



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**VLIV TLOUŠŤKY VZORKU NA INICIACI TRHLINY
Z VRCHOLU OBECNÉHO SINGULÁRNÍHO
KONCENTRÁTORU NAPĚTÍ**

THE INFLUENCE OF SPECIMEN THICKNESS ON CRACK INITIATION IN THE TIP OF GENERAL
SINGULAR STRESS CONCENTRATOR

ZKRÁCENÁ VERZE DIZERTAČNÍ PRÁCE

SHORTENED VERSION OF DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. Dalibor Kopp

ŠKOLITEL

SUPERVISOR

doc. Ing. Jan Klusák, Ph.D.

BRNO 2021

Abstrakt

Geometrické nespojitosti, jako jsou ostré vruby, se objevují v konstrukcích technických objektů a vedou ke koncentracím napětí. Tyto body jsou velice nebezpečné, protože snižují pevnost součástí a mohou vést ke vzniku trhlin. Technické objekty však nejsou tvořeny pouze homogenními materiály, ale mohou se skládat i z dvou a více různých materiálů obsahující ostré vruby na rozhraní těchto materiálů. U těchto ostrých vrubů je studován vliv volného povrchu na podmínky iniciace a vyhodnocován prostřednictvím 3D tělesa, poněvadž u těles s konečnou tloušťkou jsou podmínky iniciace trhliny ovlivňovány volným povrchem. Pole napětí v okolí vrcholů obecných singulárních koncentrátorů napětí jsou počítány metodou konečných prvků a výsledky zpracovávány pomocí inženýrského přístupu porovnáváním řídicí veličiny.

Tento přístup se dá jednoduše použít v kombinaci se znalostí základních materiálových vlastností a použitím výsledků MKP výpočtu posuzovaných vrubů. K tomu, aby bylo možné stanovit vliv volného povrchu a určit, zdali k iniciaci dojde ze středu součásti, nebo z volného povrchu, byla zavedena hodnota středního kritického aplikovaného napětí, pomocí které je možné jednoduše stanovit místo iniciace trhliny po tloušťce. Poměrem středních kritických aplikovaných napětí uprostřed a na volném povrchu dále kvantifikovat vliv volného povrchu na místo iniciace trhliny.

Pomocí tohoto postupu je ukázáno, že místo iniciace trhliny je závislé jak na směru zatížení tělesa, úhlu otevření vrubu a tloušťce vzorku, ale v případě bi-materiálového vrubu také na poměru modulů pružnosti.

Klíčová slova

Lomová mechanika, Obecný singulární koncentrátor napětí, Ostrý vrub, Bi-materiálový vrub, 3D vrub, Střední hodnota tangenciálního napětí, Inženýrský přístup, Kritérium řídicí veličiny, Střední hodnota kritického aplikovaného napětí

Bibliografická citace:

KOPP, Dalibor. *Vliv tloušťky vzorku na iniciaci trhliny z vrcholu obecného singulárního koncentrátoru napětí*. Brno, 2021. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/130005>. Dizertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce doc. Ing. Jan Klusák Ph.D..

Abstract:

Geometrical discontinuities, like sharp notches, appear in constructions and engineering structures and lead to stress concentrations. These technical objects are very dangerous due to the fact that they reduce the structural conformity and can lead to crack initiation. Technical objects are not always designed as homogenous bodies but can consist of two or more materials with sharp notches on the interface of these materials. The influence of free surface on crack initiation conditions is studied and assessed by means of 3D model of sharp and bi-material notches with finite thickness. Stress fields around the singular stress concentrators are calculated with finite element method and the results are evaluated by means of criterion of critical quantity. This approach is easily applicable and can be used in combination with the knowledge of basic material properties and results of finite element analysis of the assessed notches. In order to estimate whether crack will initiate from the middle of the observed notched specimen or from its free surface, the value of averaged critical applied stress was introduced. With this value it's possible to determine the location of crack initiation through the sample thickness. Through the ratio of values of critical applied stress in the middle and on the free surface of the observed specimen it's possible to quantify the influence of the free surface on the location of crack initiation. With the use of this approach it's shown, that the location of crack initiation depends on more parameters, loading direction, the notch opening angle and the sample thickness. In case of bi-material notches it depends also on the ratio of young modulus.

Key Words:

Fracture mechanics, general singular stress concentrator, sharp notch, Bi-material notch, 3D notch, Average value of tangential stress. Engineering approach, Criterion of controlling quantity, Average value of critical applied stress

Bibliographic citation:

KOPP, Dalibor. *The Influence of specimen thickness on crack initiation in the tip of general singular stress concentrator*. Brno, 2021. Available from: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/130005>. Doctoral thesis. Brno university of technology, Faculty of mechanical engineering, Institute of solid mechanics, mechatronics and biomechanics. Supervisor doc. Ing. Jan Klusák Ph.D.

Obsah

1.	Úvod	6
2.	Popis problémové situace	7
2.1.	Formulace problému.....	7
2.2.	Cíle dizertační práce	7
2.3.	Metodika řešení problému	8
3.	Rešeršní studie.....	8
4.	Teoretický základ – podmínky iniciace trhliny z OSKN.....	8
4.1.	Střední hodnota tangenciálního napětí a délkový parametr střední hodnoty	8
4.2.	Kritérium stability	9
4.3.	Konverze výsledků pro jiný materiál.....	10
4.4.	Střední hodnota kritického aplikovaného napětí	11
5.	Řešený homogenní vrub	13
5.1.	Kritická hodnota aplikovaného napětí a podmínky iniciace trhliny	14
6.	Řešený bi-materiálový vrub.....	19
6.1.	Numerická studie vlivu poměru E-modulu na chování 3D bi-materiálového vrubu.....	20
6.2.	Numerická studie vlivu směru zatížení β na chování bi-materiálového vrubu.....	22
6.3.	Numerická studie vlivu tloušťky T (bi-materiálový vrub Epoxid / Hliník).....	23
6.4.	Konverze výsledků na reálné hodnoty lomové houževnatosti.....	25
7.	Závěr.....	28
8.	Publikační činnost	30
9.	Seznam použitých veličin a symbolů	31
10.	Použitá literatura.....	32

1. Úvod

Lomová mechanika a jevy s ní spojené byli zaznamenáni již v období renesance, avšak největšího rozvoje bylo dosaženo na počátku dvacátého století, kde se začaly provádět první studie chování trhlin [1]. Lomová mechanika se stala nedílnou součástí studia mezních stavů materiálu a těles, kde tyto materiály používáme. Od té doby došlo v lomové mechanice k velkému rozvoji a vzniku nových výpočetních postupů, které navazují na práce Inglise [2], Griffitha [3] a Westengaarda [4]. S rozvojem lomové mechaniky také dochází k přibývajícím požadavkům na složitost výpočtu. Při popisu trhlin používáme jednoparametrové lomové mechaniky zohledňující první singulární člen Williamsova rozvoje [5]. Tento přístup je dobře zvládnutý a dodává kvalitativně dobré výsledky pro případ trhliny. Tím, jak se výpočtové postupy rozvíjely, se zjistilo, že jednoparametrovou lomovou mechaniku lze zobecnit a rozšířit výpočet o druhý parametr, a to o první nesingulární člen Williamsova rozvoje [5]. Tomuto zobecnění říkáme dvouparametrová lineární elastická lomová mechanika (LELM), kterou jsme schopni přesněji popisovat vlivy multiaxiality napětí [6]. Tyto postupy byly dále porovnávány s postupy využívajícími metody konečných prvků a ověřovány experimentálně [7].

K dalšímu rozvoji došlo zobecněním LELM na singulární koncentrátoři napětí, jakými jsou například V-vruby [8], kde trhliny jsou chápány jako speciální případ V-vrubu, jehož úhel otevření je roven 0° [9]. Byl uveden vrubový faktor intenzity napětí (FIN), který slouží k posuzování stability vrubu, pro případ křehkého lomu [10] a pro případ únavového lomu [11]. Dalšího rozšíření se dostalo zobecněním LELM V-vrubů na bi-materiálová tělesa, která se v prvopočátku stala velice populární v oblasti elektroniky a plošných spojů, avšak s postupem času taktéž v oblasti energetiky a výroby transformátorů a v neposlední řadě v oblasti dopravy, zejména v oblasti letectví či motorsportu. Zde se velice intenzivně používají materiály s bi-materiálovým rozhraním. Kombinací vhodných materiálů jsme schopni zvýšit pevnost konstrukce, a tím pádem zajistit její větší bezpečnost a zároveň životnost. Byly uvedeny postupy pracující se zobecněným faktorem intenzity napětí [12], resp. s hustotou deformační energie [13] a následně stanovena kritéria stability [14]. Speciální případy bi-materiálových vrubů byly dále řešeny v [15] [16].

V rámci studia obecných singulárních koncentrátorů napětí (OSKN), se v této dizertační práci budeme zabývat chováním V-vrubů s konečnou tloušťkou (3D tělesem s vrubem), jakými je homogenní V-vrub a bi-materiálový V-vrub, jehož čelo se nachází na rozhraní materiálů. Budeme posuzovat vliv volného povrchu na iniciaci trhliny z čela singulárního koncentrátoru napětí v závislosti na změně geometrie vrubu a podmínek zatížení. Toto chování je dobře zpracované pro případy trhlin [17] [18]. Retrospektivní přehled popisující 3D efekty trhlin a ostrých vrubů publikoval ve svém článku Pook [19].

Nejprve se budeme zabývat homogenními tělesy s vrubem a budeme pozorovat jejich chování v závislosti na otevření vrubu, tloušťce tělesa a směru zatížení. Homogenní vruby jsou studované např. v [20] [21].

Dále přejdeme na analýzu chování bi-materiálového vrubu, kde se navíc zaměříme na popis jeho chování v závislosti na poměru materiálových vlastností, abychom byli schopni posoudit, jaké chování můžeme očekávat při použití různých materiálů. Na toto téma bylo publikováno několik studií zabývajících se 3D efekty na lomové chování bi-materiálových konstrukcí [22] [23]. Všechny tyto studie indikují, že studium 3D chování bi-materiálových vrubů je aktuálním tématem, kterému se věnuje mnoho autorů a je třeba jej prozkoumat.

V obou případech, tedy jak v případě homogenního, tak v případě bi-materiálového vrubu, se budeme zabývat vlivem tloušťky vzorku na iniciaci trhliny. Budeme pozorovat, jakým směrem se trhlina bude iniciovat (v případě bi-materiálového vrubu budeme pozorovat, zdali se trhlina bude iniciovat do materiálu 1, materiálu 2 nebo na rozhraní), a také, zdali k iniciaci trhliny dojde z volného povrchu, či ze středu tělesa.

Abychom mohli posuzovat chování těchto vrubů, musíme stanovit postupy analýzy vrubu a stanovit vyhodnocovací kritéria. K tomu použijeme nejprve postupů LELM, a to především kritéria maximálního tangenciálního napětí, kterým určíme směry potenciální iniciace trhliny po tloušťce

vzorku. Následně určíme hodnoty aplikovaných kritických napětí. Existují postupy, které získávají exponenty singularity napětí vrubů (vlastní hodnoty) přímo z MKP řešení [24], avšak při řešení této práce bude použito inženýrského přístupu [25] kvůli jeho přehlednosti a jednoduchosti aplikace na OSKN. Dále stanovíme kritérium stability a postup vyhodnocení, při kterém určíme pravděpodobné místo iniciace trhliny z vrcholu obecného koncentrátoru napětí. V závislosti na postupech použitých v této práci budou prezentovány výsledky citlivostní analýzy průměrovacích parametrů, díky kterým jsme schopni chování OSKN analyzovat. Na závěr provedeme shrnutí získaných poznatků.

2. Popis problémové situace

Existují ostré homogenní a bi-materiálové vruby, jejichž chování je velice dobře popsané zobecněnou lomovou mechanikou aplikovanou na 2D tělesa (nekonečně tlustá nebo axisymetrická tělesa). 2D výpočty, které se používají k určení lomového chování OSKN, však nezohledňují chování, které se projevují teprve při řešení 3D problému. Je známo, že u těles s konečnou tloušťkou může dojít k iniciaci trhliny z volného povrchu, nebo ze středu součásti. Není však úplně známo, jakým způsobem volný povrch ovlivňuje podmínky iniciace trhliny z vrcholu OSKN a za jakých podmínek může dojít k iniciaci trhliny ze středu součásti, nebo z volného povrchu. Jaký vliv tloušťka vzorku na místo iniciace trhliny z čela vrubu. V případě bi-materiálových vrubů přibývá ještě poměr modulů pružnosti, kde volný povrch a různorodost elastických vlastností materiálu může ovlivnit podmínky iniciace trhliny. Při jakém poměru pak dojde k iniciaci trhliny z volného povrchu anebo ze středu součásti, taktéž není známo.

2.1. Formulace problému

Problém ostrých homogenních a bi-materiálových vrubů se dá definovat následovně. Známé 2D přístupy analýzy OSKN nejsou dostačující, abychom dokázali popsat chování 3D těles obsahující OSKN. Proto je potřeba nalézt vhodný postup výpočtu a následné analýzy výsledků, abychom byli schopni popsat stav napjatosti podél čela studovaných vrubů. Dále je třeba určit vliv volného povrchu na místo iniciace podél čela studovaných vrubů. Abychom získali potřebný přehled o chování OSKN a vlivu volného povrchu, je třeba zjistit, jak ovlivňuje úhel otevření vrubu v kombinaci s tloušťkou vzorku stav napjatosti podél čela vrubu a jak tato napjatost ovlivňuje podmínky iniciace trhliny. Dále je potřeba zjistit jakou roli hraje směr zatížení v chování 3D tělesa s OSKN. U bi-materiálových vrubů je třeba navíc zjistit jaký vliv má poměr elastických vlastností na stav napjatosti podél čela vrubu a jak moc volný povrch ovlivňuje podmínky iniciace z vrcholu bi-materiálových vrubů s konečnou tloušťkou. Na základě této formulace problému vznikly následující cíle dizertační práce.

2.2. Cíle dizertační práce

Cíle podkládané dizertační práce jsou následující:

- Provést rešerši o aktuálním stavu vědění, zabývajícím se problematikou lineární elastické lomové mechaniky 3D těles.
- Tvorba výpočtového postupu, kterým je možné podrobně popsat stav napjatosti podél čela studovaných vrubů.
- U homogenního V vrubu zjistit vliv úhlu otevření V vrubu, tloušťky tělesa a směru zatížení na místo a podmínky iniciace trhliny.
- U bi-materiálového V vrubu zjistit vliv poměru E-modulů, úhlu otevření V vrubu, tloušťky tělesa a směru zatížení na místo a podmínky iniciace trhliny.
- Posoudit, výše uvedené parametry a jejich vliv na podmínky iniciace trhliny a vyvodit z toho závěry.

2.3. Metodika řešení problému

Za pomoci MKP výpočtu bude provedena parametrická studie, zahrnující parametry stanovené v cílech disertace pro případ homogenního a bi-materiálového V vrubu (tloušťka vzorku, úhel otevření V vrubu, směr zatížení, materiálová kombinace). Bude stanoven postup vyhodnocování MKP výpočtu, aby bylo možné popsat vlivy jednotlivých parametrů na podmínky iniciace trhliny. Na základě výsledků vycházejících z parametrické studie budou posouzeny vlivy jednotlivých parametrů. Výsledky budou porovnány s dostupnými vědeckými poznatky zabývajícími se danou problematikou LELM 3D těles a z toho budou vyvozeny závěry.

3. Rešeršní studie

V rámci rešeršní studie byly nastudovány vědecké publikace napomáhající k vyřešení cílů dizertační práce. Bylo nastudováno velké množství článků zabývajících se problematikou trhliny, obecných singulárních koncentrátorů napětí, vlivu volného povrchu a rohové singularity na podmínky iniciace trhliny. Dále bylo, v rámci hledání vhodného postupu vyhodnocování 3D těles obsahujících ostré vruby, prostudováno poměrně velké množství publikací zabývajících se postupy lomové mechaniky využívajících metody konečných prvků. Taktéž byly hledány zdroje poznání, které experimentálním způsobem potvrzují chování těles, řešených v rámci této práce.

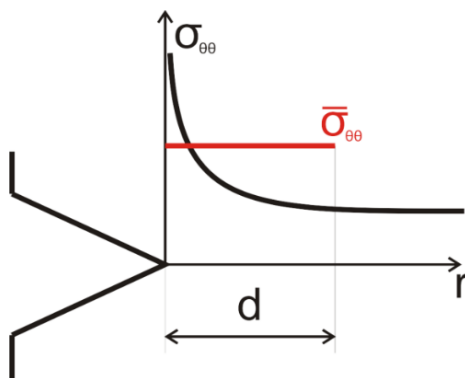
4. Teoretický základ – podmínky iniciace trhliny z OSKN

4.1. Střední hodnota tangenciálního napětí a délkový parametr střední hodnoty

Abychom byli schopni spolehlivě určit směr iniciace trhliny, je třeba zavést tzv. střední hodnotu tangenciálního napětí. Ta slouží ke zmírnění vlivu polární souřadnice r na směr iniciace trhliny a zmenšení vlivu numerických chyb, které mohou při numerickém výpočtu nastat vlivem nepravidelné výpočtové sítě v okolí vrcholu koncentrátoru napětí. Střední hodnotu tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ získáme integrací rovnice tangenciálního napětí $\sigma_{\theta\theta,m}$ přes r (Obr. 1). Vztah pro výpočet $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ pak vypadá následovně:

$$\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta) = \frac{1}{d} \int_0^d \sigma_{\theta\theta}(r, \theta) dr \quad (1)$$

d ve vztahu (1) představuje průměrovací vzdálenost. Její velikost závisí na mechanismu porušení, jako například velikost plastické zóny, nebo velikost zrna materiálu. Podrobně je parametr d řešen prací [26] [27].



Obr. 1) Střední hodnota tangenciálního napětí počítaná na průměrovací délce d

4.2. Kritérium stability

Kritérium stability nám udává, zda u zatíženého tělesa s vrubem dojde, či nedojde k iniciaci trhliny. Pokud počítaná hodnota zatížení překročí kritickou hodnotu, dojde k iniciaci trhliny z vrcholu vrubu nebo OSKN. Poté co trhlina vznikne, se řeší klasické kritérium stability trhlín, kterým provedeme úvod do této problematiky.

Inženýrský přístup je podrobně popsán v [25]. Přístup je založený na pozorování tzv. řídicí veličiny M . Ta se v lineární elastické lomové mechanice (LELM) používá k určení podmínek iniciace trhliny z vrcholu vrubu (homogenního, či bi-materiálového). Slouží k určení směru potenciální iniciace trhliny a k určování kritických hodnot zobecněných součinitelů intenzity napětí. Řídicí veličina musí splňovat následující podmínky:

- i. Veličina hraje řídicí roli v procesu iniciace trhliny.
- ii. Veličina má jasný a stejný fyzikální význam pro oba případy OSKN a trhliny.
- iii. Kritická hodnota veličiny M_c v případě šíření trhliny v homogenním tělese je závislá na lomové houževnatosti K_{IC} .

Řídicí veličinu mohou představovat veličiny jako velikost plastické zóny r_p , tangenciální napětí v dané vzdálenosti od vrcholu OSKN $\sigma_{\theta\theta}(r=d)$, střední hodnota tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}(d)}$, hustota deformační energie $\Sigma(r=d)$, nebo střední hodnota hustoty deformační energie dané plochy $\overline{\Sigma(d)}$. Všechny tyto řídicí veličiny můžeme shrnout do množiny M

$$M = M(K) \in \{r_p, \sigma_{\theta\theta}(r=d), \overline{\sigma_{\theta\theta}(d)}, \Sigma(r=d), \overline{\Sigma(d)}, \text{atd.}\} \quad (2)$$

Pro účely splnění cílů zadané práce jsme z množiny (2) zvolili hodnotu středního tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}(\theta)}$ jako řídicí veličinu.

$$M = \overline{\sigma_{\theta\theta}(\theta)} = \frac{1}{d} \int_0^d \sigma_{\theta\theta}(r, \theta, \text{FEM}) dr \quad (3)$$

Pro výpočet kritické hodnoty řídicí veličiny pro materiál $m = 0,1,2$ kde 0 reprezentuje rozhraní materiálů bi-materiálového vrubu. Aplikujeme vztah (4)

$$M_{c,m} = \overline{\sigma_{\theta\theta c,m}} = \frac{2K_{IC,m}}{\sqrt{2\pi d}} \quad (4)$$

Dosažením vypočtené řídicí veličiny M a její kritické hodnoty $M_{c,m}$ do vztahu (5), získáme výpočet kritického aplikovaného napětí pro materiál $m = 0,1,2$.

$$\sigma_{\text{appl},c,m} = \sigma_{\text{appl}} \frac{M_c}{M} = \sigma_{\text{appl}} \frac{\overline{\sigma_{\theta\theta c,m}}(\theta_{0,m}^{\text{trhlina}} = 0)}{\overline{\sigma_{\theta\theta m}}(\theta_{0,m}^{\text{OSKN}})} \quad (5)$$

Analogicky ke vztahu (5), pokud místo aplikovaného napětí σ_{appl} použijeme aplikovanou sílu F_{appl} , získáme vztah pro výpočet kritické aplikované síly.

$$F_{\text{appl},c,m} = F_{\text{appl}} \frac{M_c}{M} = F_{\text{appl}} \frac{\overline{\sigma_{\theta\theta c,m}}(\theta_{0,m}^{\text{trhlina}} = 0)}{\overline{\sigma_{\theta\theta m}}(\theta_{0,m}^{\text{OSKN}})} \quad (6)$$

Je třeba uvést, že v případě OSKN složených z více materiálových oblastí je třeba kritické hodnoty řídicí veličiny (v našem případě střední hodnoty tangenciálního napětí) určit nejen ve směru globálního maxima řídicí veličiny, ale také ve směru lokálních maxim v jednotlivých materiálových oblastech, jak je znázorněno na Obr. 2. K tomu, abychom určili kritické aplikované napětí pro daný bi-materiálový vrub, aplikujeme vztah (7). Kritické aplikované napětí je nejmenší hodnota ze všech kritických aplikovaných napětí počítaných pro materiál $m = 0,1,2$.

$$\sigma_{\text{appl},c} = \min(\sigma_{\text{appl},c,m}) \quad (7)$$

Následně dle kritéria stability platí porovnání aplikovaného napětí σ_{appl} s kritickou hodnotou aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl},c}$ určeného vztahem (7). Aby nedošlo k iniciaci trhliny z vrcholu bi-materiálového vrubu, musí platit vztah (8).

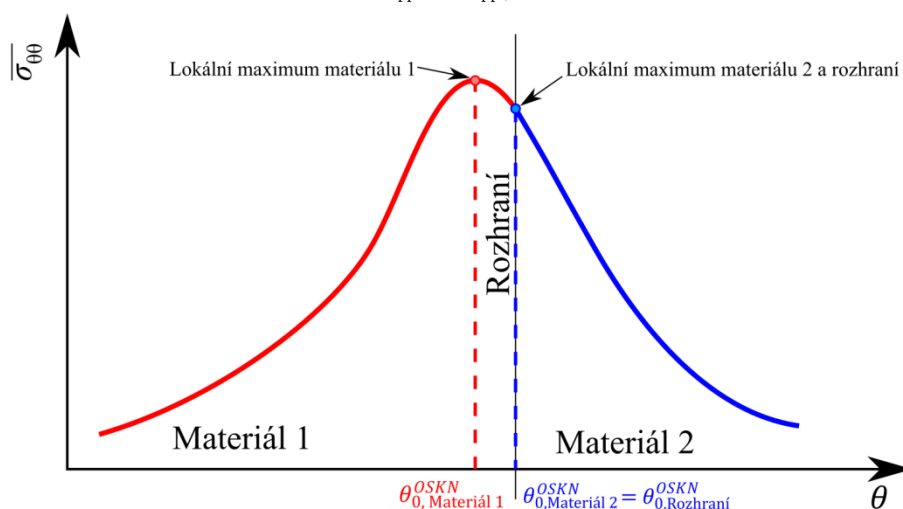
$$\sigma_{\text{appl}} \leq \sigma_{\text{appl},c} \quad (8)$$

Stejným způsobem postupujeme při určování kritické aplikované síly $F_{\text{appl},c}$. Pro tento případ platí rovnice (9).

$$F_{\text{appl},c} = \min(F_{\text{appl},c,m}) \quad (9)$$

Následně aplikujeme kritérium stability analogicky k (8), a to podle rovnice (10)

$$F_{\text{appl}} \leq F_{\text{appl},c} \quad (10)$$



Obr. 2) Analýza lokálních maxim pole napětí obecného singulárního koncentrátoru napětí.

4.3. Konverze výsledků pro jiný materiál

Za účelem studie vlivu volného povrchu je počítáno s hodnotou lomové houževnatosti $K_{Ic,m}^* = 1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. K tomu, abychom určili skutečné chování bi-materiálového vrubu, je potřeba provést přepočty aplikovaných kritických hodnot napětí na reálně počítané pro reálné hodnoty lomových houževnatostí. K tomu nám slouží následující vztah.

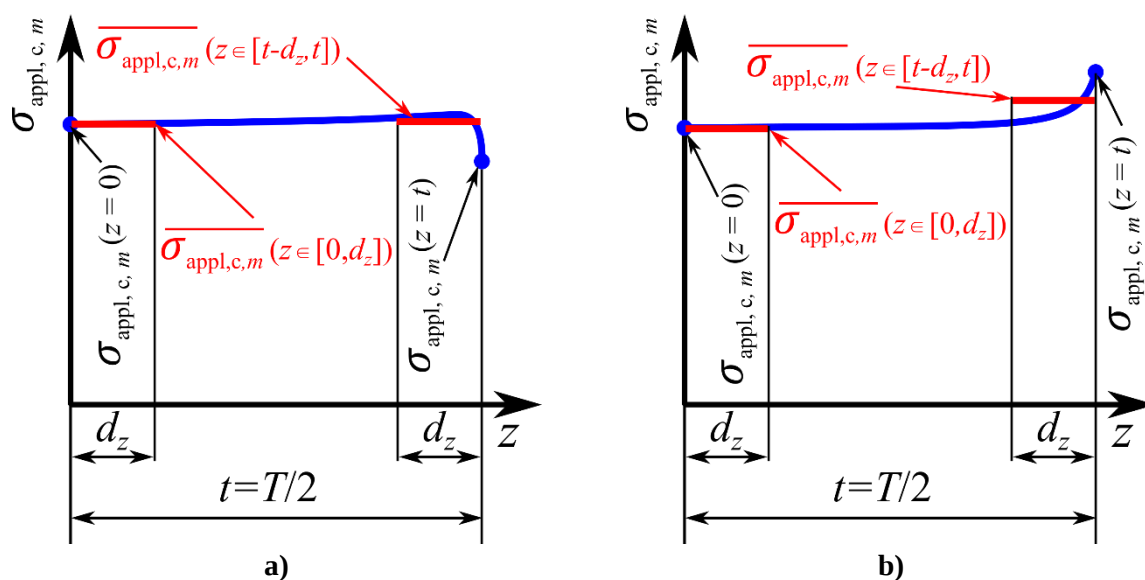
$$\sigma_{\text{appl},c}(m, n = 2) = \sigma_{\text{appl},c}(m, n = 1) \frac{K_{Ic}(m, n = 2)}{K_{Ic}(m, n = 1)} \quad (11)$$

Kde m , představuje materiálovou oblast vrubu, kde platí 0 pro bi-materiálové rozhraní, 1 pro materiál 1 a 2 pro oblast materiálu 2. n zde představuje materiál ve kterém je vrub počítaný a nabývá hodnoty 1 a materiál, do kterého se hodnoty kritického aplikovaného napětí přepočítávají nabývající hodnotu 2.

4.4. Střední hodnota kritického aplikovaného napětí

Bylo zjištěno, že napětí na volném povrchu se liší od napětí uprostřed vzorku [28]. Dále bylo zjištěno, že volný povrch má vliv na rozložení napětí blízko volného povrchu [29]. Případ trhliny na bi-materiálovém rozhraní je řešený třeba v [30] nebo [31]. Proto následujícím postupem definujeme algoritmus, který je schopný analyzovat jevy blízko volného povrchu a zároveň určit, zdali k iniciaci trhliny dojde uprostřed, nebo na volném povrchu pozorovaného tělesa.

Na základě MTS-kritéria [32] stanovíme pro každou materiálovou oblast (materiál 1, materiál 2 a rozhraní) směr iniciace trhliny θ_0 , přičemž pro rozhraní platí $\theta_0 = 0^\circ$, a určíme hodnoty maximálního tangenciálního napětí $\overline{\sigma}_{\theta\theta}(\theta_0)$. Následně pro všechny tři materiálové oblasti určíme, zda se trhlina bude iniciovat ze středu tělesa ($z/t = 0$), nebo z volného povrchu ($z/t = 1$). Za účelem porovnání výsledků ve všech třech oblastech. Provedeme to tak, že pomocí přístupu popsaného v kapitole 3.2 spočítáme kritické hodnoty aplikovaných napětí. Ty se v případě těles s konečnou tloušťkou počítají po tloušťce pro každou hladinu rovnoběžnou s volným povrchem. Přičemž hladiny se blízko k volnému povrchu zjemňují, abychom byli schopni zachytit jeho vliv. Postup odebírání vzorku po hladinách rovnoběžných k volnému povrchu je podobný jako v práci [29], nebo [21].



Obr. 3) Znázornění pole kritických aplikovaných napětí $\sigma_{appl,c}$ ovlivněných volným povrchem.

Při výpočtu počítáme s jednotkovou hodnotu lomového parametru $K_{c,m} = 1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ pro $m = (1, 2, 0)$. Z důvodu použití jednotkové velikosti $K_{c,m} = 1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ označíme hodnotu kritického aplikovaného napětí hvězdičkou $\sigma_{appl,c}^*$.

Uprostřed tělesa aplikujeme vztah pro kritickou hodnotu aplikovaného napětí $\overline{\sigma}_{appl,c}^*(z=0, m)$ dle vztahu (12). Je tomu tak z toho důvodu, protože k výrazným změnám napětí po tloušťce dochází až v blízké vzdálenosti volného povrchu [29] [33] [34] (viz. Obr. 3).

$$\overline{\sigma}_{appl,c}^*(z=0 \div d_z, m) \doteq \sigma_{appl,c}^*(z=0, m) = \overline{\sigma}_{appl,c}^*(z=0, m) \quad (12)$$

Na volném povrchu tělesa aplikujeme vztah pro kritickou hodnotu aplikovaného napětí $\overline{\sigma}_{appl,c}^*(z=1, m)$. Ta je počítaná dle vztahu (13).

$$\overline{\sigma}_{appl,c}^*(z \in \langle t-d_z, t \rangle, m) = \frac{1}{d_z} \int_{t-d_z}^t \sigma_{appl,c}^*(z, m) d_z = \overline{\sigma}_{appl,c}^*(z/t=1, m) \quad (13)$$

Výsledné hodnoty $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*$ pro $z/t = 0$ a 1 a pro $m = 0,1,2$ porovnáme dle vztahu (14) a jejich nejmenší hodnota určí kritickou aplikovanou hodnotu $\sigma_{\text{appl},c}^*$ pro daný bi-materiálový vrub.

$$\sigma_{\text{appl},c}^* = \min \{ \overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z, m) \} \quad (14)$$

Platí, že trhlina se bude iniciovat z volného povrchu, pokud platí následující nerovnost.

$$\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=1) < \overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=0) \quad (15)$$

Abychom byli schopni určit, v jakém poměru jsou hodnoty $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}$ pro $z = 0$ a 1 , zavádíme následující vztah, který nám dá informaci, jaký je vliv volného povrchu na iniciaci trhliny z povrchu OSKN.

$$i_{\sigma} = \frac{\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=0)}{\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=1)} \quad (16)$$

Vliv volného povrchu chápeme následovně. Vliv volného povrchu narůstá, pokud se hodnoty i_{σ} začnou lišit od 1, tedy pokud i_{σ} je větší než 1, dojde s největší pravděpodobností k iniciaci trhliny z volného povrchu. Jestliže nabyde hodnoty menší než 1, tak se trhlina bude pravděpodobně iniciovat ze středu vzorku. Pokud je hodnota i_{σ} rovná 1, očekává se iniciace trhliny náhodně z libovolného bodu nacházejícího se na čele vrubu, protože napěťové podmínky si jsou po celé délce čela vrubu velmi podobné. Při porovnávání vlivu různých parametrů, jakými jsou poměr E-modulů, tloušťka materiálu, nebo směr zatěžování, nám poměr i_{σ} slouží jako míra vlivu volného povrchu na místo iniciace trhliny (ze středu nebo z volného povrchu).

Abychom byli schopni určit, ve kterém materiálu dojde k iniciaci trhliny ($m = 0$ pro rozhraní, 1 pro materiál 1 a 2 pro materiál 2), je potřeba vypočítat reálnou hodnotu $\sigma_{\text{appl},c}$. Tu určíme pomocí vztahu

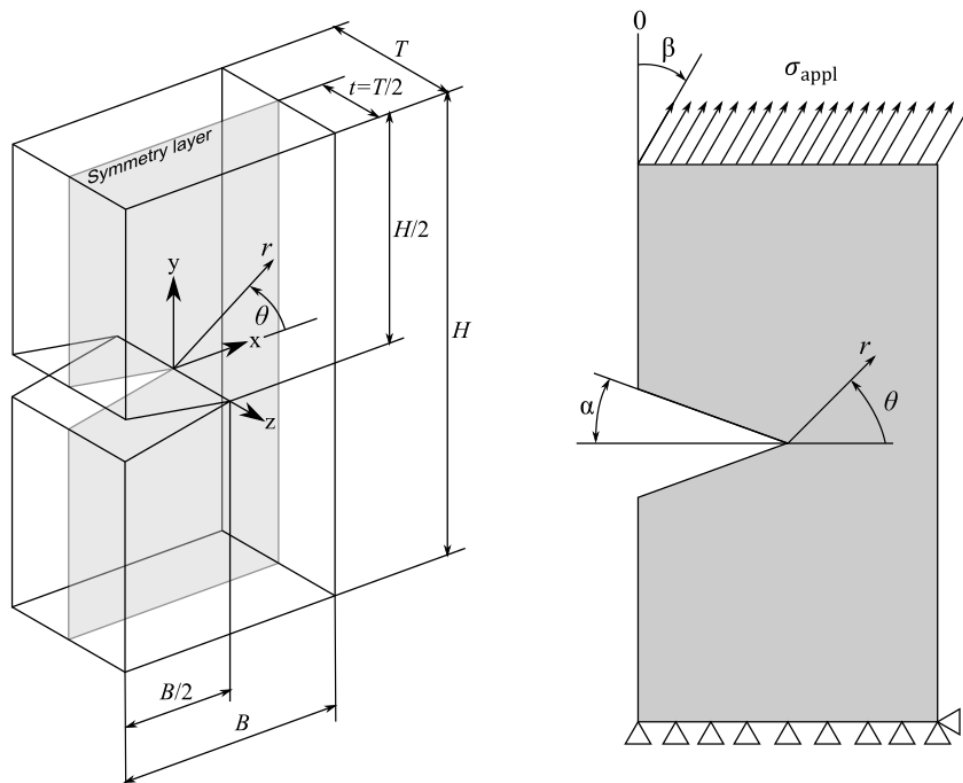
$$\sigma_{\text{appl},c,m} = \sigma_{\text{appl},c,m}^* \cdot K_{c,m}, \quad (17)$$

kde aplikujeme skutečnou hodnotu $K_{c,m}$ pro každý interval m . Parametr $K_{c,m}$ může být reprezentovaný lomovou houževnatostí $K_{Ic,m}$ pro případ křehkého lomu, nebo prahovou hodnotou faktoru intenzity napětí $K_{Ith,m}$ pro případ únavového lomu. Vztah (17) představuje speciální případ vztahu (11), kde $K_{Ic}(m, n=1)$ odpovídá jednotkové lomové houževnatosti $K_{c,m} = 1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ a $\sigma_{\text{appl},c}(m, n=1)$ odpovídá jednotkové hodnotě kritického aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl},c,m}^*$.

Postup určování střední hodnoty aplikovaného napětí bi-materiálových vrubů lze analogicky aplikovat na případy homogenních vrubů nebo trhlin. V tomto případě je posuzován pouze jeden materiál a m bude nabývat pouze jedné hodnoty, a to 1 , reprezentující materiál daného homogenního tělesa s V-vrubem.

5. Řešený homogenní vrub

V této části se budeme zabývat numerickou studií chování homogenního V vrubu [35]. Tímto studiem se zabývali např. Maurizi a Berto v [36] [37], nebo De Matos a Nowell [29], kteří pozorovali vliv volného povrchu na rozdělení napětí po tloušťce vzorku v závislosti na měnící se hodnotě poissonova čísla.



Obr. 4) Geometrie homogenního vrubu a okrajové podmínky zatížení a posuvů

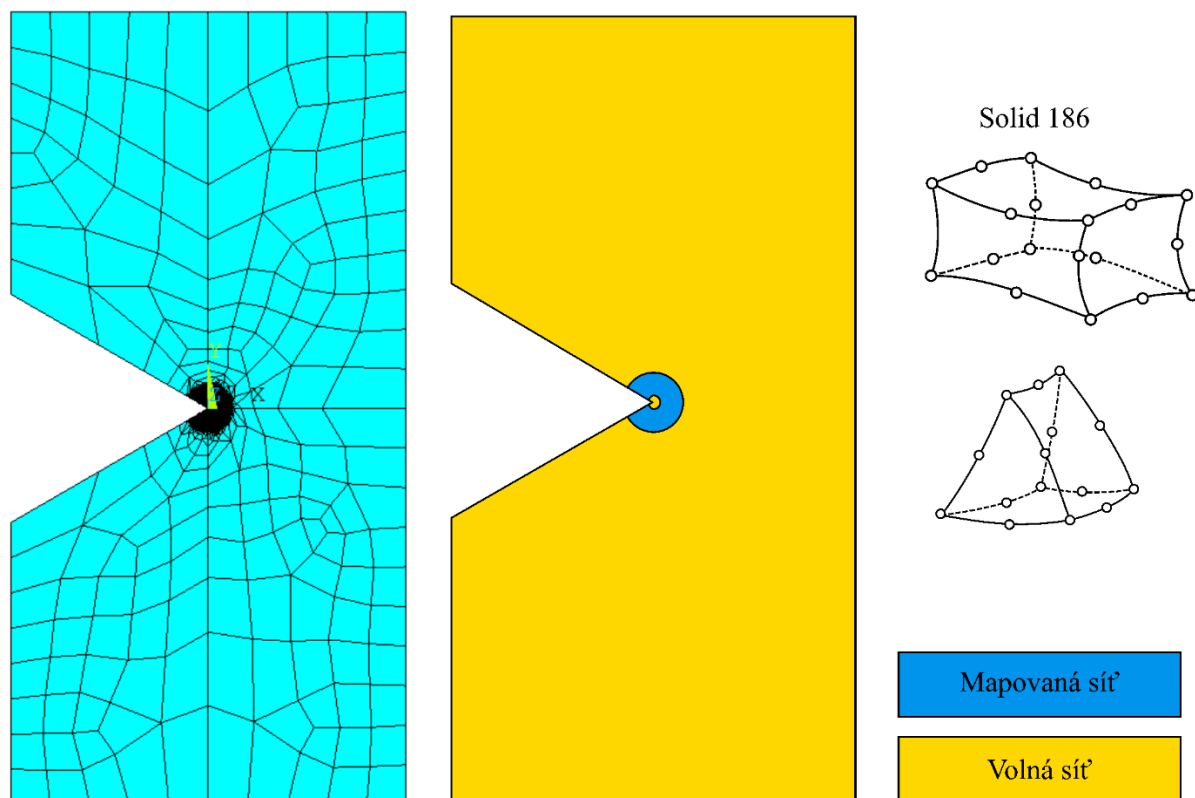
V rámci této práce se budeme zabývat porovnáním geometrického vlivu úhlu otevření vrubu α , tloušťkou vrubu T a směrem zatížení vrubu β na stabilitu a místo iniciace trhliny. Geometrie pozorovaného vzorku je zobrazená na Obr. 4. Šířka vrubu B je volena 10mm a výška H 20mm, analyzovaná tloušťka vzorku T je 1, 2 a 4 mm a úhel otevření vrubu α je 5°, 10°, 15°, 20°, 30°, 40°, 50° a 60°. Těleso bylo modelované ve výpočtovém prostředí ANSYS APDL [38]. Uprostřed je modelovaná symetrie, na jeho dolní ploše je nastavená okrajová podmínka posuvu, kde je zamezený posuv ve směru osy y . Aby bylo těleso v prostoru plně definované, na dolní pravé hraně je zamezený posuv ve směru osy x . Okrajové podmínky zatížení jsou definovány směrem zatížení β , který je v rozsahu 0°, 18°, 36°, 54°, 72° a 90°. Aplikovaná hodnota napětí je 10 MPa.

Pomocí MTS kritéria byly zjišťovány hodnoty maximálního tangenciálního napětí po tloušťce tělesa a směry iniciace. Dále byla posuzována stabilita trhliny pomocí využití inženýrského přístupu a určena kritická hodnota aplikovaného napětí.

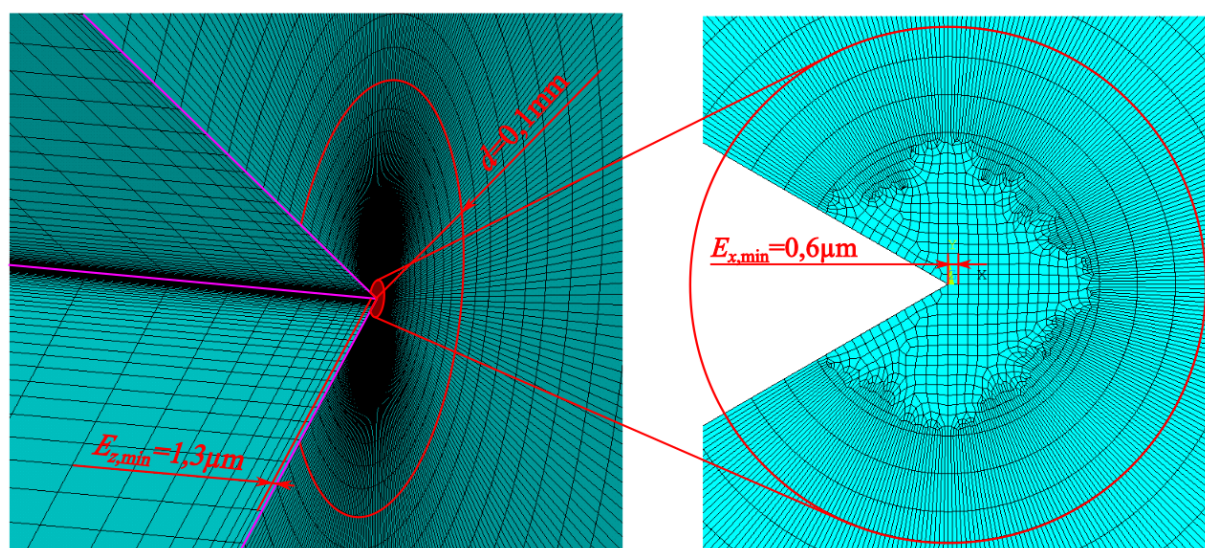
Na základě získaných informací o stavu napjatosti daného homogenního vrubu byl zkoumán vliv rohové singularity na místo iniciace trhliny (ze středu tělesa, či z volného povrchu). K tomuto posouzení využijeme znalosti poměru kritických aplikovaných hodnot zjišťovaných uprostřed vzorku a na volném povrchu

Výpočtová síť je tvořena kvadratickými elementy typu SOLID 186. V blízkém okolí vrubu (po rádius $R = 1,73 \mu\text{m}$) je síťovaná volnou sítí. Mezi rádiusem $R = 1,73 \mu\text{m}$ a $R = 0,5 \text{ mm}$ je síť tvořena mapovanou sítí. Zbytek modelu je opět síťovaný volnou sítí s převažujícími hexagonálními elementy. Ve směru osy z je těleso síťované po hladinách paralelně k hladině symetrie, které k volnému povrchu

houstnou, proto element na rovině symetrie má rozměr ve směru z $0,6 \text{ mm}$ a na volném povrchu $1,3 \text{ }\mu\text{m}$.



Obr. 5) Výpočtová síť homogenního vrubu



Obr. 6: Detail výpočtové sítě ve vrcholu vrubu

5.1. Kritická hodnota aplikovaného napětí a podmínky iniciace trhliny

Známe-li potenciální směry iniciace trhliny, jsme schopni určit úroveň vnějšího zatížení, při kterém dojde ke vzniku trhliny. K tomu používáme tzv. kritickou hodnotu aplikovaného napětí, která je počítaná podle vztahu (5), případně (6) uvažujeme-li místo napětí kritickou aplikovanou sílu. Pro případ tělesa s konečnou tloušťkou je následně třeba provést analýzu, která určuje, zda k iniciaci trhliny dojde ze středu tělesa, nebo z volného povrchu.

Hodnotu kritického aplikovaného napětí je třeba spočítat pro střed tělesa (centrální hladinu) $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}(z=0,m)$ podle vztahu (12) a pro volný povrch (hladinu volného povrchu) $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}(z=1,m)$ podle vztahu (13). Pro případ homogenního vrubu index m nabývá pouze hodnoty 1, protože se jedná o homogenní vrub. Konečnou hodnotu $\sigma_{\text{appl},c}^*$ získáme porovnáním hodnot $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}$ pro centrální hladinu ($z/t=0$) a pro volný povrch ($z/t=1$). Použitím vztahu (14) zjistíme, která z těchto dvou hodnot je menší, a tím určíme místo iniciace trhliny. Hodnoty $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}$ pro střed tělesa ($z/t=0$) a pro volný povrch ($z/t=1$) námi studovaného homogenního vrubu v závislosti na tloušťce T , úhlu otevření vrubu α a směru zatížení β , jsou uvedené v Tab. 1. Hodnoty $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}$ jsou počítány pro střed tělesa ($z/t=0$) a pro volný povrch ($z/t=1$), menší z těchto hodnot je označena červenou barvou a udává potenciální místo iniciace trhliny. Z tabulky je patrné, že ve většině případů dojde k iniciaci trhliny ze středu tělesa. Pouze pro výrazně nakloněný směr zatížení ($\beta=90^\circ$ a ojediněle $\beta=75^\circ$) dochází k iniciaci trhliny z volného povrchu.

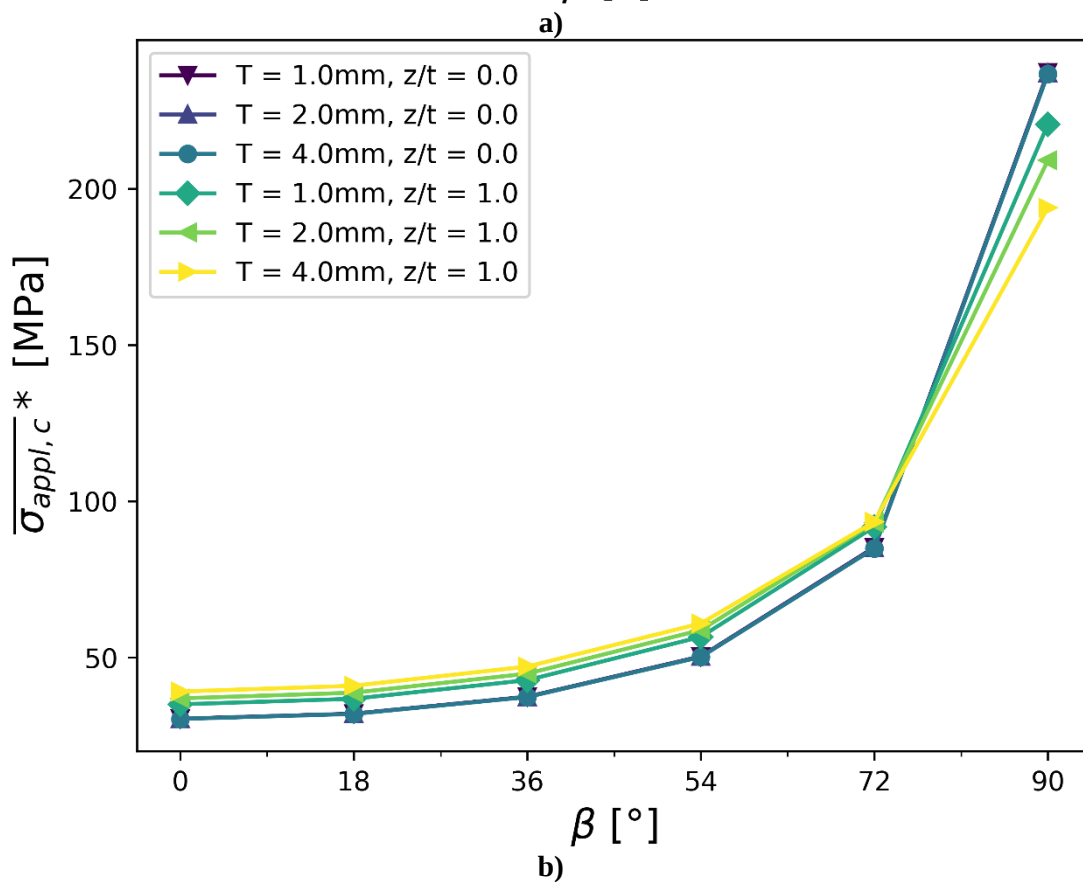
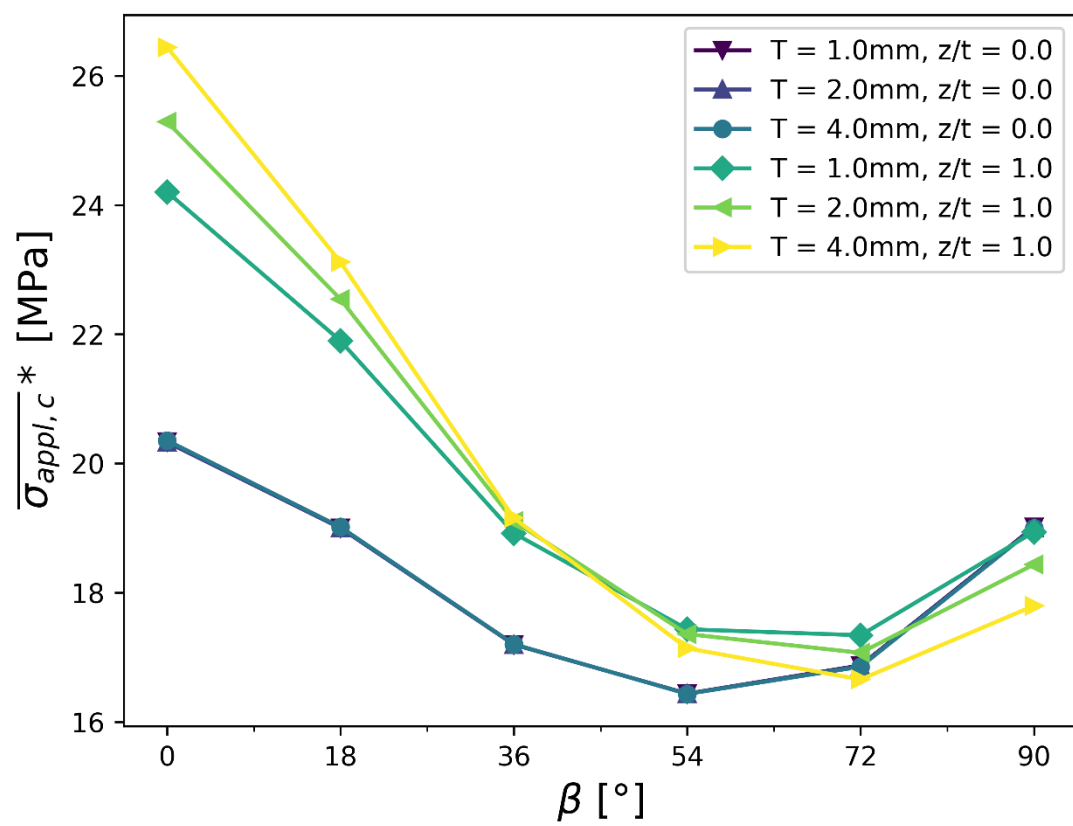
Místo iniciace lze také určit vztahem (16). Pokud hodnota i_0 překročí hodnotu 1, můžeme předpokládat, že k iniciaci dojde z volného povrchu. Pokud se hodnota i_0 bude rovnat 1, dojde k rovnoměrnému lomu skrz celou délku vrubu. Pokud je hodnota i_0 menší než 1, dojde k iniciaci trhliny ze středu tělesa. Průměrovací vzdálenost d_z byla v tomto případě volena 0,1 podle velikosti oblasti ovlivněné rohovou singularitou.

Tab. 1 Kritické hodnoty aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl},c}$

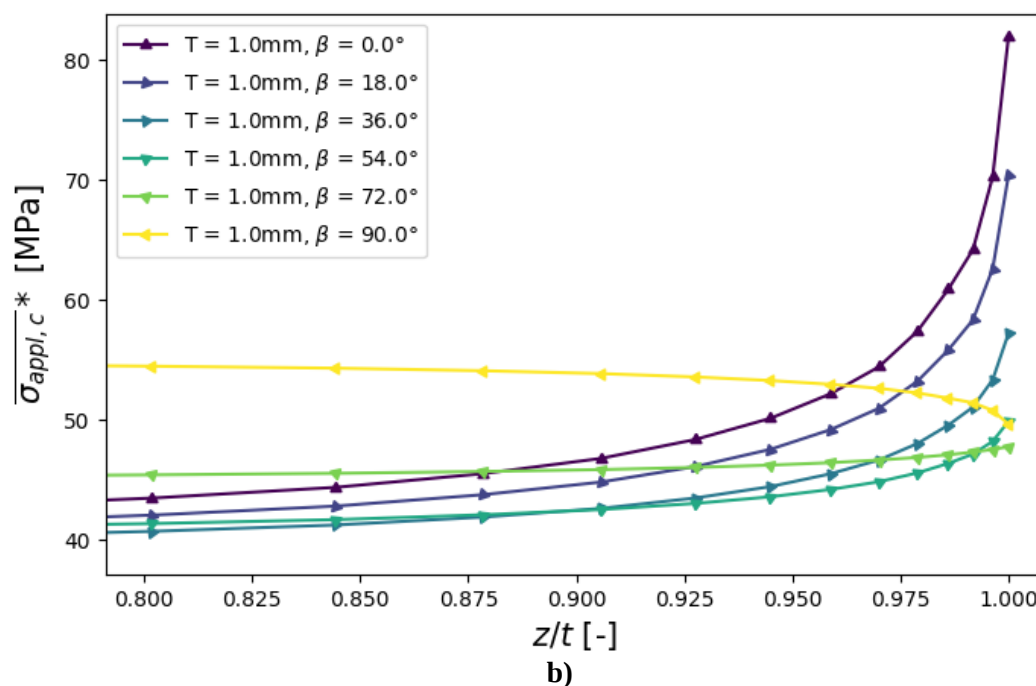
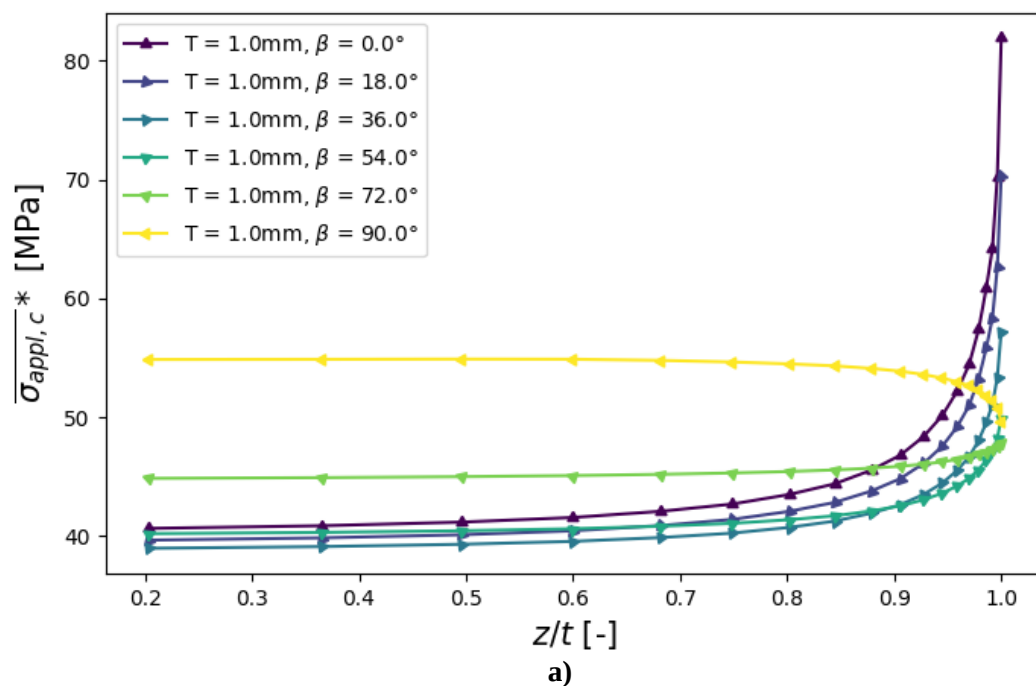
		$\overline{\sigma_{\text{appl},c}} \text{ [MPa]}$					
		$T = 1 \text{ mm}$		$T = 2 \text{ mm}$		$T = 4 \text{ mm}$	
$\alpha [^\circ]$	$\beta [^\circ]$	$z/t = 0$	$z/t = 1$	$z/t = 0$	$z/t = 1$	$z/t = 0$	$z/t = 1$
5	0	20,34	39,22	20,33	41,50	20,36	43,25
5	18	19,00	31,59	19,00	32,12	19,02	32,27
5	36	17,20	23,53	17,20	23,10	17,20	22,45
5	54	16,44	19,48	16,44	18,77	16,43	17,96
5	72	16,87	17,78	16,87	16,92	16,85	16,05
5	90	19,02	17,91	19,00	16,88	19,00	15,89
10	0	20,29	39,95	20,28	42,61	20,30	44,76
10	18	19,27	32,86	19,27	33,62	19,28	33,95
10	36	17,90	25,02	17,90	24,63	17,90	23,99
10	54	17,50	20,83	17,50	20,23	17,49	19,36
10	72	18,34	19,32	18,34	18,39	18,32	17,41
10	90	21,11	19,61	21,13	18,45	21,09	17,32
15	0	20,26	40,46	20,25	43,44	20,27	45,96
15	18	19,56	34,19	19,55	35,21	19,56	35,78
15	36	18,54	26,51	18,69	26,23	18,69	25,62
15	54	18,63	22,73	18,62	21,97	18,61	21,04
15	72	20,17	21,35	20,16	20,30	20,14	19,20
15	90	23,87	21,87	23,86	20,55	23,82	19,25
20	0	20,31	40,96	20,29	44,22	20,29	47,07
20	18	19,82	35,19	19,80	36,47	19,80	37,29
20	36	19,48	28,62	19,47	28,46	19,46	27,92

20	54	20,10	24,95	20,09	24,31	20,08	23,32
20	72	22,42	23,89	22,42	22,75	22,39	21,50
20	90	27,43	24,83	27,42	23,31	27,33	21,78
30	0	20,67	41,07	20,64	44,63	20,64	47,91
30	18	20,78	37,93	20,76	39,94	20,75	41,52
30	36	21,67	33,73	21,65	34,08	21,64	33,89
30	54	23,87	31,32	23,86	30,70	23,83	29,67
30	72	28,70	31,54	28,69	30,17	28,66	28,54
30	90	38,58	34,37	38,56	32,22	38,50	29,96
40	0	21,83	41,13	21,80	44,69	21,79	48,10
40	18	22,42	40,39	22,39	43,06	22,37	45,49
40	36	24,37	39,77	24,57	40,99	24,54	41,59
40	54	29,08	40,47	29,06	40,36	29,02	39,59
40	72	38,52	44,38	38,50	42,85	38,45	40,78
40	90	59,89	52,84	59,87	49,43	59,81	45,74
50	0	24,54	42,25	24,52	45,60	24,49	48,91
50	18	25,57	43,22	25,54	46,25	25,50	49,26
50	36	28,97	45,99	28,94	48,24	28,88	50,05
50	54	36,82	53,08	36,77	54,03	36,70	54,16
50	72	54,82	66,44	54,77	65,15	54,66	62,82
50	90	106,65	92,59	106,59	86,41	106,47	79,55
60	0	30,45	46,47	30,42	49,54	30,38	52,63
60	18	32,07	48,52	32,03	51,60	31,98	54,76
60	36	37,50	55,52	37,45	58,54	37,38	61,34
60	54	50,39	71,00	50,32	73,49	50,20	75,33
60	72	85,28	106,28	85,16	106,01	84,94	103,91
60	90	237,25	196,53	237,03	182,45	236,69	166,28

Vybrané výsledky průběhů napětí v závislosti na směru zatížení lze shlédnout na Obr. 7. Jsou zde zobrazeny výsledky pro úhel otevření vrubu $\alpha = 5^\circ$ a $\alpha = 60^\circ$ a průběhy $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}$ v závislosti na směru zatížení β . Uvedené křivky jsou pro hodnoty získané ve středu ($z/t = 0$) a na volném povrchu tělesa ($z/t = 1$) pro tloušťky vzorku $T = 1, 2$ a 4mm . Z grafů je patrný vliv volného povrchu a tloušťky vzorku na kritickou hodnotu aplikovaného napětí. Je zde vidět, že hodnoty získané pro střed tělesa ($z/t = 0$) se překrývají nezávisle na tloušťce vzorku. Uprostřed tělesa předpokládáme stav rovinné deformace a toto chování povrzuje, že napětí uprostřed tělesa není ovlivněno volným povrchem. U hodnot získaných pro ($z/t = 1$), je naopak patrný vliv volného povrchu a vliv tloušťky vzorku. Pozorujeme-li průběh křivek vrubu $\alpha = 5^\circ$ pro centrální hladinu a pro hladinu volného povrchu, lze odpozorovat, že u velkých úhlů beta hodnoty $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}$ křivek pro hladinu volného povrchu spadají pod hodnoty $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}$ počítané pro centrální hladinu. To indikuje, že v tomto případě se trhlina pravděpodobně bude iniciovat z volného povrchu. Nejkritičtější směr zatížení nastává při $\beta = 54^\circ$, stejný trend je patrný i v případě $\alpha = 60^\circ$. Zde dochází převážně k iniciaci trhliny z volného povrchu a při velkých úhlech β se trhlina bude iniciovat ze středu tělesa. Nejkritičtější namáhání je však při $\beta = 0^\circ$



Obr. 7) Výsledky kritických aplikovaných napětí homogenního vrubu s úhlem otevření vrubu a) $\alpha = 5^\circ$ b) $\alpha = 60^\circ$



Obr. 8) Výsledky průběhů kritických aplikovaných napětí pro vrub s úhlem otevření vrubu $\alpha = 20^\circ$ a $T=1$ mm a) pro celý rozsah tloušťky vzorku a b) detail zobrazující rozsah $z/t = 0,8 \dots 1$, vykreslené pro různé směry zatěžování β

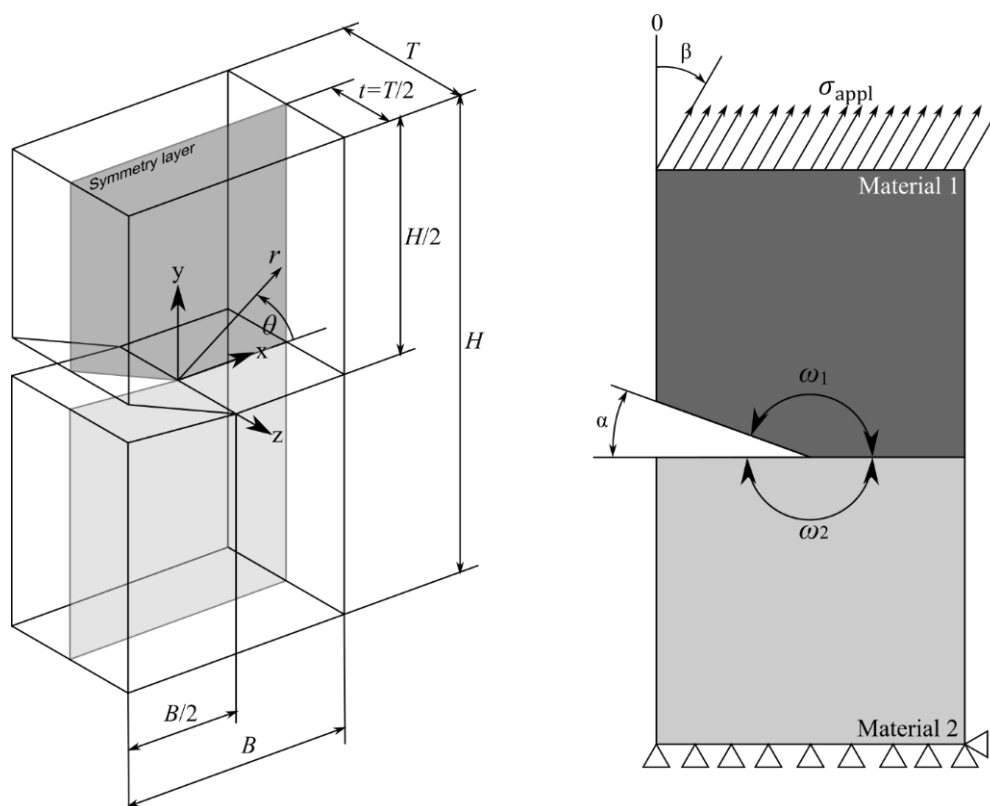
Experimentálně se chování homogenních V-vrubů věnovali Kotousov, He a Fanciulli [34], jejichž výsledky porovnávali s 3D simulacemi a které odpovídají chování homogenních vrubů prezentovaných v této práci. Tedy, že intenzita napětí uprostřed tělesa je vyšší než na volném povrchu, proto kritické aplikované napětí u vrubu s úhlem otevření vrubu $\alpha = 20^\circ$ při zatížení směrem $\beta = 0^\circ$ v blízkosti volného povrchu stoupá.

6. Řešený bi-materiálový vrub

V této části se budeme zabývat chováním bi-materiálového vrubu. Stejně jako v kapitole 5 se jedná o těleso o šířce $B = 10$ mm a výšce $H = 20$ mm. Zkoumaný bi-materiálový vrub má rozevření vrubu na straně materiálu 1, a to $\alpha = (5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90)^\circ$. Tloušťky T , které v této kapitole budeme pozorovat, jsou stejné jako v případě homogenního vrubu 1, 2 a 4 mm (Obr. 9).

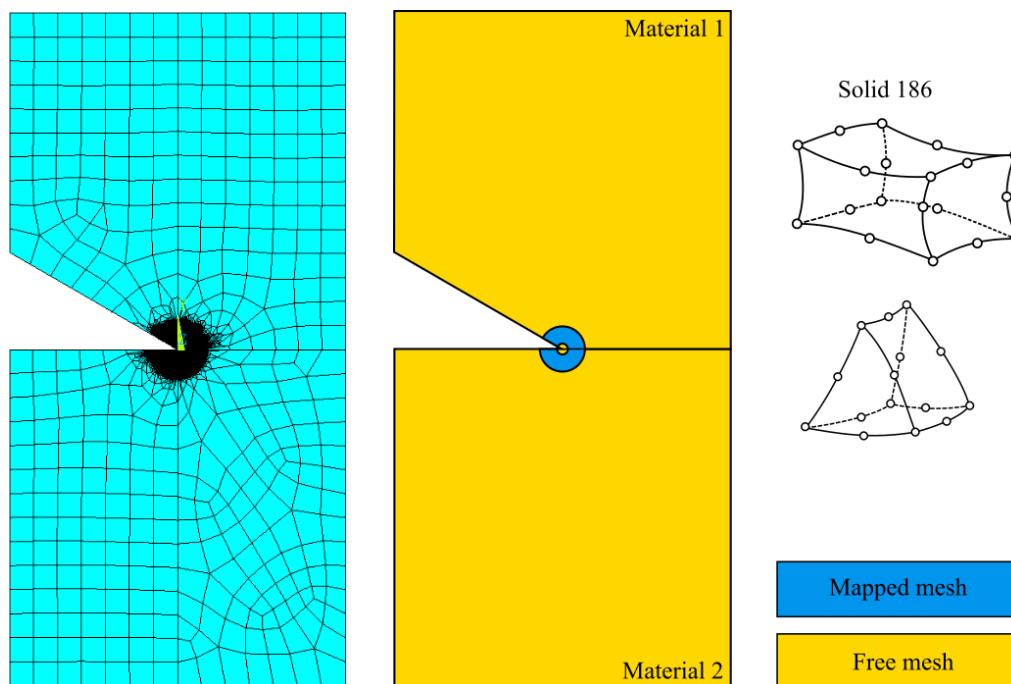
Nejprve se budeme zabývat chováním vrubu s různými poměry E – modulů v rozsahu $E_1/E_2 = 0,1 \dots 0,5$. Následně rozšíříme naše poznatky a zaměříme se na vyhodnocování vlivu směru zatížení, na lomové chování bi-materiálového vrubu. Směry zatížení, ve kterých budeme vruby posuzovat, budou v rozsahu $\beta = 0^\circ$ až 90° . Na závěr provedeme posouzení vlivu tloušťky bi-materiálového tělesa s vrubem na iniciaci trhliny.

Budeme pozorovat, zda dochází k iniciaci trhliny uprostřed tělesa, či na jeho povrchu a tím se pokusíme objasnit vliv volného povrchu na iniciaci trhliny z vrcholů bi-materiálových těles s V-vrubem. Toto lomové chování budeme posuzovat u tloušťky tělesa $T = 1$ mm, 2 mm a 4 mm.



Obr. 9) Geometrie bi-materiálového vrubu a okrajových podmínek

Pro numerický výpočet používáme MKP prostředí ANSYS APDL. Výpočtová síť je tvořena stejným způsobem jako v případě homogenního vrubu. V blízkém okolí vrcholu vrubu je tvořena volnou sítí, na kterou se váže mapovaná síť. Zbytek tělesa je síťovaný opět volnou sítí a opakovaně bylo použito kvadratických elementů SOLID 186 (Obr. 10)

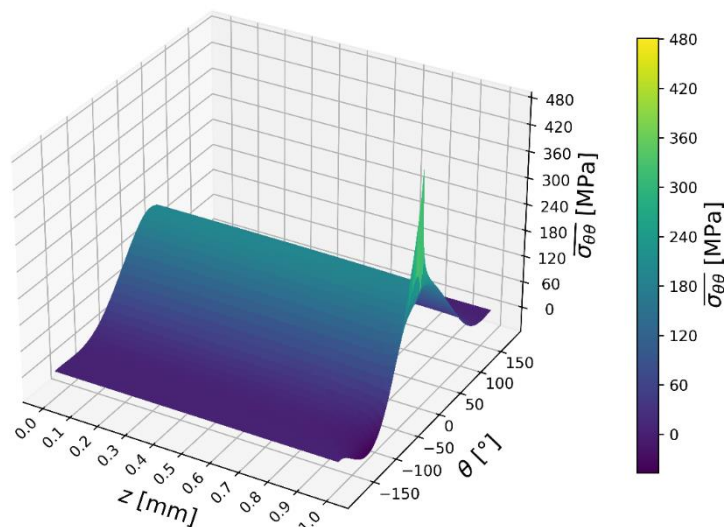


Obr. 10) Výpočtová síť bi-materiálového vrubu

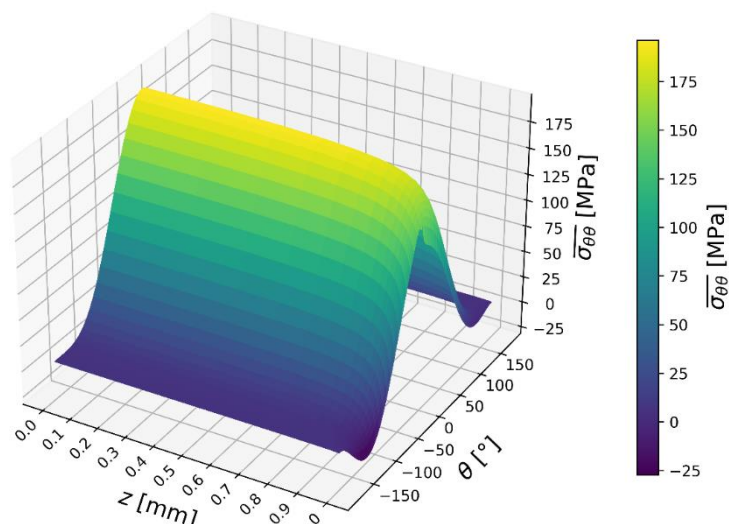
Tloušťka nejmenšího elementu ve směru osy z , se rovná $1,3\mu\text{m}$ a nachází se na volném povrchu. Nejmenší element v radiálním směru se nachází ve vrcholu vrubu a má velikost $0,6\mu\text{m}$. Průměrovací vzdálenost d byla volená na základě citlivostní analýzy $0,1\text{mm}$.

6.1. Numerická studie vlivu poměru E-modulu na chování 3D bi-materiálového vrubu

Materiálové vlastnosti studie vlivu poměru E-modulu jsou následující. Pro materiál 1 byly voleny materiálové vlastnosti E-modulu 10, 20, 30, 40 a 50 GPa. E-modul materiálu 2 byl volen 100 GPa, abychom získali přesné poměry E-modulu 0,1 až 0,5. Poissonův poměr byl pro všechny materiály a jejich konfigurace volený stejně a to $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$.

Obr. 11) Pole napětí bi-materiálového vrubu s poměrem E-modulů 0,1, tloušťky vzorku $T=2\text{mm}$ zatíženým ve směru úhlu $\beta = 0^\circ$ a úhlem otevření vrubu $\alpha=5^\circ$

Porovnáním Obr. 11 ($E_1/E_2 = 0,1$) a Obr. 12 ($E_1/E_2 = 0,5$), zjistíme, že pole napětí se výrazně liší. U poměru $E_1/E_2 = 0,1$ dochází blízkosti volného povrchu k prudkému nárůstu středních hodnot tangenciálního napětí. Naopak u poměru $E_1/E_2 = 0,1$ je pole napětí podobné homogennímu vrubu.



Obr. 12) Pole napětí bi-materiálového vrubu s poměrem E-modulů 0,5, tloušťky vzorku $T=2\text{mm}$ zatíženým ve směru úhlu $\beta = 0^\circ$ a úhlem otevření vrubu $\alpha=5^\circ$

Takové rozložení napětí má vliv na výsledné hodnoty kritického aplikovaného napětí uprostřed a na volném povrchu tělesa. Poměr těchto napětí je vyjádřený i_σ . Zde porovnáním Tab. 2 ($E_1/E_2 = 0,1$) a U hodnot i_σ velice blízkých 1 iniciaci trhliny budeme očekávat náhodně v libovolném bodě po celé délce čela vrubu Co je dále patrné z obou tabulek jsou výsledky $\sigma_{\text{appl},c}^*$ v závislosti na úhlu otevření vrubu α . Ty s rostoucím úhlem α rostou. Naopak porovnáme-li hodnoty $\sigma_{\text{appl},c}^*$ mezi poměrem E-modulu $E_1/E_2 = 0,1$ a $E_1/E_2 = 0,5$, zjistíme, že u $E_1/E_2 = 0,5$ dosahují $\sigma_{\text{appl},c}^*$ menších hodnot, což znamená že velký poměr E-modulů má pozitivní vliv na vývoj kritického aplikovaného napětí.

Tab. 3 ($E_1/E_2 = 0,5$) můžeme pozorovat výrazné změny poměrů i_σ . U poměru $E_1/E_2 = 0,1$ se očekává iniciace spíše z volného povrchu, naopak u poměru $E_1/E_2 = 0,5$ hodnota i_σ indikuje iniciaci trhliny z největší pravděpodobností ze středu.

Tab. 2: Výsledné hodnoty směrů, místa iniciace trhliny a kritických aplikovaných hodnot napětí pro materiálový poměr $E_1/E_2 = 0,1$

α [°]	Material 1			Rozhraní			Material 2		
	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]
5	4.009	1.008	18.378	4.347	1.000	0.000	4.324	1.006	-0.702
10	4.023	1.009	18.255	4.357	1.000	0.000	4.335	1.005	-0.703
15	4.046	1.012	17.822	4.371	1.000	0.000	4.349	1.005	-0.705
20	4.085	1.016	17.209	4.393	1.001	0.000	4.370	1.007	-0.712
30	4.222	1.026	15.329	4.481	1.008	0.000	4.455	1.014	-0.732
40	4.487	1.039	12.539	4.679	1.019	0.000	4.650	1.026	-0.770
50	4.948	1.053	8.852	5.065	1.035	0.000	5.029	1.043	-0.822
60	5.727	1.065	3.971	5.781	1.055	0.000	5.729	1.064	-2.004
70	11.008	1.083	0.658	11.064	1.077	0.000	10.897	1.080	-6.434
80	17.577	1.106	0.309	17.644	1.102	0.000	16.857	1.094	-16.235
90	33.580	1.133	0.174	33.707	1.129	0.000	30.529	1.118	-22.562

U hodnot i_σ velice blízkých 1 iniciaci trhliny budeme očekávat náhodně v libovolném bodě po celé délce čela vrubu Co je dále patrné z obou tabulek jsou výsledky $\sigma_{\text{appl},c}^*$ v závislosti na úhlu otevření vrubu α . Ty s rostoucím úhlem α rostou. Naopak porovnáme-li hodnoty $\sigma_{\text{appl},c}^*$ mezi poměrem E-

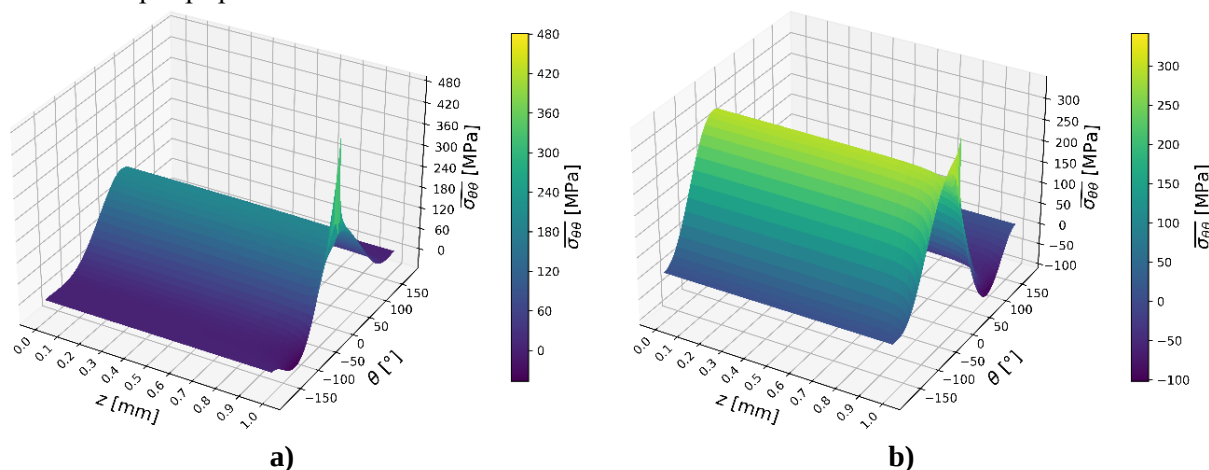
modulu $E_1/E_2 = 0,1$ a $E_1/E_2 = 0,5$, zjistíme, že u $E_1/E_2 = 0,5$ dosahují $\sigma_{\text{appl},c}^*$ menších hodnot, což znamená že velký poměr E-modulů má pozitivní vliv na vývoj kritického aplikovaného napětí.

Tab. 3: Výsledné hodnoty směrů a místa iniciace trhliny a kritických aplikovaných hodnot napětí pro materiálový poměr $E_1/E_2=0.5$

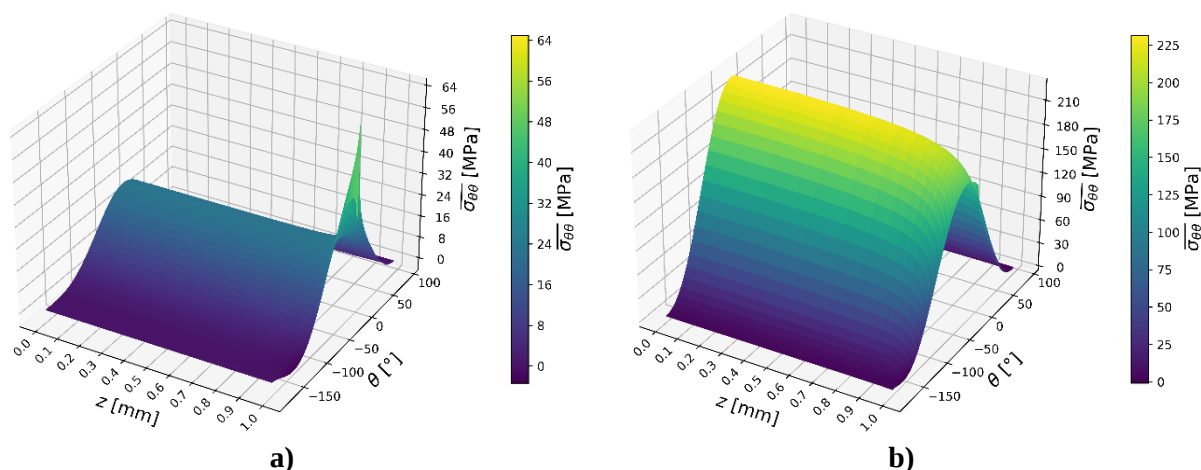
α [°]	Material 1			Rozhraní			Material 2		
	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]
5	4,069	0,869	10,051	4,123	0,868	0,000	4,123	0,869	0,000
10	4,069	0,867	9,913	4,122	0,865	0,000	4,122	0,866	0,000
15	4,075	0,866	9,517	4,124	0,863	0,000	4,124	0,864	0,000
20	4,092	0,866	8,643	4,134	0,863	0,000	4,134	0,863	0,000
30	4,169	0,868	6,256	4,192	0,864	0,000	4,192	0,865	0,000
40	4,339	0,873	2,841	4,344	0,869	0,000	4,344	0,870	0,000
50	4,648	0,879	0,000	4,648	0,878	0,000	4,648	0,880	-0,551
60	5,222	0,891	0,000	5,222	0,890	0,000	5,185	0,888	-7,503
70	9,797	0,908	0,000	9,797	0,907	0,000	9,528	0,899	-13,925
80	15,481	0,928	0,000	15,481	0,928	0,000	14,518	0,914	-20,012
90	30,256	0,960	0,000	30,256	0,959	0,000	27,050	0,941	-24,811

6.2. Numerická studie vlivu směru zatížení β na chování bi-materiálového vrubu

Pozorujeme-li vývoj kritického aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl},c}^*$ v závislosti na změně směru zatížení β , zjistíme, že změnou směru z β rovno 0° do směru β rovno 90° hodnoty kritických aplikovaných napětí klesají. To je zapříčiněno napětovými podmínkami, které vlivem úhlu β rovno 90° , ve vrcholu bi-materiálového vrubu nastávají. Typický příklad je pole napětí zobrazené na Obr. 13 pro případ $\alpha = 5^\circ$ a na Obr. 14 pro případ $\alpha = 90^\circ$.

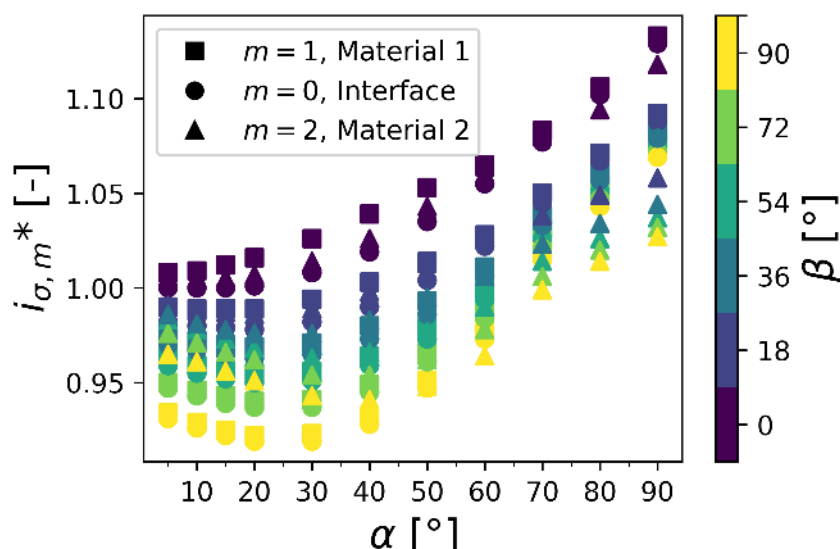


Obr. 13) 3D zobrazení rozdělení tangenciálního napětí pro vrub $\alpha = 5^\circ$ s materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,1$. Směr zatížení a) $\beta = 0^\circ$ b) $\beta = 90^\circ$



Obr. 14) 3D zobrazení rozdělení tangenciálního napětí pro vrub $\alpha = 90^\circ$ s materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,1$. Směr zatížení a) $\beta = 0^\circ$ b) $\beta = 90^\circ$

Celkově má změna směru zatížení za důsledek to, že dochází ke zmenšování hodnoty poměru napětí i_σ a se u vybraných úhlů dochází k přesunu místa iniciace z volného povrchu do středu součásti, respektive ke snížení hodnoty i_σ na hodnotu velice blízkou 1, tedy pravděpodobnosti iniciace trhliny náhodně z libovolného místa po celé délce čela vrubu.



Obr. 15) Poměr napětí uprostřed a na volném povrchu (v závislosti na úhlu otevření a směru zatížení bi-materiálového vrubu s poměrem $E_1/E_2 = 0,1$

6.3. Numerická studie vlivu tloušťky T (bi-materiálový vrub Epoxid / Hliník)

Byl posuzován vliv tloušťky na chování bi-materiálového vrubu s poměrem, E-modulu $E_1/E_2 = 0,11$ odpovídající materiálové kombinaci epoxid / hliník. Výsledky parametrické studie ukazují, že poměry i_σ se takřka neliší od poměru $E_1/E_2 = 0,1$. Z Tab. 4 lze vyčíst, že s rostoucí tloušťkou narůstá pravděpodobnost iniciace trhliny z volného povrchu. Výjimkou jsou úhly α od 40° do 60° kde je to právě naopak a s rostoucí tloušťkou pravděpodobnost iniciace z volného povrchu klesá. Všechny konfigurace, u kterých je indukovaná iniciace trhliny z volného povrchu, jsou označeny červeným polem.

Tab. 4) Poměry i_σ u pozorovaného bi-materiálového vrubu o tloušťce $T = 1, 2$ a 4 mm

α [°]	β [°]	Materiál $m = 1$			Rozhraní $m = 0$			Material $m = 2$		
		$T = 1\text{mm}$	$T = 2\text{mm}$	$T = 4\text{mm}$	$T = 1\text{mm}$	$T = 2\text{mm}$	$T = 4\text{mm}$	$T = 1\text{mm}$	$T = 2\text{mm}$	$T = 4\text{mm}$

5	0	0,9948	0,9979	1,0133	0,9961	0,9915	1,0058	0,9924	0,9964	1,0105
5	18	0,9856	0,9802	0,9840	0,9858	0,9734	0,9773	0,9884	0,9817	0,9860
5	36	0,9751	0,9648	0,9614	0,9786	0,9608	0,9575	0,9860	0,9780	0,9771
5	54	0,9678	0,9528	0,9430	0,9722	0,9496	0,9399	0,9866	0,9755	0,9708
5	72	0,9603	0,9401	0,9231	0,9652	0,9373	0,9207	0,9819	0,9683	0,9614
5	90	0,9503	0,9225	0,8954	0,9555	0,9203	0,8938	0,9725	0,9591	0,9512
10	0	0,9960	0,9993	1,0146	0,9956	0,9907	1,0044	0,9920	0,9955	1,0090
10	18	0,9847	0,9785	0,9813	0,9842	0,9711	0,9739	0,9867	0,9788	0,9819
10	36	0,9732	0,9617	0,9570	0,9764	0,9575	0,9528	0,9824	0,9728	0,9701
10	54	0,9653	0,9489	0,9375	0,9695	0,9456	0,9343	0,9830	0,9702	0,9637
10	72	0,9572	0,9354	0,9167	0,9620	0,9326	0,9141	0,9791	0,9635	0,9546
10	90	0,9466	0,9171	0,8881	0,9518	0,9148	0,8864	0,9706	0,9543	0,9444
15	0	0,9980	1,0017	1,0173	0,9958	0,9908	1,0043	0,9924	0,9956	1,0089
15	18	0,9845	0,9779	0,9799	0,9833	0,9695	0,9715	0,9857	0,9770	0,9792
15	36	0,9718	0,9594	0,9535	0,9748	0,9550	0,9491	0,9793	0,9686	0,9639
15	54	0,9635	0,9458	0,9330	0,9674	0,9424	0,9296	0,9794	0,9649	0,9563
15	72	0,9549	0,9317	0,9113	0,9595	0,9288	0,9086	0,9761	0,9585	0,9473
15	90	0,9438	0,9128	0,8821	0,9489	0,9104	0,8801	0,9683	0,9491	0,9369
20	0	1,0007	1,0052	1,0214	0,9968	0,9921	1,0058	0,9937	0,9970	1,0104
20	18	0,9851	0,9783	0,9799	0,9832	0,9691	0,9705	0,9854	0,9764	0,9779
20	36	0,9714	0,9582	0,9514	0,9740	0,9536	0,9468	0,9772	0,9660	0,9595
20	54	0,9624	0,9439	0,9299	0,9662	0,9403	0,9264	0,9761	0,9599	0,9494
20	72	0,9535	0,9293	0,9075	0,9579	0,9262	0,9046	0,9731	0,9534	0,9398
20	90	0,9420	0,9100	0,8778	0,9469	0,9074	0,8756	0,9658	0,9437	0,9287
30	0	1,0083	1,0153	1,0336	1,0014	0,9984	1,0133	0,9993	1,0036	1,0181
30	18	0,9887	0,9828	0,9843	0,9856	0,9720	0,9730	0,9878	0,9792	0,9802
30	36	0,9735	0,9602	0,9522	0,9755	0,9550	0,9470	0,9782	0,9659	0,9574
30	54	0,9638	0,9448	0,9292	0,9670	0,9408	0,9253	0,9724	0,9537	0,9393
30	72	0,9545	0,9296	0,9061	0,9584	0,9262	0,9028	0,9686	0,9455	0,9267
30	90	0,9429	0,9105	0,8767	0,9473	0,9075	0,8741	0,9616	0,9346	0,9130
40	0	1,0179	1,0282	1,0496	1,0094	1,0096	1,0276	1,0088	1,0155	1,0332
40	18	0,9949	0,9911	0,9940	0,9918	0,9802	0,9824	0,9944	0,9876	0,9898
40	36	0,9795	0,9680	0,9606	0,9812	0,9624	0,9548	0,9840	0,9724	0,9638
40	54	0,9698	0,9525	0,9373	0,9727	0,9482	0,9328	0,9743	0,9553	0,9389
40	72	0,9609	0,9378	0,9147	0,9643	0,9340	0,9109	0,9682	0,9436	0,9213
40	90	0,9502	0,9201	0,8874	0,9541	0,9167	0,8842	0,9610	0,9312	0,9038
50	0	1,0273	1,0416	1,0672	1,0202	1,0253	1,0483	1,0218	1,0321	1,0552
50	18	1,0022	1,0016	1,0072	1,0016	0,9936	0,9985	1,0044	1,0024	1,0070
50	36	0,9891	0,9813	0,9764	0,9912	0,9760	0,9708	0,9918	0,9829	0,9757
50	54	0,9806	0,9671	0,9544	0,9833	0,9626	0,9497	0,9817	0,9646	0,9490
50	72	0,9728	0,9540	0,9340	0,9759	0,9499	0,9298	0,9741	0,9509	0,9280
50	90	0,9638	0,9389	0,9103	0,9672	0,9351	0,9065	0,9664	0,9371	0,9074
60	0	1,0343	1,0533	1,0842	1,0334	1,0446	1,0746	1,0365	1,0534	1,0832

60	18	1,0122	1,0169	1,0269	1,0145	1,0115	1,0210	1,0131	1,0161	1,0230
60	36	1,0024	0,9999	0,9995	1,0051	0,9951	0,9944	1,0009	0,9939	0,9892
60	54	0,9955	0,9880	0,9803	0,9984	0,9835	0,9755	0,9926	0,9787	0,9656
60	72	0,9894	0,9774	0,9632	0,9925	0,9732	0,9588	0,9857	0,9663	0,9461
60	90	0,9827	0,9658	0,9446	0,9860	0,9618	0,9404	0,9785	0,9534	0,9262
70	0	1,0453	1,0719	1,1121	1,0481	1,0670	1,1066	1,0439	1,0683	1,1045
70	18	1,0273	1,0387	1,0550	1,0305	1,0342	1,0501	1,0227	1,0269	1,0364
70	36	1,0207	1,0266	1,0342	1,0239	1,0223	1,0296	1,0146	1,0116	1,0109
70	54	1,0168	1,0192	1,0217	1,0201	1,0150	1,0171	1,0096	1,0022	0,9954
70	72	1,0135	1,0134	1,0116	1,0169	1,0092	1,0072	1,0056	0,9946	0,9831
70	90	1,0104	1,0076	1,0017	1,0138	1,0035	0,9974	1,0016	0,9871	0,9709
80	0	1,0606	1,0961	1,1492	1,0642	1,0919	1,1446	1,0559	1,0844	1,1302
80	18	1,0421	1,0597	1,0823	1,0459	1,0558	1,0780	1,0323	1,0378	1,0485
80	36	1,0366	1,0492	1,0629	1,0405	1,0453	1,0588	1,0248	1,0235	1,0239
80	54	1,0337	1,0433	1,0522	1,0375	1,0395	1,0482	1,0206	1,0153	1,0102
80	72	1,0314	1,0389	1,0442	1,0353	1,0351	1,0401	1,0173	1,0091	0,9999
80	90	1,0293	1,0348	1,0366	1,0331	1,0310	1,0326	1,0141	1,0033	0,9903
90	0	1,0773	1,1237	1,1962	1,0816	1,1199	1,1920	1,0707	1,1088	1,1740
90	18	1,0569	1,0809	1,1105	1,0613	1,0773	1,1066	1,0401	1,0473	1,0608
90	36	1,0526	1,0718	1,0925	1,0570	1,0682	1,0887	1,0327	1,0334	1,0364
90	54	1,0504	1,0673	1,0835	1,0548	1,0637	1,0797	1,0288	1,0262	1,0240
90	72	1,0489	1,0640	1,0771	1,0532	1,0605	1,0733	1,0259	1,0211	1,0153
90	90	1,0475	1,0612	1,0713	1,0519	1,0576	1,0675	1,0234	1,0164	1,0075

6.4. Konverze výsledků na reálné hodnoty lomové houževnatosti

U vrubu s materiálovou konfigurací epoxid / hliník byl proveden přepoččet na reálné hodnoty lomové houževnatosti dle Tab. 5

Tab. 5) Materiálové vlastnosti zkoumaného bi-materiálového vrubu

Materiál	m	E_m	μ_m	$K_{IC,m}$
Epoxidová pryskyřice [39]	1	8 GPa	0,3	$2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$
Rozhraní	0	n/a	n/a	$1,8 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$
Hliník [39]	2	70 GPa	0,3	$10 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$

Výsledné hodnoty kritických aplikovaných napětí byli následně zaneseny do tabulky Tab. 6, kde je možné pozorovat rozvoj kritických aplikovaných napětí v závislosti na rostoucí tloušťce vzorku z 1mm na 4mm. Z tabulky je patrné že hodnoty $\sigma_{appl,c}$ s rostoucí tloušťkou klesají. Dále můžeme pozorovat nárůst hodnot $\sigma_{appl,c}$ se zvětšujícím se úhlem α , kde modré pole představuje nejnižší hodnoty a následuje postupný přechod do červeného pole, reprezentující nejvyšší hodnoty $\sigma_{appl,c}$. Je třeba brát na zřetel, že volba vhodného materiálu s vhodnou hodnotou lomové houževnatosti je velice důležitá, abychom byli schopni stanovit, v jaké oblasti dojde k iniciaci trhliny, resp. řídit, jakým směrem chceme, aby se případně trhlina šířila, když k lomu vlivem překročení kritické hodnoty aplikovaného napětí dojde.

Tab. 6) Výsledné hodnoty kritických aplikovaných napětí $\sigma_{\text{appl,c}}$ pozorovaného bi-materiálového vrubu, s uvažováním reálných hodnot lomových houževnatostí

α [°]	β [°]	Materiál $m = 1$			Rozhraní $m = 0$			Material $m = 2$		
		T = 1mm	T = 2mm	T = 4mm	T = 1mm	T = 2mm	T = 4mm	T = 1mm	T = 2mm	T = 4mm
5	0	8,0803	8,0801	7,9871	7,8485	7,7965	7,7188	43,6026	43,3139	42,6843
5	18	6,5333	6,5186	6,5135	5,9149	5,8911	5,8786	32,8604	32,7284	32,6587
5	36	5,7223	5,7094	5,7047	5,1500	5,1384	5,1342	28,4468	28,3038	28,1946
5	54	5,5480	5,5438	5,5455	4,9932	4,9894	4,9909	26,1616	25,9938	25,8550
5	72	5,9493	5,9537	5,9628	5,3543	5,3583	5,3665	25,7323	25,5901	25,4626
5	90	7,1694	7,1891	7,2109	6,4525	6,4702	6,4898	27,3917	27,2935	27,1907
10	0	8,1234	8,1185	8,0084	7,8661	7,8105	7,7395	43,7005	43,3916	42,8011
10	18	6,5280	6,5109	6,5040	5,9168	5,8904	5,8752	32,8713	32,7243	32,6400
10	36	5,7173	5,7012	5,6945	5,1456	5,1311	5,1250	28,5107	28,3712	28,2702
10	54	5,5376	5,5299	5,5299	4,9838	4,9769	4,9769	26,4233	26,2473	26,1086
10	72	5,9316	5,9322	5,9395	5,3384	5,3390	5,3456	26,1463	25,9913	25,8614
10	90	7,1383	7,1527	7,1730	6,4245	6,4374	6,4557	27,9566	27,8465	27,7438
15	0	8,1935	8,1690	8,0441	7,8942	7,8348	7,7600	43,8567	43,5265	42,9153
15	18	6,5229	6,5027	6,4923	5,9163	5,8863	5,8680	32,8686	32,7015	32,6000
15	36	5,7030	5,6831	5,6736	5,1327	5,1148	5,1063	28,4918	28,3529	28,2567
15	54	5,5125	5,5008	5,4981	4,9613	4,9507	4,9483	26,5920	26,4067	26,2711
15	72	5,8924	5,8882	5,8926	5,3031	5,2994	5,3033	26,4849	26,3158	26,1850
15	90	7,0722	7,0797	7,0964	6,3650	6,3717	6,3868	28,4714	28,3449	28,2427
20	0	8,2978	8,2440	8,1057	7,9466	7,8829	7,7923	44,1479	43,7941	43,0933
20	18	6,5282	6,5038	6,4894	5,9212	5,8875	5,8658	32,8957	32,7082	32,5880
20	36	5,6864	5,6624	5,6493	5,1177	5,0961	5,0844	28,4288	28,2878	28,1898
20	54	5,4792	5,4629	5,4567	4,9313	4,9166	4,9111	26,6726	26,4761	26,3380
20	72	5,8380	5,8280	5,8284	5,2542	5,2452	5,2456	26,7289	26,5419	26,4067
20	90	6,9782	6,9776	6,9889	6,2804	6,2798	6,2900	28,9069	28,7581	28,6500
30	0	8,6009	8,5107	8,3338	8,1470	8,0862	7,9222	45,3266	44,7605	43,8048
30	18	6,5889	6,5537	6,5262	5,9655	5,9237	5,8918	33,1416	32,9092	32,7324
30	36	5,6608	5,6274	5,6039	5,0947	5,0647	5,0435	28,3038	28,1350	28,0037
30	54	5,4011	5,3742	5,3571	4,8610	4,8368	4,8214	26,6272	26,3999	26,2348
30	72	5,6975	5,6745	5,6618	5,1278	5,1070	5,0956	26,9305	26,6966	26,5295
30	90	6,7247	6,7055	6,6987	6,0522	6,0349	6,0288	29,4769	29,2640	29,1167
40	0	9,1753	9,0322	8,7959	8,5348	8,4510	8,2297	47,4451	46,6772	45,4732
40	18	6,7706	6,7210	6,6753	6,1083	6,0571	6,0124	33,9352	33,6504	33,4025
40	36	5,6888	5,6451	5,6080	5,1199	5,0806	5,0472	28,4441	28,2137	28,0083
40	54	5,3469	5,3088	5,2775	4,8122	4,7779	4,7498	26,4769	26,2065	25,9880
40	72	5,5571	5,5204	5,4915	5,0014	4,9683	4,9423	26,7834	26,4944	26,2737
40	90	6,4405	6,4023	6,3739	5,7965	5,7621	5,7365	29,5128	29,2190	29,0028
50	0	10,1594	9,9403	9,6157	9,2766	9,1377	8,8443	51,4592	50,4264	48,8171
50	18	7,0960	7,0313	6,9255	6,3904	6,3386	6,2776	35,4035	35,1289	34,6324
50	36	5,8015	5,7470	5,6939	5,2214	5,1723	5,1245	28,9413	28,6144	28,3058
50	54	5,3406	5,2912	5,2439	4,8065	4,7621	4,7195	26,3670	26,0338	25,7373
50	72	5,4407	5,3915	5,3447	4,8967	4,8523	4,8102	26,3724	26,0232	25,7274

50	90	6,1594	6,1045	6,0535	5,5434	5,4940	5,4482	28,9309	28,5534	28,2456
60	0	11,8096	11,4761	11,0171	10,6381	10,4140	10,0036	58,9266	57,3701	55,1269
60	18	7,5806	7,4639	7,3034	6,8076	6,7533	6,6110	37,6974	37,0910	36,3346
60	36	6,0094	5,9570	5,8856	5,3939	5,3613	5,2971	29,6675	29,2584	28,8325
60	54	5,3920	5,3317	5,2674	4,8528	4,7985	4,7407	26,2789	25,8725	25,4882
60	72	5,3548	5,2942	5,2301	4,8193	4,7648	4,7071	25,7341	25,3248	24,9469
60	90	5,8906	5,8233	5,7526	5,3016	5,2410	5,1773	27,7561	27,3117	26,9107
70	0	22,8126	22,0128	20,9441	20,4758	19,9033	18,9430	113,0131	108,9281	103,7501
70	18	11,7990	11,5290	11,1835	10,5866	10,4210	10,1118	57,5451	56,3546	54,8383
70	36	8,5198	8,3645	8,1746	7,6436	7,5599	7,3904	41,1426	40,5354	39,7983
70	54	7,2198	7,1091	6,9801	6,4768	6,4250	6,3101	34,6029	34,2231	33,6345
70	72	6,8457	6,7565	6,6589	6,1409	6,1060	6,0195	32,5767	32,1481	31,5187
70	90	7,1761	7,0993	7,0232	6,4370	6,4156	6,3319	33,8790	33,2905	32,6317
80	0	36,6603	35,0887	33,0098	32,8808	31,7009	29,8282	175,5833	168,2915	158,6698
80	18	15,9847	15,5101	14,9271	14,3343	14,0114	13,4871	74,1244	72,3244	70,0773
80	36	10,9035	10,6230	10,2954	9,7772	9,5963	9,3020	49,8614	48,9411	47,8426
80	54	8,9371	8,7273	8,4918	8,0137	7,8837	7,6724	40,5121	39,9015	39,2036
80	72	8,2565	8,0767	7,8824	7,4032	7,2959	7,1218	37,1586	36,6964	36,1918
80	90	8,4398	8,2697	8,0940	7,5674	7,4702	7,3129	37,7133	37,3382	36,6068
90	0	70,8310	67,1421	62,2290	63,4932	60,6345	56,2056	321,3138	305,2250	283,4558
90	18	24,0400	23,1600	22,1054	21,5471	20,9148	19,9652	102,3856	99,6603	96,1491
90	36	15,3841	14,8735	14,2907	13,7883	13,4315	12,9071	64,3177	62,9679	61,2910
90	54	12,1883	11,8054	11,3811	10,9240	10,6608	10,2791	50,4455	49,5372	48,4374
90	72	10,9818	10,6507	10,2931	9,8425	9,6181	9,2964	45,1142	44,3982	43,5549
90	90	10,9703	10,6514	10,3166	9,8320	9,6187	9,3177	44,7549	44,1307	43,4207

7. Závěr

V souladu s cíli této dizertační práce byly studovány 3D vlivy na podmínky iniciace trhliny z vrcholu OSKN v tělese s konečnou tloušťkou. Byl nalezen vhodný postup popisu napjatosti ve vrcholu OSKN využitím inženýrského přístupu pomocí porovnávání řídicí veličiny. Ten byl následně rozšířený pro účely aplikace na 3D tělesa. Byla uvedena střední hodnota kritického aplikovaného napětí, která slouží ke kvantifikování kritických aplikovaných napětí v těsné blízkosti volného povrchu, poněvadž napěťové stavy v blízkosti volného povrchu jsou velice komplikované. Byly provedeny citlivostní studie volby průměrovací délky d a d_z . Pro materiály použité v této práci vyplývá, že volba obou parametrů 0,1 mm je vhodná pro popis stavu napjatosti jak homogenních, tak bi-materiálových vrubů, řešených v rámci této práce.

Výpočtovým 3D modelem se podařilo popsat stav napjatosti po celé délce čela vrubu a tím pádem zachytit vliv volného povrchu na podmínky iniciace trhliny. Porovnáním 2D a 3D MKP simulace ostrého homogenního vrubu a při následné analýze výsledků bylo zjištěno, že 2D výpočtový model stavu rovinné deformace celkem dobře popisuje stav napjatosti na hladině symetrie 3D modelu (uprostřed tělesa), kde se stav rovinné deformace očekává. Hodnoty kritických aplikovaných napětí jsou však u 2D řešení o 5 až 15% vyšší, než hodnot kritického aplikovaného napětí získávaného z centrální roviny 3D tělesa. Následně byly porovnávány výsledky 2D výpočtu stavu rovinné napjatosti s výsledky 3D řešení na volném povrchu. Porovnáním těchto výsledků můžeme konstatovat, že 2D řešení stavu rovinné napjatosti není schopné popsat jevy odehrávající se na volném povrchu 3D tělesa a výsledné hodnoty kritických aplikovaných napětí se liší v řádu 20 až 100%. Výpočtové 3D modelování je v porovnání s 2D modelováním přesnější, protože dokáže přesněji popsat stav napjatosti po celé délce čela vrubu a zaznamenat vliv volného povrchu. Navíc 2D řešení dodává vyšší hodnoty kritických aplikovaných napětí než 3D řešení, takže se nedá říct, že by 2D řešení bylo v tomto případě konzervativní a bezpečné.

Posouzením vlivu volného povrchu u ostrých homogenních vrubů bylo zjištěno, že u většiny vrubů nastane iniciace trhliny ze středu tělesa. Kritická aplikovaná napětí uprostřed tělesa nabývají menších hodnot, než na volném povrchu. S rostoucí tloušťkou tělesa se kritická aplikovaná napětí uprostřed tělesa nemění, ale na volném povrchu tyto hodnoty v rozsahu úhlu β od 0 do 54° narůstají a v rozsahu od 72 do 90° klesají. S rostoucím úhlem β se také mění napěťové poměry uprostřed a na volném povrchu tělesa a hodnoty kritických aplikovaných napětí uprostřed a na volném povrchu se vzájemně přibližují. V rozsahu tlouštěk $T = 1$ mm a 2 mm pak při směru zatížení $\beta=90^\circ$ nastane iniciace z volného povrchu. U tloušťky 4mm může u úhlů otevření vrubu do 30° nastat iniciace trhliny z volného povrchu už od úhlu $\beta=72^\circ$ a více, poněvadž kritické aplikované napětí na volném povrchu je menší, než uprostřed tělesa. Z toho se dá vyvodit závěr, že u většiny ostrých homogenních vrubů bude volný povrch iniciaci trhliny brzdít. Změna směru zatížení ovlivňuje podmínky a místo iniciace trhliny. V závislosti na způsobu zatěžování tělesa, může správná volba tloušťky pozitivně ovlivnit pevnost konstruované součásti.

U bi-materiálových vrubů byla zjištěna největší závislost místa iniciace trhliny (uprostřed tělesa nebo na volném povrchu) na poměru modulů pružnosti. Iniciace z volného povrchu jsou pozorovány u poměrů E_1/E_2 od 0,1 do 0,3. U poměrů 0,4 a 0,5 je pozorována iniciace trhliny pouze ze středu součásti, resp. náhodně z libovolného bodu čela vrubu, pokud poměr kritických aplikovaných napětí je velice blízký hodnotě 1. Hodnoty kritických aplikovaných napětí s rostoucím poměrem E -modulů od hodnoty 0,1 do 0,5 klesají a to zejména u velkých úhlů otevření vrubu. Rozdíl mezi poměrem E_1/E_2 0,1 a 0,5 zde může být až 10%. U malých úhlů jsou rozdíly do 2%. S rostoucím úhlem β od 0 do 90° hodnoty kritických aplikovaných napětí převážně klesají, výjimky jsou poměry E_1/E_2 0,4 a 0,5, kde pro úhly otevření vrubu 5 až 40° naopak kritická aplikovaná napětí rostou. Změna tloušťky má také vliv na chování bi-materiálových vrubů. Nebudeme-li zohledňovat místo iniciace trhliny, můžeme říct, že až na výjimky s rostoucí tloušťkou klesá únosnost vzorku s vrubem a to zejména u úhlů otevření vrubu od 60° do 90°. U menších úhlů než 60° jsou rozdíly velice malé, téměř zanedbatelné.

U bi-materiálových vrubů je velice těžké nalézt opakující se vzor chování. Je potřeba zvážit základní vstupní parametry a podle toho se dá volit správná konfigurace vrubu. Jako vstupní parametry slouží působící zatížení a jeho směr. Konfigurační parametry jsou pak geometrie vrubu (úhel otevření vrubu a tloušťka tělesa), poměr materiálů a jejich materiálové vlastnosti (modul pružnosti, hodnota lomové houževnatosti). Tím se dá využít různorodosti vlastností bi-materiálových těles a využít jejich velký potenciál.

Výzkum ostrých vrubů s konečnou tloušťkou nabízí celou řadu neprobádaných oblastí, které je třeba prozkoumat. Příkladem může být vliv hodnoty Poissonova poměru, nebo vliv tepelného zatěžování a teplotní roztažnosti materiálu na podmínky iniciace. Všechny tyto oblasti v sobě skrývají plno neznámých, které je potřeba pochopit, abychom byli schopni využít potenciál jak homogenních tak bi-materiálových vrubů.

8. Publikační činnost

Článek v časopise s impakt faktorem:

3D assessment of surface influence on crack initiation in sharp notches under a mixed mode of loading
Klusák, J. , Kopp, D.
Theoretical and Applied Fracture Mechanics , 2021, 112, 102920

Článek na konferenci (evidovaný v databázi Scopus):

Bi-material notches under various normal-shear loading modes
Klusák, J , Kopp, D. , Profant, T.
Key Engineering Materials , 2014, 577-578, pp. 361–364

Abstrakt na konferenci:

The role of the surface in crack initiation in sharp and bi-material notches
Klusák, J , Kopp, D.
Book of Abstracts of 20th International Colloquium on Mechanical Fatigue of Metals, 2021,
Wroclaw
Poland

Článek na konferenci:

The role of the surface in crack initiation in sharp and bi-material notches
Klusák, J , Kopp, D.
Conference Proceedings of the ICMFM20 entitled "Structural Integrity and Fatigue Failure Analysis",
Springer Publishing, 2021

Článek zaslaný do časopisu s impakt faktorem:

3D analysis of the influence of Young's moduli ratio on a crack initiation at a front of bi-material notch
Kopp, D., Klusák, J.
International Journal of Solids and Structures
Zasláno dne 26-08-2021

9. Seznam použitých veličin a symbolů

V seznamu jsou uvedena označení a zkratky vyskytující se v celém textu. V případě že se v textu vyskytují některé další označení, vztahují se pouze k dané části a jejich význam je tamtéž vysvětlen.

α	[°]	
β	[°]	
d	[mm]	Průměrovací vzdálenost
d_z	[mm]	Průměrovací vzdálenost po tloušťce 3D tělesa
E	[GPa]	Modul pružnosti
f_{ij}	[-]	Tvarová funkce
σ_{ij}	[MPa]	Složka tenzoru napětí
$\sigma_{\theta\theta}$	[MPa]	Tangenciální napětí
$\overline{\sigma_{\theta\theta}}$	[MPa]	Střední hodnota tangenciálního napětí
σ_{appl}	[MPa]	Hodnota aplikovaného napětí
F_{appl}	[MPa]	Hodnota aplikované síly
$\sigma_{\text{appl,c}}$	[MPa]	Kritická hodnota aplikovaného napětí
$\sigma_{\text{appl,c}}^*$	[MPa]	Kritická hodnota aplikovaného napětí počítaná pro hodnotu lomové houževnatosti $1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{-1/2}$
$F_{\text{appl,c}}$	[N]	Kritická hodnota aplikované síly
$\overline{\sigma_{\text{appl,c}}}$	[MPa]	Střední hodnota kritického aplikovaného napětí
$\overline{\sigma_{\text{appl,c}}}^*$	[MPa]	Střední hodnota kritického aplikovaného napětí počítaná pro hodnotu lomové houževnatosti $1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{-1/2}$
i_σ	[-]	Poměr kritických aplikovaných napětí uprostřed a na volném povrchu tělesa
θ	[°]	Polární souřadnice
r	[mm]	Polární souřadnice
θ_0	[°]	Úhel iniciace trhliny
K_{IC}	[MPa·m ^{-1/2}]	Kritická hodnota faktoru intenzity napětí (lomová houževnatost)
LELM	[-]	Lineární elastická lomová mechanika
MKP	[-]	Metoda konečných prvků
MTS	[-]	Kritérium maximálního tangenciálního napětí
OSKN	[-]	Obecný singulární koncentrátor napětí

10. Použitá literatura

- [1] COTTERELL, Brian. The past, present, and future of fracture mechanics. *Engineering Fracture Mechanics*. 2002, **69**(5), 533-553. ISSN 0013-7944. Dostupné z: doi:10.1016/S0013-7944(01)00101-1
- [2] INGLIS, Charles Edward. Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners. *Royal Inst. of Naval Architects* [online]. 1913, **44**(3), 219–230 [cit. 2021-08-26]. Dostupné z: https://imechanica.org/files/1913%20Inglis%20Stress%20in%20a%20plate%20due%20to%20the%20presence%20of%20cracks%20and%20sharp%20corners_0.pdf
- [3] GRIFFITH, Arnold a Geoffrey TAYLOR. VI. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* [online]. Royal Society, 1997, (221), 163-198 [cit. 2021-08-26]. ISSN 2053-9258. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>
- [4] WESTERGAARD, H.M. Bearing pressures and cracks. *J. Applied Mechanics*. 1936, **6**(1), 49-53, 49-53 s.
- [5] WILLIAMS, M.L. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. *J. Appl. Mech.* 1952, **19**(1952), 526–528.
- [6] ERDOGAN, F. a G. SIH. On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear. *Journal of Basic Engineering*. 1963, **85**(4), 519-525. Dostupné z: doi:10.1115/1.3656897
- [7] CARPINTERI, A., P. CORNETTI, N. PUGNO, A. SAPORA a D. TAYLOR. A finite fracture mechanics approach to structures with sharp V-notches. *Engineering Fracture Mechanics*. 2008, **75**(7), 1736-1752.
- [8] KLUSÁK, Jan. *Lineární elastická lomová mechanika V-vrubu*. Brno, 2001. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Prof. RNDr. Zdeněk Knésl CSc.
- [9] CORNETTI, P., A. SAPORA a A. CARPINTERI. Mode mixity and size effect in V-notched structures. *International Journal of Solids and Structures*. 2013, **50**(10), 1562-1582. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijsolstr.2013.01.026
- [10] DUNN, M.L., W. SUWITO a S. CUNNINGHAM. Fracture initiation at sharp notches: correlation using critical stress intensities. *International Journal of Solids and Structures*. 1997, **34**(29), 3873–3883.
- [11] LAZZARIN, P. a P. LIVIERI. Notch stress intensity factors and fatigue strength of aluminium and steel welded joints. *International Journal of Fatigue*. 2001, **23**(3), 225-232.
- [12] WU, Z. a Y. LIU. Singulár stress field near interface edge in ortotropic/isotropic bi-materials. *International Journal of solid and structures*. 2010, **47**(1), 2328-2335.
- [13] KNÉSL, Zdeněk, Jan KLUSÁK a Luboš NÁHLÍK. Crack Initiation Criteria for Singular Stress Concentrations Part I: A Universal Assessment of Singular Stress Concentrations. *Engineering Mechanics* [online]. 2010, **14**(6), 399-408 [cit. 2021-08-26]. ISSN 1802-1484. Dostupné z: http://www.im.fme.vutbr.cz/pdf/14_6_399.pdf
- [14] KLUSÁK, J., Z. KNÉSL a L. NÁHLÍK. Crack Initiation Criteria for Singular Stress Concentrations, Part II: Stability of Sharp and Bi-Material Notches. *Engineering Mechanics* [online]. 2010, **14**(6), 409-422 [cit. 2021-08-26]. ISSN 1802-1484. Dostupné z: http://www.im.fme.vutbr.cz/pdf/14_6_409.pdf
- [15] NÁHLÍK, Luboš, Knésl ZDENĚK a Klusák JAN. Crack Initiation Criteria for Singular Stress Concentrations. Part III: An Application to a Crack Touching a Bimaterial Interface. *Engineering Mechanics* [online]. 2010, **15**(2), 99-114 [cit. 2020-05-01]. ISSN 1802-1484.

- Dostupné z: http://www.im.fme.vutbr.cz/pdf/15_2_099.pdf
- [16] KNĚSL, Zdeněk, Luboš NÁHLÍK a Pavel BAREŠ. Crack Initiation Criteria for Singular Stress Concentrations. Part IV: Applications To Fracture Of Coated Structures. *Engineering Mechanics* [online]. 2010, **15**(4), 263-270 [cit. 2020-05-01]. ISSN 1802-1484. Dostupné z: http://www.im.fme.vutbr.cz/pdf/15_4_263.pdf
- [17] HUTAŘ, P., L. NÁHLÍK a Z. KNĚSL. The effect of a free surface on fatigue crack behaviour. *International Journal of Fatigue*. 2010, **32**(8), 1265-1269. Dostupné z: [doi:https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2010.01.009](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2010.01.009)
- [18] HEYDER, M. a G. KUHN. 3D fatigue crack propagation: Experimental studies. *International Journal of Fatigue*. 2006, **28**(5-6), 627-634.
- [19] POOK, L. P. A 50-year retrospective review of three-dimensional effects at cracks and sharp notches. 2013, **36**(8), 699-723. ISSN 8756758X. Dostupné z: [doi:10.1111/ffe.12074](https://doi.org/10.1111/ffe.12074)
- [20] KOGUCHI, H. Stress singularity analysis in three-dimensional bonded structure. *International Journal of Solids and Structures*. 1997, **34**(4), 461-480.
- [21] LUENGARPA, Ch. a H. KOGUCHI. Analysis of three-dimensional dissimilar material joint with one real singularity using conservative integral. *International Journal of Solids and Structures*. 2014, **51**(1), 2908-2919.
- [22] GARCIA, I.G., B.J. CARTER, A.R. INGRAFFEA a V. MANTIĆ. A numerical study of transverse cracking in cross-ply laminates by 3D finite fracture mechanics. *Composites Part B: Engineering*. 2016, **95**(15), 475-487.
- [23] DOITRAND, A. a D. LEGUILLON. Comparison between 2D and 3D applications of the coupled criterion to crack initiation prediction in scarf adhesive joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*. 2018, **85**, 69-76.
- [24] KLUSÁK, Jan, Tomáš PROFANT a Michal KOTOUL. Various methods of numerical estimation of generalized stress intensity factors of bi-material notches. *Applied and Computational Mechanics* [online]. 2009, **3**(-), 297-304 [cit. 2021-08-26]. Dostupné z: <https://www.kme.zcu.cz/acm/acm/article/view/51/10>
- [25] KLUSÁK, Jan, Ondřej KREPL a Tomáš PROFANT. An easy and engineering stability criterion of general singular stress concentrators. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* [online]. 2019, **104**(102341), 0-11 [cit. 2020-04-28]. ISSN 0167-8442. Dostupné z: [doi:https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2019.102341](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2019.102341)
- [26] TAYLOR, D. The theory of critical distances. *Engineering Fracture Mechanics*. 2008, **75**(7), 1696-1705.
- [27] TAYLOR, D. The Theory of Critical Distances: A link to micromechanisms. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2017, **90**, 228-233.
- [28] KOTOUSOV, A. Fracture in plates of finite thickness. *International Journal of Solids and Structures*. 2007, **44**(25-26), 8259-8273.
- [29] DE MATOS, P.F.P. a D. NOWELL. The influence of the Poisson's ratio and corner point singularities in three-dimensional plasticity-induced fatigue crack closure: A numerical study. *International Journal of Fatigue*. 2008, **30**(10-11), 1930-1943. Dostupné z: [doi:https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2008.01.009](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2008.01.009)
- [30] BARSOUM, R.S. a T. CHEN. Three dimensional surface singularity of an interface crack. *International Journal of Fracture*. 1991, **50**(1), 221-237.
- [31] LEE, Y.J. a A.J. ROARKIS. Interfacial Cracks in plates: A Three-dimensional numerical investigation. *International Journal of Structures*. 1993, **30**(22), 3139-3158.
- [32] KOPP, Dalibor. *Stanovení podmínek porušení bi-materiálových vrubů při kombinovaném módu zatížení*. Brno, 2011, 62 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně: Fakulta strojního

- inženýrství. Vedoucí práce Doc. Ing. Jan Klusák, PhD.
- [33] HE, Z., A. KOTOUSOV, F. BERTO a R. BRANCO. A brief review of recent three-dimensional studies of brittle fracture. *Physical Mesomechanics*. 2016, **19**(19), 6-20.
 - [34] KOTOUSOV, Andrei, Zhuang HE a Andrea FANCIULLI. Application of digital image correlation technique for investigation of the displacement and strain fields within a sharp notch. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2015, **79**, 51-57. Dostupné z: doi:10.1016/j.tafmec.2015.05.012
 - [35] KLUSÁK, J. a D. KOPP. 3D assessment of surface influence on crack initiation in sharp notches under a mixed mode of loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2021, **112**(2021), 102920.
 - [36] MAURIZI, Marco a Filippo BERTO. 3D effects on Fracture Mechanics. *Procedia Structural Integrity*. 2020, **25**(1), 268-281. ISSN 24523216. Dostupné z: doi:10.1016/j.prostr.2020.04.032
 - [37] MAURIZI, M. a F. BERTO. 3D effects on Fracture Mechanics: corner point singularities. *Procedia Structural Integrity*. 2020, **26**, 336-347. Dostupné z: doi:https://doi.org/10.1016/0013-7944(94)90127-9
 - [38] *ANSYS HELP: 1POST - Crack Analysys*. ANSYS 16.2 Help: Release 16.2 - © SAS IP, Inc., 2016.
 - [39] KORBEL, J., N. ZANT, J. KLUSÁK a Z. KNĚSL. Fracture analysis of epoxy-aluminum spacers exposed to pressure loads. *Computational Materials Science*. 2012, **64**, 244-247. ISSN 09270256. Dostupné z: doi:10.1016/j.commatsci.2012.02.010