



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

NÁVRH ŘÍDICÍHO ALGORITMU PRO STABILIZACI LETADLA

CONTROL ALGORITHM FOR AIRCRAFT STABILIZATION

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. PAVEL NOVÁK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. JIŘÍ KREJSA, Ph.D.

BRNO 2013

Zde bude zadání práce

Abstrakt

Diplomová práce „Návrh řídicího algoritmu pro stabilizaci letadla“ předkládá základní informace o aerodynamice letadel, potřebné k vytvoření nelineárního matematického modelu letadla a pohonné jednotky. Dále práce obsahuje návrh regulátorů pro stabilizaci polohového úhlu podélného pohybu, návrh regulačních smyček pro řízení úhlu letové dráhy (*flight path angle hold*) a změny (udržení) letové hladiny. V závěrečné části práce jsou navržené regulátory ověřeny simulací reálného prostředí.

Klíčová slova

Aerodynamika letadel, řídicí algoritmus, podélný pohyb letadla, reálná atmosféra, stabilizace letadla, letová hladina, DC motor, matematický model vrtule

Abstract

Master's thesis: "Design of the control algorithm for aircraft stabilization" summarizes aircraft aerodynamics knowledge, from which nonlinear mathematical model of the aircraft and propeller propulsion system are created. Design of the control algorithm for angle position stabilization (for longitudinal motion) and the control algorithm for "Flight Path Angle hold" and "Flight Level Change" modes is also presented here. Designed control algorithms are tested within the simulation of the real atmosphere at the end of the thesis.

Keywords

Airplane aerodynamics, control algorithm, longitudinal motion, real atmosphere, aircraft stabilization, flight level, DC motor, propeller math model

Bibliografická citace

NOVÁK, P. *Návrh řídicího algoritmu pro stabilizaci letadla*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 95 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Jiří Krejsa, Ph.D..

Prohlášení autora o původnosti práce

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně s využitím uvedené literatury

Novák Pavel

V Brně dne 24.5.2013

.....

Poděkování

Děkuji Ing. Jiřímu Krejsovi, Ph.D. za zaštitění práce na půdě školy. Dále děkuji Ing. Petru Liškářovi za odborné konzultace v oblasti aerodynamiky letadel a Ing. Ondrovi Klusáčkovi za umístění do programu SkyDog firmy Honeywell a odborné konzultace v oblasti návrhu řídicích algoritmů letadel.

Obsah

1	Úvod	13
2	Formulování problému	14
2.1	Cíl práce	14
2.2	Předpoklady	15
2.3	Podélná stabilita systému	15
2.3.1	Statická stabilita	16
2.3.2	Dynamická stabilita	16
3	Model letadla SkyDog	17
4	Atmosférické poruchy	18
4.1	Turbulence	18
4.2	Střih větru	19
5	Souřadné systémy	20
5.1	Normální zemská souřadnicová soustava a Normální zemská souřadnicová soustava nesená letadlem	20
5.2	Letadlová souřadnicová soustava	21
5.3	Aerodynamická souřadnicová soustava	23
6	Aerodynamické síly a momenty	24
6.1	Vztlková a odporová aerodynamická síla	24
6.2	Aerodynamické momenty	25
6.3	Aerodynamické koeficienty	26
6.3.1	Součinitel vzlaku	26
6.3.2	Součinitel odporu	27
6.4	Úhel náběhu	29
6.5	Úhel Gama	30
7	Silová a momentová rovnováha	31
7.1	Silová rovnováha	31
7.2	Momentová rovnováha	31

8	Pohybové rovnice.....	33
8.1	Základní pohybové rovnice	33
8.1.1	Silové rovnice – složkový tvar.....	33
8.1.2	Momentové rovnice – složkový tvar.....	34
8.1.3	Kinematické rovnice	34
9	Nelineární model v programu Matlab / Simulink	35
9.1	Struktura matematického nelineárního modelu.....	35
9.2	Pohonná soustava	36
9.2.1	Nelineární matematický model motoru.....	37
9.2.2	Linearizace motoru	38
9.2.3	Regulátor otáček	39
9.2.4	Vrtule	41
9.3	Prostředí.....	43
9.4	Aerodynamické síly a momenty.....	43
9.5	Převod souřadnicových soustav	43
9.6	Silové a momentové účinky	44
9.7	Rychlost letu.....	44
9.8	Servopohon výškovky	44
10	Návrh regulačních a řídicích smyček.....	45
10.1	Trimování a Linearizace	45
10.1.1	Trimování modelu.....	45
10.1.2	Linearizace modelu	47
10.1.3	Servopohon výškovky, náhrada motoru.....	48
10.2	Stabilizace podélného sklonu	49
10.2.1	Stabilizace rychlosti klopení	49
10.2.2	Regulátor úhlu podélného sklonu	52

10.3	Vyšší řídící smyčky	55
10.3.1	Řízení rychlosti letu regulací tahu	55
10.3.2	Řízení rychlosti letu výchylkou výškovky	58
10.3.3	Řízení úhlu Gama tahem motoru	61
10.3.4	Řízení úhlu Gama vychýlením výškovky	65
10.3.5	Změna letové hladiny	69
11	Vliv reálné atmosféry na letadlo	76
11.1	Řízení úhlu gama tahem motoru	77
11.2	Řízení úhlu gama vychýlením výškovky	79
11.3	Řízení změny letové hladiny	81
12	Závěr	83

1 Úvod

V posledních letech doznaly bezpilotní systémy řízení letadel mohutného rozmachu, a to nejen ve vojenské oblasti, ale i v oblasti civilní, a to hlavně z důvodu testování nových technologií s ohledem na bezpečnost posádky letadla. Jedním z projektů, které vznikly v rámci inženýrského rozvoje a vývoje nových technologií je projekt SkyDog oddělení Flight Controls firmy Honeywell, zabývající se vývojem řídicích systémů letadel. Tento projekt vznikl v rámci sebevzdělávání a praktického ověření nově navržených postupů řízení letadla. Cílem projektu SkyDog je sestavit funkční UAS (Unmanned Aircraft System) neboli bezpilotní model vrtulového letadla. Hlavním požadavkem projektu je přistupovat k návrhu modelu jako by se jednalo o dopravní letadlo se všemi nároky na bezpečnost řízení.

Při navrhování systémů řízení letu vycházíme z hierarchického návrhu skládajícího se ze čtyř úrovní. Nejvyšší - čtvrtou úroveň je komplexní automatizace a optimalizace letu obsahující navigaci, řídicí systém a systém správy motoru. Třetí úroveň řídicích systémů je vedení letadla po trati v horizontální a vertikální rovině. Třetí vrstva obsahuje systémy navigace ve vertikální rovině (stabilizace nadmořské výšky, stabilizace vertikální rychlosti), navádění v horizontální rovině (stabilizace odchylky kurzu), přiblížení letadla před přistáním a stabilizace indikované rychlosti letu. Druhou úrovní je stabilizace polohových úhlů okolo těžiště letadla. Druhá vrstva obsahuje systém stabilizace podélného pohybu, stranového pohybu a tahu motoru. Nejnižší (první) úroveň je stabilizace derivací polohových úhlů, úhlu náběhu a úhlu bočního skluzu.^{[1][2]}

Cílem práce je vytvořit nelineární matematický model odpovídající letadlu SkyDog, provést linearizaci a navrhnout regulační smyčky pro stabilizaci: polohových úhlů letadla v podélném směru, indikované rychlosti letu, letového úhlu (*flight path angle*) a letové hladiny (*altitude hold/change*).

2 Formulování problému

Zadáním diplomové práce je návrh řídicích algoritmů pro stabilizaci letadla v reálné atmosféře neboli stabilizace letadla po vyvedení z rovnovážného stavu vlivem atmosférických poruch. Atmosférickými poruchami rozumíme např. poryvy větru nebo turbulence. Tyto turbulence způsobují náhlé změny proudového pole kolem obtékaného tělesa, které následně způsobuje změnu aerodynamických sil (vztlaková síla, odporová síla, boční síla).

2.1 Cíl práce

Cílem této práce je zajistit podélnou stabilitu letu. Podélnou stabilitou je myšleno snížení oscilace okolo horizontální osy letadla - tlumení kmitů úhlu podélného sklonu. Uvažujeme, že zbylé osy jsou uzamčeny, resp. nedochází k žádnému kmitavému pohybu okolo těchto os. Souřadné systémy budou rozebrány v další části.

Z výše uvedených odstavců vyplývá osnova i cíl práce:

1. Vypracovat matematický model letadla
2. Navrhnout řídicí smyčky pro stabilizaci polohových úhlů v podélné rovině letadla (stabilizace kmitů okolo horizontální osy letadla) a indikované rychlosti letu.
3. Navrhnout řídicí smyčky pro:
 - a) *Flight path angle hold* – Letadlo bude sledovat požadovaný úhel letu. Tato vlastnost zaručí, že letadlo bude stoupat nebo klesat pod zadaným úhlem. Sledování zadaného úhlu letu je důležité např. při přiblížení před přistáním, kdy má letadlo sledovat předepsanou dráhu.
 - b) *Flight level hold (change)* – Letadlo bude udržovat letovou hladinu (v přiměřeném rozsahu). Tato řídicí smyčka zaručí při cestovním letu snadnou predikci letového profilu a přispívá k organizaci letové dopravy.
4. Ověřit řešení na modelových případech atmosférických poruch.

2.2 Předpoklady

Při vypracování práce byly dodrženy následující předpoklady ^[3]:

1. Letadlo je ideálně tuhé těleso se šesti stupni volnosti (3 translační a 3 rotační).
2. Hmotnost letadla je konstantní.
3. Letadlo je symetrické podle roviny xz v letadlové souřadné soustavě. Momenty setrvačnosti $I_{xy} = \int xy \, dm$; $I_{yz} = \int yz \, dm$ jsou pak rovny nule.
4. Aerodynamické síly a momenty jsou vztaženy k neutrálnímu bodu (CP – center of pressure) letadla.
5. Atmosféra je v rovnicích zastoupena hustotou vzduchu určující nadmořskou výšku. Turbulence a jiné poruchy v rovnicích zahrnuty nejsou.
6. Momenty a síly vznikající na trupu letadla jsou zanedbány. Aerodynamické síly a momenty vznikají pouze na nosných plochách letadla. Tento předpoklad platí jen pro případ podélné stability.
7. Zanedbáváme tření na řídicích plochách. Pohyb řídicích ploch je omezen pouze možnostmi aktuátoru.
8. Gravitační zrychlení je konstantní a je uvažováno jako $9,81 \, \text{m/s}^2$.
9. Zakřivení země můžeme pro nízké rychlosti zanedbat.

2.3 Podélná stabilita systému

V této kapitole bude nastíněno, které parametry jsou při podélné dynamické stabilitě řídicími, které jsou řízenými a ve kterých souřadných systémech se tyto parametry vyskytují.

Parametry určující podélnou stabilitu jsou:

1. Aerodynamická rychlost – relativní rychlost vůči okolnímu vzduchu
2. Úhel náběhu – úhel náběhu je úhel mezi rovinou xy letadlového souřadnicového systému (ss) a rovinou xy aerodynamického ss.
3. Úhel podélného sklonu – je úhlem mezi referenční plochou (v našem případě normální zemský nesený souřadný systém) a podélnou osou v letadlovém ss.
4. Úhlová rychlost okolo horizontální osy letadla – udává rychlost změny úhlu podélného sklonu.
5. Úhel Gama – úhel mezi osou x v aerodynamickém ss a referenční plochou (v našem případě rovina xy v normálním zemském neseném ss). Tento úhel není pro stabilitu potřebný, nicméně je nezbytný pro řízení letu, jelikož udává, jestli letadlo stoupá nebo klesá.

Parametry, kterými podélnou stabilitu řídíme:

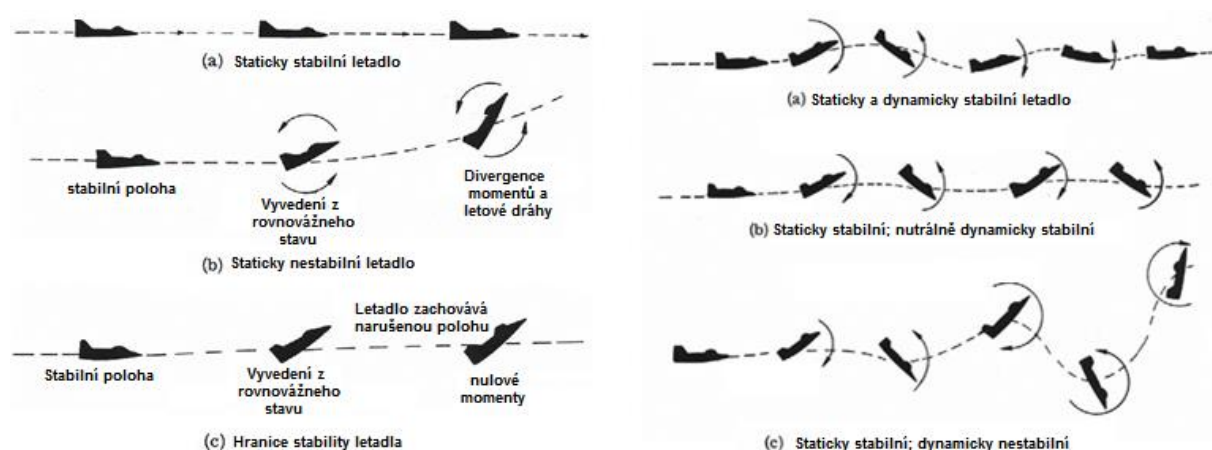
1. Úhel vychýlení výškovky – přímo ovlivňuje momentovou rovnováhu letadla.
2. Otáčky motoru – otáčky motoru resp. tahová síla a rychlost letu ovlivňují vzestup a pokles letadla. Při navrhování regulátorů a řídicích módů není motor uvažován z důvodu zjednodušení linearizace a tahová síla je řízena přímo.

2.3.1 Statická stabilita

Pokud hovoříme o definici stability, mohou nastat následující případy: *nestabilní*, *stabilní* a *neutrální*. Letadlo je staticky stabilní, pokud po vychýlení z rovnovážné polohy dojde k samovolnému navrácení letadla do rovnovážné polohy bez lidského nebo mechanického zásahu.

2.3.2 Dynamická stabilita

Stejně jako u statické stability může být letadlo dynamicky *stabilní*, *nestabilní* nebo *neutrální*. Jeli systém (letadlo) dynamicky nestabilní, pak při vnějším zásahu (vyvedení z rovnováhy) dojde k oscilacím okolo rovnovážné polohy s narůstající amplitudou. U stabilního systému se bude amplituda kmitů snižovat, až nakonec dosáhne ustálené hodnoty.



obr. 2.3-1: Vlevo statická stabilita letadla; vpravo dynamická stabilita letadla^[7]

3 Model letadla SkyDog

SkyDog je název projektu a letadla zobrazeného na obr. 2.3-1 s parametry uvedenými níže (Tabulka 1). Model je vybaven dvěma Li-Po bateriemi (HP-LVX2100-5S), vrtulí APC 18-12E, motorem AXI 5320/38 Gold Line, avionikou a servopohonem.

Tabulka 1: Základní parametry modelu

Rozpětí křídel	2,34 m
Délka trupu	1,6 m
Hmotnost (včetně elektroniky a baterií)	7 kg
Motor	<i>AXI 5320/38 GOLD LINE</i>
Vrtule	<i>APC 18-12E</i>
Materiál	Laminát
Baterie	2x Hyperion Litestorm VX 25C (HP-LVX2100-5S)



obr. 2.3-1: Letadlo SkyDog

4 Atmosférické poruchy

Součástí zadání práce je ověřit navržené řídicí smyčky na chování v reálném prostředí, neboli v prostředí obsahující turbulence a poryvy větru. Cílem této kapitoly bude stručně definovat co je to turbulence a poryv větru a jejich vliv na letadlo.

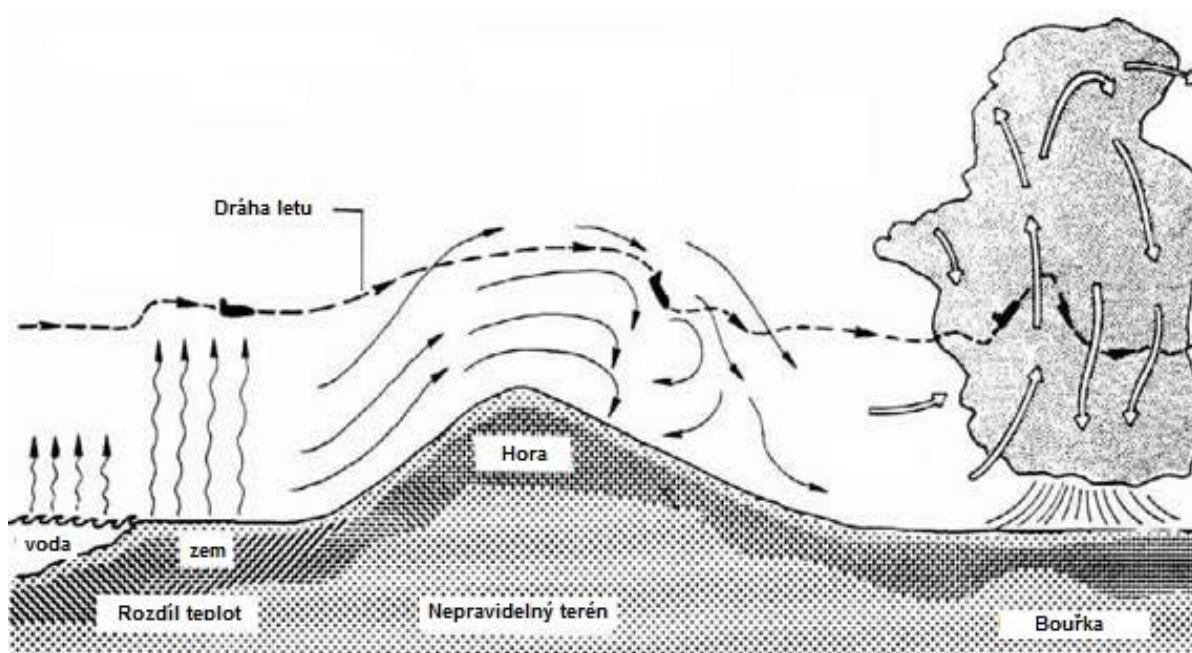
4.1 Turbulence

Jako turbulence většinou definujeme veškeré změny v atmosférickém pohybu, které značně narušují let, zejména při vzletu a přistání. Jedná se o chaotické a stochastické jevy změny v proudu prostředí, ve kterém se letadlo pohybuje. Turbulence mohou vznikat změnou atmosférického tlaku, proudu od jiných letadel, zakřivením terénu, teplými a studenými frontami nebo bourkami. Základní rozdělení turbulencí je následující ^[5]:

1. Termická turbulence – vzniká pohybem studeného vzduchu nad teplejší povrch nebo v důsledku nerovnoměrného ohřevu zemského povrchu.
2. Dynamická turbulence – vzniká v oblastech stříhu větru (horizontálního i vertikálního)
3. Mechanická turbulence – vzniká třením vzduchu o nerovný zemský terén. Intenzita turbulencí se mění s rychlostí větru a členitostí terénu. ^[5]

Stupnice intenzity turbulencí dle Českého hydrometeorologického ústavu:

1. Slabá intenzita kymáčení – rychlost poryvů větru je 1 – 5 m/s vedoucích k mírnému houpání letadla.
2. Mírná intenzita kymáčení – rychlost poryvů větru je 5 – 10 m/s, mající za následek silnější kymáčení a změny výšky.
3. Silná intenzita – rychlost poryvů je 10 – 15 m/s způsobující prudké náklony, změny kurzu, může docházet k propadům letadla.
4. Velmi silná intenzita turbulence – rychlost poryvů je > 15 m/s. Důsledkem jsou prudké změny výšky i kurzu.



obr. 4.1-1: atmosférické poruchy ^[6]

4.2 Střih větru

Střih větru je definován jako změna rychlosti větru a směru v relativně malé vzdálenosti atmosféry. Střih větrů můžeme rozdělit na horizontální (nejčastěji napříč frontami a u pobřeží) a vertikální složku (vzniká poblíž povrchu). Třetí kategorií stříhu větru je vertikální poryv, který je převážně spojován se stoupavým a klesavým vzduchem. Jedná se o oblast vzduchu, kde dochází ke změně rychlosti a směru větru směrem vzhůru s narůstající intenzitou. Při vletu do poryvu větru dochází k dočasné změně úhlu náběhu (viz. kapitola 6.4), jejímž důsledkem je změna velikosti a rozložení aerodynamických sil na letadlo. Letadlo se následně ustálí na trimované poloze relativně k prostředí. Letadlo tedy bude zachovávat ustálený let na trimovaných hodnotách, může ovšem stoupat nebo klesat dle směru větru prostředí.

5 Souřadné systémy

Abychom správně pochopili zadání práce, cíl práce a hlavně následující kapitoly, je důležité popsat základní souřadné soustavy, které v této práci budou použity.

Inerciální vztažnou soustavou je *Normální zemská souřadnicová soustava* a v této souřadné soustavě určujeme trajektorii letu a nadmořskou výšku.

Prvním neinerciálním souřadnicovým systémem je *Normální zemská ss nesená letadlem*, která je oproti inerční soustavě posunuta translačním pohybem. V zemské nesené ss určujeme tíhové síly a orientaci letadla v prostoru.

Druhým neinerciálním souřadnicovým systémem je *Letadlová ss*, která je od inerční ss posunuta a natočena. V letadlové ss určujeme polohové úhly (vzhledem k referenční ploše), úhlové rychlosti a tahovou sílu motorů. Naší snahou je veškeré souřadnicové soustavy převádět do letadlové souřadnicové soustavy, právě z důvodu působení tahové síly této soustavy.

Třetím neinerciálním souřadnicovým systémem je *Aerodynamická ss*, která je taktéž od inerční ss posunuta a natočena. Její posunutí a natočení je dáno směrem nabíhajícího vzduchu na křídlo. V aerodynamické ss určujeme působení aerodynamických sil a momentů.

5.1 Normální zemská souřadnicová soustava a Normální zemská souřadnicová soustava nesená letadlem

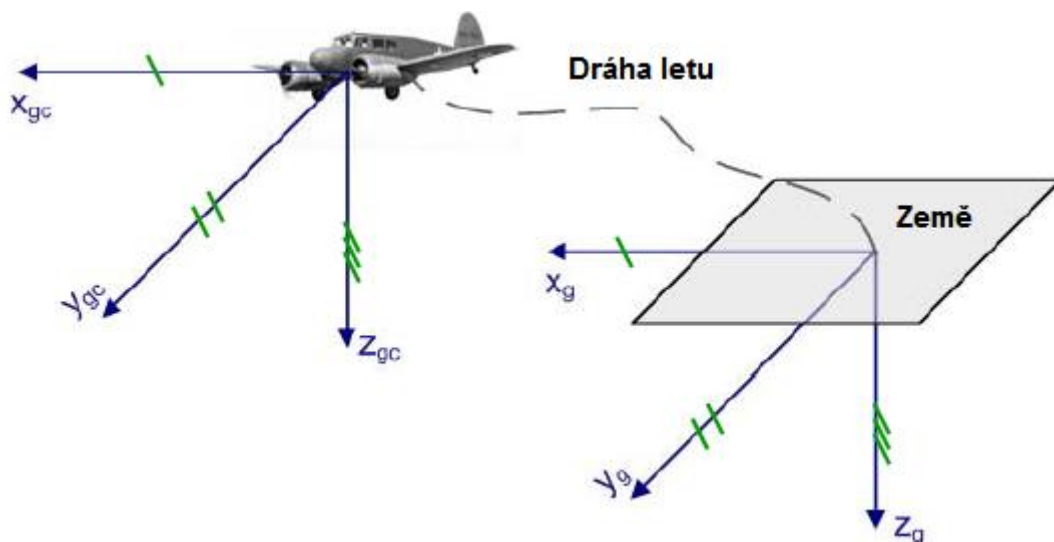
Normální zemská souřadnicová soustava je pevně spjata se zemským povrchem. V tomto souřadném systému popisujeme trajektorii letu a letovou hladinu (nadmořskou výšku), ve které se letadlo pohybuje. Počátek tohoto souřadného systému je na zemském povrchu, zpravidla v místě vzletu nebo přistání, nicméně si jej můžeme vložit tam, kde jej potřebujeme.

Normální zemský souřadnicový systém nesený letadlem je normálním zemským ss, jehož počátek leží v těžišti letadla. Osy ss se na rozdíl od jiných systémů nemění s natočením letadla a zůstávají rovnoběžné s osami zemského souřadného systému. V tomto souřadném systému určujeme tíhové síly, orientaci v prostoru a polohové úhly.

Vztah mezi těmito souřadnými soustavami je dán následujícím rovnicí:

$$O_2 = \begin{bmatrix} O_{1x} \\ O_{1y} \\ O_{1z} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Kde vektor O_2 reprezentuje počátek normální zemské souřadnicové soustavy nesené letadlem, vektor O_1 reprezentuje počátek normální zemské souřadnicové soustavy, T_x , T_y , T_z reprezentuje posunutí ve třech osách normálního zemského souřadnicového systému.



obr. 5.1-1: Zemský a Zemský nesený souřadnicový systém ^[7]

5.2 Letadlová souřadnicová soustava

Tento souřadný systém je pevně spjatý s letadlem a je letadlem také nesený. Počátek systému je v těžišti letadla, osa x prochází nosem letadla a je rovnoběžná se základní rovinou trupu, osa y je ve směru pravého křídla letadla, osa z je kolmá na obě osy.

V tomto souřadném systému působí tahová síla motoru (resp. vrtule), jelikož je pevně spjata s rámem letadla. Eulerovy úhly a momenty udávají vztah mezi letadlovou ss a referenční plochou. Jde o polohové úhly popisující podélný sklon, klopení nebo azimut vždy vzhledem k referenční ploše. Za referenční plochu zde určujeme zemi (resp. horizont) díky předpokladu, že je Země plochá.

Jelikož má letadlová ss s normální zemskou ss nesenou letadlem společný počátek, můžeme transformaci tohoto souřadného systému provést pomocí rotačních matic:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{gc} \\ y_{gc} \\ z_{gc} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R}_\psi \quad (2)$$

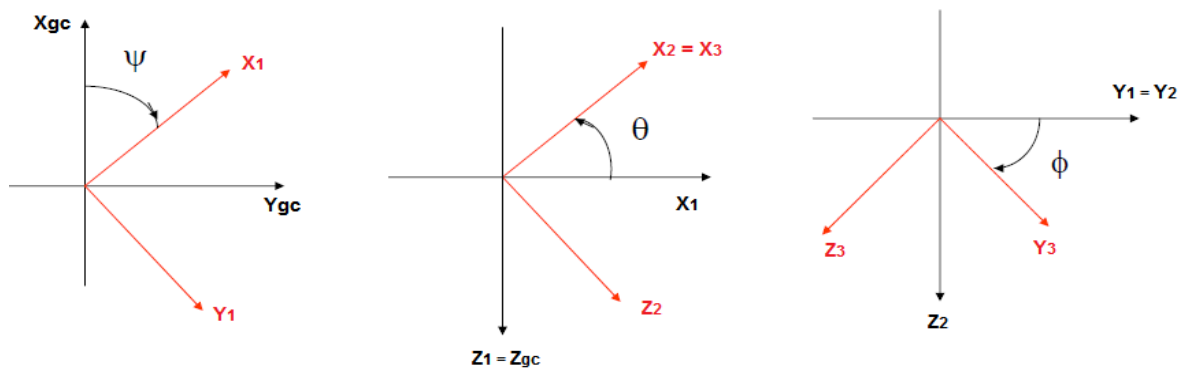
$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R}_\theta \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R}_\phi \quad (4)$$

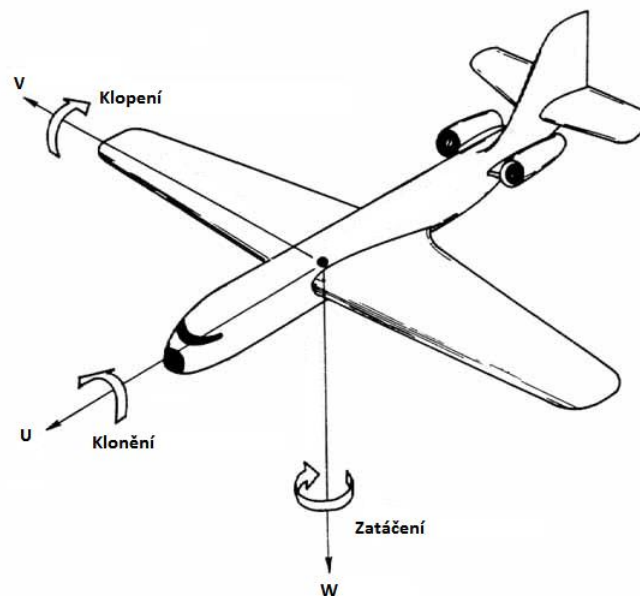
$$\mathbf{R}_\psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\psi & s_\psi \\ 0 & -s_\psi & c_\psi \end{bmatrix}, \mathbf{R}_\theta = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix}, \mathbf{R}_\phi = \begin{bmatrix} c_\phi & s_\phi & 0 \\ -s_\phi & c_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Tabulka 2: Přehled Eulerových úhlů a momentů

Úhel (rad)	Úhlové rychlosti (rad/s)	Popis
ϕ	p	Úhel příčného sklonu je dán jako úhel mezi rovinou symetrie letadla (rovinou určenou podélnou a kolmou osou letadla) a svislou rovinou obsahující podélnou osu letadla.
Θ	q	Úhel mezi podélnou osou letadla a vodorovnou rovinou danou osami x_g a y_g .
ψ	r	Úhel azimutu definovaný jako úhel mezi svislou rovinou procházející podélnou osou letadla a osou x_g , jejíž směr byl zvolen jako referenční.



obr. 5.2-1: Transformace mezi referenčním ss a letadlovým ss



obr. 5.2-2: Letadlová souřadná soustava s vyznačením rotací okolo os ^[8]

5.3 Aerodynamická souřadnicová soustava

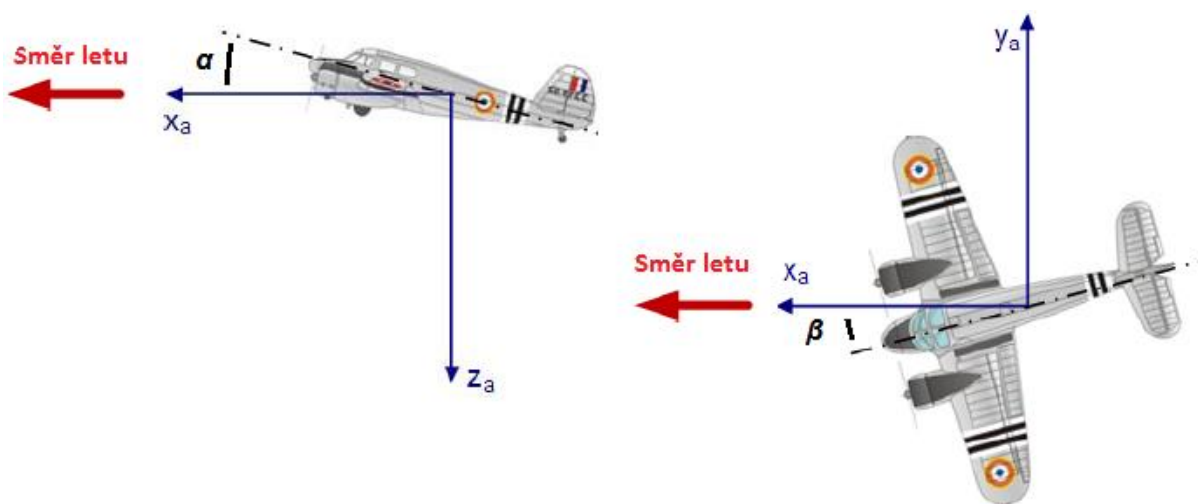
Aerodynamická souřadnicová soustava je pevně spjata se směrem nabíhajícího vzduchu. Počátek tohoto souřadného systému se nachází v tzv. aerodynamickém středě (vztažný bod, ve kterém je součinitel momentu konstantní). Směr osy x je ve směru nabíhajícího vzduchu, další dvě osy jsou na tuto osu kolmé. Osa x je pak od osy x letadlového ss pootočena o úhel náběhu rotací okolo osy y a o úhel vybočení rotací okolo osy z .

V tomto souřadném systému působí všechny aerodynamické síly a momenty. Důležité je také zmínit, že úhel náběhu ani úhel vybočení letadla nedávají informaci o směru letu. To jestli letadlo klesá nebo stoupá, zjistíme pouze z úhlu Γ (gama). Úhel gama je rozdílem úhlu náběhu (bude vysvětleno později) a úhlem podélného sklonu (vůči referenční ploše). Pokud je úhel gama kladný, pak letadlo stoupá, pokud záporný tak klesá. Cílem této práce tedy bude udržet tento úhel nulový (ustálený vodorovný let) nebo konstantní pro zvolenou hodnotu pro fáze stoupání nebo klesání.

Transformace mezi aerodynamickou souřadnicovou soustavou a letadlovou souřadnicovou soustavou:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 = y_a \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 = z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\beta & s\beta & 0 \\ -s\beta & c\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$



obr. 5.3-1: Aerodynamická souřadná soustava ^[7]

6 Aerodynamické síly a momenty

V této kapitole budou nastíněny základní rovnice aerodynamické síly a momentu, nicméně odvození těchto sil zde nebude podrobně rozebíráno z důvodu rozsáhlosti této problematiky. Aerodynamické síly a momenty působí v aerodynamické souřadnicové soustavě a pro další použití je potřeba převést tyto síly a momenty do tělesové souřadnicové soustavy.

6.1 Vztlaková a odporová aerodynamická síla

Celková aerodynamická síla je rozložitelná do složek (odporová síla, boční síla, vztlaková síla), z nichž nás v této práci zajímají hlavně síla odporová a vztlaková.

Vztlaková síla určuje, jaký vztlak vytváří dynamický tlak na nosné ploše ^{[1][2][3]}:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot C_L \cdot S \quad (8)$$

$$F_L = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot C_L^\alpha \cdot \alpha \cdot S \quad (9)$$

První částí rovnice vztlakové síly je dynamický tlak odvozený z Bernoulliho rovnice, která popisuje proudění kapaliny. Z rovnice je tedy patrné, že aerodynamická vztlaková síla závisí na relativní rychlosti (rychlost vztažená k rychlosti nabíhajícího vzduchu), velikosti vztažné plochy, aerodynamického koeficientu (viz. kapitola 6.3) a úhlu náběhu (viz. kapitola 6.4). Prostředí, ve kterém se pohybujeme, je reprezentováno hustotou vzduchu v dané nadmořské výšce. Z obrázku obr. 6.1-1 je patrné, že vztlaková síla působí kolmo na sílu odporovou.

Odporová síla určuje, jaký odpor prostředí klade při dané rychlosti ^{[1][2][3]}:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot C_D \cdot S \quad (10)$$

$$F_D = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot C_D^\alpha \cdot \alpha \cdot S \quad (11)$$

Na rozdíl od vztlakové síly, odporová síla působí ve směru nabíhajícího vzduchu a jejím účinkem je snižování aerodynamické rychlosti v závislosti na úhlu náběhu (viz. kapitola 6.3.2). Stejně jako vztlaková síla, odporová síla závisí na aerodynamické rychlosti, aerodynamickém koeficientu, úhlu náběhu a vztažné ploše.

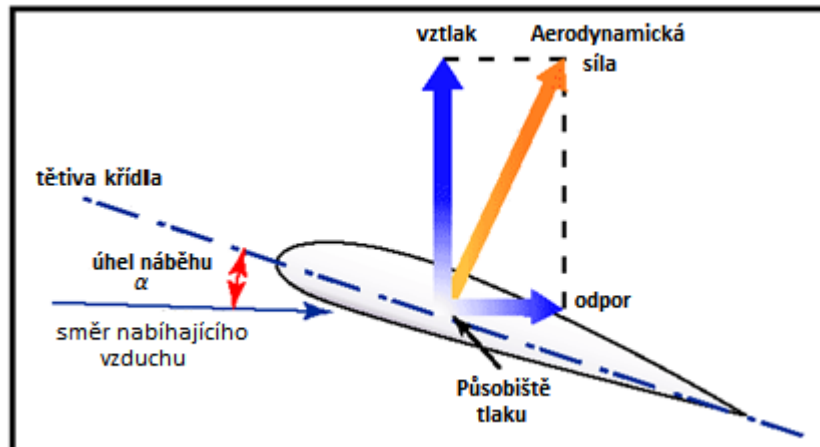
Z výše uvedených rovnic a odstavců je tedy patrné, že čím vyšší je aerodynamická rychlost a úhel náběhu, tím vyšší je vztlaková, ale i odporová síla. Při konstantní rychlosti závisí velikost těchto sil na aerodynamických koeficientech, úhlu náběhu a velikosti vztažné plochy. Při změně výchylky výškovky dojde ke změně silové rovnováhy (bude vysvětlené v následujících kapitolách) a tím pádem ke zvětšení úhlu náběhu. Při zvětšení úhlu náběhu dojde k navýšení vztlakové síly, ale také k poklesu rychlosti. Letadlo tedy generuje vyšší vztlak i při nízkých rychlostech a vysokém úhlu náběhu (nižším nebo rovným kritickému úhlu náběhu), toho se například využívá při přistání nebo vzletu spolu s kombinací změny výchylky klapky.

Chceme-li tedy rychlý vodorovný let, musíme provést následující:

1. Snížit úhel náběhu → následkem je snížení odporového a vztlakového součinitele, což má za následek snížení vztlakové síly
2. Zvýšení tahu motoru → následkem je kompenzace snížení vztlakové síly a zabránění klesání

Chceme-li však stoupavý let, musíme provést jednu z následujících následujících variant:

1. Zvýšení rychlosti letu při zachování úhlu náběhu
2. Zvýšení úhlu náběhu změnou podélného sklonu letadla



obr. 6.1-1: Aerodynamická síla v aerodynamickém souřadném systému^[9]

6.2 Aerodynamické momenty

Aerodynamické momenty jsou tvořeny aerodynamickými silami. Tyto momenty můžeme zjednodušeně popsat následujícími rovnicemi^{[1][2][3]}:

$$M_x = L = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot C_l \cdot b \cdot S \quad (12)$$

$$M_y = M = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot C_M \cdot c \cdot S \quad (13)$$

$$M_z = N = \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot C_N \cdot b \cdot S \quad (14)$$

Kde koeficient b reprezentuje rozpětí křídel, koeficient c tětivu křídla (nosné plochy), v aerodynamickou rychlost.

Jelikož je tato práce zaměřena na podélnou stabilitu letu, má na tento problém vliv pouze moment M_y .

6.3 Aerodynamické koeficienty

Aerodynamické koeficienty jsou neoddělitelnou součástí aerodynamických rovnic. Jejich úkolem je dát do poměru dvě různě tvarovaná tělesa se stejnou charakteristickou plochou. Dvě tělesa mohou mít stejnou velikost charakteristické plochy, ale vztlak generovaný těmito tělesy bude odlišný. Abychom mohli tedy použít aerodynamické rovnice sil a momentů, musíme určit aerodynamické součinitele pro daný tvar nosné plochy. V praxi se k dosažení součinitelů využívá experimentálních měření, jelikož je jejich modelování obtížné. Žádná dvě tělesa nejsou absolutně stejně tvarovaná, proto je experimentální určování těchto součinitelů nejlepší metodou. Měření jsou však finančně nákladná a pro naše potřeby bude dostačující matematický model těchto hodnot. Hodnoty součinitelů byly dodány spolu se základními daty pro model letadla.

Aerodynamické koeficienty, které zde nastíním, jsou závislé na úhlu náběhu. Aerodynamické koeficienty jsou závislé i na dalších parametrech, jako je např. rychlost letu nebo výchylka řídicích ploch

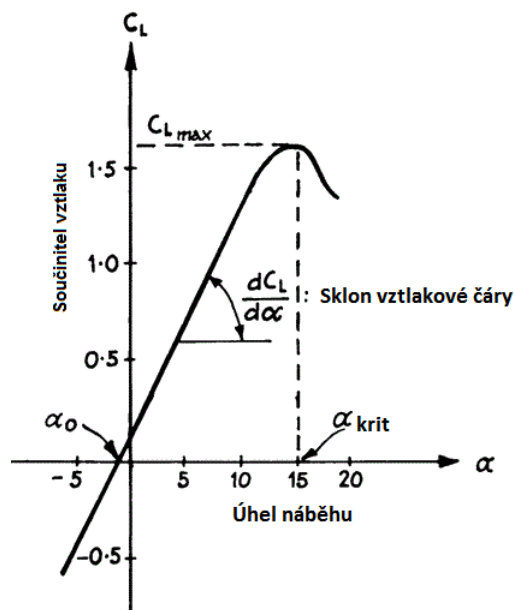
6.3.1 Součinitel vztlaku

Prvním koeficientem, který zde představím je tzv. vztlakový koeficient, který je v literatuře často označován jako C_L (*Lift coefficient*).

Na obr. 6.3-1 je znázorněna závislost vztlakového koeficientu (nárůst vztlaku) na úhlu náběhu. Vyobrazena je pouze kladná část úhlů náběhu, jelikož předpokládáme, že letadlo nebude (dlouhodobě) létat se záporným úhlem náběhu.

Na obr. 6.3-1 jsou patrné tři části:

1. Lineární oblast – z lineární oblasti můžeme vidět, že neprochází počátkem a při nulovém úhlu náběhu je generován vztlak. To je dáno nesymetrií profilu křídla. U symetrických křídel by vztlaková čára procházela počátkem. Lineární oblast vztlakové čáry je, až do tzv. kritického úhlu náběhu kde dochází k maximálnímu vztlaku.
2. Nelineární oblast – nachází se za kritickým úhlem náběhu. V této oblasti dochází k náhlému poklesu vztlaku.
3. Oblast odtržení – tato oblast se nachází dál za kritickým úhlem náběhu a dochází zde k silnému poklesu vztlaku, který vede k pádu letadla.

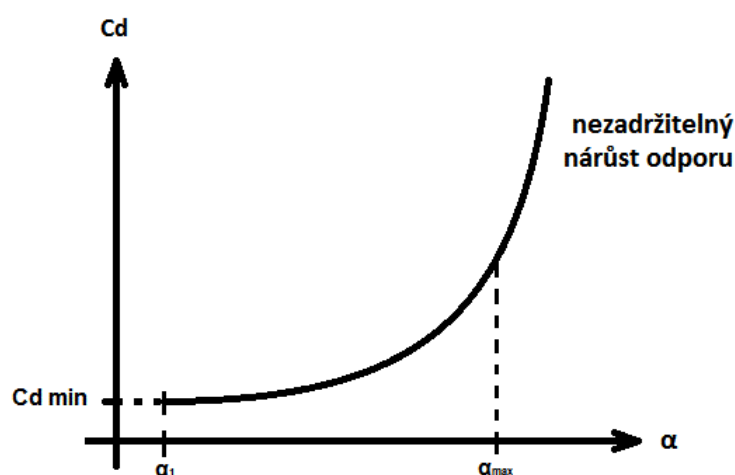


obr. 6.3-1: Závislost součinitele vztlaču na úhlu náběhu ^[15]

6.3.2 Součinitel odporu

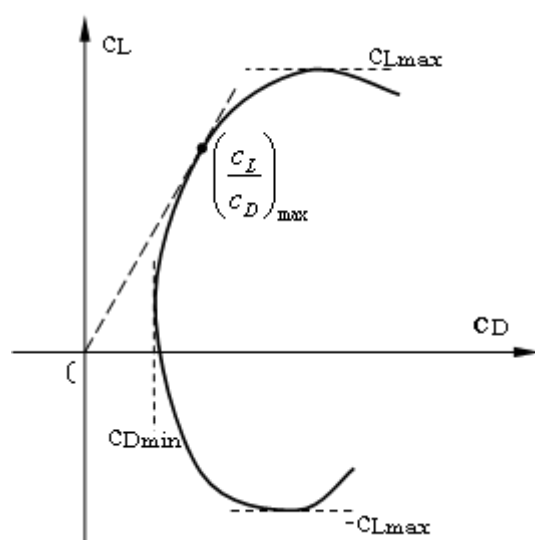
Součinitel odporu, v literatuře označovaný jako C_D (Drag coefficient) nebo C_x .

Na obr. 6.3-2 je zobrazena závislost součinitele odporu na úhlu náběhu. Stejně jako u součinitele vztlaču i zde je použita pouze kladná část křivky, předpokládající pouze kladné úhly náběhu. Z obrázku je patrné, že tato závislost je značně nelineární a že počátek této křivky neprochází nulou při nulovém úhlu náběhu. Dále vidíme, že při překročení kritického úhlu náběhu dochází k prudkému nárůstu odporu, jehož následkem bude prudký pokles aerodynamické rychlosti. Nárůst odporu je dán zvětšením oblasti odtržení vzduchu od křídla a vznikem turbulencí v této oblasti.



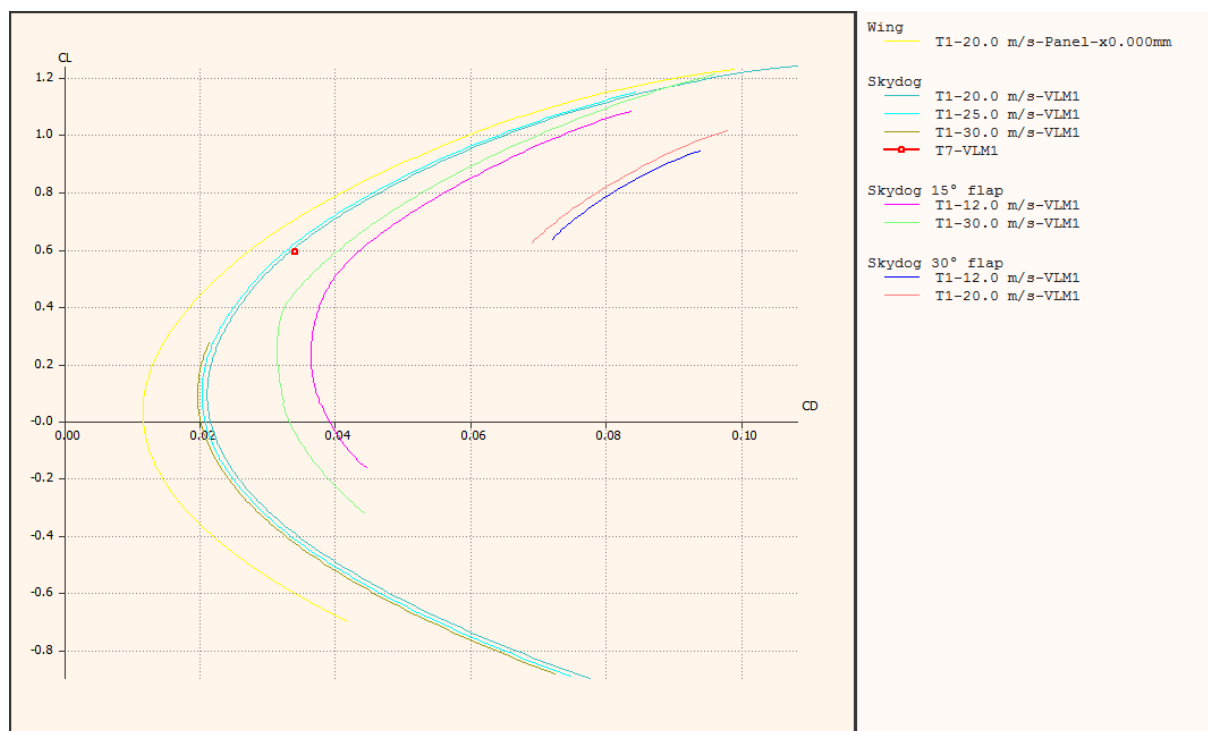
obr. 6.3-2: Závislost součinitele odporu na úhlu náběhu

Na obr. 6.3-3 vidíme polárové vyobrazení součinitele vztlaku a součinitele odporu. Toto zobrazení slouží pro vyhodnocení aerodynamických kvalit, zejména aerodynamické jemnosti. Aerodynamická jemnost je poměr součinitele vztlaku vůči součiniteli odporu. dobře tvarovaných těles je pak součinitel vztlaku zhruba 20× vyšší nežli součinitel odporu.

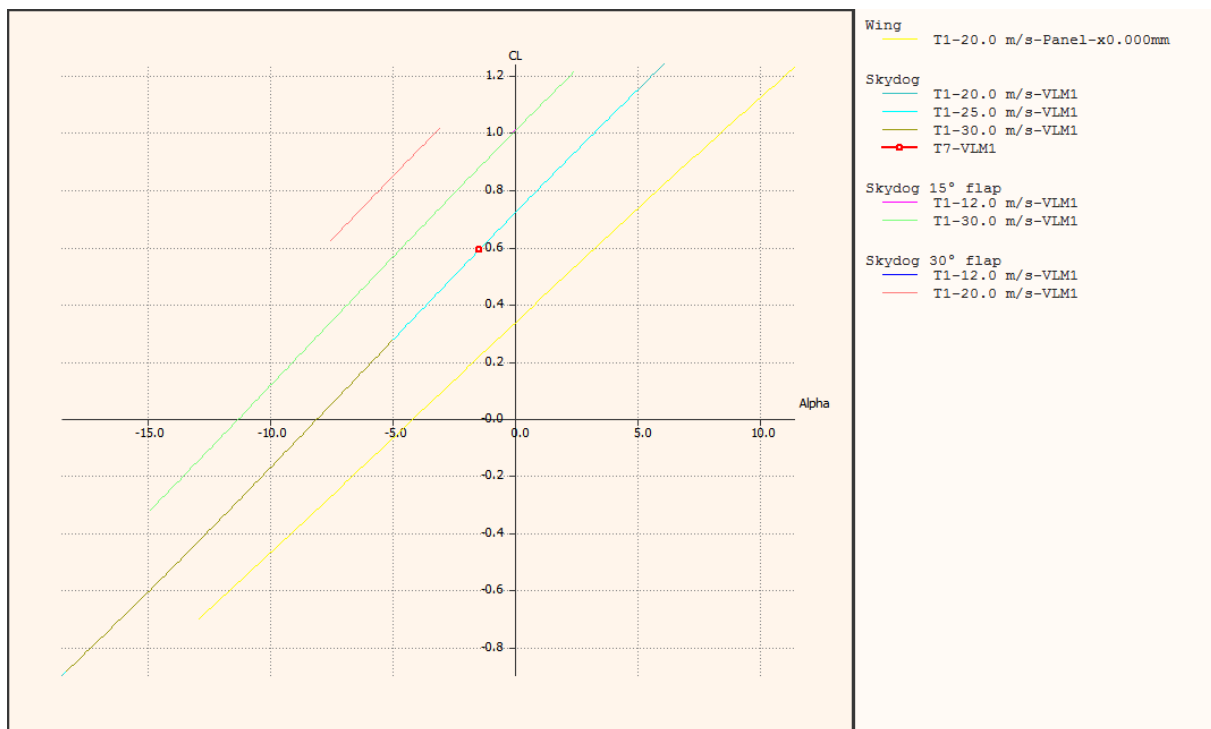


obr. 6.3-3: Polárové zobrazení součinitele vztlaku a odporu ^[15]

Na následujících grafech jsou zobrazeny koeficienty vztlaku a odporu vypočtené tzv. Panelovou metodou (tyto koeficienty byly dodány spolu se zadáním a nejsou tedy výsledkem této práce).



obr. 6.3-4: Polárové zobrazení součinitele vztlaku a součinitele odporu



obr. 6.3-5: Vyobrazení součinitele vztlaku při různých rychlostech letu a konfiguraci klappek

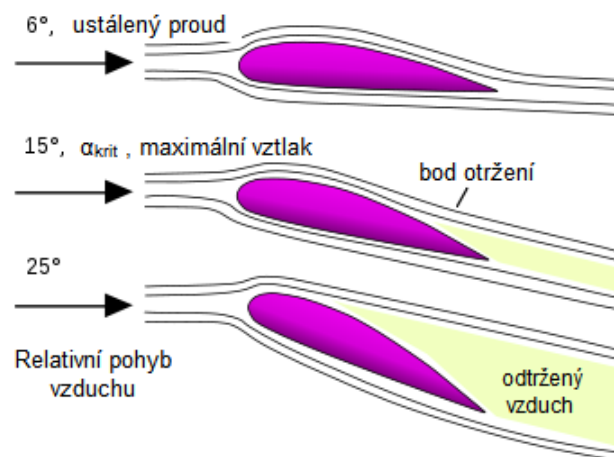
6.4 Úhel náběhu

Úhel náběhu je úhel, který svírá proudící vzduch s tětivou křídla. Jinými slovy pod jakým úhlem proudící vzduch nabíhá na náběžnou hranu křídla. Jedná se tedy o úhel mezi aerodynamickou souřadnicovou soustavou a letadlovou souřadnicovou soustavou. K tomuto úhlu je pak potřeba přičíst úhel, pod kterým je křídlo připevněno k trupu letadla. Tento úhel je v literatuře označován řeckým písmenem α (alfa). Úhel bočního skluzu β zde nebude rozebírán, z důvodu zaměření pouze na podélnou stabilitu, i přes jeho použití v rovnicích.

Známe-li z technických parametrů úhel, pod kterým je křídlo letadla pevně připevněno k trupu a známe-li relativní rychlosti letadla (rychlost v ose u a w tělového ss) můžeme použít následující rovnici pro výpočet úhlu náběhu. Kde α_0 reprezentuje úhel náběhu vzhledem k ose letadla a úhel δ reprezentuje úhel pod kterým je křídlo připevněno vzhledem k ose letadla.

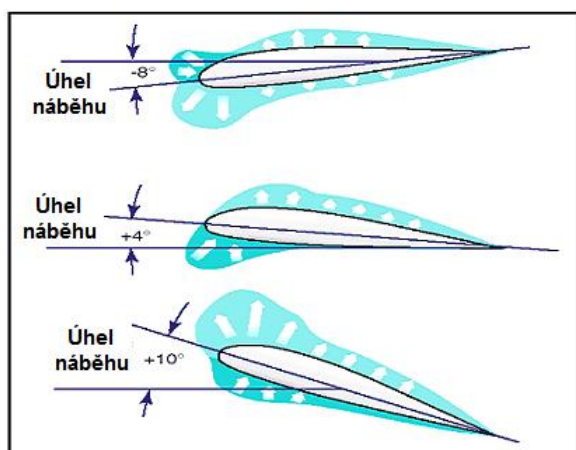
$$\alpha = \alpha_0 + \delta = \tan^{-1} \left(\frac{w}{u} \right) \quad (15)$$

V předchozích kapitolách zabývajících se aerodynamickými součiniteli bylo popsáno, jak se vztlaková a odporová síla mění se změnou úhlu náběhu. Na obr. 6.4-1 je zobrazeno, jak se mění chování vzduchu obtékajícího křídlo při změně úhlu náběhu. Na obr. 6.4-1 je možné vidět, že se zvyšujícím se úhlem náběhu dochází k posouvání bodu odtržení vzduchu od křídla a zvětšování oblasti turbulentního proudění. To má za následek zvýšení odporové síly a snížení rychlosti. Důležité je také se zmínit, že kritický úhel náběhu se u civilních letadel pohybuje maximálně od 15° do 20°.

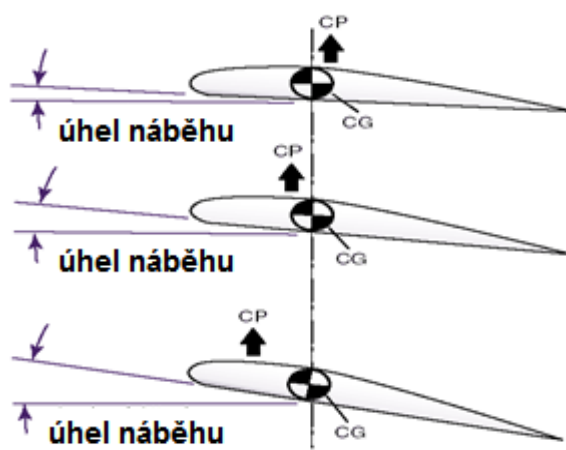


obr. 6.4-1: Závislost proudění vzduchu na úhlu náběhu ^[10]

Na obr. 6.4-2 je možné vidět závislost rozložení tlaku na křídle při změně úhlu náběhu. Vidíme, že při zvyšování úhlu náběhu dochází k přesunu napětí směrem k náběžné hraně křídla. Místo, kam umísťujeme výslednici nahrazující skutečné rozložení tlaku, se nazývá aerodynamický střed, neboli CP (Centre of Pressure).



obr. 6.4-2: Rozložení tlaku při změně úhlu náběhu ^[9]



obr. 6.4-3: Posunutí aerodynamického středu při změně úhlu náběhu ^[9]

6.5 Úhel Gama

Úhel Gama (Γ), v anglické literatuře označovaný jako *Flight path angle*, je výslednicí rozdílu úhlu podélného sklonu a úhlu náběhu. Důležité je si uvědomit, že úhel gama je rozdílem úhlů dvou různých souřadných soustav a to aerodynamické a letadlové. Podle hodnoty tohoto úhlu určujeme, zdali letadlo klesá (úhel je záporný), stoupá (úhel je kladný) nebo drží aktuální letovou hladinu (úhel je nulový). Jedná se tedy o úhel, pod kterým letadlo skutečně letí v podélném směru.

Následující vzorec ukazuje výpočet úhlu gama:

$$\Gamma = \theta - \alpha \quad (16)$$

Kde úhel θ je úhlem podélného sklonu (viz. kapitola 5.2) a úhel α je úhlem náběhu.

7 Silová a momentová rovnováha

V následujících dvou kapitolách bude stručně a zjednodušeně nastíněna problematika silové a momentové rovnováhy.

7.1 Silová rovnováha

Aby došlo k ustálenému vodorovnému letu je potřeba, aby všechny vztlakové síly byly v rovnováze se silou gravitační. Všechny síly musí být převedeny do stejné souřadnicové soustavy (nejčastěji se využívá letadlové ss).

Zjednodušený zápis silové rovnováhy je uveden v následujících rovnicích:

$$Z = G \rightarrow n = \frac{Z}{G} = 1 \quad (17)$$

Kde Z je suma všech vztlakových sil působících v ose z v letadlové ss, G zde reprezentuje gravitační sílu působící proti vztlakové síle v z -ose letadlové ss. Proměnná n v této rovnici značí tzv. přetížení.

7.2 Momentová rovnováha

Momentová rovnováha nám pak říká, že pro ustálený vodorovný let musí být suma momentů působících vzhledem k těžišti nulová, neboli všechny momenty jsou vzájemně v rovnováze.

Následující rovnice popisují momentovou rovnováhu. Stejně jako u silové rovnováhy, i zde musí být všechny momenty převedeny do stejné ss (letadlové) ^[11]:

$$\sum M = 0 \quad (18)$$

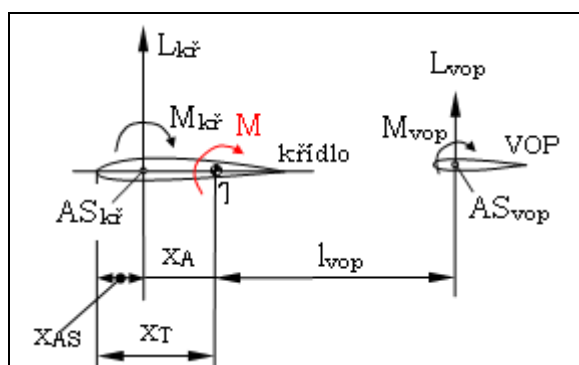
$$\sum M = M_{kř} + L_{kř} \cdot x_T + M_{VOP} - L_{VOP} \cdot l_{VOP} = 0 \quad (19)$$

$$M_{kř} + L_{kř} \cdot x_T + M_{VOP} = L_{VOP} \cdot l_{VOP} \quad (20)$$

V rovnici (19) vidíme, že suma momentů se skládá z momentů generovaných na křídlech letadla ($M_{kř}$, M_{VOP}) a z momentů generovaných vztlakovými silami ($L_{kř}$, L_{VOP}) na ramenech (x_T , l_{VOP}).

Rovnice (18) – (20) vyjadřují výše zmíněnou momentovou rovnováhu. Grafické znázornění těchto rovnic je zobrazeno na obr. 7.2-1. Z obrázku a rovnic je patrné, že vztlaková síla vznikající na výškovce letadla má vyvažovací funkci a je nazývána vyvažovací silou.

Dále z rovnic a obr. 7.2-1 můžeme vidět, že vzdálenosti mezi silami a těžištěm (při konstantní hmotnosti letadla) jsou neměnné. Kontrolními plochami tedy nastavujeme pouze velikost aerodynamických sil generovaných na těchto řídicích plochách. Vychýlením výškovky do záporného úhlu (vychýlení směrem nahoru, „pilot přitáhne řídicí páku“) dojde ke snížení vyvažovací vztlačové síly, tím pádem je letadlo vyvedeno z momentové rovnováhy a výsledný moment bude kladný. Záporná vychylka na výškovce letadla má tedy za následek kladný moment okolo těžiště a tím pádem zvýšení úhlu náběhu letadla, generování vyšší vztlačové síly a porušení silové rovnováhy.



obr. 7.2-1: Zobrazení momentové rovnováhy ^[11]

8 Pohybové rovnice

V této kapitole budou velmi stručně zmíněny pohybové, silové a momentové rovnice. Odvození pohybových rovnic můžete nalézt např. zde ^{[1][2][3]}

8.1 Základní pohybové rovnice

Základní pohybové rovnice vycházejí z 2. Newtonova zákona v inerciální ss:

$$\mathbf{F} = \sum F_i = \frac{d}{dt}(m \cdot \mathbf{V}) = \frac{d\mathbf{h}}{dt} = m \cdot \frac{d\mathbf{V}}{dt} \quad (21)$$

$$\mathbf{M} = \sum M_i = \frac{d\mathbf{H}}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega}) \quad (22)$$

Pro těleso (letadlo) pevně spojené s letadlovou ss, konající posuvný a rotační pohyb vlivem vnějších sil a momentů nabývají následujících tvarů:

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{V}}{dt} + m[\bar{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{V}] \quad (23)$$

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{H}}{dt} + [\bar{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{H}] \quad (24)$$

8.1.1 Silové rovnice – složkový tvar

Výše popsanou silovou rovnici můžeme přepsat do následujícího složkového tvaru ^{[1][2][16]}:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} X - mg \cdot \sin \theta \\ Y + mg \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi \\ Z + mg \cdot \cos \theta \cdot \cos \phi \end{bmatrix} = m \cdot \begin{bmatrix} \dot{u} + q \cdot w - r \cdot v \\ \dot{v} + r \cdot u - p \cdot w \\ \dot{w} + p \cdot v - q \cdot u \end{bmatrix} \quad (25)$$

Kde X , Y , Z reprezentují výslednice aerodynamických sil působících v letadlové ss, mg gravitační sílu. Goniometrické funkce úhlů θ , ϕ zde slouží k převodu gravitační síly do tělesové ss.

8.1.2 Momentové rovnice – složkový tvar

Stejně jako silové, tak i momentové rovnice vyjádříme ve složkovém tvaru v letadlovém ss ^{[1][2][3][16]}:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yz} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x \dot{p} - (I_y - I_z)qr - I_{yz}(q^2 - r^2) - I_{zx}(\dot{r} + pq) - I_{xy}(\dot{q} - rp) \\ I_y \dot{q} - (I_z - I_x)rp - I_{zx}(r^2 - p^2) - I_{xy}(\dot{p} + qr) - I_{yz}(\dot{r} - pq) \\ I_z \dot{r} - (I_x - I_y)pq - I_{xy}(p^2 - q^2) - I_{yz}(\dot{q} + rp) - I_{zx}(\dot{p} - qr) \end{bmatrix} \quad (27)$$

Výše popsané momenty působí kolem těžiště letadla a jsou vyvolány pouze aerodyn. silami, Dále je vidět, že rovnice neobsahují příspěvky od gravitačních sil. Rovnice byla odvozena v letadlové ss a rovinou symetrie je rovina xz, jsou momenty setrvačnosti $I_{yz} = I_{xy} = 0$.

8.1.3 Kinematické rovnice

Následující rovnice dávají do vztahu úhlové rychlosti a derivace Eulerových úhlů ^{[1][2][3]}:

$$p = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \quad (28)$$

$$q = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \quad (29)$$

$$r = \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \quad (30)$$

9 Nelineární model v programu Matlab / Simulink

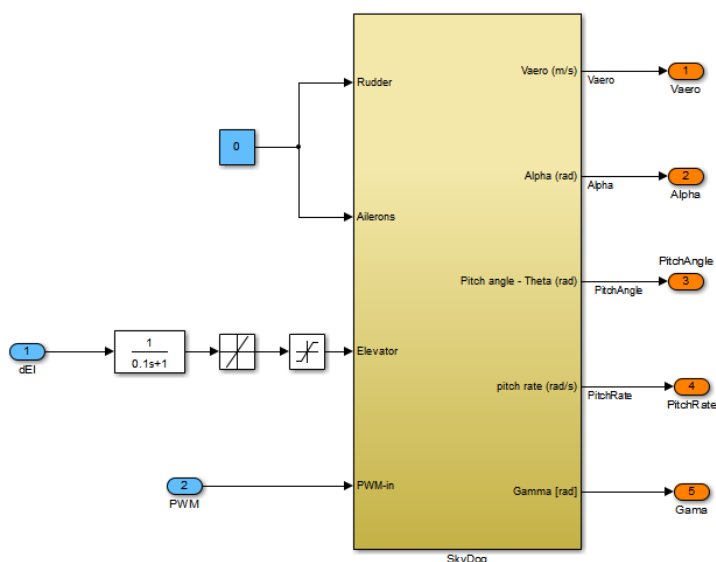
Ze znalosti souřadných soustav, aerodynamických sil, silových, momentových a kinematických rovnic je možné sestavit nelineární matematický model letadla. Následující modely jsou vytvořeny v programu Matlab/Simulink 2012b.

Vstupním modelem byl matematický model letadla typu „business jet“, využívaný pro výukové účely ve firmě Honeywell, oddělení *Flight Controls*. Autorem tohoto modelu je Bc. Libor Přileský.

Jelikož původní model předpokládal použití dvou motorů umístěných pod křídly letadla, bylo nutné upravit rovnice tak aby odpovídali modelu SkyDog. Výsledkem jsou upravené aerodynamické rovnice a model motoru odpovídající modelu motoru, který je použit na fyzickém modelu.

9.1 Struktura matematického nelineárního modelu

Na obr. 9.1-1 je vidět nejvyšší vrstva implementace nelineárního matematického modelu letadla SkyDog. Vstupy řídící podélnou stabilitu jsou *Elevator* (výškovka), PWM (pulsní šířková modulace řídící otáčky motoru). Vstupy *Rudder* (směrovka) a *Aileron* (křídélka) jsou opatřeny vstupní konstantou 0 pro „zablokování“ laterálního pohybu. Dále na obr. 9.1-1 vidíme výstupy relevantní pro podélný pohyb. Výstupy pro laterální pohyb zde vyvedeny nejsou pro vyšší přehlednost modelu. Prvním výstupem je rychlost letu značená jako *Vaero*, druhým výstupem je úhel náběhu označovaný *Alpha*. Třetím výstupem je úhel podélného sklonu označovaný dle anglické literatury jako *PitchAngle* nebo *Theta*. Čtvrtým výstupem je úhlová rychlost q , neboli rychlost změny úhlu podélného sklonu, označovaná jako *Pitch Rate*. Posledním, pátým výstupem je úhel Gama, který je z hlediska řízení podélné stability nepotřebný a jeho vyvedení je zde pro usnadnění odečítání tzv. *Flight path angle*.



obr. 9.1-1: Nejvyšší vrstva nelineárního modelu letadla SkyDog

Na vstup výškovky neboli vstup jedna je připojen setrvačný člen v podobě přenosové funkce, rate limiter a saturace. Tyto tři prvky mají za úkol velmi zjednodušeně simulovat servomechanismus výškovky.

Vnitřní struktura matematického modelu je zobrazena v příloze 1. Tato vnitřní struktura se skládá z výpočtu dynamického tlaku v bloku *Environment* (zelené pozadí bloků), následuje výpočet aerodynamických sil a momentů (modré pozadí). Aerodynamické síly a momenty jsou následně přepočteny do letadlové ss (šedé pozadí). Výslednice těchto sil je vstupem do tyrkysového bloku zodpovědného za výpočet Eulerových úhlů a rychlostí. V posledním bloku je z rychlostí v letadlové ss vypočtena celková rychlost letu společně s úhly náběhu a bočního skluzu.

Vstupy z vyšší vrstvy modelu jsou zvýrazněny oranžovou barvou, stejně jako výstupy směřující do vyšší vrstvy. Lokální odkazy typu „Go To / Go From“ jsou označeny červeným pozadím.

Z této vnitřní struktury je snadno rozeznatelné, že kontrolní plochy letadla výškovka, směrovka a křídélka mají přímý dopad pouze na aerodynamické síly, působí tedy v aerodynamické souřadnicové soustavě. Oproti tomu PWM řídící tah motoru působí přímo v letadlové souřadnicové soustavě, jak bylo zmíněno v kapitole o souřadnicových soustavách. Tah motoru je vstupem pro výpočet sil v letadlovém ss, nicméně je vynechán z výpočtu momentů působících na trup letadla. Vynechání vychází z předpokladu umístění motoru na podélné ose letadla a nevytváří tak moment od tahové síly. Gravitační účinky jsou v momentových rovnicích zahrnuty pomocí sil F_b , které jsou výslednicí rozdílu aerodynamických sil a síly gravitační.

9.2 Pohonná soustava

Cílem kapitoly je návrh nelineárního matematického modelu pohonné soustavy letadla skládající se ze stejnosměrného bezkartáčového motoru a vrtule.

Motorem pohánějícím vrtuli je AXI 5320/38 GOLD LINE. Jedná se o bezkartáčový DC motor s následujícími parametry:

Tabulka 3: Parametry motoru AXI 5320/38 GOLD LINE

Motor	
RPM/V	206 RPM/V
R_a vnitřní odpor	84 mΩ
I_0 proud bez zátěže při U_0	1,1 A
U_0 napětí bez zátěže	10 V
Rozměry (průměr x délka)	63 × 54 mm
Průměr hřídele	8 mm
Hmotnost	495 g
Vrtule	
Průměr	0,4572 m
Hmotnost	0,087 kg

9.2.1 Nelineární matematický model motoru

Při modelování motoru vycházíme z následujících elektromechanických rovnic motoru:

$$U = R_a i + L \frac{di}{dt} + k_e \omega \quad (31)$$

$$k_m i = J \frac{d\omega}{dt} + M_z \quad (32)$$

Zatěžovací moment je vypočítáván pomocí modelu, který byl dodán se vstupními daty. Indukčnost motoru byla dodána výrobcem motoru ($L = 0,067$ mH) po emailové komunikaci. Elektrická a mechanická konstanta motoru byla vypočtena stejně jako přibližný moment setrvačnosti.

Výpočet elektrické konstanty motoru:

$$206 \frac{RPM}{V} = 21,5 \frac{rad \cdot s^{-1}}{V} \quad (33)$$

$$k_e = \frac{1}{\frac{rad \cdot s^{-1}}{V}} = \frac{1}{21,5} = 0,0465 \frac{Vs}{rad} \quad (34)$$

Při výpočtu mechanické konstanty motoru jsem vycházel z ustáleného stavu motoru, kdy je zátěžný moment rovný momentu motoru:

$$M_{mot} = M_z \rightarrow M_{mot} = k_m i = \frac{P_{out}}{\omega} = M_z \quad (35)$$

$$k_m = \frac{P_{out}}{\omega \cdot i} = \frac{1052}{572,8 \cdot 37,5} = 0,04897 \frac{Vs}{rad} \quad (36)$$

Kde hodnoty P_{out} , ω , i jsou převzaty ze stránek výrobce pro zatížení vrtulí podobné té co je užita v letadle SkyDog.

Výpočet přibližného momentu setrvačnosti vychází ze zjednodušeného popisu krytu motoru, hřídele a vrtule (jako zjednodušenou náhradu vrtule byla použita tyč).

$$J = J_{mot} + J_{vrtule} \quad (37)$$

$$J_{mot} = \left(\frac{1}{2} \cdot m_h \cdot r_h^2 \right) + (m_{mezik} \cdot r_{mezik}^2) = \left(\frac{1}{2} \cdot 0,02 \cdot 0,007^2 \right) + (0,29 \cdot 0,061^2) \quad (38)$$
$$J_{mot} = 1,0796 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_{vrtule} = \frac{1}{12} m_{vrtule} l^2 = \frac{1}{12} \cdot 0,087 \cdot 0,4572^2 = 1,5155 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (39)$$

Na schématu v příloze 2 jsou zobrazeny dvě možné varianty implementace motoru. První (modře zvýrazněnou) implementací jsou kompletní elektromechanické rovnice motoru. Druhou (červeně zvýrazněnou) implementací jsou elektromechanické rovnice ochuzené o dynamický elektrický člen, neboli není zde zahrnuta indukčnost motoru. Toto zanedbání bylo provedeno z důvodu nízké časové proudové konstanty a jejího dopadu na výpočetní čas. Dále jsou na obrázku (světle modře) zvýrazněny změny v napětí kotvy (tato hodnota bude měněna při připojení PWM) a změny zatěžovacího momentu (k těmto změnám bude docházet při změně rychlosti letu i otáček motoru). Model je zjednodušen a není zahrnuta proudová ochrana motoru, proto je nezbytné zjistit do jakých mezí otáček a zatížení se můžeme pohybovat. Další možností je přidat saturaci proudu do modelu bez integrátoru proudu. Tento přístup však zavádí do řešení značnou nelinearitu a omezení v přechodových stavech.

Výpočet časových konstant motoru je následovný:

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a} = \frac{67 \cdot 10^{-6}}{84 \cdot 10^{-3}} = 7,976 \cdot 10^{-4} \text{ s} \quad (40)$$

$$\tau_m = \frac{R_a \cdot J}{(c\phi)^2} = \frac{84 \cdot 10^{-3} \cdot 2,603 \cdot 10^{-3}}{0,04892} = 4,47 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad (41)$$

9.2.2 Linearizace motoru

Pro další postup, resp. návrh regulátoru otáček, potřebujeme model motoru linearizovat. Jak bylo zmíněno výše, bude pro linearizaci použita zjednodušená varianta motoru, kde je zanedbána proudová dynamika.

Před samotnou linearizací motoru je nutné nalézt pracovní bod, ve kterém budeme model linearizovat. Pro nalezení pracovního bodu byl použit nástroj *Linear Analysis tool* s nastavením uvedeným na obr. 9.2-1.

Výstupem programu je nalezený pracovní bod při následujících vstupních parametrech a počátečních podmínkách. Tento pracovní bod reprezentuje zatížení motoru při ustáleném vodorovném letu cestovní rychlosti.

Tabulka 4: Pracovní bod motoru

Počáteční stavy	Vstupy	Výstup
$I = 23,66 \text{ A}$	$U = 20 \text{ V}$	$\omega = 368,36 \text{ rad/s}$
$\omega = 368,36 \text{ rad/s}$	$M_z = 1,1 \text{ Nm}$	

The image shows three sequential screenshots of the 'Specifications for trim' dialog box, which is used to define initial conditions and operating points for a system.

Top Screenshot: State Specifications

State	Value	Known	Steady State	Minimum	Maximum
motor_vrtule_L/AXI 5320//1/I					
State - 1	0	☐	☒	-Inf	Inf
motor_vrtule_L/AXI 5320//1/omega1					
State - 1	1	☐	☒	-Inf	Inf

Middle Screenshot: Input Specifications

Input	Value	Known	Minimum	Maximum
motor_vrtule_L/U1				
Channel - 1	20	☒	-Inf	Inf
motor_vrtule_L/Mz				
Channel - 1	1.1	☒	-Inf	Inf

Bottom Screenshot: Output Specifications

Output	Value	Known	Minimum	Maximum
motor_vrtule_L/omega				
Channel - 1	0	☐	-Inf	Inf

obr. 9.2-1: Nastavení vstupních dat pro získání pracovního bodu

Nelineární model motoru linearizujeme výše zmíněným nástrojem, který provede tzv. *Block by Block* linearizaci. Tato metoda linearizace provádí linearizaci každého bloku modelu nezávisle. Výstupem linearizace jsou stavové matice popisující linearizovaný matematický model.

9.2.3 Regulátor otáček

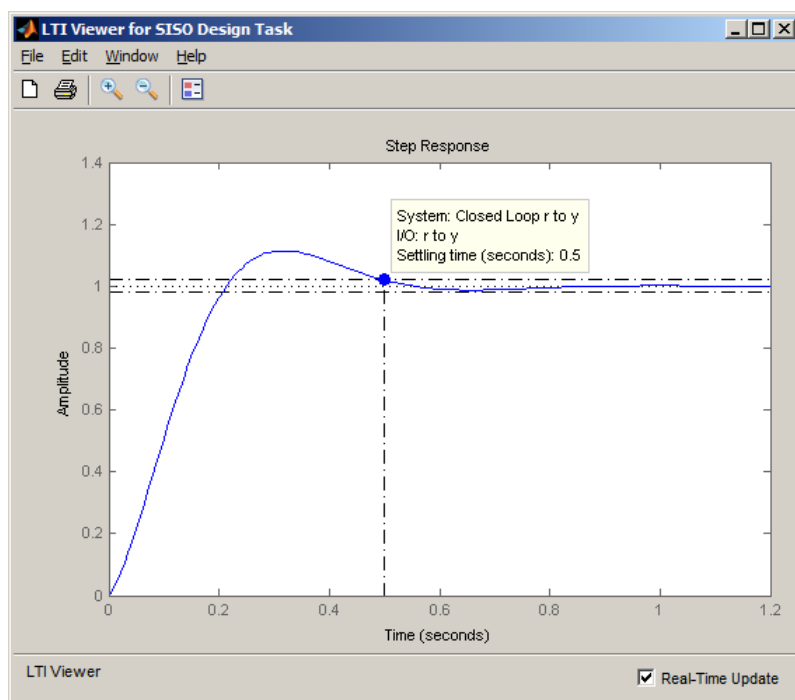
Z důvodu zanedbání dynamiky proudu motoru nemusíme řešit proudovou regulační smyčku motoru. Tato kapitola tedy bude popisovat návrh PI regulátoru otáčkové smyčky linearizovaného modelu. Cílem je navrhnout regulátor otáček, který bude mít rychlou odezvu překmitem do 20% žádané hodnoty bez odchylky v ustáleném stavu.

K návrhu regulátoru bylo využito nástroje *sisotool* (*single input, single output*) programu Matlab, sloužícího pro efektivní navrhování regulačních smyček systému. Díky tomuto nástroji můžeme v reálném čase sledovat chování systému při změně regulátoru nebo zpětné vazby.

Jako regulační článek je volen PI regulační článek s následující přenosovou funkcí:

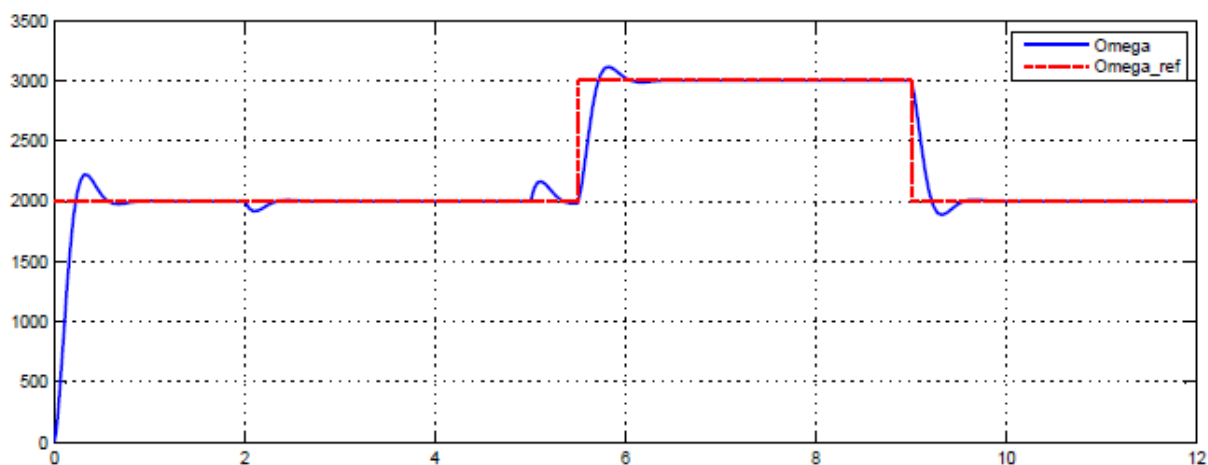
$$PI = 0,6 \cdot \frac{0,02s + 1}{s}$$

Odezva regulovaného systému na jednotkový skok je zobrazena na obr. 9.2-2



obr. 9.2-2: Odezva motoru na skok s použitím PI regulátoru

Ověření regulátoru bylo provedeno v prostředí matlab/simulink, kde byl PI regulátor zapojen do zpětné vazby systému a testován při reakci na změnu otáček a zátěžného momentu. Na obr. 9.2-3 je zobrazen průběh otáček motoru při skokové změně referenční hodnoty zátěžného momentu a otáček. Z průběhu je možné vidět odezvu motoru na změnu zátěžného momentu (2 – 4 s) a změnu otáček motoru (5 – 9 s).



obr. 9.2-3: ověření PI regulátoru

9.2.4 Vrtule

Autorem této části modelu je Ing. Petr Liškář. Vrtule použitá v našem případě je APC 18-12E. Matematický model vrtule je sestaven dle následujících rovnic ^[12]:

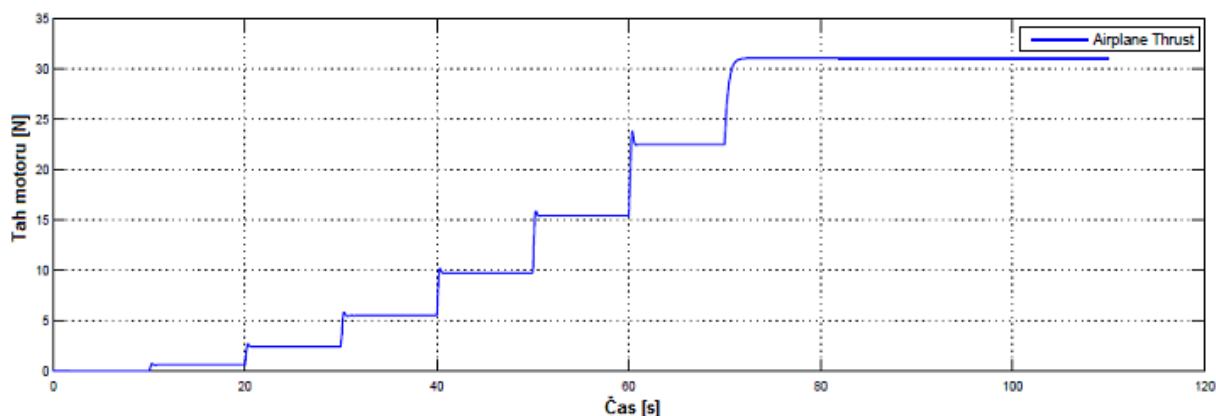
$$M_k = \frac{RPS^3 \cdot D^5 \cdot \rho \cdot c_P}{\omega} \quad (42)$$

$$F_T = RPS^2 \cdot D^4 \cdot \rho \cdot c_T \quad (43)$$

$$J_a = \frac{v}{RPS \cdot D} \quad (44)$$

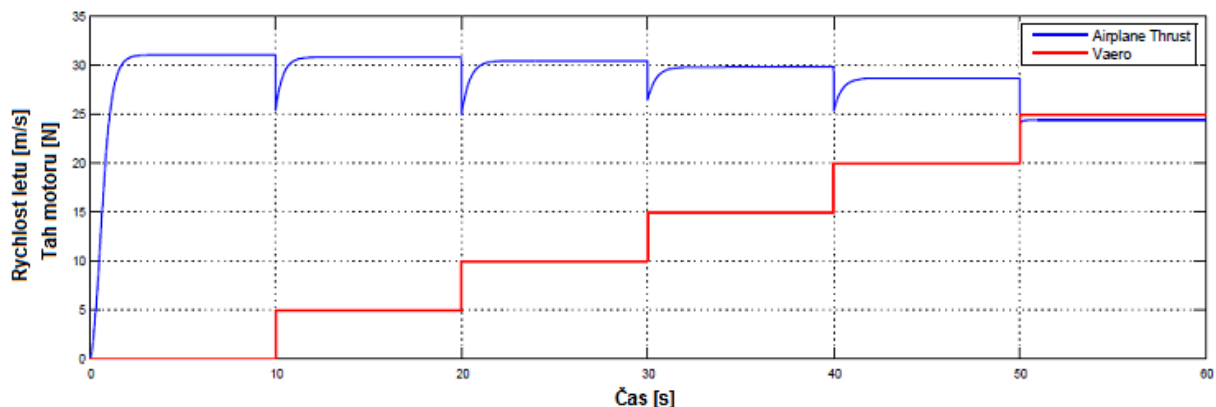
Z výše uvedených rovnic je patrné, že moment a tah vrtule jsou funkce závislé na otáčkách motoru a rychlosti letu.

Graf na obr. 9.2-4 zobrazuje tah produkovaný vrtulí při nulové rychlosti letu. Osa x zobrazuje jak časový průběh, tak zesílení PWM. Každých 10 s dochází k navýšení otáček o 10 % až do otáček maximálních. Maximální otáčky byly získány odečtením při dosažení maximálního proudu a napětí při nulovém zátěžném momentu. Z grafu je patrné, že s narůstajícími otáčkami stoupá tah motoru až do hodnoty 70 % maximálních otáček. Důvodem je narůstající zátěžný moment, který má za následek nárůst proudu v obvodu motoru až do maximální hodnoty.



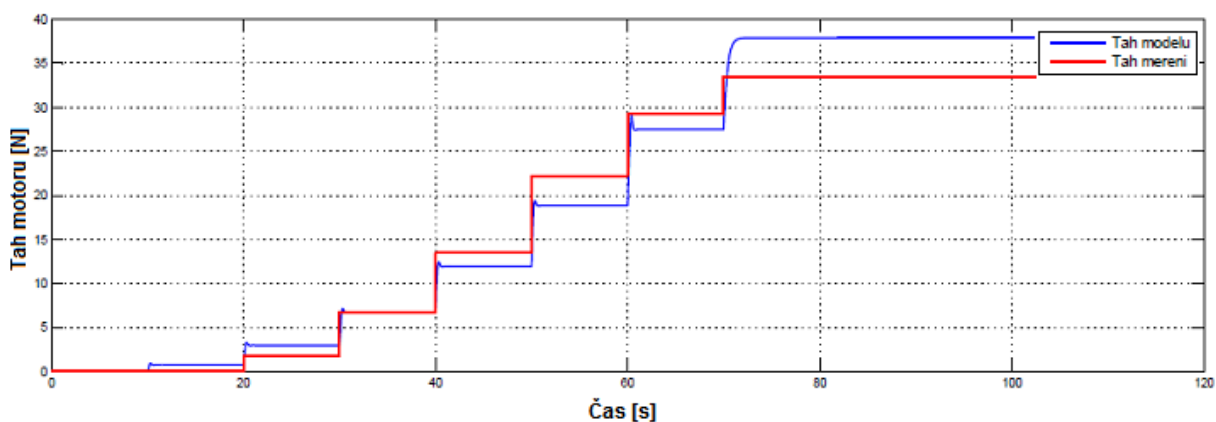
obr. 9.2-4: Tah produkovaný vrtulí při rychlosti letu 0 m/s a zvyšujících se otáčkách motoru

Na obr. 9.2-5 je zobrazen graf poklesu tahu při zvyšování rychlosti letu a konstantních otáčkách motoru (7500 ot/min). Rychlost letu každých 10 s narůstá až do hodnoty 25 m/s.



obr. 9.2-5: Tah produkovaný vrtulí při změně rychlosti letu

Graf porovnávající hodnoty tahu (statický při rychlosti 0 m/s) naměřené v laboratoři pomocí siloměru a hodnoty vypočtené modelem je zobrazen na obr. 9.2-6. Z průběhů je možné vidět, že budou nutná další měření a kontrola modelu motoru, abychom získali přesnější matematický popis.



obr. 9.2-6: Porovnání naměřených hodnot tahu s hodnotami modelu

9.3 Prostředí

V teoretické části jsme uvedli, že aerodynamická síla zahrnuje prostředí, ve kterém se letadlo pohybuje, pomocí hustoty vzduchu sloužící k výpočtu dynamického tlaku. Výpočet aerodynamické síly naleznete ve vzorcích (8) a (9).

Na schématu v příloze 5 je zobrazena implementace výpočtu vlivu vnějšího prostředí. Vstupy do toho bloku modelu jsou rychlost letu v letadlových souřadnicích, nadmořská výška, DCM, rychlost vůči inerciální soustavě. Výstupem jsou pak hustota vzduchu, dynamický tlak, rychlosti poryvu a momenty větru v letadlových souřadnicích. Uvnitř bloku *atmosphere* je uložen blok *ISA atmosphere model (International Standard Atmosphere)* sloužící k výpočtu hustoty vzduchu dle nadmořské výšky.

9.4 Aerodynamické síly a momenty

Na schématech v příloze 6 a 7 jsou zobrazeny implementace vztlakové síly a aerodynamického momentu okolo osy y aerodynamického souřadnicového systému.

Z obrázků můžeme vidět, že rovnice 8 je zde rozšířena o součet všech aerodynamický součinitelů. Je zde přírůstek od úhlu náběhu, od úhlové rychlosti okolo osy y a od změny polohy výškovky. Přírůstek od úhlové rychlosti je násoben (v tomto případě) délkou tětiny křídla a dělený rychlostí letu z důvodu zachování jednotek.

Síly a momenty vystupující z tohoto bloku jsou následně přepočteny do tělesového souřadnicového systému.

9.5 Převod souřadnicových soustav

Síly a momenty působící v aerodynamické ss jsou převedeny do letadlové ss, kde je od nich odečteno působení gravitační síly. Tento převod je provede dle vzorců uvedených v kapitole 5.

Na schématu v příloze 8 je vyobrazen, výpočet transformační (v našem případě pouze rotační) matice od úhlu náběhu a úhlu bočního skluzu. Následně je aerodynamická síla přepočítána do síly „letadlové“, od které je odečtena gravitační síla, která je opět přepočítána do letadlového souřadnicového systému. V ose x je dále připočten tah motoru.

Do rovnice převodu momentových účinků do letadlového ss vstupují aerodynamické úhly, momenty a aerodynamická síla (již převedena do letadlového ss). Tato síla je následně přepočtena z aerodynamického středu (*center of pressure*) do těžiště. Následně je opět vypočtena rotační matice pro převod ss. Výsledné účinky jsou vyvedeny na výstup, ze kterého následují do bloku počítajícího Eulerovy úhly, rychlosti a úhlové rychlosti.

9.6 Silové a momentové účinky

V bloku *Euler angles* je proveden výpočet silových a momentových účinků popsanych v kapitole 8. V tomto bloku se také nachází převod mezi letadlovou, normální zemskou ss nesenou letadlem a normální zemskou ss.

Na schématu v příloze 10 je zobrazeno provedení výpočtu Eulerových úhlů, úhlových rychlostí, zrychlení v letadlovém ss a polohy a rychlostí v normálním zemském ss. Červený blok obsahuje výpočet úhlových zrychlení dle rovnice (27). Modrý blok obsahuje výpočet Eulerových úhlů pomocí kinematických rovnic (28) – (30), společně s výpočtem směrové kosinové matice *DCM* (*Direct Cosine Matrix*) pro převod do normální zemské souřadnicové soustavy. Jako poslední je zde proveden výpočet rychlostí v letadlovém ss. Tento výpočet je proveden dle vzorce pro silové rovnice v letadlovém ss (rovnice (25)).

9.7 Rychlost letu

V posledním bloku jsou vypočítávány aerodynamické úhly (úhel náběhu, úhel bočního skluzu) a celková rychlost letu. Tyto hodnoty jsou vypočítávány ze složek rychlosti vypočtených v bloku *Euler angles*.

Implementované rovnice jsou následující ^{[2][3]}:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{w}{u}\right) \quad (45)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \quad (46)$$

$$v_{aero} = \sqrt{(u^2 + v^2 + w^2)} \quad (47)$$

Veškeré úhly použité ve výpočtech jsou v radiánech. Rychlosti jsou počítány a zobrazovány v m/s.

9.8 Servopohon výškovky

V této kapitole bude uveden návrh zjednodušeného servopohonu motoru.

Na schématu v příloze 11 je znázorněn model zjednodušeného servopohonu, který se skládá ze setrvačného článku, *rate limiter* a saturace. Jelikož nebylo dosud provedeno měření rychlosti servopohonu, byla zvolena střední hodnota, ve které se tyto rychlosti pohybují. Rate limiter je tedy nastaven na hodnotu $\pm 40 \cdot \pi / 180$. Saturace představuje mezní stavy vychýlení výškovky ($\pm 20^\circ$).

V kapitole 9 byl představen nelineární model letadla SkyDog založený na rovnicích uvedených v teoretické části práce. Dále byl v kapitole 9.2 uveden návrh nelineárního matematického modelu pohonné jednotky modelu s následným trimováním, linearizací a návrhem otáčkové regulační smyčky.

10 Návrh regulačních a řídicích smyček

Tato kapitola obsahuje postup návrhu regulačních smyček. Regulační smyčky jsou zaměřeny na podélnou stabilitu letadla, kterou je možno řídit dvěma parametry. Prvním parametrem je vychýlení výškovky, druhým je tah motoru. Výstupními parametry určujícími stabilitu jsou rychlost letu, úhel náběhu, úhel podélného sklonu a rychlost změny úhlu podélného náběhu.

Postup návrhu regulačních smyček je následující:

1. Nalezení pracovního bodu a linearizace modelu
2. Návrh filtru pro tlumení vysokých frekvencí změny úhlu podélného sklonu
3. Návrh regulátoru úhlu podélného sklonu
4. Návrh řízení rychlosti letu
5. Návrh řízení úhlu gama
6. Návrh řízení změny letové hladiny
7. Porovnání navržených metod řízení úhlu gama a ověření řešení na nelineárním modelu
8. Ověření navržených řídicích smyček přidáním modelu motoru a vlivu reálné atmosféry.

10.1 Trimování a Linearizace

Cílem kapitoly je nalézt pracovní bod linearizace (pro ustálený vodorovný let) s následnou linearizací modelu. Pro regulaci v jiných pozicích nebo módech letu bude nutné provést nové trimování a linearizaci pro nový pracovní bod.

10.1.1 Trimování modelu

Prvním krokem je tedy trimování letadla a nalezení požadovaného pracovního bodu. Trimování lze provést několika způsoby, zde bude uvedeno pouze dva z nich. Prvním je experimentální trimování. Při tomto trimování ručně nastavíme pozici výškovky a tah motoru tak, abychom dostali požadovaný stav letadla (v našem případě vodorovný ustálený let) s následným odečtením hodnot stavů (integrátorů) modelu pro tuto trimovanou polohu. Druhým způsobem je využití programu Matlab a nástroje *Linear Analysis*.

Nástroj *Linear Analysis* byl zvolen, jelikož umožňuje značnou kontrolu nad trimovanými parametry s přehledným grafickým rozhraním. Trimování bylo provedeno s nastavením zobrazeným na obr. 10.1-1. Nastavení stavů modelu je voleno tak, aby model vykazoval pouze podélný pohyb. Vnější vstupy modelu jsou ponechány bez limitů. Limity můžeme přidat, pokud bychom znali maximální a minimální rozsah výškovky nebo tahové síly motoru, ve které požadujeme, aby model dosáhl ustáleného letu. Výstupním požadavkem trimování je, aby se model ustálil na nulové hodnotě úhlu gama. Zároveň bylo trimování omezeno v hodnotě úhlu náběhu na rozsah $0 - 6^\circ$.

The image shows three screenshots of the 'Specifications for trim' dialog box, which is used to configure the trim model. The dialog box has three tabs: 'States', 'Inputs', and 'Outputs'.

States Tab: This tab shows the specifications for the states of the model. It includes a table with columns for 'State', 'Value', 'Known', 'Steady State', 'Minimum', and 'Maximum'. The states are grouped into four categories: 'linearize/SkyDog/Euler angles - 6 degrees of freedom/Calculate DCM & Euler Angles/phi theta psi', 'linearize/SkyDog/Euler angles - 6 degrees of freedom/p,q,r', 'linearize/SkyDog/Euler angles - 6 degrees of freedom/ub,vb,wb', and 'linearize/SkyDog/Euler angles - 6 degrees of freedom/x,y,z'. The values for the states are 0, 0, 0, 21, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, and -100.

Inputs Tab: This tab shows the specifications for the inputs of the model. It includes a table with columns for 'Input', 'Value', 'Known', 'Minimum', and 'Maximum'. The inputs are grouped into two categories: 'linearize/dEl' and 'linearize/PWM'. The values for the inputs are 0 and 0.

Outputs Tab: This tab shows the specifications for the outputs of the model. It includes a table with columns for 'Output', 'Value', 'Known', 'Minimum', and 'Maximum'. The outputs are grouped into five categories: 'linearize/Vaero', 'linearize/Alpha', 'linearize/PitchAngle', 'linearize/PitchRate', and 'linearize/Gama'. The values for the outputs are 19, 0, 0, 0, and 0.

obr. 10.1-1: Nastavení trimování modelu

Tabulka 5 obsahuje vnitřní stavy, vstupy a výstupy modelu pro nalezený pracovní bod. Je možné si povšimnout velmi nízkých hodnot úhlové rychlosti q a polohy x , které budeme dále v modelu považovat za nulové. Z tabulky je patrné, že ustáleného vodorovného letu dosáhneme při vychýlení výškovky o $-6^{\circ}31'$ a tahu motoru 16.4 N.

Tabulka 5: Výstup trimování modelu

Stavy	Vstupy	Výstupy
$[phi, theta, psi] = [0, 0.0363, 0]$ rad	$dEl = -0.114$ rad = $-6^{\circ}31'$	$V_{aero} = 19.6$ m/s
$[p, q, r] = [0, -2.25e-20, 0]$ rad/s	$Tah = 16.4$ N	$Alpha = 0.0363$ rad
$[u, v, w] = [19.6, 0, 0.71]$ m/s		$Theta = 0.0363$ rad
$[x_e, y_e, z_e] = [-8.18e-09, 0, -100]$ m		$q = -2.25e-20$ rad/s
		$Gamma = 1.07e-13$ rad

10.1.2 Linearizace modelu

V předchozí kapitole byl popsán postup nalezení pracovního bodu splňujícího podmínku vodorovného ustáleného letu. Před návrhem regulátorů je potřeba model linearizovat.

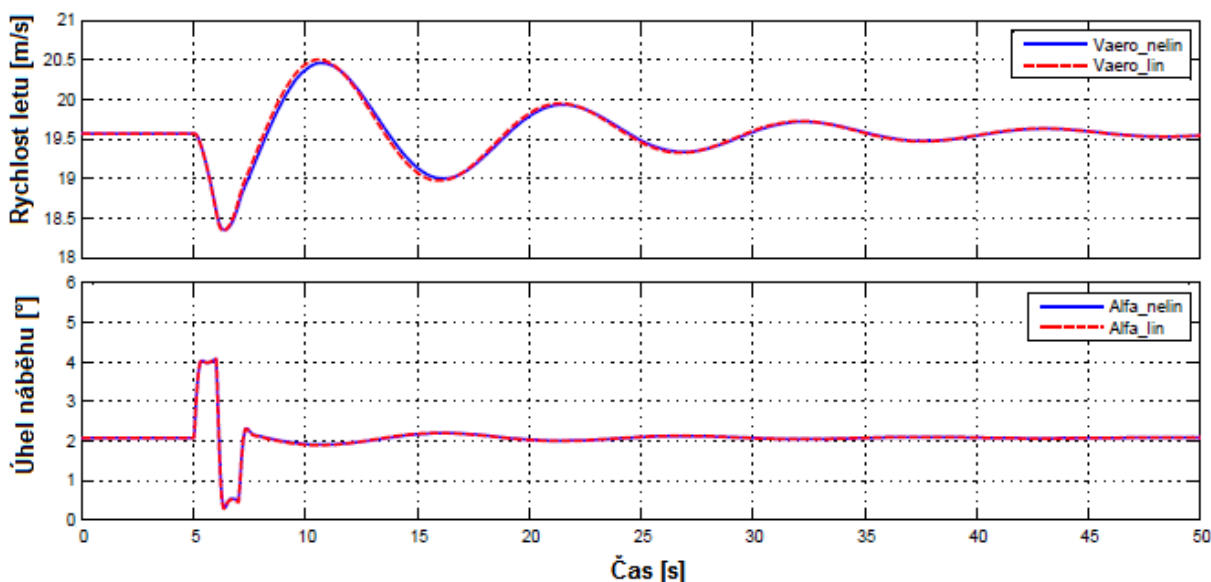
Model byl linearizován v pracovním bodě za využití příkazu *linmod* využívajícího *Block by Block* linearizaci, která linearizuje každý blok simulinkového modelu samostatně. Výstupem linearizace jsou stavové matice **A**, **B**, **C**, **D** popisující lineární model.

Po samotné linearizaci je matice **C** v následujícím tvaru:

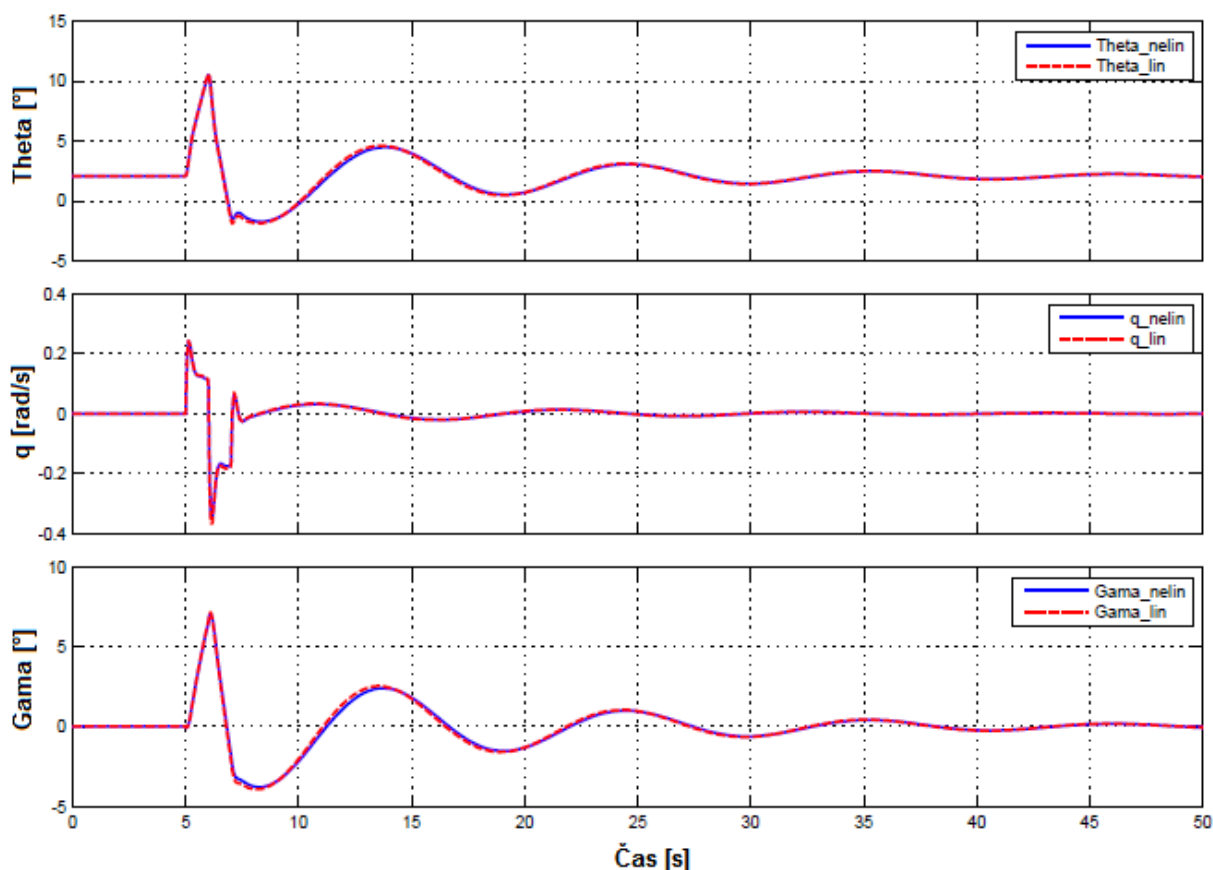
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0,9993 & 0 & 0,0363 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0019 & 0 & 0,0511 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0019 & 0 & -0,0511 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ve výše uvedeném tvaru matice **C** jsou podstatnými stavy (sloupce matice): 1 (rychlost letu), 3 (úhel náběhu), 5 (úhel podélného sklonu) a 8 (rychlost změny úhlu podélného sklonu) reprezentující podélný pohyb letadla. Zbylé stavy reprezentující stranový (laterální) pohyb jsou z hlediska podélné stability nepodstatné, proto je z řešení vypuště. Stejně tak je vypuště z matic **A** a **B**.

Na obr. 10.1-2 a obr. 10.1-3 jsou zobrazeny průběhy výstupů lineárního (červeně čárkovaný průběh) a nelineárního (modrý průběh) modelu při odezvě na tzv. *doublet* signál přivedený na vstup výškovky. *Doublet* signál obsahuje vychýlení výškovky o -4° v 5 s, 8° v 6 s a -4° v 7 s. Z průběhů je patrné, že lineární model poskytuje reprezentaci nelineárního modelu a je možné jej použít pro návrh regulačních smyček.



obr. 10.1-2: Ověření výstupů V_{aero} , α lineárního modelu



obr. 10.1-3: Ověření výstupů θ , q , Γ lineárního modelu

10.1.3 Servopohon výškovky, náhrada motoru

Poslední částí této kapitoly je rozšíření linearizovaného modelu o zjednodušený model dynamiky servopohonu výškovky (z důvodu současné neznalosti dynamiky servopohonu byl použit model servopohonu převzatý z výukových materiálů firmy Honeywell^[7]) a zjednodušenou dynamikou motoru (časová konstanta byla odvozena z přenosové funkce motoru). Servopohon výškovky a dynamika motoru jsou reprezentovány následujícími setrvačnými články:

$$servo_{výškovka} = \frac{1}{0.1s + 1}$$

$$dyn_{motor} = \frac{1}{0.128s + 1}$$

V kapitole 10.1 byl vysvětlen postup trimování a linearizace modelu pomocí nástroje *Linear Analysis tool* a příkazu *linmod*. Dále určeny stavy potřebné k podélné stabilizaci letadla, vytvořen lineární systém a jeho porovnání se systémem nelineárním. V poslední části byl k lineárnímu modelu připojen setrvačný článek, jehož úkolem je simulovat dynamiku servopohonu výškovky.

10.2 Stabilizace podélného sklonu

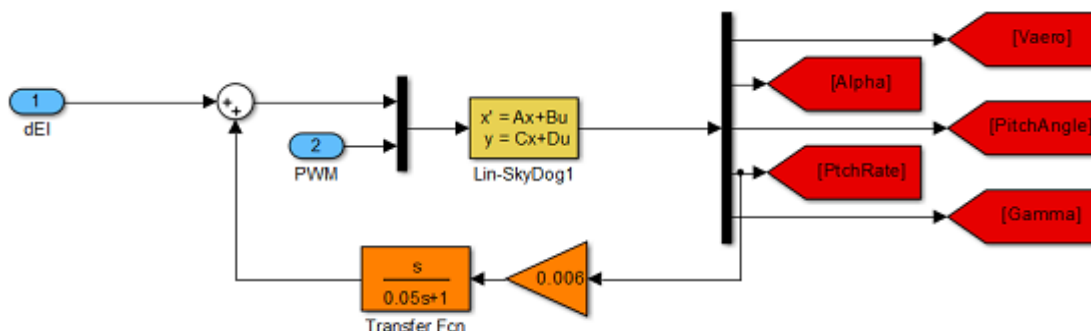
První navrhovanou vrstvou při řízení letadel je stabilizace polohových úhlů okolo těžiště letadla. Cílem této kapitoly je navrhnout regulační smyčky na tlumení vysokých frekvencí a navrhnout regulační smyčku pro stabilizaci polohového úhlu θ .

10.2.1 Stabilizace rychlosti klopení

První stabilizační smyčkou navrhovanou pro stabilizaci dynamiky letadla v podélné ose je tzv. tlumič, jehož úkolem je tlumit vysokofrekvenční kmity (tzv. *short period mode* kmity) rychlosti změny úhlu podélného sklonu (úhlová rychlost q).

Tlumič jako takový je realizovaný, jako proporcionální člen připojený ve zpětné vazbě z výstupu úhlové rychlosti q na vstup výškovky, jak je zobrazeno na obr. 10.2-1. Vycházíme-li z požadavku tlumení vysokých frekvencí, je nutné vysoké frekvence nejprve oddělit od zbytku frekvenčního pásma systému. Separaci vysokých frekvencí od nízkých je možné provést filtrem typu horní propust, který se v systémech řízení letadel nazývá *washout filter*. Proportionální členek zatlumí všechny frekvence, které jsou následně rozděleny filtrem typu horní propust a do zpětné vazby jsou přivedeny pouze zatlumené vysoké frekvence.

Na obr. 10.2-1 je možné si povšimnout, že zpětná vazba se zdá být kladná, ale ve skutečnosti je záporná. Tato záměna znamének vychází z momentové rovnováhy a aerodynamiky letu, která říká, že záporná výchylka výškovky letadla způsobí kladný moment.



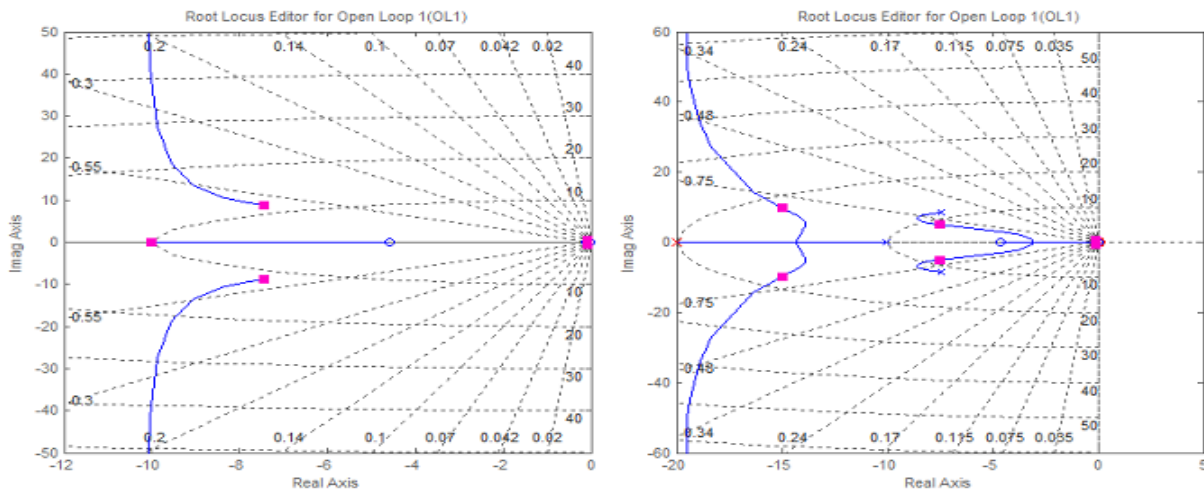
obr. 10.2-1: Regulační smyčka tlumiče

Na obr. 10.2-2 vlevo jsou na grafu root locus vyznačeny póly netlumeného systému odpovídající vysokofrekvenčním kmitům, které chceme tlumit. Přidáním *washout* filtru do zpětné vazby a nastavením koeficientu tlumení na 0,006 získáme root locus graf zobrazený na obr. 10.2-2 vpravo. Z grafu je možné vidět, že došlo ke změně koeficientu tlumení u pólů s vyšší frekvencí. Následující rovnice odpovídá přenosové funkci tlumiče zapojeného ve zpětné vazbě:

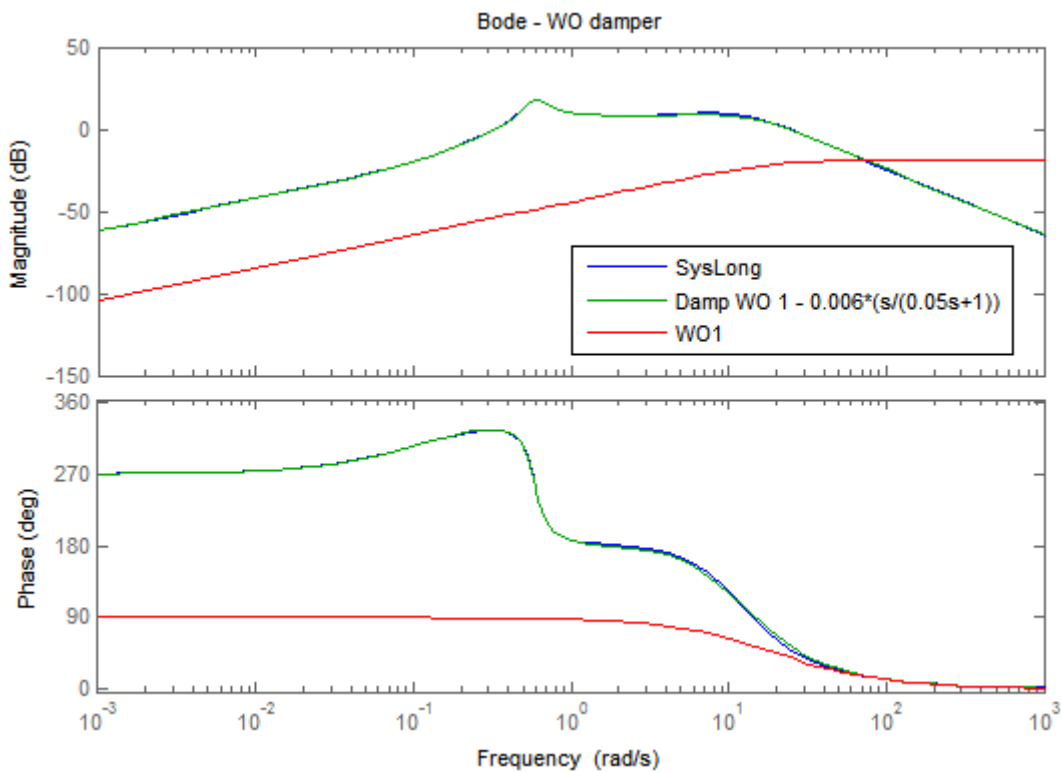
$$WO = 0,006 \cdot \frac{s}{0,05s + 1}$$

Amplitudová rezerva nové smyčky je $G_m = -7,97$ dB, fázová rezerva nové smyčky je $P_m = -123$ deg.

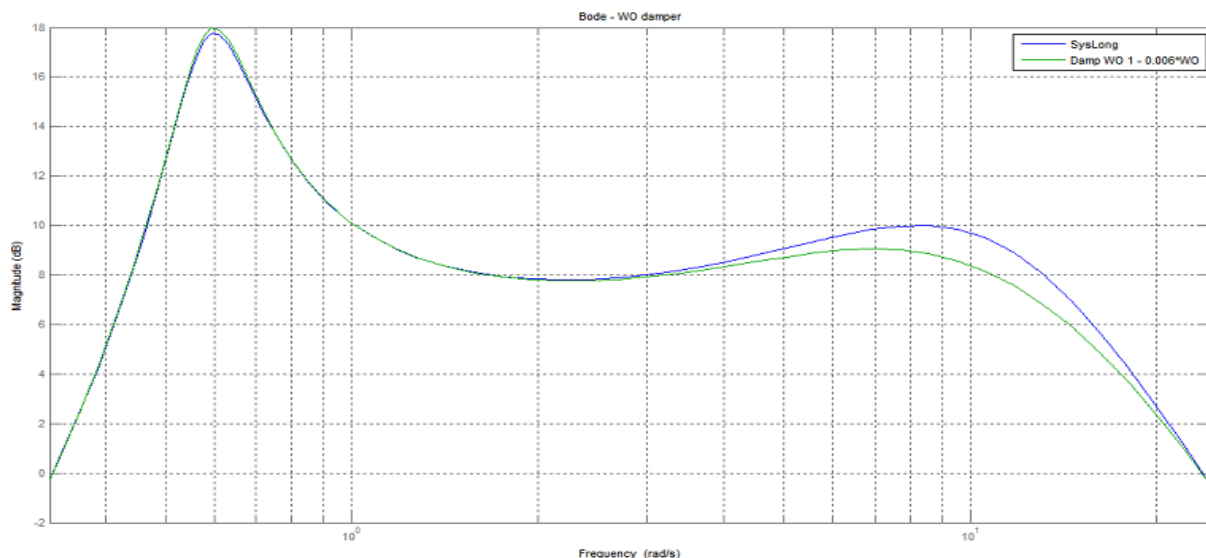
Vliv tlumiče rychlosti změny úhlu podélného sklonu na amplitudovou a fázovou frekvenční charakteristiku systému je možné vidět na obr. 10.2-3. Z charakteristik je možné si povšimnout, že systém má sám o sobě velmi dobře zatlumené vysoké frekvence a vliv tlumiče je minimální. Vliv na změnu amplitudy fugoidálních (pomalých) kmitů a vysokofrekvenčních kmitů je možné vidět na detailním zobrazení amplitudové charakteristiky (viz. obr. 10.2-4), ze kterého je patrné, že při zvyšování tlumení vysokých frekvencí dochází k nechtěnému zvyšování fugoidálních kmitů systému.



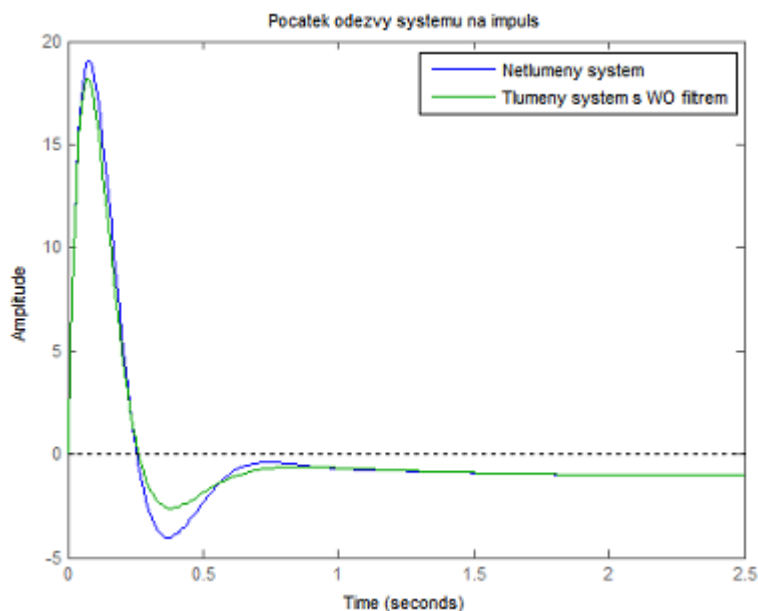
obr. 10.2-2: Vlevo Root Locus netlumeného systému;
Vpravo Root Locus systému s WO filtrem



obr. 10.2-3: Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika systému s tlumičem



obr. 10.2-4: Detail amplitudové části Bode diagramu systému s tlumičem



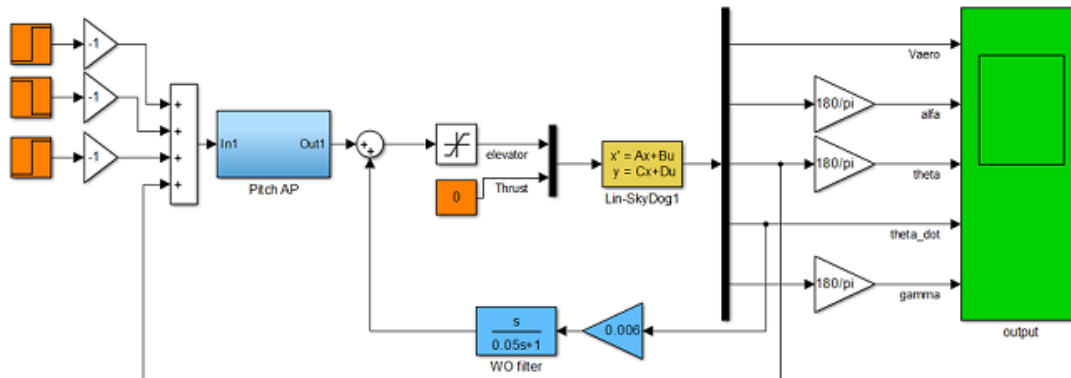
obr. 10.2-5: Detailní zobrazení impulsní charakteristiky průběhu rychlosti změny úhlu podélného sklonu

V kapitole 10.2.1 bylo rozebráno využití „tlumiče“ s *washout* filtrem pro tlumení rychlých kmitů systému. Z frekvenčních a fázových charakteristik systému jsme zjistili, že systém je sám o sobě dobře tlumený a tlumič tedy není nezbytně nutný (nicméně je do systému zařazen pro mírné „vyhlazení“ přechodových charakteristik systému). Z detailního zobrazení amplitudové části bode diagramu (obr. 10.2-4) je možné vidět, že zvyšováním tlumení sice snížíme zatlumení rychlých kmitů ovšem za cenu nárůstu amplitudy pomalých kmitů. Z toho důvodu byl tlumič navržen jako velmi jemný. Na obr. 10.2-5 je vyobrazen detail impulsní charakteristiky systému při odezvě na impuls, na kterém můžeme vidět zatlumení rychlých kmitů rychlosti změny úhlu podélného sklonu.

10.2.2 Regulátor úhlu podélného sklonu

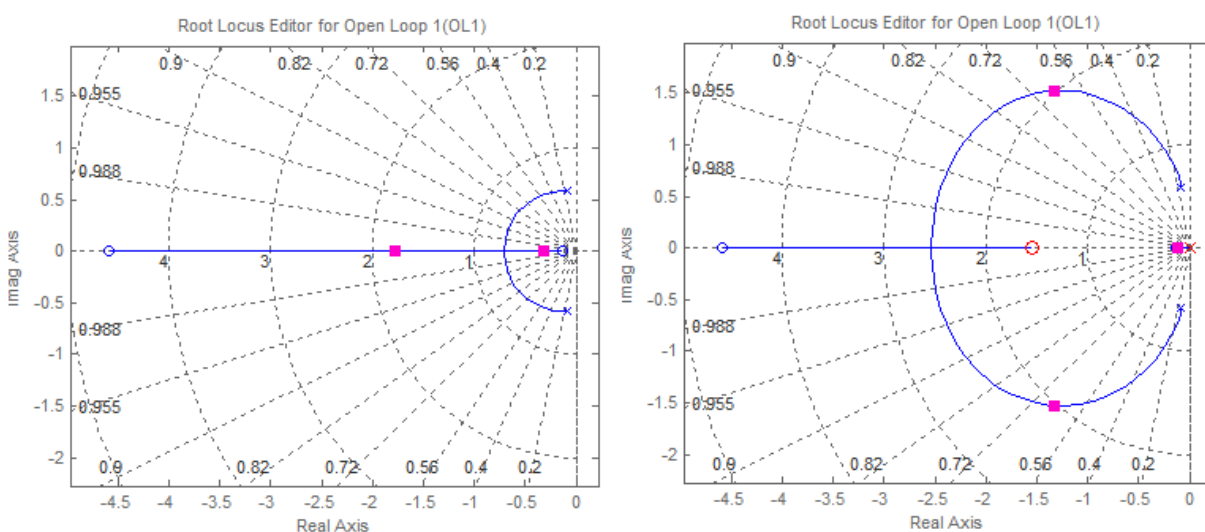
Druhým krokem při stabilizaci podélné dynamiky letadla je návrh regulátoru úhlu podélného sklonu. V této kapitole bude rozebrán návrh regulační smyčky, její zapojení do systému a ověření funkčnosti. Hlavními požadavky na regulátor jsou: rychlá odezva na změnu referenční hodnoty, nulová odchylka od referenční hodnoty v ustáleném stavu.

Na obr. 10.2-6 je uvedeno zařazení regulátoru podélného sklonu v systému. Na schématu je zobrazen „tlumič“ rychlých kmitů (viz. kapitola 10.2.1), blok *Pitch AP* obsahující autopilota zodpovědného za stabilizaci úhlu podélného sklonu, saturační blok jenž má na starost dodržení maximálních rozsahů vychýlení výškovky. Bloky *step* jsou v modelu pouze pro ověření funkčnosti navrženého řešení.



obr. 10.2-6: Regulační smyčka pro regulaci úhlu podélného sklonu

Při návrhu regulátoru vycházíme z linearizovaného modelu systému rozšířeného o „tlumič“ vytvořený v předcházející kapitole. Regulátor bude navrhován pro stabilizaci pomalých kmitů systému. Na obr. 10.2-7 vlevo je zobrazen detailní pohled na pomalé kmity systému zobrazené diagramem root locus. Jedná se o diagram přenosové funkce charakterizující poměr mezi úhlem podélného sklonu a vychýlkou výškovky. Na obr. 10.2-7 vpravo je zobrazen root locus diagram systému po rozšíření systému o regulátor úhlu podélného sklonu. Z grafu je možné vidět, že došlo k posunu pólů systému a nárůstu vlastní frekvence pomalých kmitů systému.



obr. 10.2-7 Vlevo Root Locus pomalých kmitů systému bez regulátoru;
Vpravo Root Locus pomalých kmitů s PI regulátorem

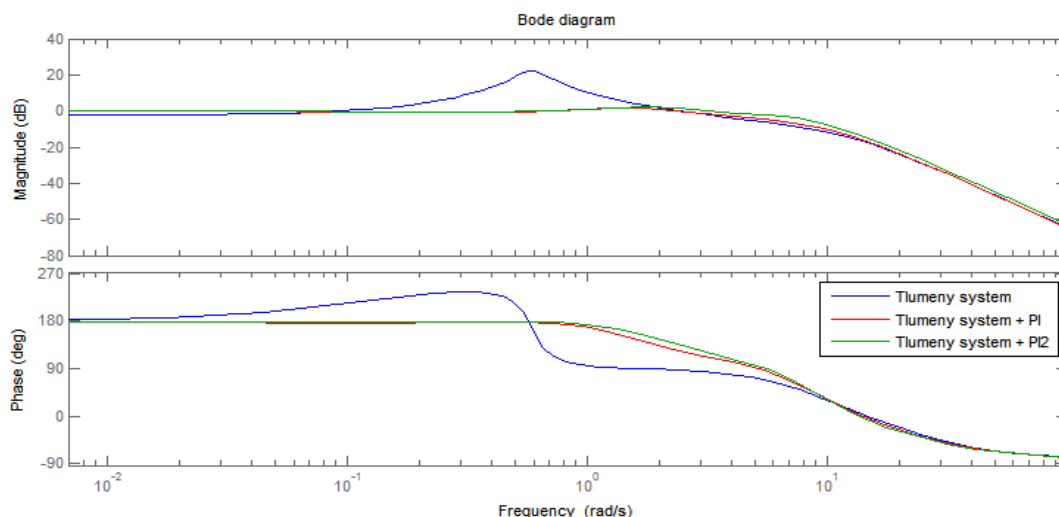
Navrženy byly dva PI regulátory s následujícími přenosovými funkcemi:

$$PI = \frac{1 + 0,95s}{s}$$

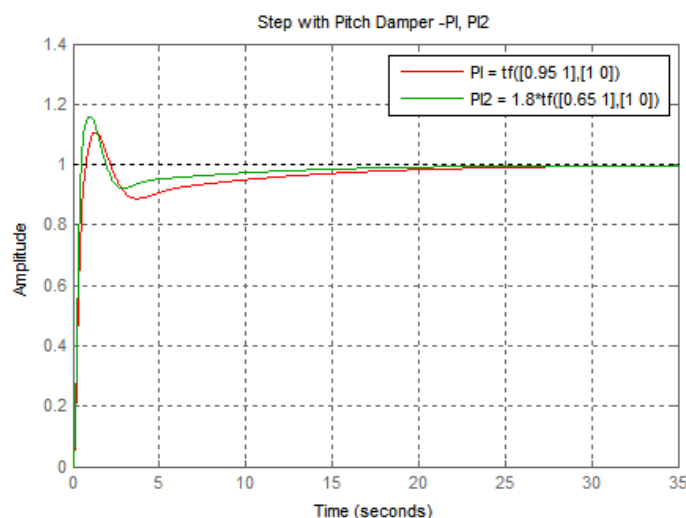
$$PI2 = 1,8 \cdot \frac{1 + 0,65s}{s}$$

Amplitudová rezerva otevřené smyčky nového systému je $G_m = 14,9$ dB, fázová rezerva otevřené smyčky nového systému je $P_m = 58$ deg.

Na obr. 10.2-8 jsou zobrazeny amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky přenosové funkce mezi úhlem podélného sklonu a výchylkou výškovky pro systém bez regulátoru úhlu podélného sklonu a systém s přidáním regulátoru úhlu podélného sklonu. Z charakteristik můžeme vidět, že PI regulátor výrazně zatlumí pomalé kmity systému. Bode diagram zobrazuje systém řízený dvěma PI regulátory. Při porovnání průběhů na obr. 10.2-8 a obr. 10.2-9 je možné si povšimnout, že u systému můžeme dosáhnout rychlejší odezvy, za cenu zvýšení amplitudy u vyšších frekvencí. Zvolen je proto pomalejší regulátor, který nebude zvyšovat vyšší frekvence systému.

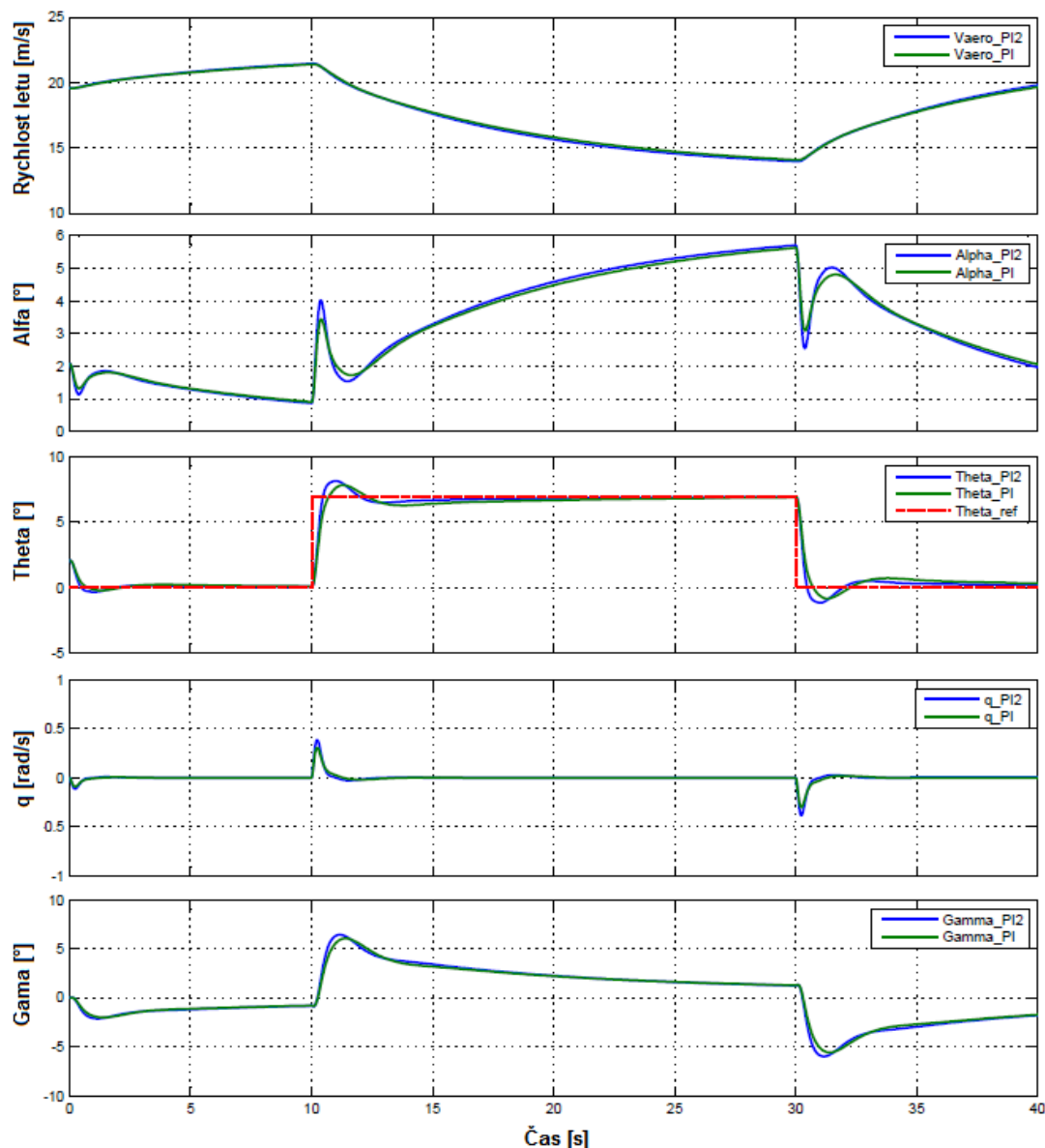


obr. 10.2-8: Amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky systému bez regulátoru a systému s PI regulátorem



obr. 10.2-9: Odezva regulovaného systému na jednotkový skok

Na obr. 10.2-9 jsou zobrazeny odezvy dvou regulátorů úhlu podélného sklonu pro jednotkový skok. Z průběhů je vidět nižší překmit, ale delší odezva u regulátoru PI.



obr. 10.2-10: Odezva systému na změnu referenční hodnoty regulátoru úhlu podélného sklonu

Na obr. 10.2-10 jsou zobrazeny průběhy výstupních hodnot podélné stability. Z průběhů je patrné, že odezva regulovaného úhlu podélného sklonu je velmi dobrá, přesto dochází k velkým výchylkám úhlu náběhu a rychlosti. Odchyly jsou zde způsobené absencí řídicí smyčky rychlosti letu, kterou se bude zabývat následující kapitola.

V kapitole 10.2.2 je uveden návrh regulační smyčky pro stabilizaci úhlu podélného sklonu. Regulátor byl navržen tak, aby poskytoval rychlou odezvu s minimálním překmitem a nezesiloval amplitudu rychlých kmitů. Z amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky je vidět, že navržený regulátor potlačil amplitudu pomalých kmitů systému. Rychlost odezvy a velikost překmitu systému je dána přechodovou charakteristikou (obr. 10.2-9). Na obr. 10.2-10 je pak možné vidět chování systému se stabilizací úhlu podélného sklonu při změně referenční hodnoty. Zvoleným regulátorem pro další postup je regulátor PI.

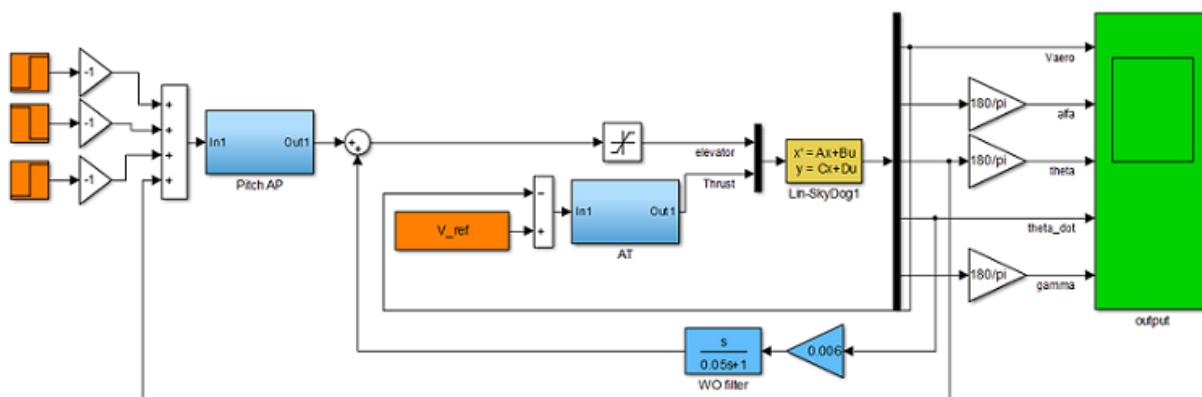
10.3 Vyšší řídicí smyčky

Zatímco stabilizační smyčky (tlumení rychlých kmitů a stabilizace pomalých kmitů) se zabývají stabilizací dynamiky podélného pohybu letadla, následující kapitoly jsou věnovány návrhu řídicích smyček pro řízení úhlu letu (úhel gama), rychlosti letu a změny letové hladiny. Vyšší řídicí smyčky jsou nadřizeny smyčkám stabilizačním, z toho důvodu spoléhají na správnost návrhu stabilizačních smyček.

10.3.1 Řízení rychlosti letu regulací tahu

První řídicí smyčkou, které se zde budu věnovat je návrh řízení rychlosti letu pomocí tahu motoru. Stabilizace pomocí změny tahu motoru se využívá v průběhu celého letu, nejvíce pak při změně letové hladiny. Nevýhodou této metody jsou časové konstanty motoru, které zpožďují náběh rychlosti na požadovanou hodnotu.

Na regulátor tahu je kladen požadavek rychlého a hladkého náběhu na referenční hodnotu rychlosti. Od regulátoru tahu jsou požadovány minimální, nejlépe nulové oscilace při náběhu na referenční hodnotu. Požadavek je zde proto, aby při změně tahu nedocházelo k buzení nechtěných oscilací.



obr. 10.3-1: Regulační smyčka pro stabilizaci rychlosti

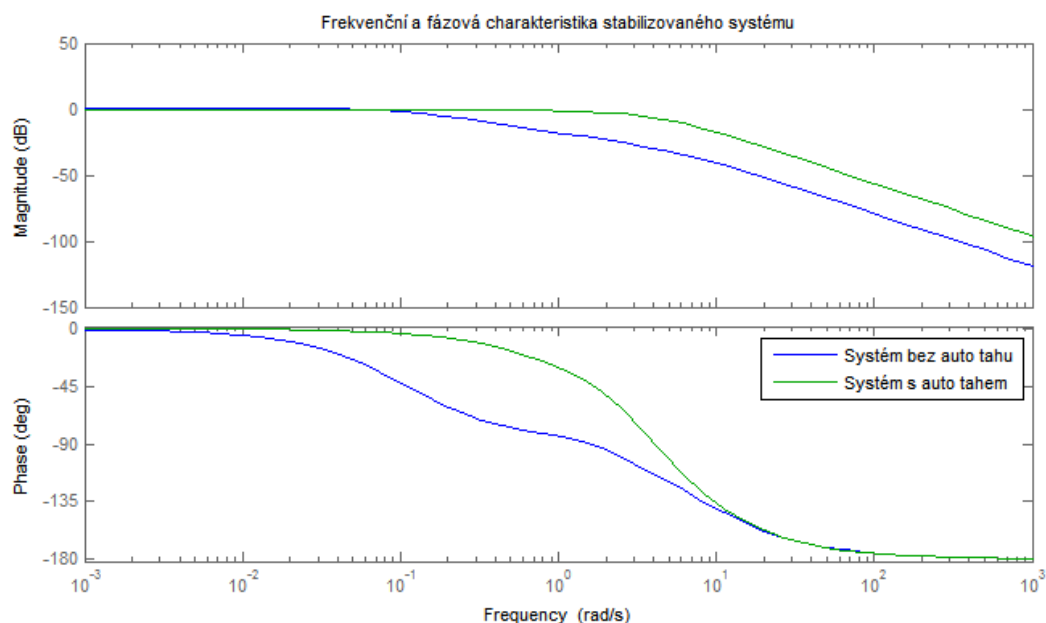
Na obr. 10.3-1 je zobrazen linearizovaný model se stabilizačními smyčkami, který je dále rozšířen o blok regulátoru automatického tahu. Součástí regulátoru tahu je saturační blok reprezentující maximální a minimální hodnoty tahu motoru.

Přenosová funkce navrhnutého regulátoru auto tahu je následující:

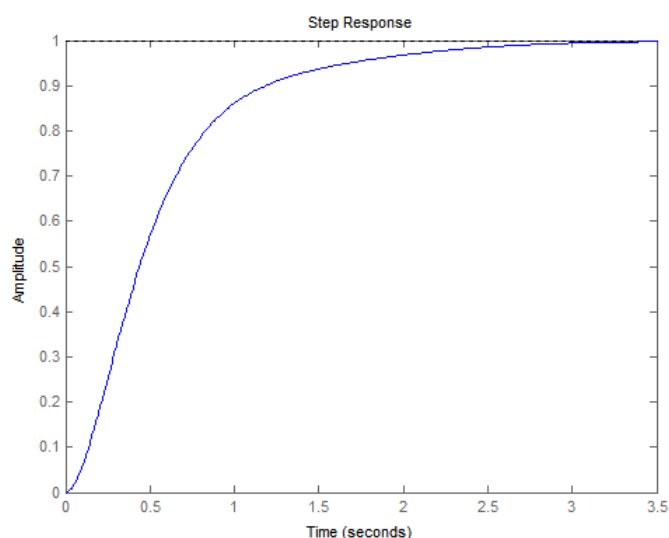
$$PI = 1,5 \cdot \frac{9,1s + 1}{s}$$

Systém s takto navrženým regulátorem má nekonečně velkou amplitudovou rezervu a fázovou rezervu na hodnotě -180° .

Na obr. 10.3-2 jsou zobrazeny amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky přenosových funkcí mezi rychlosti letu a tahem motoru systému s řízením rychlosti tahem motoru a bez řízení rychlosti tahem motoru. Z grafu je možné vidět, že přidání řízení rozšiřuje frekvenční pásmo systému. Odezva rychlosti při změně referenční hodnoty je zobrazena na obr. 10.3-3. Z grafu můžeme vidět, že je splněn požadavek plynulosti přechodu při změně referenční hodnoty.

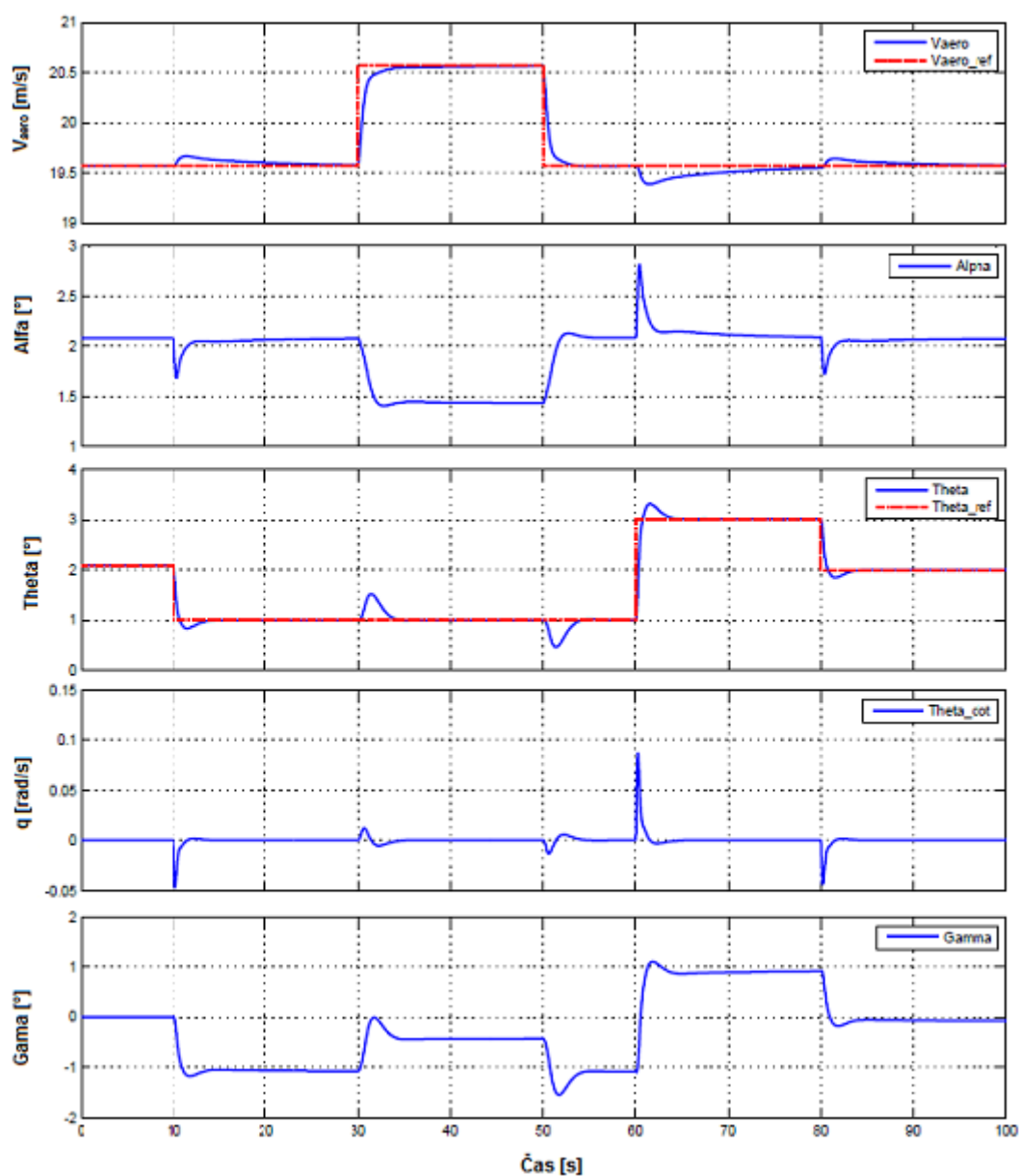


obr. 10.3-2: Vliv řízení na frekvenční a fázovou charakteristiku



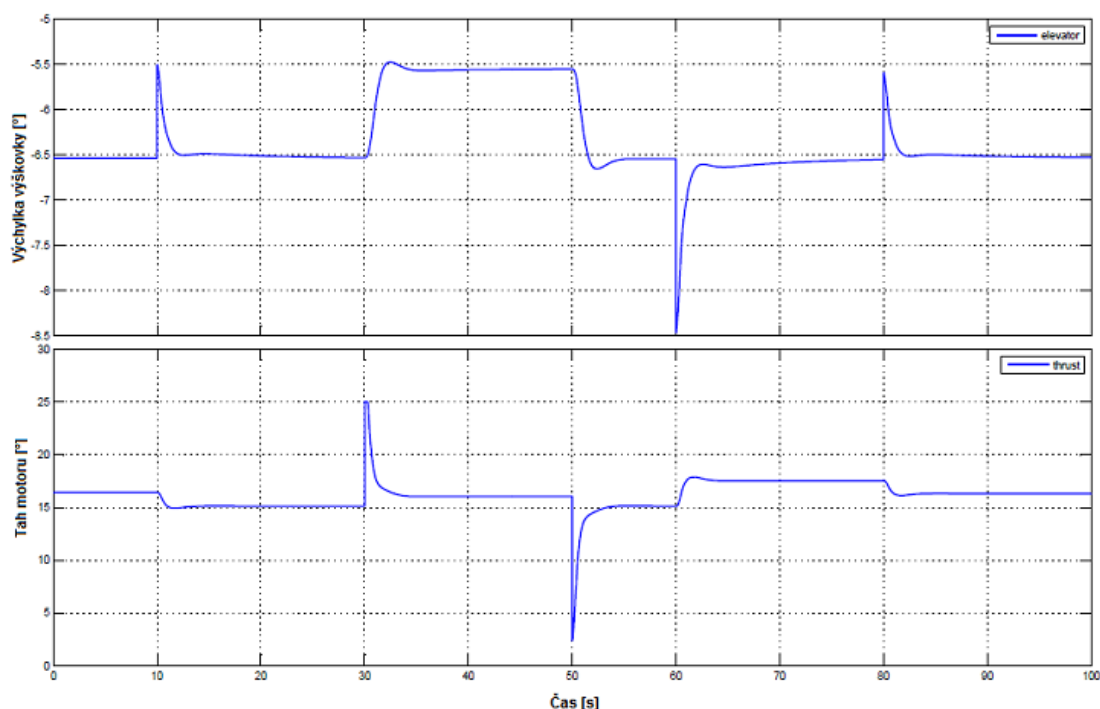
obr. 10.3-3: Odezva regulační smyčky rychlosti na jednotkový skok

Na obr. 10.3-4 jsou zobrazeny průběhy systému s regulací úhlu podélného sklonu a rychlosti. V čase 10 s dojde ke změně referenční hodnoty úhlu podélného sklonu, jako první zareaguje stabilizátor úhlu podélného sklonu snížením výchylky výškovky. Tato změna vyvolá pokles úhlu náběhu, který vede k nárůstu rychlosti. Změna rychlosti je kompenzována snížením tahu motoru. Ve 30 s přichází příkaz na zvýšení referenční hodnoty rychlosti letu o 1m/s. První reaguje regulátor motoru, který zvýší tah. Změna tahu motoru vyvolá nárůst rychlosti, pokles úhlu náběhu a nárůstu úhlu podélného sklonu. Změna úhlu podélného sklonu je kompenzována vychýlením výškovky a snížením tahu motoru. V 50 s dochází k navrácení rychlosti na původní hodnotu. V 60 s dochází k navýšení úhlu podélného sklonu vyvolávající opačnou reakci popsanou při první změně referenční hodnoty. V 80 s dochází k zarovnání úhlu podélného sklonu na 2° .



obr. 10.3-4: Průběhy výstupních parametrů při změně úhlu podélného sklonu a rychlosti letu

V kapitole 10.3.1 byl proveden rozbor návrhu regulační smyčky pro řízení rychlosti letu. Základními požadavky byla rychlá odezva bez překmitů nebo oscilací při odezvě na změnu referenční hodnoty. Při návrhu regulátoru byla dána přednost požadavku na plynulost přechodu při změně referenční hodnoty před rychlostí odezvy. Z průběhů na obr. 10.3-4 je možné vidět, že řízení rychlosti pomocí regulace tahu motoru dává rychlou odezvu při změně rychlosti letu. Odezva rychlosti letu na vychýlení výškovky je velmi zpomalena, což je dáno dynamikou systému a návrhem stabilizátoru úhlu podélného sklonu.



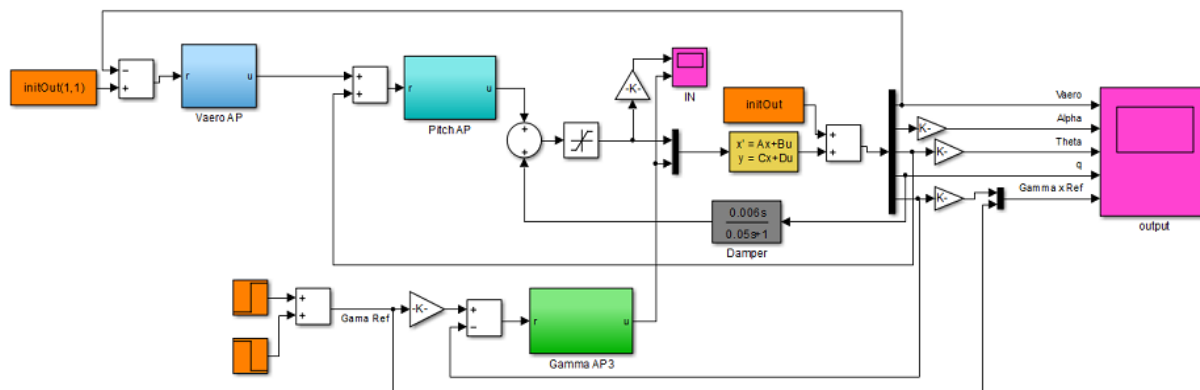
obr. 10.3-5: Průběhy vstupních parametrů systému s regulací rychlosti

10.3.2 Řízení rychlosti letu výchylkou výškovky

Alternativním přístupem řízení rychlosti letu je regulace výchylky výškovky. Vychýlením výškovky dochází k porušení momentové rovnováhy vedoucí ke změně úhlu náběhu. Změna úhlu náběhu následně ovlivňuje velikost odporové aerodynamické síly vedoucí ke změně rychlosti letu.

Na obr. 10.3-6 je zobrazeno zapojení regulátoru rychlosti (modrý blok) na vstup odpovídající výchylce výškovky. Zelený blok reprezentuje jednu z variant řízení úhlu gama, které se věnuje kapitola 10.3.3.

Na obr. 10.2-7 je zobrazen detailní pohled na root locus diagramy přenosové funkce charakterizující vztah mezi rychlostí letu a výchylkou výškovky. Vlevo je zobrazen root locus přenosové funkce bez přidaného regulátoru rychlosti, vpravo pak můžeme vidět změnu pólů systému s přidaným PID regulátorem.



obr. 10.3-6: Zapojení smyčky řízení rychlosti pomocí výchylky výškovky

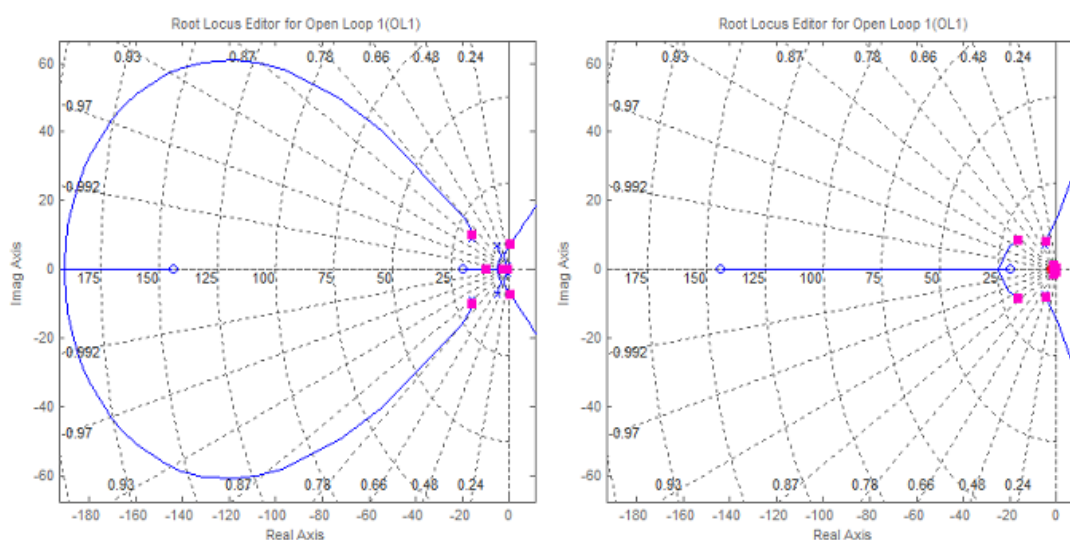
Navrženy byly následující dva regulátory s přenosovými funkcemi:

$$PI = 0,0563 \cdot \frac{1,5s + 1}{s}$$

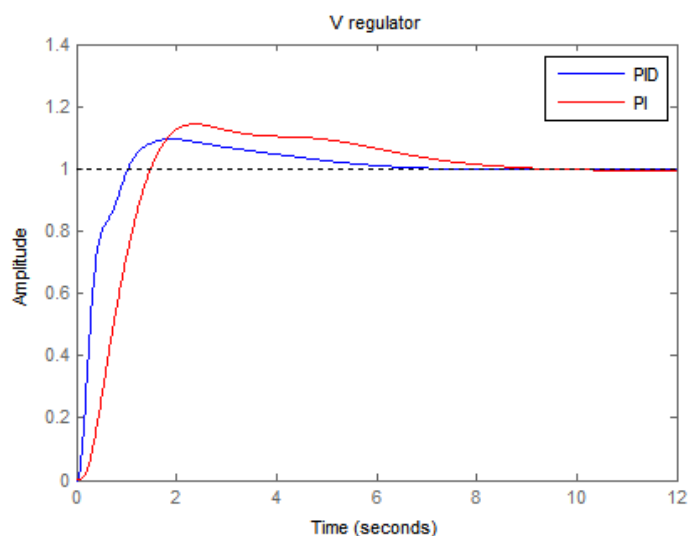
$$PID = 0,15 \frac{0,3717s^2 + 1,22s + 1}{1e^{-4}s^2 + s}$$

Přenosové funkce charakterizující vztah mezi rychlostí letu a výchylkou výškovky s připojeným PI regulátorem má amplitudovou rezervu $G_m = 17,7$ dB a fázovou rezervu $P_m = 126$ deg. S připojeným PID regulátorem má amplitudovou rezervu $G_m = 16,4$ dB a fázovou rezervu $P_m = 148$ deg.

Na obr. 10.3-8 jsou zobrazeny přechodové charakteristiky systému s navrženým PI a PID regulátorem. Z přechodových charakteristik je možné vidět, že PI regulátor zaručí plynulejší náběh na žádanou hodnotu, ovšem se značnými oscilacemi při překmitu žádané hodnoty. U průběhu PID regulátoru můžeme vidět rychlejší náběh na referenční hodnotu s mírným zakmitnutím způsobeným vyššími frekvencemi. Dále si můžeme povšimnout nižšího překmitu, hladšího průběhu a rychlejšího ustálení PID regulátoru.

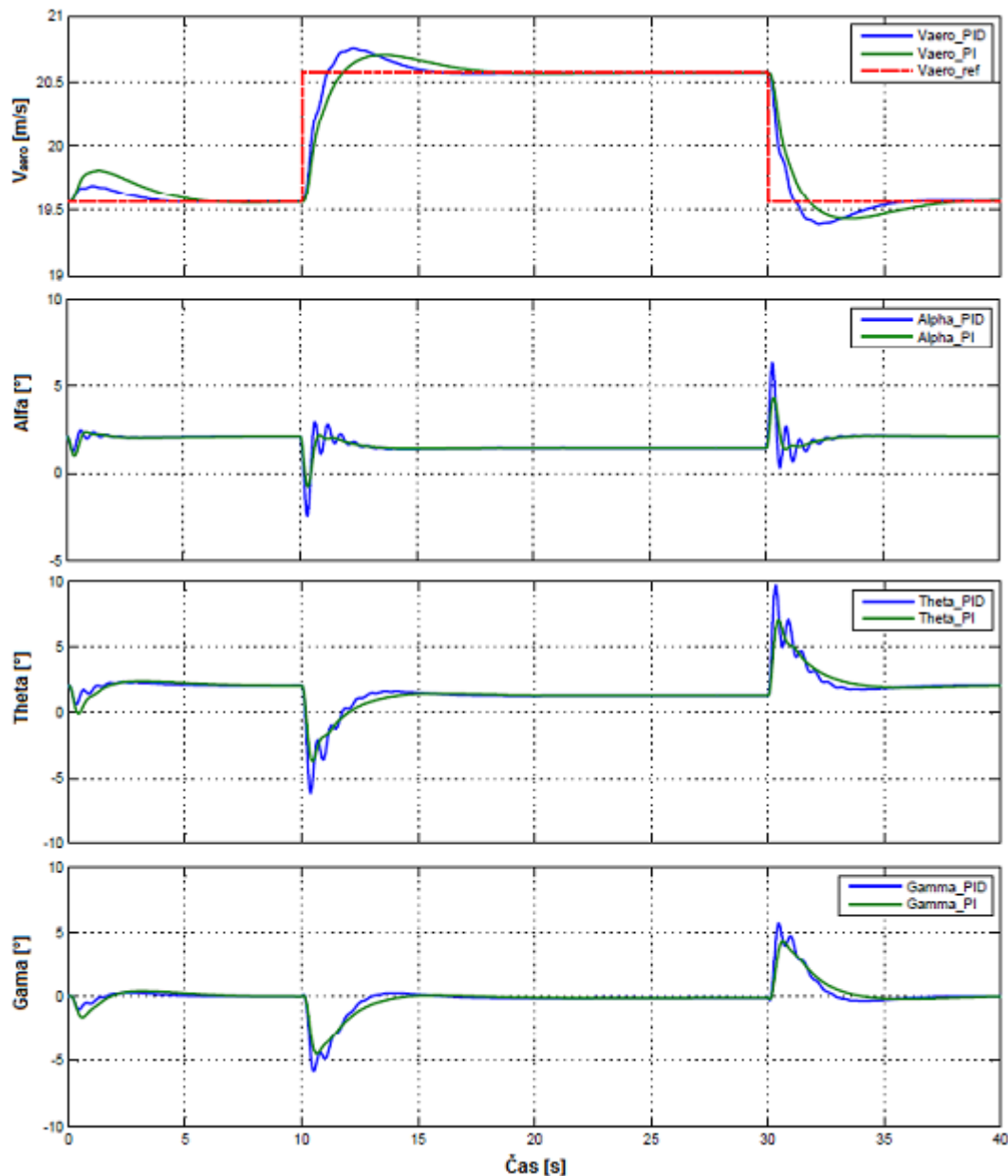


obr. 10.3-7: Vlevo Root Locus systému bez regulátoru; Vpravo Root Locus s PID regulátorem



obr. 10.3-8: Odezva regulované rychlosti na jednotkový skok

Na obr. 10.3-9 jsou zobrazeny průběhy výstupních veličin systému při změně rychlosti letu. Z průběhů je možné si povšimnout, že řízení pomocí PID splňuje požadavky, ovšem za cenu oscilací úhlu náběhu a úhlu podélného sklonu (úhlová rychlost q zde není zobrazena).



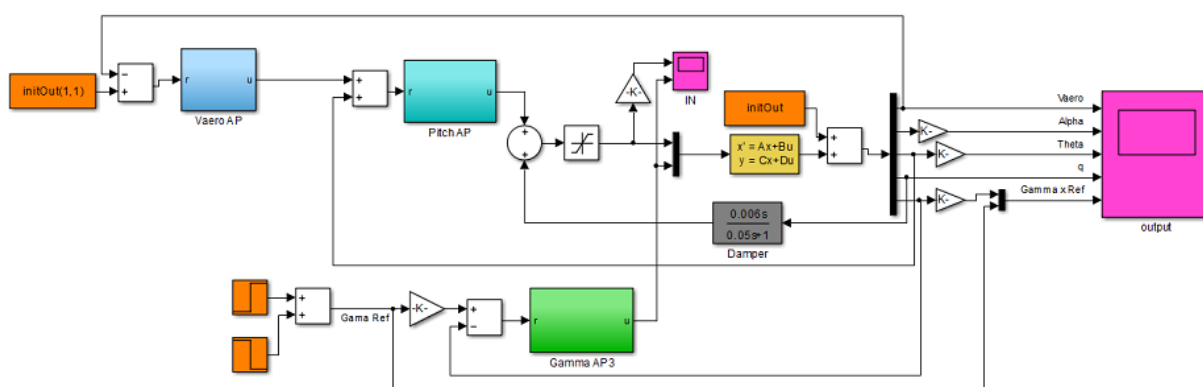
obr. 10.3-9: Průběhy výstupních parametrů při změně rychlosti letu změnou výchylky výškovky

V kapitole 10.3.2 byl rozebrán návrh řízení rychlosti letu pomocí výškovky letadla. Navržené regulátory PI a PID byly testovány na linearizovaném modelu (v programu Simulink) na odezvu systému při změně rychlosti letu. Výsledné průběhy zobrazené na obr. 10.3-9 ukazují, že PID regulátor má lepší výsledky při odezvě rychlosti letu, na kterou byl konstruován, ovšem výrazně zhorší průběh úhlu podélného sklonu, úhlu náběhu i úhlové rychlosti q (není zde zobrazena z důvodu přehlednosti). Pro následující postup je zvolen PI regulátor z důvodu nižších nežádoucích vlivů na zbylé parametry systému.

10.3.3 Řízení úhlu Gama tahem motoru

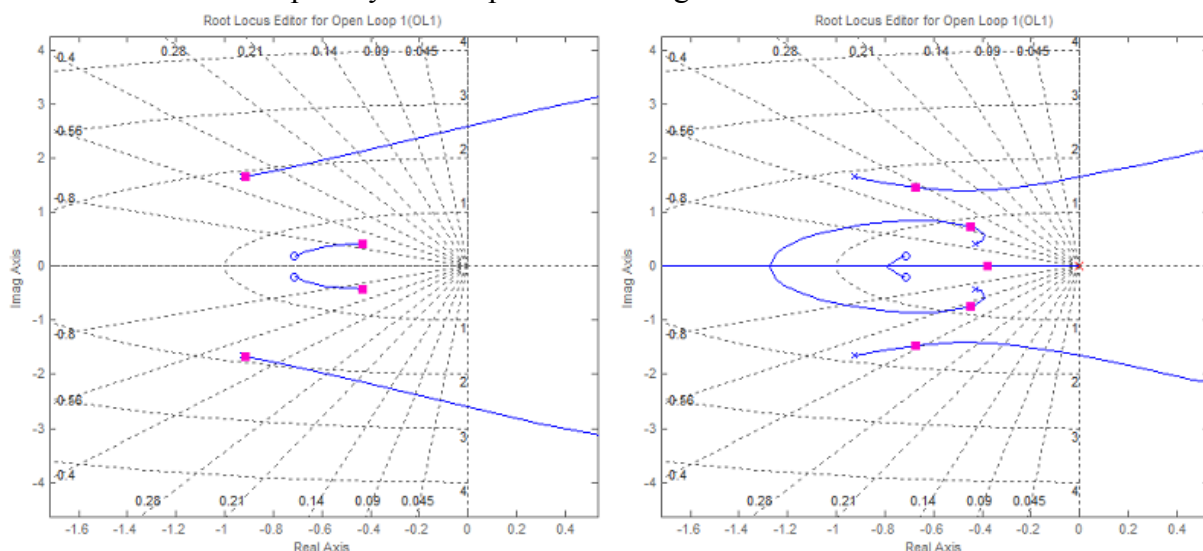
Druhou řídicí smyčkou vyšší úrovně je řízení úhlu gama (*flight path angle*) pomocí tahu motoru. Při návrhu této regulační smyčky, vycházíme z linearizovaného systému rozšířeného o stabilizační smyčky a řízení rychlosti pomocí výchylky výškovky. Cílem této kapitoly bude navrhnout regulátor, který dosáhne referenčního úhlu stoupání nebo klesání během 10 s.

Myšlenka návrhu vychází z rozboru grafu na obr. 10.3-4, ze kterého vyplývá, že rychlost je primárně řízena změnou výchylky výškovky, kdežto tah motoru řídí úhel podélného sklonu. Z rovnice (15) vyplývá, že úhel náběhu závisí na rychlosti letu. Řízením rychlosti letu dosáhneme konstantního úhlu náběhu, poté změnou úhlu podélného sklonu řídíme úhel stoupání/klesání jak je uvedeno v rovnici (16).



obr. 10.3-10: Zapojení řídicí smyčky úhlu gama (zelený blok)

Na obr. 10.3-11 zobrazen detailní pohled (zobrazeny jsou pomalé kmity) na root locus diagramy přenosové funkce charakterizující vztah mezi úhlem gama a tahem motoru. Vlevo je zobrazen root locus přenosové funkce bez přidaného regulátoru úhlu gama, vpravo pak můžeme vidět změnu pólů systému s přidáním PI regulátoru.



obr. 10.3-11: Vlevo Root Locus pomalých kmitů systému bez regulátoru;
Vpravo Root Locus pomalých kmitů s PI regulátorem

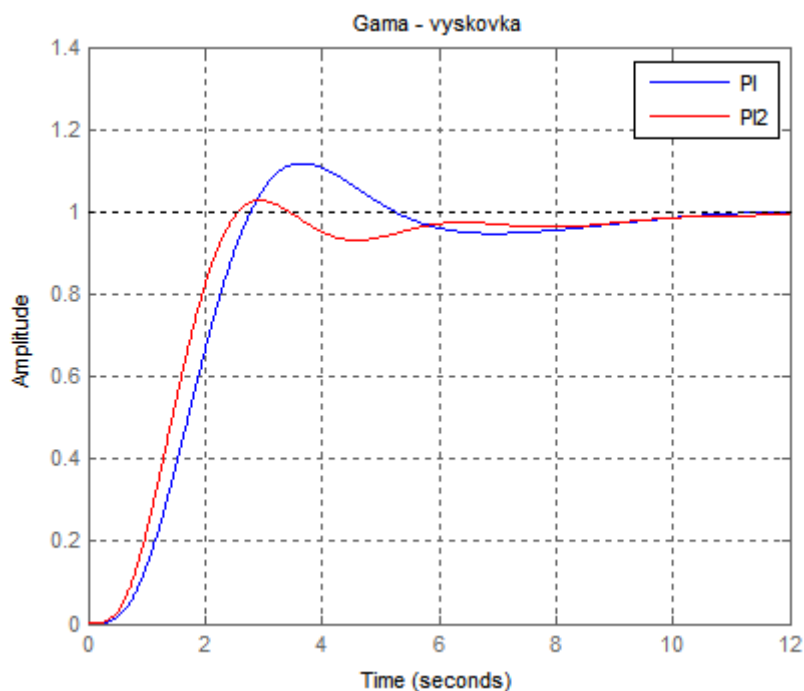
Při návrhu řízení úhlu gama byly vybrány dva PI regulátory s následujícími přenosovými funkcemi:

$$PI = 40 \cdot \frac{0,33s + 1}{s}$$

$$PI2 = 40 \cdot \frac{0,71s + 1}{s}$$

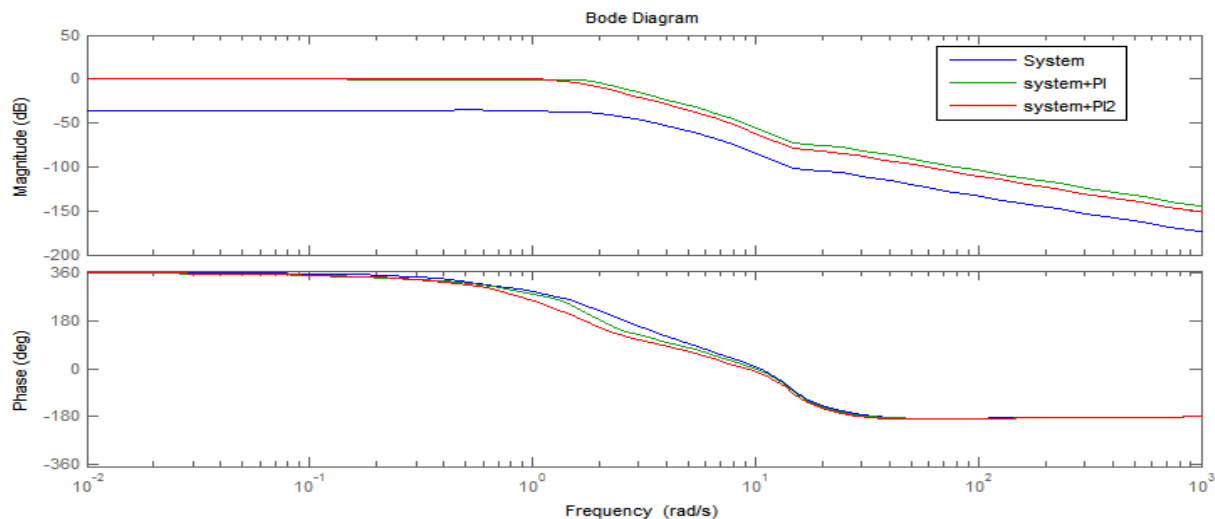
Přenosové funkce charakterizující vztah mezi úhlem gama a tahem motoru s připojeným PI regulátorem má amplitudovou rezervu $G_m = 4,75$ dB a fázovou rezervu $P_m = -180^\circ$. S připojeným PI2 regulátorem má amplitudovou rezervu $G_m = 5,55$ dB a fázovou rezervu $P_m = 73,7^\circ$.

Na obr. 10.3-12 jsou zobrazeny přechodové funkce regulovaného úhlu gama pro navržené regulátory. Z průběhů je možné vidět, že regulátor PI2 má rychlejší náběh na referenční hodnotu s ustálením do 10 s (ustálením je zde myšleno dosažení referenční hodnoty $\pm 5\%$) s velmi nízkým překmitem. Nevýhodou regulátoru PI2 jsou značné oscilace po prvním překmitu referenční hodnoty. Regulátor PI má pomalejší náběh na referenční hodnotu s ustálením do 10 s. Z průběhu je dále možné vidět, že regulátor PI má plynulý hladký průběh naznačující nižší zátěž na motor letadla



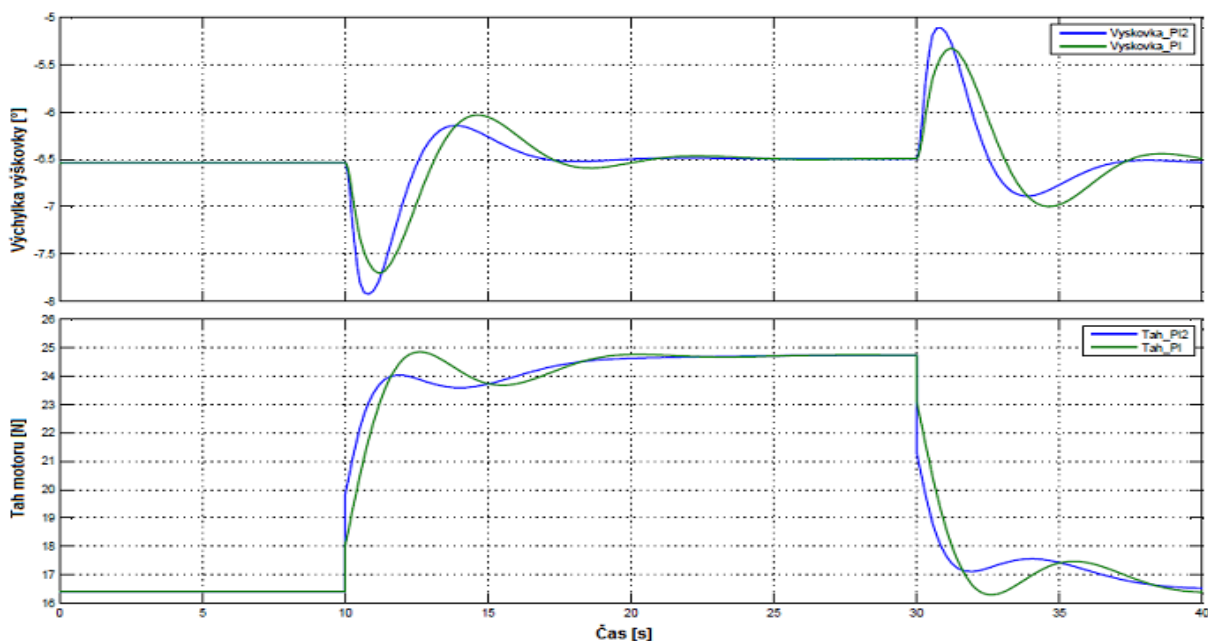
obr. 10.3-12: Odezva regulovaného úhlu gama na jednotkový skok

Na obr. 10.3-13 je zobrazena amplitudová a fázová charakteristika přenosové funkce reprezentující vztah mezi úhlem γ a tahem motoru. Z charakteristiky je možné vidět, že nízké frekvence byly zatlumeny a frekvenční pásmo bylo rozšířeno.

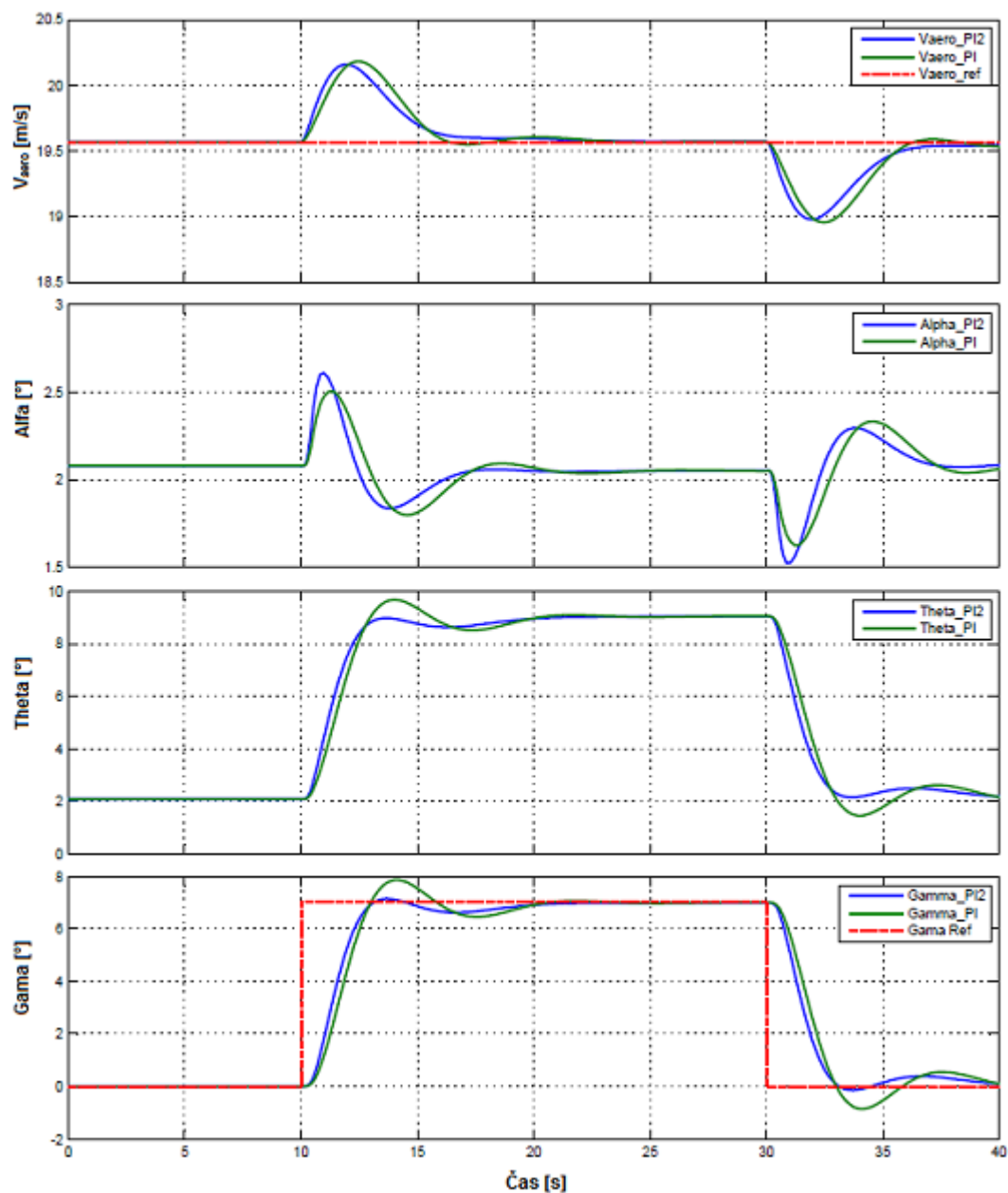


obr. 10.3-13: Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika

Na obr. 10.3-15 a obr. 10.3-14 jsou zobrazeny výstupní a vstupní průběhy linearizovaného modelu při odezvě na změnu úhlu γ . V 10 s řídicí smyčka úhlu γ dostane povel změny referenční hodnoty úhlu γ na 7° . První reakcí je zvýšení tahu motoru, které vede ke zvýšení rychlosti letu. Na rozdíl od předchozích i následujících případů zde dochází ke zvýšení úhlu náběhu při současném zvýšení rychlosti letu (viz. rovnice (15)). Zvýšení rychlosti je kompenzováno nárůstem záporné výchylky výškovky vedoucí ke zvýšení odporové aerodynamické síly. V čase 60 s dochází ke změně referenční hodnoty úhlu γ na hodnotu 0° (vodorovný ustálený let). Tah motoru je prudce snížen, důsledkem čehož je ztráta rychlosti, která je následně kompenzována snížením vychýlení výškovky. Z průběhu tahu motoru vidíme, že při stoupání 7° , je tah motoru téměř v saturaci z čehož je možné usoudit, že letadlo má limit stoupání cca 7° .



obr. 10.3-14: Průběhy vstupních parametrů při řízení úhlu γ



obr. 10.3-15: Průběhy výstupních parametrů při řízení úhlu gama tahem motoru

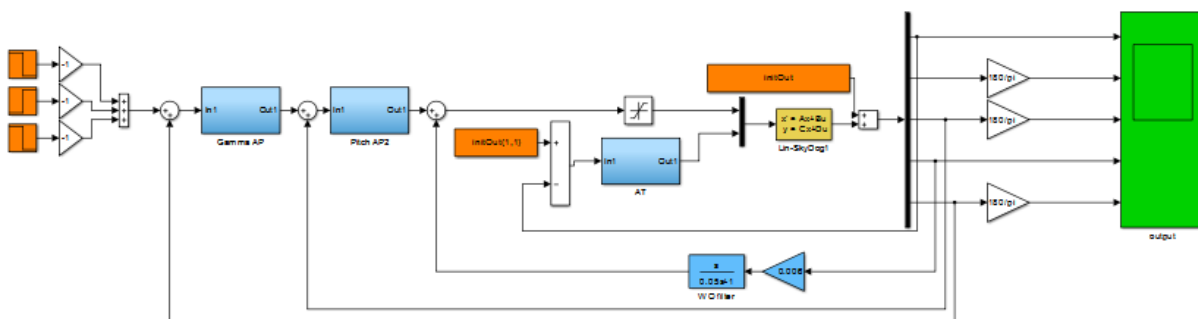
V kapitole 10.3.3 je popsán postup návrhu, řídicí smyčky pro řízení úhlu gama (*flight path angle*) regulací tahu motoru. Navrženy byly dva PI regulátory odpovídajícím požadavku ustálení hodnoty na referenční do 10 s. Při testování navržených regulátorů na linearizovaném modelu rozšířeném o stabilizační smyčky a řízení rychlosti letu jsme zjistili, že regulátor s označením PI2 vykazuje lepší výsledky. Z průběhů na obr. 10.3-15 a obr. 10.3-14 je možné vidět limitaci stoupání z důvodu přiblížení limitům motoru, resp. maximálnímu tahu, který je pohonná jednotka schopná dodat (jelikož je tah motoru funkcí rychlosti a otáček motoru, bude se maximální hodnota tahu měnit).

10.3.4 Řízení úhlu Gama vychýlením výškovky

Obsahem této kapitoly je alternativní návrh řízení úhlu gama regulací výškovky letadla. Návrh vychází z linearizovaného modelu rozšířeného o stabilizační smyčky a řízení rychlosti letu tahem motoru (*Auto Thrust*). Požadavek na regulátor úhlu gama je dosažení úhlu stoupání do 10 s od zadání nové referenční hodnoty.

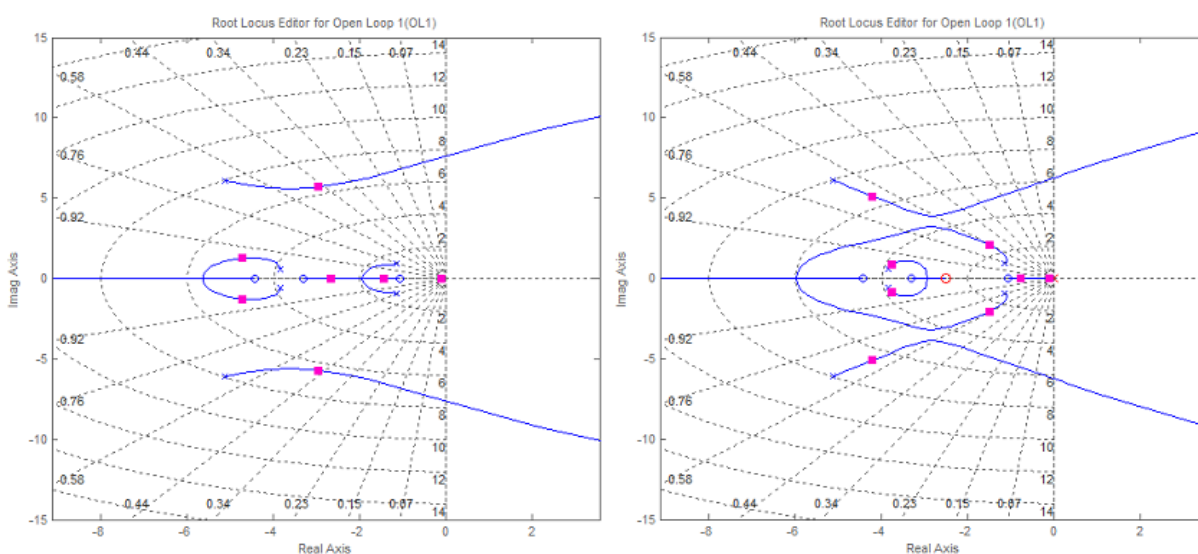
Návrh vychází z využití vytvořené řídicí smyčky rychlosti letu (viz. kapitola 10.3.1) a z přístupu stabilizace úhlu podélného sklonu, regulující výškovku letadla. Vycházíme zde z rovnic (15) a (16) a předpokládáme, že rychlost je stabilizována (řízena) a úhel náběhu zůstává konstantní (kromě přechodových stavů). Poté změna úhlu podélného sklonu vyvolá změnu úhlu gama.

Na obr. 10.3-16 je zobrazeno zapojení regulační smyčky pro řízení úhlu gama, které vychází z nižších stabilizačních smyček. Schéma dále zobrazuje zapojení řídicí smyčky rychlosti letu využívající tah motoru.



obr. 10.3-16: Zapojení řízení úhlu gama a rychlosti letu

Na obr. 10.3-17 je zobrazen detailní pohled (zobrazeny jsou pomalé kmity) na root locus diagramy přenosové funkce charakterizující poměr mezi úhlem gama a výchylkou výškovky. Vlevo je zobrazen root locus přenosové funkce bez přidaného regulátoru úhlu gama, vpravo pak můžeme vidět změnu pólů systému s přidáním PI regulátoru.



obr. 10.3-17: Vlevo Root Locus pomalých kmitů systému bez regulátoru;
Vpravo Root Locus pomalých kmitů s PI regulátorem

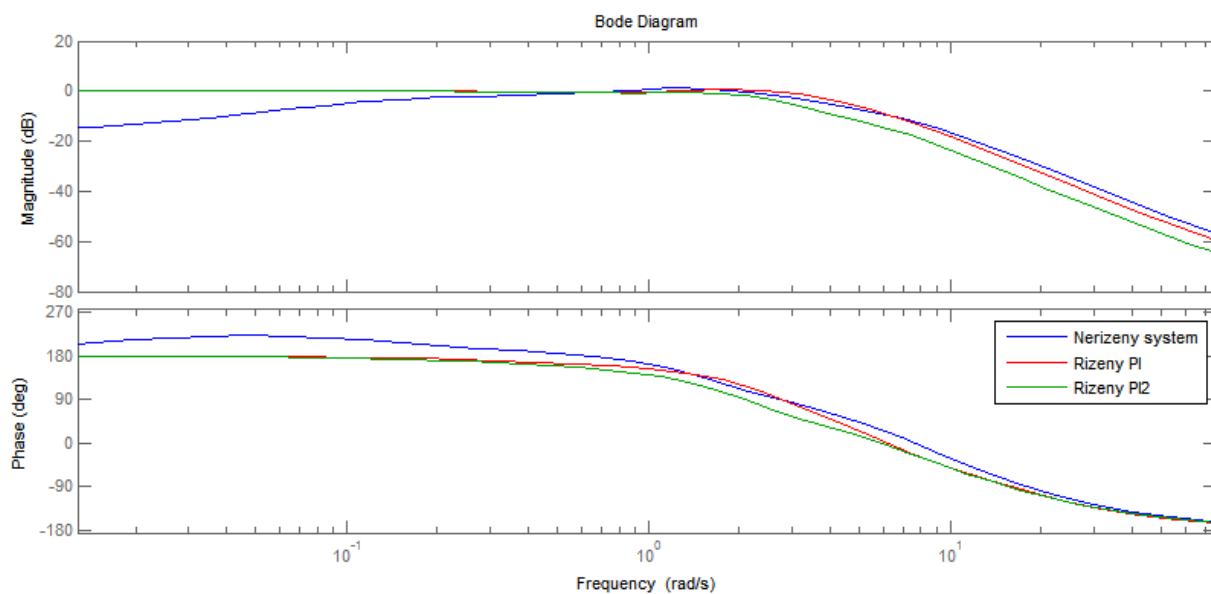
Při návrhu řízení úhlu gama byly vybrány dva PI regulátory s následujícími přenosovými funkcemi:

$$PI = 1,8 \cdot \frac{0,4s + 1}{s}$$

$$PI2 = 1,22 \cdot \frac{0,33s + 1}{s}$$

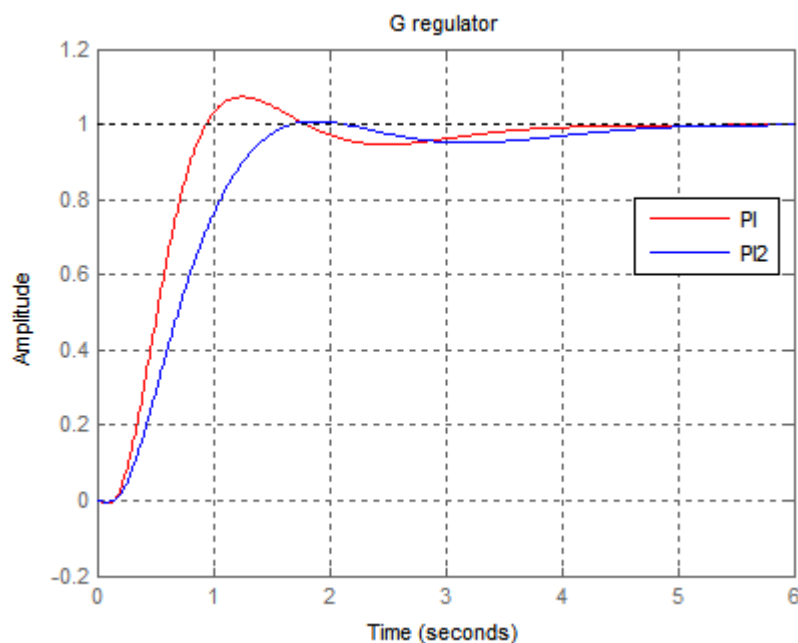
Amplitudová rezerva otevřené smyčky je $G_m = 9,11$ dB, fázová rezerva otevřené smyčky nového systému je $P_m = 92,6$ deg pro regulátor PI. Regulátor PI2 má následující amplitudovou a fázovou rezervu: $G_m = 14,4$ dB, $P_m = -180$ deg

Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika je zobrazena na obr. 10.3-18 v podobě bode diagramu. Z charakteristik je možné vidět, že oba navržené regulátory zatlumí nízkofrekvenční kmity s mírným zúžením frekvenčního pásma.



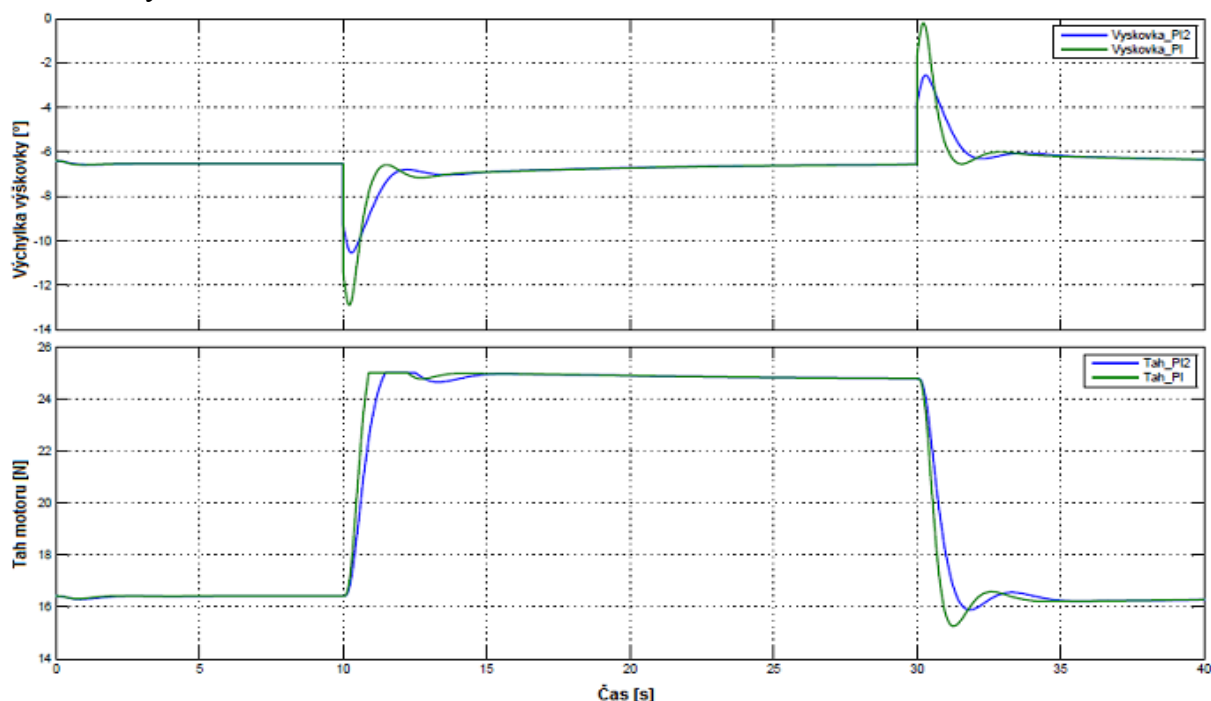
obr. 10.3-18: Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika řídicí smyčky úhlu gama výhybkou výškovky

Na obr. 10.3-19 jsou zobrazeny odezvy regulovaných úhlů gama na jednotkový skok. Z průběhů je možné vidět, že regulátor PI má rychlejší náběh na referenční hodnotu oproti regulátoru PI2. O regulátoru PI2 můžeme říci, že je pomalejší s nižším prvotním překmitem na rozdíl od regulátoru PI, jehož prvotní překmit je vyšší. Nicméně můžeme říci, že regulátor PI se dle přechodové funkce zdá být vhodnějším řešením, nežli PI2 z důvodů rychlejšího ustálení.



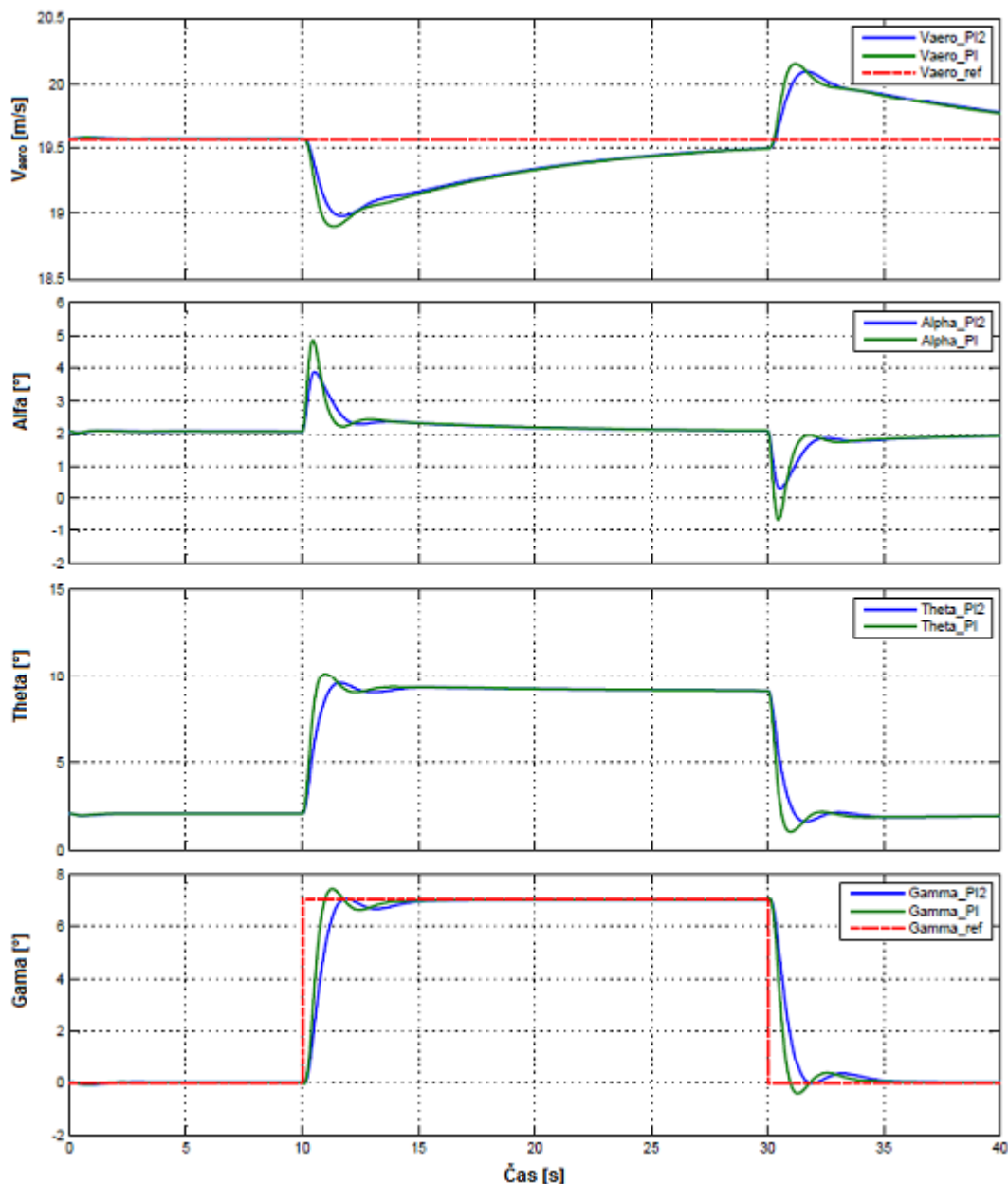
obr. 10.3-19: Odezva úhlu gama na jednotkový skok

Na obr. 10.3-20 a obr. 10.3-21 jsou zobrazeny vstupní a výstupní průběhy systému při řízení úhlu gama a stabilizaci rychlosti letu. Z grafu průběhu výchylky výškovky vidíme, že při změně referenční hodnoty úhlu gama dojde ke změně výchylky výškovky, jejímž následkem vzroste úhel náběhu a poklesne rychlost. Změna rychlosti je kompenzována zvýšením tahu motoru a postupným snižováním výchylky výškovky. Z průběhu rychlosti je možné vidět, že k navýšení rychlosti dochází velmi pozvolna snižováním výchylky výškovky, jelikož tah motoru je v saturaci. Z průběhů dále vyplývá, že změna úhlu gama má značný vliv na změnu rychlosti letu.



obr. 10.3-20: Vstupní průběhy při řízení úhlu gama výchylkou výškovky

Porovnáním průběhů regulátorů PI a PI2 můžeme vidět, že rychlost náběhu řízeného úhlu gama na referenční hodnotu má za následek značné zvýšení překmitu úhlu náběhu při užití regulátoru PI. Právě z důvodu překmitu úhlu náběhu při změně úhlu stoupání/klesání je výsledným regulátorem PI2 i za cenu pomalejší odezvy.



obr. 10.3-21: Průběhy výstupních parametrů při řízení úhlu gama výchylkou výškovky

V kapitole 10.3.4 byl popsán návrh řídicí smyčky pro řízení úhlu gama výchylkou výškovky. Navrženy byly dva regulátory s ohledem na rychlost a prvotní překmit odezvy řízeného úhlu. Porovnáním frekvenčních charakteristik a přechodových funkcí bylo dospěno k názoru, že nejvhodnějším regulátorem je PI. Následným porovnáním na linearizovaném modelu (v programu simulink) byly zjištěny značné překmity úhlu náběhu při změně úhlu gama, z toho důvodu byl regulátor PI zavrhnut. Nevýhodou řízení popsaného v této kapitole je špatná regulace rychlosti letu při vychýlení výškovky.

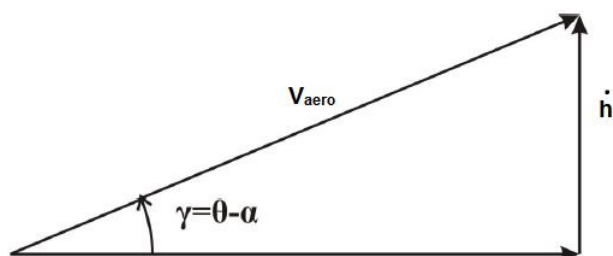
10.3.5 Změna letové hladiny

V kapitole 10.3.3 a kapitole 10.3.4 byl vysvětlen postup návrhu řízení úhlu gama neboli tzv. *flight path angle*. V navržených řešeních jsme vždy úhel gama řídili přímo. Obsahem této kapitoly bude návrh řízení změny letové hladiny, kde úhel gama je nastaven nepřímo pomocí kinematické rovnice (48). Cílem kapitoly je navrhnout řídicí smyčku splňující plynulost řízení a dosažení žádané výšky.

Před samotným řešením řídicí smyčky je nutné nelineární matematický model rozšířit o následující kinematickou rovnici udávající vztah mezi rychlostí letu a rychlostí stoupání^{[1][7]}:

$$\frac{dh}{dt} = v_{aero} \cdot \sin(\theta - \alpha) \quad (48)$$

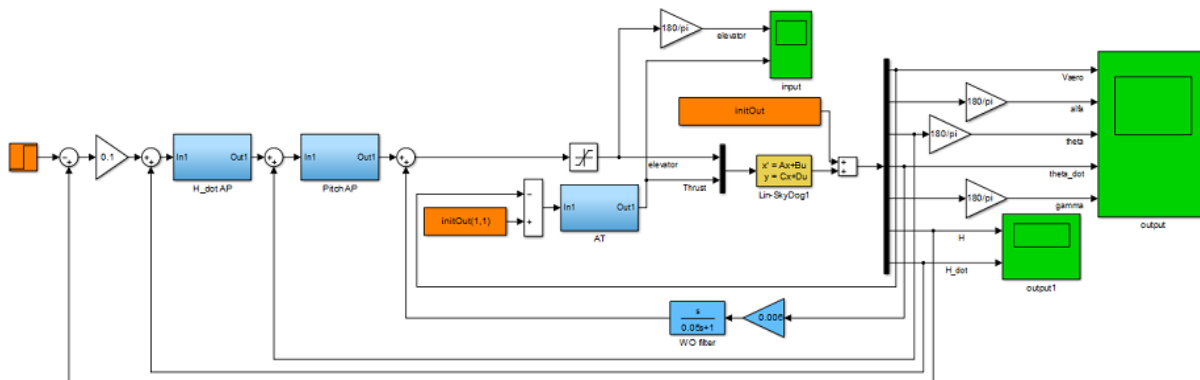
Kde levá strana rovnice vyjadřuje vertikální rychlost (rychlost stoupání). Pravá obsahuje součin rychlosti letu a sinus úhlu letu (gama Γ). Integrací této rovnice získáme hodnotu letové hladiny.



obr. 10.3-22: Grafické znázornění výpočtu vertikální rychlosti^[7]

Nelineární model rozšířený o výše zmíněnou kinematickou rovnici byl znovu trimován (na stejný pracovní bod jako v kapitole 10.1.1) a linearizován. Následně byl linearizovaný model rozšířen o stabilizační a řídicí smyčky.

Na obr. 10.3-23 je zobrazeno schéma zapojení řízení letové hladiny. Na obrázku je možné vidět, že řídicí smyčky jsou zapojeny jako vyšší vrstvy řízení založené na autopilotu řídicím úhel podélného sklonu. Návrh také počítá s přítomností řídicí smyčky rychlosti letu tahem motoru. Ze schématu je možné vyčíst, že řízení změny letové hladiny jsou potřeba dvě řídicí smyčky. První smyčka obsahuje regulátor rychlosti stoupání, druhou smyčkou je řízení polohy samotné. Řídicí smyčky jsou navrženy v kapitole 10.3.5.1 a kapitole 10.3.5.2.

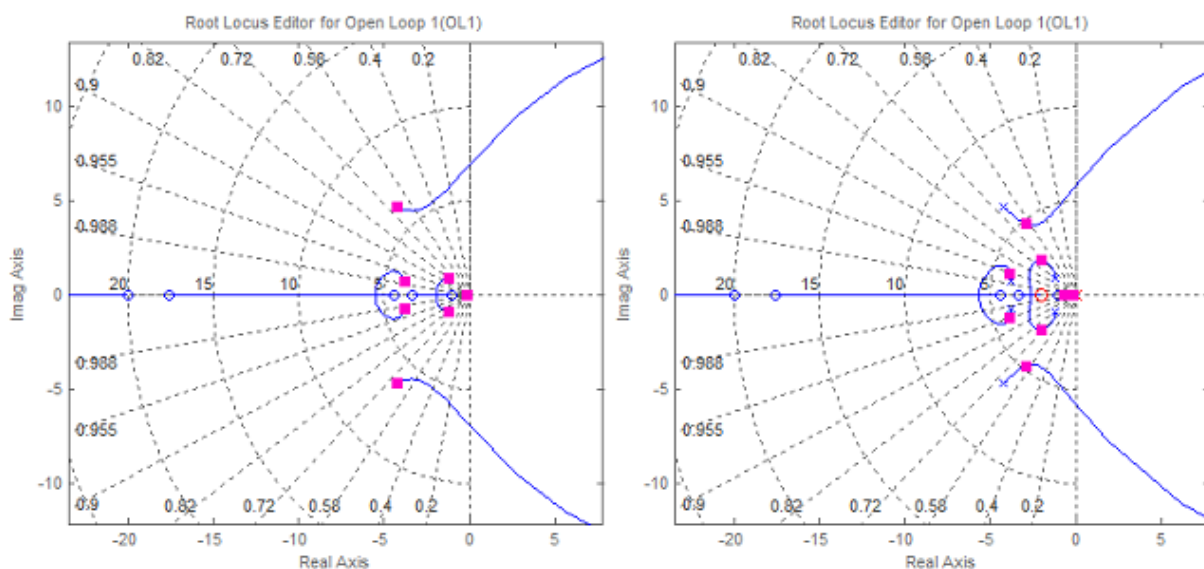


obr. 10.3-23: Zapojení smyček pro řízení změny letové hladiny

10.3.5.1 Řízení rychlosti stoupání

První smyčkou řídící změnu letové hladiny je regulace rychlosti stoupání. Součástí této smyčky bude také saturační členek omezující rychlost stoupání. Zařazením saturace do řízení docílíme limitace úhlu gama, abychom nepřekročili úhel stoupání/klesání 7° , ve kterém se blížíme limitům motoru (viz. rovnice (48)).

Na obr. 10.3-24 je zobrazen detailní pohled (zobrazeny jsou pomalé kmity) na root locus diagramy přenosové funkce charakterizující poměr mezi vertikální rychlostí a výchylkou výškovky. Vlevo je zobrazen root locus přenosové funkce bez přidaného regulátoru úhlu gama, vpravo pak můžeme vidět změnu pólů systému s přidáním PI regulátoru.



obr. 10.3-24: Vlevo Root Locus pomalých kmitů systému bez regulátoru;
Vpravo Root Locus pomalých kmitů s PI2 regulátorem

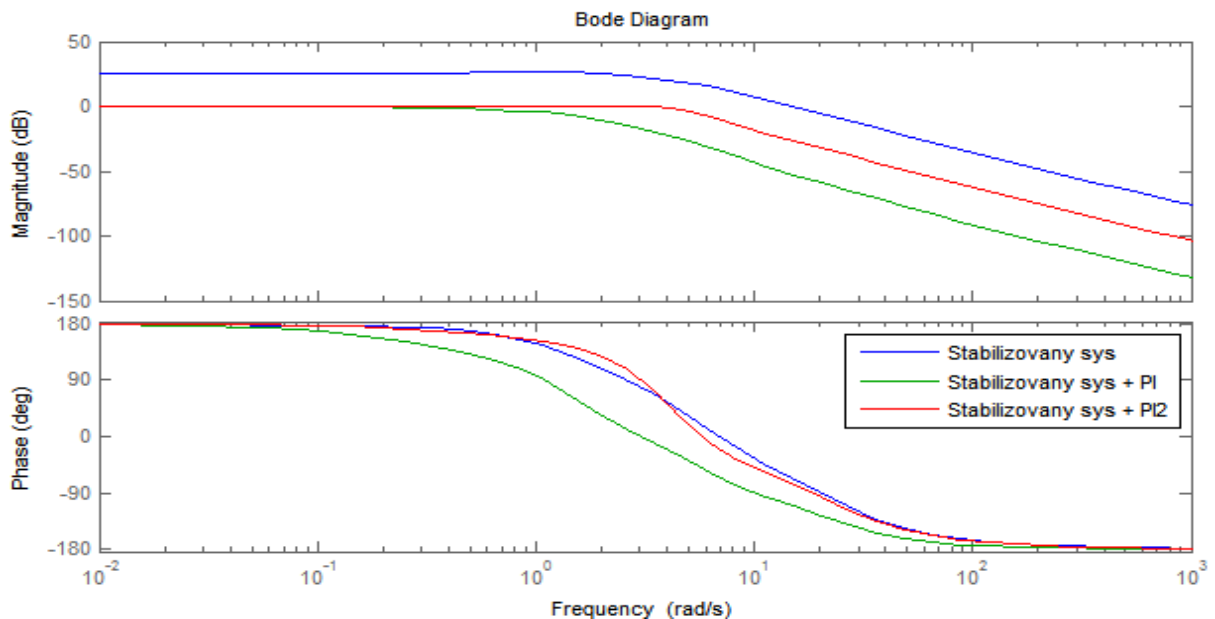
Nalezeny byly dva PI regulátory s následujícími přenosovými funkcemi:

$$PI = 0,0495 \cdot \frac{0,25s + 1}{s}$$

$$PI2 = 0,075 \cdot \frac{0,5s + 1}{s}$$

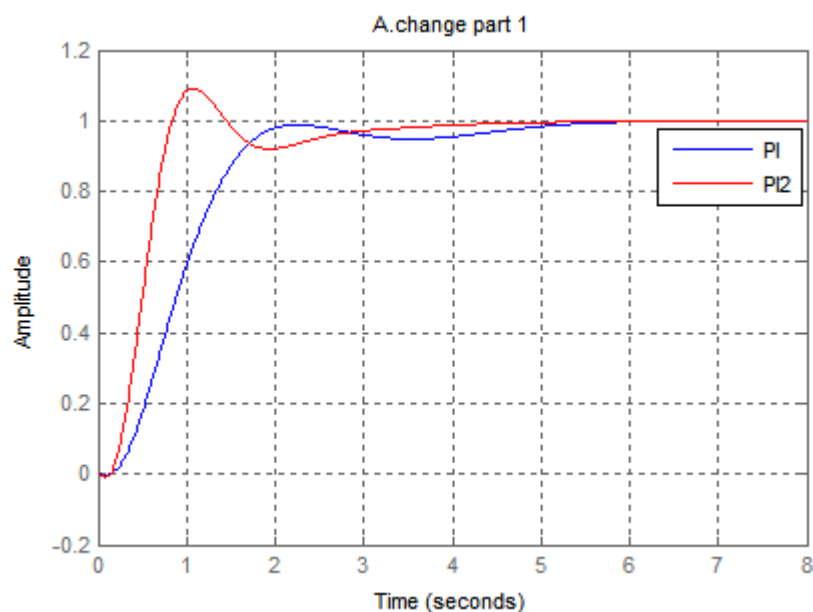
Amplitudová rezerva otevřené smyčky s PI regulátorem je $G_m = 17,4$ dB, fázová rezerva otevřené smyčky nového systému je $P_m = -180$ deg. Regulátor PI2 má následující amplitudovou a fázovou rezervu: $G_m = 6,69$ dB, $P_m = 70,8$ deg.

Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika je zobrazena na obr. 10.3-25 v podobě bode diagramu. Z charakteristik je možné vidět, že oba navržené regulátory zatlumí pomalé kmity a zúží frekvenční pásmo.



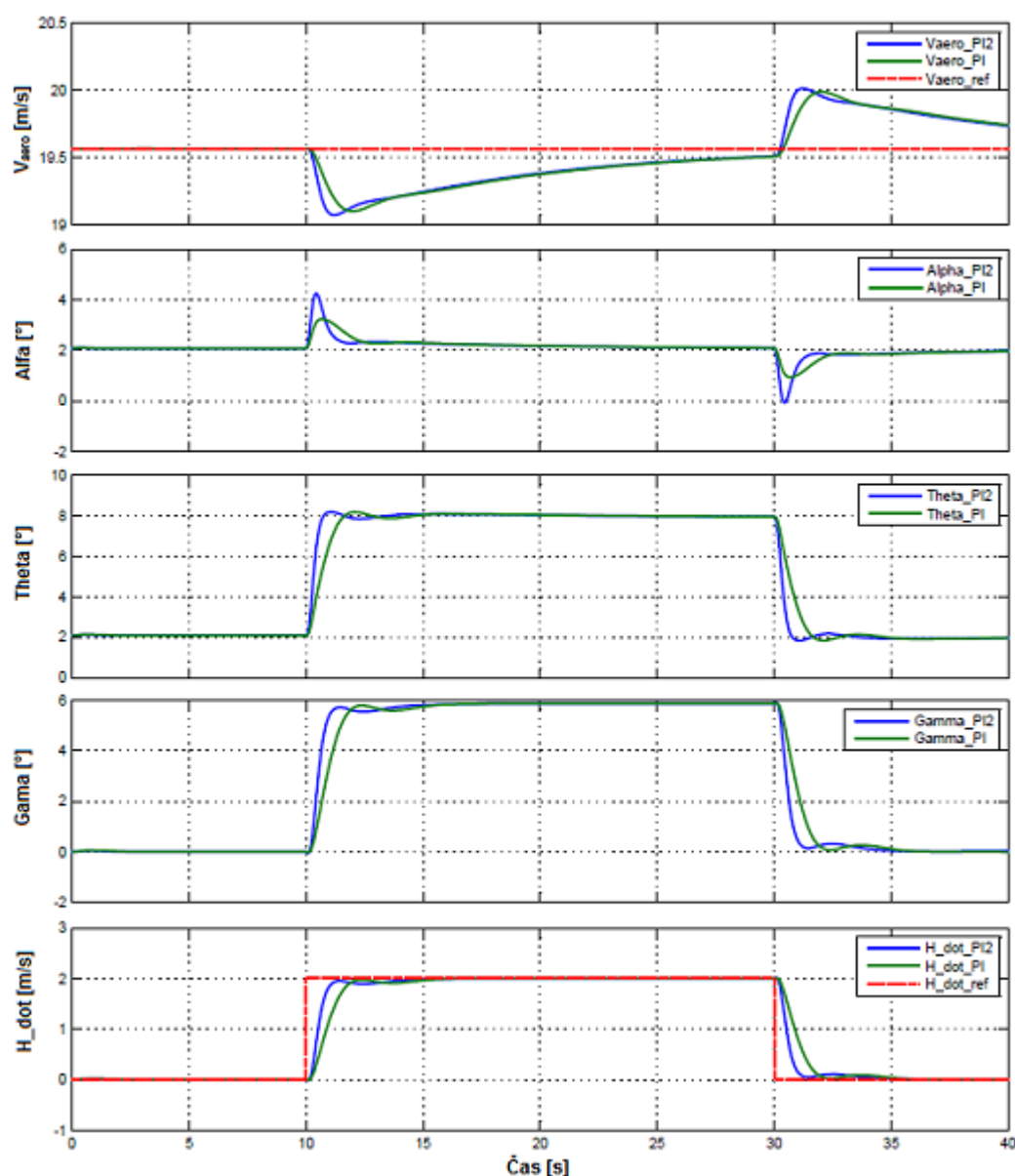
obr. 10.3-25: Amplitudová a fázová frekvenční charakteristika řídicí smyčky vertikální rychlosti

Na obr. 10.3-26 jsou zobrazeny přechodové charakteristiky řízené vertikální rychlosti pro navržené regulátory. Z průběhů je možné vidět, že regulátor PI oproti regulátoru PI2 pomalejší náběh na referenční hodnotu s mírnými oscilacemi pod referenční hodnotou.



obr. 10.3-26: Odezva rychlosti stoupání na jednotkový skok

Průběhy výstupních parametrů systému při odezvě na změnu rychlosti stoupání jsou na obr. 10.3-27. Z průběhů je možné si povšimnout rychlejšího náběhu systému řízeného PI2 regulátorem, což odpovídá průběhu přechodové charakteristiky na obr. 10.3-26. Z průběhu úhlu náběhu je patrné, že rychlejší regulace vertikální rychlosti způsobí výrazné překmity úhlu náběhu. Z průběhu úhlů náběhu můžeme dále vidět, že i s vyššími překmity dojde k rychlejšímu ustálení, než u pomalejšího průběhu. K následujícímu postupu byl vybrán regulátor PI s pomalejším průběhem, který nezpůsobuje tak vysoké nežádoucí překmity u úhlu náběhu.



obr. 10.3-27: Průběhy výstupních parametrů při řízení rychlosti stoupání

V kapitole 10.3.5.1 byl představen návrh řídicí smyčky pro regulaci vertikální rychlosti (rychlost stoupání). Navrženy byly dva PI regulátory, které byly testovány na linearizovaném modelu. Z průběhů je možné vidět, že rychlejší regulace rychlosti stoupání přináší značný překmit úhlu náběhu. Vysoký překmit úhlu náběhu je důvodem pro zvolení pomalejší regulace (regulátor PI) pro další návrh.

10.3.5.2 Řízení změny letové hladiny

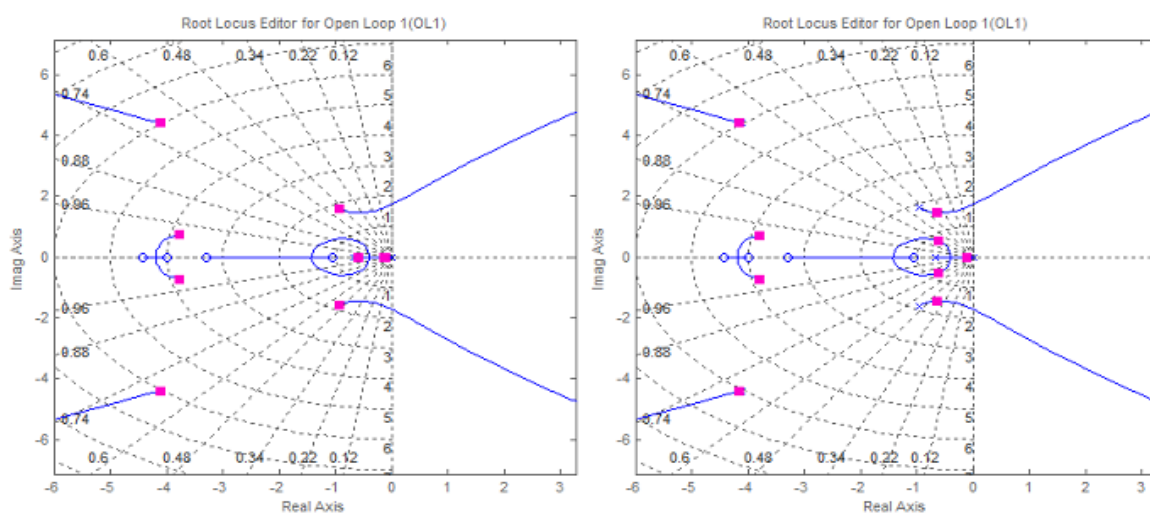
Nadřízenou řídicí smyčkou pro změnu letové hladiny je regulace změny výšky samotné.

Na obr. 10.3-28 jsou zobrazeny grafy root locus pro přenosovou funkci mezi diferencí výšky a výchylkou výškovky regulované pomocí proporcionálních regulátorů. Z průběhů na obr. 10.3-29 je patrné, že snížením hodnoty proporcionálního regulátoru dosáhneme plynulé odezvy bez překmitů. Jelikož je integrátor obsažen v kinematické rovnici (48) a podřízená řídicí smyčka vertikální rychlosti taktéž obsahuje integrátor, nedochází zde k odchylce v ustáleném stavu a proporcionální složka je dostačující.

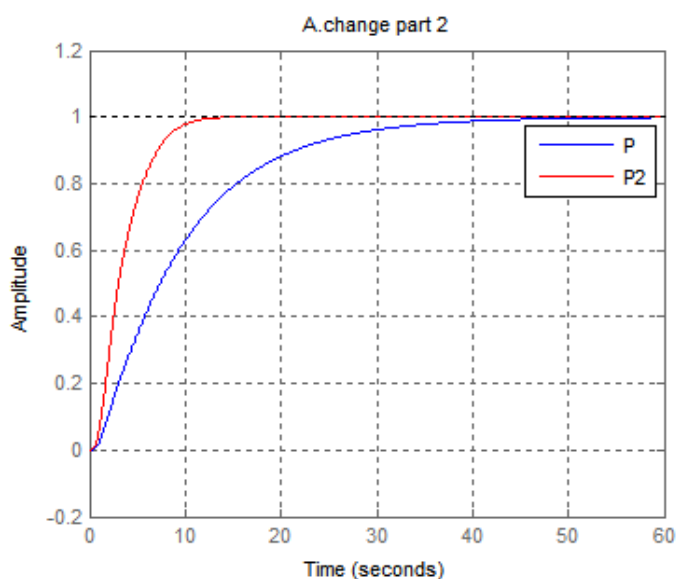
Nalezené proporcionální regulátory mají následující přenosové funkce:

$$P = 0,1$$

$$P2 = 0,27$$

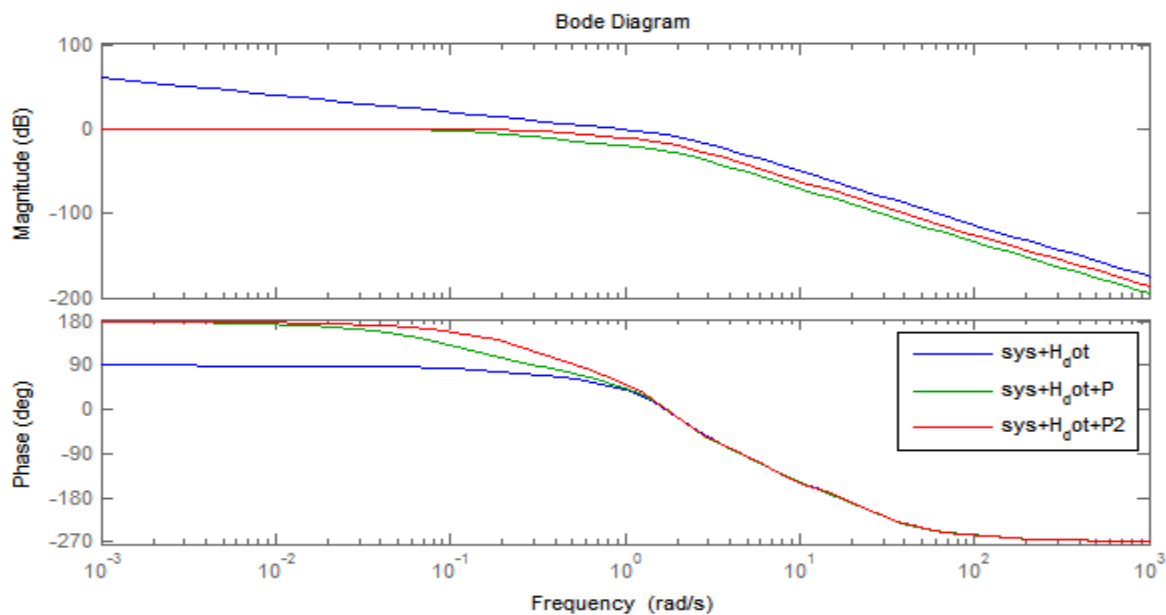


obr. 10.3-28: Vlevo Root Locus pomalých kmitů systému s regulátorem P; Vpravo Root Locus pomalých kmitů s P2 regulátorem

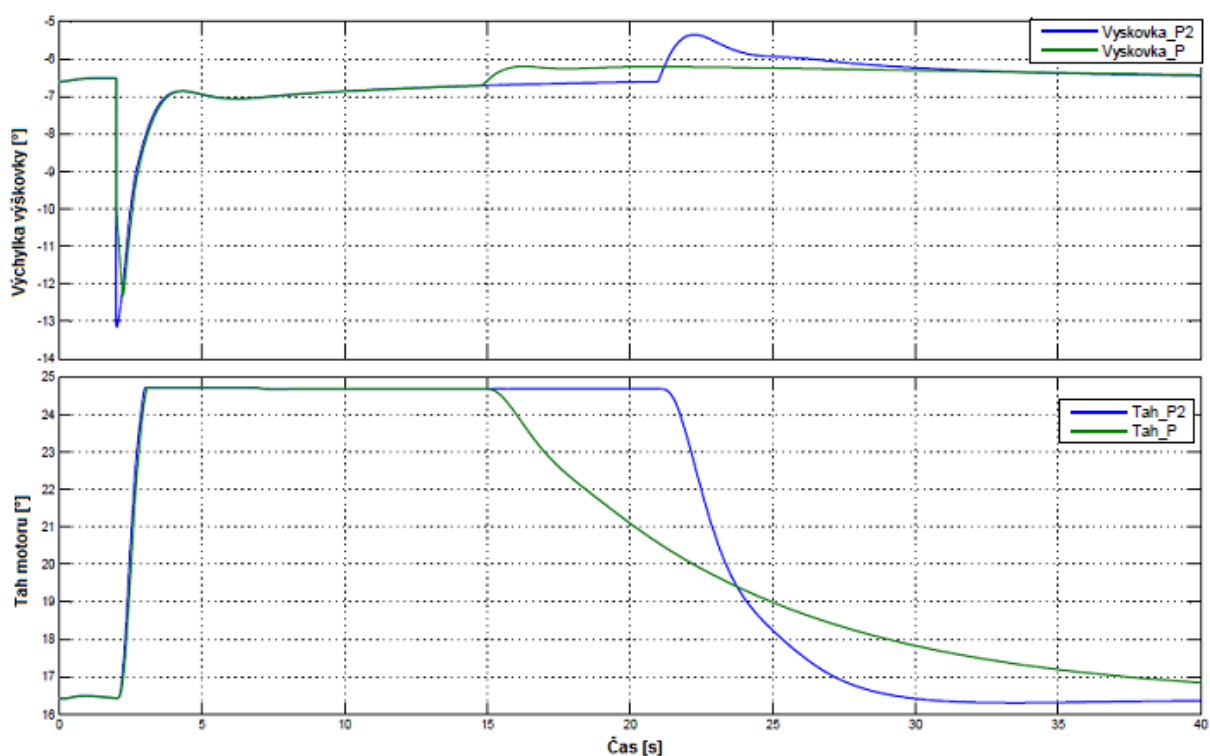


obr. 10.3-29: Odezva odchylky letové hladiny na jednotkový skok

Z amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky je možné vidět, že zvolené proporcionální články zatlumí pomalé kmity, zvýší fázi pomalých kmitů a zúží frekvenční pásmo. Označení $H_{\dot{o}}$ v legendě grafu označuje rychlost stoupání.

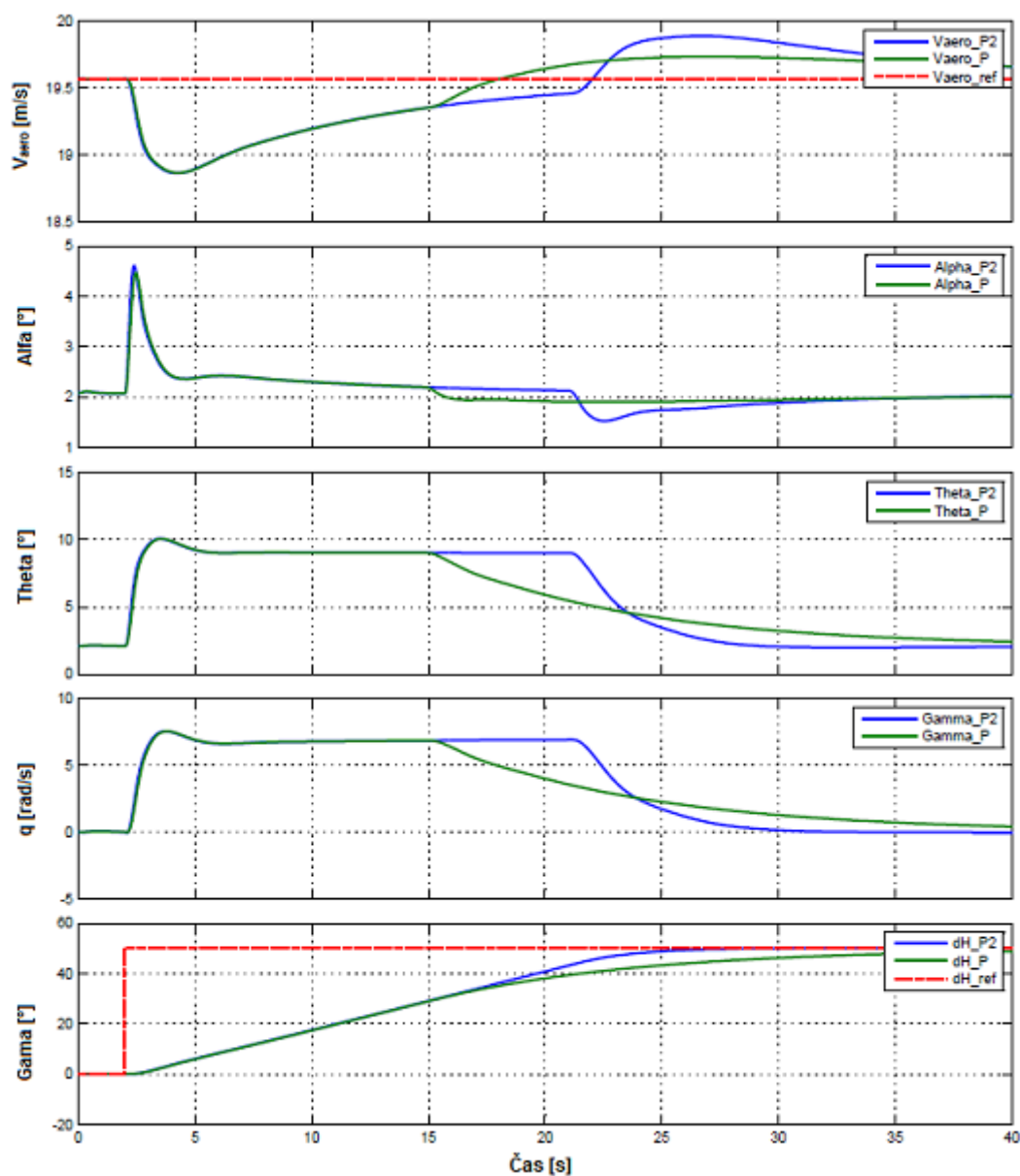


obr. 10.3-30: Amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky smyčky pro řízení změny letové hladiny



obr. 10.3-31: Vstupní charakteristika systému při změně letové hladiny

Na obr. 10.3-31 a obr. 10.3-32 jsou zobrazeny vstupní a výstupní průběhy při změně letové hladiny. Z průběhů je možné vidět, že rychlejší řízení letové hladiny je provedeno delším setrváním na zvýšeném úhlu gama. Dále je z průběhů patrné, že rychlejší regulace je doprovázena rychlejším poklesem rychlosti stoupání, úhlu gama a vyšším překmitem úhlu náběhu.



obr. 10.3-32: Výstupní charakteristiky systému při změně letové hladiny

V kapitole 10.3.5 byl rozebrán postup návrhu řídicích smyček pro změnu letové hladiny. Regulační smyčky byly navrhovány s ohledem na rychlost náběhu a velikost nežádoucích překmitů na vedlejší parametry systému. Z průběhů je možné vidět, že úhel gama je nejprve změněn skokově při změně referenční hodnoty letové hladiny a plynule snižován při přiblížení k požadované letové hladině. Dále můžeme z průběhů vidět, že překmit při skokové změně letové hladiny je srovnatelný pro oba P regulátory, z toho důvodu je volen rychlejší regulátor.

11 Vliv reálné atmosféry na letadlo

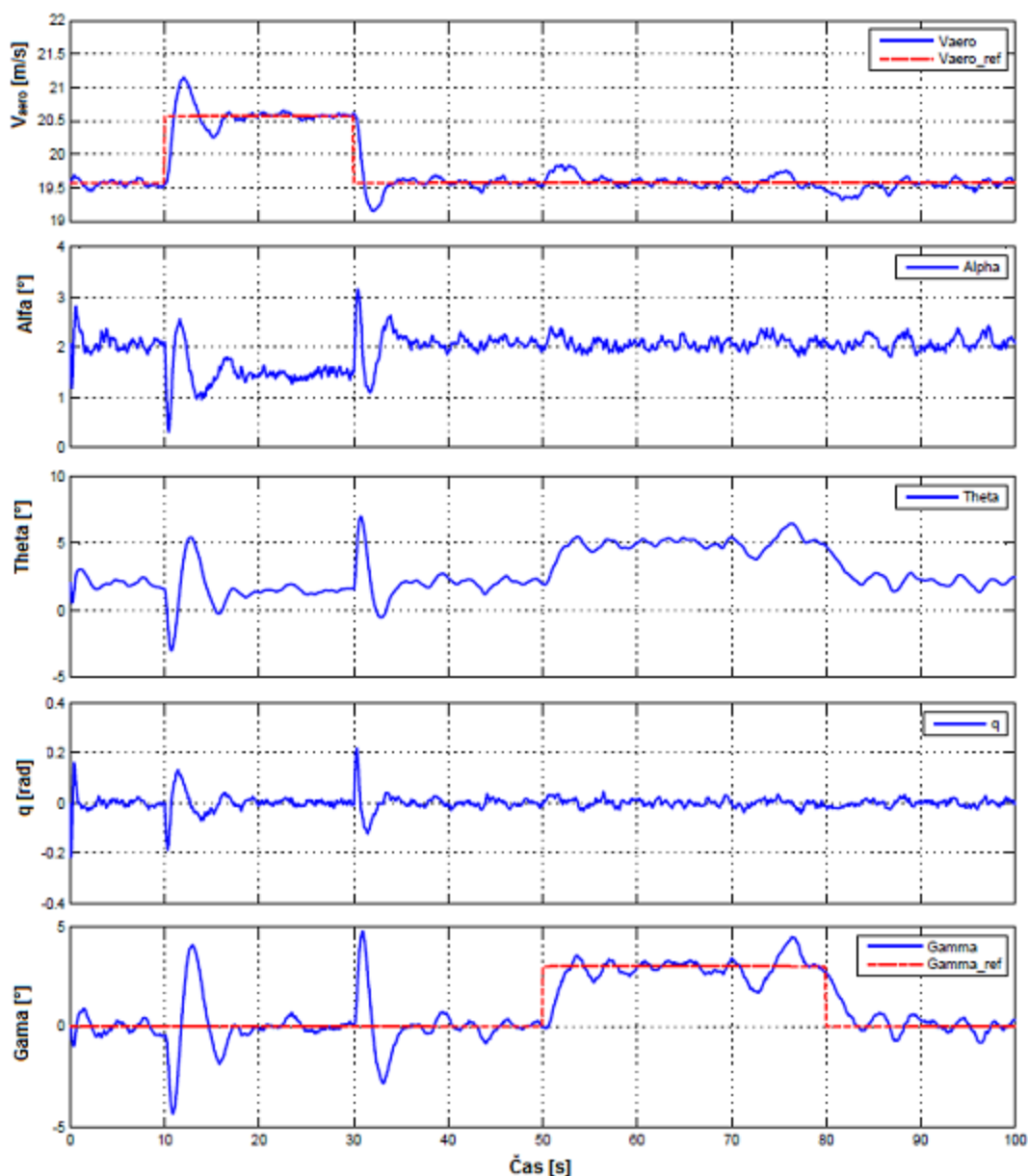
V kapitole 10 byla provedena linearizace matematického modelu, návrh stabilizačních a řídicích smyček. Navrženy byly dvě smyčky pro udržení vodorovného letu relativně k atmosféře (viz. kapitola 10.3.3 a 10.3.4), udržení úhlu gama rovného nule (smyčky lze také využít pro změnu letové hladiny). Následně byla navržena řídicí smyčka pro udržení nebo změnu letové hladiny (viz. kapitola 10.3.5).

Cílem kapitoly je otestovat navržené regulátory na nelineárním modelu rozšířeném o pohonnou jednotku (motor a vrtule) a model reálné atmosféry (turbulence, poryvy větru). Řídicí smyčky budou testovány na změnu rychlosti letu v rozsahu ± 1 m/s a změnu úhlu gama v rozsahu $\pm 3^\circ$. Smyčka řízení změny letové hladiny bude testována na změnu nadmořské výšky v rozsahu +30 m. Od řídicích smyček úhlu gama je očekáváno udržení nulové nebo referenční hodnoty po čas letu. Z důvodu relativního vodorovného letu vztaženému k okolnímu prostředí se bude letová hladina měnit v závislosti na rychlosti prostředí, tzn. změní-li se rychlost a směr větru (např. poryv větru směrem vzhůru), dojde k dočasné změně úhlu náběhu a změně rozložení a velikosti aerodynamických sil, které se po krátké chvíli ustálí a vodorovný ustálený let bude obnoven, nicméně letová hladina se bude zvyšovat se složkou rychlosti poryvu větru^[17]. Očekávaným výsledkem řízení změny letové hladiny je udržení zadané letové hladiny v rozmezí ± 1 m.

Na schématu v příloze 5 je zobrazeno zapojení tří bloků simulujících atmosférické poruchy. Na schématu jsou zobrazeny dva *wind gust* bloky simulující poryv větru o síle 2 m/s trvající od 10 s do 70 s simulačního času. Blok *Dryden Wind Turbulence Model* simuluje turbulence v atmosféře o síle 2 m/s. Ze schématu je možné vidět, že turbulence a poryvy větru se vypočítávají vzhledem k nadmořské výšce a rychlosti letu vztažené k inerciálnímu souřadnicovému systému (Normální zemský souřadnicový systém). K přepočtu rychlostí větru do letadlového souřadnicového systému je užito směrové kosinové matice.

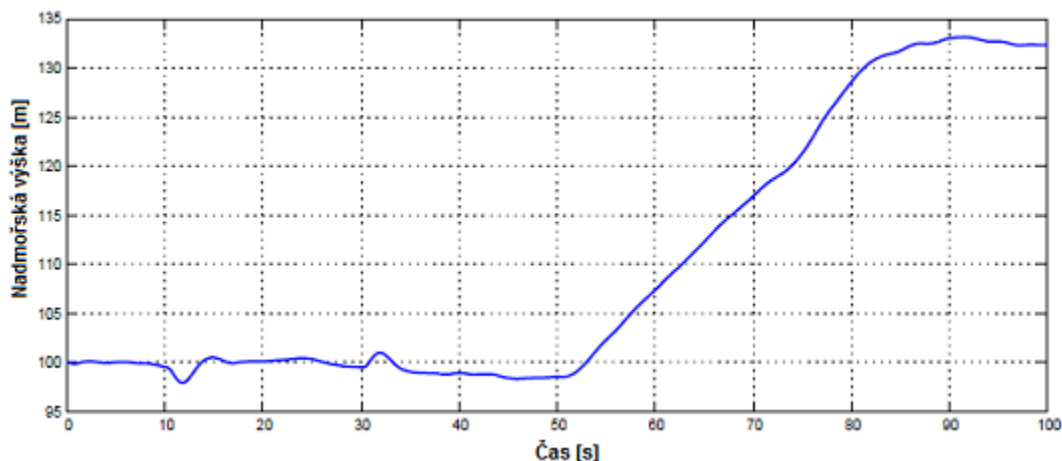
11.1 Řízení úhlu gama tahem motoru

Na obr. 11.1-1 jsou zobrazeny výstupní průběhy při řízení úhlu gama tahem motoru v reálné atmosféře. Z průběhů je možné si povšimnout, že oscilace vlivem atmosférických poruch mají značný vliv na úhel podélného sklonu, dále je možné vidět ustálení oscilací rychlosti letu v okolí trimované hodnoty. Na úhlu podélného sklonu můžeme v 70 s pozorovat ukončení poryvu větru. Při změně rychlosti letu dochází k velkým překmitům úhlu náběhu a úhlu podélného sklonu způsobených řízením rychlosti pomocí vychýlení výškovky (viz. kapitola 10.3.2).

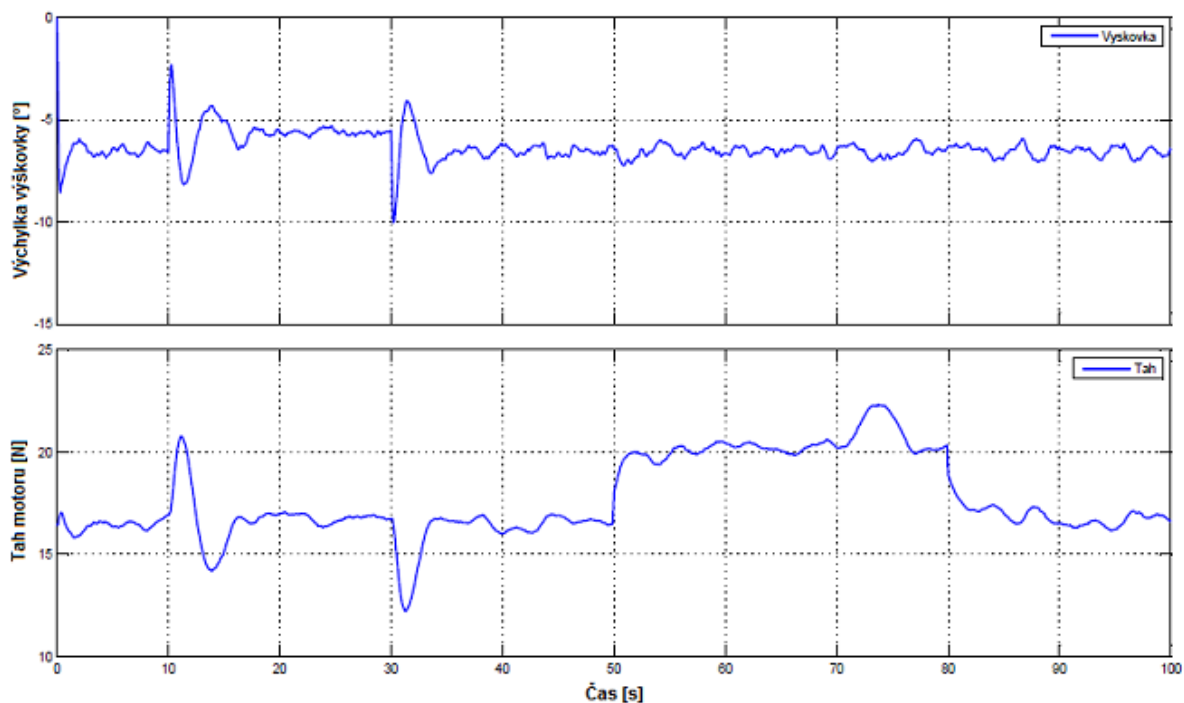


obr. 11.1-1: Výstupní průběhy systému; úhel gama řízen tahem motoru

Na obr. 11.1-2 je zobrazen průběh letové hladiny vlivem změny rychlosti letu, turbulencí, poryvů a změny úhlu gama. Z grafu je možné vidět snížení nadmořské výšky vlivem turbulencí. V 50 s dochází ke změně úhlu gama a letadlo přechází do stoupavého letu, který je zde snížen o rychlost poryvu větru. V čase 70 s letadlo opouští oblast poryvu, což je na grafu zobrazeno lehkým poklesem stoupání. Letadlo se po ukončení stoupání ustálí na nulové hodnotě úhlu gama (relativně k prostředí) a nadmořská výška je ovlivňována pouze rychlostí prostředí.



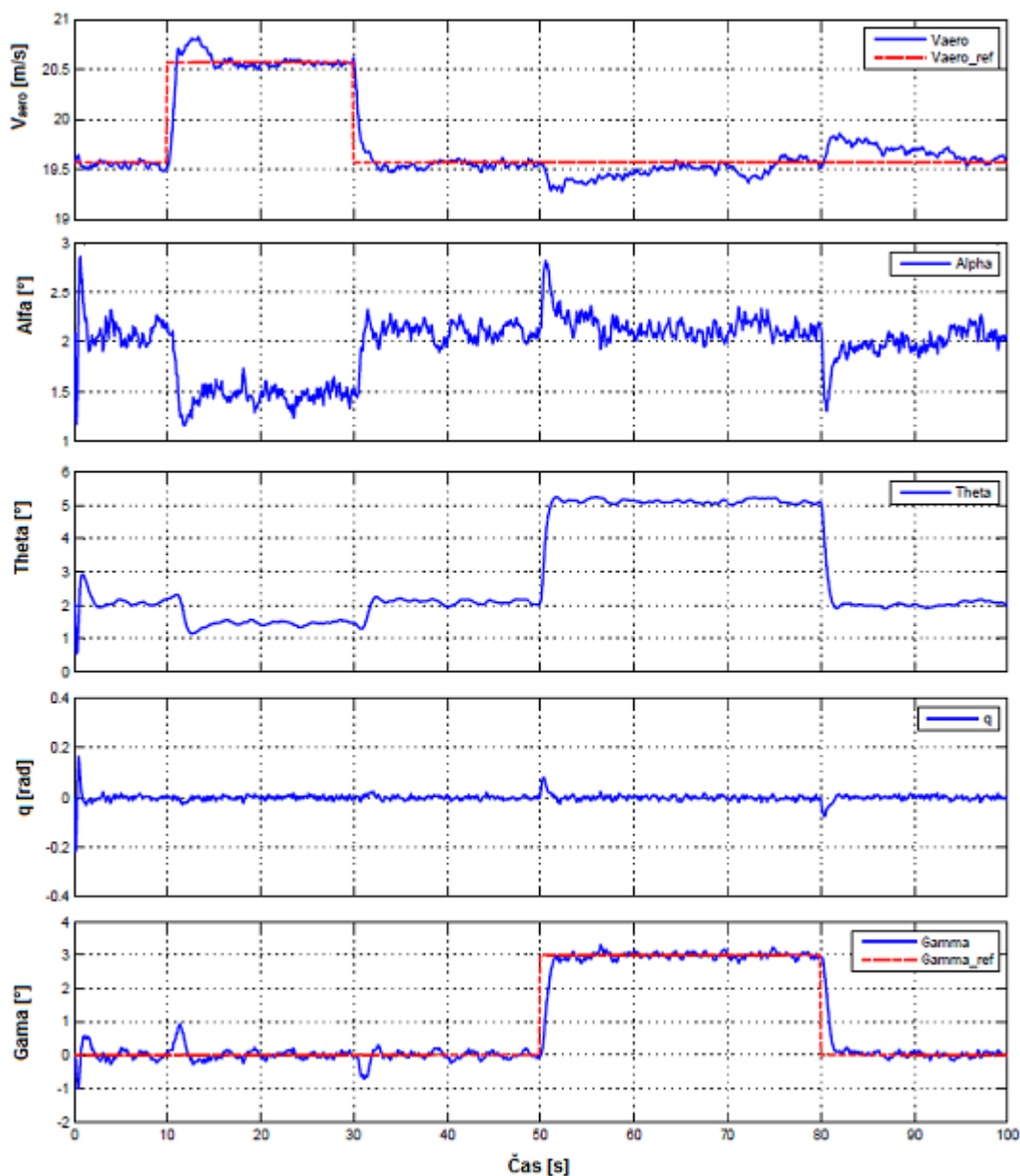
obr. 11.1-2: Změna letové hladiny v reálné atmosféře; úhel gama řízen tahem motoru



obr. 11.1-3: Vstupní parametry systému při změně rychlosti letu a úhlu gama v reálné atmosféře

11.2 Řízení úhlu gama vychýlením výškovky

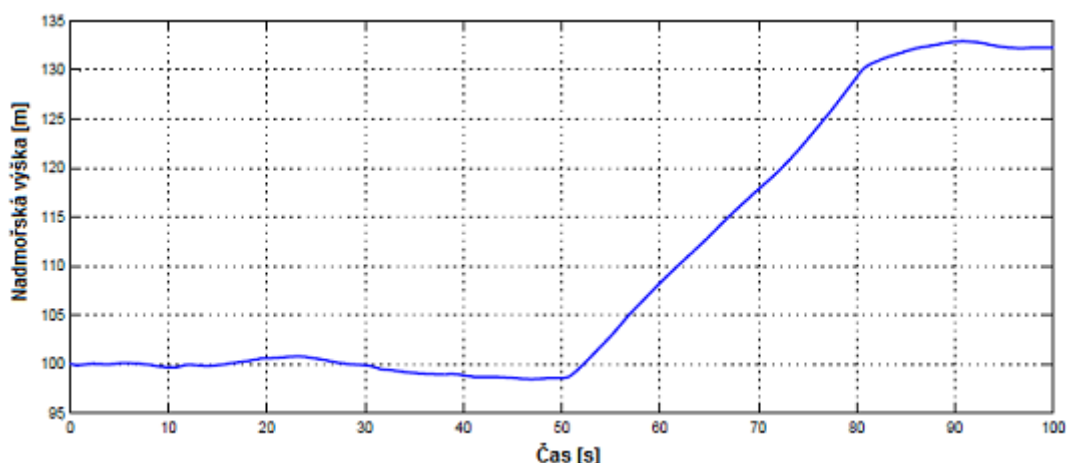
Na obr. 11.2-1 jsou zobrazeny průběhy výstupních veličin, ze kterých je možné vidět výrazné zlepšení, resp. snížení oscilací úhlu podélného sklonu v porovnání s průběhem z obr. 11.1-1. Snížení těchto oscilací vede k nižším změnám úhlu gama a tedy lepšímu ustálení relativně vůči prostředí.



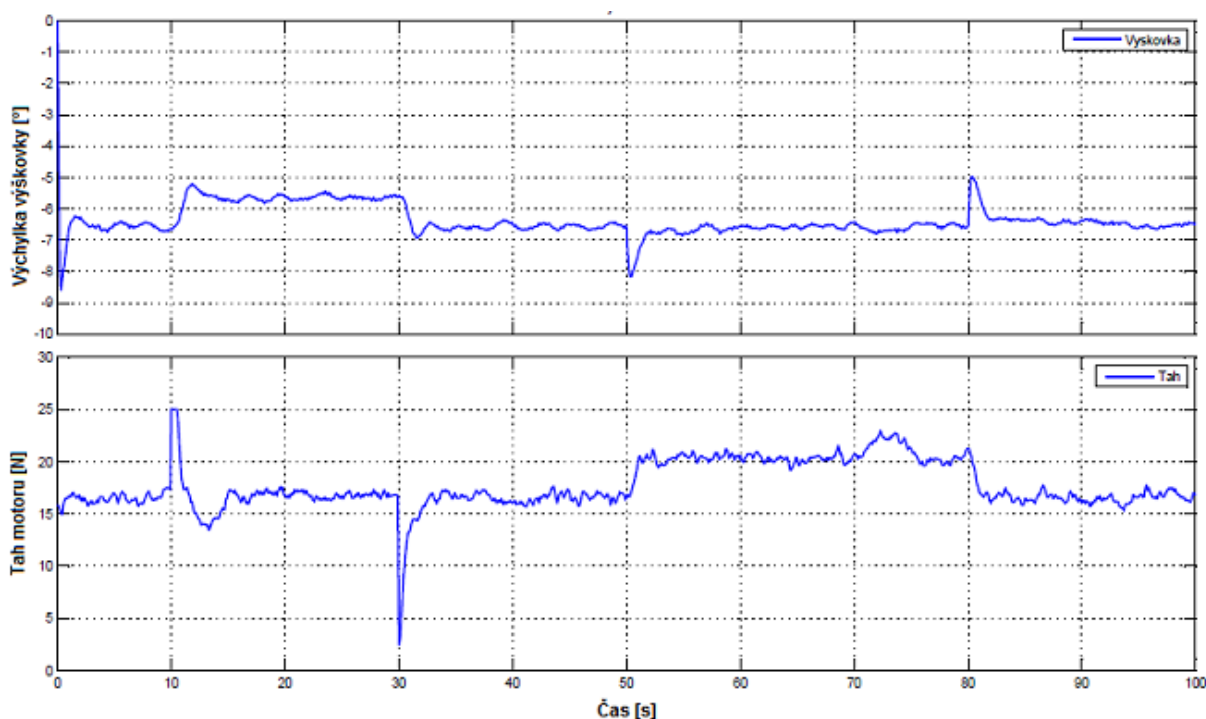
obr. 11.2-1: Výstupní průběhy systému; úhel gama řízen vychýlkou výškovky

Na obr. 11.2-2 je zobrazen průběh letové hladiny vlivem změny rychlosti letu, turbulencí, poryvů a změny úhlu gama. Z grafu je možné vidět prvotní nárůst výšky letu s následným poklesem z důvodu snížení rychlosti letu a turbulencí. V 50 s dochází ke změně úhlu gama a letadlo přechází do stoupavého letu. Vliv ukončení poryvu větru zde není tak výrazný jako je tomu u řízení úhlu gama tahem motoru. V čase 70 s letadlo opouští oblast poryvu, což je na grafu zobrazeno lehkým poklesem stoupání. Letadlo se po ukončení stoupání ustálí na nulové hodnotě úhlu gama (relativně k prostředí) a nadmořská výška je ovlivňována pouze rychlostí prostředí.

Průběhy vstupních parametrů jsou na obr. 11.2-3. Z grafů můžeme vidět vliv změny poryvu větru v 70 s na dočasné změně tahu motoru, která změnu prostředí kompenzuje.



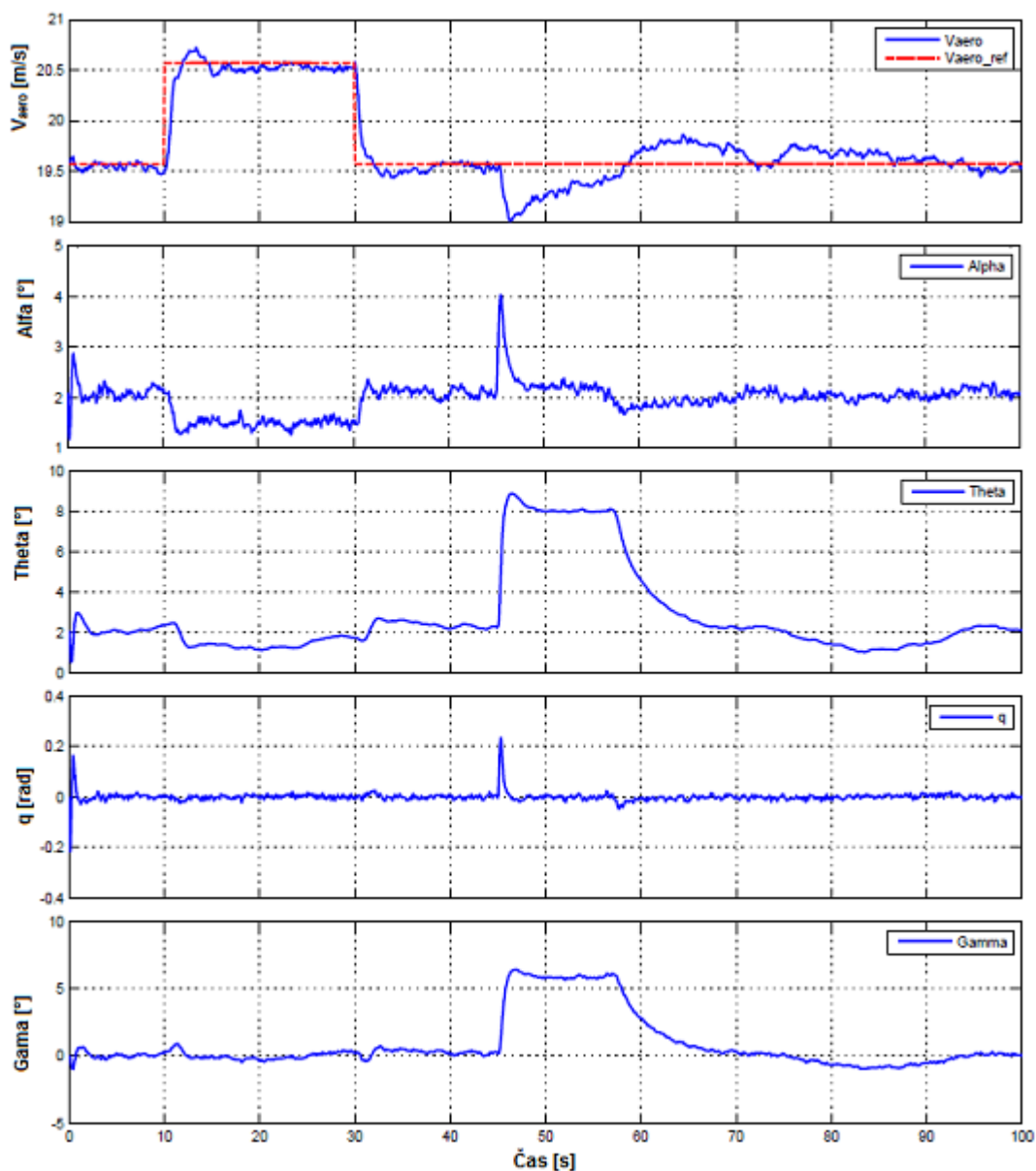
obr. 11.2-2: Změna letové hladiny v reálné atmosféře; úhel gama řízen vychýlením výškovky



obr. 11.2-3: Vstupní parametry systému při změně rychlosti letu a úhlu gama v reálné atmosféře; úhel gama řízen vychýlením výškovky

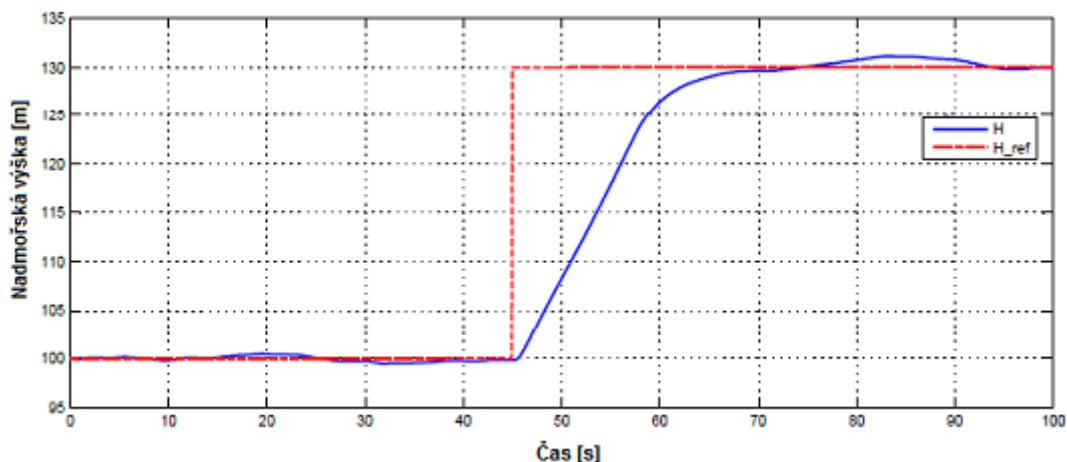
11.3 Řízení změny letové hladiny

Na obr. 11.3-1 jsou zobrazeny výstupní průběhy letadla řízeného změnou rychlosti letu a letové hladiny. Z průběhů je možné si povšimnout, že k největším oscilacím dochází v úhlu náběhu, zatímco úhel podélného sklonu je velmi dobře tlumen. V 70 s můžeme vidět změnu rychlosti letu a úhlu podélného sklonu vlivem změny poryvu větru.

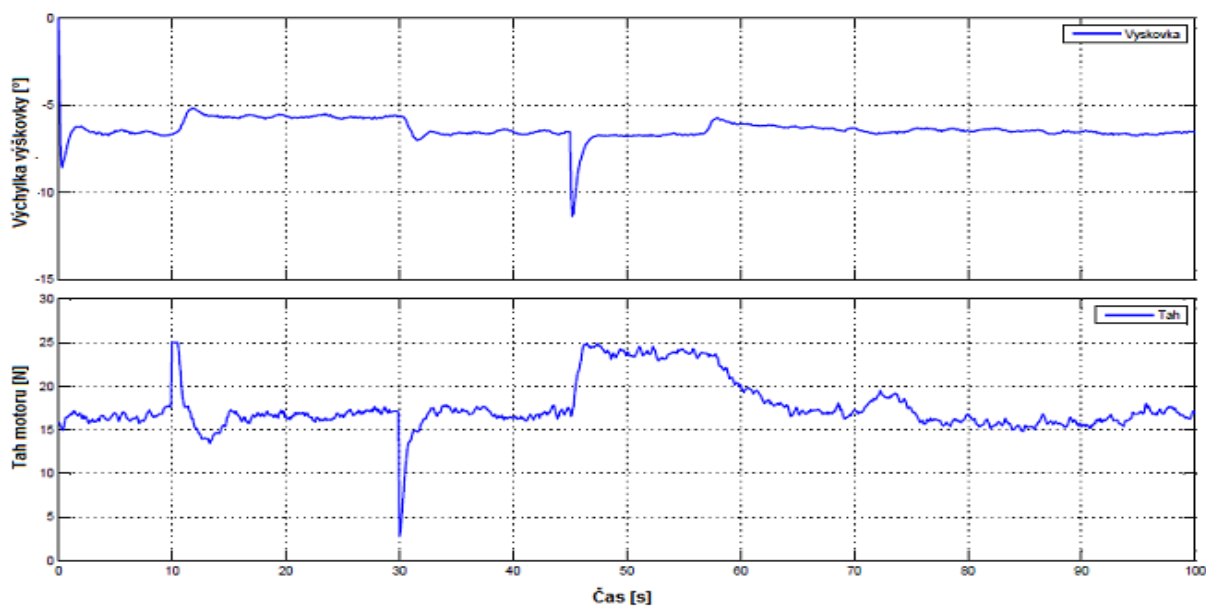


obr. 11.3-1: Výstupní průběhy systému na řízení změny letové hladiny

Na obr. 11.3-2 je zobrazen průběh změny nadmořské výšky, ze kterého je možné vidět, že požadavek na udržení oscilací letadla okolo letové hladiny je nižší než ± 1 m. V porovnání s předchozími metodami řízení letadlo zachovává letovou hladinu i z a působení poryvů větru a turbulencí



obr. 11.3-2: Změna letové hladiny v reálné atmosféře; řízení změny letové hladiny



obr. 11.3-3: Vstupní parametry systému při změně rychlosti letu a letové hladiny v reálné atmosféře; řízení změny letové hladiny

V kapitole 11 jsou prezentovány průběhy řízení vodorovného ustáleného letu (relativně k prostředí) pro řízení úhlu γ (viz. kapitoly 11.1 a 11.2) a průběhy řízení zachování nebo změny letové hladiny (viz. kapitola 11.3).

Při porovnání průběhů dvou řízení úhlu γ je možné si povšimnout, že výrazně lepších výsledků je dosaženo řízením vychýlením výškovky s regulací rychlosti pomocí tahu motoru. Při tomto řízení je docíleno výrazně lepší stabilizace úhlu γ . Jelikož se jedná o stabilizaci ustáleného vodorovného letu relativně vůči prostředí, pro další postup řešení bude nutné navrhnout vyšší řídicí smyčku pro zachování letové hladiny.

Závěrem kapitoly je možné konstatovat, že bylo dosaženo požadovaných hodnot stabilizace letadla za působení reálné atmosféry.

12 Závěr

Předložená diplomová práce se zabývala návrhem řídicích smyček pro stabilizaci ustáleného vodorovného letu v reálné atmosféře s omezením na podélný pohyb. Cílem práce bylo vytvořit nelineární matematický model, který bude odpovídat reálnému letadlu SkyDog, provést linearizaci modelu a navrhnout regulační smyčky pro stabilizaci: polohových úhlů letadla v podélném směru pohybu, indikované rychlosti letu, letového úhlu (*flight path angle*) a letové hladiny (*altitude hold/change*).

Úvodní teoretické kapitoly jsou věnovány formulování problému, definování předpokladů a popisu nezbytných minimálních znalostí z oblasti aerodynamiky letadel. V praktické části je uveden popis nelineární matematického modelu, návrh modelu pohonné jednotky letadla, trimování a linearizace, návrh stabilizačních a řídicích smyček. Závěrečná část práce je věnována ověření navržených stabilizačních smyček při vlivu reálné atmosféry.

První vrstvou řízení je stabilizace derivace úhlu podélného sklonu neboli rychlosti klopení z důvodu zatlumení rychlých kmitů (tzv. *short period mode*). Navržen byl filtr typu horní propust (*washout filter*) rozšířený o proporcionální článek. Z analýzy amplitudové frekvenční charakteristiky bylo zjištěno, že zvyšování tlumení vyšších frekvencí má za následek zvyšování amplitudy pomalých kmitů, které je nežádoucí.

Druhou vrstvou řízení je stabilizace úhlu podélného sklonu a rychlosti letu. Stabilizace úhlu podélného sklonu vychází z linearizovaného modelu rozšířeného o stabilizátor rychlosti klopení. Navrženy byly dva PI regulátory připojené na výškovku letadla s odlišnou rychlostí stabilizace na referenční hodnotu. Z analýzy amplitudové frekvenční charakteristiky bylo možné vidět, že regulátor s rychlejší odezvou na jednotkový skok zvyšuje amplitudu vyšších frekvencí, kterou jsme se při návrhu první vrstvy snižovali. Pro další návrh byl vybrán pomalejší PI regulátor, který zatlumené vysoké frekvence neovlivní.

Stabilizace rychlosti letu (relativní vůči rychlosti prostředí) byla navržena pro řízení tahem motoru (*auto-thrust*), i pro řízení vychýlením výškovky. Při porovnání výstupních parametrů systému bylo zjištěno, že řízení rychlosti výchylkou výškovky má za následek výraznější překlmy úhlu podélného sklonu a úhlu náběhu. Dále bylo zjištěno, že stabilizace rychlosti letu pomocí tahu motoru má výbornou odezvu rychlosti při změně referenční hodnoty, ale zhoršenou odezvu na rychlosti na změnu výchylky výškovky (např. při změně úhlu stoupání).

Třetí vrstvou řízení je návrh změny letové hladiny a regulátorů pro udržení zadaného úhlu stoupání (úhel γ). Návrh stabilizátorů úhlu γ vychází z již navržených regulátorů rychlosti letu a úhlu podélného sklonu. Pro případ řízení rychlosti letu tahem motoru bylo vytvořeno řízení úhlu γ vychýlením výškovky. Pro případ řízení rychlosti letu výchylkou výškovky bylo navrženo řízení úhlu γ změnou tahu motoru. Při porovnání výstupních charakteristik systému při řízení oběma metodami bylo zjištěno, že úhel γ je řízen změnou tahu motoru (rychlost letu změnou výchylky výškovky), neboli při řízení úhlu γ výchylkou výškovky dojde při změně k vychýlení výškovky, která je ovšem následně snížena zpět na trimovanou hodnotu, zatímco vzrostl tah motoru jako reakce na změnu rychlosti při vychýlení výškovky. Z výstupních průběhů byl dále zjištěn maximální úhel stoupání (7°) z důvodu konstrukčních limitů stejnosměrného motoru.

Stabilizace (změna) letové hladiny je realizována pomocí dvou regulačních smyček, kdy první smyčka je zodpovědná za regulaci vertikální rychlosti, zatímco druhá (nadřazená) smyčka je zodpovědná za regulaci difference výšky (jedná se rozdíl mezi trimovanou letovou hladinou a novou letovou hladinou). Návrh vychází z modelu letadla rozšířeného o stabilizaci úhlu podélného sklonu a rychlosti letu (změnou tahu motoru). Z výstupních průběhů modelu bylo zjištěno, že řídicí systém skokově změnil úhel stoupání (úhel gama), který byl následně držen na maximální hodnotě (maximální hodnota je ovlivněna parametry motoru nebo saturací vertikální rychlosti), který byla plynule snižována na nulu s blížícím se dosažením nové letové hladiny. Takto řízený model vykazuje pomalou odezvu rychlosti letu na změnu výchylky výškovky, která je způsobena vnitřní dynamikou systému.

Závěrečná část práce je věnována prezentování výstupů nelineárního modelu rozšířeného modelem turbulentního proudění vzduchu a dvou poryvů větru. Výstupní průběhy odpovídají jednotlivým navrženým řešením řízení úhlu gama a řízení změny letové hladiny. Z průběhů byl učiněn závěr, že lepší stabilizace dosáhneme při řízení úhlu gama výchylkou výškovky a to z důvodu nižších překmitů polohového úhlu a rychlosti klopení, které jsou výraznější při řízení úhlu gama tahem motoru. Z průběhů je dále možné vidět, že oscilace úhlu gama okolo referenční polohy jsou přijatelně nízké a můžeme tedy říci, že oba navržené způsoby řízení splňují požadavek na návrh řízení módu *flight path angle hold*. Důležité je ovšem poznamenat, že řízení úhlu gama (*flight path angle*) je relativní vůči prostředí, ve kterém se letadlo pohybuje. Bude-li se prostředí pohybovat např. směrem vzhůru (vlivem stoupavého poryvu větru) dosáhne letadlo vyrovnaného letu a úhlu gama, nicméně jeho letová hladina se bude zvyšovat v závislosti na rychlosti pohybu prostředí. Z výstupních průběhů modelu řízeného na udržení/změnu letové hladiny je možné vidět, že bylo dosaženo udržení letové hladiny v rozmezí ± 1 m a tím pádem byl splněn tzv. *flight level hold* mód neboli letová hladina je udržena v přijatelných mezích.

Cíle práce – vytvoření matematického modelu letadla, návrh algoritmu pro stabilizaci letadla, ověření navrženého řešení simulací vlivu reálné atmosféry byly splněny.

Seznam použitých zdrojů:

- [1] PECH, Zdislav a Vratislav VĚK. *Systémy řízení letu*. Vyd. 1. Praha: Česká technika – nakladatelství ČVUT, 2006, 114 s. ISBN 80-010-3374-0.
- [2] NELSON, Robert C. *Flight stability and automatic control*. 2nd ed. S.l.: Wcb McGraw-Hill, 1998. ISBN 00-711-5838-3.
- [3] ROSKAM, Jan. *Airlplane flight dynamics and automatic flight controls: part I*. Lawrence: DARcorporation, 2003, 576 s. ISBN 18-848-8517-9.
- [4] THEODORE, A. T. STABILITY AND CONTROL, 27.6.2005 [cit. 21.5.2013], dostupné z: <<http://history.nasa.gov/SP-367/chapt9.htm>>
- [5] VAŠÍČEK, Jan, Vysvětlení některých meteorologických vlivů [online], [cit.: 21.5.2013], dostupné z: <http://old.chmi.cz/meteo/olm/Let_met/Pojmy_2.htm>
- [6] Aviation Explorer [online], [cit.: 21.5.2013], dostupné z: <http://www.aviationexplorer.com/aircraft_airliner_turbulence.htm>
- [7] Honeywell, Inc. Interní výuková prezentace „CLAWS training“, 2012
- [8] MAHONEY, MJ, Pointing an Instrument on an Airborne Platform [online], aktualizace: 26.10.2011 [cit.: 21.5.2013], dostupné z: <<http://mtp.mjmahoney.net/www/notes/pointing/pointing.html>>
- [9] Airplane aerodynamics: fundamentals and flight principles, ©2006 [cit.: 21.5.2013], dostupné z: < <http://www.free-online-private-pilot-ground-school.com/aerodynamics.html>>
- [10] KUCHAN, Abigail. *The integration of active flow control devices into composite wing flaps*. 2012.
- [11] Letecký ústav, FSI, VUT Brno, Opory ke studiu, Aerodynamika, [cit. 21.5.2013], dostupné z: <<http://lu.fme.vutbr.cz/ucebnice/opory/aerodynamics.php>>
- [12] Spakovszky, Z. S., Thermodynamics and Propulsion [online], ©1999 [cit. 21.5.2013], dostupné z: < <http://web.mit.edu/16.unified/www/FALL/thermodynamics/> >
- [13] AUSTIN, Reg. *Unmanned aircraft systems: UAVs design, development and deployment*. Chichester: Wiley, 2010, xxix, 332 p. AIAA education series. ISBN 04-700-5819-6.
- [14] ROSKAM, Jan. *Airlplane flight dynamics and automatic flight controls: part II*. Lawrence: DARcorporation, 2003, S. 577-959. AIAA education series. ISBN 18-848-8518-7.
- [15] WHITFORD, Ray. *Design for air combat: part II*. 1. Vyd. New York: Jane's, 1987, 224 p. AIAA education series. ISBN 07-106-0426-2.

- [16] COOK, M. *Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control*. 3rd ed. Boston: Butterworth-Heinemann, c2013, xxxi, 575 p. AIAA education series. ISBN 978-008-0982-427.
- [17] Benson, T. National Aeronautics and space Administration, Aerodynamics Index [online], 22.2.2013 [cit.: 21.5.2013]
- [17] SKALICKÝ, J. *Elektrické servopohony: part II*. 2. Vyd. Brno: Vysoké učení technické, 2001, 86 s. AIAA education series. ISBN 80-214-1978-4.
- [18] SKALICKÝ, Jiří. *Teorie řízení I: part II*. 1. Vyd. Brno: VUT FEKT, 2002, 98 s. AIAA education series. ISBN 80-214-2112-6.

Seznam použitých zkratk a symbolů:

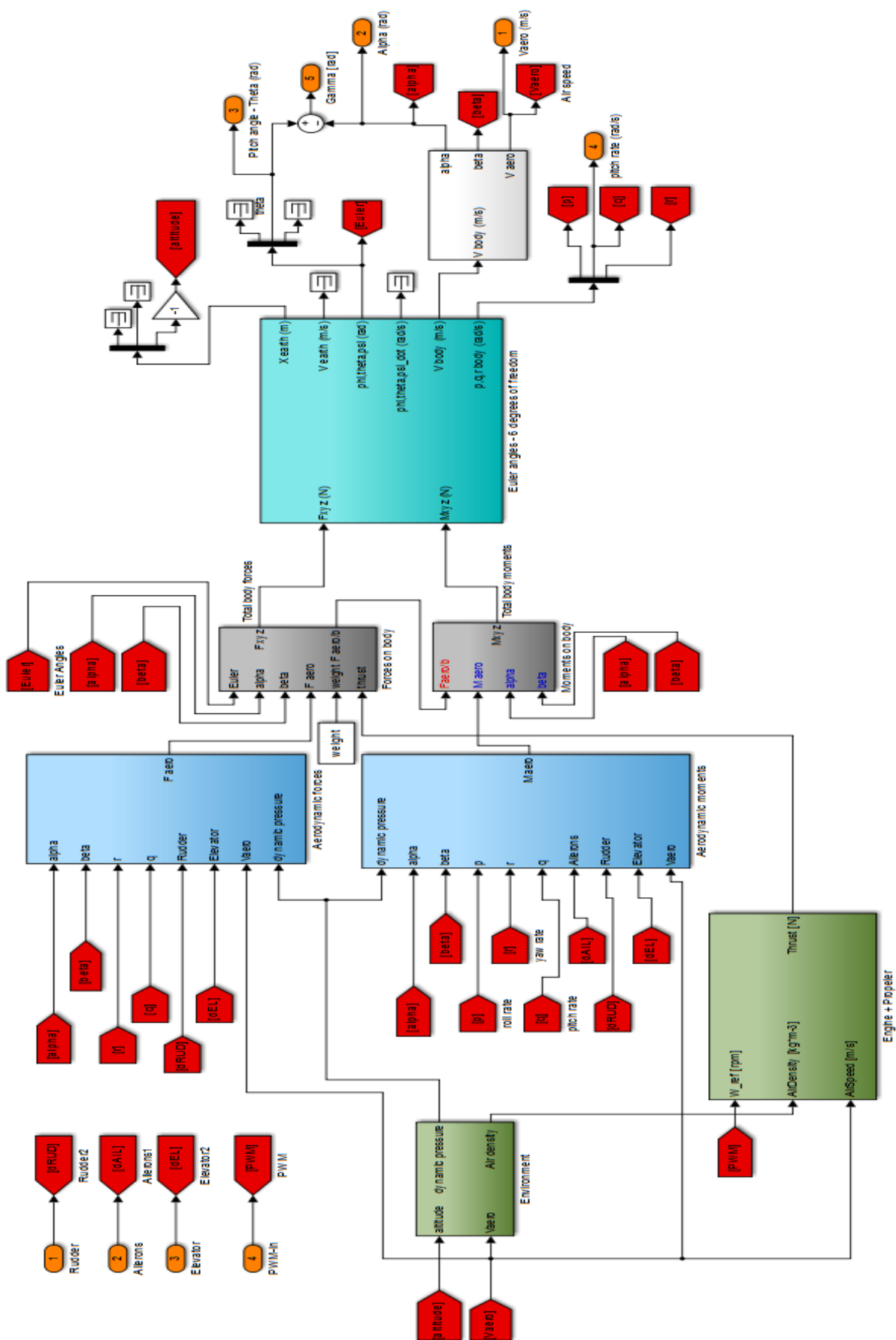
A,B,C,D	Stavové matice linearizovaného systému
b	Rozpětí křídel
c	Tětiva křídla
C_D	Součinitel odporu
C_D^α	Součinitel odporu vztažený k úhlu náběhu
C_L	Součinitel vztlaku
C_L^α	Součinitel vztlaku vztažený k úhlu náběhu
CP	Aerodynamický střed (<i>Center of Pressure</i>)
c_p	Součinitel tlaku
c_T	Součinitel tahu
DCM	Směrová kosinová matice (<i>Direct Cosine Matrix</i>)
dEl	Výchylka výškovky
F_D	Aerodynamická odporová síla
F_L	Aerodynamická vztlaková síla
G	Tíhová síla
G_m	Amplitudová rezerva
h	Hybnost tělesa
H	Moment hybnosti
I	Matice momentu setrvačnosti
I₀	Proud nezatíženého motoru
J	Moment setrvačnosti motoru
J_a	Postupný poměr (<i>Advance ration</i>)
k_e	Elektrická konstanta motoru
k_m	Mechanická konstanta motoru
l	Průměr vrtule
L, M, N	Aerodynamické momenty
L_a	Vnitřní indukčnost motoru
L_{kř}, L_{vop}	Vztlakové síly na křídlech a výškovce
m	Hmotnost
M_{kř}, M_{vop}	Momenty vznikající na křídlech a výškovce
M_{mot}	Moment motoru
M_x, M_y, M_z	Momenty okolo aerodynamický os
M_z	Zátěžný moment
n	Přetížení
O₁, O₂	Počátky souřadnicových soustav
p, q, r	Úhlové rychlosti polohových úhlů
PID	Proporcionální, Integrační, Derivační regulátor
P_m	Fázová rezerva
P_{out}	Výkon motoru
r	Poloměr
R_a	Vnitřní odpor motoru
RPM	Otáčky za minutu (<i>rounds per minute</i>)

RPS	Otáčky za sekundu (<i>rounds per second</i>)
$\mathbf{R}_\varphi$	Matice rotace okolo osy x
$\mathbf{R}_\theta$	Matice rotace okolo osy y
$\mathbf{R}_\psi$	Matice rotace okolo osy z
S	Charakteristická plocha křídla
ss	Souřadnicový systém
$\mathbf{T}$	Matice translace
u, v, w	Rychlost letu v letadlové ss
U_0	Napětí na kotvě motoru bez zatížení
v	Rychlost letu
WO	Washout filter
x_T, l_{vop}	Vzdálenost působišť aerodynamických vztlakových sil od těžiště
Z	Výsledná vztlaková síla
α	Úhel náběhu
β	Úhel bočního skluzu
Γ	Úhel letové dráhy (<i>flight path angle</i>)
δ	Úhel mezi podélnou osou letadla a tětivou křídla
τ_a	Elektrická časová konstanta
τ_m	Mechanická časová konstanta
φ, θ, ψ	Polohové úhly
ω	Úhlová rychlost

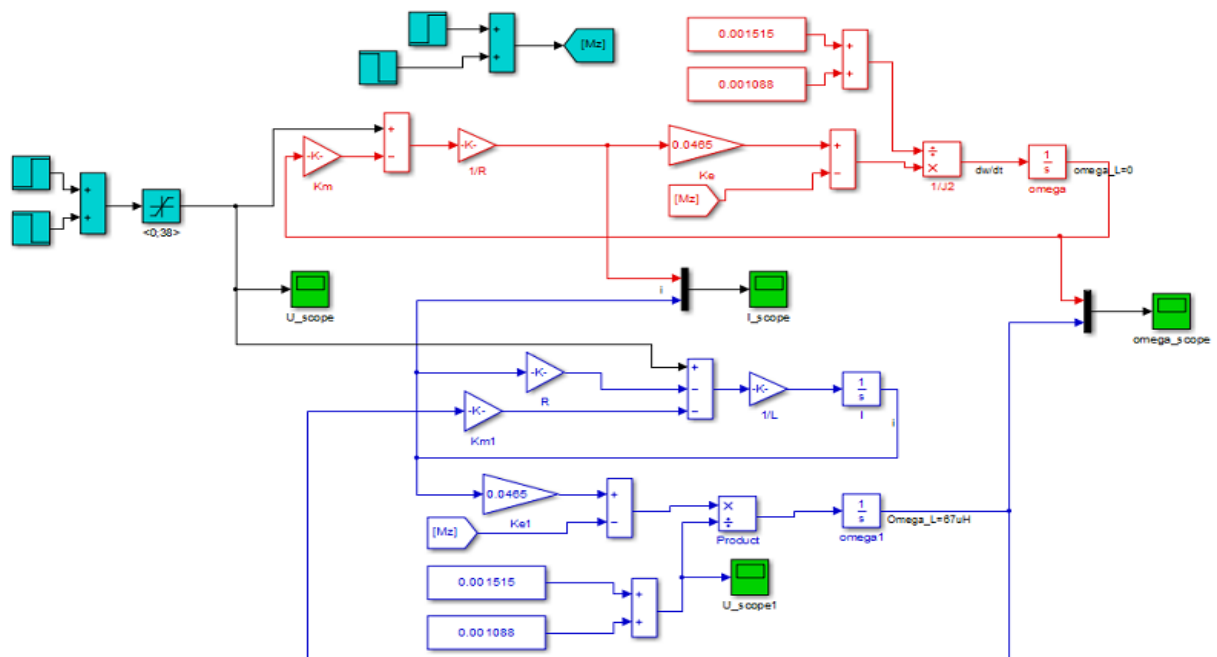
Seznam příloh:

Příloha 1	Vnitřní schéma modelu SkyDog
Příloha 2	Matematický popis úplného a zjednodušeného modelu motoru
Příloha 3	Matematický model vrtule
Příloha 4	Schéma zapojení modelu motoru a vrtule
Příloha 5	Vnitřní struktura modelu prostředí
Příloha 6	Implementace aerodynamické vztlakové síly
Příloha 7	Implementace aerodynamických momentů
Příloha 8	Výpočet silového působení v letadlovém ss
Příloha 9	Výpočet momentového působení v letadlovém ss
Příloha 10	Výpočet Eulerových úhlů
Příloha 11	Schéma zapojení servopohonu
Příloha 12	CD/DVD

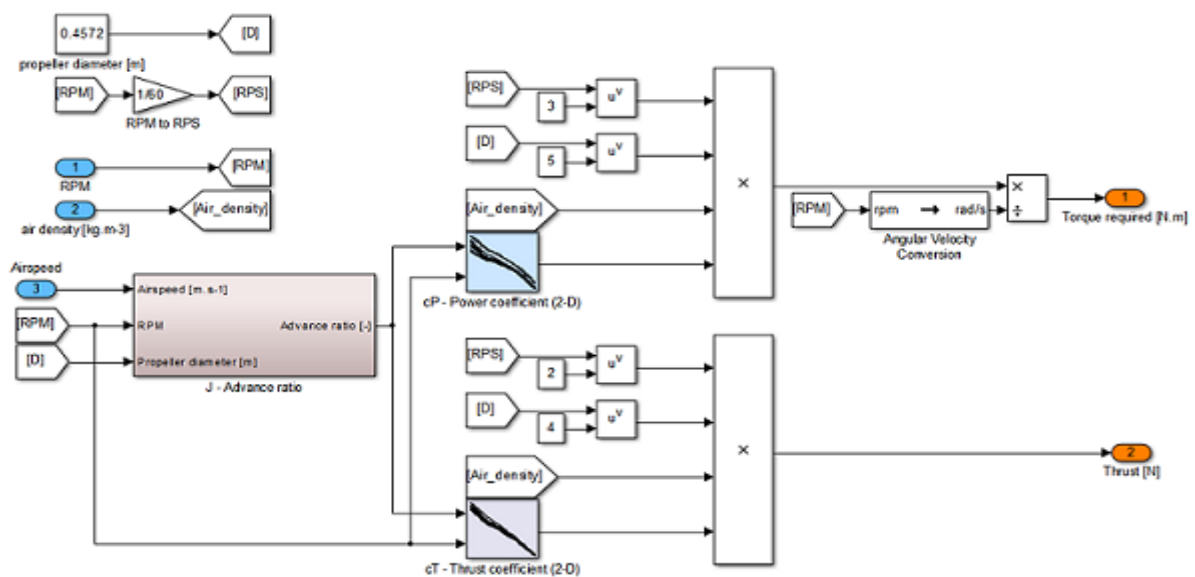
Příloha 1 – Vnitřní schéma modelu SkyDog



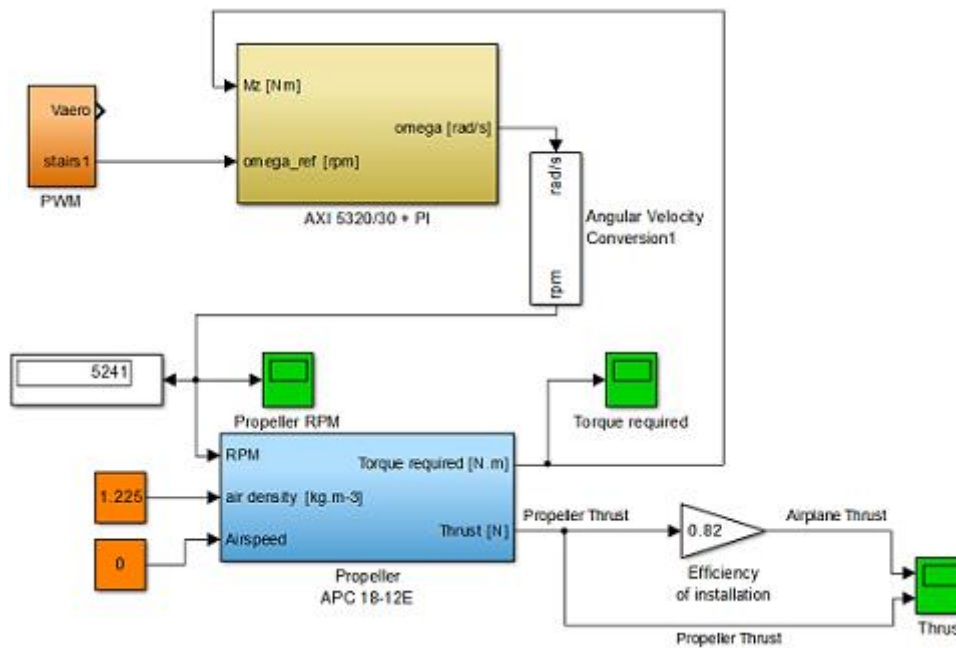
Příloha 2 – Matematický popis úplného a zjednodušeného modelu motoru



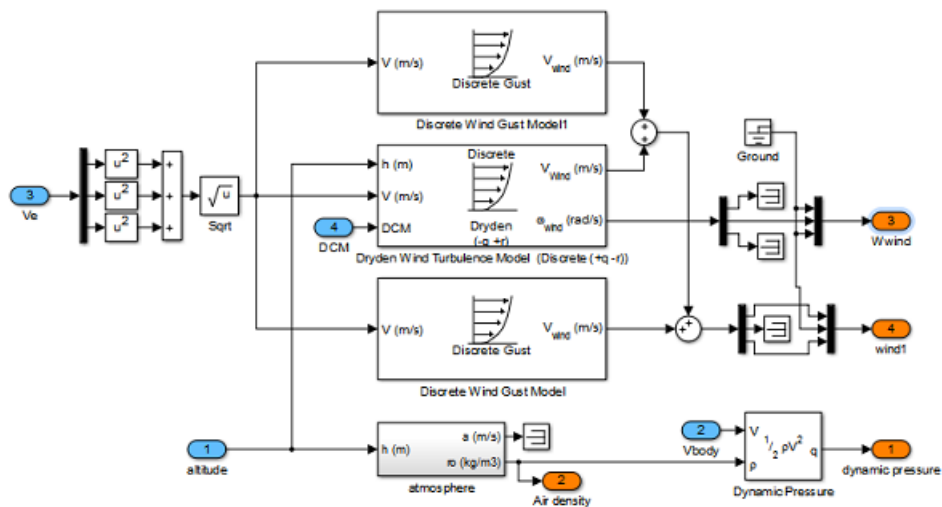
Příloha 3 – Matematický model vrtule



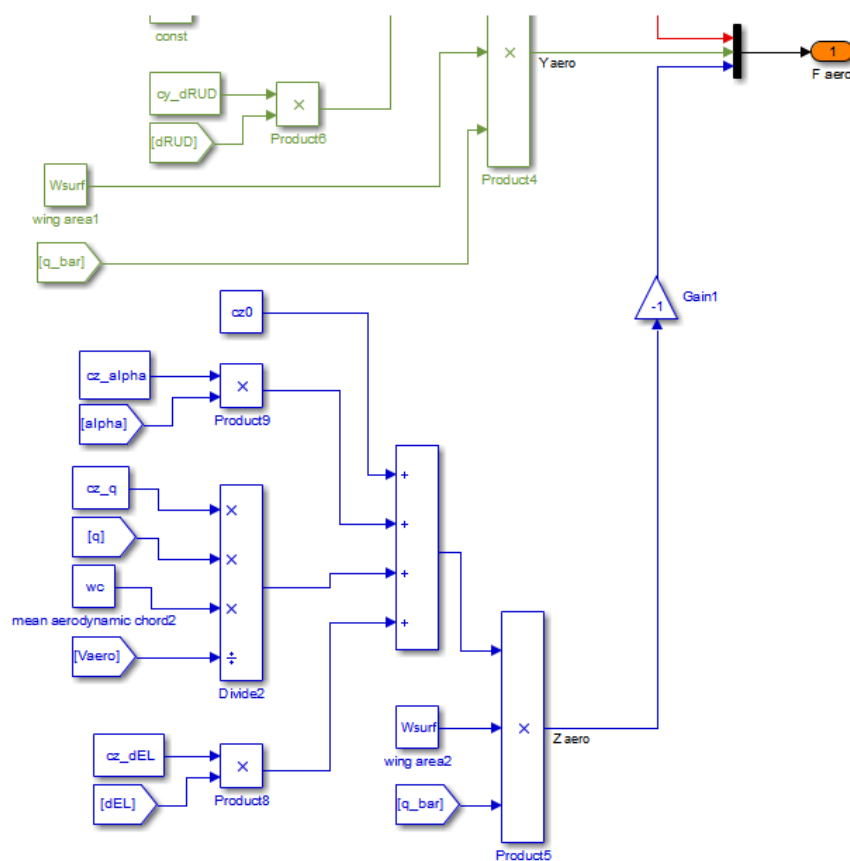
Příloha 4 – Schéma zapojení modelu motoru a vrtule



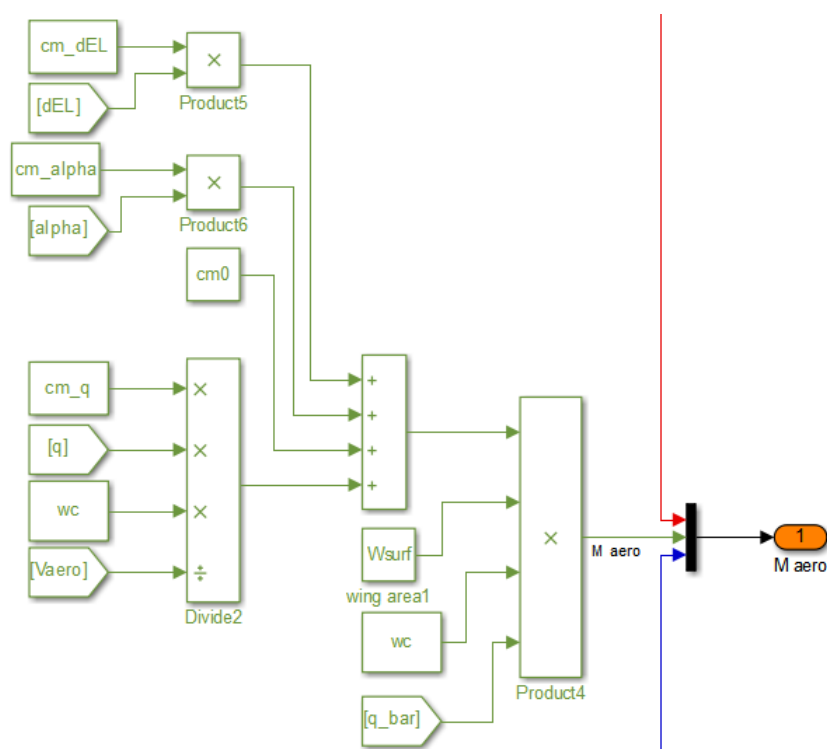
Příloha 5 – Vnitřní struktura modelu prostředí



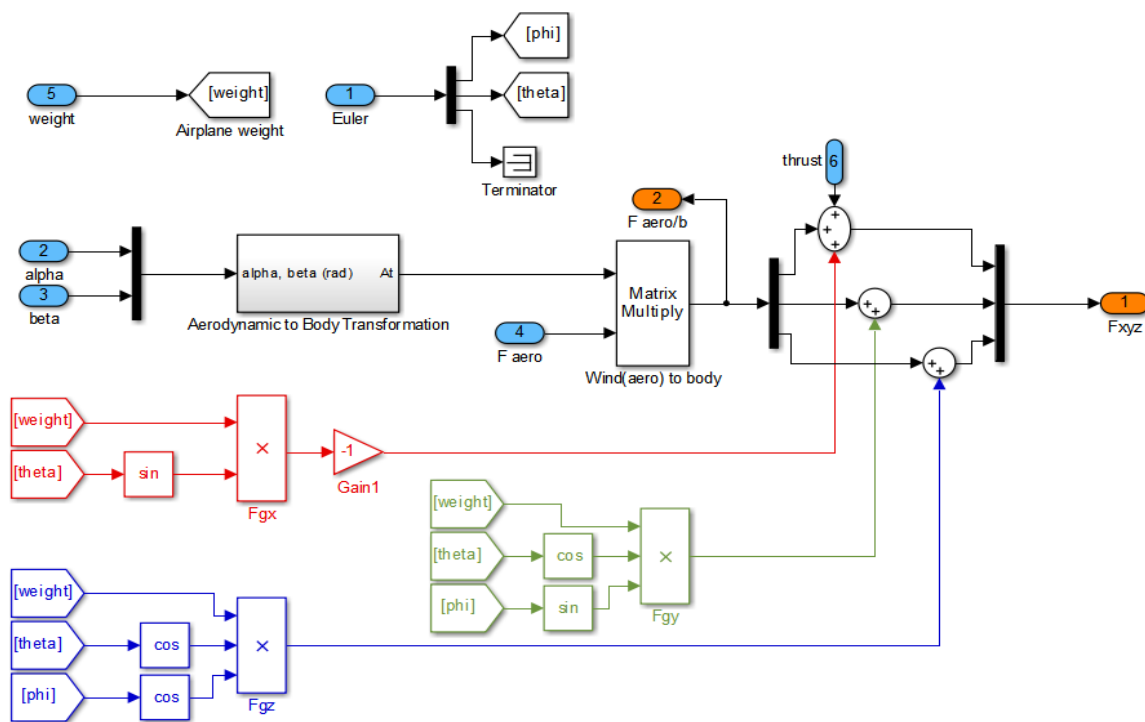
Příloha 6 – Implementace vztlakové aerodynamické síly



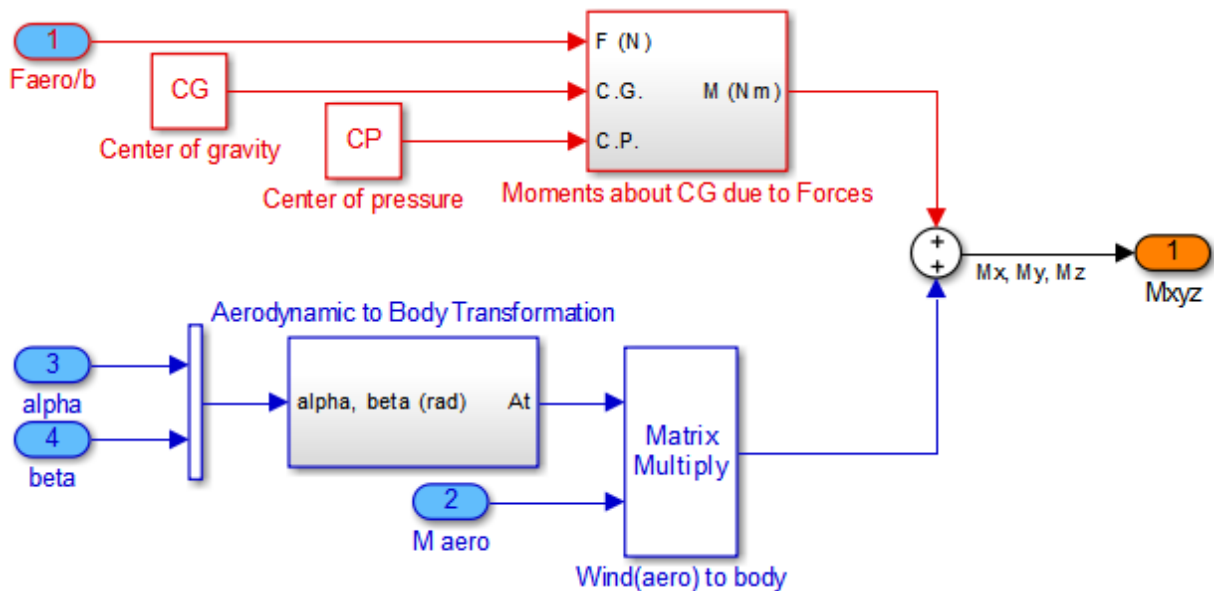
Příloha 7 – Implementace momentu okolo osy y aerodynamického ss



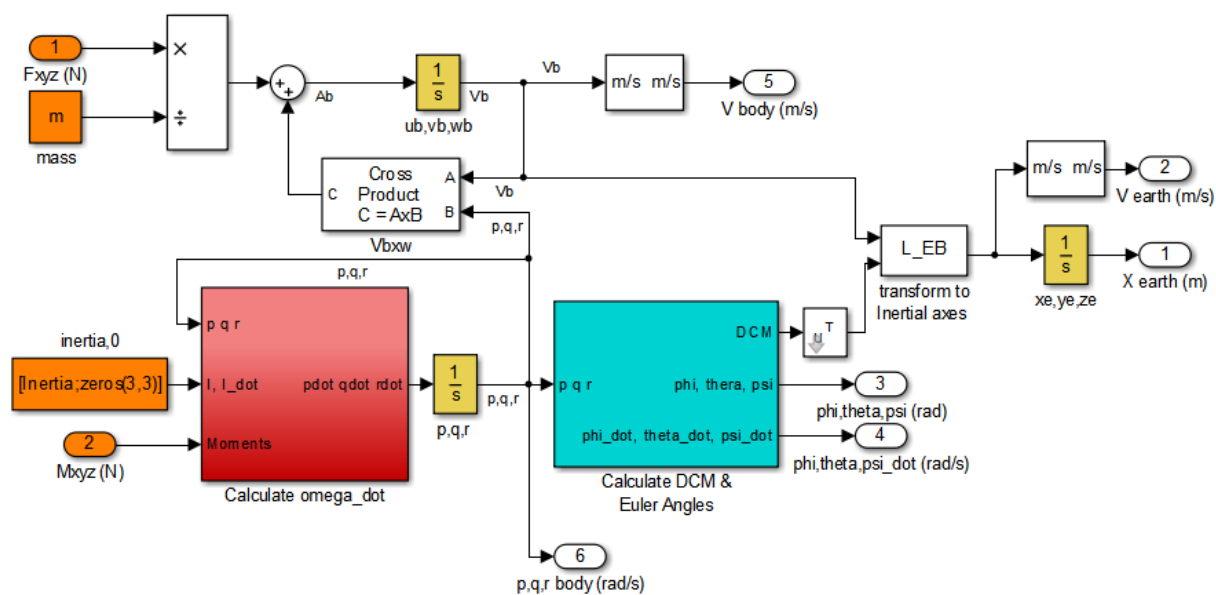
Příloha 8 – Výpočet silového působení v letadlovém ss



Příloha 9 – Výpočet momentového působení v letadlovém ss



Příloha 10 – Výpočet Eulerových úhlů



Příloha 11 – Schéma zapojení servopohonu

