

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO
INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

METODY MĚŘENÍ A VYHODNOCOVÁNÍ VIBRACÍ POHONNÝCH JEDNOTEK

MEASUREMENT AND EVALUATION METHODS OF POWERTRAIN VIBRATIONS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

MICHAL VÍTEK

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. ALEŠ PROKOP

BRNO 2013

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automobilního a dopravního inženýrství

Akademický rok: 2012/2013

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Michal Vítek

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Stavba strojů a zařízení (2302R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Metody měření a vyhodnocování vibrací pohonných jednotek

v anglickém jazyce:

Measurement and Evaluation Methods of Powertrain Vibrations

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce bude zaměřena na přehled jednotlivých metod měření a vyhodnocování vibrací, iniciovaných funkčním principem spalovacího motoru.

Cíle bakalářské práce:

Cílem bakalářské práce je vypracování rešerše v oblasti měřících metod vibrací spalovacích motorů a následné metodiky vyhodnocování naměřených veličin

Práce musí obsahovat:

1. Současný přehled používaných způsobů měření vibrací.
2. Porovnání jednotlivých metod dle zvolených kritérií.
3. Metodiku vyhodnocování výsledků jednotlivých principů měření.

Seznam odborné literatury:

Seznam odborné literatury:

1) Elektronické zdroje: databáze ACM Digital Library, Kluwer – Journals, Knovel, Science Direct, SpringerLink

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Aleš Prokop

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2012/2013.

V Brně, dne 18.12.2012

L.S.

prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty



ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá metodami měření a vyhodnocování vibrací pohonných jednotek. Úvodem práce je vymezení základních veličin vibrací. Dále pojednává o experimentální modální analýze, způsobech buzení vibrací a měření odezev na dané buzení. Poslední částí je provozní modální analýza a její srovnání s modální analýzou experimentální.

KLÍČOVÁ SLOVA

měření vibrací, experimentální modální analýza, akcelerometr, laserová vibrometrie, rázové buzení, budič vibrací, provozní modální analýza

ABSTRACT

This bachelor's thesis deals with the methods of measurement and evaluation of powertrain vibrations. Introduction of this work is defining the basic parameters of vibration. It also shows the experimental modal analysis, vibration excitation methods and measuring responses to a given excitation. The last part is operational modal analysis and its comparison with experimental modal analysis.

KEYWORDS

vibration measurement, experimental modal analysis, accelerometer, laser vibrometry, impact excitation, vibration exciter, operational modal analysis



BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

VÍTEK, M. *Metody měření a vyhodnocování vibrací pohonných jednotek*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 31 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Aleš Prokop.



ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Ing. Aleše Prokopa a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 25. května 2013

.....

Jméno a přímení



PODĚKOVÁNÍ

V první řadě bych rád poděkoval mému vedoucímu bakalářské práce, panu Ing. Aleši Prokopovi za jeho cenné rady a připomínky. Dále poděkování patří mé rodině a přítelkyni, za podporu a trpělivost během celého studia.



OBSAH

Úvod.....	9
1 Úvod do vibroakustiky.....	10
1.1 Vznik a šíření vibrací.....	10
1.2 Vliv vibrací a hluku na stroje.....	11
1.3 Vliv vibrací a hluku na člověka	11
2 Základní veličiny vibrací	13
2.1 Systém s jedním stupněm volnosti.....	14
3 Experimentální modální analýza.....	16
3.1 Úvod do experimentální modální analýzy	16
3.1.1 Hlavní oblasti využití modální analýzy	17
3.1.2 Frekvenční odezvosvá funkce	17
3.2 Způsoby měření vibrací	18
3.2.1 Piezoelektrické akcelerometry	18
3.2.2 Laserové vibrometry	20
3.3 Způsoby uložení měřené struktury.....	22
3.4 Mechanismy buzení	23
3.4.1 Rázové buzení.....	23
3.4.2 Buzení pomocí budiče vibrací	24
3.5 Vyhodnocování výsledků	26
4 Provozní modální analýza.....	28
Závěr	29
Použité informační zdroje	30
Seznam použitých zkratk a symbolů.....	31



ÚVOD

Vibrace provázejí pracovní procesy všech strojních zařízení, spalovací motor nevyjímaje. Prvotním zdrojem vibrací je samotný funkční princip motoru, především pak pracovní cyklus exploze směsi paliva. Dalšími zdroji vibrací jsou pak posuvné části – písty a dále pak rotující části – kliková hřídel, vačková hřídel, setrvačník, těleso spojky, převodovka. Vibrace jsou nežádoucím jevem, snižují účinnost a životnost stroje a jejich doprovodným jevem je hluk, který je ve strojním průmyslu rovněž jevem nežádoucím. Existují i případy, kde lze vibrace využít v náš prospěch, například v různých vibračních třídíčkách, podávacích žlabech, vibračních stavebních válcích a podobně. Vibrace lze také využít ke snížení vnitřních napětí v materiálu při výrobě součástí, namísto žíhání, které se k tomuto účelu běžně využívá. Obecně se ale vibrace považují za nežádoucí jev, provázející pracovní procesy strojů a jsou tedy tendence vibrace co nejvíce omezit, proto je taky nutné vibrace účinně měřit a vyhodnocovat. Fenoménem vibrací a hluku se zabývá vědní obor zvaný vibroakustika.



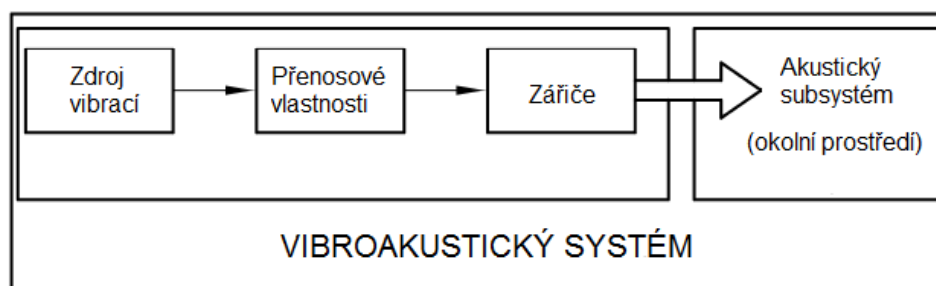
1 ÚVOD DO VIBROAKUSTIKY

1.1 VZNIK A ŠÍŘENÍ VIBRACÍ

Všechna strojní zařízení, ať už těžké pracovní stroje, automobily, výrobní stroje nebo i domácí elektrospotřebiče, jsou při své funkci zdroji vibrací a hluku. Lidé se snaží tyto jevy minimalizovat na co nejnížší hodnotu, avšak jejich úplné odstranění je v praxi nemožné. V důsledku proměnných silových účinků na tělesa a kapaliny vznikají vibrace těchto pružných médií. Tyto vibrace jsou pak dále provázány hlukem. Ten lze definovat jako rušivý, neharmonický a obtěžující zvuk. Avšak to, zda je daný zvuk již hlukem, je spíše subjektivním pohledem každého člověka. Podstatou zvuku je pohyb částic pružného prostředí v některé jeho oblasti a zdrojem zvuku je tedy vymezená část tohoto prostředí, ve které vzniká akustická energie a dále se šíří do okolí, ať už vzdušného, kapalného či pevného. [1]

Mechanický hluk je způsoben mechanickými kmity povrchů strojů, stěn budov a podobně. Akustický rozruch, vzniklý kmitáním povrchu, odevzdává svou mechanickou energii akustickému prostředí, nejčastěji plynnému či kapalnému, a prostřednictvím akustických vln se pak dále šíří do okolního prostředí – akustického subsystému (viz Obr. 1). Velikost akustické energie je závislá na rozměrech a tvaru povrchu kmitajícího tělesa a na vlastnostech samotného kmitavého pohybu, zejména frekvenci a amplitudě [1]. Mechanický hluk má u pohonných jednotek významné zastoupení, neboť celá konstrukce motoru je z kovových materiálů, kterými se vibrace velmi dobře šíří. Zdroji mechanického hluku jsou například pohybující se písty motoru, ventilový rozvod, klikový mechanismus či zabírající zuby v převodovce.

Aerodynamický hluk je způsoben nestacionárním prouděním v kapalném či plynném prostředí nebo v místech, kde dochází ke vzniku většího tlakového spádu, čímž dojde k vlnění příslušného média [1]. U pohonných jednotek můžeme nalézt aerodynamický hluk, způsobený sáním směsi do spalovacího prostoru a výfukem spalin. Dále aerodynamický hluk vzniká funkcí ventilátoru chlazení či činností turbodmyhadla nebo kompresoru u přeplňovaných motorů.



Obr. 1 Vznik a šíření vibrací a hluku [1]



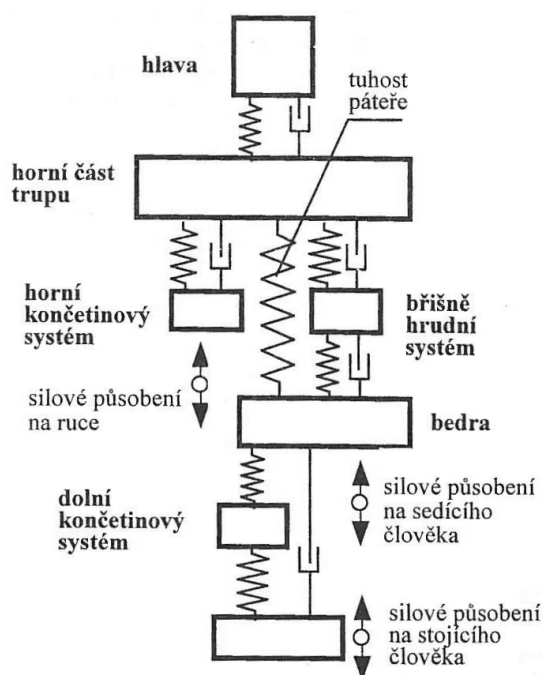
1.2 VLIV VIBRACÍ A HLUKU NA STROJE

Vibrace obecně zhoršují pracovní podmínky strojů a jejich procesů a provázejí stroje hned od jejich vzniku. Již při obrábění snižují kvalitu opracovávaných ploch a povrchů výrobků. Vyskytují se jako vibrace obrobku a vibrace nástroje, které způsobují změnu řezné rychlosti obrábění a výrazně tak snižují životnost nástroje. Vibrace stroje způsobují jeho výrazné dynamické namáhání a mohou vést až ke vzniku únavových poruch jeho uzlů. Vibrace tedy nedovolují plné využití výkonu stroje, čímž dochází ke snížení produktivity výroby. Snížena je i mechanická účinnost stroje, neboť vibrace pohlcují část mechanické energie. [1]

1.3 VLIV VIBRACÍ A HLUKU NA ČLOVĚKA

Člověk není od přírody vybaven zvláštním smyslovým orgánem, registrujícím mechanické kmitání. Musí jej tedy vnímat jinými smysly, ať už vestibulárním systémem, jež zajišťuje rovnováhu a koordinaci pohybů, hmatem, zrakem nebo i sluchem. Mechanickým kmitům bývá člověk vystaven celkově, např. během jízdy dopravními prostředky, či pouze lokálně, třeba při použití ruční vrtačky nebo sbíječky. V závislosti na místě působení vibrací a na jejich frekvenci a amplitudě, se mohou u člověka projevit poruchy funkce některých orgánů a smyslových systémů:

- celkově působící vibrace s frekvencí (0,15 až 0,3) Hz zasahují zejména vestibulární systém a prezentují se stavy utlumení provázené točením hlavy, žaludečními těžkostmi, zhoršením koordinace pohybů, dezorientací či psychofyzickými iluzemi,
- kmity do 1 Hz jsou u člověka vnímány především zrakem,
- vibrace o vyšších amplitudách a frekvenci do 10 Hz jsou vnímány vestibulárním systémem, registrujícím změnu polohy,
- nad 20 Hz již člověk dokáže vnímat kmity i sluchem. [1]



Obr. 2 Model lidského těla pro analýzu svislých pohybů [1]



Vibrace způsobují vynucené kmitání některých částí lidského těla či celého organismu a dochází k jejich rezonanci. Tento poznatek je důležitý pro konstrukci strojů a zařízení, se kterými je člověk v bezprostředním kontaktu. Lidské tělo se chová jako mechanismus o větším počtu stupňů volnosti, jeho model pro analýzu svislých pohybů je vyobrazen na Obr. 2. [1]

Jak již bylo řečeno, mechanické kmitání je doprovázeno hlukem, jež působí na lidský organismus rovněž škodlivě. Účinek hluku na člověka je reprezentován především veličinami intenzita hluku a případně akustickým tlakem. Dalšími důležitými faktory jsou frekvence, doba trvání, rozdíl mezi hlukem prostředí a hlukem zdroje, impulznost hluku a jeho neočekávanost a v neposlední řadě osobní vztah člověka k danému zvuku. Při hodnotách hluku nad 130 dB(A) se již většinou hluk mění na bolest sluchového orgánu. Tato hodnota hluku je tedy označována jako práh bolesti. Při hladinách hluku od 160 dB(A) výše již dochází k poškození sluchového orgánu (prasknutí bubínku). Stejně jako vysoké hladiny hluku jsou pro člověka nepřírodní i velmi nízké hladiny, kdy hodnoty kolem 20 dB(A) většina lidí považuje za hluboké ticho, jež je pro člověka rovněž nepříjemné. Nejčastějším projevem poškození sluchového orgánu je trvalý posun sluchového prahu slyšitelnosti. Hluk působí na člověka i mimosluchově, nejčastějšími projevy tohoto druhu jsou podráždění nervového systému a s tím spojená zvýšená frekvence srdce a zvýšení krevního tlaku, poruchy spánku a psychické poruchy, projevující se předrážděnostmi, apatií a celkovou nervozitou. Díky těmto vlivům se snižuje pozornost a fyzická výkonnost člověka a ve výrobních prostorách je tedy větší riziko úrazu. [1]



2 ZÁKLADNÍ VELIČINY VIBRACÍ

Jedním z prvních a nejzákladnějších parametrů kmitání je frekvence kmitání. Frekvence udává počet kmitů, které proběhnou za jednu sekundu. Frekvence je označována symbolem f , její jednotkou je Hertz (zkratka Hz). Společně s frekvencí je zaváděna perioda kmitavého pohybu T . Ta udává dobu, za kterou se uskuteční jeden úplný kmit. Je tedy převrácenou hodnotou frekvence, dle vztahu (1). [2]

$$T = \frac{1}{f} \quad (1)$$

Pro vyhodnocování mechanického kmitání jsou určujícími veličinami výchylka, rychlost a zrychlení. Rovnice, vyjadřující závislost výchylky na čase, má tento tvar:

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (2)$$

kde:

x_m je maximální hodnota výchylky, zvaná amplituda

φ_0 je počáteční fáze pohybu

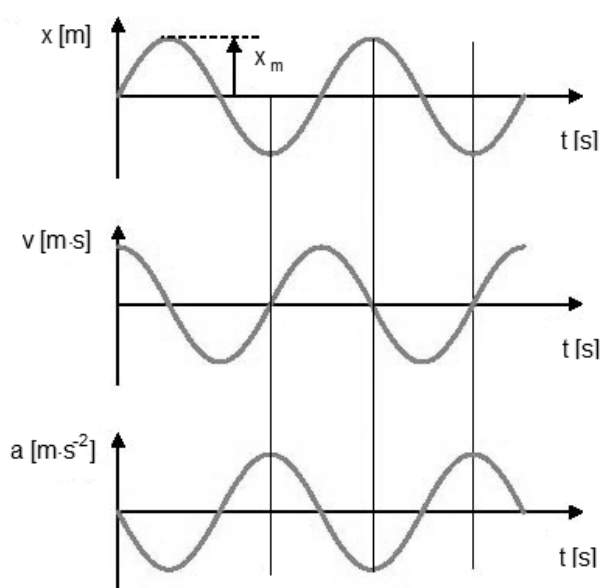
ω je úhlová frekvence pohybu, daná rovnicí $\omega = 2\pi f$

Rychlost kmitání částice získáme derivací výrazu pro výchylku (2):

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3)$$

Zrychlení částice získáme derivací rovnice pro rychlost kmitání částice (3):

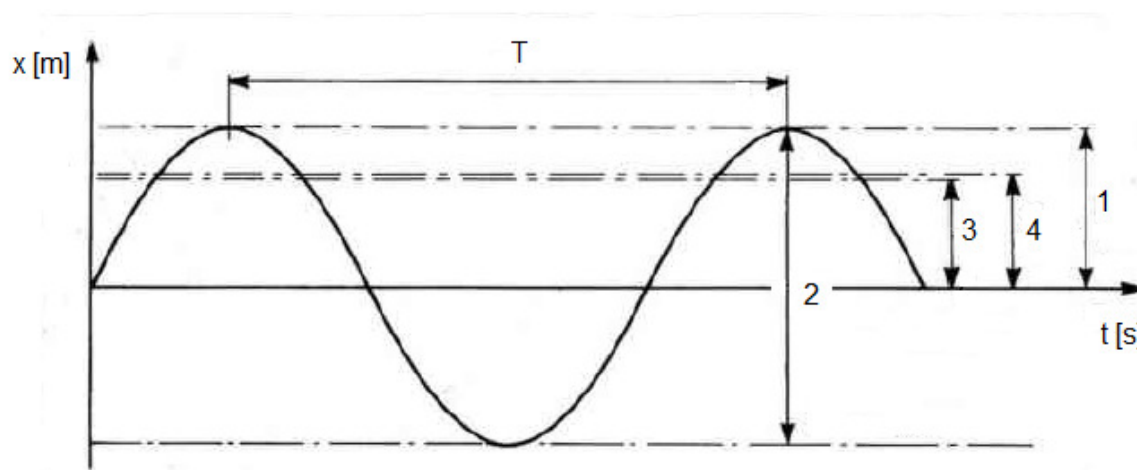
$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (4)$$



Obr. 3 Fázové posunutí mezi výchylkou, rychlostí a zrychlením

Amplituda mechanického chvění určuje přímo jeho nebezpečnost a škodlivost. Kvantitativně lze hodnotit několika způsoby:

- vrcholová hodnota popisuje maximální amplitudy krátkodobých jevů, jako jsou například mechanické rázy. Není však vypovídající s ohledem k frekvenci chvění a jeho časovému průběhu,
- maximální rozkmit bývá označován jako hodnota špička-špička nebo také jako dvojitá amplituda. Bývá používán v případech, kdy je z hlediska přípustného mechanického namáhání nebo minimálních vůli mezi součástmi důležitá výchylka chvění,
- střední hodnota je spojena s časovým průběhem hodnoceného kmitání. V praxi však není příliš používána, neboť nemá přímý vztah k jiné důležité fyzikální veličině,
- efektivní hodnota je z hlediska kvantitativního hodnocení amplitud kmitání nejdůležitější hodnotou, neboť je spojena s časovým průběhem mechanického chvění a má přímý vztah k jeho energetickému obsahu. Tím se stává měřítkem nebezpečnosti a škodlivosti daného kmitání. [3]



Obr. 4 Vrcholová hodnota (1), maximální rozkmit (2), střední hodnota (3), efektivní hodnota (4) [4]

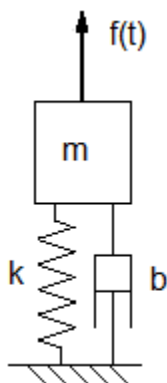
2.1 SYSTÉM S JEDNÍM STUPNĚM VOLNOSTI

V praxi není tento systém příliš uplatnitelný, bude pouze použit pro zavedení dalších důležitých veličin mechanického chvění. Základem je netlumený systém s jedním stupněm volnosti, který se skládá z tělesa hmotnosti m a pružiny tuhosti k – rovnice (5). Přidáním viskózního tlumiče s konstantou viskózního tlumení b vzniká systém s viskózním tlumením. Tento systém je dán rovnicí (6). Tuto soustavu lze dále dynamicky vybudit silou $f(t)$, vzniká tak rovnice (7).

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (5)$$

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \quad (6)$$

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (7)$$



Obr. 5 Dynamicky buzený systém s jedním stupněm volnosti s viskózním tlumením [9]

Vlastní netlumená frekvence soustavy je dána rovnicí:

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8)$$

Poměrný útlum je dán rovnicí:

$$\zeta = \frac{\delta}{\Omega_0} \quad (9)$$

kde δ je součinitel doznívání, daný rovnicí $\delta = b/2m$

Rovnici (7) je možno upravit transformací do kmitočtové oblasti [5]. Rovnice je vydělena hmotností a jsou zavedeny parametry vlastní netlumená frekvence soustavy a poměrný útlum. Výsledná rovnice má tvar:

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\Omega_0\dot{x}(t) + \Omega_0^2 x(t) = \Omega_0^2 \frac{F}{k} e^{i\omega t} \quad (10)$$



3 EXPERIMENTÁLNÍ MODÁLNÍ ANALÝZA

3.1 ÚVOD DO EXPERIMENTÁLNÍ MODÁLNÍ ANALÝZY

Modální analýza je metodou, jež je významná svým uplatněním v technické diagnostice a při vývoji a modelování strojních součástí a celků. Díky modální analýze a jejím výsledným modálním vlastnostem je možno získat celkový dynamický popis mechanické soustavy či konkrétní struktury. Vlastnosti samotného systému, daného jeho tvarem a materiálem, nazýváme modálními (případně vlastními či vidovými). Tyto vlastnosti jsou přímým zdrojem problémů, spojených s nadměrným mechanickým kmitáním a hlukem. Výslednými parametry modální analýzy tedy jsou:

- vlastní frekvence soustavy,
- vlastní tvary kmitů,
- vlastní tlumení tvarů kmitů. [5]

Metody modální analýzy se dělí na dva základní přístupy. Teoretická modální analýza spočívá v matematickém modelování vibračního chování dané struktury. Dochází k sestavení pohybových rovnic a vypočtení výsledných modálních vlastností za použití tzv. modální transformace. Ta spočívá v náhradě soustavy vzájemně vázaných homogenních diferenciálních rovnic soustavou nezávislých, samostatně řešitelných homogenních diferenciálních rovnic. Často je nutné soustavu pohybových rovnic do určité míry zjednodušit, což může vést k menším či větším nepřesnostem. I přes to je teoretická modální analýza v některých případech nezbytná, například tehdy, kdy nemáme reálnou strukturu, ale pouze její softwarový model. [5]

Druhým přístupem je metoda experimentální modální analýzy. Při této metodě určujeme základní parametry (vlastní frekvence, vlastní tvary kmitů a modální útlum) dané struktury pomocí experimentálně naměřených dat frekvenční odezvové funkce $H(\omega)$. Tyto funkce se často označují jako frekvenční charakteristiky. Experimentální modální analýza je ve svých výsledcích přesnější než teoretická, avšak nemůže být uplatněna vždy. [5]



Obr. 6 Most Tacoma Narrows Bridge rozkmitaný poryvy větru [10]



3.1.1 HLAVNÍ OBLASTI VYUŽITÍ MODÁLNÍ ANALÝZY

Při modelování součástí a soustav a při jejich výrobě narazíme na mnoho technických problémů, které jsou řešitelné právě metodami modální analýzy. Hlavními oblastmi uplatnění jsou:

- srovnáním experimentálně naměřených dat na reálné konstrukci s odpovídajícími daty, získanými pomocí teoretické modální analýzy, případně pomocí metody konečných prvků, je možno upravit analytický model tak, aby se do větší míry shodoval se skutečnou strukturou. Může pak být dále využíván k teoretickým výpočtům, aniž by byl nadále zatížen chybami, způsobenými nedostatečným zahrnutím všech okrajových podmínek,
- zjištěním vlastních frekvencí struktury je možno určit nebezpečné stavy, ve kterých se zařízení nesmí provozovat. Došlo by pak ke shodě vlastních frekvencí s frekvencemi budících sil, což by vedlo k rezonanci systému a tedy k velkým amplitudám chvění. Provozování stroje v oblasti rezonančních frekvencí několikanásobně snižuje jeho životnost a v častých případech může dojít přímo k poškození tohoto zařízení. Z historie je známo neštěstí, kdy se most Tacoma Narrows Bridge vlivem poryvů větru rozkmital na vlastní frekvenci konstrukce, čímž výrazně vzrostla amplituda kmitání a došlo ke zřícení mostu (viz Obr. 6),
- je možno určit místa maximálních výchylek buzené soustavy díky výsledným vlastním tvarům kmitů zkoumaného systému. Následně je možné provést strukturální modifikace, například úpravu geometrie, přidání přídatných prvků či změnu vlastností materiálu,
- výsledky experimentální modální analýzy lze využít při vibrodiagnostice stroje k zjištění příčin určitých problémů či pro zjištění poruchy a jejího místa výskytu. Určité poruchy, jako např. nevývažek či nesouosost, se mohou zobrazovat ve snímaném signálu a je tedy možno je identifikovat a lokalizovat. [5]

3.1.2 FREKVENČNÍ ODEZVOVÁ FUNKCE

Jak již bylo řečeno v úvodu této kapitoly, podstatou experimentální modální analýzy je určení frekvenční odezvové funkce $H(\omega)$ nebo také kmitočtové charakteristiky. Ta je založena na měření časového průběhu dynamického buzení soustavy $f(t)$ a zároveň sledování odpovídajícího časového průběhu odezvy testované soustavy $x(t)$ ve frekvenční oblasti. Obecně je frekvenční odezvová funkce dána vztahem (11), ze kterého je zřejmé, že představuje poměr výstupu k vstupu do systému a vyjadřuje tedy dynamickou poddajnost zkoumané soustavy. [5]

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{\text{výstup}}{\text{vstup}} \quad (11)$$

Pro popis chování vibrujícího tělesa je možné použít jednu ze tří veličin: výchylku, rychlost nebo zrychlení. K těmto veličinám lze najít odpovídající frekvenční odezvové funkce. Těmi jsou poddajnost, pohyblivost a akcelerační funkce. Tyto funkce jsou dány algebraickými výrazy: poddajnost výrazem (12), pohyblivost výrazem (13) a akcelerační výrazem (14). Pro popis soustavy je tedy možné nalézt charakteristiku jedné z těchto funkcí a zbylé dvě si matematicky odvodit. [5]



$$\alpha(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (12)$$

$$Y(\omega) = \frac{\dot{X}(\omega)}{F(\omega)} \quad (13)$$

$$A(\omega) = \frac{\ddot{X}(\omega)}{F(\omega)} \quad (14)$$

3.2 ZPŮSOBY MĚŘENÍ VIBRACÍ

Vibrace struktury lze měřit dvěma základními způsoby:

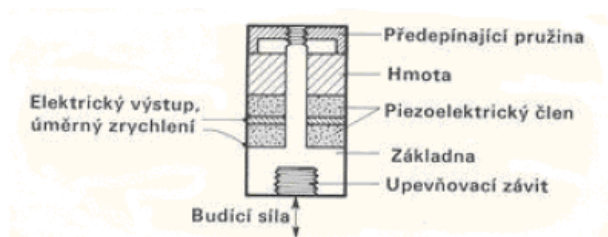
- pomocí snímačů výchylky, rychlosti nebo zrychlení. Nejčastěji se v praxi využívá piezoelektrický snímač zrychlení, z jehož výstupního signálu můžeme integrací získat i zbývající dvě veličiny,
- bezkontaktně, pomocí laserových vibrometrů.

3.2.1 PIEZOELEKTRICKÉ AKCELEROMETRY

Piezoelektrický snímač zrychlení neboli akcelerometr, je v současné době jedním z nejpoužívanějších elektromechanických měničů, neboť má mnoho výhod oproti jiným snímačům chvění. Mezi ty hlavní patří:

- široký pracovní frekvenční a dynamický rozsah a definovaná linearita v těchto rozsazích,
- pevná a robustní konstrukce, vysoká spolehlivost, dlouhodobá stabilita,
- absence pohyblivých částí, citlivých k opotřebení,
- není třeba vnější napájení, svou funkcí generuje elektrický signál,
- elektrický výstupní signál snímače, odpovídající zrychlení mechanického chvění, je možno integrovat a získat tak elektrické signály odpovídající rychlosti a výchylce mechanického chvění. [3]

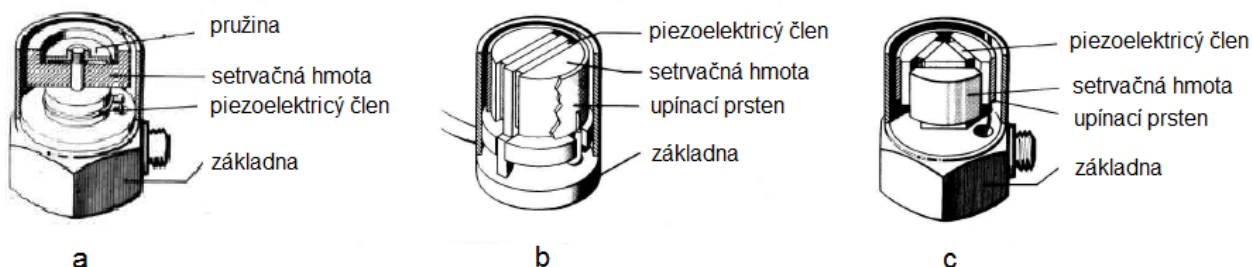
Základním prvkem piezoelektrického akcelerometru je výřez z piezoelektrického materiálu, jímž bývá nejčastěji uměle polarizovaná piezoelektrická keramická hmota, jež vykazuje výrazný piezoelektrický jev. Podstatou piezoelektrického jevu je vznik elektrického náboje na čelních stěnách výřezu z piezokeramiky při jeho mechanickém namáhání v tahu, tlaku či stříhu. Vzniklý náboj je úměrný přiložené mechanické síle. Piezoelektrický člen je umístěn tak, že při kmitavém pohybu snímače na něj působí síla zrychlení přídavné hmoty, jak je patrné z Obr. 7. [3]



Obr. 7 Schéma piezoelektrického akcelerometru [3]



V konstrukci moderních piezoelektrických akcelerometrů se běžně používají dvě konfigurace členů. Konfigurace se stlačením (Obr. 8a), kde přídatná hmota působí na piezoelektrický člen stlačujícími silami a konfigurace se stříhem (Obr. 8b,c), ve které přídatná hmota působí na piezoelektrický člen stříhovým namáháním. [3]



Obr. 8 Piezoelektrické akcelerometry Brüel & Kjær, konfigurace se stlačením (a), se stříhem (b, c) [4]

Jedním z nejdůležitějších parametrů akcelerometru je jeho citlivost, někdy také označovaná jako činitel přenosu. Z hlediska citlivosti je ideální snímač, generující co největší elektrický signál. Síla signálu však roste s velikostí piezoelektrického členu, tedy s celkovou velikostí a hmotností snímače. Je tedy nutné nalézt kompromis, neboť velká vlastní hmotnost snímače může zkreslovat celkové výsledky měření. Dle obecného pravidla by hmotnost akcelerometru neměla být větší než 1/10 dynamické hmotnosti objektu, na kterém je snímač připevněn. Ve většině případů však citlivost snímače nebývá problematickou veličinou, neboť moderní akcelerometry umožňují zpracování i velmi slabých elektrických signálů z důvodu zapojení předzesilovače. [3]

Při měření velmi malých nebo velkých zrychlení chvění je nutno brát v úvahu pracovní dynamický rozsah použitého snímače. Dolní hranice celkového dynamického rozsahu není určena přímo akcelerometrem, nýbrž elektrickým šumem použitých kabelů a předzesilovače. Při použití univerzálních přístrojů a běžného příslušenství má dolní mez pracovního dynamického rozsahu hodnotu řádově několik setin $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Horní mez pracovního dynamického rozsahu je určena mechanickou pevností akcelerometru. Běžně používaný univerzální snímač zrychlení si zachovává linearitu do (50 000 až 100 000) $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. [3]

Při volbě akcelerometru je nutno věnovat pozornost pracovnímu frekvenčnímu rozsahu daného snímače. V oblasti nízkých frekvencí bývá snímač omezen dolní mezní frekvencí předzesilovače, ke kterému je akcelerometr připojen. V praxi však u většiny kvalitních předzesilovačů leží tato hodnota daleko pod 1 Hz. Dalším omezujícím faktorem je vliv změn teploty prostředí, ke kterým jsou piezoelektrické akcelerometry citlivé. Tento faktor působí v menší míře na akcelerometry s konfigurací se stříhem, které se při běžných teplotách používají i při měření frekvencí menších než 1 Hz. Horní mez pracovního frekvenčního rozsahu je určena vlastní rezonanční frekvencí systému akcelerometru, složeného ze setrvačné hmoty a pružiny. V praxi bývá horní mezí pracovního frekvenčního rozsahu frekvence, rovna 1/3 rezonanční frekvence akcelerometru. Rezananční frekvence malých, lehkých snímačů může být až 180 kHz. Univerzální snímače, jež jsou větší, těžší, ale také citlivější, mívají vlastní rezonanční frekvence kolem (20 až 30) kHz. [3]

Jedním z nejzávažnějších činitelů, jež ovlivňuje přesnost snímače při měření vibrací, je způsob upevnění snímače. Nedokonalé upevnění snižuje rezonanční frekvenci akcelerometru



a výrazně tak zmenšuje jeho použitelný pracovní frekvenční rozsah. Nejběžnějšími způsoby uchycení snímače k povrchu měřené součásti jsou:

- upevnění pomocí speciálních závrtných šroubů. Dalšího zlepšení vlastností tohoto uchycení je možno dosáhnout nanesením tenkého filmu mazacího tuku mezi snímač a povrch před dotažením šroubu. Dosahovaná rezonanční frekvence univerzálního snímače zrychlení, upevněného tímto způsobem, leží velmi blízko ideální rezonanční frekvence (až 31 kHz),
- k uchycení akcelerometrů se v praxi často používá tenká vrstva včelího vosku. Při tomto způsobu upevnění shodného univerzálního snímače mírně klesá rezonanční frekvence na hodnotu přibližně 29 kHz. Použití včelího vosku je také omezeno na měřicí podmínky do 40 °C, neboť při vyšších teplotách začíná vosk měknout,
- v případech, kde jsou nežádoucí otvory pro závrtné šrouby a v místech, kde je předpokládáno opakované měření, se akcelerometry upevňují k povrchu pomocí tvrdých pojivých materiálů. Nejčastěji se využívají epoxidové pryskyřice a kyanoakryláty. Rezonanční frekvence snímače, upevněného tímto způsobem, bývá okolo 28 kHz,
- speciální izolované šrouby a slídové podložky se používají tam, kde je nutná elektrická izolace snímačů zrychlení. Upevnění s elektrickou izolací také účinně pomáhá při obtížích, spojených s uzemněním akcelerometru. Stejně jako v předchozím případě se rezonanční frekvence snímače pohybuje kolem 28 kHz,
- snadným a rychlým způsobem upevnění akcelerometru k měřeným objektům, vyrobeným z magnetických materiálů, je použití malého permanentního magnetu, který současně slouží jako elektrická izolace. Nevýhodou této metody je výrazné snížení rezonanční frekvence akcelerometru na hodnoty kolem 7 kHz,
- při orientačních a zkušebních měřeních, kdy nepotřebujeme velmi přesné a reprodukovatelné výsledky, lze využít sondu nesoucí snímač zrychlení. Ta se k měřenému povrchu přidržuje pouze ručně a lze tedy využít pouze pro nižší frekvence přibližně do 2 kHz. [3]

3.2.2 LASEROVÉ VIBROMETRY

Laserová vibrometrie se uplatňuje v automobilovém průmyslu jako bezkontaktní metoda měření vibrací. Mezi její hlavní výhody oproti kontaktním snímačům patří:

- nulové přídavné hmoty,
- proměnlivé měřicí rozsahy,
- vysoká přesnost a citlivost,
- jednoduchost použití,
- nízké provozní náklady,
- použití v místech s obtížnými podmínkami měření, jako jsou rozžhavené, složité či mikroskopické struktury. [6]

Díky těmto výhodám laserová vibrometrie podporuje rozvoj designu a experimentální modální analýzy v automobilovém průmyslu. Skenovací laserové vibrometry se ukázaly být vhodným nástrojem pro měření frekvenčních odezvových funkcí, neboť dokáží skenovat velké množství zkoumaných bodů v krátkém časovém úseku. [6]



Obr. 9 Skenovací vibrometr PSV-400 firmy Polytec [11]

Laserové vibrometry pracují na bázi tzv. Dopplerova jevu, který využívají například běžné akustické radary. Dopplerův jev způsobuje změnu frekvence zvuku při odrazu od pohybujícího se tělesa. Tato změna frekvence je pak úměrná nejen frekvenci a rychlosti šíření zvuku, ale i rychlosti pohybu samotného tělesa. Jsou-li tedy známy parametry vysílaného zvuku, je možno z nasnímaného odraženého signálu zpětně přesně vypočítat rychlost měřeného tělesa. U optického měření vibrací je situace obdobná, pouze s tím rozdílem, že změna frekvence vlivem pohybu objektu je pouze v řádech desítek MHz. Změny frekvence tedy nelze detekovat přímo, ale je nutné porovnat přímý a odražený paprsek pomocí jejich vzájemné interference v interferometru. Zde se využívá principu superpozice obou vln. [7]

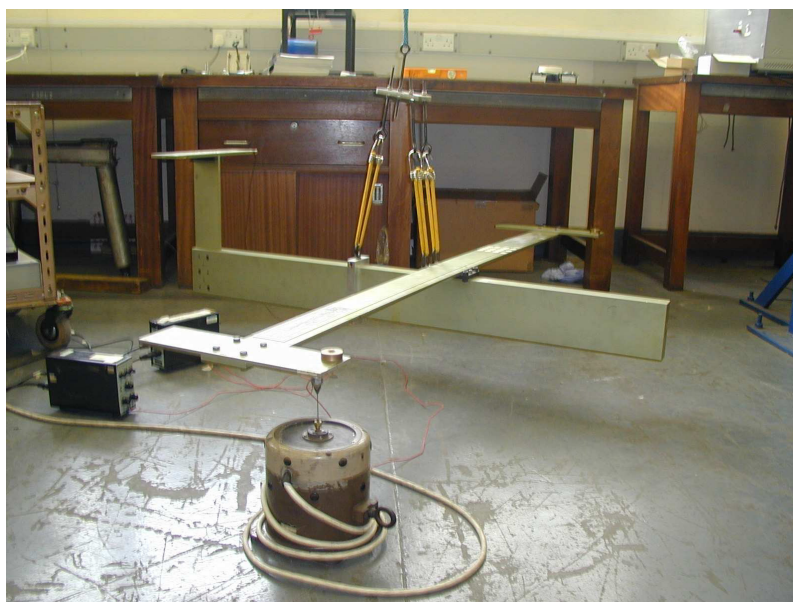
Laserová vibrometrie se u pohonných jednotek hojně využívá při testování ventilových rozvodů, rotujících komponentů převodovek a automobilových setrvačníků. Další oblasti využití se nadále rozvíjejí a časem tedy laserová vibrometrie může zcela nahradit kontaktní způsoby měření vibrací pomocí senzorů zrychlení.



3.3 ZPŮSOBY ULOŽENÍ MĚŘENÉ STRUKTURY

Způsob uložení měřené struktury je významným kritériem, ovlivňujícím kvalitu a přesnost výsledků měření. Při měření vibrací se využívá třech základních druhů uložení struktury: volné, pevné, in situ.

Volné uložení by teoreticky mělo být takové, kdy je těleso volně umístěné v prostoru a nemá tedy žádné vazby s okolím. Takto uložené těleso má 6 stupňů volnosti, tedy 3 posuvy ve směru souřadných os a 3 rotace kolem těchto os. V praxi je volné uložení realizováno uložením struktury na velmi měkkou podložku (např. molitan) nebo zavěšením na měkkých pružinách. Tímto uložením jsou sice ovlivněny vlastní frekvence módů tuhého tělesa, pouze však ve velmi malé míře. Dále má pak uložení do jisté míry vliv na tlumení jednotlivých módů. Volné uložení je nejjednodušším, ale také nejvhodnějším typem uložení, pokud je srovnáván modální model získaný měřením s modálním modelem získaným výpočtově. [8]



Obr. 10 Volné uložení struktury v praxi [8]

Pevné, neboli vetknuté uložení je realizováno úplným znehybněním některých bodů tělesa připojením k zemi a jsou tedy odebrány některé stupně volnosti. Tato podmínka je však v praxi nesplnitelná, proto je považováno za pevné uložení takové, kdy znehybněné stupně volnosti vykazují odezvu menší, než 10 % odezvy ostatních stupňů volnosti. Tento typ uložení se obtížně využívá při srovnávání měřeného modálního modelu s vypočteným z důvodu nestejných okrajových podmínek. Pevné uložení se využívá u struktur, jejich modální vlastnosti při volném uložení nemají význam (např. u turbínových lopatek). [8]

Uložení in situ nevyžaduje žádnou přípravu měřené struktury, neboť se jedná o měření tělesa ve skutečných provozních podmínkách. Tento typ uložení je volen buď tehdy, kdy struktura nelze uložit žádným z předchozích způsobů (měření velmi těžkých struktur, velkých strojů apod.) nebo pokud jsou zjišťovány modální vlastnosti při provozních podmínkách. [8]

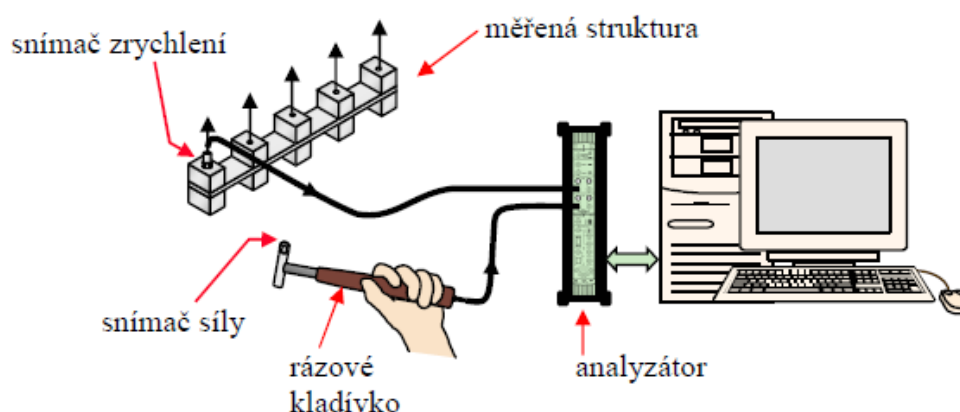


3.4 MECHANISMY BUZENÍ

V úvodu do experimentální modální analýzy bylo řečeno, že pro zjištění frekvenční odezvy funkce je nutno znát vstup a výstup z měřeného systému. Výstupem jsou hodnoty naměřené akcelerometrem nebo laserovým vibrometrem. Vstupem je pak buzení soustavy.

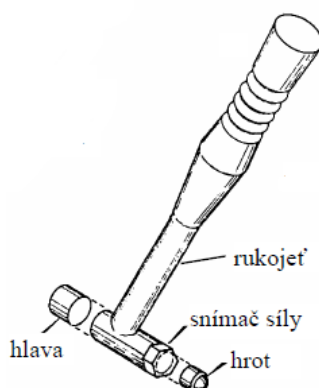
3.4.1 RÁZOVÉ BUZENÍ

V případě rázového buzení je měřená struktura buzena ve více bodech a odezva je měřena v jednom (tzv. referenčním) bodě struktury. Tímto způsobem získáme jeden řádek matice frekvenční odezvy funkce. Nejběžnější formou rázového buzení je buzení pomocí rázového (modálního) kladívka.



Obr. 11 Sestava pro měření soustavy vybuzené rázovým kladívkem [8]

Buzení pomocí rázového kladívka je nejjednodušší a nejrychlejší způsob buzení soustavy. Je vhodný pro měření vibrací v provozních podmínkách, neboť nevyžaduje žádné přípravné práce na měřené konstrukci. Kladívko je složeno z hlavy, snímače síly, hrotu a rukojeti. K výbavě kladívka běžně patří sada výměnných hlav různých hmotností a hrotů z různých materiálů o různých tuhostech, pomocí nichž je možno ovlivnit velikost vyvinuté síly a frekvenční rozsah měření. Zabudovaný snímač síly zjišťuje velikost síly, která působí na kladívko a o které se předpokládá, že je stejně velká a opačného směru než síla, jež působí na strukturu. [8]

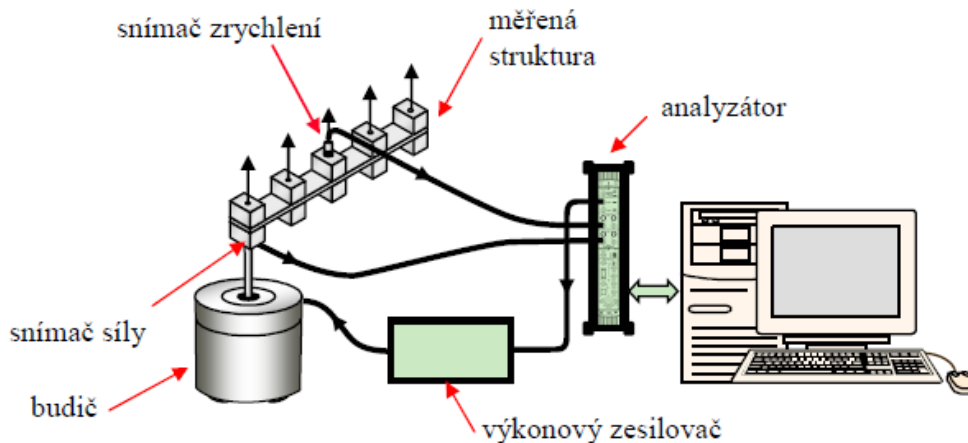


Obr. 12 Schéma rázového (modálního) kladívka [8]



3.4.2 BUZENÍ POMOCÍ BUDIČE VIBRACÍ

Při buzení soustavy budičem vibrací je struktura buzena v jednom bodě a odezva měřena ve více bodech. Takto lze získat jeden sloupec matice frekvenční odezvové funkce. Nejčastěji se využívá elektromagnetický (tzv. elektrodynamický) budič.



Obr. 13 Sestava pro měření soustavy vybuzené budičem vibrací [8]

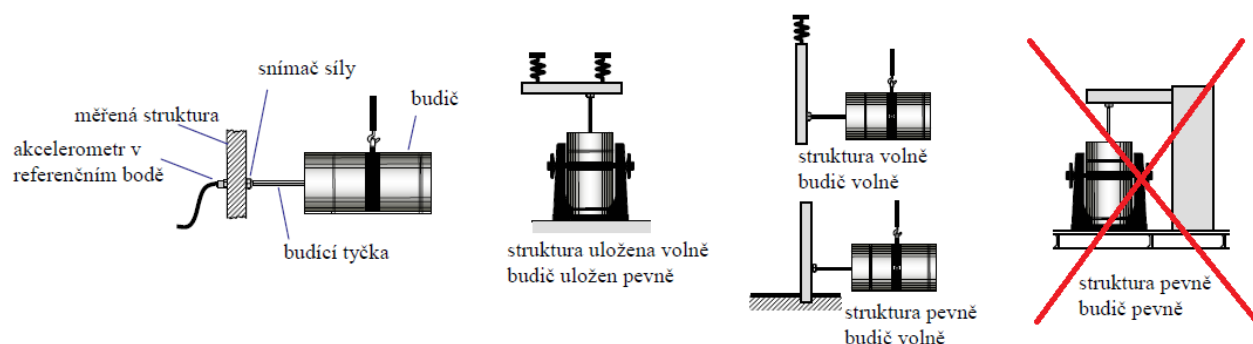
Vstupní signál, přiváděný do budiče, je převáděn na střídavé magnetické pole, ve kterém je umístěna cívka, připojená k poháněcí části zařízení a ke struktuře. Frekvence a amplituda buzení mohou být řízeny nezávisle na sobě, což zajišťuje větší pružnost ovládání. Sílu působící na strukturu měříme opět co nejbližší měřenému povrchu snímačem síly. Pracovní frekvenční rozsah elektromagnetických budičů je až do 50 kHz. [8]

Ve zvláštních případech lze využít budič elektrohydraulický, který je schopen současně s dynamickým vibračním zatížením působit i zatížením statickým. Jeho další výhodou je, že umožňuje dát poměrně dlouhý úder, čímž dovoluje vybudit strukturu na velkých amplitudách. Nevýhodou oproti elektromagnetickým budičům je omezený pracovní frekvenční rozsah (běžně do 1 kHz), složitost a vyšší cena. [8]

Posledním užívaným typem budičů vibrací je mechanický budič, realizovaný pomocí excentricky uložených rotujících hmot (nevývažků). Velikost síly je dána nevývažkem, mění se tedy jeho změnou, což nelze provádět přímo za provozu, kdy je budič v chodu. Amplituda a fáze budící síly lze zjistit přímo z parametrů budiče, není tedy potřeba ji měřit samostatně jako u předchozích typů budičů. [8]

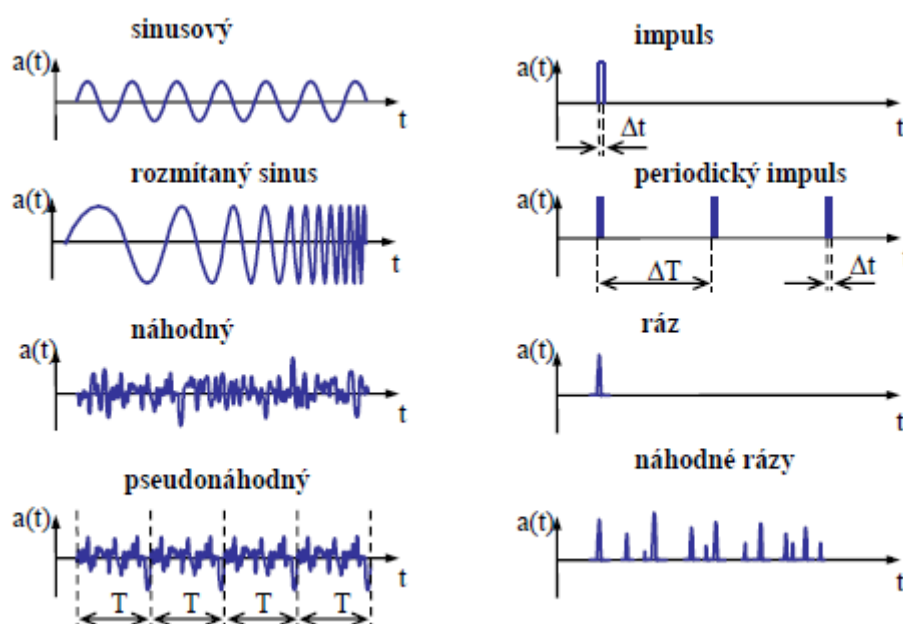
Vhodné propojení budiče vibrací s měřenou strukturou je pomocí tzv. budící tyčky, jež má tu vlastnost, že je dostatečně tuhá v požadovaném směru a relativně pružná v ostatních směrech. Bývá vyrobena z pružinového drátku, jehož délka a průřez je potřeba vhodně zvolit. Pokud by byla budící tyčka příliš dlouhá nebo pružná, začala by zavádět do měření vlastní rezonance. [8]

Nejvhodnější vzájemné uložení budiče a měřené struktury je takové, kdy je budič uložen pevně a struktura volně, nesmí však dojít k rezonanci uloženého budiče. Dále lze uložit budič volně, čímž se však snižuje vyvinutá síla. Struktura pak může být uložena také volně nebo pevně. Nevhodným uspořádáním je uložení budiče i struktury pevně. [8]



Obr. 14 Spojení budiče s měřenou strukturou a jejich vzájemné uložení [8]

Při realizaci buzení pomocí budiče vibrací lze volit z několika budících signálů (viz Obr. 15). Typy signálů lze rozdělit na harmonické a širokopásmové. Nejčastějším harmonickým signálem je sinusový signál o konstantní frekvenci. Širokopásmové signály se dělí na impulsní (jeden impuls nebo ráz, periodický impuls, náhodné rázové buzení), náhodné, pseudonáhodné a rozmítaný sinus. [8]



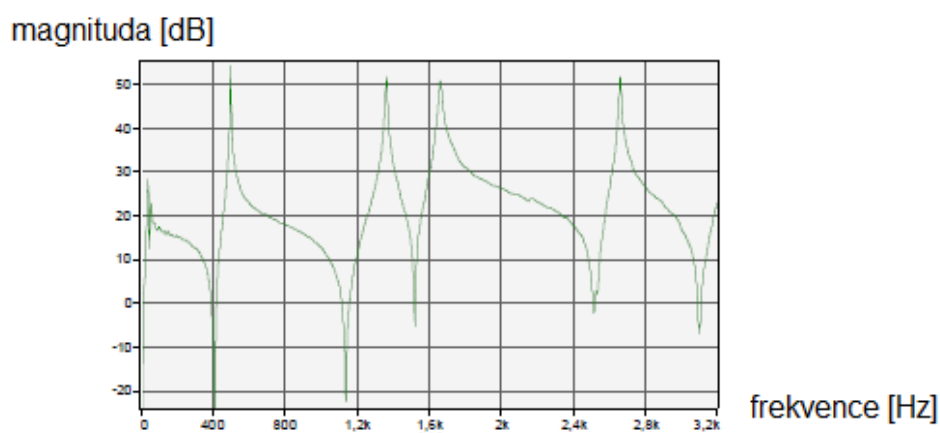
Obr. 15 Typy budících signálů [8]



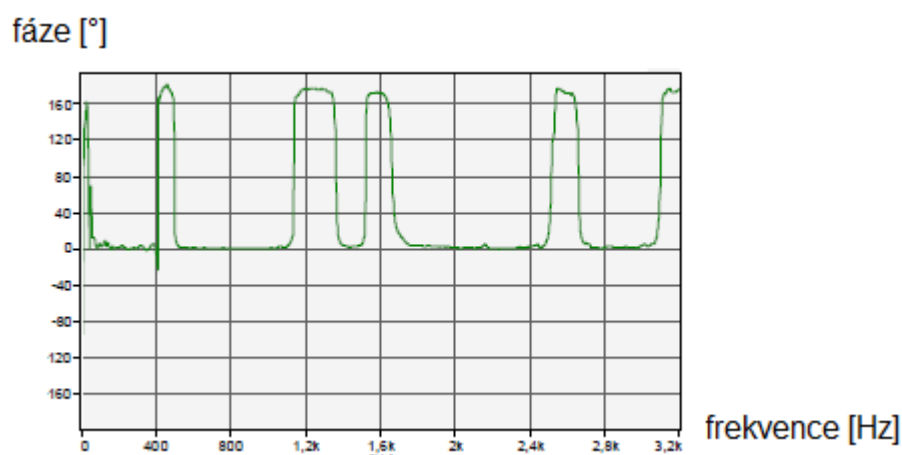
3.5 VYHODNOCOVÁNÍ VÝSLEDKŮ

Naměřená data experimentální modální analýzy bývají ukládány do počítače a zpracovávány vhodným softwarem. Tím může být například program STAR Modal firmy Spectral Dynamics. Z hlediska přehlednosti mají největší vypovídající hodnotu grafy, v případě experimentální modální analýzy hodnotíme následující:

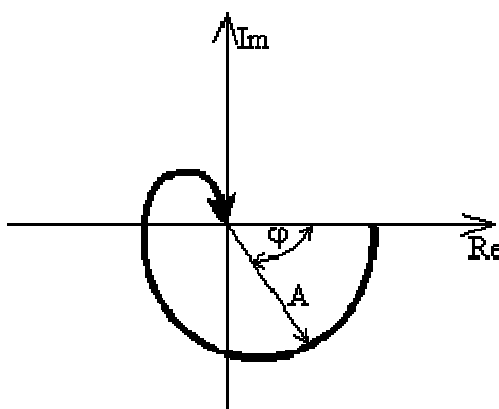
- amplitudo-frekvenční charakteristika (Obr. 16), kde jsou zobrazeny vlastní frekvence soustavy a jejich příslušné logaritmické amplitudy (tzv. magnitudy), udávané v dB,
- fázově-frekvenční charakteristika (Obr. 17), kde je v závislosti na vlastní frekvenci soustavy zobrazen fázový úhel ϕ příslušné výchylky, udávaný ve stupních nebo radiánech. Tento úhel udává časový posun mezi budící silou a odezvou systému [5],
- amplitudo-fázová charakteristika (Obr. 18), jež představuje grafické znázornění frekvenčního přenosu v Gaussově rovině.



Obr. 16 Amplitudo-frekvenční charakteristika [8]



Obr. 17 Fázově-frekvenční charakteristika [8]



Obr. 18 Amplitudo-fázová charakteristika [12]

Dále lze jako výstup získat tabelární hodnoty. Na Obr. 19 je zobrazen výstup programu STAR, kde se hodnotí vlastní frekvence a tlumení. V prvním sloupci se nacházejí hodnoty vlastních frekvencí, další dva sloupce udávají hodnoty tlumení, příslušné jednotlivým módům kmitání soustavy. [8]

Frequency Results: Freq & Damp			
File Edit List Scaling			
70.47601			
Mode	Freq.(Hz)	Damp.(Hz)	Damp.(%)
1	70.48	453.68e-3	643.72e-3
2	214.44	935.13e-3	436.08e-3
3	290.18	657.11e-3	226.45e-3
4	323.65	723.52e-3	223.55e-3
5	364.30	1.32	362.46e-3
6	438.70	1.77	403.64e-3
7	453.08	3.85	849.61e-3
8	521.10	1.34	256.90e-3
9	533.50	991.38e-3	185.82e-3
10	580.03	2.44	419.96e-3
11	589.30	1.37	233.02e-3
12	759.17	4.51	594.52e-3
13	780.55	4.13	529.62e-3

Obr. 19 Tabelární zhodnocení výsledků měření pomocí programu STAR [8]

Jak již bylo řečeno v úvodu do experimentální modální analýzy, výsledky měření lze využít například pro srovnání s teoretickým výpočtem dané struktury a pro úpravu tohoto teoretického modelu, aby do větší míry odpovídal skutečnosti. Dalším poznatkem je zjištění vlastních frekvencí dané soustavy, jímž je nutno se při provozu vyhnout, aby nedošlo k rezonanci. Vhodnou úpravou geometrie je rovněž možné tyto vlastní frekvence posunout na jiné hodnoty. Výsledky měření lze rovněž využít jako podklad pro vibrodiagnostiku stroje, tedy ke zjištění závad a jejich lokalizaci. [5]



4 PROVOZNÍ MODÁLNÍ ANALÝZA

Provozní modální analýza je metodou, jež umožňuje získávat modální vlastnosti konstrukcí přímo za jejich provozních podmínek. Neprovádí se tedy silové buzení dané struktury kladívkem či budičem vibrací, ale je pouze měřena odezva a to na skutečné buzení za provozního stavu. Tato metoda je nenahraditelná u rozměrných a těžkých konstrukcí, jejichž buzení by bylo velmi obtížné nebo až nemožné. Potřebným předpokladem je, aby buzení struktury bylo širokopásmové. Spolehlivost získaného modelu bude malá, pokud bude převládat pouze jeden typ buzení, jako např. u rotačních strojů. Situaci pak lze zlepšit přidáním širokopásmovým buzením [8]. U spalovacích motorů je zdrojů buzení vibrací více. Proces exploze směsi je zdrojem do značné míry náhodného buzení, neboť je závislý na mnoha parametrech. Kromě něj lze ale u motoru identifikovat zdroje více méně harmonického buzení, jimiž jsou především rotující komponenty – kliková hřídel, setrvačnick, spojkový kotouč a součásti převodovky. Výsledné buzení je tedy širokopásmové, což je předpoklad pro dobrou vypovídající hodnotu měření.

Ve srovnání s experimentální modální analýzou má provozní analýza následující výhody:

- skutečné (nikoliv simulované) podmínky měření,
- rychlá příprava měřeného objektu (uložení in situ),
- není třeba silové buzení (pouze v některých případech je nutné přidavné buzení, jež však není třeba měřit),
- nenarušuje běžný provoz stroje,
- možnost zjištění vícenásobných módů kmitání. [8]

Nevýhody ve srovnání s experimentální modální analýzou jsou:

- složitost samotné analýzy výsledků, nutnost zkušenosti s danou problematikou,
- v některých případech jsou nutné časově dlouhé záznamy měření,
- získaný modální model není normovaný, nelze tedy použít pro srovnávání s teoretickým modelem struktury. [8]

Výsledky provozní modální analýzy bývají opět vyhodnocovány specializovaným softwarem, například softwarem ARTeMIS firmy Structural Vibration Solutions nebo PULSE firmy Brüel & Kjær.



ZÁVĚR

Tato rešerše přináší náhled do problematiky měření a vyhodnocování vibrací. První částí je úvod do vibroakustiky a zhodnocení vlivů vibrací na funkci strojů a také na člověka. Dalším bodem je vymezení základních veličin, spojených s vibracemi a princip soustavy s jedním stupněm volnosti. Hlavní část práce se zabývá experimentální modální analýzou. Byly popsány metody měření vibrací pomocí akcelerometrů a laserových vibrometrů a dále způsoby buzení vibrací ve struktuře pomocí modálního kladívka a budiče vibrací. Také bylo popsáno zhodnocení výsledků experimentální modální analýzy. Poslední částí práce je popis provozní modální analýzy a její srovnání s modální analýzou experimentální.



POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] MIŠUN, Vojtěch. Vibrace a hluk. 1. vydání. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2005. 177 s. ISBN 80-214-3060-5
- [2] HALLIDAY, David, RESNICK, Robert, WALKER, Jearl. Fyzika: vysokoškolská učebnice obecné fyziky. 1. vydání. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2003. 1254 s. ISBN 80-214-1868-0
- [3] Měření chvění [online]. Dostupné z: <http://www.kme.zcu.cz/jkana/soubory/MereniChveni.pdf> [citováno 20. března 2013]
- [4] SERRIDGE, Mark, LICHT, Torben R.. Piezoelectric accelerometers and vibration preamplifiers [online]. Dostupné z: <http://www.bksv.com/doc/bb0694.pdf> [citováno 20. března 2013]
- [5] DVOŘÁK, Vítězslav. Experimentální modální analýza [online]. Dostupné z: http://old.fst.zcu.cz/files_web_FST/SP_FST%28SVOC%29/2009/sbornik/PapersPdf/Ing/Dvorak_Vitezslav.pdf [citováno 23. března 2013]
- [6] Automotive vibration testing [online]. Dostupné z: http://www.polytec.com/fileadmin/user_uploads/Applications/Automotive_Transportation/Documents/OM_BR_Automotive_2010_07_PDF_E.pdf [citováno 30. března 2013]
- [7] Jak pracuje bezkontaktní 1D a 2D měření vibrací pomocí světla [online]. Dostupné z: <http://automatizace.hw.cz/jak-pracuje-bezkontaktni-1d-a-2d-mereni-vibraci-pomoci-svetla> [citováno 30. března 2013]
- [8] BILOŠOVÁ, Alena. Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: část Modální zkoušky [online]. 1. vydání. Ostrava, 2012. 129 s. Dostupné z: http://www.337.vsb.cz/materialy/BilosovaAlena_EMAskripta.pdf [citováno 12. dubna 2013]
- [9] Dostupné z: http://www.efunda.com/formulae/vibrations/sdof_images/SDOF_plot.gif [citováno 21. dubna 2013]
- [10] Dostupné z: <http://mubi.com/films/tacoma-narrows-bridge-collapse> [citováno 23. března 2013]
- [11] Dostupné z: http://www.polytec.com/fileadmin/user_uploads/Products/Vibrometers/PSV-400/Documents/OM_DS_PSV-400_2011_05_E.pdf [citováno 30. března 2013]
- [12] Dostupné z: http://books.fs.vsb.cz/Analyza/kap7_1_1.htm [citováno 24. dubna 2013]



SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

A	$[m \cdot s^{-2}]$	zrychlení
$A(\omega)$	$[kg^{-1}]$	akcelance
b	$[kg \cdot s^{-1}]$	konstanta viskózního tlumení
f	$[Hz]$	frekvence
$f(t)$	$[N]$	dynamická budící síla
$H(\omega)$	$[-]$	frekvenční odezvová funkce
k	$[N \cdot m^{-1}]$	tuhost
m	$[kg]$	hmotnost
T	$[s]$	perioda
v	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlost
x	$[m]$	výchylka
x_m	$[m]$	amplituda
$Y(\omega)$	$[kg^{-1} \cdot s^1]$	pohyblivost
$\alpha(\omega)$	$[kg^{-1} \cdot s^2]$	poddajnost
δ	$[s^{-1}]$	součinitel doznívání
ζ	$[-]$	poměrný útlum
φ	$[rad]$	fázový úhel
φ_0	$[rad]$	počáteční fáze
ω	$[s^{-1}]$	úhlová frekvence
Ω_0	$[s^{-1}]$	vlastní netlumená frekvence