [$\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$]
$\gamma(t)$	Úhlové přetvoření [-]
γ_0	Amplituda úhlového přetvoření [-]
δ	Ztrátový úhel [deg]
ΔF	Rozkmit síly za cyklus [N]
$\Delta Q/\Delta t$	Teplo generované za sekundu (tepelný tok) [W]
Δs	Rozkmit posuvu za cyklus [mm]
ε_A	Amplituda přetvoření [MPa]
ε_{ij}	Tenzor přetvoření [-]
η	Dynamická viskozita [$\text{Pa}\cdot\text{s}$]
μ	Poissonova materiálová konstanta [-]
ρ	Hustota [kg/m^3]
σ_A	Amplituda napětí [MPa]
σ_{ij}	Tenzor napětí [MPa]
ω	Úhlová frekvence [rad/s]

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1.1 Ukázky aplikací grommetů pro produkty Mann+Hummel.....	16
Obr. 5.1 Zobrazení závislosti napětí a přetvoření pro lineárně elastický (vlevo) a hyperelastický materiál (vpravo) včetně vyznačení plochy určující hustotu deformační energie.....	21
Obr. 5.2 Ukázka prokládání experimentálních dat užitím hyperelastického modelu Marlow.	24
Obr. 6.1 Relaxace napětí s vlivem rychlosti zatěžování a teploty	25
Obr. 6.2 Diagram napětí – přetvoření viskoelastického materiálu vykazující hysterezní chování	25
Obr. 6.3 Příklady charakteristických vlastností viskoelastických materiálů: creep při konstantním napětí (vlevo) a relaxace napětí při konstantním přetvoření (vpravo)	25
Obr. 6.4 Použití lineární viscoelasticity pro oscilující zatížení kolem předepnutého stavu	26
Obr. 6.5 Maxwellův model (vlevo) a Voigtův model (vpravo)	26
Obr. 6.6 Kelvinův model – Standard linear solid (vlevo) a Zobecněný Maxwellův model (vpravo)	27
Obr. 6.7 Časový průběh napětí a přetvoření viskoelastického materiálu při harmonickém zatěžování.....	27
Obr. 6.8 Schématické znázornění vztahů mezi reologickými parametry ve fázové rovině: Komplexní modul pružnosti ve smyku (G^*), Elastický modul (G') a Ztrátový modul (G'')	28
Obr. 6.9 Typická závislost materiálových charakteristik amorfního polymeru na teplotě a čase.	29
Obr. 7.1 Pláty materiálu pro vystřížení vzorků (vlevo) a vzorek pro tahovou zkoušku (vpravo).....	30
Obr. 7.2 "Surová data" ze sedmi tahových zkoušek	30
Obr. 7.3 Výsledná tahová křivka	31
Obr. 7.4 Zkušební vzorek pro DMA	32
Obr. 7.5 Uspořádání měřicího zařízení DMA	32
Obr. 7.6 Stanovení amplitudy deformačního zatížení při teplotě 23°C	32
Obr. 7.7 Stanovení amplitudy deformačního zatížení při teplotě -40°C.....	33
Obr. 7.8 Hodnoty komplexního modulu pružnosti v měřicím frekvenčním rozsahu pro několik teplot od -50 °C do 23 °C.....	33
Obr. 7.9 Master křivky elastického modulu (vlevo) a ztrátového modulu (vpravo) pro referenční teplotu 23 °C	35
Obr. 7.10 Master křivka komplexního modulu pružnosti pro referenční teplotu 23 °C (vlevo), ztrátový faktor (vpravo).....	35
Obr. 7.11 Přípravek pro měření v radiálním směru (vlevo) a v axiálním směru (vpravo) 36	
Obr. 7.12 Určení dynamické tuhosti z cyklické zkoušky	36

Obr. 7.13 Měřená závislost dynamické tuhosti grommetu na frekvenci při axiálním a radiálním zatěžování.....	37
Obr. 7.14 Master křivky dynamické tuhosti grommetu v axiálním a radiálním směru.....	37
Obr. 8.1 Fitování jednoosé tahové křivky hyperelastickými konstitutivními modely. Model Marlow kopíruje experimentální data s minimální odchylkou.....	39
Obr. 8.2 Fitování jednoosé tahové křivky hyperelastickými konstitutivními modely do 20% přetvoření.....	39
Obr. 8.3 Predikce chování hyperelastických konstitutivních modelů v dvouosé rovnoměrné napjatosti.....	40
Obr. 8.4 Predikce chování hyperelastických konstitutivních modelů při tahové zkoušce v rovinné deformaci.....	40
Obr. 8.5 Geometrie, okrajové podmínky a zatížení výpočtového modelu pro stanovení statického modulu pružnosti (vlevo). Určení modulu pružnosti v tahu metodou tečny (vpravo).	42
Obr. 8.6 Reálná a imaginární složka bezrozměrné smykové relaxační funkce $g^*(\omega)$ ve frekvenční oblasti	43
Obr. 8.7 CAD model gumového grommetu (vlevo), ocelové vložky (uprostřed) a zjednodušené dokonalé tuhé plochy reprezentující ocelový přípravek (vpravo)	43
Obr. 8.8 Schématické zobrazení sestavy v řezu	44
Obr. 8.9 Diskretizovaná geometrie.....	44
Obr. 8.10 Vyznačení kontaktních ploch (červeně). Na vnitřní straně silentbloku je vybrání, takže kontaktní plochy jsou pouze v horní a spodní části.	45
Obr. 8.11 Zatížení a okrajové podmínky v prvním kroku (vlevo) a v druhém kroku (vpravo) výpočtu při radiálním zatěžování	45
Obr. 8.12 Zatížení a okrajové podmínky v prvním kroku (vlevo) a v druhém kroku (vpravo) výpočtu při axiálním zatěžování.....	45
Obr. 9.1 Rozložení pole největšího hlavního přetvoření při harmonickém zatížení s amplitudou posuvu v axiálním směru $u_{axial}=0,1$ mm	47
Obr. 9.2 Rozložení pole největšího hlavního přetvoření při harmonickém zatížení s amplitudou posuvu v radiálním směru $u_{radial}=0,1$ mm	47
Obr. 9.3 Porovnání dynamické tuhosti grommetu získané experimentálním měřením a výpočtovým modelováním MKP pro axiální směr zatížení	48
Obr. 9.4 Porovnání dynamické tuhosti grommetu získané experimentálním měřením a výpočtovým modelováním MKP pro radiální směr zatížení.....	48
Obr. 9.5 Modifikace nastavení kontaktů a předepsání nových okrajových podmínek pro vyšetření vlivu definice kontaktu na výslednou tuhost součásti.....	49
Obr. 9.6 Porovnání dynamické tuhosti grommetu získané experimentálním měřením a výpočtovým modelováním MKP pro axiální směr zatížení	50
Obr. 10.1 Diskretizovaná geometrie vzorku pro DMA	51
Obr. 10.2 Zatížení a okrajové podmínky v simulaci DMA analýzy.....	51
Obr. 10.3 Odečtení reakční síly ve vazbách	52
Obr. 10.4 Teplo generované za 1 sekundu	52

Obr. 10.5 Diskretizovaná geometrie pro teplotní analýzu	53
Obr. 10.6 Profil zatížení generovaným teplem	54
Obr. 10.7 Rozložení teploty ve vzorku po čase $t=10$ s v důsledku frekvence zatížení 400 Hz	54
Obr. 10.8 Výsledek citlivostní analýzy – vliv hodnoty součinitele přestupu tepla na teplotu uvnitř součásti	55
Obr. 10.9 Simulovaná závislost změny teploty uvnitř vzorku na frekvenci zatížení při hodnotách přetvoření 5% a 0,5%	55
Obr. 10.10 Měření dynamické tuhosti grommetu s amplitudou zatížení $u=0,01$ mm ve frekvenčním rozsahu 50 až 200 Hz.	56
Obr. 10.11 Porovnání dynamické tuhosti grommetu ze simulace, původního a nového experimentálního měření.	57
Obr. 11.1 Ilustrativní ukázka provedení časově-teplotní superpozice komplexního modulu pružnosti [19]	58
Obr. 11.2 Konstrukce tzv. master křivky elastického modulu pro referenční teplotu $T=25^{\circ}\text{C}$ užitím časově-teplotní superpozice	59
Obr. 11.3 Konstrukce tzv. master křivky ztrátového modulu pro referenční teplotu $T=25^{\circ}\text{C}$ užitím časově-teplotní superpozice.	59
Obr. 11.4 Závislost dynamické tuhosti grommetu na frekvenci získaná časově-teplotní superpozicí měřených dat při teplotách 23 a -10°C	60
Obr. 12.1 Porovnání závislostí dynamické tuhosti grommetu na frekvenci ze simulace a experimentu po korekci časově-teplotní superpozice.	62
Obr. 12.2 Ilustrativní ukázka určení modulu pružnosti v tahu po relaxaci materiálu E_{∞} z tzv. master křivky elastického (storage) modulu získané z DMA analýzy.....	63
Obr. 12.3 Vliv hodnoty modulu pružnosti po relaxaci materiálu na výslednou dynamickou tuhost grommetu	63

SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Hlavička tabulky pro definování parametrů viskoelastického modelu materiálu v softwaru Abaqus	42
--	----