



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

DEFORMAČNÍ, NAPJATOSTNÍ A PEVNOSTNÍ ANALÝZA KULIČKOVÉHO LOŽISKA S UVAŽOVÁNÍM KONTAKTNÍCH PODMÍNEK

STRAIN, STRESS AND STRENGTH ANALYSIS OF THE BALL BEARING CONSIDERING THE
CONTACT CONDITIONS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. JIŘÍ PRÁŠIL

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. RNDr. Ing. JAN VRBKA, DrSc., dr.
h. c.

BRNO 2011

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2010/2011

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Jiří Prášil

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Deformační, napjatostní a pevnostní analýza kuličkového ložiska s uvažováním kontaktních podmínek

v anglickém jazyce:

Strain, stress and strength analysis of the ball bearing considering the contact conditions

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výpočtová analýza napjatosti, deformace a pevnostní analýza kuličkového ložiska s uvažováním poměrů v kontaktní ploše tvůrčím využitím metody konečných prvků (MKP), pomocí systému ANSYS resp. PATRAN-MARC. Tvorba adekvátního výpočtového modelu, výběr optimálních parametrů numerického řešení poměrů v kontaktní ploše atd. Případný návrh konstrukčních úprav.

Cíle diplomové práce:

Výpočtové modelování napjatosti a deformace v oblasti kontaktu u kuličkového ložiska, výběr optimálního modelu. Pevnostní kontrola ložiska, doporučení případných konstrukčních úprav. Ověření platnosti používaného vztahu pro zatížení kuličky dle Stribeck.

Seznam odborné literatury:

Ondráček, E., Vrbka, J., Janíček, P., Burša, J.: Mechanika těles. Pružnost a pevnost II. CERM, 2006

Madenci, E., Guven, I.: The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS. Springer, 2006

Vedoucí diplomové práce: prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2010/2011.

V Brně, dne 15.11.2010

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan fakulty

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že předložená diplomová práce je mojí původní prací, kterou jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a použitou odbornou literaturu a prameny jsem uvedl v literatuře.

7. 5. 2011

.....

Bc. Jiří Prášil

Poděkování

Rád bych poděkoval prof. RNDr. Ing. Janu Vrbkovi, DrSc., dr. h. c. za poskytnuté rady a připomínky při hledání řešení daného problému, panu Ing. Martinovi Plhalovi Ph.D. za pomoc s tvorbou a odladěním úlohy. Dále pak konstrukční kanceláři ve společnosti ZKL - Výzkum a vývoj a.s. za věnovaný čas a výpočetní kapacitu.

ABSTRAKT

Motivací pro tuto diplomovou práci je řešení praktického problému nové vývojové konstrukce ložiskové otoče pro nově vyvíjenou tramvaj Škoda, typ: 15T. Dalším podmětem ke vzniku této práce je projekt vývoje, konstrukce a výroby přesných ložisek (super precise bearing) v koncernu ZKL (www.zkl.cz), jehož nedílnou součástí jsou ložiskové otoče. Je zde zpracována deformačně napěťová analýza řešení vnitřní konstrukce ložiska pomocí metody konečných prvků (MKP). Získané výsledky jsou porovnány s klasickým přístupem založeným na Hertzově teorii. Důležitým cílem práce je optimální návrh třech parametrů: průměr valivého elementu, přimknutí a počet valivých elementů. Optimální je zde myšleno ve smyslu nejvhodnější. Optimalizační úloha je zde realizována řešením přímých úloh s různými parametry. S ohledem na nutnost podrobného řešení pole napjatosti ve vybraných kontaktních oblastech a přitom zachování rozumného výpočetního času byla zvolena kombinace globálního a lokálního výpočetního modelu. Pro řešení deformačně napěťové analýzy bylo použito pre/postprocesoru PATRAN a solveru MARC. Analytické řešení bylo provedeno v programu EXCEL.

KLÍČOVÁ SLOVA

Ložisková otoč, optimalizace, Hertzova teorie, metoda konečných prvků

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

PRÁŠIL, J. Deformační, napjatostní a pevnostní analýza kuličkového ložiska s uvažováním kontaktních podmínek. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 69 s. Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c..

ABSTRACT

Motivation of this master's thesis is solution of practical problem of the newly developed slewing ring for tram Škoda, type: 15T. Next impulse for thesis creation was the possibility to extend product range of roller bearing ZKL. There is processed strain – stress analysis of bearing inner design making use the finite element method (FEM). Obtained results are compared with classic approach based on the Hertz theory. Important aim of this work is three main parameters optimal establishment: rolling element diameter, arrangement radius and number of rolling elements. Optimization job is realized by solutions of direct tasks with different parameters. With regard to necessity of detailed stress analysis and conservation of reasonable computational time it was chosen approach of combination global and local FEM model. It was used pre/postprocessor PATRAN and solver MARC for solution of strain and stress analysis. Analytic solution was accomplished in software EXCEL.

KEYWORDS

Slewing ring, optimization, Hertz theory, finite element method

OBSAH

1.	ÚVOD	10
2.	POPIS PROBLÉMOVÉ SITUACE	12
3.	FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE ŘEŠENÍ	12
4.	REŠERŠE	13
4.1.	REŠERŠE K ANALYTICKÉMU ŘEŠENÍ	13
4.1.1.	<i>Bodový styk.....</i>	<i>13</i>
4.2.	REŠERŠE K NUMERICKÉMU ŘEŠENÍ.....	14
4.2.1.	<i>Základní myšlenka MKP.....</i>	<i>15</i>
5.	VYTVOŘENÍ SYSTÉMU PODSTATNÝCH VELIČIN	16
5.1.	NEZÁVISLÉ VELIČINY	16
5.2.	ZÁVISLÉ VELIČINY	16
6.	VOLBA EFEKTIVNÍ METODY ŘEŠENÍ	17
6.1.	PODOBNOSTNÍ MODELOVÁNÍ.....	17
6.2.	ANALOGOVÉ MODELOVÁNÍ	17
6.3.	EXPERIMENTÁLNÍ MODELOVÁNÍ	17
6.3.1.	<i>Klasické experimentální modelování</i>	<i>17</i>
6.3.2.	<i>Experimentální simulační modelování.....</i>	<i>17</i>
6.4.	VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ	18
7.	VSTUPNÍ ÚDAJE PRO ŘEŠENÍ PROBLÉMU	19
7.1.	VSTUPNÍ ÚDAJE O GEOMETRII	19
7.2.	VSTUPNÍ ÚDAJE O VAZBÁCH.....	20
7.3.	VSTUPNÍ ÚDAJE O MATERIÁLU.....	20
7.4.	VSTUPNÍ ÚDAJE O ZATÍŽENÍ	20
8.	ŘEŠENÍ PROBLÉMU.....	21
8.1.	ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ	21
8.2.	NUMERICKÉ ŘEŠENÍ	25
8.2.1.	<i>Obecně o přípravě výpočtového modelu</i>	<i>25</i>
8.2.2.	<i>Práce s programem MSC PATRAN</i>	<i>27</i>
8.2.3.	<i>Práce s programovacím jazykem PCL (The PATRAN command language).....</i>	<i>27</i>
8.2.4.	<i>Vytvoření SESSION souboru</i>	<i>28</i>
8.2.5.	<i>Popis globálního a lokálního modelu.....</i>	<i>29</i>

8.2.6.	Ukázky globálních výpočtových modelů	30
8.2.7.	Ukázka lokálního výpočtového modelu	31
8.2.8.	Popis použitých elementů	32
8.2.9.	Model vazeb	33
8.2.10.	Vytvoření soustavy pružin	35
8.2.11.	Nastavení pevnostní analýzy v programu MARC	36
9.	PREZENTACE DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ	42
9.1.	POROVNÁNÍ KONTAKTNÍCH TLAKŮ DLE HERTZOVY TEORIE A MKP	42
9.2.	KONTROLA ANALYTICKÉHO VZTAHU	44
9.2.1.	Výpočet konstanty x ve vzorci $F_{r\max} = \frac{x \cdot F_r}{z}$ pomocí MKP:	45
9.3.	OPTIMALIZACE VNITŘNÍ KONSTRUKCE	45
9.3.1.	Napětí na vnitřním kroužku	47
9.3.2.	Napětí na vnějším kroužku	48
9.3.3.	Průběhy napětí v optimálním modelu	50
9.4.	KONTROLA NAPJATOSTI METODOU GLOBÁLNÍHO A LOKÁLNÍHO VÝPOČTOVÉHO MODELU	51
9.4.1.	Globální model	51
9.4.2.	Lokální model	52
9.5.	Vliv velikosti globálního výpočtového modelu na deformaci a napjatost	53
9.5.1.	Globální model – 1 (441760 elementů; 482187 uzlů)	53
9.5.2.	Globální model – 2 (347600 elementů; 378017 uzlů)	54
9.5.3.	Globální model – 3 (152460 elementů; 170117 uzlů)	55
9.5.4.	Celkové zhodnocení	56
9.6.	STANOVENÍ HLOUBKY CEMENTAČNÍ VRSTVY	57
9.6.1.	Vnější kroužek	57
9.6.2.	Vnitřní kroužek	58
9.6.3.	Valivý element	58
9.7.	STANOVENÍ STATICKÝCH ÚNOSNOSTÍ POMOCÍ MKP	59
9.7.1.	Radiální statická únosnost	60
9.7.2.	Axiální statická únosnost	63
9.8.	SPEKTRUM DOVOLENÝCH ZATÍŽENÍ	65
10.	ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ	66
11.	ZÁVĚR	68
12.	POUŽITÉ ZDROJE	69

1. ÚVOD

Otoče jsou rotační valivá ložiska, která jsou převážně určena pro vysoce silově namáhaná uložení s nízkými otáčkami. Často se jedná o kyvná uložení. V porovnání s jinými valivými ložisky jsou otoče tenkostěnné konstrukce vyráběné v průměru jednoho metru a více. Tato ložiska umožňují přenášet kombinované zatížení tj. axiální i radiální síly a klopný moment. Často umožňují eliminaci řady součástí, které se používají při řešení uložení s klasickými ložisky, které nejsou schopny přenášet klopný moment. Výroba těchto speciálních ložisek je většinou kusová nebo malosériová. Mají široké spektrum využití:



Obr. 1.1 Použití otočí [4]

- stavební, mobilní a sloupové jeřáby,
- lopatová a kolová rypadla,
- otočné drapáky a navijáky,
- univerzální dokončovací zemní stroje,
- stroje na těžbu a zpracování dřeva,
- nakladače, stroje pro odvoz odpadu, hydraulické ruky,
- nápravy, podvozky,
- montážní a požární plošiny,
- roboty a manipulátory,
- obráběcí stroje a přípravky,
- speciální technika, antény, důlní kombajny, razící štíty, vrtné soupravy, větrné elektrárny,
- otoče pro rotační stoly.

Druhy otočí:

Typů otočí je celá řada, rozdělují se dle typu valivých elementů a jejich uspořádání, dle ozubení, dle konstrukce a dle typu klece. Následně kombinacemi těchto parametrů vznikají jednotlivé typy.

Dle typu valivých elementů a jejich uspořádání:

- jednořadá kuličková otoč se čtyřbodovým stykem,
- víceřadá kuličková otoč,
- otoč se zkříženými osami válečků,
- víceřadá axiální otoč s radiálním vedením,
- kombinovaná váleček kulička.

Dle ozubení:

- bez ozubení,
- ozubení na vnějším kroužku ložiska,
- ozubení na vnitřním kroužku ložiska.

Ozubení mohou být přímá, šikmá nebo s jiným úhlem sklonu zubu než je 20°.

Dle konstrukce otočí:

- dělený vnější kroužek,
- dělený vnitřní kroužek,
- kroužky nedělené s plnicím otvorem.

Dle typu klece:

- menší ložiska mají klasické kovové klece,
- větší otoče obsahují vedené separátory mezi jednotlivými valivými elementy,
- bez klece s plným počtem elementů.

Materiál otočí:

Menší otoče jsou vyráběny z klasické celokaliterné ložiskové oceli 14109, 14209. Větší otoče z materiálů určených k chemicko-tepelnému zpracování např. 12060 a tepelnému zpracování např. 15241.

Tepelné zpracování:

- menší otoče jsou zcela prokalené,
- větší a velké otoče mají povrchově kalené a cementované oběžné dráhy.

Díky velikosti dané tematiky se tato diplomová práce bude zabývat pouze kuličkovými otočeními se čtyřbodovým stykem.

2. POPIS PROBLÉMOVÉ SITUACE

Vyhodnocení deformačních a napjatostních veličin ve styku těles se složitější geometrií je komplikované. Znalost těchto veličin je přitom k posouzení správnosti konstrukce ložisek nezbytná. Analytickou metodou použitím Hertzovy teorie o styku pevných elastických těles lze určit stykové napětí a pružné posunutí. Ale tato metoda platí pouze pro kontaktní páry těles jednoduché geometrie (koule-rovina, válec-rovina, koule-koule, válec-válec atd.). U ložisek s přímkovým stykem se používají modifikované oběžné dráhy kroužků nebo valivých elementů k eliminaci hranových napětí. Tyto tvary jsou složité a zde už Hertzova teorie nestačí. Kuličková otoč nepatří mezi složité konstrukce, ale Hertzovu teorii ke stanovení kontaktního tlaku přímo použít nemůžeme. Kulička je totiž uložena ve válci s daným přimknutím. Nicméně analytické řešení je možné viz dále.

V dnešní době je dominantní metodou řešení kontaktních párů složitějších geometrií metoda konečných prvků. MKP je numerická metoda sloužící k simulaci průběhů napětí, deformací, vlastních frekvencí, vedení tepla, jevů elektromagnetismu atd. na vytvořeném fyzikálním modelu. Její princip spočívá v diskretizaci kontinua do určitého (konečného) počtu prvků, přičemž zjišťované parametry jsou určovány v jednotlivých uzlových bodech.

Jedním z cílů této práce je také popis MKP, popis algoritmů řešení kontaktních úloh a také popis práce s daným softwarem, aby mohla být tato práce použitelná i pro jiné pracovníky s menší znalostí MKP.

3. FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE ŘEŠENÍ

Vlastní konstrukce ložiska se bude hodnotit na základě deformačně napětíové analýzy, která se provede pro různé geometrické konfigurace. Výsledným návrhem se stane ta vnitřní konstrukce, která nejlépe vyhovuje z hlediska napjatosti okrajovým podmínkám. Daný problém je však komplexnější. Nesmí se opomenout i experimentální analýzy únavových

vlastností, lokálních materiálových vlastností, tribologických vlastností a jejich kombinací. Vzhledem k finančním možnostem a složitosti této problematiky je problém formulován takto:

Provést deformačně napjatostní analýzu optimální konstrukce kuličkové otoče pomocí metody konečných prvků. Srovnat výsledky s analytickým řešením.

Řešení napjatosti pomocí MKP nám rovněž umožňuje posoudit správnost běžně používaných analytických vztahů.

Provést kontrolu správnosti analytického vztahu pro maximální zatížení valivého elementu (kuličky) radiálně zatíženého ložiska pomocí metody globálního a lokálního modelu.

4. REŠERŠE

4.1. Rešerše k analytickému řešení

U zakřivených těles rozeznáváme tři druhy styku: bodový styk, přímkový (čarový) styk a plošný styk. Při bodovém styku se stýkají tělesa v nezatíženém stavu v jediném bodě, při přímkovém styku v přímce a při plošném styku v ploše. Dotýkají-li se dvě tělesa v nezatíženém stavu v křivce, jako např. u soudečkových ložisek, platí pro jejich styk přibližně totéž co pro styk přímkový [1].

Tvar stykové plochy při zatížení závisí na křivosti povrchu obou těles v místě styku. Velikost stykové plochy vzrůstá se stoupajícím tlakem. Vznik stykové plochy je vždy spojen se zploštěním nebo vydutím těles v místě styku a obě tělesa se současně přibližují.

4.1.1. Bodový styk

V důsledku velké koncentrace napětí ve stykové ploše při bodovém styku je přetvoření v okolí stykového bodu rozhodujícím pro přiblížení vzdálených částí tělesa.

Výpočet napětí a přetvoření při bodovém styku lze provést použitím Hertzovy teorie o styku pevných elastických těles. Hodnoty takto stanovené souhlasí v určitých mezích s hodnotami zjištěnými empiricky řadou prací.

Hertzova teorie o styku pevných elastických těles vychází z těchto předpokladů:

- 1) stýkající se tělesa jsou izotropní a homogenní,
- 2) materiál je lineárně elastický a jeho mez úměrnosti není překročena,
- 3) tělesa se stýkají jen ve velmi malé části povrchu, tj. styková plocha je rovinná,
- 4) stýkající se plochy jsou zcela hladké a mohou tedy vzniknout jen normální síly.

První předpoklad pro kovové materiály není přesně splněn, protože u každé oceli je struktura vytvořena z mnoha nepravidelně rozložených jednotlivých krystalů, které se chovají různým způsobem. Konstantní modul pružnosti, se kterým počítáme, představuje jen střední hodnotu vlastností jednotlivých krystalů v různých polohách. Kromě toho obsahuje každá ocel určité množství vměstků, které se sice u ocelí pro valivá ložiska udržují vhodným technologickým postupem na nejnížší mezi, ale jejich výskyt nelze nikdy zcela zamezit.

Druhý předpoklad nebývá splněn při zatíženích v horních mezích a musíme proto vzít v úvahu nepatrné plastické deformace na valivých tělesech a kroužcích. Jejich velikost leží na hranici možnosti měření.

U valivých ložisek bývá třetí podmínka nejspíše splněna na vnějším kroužku naklápěcích kuličkových ložisek. U jednořadých kuličkových ložisek a u soudečkových ložisek při velkých zatíženích dosahuje styková plocha vzhledem k poloměrům křivosti již větších hodnot.

4.2. Rešerše k numerickému řešení

Metoda konečných prvků je numerická metoda pro řešení variačně formulovaného problému mechaniky. Pro deformačně formulovanou úlohu mechaniky se u lineárně pružného tělesa vychází z Lagrangeového variačního principu [2].

„Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkové potenciální energii Π stacionární hodnotu.“

$$\Pi = W - P \quad (4.2.1)$$

kde W je energie napjatosti tělesa Ω .

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon} dV \quad (4.2.2)$$

a P je potenciál vnějšího zatížení

$$P = \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{o} \cdot dV + \int_{\Gamma_p} \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{p} \cdot dS \quad (4.2.3)$$

V uvedených vztazích vystupují sloupcové matice

– posuvů	$\mathbf{u}^T = [u, v, w]$
– přetvoření	$\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]$
– napětí	$\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]$
– objemového zatížení	$\mathbf{o}^T = [o_x, o_y, o_z]$
– plošného zatížení	$\mathbf{p}^T = [p_x, p_y, p_z]$

4.2.1. Základní myšlenka MKP

Je založena na diskretizaci spojitého problému. Obecně je celková potenciální energie Π závislá na spojitých funkcích u, v, w , z nichž každá reprezentuje nekonečné množství hodnot v nekonečně mnoha bodech řešené oblasti. Aby úloha mohla být řešena numericky, je nutno každou z funkcí vyjádřit v závislosti na konečném počtu parametrů. V MKP se aproximační funkce posuvů vyjadřují přibližně jako součet předem daných, známých funkcí $\tilde{u}_i, \tilde{v}_j, \tilde{w}_k$, označovaných jako *bázové funkce*. Ty jsou násobeny neznámými koeficienty:

$$u = \sum_{i=1}^l a_i \cdot \tilde{u}_i; \quad v = \sum_{j=1}^m b_j \cdot \tilde{v}_j; \quad w = \sum_{k=1}^n c_k \cdot \tilde{w}_k. \quad (4.2.1.1)$$

Dosazením této aproximace do výrazu pro celkovou potenciální energii (4.2.1) přejdeme od vyjádření funkcionálu $\Pi(u,v,w)$, závislého na funkcích, k vyjádření $\Pi(a_1, a_2, a_3, \dots)$, závislému na konečném počtu parametrů. Podmínka stacionární hodnoty Π vede pak na soustavu rovnic pro určení těchto neznámých parametrů:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Pi}{\partial a_1} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \Pi}{\partial c_n} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow a_1, a_2, \dots, c_n \quad (4.2.1.2)$$

Řešením soustavy se získají parametry $a_1, a_2, a_3, \dots$ a tím i aproximace hledaných funkcí posuvů dle (5.2.1.1). Metoda konečných prvků využívá speciální bázové funkce, z nichž každá je nenulová jen v určitém krátkém intervalu.

5. VYTVOŘENÍ SYSTÉMU PODSTATNÝCH VELIČIN

Každý řešitel musí zvážit, co je pro řešení daného problému důležité a co si může dovolit zanedbat. Systém podstatných veličin zahrnuje všechny veličiny, které popisují podstatné okolnosti z hlediska řešeného problému. [3]

Tato optimalizační úloha je řešena jako soubor přímých úloh a podstatné veličiny figurující v daném problému lze rozdělit na nezávislé a závislé.

5.1. Nezávislé veličiny

- geometrie vnitřního kroužku,
- geometrie vnějšího kroužku,
- geometrie valivého elementu,
- vazba vnitřního kroužku a valivých elementů,
- vazba vnějšího kroužku a valivých elementů,
- vazba kroužků a vnějšího uložení,
- materiálové charakteristiky všech částí soustavy,
- zatížení těles.

5.2. Závislé veličiny

- posuvy,
- napjatost,
- kontaktní tlaky ve stykových plochách.

6. VOLBA EFEKTIVNÍ METODY ŘEŠENÍ

Definovaný problém je možno řešit několika způsoby (různými způsoby modelování) [3].

Přehled metod:

6.1. Podobnostní modelování

Je založeno na existenci invariantů podobnosti π_i . Jedná se o bezrozměrové komplexy fyzikálních veličin, které popisují fyzikální děje. Odvození těchto invariantů π_i (podobnostních čísel) se realizují s využitím rozměrové analýzy. V podstatě jde popis chování reálného objektu pomocí modelového objektu (většinou se jedná o zmenšeninu) za předpokladu stejných podobnostních čísel. Modelový objekt by měl být podobný reálnému z hlediska geometrie, materiálového složení, struktury a fyzikálních procesů v něm probíhajících.

6.2. Analogové modelování

Využívá analogii fyzikálních procesů. Analogové procesy jsou ty, které jsou popsány stejnou matematickou operátorovou rovnicí a stejnými okrajovými podmínkami. Operátorovou rovnicí jsou obvykle obyčejné nebo parciální diferenciální rovnice. Analogové fyzikální procesy jsou matematicky izomorfní, což znamená, že z chování jednoho fyzikálního procesu lze usuzovat chování jiného fyzikálního procesu a opačně.

6.3. Experimentální modelování

6.3.1. Klasické experimentální modelování

Je charakterizováno tím, že na materiálním objektu se realizují experimenty s cílem získat informace pro řešení určitého problému na tomto objektu, bez jakékoli návaznosti na matematickou teorii související s řešením problému.

6.3.2. Experimentální simulační modelování

Je specifickým případem experimentálního modelování, jehož cílem je analyzovat procesy probíhající na objektu, a tím určit potenciálně možná chování objektu pro předem zvolenou strategii změn týkajících se některé z těchto entit: aktivace objektu, ovlivňování

objektu okolím, vazeb objektu s okolím, změn ve struktuře a ve vlastnostech struktury objektu apod.

Experimentální simulační modelování je v podstatě mnohokrát opakované klasické experimentální modelování.

6.4. Výpočtové modelování

Charakter inženýrských činností vyžaduje kvantifikaci výsledků řešení problémů, takže při využívání matematických teorií dominuje zpracování číselných veličin výpočtem. Modelovým objektem je množina matematických teorií použitelných pro řešení daného problému. Existence matematické teorie je nutnou podmínkou výpočtového modelování. Matematická teorie musí být řešitelná, musí existovat výpočetní prostředek k její realizaci a musí existovat vstupní údaje do algoritmu jejího řešení.

Podobnostní, analogové a experimentální modelování je pro řešení daného problému nevhodné hlavně z hlediska časové a finanční náročnosti. V této práci je použito výpočtové modelování realizované analytickými a numerickými metodami.

Analytické řešení je zde zpravováno pomocí programu EXCEL. Kritérium správného návrhu vnitřní konstrukce ložiska je dovolený kontaktní tlak, proto bude výstupem tohoto řešení stanovení maximálního kontaktního tlaku v ložisku a bezpečnosti.

Numerické řešení je zpracováno pomocí programů PATRAN – pre/postprocessor a jako řešič byl zvolen MARC. Tento problém bylo možné řešit i jinými programy na bázi konečných prvků jako: ANSYS, NASTRAN nebo ABAQUS nicméně řešič MARC využívá společnost ZKL - Výzkum a vývoj, a.s. a byl dostupný k jeho použití v této práci.

Jako výpočetní prostředek byl využit firemní počítač:

- DELL Precision T7500,
- Processor: Intel Xeon X5650,
- Instalovaná paměť: 24GB.

7. VSTUPNÍ ÚDAJE PRO ŘEŠENÍ PROBLÉMU

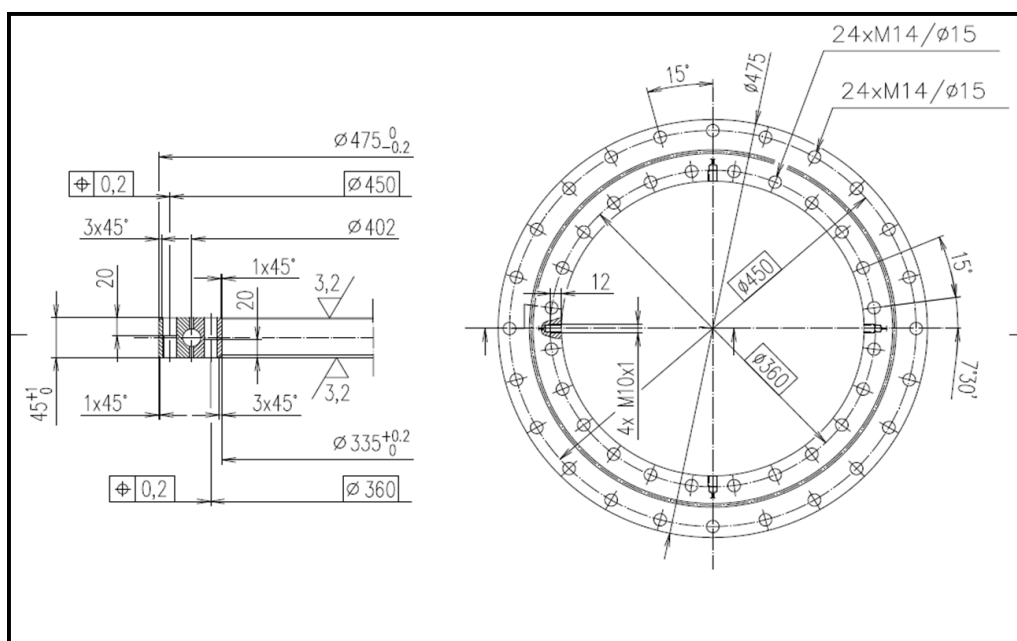
Výrobce tramvají typu 15T Škoda transportation a.s. poskytl spektrum zatížení podvozku, zástavbové a připojovací rozměry pro ložisko viz. příloha 1. Samotný návrh vnitřní konstrukce ložiska byl ponechán na společnosti ZKL Výzkum a vývoj a.s.



Obr. 7.1. Obrázek tramvaje 15T [5]

7.1. Vstupní údaje o geometrii

Vnější rozměry ložiska byly dány dle poptávky.



Obr 7.1.1. Zástavbové rozměry ložiska

Ložisko se obecně skládá z vnitřního kroužku, vnějšího kroužku, valivých elementů a klece, která plní funkci jejich separace. Klec je z hlediska řešeného problému nepodstatná. Do MKP modelu je potřeba zohlednit pouze podstatné části modelu z hlediska deformace a napjatosti. Na zástavbovém výkresu jsou vidět díry pro šrouby, které nebyly v MKP modelu modelovány. Předpokládá se nevýrazné snížení tuhosti v zamontovaném stavu.

7.2. Vstupní údaje o vazbách

Vazby ložiskových součástí jsou realizovány prostřednictvím kontaktních párů. Uvnitř ložiska se předpokládá téměř nulové tření (díky mazivu), nicméně u kontaktních úloh je výhodné aktivovat tření z důvodu zrychlení konvergence úlohy. Koeficient tření byl zvolen $f = 0,05$.

Vnější uložení se předpokládá jako absolutně tuhé.

7.3. Vstupní údaje o materiálu

Ložisko bude vyrobeno z celokalitelné ložiskové oceli 100CrMnSi6-4 popř. oceli určené k cementaci 18NiCrMo14-6. Tepelné zpracování nemá na velikost modulu pružnosti významný vliv tudíž materiálové charakteristiky soustavy budou:

$$E_{\text{ocel}} = 210\,000 \text{ MPa}$$

$$\mu_{\text{ocel}} = 0,3$$

Pro zlepšení konvergence úlohy je zapotřebí v úloze namodelovat pružiny spojující valivé elementy a jednotlivé kroužky. Materiál musí být poddajný, aby neovlivnil výsledky úlohy.

$$E_{\text{pružina}} = 20 \text{ MPa}$$

$$\mu_{\text{pružina}} = 0,3$$

7.4. Vstupní údaje o zatížení

Ložiskové otoče jsou poměrně tenkostěnná ložiska. Díky tloušťce svých kroužků nejsou lisovány na hřídele, ale jsou připevněny skrze šrouby. Přes šrouby je také realizován přenos sil. Bylo poskytnuto celkem 9 zátěžových režimů, které ložisko musí vydržet. Návrh vnitřní konstrukce se dimenzoval na nejvyšší zatížení, které se v provozu mohlo objevit. Jednalo se o nárazové zatížení: $F_{\text{radiální}} = 280 \text{ kN}$ a $F_{\text{axiální}} = 72 \text{ kN}$.

8. ŘEŠENÍ PROBLÉMU

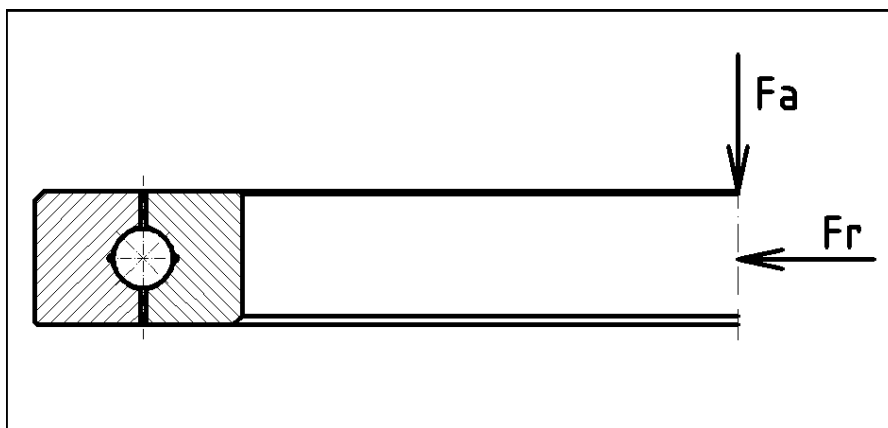
Dříve se kontaktní tlaky v ložisku počítaly pomocí analytických metod (Podle Hertzovy teorie), nicméně ty mají svá omezení. V dnešní době je výhodnější použití numerických metod (MKP) umožňujících řešit komplexní napjatost. Výsledkem výpočtu pomocí MKP jsou posuvy v uzlových bodech, ze kterých se pak počítají napjatostní veličiny (ekvivalentní napětí, smyková napětí, kontaktní tlaky apod.) V této kapitole je popsáno výpočtové modelování realizované analytickou metodou i numerickou metodou.

8.1. Analytické řešení

Předpoklad:

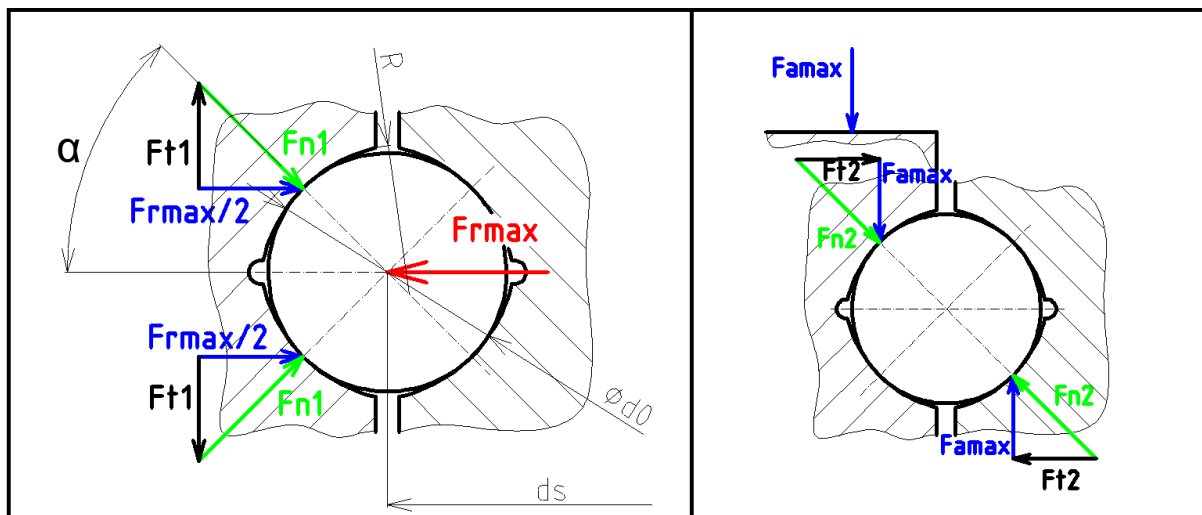
V oblasti kontaktu mezi prvky konstrukce se uvažují pouze normální síly. Smykovou složku pak můžeme zanedbat, jelikož reakční silový vazebný účinek leží uvnitř třecího kužele, který je s ohledem na $f = 0,05$ velice malý ($2,86^\circ$). Nedochozí k prokluzu valivých elementů.

Zatížení ložiska je: $F_{\text{radiální}} = 280 \text{ kN}$ a $F_{\text{axiální}} = 72 \text{ kN}$.



Obr. 8.1.1. Zatížení ložiska

Nejdůležitější je správné určení zatížení nejvíce zatíženého valivého elementu.



Obr. 8.1.2. Uvolnění valivého elementu (vlevo-radiální zatížení, vpravo- axiální zatížení)

Maximální normálové zatížení valivého elementu:

$$Q_{\max} = F_{n1} + F_{n2} \quad (8.1.1.)$$

Maximální zatížení valivého elementu od radiální síly:

$$F_{r\max} = \frac{4,37 \cdot F_r}{z} = \frac{4,37 \cdot 280}{55} = 22,247 \text{ kN}, \quad (8.1.2.)$$

kde z je počet valivých elementů

Konstantu 4,37 ze vztahu č. 8.2.2. odvodil Striebeck pro jednořadá kuličková ložiska a platí pro ložisko bez vůle.

Maximální zatížení valivého elementu od axiální síly:

$$F_{a\max} = \frac{F_a}{z} = \frac{72}{55} = 1,309 \text{ kN} \quad (8.1.3.)$$

Axiální síla se rozkládá v ložisku rovnoměrně.

Normálové složky maximálních zatížení od radiální a axiální síly:

$$F_{n1} = \frac{F_{r\max}}{2 \cdot \cos(\alpha)} = \frac{22,247}{2 \cdot \cos(45^\circ)} = 15,731 \text{ kN} \quad (8.1.4.)$$

$$F_{n2} = \frac{F_{a\max}}{\cos(\alpha)} = \frac{1,309}{\cos(45^\circ)} = 1,851 \text{ kN} \quad (8.1.5.)$$

Maximální normálové zatížení valivého elementu:

$$Q_{\max} = F_{n1} + F_{n2} = 15,731 + 1,851 = 17,582 \text{ kN} = 17,582 \text{ N}$$

Výpočet napětí ve stykové ploše u kuličkových ložisek:

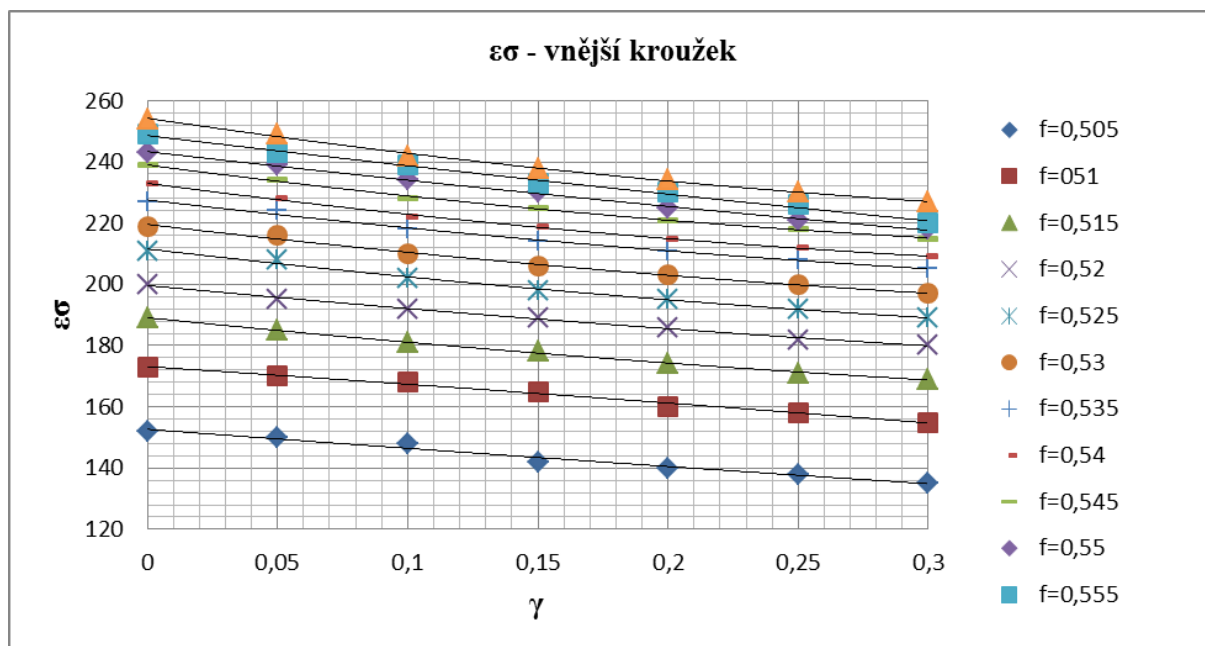
Jelikož Hertzova teorie platí pouze u geometricky jednoduchých kontaktních párů vyvinuly se v ložiskovém odvětví vlastní přístupy. Jsou to většinou empirické závislosti zapsány do nomogramů.

$$\sigma_{\max} = 4,67 \cdot \varepsilon_{\sigma} \cdot \left(\frac{Q_{\max}}{d_0^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (8.1.6.)$$

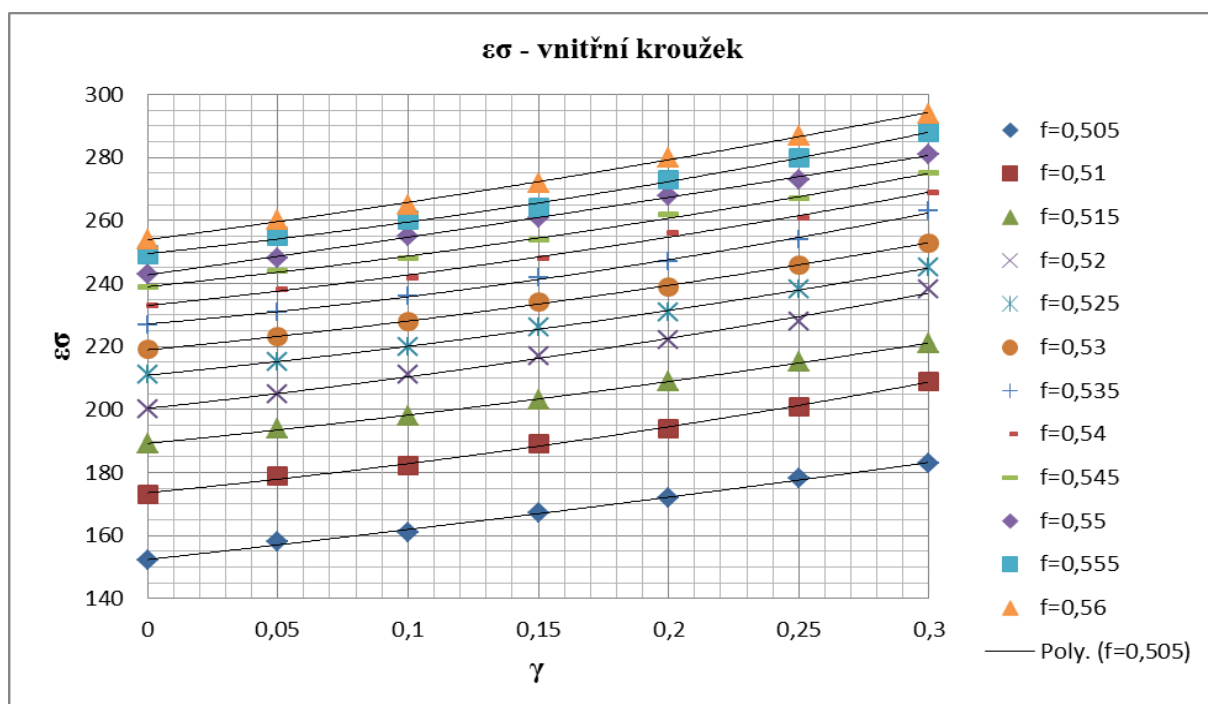
d_0 - průměr valivého elementu

ε_{σ} - empiricky určený součinitel kontaktní koncentrace napětí

Nomogramy pro různé $\gamma = \frac{d_0}{d_s} \cdot \cos(\alpha)$ a různé přímknutí $f = R/d_0$



Obr. 8.1.3. Graf pro určení koeficientu ε_{σ} pro vnější kroužek

Obr. 8.1.4. Graf pro určení koeficientu ε_σ pro vnitřní kroužek

d_s - roztečný průměr valivých elementů

α - stykový úhel

Kontaktní napětí ve stykové ploše na rozhraní vnější kroužek valivý element:

Ze vztahu č. 8.1.6. a grafu na obr. 8.1.3. vyplývá, že kontaktní napětí závisí na:

- vnějším zatížení $Q_{\max} = 17,582 \text{ N}$,
- průměru valivého elementu $d_0 = 19 \text{ mm}$,
- roztečném průměru valivých elementů $d_s = 402 \text{ mm}$,
- přimknutí $f = 0,505$,
- stykovém úhlu $\alpha = 45^\circ$.

Určení koeficientu ε_σ :

$$\gamma = \frac{d_0}{d_s} \cdot \cos(\alpha) = \frac{19}{402} \cdot \cos(45^\circ) = 0,033$$

Kontaktní napětí ve stykové ploše na rozhraní vnější kroužek valivý element:

Z grafu na obr. 8.1.3. vyplývá, že $\varepsilon_{\sigma} = 150,8$

$$\sigma_{\max_1} = 4,67 \cdot \varepsilon_{\sigma} \cdot \left(\frac{Q_{\max}}{d_0^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 4,67 \cdot 150,8 \cdot \left(\frac{17582}{19^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 2572 \text{ MPa}$$

Kontaktní napětí ve stykové ploše na rozhraní vnitřní kroužek valivý element:

Z grafu na obr. 8.1.4. vyplývá, že $\varepsilon_{\sigma} = 155,4$

$$\sigma_{\max_2} = 4,67 \cdot \varepsilon_{\sigma} \cdot \left(\frac{Q_{\max}}{d_0^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 4,67 \cdot 155,4 \cdot \left(\frac{17582}{19^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 2650 \text{ MPa}$$

U staticky namáhaných ložisek je dovolené kontaktní napětí až 3000 MPa.

Výsledky kontaktních napětí u dalších zatěžovacích režimů jsou uvedeny v příloze č.1.

8.2. Numerické řešení

V této kapitole bude podrobně popsán numerický přístup řešení.

8.2.1. Obecně o přípravě výpočtového modelu

Základní principy metody konečných prvků jsou popsány v kapitole 4.2. Rešerše k numerickému řešení. Její princip v podstatě spočívá v diskretizaci spojitého kontinua do určitého (konečného) počtu prvků, přičemž zjišťované deformační parametry (posuvy) jsou určovány v jednotlivých uzlových bodech. Metoda konečných prvků vede na řešení soustavy lineárních rovnic, přičemž každý deformační parametr daného uzlu je představitelem jednoho řádku rovnice.

$$\text{Základní rovnice MKP: } K \cdot U = F \quad (8.2.1.1)$$

K – čtvercová matice tuhosti

U – vektor deformačních parametrů

F – vektor zatížení

U velkých soustav se diskretizace tvoří s ohledem na předvídání kritických míst. U oblastí, kde se očekává koncentrace napětí, nebo které jsou z hlediska řešení problému

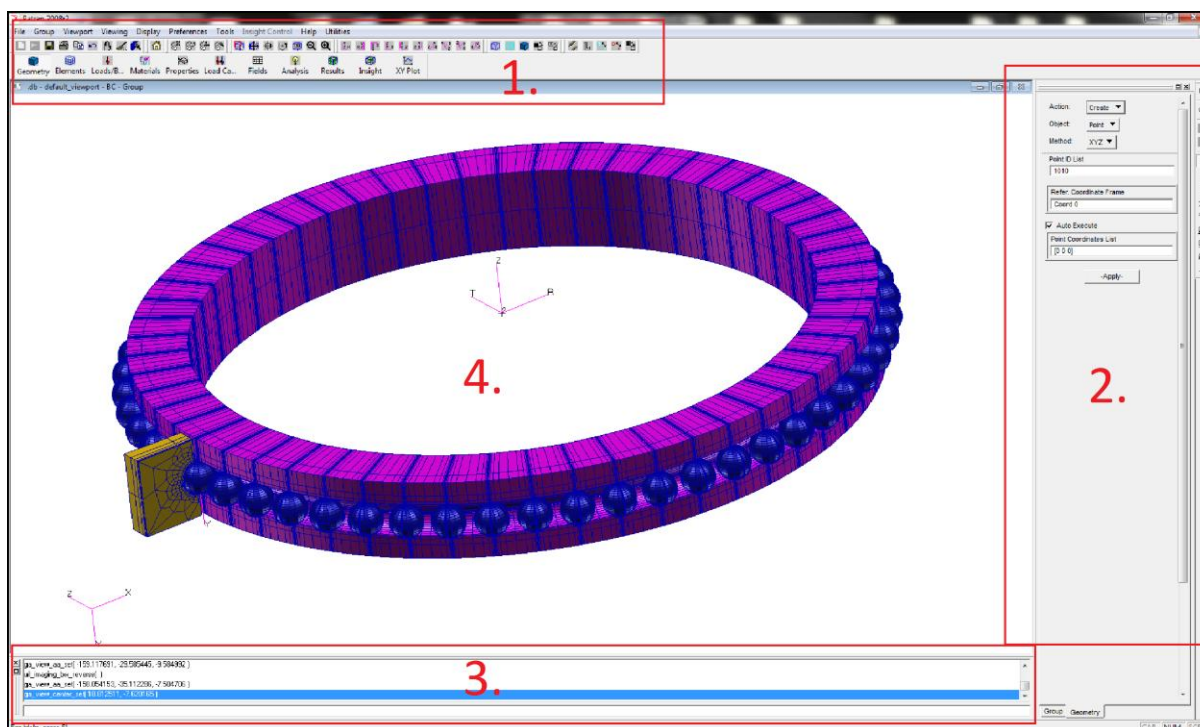
podstatné, se používá hustá síť a u oblastí, které nejsou z hlediska řešeného problému podstatné, se používá síť řidší.

Diskretizace má zásadní vliv na rychlost řešení úlohy. Větší řád matice tuhosti vede ke zdoluhavým výpočetním časům navíc funkce $f(\text{počet elementů}) = t$ je nelineární, tzn. Řešení s 2x více elementy nevede na 2x větší výpočetní čas, ale na vyšší.

Návrh vnitřní konstrukce je optimalizační úlohou ve smyslu hledání nejvhodnějšího řešení. Optimalizace je zde řešena sérií přímých úloh. Výslednou variantou se stane ta, u které nebude vznikat hranové napětí (koncentrace napětí v přechodech křivosti v kontaktních oblastech).

8.2.2. Práce s programem MSC PATRAN

Pracovní rozhraní je rozděleno do celkem 4 částí:



Obr. 8.2.2.1 Uživatelské rozhraní

1. V této liště je struktura procesu výpočtového modelování (Geometrie, elementy, okrajové podmínky, materiály, nastavení zátěžného kroku, nastavení analýzy a postprocessing -prohlížení výsledků).
2. Okno aplikace - v této liště jsou tři podokna s příkazy:
 - akce (co chcete udělat) např. vytvořit,
 - objekt (s jakou entitou) např. bod,
 - metoda (jakou formou - metodou) např. střed oblouku.
3. Příkazový řádek - přímý zápis do PCL programovacího jazyku.
4. Modelové rozhraní.

8.2.3. Práce s programovacím jazykem PCL (The PATRAN command language)

PCL je programovací jazyk, který je součástí systému MSC PATRAN. Uživatelské rozhraní je poháněno skrze PCL. To znamená, že jakákoliv provedená operace je přímo

zapsána do skriptu (.JOU FILE). Může být používán pro programování různých aplikací nebo se skrze něj dají naprogramovat přidavná tlačítka apod.

Je to plnohodnotný programovací jazyk obsahující například:

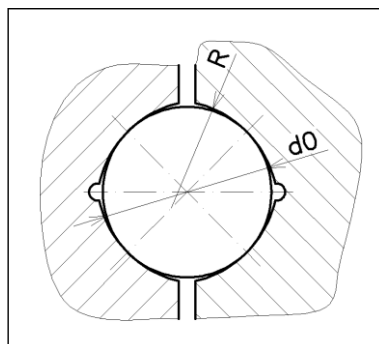
- operátory pro aritmetické, logické a textové výrazy,
- matematické funkce (goniometrické a jiné),
- proměnné s typem, rozsahem a atributy dimenze,
- virtuální řetězce a pole,
- regulační smyčky struktur, jako jsou WHILE, FOR, LIST a REPEAT,
- podmíněné řízení jako je IF-THEN-ELSE a SWITCH-CASE a jiné.

S ohledem na dlouhé časy přípravy výpočtového modelu je výhodné sestavit tzv. makro soubor, který zajistí rychlou jeho tvorbu bez zbytečných operací navíc (tím je myšleno např. otáčení modelu, posouvání a chybné zadávání). V PRE/POSTPROCESSORU MSC PATRAN se využívá tzv. SESSION FILE k načtení posloupnosti příkazů.

8.2.4. Vytvoření SESSION souboru

Jako parametry výpočtového modelu byly zvoleny tyto:

- průměru valivého elementu d_0 ,
- přimknutí $f = R/d_0$,
- počet valivých elementů Z .



Obr. 8.2.4.1 Parametry modelu

Zbytek rozměrů (parametrů) byl dán dle výkresu zástavby a zadání.

Každá provedená operace se zapíše do JOU souboru. Tento soubor se dá využít při tvorbě SESSION souboru (dále makra). Celá struktura makra je přehledná, jelikož jednotlivé příkazy se skládají z výrazů z okna aplikace viz. kapitola 8.2.2. například:

```
asm_const_grid_xyz( "1", "[0,0,0]", "Coord 0", asm_create_grid_xyz_created_ids )
```

- vytvoř - bod - v síti xyz - označení 1 - souřadnice [0,0,0] - koordinační systém 0.

Celé makro je přiloženo k této práci v příloze.

8.2.5. Popis globálního a lokálního modelu

Ložisko je soustava těles složená z rotačně symetrických součástí. Díky okrajové podmínce radiálního zatížení a parametru Z (počet valivých elementů) se výpočtový model nedá zjednodušit například na symetrickou polovinu.

Globální výpočtový model s vyšší úrovní diskretizace (s hustou sítí) má v daném případě až 5-10 milionů uzlů i více, což vede na dlouhé výpočetní časy. Řešit takovým způsobem ložiskové soustavy je neefektivní.

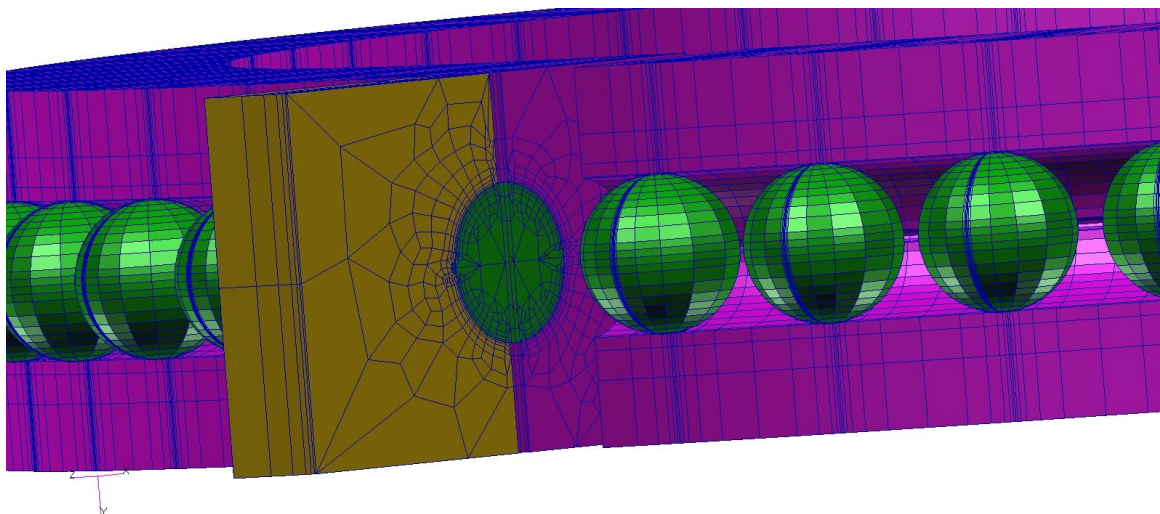
U globálního výpočtového modelu je tedy použita nižší úroveň diskretizace.

Lokální výpočtový model je modelovaný jako polovina jednoho valivého segmentu s vyšší úrovní diskretizace (hustou sítí).

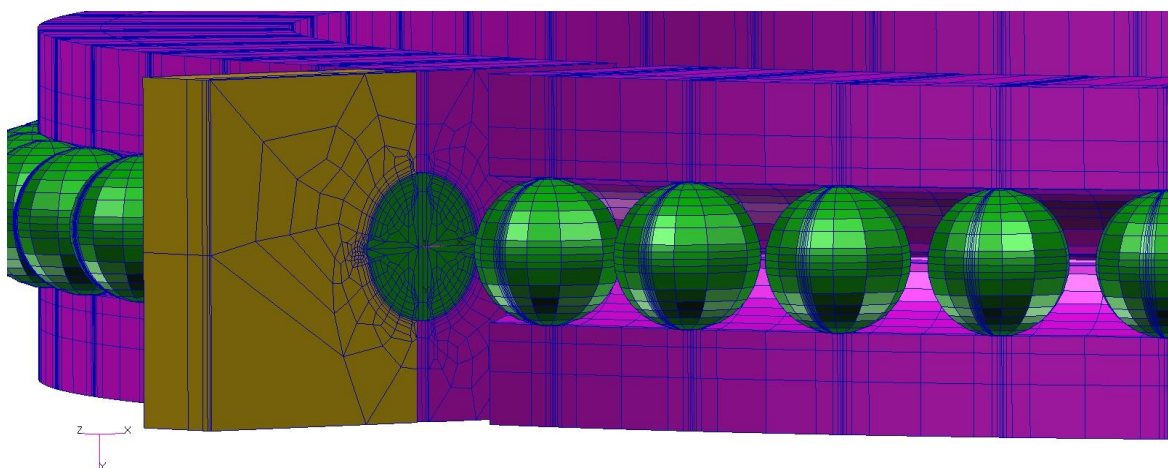
Metoda globálního a lokálního modelu spočívá s podstatě v tom, že se vypočítá deformace (posuvy v uzlových bodech) u celkového modelu ložiska v zatíženém stavu a tyto posuvy se poté aplikují na lokální model.

V práci jsou počítány celkem 3 varianty diskretizace globálního modelu a k nim náležící lokální modely. Výsledky jsou v závěru porovnány.

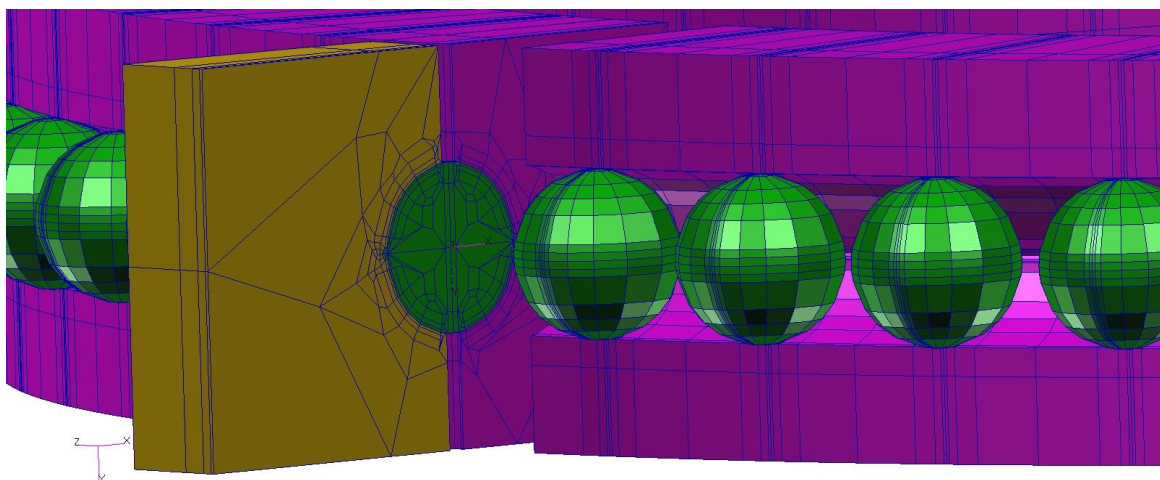
8.2.6. Ukázky globálních výpočtových modelů



Obr. 8.2.6.1 Ukázka hustoty sítě globálního modelu - 1

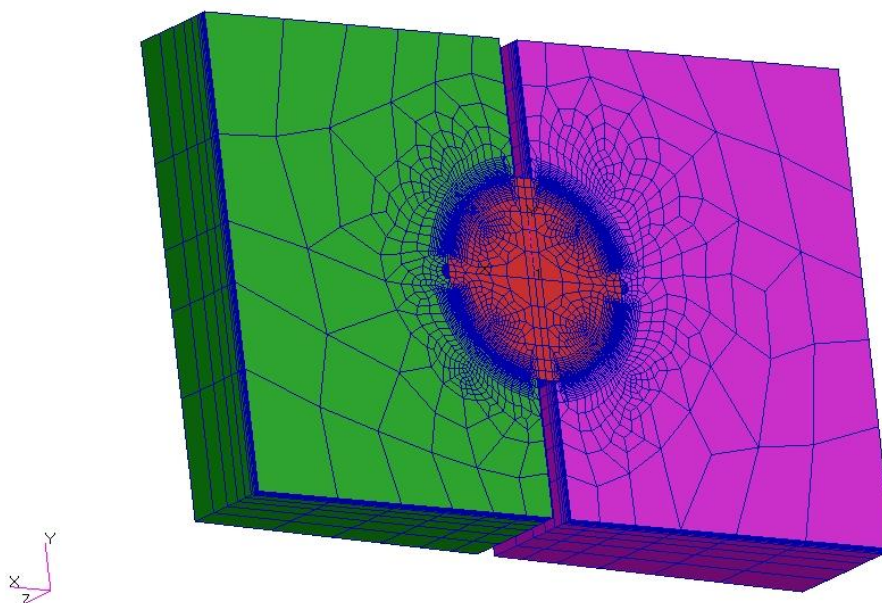


Obr. 8.2.6.2 Ukázka hustoty sítě globálního modelu - 2



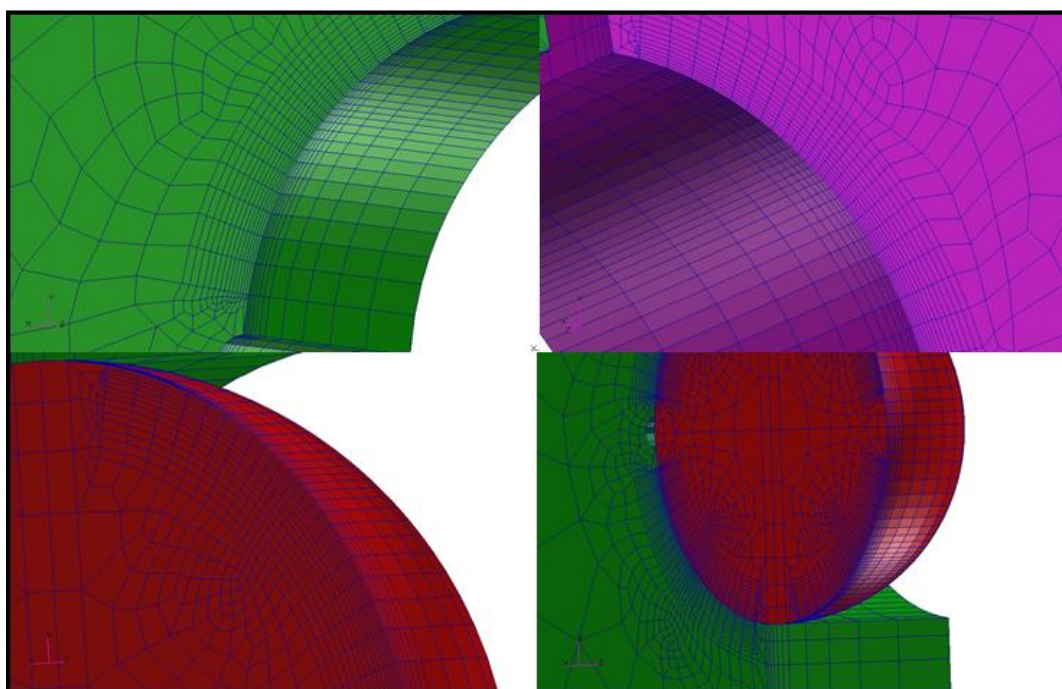
Obr. 8.2.6.3 Ukázky hustoty sítě globálního modelu -3

8.2.7. Ukázka lokálního výpočtového modelu



Obr. 8.2.7.1 Ukázka lokálního modelu

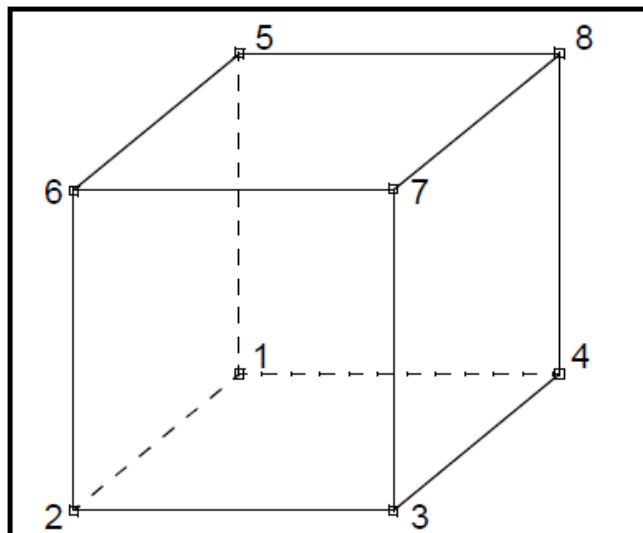
S ohledem na kvalitní zobrazení napjatosti je zapotřebí v kontaktních oblastech síť výrazně zhustit. Vzhledem k případné cementaci oběžných drah se musí určit průběh smykového napětí po tloušťce stěny oběžné dráhy, proto je hustá síť použita až do hloubky 2 mm.



Obr. 8.2.7.2 Ukázka hustoty sítě lokálního modelu

8.2.8. Popis použitých elementů

System MARC nabízí použití více než 200 typů elementů. V této práci byl použit element třídy 5 s označením Element 7.



Obr. 8.2.8.1 Element 7 [7]

Tento prvek je složen z osmi uzlů, je izoparametrický s trilineární interpolací. Číslování prvku je dle obr. 8.2.8.1.

8.2.8.1. Bázové funkce

Proces tvorby matice tuhosti konečného prvku probíhá na jednotkovém obrazci (čtverec, krychle) v jednotkových souřadnicích (η, ξ, ς) . [10]

Pomocí zvolených funkcí se jednotkový obrazec (η, ξ, ς) zobrazí na skutečný tvar prvku (x, y, z) . [10]

Funkce použité pro zobrazení se použijí i jako aproximace hledané veličiny. [10]

Element 7 používá následující bázové funkce:

$$N_1 = \frac{1}{8} \cdot (1 - \xi) \cdot (1 - \eta) \cdot (1 - \varsigma) \quad N_2 = \frac{1}{8} \cdot (1 + \xi) \cdot (1 - \eta) \cdot (1 - \varsigma)$$

$$N_3 = \frac{1}{8} \cdot (1 + \xi) \cdot (1 + \eta) \cdot (1 - \varsigma) \quad N_4 = \frac{1}{8} \cdot (1 - \xi) \cdot (1 + \eta) \cdot (1 - \varsigma)$$

$$N_5 = \frac{1}{8} \cdot (1 - \xi) \cdot (1 - \eta) \cdot (1 + \varsigma) \quad N_6 = \frac{1}{8} \cdot (1 + \xi) \cdot (1 - \eta) \cdot (1 + \varsigma)$$

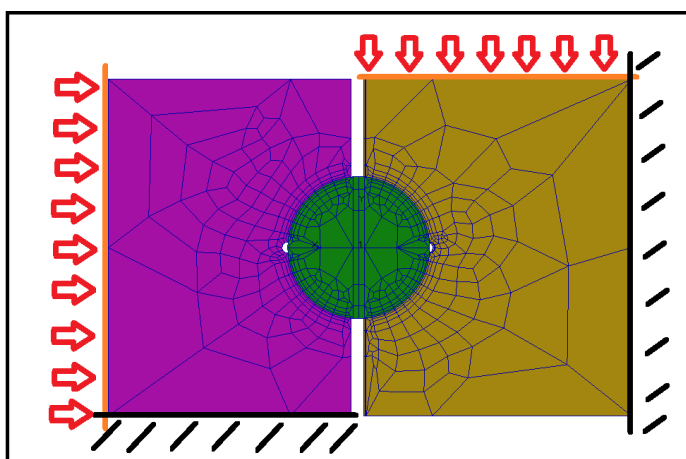
$$N_7 = \frac{1}{8} \cdot (1 + \xi) \cdot (1 + \eta) \cdot (1 + \varsigma) \quad N_8 = \frac{1}{8} \cdot (1 - \xi) \cdot (1 + \eta) \cdot (1 + \varsigma)$$

8.2.9. Model vazeb

Vazby v tomto modelu jsou realizovány pomocí kontaktních těles.

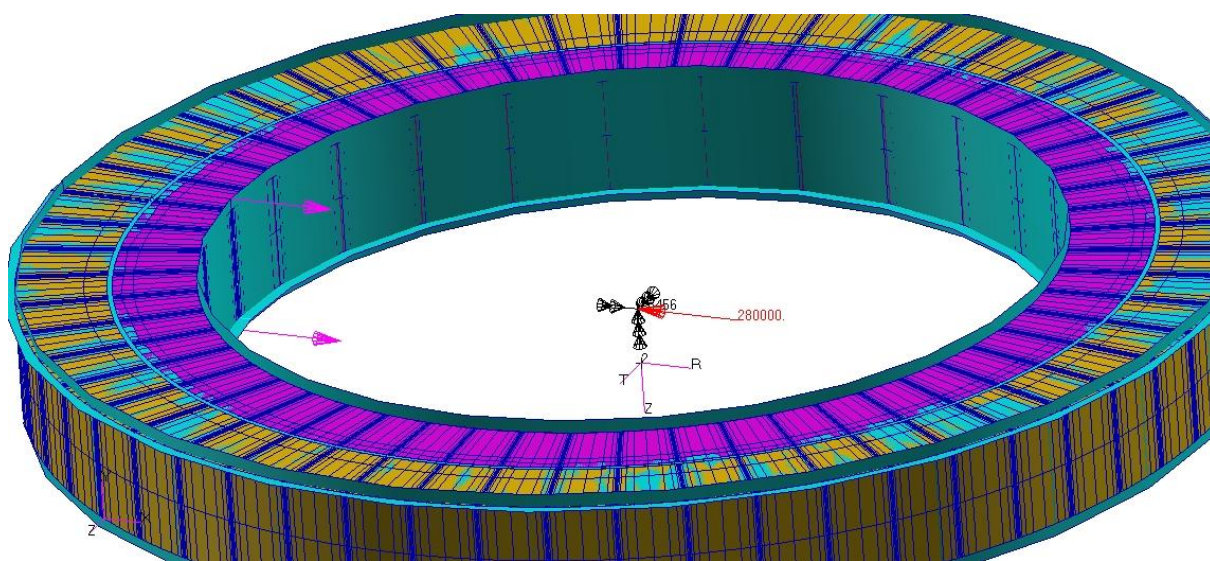
8.2.9.1. Vazba ložiska a okolí

Ložisko je zatíženo radiální a axiální silou.



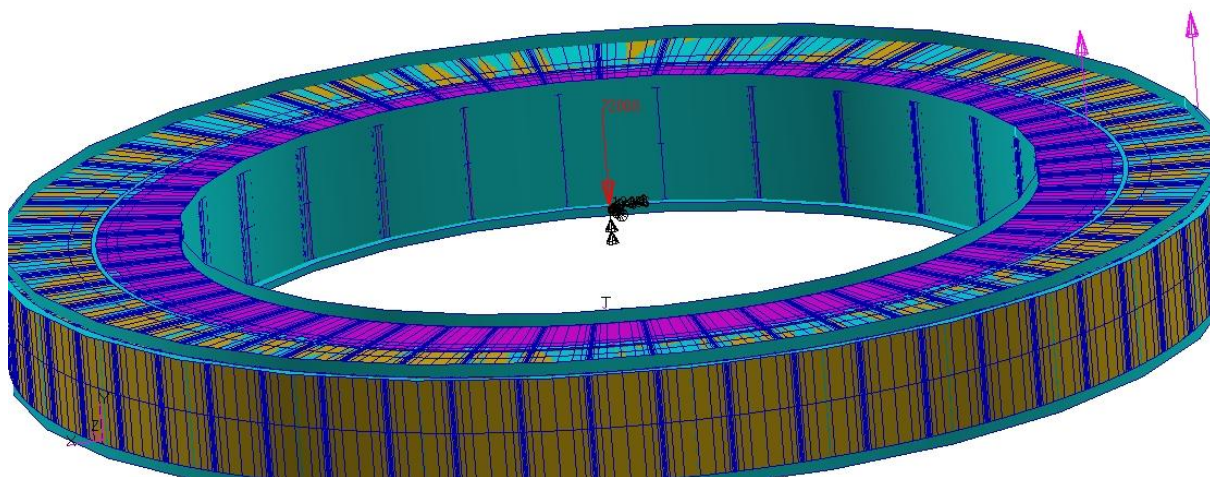
Obr. 8.2.9.1.1 Silové působení na ložisko

Radiální zatížení je zde realizováno posuvem absolutně tuhého vnitřního válce řízeného předepsaným uzlem. Do tohoto uzlu byla zadána radiální síla a byl zde povolen pouze 1° volnosti a to ve směru působení síly.



Obr. 8.2.9.1.2 Realizace radiálního zatížení

Axiální zatížení je zde realizováno posuvem absolutně tuhého horního mezikruží na vnějším kroužku řízeného předepsaným uzlem. Do tohoto uzlu byla zadána axiální síla a byl zde povolen pouze 1° volnosti a to ve směru působení síly.



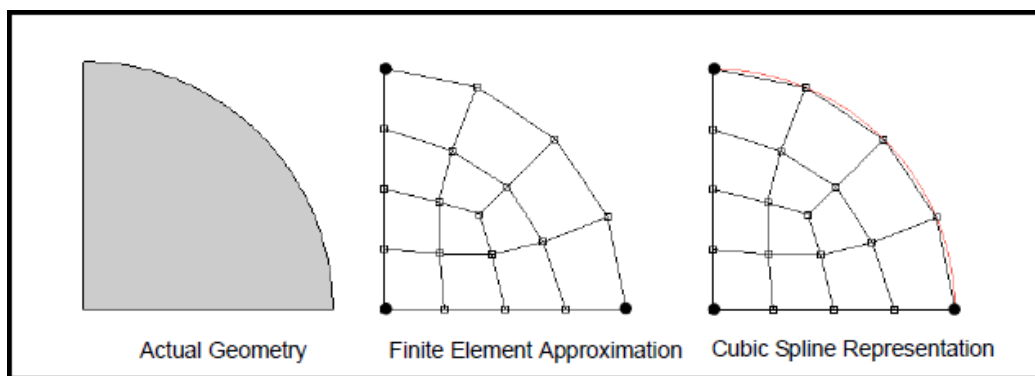
Obr. 8.2.9.1.2 Realizace axiálního zatížení

8.2.9.2. Vnitřní vazby v ložisku

Vazby v ložisku jsou realizovány pomocí kontaktních těles. V programu MARC se nedefinují kontaktní páry pomocí kontaktních prvků jako v programu ANSYS. Zde se vybírají tělesa jako celky nebo přímo skupiny tělesových prvků k vytvoření kontaktních těles a program automaticky rozpozná hraniční plochy těles jako potenciální kontaktní plochy. Automaticky také definuje vnější normály na hraničních stěnách elementů.

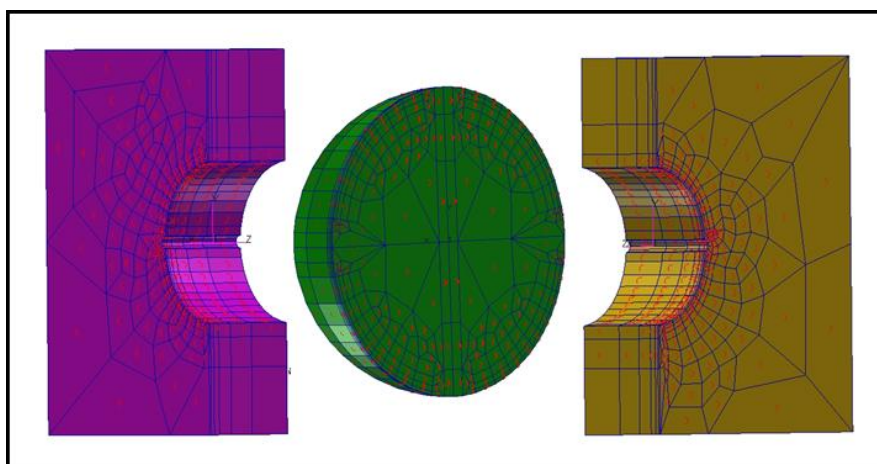
Definice kontaktních těles

- *Diskrétní popis*: jedná se o lineární aproximaci potenciálních kontaktních ploch.
- *Analytický popis*: potenciální kontaktní plochy jsou aproximovány kubickými splajny (křivkami ve 2D a plochami ve 3D). U tohoto popisu se ale musí volit tzv. *Feature angle*, který určuje ukončení splajnu a navázání nového (definuje hrany těles).



Obr. 8.2.9.2.1 Diskrétní a analytický popis [6]

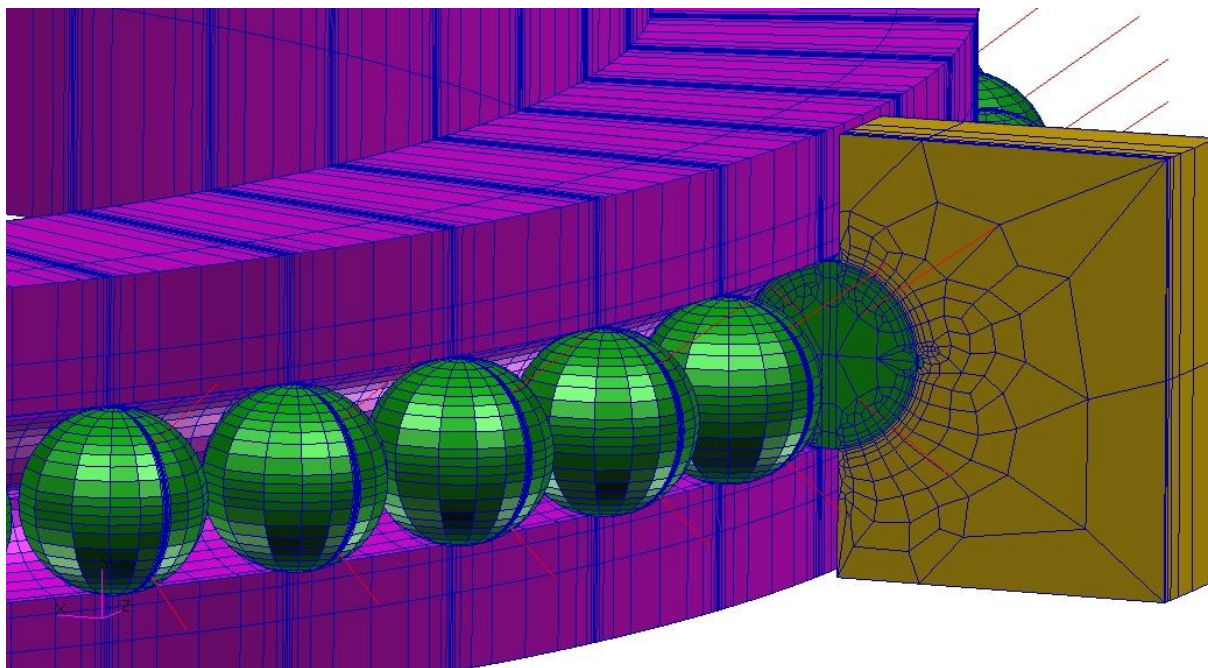
V této práci jsou valivé elementy popsány diskrétně a kroužky analyticky.



Obr. 8.2.9.2.1 Definice kontaktních těles

8.2.10. Vytvoření soustavy pružin

Ložisko je soustava kontaktních těles. Valivá tělesa jsou ke kroužkům vázány pouze prostřednictvím kontaktů definovaných v kontaktní tabulce (viz dále). Tato úloha je klasifikována jako statická strukturální, u které nastává problém s konvergencí, když dochází k volnému nepružnému pohybu uzlů (*rigid body motion*). Soustava se chová jako mechanismus a je nutné tomuto pohybu zabránit. Z tohoto důvodu jsou z každého valivého elementu namodelovány celkem 4 tyčové (*bar*) elementy vázané ke kroužkům o velice malém průřezu ($S=0,001$) a nízké tuhosti ($E_{\text{pružina}} = 20 \text{ MPa}$). Malým průřezem a nízkou tuhostí těchto pružin je zaručeno nepodstatné ovlivnění výsledků. Jejich uspořádání zabraňuje také rotaci valivých elementů.



Obr. 8.2.10.1 Zobrazení soustavy pružin

8.2.11. Nastavení pevnostní analýzy v programu MARC

Jedná se o nelineární kontaktní úlohu (z důvodu proměnlivé kontaktní plochy) s lineárním materiálovým modelem.

8.2.11.1. Frontální metoda

Již bylo zmíněno, že MKP vede na řešení soustav lineárních rovnic. Tyto rovnice se mohou řešit např. přímými metodami (Gaussovou eliminační metodou) nebo iteračními metodami.

Program MARC nabízí celkem 7 typů řešičů:

	Direct Profile	Iterative Sparse	Direct Sparse	Vendor Provided Sparse*	Multifrontal Sparse	CASI Iterative	Mixed Direct Iterative
Solver Option	0	2	4	6	8	9	10
Real Symmetric	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Real Nonsymmetric	Yes	No	No	No	Yes	No	No
Complex Symmetric	Yes	No	No	SUN only	Yes	No	No
Complex nonsymmetric	No	Yes	No	No	Yes	No	No
Out-of-core	Yes	Yes	Yes	SGI only	Yes	Yes	No
Possible problem with poorly conditioned systems	No	Yes	No	No	No	No	No
*Available for SGI, HP, and SUN platforms only.							

Obr. 8.2.11.1.1 Typy řešičů v programu MARC [6]

Každý typ řešiče je vhodný na jiný typ úlohy, ale nejvíce univerzálním řešičem je *multifrontal sparse*, což je v podstatě frontální metoda řešení soustavy.

Frontální metoda je modifikovanou variantou Gaussovy eliminace. Podstatou frontální metody je spojení etapy sestavování a řešení soustavy rovnic $K \cdot U = F$ do jediného simultánního procesu. Prakticky to probíhá tak, že příspěvky od jednotlivých prvkových matic tuhosti jsou vkládány do globální matice postupně podle čísel prvků. Nově vkládané parametry tuhosti jsou přitom umísťovány na nejbližší volná místa, deformačním parametrům jsou tak interně přiřazována pořadová čísla, která nesouvisí s očíslováním uzlů, ale s posloupností čísel prvků. Před zahrnutím matice tuhosti dalšího prvku je provedena kontrola, zda se mezi sestavovanými rovnicemi již nachází některá kompletní, k níž v následujícím procesu již nepřibude žádný příspěvek. Pokud ano, provede se u této rovnice jeden krok přímého chodu Gaussovy eliminace a upravený řádek koeficientů matice je odsunut do vnější paměti mimo vnitřní paměťový prostor RAM. Na uvolněné místo pak lze zapsat tuhostní koeficienty, náležející novému deformačnímu parametru následně zapisovaného prvku. Důsledkem této úpravy je to, že matice tuhosti se nikdy nevyskytne sestavená ve své úplnosti a proces eliminace se díky průběžnému odsouvání již vyřešených rovnic odehrává na podstatně menším pracovním prostoru s menšími nároky na vnitřní operační paměť. To je hlavní přednost frontální metody [2].

8.2.11.2. Popis kontaktních algoritmů v programu MARC

Algoritmů pro řešení kontaktních problémů je více např. prostý pokutový algoritmus založený na skokové změně tuhosti kontaktních prvků při penetraci kontaktních povrchů nebo metoda lagrangeových multiplikátorů vedoucí na řešení kontaktního problému ve tvaru:

$$\begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{G} \\ \underline{G} & \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{f} \\ \underline{g} \end{bmatrix} \quad (8.2.11.2.1)$$

$\underline{K}$ - klasická matice tuhosti

$\underline{u}$ - vektor neznámých zobecněných uzlových posunutí

$\underline{f}$ - vektor ekvivalentních uzlových posunutí

$\underline{G}$ - matice koeficientů vzniklá diskretizací kontaktních prvků

$\underline{\lambda}$ - lagrangeovy multiplikátory (vyjadřují kontaktní síly v odpovídajících kontaktních bodech

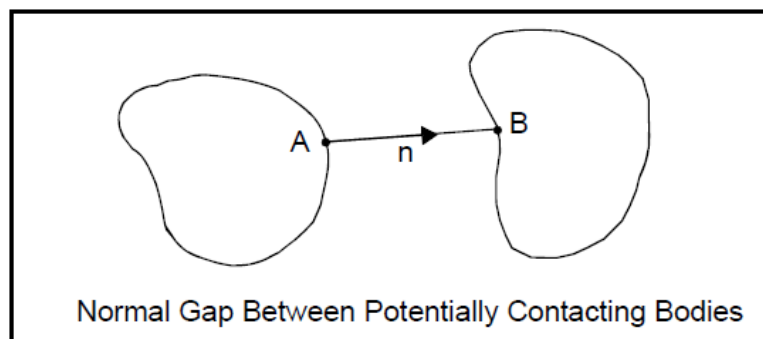
$\underline{g}$ - vektor počátečních penetrací

Do programu MARC je implementována metoda lagrangeových multiplikátorů ale dominantní metodou řešení kontaktních úloh zde je:

Metoda přímých vazeb (*Direct Constraints method*):

Pohyb kontaktních těles je v každé iteraci kontrolován dle podmínky:

$$(\underline{u}_A - \underline{u}_B) \cdot \underline{n} < TOL$$



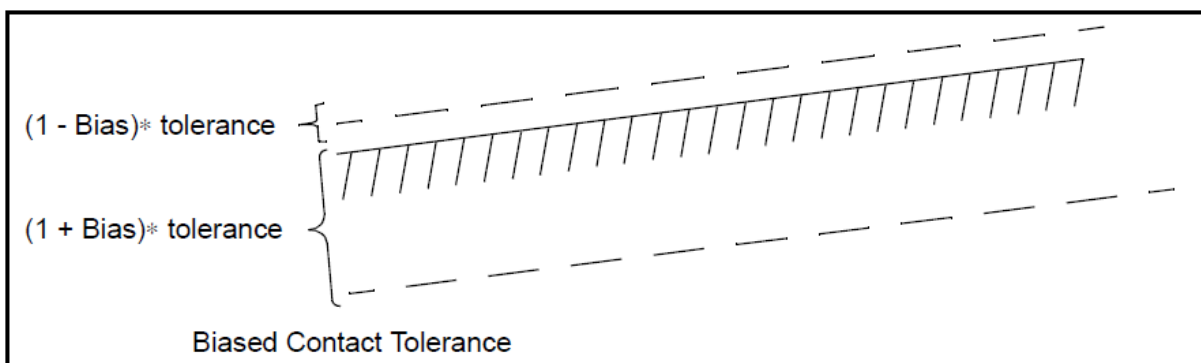
Obr. 8.2.11.2.1 Kontaktní tělesa [6]

Pokud je vzdálenost uzlů menší než kontaktní tolerance dojde ke kontaktu a aktivaci přímé vazby užitím okrajových podmínek – kinematické vazby v daném stupni volnosti a uzlové síly.

Kontaktní tolerance:

Obecně platí, že čím menší je kontaktní tolerance, tím jsou výsledky přesnější a tím se zvětšuje výpočetní čas. Standardně MARC určí kontaktní toleranci na 5 % délky nejmenší hrany elementu. Dalším parametrem kontaktní tolerance je její posunutí (*bias*). Doporučené hodnoty jsou v rozmezí 0,95 – 0,99.

V této práci byla kontaktní tolerance stanovena na $TOL = 0,001$ mm a posunutí na 0,95.

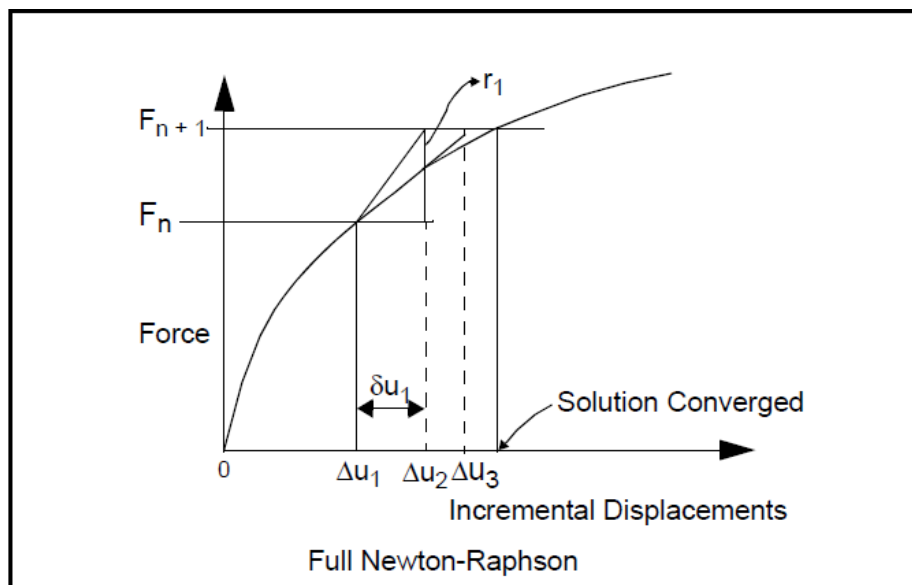


Obr. 8.2.11.2.2 Posunutá kontaktní tolerance [6]

8.2.11.3. Newton – Raphsonova metoda

V případě nelineární úlohy mechaniky dostáváme nelineární průběh závislosti mezi zatížením a deformací tělesa, tedy proměnnou změnu tuhosti soustavy $\underline{K}(\underline{U}) \cdot \underline{U} = \underline{F}$. Tyto úlohy se řeší například Newton – Raphsonovými metodami nebo metodami Arc - length.

Kontaktní úlohy se s výhodou řeší pomocí Newton – Raphsonovy metody.



Obr. 8.2.11.3.1 Newton – Raphsonova metoda [6]

Základní rovnice:

$$\underline{K}(\underline{u}) \cdot \delta \underline{u} = \underline{F} - \underline{R}(\underline{u}) \quad (8.2.11.3.1)$$

Kde $\underline{u}$ je vektor posunutí, $\underline{F}$ je vektor vnějšího zatížení, $\underline{R}$ je vektor vnitřního zatížení a $\underline{K}$ je tečná matice tuhosti.

Základní princip této metody spočívá v minimalizaci rezidua $\underline{R}(\underline{u})$ tzn. rozdíl mezi vnitřním a vnějším zatížením musí být minimální $\underline{R}(\underline{u}) = \underline{F} - \underline{K}(\underline{u}) \cdot \delta \underline{u} = \min$.

8.2.11.4. Parametry zátěžných přírůstků

Běžně se využívají dva principy (fixní a adaptivní). U kontaktních úloh je výhodné využít adaptivní, kdy program na základě rychlosti konvergence předešlých iterací zvětšuje popř. zmenšuje o k -násobek velikost zátěžného přírůstku.

Velikost zátěžného přírůstku byla zvolena na 0,005 celkového zatížení s koeficientem $k = 2$.

8.2.11.5. Nastavení kontaktní tabulky

V kontaktní tabulce se definují parametry kontaktních těles. Tím je myšleno např. koeficient tření kontaktních párů, typ kontaktu (absolutně tuhý, poddajný nebo slepený), přesahy těles kontaktních párů a kontaktní orientaci těles (*touching*, *touched*) – jde o analogii k *target* a *contact* elementům v programu ANSYS.

Parameters Defining Contact Between Bodies Global Contact Detection: Default(by body #)

☐ View Table Only

Touch All Glue All Deactivate All Import/Export Select Existing

Contact Matrix

	Typ	Rls	1	2	3	4	5	6	7
1-inner_ring	D	N				T	T		
2-outer_ring	D	N						T	T
3-rolls	D	N	T	T					
4-inner_arra_ax	R	N	T				T		
5-inner_arra_rad	R	N	T						
6-outer_arra_ax	R	N		T					
7-outer_arra_rad	R	N		T					

Specific Parameters for Body Pairs

Touching Body: inner_ring, outer_ring, rolls, inner_arra_ax, inner_arra_rad

Touched Body: inner_ring, outer_ring, rolls, inner_arra_ax, inner_arra_rad

Distance Tolerance: 0.

Bias Factor: 0.

Analysis Properties: Structural

Force Removal: ☒ Immediate ☐ Gradual

Contact Detection: ☐ Automatic ☐ 1st->2nd ☒ Double Sided ☒ 2nd->1st

☐ Retain Gaps/Overlaps

☒ Stress-free Initial Contact

☐ Delayed Slide Off

☐ Allow Separation

☐ Retain Moment (Shell-Shell)

Separation Threshold: 0.

Friction Coefficient: 0.050000001

Interference Closure: 0.

Friction Stress Limit: 1E+020

Slide Off Distance: 0.

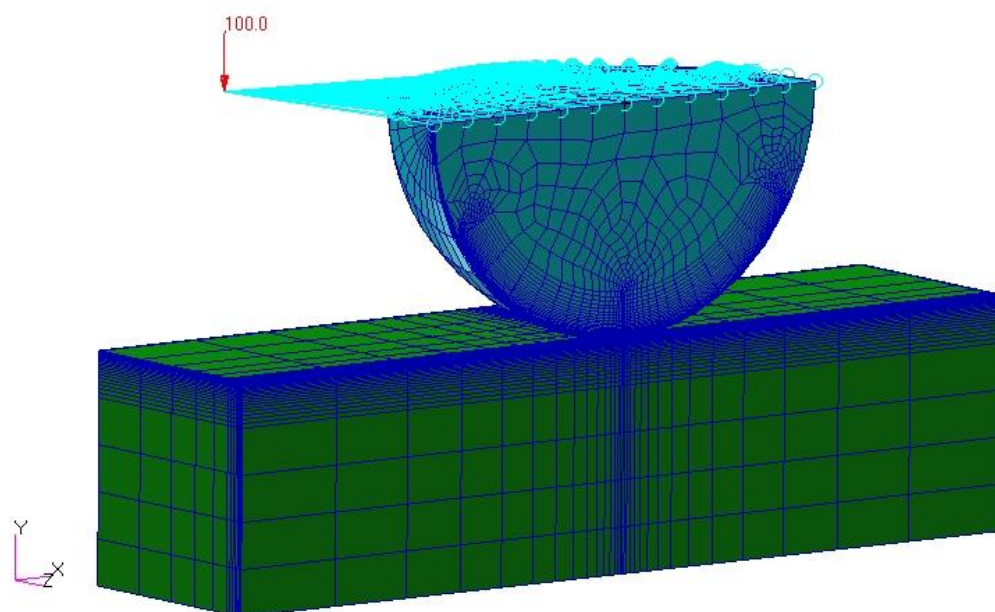
Hard-Soft Ratio: 0.

Obr. 8.2.11.5.1 Kontaktní tabulka

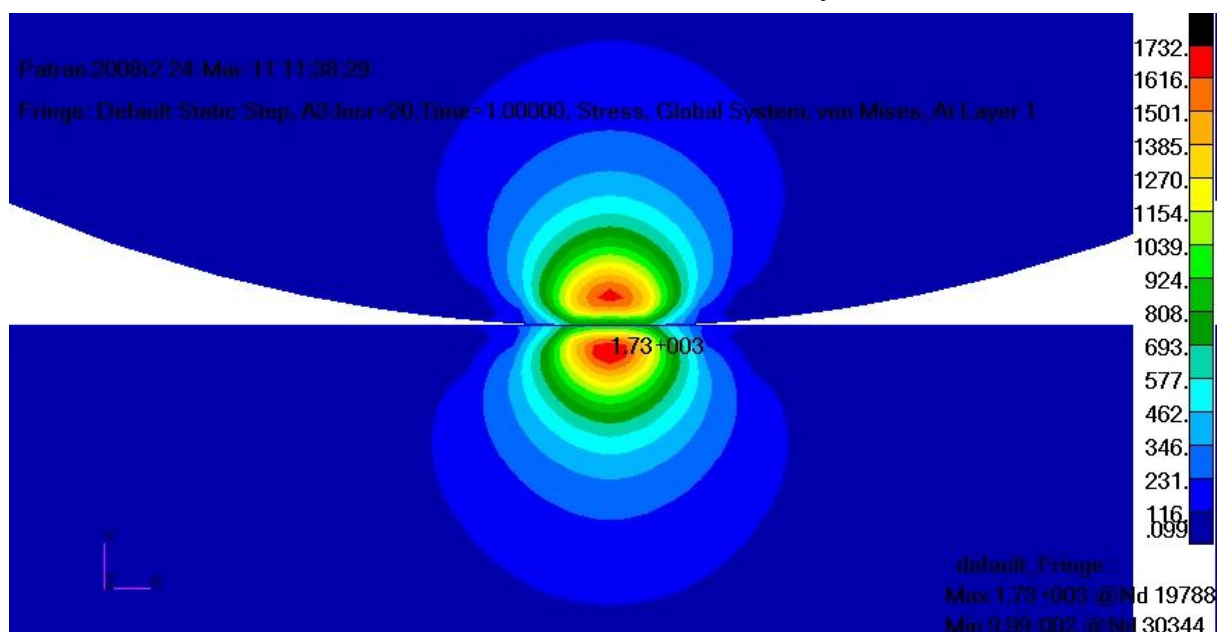
9. PREZENTACE DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ

9.1. Porovnání kontaktních tlaků dle Hertzovy teorie a MKP

K této úloze byla nasimulována jednoduchá úloha určená pro verifikaci MKP algoritmu: ocelová kulička o průměru 10 mm tlačena do ocelové desky.

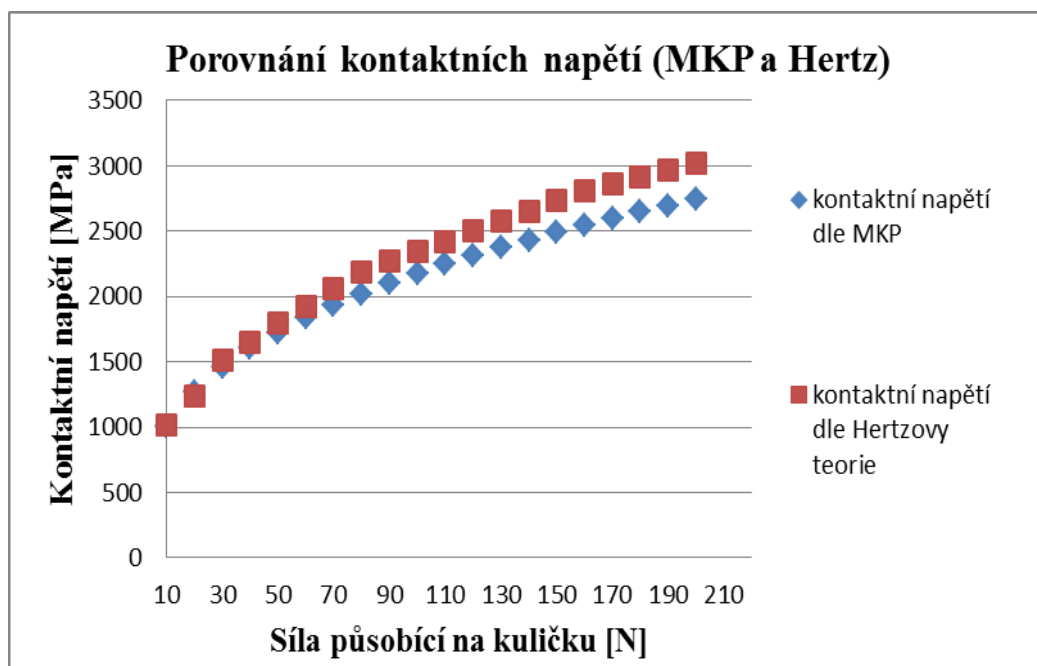


Obr. 9.1.1 Ukázka ilustrační úlohy



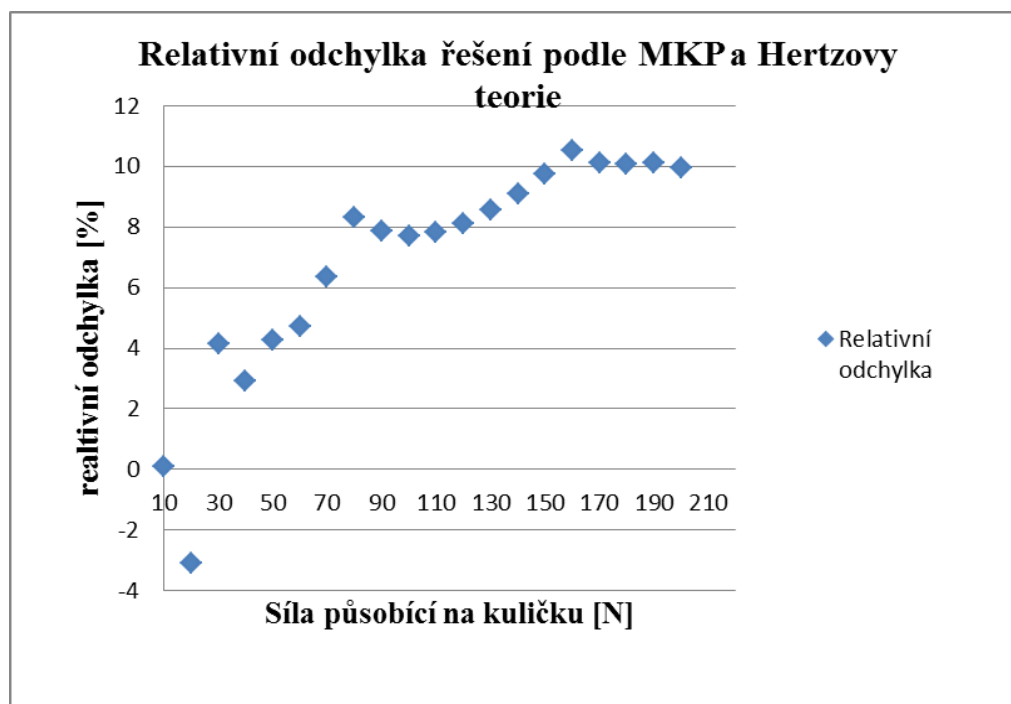
Obr. 9.1.1 Průběh ekvivalentního napětí [MPa] pro zatížení $F = 200 \text{ N}$

Závislost kontaktního napětí stanoveného pomocí metody konečných prvků a pomocí Hertzovy teorie a síly působící na kuličku:



Obr. 9.1.2 Průběh kontaktních napětí [MPa] pro zatížení $F = 10 - 200 \text{ N}$

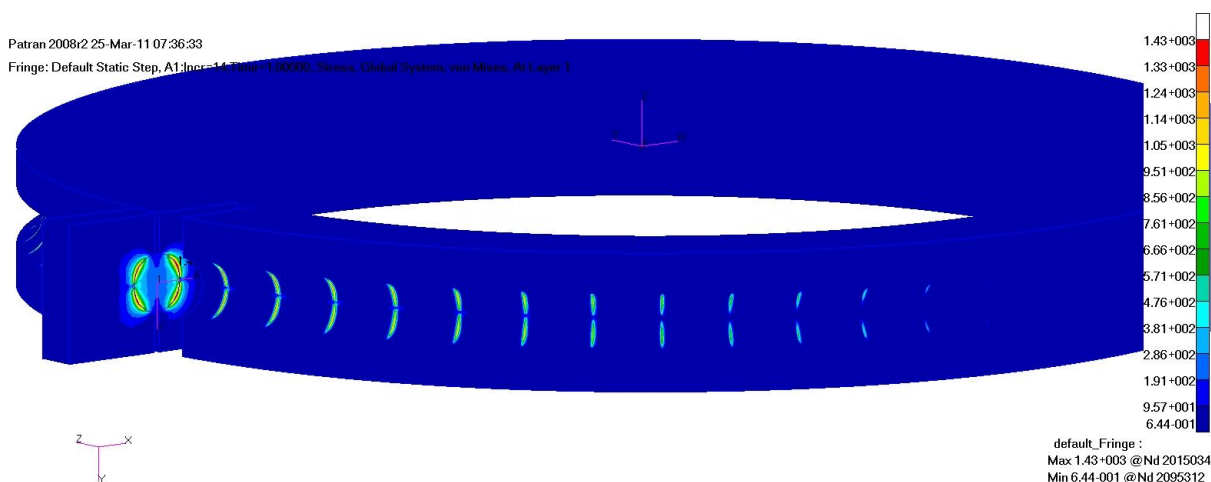
Závislost mezi relativní odchylkou řešení pomocí MKP a řešení dle Hertzovy teorie na působící síle na kuličku:



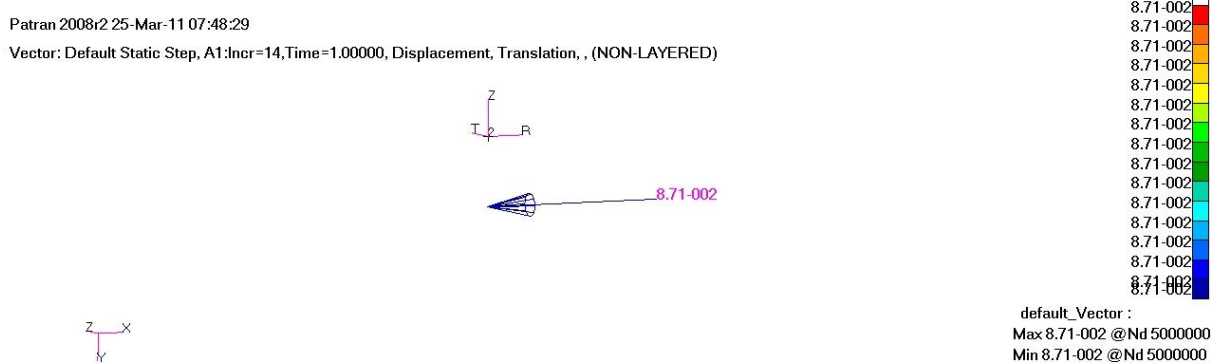
Obr. 9.1.3 Průběh relativní odchylky [%] pro zatížení $F = 10 - 200 \text{ N}$

9.2. Kontrola analytického vztahu

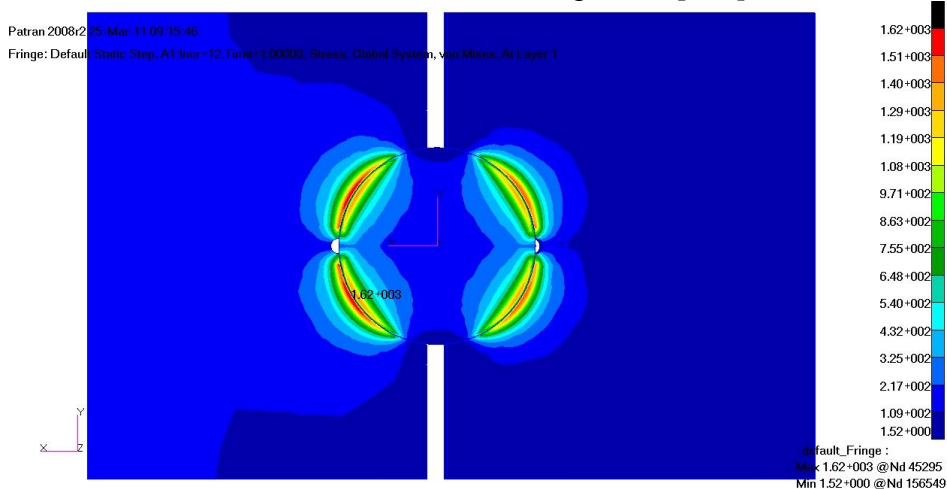
Jako druhý cíl této práce byla kontrola analytického vztahu pro stanovení zatížení nejvíce zatíženého valivého elementu od radiální síly $F_{r\max} = \frac{4,37 \cdot F_r}{z}$. Úloha byla modelována pro zatížení $F_r = 280$ kN.



Obr. 9.2.1 Ekvivalentní napětí [MPa] - globální model



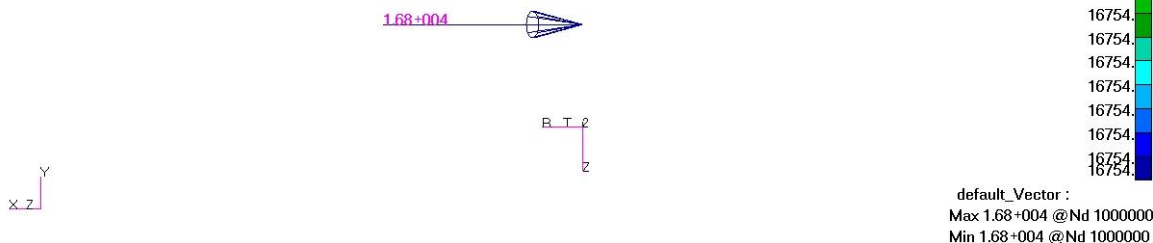
Obr. 9.2.2 Vektor radiálního posuvu [mm]



Obr. 9.2.3 Ekvivalentní napětí [MPa] - lokální model

Patran 2008r2 25-Mar-11 09:21:09

Vector: Default Static Step, A1:Incr=12,Time=1.00000, Force, Nodal Reaction, , (NON-LAYERED)



Obr. 9.2.4 Reakční síla na řídícím uzlu absolutně tuhého válce [N]

9.2.1. Výpočet konstanty x ve vzorci $F_{r\max} = \frac{x \cdot F_r}{z}$ pomocí MKP:

$$x = \frac{z \cdot F_{r\max}}{F_r} = \frac{55 \cdot 2 \cdot 16754}{280000} = 6,58 \quad (9.2.1.1)$$

Hodnota konstanty x vypočtená pomocí MKP se liší o 50 % od hodnoty 4,37, kterou stanovil Striebeck.

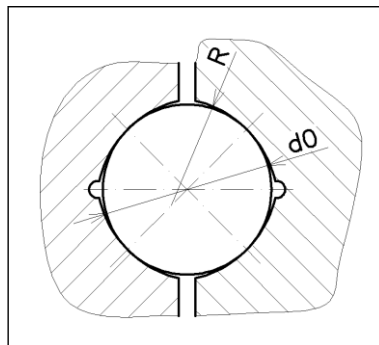
9.3. Optimalizace vnitřní konstrukce

Z důvodů výpočtové náročnosti byl pro výpočtovou optimalizaci vybrán nejmenší možný geometrický model. V daném případě byla úloha simulována jako symetrická polovina jednoho valivého segmentu. Radiální síla zde byla vypočtena pomocí vztahu

$$F_{r\max} = \frac{6,58 \cdot 0,5 \cdot F_r}{z}.$$

Proměnné parametry:

- průměru valivého elementu d_0 ,
- přimknutí $f = R/d_0$,
- počet valivých elementů Z .



Obr. 8.2.4.1 Parametry modelu

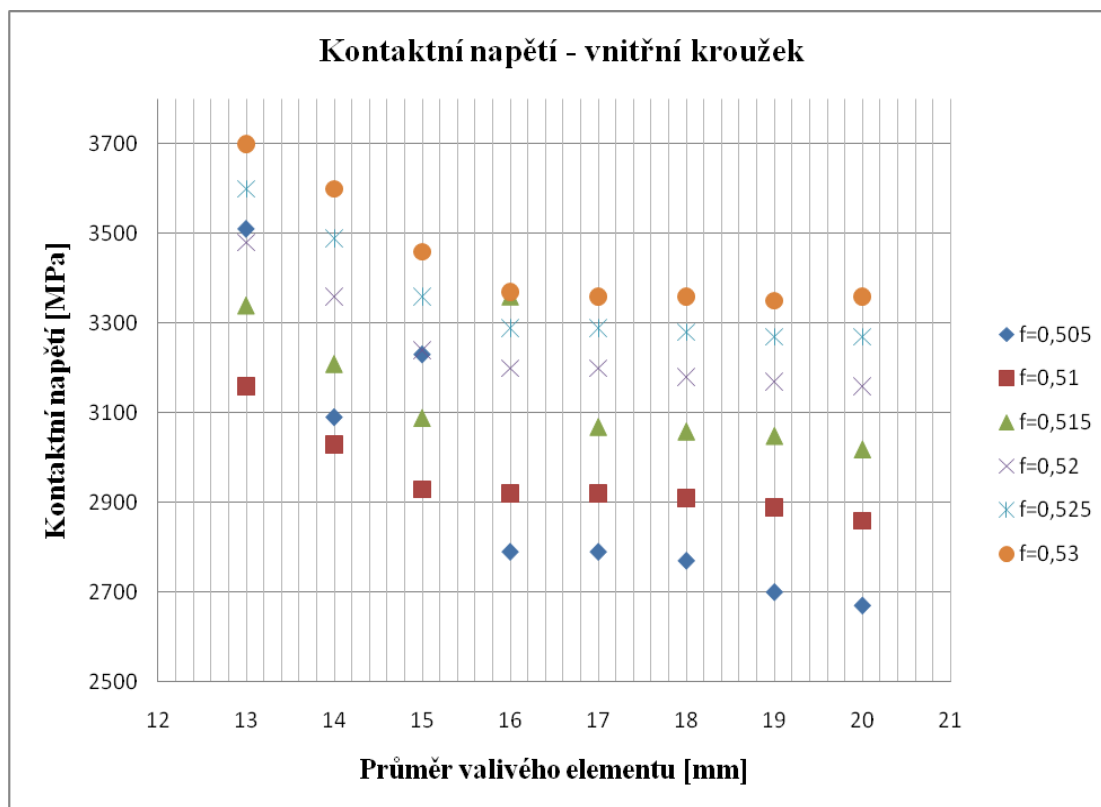
Restrikce (jakákoli omezení):

- Vnější rozměry – dány dle výkresu uložení.
- Vnitřní restrikce – vazba mezi průměrem valivého elementu a jejich počtem s uvažováním vůle mezi nimi. Bylo využito vztahu $Z = \left(\frac{\pi \cdot d_{rozta\acute{c}}}{1,2 \cdot d_0} \right)$. Koeficient 1,2 je zde použit pro definování vůle.
- Konstrukční omezení – Maximální možný průměr valivého elementu je 20 mm. Použití větších valivých elementů je díky závitovým dířům nemožné.

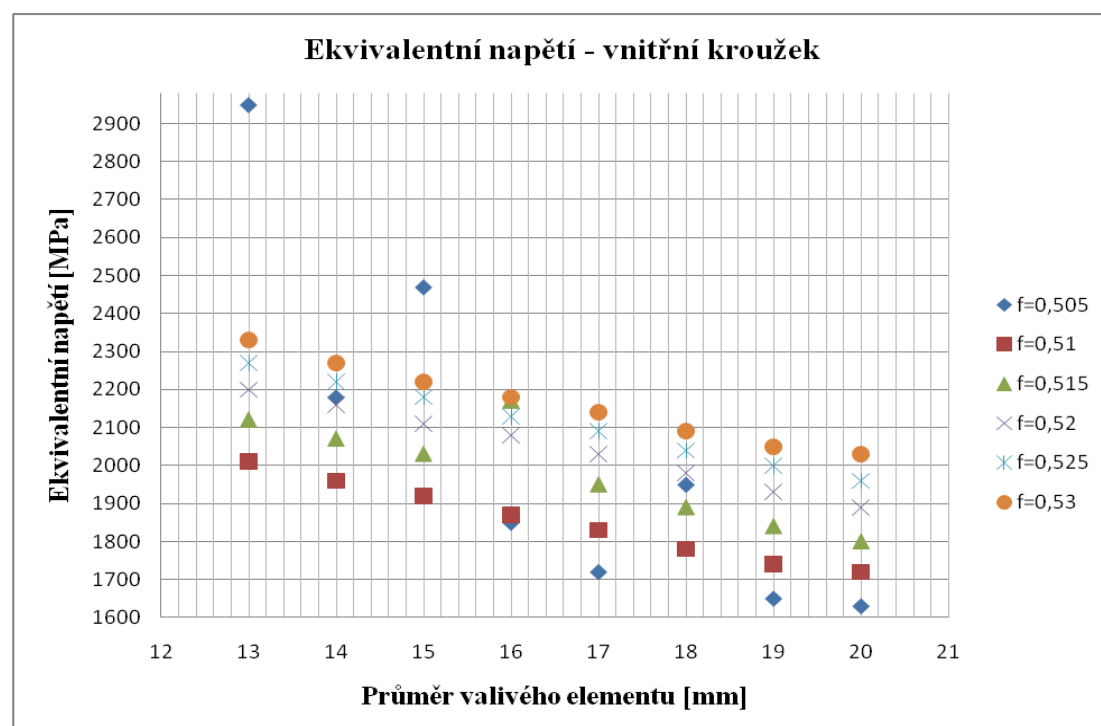
Cílová funkce je minimální kontaktní napětí resp. minimální ekvivalentní napětí.

Celkem bylo pomocí makro souboru vygenerováno 48 výpočtových modelů s různými parametry. Závislosti jsou uvedeny v následujících grafech.

9.3.1. Napětí na vnitřním kroužku

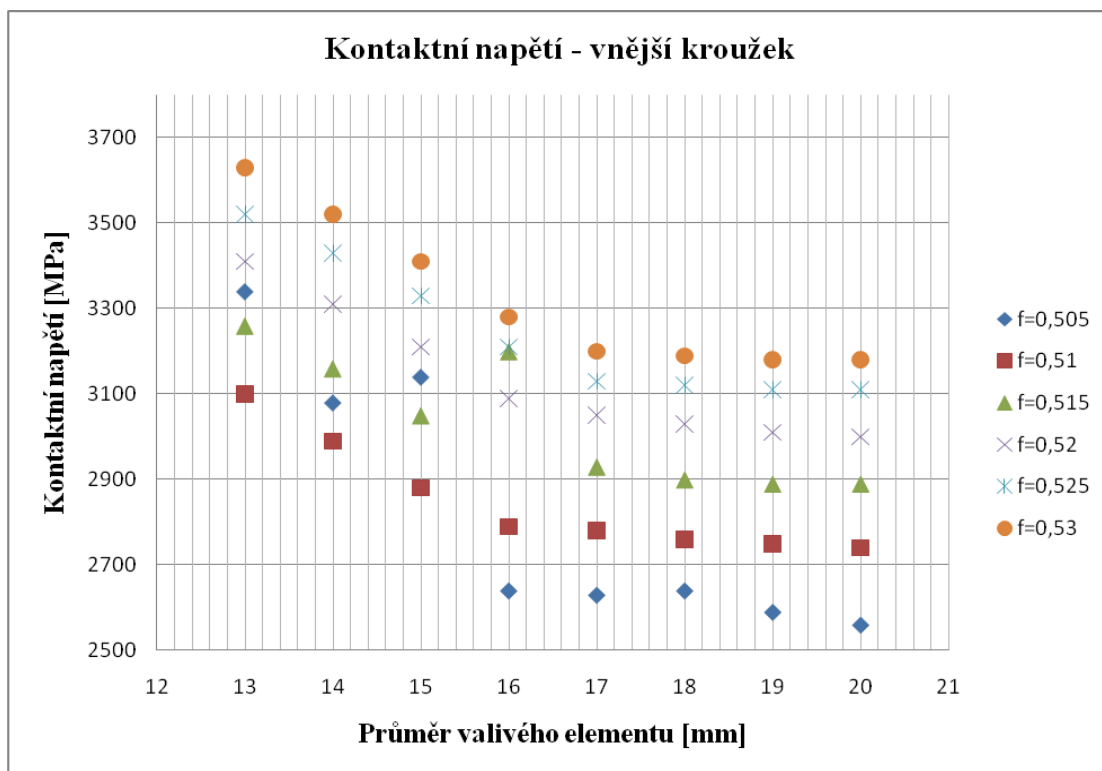


Obr. 9.3.1.1 Závislost kontaktních napětí [MPa] na průměru valivého elementu [mm]

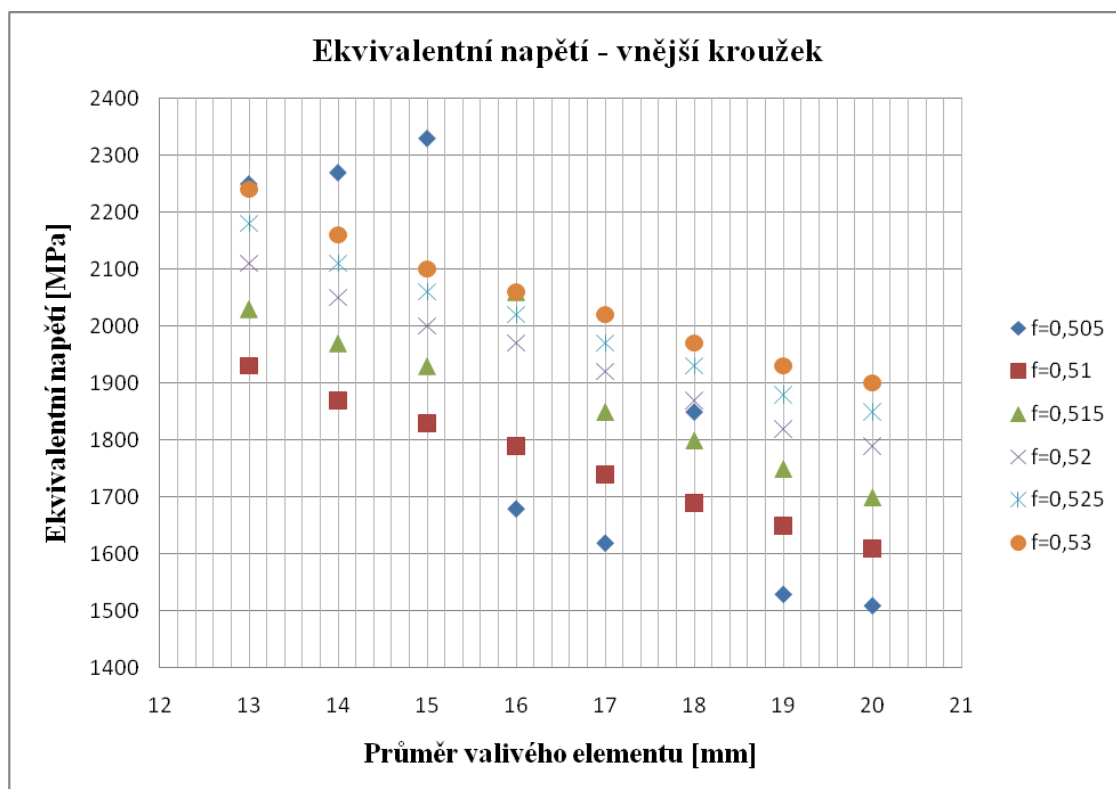


Obr. 9.3.1.2 Závislost ekvivalentních napětí [MPa] na průměru valivého elementu [mm]

9.3.2. Napětí na vnějším kroužku



Obr. 9.3.2.1 Závislost kontaktních napětí [MPa] na průměru valivého elementu [mm]

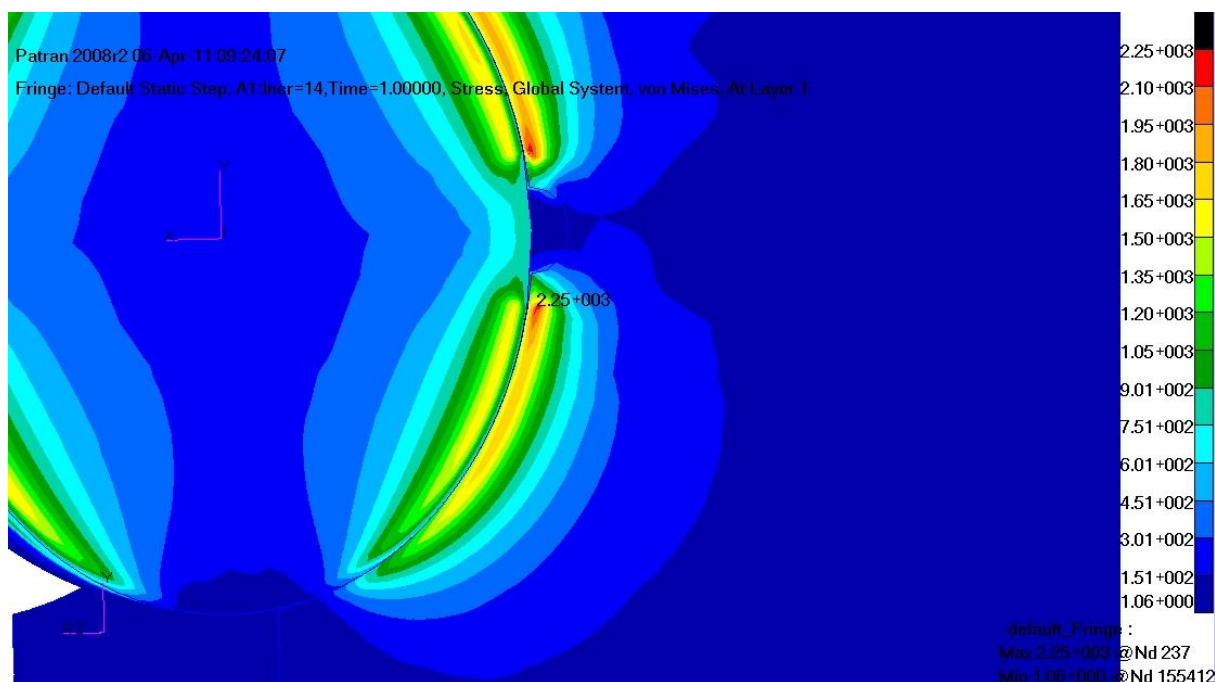


Obr. 9.3.2.2 Závislost ekvivalentních napětí [MPa] na průměru valivého elementu [mm]

Z uvedených závislostí vyplývají následující poznatky:

- čím těsnější přimknutí f , tím menší napětí,
- čím větší průměr valivého elementu, tím menší napětí.

U menších průměrů s těsným přimknutím dochází k tzv. hranovému efektu (koncentraci napětí na hranách oběžných drah kroužků).



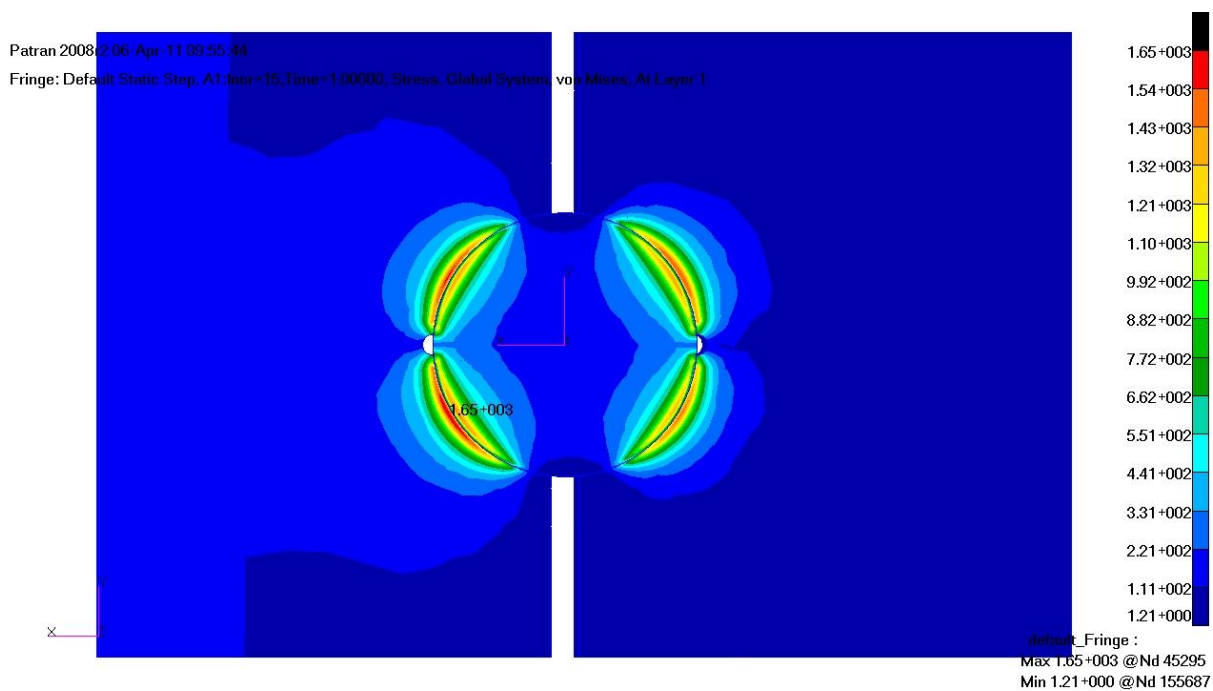
Obr. 9.3.2.3 Ekvivalentní napětí [MPa] - hranový efekt

Optimální návrh vnitřní konstrukce tedy spočívá v nalezení konstrukčně hraniční velikosti průměru valivého elementu a co nejtěsnějšího přimknutí na oběžných drahách takového aby nevznikl hranový efekt.

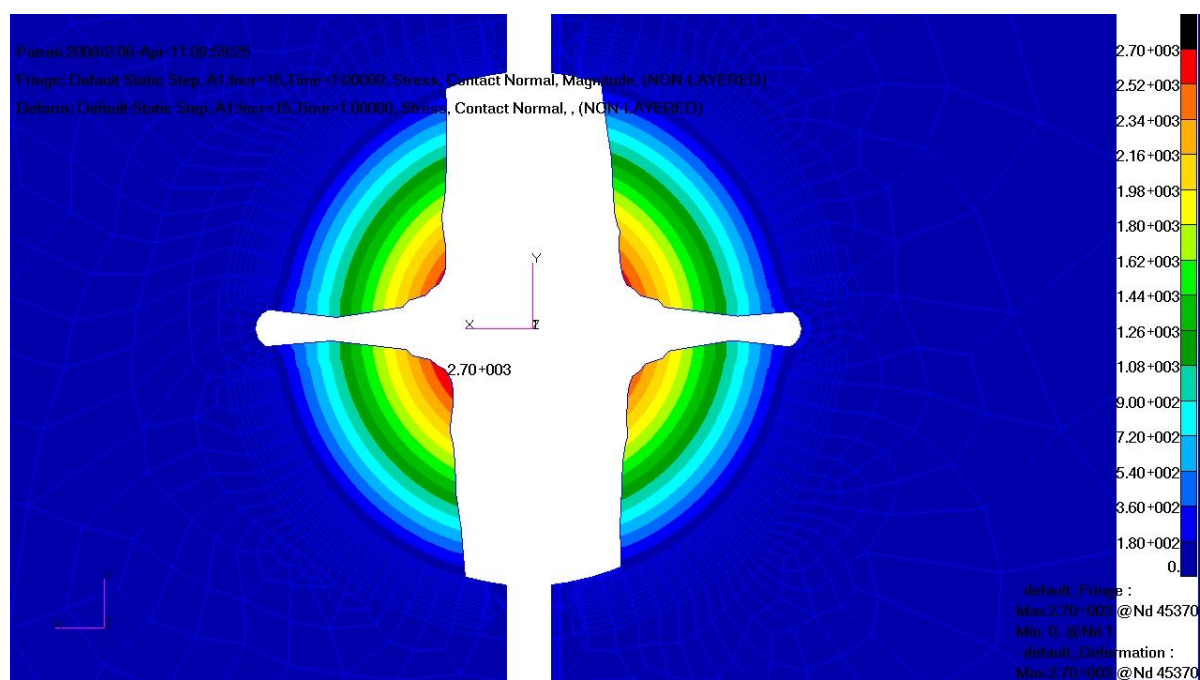
Optimální parametry vnitřní konstrukce:

- počet valivých elementů $Z = 55$,
- průměr valivého elementu $d_0 = 19 \text{ mm}$,
- přimknutí $f = 0,505$.

9.3.3. Průběhy napětí v optimálním modelu



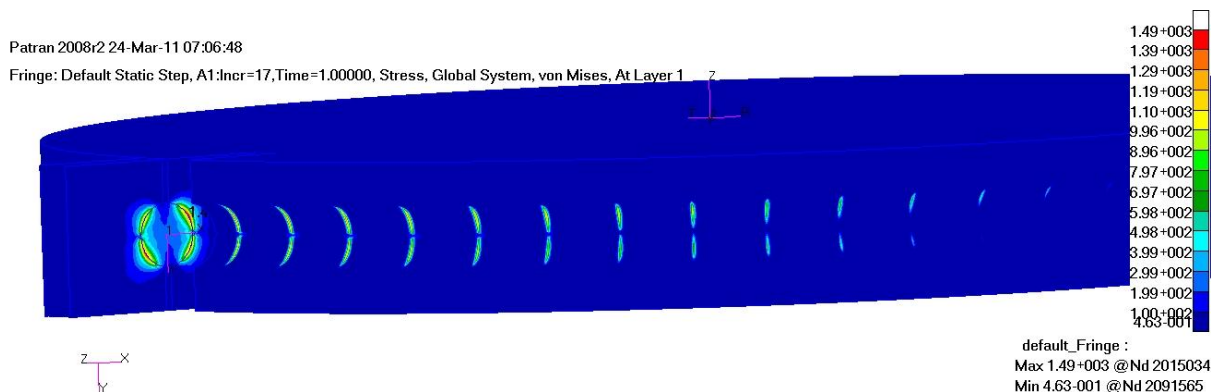
Obr. 9.3.3.1 Ekvivalentní napětí [MPa]



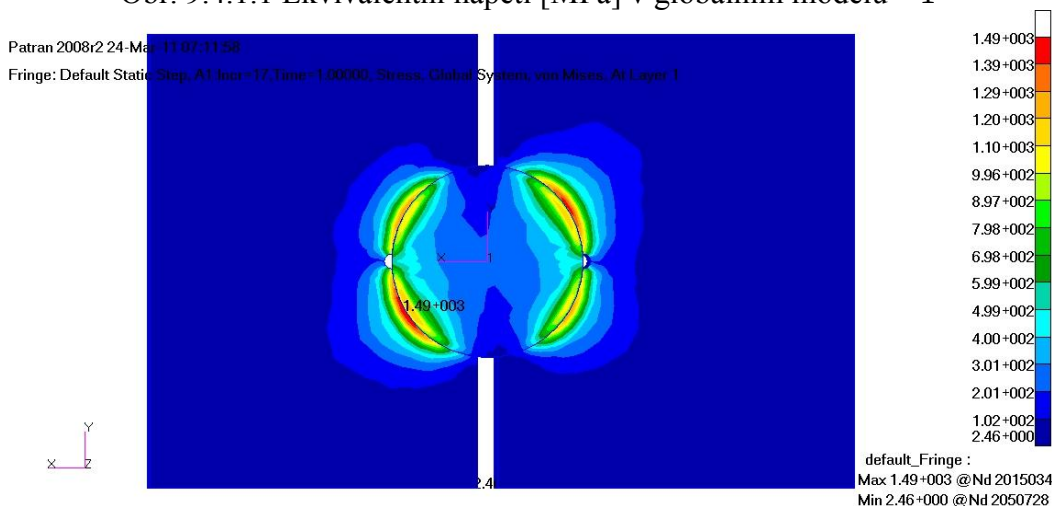
Obr. 9.3.3.2 Kontaktní napětí [MPa] v příčném řezu

9.4. Kontrola napjatosti metodou globálního a lokálního výpočtového modelu

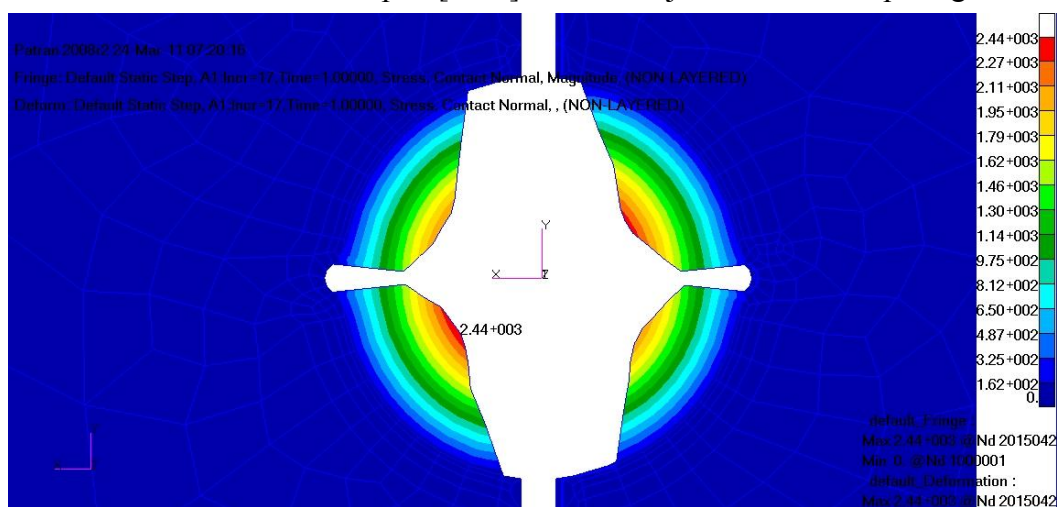
9.4.1. Globální model



Obr. 9.4.1.1 Ekvivalentní napětí [MPa] v globálním modelu – 1

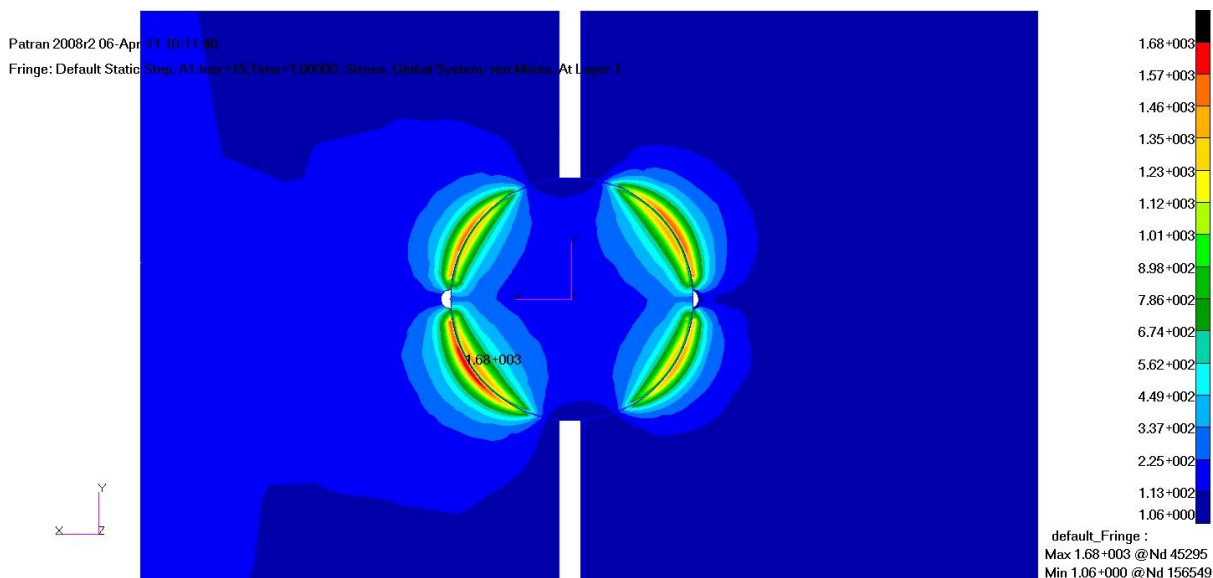


Obr. 9.4.1.2 Ekvivalentní napětí [MPa] – Detail nejvíce zatíženého púlsegmentu



Obr. 9.4.1.3 Kontaktní napětí [MPa] – Detail nejvíce zatíženého púlsegmentu

9.4.2. Lokální model

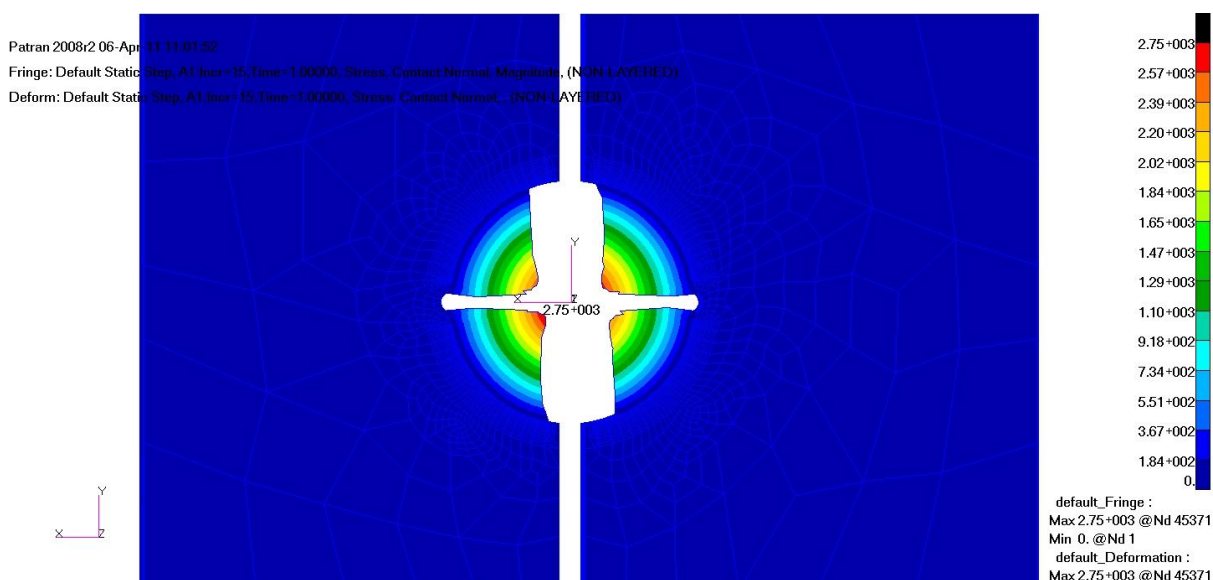


Obr. 9.4.2.1 Ekvivalentní napětí [MPa]

Ekvivalentní napětí vypočtené v lokálním modelu se liší od ekvivalentního napětí vypočteného v globálním modelu o cca 13 %.

Ekvivalentní napětí vypočtené v lokálním modelu se liší o cca 2% od ekvivalentního napětí vypočteného ve výpočtovém modelu, kde radiální zatížení se stanoví pomocí vztahu

$$F_{r\max} = \frac{6,58 \cdot F_r}{z} \text{ (výpočtový model určený pro optimalizaci).}$$



Obr. 9.4.2.2 Kontaktní napětí [MPa] v příčném řezu

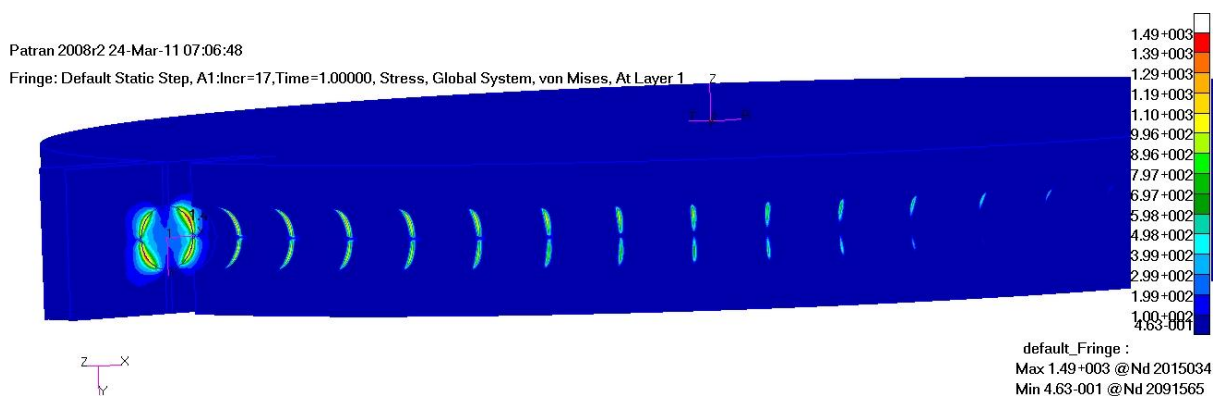
Kontaktní napětí vypočtené v lokálním modelu se liší od kontaktního napětí vypočteného v globálním modelu o cca 13 %.

Kontaktní napětí vypočtené v lokálním modelu se liší o cca 2% od kontaktního napětí vypočteného ve výpočtovém modelu, kde radiální zatížení se stanoví pomocí vztahu

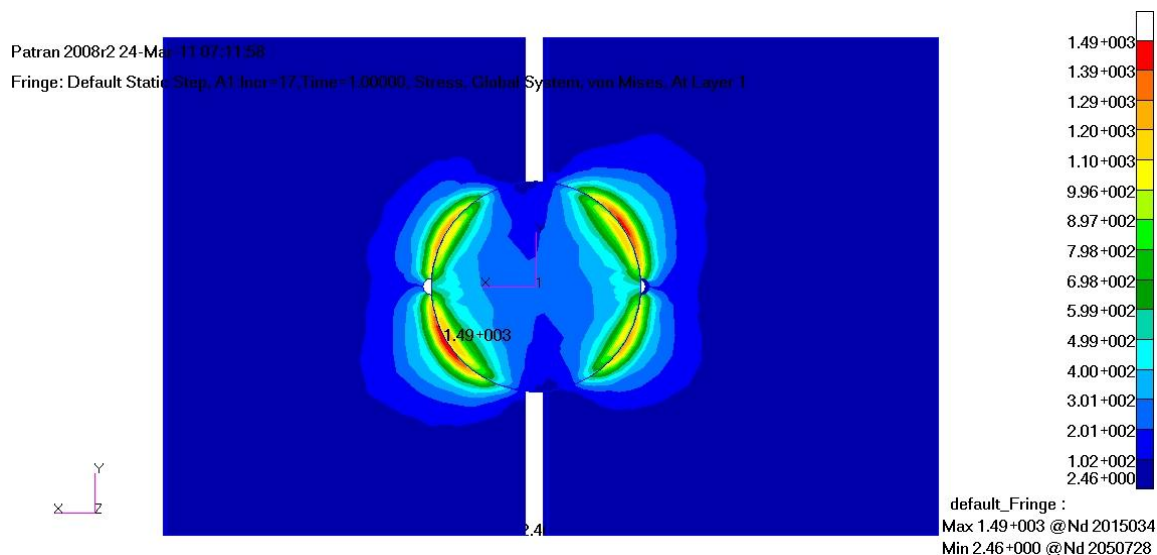
$$F_{r\max} = \frac{6,58 \cdot F_r}{z}.$$

9.5. Vliv velikosti globálního výpočtového modelu na deformaci a napjatost

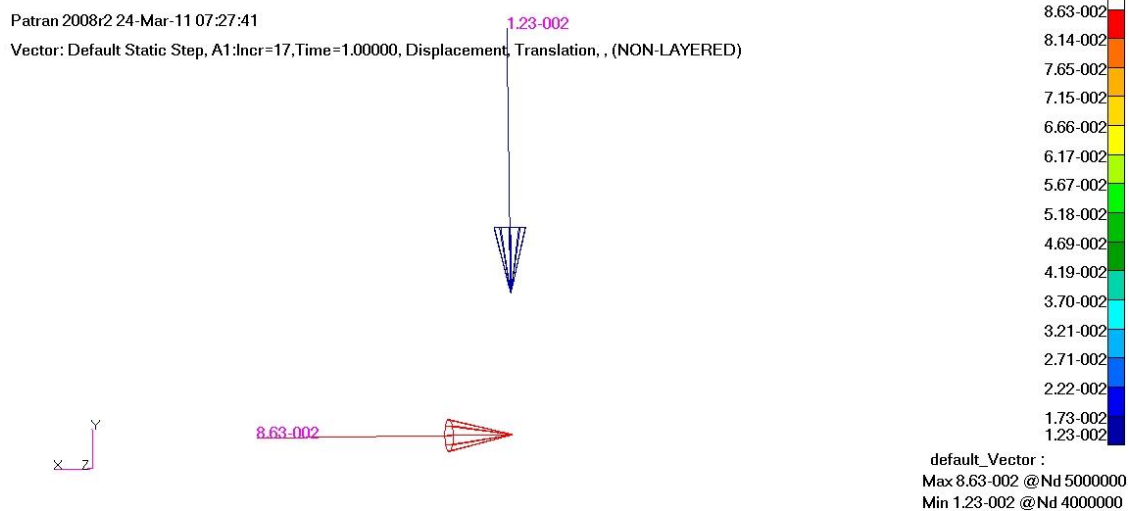
9.5.1. Globální model – 1 (441760 elementů; 482187 uzlů)



Obr. 9.5.1.1 Ekvivalentní napětí [MPa] v globálním modelu – 1

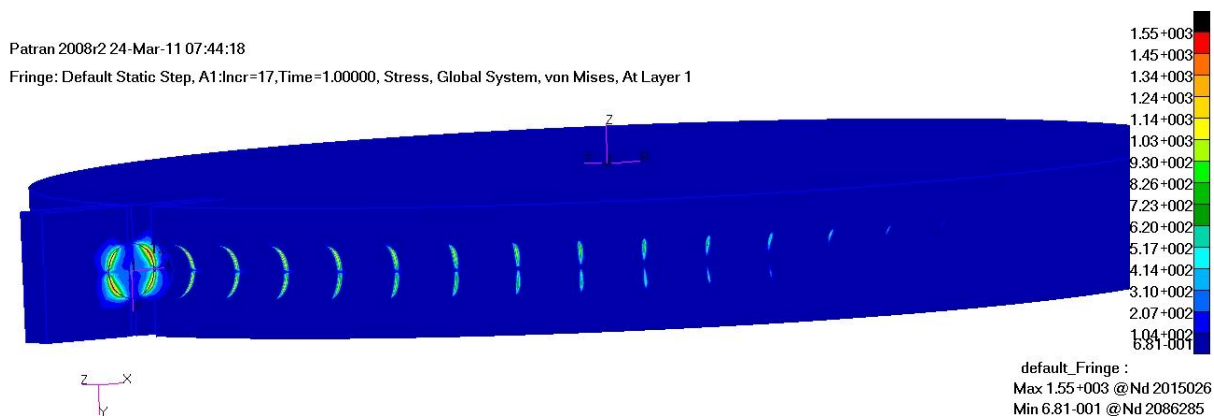


Obr. 9.5.1.2 Ekvivalentní napětí [MPa] – Detail nejvíce zatíženého púlsegmentu

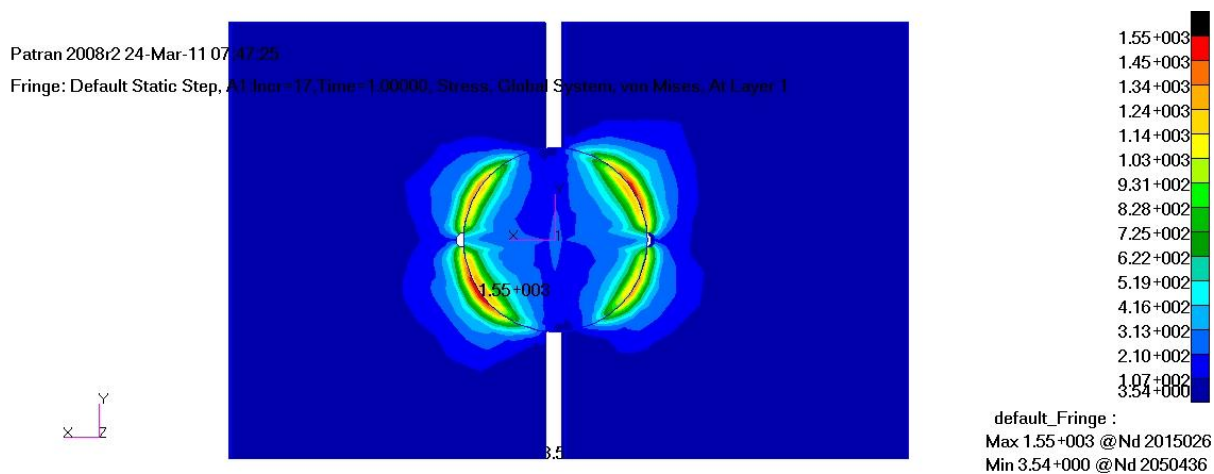


Obr. 9.5.1.3 Vektory posuvů [mm] – červený (radiální posuv) modrý (axiální posuv)

9.5.2. Globální model – 2 (347600 elementů; 378017 uzlů)



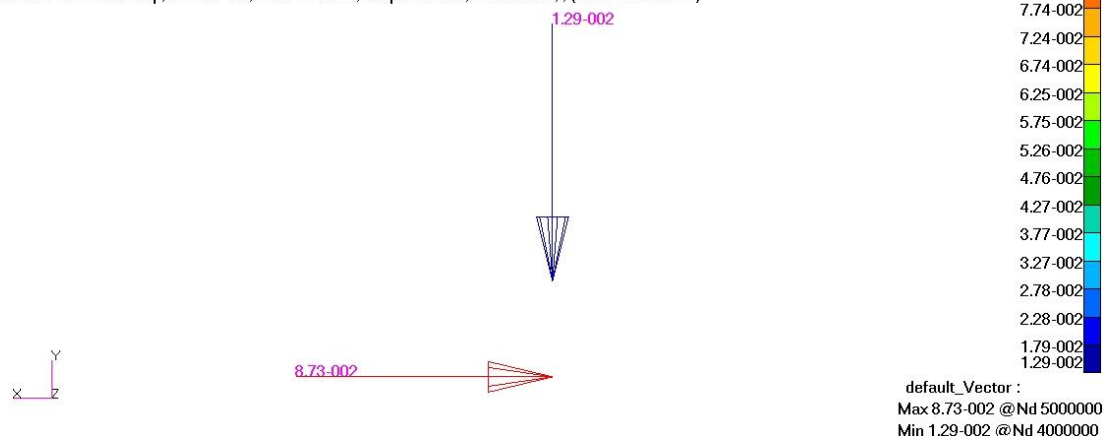
Obr. 9.5.2.1 Ekvivalentní napětí [MPa] v globálním modelu – 2



Obr. 9.5.2.2 Ekvivalentní napětí [MPa] – Detail nejvíce zatíženého půlsegmentu

Patran 2008r2 24-Mar-11 07:55:08

Vector: Default Static Step, A1:Incr=17,Time=1.00000, Displacement, Translation, (NON-LAYERED)

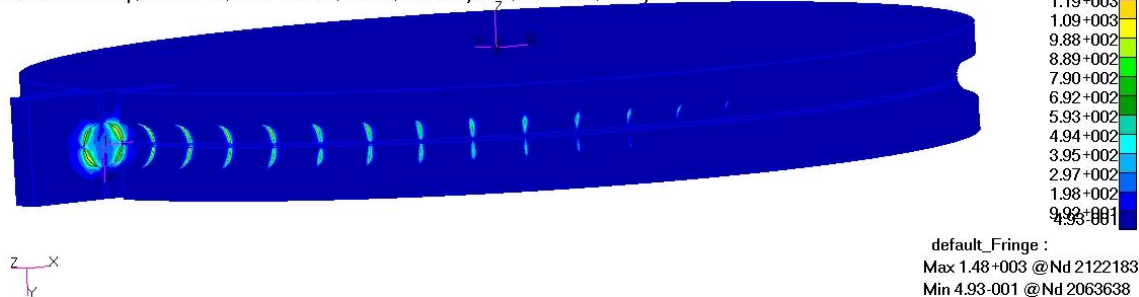


Obr. 9.5.2.3 Vektory posuvů [mm] – červený (radiální posuv) modrý (axiální posuv)

9.5.3. Globální model – 3 (152460 elementů; 170117 uzlů)

Patran 2008r2 24-Mar-11 15:17:03

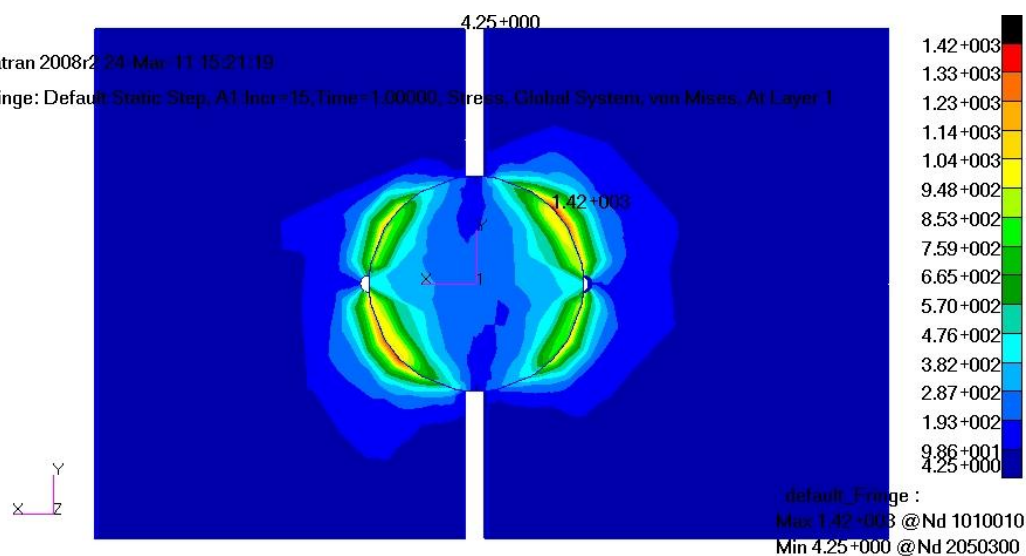
Fringe: Default Static Step, A1:Incr=15,Time=1.00000, Stress, Global System, von Mises, At Layer 1



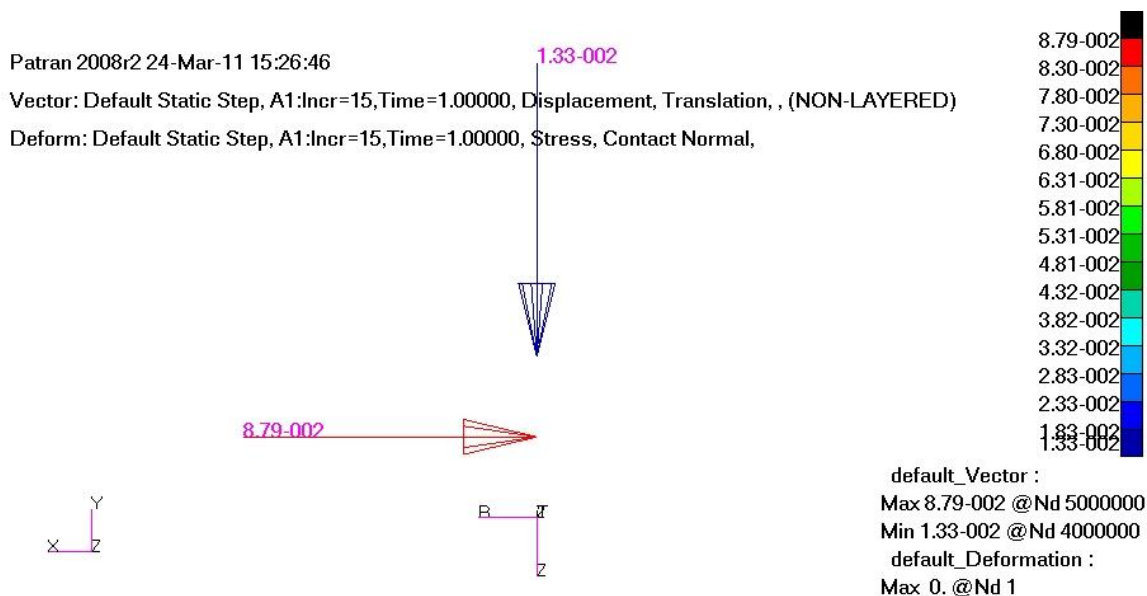
Obr. 9.5.3.1 Ekvivalentní napětí [MPa] v globálním modelu – 3

Patran 2008r2 24-Mar-11 15:21:19

Fringe: Default Static Step, A1:Incr=15,Time=1.00000, Stress, Global System, von Mises, At Layer 1



Obr. 9.5.3.2 Ekvivalentní napětí [MPa] – Detail nejvíce zatíženého púlsegmentu



Obr. 9.5.3.3 Vektory posuvů [mm] – červený (radiální posuv) modrý (axiální posuv)

9.5.4. Celkové zhodnocení

	Ekvivalentní napětí	Radiální posuv	Axiální posuv
Globální model - 1	1490 MPa	0,0863 mm	0,0123 mm
Globální model - 2	1550 MPa	0,0873 mm	0,0129 mm
Globální model - 3	1420 MPa	0,0879 mm	0,0133 mm

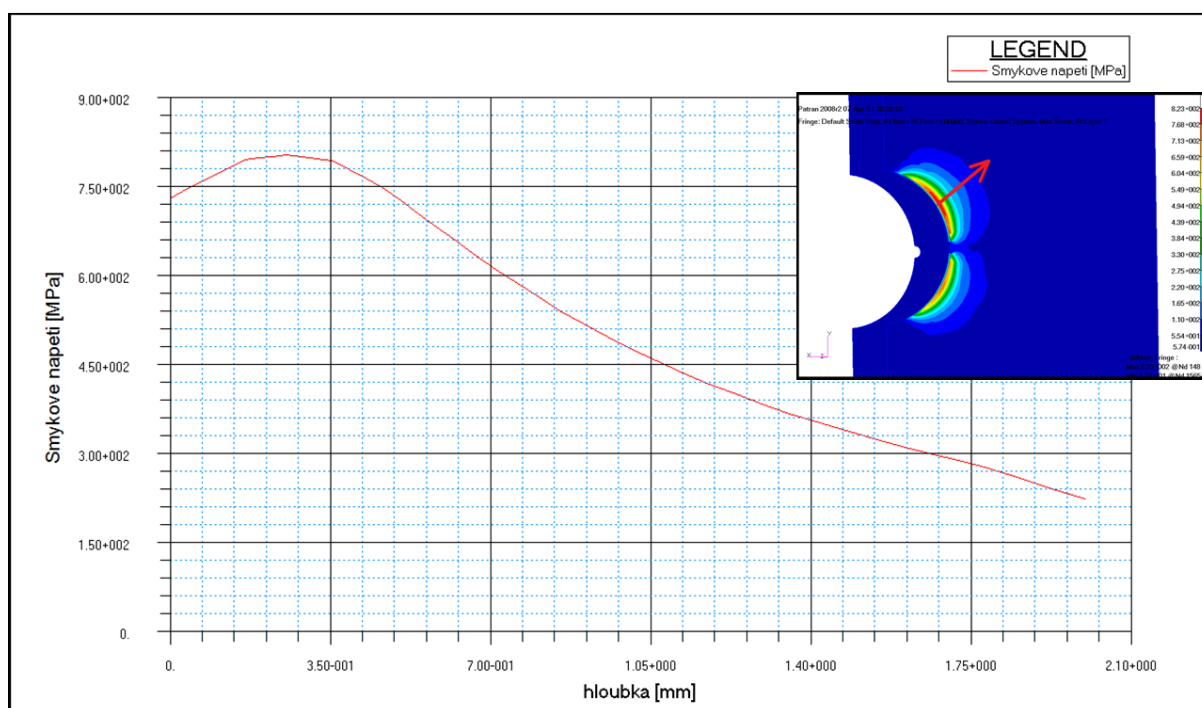
Z přehledové tabulky je patrné, že vektory posuvů se liší v různých výpočtových modelech o 2 % v radiálním směru a o 8% v axiálním směru. Z tabulky také vyplývá, že čím větší úroveň diskretizace je použita, tím je chování soustavy tužší a posuvy jsou menší. Z toho také vyplývá, že reálné chování bude vykazovat menší deformace a tím i menší napětí.

Tyto posuvy jsou vstupními vazebnými parametry (deformačními zátěžnými parametry) pro výpočet napjatosti v lokálním modelu. Ekvivalentní napětí vypočtené v globálním modelu se liší více od napětí v lokálním modelu, jelikož řidší síť nezachytí špičky napětí v kontaktních plochách.

9.6. Stanovení hloubky cementační vrstvy

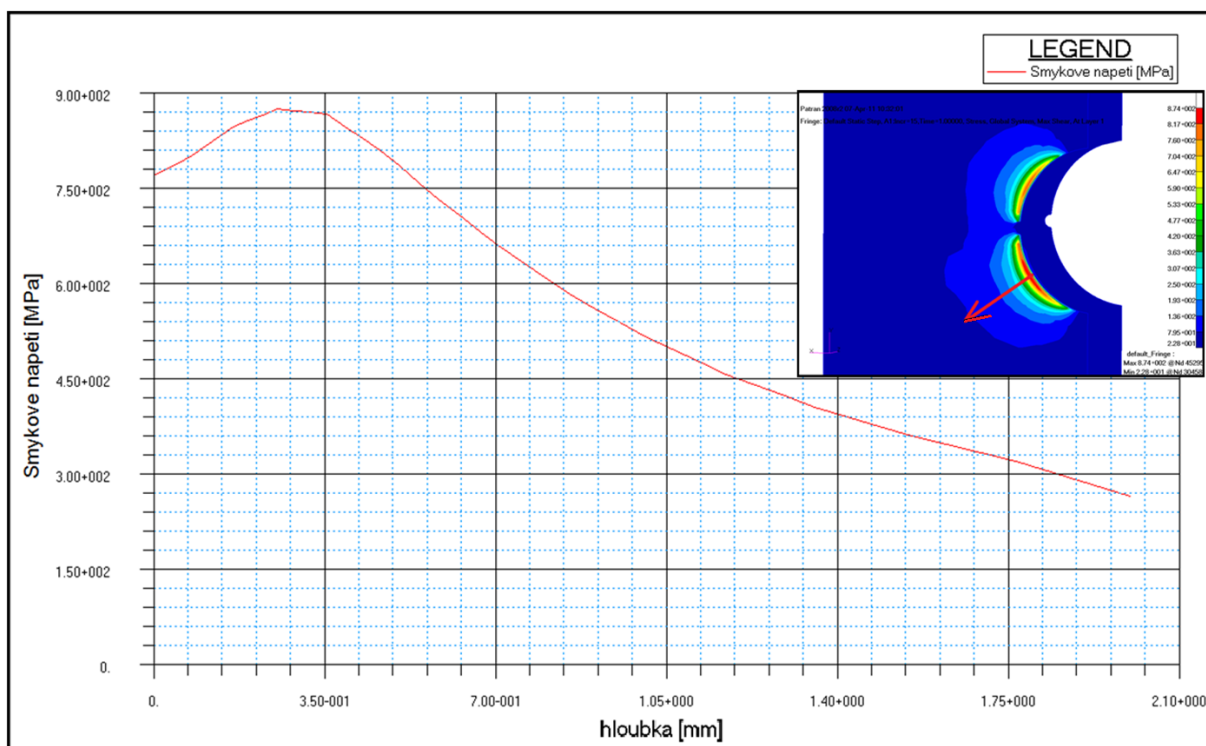
Pro stanovení hloubky cementační vrstvy je nutná znalost průběhu smykových napětí po tloušťce kontaktních ploch. Pásmo cementační vrstvy by mělo zasahovat až tam, kde smykové napětí klesne pod hodnotu 50 % meze kluzu v tahu (tlaku) materiálu. Ložiskové oceli používané v ZKL Brno, a.s. mají hodnoty meze kluzu od 1450 MPa u oceli 100CrMnSi6-4 až do 1570 MPa u oceli 18CrNiMo7-6. Pásmo cementační vrstvy bylo stanoveno až po hodnotu smykového napětí rovnou 700 MPa.

9.6.1. Vnější kroužek



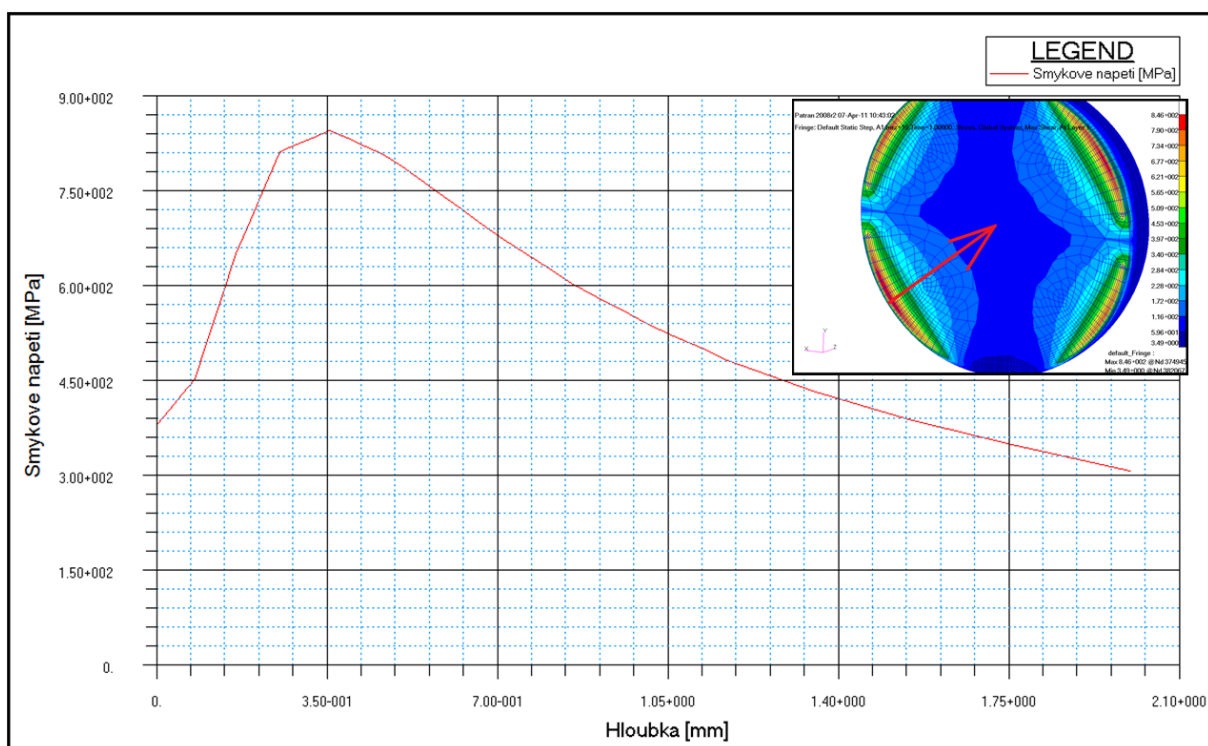
Obr. 9.6.1.1 Průběh smykových napětí po tloušťce [MPa] - vnější kroužek

9.6.2. Vnitřní kroužek



Obr. 9.6.2.1 Průběh smykových napětí po tloušťce [MPa] - vnitřní kroužek

9.6.3. Valivý element



Obr. 9.6.3.1 Průběh smykových napětí po tloušťce [MPa] - valivý element

Z grafů vyplývá, že hloubka cementační vrstvy by měla být min. 0,7 mm. Vzhledem k přesnosti MKP výpočtu je vhodné zvětšit cementační vrstvu alespoň o 10 %, výsledná hloubka cementační vrstvy pak bude činit 0,8 mm.

9.7. Stanovení statických únosností pomocí MKP

Statická únosnost je takové zatížení, při kterém vzniká určité celkové trvalé přetvoření v nejvíce zatíženém stykovém místě. Toto trvalé celkové přetvoření nemá překročit 0,0001 % průměru valivého tělesa [1].

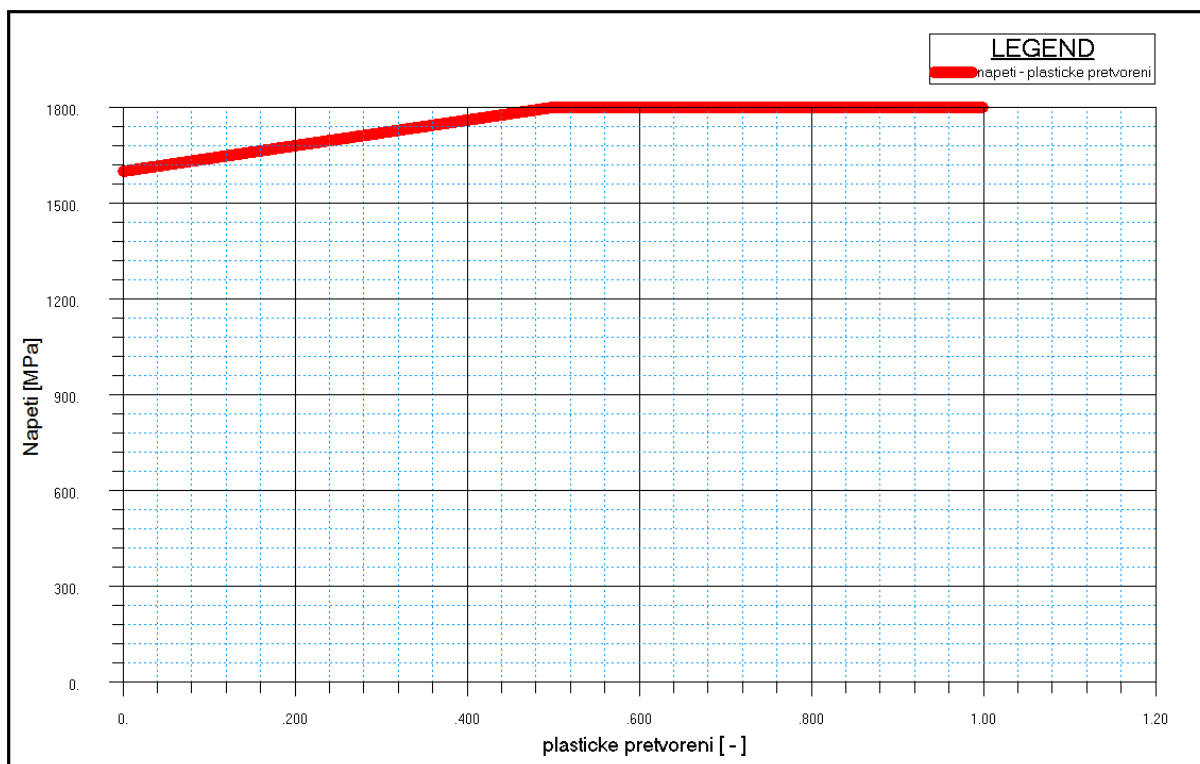
Základní radiální statická únosnost je radiální zatížení, které odpovídá vypočtenému stykovému napětí v nejvíce zatíženém pásmu styku valivého tělesa a oběžné dráhy ložiska:

- 4 600 MPa pro kuličková ložiska dvouřadá naklápěcí,
- 4 200 MPa pro všechna ostatní kuličková ložiska,
- 4 000 MPa pro všechna radiální válečková ložiska [9].

Základní axiální statická únosnost je statické středové zatížení, které odpovídá vypočtenému stykovému napětí v nejvíce zatíženém pásmu styku valivého tělesa a oběžné dráhy ložiska:

- 4 200 MPa pro všechna ostatní kuličková ložiska,
- 4 000 MPa pro všechna radiální válečková ložiska [9].

Dosavadně bylo počítáno pouze s lineárním izotropním materiálovým modelem. Vzhledem k tomu, že charakteristická veličina ke stanovení statické únosnosti je plastické přetvoření, bylo nutné použít elastoplastický materiálový model. V daném případě byl použit bilineární model v plastické oblasti.



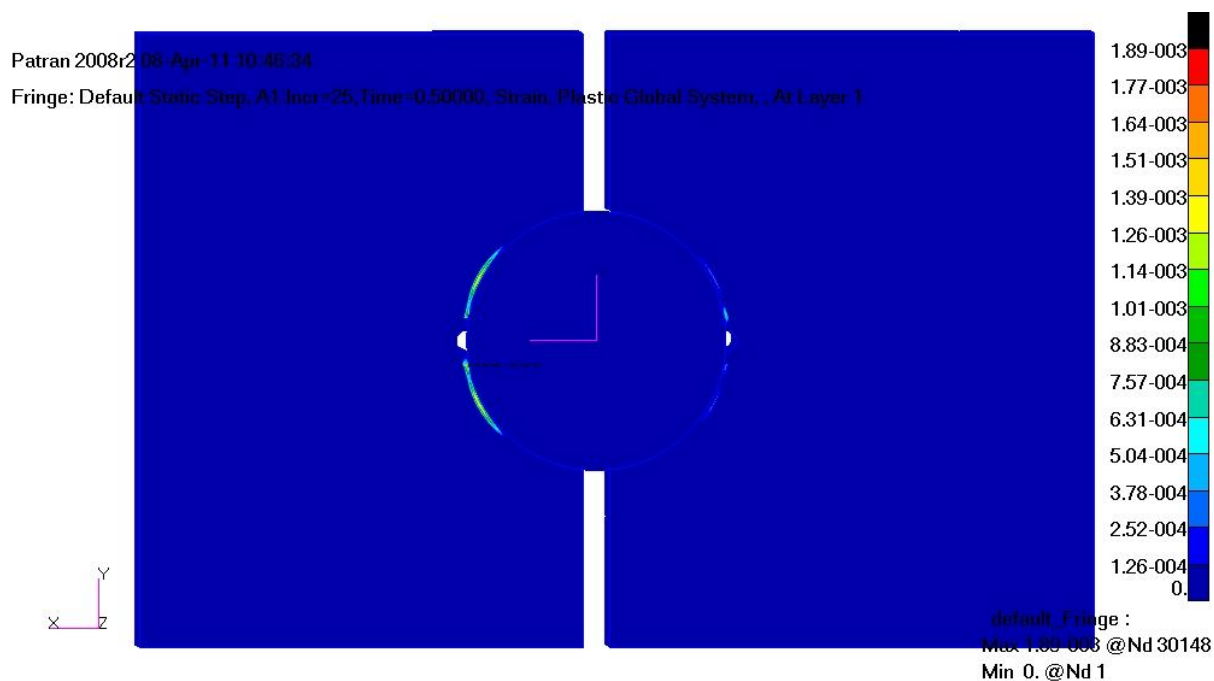
Obr. 9.7.1 Závislost napětí a přetvoření

9.7.1. Radiální statická únosnost

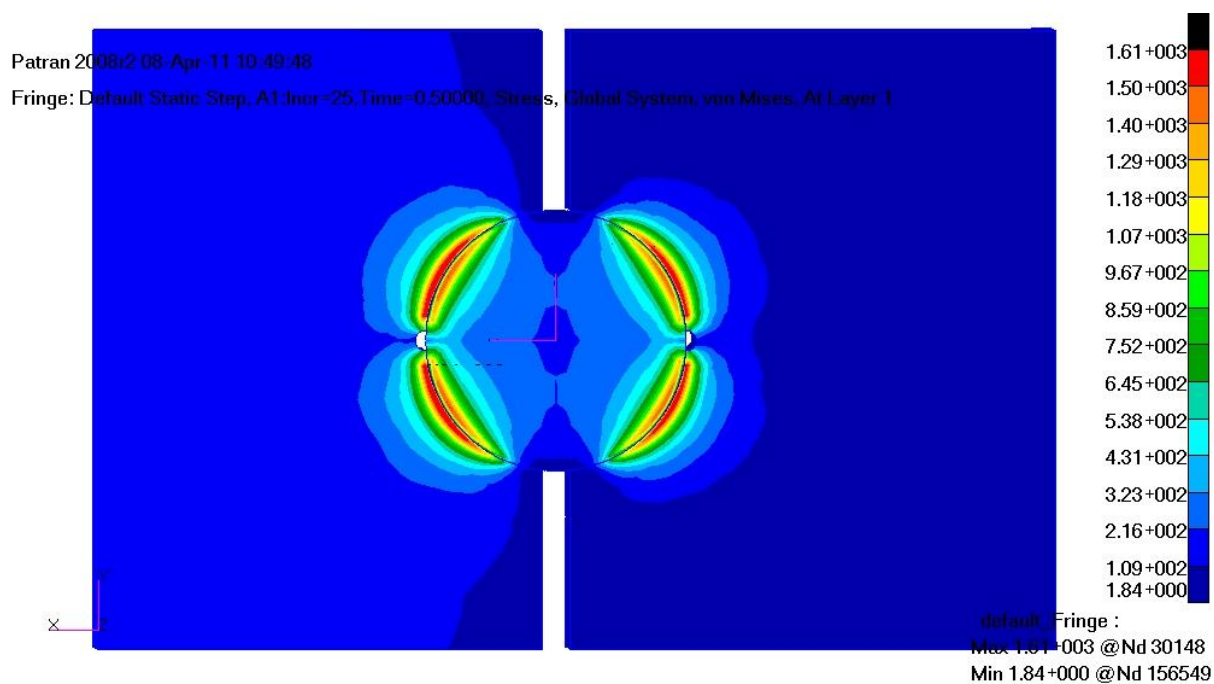
Hodnota plastického přetvoření by neměla překročit hodnotu $\varepsilon_{plast} = 0,0001 \cdot 19 = 0,0019$. Úloha spočívá v nalezení zmíněného stavu a v určení reakční

síly na řídícím uzlu. Statická radiální únosnost se pak určí dle vzorce $C_{O_{rad}} = \frac{F_{r_{max}} \cdot z}{6,58}$, kde

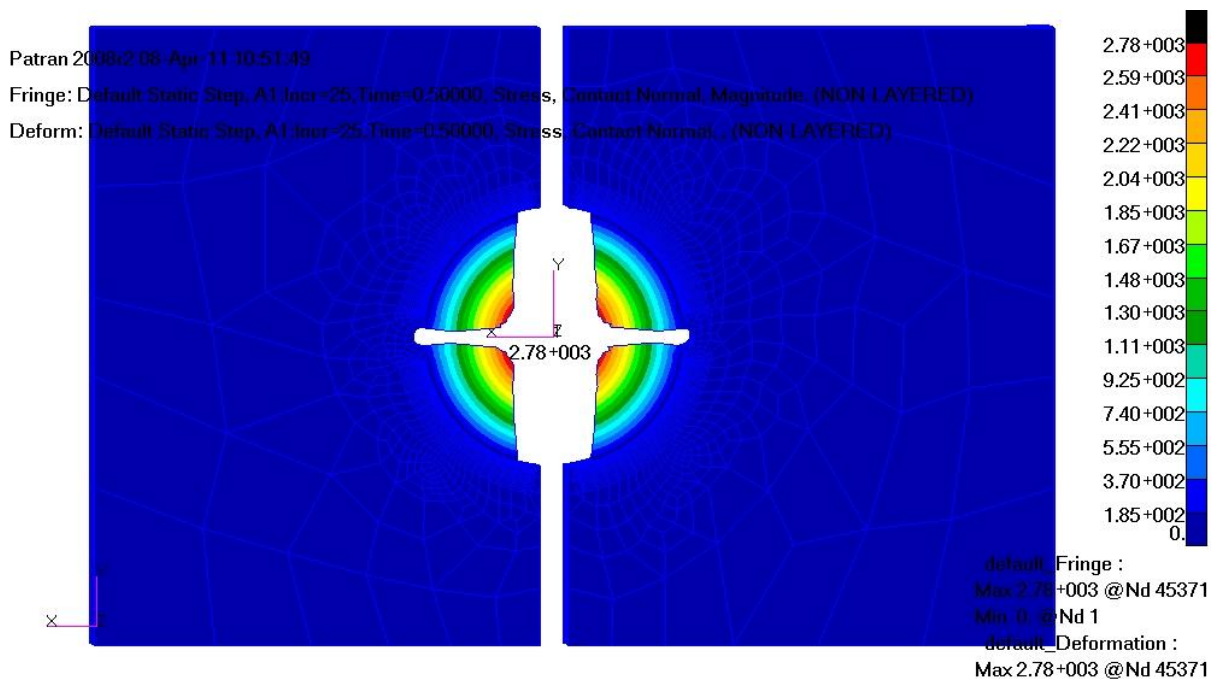
$F_{r_{max}}$ je dvojnásobek reakční síly na řídícím uzlu.



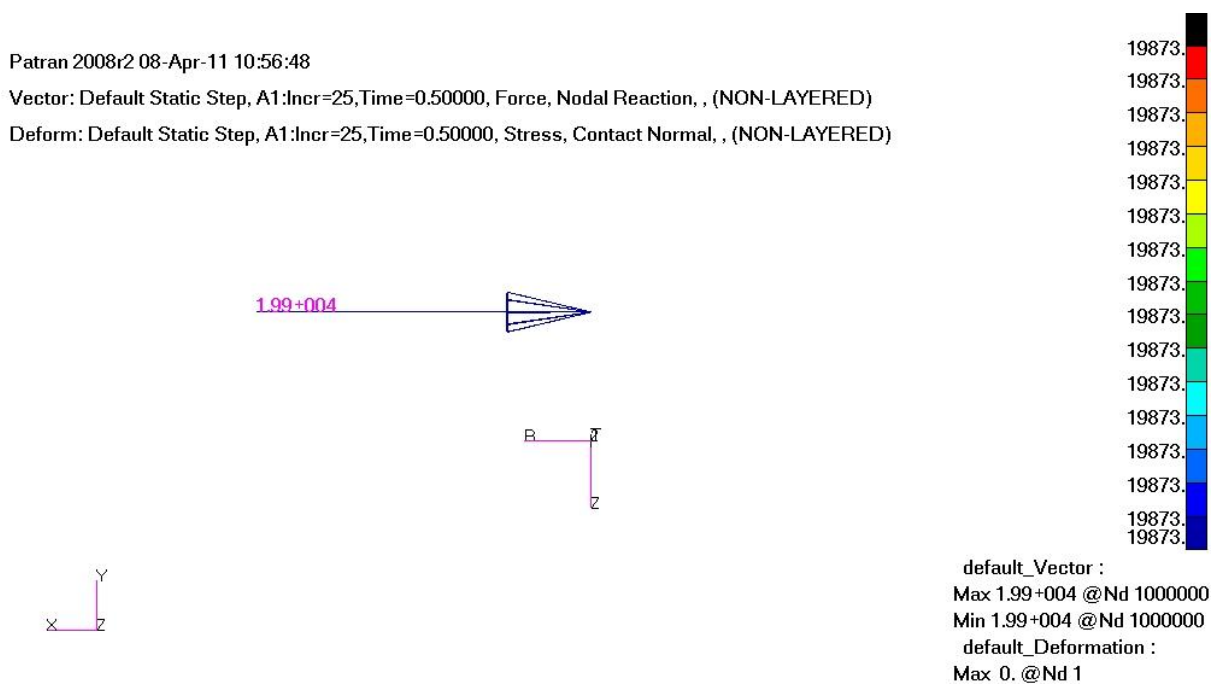
Obr. 9.7.1.1 Plastické přetvoření von Mises [-]



Obr. 9.7.1.2 Ekvivalentní napětí von Mises [MPa]



Obr. 9.7.1.3 Kontaktní napětí [MPa]



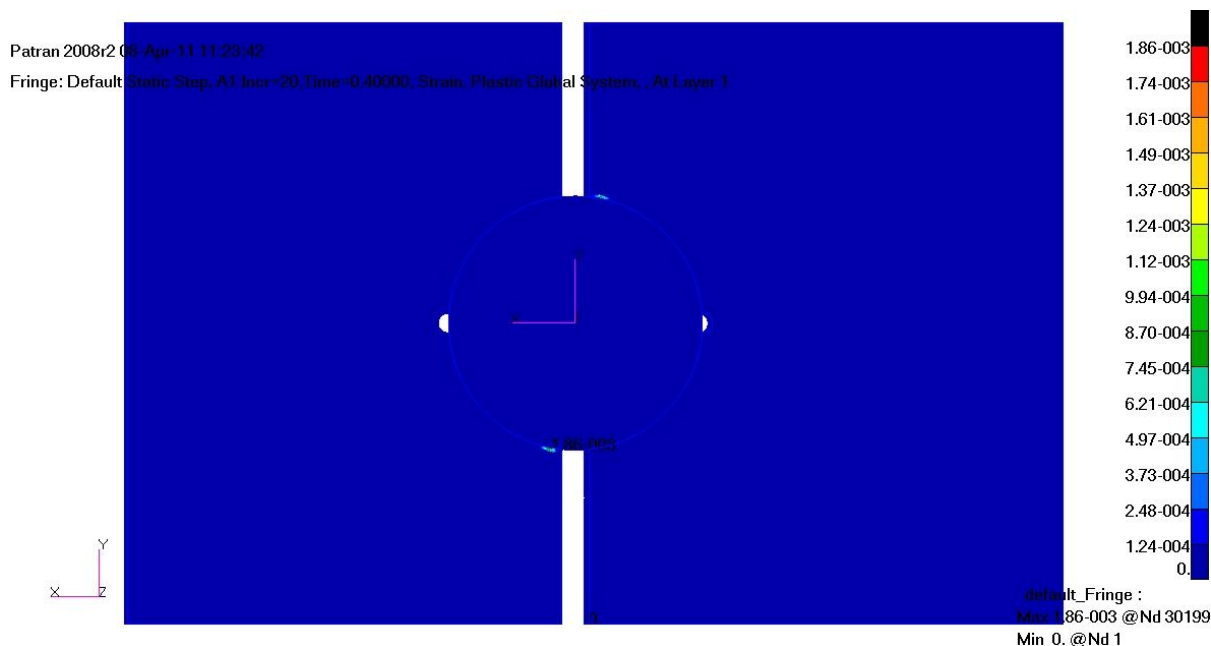
Obr. 9.7.1.4 Reakční síla [N]

Radiální statická únosnost:

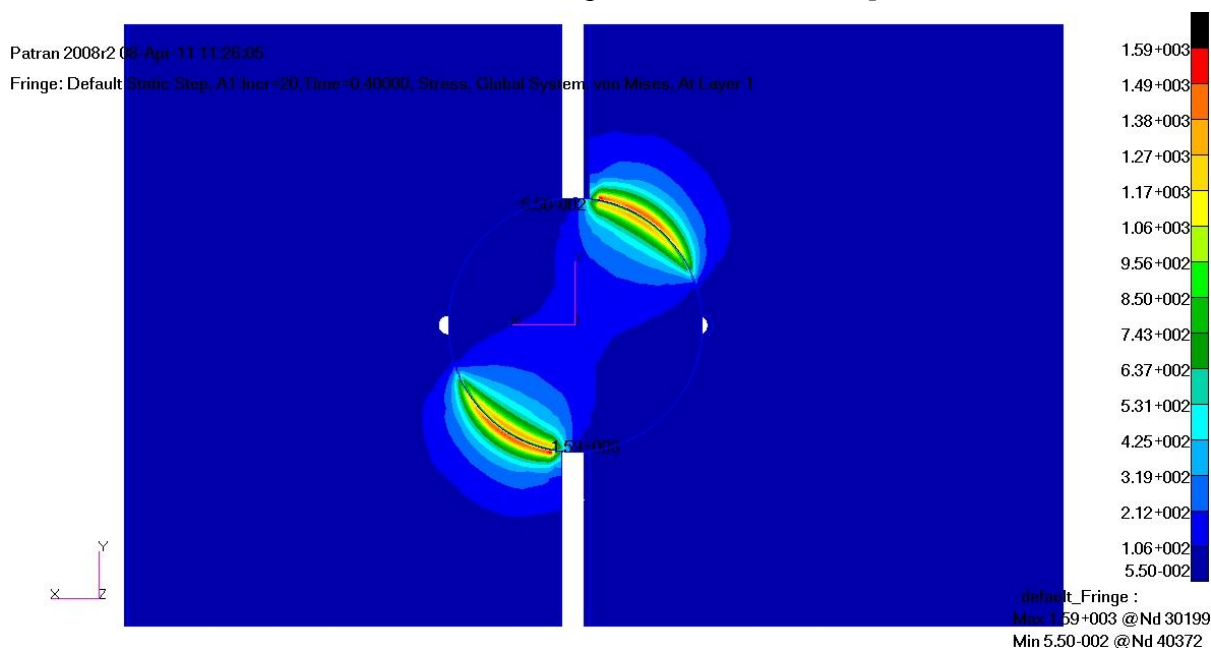
$$C_{O_{rad}} = \frac{F_{r_{max}} \cdot z}{6,58} = \frac{2 \cdot 19873 \cdot 55}{6,58} = 332223 \text{ N} = 332 \text{ kN}$$

9.7.2. Axiální statická únosnost

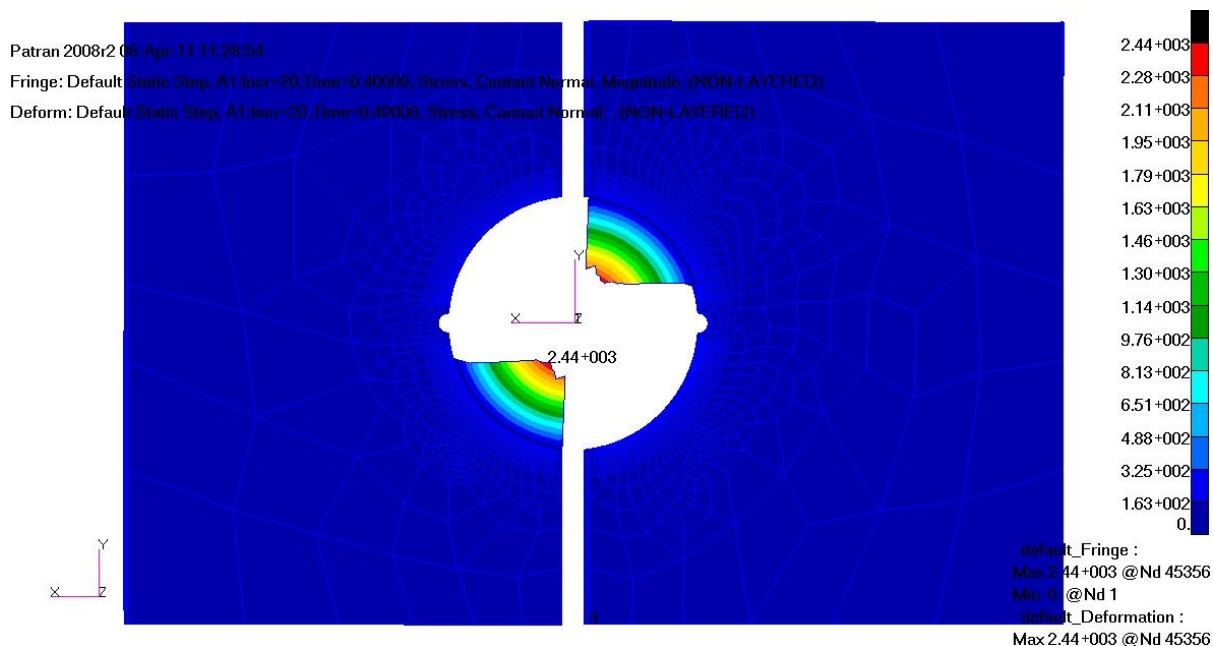
Hodnota plastického přetvoření by neměla překročit hodnotu $\varepsilon_{plast} = 0,0001 \cdot 19 = 0,0019$. Úloha spočívá v nalezení zmíněného stavu a v určení reakční síly na řídicím uzlu. Statická axiální únosnost se pak určí dle vzorce $C_{Oax} = F_{axial} \cdot z$, kde F_{axial} je dvojnásobek reakční síly na řídicím uzlu.



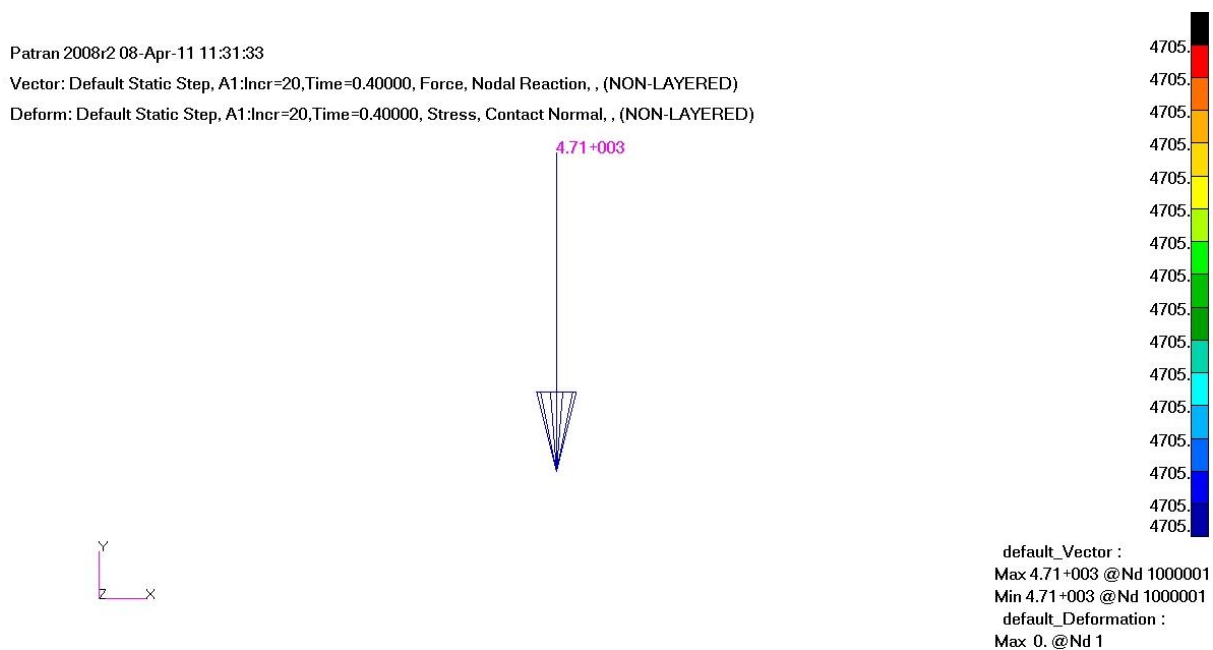
Obr. 9.7.2.1 Plastické přetvoření von Mises [-]



Obr. 9.7.2.2 Ekvivalentní napětí von Mises [MPa]



Obr. 9.7.2.3 Kontaktní napětí [MPa]



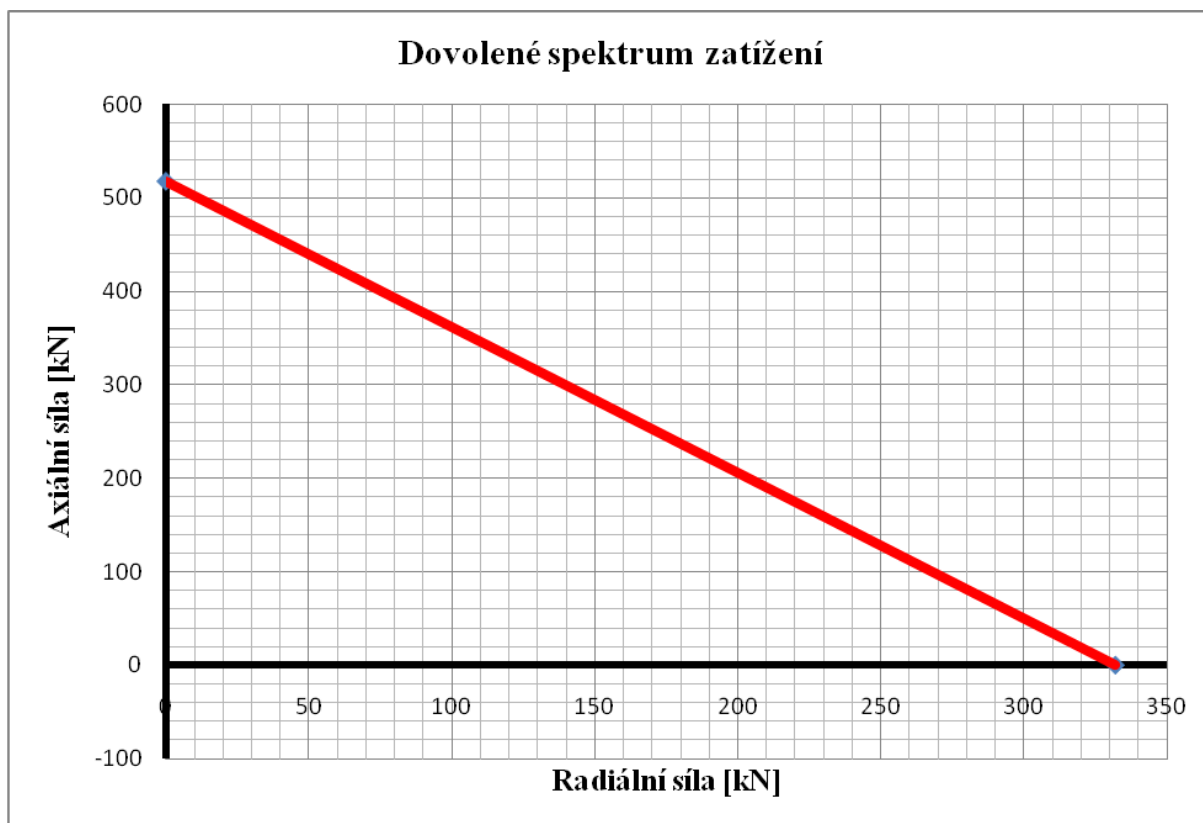
Obr. 9.7.2.4 Reakční síla [N]

Axiální statická únosnost:

$$C_{Oax} = F_{axial} \cdot z = 2 \cdot 4705 \cdot 55 = 517550 \text{ N} = 518 \text{ kN}$$

9.8. Spektrum dovolených zatížení

Na základě znalosti radiální a axiální únosnosti lze určit dovolené zátěžové spektrum ložiska. Pokud se dané silové působení nachází uvnitř trojúhelníkového obrazce, ložisko pracuje v bezpečném režimu.



Obr. 9.8.1 Dovolené spektrum zatížení [kN]

10. ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

V kapitole č. 9 byly prezentovány strukturovaně dosažené výsledky.

Nejprve byl verifikován kontaktní algoritmus implementovaný do programu MARC v kap. č. 9.1. Z výsledků vyplývá, že výsledky kontaktních napětí se prakticky neliší od kontaktních napětí počítaných dle Hertzovy teorie do hodnoty 2000 MPa. Za přijatelné řešení je zde považován výsledek s relativní odchylkou do 5 %. Pro větší zatížení Hertzovu teorii nemůžeme použít, protože v tělese vznikají plastické deformace a soustava se přestává chovat geometricky lineárně z důvodu velkého přetvoření a vzrůstající plochy kontaktu. Pro tyto zatížení jsou výsledky vypočítané pomocí MKP věrohodnější než výsledky získané analytickými metodami.

Dalším cílem bylo ověření platnosti vztahu $F_{r\max} = \frac{4,37 \cdot F_r}{z}$ pro stanovení zatížení na nejvíce zatížený valivý element od radiální síly. V ložiskovém odvětví se místo koeficientu 4,37 používá z důvodu zvýšené bezpečnosti koeficient 5 (na základě zkušenosti). Stanovení tohoto koeficientu pomocí MKP (6,58) prokázalo, že tento vztah je zcela nepřesný (liší se o 50 % od hodnoty 4,37, kterou stanovil Striebeck). Tento vztah byl ovšem ověřován pouze pro danou velikost ložiska a bylo by zapotřebí ho verifikovat i pro jiné velikosti.

Pro optimalizaci bylo výhodné použít malý výpočtový model. Bylo využito symetrické poloviny nejvíce zatíženého valivého segmentu ložiska. Pro jeho radiální zatížení zde byl použit vztah $F_{r\max} = \frac{6,58 \cdot F_r}{z}$ určený pomocí MKP. Nejvýraznější pokles napětí byl zjištěn u modelu s 55 valivými elementy, kuličkou o průměru 19 mm a přimknutím 0,505. U této konfigurace také nedochází k hranovému efektu, který je nežádoucí.

Zdrojem chyby ve výpočtu mohla být například špatně zvolená velikost výpočtového globálního modelu. Proto byly řešeny celkem 3 výpočtové modely s různou hustotou sítě. Výsledky pro globální deformaci tzn. posuv absolutně tuhých těles (jsou to tělesa, přes které bylo realizováno zatížení) se lišily v řádu jednotek procent 2 - 5 %. Výsledky napjatosti se lišily více až o 10 %. Nicméně důležitým poznatkem bylo, že hustota sítě nemá na globální deformaci výrazný vliv, jelikož výsledné posuvy vstupovaly do algoritmu lokálního výpočtového modelu.

Ložisko je namáháno abnormálně. Ekvivalentní napětí při největším možném nárazovém režimu dosahuje hodnot až 1680 MPa a kontaktní napětí 2750 MPa. Pokud jsou tato extrémní zatížení krátkodobá, dovolené hodnoty ekvivalentních napětí jsou až 1800 MPa a kontaktních napětí až 3000 MPa. Ostatní provozní režimy nejsou z hlediska velikosti zátěžových sil významné.

Cementace výrazně zlepšuje pevnostní, tvrdostní, únavové a kluzné vlastnosti. Ovšem také výrazně zvyšuje cenu, nicméně u takto zatěžovaného ložiska je cementace nutná. Hloubka cementační vrstvy byla stanovena na 0,8 mm.

Posledním dosaženým cílem byl výpočet statických únosností. Tento výpočet umožnil vytvoření zátěžového diagramu a tím i stanovení dovoleného spektra zatížení. Všechny provozní režimy se nacházejí uvnitř obrazce, to znamená, že z hlediska únosnosti je dané ložisko navrženo správně a provozní režimy vydrží.

V práci bylo provedeno analytické řešení. Byly vypočteny kontaktní napětí na vnitřním a vnějším kroužku. Výsledky se liší asi o 4 % od numerického řešení. S ohledem na kontrolu vztahu $F_{r\max} = \frac{4,37 \cdot F_r}{z}$, jehož platnost byla zpochybněna, a vzhledem k předpokladům platnosti Hertzovy teorie nejsou výsledky získané analytickými metodami vhodné.

11. ZÁVĚR

V této práci byla provedena deformačně napjatostní analýza optimální konstrukce kuličkové otoče pomocí metody konečných prvků. Tomuto problému předcházela kontrola správnosti analytického vztahu pro maximální zatížení valivého elementu radiálně zatíženého ložiska (dále vztah) pomocí metody globálního a lokálního modelu a samotná optimalizační úloha vnitřní konstrukce ložiska.

Po vyřešení výše uvedeného analytického vztahu se ukázalo, že je nepřesný a to cca o 50% od numerického řešení (MKP). Výstupem z analytického řešení byla znalost kontaktních napětí nejvíce zatíženého valivého elementu. Tento vztah, jehož správnost byla zpochybněna, vystupoval v analytickém řešení a tím toto řešení se stalo nepřesným. Pomocí MKP byl tento vztah upraven a dále vystupoval v optimalizační úloze, jelikož za výpočtový model byla v optimalizační úloze zvolena symetrická polovina valivého segmentu. Parametry úlohy byly zvoleny: průměr valivého elementu, jejich počet a přimknutí. Ze vzniklých závislostí byl vybrán optimální model.

Za účelem zjištění vlivu velikosti globálního výpočtového modelu na deformaci a napjatost zde byly řešeny 3 globální výpočtové modely s optimální vnitřní konstrukcí. Bylo zjištěno, že velikost výpočtového modelu nemá výrazný vliv na globální deformaci.

Zatížení ložiska je extrémní a tomu odpovídají i maximální redukovaná napětí, které se pohybují kolem 1650 MPa. Zlepšení pevnostních vlastností umožňují různé materiály včetně chemicko tepelného zpracování. U ložisek se nejčastěji používá cementace. Hloubka cementační vrstvy byla stanovena na 0,8 mm.

Po vyřešení formulovaných problémů v této práci se vyskytly i další možnosti studia valivých ložisek. Výrazným posunem byla implementace MKP do procesu návrhu vnitřní konstrukce valivých ložisek. Perspektivním rozvojem této práce by bylo studium vlivu vnějšího zatížení na posuv stykových bodů v ložisku. Bylo zjištěno, že při vyšším radiálním nebo axiálním zatížení dochází k již zmíněným posuvům bodů, mění se i úhel a zkracuje se efektivní délka styku. V závislosti na znalosti vnějšího zatížení tedy „Provozních podmínek“, mohl by se optimalizovat i tento úhel s cílem zvýšit únosnost ložisek.

12. POUŽITÉ ZDROJE

- [1] *Jan Fröhlich*: Technika uložení s valivými ložisky, Praha, SNTL, 1980
- [2] URL:< [http://www.umat.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/Pocitacove MetodyII/PocitacovaMechanikaII.pdf](http://www.umat.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/Pocitacove%20MetodyII/PocitacovaMechanikaII.pdf) >
[online], [cit. 2010-04-11]
- [3] *Přemysl Janíček*: Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky, CERM, 2007
- [4] URL:< <http://www.pslas.com/sk/index.php> >
[online], [cit. 2010-05-11]
- [5] URL:< http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e6/Skoda_15T_ForCity.jpg >
[online], [cit. 2010-06-11]
- [6] Theory and User Information MARC 2008r1
- [7] Element Library MARC 2008r1
- [8] Customization PATRAN
- [9] Valivá ložiska - Statická únosnost ČSN ISO 76 (02 4610)
- [10] URL:< <http://fast10.vsb.cz/brozovsky/data/mkpn/p5.pdf> >
[online], [cit. 2010-06-11]
- [11] *J.M. Gere, S. Timoshenko*: Mechanics of materials, PSW-KENT, 1990
- [12] *V. Kolář, J. Kratochvíl, F. Leitner, A. Ženíšek*: Výpočet plošných a prostorových konstrukcí metodou konečných prvků, Praha, SNTL, 1972
- [13] *F. Boháček*: Základy strojírenství, Praha, SNTL, 1989
- [14] *P. Janíček, E. Ondráček, J. Vrbka, J. Burša*: Mechanika těles pružnost a pevnost I, Brno, CERM, 2004
- [15] *E. Ondráček, J. Vrbka, P. Janíček, J. Burša*: Mechanika těles pružnost a pevnost II, Brno, CERM, 2006