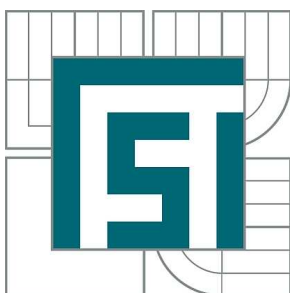


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

OPTIMALIZACE MODÁLNÍHO TLUMENÍ LOPATEK VYSOKOTLAKÝCH STUPŇŮ PARNÍCH TURBÍN

OPTIMIZATION OF MODAL DAMPING OF BLADES IN HIGH PRESSURE STAGES OF STEAM
TURBINE

DIZERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. PETR LOŠÁK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. EDUARD MALENOVSKÝ,
DrSc.

BRNO 2011

Abstrakt

Rotor parní turbíny je velice složitá soustava, která se většinou skládá z několika rotorových řad. Vzhledem ke konstrukčním možnostem a neustále se zvyšujícím nárokům na účinnost parních turbín je prakticky téměř nemožné vyhnout se všem rezonančním stavům. Může například docházet k přejezdu některého rezonančního stavu při náběhu a doběhu turbíny. V horším případě může nastat situace, kdy provozní stav je blízko některému rezonančnímu stavu dané rotorové řady. V takovém případě dochází k výraznému kmitání olopatkovaného kola, což může vést až k vysokocyklové únavě lopatek, nebo jejich závěsů. Tyto části jsou tedy velmi namáhané komponenty zejména vlivem odstředivé síly a jakékoliv trhliny jsou nepřijatelné. Je tedy naprosto nezbytné vibrace tlumit, například použitím pasivních tlumících členů. V některých případech se používá drát, nebo více drátů, které prochází otvory v lopatkách. V místě styku lopatky s drátem dochází ke tření, které má pozitivní vliv na tlumení vibrací. Tento způsob má i své nevýhody. Drát představuje překážku v proudění páry, což zejména u vysokotlakých stupňů není příliš vhodné, protože vede ke snížení účinnosti parní turbíny. Lze použít i dělenou bandáž. Každá její část je spojena právě s jednou lopatkou. Je-li disk v klidu, jednotlivé části bandáže se vzájemně nedotýkají. Teprve za rotace dojde k rozkroucení lopatek a ke kontaktu jednotlivých částí bandáže. Vlivem vibrací vzniká mezi jednotlivými částmi bandáže relativní pohyb a díky tření dochází k maření energie, což má za následek tlumení vibrací. V současné době se experimentuje i s tlumícími elementy z visko-elastických materiálů, jejichž vlastnosti jsou závislé na frekvenci a na teplotě. Takovéto materiály jsou výhodné zejména pro svou nízkou cenu a dobrý tlumící účinek. Jednou z dalších možností je umístit tlumící prvek do bandáže olopatkovaného disku. Tlumící člen má tvar jednoho, nebo více pásků umístěných v obvodových rybinových drážkách vytvořených v bandáži. Ta je většinou tvořena segmenty, které spojují konce několika sousedních lopatek. Při axiálním kmitání disku tvarem s uzlovými průměry vzniká mezi bočními stěnami rybinové drážky a pásku relativní pohyb a v důsledku tření pak dochází k tlumení vibrací.

Tato disertační práce se zabývá posledním zmíněným typem, tedy tlumícím páskem, který je umístěn v bandáži olopatkovaného disku a který slouží jako pasivní tlumič vibrací. Cílem je navrhnout optimální rozměry příčného průřezu tohoto pásku tak, aby docházelo k maximálnímu tlumení vibrací při daném provozním stavu. Analyzovaný disk má 54 lopatek svázaných bandáží, jejichž jednotlivé segmenty vzájemně spojují konce vždy tří sousedních lopatek. Vzniká tak 18 struktur. Jak již bylo naznačeno výše tlumení

je realizováno pomocí pasivního frikčního členu, v tomto případě pásku, který je umístěn v bandáži v obvodové rybinové drážce. Takovéto konstrukční řešení má tlumit hlavně axiální tvary kmitání s uzlovými průměry. Míra tlumení souvisí s velikostí relativního pohybu mezi stěnami pásku a drážky, které jsou v kontaktu. Předpokládá se, že velikost relativního pohybu je ovlivněna geometrickými parametry frikčního členu. Vhodným stanovením těchto rozměrů lze ovlivnit modální vlastnosti celého olopatkovaného kola takovým způsobem, aby došlo k minimalizaci nežádoucích vibrací v daném provozním režimu. Optimalizovány jsou tedy rozměry příčného průřezu tlumícího pásku. Průřez má tvar rovnoramenného lichoběžníku. V rámci optimalizace jsou hledány nejlepší možné rozměry střední šířky, výšky a úhlu sklonu ramen lichoběžníku. Změnou těchto parametrů lze ovlivnit hmotnost, velikost kontaktní plochy a také ohybovou tuhost tlumícího pásku. Díky tomuto lze ovlivnit velikost kontaktního tlaku a tím i velikost relativního pohybu, a jak již bylo zmíněno výše velikost tlumení je ovlivněna právě relativním pohybem mezi páskem a drážkou. Avšak je-li normálová síla v kontaktu příliš velká nedochází k relativnímu pohybu a pásek s bandáží se chová jako jedno těleso. Naopak je-li tato síla příliš malá, nedochází k maximálnímu možnému maření energie a nedochází tedy k maximálnímu tlumení vibrací. Velikost kontaktního tlaku je tedy ovlivněna jednak hmotností pásku, neboť pásek je tlačěn ke stěnám drážky odstředivou silou, která je mimo jiné funkcí hmotnosti pásku, a navíc je kontaktní tlak ovlivněn také velikostí kontaktní plochy. Při kmitání disku vlastním tvarem s uzlovými průměry hraje svou roli i ohybová tuhost pásku. Je vidět, že přizpůsobit rozměry tlumícího pásku konkrétnímu otáčkovému režimu, tedy i konkrétnímu charakteru kmitání olopatkovaného kola, je poměrně náročné. K tomuto účelu se hodí některá z metod parametrické optimalizace.

Výpočtová simulace je, zejména u systému obsahujících nelinearity, časově velice náročná. Aby bylo možno ověřit některé vlastnosti výpočtového modelu, který obsahuje pasivní frikční člen a jeho chování při numerické simulaci, je nejprve v prostředí programu ANSYS vytvořen zjednodušený model. Hlavním požadavkem kladeným na tento model je mít co nejmenší počet stupňů volnosti, čímž se doba potřebná k provedení simulace zkrátí na minimum. Z tohoto důvodu má zjednodušený model tvar přímého prutu obdélníkového průřezu s rybinovou drážkou. Kromě optimalizace rozměrů tlumícího pásku je zde zkoumán i vliv jednotlivých optimalizačních parametrů na modální vlastnosti modelu. Výsledky jsou ověřeny experimentálně. Experiment ukazuje i další zajímavé výsledky, které potvrzují vliv tvaru tlumícího pásku na modální vlastnosti modelu. Získané poznatky jsou využity při optimalizaci rozměrů tlumícího pásku v modelu celého olopatkovaného kola.

Klíčová slova

kmitání olopatkovaných disků, optimalizace, tlumení vibrací, výpočtová simulace, kritické otáčky

Abstract

Steam turbine rotor is a very complicated assembly, which typically consists of several rotor rows. Due to design limitations and increasing demands on the efficiency of the steam turbines, it is practically impossible to avoid all of the resonant states. The significant vibrations can occur, for example, due to passing resonance state during turbine start up or run out. In the worst case the operate state of the turbine is close to the resonance state of the one of the rotor rows. This leads to the significant oscillation of the bladed disk, and it may results in the blade (or blade to disk joints) high cycle fatigue. These parts are highly loaded components, especially due to the centrifugal forces, and any cracks are unacceptable. Therefore it is absolutely necessary to damp vibration by using, for example, passive damping elements. In some cases a wire or multiple wires which passes through the holes in the blades are used. The frictional effect on the wire-to-blade contact area has positive impact on the vibration damping. This method has some disadvantages as well: A wire constitutes an obstacle to the steam flow, which is, especially in high-pressure stages, not very appropriate because leads to decreasing efficiency of the steam turbine. Sometimes the split shrouding is used. Each of its part is joined with just one blade. Until the rotor is in operate state, there is no contact between individual parts of the shrouding segments. In the operating state the blades untwist and the individual parts of the shrouding are go in contact. The relative motion (micro slips) between contact surfaces occurs due to vibrations. The friction between the contact surfaces leads to the energy dissipation and vibrations damping. At present time the experiments with damping elements made of the visco-elastic materials, whose properties depend on the frequency and temperature, are began. Such materials are particularly advantageous for its low price and good damping effect. Another option of vibrations damping is the additive damping element located in the shrouding of the bladed disk. The damping element is a strap or more straps with an isosceles trapezoidal cross section, which is placed in the circumferential dovetail groove in the blade segmental shrouding. The sliding between the contact surfaces leads to the dissipation of energy which causes decreasing of undesirable vibrations.

This dissertation thesis deals with the last-mentioned type, ie. damping element, this is located in the blade shrouding and serves as a passive vibration damper. The main aim is to design the optimal dimensions of the cross-section of the strap with a view to the most effective damping of vibration for a particular turbine operating state. Considered bladed disk has 54 blades which are coupled in 18 packets by segmental shrouding. The damping

element is placed in circumferential dovetail groove created in the shrouding. This type of damping element is suitable especially for damping vibrations in the axial direction along with the mode shape with the nodal diameters. The damping effect is reached by microslips between the contact surfaces. The modal properties of the bladed disk are influenced by the sliding distance. Since the friction force depends on centrifugal force acting on the damping element and on angle of the side walls of the strap and groove, the sliding distance can be influenced by the damping element dimensions. During the optimization process the best possible size of middle width, height and angle of damping element cross-section is searched. The strap weight, contact area size and flexural stiffness of damping element can be influenced by these parameters. Their change has also impact on the size of the contact pressure and thus on the size of relative motion as well. As stated previously, the damping efficiency is influenced by the relative motion between the damping element and shrouding. Nevertheless, if the contact normal force is too high, the relative motion is lost and damping element and shrouding behaves as a single body. Conversely, if this force too small, there is no optimal energy dissipation and efficiency of damping element is very low. The contact pressure is influenced by the damping element weight, because the damping element is pressed to the side walls of groove by centrifugal force, which is also function of the weight, and moreover, the contact pressure is influenced by the size of the contact area. The flexural stiffness of the damping element has also impact on damping. It can be seen that adapt the dimensions of damping element to the particular turbine operating state is very complicated. The best way to find the optimal dimensions of damping element is to employ a method of the parametric optimization.

Numerical simulation in time domain is very time-consuming, especially for systems containing nonlinearities. In order to verify dynamic behavior of the computational model with the passive friction element in numerical simulations, the simplified model is created. The model is created in the ANSYS environment. The main requirement imposed on this model is to have as small number of degrees of freedom as possible, so the time needed to perform the simulation is reduced to a minimum. To satisfy this requirement the simplified model is a cantilever beam with rectangular cross section. The dovetail groove is created in this model in longitudinal direction. In dovetail groove is damping element. In addition to damping element dimensions optimization, the influence of each design variable on model dynamic behavior is studied. The results are verified experimentally. Experiment also shows other interesting results that confirm the damping element influence on the modal characteristics. The gained knowledge is used to optimize the dimensions of the

damping element in the model of the bladed disk.

Keywords

bladed disk vibrations, optimization, vibration damping, critical speed

Bibliografická citace

LOŠÁK, P. *Optimalizace modálního tlumení lopatek vysokotlakých stupňů parních turbin*.
Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 193 s. Vedoucí
dizertační práce prof. Ing. Eduard Malenovský, DrSc..

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem celou práci vypracoval samostatně, pod vedením školitele, na základě uvedené odborné literatury.

Petr Lošák

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval všem, kteří svým přístupem napomohli ke zdárnému dokončení této disertační práce. Zejména děkuji školiteli prof. Ing. Eduardovi Malenovskému DrSc. za cenné a podnětné rady a vynikající vedení. Dále bych rád poděkoval Ing. Lubomíru Houfkovi PhD. a Ing. Lukášovi Pohankovi za pomoc při experimentu. Rád bych také poděkoval vedení firmy LK Engineering s.r.o. za umožnění přístupu k výpočetním strojům.

Obsah

1	Úvod	29
2	Formulace problému a cílů řešení	33
3	Rešeršní studie	35
3.1	Literatura zabývající se kmitáním olopatkovaných disků	35
3.2	Literatura týkající se matematického modelování kontaktu zahrnující vliv tření	41
3.3	Literatura zabývající se tlumením vibrací	41
4	Teoretický základ	47
4.1	Kmitání mechanických systémů	47
4.1.1	Klasifikace mechanických systémů	47
4.1.2	Kmitání disků	48
4.1.3	Kmitání olopatkovaných disků za rotace	56
4.2	Parametrická optimalizace	60
4.2.1	Metody parametrické optimalizace	60
4.2.2	Simplexová metoda	61
4.2.3	Metoda Monte Carlo	63
4.2.4	Gradientní metoda	63
4.2.5	Metoda Subproblem Approximation Method	64
5	Analýza a optimalizace zjednodušeného modelu	67
5.1	Výpočtový model	68
5.1.1	Model geometrie	68
5.1.2	Model materiálu	69

5.1.3	Vytvoření sítě	70
5.2	Okrajové a počáteční podmínky	71
5.3	Modální analýza přidruženého konzervativního modelu	73
5.4	Výpočtová simulace	74
5.4.1	Aplikace buzení	75
5.5	Studie vlivu tvaru tlumícího elementu na modální vlastnosti modelu	75
5.6	Optimalizace tvaru tlumícího členu	82
5.6.1	Volba optimalizačních proměnných	82
5.6.2	Sestavení cílové funkce	82
5.6.3	Vliv optimalizačních proměnných na hodnotu cílové funkce	84
5.6.4	Průběh a výsledky optimalizace	86
5.7	Shrnutí	87
6	Experimentální studie vlivu rozměrů tlumícího pásku na kmitání mo-	
	delu	91
6.1	Popis modelu	91
6.2	Popis experimentálního zařízení	93
6.3	Průběh měření	94
6.4	Buzení	96
6.5	Zpracování naměřených dat	96
6.6	Porovnání tlumení jednotlivých modelů	100
6.7	Porovnání výsledků experimentu s výsledky numerické simulace	104
6.7.1	Vytvoření modelů pro výpočtovou simulaci experimentu	105
6.7.2	Okrajové a počáteční podmínky	105
6.7.3	Zpracování výsledků numerické simulace experimentu a porovnání s naměřenými daty	106
6.8	Shrnutí	110
7	Analýza a optimalizace modelu plného disku	113
7.1	Výpočtový model	114
7.1.1	Model geometrie	114
7.1.2	Vytvoření sítě	114
7.2	Okrajové a počáteční podmínky	117
7.2.1	Stanovení kritických otáček	119

7.2.2	Modální analýza olopatkovaného disku	121
7.3	Nastavení parametrů numerické simulace	123
7.4	Volba optimalizačních proměnných	126
7.5	Sestavení cílové funkce	127
7.6	Průběh optimalizace	127
7.6.1	Rozbor kmitání disku během numerické simulace	127
7.6.2	Rozbor výsledků optimalizace	134
7.7	Shrnutí	136
8	Závěr	139
	Literatura	143
	Seznam použitých zkratk a symbolů	147
	Přílohy	151
A	Výsledky měření	153
A.1	Model 1	153
A.1.1	Zrychlení	153
A.1.2	Autospektrum	155
A.2	Model 2	158
A.2.1	Zrychlení	158
A.2.2	Autospektrum	160
A.3	Model 3	163
A.3.1	Zrychlení	163
A.3.2	Autospektrum	165
B	Průběžné výsledky optimalizace	169
B.1	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #1	170
B.2	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #2	172
B.3	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #3	174
B.4	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #4	176
B.5	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #5	178
B.6	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #6	180
B.7	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #7	182

B.8	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #8	184
B.9	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #9	186
B.10	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #10	188
B.11	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #11	190
B.12	Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #12	192

Seznam obrázků

4.1	Rozměry elementárního prvku kruhové desky	49
4.2	Tvar „umbrella shape“ (deštníkový tvar)	50
4.3	Tvar kmitu s $m = 1$ a $c = 0$	50
4.4	Tvar kmitu s $m = 2$ a $c = 0$	50
4.5	Tvar kmitu s jednou uzlovou kružnicí	50
4.6	Tvar kmitu s $m = 1$ a $c = 1$	50
4.7	Tvar kmitu s $m = 2$ a $c = 1$	50
4.8	Tvar kmitu s $m = 3$ a $c = 1$	50
4.9	Tvar kmitu s $m = 4$ a $c = 0$	50
4.10	Tvar kmitu s $m = 5$ a $c = 0$	50
4.11	Závislost vlastní frekvence na uzlových průměrech	51
4.12	Fixní kmitání	52
4.13	Běžící vlna	53
4.14	Stojící vlna	54
4.15	Campbellův diagram	55
4.16	Kompletní Campbellův diagram	58
4.17	Trojrozměrná plocha charakterizující kmitání disku	58
4.18	Projekce plochy do Campbellovy roviny	59
4.19	Projekce plochy do roviny SAFE diagramu	59
4.20	Campbellův diagram	60
4.21	SAFE diagram	60
4.22	Princip simplexové metody	62
5.1	Označení rozměrů průřezu tlumícího pásku	68
5.2	Odvození zjednodušeného modelu	69
5.3	Model geometrie zjednodušeného modelu	69

5.4	Závislost součinitele tření na relativní rychlosti	72
5.5	Okrajové podmínky	73
5.6	Výsledky modální analýzy konzervativního modelu	74
5.7	Skokové zatížení	76
5.8	Aplikace budící síly	77
5.9	Příklad odezvy modelu v časové oblasti	78
5.10	Odezva nekonzervativního modelu ve frekvenční oblasti	79
5.11	Detail zajímavé oblasti ve Fourierově spektru	80
5.12	Závislost rezonanční frekvence na úhlu φ při různých úhlových rychlostech ω	81
5.13	Závislost poměrného útlumu na úhlu φ při různých úhlových rychlostech ω	81
5.14	Meze optimalizačních proměnných	83
5.15	Vliv sklonu bočních stěn pásku na hodnotu cílové funkce	86
5.16	Vliv střední šířky tlumícího pásku na hodnotu cílové funkce	87
5.17	Vliv výšky tlumícího pásku na hodnotu cílové funkce	88
6.1	Model s tlumícím páskem a předepínacími lany	92
6.2	Pohled na uchycený model	92
6.3	Celkový pohled na experimentální zařízení	93
6.4	Rozmístění snímačů	95
6.5	Pohled na jednotku PULSE a na výsledky testovacího měření	98
6.6	Zrychlení a autospektrum - Model 1, Signal 1, $\omega = 20rad.s$	99
6.7	Zrychlení a autospektrum - Model 1, Signal 2, $\omega = 20rad.s$	99
6.8	Zrychlení a autospektrum - Model 1, Signal 3, $\omega = 20rad.s$	99
6.9	Zrychlení a autospektrum - Model 1, Signal 4, $\omega = 20rad.s$	100
6.10	Model 1: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose maximálního momentu kvadratického momentu průřezu	101
6.11	Model 1: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose minimálního momentu kvadratického momentu průřezu	101
6.12	Model 2: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose maximálního momentu kvadratického momentu průřezu	102
6.13	Model 2: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose minimálního momentu kvadratického momentu průřezu	102
6.14	Model 3: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose maximálního momentu kvadratického momentu průřezu	103

6.15 Model 3: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose minimálního momentu kvadratického momentu průřezu	103
6.16 Porovnání tlumení modelů 1 2 a 3	104
6.17 Konečnoprvkové modely pro výpočtovou simulaci experimentu	105
6.18 Okrajové podmínky modelu pro výpočtovou simulaci experimentu	106
6.19 Vyhodnocované uzly	107
6.20 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 1, Signál 1	107
6.21 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 1, Signál 2	107
6.22 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 1, Signál 3	108
6.23 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 1, Signál 4	108
6.24 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 2, Signál 1	108
6.25 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 2, Signál 2	108
6.26 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 2, Signál 3	108
6.27 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 2, Signál 4	108
6.28 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 3, Signál 1	109
6.29 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 3, Signál 2	109
6.30 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 3, Signál 3	109
6.31 Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 3, Signál 4	109
6.32 Porovnání tlumení jednotlivých modelů	110
7.1 Základní rozměry modelu olopatkovaného kola	115
7.2 Rozměry banbáže	116
7.3 Model geometrie	117
7.4 Kontaktní plochy a použité kontaktní prvky	118
7.5 Okrajové podmínky	119
7.6 Porovnání výsledků modálních analýz	123
7.7 Uzly ve kterých se vyhodnocuje kmitání	128
7.8 Posuvy jednotlivých uzlů během třetího kroku simulace	129
7.9 Řád harmonické složky deformovaného obvodu disku	130
7.10 Frekvence kmitání disku tvarem s 4, 8 a 10 uzlovými průměry	131
7.11 Frekvenční spektrum jednoho vybraného uzlu na obvodu disku	132
7.12 Požadovaná propust' a přenosová funkce filtru	132
7.13 Fitovaná odezva disku	134
7.14 Krátký okamžik z počátku simulace	135

7.15	Krátký okamžik z oblasti před rezonancí	135
7.16	Krátký okamžik z oblasti rezonančního stavu	136
A.1	Zrychlení - Model 1 Signal 1	153
A.2	Zrychlení - Model 1 Signal 2	154
A.3	Zrychlení - Model 1 Signal 3	154
A.4	Zrychlení - Model 1 Signal 4	155
A.5	Autospektrum Model 1 Signal 1	155
A.6	Autospektrum Model 1 Signal 2	156
A.7	Autospektrum Model 1 Signal 3	156
A.8	Autospektrum Model 1 Signal 4	157
A.9	Zrychlení - Model 2 Signal 1	158
A.10	Zrychlení - Model 2 Signal 2	159
A.11	Zrychlení - Model 2 Signal 3	159
A.12	Zrychlení - Model 2 Signal 4	160
A.13	Autospektrum Model 2 Signal 1	160
A.14	Autospektrum Model 2 Signal 2	161
A.15	Autospektrum Model 2 Signal 3	161
A.16	Autospektrum Model 2 Signal 4	162
A.17	Zrychlení - Model 3 Signal 1	163
A.18	Zrychlení Model 3 Signal 2	164
A.19	Zrychlení Model 3 Signal 3	164
A.20	Zrychlení Model 3 Signal 4	165
A.21	Autospektrum Model 3 Signál 1	165
A.22	Autospektrum Model 3 Signál 2	166
A.23	Autospektrum Model 3 Signál 3	166
A.24	Autospektrum Model 3 Signál 4	167
B.1	Deformace disku - 1. vyčíslení cílové funkce	170
B.2	Zastoupení vlastních tvarů - 1. vyčíslení cílové funkce	170
B.3	Filtrovaná odezva disku - 1. vyčíslení cílové funkce	171
B.4	Deformace disku - 2. vyčíslení cílové funkce	172
B.5	Zastoupení vlastních tvarů - 2. vyčíslení cílové funkce	172
B.6	Filtrovaná odezva disku - 2. vyčíslení cílové funkce	173
B.7	Deformace disku - 3. vyčíslení cílové funkce	174

B.8 Zastoupení vlastních tvarů - 3. vyčíslení cílové funkce	174
B.9 Filtrovaná odezva disku - 3. vyčíslení cílové funkce	175
B.10 Deformace disku - 4. vyčíslení cílové funkce	176
B.11 Zastoupení vlastních tvarů - 4. vyčíslení cílové funkce	176
B.12 Filtrovaná odezva disku - 4. vyčíslení cílové funkce	177
B.13 Deformace disku - 5. vyčíslení cílové funkce	178
B.14 Zastoupení vlastních tvarů - 5. vyčíslení cílové funkce	178
B.15 Filtrovaná odezva disku - 5. vyčíslení cílové funkce	179
B.16 Deformace disku - 6. vyčíslení cílové funkce	180
B.17 Zastoupení vlastních tvarů - 6. vyčíslení cílové funkce	180
B.18 Filtrovaná odezva disku - 6. vyčíslení cílové funkce	181
B.19 Deformace disku - 7. vyčíslení cílové funkce	182
B.20 Zastoupení vlastních tvarů - 7. vyčíslení cílové funkce	182
B.21 Filtrovaná odezva disku - 7. vyčíslení cílové funkce	183
B.22 Deformace disku - 8. vyčíslení cílové funkce	184
B.23 Zastoupení vlastních tvarů - 8. vyčíslení cílové funkce	184
B.24 Filtrovaná odezva disku - 8. vyčíslení cílové funkce	185
B.25 Deformace disku - 9. vyčíslení cílové funkce	186
B.26 Zastoupení vlastních tvarů - 9. vyčíslení cílové funkce	186
B.27 Filtrovaná odezva disku - 9. vyčíslení cílové funkce	187
B.28 Deformace disku - 10. vyčíslení cílové funkce	188
B.29 Zastoupení vlastních tvarů - 10. vyčíslení cílové funkce	188
B.30 Filtrovaná odezva disku - 10. vyčíslení cílové funkce	189
B.31 Deformace disku - 11. vyčíslení cílové funkce	190
B.32 Zastoupení vlastních tvarů - 11. vyčíslení cílové funkce	190
B.33 Filtrovaná odezva disku - 11. vyčíslení cílové funkce	191
B.34 Deformace disku - 12. vyčíslení cílové funkce	192
B.35 Zastoupení vlastních tvarů - 12. vyčíslení cílové funkce	192
B.36 Filtrovaná odezva disku - 12. vyčíslení cílové funkce	193

Seznam tabulek

5.1	Základní rozměry zjednodušeného modelu	69
5.2	Materiálové vlastnosti	70
5.3	Koeficienty popisující tření	71
5.4	Vlastní frekvence konzervativního modelu	75
5.5	Hodnoty sklonu bočních stěn tlumícího pásku a drážky φ	76
5.6	Hodnoty úhlové rychlosti ω	77
5.7	Závislost poměrného útlumu na úhlu φ při různých úhlových rychlostech ω	78
5.8	Závislost rezonanční frekvence na úhlu φ při různých úhlových rychlostech ω	80
5.9	Startovací hodnoty a závory optimalizačních proměnných	82
5.10	Hodnoty úhlu φ	85
5.11	Hodnoty úhlové rychlosti ω	85
5.12	Hodnoty střední šířky pásku $b[mm]$	85
5.13	Hodnoty výšky pásku $h[mm]$	86
5.14	Výsledky optimalizace	89
6.1	Rozměry tlumících pásků jednotlivých modelů	93
6.2	Číselné označení snímačů	96
6.3	Zatížení modelů	97
6.4	Porovnání tlumení jednotlivých modelů	110
7.1	Počáteční podmínky	124
7.2	Shrnutí vstupů transientní analýzy	126
7.3	Startovací hodnoty a závory optimalizačních proměnných	126
7.4	Výsledky optimalizace	137
B.1	Výsledky jednotlivých kroků optimalizace	169

1 Úvod

Při servisní prohlídce jisté parní turbíny byly v místě závěsů lopatek čtvrté rotorové řady vysokotlakého stupně nalezeny trhliny. Závěry fraktologického rozboru označily jako příčinu vzniku vysokocyklovou únavou materiálu. Obvodové rozložení trhlín naznačovalo, že při provozním stavu došlo k vybuzení vlastního tvaru se čtyřmi uzlovými průměry, přičemž uzlové průměry se nepohybovaly v souřadném systému spojeným s diskem, tudíž docházelo ke kmitání stále stejných míst, což bylo pravděpodobně příčinou vzniku těchto trhlín. K vybuzení zmíněného charakteru kmitání může docházet za splnění určitých podmínek. V této práci je tedy zaměřena pozornost na možnost vybuzení vlastního tvaru se čtyřmi uzlovými průměry v okolí provozního stavu. Avšak hlavním cílem práce je optimalizovat rozměry pasivního tlumícího prvku tak, aby se snížila úroveň kmitání olopatkovaného disku v případě zmíněného charakteru kmitání.

Zmíněný pasivní tlumící prvek je umístěn v bandáži analyzovaného olopatkovaného disku, v obvodové rybinové drážce. Je to pásek, který má průřez rovnoramenného lichoběžníku. Pásek je v drážce umístěn volně. Při provozu, vlivem odstředivé síly, dojde ke kontaktu mezi bočními stěnami pásku a drážky. Kmitá-li disk tvarem s uzlovými průměry, dochází v místě kontaktu k mikroposuvům, které mají pozitivní vliv na tlumení vibrací. Je potřeba zdůraznit, že tento typ přídavného tlumení je vhodný zejména pro tlumení axiálního kmitání tvary s uzlovými průměry.

Účinnost tlumení je ovlivněna velikostí relativního pohybu v místě kontaktu pásku a bandáže. Tento je ovlivněn kontaktním tlakem, který je dán jednak otáčkami disku, dále hmotností pásku a velikostí stykové plochy. Je-li kontaktní tlak příliš malý, nedochází k maximálnímu možnému tlumení vibrací. Naopak je-li tento tlak příliš velký, přestane existovat relativní pohyb mezi páskem a bandáží - tyto dvě tělesa se začnou chovat téměř jako jeden celek a tlumící efekt pásku se neprojeví. Velikost kontaktního tlaku a tím i relativního pohybu lze ovlivnit vhodnou volbou rozměrů průřezu tlumícího pásku. Nalezením optimálních rozměrů lze dosáhnout maximálního možného zatlumení vibrací olopatkovaného disku při daném provozním stavu. Tohoto lze docílit použitím vhodné optimalizační metody.

Struktura práce je následující: V první části je proveden krátký průzkum současného stavu poznání související s problematikou kmitání olopatkovaných disků a možnostmi tlu-

mení vibrací, pozornost je rovněž věnována matematickému popisu kontaktu a možnostem použití různých optimalizačních metod.

Druhá část obsahuje stručný výtah teoretického základu vztahujícího se k dané problematice, tedy ke kmitání mechanických systémů. Je zde uveden i přehled a stručný popis nejpoužívanějších optimalizačních metod.

Následující část popisuje výpočtovou simulaci a optimalizaci rozměrů tlumícího pásku provedenou na zjednodušeném modelu, který představuje prut obdélníkového průřezu s podélnou rybinovou drážkou, ve které je umístěn tlumící pásek. Tento zjednodušený model je vytvořen jednak z důvodu potřeby seznámit se s možnostmi a omezeními výpočtového modelování systému obsahujícího pasivní frikční člen a jednak z důvodu potřeby provedení mnoha testovacích výpočtů, což by na modelu z mnoha stupni volnosti bylo časově velice náročné. Nejprve je zjišťována hodnota poměrného útlumu pro různé hodnoty sklonu bočních stěn tlumícího pásku a při různých hodnotách úhlové rychlosti disku, která definuje velikost odstředivé síly. Je ukázáno, že úhel sklonu bočních stěn ovlivňuje velikost poměrného útlumu a že pro každou uvažovanou hodnotu úhlové rychlosti disku existuje taková hodnota tohoto úhlu, pro kterou je poměrný útlum maximální. Poměrný útlum je stanoven na základě šířky rezonanční křivky. V této části je rovněž provedena optimalizace rozměrů tlumícího pásku. Pro několik zvolených hodnot úhlové rychlosti disku jsou nalezeny rozměry průřezu tlumícího pásku s nimiž mechanický systém vykazuje nejvyšší úroveň tlumení pro danou hodnotu úhlové rychlosti. Výpočtové simulace jsou prováděny v prostředí programu ANSYS, ke zpracování výsledků je použit program MATLAB.

Další část je zaměřena na popis experimentu, zpracování získaných dat a porovnání naměřených hodnot s výsledky výpočtové simulace. Model, na kterém je provedeno měření je odvozen od výše zmíněného zjednodušeného modelu. Model je buzen sinusovým signálem s lineárně rostoucí frekvencí od 600Hz do 1300Hz . Doba jedné simulace je 4s . Vlastní frekvence modelu spadá do intervalu budící frekvence, je tedy možno sledovat odezvu modelu při přechodu přes rezonanční stav. Je snímáno příčné kmitání modelu i pásku jak k ose maximálního tak i minimálního kvadratického momentu průřezu. Měření je provedeno pro několik případů velikosti přítláčné síly, která je stanovena na základě úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného disku. Naměřená data jsou porovnána s výsledky získanými numerickou simulací.

V poslední části této práce je provedena optimalizace rozměru tlumícího pásku, který je zakomponován v modelu celého olopatkovaného kola. Model vychází z olopatkovaného kola vysokotlakého stupně parní turbíny velkého výkonu. Tento model má 54 lopatek,

jejíchž konce jsou po trojicích svázány bandáží, takže tvoří 18 struktur. Rozměry tlumícího pásku jsou hledány pro zvolený nebezpečný otáčkový režim. Je simulován přechod disku přes rezonanční stav, který nastává při rozběhu turbíny. Jsou nalezeny takové rozměry tlumícího pásku, které maximálním možným způsobem zatlumí axiální kmitání olopatkovaného disku a je ukázán vliv optimalizace rozměrů tlumícího pásku na charakter kmitání olopatkovaného disku. Model je vytvořen v prostředí programu ANSYS. V tomto programu je rovněž provedena optimalizace rozměrů tlumícího pásku. Složitější zpracování dat je provedeno v programu MATLAB.

2 Formulace problému a cílů řešení

Hlavním cílem této práce je optimalizace modálního tlumení lopatek vysokotlakých stupňů parních turbín. Motivací této práce je nález trhlin v místě závěsů lopatek, které byly objeveny při servisní prohlídce parní turbíny. Obvodové rozmístění trhlin ukazovalo na možnost kmitání stále stejných míst obvodu olopatkovaného disku vlastním tvarem se čtyřmi uzlovými průměry. Tuto domněnku potvrzují i výsledky uvedené například v [11].

Konce lopatek této rotorové řady jsou svázány po trojicích do svazků pomocí jednotlivých segmentů bandáže. V bandáži je vytvořena obvodová rybinová drážka, ve které je umístěn pásek. Jeho účelem je tlumit vibrace. K tlumení dochází vlivem relativního pohybu mezi stěnami pásku a drážky. Míra relativních posuvů mezi stěnami pásku a drážky má vliv na tlumení olopatkovaného disku a je ovlivněna rozměry tlumícího pásku. Navržení vhodných rozměrů tlumícího pásku je hlavní cíl této práce.

Aby bylo možno lépe celé problematice porozumět, bude nejprve věnována pozornost zjednodušenému modelu částí bandáže s tlumícím páskem. Na tomto modelu budou ověřeny některé vlastnosti pasivního tlumení a odzkoušen proces optimalizace. Kromě numerické simulace bude proveden experiment, který bude mít za úkol ověřit výsledky numerické simulace.

Jednotlivé dílčí cíle lze tedy shrnout do následujících bodů:

- Vytvořit zjednodušený model, na kterém bude odzkoušen proces optimalizace, popřípadě ověřeny další vlastnosti systému s pasivním tlumícím prvkem.
- Provést experiment, který ověří výsledky numerických simulací z předchozího bodu.
- Vytvořit model celého olopatkovaného kola a optimalizovat rozměry tlumícího prvku umístěného v bandáži.

3 Rešeršní studie

Před započítím vlastní práce na řešení problematiky tlumení vibrací olopatkovaných disků je provedena rešerše dostupné literatury. Je potřeba zjistit současný stav poznání tohoto problému. V této kapitole je poskytnut stručný přehled literatury vztahující se k tématu disertační práce. Pro větší přehlednost jsou jednotlivé příspěvky rozčleněny do následujících sekcí:

- Literatura zabývající se kmitáním olopatkovaných disků.
- Literatura týkající se matematického modelování kontaktu zahrnující vliv tření.
- Literatura zabývající se tlumením vibrací.

Seznam literatury je po dobu vypracovávání disertační práce průběžně rozšiřován.

3.1 Literatura zabývající se kmitáním olopatkovaných disků

- **Petr Lošák, Eduard Malenovský**

Analýza dynamických vlastností vysokotlakého stupně parní turbíny [11]

Tato práce se zabývá kmitáním rotorové řady vysokotlakého stupně parní turbíny. Je zde popsána výpočtová simulace vynuceného kmitání olopatkovaného disku za rotace. Jsou zvoleny takové otáčkové režimy, při kterých dochází k rezonanci, přičemž pozornost je věnována zejména kmitání disku vlastním tvarem se čtyřmi uzlovými průměry. V práci je popsána tvorba konečnoprvkového modelu, výběr kritických otáčkových režimů, aplikace buzení a provedení simulace. V závěrečné části jsou prezentovány a rozebrány výsledky jednotlivých simulací. Je dokázáno, že při určitých otáčkových režimech se uzlové průměry po disku nepohybují, dochází tedy k výraznému kmitání stále stejných míst.

- **Tomáš Míšek, Pavel Albl**

Dynamický výpočet olopatkovaného disku VT rotoru [16]

Tématem článku je dynamická analýza olopatkovaného disku, na kterém jsou při servisní prohlídce nalezeny trhliny. Podle fraktologického rozboru se jedná o trhliny,

kteře mohou být způsobeny vysokocyklovou únavou. Je tedy zkoumáno dynamické namáhání závěsů lopatek. Frekvence budící síly je stanovena na základě vlastních frekvencí tohoto stupně, které jsou potenciálně nebezpečné. Jedná se o všechny frekvence, které se nacházejí v okolí frekvence od počtu rozváděcích lopatek. Dynamické zatížení působící na vidličkový závěs původního disku je srovnáno se zatížením působícím na závěs nového rekonstruovaného disku. Ukazuje se, že navrhována nápravná opatření snižují dynamické namáhání a mají pozitivní vliv na únavovou pevnost disku. K výpočtové simulaci je použit ANSYS. Modální analýza je provedena s využitím podmínek cyklické symetrie, zatímco pro harmonickou analýzu je vytvořen model celé struktury kola, přičemž ke snížení počtu stupňů volnosti je využito superelementů. Pro podrobnější analýzu napětí v oblastech děr ve vidličkovém závěsu je vytvořen submodel této oblasti.

- **Vladimír Zeman, Josef Kellner**

Matematické modelování kmitání olopatkovaných disků [32]

Zde je popsáno modelování kmitání olopatkovaného disku pomocí čistě matematických metod. Jednotlivé lopatky disku jsou považovány za jednorozměrné kontinua. Lopatky jsou vzájemně svázány bandážemi. V matematickém modelu je zahrnut vliv odstředivých sil, gyroskopického momentu, vliv pružnosti spojení lopatky s diskem i pružné vazby bandáže mezi jednotlivými svazky lopatek. Výsledky ukazují, že tuhost spojení lopatek s diskem, tuhost vazby mezi jednotlivými částmi bandáže a otáčky mají poměrně velký vliv. Tuhost vazby mezi jednotlivými segmenty bandáže významně ovlivňuje vlastní frekvence olopatkovaných disků při kmitání vlastním tvarem s jedním a více uzlovými průměry. Výhodou tohoto modelu je plná parametrizace a snadná použitelnost v následujících analýzách.

- **Josef Kellner, Vladimír Zeman**

Eigenvalue Sensitivity Analysis of the Rotating Blade and Blade Packet [8]

Článek pojednává o analýze citlivosti vlastní frekvence rotorové lopatky a svazku rotorových lopatek na změnu vybraného parametru. Analýza citlivosti je užitečná v případě potřeby přeladění lopatky, nebo svazku lopatek v případě, že hrozí rezonance s budící frekvencí. Zde je použit analytický přístup popisu problému. Příspěvek navazuje na [32], zmíněný výše. Lopatky disku jsou opět jednorozměrná kontinua, opět mohou být spojeny do svazků pomocí bandáže. Rovněž i zde může být zahrnut

vliv odstředivých sil, gyroskopického momentu, pružnosti spojení lopatky s diskem, či pružné vazby bandáže mezi jednotlivými svazky lopatek. Parametry matematického modelu osamocené lopatky i svazku lopatek jsou laděny na základě dat získaných experimentálně, popřípadě výpočtem pomocí metody konečných prvků. Nechybí prezentace výsledků.

- **Hamid Mehdiigholi**

Forced Vibration of Rotating Disk and Interaction with Non-rotating Structures [13]

V této rozsáhlé práci se autor věnuje ohybovému kmitání disků a olopatkovaných disků. Popisuje odezvu na harmonické buzení. Je zde také věnována pozornost popisu vybuzených vlastních tvarů, vzniku a šíření vybuzené vlny. Jsou zde popsány podmínky, za kterých vzniká tzv. fixní kmitání, běžící a stojící vlna. Autor se zabývá i vztahy mezi budící frekvencí, odezvou, otáčkami disků a počtem uzlových průměrů. Popisuje stanovení rychlosti vlny běžící vpřed i vzad. V hlavní části práce se autor věnuje experimentální simulaci kmitání disku, který je buzen statickou silou. Takovýto typ buzení nastává v turbíně vlivem nehomogenního rozložení tlaku za statorovou mříží, což však je komplikované zopakovat v laboratorních podmínkách. Je zde také dokázáno, že každý tvar kmitání může být vybuzen dvěma harmonickými silami s rozdílným prostorovým a fázovým úhlem.

- **T. Míšek, Z. Kubín**

Static and Dynamic Analysis of 1220mm Steel Last Stage Blade for Steam Turbine [17]

Článek se zabývá analýzou lopatky posledního stupně parní turbíny. Lopatky tohoto stupně jsou relativně dlouhé a jejich závěsy jsou tedy zatíženy poměrně velkou odstředivou silou. V minulosti se takto dlouhé lopatky vyráběly pouze z titanu. Použití oceli na výrobu takovéto lopatky vyžaduje pečlivý návrh a množství analýz z oblasti aerodynamiky, nelineárních strukturálních analýz či dynamických analýz. Lopatka je na konci spojena s bandáží a uprostřed své délky je provázána drátem. V tomto příspěvku je popsána modální analýza tohoto posledního stupně parní turbíny. Je zde použita cyklická symetrie. Místa na bandáži a drátu, která jsou v kontaktu, jsou identifikována pomocí nelineární analýzy a tato místa pak slouží jako plochy kterým je předepsána symetrie Vlastní frekvence stanovené modální analýzou, stejně

jako vlastní frekvence stanovené experimentálně jsou prezentovány v interferenčním diagramu. Hodnoty vlastní frekvence získané experimentálně i výpočtově vykazují dobrou shodu.

- **A.P. Zinkovskii, V.V. Matveev**

Estimation of Vibrational State of Mistuned Blade Assemblies of Turbomachinery Rotor Wheels [34]

Příspěvek se zabývá analýzou olopatkovaného disku s narušenou cyklickou symetrií. K rozladění dochází vlivem různých odchylek od identičnosti jednotlivých subsystému (v tomto případě lopatek), což může být způsobeno například výrobními nepřesnostmi. Článek popisuje analytické řešení takového olopatkovaného disku. Lopatky mají soustředěné parametry. Mezi modely jednotlivých lopatek je uvažována jak elastická, tak i disipativní vazba. Rozladění je zajištěno rozdílnou vlastními frekvencí jednotlivých lopatek. Vnější budící síla je stanovena na základě nerovnoměrnosti tlakového pole za rozváděcími lopatkami. Výpočty jsou provedeny s různými konfiguracemi vstupních parametrů. Autoři se pokouší o zobecnění výsledků pro případy, kdy jsou jednotlivé subsystémy provázány pomocí elastické a disipativní vazby.

- **C. Siewert, L. Panning, J. Wallaschek**

Nonlinear Multiharmonic Vibrations of Coupled Turbine Bladings [27]

Lopatky turbín jsou vystaveny statickému i dynamickému namáhání, které má za následek vynucené kmitání olopatkovaného disku, které může vést k vysokocyklické únavě. Za účelem snížení dynamického namáhání bývají lopatky svázány, buďto přímo - bandáží, nebo nepřímo - podplatformovými tlumiči. Tímto se vnese do soustavy díky třecím silám přídavné tlumení. Článek se zabývá sestavením a řešením nelineárních pohybových rovnic v časové oblasti a jejich převedením do frekvenční oblasti. Tento postup je aplikován na olopatkovaný disk s cyklickou symetrií. Je vybudována běžící vlna, která má za následek, že se ve vynucené odezvě olopatkovaného disku objevuje více harmonických složek. Zvláštní pozornost je věnována popisu modálních vlastností systému. Je zde také diskutováno, které vlastní tvary cyklicky symetrického systému by měly být uvažovány v této analýze. Jednoznačný vztah mezi harmonickým indexem, počtem cyklicky se opakujících segmentů, úhlovou pe-

riodicitou a počtem harmonických složek je odvozen vzhledem k počtu uzlových průměrů.

- **I. A. Sever, A. B. Stanbridge, D. J. Ewins**

Experimental Validation of Mistuned Bladed Disk Vibration Predictions [26]

Tento příspěvek se zabývá vynuceným kmitáním olopatkovaného disku. Je zkoumán jak rozladěný, tak i nerozladěný olopatkovaný disk. V tomto příspěvku je věnována pozornost zejména predikci odezvy skutečného náhodně rozladěného disku, na základě analýzy konečnoprvkového modelu. Odezva výpočtového modelu je srovnána s odezvou získanou experimentálně. Aby bylo možno zkoumat vliv rozladění na odezvu rozladěného disku je potřeba toto rozladění znát. Je tedy potřeba, aby rozladění vyrobeného „nerozladěného“ experimentálního modelu bylo co nejmenší, Aby byla zajištěna co nejdokonalejší symetrie disku, je uvažovaný model poměrně jednoduchý, je vyřezaný z plechu tloušťky 5mm. Odezva je snímána bezkontaktním měřicím zařízením. Buzení je rovněž realizováno bezkontaktně pomocí magnetu. Odezvu se daří predikovat poměrně přesně a to nejen v okolí rezonanční frekvence, ale i ve vzdálenějších oblastech.

- **M. Nikolic, D. J. Ewins, E. P. Petrov, D. D. Maio**

The Effects of Coriolis Forces on Vibration Properties of Bladed Discs [18]

Tento příspěvek se zabývá vlivem Coriolisových sil na kmitání olopatkovaného nerozladěného disku. Nejprve byl význam Coriolisových sil pozorován na experimentálním modelu, který byl navržen tak, aby byl velmi poddajný v radiálním směru, což umožňuje snadné projevení Coriolisových sil. Tento experiment potvrdil chování, které předpokládá teorie. Došlo k rozštěpení vlastní frekvence při všech vlastních tvarech s uzlovými průměry. Došlo k vybuzení vlny běžící vpřed a vlny běžící vzad. V úvodu článku je uvedena teoretická studie vlivu Coriolisových sil na nerozladěný olopatkovaný disk. Na základě známé pohybové rovnice rozšířené o členy popisující Coriolisovy síly je proveden matematický důkaz štěpení vlastních tvarů olopatkovaného disku. Nechybí ani prezentace výsledků, které dokazují platnost teorie.

- **M. P. Mignolet, W. Hu, I. Jadic**

On the Forced Response of Harmonically and Partially Mistuned Bladed Disks. Part I: Harmonic Mistuning [14]

Článek se zabývá problematiku vynuceného kmitání olopatkovaného disku. Uvažovaný disk je harmonicky rozladěn. Autoři se zabývají jak harmonickým rozladěním, které je vztaženo k celému obvodu disku tak i částečným rozladěním, které je náhodné a nachází se v určitém sektoru disku. Mimo tento sektor je disk nerozladěn. Je vytvořen jednoduchý model, u kterého každá lopatka má jeden stupeň volnosti. Lopatky jsou vázány jak k disku, tak i vzájemně pomocí elasticko-disipativních vazeb. Rozladění disku je zajištěno rozdílnou hodnotou tuhosti lopatek. Koeficient tlumení i hmotnost jsou pro všechny lopatky konstantní. Je ukázáno, že v případě pevněji svázaných lopatek je disk více citlivý na harmonické kolísání strukturálních vlastností lopatek, které souvisí s šířením vlny v nerozladěném disku o stejné frekvenci jako buzení, avšak v opačném směru (vlna běžící vzad).

- **M. P. Mignolet, W. Hu, I. Jadic**

On the Forced Response of Harmonically and Partially Mistuned Bladed Disks. Part II: Harmonic Mistuning and Application [15]

V tomto článku, který navazuje na [14], je analytickými metodami stanoven vliv náhodného rozladění disku na jeho odezvu. Je uvažován olopatkovaný disk, jehož několik sousedících lopatek má odlišné strukturální vlastnosti. Přístup použitý v tomto příspěvku vede k úspoře výpočtového času. Ukazuje se, že maximální amplituda odezvy systému je poměrně dobře popsána Weibullovým rozložením. Následné porovnání s výsledky simulací metodou Monte-Carlo ukazuje, že Weibullův model popisuje danou problematiku s velkou přesností.

- **L. Pešek, F. Vaněk, P. Procházka, P. Vaněk, J. Cibulka, V. Bula**

Kinematický systém pro měření dynamických parametrů součástí kmitajících za rotace [21]

Příspěvek se zabývá bezkontaktním měřením dynamických parametrů olopatkovaného kola. Senzory umístěné na statoru proti špičkám lopatek snímají výsledný relativní rotační pohyb. Pro zpřesnění vyhodnocování kmitání lopatek je potřeba snímat pohyb kola v dalším místě po obvodu, senzorem výchylky umístěným na statoru v optimální úhlové rozteči vzhledem ke stávajícímu senzoru. Rozbor výsledků měření však ukazuje, že přesnost měření závisí pouze na počtu snímaných bodů,

nikoliv na jejich rozmístění po obvodu kola. V případě kola s průběžnou bandáží tedy stačí, pro stanovení pohybu kola v radiálním a axiálním směru, snímat dráhu ve dvou místech statoru senzory natočenými o 90° .

3.2 Literatura týkající se matematického modelování kontaktu zahrnující vliv tření

- T. Pöschel, H. J. Herrmann

A Simple Geometrical Model for Solid Friction [22]

V tomto článku autoři prezentují model tření mezi dvěma tuhými tělesy, které se pohybují proti sobě. Snaží se stanovit závislost makroskopické třecí síly v závislosti na relativní rychlosti mezi povrchy, normálové síle a drsnosti povrchů, které jsou vzájemně v kontaktu.

- P. R. Kraus, V. Kumar, P. Dupont

Analysis of Frictional Contact Models for Dynamic Simulation [9]

Autoři se zabývají typem kontaktu, kdy jedno z těles v kontaktním páru je ideálně tuhé (tzv. rigid body). V takových případech může nastat problém s existencí a jednoznačností řešení dynamického problému. Pro tyto situace autoři navrhují model kontaktu, který úspěšně odstraní tuto mnohoznačnost. Autoři se zabývají unilaterálním kontaktem, zabývají se případy, kdy nastává valení i smýkání. Výsledky jejich studie jsou demonstrovány na jednoduchém příkladu.

3.3 Literatura zabývající se tlumením vibrací

- D. Charleux, F. Thouverez J. Dupeux

Numerical and Experimental Study of Friction Damping in Blade Attachments of Rotating Bladed Disks [4]

Autoři se v tomto článku zabývají tlumením, které je vyvoláno třením mezi lopatkou a diskem v místě uložení lopatky. Je proveden výpočet, který je následně ověřen experimentem ve vakuové komoře, kde je olopatkovaný disk buzen piezoelektrickým aktuátorem. Výpočtový model má na kontaktních plochách definovaný součinitel tření a konstantní poměrný útlum. Nelineární chování v rezonanci, které ukazuje

experiment je v dobré shodě s chováním, které vykazuje výpočtový model. Poměrně dobře se shodují rezonanční frekvence, amplitudy i míra tlumení. Autoři vyslovují závěr, že metoda, kterou zde navrhuji může sloužit k zpřesnění predikce chování olopatkovaných disků.

- **Carlos Alberto Bavastri, Francisco José Doubrawa Filho**

Optimally Designed Dynamic Vibration Absorbers Applied on Rotating Systems - Result Comparison [3]

Autoři se ve svém článku zabývají tvarovou optimalizací za účelem minimalizace ohybového kmitání rotorových soustav. Uvažují buzení nevývahou. Odstředivá síla roste se čtvercem rychlosti. Moderní vysokorychlostní stroje často pracují až nad prvními kritickými otáčkami. U strojů, které pracují blízko těchto otáček a mají malé tlumení, může nastat vlivem zesilovacího činitele destrukce. Autoři se zabývají absorbery a neutralizery, které jsou vyrobeny z viskoelastických materiálů, jejichž vlastnosti jsou závislé na frekvenci a teplotě. Správným návrhem těchto zařízení dojde ke snížení vibrací a úrovně hluku. V článku je popsána tvorba matematického modelu, výsledky dosažené numerickou simulací a v poslední části i srovnání s experimentem.

- **Ladislav Půst, Jaromír Horáček, Jan Veselý**

Výzkum třecích účinků na modelu lopatek [23]

V tomto článku jsou shrnuty poznatky získané při zkoumání třecích a dynamických procesů probíhajících na zjednodušeném modelu dvojice lopatek spojených třecím kontaktem. Buzení je realizováno vnější harmonickou silou. Model je tvořen dvěmi prizmatickými nosníky obdélníkového průřezu, které jsou pevně ukotveny. Model je doplněn zatěžovacím přípravkem, který slouží k nastavení normálové síly v třecím spoji, dále budícím elektrodynamickým systémem, snímačem síly, výchylky, rychlosti a zrychlení. Pro objasnění dějů probíhajících na třecích plochách je nejprve zkoumán poloviční systém, to znamená pouze jeden nosník, který je harmonicky rozkmitáván. Na volném konci je tento nosník spojen s pevnou základnou pomocí třecího prvku. Je měřena deformace a síla v místě třecího spoje. To umožňuje stanovit velikost zmařené energie, tuhost kontaktu a dynamickou tuhost systému, díky čemuž je možno stanovit ekvivalentní koeficient tlumení. Experiment je doplněn analytickým řešením.

- **David Církľ**

Application of Explicit Formulation of Damping Force of Polyurethane Foam in Case of Harmonic Kinematic Excitation [5]

Tento článek se zabývá tlumící silou PU pěny při jejím stlačování. Autor vychází z rovnice

$$F_d(x, \dot{x}) = b_\alpha x^\alpha \dot{x}$$

kde F_d je tlumící síla, x je posun a $\dot{x}$ je rychlost.

Problém tedy spočívá pouze v nalezení koeficientu b_α a exponentu α . Je zde proveden experiment na vzorku ve tvaru krychle. Vzorek je buzen harmonickou silou. V článku jsou uvedeny a popsány dvě metody pro aproximaci tlumící síly. Výsledky získané těmito metodami jsou v závěru porovnány.

- **L. Zhansheng, W. Xiaowei, H. Xianke**

Numerical Simulation and Experimental Research on Vibro-Impact Between the Tips of a Pair of Blades [33]

Tento článek se zabývá studií dynamických charakteristik kontaktu mezi dvěmi lopatkami. Kontakt je primárně otevřený, k uzavření dochází teprve vlivem vymezení vůle mezi kontaktními plochami díky vibračním systému. Při uzavření kontaktu tedy dochází k rázu. Je zde využita kombinace Eulerovy prutové teorie a Hertzovy teorie kontaktu. Numerická simulace je provedena na dvojici lopatek. Je sledována jejich odezva. Simulace ukazuje, že se jedná o velice komplikovaný nelineární problém. Ve snaze pozorovat reálné chování páru lopatek je navržen experiment, jehož výsledky jsou popsány v poslední části příspěvku. Experimentálně získané výsledky potvrzují poznatky získané numerickou simulací.

- **Z. Petreski, A. Ilievski**

Dynamic Behaviour of the Blade Group with a Lacing Wire [19]

V tomto článku je zkoumána skupina dvou, tří a pěti lopatek mezi nimiž je umístěn drát. Je zkoumána závislost vlastních frekvencí a vlastních tvarů na pozici drátu a na jeho průměru. Analýza je provedena metodou založenou na metodě konečných prvků, model lopatek je zjednodušen na pruty s obdélníkovým průřezem. Analýza je prováděna několikrát, pro každou konfiguraci je uvažován drát se čtyřmi různými

průměry, a pět různých umístění po výšce. V příspěvku jsou prezentovány grafy a tabulky zobrazující získané závislosti.

- **D. Laxalde, F. Thouverez, J. J. Sinou, J. P. Lombard**

Forced Response Analysis of Blisk with Friction Ring Dampers [10]

Článek se zabývá tlumením olopatkovaných disků. Tlumení je realizováno speciálně navrženým malým tlumícím kroužkem, který je umístěn uvnitř kola u závěsu lopatek. K disipaci energie dochází během relativního pohybu mezi diskem a tímto tlumícím prvkem. Ustálená odezva při vynuceném kmitání je řešena použitím metody Multiharmonic Balance. Zahrnutí třecích sil do výpočtů ve frekvenční doméně je realizováno pomocí metody Alternating Frequency Time, kterou popsali ve svém článku s názvem *An Alternating Frequency/Time Domain Method for Calculating the Steady-State Response of Nonlinear Dynamic Systems* T. M. Cameron a J. H. Griffin. Analýza je provedena na konečnoprvkovém modelu, jehož počet stupňů volnosti je redukován. Tlumící kroužek je modelován pomocí prutových prvků. Nelineární analýza, kterou se zjišťují síly v kontaktu, je prováděna ve frekvenční oblasti použitím zmíněné procedury Alternating Frequency Time. Třecí síly jsou vyjádřeny v časové oblasti jako funkce výchylky a rychlosti použitím Coulombova zákona tzv. time-marching procedury. Výsledky numerických studií naznačují, že se jedná o účinnou metodu tlumení vibrací olopatkovaného disku.

- **M. Hajžman, M. Byrtus, V. Zeman, J. Kellner, J. Šašek**

Modelling and Design of Passive Damping of Turbine Blade Vibration [6]

Tento článek se zabývá modelováním efektu tření, které je realizováno frikčním členem umístěným mezi lopatkami. V první části je popsáno vytvoření modelu, který se skládá ze dvou lopatek, přičemž s každou lopatkou je spojena část bandáže. Mezi těmito segmenty je umístěn tlumící prvek. Lopatky jsou modelovány jako pružná tělesa, zatímco tlumící prvek je modelován jako ideálně tuhé těleso tzv. rigid body. Výhodou tohoto modelu je malý počet stupňů volnosti, z čehož plyne relativně krátký výpočtový čas, což vybízí k uzavření výpočtu do vhodné optimalizační smyčky. Druhá část popisuje vytvoření celého komplexního modelu, který je složen z deformovatelného disku s nimž jsou spojeny lopatky. Model z první části je použit k definování vazebních matic, které představují efekt kontaktu a tření.

- **L. Pešek, L. Půst, F. Vaněk, J. Veselý, J. Cibulka**

Dynamics of model Bladed Disc with Friction Elements for Vibration Suppression [20]

V tomto příspěvku je popsána analýza modelu, jenž je tvořen dvěmi lopatkami, které mají mezi sebou umístěn třecí prvek. Je analyzována dynamická odezva na harmonické buzení, přičemž budící síla je aplikována pouze na jednu z těchto dvou lopatek. Jsou pozorovány a vyhodnocovány jak mikroposuvy, tak i makroposuvy kontaktních ploch. Zejména u makroposuvů výsledky vykazují silně nelineární efekt tlumícího prvku na dynamickou odezvu páru lopatek. Rovněž je zkoumán vliv předpětí a amplitudy budící síly na charakteristiku třecí síly. Jsou zde poměrně podrobně popsány vstupní parametry výpočtové simulace.

Dále jsou v tomto článku uvedeny výsledky experimentálního výzkumu prováděného na kole. Buzení je realizováno elektromagnetickou silou s plynule se měnící frekvencí, přičemž interval budící frekvence je zvolen tak, aby pokryl hodnoty vlastní frekvence, která odpovídají vlastním tvarům s 1, 2 a 3 uzlovými průměry. Je sledován a vyhodnocován vliv tlumení, které je způsobeno suchým třením mezi tlumícím prvkem a lopatkami.

4 Teoretický základ

4.1 Kmitání mechanických systémů

4.1.1 Klasifikace mechanických systémů

Přestože klasifikace dynamických systémů je uvedena v mnoha studijních materiálech, je vhodné ji zde úvodem zmínit. Podobná klasifikace je uvedena například v [31].

Klasifikace mechanických systémů je nejčastěji vztažena k matematickému modelu systému. Tento lze dělit podle různých hledisek. Nejčastěji se v literatuře objevuje následující klasifikace:

- podle počtu stupňů volnosti
 - ▶ diskrétní systémy
 - ▶ spojité systémy (kontinua)
- podle typu diferenciálních rovnic
 - ▶ lineární systémy
 - ▷ *lineární časově invariantní systémy*
 - ▷ *lineární parametrické soustavy*
 - ▶ nelineární systémy
 - ▷ *nelineární časově invariantní systémy*
 - ▷ *nelineární parametrické soustavy*
- podle vzniku kmitání
 - ▶ volné kmitání
 - ▶ vynucené kmitání
 - ▷ *deterministické*
 - ▷ *náhodné (stochastické)*
- podle charakteru pohybu
 - ▶ podélné

- torzní
- příčné
- ohybové
- krouživé
- kombinované

4.1.2 Kmitání disků

Disk je v podstatě kruhová deska. Může tedy přenášet ohybové momenty a posouvající síly. Při sestavování pohybových rovnic jsou, podobně jako v [30], uvažovány následující předpoklady:

- Rovinné řezy kolmé k nedeformované střední rovině zůstanou rovinné a kolmé i na deformovanou střední rovinu
- Normálová napětí ve střední rovině jsou nulová

Odvození pohybové rovnice pro čtvercovou desku je uvedeno například v [29], nebo [30]. Pohybová rovnice má tvar:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \left(\frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2}\right) = -\frac{\rho h}{D} \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} \quad (4.1)$$

nebo s použitím Laplaceova operátoru:

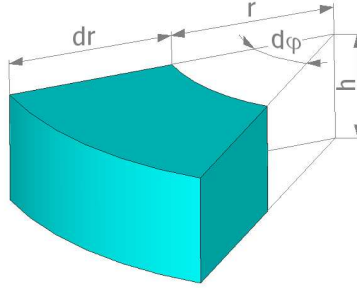
$$\nabla^2 \nabla^2 w(x, y, t) = -\frac{\rho h}{D} \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} \quad (4.2)$$

Pro kruhovou desku je vhodné tuto rovnici transformovat do polárních souřadnic. Rozměry elementárního prvku kruhové desky jsou zobrazeny na obrázku 4.1. Rovnice (4.1) tedy přejde na tvar:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2}\right)^2 w(r, \vartheta) = \frac{\rho h \Omega}{D} w(r, \vartheta) \quad (4.3)$$

Po odmocnění rovnice (4.3):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2}\right) w(r, \vartheta) = \pm \Omega \sqrt{\frac{\rho h}{D}} w(r, \vartheta) \quad (4.4)$$



Obrázek 4.1: Rozměry elementárního prvku kruhové desky

Rovnice (4.3) bude splněna, bude-li splněna některá z rovnic (4.4), které jsou podobné rovnicím pro kruhovou membránu [30]. Rovnici vlastního tvaru kmitu lze vyjádřit vztahem:

$$w(r, \vartheta) = \left[A_{c,m} J_k \left(\lambda_{c,m} \frac{r}{R} \right) + B_{c,m} J_k \left(i \lambda_{c,m} \frac{r}{R} \right) \right] \sin(m\vartheta + \varphi_{c,m}) \quad (4.5)$$

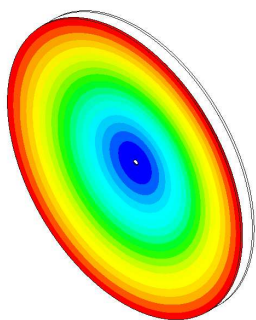
kde $A_{c,m}$ a $B_{c,m}$ jsou konstanty, J_k je Besselova funkce, c označuje počet uzlových kružnic a m označuje počet uzlových průměrů, R je vnější poloměr desky a r je vnitřní poloměr, λ je definována jako:

$$\lambda_{c,m} = R \sqrt[4]{\frac{\rho h \Omega^2}{D}} \quad (4.6)$$

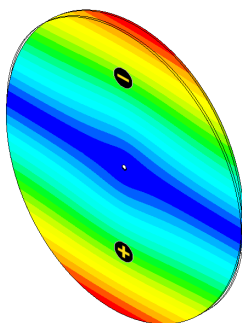
Z rovnice (4.5) a (4.6) se pro dané okrajové podmínky určí vlastní frekvence $\Omega_{c,m}$ a tím i $\lambda_{c,m}$. Lze stanovit i poměr amplitud $A_{c,m}/B_{c,m}$ [29].

Vlastní tvary kmitání disků

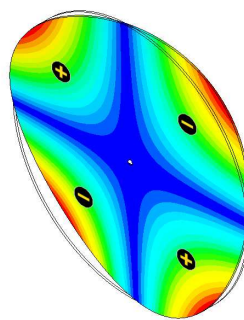
Na disku, který kmitá některým vlastním tvarem lze pozorovat místa, která jsou trvale v klidu, čili místa, které mají v průběhu kmitání nulovou výchylku. Tato místa mají podobu uzlových kružnic, nebo uzlových průměrů. Disk je kontinuum má tedy nekonečně mnoho vlastních frekvencí a tedy i vlastních tvarů. Pochopitelně počet vlastních tvarů a vlastních frekvencí diskretizovaného modelu je dán úrovní diskretizace. Na obrázcích 4.2 až 4.10 jsou znázorněny příklady několika vlastních tvarů kmitání tenkého ocelového disku, který je vetknut v místě své osy. Místa s nulovou výchylkou jsou na těchto obrázcích znázorněna modrou barvou. Počet uzlových kružnic je značen symbolem c a počet uzlových průměrů písmenem m .



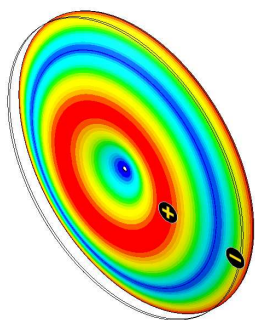
Obrázek 4.2: Tvar „umbrela shape“ (deštníkový tvar)



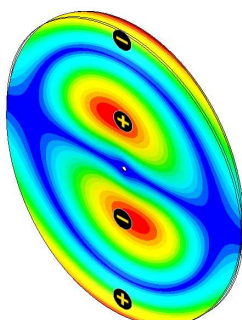
Obrázek 4.3: Tvar kmitu s $m = 1$ a $c = 0$



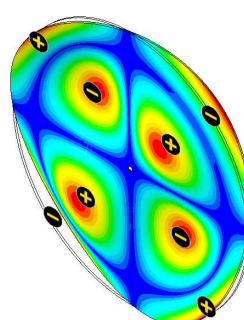
Obrázek 4.4: Tvar kmitu s $m = 2$ a $c = 0$



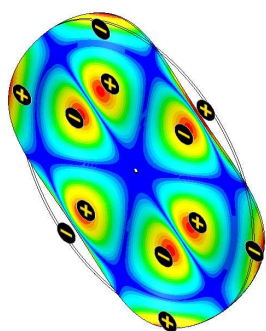
Obrázek 4.5: Tvar kmitu s jednou uzlovou kružnicí



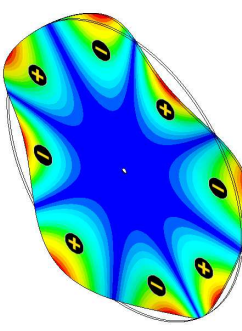
Obrázek 4.6: Tvar kmitu s $m = 1$ a $c = 1$



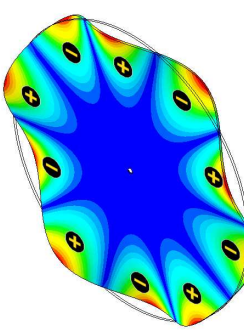
Obrázek 4.7: Tvar kmitu s $m = 2$ a $c = 1$



Obrázek 4.8: Tvar kmitu s $m = 3$ a $c = 1$

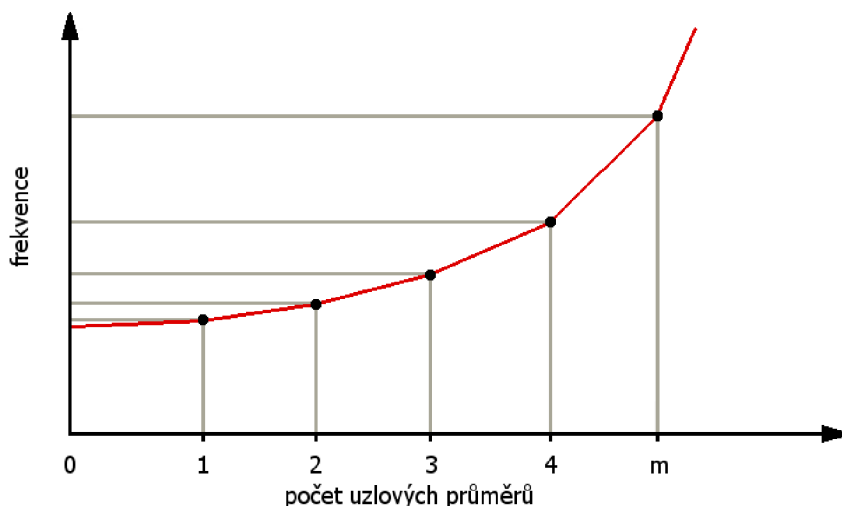


Obrázek 4.9: Tvar kmitu s $m = 4$ a $c = 0$



Obrázek 4.10: Tvar kmitu s $m = 5$ a $c = 0$

Pro analýzy se zaměřením na predikci možných rezonančních stavů rotujícího olopatkovaného disku, se často vykresluje závislost vlastní frekvence na počtu uzlových průměrů. Příklad takovéto závislosti je ukázán na obrázku 4.11. Graf ovšem tvoří pouze izolované body, křivka, která je na obrázku 4.11 spojuje slouží pouze ke zlepšení orientace.



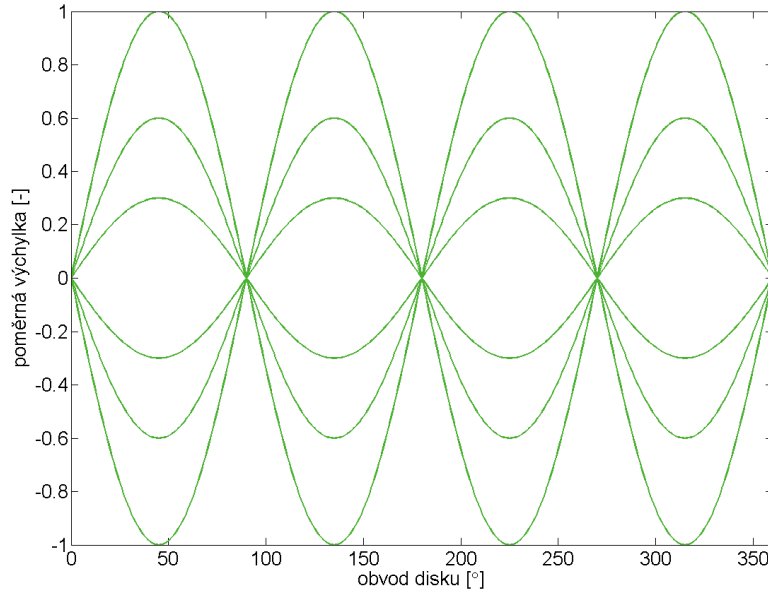
Obrázek 4.11: Závislost vlastní frekvence na uzlových průměrech

Chování disků za rotace

Pokud bude nerotující disk buzen v jednom bodě harmonickou silou, bude kmitat. Je-li frekvence buzení blízká, nebo rovná vlastní frekvenci, při které disk kmitá vlastním tvarem s uzlovými průměry, je odezva, snímaná na obvodu disku, podobná jako ukazuje obrázek 4.12. Tento typ odezvy se nazývá fixní kmitání (*fixed vibrations*). Na obrázku 4.12 jsou body po obvodu disku rozvinuty na vodorovnou osu. Obrázek znázorňuje kmitání disku vlastním tvarem se dvěma uzlovými průměry. Uzlové průměry se po disku nepohybují, to znamená, že určité body na obvodu jsou trvale v klidu. Odezvu lze popsat následujícím vztahem, uvedeným například v [13]:

$$x(\theta_0, t) = A \sin m\theta_0 \cos \omega_b t \quad (4.7)$$

kde m je počet uzlových průměrů, $x(\theta_0, t)$ je výchylka bodu s úhlovou souřadnicí θ v čase t . ω_b je frekvence buzení, A je maximální amplituda deformovaného obvodu disku.

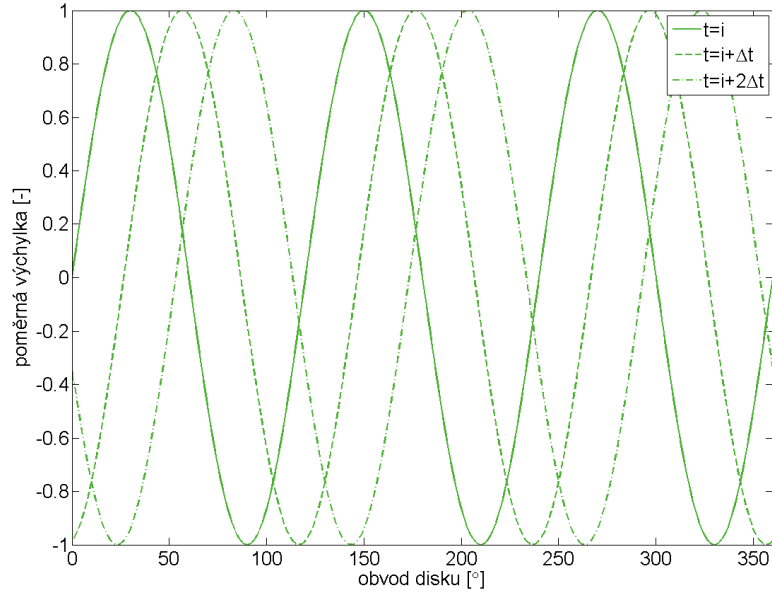


Obrázek 4.12: Fixní kmitání

Poněkud komplikovanější situace nastává v případě rotujícího disku. Zde je buzení obvykle v komplexním tvaru, protože dochází k relativnímu pohybu mezi buzením a strukturou. Pro popis kmitání rotujícího disku lze použít dva souřadné systémy. Jeden statický $\theta_0(t)$, stojící v prostoru a druhý $\theta(t)$, jenž rotuje zároveň s diskem. Odezva rotujícího disku může mít podobu fixního kmitání i běžící vlny. Pojmem běžící vlna v souřadném systému (*travelling wave*) se označuje stav, kdy se uzlové průměry po disku pohybují. Mohou se pohybovat ve směru, nebo naopak proti směru souřadného systému. Na obrázku 4.13 je naznačena odezva disku ve třech časových okamžicích. Disk kmitá tvarem se třemi uzlovými průměry. Vlna se pohybuje doprava ve statickém souřadném systému θ_0 , tedy v souřadném systému jenž stojí v prostoru. V tomto případě lze odezvu popsat vztahem (4.8) uvedeným například v [13].

$$x(\theta_0, t) = A \sin 3(\theta_0 - \omega_w t) \quad (4.8)$$

kde $x(\theta_0, t)$ je opět výchylka bodu na obvodu disku s uhlovou souřadnicí θ , tedy souřadnicí vztaženou ke statickému souřadnému systému, t představuje čas, ω_w je rychlost běžící vlny a A je opět maximální amplituda deformovaného obvodu disku.



Obrázek 4.13: Běžící vlna

Časový průběh odezvy pro každý stacionární bod na obvodu disku je stejný (s frekvencí $3\omega_w$), ale s rozdílnou fází oproti sousedním bodům. Pokud odezva má tvar běžící vlny, neexistuje na disku žádný pevný uzlový průměr.

Běžící vlna může být vyjádřena i v souřadném systému $\theta(t)$, tedy v souřadném systému jenž rotuje s diskem. Na obrázku 4.14 je naznačena situace, kdy disk rotuje doleva s úhlovou rychlostí ω a vlna běží doprava s úhlovou rychlostí ω_w relativně vzhledem k disku. Tento pohyb může být vyjádřen vztahem:

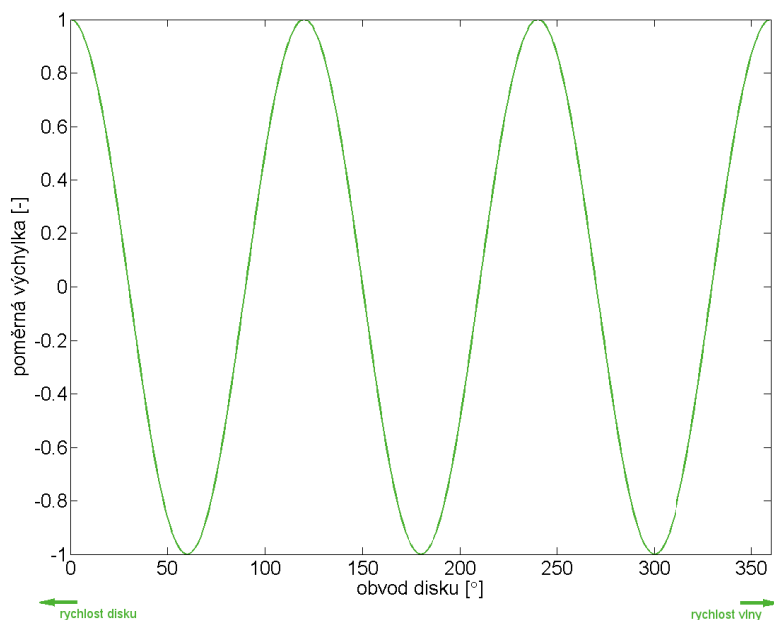
$$x(\theta, t) = A \sin 3(\theta - \omega_w t) \quad (4.9)$$

kde $x(\theta, t)$ je opět výchylka bodu na obvodu disku s uhlovou souřadnicí θ , ovšem tentokrát v souřadném systému, který je spojen s diskem, A je opět amplituda deformovaného obvodu disku a ω_w je rychlost vlny.

Z místa jenž je v klidu, tedy z místa spojeného se statickým souřadným systémem, je rychlost vlny $\omega_w - \omega$. V případě, že $\omega_w > \omega$ pohybuje se vlna (ve statickém souřadném systému) doprava. V případě, že $\omega_w = \omega$, bude se pozorovateli, sledující disk jevit, že vlna stojí v prostoru. Takováto vlna se nazývá stojící vlna (*standing wave*). Jednoduchou matematickou substitucí $\theta_0 = \theta + \omega t$ v rovnici (4.9) získáme vztah:

$$x(\theta_0, t) = A \sin \theta_0 \quad (4.10)$$

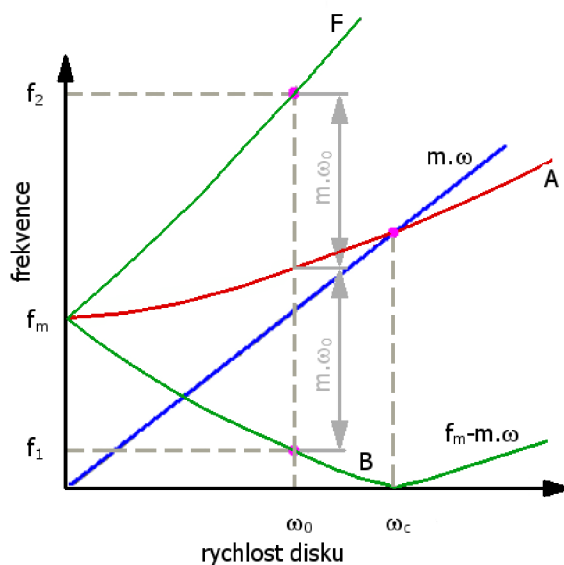
což je rovnice, která představuje statický tvar. Má-li odezva disku podobu stojící vlny ve statickém souřadném systému, nezaznamenají snímače, které nerotují spolu s diskem žádné kmitání[13].



Obrázek 4.14: Stojící vlna

Campbellův diagram

K analýze dynamických vlastností disků za rotace se nejčastěji používá diagram, který v roce 1924 publikoval jako první W. Campbell. Tento diagram vyjadřuje závislost vlastní frekvence na nějakém parametru, v tomto případě na otáčkách disku. Pomocí tohoto dia-



Obrázek 4.15: Campbellův diagram

gramu lze predikovat rezonanční stavy disku. Dynamické chování disku za rotace ovlivňují čtyři hlavní faktory.

- otáčku disku
- frekvence buzení
- počet uzlových průměrů
- vlastní frekvence

Na obrázku 4.15 je Campbellův diagram sestavený pro m uzlových průměrů. Přímka označená písmenem A znázorňuje vlastní frekvenci disku. Vlivem odstředivé síly dochází s rostoucími otáčkami ke zpevňování. Není-li uvažováno zpevnění vlivem rostoucích otáček disku, přejde tato křivka v přímku rovnoběžnou s vodorovnou osou, rostoucí otáčky by pak tedy neměly vliv na vlastní frekvenci. Změnu vlastní frekvence vlivem zpevnění lze popsat následujícím vztahem:

$$f_n^2 = f_0^2 + \beta_n \omega^2 \quad (4.11)$$

kde f_n je vlastní frekvence disku při otáčkách n , f_0 je vlastní frekvence při nulových otáčkách a β_n je koeficient zpevnění, který je závislý na vlastním tvaru kmitání, geometrii a materiálu disku.

V Campbellově diagramu na obrázku. 4.15 jsou další dvě důležité křivky. Jedna označená písmenem B a druhá, označená písmenem F . Obě tyto křivky jsou vzdáleny od křivky A o hodnotu $m\omega$. Křivka B představuje frekvenci vlny běžící vzad a křivka A představuje frekvenci vlny běžící vpřed. Je-li disk rotující úhlovou rychlostí ω_0 vystaven účinkům stacionárního harmonického buzení o frekvenci f_1 . Platí že $f_1 = f_m - m\omega$. Budící frekvence tedy protne křivku B . Disk tedy bude rezonovat frekvencí f_m a odezva bude mít podobu vlny běžící vzad. Bude-li disk buzen frekvencí f_2 bude situace podobná, pouze odezva bude mít podobu vlny, která běží vpřed. V praxi je tento typ rezonance, který může nastat při některých násobcích úhlové rychlosti, nazýván minoritní rezonance [13].

Nebezpečný stav nastává, pokud se vlna běžící vzad zastaví, tedy $f_1 = 0$. Tomuto stavu odpovídají otáčky disku ω_c , které se nazývají kritické otáčky disku. Nastává tzv. majoritní rezonance. V takovém případě je odezvou stojící vlna. Toto může nastat pokud je rotující disk buzen statickou silou ($f = 0$). V praxi toto buzení může nastat například vlivem nerovnoměrného rozložení tlaku za rozváděcími lopatkami [13]. Tento stav objevil a poprvé popsal W. Campbell v díle *The Protection of Steam-turbine disk wheels from Vibration*. Zde také poprvé zmínil pojem stojící vlna. V tomto článku Campbell objasnil příčiny havárií mnoha strojů s olopatkovanými koly. Podle jeho teorie je vlastní frekvence rovna počtu uzlových průměrů vynásobených kritickou otáčkovou frekvencí:

$$f_m = m\omega_c \quad (4.12)$$

Tento vztah platí v případě, kdy není zahrnut vliv zpevnění vlivem odstředivých sil a říká, že kritická rychlost v Campbellovém diagramu odpovídá průsečíku přímky $m\omega$ s křivkou (resp. přímkou) A , tedy s vlastní frekvencí kmitání disku tvarem s m uzlovými průměry. Tento stav je nebezpečný zejména proto, že dochází ke kmitání stále stejných míst na disku a hrozí tedy nebezpečí vzniku trhlin, které se mohou dále šířit a způsobit únavové porušení materiálu.

4.1.3 Kmitání olopatkovaných disků za rotace

V případě olopatkovaných disků je predikce rezonančních stavů komplikovanější, protože kritické otáčky závisí nejen na vlastní frekvenci disku a odpovídajícím počtu uzlových

průměrů, ale i na počtu lopatek, popřípadě na počtu periodicky se opakujících struktur, které jsou tvořeny například skupinou několika lopatek, jenž jsou na konci svázány jednotlivými segmenty bandáže. K výraznému kmitání dochází kromě případu, kdy je násobek budící frekvence roven počtu uzlových průměrů, tedy $k = m$, i v případech, kdy:

$$k = s - m$$

$$k = s + m$$

$$k = 2s - m$$

kde k je násobek budící frekvence, s je počet lopatek, nebo počet opakujících se struktur a m je počet uzlových průměrů vlastního tvaru, kterým disk kmitá.

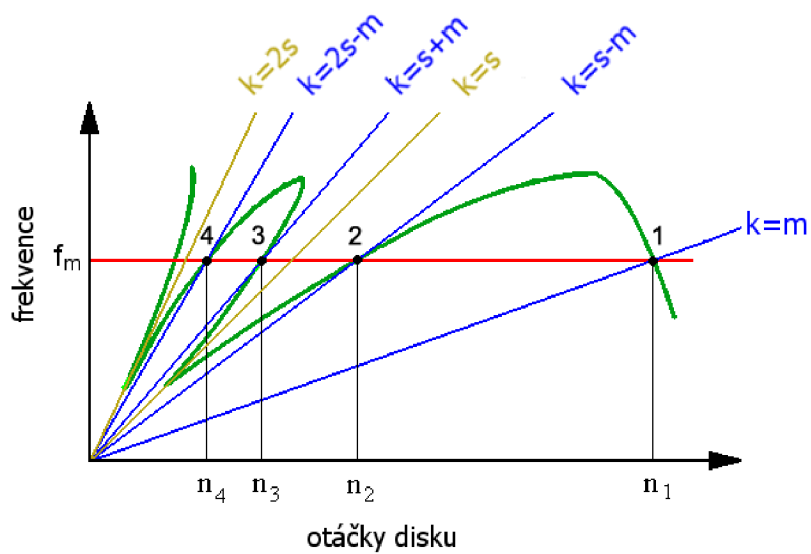
Kritické otáčky pak lze stanovit podobně jako v předchozích kapitolách, tedy na základě vztahu $f_m = k\omega_c$. Odtud:

$$\omega_c = \frac{f_m}{k} \quad (4.13)$$

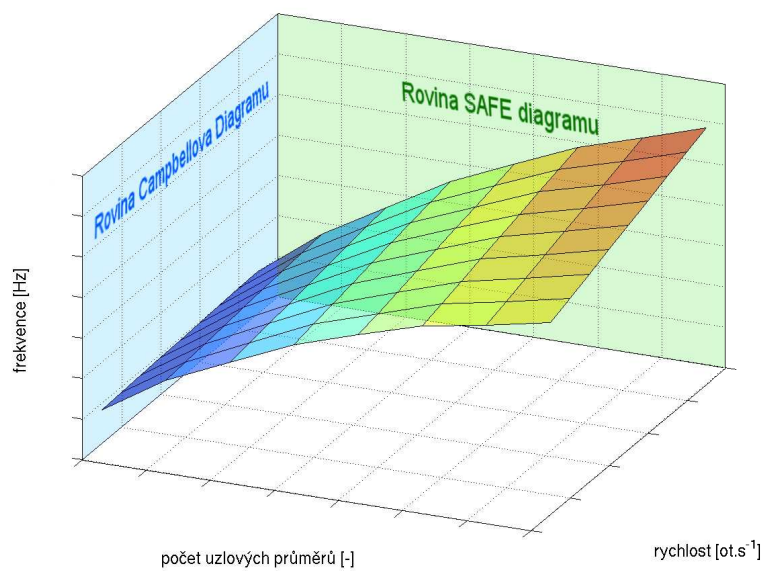
Kritické otáčky olopatkovaného disku s s lopatkami, který kmitá vlastním tvarem s m uzlovými průměry vlastní frekvenci f_m jsou znázorněny v Campbellově diagramu na obrázku 4.16. Zelená křivka v tomto diagramu představuje spojnicí možných rezonančních stavů. Takovýto diagram se někdy v literatuře nazývá Kompletní Campbellův diagram.

Jiný diagram, který je používán k predikci rezonančních stavů olopatkovaných disků je tzv „SAFE Diagram“, který je poměrně podrobně popsán například v [28]. Campbellův diagram je vytvořen projekcí trojrozměrné plochy, naznačené na obrázku 4.17, která popisuje závislost frekvence na počtu uzlových průměrů na otáčkách disku do roviny, ve které jsou na jedné ose vyneseny otáčky disku a na druhé frekvence kmitání disku. Bohužel tím dochází ke ztrátě informace uložené ve třetím směru. Proto autoři SAFE diagramu přišli s myšlenkou projekce výše zmíněné trojrozměrné plochy do roviny kolmé k rovině, do které promítá trojrozměrnou plochu Campbell. V této rovině je na vodorovné ose vnesen počet uzlových průměrů a na svislé ose zůstává frekvence. Tato projekce poskytuje mnoho informací použitelných pro snadnou predikci a vyhodnocení rezonančních stavů olopatkovaného disku.

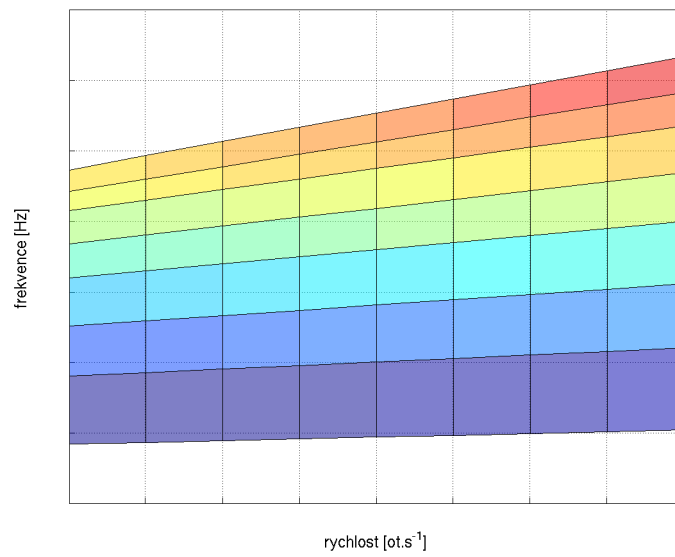
Campbellův diagram, který vznikne projekcí plochy na obrázku 4.17 do roviny, která je definována otáčkami a frekvencí je zobrazen na obrázku 4.18. SAFE diagram, který vznikne projekcí trojrozměrné plochy z obrázku 4.17 do roviny která je kolmá na Campbellovu rovinu je zobrazen na obrázku 4.19.



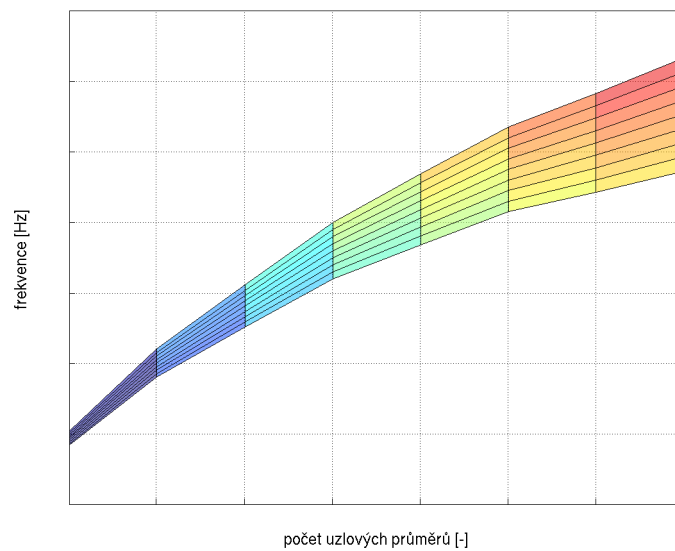
Obrázek 4.16: Kompletní Campbellův diagram



Obrázek 4.17: Trojrozměrná plocha charakterizující kmitání disku

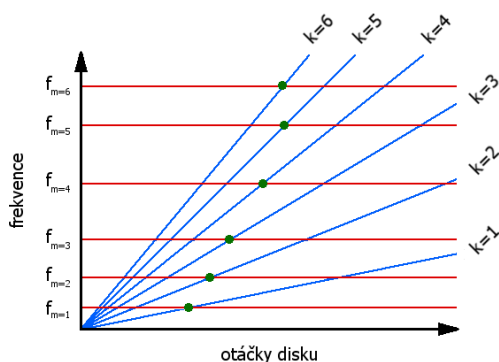


Obrázek 4.18: Projekce plochy do Campbellový roviny

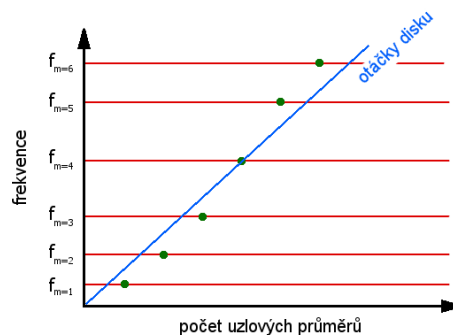


Obrázek 4.19: Projekce plochy do roviny SAFE diagramu

Podle Campbellovy teorie dochází k výraznému kmitání disku pokud je počet uzlových průměrů vybuzeného vlastního tvaru shodný s násobkem budící frekvence tyto stavy jsou na obrázku 4.20 znázorněny zelenými body. Tyto body ukazují možné rezonanční stavy disku. Stejná situace pro stejný disk, pouze vyhodnocována v rovině SAFE diagramu je ukázána na obrázku 4.21. SAFE diagram ukazuje „skutečnou“ rezonanci, tedy frekvenci a vlastní tvar, který se bude budit při daném provozním režimu, zatímco Campbellův diagram ukazuje všechny „možné“ rezonanční stavy daného disku. SAFE diagram je v literatuře někdy označován jako Interferenční diagram.



Obrázek 4.20: Campbellův diagram



Obrázek 4.21: SAFE diagram

4.2 Parametrická optimalizace

4.2.1 Metody parametrické optimalizace

Matematickou podstatou procesu optimalizace je nalezení parametrů systému, pro které hodnota vhodně zvolené funkce nabývá svého minima. Tato funkce se nazývá cílová, kritériální či hodnotící funkce a musí kvantifikovat optimalizovanou vlastnost systému. Často se označuje řeckým písmenem ψ .

Existuje celá řada metod parametrické optimalizace. Lze je rozdělit na dvě základní skupiny. První skupinu tvoří tzv. metody nepodmíněné parametrické optimalizace, druhou metody tzv. podmíněné parametrické optimalizace. O nepodmíněné optimalizaci hovoříme pokud $\mathbb{P} = \mathbb{R}^s$, kde $\mathbb{P}$ je přípustná množina a s je počet optimalizačních proměnných. V ostatních případech se optimalizace označuje jako optimalizace podmíněná. Některé metody nepodmíněné optimalizace vyhodnocují pouze hodnoty cílové funkce v konkrétních bodech (metody nultého řádu), jiné stanovují i první derivace. Tyto se označují jako metody

prvního řádu. Existují i metody, které kromě prvních derivací stanovují i druhé derivace - metody druhého řádu. Tyto metody však nejsou v praxi příliš rozšířené zejména pro svou hardwarovou náročnost.

Následuje krátký přehled používaných metod vícerozměrné optimalizace. Podrobnější informace lze nalézt např. v [7].

- vícerozměrná nepodmíněná optimalizace
 - ▶ metody nultého řádu
 - ▷ *metody souřadnicové komparace* -metoda souřadnicového spádu, Hook-Jeevsova metoda, Rosenbrockova metoda
 - ▷ *simplexové metody*
 - ▷ *stochastické metody* - Monte Carlo
 - ▶ metody prvního řádu
 - ▷ *gradientní metody*
 - ▷ *metody sdružených směrů* - metoda PARTAN, Fletcher-Reevsova metoda
 - ▶ metody druhého řádu
 - ▷ *Newtonova metoda*
- vícerozměrná podmíněná optimalizace
 - ▶ metoda modifikace cílové funkce
 - ▷ *Subproblem Approximation Method*
 - ▶ metoda projekce gradientu

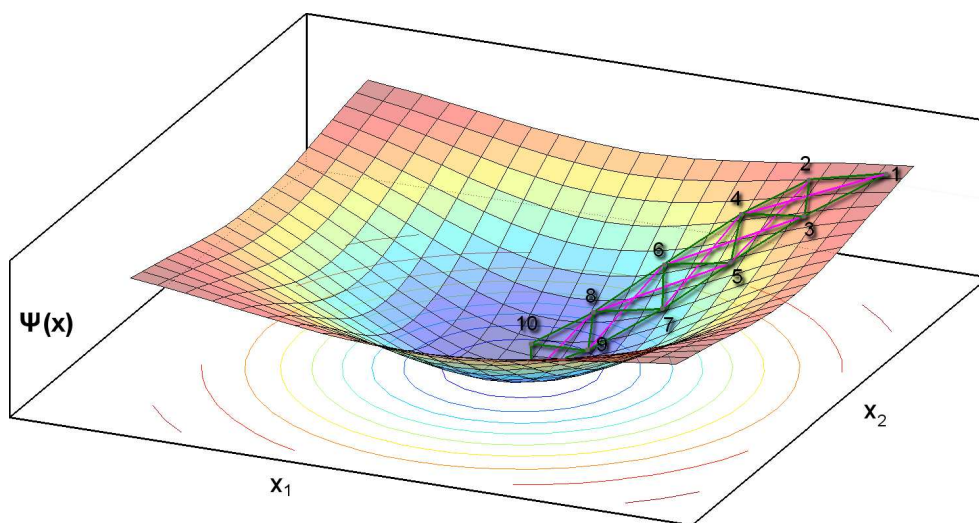
V následující části je popsána podstata, princip a výhody, popřípadě nevýhody vybraných nejpoužívanějších metod parametrické optimalizace.

4.2.2 Simplexová metoda

Simplexová metoda je jednou z metod nultého řádu. To znamená, že se při procesu optimalizace vyhodnocují pouze funkční hodnoty cílové funkce, nikoliv její první, či druhé derivace. Uvádět přesnou matematickou definici pojmu simplex by bylo zbytečné. Zjednodušeně řečeno simplex je v jednodimenzionálním prostoru úsečka, ve dvourozměrném trojúhelník,

v trojrozměrném čtyřstěn a obecně v $\mathbb{R}^s$ prostoru je to útvar s $s+1$ vrcholy. Pravidelný simplex je pak simplex se stejnými délkami hran [7]. Algoritmus hledání minima je následující: Určí se funkční hodnoty ve všech vrcholech výchozího pravidelného simplexu. Vrchol s nejvyšší funkční hodnotou se vypustí. Sestrojí se nový simplex z ostatních vrcholů, ke kterým se přidá bod, který vznikne obrazem vypuštěného bodu v symetrii přes těžiště simplexu tvořeného zbývajících body.

Princip simplexové metody je dobře patrný z obrázku 4.22. Výchozí pravidelný simplex má vrcholy označeny 1, 2 a 3. Ve vrcholu 1 nabývá cílová funkce nejvyšší funkční hodnoty. Tento vrchol se vypustí a sestrojí se nový simplex se zbylých dvou vrcholů a z nového vrcholu, označeného číslem 4, který vznikne „překlopením“ vrcholu 1 přes těžiště simplexu tvořeného zbývajících vrcholy, tedy simplexu, který tvoří vrcholy 2 a 3. Vznikne simplex tvořen vrcholy 2,3,4. Opět se porovnají hodnoty cílové funkce, a opět se vypustí vrchol s nejvyšší funkční hodnotou, tentokrát vrchol 2. Takto se postupuje stále dál až k nalezení nejnižší hodnoty.



Obrázek 4.22: Princip simplexové metody

Někdy se může stát, že nový vrchol je nejhorší - následující simplex pak bude totožný s předchozím a metoda bude stále střádat tyto dva simplex. V takovém případě se zavede doplňkové kritérium. Nevypouští se „nejhorší“ vrchol, ale druhý nejhorší vrchol. Jestliže se i přesto dostane metoda ke stejnému simplexu, znamená to, že minimum je blízko. Vzdálenost minima je srovnatelná s délkou hrany simplexu. Pro přesnější určení polohy

minima je potřeba zkrátit délku hrany simplexu. Podrobněji je metoda popsána například v [7].

4.2.3 Metoda Monte Carlo

V této metodě se nezjišťuje směr postupu, ani krok optimalizace, ale vyčísľují se funkční hodnoty cílové funkce v mnoha náhodně vybraných bodech přípustné oblasti. Přípustná oblast je s -rozměrný kvádr $\prod_{i=1}^s \langle x_i^d, x_i^h \rangle$, kde s je počet optimalizačních proměnných, který je omezen horními a dolními závoryami x_i^d a x_i^h jednotlivých optimalizačních proměnných. Generuje se vektor pseudonáhodných čísel z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ a určí se bod uvnitř s -rozměrného kvádru. Takovýmto způsobem, libovolně velkým počtem bodů, se pokrývá celý s -rozměrný kvádr a hledá se globální minimum. Je potřeba zaručit rovnoměrné rozložení a opakovatelnost procesu. Tato metoda je podrobně popsána například v [7]. Prostou metodu Monte Carlo lze vylepšit tak, že po předem stanoveném počtu vyčíslení zúží s -rozměrný kvádr tak, aby jeho středem bylo dosud nalezené minimum a dosud nalezené maximum leželo vně kvádru. Tato metoda je jednou z metod implementovaných do prostředí výpočtového programu ANSYS.

4.2.4 Gradientní metoda

Gradientní metoda stanovuje gradient stavových veličina a cílové funkce v závislosti na optimalizačních proměnných $\mathbf{x}$. Hodnoty optimalizačních proměnných v následující optimalizační smyčce se získají posunem o předem definovaný krok ve směru gradientu. Referenční stav je dán vyčíslením gradientu. Cílová funkce v tomto referenčním stavu je definována jako:

$$\psi_r(x) = \psi(\mathbf{x}^{(r)}) \quad (4.14)$$

Gradient cílové funkce lze vyjádřit ve tvaru

$$\nabla \psi_r = \left[\frac{\partial \psi_r}{\partial x_1}, \frac{\partial \psi_r}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \psi_r}{\partial x_n} \right] \quad (4.15)$$

Vzhledem ke každé optimalizační proměnné je gradient aproximován metodou dopředných diferencí podle následujícího vztahu.

$$\frac{\partial \psi_r}{\partial x_i} = \frac{\psi_r(\mathbf{x} + \Delta x_i \mathbf{e}) - \psi_r(x)}{\Delta x_i} \quad (4.16)$$

kde ψ je cílová funkce, x je optimalizační parametr, $\mathbf{e}$ je vektor, jehož i -tá složka je 1 a ostatní složky jsou nulové. $\mathbf{x}$ je vektor optimalizačních parametrů.

Stejné operace jsou prováděny se všemi stavovými veličinami. Podrobnější popis lze nalézt např. v [7], nebo [1].

Tato metoda rovněž patří mezi metody parametrické optimalizace implementované do prostředí výpočtového programu ANSYS.

4.2.5 Metoda Subproblem Approximation Method

Tato metoda patří mezi metody nultého řádu, neboť není potřeba znát derivace cílové funkce, ani derivace stavových veličin (stavová veličina je např. hodnota napětí ve zvoleném bodě). Lze říct, že je to pokročilá metoda. Použití této metody lze rozdělit do dvou kroků. V prvním kroku proběhne aproximace závislých veličin (cílové funkce a stavových veličin) pomocí metody nejmenších čtverců a aplikací pokutové funkce se problém převede na problém podmíněné optimalizace. V druhém kroku se minimalizuje zmíněná modifikovaná cílová funkce. Minimalizace je prováděná znovu každou iterací (v každém subprostoru) a po každé iteraci je aproximace cílové funkce aktualizována. Toto je prováděno dokud nedojde ke konvergenci, nebo pokud není optimalizační smyčka přerušena nějakým doplňkovým kritériem.

Protože metoda pracuje s aproximací cílové funkce a stavových veličin, je potřeba nejprve spočítat vstupní data, tedy několik stavů. Tyto mohou být zadány přímo uživatelem, v opačném případě si tato metoda sama vygeneruje tyto stavy náhodně.

V prvním kroku tedy dojde k aproximaci cílové funkce a stavových veličin pomocí metody nejmenších čtverců. Aproximované veličiny jsou označeny symbolem $\hat{\cdot}$ (stříška).

$$\hat{\psi}(x) = \psi(x) + e_{\psi} \quad (4.17)$$

$$\hat{g}(x) = g(x) + e_g \quad (4.18)$$

$$\hat{h}(x) = h(x) + e_h \quad (4.19)$$

$$\hat{w}(x) = w(x) + e_w \quad (4.20)$$

kde $\hat{\psi}$ je aproximace cílové funkce, $\hat{g}$, $\hat{h}$, $\hat{w}$ jsou aproximace stavových veličin a x je optimalizační parametr. e_{ψ} , e_g , e_h a e_w jsou chyby aproximace jednotlivých veličin.

Problém nepodmíněné optimalizace lze přepsat jako:

$$\hat{\psi} = \hat{\psi}(x) \quad (4.21)$$

s podmínkami:

$$x_i^d \leq x_i \leq x_i^h \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (4.22)$$

$$\hat{g}_i(x) \leq g_i^h + \alpha_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (4.23)$$

$$h_i^d - \beta_i \leq \hat{h}_i(x) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (4.24)$$

$$w_i^d - \gamma_i \leq \hat{w}_i \leq w_i^h + \gamma_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (4.25)$$

horní index d označuje dolní závoru a horní index h označuje horní závoru. Aplikací pokutové funkce se tyto rovnice převedou na problém podmíněné optimalizace:

$$\Psi(\mathbf{x}, p_k) = \hat{\psi} + \psi_0 p_k \left(\sum_{i=1}^n X(x_i) + \sum_{i=1}^{m_1} G(\hat{g}_i) + \sum_{i=1}^{m_2} H(\hat{h}_i) + \sum_{i=1}^{m_3} W(\hat{w}_i) \right) \quad (4.26)$$

Kde $\Psi(\mathbf{x}, p_k)$ je cílová funkce pro problém podmíněné optimalizace, která závisí na optimalizačních parametrech $\mathbf{x}$ a parametru odezvové plochy p_k . X je pokutová funkce použitá k zohlednění omezení optimalizačních parametrů, symboly G , H a W označují pokutové funkce použité k zohlednění vazeb stavových veličin. ψ_0 je referenční hodnota cílové funkce, která je zavedena za účelem dosažení shodných jednotek. Symbol n označuje počet optimalizačních parametrů, m_1 , m_2 a m_3 jsou počty vazeb stavových veličin s různými hodnotami závor.

Blízko horní závory konkrétního optimalizačního parametru má pokutová funkce tvar:

$$P(p_i) = \left\{ \begin{array}{ll} c_1 + c_2/(x^h - x_i) & \text{pro } x_i < x^h - \epsilon(x^h - x^d) \\ c_3 + c_4/(x_i - x^h) & \text{pro } x_i \geq x^h - \epsilon(x^h - x^d) \end{array} \right\} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (4.27)$$

kde c_1 , c_2 , c_3 a c_4 jsou automaticky dopočítávané konstanty a ϵ je nějaké velmi malé kladné číslo.

Pokutová funkce pro stavové veličiny má podobný tvar:

$$W(w_i) = \left\{ \begin{array}{ll} d_1 + d_2/(w^h - \hat{w}_i) & \text{pro } \hat{w}_i < w^h - \epsilon(w_i^h - w_i^d) \\ d_3 + d_4/(\hat{w}_i - w^h) & \text{pro } \hat{w}_i \geq w^h - \epsilon(w_i^h - w_i^d) \end{array} \right\} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (4.28)$$

kde d_1 , d_2 , d_3 a d_4 jsou automaticky počítané konstanty.

Pokutová funkce pro ostatní stavové veličiny, tedy G a H mají stejný tvar. Druhý krok spočívá v minimalizaci aproximované a pokutou modifikované funkce.

Proces optimalizace se zastaví, pokud je dosaženo konvergence, nebo pokud dojde k přerušení optimalizační smyčky. Dosažení konvergence je předpokládáno při splnění jedné z následujících podmínek:

$$|\psi^{(j)} - \psi^{(j-1)}| \leq \tau \quad (4.29)$$

$$|\psi^{(j)} - \psi^{(b)}| \leq \tau \quad (4.30)$$

$$|x_i^{(j)} - x_i^{(j-1)}| \leq \rho_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (4.31)$$

$$|x_i^{(j)} - x_i^{(b)}| \leq \rho_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (4.32)$$

kde τ je tolerance cílové funkce a ρ_i je tolerance optimalizačního parametru. Horní index j vyjadřuje aktuální krok optimalizace, horní index b vyjadřuje „nejlepší“ iteraci, čili krok ve kterém je hodnota cílové funkce minimální.

Pokud nenastane splnění ani jedné této rovnice dojde k přerušení optimalizační smyčky pokud počet iterací na aproximované, pokutami modifikované cílové funkce překročí maximální počet iterací, nebo pokud je překročen maximální počet kroků optimalizace. Detailnější popis této metody je uveden například v [1]. Podobně, jako předchozí dvě zmíněné metody je i tato metoda implementována do prostředí konečnoprvkového výpočtového programu ANSYS.

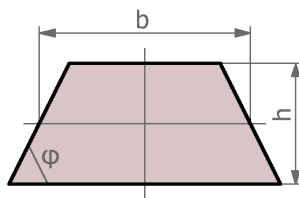
5 Analýza a optimalizace zjednodušeného modelu

Výpočtová simulace v časové oblasti je velice náročná na výpočtový čas. Před vlastní výpočtovou simulací vynuceného kmitání modelu olopatkovaného kola, je potřeba ověřit chování modelu kontaktu v průběhu numerické simulace. Rovněž je potřeba prozkoumat možnosti optimalizace systému obsahující pasivní frikční člen. Je tedy vytvořen zjednodušený model s co nejmenším počtem stupňů volnosti a na tomto modelu jsou zkoumány základní principy chování systému a vliv tlumení na jeho modální vlastnosti. Zjednodušený model je odvozen z bandáže olopatkovaného disku. Výchozí olopatkovaný disk má bandáž tvořenou segmenty, z nichž každý spojuje konce vždy tří sousedních lopatek. V bandáži je v obvodovém směru vytvořena rybinová drážka, ve které se nachází tlumící pásek. Zjednodušený model představuje jeden tento segment, který je ovšem napřímen.

Tvar tlumícího pásku je dán geometrickými parametry zobrazenými na obrázku 5.1, tedy střední šířkou b , výškou h a úhlem sklonu bočních stěn φ . Tyto parametry ovlivňují modální vlastnosti celého olopatkovaného kola. Jak je již zmíněno v kapitole 1, základní předpoklad, na kterém je postavena tato práce, je možnost ovlivnit úroveň tlumení změnou těchto parametrů. Velikost tlumení souvisí s relativním pohybem mezi bočními stěnami rybinové drážky a pásku. Velikost síly, kterou je pásek tlačěn k bočním stěnám rybinové drážky je dána průměrem kola d , hmotností pásku a úhlovou rychlostí kola ω . Hmotnost pásku je dána jeho délkou, plochou průřezu a pochopitelně hustotou materiálu. Kontaktní tlak je ovlivněn i velikostí stykové plochy. Ta se změní, dojde-li ke změně výšky h , nebo úhlu φ . Výška navíc ovlivňuje i hmotnost pásku. Se změnou střední šířky pásku b se sice velikost kontaktní plochy nezmění, ale změní se hmotnost pásku. Změny těchto geometrických parametrů tlumícího pásku navíc mění jeho tuhost. Je tedy vidět, že správně zvolit rozměry tlumícího pásku vede na poměrně komplikovaný problém.

V této kapitole je popsána tvorba výpočtového modelu, na kterém je provedena řada analýz, jenž mají za úkol ověřit možnosti výpočtového modelování dynamických systémů s pasivním frikčním členem. Je zkoumán vliv sklonu bočních stěn tlumícího pásku na hodnotu poměrného útlumu a na vlastní frekvenci. Tato studie má prokázat, že zvolený

parametr, v tomto případě sklon bočních stěn tlumícího pásku φ , ovlivňuje významně hodnotu poměrného útlumu. Dále tato studie zjišťuje pro jaké hodnoty úhlu φ nabývá poměrný útlum maximálních hodnot. V následujícím kroku je zaměřena na optimalizaci rozměrů tlumícího pásku. Zde je nejprve popsáno sestavení cílové funkce. Je potřeba ověřit, zda tato funkce skutečně kvantifikuje úroveň kmitání zjednodušeného modelu. Za tímto účelem je sledován vliv jednotlivých optimalizačních proměnných při různých hodnotách úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného disku na funkční hodnotu cílové funkce. V této kapitole je pomocí optimalizační metody *Subproblem Approximation Method* (popsané v kapitole 4.2.5) hledána nejvhodnější kombinace hodnot optimalizačních proměnných pro různé hodnoty úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola, tedy kola, jehož bandáž byla vzorem pro tvorbu zjednodušeného modelu.

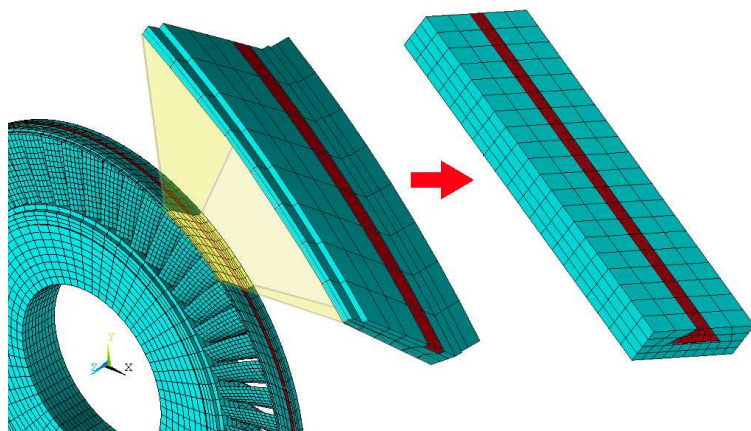


Obrázek 5.1: Označení rozměrů průřezu tlumícího pásku

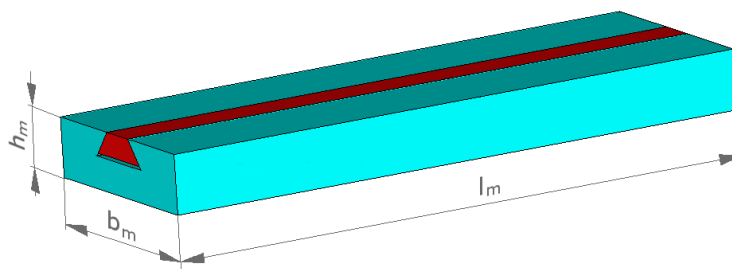
5.1 Výpočtový model

5.1.1 Model geometrie

Zjednodušený model slouží k počátečnímu seznámení s dynamickými vlastnostmi systému obsahující frikční člen. Tento model, jenž je odvozen z jednoho segmentu bandáže olopatkovaného kola, jak je naznačeno na obrázku 5.2, má tvar přímého prizmatického prutu, který je na jednom konci vetknut. V prutu je jedna podélná rybinová drážka v které je umístěn pásek, který plní funkci pasivního frikčního členu. V místě styku bočních stěn pásku a bandáže je modelován kontakt, který je schopen postihnout efekt tření. Rozměry pásku jakožto i rozměry tlumícího pásku jsou odvozeny ze skutečného olopatkovaného kola vysokotlakého stupně parní turbíny. Model geometrie zjednodušeného modelu je zachycen na obrázku 5.3. Konkrétní rozměry modelu jsou uvedeny v tabulce 5.1.



Obrázek 5.2: Odvození zjednodušeného modelu



Obrázek 5.3: Model geometrie zjednodušeného modelu

délka modelu	$l_m [mm]$	310
šířka prutu	$b_m [mm]$	110
výška prutu	$h_m [mm]$	30
střední šířka tlumícího pásku	$b [mm]$	35
výška tlumícího pásku	$h [mm]$	12
úhel sklonu bočních stěn	$\varphi [^\circ]$	40

Tabulka 5.1: Základní rozměry zjednodušeného modelu

5.1.2 Model materiálu

Bandáž je vyrobena z oceli označené X12Cr13 Mod, tlumící pásek je pak z oceli X22CrMoV12. V průběhu výpočtů není uvažován vliv teploty na mechanické vlastnosti

materiálu. Dále se předpokládá, že v průběhu výpočtů, dochází pouze k malým deformacím a nedochází k překročení meze kluzu. Lze tedy vystačit s popisem chování materiálu v lineární elastické oblasti. Materiál je popsán běžně používanými charakteristikami, jež jsou shrnuty v tabulce 5.2.

Youngův modul pružnosti	$E[MPa]$	$2.1E5$
Poissonův poměr	$\mu[-]$	0.3
hustota materiálu	$\rho[tmm^{-3}]$	$7.85E-9$

Tabulka 5.2: Materiálové vlastnosti

5.1.3 Vytvoření sítě

Vzhledem k vysoké časové náročnosti celé simulace a jejímu četnému opakování, je vytvořena velmi hrubá síť s co nejmenším počtem stupňů volnosti. Důraz je kladen na její pravidelnost a nízkou degenerovanost elementů, čímž je eliminováno vytvoření špatně podmíněných matic, které mohou obzvláště u nelineárních transientních úloh způsobit divergenci řešení. Síť bandáže stejně jako síť pásku je tvořena osmiuzlovými strukturálními prvky SOLID45.

Model kontaktu

Kmitá-li disk vlastním tvarem s uzlovými průměry, dochází mezi tlumícím páskem a bočními stěnami drážky k relativnímu pohybu. Vzájemný pohyb těchto ploch je potřeba svázat algoritmem, který kromě vlastního kontaktu ploch dokáže zahrnout i tření. V prostředí programového systému ANSYS se kontakt definuje aplikací kontaktních prvků. Podle doporučení uvedeného v [1], má být na kontaktní plochy poddajnějšího tělesa použito prvků typu „contact“ a naopak na kontaktní plochy tužšího tělesa prvky typu „target“. Na boční stěny pásku jsou tedy aplikovány prvky CONTA173 a na stěny drážky prvky typu TARGE170. Zvolen je kontaktní algoritmus Augmented Lagrangian. Detekce kontaktních bodů je volena v Gaussových bodech a je určeno aktualizovat kontaktní tuhost každý krok simulace (tzv. substep).

Součinitel tření je závislý na relativní rychlosti mezi kontaktními plochami. V programu ANSYS je k dispozici model kontaktu, který tuto závislost popisuje vztahem (5.1).

$$\mu = \mu_s \left(1 + \left(\frac{\mu_s}{\mu_k} - 1 \right) \exp(-D \cdot v_{rel}) \right) \quad (5.1)$$

kde μ_s je statický součinitel tření, μ_k kinematický součinitel tření a D je koeficient popisující přechod mezi statickým a kinematickým součinitelem tření. v_{rel} je relativní rychlost mezi jednotlivými kontaktními plochami.

Výpočtový model představuje část bandáže vysokotlakého stupně parní turbíny. Tímto stupněm proudí přehřátá pára, je tedy uvažováno suché tření ocel na ocel. Konkrétní hodnoty součinitelů tření jsou v tabulce 5.3. Hodnota statického a kinematického součinitele tření byla volena na základě tabulkových hodnot uvedených například v [25]. Hodnoty součinitelů tření jsou poměrně vysoké, což zohledňuje různé příměsi v páře, která proudí vysokotlakým stupněm parní turbíny. Tyto příměsi omezují mikroposuvy mezi kontaktními plochami což je zde zohledněno zvýšením hodnot součinitelů tření. Závislost součinitele tření na relativní rychlosti je vykreslena na obrázku 5.4.

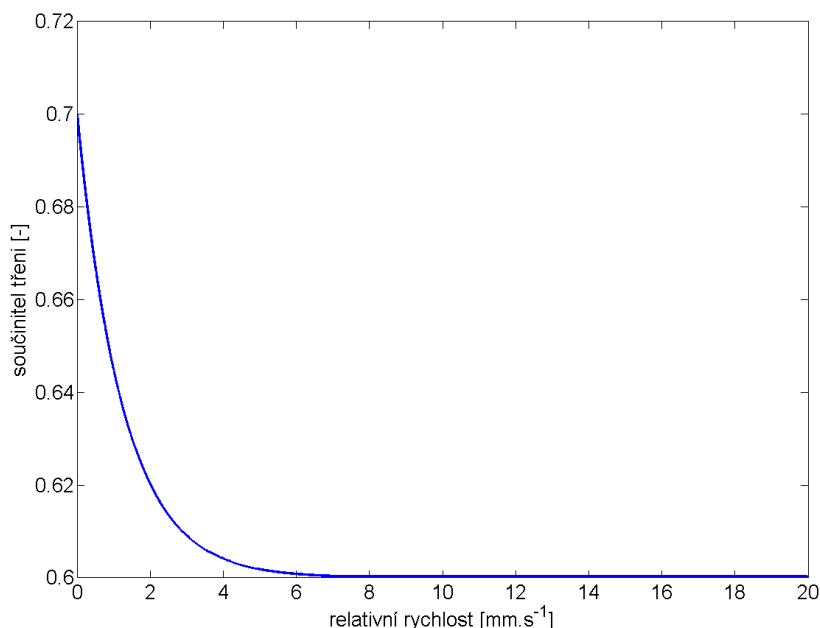
Cílem veškerých analýz popsaných v této kapitole je sledovat vliv tlumení na dynamické vlastnosti systému, přičemž je změřena pozornost pouze na tlumení, které je vyvoláno vlivem tření mezi kontaktními plochami tlumícího pásku a bandáže. Z tohoto důvodu jsou definovány nulové koeficienty konstrukčního i materiálového tlumení.

statický součinitel tření	μ_s	0.7
kinematický součinitel tření	μ_k	0.6
útlum	D	0.8

Tabulka 5.3: Koeficienty popisující tření

5.2 Okrajové a počáteční podmínky

Bandáž olopatkovaného disku, z níž je odvozen tento zjednodušený model, spojuje konce vždy tří sousedních lopatek. Takovýto zjednodušený model slouží k prvotnímu seznámení se s možnostmi výpočtového modelování s uvažováním vlivu tření. Není tedy uvažováno ovlivnění zbytkem disku. Model je na jednom konci vetknut. Uzlům ležícím na tomto konci, na ploše představující bandáž, jsou předepsány nulové posuvy ve všech směrech, zatímco uzlům ležícím na tomtéž konci, na ploše tlumícího pásku, který je vložen v rybinové drážce, jsou předepsány nulové posuvy pouze v podélném směru. Jeho pohyb ve zbylých směrech



Obrázek 5.4: Závislost součinitele tření na relativní rychlosti

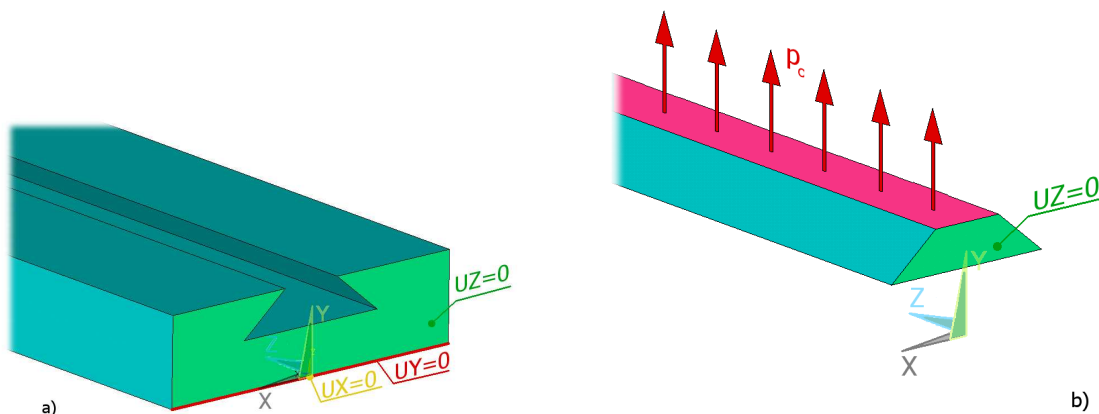
je omezován pouze kontaktem s bočními stěnami drážky. Aplikace této okrajové podmínky je vyobrazena na obrázku 5.5. Na opačný konec modelu je aplikována budící síla, která působí v příčném směru, k ose maximálního kvadratického momentu průřezu. Buzení je podrobně diskutováno v kapitole 5.4.

Při rotaci reálného olopatkováného kola je tlumící pásek tlačěn ke stěnám drážky odstředivou silou, která je závislá na velikosti úhlové rychlosti kola ω , průměru d na kterém se nachází tlumící pásek a hmotnosti pásku. V tomto zjednodušeném modelu jednoho segmentu bandáže, je účinek odstředivé síly nahrazen ekvivalentním tahovým ztížením p_o , předepsaným na horní plochu tlumícího pásku, jehož velikost je stanovena na základě vztahu (5.2).

$$p_o = -\frac{\omega^2 \frac{d}{2} \rho h b}{b - \frac{h}{\tan \varphi}} \quad (5.2)$$

kde p_o je ekvivalentní tahové zatížení, které nahrazuje účinek odstředivé síly, ω je úhlová rychlost výchozího disku, d je průměr na kterém se nachází tlumící pásek, ρ je hustota

materiálu tlumícího pásku, h je výška pásku, b je střední šířka pásku a φ je úhel sklonu bočních stěn (viz. obrázek 5.1).



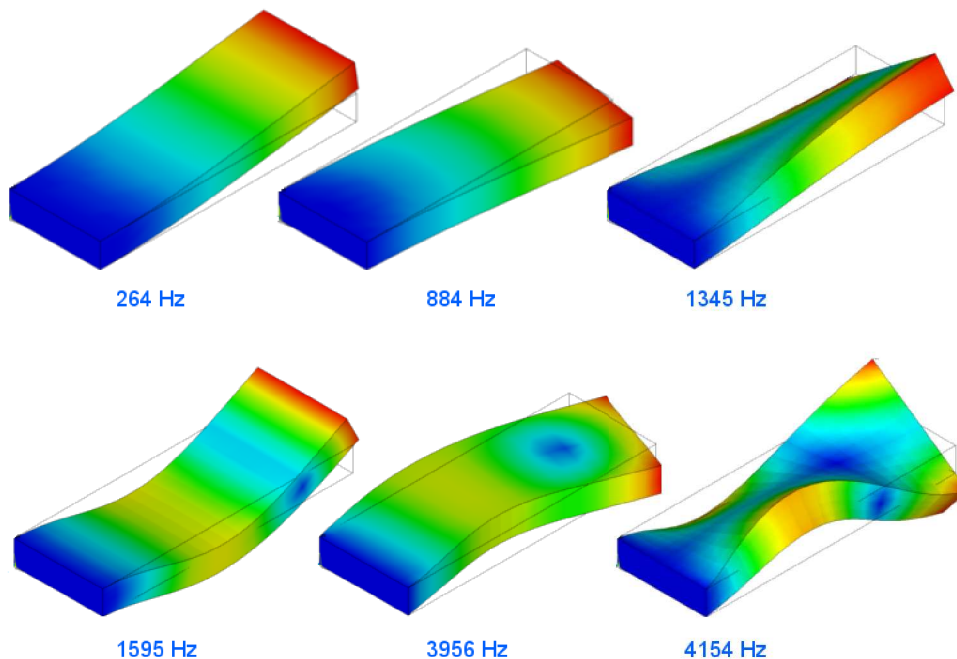
Obrázek 5.5: Okrajové podmínky

Počáteční podmínky představují stav nosníku na počátku simulace, tedy v čase $t = 0s$. Předpokládá se, že v tento okamžik je vetknutý nosník v klidu, zatížen pouze ekvivalentním tahovým zatížením, aplikovaným na horní plochu tlumícího pásku.

5.3 Modální analýza přidruženého konzervativního modelu

Aby bylo možno později identifikovat význam jednotlivých frekvenčních špiček ve Fourierově spektru, je provedena modální analýza přidruženého konzervativního modelu, tedy modelu, který neobsahuje nelinearity. Jsou stanoveny vlastní frekvence a jim odpovídající vlastní tvary. Je pochopitelné, že frekvence příslušející ke špičkám ve Fourierově spektru, získaného z analýzy nekonzervativního modelu, se budou lišit od vlastních frekvencí konzervativního modelu - pravděpodobně budou jejich hodnoty nižší, protože tlumení obecně snižuje hodnotu rezonanční frekvence. Výsledky modální analýzy jsou znázorněny na obrázku 5.6 a shrnuty v tabulce 5.4. Vlastní frekvence, při které nosník kmitá prvním ohybovým tvarem k ose minimálního kvadratického momentu průřezu je $\Omega_{O1min} = 264Hz$. Frekvence kmitání tímto vlastním tvarem k ose maximálního kvadratického momentu průřezu je pak $\Omega_{O1max} = 884Hz$. Frekvence kmitání prvním torzním tvarem kmitu je $\Omega_{T1} = 1350Hz$. Z hlediska následujících simulací je potřeba znát

především vlastní frekvenci kmitání prvním ohybovým vlastním tvarem k ose maximálního kvadratického momentu průřezu Ω_{O1max} .



Obrázek 5.6: Výsledky modální analýzy konzervativního modelu

5.4 Výpočtová simulace

V případě nelineárních dynamických systémů nelze hovořit o vlastních frekvencích v pravém slova smyslu, lze pouze říct, že soustava při dané frekvenci kmitá určitým vlastním tvarem s určitou amplitudou. Modální analýza je použitelná pouze na konzervativní, popřípadě slabě nekonzervativní systémy. Aby bylo možno posoudit vliv úhlu φ a úhlové rychlosti ω na poměrný útlum, případně na rezonanční frekvenci je potřeba provést simulaci v časové oblasti a následně odezvu převést pomocí algoritmu FFT do frekvenční oblasti. Tímto je získáno Fourierovo spektrum. Z něj lze stanovit jak hodnotu rezonanční frekvence, tak i hodnotu poměrného útlumu. Jsou předpokládány pouze malé výchylky kolem ustáleného stavu.

Vlastní tvar	Označení	Frekvence [Hz]
1	Ω_{O1min}	264
2	Ω_{O1max}	884
3	Ω_{T1}	1346
4	Ω_{O2min}	3957
5	Ω_{O2max}	4155
6	Ω_{T2}	4201
7	Ω_{O3min}	7289

Tabulka 5.4: Vlastní frekvence konzervativního modelu

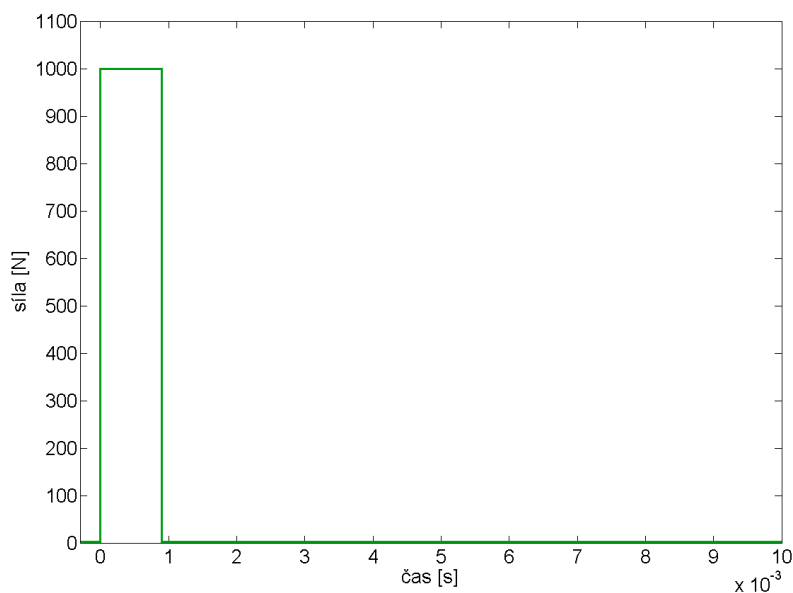
5.4.1 Aplikace buzení

Nosník je buzen na volném konci obdélníkovým skokovým zatížením jehož průběh je znázorněn na obrázku 5.7. Silový impulz má maximální hodnotu $1000N$. Doba působení je zvolena $0.001s$. Aby byl kroutící moment vyvolaný budícím impulzem eliminován, je budící síla rozdělena na dvě, působící symetricky po výšce, tak jak je ukázáno na obrázku 5.8.

5.5 Studie vlivu tvaru tlumícího elementu na modální vlastnosti modelu

Jakmile je vytvořen výpočtový model a jsou definovány všechny nezbytné vstupní parametry a okrajové podmínky uvedené v předchozích kapitolách, je zaměřena pozornost na analýzu vlivu rozměrů průřezu tlumícího pásku na modální vlastnosti zjednodušeného modelu při různých hodnotách úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola. Je rozhodnuto zabývat se v této fázi pouze sklonem bočních stěn tlumícího pásku, tedy úhlem φ , neboť tento úhel ovlivňuje jednak velikost kontaktní plochy dále ohybovou tuhost pásku a také poměr normálové ku tečné, respektive třecí síly v místě kontaktu.

Z intervalu hodnot, které může úhel φ z konstrukčního hlediska nabývat, je zvoleno šest, které pokrývají tento interval. Jejich hodnoty jsou uvedeny v tabulce 5.5. Dále je zvoleno pět reprezentativních hodnot úhlové rychlosti ω výchozího olopatkovaného kola, tyto jsou uvedeny v tabulce 5.6.



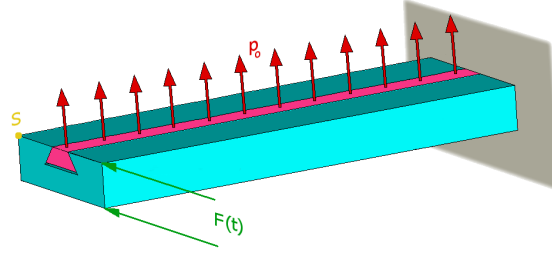
Obrázek 5.7: Skokové zatížení

	1	2	3	4	5	6
$\varphi[^\circ]$	20	25	30	40	53	70

Tabulka 5.5: Hodnoty sklonu bočních stěn tlumícího pásku a drážky φ

Je zkoumán vliv úhlu φ na poměrný útlum při jednotlivých hodnotách úhlové rychlosti ω , což odpovídá různým provozním stavům turbíny. Pro každou kombinaci úhlu φ a úhlové rychlosti ω je provedena numerická simulace v časové oblasti. Doba simulace je zvolena 1s. Příklad odezvy takovéto simulace pro hodnotu úhku $\varphi = 20^\circ$ a úhlovou rychlost $\omega = 50 \text{ rad.s}^{-1}$ je na obrázku 5.9. Zde je dobře vidět, že se vybudzené vibrace poměrně rychle zatlumí. Tlumení je vyvoláno pouze třením mezi kontaktními plochami, protože, jak je uvedeno v kapitole 5.1.3, koeficienty materiálového a konstrukčního tlumení jsou definovány jako nulové.

Posuvy jsou během simulace sledovány v bodě, který je na obrázku 5.8 označen písmenem S . Aplikací algoritmu FFT je z tohoto signálu získáno Fourierovo spektrum. Příklad Fourierova spektra pro signál z obrázku 5.9 je na obrázku 5.10. Objevují se zde dvě výrazné špičky. První při frekvenci 260.8 Hz a druhá při frekvenci 802.3 Hz . Porovnáním s



Obrázek 5.8: Aplikace budící síly

	1	2	3	4	5
$\omega[rad s^{-1}]$	1	50	78	157	236

Tabulka 5.6: Hodnoty úhlové rychlosti ω

výsledky modální analýzy přidruženého konzervativního modelu uvedenými v kapitole 5.3 je zřejmé, že v případě první špičky se jedná o frekvenci kmitání prvním vlastním ohybovým tvarem k ose minimálního kvadratického momentu průřezu Ω_{O1min} a v případě druhé špičky se jedná o frekvenci kmitání prvním ohybovým tvarem k ose maximálního kvadratického momentu průřezu Ω_{O1max} .

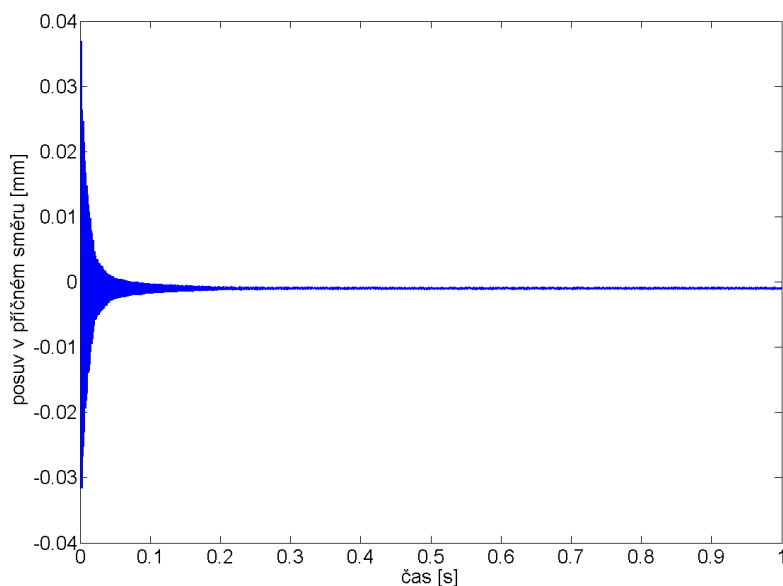
Dále je věnována pozornost pouze kmitání modelu k ose maximálního kvadratického momentu průřezu, protože tento charakter kmitání zjednodušeného modelu má nejbližší ke kmitání bandáže olopatkovaného disku, který kmitá vlastním tvarem s uzlovými průměry. Detail zajímavé oblasti Fourierova spektra je na obrázku 5.11. Poměrný útlum lze stanovit na základě šířky rezonanční křivky $\Delta\Omega$ ve výšce h_b , která se pro amplitudo-frekvenční charakteristiku s lineárním měřítkem na svislé ose stanoví na základě vztahu (5.3).

$$h_b = 0.707A \quad (5.3)$$

kde A je amplituda kmitání při určité frekvenci Ω_i . Poměrný útlum se pak stanoví ze vztahu (5.4), uvedeným například v [31].

$$b_p = \frac{1}{2} \frac{\Delta\Omega}{\Omega_i} \quad (5.4)$$

V tomto případě je poměrný útlum $b_p = 0.025$, což je 2.5%.



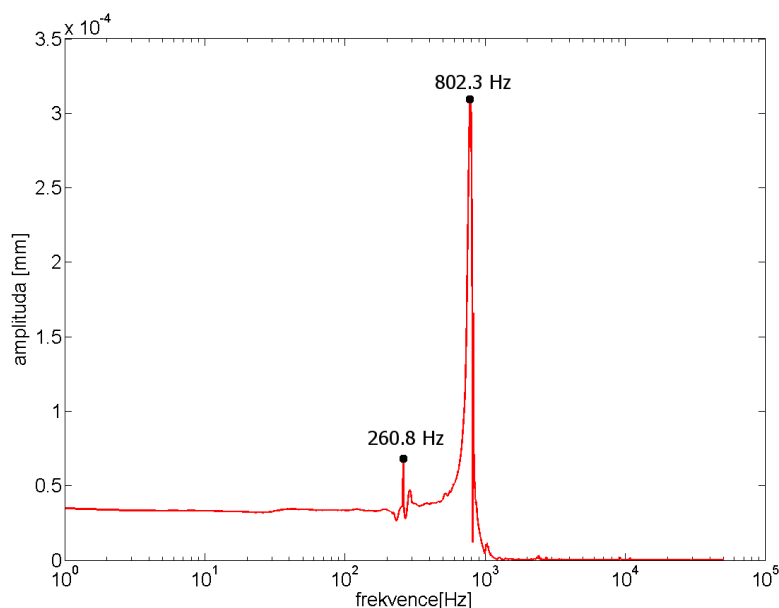
Obrázek 5.9: Příklad odezvy modelu v časové oblasti

Podobně jsou zpracovány výsledky numerických simulací pro všechny ostatní kombinace úhlu φ uvedených v tabulce 5.5 a úhlové rychlosti ω uvedené v tabulce 5.6. Hodnoty poměrného útlumu pro všechny tyto kombinace jsou uvedeny v tabulce 5.7, hodnoty rezonanční frekvence jsou zachyceny v tabulce 5.8.

úhel φ [°]	úhlová rychlost $\omega[\text{rads}^{-1}]$				
	1	50	78	175	236
20	0.0019	0.0419	0.0528	0.0180	0.0120
25	0.0037	0.0371	0.0273	0.0169	0.0170
30	0.0027	0.0320	0.0261	0.0155	0.0124
40	0.0027	0.0254	0.0198	0.0099	0.0094
53	0.0045	0.0161	0.0100	0.0068	0.0060
70	0.0055	0.0047	0.0036	0.0036	0.0030

Tabulka 5.7: Závislost poměrného útlumu na úhlu φ při různých úhlových rychlostech ω

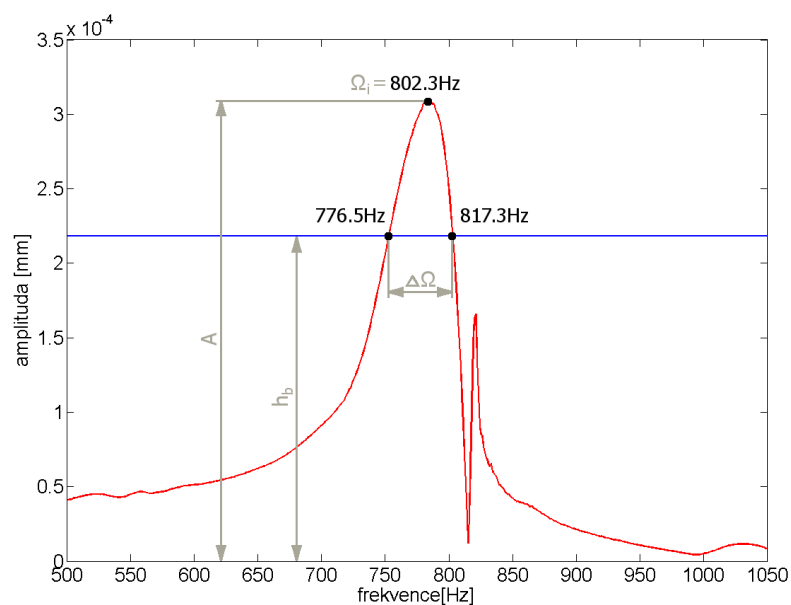
Závislost rezonanční frekvence na úhlu φ při různých úhlových rychlostech ω je pro



Obrázek 5.10: Odezva nekonzervativního modelu ve frekvenční oblasti

lepší názornost znázorněna graficky na obrázku 5.12, závislost poměrného útlumu na úhlu φ při různých úhlových rychlostech ω je pak vyobrazena na obrázku 5.13. Přestože je plocha proložena poměrně málo body, lze v obrázcích pozorovat určitou závislost. Pro každou hodnotu úhlové rychlosti ω lze najít určitý úhel φ , pro který je hodnota poměrného útlumu největší. Tlumení pochopitelně ovlivňuje i rezonanční frekvenci. Obecně, tlumení snižuje vlastní frekvenci. Sklon bočních stěn tlumícího pásku φ , kterému odpovídá maximální tlumení je shodný se sklonem, kterému odpovídá nejnižší rezonanční frekvence. Závislost rezonanční frekvence i závislost poměrného útlumu na úhlu φ při různých úhlových rychlostech je silně nelineární.

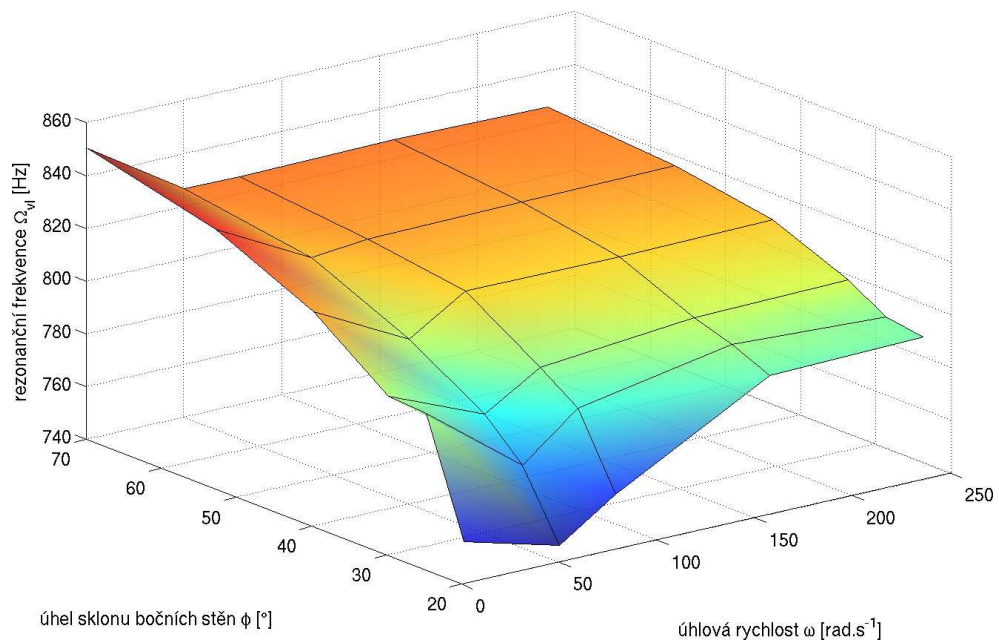
Dynamické chování tohoto systému lze ovlivnit i změnou ostatních geometrických parametrů tlumícího pásku, tedy střední šířky b a výšky h . Vhodnou kombinací těchto tří parametrů lze dosáhnout maximálního možného tlumení. Nalezení této kombinace je typická úloha vícerozměrné parametrické optimalizace.



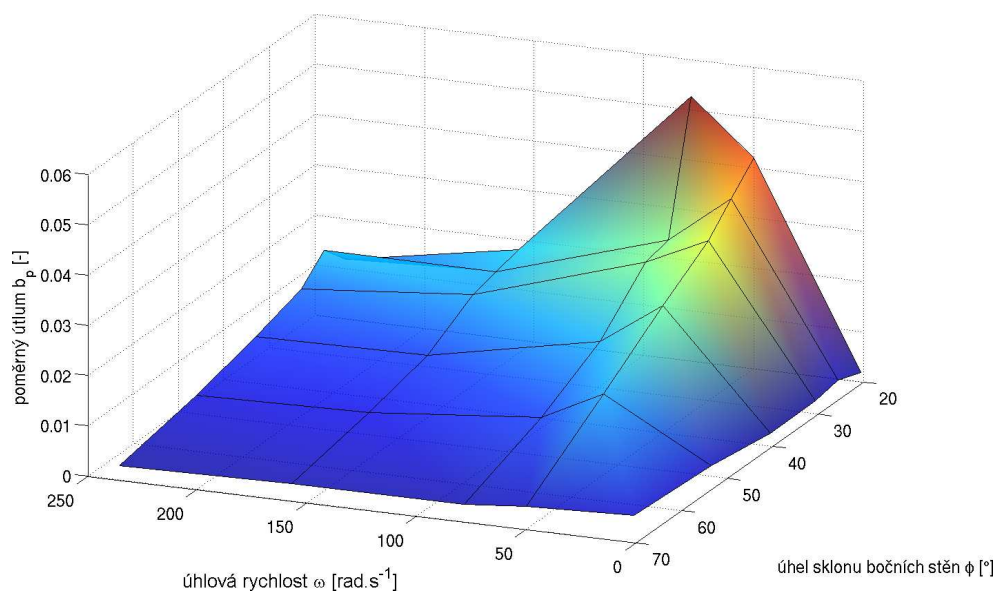
Obrázek 5.11: Detail zajímavé oblasti ve Fourierově spektru

úhel φ [°]	úhlová rychlost $\omega[\text{rads}^{-1}]$				
	1	50	78	175	236
20	756	746	761	792	794
25	799	771	788	799	796
30	800	785	797	803	804
40	821	802	815	815	816
53	838	819	821	822	822
70	850	826	826	827	826

Tabulka 5.8: Závislost rezonanční frekvence na úhlu φ při různých úhlových rychlostech ω



Obrázek 5.12: Závislost rezonanční frekvence na úhlu φ při různých úhlových rychlostech ω



Obrázek 5.13: Závislost poměrného útlumu na úhlu φ při různých úhlových rychlostech ω

5.6 Optimalizace tvaru tlumícího členu

Dále je potřeba ověřit možnosti optimalizace rozměrů tlumícího pásku. Jak je uvedeno v kapitole 4.2, nebo v [7], optimalizace slouží k nalezení hodnot optimalizačních proměnných, které v přípustném prostoru minimalizují vhodně zvolenou funkci. Je tedy nutné nejprve zvolit optimalizační proměnné, definovat jejich závory a poté sestavit vhodnou hodnotící funkci. Rovněž je potřeba zvolit metodu, která je nejvhodnější pro nalezení minima této funkce.

5.6.1 Volba optimalizačních proměnných

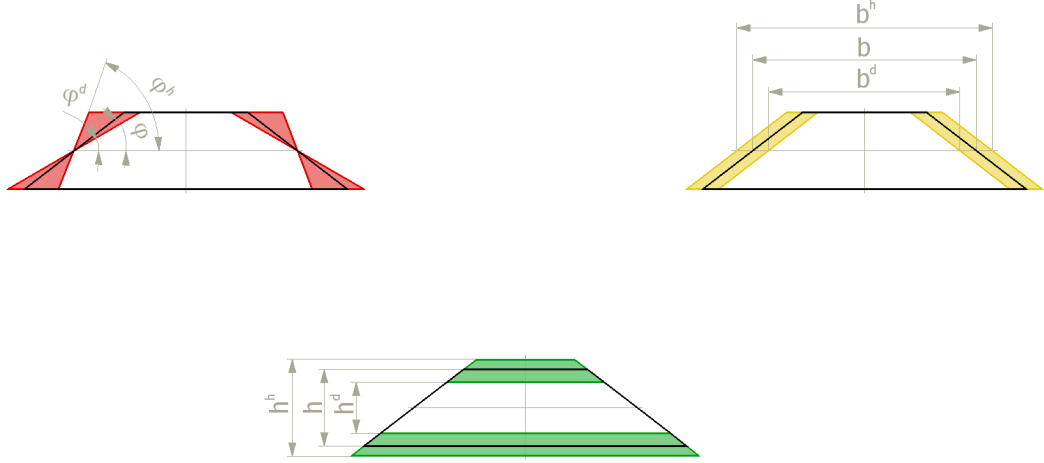
Cílem je optimalizovat rozměry tlumícího pásku, je proto logické zvolit optimalizačními proměnnými právě parametry popisující příčný průřez tlumícího pásku, tedy: úhel sklonu bočních stěn φ , střední šířku pásku b a výšku pásku h (obrázek 5.1). Dále je potřeba stanovit intervaly, ve kterých se mohou měnit hodnoty jednotlivých optimalizačních proměnných, tedy definovat přípustný prostor, který je vymezen horními a dolními závory optimalizačních proměnných, ve kterých jsou zohledněny konstrukční možnosti změny příslušné proměnné. Startovací (počáteční) hodnoty těchto proměnných i jejich závory jsou uvedeny v tabulce 5.9 a graficky vyobrazeny na obrázku 5.14.

		startovací hodnota	dolní závora	horní závora
úhel	$\varphi[^\circ]$	40	30	70
střední šířka	$b[mm]$	35	30	40
výška	$h[mm]$	12	8	15

Tabulka 5.9: Startovací hodnoty a závory optimalizačních proměnných

5.6.2 Sestavení cílové funkce

Matematickou podstatou optimalizace je nalezení minima nějaké vhodně zvolené funkce, tzv. cílové funkce, která určitým způsobem kvantifikuje optimalizovanou vlastnost systému. V tomto případě je tedy potřeba sestavit takovou funkci, která popisuje rychlost zatlumení vibrací. Jak je uvedeno v [7], v případě optimalizace z hlediska potlačení přechodové odezvy je vhodné volit cílovou funkci nezávislou na čase. Existují tři možnosti jak toho dosáhnout:



Obrázek 5.14: Meze optimalizačních proměnných

1. optimalizovat maximum cílové funkce přes nějaký pozorovací časový interval $\langle 0, T \rangle$ a volit cílovou funkci ve tvaru $\bar{\psi}(\mathbf{x}) = \max \psi(\mathbf{x}, t)$. Optimalizuje se tedy nová na čase nezávislá funkce. Této úloze se někdy říká úloha minimaxu (minimalizace maxima).
2. optimalizovat časový integrál cílové funkce přes pozorovací interval $\langle 0, T \rangle$. Cílová funkce $\bar{\psi}(\mathbf{x})$ se volí ve tvaru:

$$\bar{\psi}(\mathbf{x}) = \int_0^T \psi(\mathbf{x}, t) dt \quad (5.5)$$

3. minimalizovat nějaký odhad (horní, efektivní, ...) přes pozorovací interval $\langle 0, T \rangle$

Zde je využito druhého přístupu, je tedy minimalizován integrál cílové funkce přes pozorovací interval $\langle 0, T \rangle$. Cílová je tedy sestavena ve tvaru:

$$\psi(\mathbf{x}) = \int_0^T |q(\mathbf{x}, t)| dt \quad (5.6)$$

kde $\psi(\mathbf{x})$ je cílová funkce, která je závislá na optimalizačních proměnných $\mathbf{x}$, T je celkový čas simulace a $|q(\mathbf{x}, t)|$ je absolutní hodnota výchylky bodu, ve kterém je vyhodnocováno kmitání systému. Tato výchylka je funkcí času a optimalizačních proměnných. Poloha bodu ve kterém je snímána výchylka je na obrázku 5.8 označena písmenem S .

Cílová funkce definovaná vztahem (5.6) tedy představuje velikost plochy ohraničené křivkou, která popisuje závislost absolutní hodnoty výchylky konce modelu na čase. Rostoucí tlumení vede ke zmenšení plochy, tím i snížení funkční hodnoty cílové funkce.

5.6.3 Vliv optimalizačních proměnných na hodnotu cílové funkce

Před spuštěním vlastního procesu optimalizace je na tomto modelu testován vliv jednotlivých optimalizačních proměnných na hodnotu cílové funkce. Tímto je možno ověřit, zda se změny optimalizačních proměnných promítají do hodnoty cílové funkce, zda je cílová funkce sestavena správně a také je možno díky těmto výpočtům získat konkrétnější představu o chování cílové funkce v celém přípustném prostoru.

Vliv optimalizačních proměnných na hodnotu cílové funkce je zkoumán opět při různých hodnotách úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola ω . Je měněna hodnota vždy jedné optimalizační proměnné, přičemž zbylé dvě zůstávají na svých startovacích hodnotách. Hodnoty zkoumané proměnné jsou voleny tak, aby pokud možno rovnoměrně pokryly interval tvořený dolní a horní závorou dané optimalizační proměnné. Startovací hodnoty jednotlivých proměnných, včetně příslušných závor jsou uvedeny v tabulce 5.9.

Vliv sklonu bočních stěn tlumícího pásku φ na hodnotu cílové funkce

Úhel sklonu bočních stěn φ ovlivňuje jednak velikost kontaktních plochy, což vede ke změně kontaktního tlaku a jednak mění ohybovou tuhost tlumícího pásku. Kromě toho se mění poměr normálové a třecí respektive tečné síly v místě kontaktu. Protože střední šířka a výška pásku zůstává zachována, změna úhlu φ nezpůsobuje změnu hmotnosti tlumícího pásku. Tím zůstává během optimalizace nezměněna i odstředivá síla působící na tlumící pásek. Pro každou hodnotu úhlu φ uvedenou v tabulce 5.10 a úhlovou rychlost výchozího olopatkovaného kola uvedenou v tabulce 5.11 je provedena simulace v časové oblasti s okrajovými a počátečními podmínkami popsány v kapitole 5.2. Střední šířka pásku b a výška pásku h zůstávají na svých startovacích hodnotách, čili $b = 35mm$ a $h = 12mm$. Vliv sklonu bočních stěn pásku na hodnotu cílové funkce při různých hodnotách úhlové rychlosti je zachycen na obrázku 5.15.

Vliv střední šířky tlumícího pásku na hodnotu cílové funkce

Střední šířka pásku sice neovlivňuje velikost kontaktních ploch, avšak ovlivňuje kromě ohybové tuhosti i hmotnost tlumícího pásku, tedy i velikost odstředivé síly působící na

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
úhel $\varphi[^\circ]$	30	35	40	45	50	55	60	65	70

Tabulka 5.10: Hodnoty úhlu φ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
úhlová rychlost $\omega[rad.s^{-1}]$	1	15	35	60	75	100	115	135	160	175	200

Tabulka 5.11: Hodnoty úhlové rychlosti ω

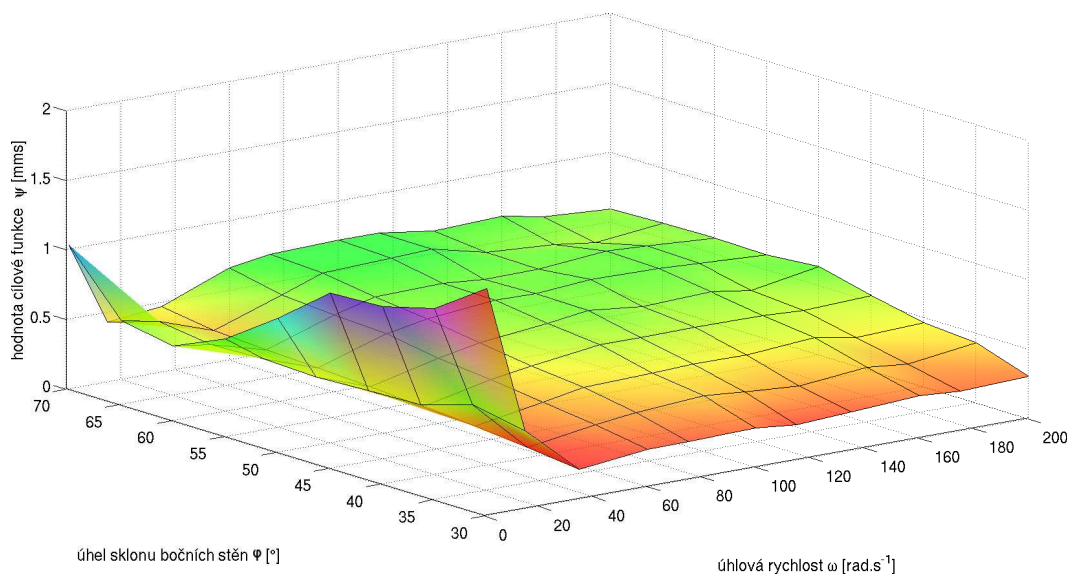
pásek, což má vliv na kontaktní tlak. Hodnoty cílové funkce jsou zjišťovány pro hodnoty úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola uvedené v tabulce 5.11. Uvažované hodnoty střední šířky pásku jsou uvedeny v tabulce 5.12. Výška pásku h a úhlu φ jsou ponechány na startovacích hodnotách, čili $h = 12mm$ a $\varphi = 40^\circ$. Výsledku jsou názorně zachyceny na obrázku 5.16.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
střední šířka pásku $b[mm]$	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Tabulka 5.12: Hodnoty střední šířky pásku $b[mm]$

Vliv výšky tlumícího pásku na hodnotu cílové funkce

Poslední optimalizační proměnná, jejíž vliv je zkoumán, je výška tlumícího pásku h . Ta ovlivňuje hmotnost tlumícího pásku a velikost kontaktních ploch. Zároveň dochází ke změně ohybové tuhosti pásku, avšak spíše k ose minimálního kvadratického momentu průřezu. Ohybová tuhost k ose maximálního kvadratického momentu průřezu je ovlivněna také, avšak ne tak výrazně jako v případě změny střední šířky pásku. Hodnota cílové funkce je zjišťována pro hodnoty úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola uvedené v tabulce 5.11. Uvažované hodnoty výšky tlumícího pásku jsou uvedeny v tabulce 5.13. Hodnoty zbylých optimalizačních proměnných jsou ponechány beze změny na svých startovacích hodnotách, tedy, úhel $\varphi = 40^\circ$ a střední šířka pásku $b = 35mm$. Výsledky jsou znázorněny na obrázku 5.17.



Obrázek 5.15: Vliv sklonu bočních stěn pásku na hodnotu cílové funkce

	1	2	3	4	5	6	7	8
výška pásku $h[mm]$	8	9	10	11	12	13	14	15

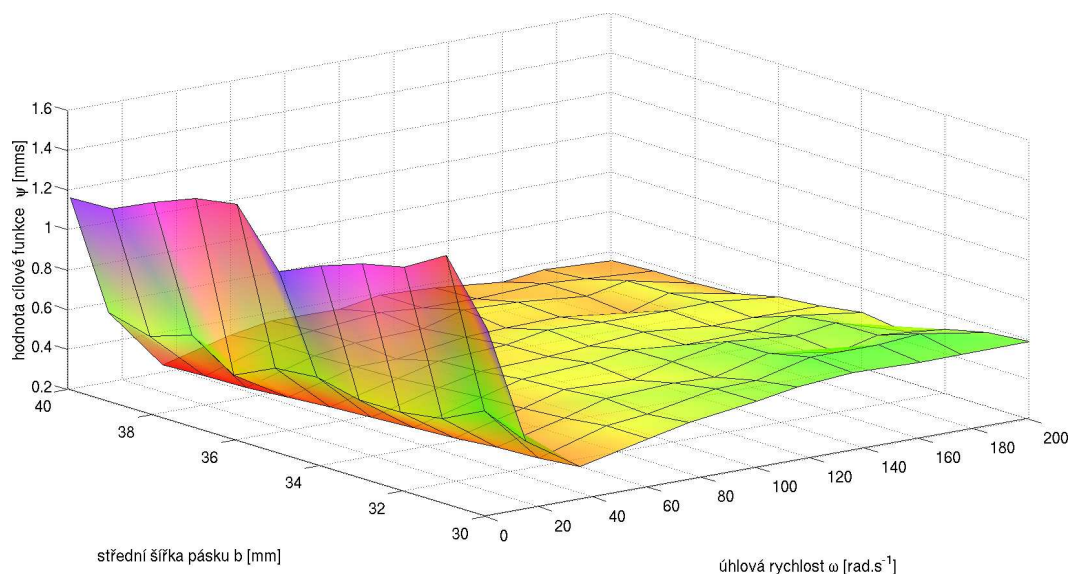
Tabulka 5.13: Hodnoty výšky pásku $h[mm]$

5.6.4 Průběh a výsledky optimalizace

Porovnáním obrázku 5.13, který představuje vliv úhlu φ na velikost poměrného útlumu s obrázkem 5.15, který znázorňuje vliv téhož úhlu na funkční hodnotu cílové funkce, lze vidět, že hodnota úhlu φ odpovídající maximálnímu tlumení na obrázku 5.13, zhruba odpovídají hodnotám úhlu φ s nejnižší hodnotou cílové funkce na obrázku 5.15. Na základě tohoto poznatku lze usoudit, že cílová funkce sestavená ve tvaru (5.6) dokáže kvantifikovat kmitání modelu a lze jí tedy použít pro optimalizaci rozměrů tlumícího pásku.

Optimalizace je provedena metodou *Subproblem Approximation Method*, která je podrobněji popsána v kapitole 4.2.5 popřípadě v [1]. Nejvhodnější kombinace rozměrů tlumícího pásku, pro různé hodnoty úhlové rychlosti ω jsou uvedeny v tabulce 5.14. Tyto rozměry by měly zaručit maximální možné tlumení vibrací při daném zatížení.

Pro nejvhodnější kombinace rozměrů tlumícího pásku, při jednotlivých úhlových rychlostech, je stanoven poměrný útlum. Je použita metodiky popsána v kapitole 5.5.

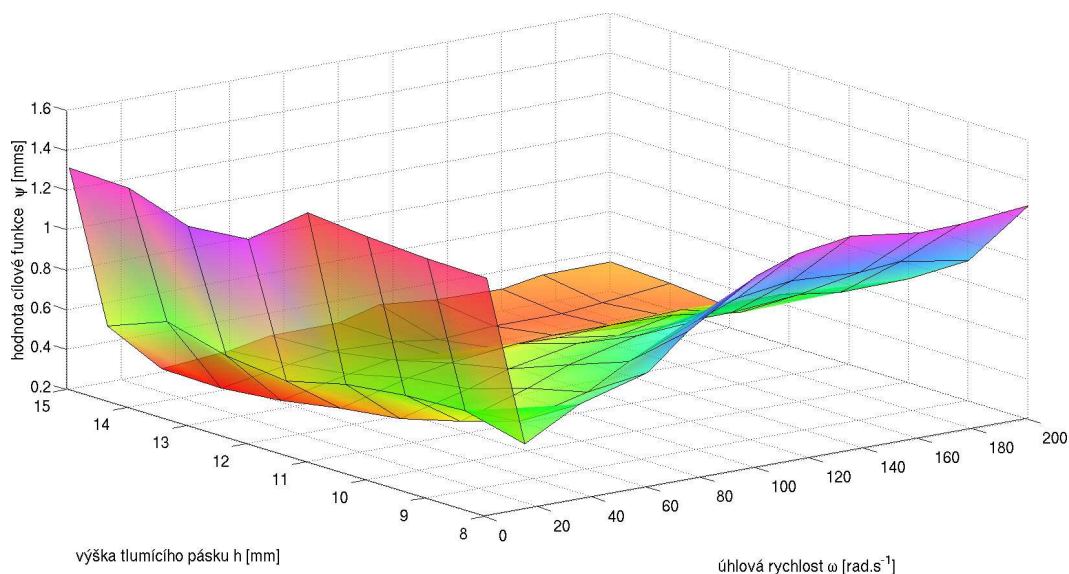


Obrázek 5.16: Vliv střední šířky tlumícího pásku na hodnotu cílové funkce

Je vidět, že hodnoty poměrných útlumů se pohybují relativně vysoko, výše než v kapitole 5.5. Lze tedy usoudit, že nalezené kombinace rozměrů tlumícího pásku zlepšily úroveň tlumení vibrací.

5.7 Shrnutí

V této kapitole je nejprve popsána tvorba zjednodušeného modelu s tlumícím páskem, který plní funkci pasivního frikčního členu. Model představuje jeden segment bandáže olopatkovaného disku. Na něm je provedeno několik analýz. Nejprve je zkoumána závislost poměrného útlumu a rezonanční frekvence na velikosti sklonu bočních stěn tlumícího pásku. Jsou prováděny simulace v časové oblasti s různými hodnotami úhlu φ při různých hodnotách úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola ω . Velikost úhlové rychlosti se promítá do modelu skrz ekvivalentní tahové zatížení, působící na horní plochu tlumícího pásku. Toto zatížení přitlačuje pásek ke stěnám drážky. Model je buzen krátkým skokovým silovým zatížením. Celková doba simulace je zvolena 1s. Aplikací algoritmu FFT je odezva převedena do frekvenční oblasti. Poměrný útlum je stanoven z Fourierova spektra, na základě šířky rezonanční křivky, která odpovídá 0.7 násobku amplitudy. Je ukázáno, že změna úhlu φ způsobuje jak změnu poměrného útlumu, tak i rezonanční frekvence. Z



Obrázek 5.17: Vliv výšky tlumicího pásku na hodnotu cílové funkce

grafu na obrázku 5.13 je zřejmé, že pro každou uvažovanou úhlovou rychlost existuje taková hodnota úhlu φ , pro který je velikost poměrného útlumu maximální. Podobně jako úhel φ ovlivňují poměrný útlum i ostatní geometrické parametry tlumicího pásku. Je tedy zřejmé, že změnou rozměrů tlumicího pásku lze ovlivnit dynamické vlastnosti celého systému. Optimální kombinace rozměrů tlumicího pásku pro konkrétní hodnotu úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola ω je hledána pomocí parametrické optimalizace.

Jsou zvoleny optimalizační proměnné a stanoveny jejich závory. Dále je sestavena cílová funkce, která má kvantifikovat kmitání dynamického systému. Před provedením vlastní optimalizace je testován vliv jednotlivých optimalizačních proměnných na hodnotu cílové funkce. Výsledky jsou zachyceny na obrázcích 5.15 až 5.17. Ve všech analyzovaných případech nabývá cílová funkce maximálních hodnot při nejnižších hodnotách úhlové rychlosti, což je na tomto modelu reprezentováno nejmenším tahem působícím na horní plochu tlumicího pásku. Menší kontaktní tlak umožňuje větší relativní posuvy mezi modelem pásku a bandáží. Tím nedochází k maximálnímu možnému maření energie. Síla tlačící tlumicí pásek ke stěnám drážky roste se čtvercem úhlové rychlosti, což způsobuje růst třecí síly. Vzroste-li velikost třecí síly natolik, že není umožněn optimální relativní pohyb tlumicího pásku vůči bandáži, dochází opět ke snižování schopnosti mařit energii a ke zvyšování vibrací systému a hodnota cílové funkce pozvolna roste, tentokrát z důvodu,

úhlová rychlost $\omega[\text{rads}^{-1}]$	optimální rozměry tlumícího pásku			poměrný útlum
	úhel $\varphi[^\circ]$	výška $h[\text{mm}]$	šířka $b[\text{mm}]$	
1	69.48	11.556	38.396	0.005767
10	52.97	12.430	33.722	0.039252
20	61.75	14.519	39.377	0.026003
35	30.81	14.910	39.688	0.046474
50	30.27	14.676	35.546	0.043449
65	30.10	14.573	38.646	0.042392
78	32.12	14.140	33.378	0.027789
120	33.51	14.688	39.004	0.021388
157	30.40	14.251	30.229	0.022756
200	30.32	13.971	30.099	0.012020
235	30.96	13.957	39.706	0.009690

Tabulka 5.14: Výsledky optimalizace

že bandáž i pásek se začínají chovat jako jedno těleso. Je-li sledována závislost cílové funkce na hodnotě optimalizační proměnné při jedné libovolně zvolené hodnotě úhlové rychlosti ω , je zřejmé, že největší vliv na hodnotu cílové funkce má výška tlumícího pásku h (obrázek 5.17). Tato proměnná ovlivňuje jednak velikost kontaktní plochy, hmotnost pásku a také jeho tuhost.

Vlastní optimalizace rozměrů tlumícího pásku je pak popsána v kapitole 5.6.4. Je hledána kombinace hodnot úhlu φ , výšky h a střední šířky b , která minimalizuje hodnotu cílové funkce. Optimalizace je provedena pro různé hodnoty úhlové rychlosti ω , což představuje různé provozní stavy výchozího olopatkovaného kola. Je sestavena jednokriteriální, časově nezávislá cílová funkce (rovnice (5.6)), která je minimalizována metodou *Subproblem Approximation Method*. Výsledky optimalizace jsou uvedeny v tabulce 5.14. Pro nalezené kombinace rozměrů tlumícího pásku, při jednotlivých úhlových rychlostech, je stanoven poměrný útlum. Je vidět, že hodnoty poměrných útlumů se pohybují relativně vysoko, výše než v kapitole 5.5. Lze tedy usoudit, že nalezené kombinace rozměrů tlumícího pásku zlepšily úroveň tlumení vibrací.

6 Experimentální studie vlivu rozměrů tlumícího pásku na kmitání modelu

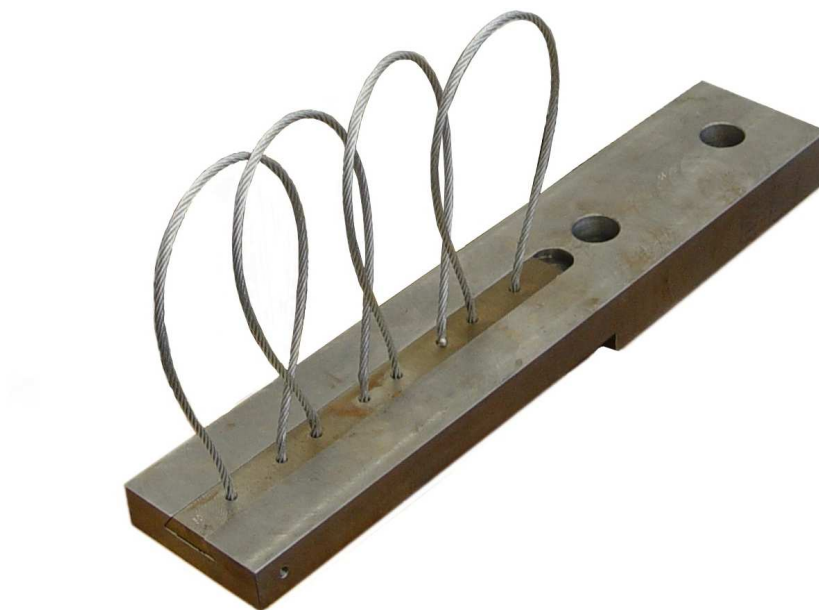
K ověření předpokladů týkajících se dynamického chování výpočtového modelu obsahující pasivní frikční člen je vytvořeno experimentální zařízení, na kterém je provedena řada měření a vyhodnocení kmitání modelu obsahující třecí člen. Zde je popsána konstrukce tohoto experimentálního zařízení, průběh měření, jeho zpracování a dosažené výsledky. V závěru kapitoly jsou naměřená data porovnány s výsledky numerické simulace. Měření je provedeno na třech modelech s lišícími se rozměry tlumícího pásku. Je tedy možno sledovat, jakým způsobem ovlivňují rozměry tlumícího pásku dynamickou odezvu modelu.

6.1 Popis modelu

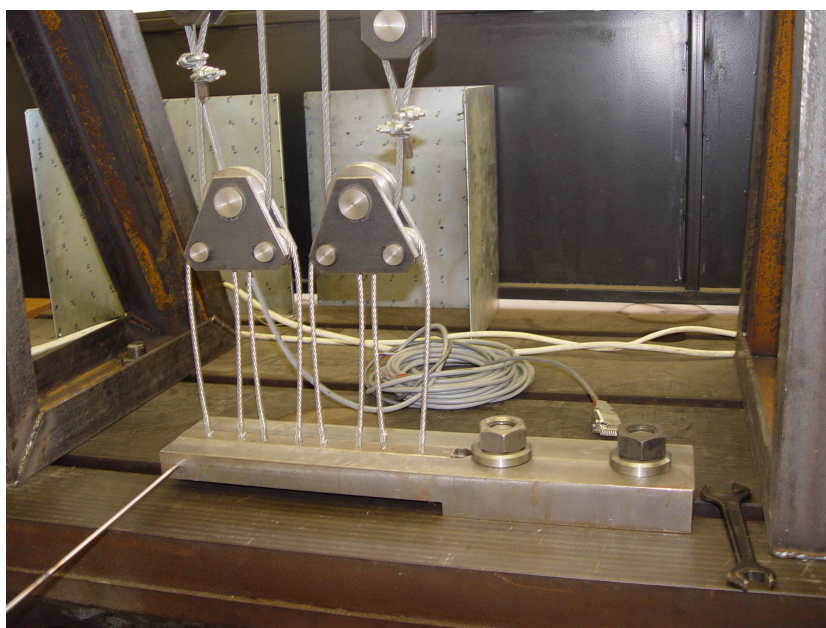
Model použit při experimentu je rozměrově odvozen z výpočtového modelu, který je podrobně popsán v kapitole 5.1. Je však nutné provést konstrukční úpravy, které umožní přichycení modelu k upínací desce. Fotografie jednoho ze tří zhotovených modelů je na obrázku 6.1. Jak je vidět, model je prodloužen o upínací část. V této části jsou dvě díry, které slouží k uchycení modelu k upínací desce, (obrázek 6.2). Dále je na volném konci vytvořen otvor se závitem, sloužící k upevnění tyče, kterou je přenášén signál z budiče. Původně se tyč opírala o model volně, což se ukázalo jako nevhodné, protože v průběhu měření tyč ztrácela kontakt s modelem a následně vnášela do měření zkreslující rázy. Proto je model pevně spojen s budičem pomocí tyče, jak ukazuje obrázek 6.3.

Dále je model v průběhu měření zatížen silou, jenž nahrazuje odstředivou sílu, která působí na tlumící pásek v případě rotace plného olopatkovaného kola. U výpočtového modelu popsaném v kapitole 5 je tato síla nahrazena ekvivalentním tahovým zatížením, působícím na horní plochu tlumícího pásku, jak bylo ukázáno na obrázku 5.5. Zde je toto zatížení přenášeno na model soustavou lan a kladek. V tlumícím pásku jsou ukotveny čtyři smyčky z ocelových lan, které zajišťují rovnoměrné rozložení zatížení.

Jak je naznačeno v předchozích odstavcích, měření je provedeno na třech modelech, jenž se vzájemně liší rozměry tlumícího pásku. Konkrétní hodnoty jsou uvedeny v tabulce 6.1.



Obrázek 6.1: Model s tlumícím páskem a předepínacími lany



Obrázek 6.2: Pohled na uchycený model

		Model 1	Model 2	Model 3
střední šířka	$b[mm]$	30.5	24.0	22.0
výška	$h[mm]$	13.0	13.0	13.0
úhel sklonu	$\varphi[^\circ]$	50.0	55.0	60.0

Tabulka 6.1: Rozměry tlumících pásek jednotlivých modelů

6.2 Popis experimentálního zařízení

Celkový pohled na experimentální zařízení je na obrázku 6.3. Vždy jeden ze tří modelů popsaných v kapitole 6.1 je přichycen dvěma šrouby k upínací desce. Rám je rovněž přichycen k upínací desce. V jeho horní části je předepínací šroub, s nímž je spojen jeden konec lana. Druhý konec lana je spojen se siloměrem, který je rovněž uchycen k rámu. Šroubem tedy lze plynule regulovat předpětí lana. Předepínací síla musí odpovídat odstředivé síle působící na pásek v bandáži olopatkovaného kola. Velikost předpětí je snímána zmíněným siloměrem. Toto zatížení je pak soustavou ocelových lan a kladek přenášeno na tlumící pásek. Velikost zatížení lze plynule měnit v celém uvažovaném rozsahu. Detailní pohled na model s tlumícím páskem včetně předepínacích lan je zobrazen na obrázku 6.1.



Obrázek 6.3: Celkový pohled na experimentální zařízení

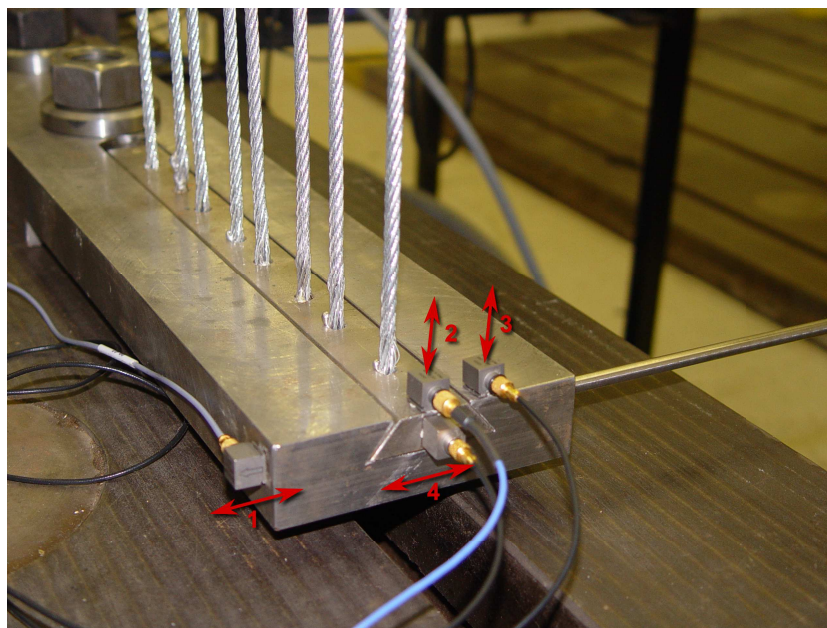
Model je buzen v příčném směru. Na stojanu umístěným před modelem je zavěšen budič, který generuje sinusový signál. Buzení je přenášeno na model pomocí tenké tyče, opatřené na obou koncích závity, které jsou zašroubovány jednak do otvoru na konci modelu a jednak do pohyblivé části budiče. Tímto je zajištěno, že tyč bude ve stálém kontaktu s modelem i budičem a nebude vnášet do měření nepřesnosti například vlivem rázu, které vznikají při ztrátě kontaktu budící tyče s modelem a jejím následném kontaktu s modelem. Budič je propojen s měřicí soustavou PULSE, což umožňuje definovat celou řadu budících signálů, včetně sinusových signálů jejichž frekvence je funkcí času.

Model je osazen čtyřmi snímači zrychlení, tak jak ukazuje obrázek 6.4. Snímač 1 slouží ke snímání zrychlení na konci modelu k ose maximálního kvadratického momentu průřezu, snímač číslo 4 snímá zrychlení v tomtéž směru, pouze s tím rozdílem, že je umístěn na konci tlumícího pásku. Podobně snímače 2 a 3 snímají zrychlení na konci modelu, respektive tlumícího pásku, avšak pouze k ose minimálního kvadratického momentu průřezu. Toto rozložení snímačů je voleno z důvodu možnosti vyhodnotit zrychlení jak modelu, tak i pásku v obou směrech, z čehož bude možno vyvodit závěry týkající se relativních posuvů mezi páskem a bandáží. Signály z jednotlivých snímačů jsou vedeny přes zesilovače do jednotky PULSE, která je propojena s výkonným notebookem na kterém je spuštěna řídicí aplikace *PULSE LabShop v. 13.5.0.32*. Toto umožňuje zpracovávat měřená data v reálném čase. Dále v této práci je pod označením *Signál 1* rozuměn průběh zrychlení ze snímače, který je na obrázku 6.4 označen číslem 1 v naznačeném směru. Analogické značení je zavedeno pro zrychlení měřená snímači 2, 3 a 4.

6.3 Průběh měření

Nejprve je sestaveno celé experimentální zařízení, tak jak ukazuje obrázek 6.3. Na upínací desku je uchycen model, který je následně osazen snímači zrychlení podle obrázku 6.4. Výrobní čísla jednotlivých snímačů jsou uvedena v tabulce 6.2. Snímače jsou propojeny se zesilovači a s měřicí soupravou PULSE. Siloměr je propojen se zařízením, které zobrazuje aktuální předpětí v ocelových lanech. Poté je před model ustaven stojan s budičem, který je rovněž propojen se soupravou PULSE. Buzení se přenáší na model tenkou tyčí, která je zašroubována v otvoru na konci modelu a v pohyblivé části budiče.

Předepínací síla, jenž nahrazuje účinky odstředivé síly je funkcí poloměru na kterém se na olopatkovaném kole nachází tlumící pásek, dále hmotnosti pásku a úhlové rychlosti kola. Síla je přenášena na tlumící pásek pomocí soustavy ocelových lan a kladek. Její



Obrázek 6.4: Rozmístění snímačů

velikost se nastavuje pomocí předepínacího šroubu. Před vlastním měřením je nutno tuto sílu stanovit pro všechny vytipované zatěžovací stavy. Vzdálenost středu výchozího kola po střed tlumícího pásku je $R = 894\text{mm}$. Uvažované otáčkové režimy jsou uvedeny v prvním sloupci tabulky 6.3. Rozměry tlumících pásků jednotlivých modelů jsou uvedeny v tabulce 6.1. Ekvivalentní síla se pak stanoví na základě vztahu (6.1).

$$F_p = \rho b h \omega^2 R l_e \quad (6.1)$$

kde ρ je hustota materiálu, b a h jsou charakteristické rozměry průřezu tlumícího pásku (viz. tabulka 6.1 a obrázek 5.1), ω je uvažovaná úhlová rychlost výchozího disku, R je poloměr výchozího disku, na kterém se nachází tlumící pásek, l_e je délka tlumícího pásku.

Jelikož výstup siloměru je zobrazen v tunách, je potřeba sílu stanovenou pomocí rovnice (6.1) převést na ekvivalentní hmotnostní zatížení. Toto lze snadno provést pomocí známého vztahu $m = F/g$, kde $g = 9.81\text{ms}^{-2}$ je gravitační zrychlení. Dále je potřeba vydělit 1000. Pro převedení síly na ekvivalentní hmotnostní zatížení tedy stačí vydělit sílu konstantou 9810.

Takto určené hodnoty předpětí se nastavují pomocí předepínacího šroubu (obrázek 6.3). Zpětnou vazbu zajišťuje siloměr. Měření je provedeno na třech modelech, jenž se liší

umístění snímače na modelu (Obrázek 6.4)	výrobní číslo snímače
1	4507 B 001 10276
2	4507 B 001 10330
3	4507 B 003 2190859
4	4507 B 001 10303

Tabulka 6.2: Číselné označení snímačů

rozměry tlumícího pásku. Proto je potřeba stanovit hodnoty ekvivalentní předepínací síly pro každý model zvlášť. Patříčné zatížení pro každý model je shrnuto v tabulce 6.3.

6.4 Buzení

Model je buzen v příčném směru. K buzení je použit závěsný budič propojený s PULSE. Uspořádání lze dobře vidět na obrázku 6.3. Model je buzen sinusovým signalem, jehož frekvence se mění s konstantním úhlovým zrychlením z počátečních 600 Hz na 1.3 kHz (tzv. *sweep*). Tím je zajištěno, že experiment zachytí přechod přes rezonanční frekvenci. Modální analýza provedena v kapitole 5.3 ukazuje, že rezonanční frekvence by se měla pohybovat v okolí 880 Hz. Doba jednoho měření je omezena počtem vzorků, které je schopno měřicí zařízení uložit do paměti. S přihlédnutím k maximální budící frekvenci 1.3 kHz a požadavku dostatečné vzorkovací frekvence, je doba jednoho měření 4 s. Nyní zbývá stanovit patřičné zrychlení budící frekvence. Z jednoduchého vztahu, který dává do poměru přírůstek frekvence a čas, za který k této změně došlo lze stanovit zrychlení buzení $\alpha_b = 175s^{-2}$.

6.5 Zpracování naměřených dat

Snímače umístěné na modelu měří zrychlení. Získaná data mají podobu textových souborů obsahujících údaje o této veličině v každém vzorkovacím kroku z každého snímače. Měřicí jednotka PULSE obsahuje moduly umožňující zpracování dat v reálném čase. V tomto případě je z naměřených dat vytvářeno autospektrum, které je rovněž exportováno ve formě textových souborů. Následně jsou naměřená data zpracovávána v prostředí pro-

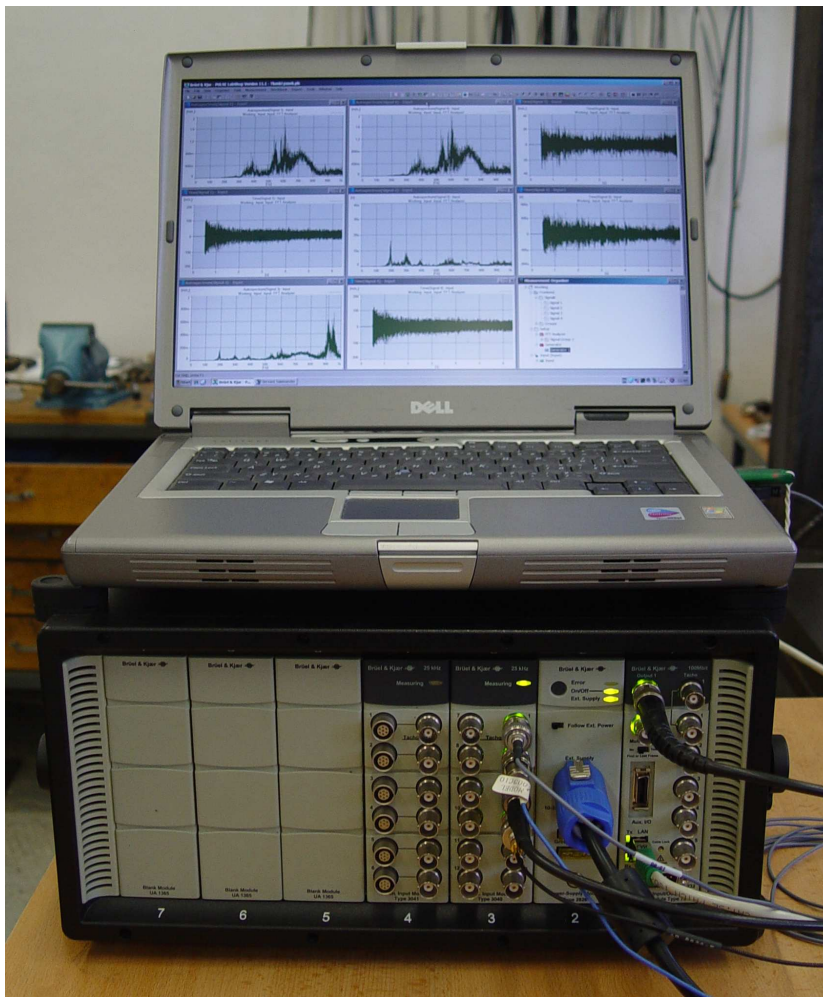
úhlová rychlost [rad.s ⁻¹]	Model 1		Model 2		Model 3	
	[T]	[N]	[T]	[N]	[T]	[N]
1	0.000	1	0.000	1	0.000	1
5	0.002	22	0.002	17	0.002	16
10	0.009	88	0.007	69	0.006	63
15	0.020	197	0.016	155	0.014	142
20	0.036	351	0.028	276	0.026	252
25	0.056	548	0.044	432	0.040	393
30	0.080	789	0.063	622	0.058	566
35	0.109	1074	0.086	846	0.079	770
40	0.143	1403	0.113	1105	0.103	1006
45	0.181	1775	0.143	1399	0.130	1274
50	0.223	2192	0.176	1727	0.160	1572
55	0.270	2652	0.213	2089	0.194	1902
60	0.322	3156	0.253	2487	0.231	2264
65	0.378	3704	0.297	2918	0.271	2657
70	0.438	4296	0.345	3384	0.314	3082
78	0.544	5334	0.428	4202	0.390	3826
80	0.572	5611	0.451	4420	0.410	4025
85	0.646	6334	0.509	4990	0.463	4544
90	0.724	7101	0.570	5595	0.519	5094

Tabulka 6.3: Zatížení modelů

gramu MATLAB. Zrychlení získaná z jednotlivých snímačů stejně jako vytvořená autospektra jsou v podobě grafů vložena v příloze A.

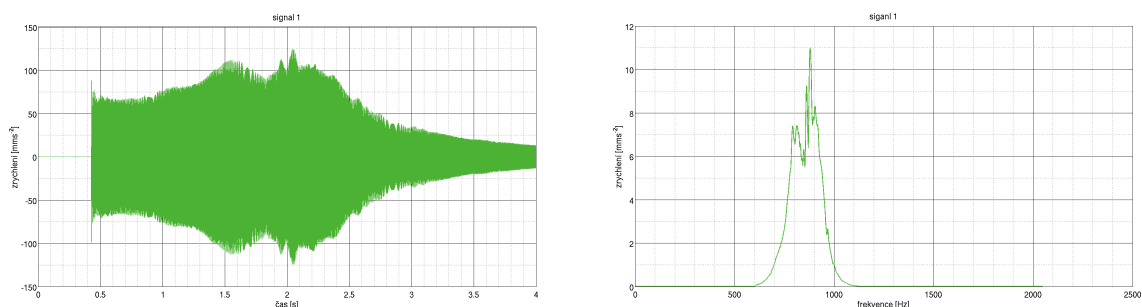
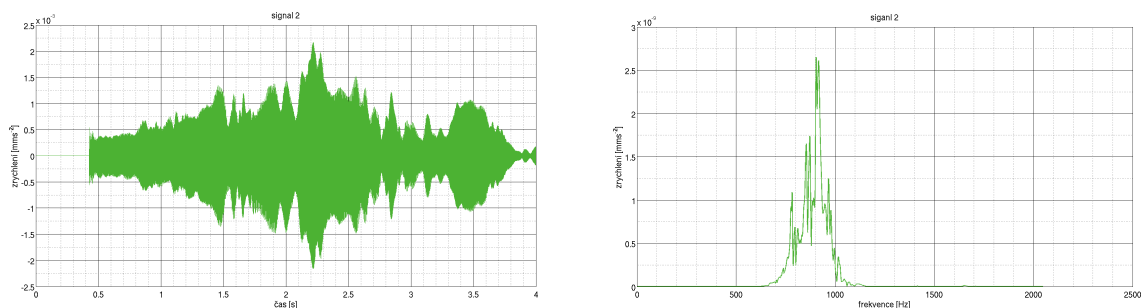
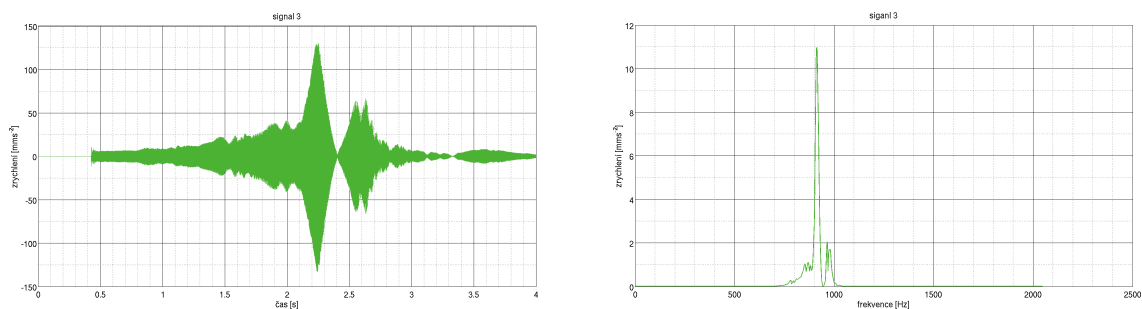
Pohled na zapojenou jednotku PULSE včetně ukázky uživatelského rozhraní, ve kterém jsou na displeji notebooku zobrazeny výsledky jednoho z prvních testovacích měření je na obrázku 6.5. Příklad naměřených dat pro zatížení odpovídající úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného disku $\omega = 20 \text{ rad.s}^{-1}$ je na obrázcích 6.6 až 6.9. Obrázek v každé dvojici vlevo zobrazuje průběh zrychlení ze snímače, jehož poloha je ukázána na obrázku 6.4. Měření je provedeno na modelu označeném v tabulce 6.1 jako „Model 1“. Z tohoto průběhu zrychlení je vytvořeno autospektrum, které je znázorněno na obrázcích 6.6

až 6.9 vpravo. Nejvýraznější špička se objevuje u frekvence zhruba 880Hz , což odpovídá výsledkům modální analýzy prezentovaným v kapitole 5.3 na obrázku 5.6, pro kmitání prvním vlastním ohybovým tvarem k ose maximálního kvadratického momentu průřezu.

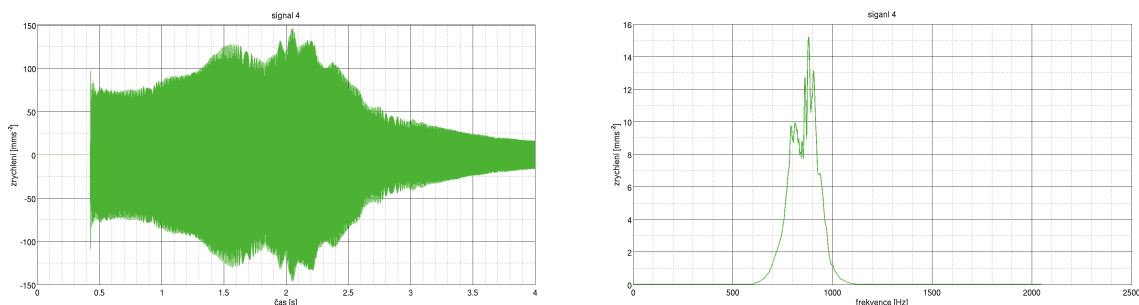


Obrázek 6.5: Pohled na jednotku PULSE a na výsledky testovacího měření

Zajímavé je srovnání průběhů zrychlení modelu bandáže vůči zrychlení tlumícího pásku. Obrázek 6.10 zachycuje průběhy zrychlení modelu bandáže k ose maximálního kvadratického momentu průřezu (Signál 1 - zelená barva) a zrychlení tlumícího pásku (Signál 4 - modrá barva) k téže ose. Červenou barvou je vykreslen rozdíl mezi těmito dvěma signály (tedy Signál 4 - Signál 1). Za předpokladu malých deformací a nevýznamného torzního kmitání se dá říct, že tento rozdíl popisuje relativní pohyb tlumícího pásku vůči

Obrázek 6.6: Zrychlení a autospektrum - Model 1, Signal 1, $\omega = 20rad.s$ Obrázek 6.7: Zrychlení a autospektrum - Model 1, Signal 2, $\omega = 20rad.s$ Obrázek 6.8: Zrychlení a autospektrum - Model 1, Signal 3, $\omega = 20rad.s$

modelu bandáže v dané rovině. Tutěží situaci, pouze k ose minimálního kvadratického momentu průřezu zobrazuje obrázek 6.11. Zde Signál 2 představuje kmitání tlumícího pásku a Signál 3 kmitání modelu bandáže. Opět červenou barvou je zobrazen rozdíl těchto dvou signálů. Z obrázků jsou patrné následující skutečnosti: Z obrázku 6.10 vyplývá, že tlumící pásek kmitá o něco výrazněji než model bandáže. Toto lze snadno vysvětlit,

Obrázek 6.9: Zrychlení a autospektrum - Model 1, Signal 4, $\omega = 20 \text{ rad.s}$

neboť vlivem setrvačných sil má tlumící pásek tendenci překmitnout a sklouzne po po boční stěně rybinové drážky, což se projeví v překmitnutí. Obrázek. 6.11 ukazuje, že k ose minimálního momentu průřezu je zrychlení modelu bandáže o několik řádu menší než zrychlení tlumícího pásku, jak ukazují i obrázky 6.6 až 6.9 vlevo. Dá se říct, že mezi zrychleními v jednotlivých směrech platí závislost popsaná rovnicí (6.2).

$$Signal2 = (Signal1 - Signal4).tan\varphi \quad (6.2)$$

kde $Signal1$, 2 a 4 jsou průběhy zrychlení popsané výše a φ je úhel sklonu bočních stěn.

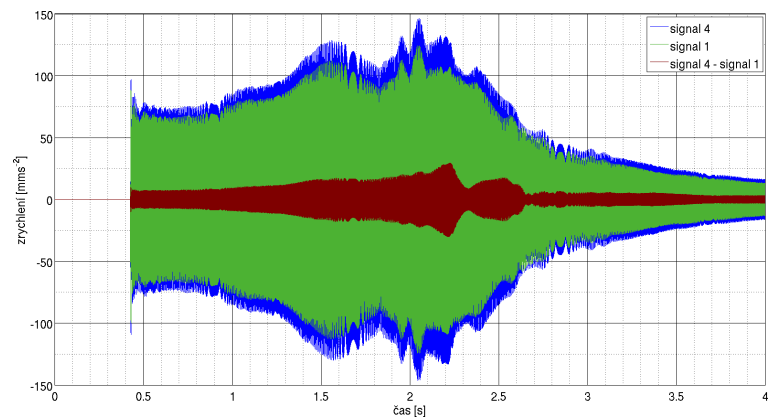
Zrychlení v rovině posuvu tlumícího pásku, tedy v rovině proložené boční stěnou tlumícího pásku resp. drážky lze teoreticky vyjádřit rovnicí (6.3).

$$Signal2 = \frac{1}{\cos\varphi}(Signal1 - Signal4) \quad (6.3)$$

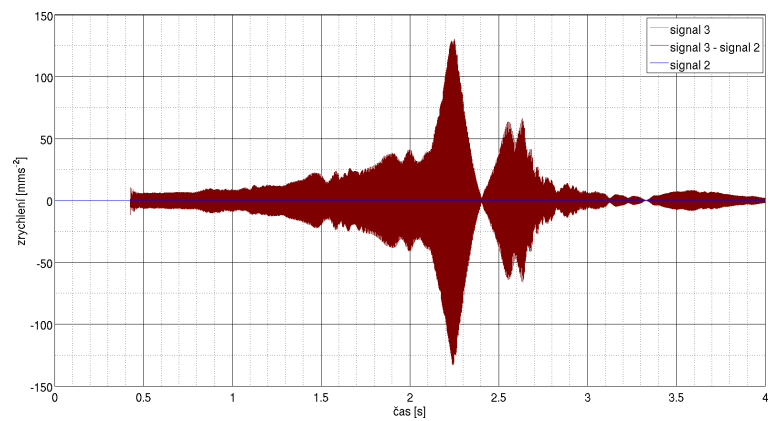
Ačkoliv zde jsou vykresleny obrázky pouze pro úhlovou rychlost výchozího olopatkovaného kola $\omega = 20 \text{ rad.s}^{-1}$, obrázky pro ostatní hodnoty uhlové rychlosti i ostatní modely vypadají podobně. Ukazuje se, že tlumící pásek se pohybuje v rybinové drážce a že tento pohyb nemusí být svázan s pohybem modelu bandáže. Vzniká tak relativní pohyb bandáže vůči pásku. Tento pohyb může ovlivňovat úroveň tlumení. Srovnání zrychlení tlumícího pásku a bandáže Modelu 2 a Modelu 3 pro úhlovou rychlost $\omega = 20 \text{ rad.s}^{-1}$ jsou zobrazeny na obrázcích 6.12, 6.13, 6.14 a 6.15.

6.6 Porovnání tlumení jednotlivých modelů

Jakmile jsou získány průběhy zrychlení jednotlivých modelů je zaměřena pozornost na porovnání tlumení těchto modelů. Není jednoduché z takto provedeného experimentu

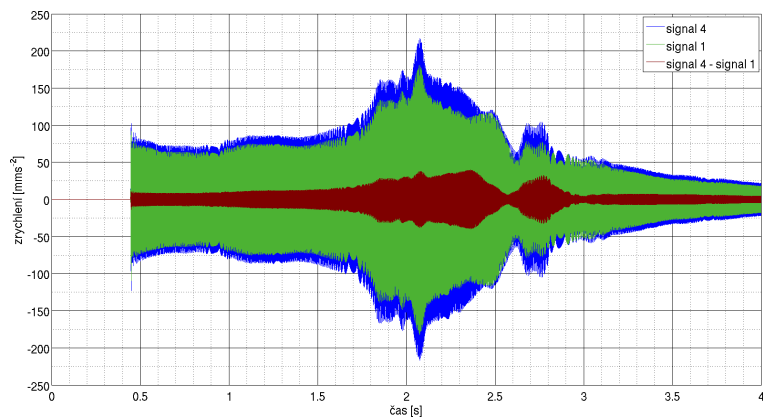


Obrázek 6.10: Model 1: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose maximálního momentu kvadratického momentu průřezu

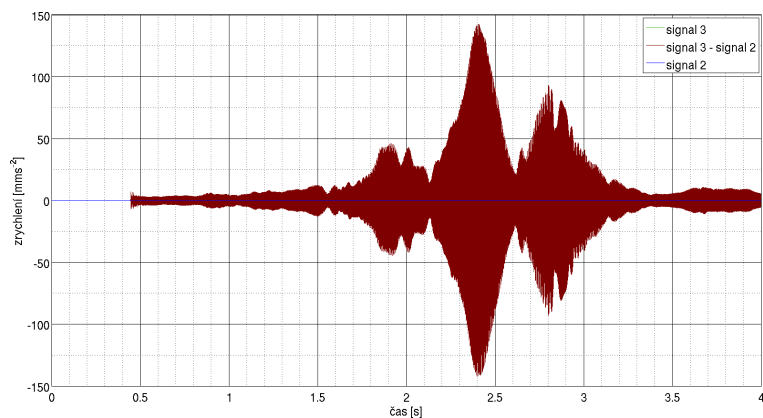


Obrázek 6.11: Model 1: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose minimálního momentu kvadratického momentu průřezu

stanovit velikost tlumení. Metodu popsanou v kapitole 5.5 není možno použít, protože zde je aplikováno buzení s rostoucí frekvencí. Je tedy potřeba nalézt jiné vhodné kritérium, podle kterého by bylo možno tuto fyzikální veličinu porovnat. Zde se nabízí podobný přístup, jaký byl použit v kapitole 5.6. Úroveň tlumení jednotlivých modelů je tedy porovnávána pomocí plochy, která je ohraničená absolutní hodnotou zrychlení volného konce modelu, tedy zrychlení, které je v této kapitole označováno jako Signál 1. Na rozdíl od kapitoly 5.6 nelze porovnávat plochu, která je ohraničena absolutní hodnotou posuvů, protože snímače, jimiž je model při experimentu osazen, snímají zrychlení. Samozřejmě se nabízí možnost

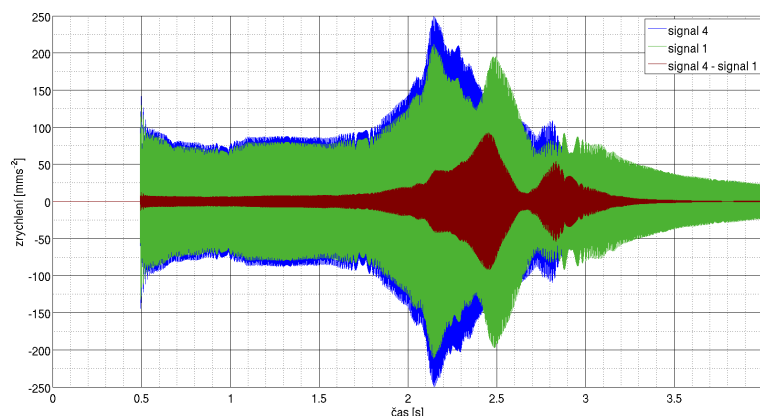


Obrázek 6.12: Model 2: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose maximálního momentu kvadratického momentu průřezu

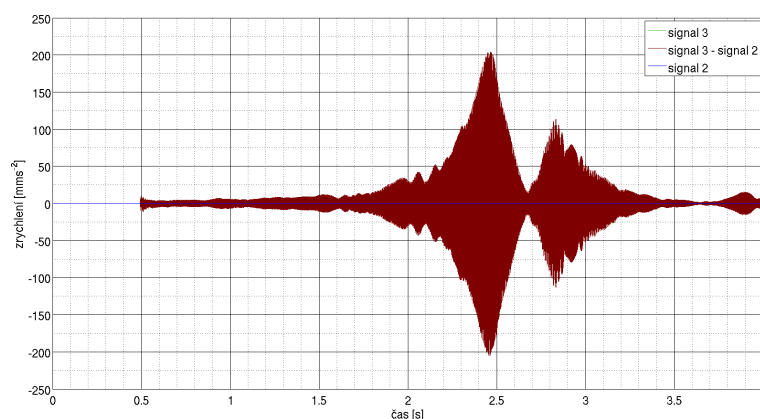


Obrázek 6.13: Model 2: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose minimálního momentu kvadratického momentu průřezu

numerickou integrací přepočítat zrychlení na posuvy, ovšem při této operaci dochází k šíření chyb a nepřesností a výsledný průběh posuvů je značně zkreslen. Hodnota podle které je porovnáváno tlumení jednotlivých modelů je tedy stanovena na základě velikosti plochy ohraničené absolutní hodnotou zrychlení konce modelu po dobu jednoho měření. Velikost plochy je dána rovnicí (6.4). Aby nedocházelo k záměně s rovnicí 5.6 z kapitoly 5.6, která pracuje s posuvy, je v tomto případě plocha absolutní hodnoty zrychlení označena písmenem ξ .



Obrázek 6.14: Model 3: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose maximálního momentu kvadratického momentu průřezu



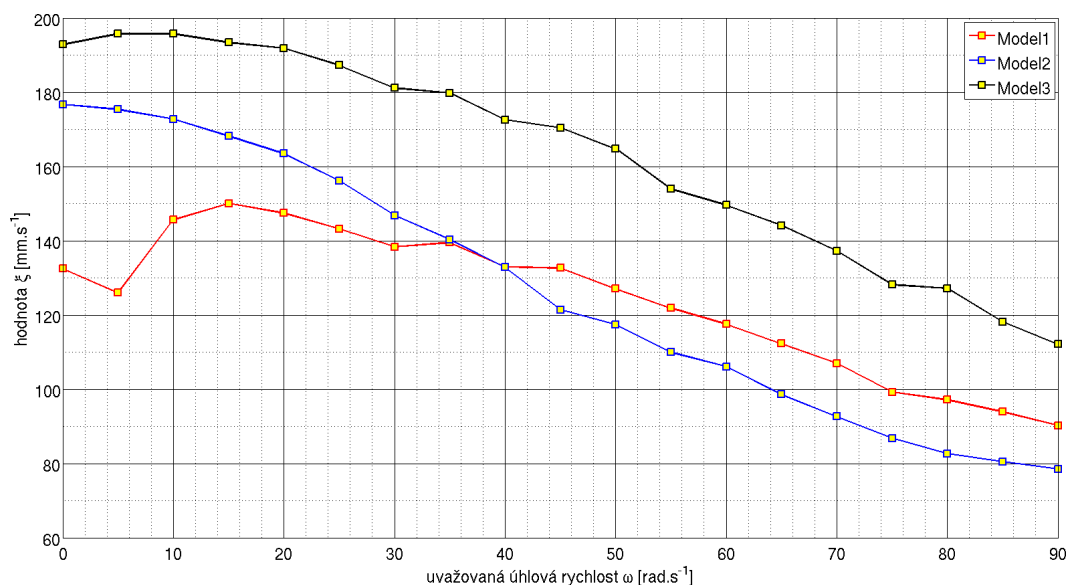
Obrázek 6.15: Model 3: Porovnání zrychlení modelu a tlumícího pásku k ose minimálního momentu kvadratického momentu průřezu

$$\xi = \int_0^T |\ddot{q}(t)| dt \quad (6.4)$$

kde ξ je v tedy hodnota, podle které je porovnáváno tlumení, $\ddot{q}$ je zrychlení měřené snímačem 1 a T je doba jednoho měření.

Hodnota ξ je stanovena pro všechny tři modely, pro všechny uvažované úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola. Výsledek porovnání je graficky znázorněn na obrázku 6.16. Zde je vidět, že Model 3 vykazuje nejvyšší hodnoty ξ , lze tedy říct, že tento

model je tlumen nejméně ze všech tří analyzovaných modelů. Dále je vidět, že křivky popisující hodnotu ξ pro Model 1 a Model 2 se protínají při hodnotě zatížení odpovídající úhlové rychlosti zhruba 40 rad.s^{-1} . Do úhlové rychlosti 40 rad.s^{-1} je lépe tlumen model se sklonem stěny tlumícího pásku 50° (Model 1), zatímco nad touto úhlovou rychlostí je lépe tlumen model s úhlem sklonu stěn rybinové drážky 55° (Model 2). Toto potvrzuje jeden z původních předpokladů, který praví, že tlumení lze ovlivnit pomocí rozměrů tlumícího pásku a že pro každou hodnotu úhlové rychlosti lze najít takové rozměry tlumícího pásku, které maximalizují tlumení celého systému. Použitím tlumícího pásku vhodných rozměrů tedy lze snížit úroveň nežádoucích vibrací olopatkovaného kola při daném provozním stavu.



Obrázek 6.16: Porovnání tlumení modelů 1 2 a 3

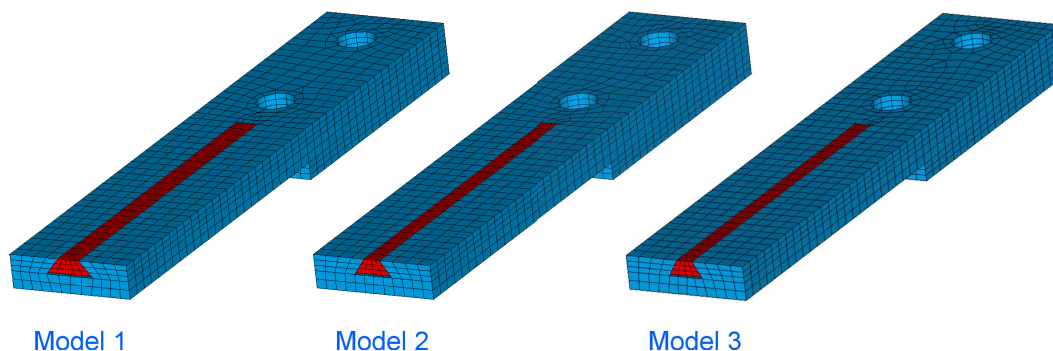
6.7 Porovnání výsledků experimentu s výsledky numerické simulace

Dalším logicky navazujícím krokem je porovnání výsledků experimentu s výsledky numerické simulace. Přestože model, jenž je použit k experimentálnímu vyhodnocování kmitání tělesa s pasivním tlumícím prvkem, vychází, stejně jako zjednodušený model jenž je použit k výpočtové simulaci a optimalizaci rozměrů tlumícího pásku popsány v kapitole 5, ze stejného segmentu bandáže olopatkovaného kola, jak je popsáno v kapitole 5.1, jsou mezi

těmito dvěma modely rozdílly. V první řadě model určený k experimentálnímu měření bylo potřeba upnout k základové desce, proto je rozšířen o upínací část. Kromě toho i buzení aplikované při experimentu se neshoduje s buzením aplikovaným na model při výpočtové simulaci provedené v kapitole 5. Výsledky numerických simulací prezentované v této kapitole tedy nelze porovnávat s výsledky experimentu. Popsané rozdílly vyústily v nutnost provést novou výpočtovou simulaci, s použitím nových modelů a nových okrajových podmínek, které budou shodné s těmi použitými při experimentu. Vzhledem k tomu, že modely pro experiment jsou celkem tři, vzájemně se lišící svými rozměry, je potřeba vytvořit rovněž tři modely pro výpočtovou simulaci.

6.7.1 Vytvoření modelů pro výpočtovou simulaci experimentu

Tři modely použité pro výpočtovou simulaci průběhu experimentu jsou zobrazeny na obrázku 6.17. Všechny základní rozměry těchto modelů jsou totožné s modely použitými při experimentu. Rozměry tlumících pásek jednotlivých modelů jsou uvedeny v tabulce 6.1. Typ strukturálních prvků stejně jako model materiálu je shodný s modelem popsáním v kapitole 5. Rovněž jsou použity shodné kontaktní prvky včetně všech voleb nastavení kontaktů. Je použit totožný součinitel statického a kinematického tření.

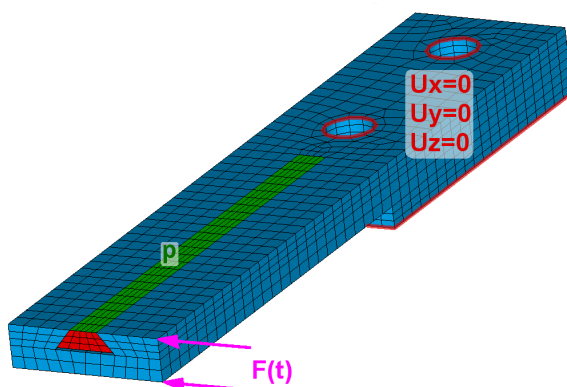


Obrázek 6.17: Konečnoprvkové modely pro výpočtovou simulaci experimentu

6.7.2 Okrajové a počáteční podmínky

Okrajové podmínky jsou zobrazeny na obrázku 6.18. Na ploše jenž je v kontaktu s upínací deskou zkušebního stolu jsou zamezeny posuvy uzlů ve všech směrech. Stejná okrajová podmínka je aplikovaná na horní hrany děr pro upínací šrouby. Tato podmínka

zjednodušeně nahrazuje šroubové spojení modelu s upínací deskou. Na horní plochu tlumícího pásku je předepsáno ekvivalentní tahové zatížení, které nahrazuje tah od lan, kterými je při experimentu simulován vliv odstředivé síly. Pro numerickou simulaci je zvolena hodnota tahového zatížení, která odpovídá úhlové rychlosti výchozího kola 60rad.s^{-1} . Hodnota odstředivé síly, kterou je při této úhlové rychlosti tlumící pásek tlačěn ke stěnám drážky je pro každý ze tří analyzovaných modelů uvedena v tabulce 6.3. Tato síla je pomocí rovnice (5.2) přepočítána na tahové zatížení, které je následně aplikováno na horní plochu tlumícího pásku.



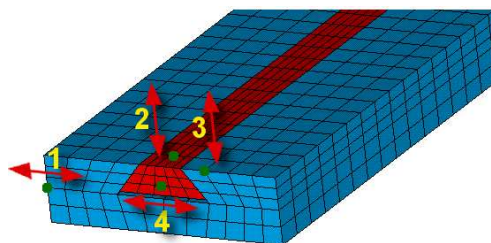
Obrázek 6.18: Okrajové podmínky modelu pro výpočtovou simulaci experimentu

V průběhu numerické simulace průběhu experimentu je model buzen silou $F(t)$ aplikovanou do uzlů na volném konci modelu tak jak ukazuje obrázek 6.18. Síla je rozdělena na dvě poloviční, působící symetricky po výšce modelu. Frekvence budící síly se mění v rozmezí od 600Hz do 1300Hz s konstantním úhlovým zrychlením, stejným jako v případě experimentu, tedy $\alpha_b = 175\text{s}^{-2}$. Na počátku výpočtové simulace je po dobu 0.08s model buzen pouze harmonickou silou s konstantní frekvencí 600Hz . Tento krok slouží k ustálení přechodového kmitání, které je vybuzeno vlivem skokové změny buzení. V následujícím kroku je již frekvence budící síly měněna tak, jak je popsáno výše. Doba simulována v tomto kroku je 4s . Při zpracování výsledků se uvažují posuvy pouze z tohoto kroku.

6.7.3 Zpracování výsledků numerické simulace experimentu a porovnání s naměřenými daty

Rozmístění snímačů zrychlení při experimentálním měření kmitání nosníku je zobrazeno na obrázku 6.4. Pro účely porovnání dat získaných měření s výsledky numerické simulace

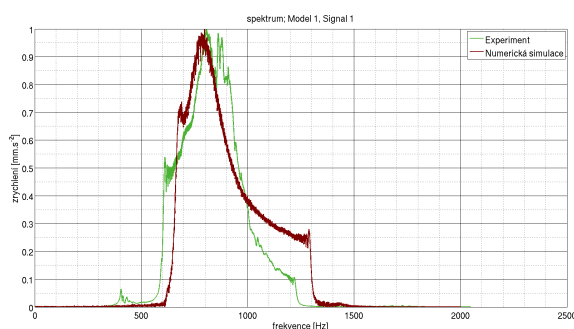
jsou vyhodnoceny posuvy z podobných míst. Tato místa jsou naznačena na obrázku 6.19. Číselné označení i směry jednotlivých signálů odpovídají značení a směřům průběhů zrychlení získaných experimentálně.



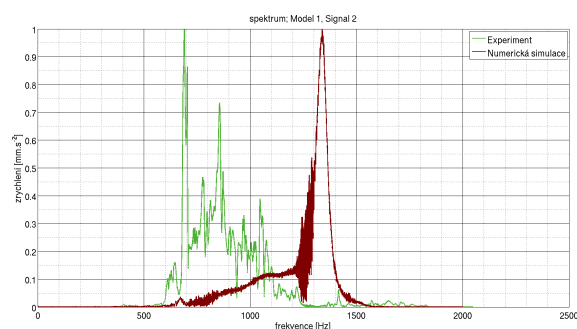
Obrázek 6.19: Vyhodnocované uzly

Snímače jenž jsou použity při experimentu snímají zrychlení, zatímco výpočtová simulace primárně vypisuje posuvy uzlů v jednotlivých časových okamžicích výpočtu. Aby byly porovnávány stejné fyzikální veličiny jsou numerickou derivací průběhy posuvů přepočteny na zrychlení. Zatížení modelu při numerické simulaci odpovídá úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného disku 60rad.s^{-1} . Výsledky jsou porovnány s experimentálně získanými daty, které odpovídají stejnému zatížení.

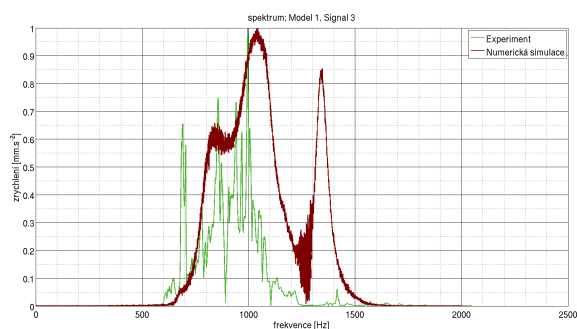
Signály zrychlení získané experimentálně, stejně jako signály posuvů získané numerickou simulací, které jsou navíc numerickou derivací převedené na zrychlení, jsou zpracovány algoritmem FFT. Spektra získané z odpovídajících si modelů jsou vzájemně porovnány a zobrazeny na obrázcích 6.20 až 6.31. Aby bylo porovnání dostatečně názorné, jsou spektra normována vzhledem k 1.



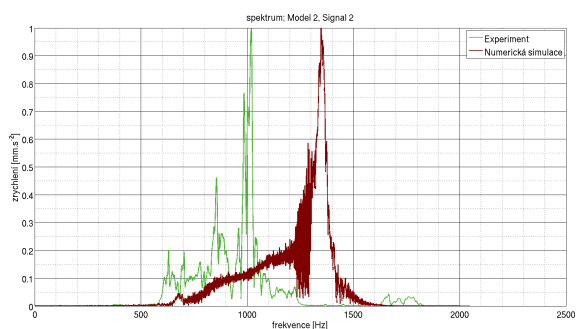
Obrázek 6.20: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 1, Signál 1



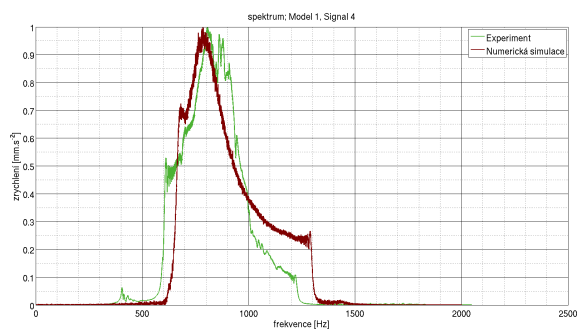
Obrázek 6.21: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 1, Signál 2



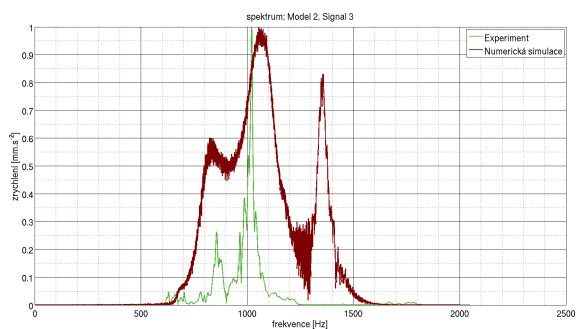
Obrázek 6.22: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 1, Signál 3



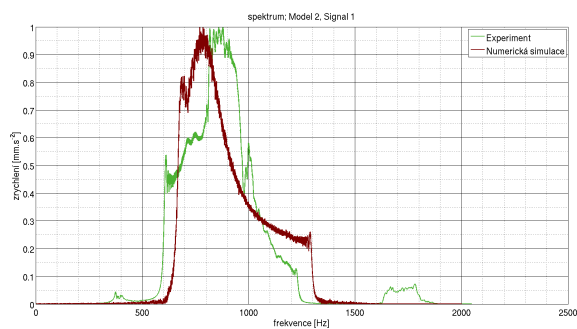
Obrázek 6.25: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 2, Signál 2



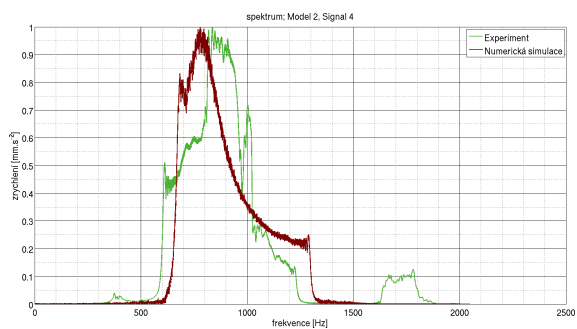
Obrázek 6.23: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 1, Signál 4



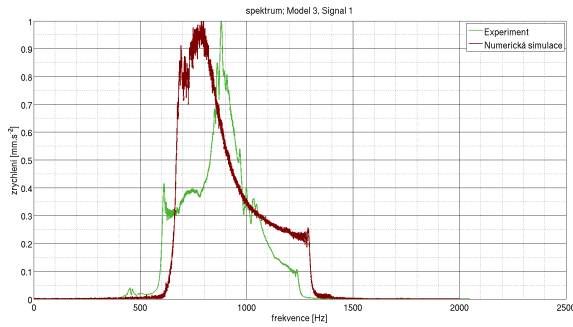
Obrázek 6.26: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 2, Signál 3



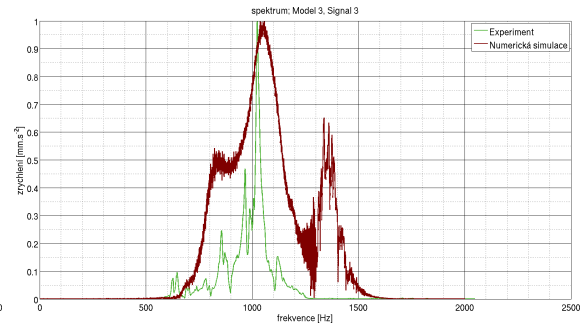
Obrázek 6.24: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 2, Signál 1



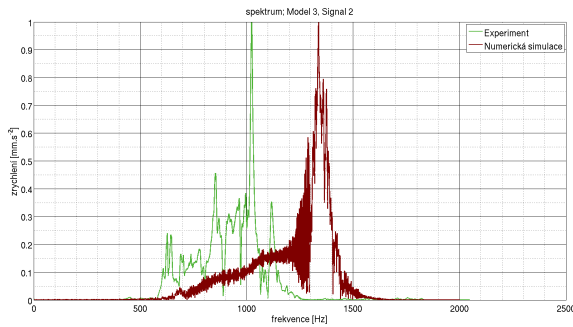
Obrázek 6.27: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 2, Signál 4



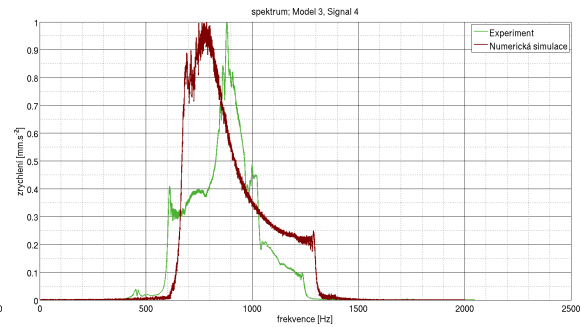
Obrázek 6.28: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 3, Signál 1



Obrázek 6.30: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 3, Signál 3



Obrázek 6.29: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 3, Signál 2



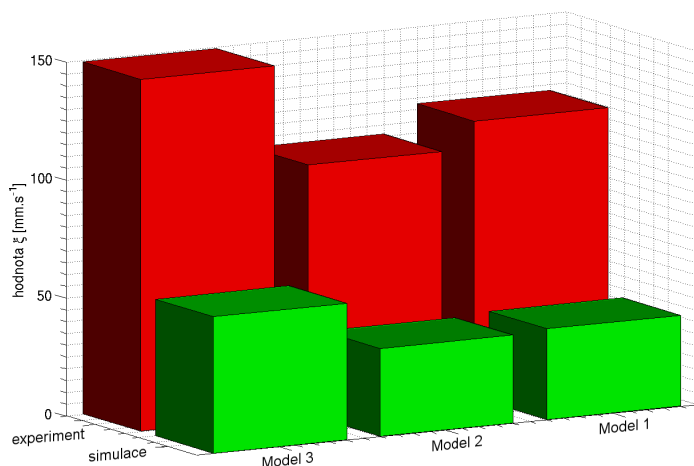
Obrázek 6.31: Porovnání experimentu a výpočtové simulace - Model 3, Signál 4

Vzhledem k tomu, že se jedná je silně nelineární úlohu, dá se říct, že shoda je poměrně dobrá; zejména u Signálu 1. Pouze v případě kmitání tlumícího pásku k ose minimálního kvadratického momentu průřezu (tedy Signál 2) shoda příliš dobrá není. Dále je porovnáno tlumení jednotlivých modelů. Je použit stejný přístup, který je popsán v kapitole 6.6. Ze signálu zrychlení (Signál 1) získaného numerickou simulací provedenou na každém ze tří analyzovaných modelů je stanovena podle vztahu (6.4) stanovena hodnota ξ . Tyto hodnoty jsou poté porovnány s hodnotami ξ jenž jsou získány experimentálně při stejné hodnotě zatížení, které odpovídá úhlové rychlosti výchozího disku $\omega = 60 \text{ rad.s}^{-1}$. Výsledné hodnoty jsou shrnuty v tabulce 6.4, nebo názorněji na obrázku 6.32. Ukazuje se, že ačkoliv se hodnoty získané experimentem kvantitativně liší od hodnot, získaných numerickou simulací, vypovídají velmi podobně, co se týká účinnosti tlumení jednotlivých modelů. Experiment i numerická simulace ukazují, že nejméně tlumený je model s variantou tlumícího

pásku s úhlem bočních stěn $\varphi = 60^\circ$ (Model 3). Podstatně lepší tlumení vykazuje Model 1, tedy model se sklonem stěn tlumícího pásku $\varphi = 50^\circ$. Ovšem nejlépe je kmitání tlumeno v případě Modelu 1 ($\varphi = 55^\circ$).

	experiment $\xi_e [mm \cdot s^{-1}]$	výpočtová simulace $\xi_s [mm \cdot s^{-1}]$
Model 1	117.5	38.65
Model 2	106.1	37.31
Model 3	149.6	58.04

Tabulka 6.4: Porovnání tlumení jednotlivých modelů



Obrázek 6.32: Porovnání tlumení jednotlivých modelů

6.8 Shrnutí

Měření je provedeno na třech modelech, jenž se vzájemně liší pouze v rozměrech tlumícího pásku. Tyto rozměry jsou uvedeny v tabulce 6.1. Modely jsou osazeny čtyřmi snímači, jenž zaznamenávají zrychlení modelu i tlumícího pásku. Rozmístění snímačů je znázorněno na obrázku 6.4. Snímače jsou propojeny přes zesilovače s měřicí jednotkou PULSE, která zároveň řídí frekvenci budiče. Jednotka je spojena s přenosným počítačem, který umožňuje

skrz přehledné uživatelské rozhraní řídit a sledovat průběh experimentu v reálném čase. Kromě toho umožňuje převádět signál z časové do frekvenční domény rovněž v reálném čase.

Data jsou ukládána ve formě textových souborů, jež jsou později zpracovány v programu MATLAB. Měřicí souprava PULSE zapisuje do textových souborů jednak zrychlení z jednotlivých snímačů v závislosti na čase a jednak tyto signály převádí z časové oblasti do frekvenční a vytváří z nich autospektra jež rovněž zapisuje do souborů. Naměřená data jsou zobrazena v příloze A.

Ukazuje se, že mezi tlumícím páskem a bandáží dochází k relativnímu pohybu, který ovlivňuje dynamické chování modelu. Úroveň tlumení je v této kapitole vyjádřena pomocí hodnoty ξ , která představuje velikost plochy ohrazené absolutní hodnotou průběhu zrychlení volného konce modelu, které je v této kapitole označováno jako Signal 1. Závislost hodnoty ξ pro všechny uvažované hodnoty úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola, která je nahrazena tahem aplikovaným na tlumící pásek, je pro jednotlivé modely zobrazena na obrázku 6.16. Z tohoto obrázku vyplývá, že pro různé úhlové rychlosti jsou vhodné jiné rozměry tlumícího pásu, které maximalizují tlumení, což je jeden z prvotních předpokladů, na kterých je postavena tato práce.

Data získána experimentálně jsou porovnána s daty, jež jsou získána numerickou simulací experimentu. Jsou vytvořeny tři konečnoprvkové modely, které svými rozměry odpovídají reálným modelům použitým při experimentu. Je zvolen jeden zatěžovací stav, který odpovídá úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného disku 60 rad.s^{-1} . V prostředí programu ANSYS je simulován průběh experimentu. Takto získaná data jsou porovnávána s daty získanými měřeními. S přihlédnutím k tomu, že úloha je silně nelineární, lze říct, že shoda je poměrně dobrá. Míra tlumení odpovídající jednotlivým modelům je porovnávána podobě, jako v případě experimentu, tedy pomocí hodnoty ξ . Ačkoliv se hodnoty stanovené na základě výsledků numerické simulace kvantitativně liší od hodnot stanovených na základě dat získaných měřeními, je vidět, že na jejich základě lze určit model, který je, pro analyzované zatížení, tlumen nejvíce. Ten odpovídá nejvíce tlumenému modelu vybranému na základě experimentu. Kvantitativní odchylka může být způsobena volbou rozdílné amplitudy budící síly, popřípadě volbou součinitelů tření. Svou roli mohou hrát i idealizované okrajové podmínky v případě numerické simulace. Nelze totiž vyloučit, že při experimentu dochází mezi stolem a modelem k mikroposuvům, které vnáší do soustavy přídavné tlumení.

7 Analýza a optimalizace modelu plného disku

Až dosud byla v této práci věnována pozornost zjednodušenému modelu. Tento model, jak již samo označení napovídá, představoval pouze část bandáže olopatkovaného disku. Šlo zejména o ověření možností výpočtového modelování a optimalizaci modelu, který obsahuje pasivní frikční člen (v této práci označován jako tlumící pásek), neboť výpočtové simulace nelineárních systémů jsou velice náročné co se týče počítačového vybavení a strojního času. Bylo potřeba ověřit vlastnosti a chování nelineárního systému obsahující frikční člen na jednoduché úloze. Získané poznatky a zkušenosti jsou využity zde, v této kapitole, kde je věnována pozornost optimalizaci rozměrů tlumícího členu, která je již provedena na modelu celého olopatkovaného kola.

V této kapitole je popsána tvorba modelu celého olopatkovaného kola, na který je aplikováno buzení v podobě harmonické síly, která reprezentuje nehomogenní rozložení tlakového pole za rozváděcí mříží. Je zaměřena pozornost na kmitání disku vlastním tvarem se čtyřmi uzlovými průměry, neboť při plánované servisní prohlídce parní turbíny byly na disku, který je analyzován v této práci, nalezeny trhliny v okolí závěsů lopatek a jejich obvodové rozložení trhlín naznačovalo, že disk kmital právě tvarem se čtyřmi uzlovými průměry. Tento předpoklad byl potvrzen například v [11].

V této kapitole je tedy popsána tvorba modelu geometrie, generování sítě, volba a nastavení kontaktních prvků. Dále je zde popsána definice okrajových podmínek a postup stanovení buzení. Pozornost je věnována nastavení parametrů analýzy vynuceného kmitání. Dále je v této kapitole popsána volba optimalizačních proměnných včetně jejich omezení a sestavení vhodné cílové funkce, která kvantifikuje úroveň kmitání obvodu celého olopatkovaného kola. V závěru kapitoly je popsáno zpracování výsledků a jsou uvedeny dosažené výsledky parametrické optimalizace. Numerická simulace, stejně jako optimalizace je opět prováděna pomocí komerčního softwarového balíku ANSYS v11.0. Vizualizace výsledku pomocí softwaru MATLAB R2008b.

7.1 Výpočtový model

7.1.1 Model geometrie

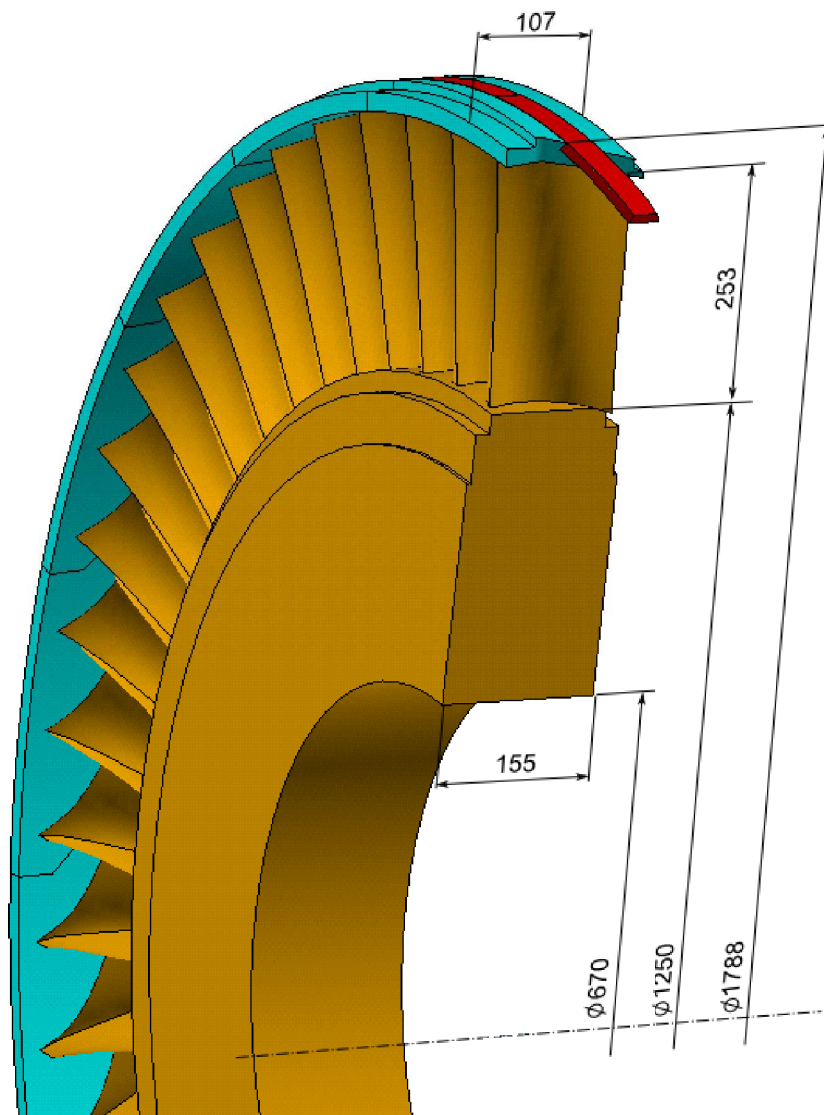
Model geometrie vychází z rozměrů 4. řady vysokotlakého stupně reálné (skutečné) parní turbíny vysokého výkonu. Oproti předloze je lehce pozměněn tvar a rozměry bandáže a tlumícího pásku tak, aby lépe vyhovovaly potřebám optimalizace. Model geometrie je zobrazen na obrázku 7.3. Tvoří jej disk, s 54mi lopatkami, z nichž vždy tři sousední jsou svázány bandáží tak, že tvoří celkem 18 periodicky se opakujících struktur.

Základní rozměry modelu jsou vyznačeny na obrázku 7.1. Příčný řez bandáží a tlumícím páskem je na obrázku 7.2. Rozměry průřezu tlumícího pásku, který je na tomto obrázku zvýrazněn červeně, jsou předmětem optimalizace.

Model geometrie olopatkovaného kola byl k dispozici v obecném formátu geometrie, v tzv. „iges“ souboru (z anglického *Initial Graphics Exchange Specification*). Tento soubor je importován do prostředí programu ANSYS. Model v takovémto stavu je ovšem téměř nepoužitelný. Je potřeba provést celou řadu úprav. Zejména je potřeba zbavit se malých ploch, které by způsobovaly problémy při vytváření sítě. Je vhodné, pokud možno, vhodně spojit i větší plochy. V rámci těchto operací je odstraněn vidličkový závěs lopatek, kterým byly jednotlivé trojice lopatek spojeny s diskem. Tento závěs je nahrazen přímým spojením lopatek s diskem. Toto zjednodušení umožňuje generovat hrubší síť a výrazně tím snížit počet stupňů volnosti, což má pozitivní vliv na výpočtový čas. Dále je potřeba vytvořit objemy. Spojování a dělení objemů a ploch musí být prováděno s ohledem na plánovaný způsob vytváření sítě na odpovídající části olopatkovaného disku. Aby bylo možno jednoduše měnit rozměry průřezu tlumícího pásku, je nutno odstranit stávající část modelu, která představuje bandáž a tlumící pásek a nahradit jí novým parametrickým modelem. Právě parametrizace této části modelu umožňuje automatizaci procesu optimalizace.

7.1.2 Vytvoření sítě

Síť je generována strukturálními osmiuzlovými prvky SOLID45. V místě styku lopatek s diskem a v místě styku lopatek s bandáží, je složité zajistit napojení sítě jednotlivých komponent při zachování její rovnoměrnosti a pravidelnosti, proto jsou na těchto stykových plochách použity kontaktní prvky, které mají za úkol pevně spojit tyto části modelu. Na obou koncích lopatek jsou použity prvky typu CONTA173 a na kontaktních plochách



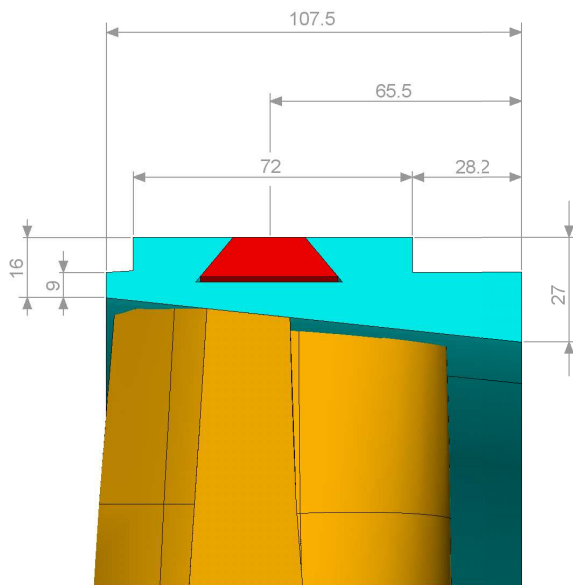
Obrázek 7.1: Základní rozměry modelu olopatkovaného kola

bandáže a disku jsou použity prvky typu TARGE170. Ve vlastnostech těchto kontaktních dvojic je zvolen algoritmus MPC a chování kontaktu *Bounded Always*, což zajišťuje vzájemné „slepení“ obou ploch. Použití kontaktního algoritmu MPC nezvyšuje nároky na výpočetní čas, neboť tento algoritmus samotný nenarušuje linearnost úlohy. Kontaktní plochy včetně použitých kontaktních prvků jsou znázorněny na obrázku 7.4.

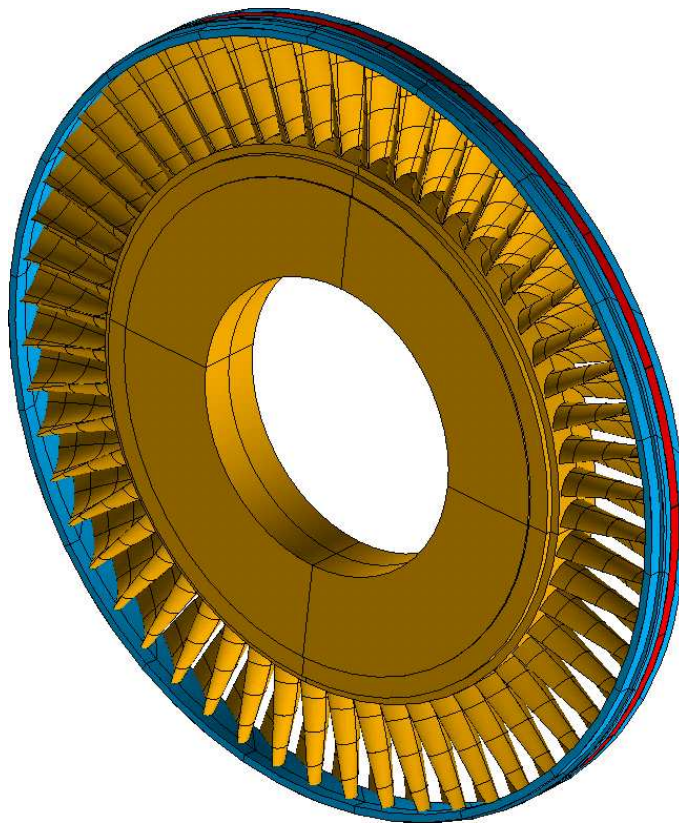
Model tření

Na stykových plochách tlumícího pásku a bandáže jsou rovněž použity kontaktní prvky, které však již musí postihnout efekt tření. Podobně, jako v kapitole 5.1.3, jsou na stěny tlumícího pásku aplikovány prvky CONTA173 a na stěny bandáže prvky TARGE 170. Kontaktní plochy s vyznačenými typy kontaktních prvků jsou opět zobrazeny na obrázku 7.4.

Model kontaktu mezi stěnami pásku a bandáže musí postihnout kromě přenosu normálových a tečných sil i vliv tření. U modelu plného olopatkovaného disku jsou použity stejné hodnoty součinitelů tření jako v kapitole 5.1.3. Identický je rovněž i model popisující závislost součinitele tření na relativní rychlosti. Tu lze vidět ve zmíněné kapitole na obrázku 5.4. Rovněž je použit stejný kontaktní algoritmus, tedy *Augmented Lagrangian*. Umístění kontaktních detekčních bodů je voleno v Gaussových bodech. Tuhost kontaktu se aktualizuje každou iteraci. Je zvoleno standardní chování kontaktních ploch. Detailněji je model kontaktu popsán v kapitole 5.1.3.



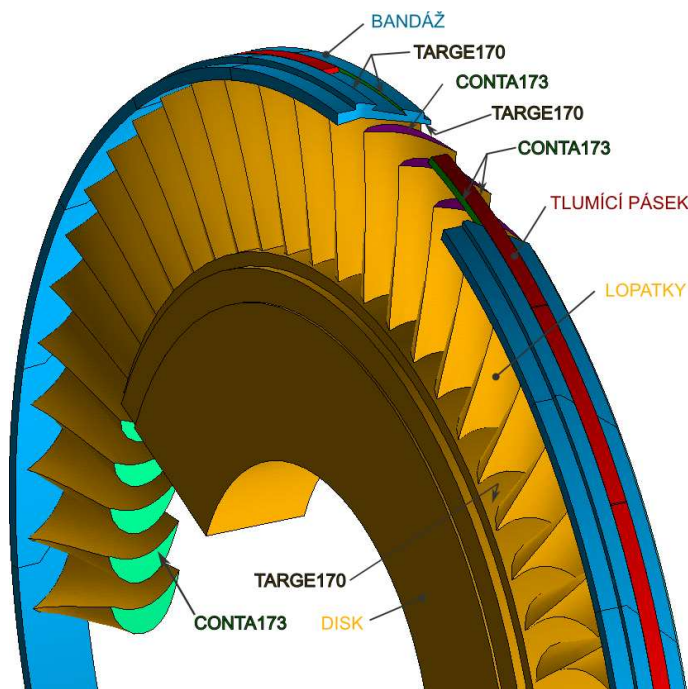
Obrázek 7.2: Rozměry banbáže



Obrázek 7.3: Model geometrie

7.2 Okrajové a počáteční podmínky

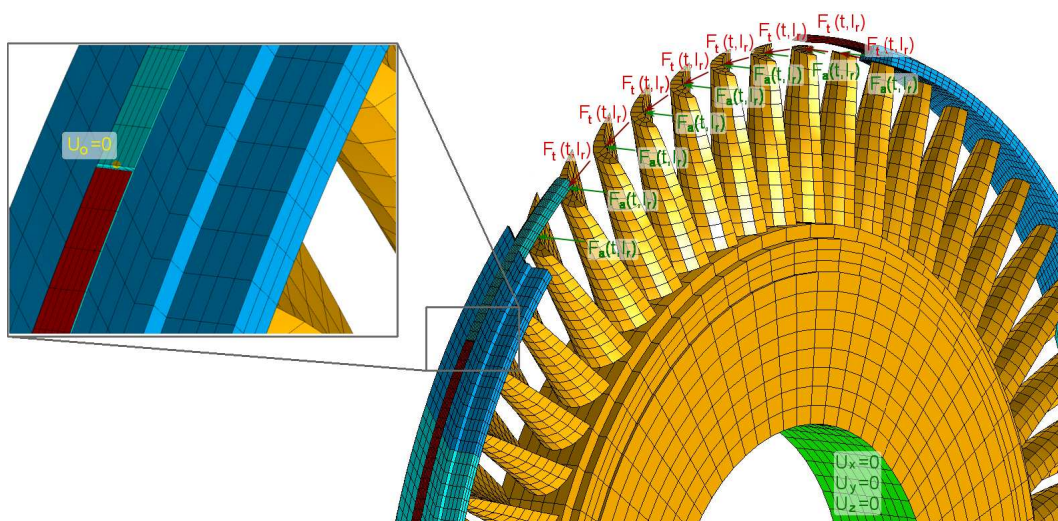
Disk je vetknut na vnitřní ploše vývrtu. Vetknutí je modelováno předepsáním nulových posuvů uzlům ležících na příslušných plochách, jak ukazuje obrázku 7.5. Dále je potřeba předepsat vhodné okrajové podmínky tlumícímu pásku. Sestavování skutečného disku probíhá tak, že k disku se postupně připojují jednotlivé segmenty tvořené trojicí lopatek s vidličkovým závěsem, které jsou na konci svázány bandáží. Před vložením posledního segmentu se do obvodové rybinové drážky vloží tlumící pásek, který je rovněž tvořen segmenty. Po vložení poslední trojice včetně posledního segmentu tlumícího pásku se spoje pásku posunou do středů bandáže a zaaretují se proti samovolným posuvům v obvodovém směru. Tato okrajová podmínka je modelována pomocí předepsání nulového posuvu v obvodovém směru pouze jednomu uzlu na jednom konci každé části tlumícího pásku, jak je ukázáno v detailu na obrázku 7.5.



Obrázek 7.4: Kontaktní plochy a použité kontaktní prvky

Poněkud komplikovanější okrajovou podmínkou je buzení disku. Buzení rotorové řady je způsobeno nerovnoměrností tlakového pole za statorovou mříží. Za rozváděcími lopatkami vznikají tlakové úplavy. Při otáčení rotoru procházejí lopatky disku místy s rozdílnou hodnotou tlaku. Každá rotorová lopatka projde během jedné otáčky rotoru tolika tlakovými úplavy, kolik je rozváděcích lopatek před danou rotorovou řadou. Dochází tedy k buzení rotujícího disku statickou silou. Tento děj je zde modelován opačně, pomocí aplikace rotujícího zatížení na stojící disk. Tlakové zatížení ve skutečné parní turbíně působí po celé délce lopatky. Zde jsou ovšem budící účinky tlaku nahrazeny silou aplikovanou na konec každé lopatky do uzlu, který se nachází v okolí těžiště tohoto průřezu, jak je ukázáno na obrázku 7.5. CFD analýza podobného olopatkovaného disku, jenž byla provedena mimo pracoviště Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, ukázala, že průběh zatížení lze poměrně dobře aproximovat harmonickou funkcí. Obecný směr takto stanovené budící síly je rozložen na axiální a tangenciální složku. Takto stanovené hodnoty složek budící síly byly použity i v [11], tedy: $F_{a_0} = 130N$ a $F_{t_0} = 115N$.

Pro správný popis rotujícího tlakového pole je potřeba zohlednit i fázové posunutí budící síly na jednotlivých lopatkách, neboť okamžitá velikost budící síly je kromě času



Obrázek 7.5: Okrajové podmínky

závislá i na pozici lopatky na kterou působí. Fázové posunutí β závisí na poměru počtu rozváděcích ku rotorovým lopatkám. Tento úhel lze vyjádřit vztahem:

$$\beta = \frac{z}{r} 2\pi \quad (7.1)$$

kde z je počet rozváděcích lopatek před konkrétní rotorovou řadou, v tomto případě $z = 32$, r je počet lopatek příslušné rotorové řady, v tomto případě tedy $r = 54$.

Nyní je potřeba stanovit správnou frekvenci budící síly, která je úměrná tzv. kritickým otáčkám disku při kterých dochází k výraznému kmitání disku.

7.2.1 Stanovení kritických otáček

Otáčky disku se v průběhu výpočtové simulace odráží jednak ve velikosti odstředivé síly, která mimo jiné tlačí tlumící pásek ke stěnám drážky ale také určují s jakou frekvencí prochází lopatky místy s tlakovými úplavy. Má-li tedy být simulován konkrétní provozní stav, je potřeba pro dané otáčky disku stanovit příslušnou frekvenci budící síly.

Jak je uvedeno v úvodu této kapitoly, byly při plánované servisní prohlídce parní turbíny, nalezeny trhliny na disku, který je analyzován v této práci. Rozmístění trhlín ukázalo, že pravděpodobně docházelo ke kmitání disku vlastním tvarem se čtyřmi uzlovými průměry, což potvrzují výsledky prezentované v [11]. Z tohoto důvodu je frekvence budící síly volena tak, aby byl buzen vlastní tvar se čtyřmi uzlovými průměry.

Kritické otáčky n_c , při kterých disk výrazně kmitá vlastním tvarem s m uzlovými průměry lze stanovit na základě rovnice (7.2). Tato rovnice je odvozena na základě Campbellova diagramu popsaného v kapitole 4.1.2. Odpovídající úhlová frekvence buzení ω_c se stanoví na základě známého vztahu (7.3), kde n_c jsou otáčky disku a z je počet rozváděcích lopatek.

$$n_c = \frac{f_m}{k} \quad (7.2)$$

$$\omega_c = 2\pi n_c z \quad (7.3)$$

Proměnná k , která se objevuje v těchto vztazích může nabývat hodnot stanovených na základě vztahů:

$$k = m$$

$$k = s - m$$

$$k = s + m$$

$$k = 2s - m$$

kde m je opět počet uzlových průměrů a s je počet periodicky se opakujících struktur, v tomto případě počet spojených trojic lopatek. Parametr k tedy může nabývat hodnot:

$$k = m = 4$$

$$k = s - m = 18 - 4 = 14$$

$$k = s + m = 18 + 4 = 22$$

$$k = 2s - m = 2 \cdot 18 - 4 = 32$$

Na základě výsledků uvedených v [11] je zřejmé, že nejméně příznivý případ nastává pro $k = 32$. V tomto případě je $k = z$, tedy násobek budící frekvence k je roven počtu rozváděcích lopatek. Toto má za následek, že ve Fourierově spektru odezvy disku dojde, v případě konzervativního modelu, ke splnutí vlastní frekvence s otáčkovou frekvencí buzení. Z tohoto důvodu je soustředěna pozornost právě na tento případ.

Pro stanovení kritických otáček na základě vztahu (7.2) tedy zbývá stanovit pouze vlastní frekvenci f_m . Stanovit tuto frekvenci je však obtížné, neboť se jedná o silně

nelineární systém a její hodnota je závislá na amplitudě kmitání. Hodnotu rezonanční frekvence ovlivňují, kromě přítomnosti nelinearity typu kontakt, i rozměry tlumícího pásku, které jsou pochopitelně svázány s rozměry drážky v bandáži. V průběhu optimalizace se tyto rozměry mění, což ovlivňuje jak matici hmotnosti tak i matici tuhosti a způsobuje přeladění disku. Příklad vlivu úhlu φ na hodnotu rezonanční frekvence při různých hodnotách úhlové rychlosti ω je ukázán na zjednodušeném modelu v kapitole 5.5 na obrázku 5.12. Z těchto důvodů není optimalizace prováděna při konstantních otáčkách disku tedy ani při konstantní úhlové frekvenci buzení, ale pro interval otáček (a tedy i interval úhlové frekvence budící síly), který pokrývá oblast, ve které se hodnota rezonanční frekvence pohybuje. Jsou stanoveny počáteční otáčky disku, které poté rostou s konstantním zrychlením až po konečnou hodnotu. K těmto otáčkám je stanovena odpovídající frekvence budící síly. Vybuzení vlastního tvaru se čtyřmi uzlovými průměry nastane uvnitř tohoto intervalu. Během optimalizace pak bude minimalizováno kmitání disku přes celý tento interval. Ovšem pro správnou volbu intervalu frekvence budící síly a otáček disku je potřeba získat aspoň přibližnou představu o vlastních frekvencích a vlastních tvarech olopatkovaného disku.

7.2.2 Modální analýza olopatkovaného disku

I přes problémy popsané v předchozím odstavci je potřeba odhadnout hodnotu rezonanční frekvence, protože na základě tohoto odhadu se zvolí interval otáček disku a tedy i interval frekvence budící síly. Ten musí být dosti široký, aby rezonanční frekvence v průběhu každé optimalizační smyčky padla do tohoto intervalu. Na druhou stranu s rostoucí šířkou tohoto intervalu značně narůstá výpočtový čas. Rezonanční frekvence je odhadnuta na základě následující úvahy:

Teoreticky, v extrémním případě může nastat stav, kdy normálová síla v kontaktu je natolik velká, že nedochází k mikroposuvům a tlumící pásek spolu s bandáží se chová jako jedno těleso. Nebo v opačném případě, může být normálová síla velice malá a tření nemá téměř žádný vliv na modální vlastnosti disku. Tyto dva rezonanční stavy jsou považovány za dva mezní případy a předpokládá se, že hodnota skutečné rezonanční frekvence je uvnitř intervalu definovaného vlastními frekvencemi těchto dvou stavů.

Bohužel modální analýza neumožňuje zahrnutí nelinearity typu kontakt. Jsou proto vytvořeny a analyzovány dva přidružené konzervativní modely, které představují dva

případy popsané výše a vlastní frekvence těchto dvou modelů jsou použity pro stanovení krajních hodnot intervalu frekvence budící síly.

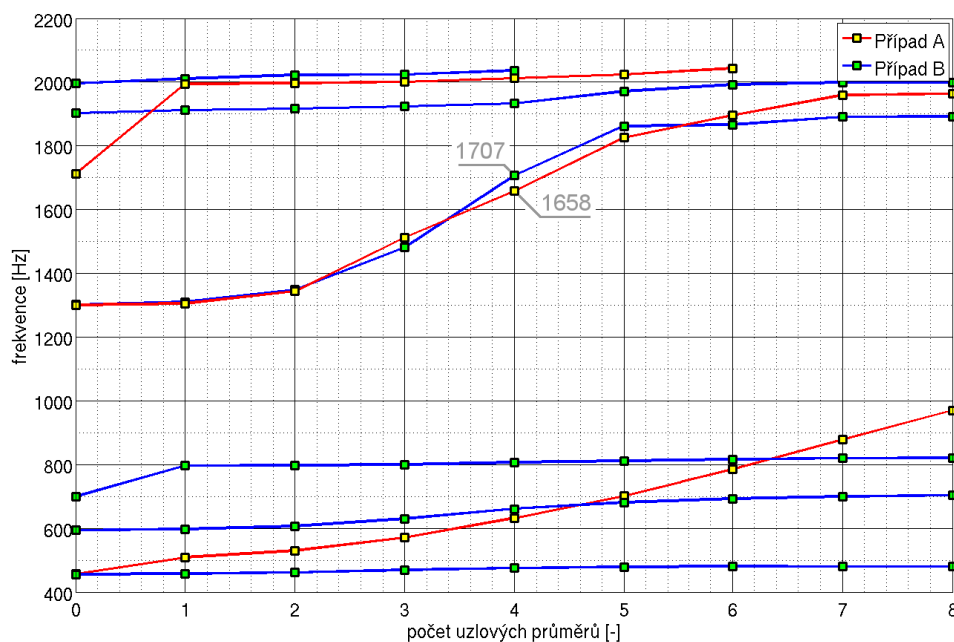
Případ A: Tlumící pásek pevně spojen s bandáží

Nejprve je vytvořen model pro analýzu prvního popsaného případu, tedy stavu, kdy normálová síla v kontaktu je natolik velká, že tlumící pásek s bandáží se chová jako jedno těleso. Ve výpočtovém modelu je tohoto efektu docíleno nahrazením aktuálního modelu kontaktu algoritmem MPC. Použití tohoto algoritmu nenarušuje lineárnost úlohy a lze tedy tento model použít pro modální analýzu. Výsledky, tedy vlastní frekvence a jim odpovídající vlastní tvary s určitým počtem uzlových průměrů lze nejlépe odečíst z obrázku 7.6. Modální analýza je provedena pro rozsah frekvencí $0Hz$ až $2200Hz$. Je použita metoda Block Lanczos.

Případ B: Model bez tlumícího pásku

Podobně je vytvořen model pro analýzu druhého zmíněného extrémního případu, tedy situace, kdy normálová síla v kontaktu je natolik malá, že nedochází vlivem tření k významnému maření energie. V tomto případě je modální analýza provedena na modelu, ze kterého je odebrán tlumící pásek. Zde dochází k zkreslení výsledků, neboť pohyb jednotlivých segmentů bandáže není nadále vzájemně vázán. Rozsah frekvencí uvažovaných při modální analýze je opět volen v rozsahu od $0Hz$ až do $2200Hz$ a opět je použita metoda Block Lanczos. Závislost frekvence na počtu uzlových průměrů, stejně jako srovnání s případem A je na obrázku 7.6.

Z výsledků modálních analýz, zobrazených na obrázku 7.6, plyne, že vlastní tvar se 4 uzlovými průměry je buzen při několika frekvencích. Nižší frekvence, do $800Hz$ odpovídají lopatkovým vlastním frekvencím. Lze vidět, že pro případ s vetknutým tlumícím páskem, tedy „Případ A“ je vlastních frekvencí méně než pro „Případ B“. Je to způsobeno tím, že v Případě B je tlumící pásek odebrán a pohyb jednotlivých částí bandáže není vzájemně vázán a jednotlivé trojice lopatek se mohou pohybovat nezávisle na sousedních. Provozní otáčky turbíny jsou $50s^{-1}$. Každá rotorová lopatka projde během jednoho otočení disku z tlakovými úplavy. Při provozním stavu jsou tedy lopatky buzeny tlakovými pulsy s frekvencí $50 \cdot z$, což je $1600Hz$. Obrázek 7.6 ukazuje, že pro „Případ A“ je nejbližší vlastní frekvence odpovídající vlastnímu tvaru se čtyřmi uzlovými průměry $1658Hz$ a pro „Případ B“ je tato frekvence rovna $1707Hz$. Předpokládá se, že frekvence kmitání mod-



Obrázek 7.6: Porovnání výsledků modálních analýz

elu, který obsahuje pasivní frikční člen se bude pohybovat někde mezi těmito frekvencemi, popřípadě v jejich blízkém okolí. Na základě těchto frekvencí je stanoven interval frekvence budící síly a otáček disku. Z důvodu pojištění padnutí rezonanční frekvence modelu s pasivním frikčním členem do uvažovaného rozmezí frekvencí, je tento interval rozšířen. Otáčky disku a frekvence budící síly jsou stanoveny na základě hodnot 1650 Hz a 1730 Hz .

Nyní již lze na základě vztahů (7.2) a (7.3) stanovit obě meze otáček olopatkovaného disku i obě krajní hodnoty intervalu frekvence budící síly. Tyto hodnoty jsou shrnuty v tabulce 7.1.

7.3 Nastavení parametrů numerické simulace

Průběh vlastní simulace je z důvodu snadnější konvergence a jednoduššího zpracování výsledků rozdělen do tří kroků. V prvním kroku je disk zatížen pouze konstantní odstředivou silou danou otáčkami disku n_p , které odpovídají počátečnímu stavu uvedeném v tabulce 7.1. V druhém kroku jsou opět předepsány konstantní otáčky n_p , navíc je na

	frekvence (4 ϕ) $f_m[Hz]$	otáčky disku $n[s^{-1}]$	úhlová rychlost disku $\omega[rad.s^{-1}]$	úhlová frekvence buzení $\omega_b[rad.s^{-1}]$
počáteční stav	1650	51.56	323.96	10367.256
koncový stav	1730	54.06	339.67	10869.910

Tabulka 7.1: Počáteční podmínky

konce lopatek aplikována budící síla s konstantní frekvencí ω_{b_p} , odpovídající počátečnímu stavu uvedenému v tabulce 7.1. Tento krok je nutný k ustálení odezvy. V třetím kroku se již disk nechá zrychlovat. Otáčky a tedy i frekvence buzení se v tomto kroku mění z počátečních po koncové hodnoty s konstantním zrychlením. V tomto kroku je v podstatě simulován rozběh disku z ustáleného stavu a jeho přejezd přes rezonanční stav. Frekvence buzení a otáčky disku odpovídající počátečnímu a koncovému stavu jsou shrnuty v tabulce 7.1. Podrobněji je každý krok popsán v následujících odstavcích.

První krok numerické simulace

V prvním kroku je tedy disk zatížen pouze odstředivou silou, která odpovídá otáčkám při počátečnímu stavu uvedeném v tabulce 7.1. Odstředivá síla ovlivňuje velikost kontaktního tlaku, neboť právě účinky této síly tlačí tlumící pásek proti stěnám drážky. Aplikace okrajových podmínek, popsaných v tomto kroku zajistí zlepšení konvergence v počátku simulace, neboť dojde nalezení odpovídajících si kontaktních dvojic, vymezení se počátečních vůlí, popřípadě přesahů mezi kontaktními plochami. Toto má pozitivní vliv na konvergenci v počátku numerické simulace. Čas přidělen tomuto kroku je $t_1 = 0.001s$, krok integrace je zvolen $\Delta t_1 = 0.1E - 04s$.

Druhý krok numerické simulace

V druhém kroku zůstávají předepsány počáteční otáčky n_p , ale navíc i budící síla s konstantní úhlovou frekvencí ω_{b_p} , která odpovídá počátečnímu stavu uvedenému v tabulce 7.1.

Axiální a tangenciální složky této budící síly jsou předepsány funkcí:

$$F_a(t, l_r) = F_{a_0} \sin(\omega_{b_p} t + \beta(l_r - 1)) \quad (7.4)$$

$$F_t(t, l_r) = F_{t_0} \sin(\omega_{b_p} t + \beta(l_r - 1)) \quad (7.5)$$

kde ω_{b_p} je počáteční úhlová frekvence budící síly, β je fázové posunutí budící síly mezi dvěma sousedícími rotorovými lopatkami, stanovené na základě vztahu (7.1). l_r je pořadové číslo rotorové lopatky (1 až 54). F_{a_0} a F_{t_0} jsou amplitudy axiální a tangenciální složky budící síly.

Tento krok je důležitý z hlediska ustálení odezvy disku. Čas k tomu potřebný je stanoven na základě výsledku testovacího výpočtu. Je zjištěno, že čas potřebný k ustálení odezvy je $t_2 = 0.12E - 02s$. Délka kroku integrace se u implicitních řešičů doporučuje volit kratší než 0.1 násobek nejkratší periody. Krok integrace je tedy zvolen $\Delta t_2 = 0.1E - 04s$.

Třetí krok numerické simulace

V třetím kroku je již simulován vlastní přechod disku přes rezonanční frekvenci. Buzení v tomto kroku plynule navazuje na poslední hodnoty budících sil z kroku 2. Na počátku třetího kroku je odezva disku ustálená. Úhlová frekvence budících sil aplikovaných na konce lopatek v tomto kroku roste s konstantním úhlovým zrychlením. Úměrně této frekvenci rostou i otáčky disku.

Úhlové zrychlení disku je zvoleno $\alpha_d = 200 \text{ rad.s}^{-2}$. Čas přidělen tomuto kroku je stanoven na základě vztahu:

$$T_3 = \frac{\omega_k - \omega_p}{\alpha_d} \quad (7.6)$$

kde ω_p je počáteční úhlová rychlost disku a ω_k je úhlová rychlost disku odpovídající koncovému stavu uvedenému v tabulce 7.1.

Úhlové zrychlení budící síly plak lze vyjádřit vztahem:

$$\alpha_b = z\alpha_d \quad (7.7)$$

kde z je počet rozváděcích lopatek.

Axiální a tangenciální složka budící síly v závislosti na čase je předepsána následujícími vztahy:

$$F_a(t, l_r) = F_{a_0} \sin((\omega_{b_p}(t + T_2) + \frac{1}{2}\alpha_b t^2) + \beta(l_r - 1)) \quad (7.8)$$

$$F_t(t, l_r) = F_{t_0} \sin((\omega_{b_p}(t + T_2) + \frac{1}{2}\alpha_b t^2) + \beta(l_r - 1)) \quad (7.9)$$

kde F_{a_0} a F_{t_0} je amplituda axiální a tangenciální složky budící síly, ω_{b_p} je úhlová frekvence budící síly, která odpovídá počátečním otáčkám disku, α_b je úhlové zrychlení budící síly, T_2 je čas odpovídající konci druhého kroku, β je fázové posunutí budící síly mezi dvěma sousedícími rotorovými lopatkami a l_r je pořadové číslo rotorové lopatky (1 až 54).

V případě třetího kroku výpočtové simulace je krok integrace je zvolen $\Delta t_3 = 0.5E - 05s$.

Hodnoty otáček disku a úhlové frekvence budící síly odpovídající jednotlivým krokům numerické simulace jsou shrnuty v tabulce 7.2. V této tabulce jsou rovněž uvedeny časy přidělené jednotlivým krokům simulace a délka kroku integrace.

	otáčku disku $n[s^{-1}]$	úhlová rychlost disku $\omega[rad.s^{-1}]$	frekvence budící síly $\omega_b[rad.s^{-1}]$	přidělený čas $T[s]$	krok integrace integrace $\Delta T[s]$
krok 1	51.56	323.96	-	0.001	0.1E-04
krok 2	51.56	323.96	10367.26	0.012	0.1E-04
krok 3	51.56 - 54.06	323.96 - 339.67	10367.26-10869.91	viz. rov. 7.6	0.5E-05

Tabulka 7.2: Shrnutí vstupů transientní analýzy

7.4 Volba optimalizačních proměnných

Podobně jako v kapitole 5.6, tedy v případě zjednodušeného modelu, jsou i zde optimalizační parametry voleny rozměry tlumícího pásku, tedy střední šířka b , úhel sklonu bočních stěn pásku φ a výška tlumícího pásku h . Rozměry jsou na obrázku 5.14. Konkrétní hodnoty včetně závor, které zohledňují konstrukční možnosti jejich změn jsou uvedeny v tabulce 7.3.

	startovací hodnota	dolní závora	horní závora
úhel $\varphi[^\circ]$	40	20	60
střední šířka $b[mm]$	27	25	30
výška $h[mm]$	10	7	13

Tabulka 7.3: Startovací hodnoty a závory optimalizačních proměnných

7.5 Sestavení cílové funkce

Cílem optimalizace je minimalizovat kmitání disku při průchodu přes rezonanční stav. Je tedy potřeba sestavit cílovou funkci, která dokáže kvantifikovat úroveň kmitání disku během numerické simulace popsané v předchozích odstavcích. Matematický princip optimalizace spočívá v nalezení minima této funkce na přípustné oblasti vymezené závorami jednotlivých optimalizačních proměnných. Na rozdíl od cílové funkce použité v kapitole 5.6.2, tedy při optimalizaci rozměrů tlumícího pásku zjednodušeného modelu, musí funkce použita zde postihnout charakter kmitání celého obvodu disku. V případě vyhodnocení kmitání pouze v jediném uzlu, jak tomu bylo v kapitole 5.6.2, popřípadě pouze v několika málo uzlech na obvodu disku hrozí nebezpečí, že tento uzel, nebo uzly padnou do uzlového průměru a hodnota cílové funkce by v tomto případě nevypovídala objektivně o úrovni a charakteru kmitání celého disku. Proto je tedy potřeba vyhodnocovat kmitání ve všech uzlech na obvodu disku. Cílová funkce je tedy volena ve tvaru:

$$\psi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left(\int_{T_2}^{T_3} |q_i(\mathbf{x}, t)| dt \right) \quad (7.10)$$

kde $\psi(\mathbf{x})$ je cílová funkce, která je závislá na optimalizačních proměnných $\mathbf{x}$, T_2 a T_3 je počáteční a koncový čas vyhodnocovaného časového intervalu, tedy třetího kroku numerické simulace a $|q_i(\mathbf{x}, t)|$ je absolutní hodnota axiální výchylky i -tého bodu na obvodu disku. Tato výchylka je funkcí času a optimalizačních proměnných.

Lze tedy říct, že cílová funkce je součet ploch ohraničených absolutními hodnotami výchylek všech uzlů ležících na určitém poloměru po dobu jednoho kroku optimalizace, který je tvořen procesem popsaným v kapitole 7.3.

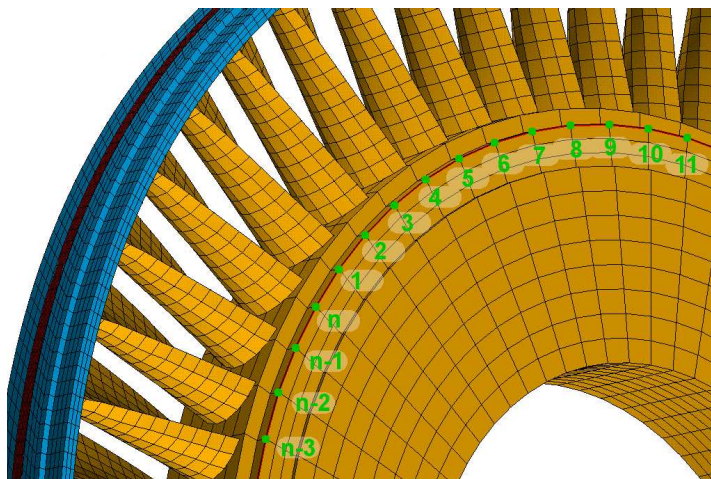
7.6 Průběh optimalizace

7.6.1 Rozbor kmitání disku během numerické simulace

V rámci každého vyčíslení cílové funkce je provedena transientní analýza která je rozdělena od tří kroků popsaných v kapitole 7.3. Hodnota cílové funkce je však stanovena na základě pouze třetího kroku, který představuje část simulace rozběhu turbíny z ustáleného stavu a přechod přes rezonanční stav. Rovněž obrázky prezentované v této kapitole představují výsledky pouze z třetího kroku. Tyto obrázky jsou získané během prvního vyčíslení hodnoty cílové funkce, tedy pro případ, kdy optimalizační proměnné nabývají svých starto-

vacích hodnot. Výsledky získané během následujících vyčíslení cílové funkce jsou zobrazeny v příloze B.

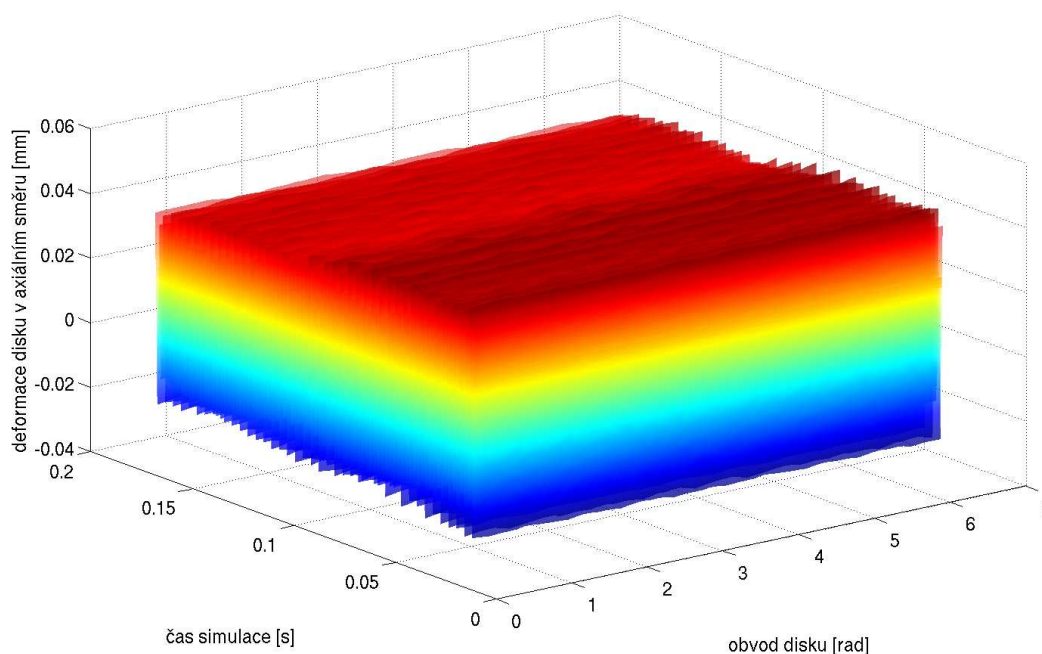
V průběhu optimalizace se vyhodnocují axiální posuvy v uzlech ležících na povrchu disku na kružnici se zvoleným poloměrem. Jak je zmíněno v úvodu kapitoly, byly při servisní prohlídce disku, který slouží jako předloha výpočtového modelu uvažovaného v této práci, nalezeny trhliny v místě závěsů lopatek. Pro vyhodnocování kmitání jsou tedy zvoleny uzly ležící v této oblasti. Zároveň je vhodné, aby tyto uzly měly dostatečnou vzdálenost od místa napojení lopatek a disku, neboť by mohlo docházet k ovlivnění jejich axiálních posuvů touto singularitou. Naopak volba uzlů ležících blízko vývrtu disku rovněž není vhodná, neboť na této ploše je definována okrajová podmínka vetknutí. Vybrané uzly jsou vyznačeny na obrázku 7.7.



Obrázek 7.7: Uzly ve kterých se vyhodnocuje kmitání

Axiální posuvy těchto uzlů během simulace jsou vykresleny na obrázku 7.8. Na první pohled se může zdát, že nedochází k výraznému kmitání disku vlastním tvarem se čtyřmi uzlovými průměry tak, jak je zamýšleno a s jakým cílem je stanoveno buzení v kapitole 7.2.1. Podle těchto výsledků se zdá, že disk kmitá tvarem s 0 uzlovými průměry (tzv. umbrella shape). Aby byl charakter kmitání disku více zřejmý, je potřeba tyto posuvy dále zpracovat. Nejprve je na tyto posuvy aplikován algoritmus FFT. Vektor posuvů, který se tímto algoritmem zpracovává je tvořen axiálními posuvy jednotlivých uzlů vyznačených na obrázku 7.7, v jeden konkrétní analyzovaný časový okamžik simulace. Toto umožňuje zobrazit řád harmonické složky deformovaného obvodu disku, což v tomto případě odpovídá

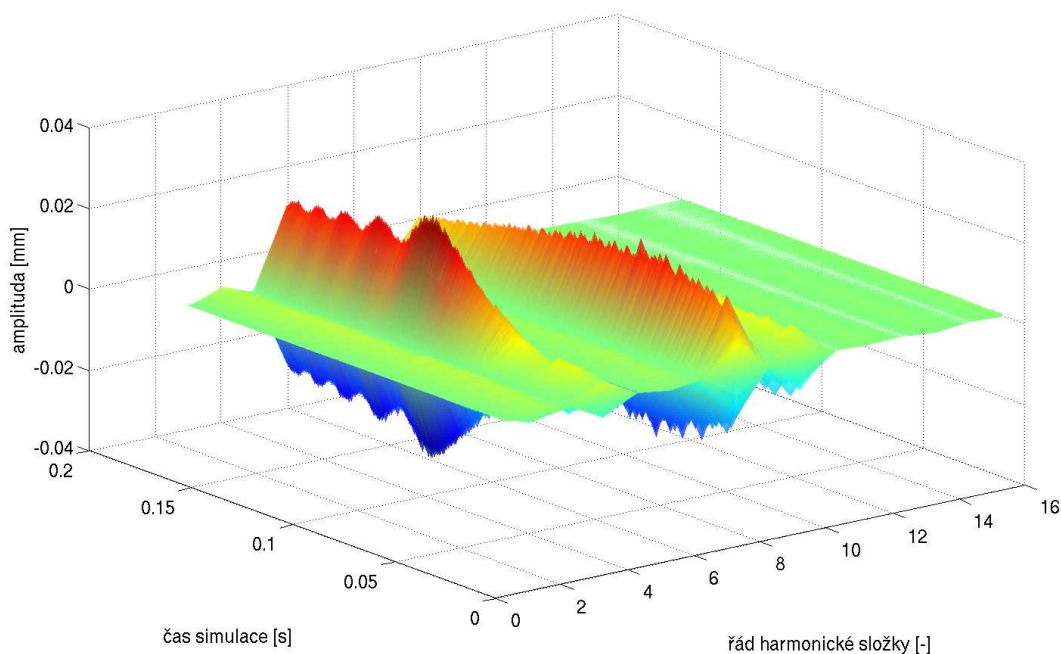
počtu uzlových průměrů. Naznačený postup bohužel neumožňuje zachytit tvar s 0 uzlovými průměry (tzv. umbrela shape). Takto zpracované posuvy jsou zobrazeny na obrázku 7.9. Algoritmus FFT běžně vrací čísla v komplexním tvaru, která jsou obvykle vykreslována jako jejich absolutní hodnoty. Postup použitý pro vykreslení dat na obrázku 7.9 je lehce pozměněn. Je-li reálná část komplexního čísla záporná, je i absolutní hodnota komplexního čísla vynásobena číslem (-1) . Výhoda takového zpracování spočívá v tom, že výsledky dávají lepší představu o charakteru kmitání disku a lze z nich snadno stanovit frekvenci kmitání disku vlastním tvarem se zvoleným počtem uzlových průměrů.



Obrázek 7.8: Posuvy jednotlivých uzlů během třetího kroku simulace

Řád harmonické složky na obrázku 7.9 tedy v tomto případě odpovídá počtu uzlových průměrů. Lze tedy vidět, že disk skutečně kmitá vlastním tvarem se 4 uzlovými průměry. Tento tvar se začíná výrazněji projevovat v čase $0.05s$, amplituda nabývá maximálních hodnot v čase $0.09s$. Kromě tohoto vlastního tvaru se poměrně výrazně budí i vlastní tvar s 8 uzlovými průměry o něco méně výrazněji tvar s 10 uzlovými průměry.

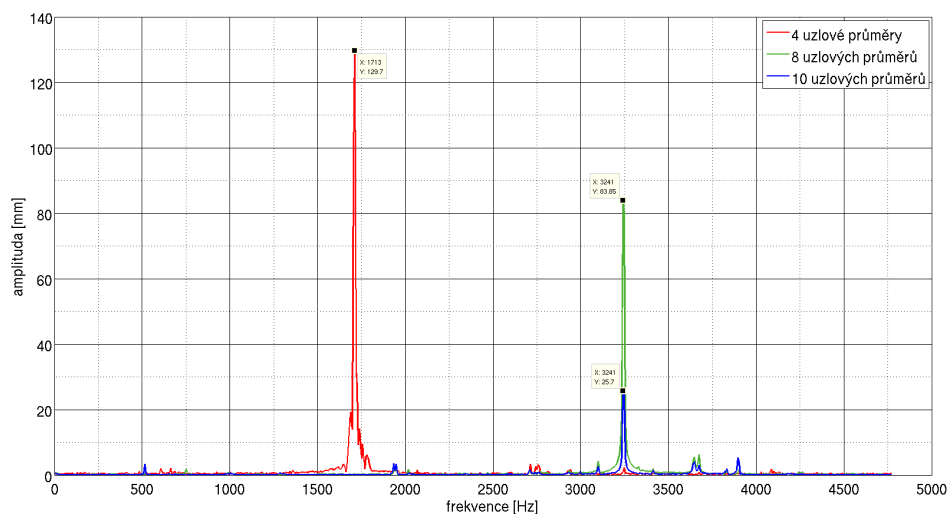
Díky postupu, popsanému výše, kdy absolutní hodnota komplexního čísla, získaného algoritmem FFT je násobena znaménkem reálné části, lze nyní snadno stanovit frekvenci



Obrázek 7.9: Řád harmonické složky deformovaného obvodu disku

odpovídající jednotlivým vlastním tvarům. Zastoupení jednotlivých vlastních tvarů v odezvě disku v jednotlivých časových okamžicích simulace je zobrazeno na obrázku 7.9. Pomocí algoritmu FFT je signál odpovídající zvolenému počtu uzlových průměrů převeden do frekvenční oblasti. Takto zpracované data pro 4, 8 a 10 uzlových průměrů jsou zobrazena na obrázku 7.10. Na tomto obrázku lze vidět, že frekvence kmitání disku tvarem se 4 uzlovými průměry je 1713Hz , což odpovídá výsledkům modální analýzy popsané v kapitole 7.2.2. Zároveň je zřejmé, že tato rezonanční frekvence je uvnitř intervalu frekvencí, který slouží ke stanovení intervalu frekvence budící síly a otáček disku, jehož stanovení je popsáno v kapitole 7.2.1. Frekvence kmitání vlastním tvarem s 8 a 10 uzlovými průměry je shodná, 3241Hz . Tato frekvence je mimo analyzované spektrum. Modální analýza je provedena pouze do frekvence 2200Hz .

Dále je na obrázku 7.11 vidět frekvenční spektrum vytvořené z posuvů jednoho vybraného uzlu během třetího kroku výpočtové simulace. Pro lepší názornost je svislá osa v logaritmickém měřítku. První, nejvýraznější špička je v okolí 500Hz . Další, méně výrazná v okolí 870Hz , dále při frekvenci 1290Hz , 1713Hz a 1948Hz . Vzhledem k tomu, že na

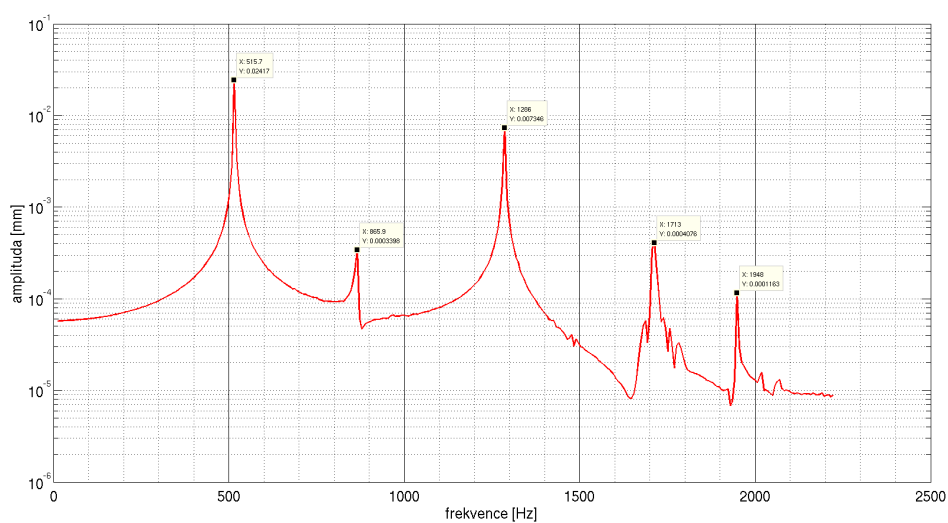


Obrázek 7.10: Frekvence kmitání disku tvarem s 4, 8 a 10 uzlovými průměry

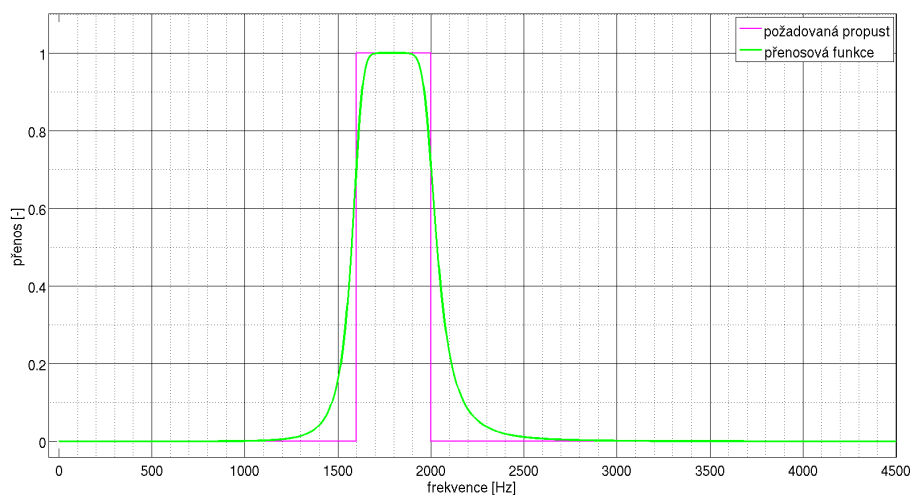
obrázku 7.9 je zobrazeno zastoupení vlastních tvarů s jedním a více uzlovými průměry v odezvě disku, a obrázek 7.10 neukazuje, že při těchto vlastních tvarech disk kmitá některou ze výše zmíněných frekvencí, kromě frekvence 1713Hz , je pravděpodobné, že tyto frekvence představují kmitání disku vlastním tvarem s 0 uzlovými průměry, tedy tvarem umbrella shape, neboli deštníkovým vlastním tvarem. Tuto domněnku potvrzuje i obrázek 7.8, který zobrazuje kmitání jednotlivých uzlů na obvodu disku v závislosti na čase. Na tomto obrázku lze vidět, že vlastní tvar umbrella shape je naprosto dominantní a jeho amplituda je mnohem větší než amplitudy vlastních tvarů s uzlovými průměry. Porovnáním s obrázkem 7.10, nebo 7.6 lze zjistit, že frekvenční špička 1713Hz na obrázku 7.11 odpovídá kmitání disku vlastním tvarem se 4 uzlovými průměry.

Odezvu disku, který kmitá pouze tvarem se 4 uzlovými průměry lze získat pomocí filtrace. Axiální posuvy jednotlivých bodů obvodu disku jsou v podstatě signály vytvořené superpozicí několika harmonických složek s různou frekvencí. Aby bylo možno zobrazit charakter kmitání vlastním tvarem se čtyřmi uzlovými průměry, je vytvořen pásmový filtr propustí od 1600Hz do 2000Hz . V prostředí programu MATLAB je vytvořen IIR Butterworth filtr 4. řádu. Požadovaná propust a přenosová charakteristika je zobrazena na obrázku 7.12. Princip filtrace a návrh filtru je popsán například v [24].

Odezva disku po filtraci je zobrazena na obrázku 7.13. Na tomto obrázku lze vidět



Obrázek 7.11: Frekvenční spektrum jednoho vybraného uzlu na obvodu disku



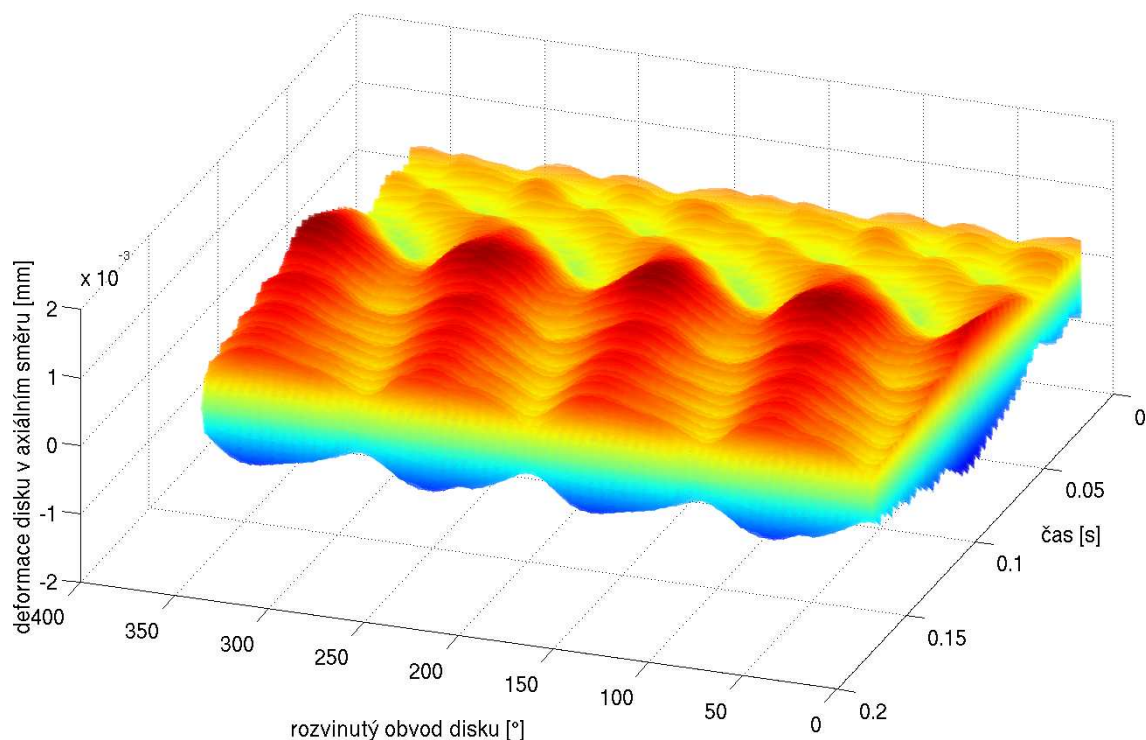
Obrázek 7.12: Požadovaná propust a přenosová funkce filtru

že disk skutečně kmitá tvarem se 4 uzlovými průměry. Navíc v čase lze 0.09s pozorovat výraznější zakmitnutí. Toto je místo, kde dochází k překonávání rezonančního stavu. Tento časový okamžik odpovídá času výrazného zakmitnutí v obrázku 7.9. Na obrázku 7.13 lze navíc pozorovat jev, který popisuje W Campbell v díle *The Protection of Steam-Turbine*

Disk Wheels from Vibration, kde říká, že je-li rotující olopatkovaný disk buzen statickou silou, budou se na něm šířit dvě vlny. Jedna se bude ve statickém souřadném systému pohybovat vpřed a druhá vzad. Bude-li rychlost vlny běžící vzad nulová, přestane se měnit i prostorové uspořádání uzlových průměrů souřadném systému spojeným s diskem a bude docházet k výraznému kmitání stále stejných míst. Tento stav je blíže popsán v kapitole 4.1.2 a na obrázku 4.15. Na obrázku 7.13 tento stav nastává v čase 0.09s. Do tohoto okamžiku se uzlové průměry pohybují v souřadném systému svázaným s diskem. Jakmile se tyto uzlové průměry zastaví, dochází k výraznějšímu kmitání disku. Výpočtová simulace však pokračuje, tento rezonanční stav je poměrně rychle překonán a uzlové průměry se opět začínají pohybovat.

Na první pohled se však může zdát, že obrázek 7.13 zobrazuje kmitání disku tvarem se dvěma uzlovými průměry. Při podrobnějším prozkoumání několika krátkých časových úseků, jejichž zvětšeniny jsou na obrázcích 7.14 až 7.16, je vidět, že deformace obvodu disku má podobu harmonické funkce, která má čtyři periody. Obrázek 7.14 zachycuje okamžik z počátku simulace. Jak je vidět na konturách, uzlové průměry se na disku pohybují. Následující obrázek 7.15 zachycuje stav z oblasti před rezonancí. Je vidět, že uzlové průměry se stále pohybují v souřadném systému spojeném s diskem. Poslední výřez, obrázek 7.16 zobrazuje okamžik odpovídající rezonančnímu stavu. V tomto případě se již uzlové průměry po disku nepohybují a dochází ke kmitání stále stejných míst na obvodu disku. Tento stav je nebezpečný zejména z hlediska vysokocyklové únavy.

Z těchto obrázků lze usuzovat, že buzení je zvoleno správně i přesto, že na obrázku 7.8 nelze pozorovat žádné výrazné zakmitnutí disku tvarem s uzlovými průměry. Disk totiž kromě předpokládaného vlastního tvaru navíc velmi výrazně kmitá tvarem s 0 uzlovými průměry. Tento tvar je dominantní a ostatní vlastní tvary jsou v celkové odezvě disku zastíněny. Pro potřeby optimalizace toto není překážkou, protože optimalizace se provádí pro daný provozní stav, optimalizací tedy budou nalezeny takové rozměry tlumícího pásku, pro které bude cílová funkce popsaná rovnicí (7.10) nabývat svého minima pro daný provozní stav. Přídavné tlumení analyzované v této práci je účinné zejména při kmitání disku vlastními tvary s uzlovými průměry. Proto na kmitání disku deštníkovým vlastním tvarem nemá téměř žádný vliv. Tento vlastní tvar se objevuje u kmitání disku během všech vyčíslení cílové funkce. Jedno z možných vysvětlení, proč se tento tvar objevuje v odezvě disku je, že z důvodu analýzy tlumícího efektu, který je vyvolán pouze třením mezi tlumícím páskem a stěnami rybinové drážky, jsou ve výpočtové simulaci nastaveny nulové koeficienty konstrukčního a materiálového tlumení. Protože při kmitání disku tvarem s 0

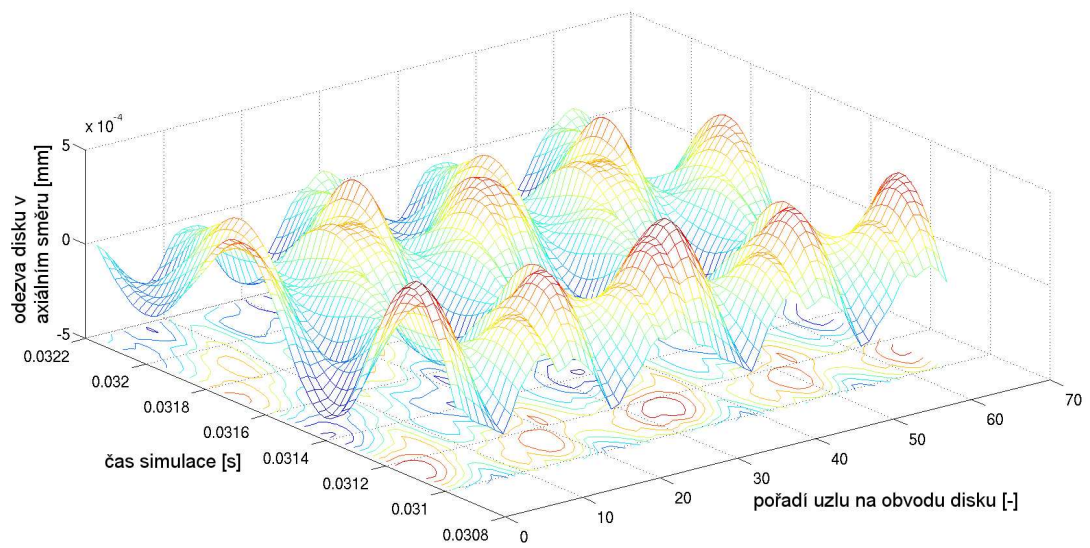


Obrázek 7.13: Fitovaná odezva disku

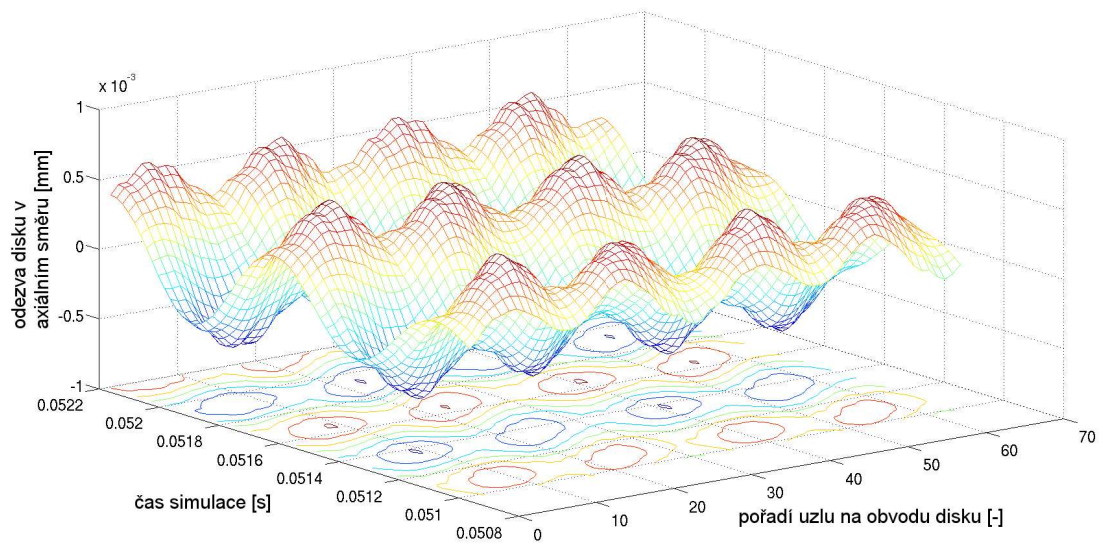
uzlovými průměry nedochází téměř k relativnímu posuvu kontaktních ploch, není tento vlastní tvar téměř vůbec tlumen a proto systém kmitá tímto vlastním tvarem v průběhu celé simulace.

7.6.2 Rozbor výsledků optimalizace

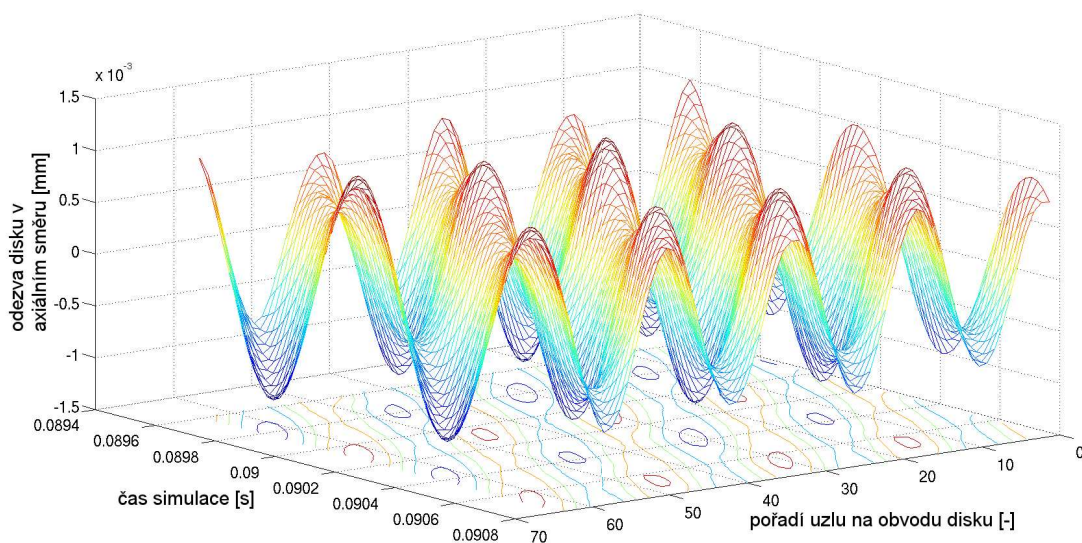
Postup optimalizace, popsán v předchozích kapitolách, je použit pro nalezení „nejlepších“ možných rozměrů tlumícího pásku v modelu olopatkovaného kola. Konvergence (nalezení minima cílové funkce v rámci tolerance) je dosaženo po dvanácti vyčísleních cílové funkce. Konkrétní hodnoty optimalizačních proměnných pro jednotlivé vyčíslení, včetně hodnoty cílové funkce a obrázků zachycujících odezvu disku jsou uvedeny v příloze B. Hodnoty nejvhodnějších rozměrů, stejně jako shrnutí startovacích hodnot a odpovídajících závěr je uvedeno v tabulce 7.4. Z obrázků v příloze B je vidět, že změna rozměrů tlumícího pásku ovlivnila nejen kmitání disku tvarem se čtyřmi uzlovými průměry, ale došlo rovněž k výraznému snížení amplitudy vlastního tvaru s osmi uzlovými průměry. Cílová funkce dána rovnicí (7.10) totiž minimalizuje celkové kmitání disku v analyzovaném rozmezí otáček.



Obrázek 7.14: Krátký okamžik z počátku simulace



Obrázek 7.15: Krátký okamžik z oblasti před rezonancí



Obrázek 7.16: Krátký okamžik z oblasti rezonančního stavu

7.7 Shrnutí

V této kapitole je věnována pozornost optimalizaci rozměrů tlumícího pásku, který je umístěn v obvodové drážce v bandáži olopatkovaného disku. Nejprve je v prostředí ANSYS vytvořen konečnoprvkový model, který představuje jednu rotorovou řadu vysokotlakého stupně parní turbíny. Pasivní frikční člen, tedy tlumící pásek, je umístěn v bandáži tohoto disku v obvodové rybinové drážce. V místě styku tlumícího pásku a bandáže je definován kontaktní algoritmus, který dokáže postihnout i efekt tření mezi povrchy, jenž jsou vzájemně v kontaktu. Buzení aplikované na model představuje cyklické namáhání lopatek při průchodu místy s rozdílnou hodnotou tlaku za statorovou mříží, tzv. tlakovými úplavy. Frekvence tohoto buzení je stanovena na základě kritických otáček disku, při kterých se předpokládá významné kmitání disku tvarem se čtyřmi uzlovými průměry. Vzhledem k tomu, že nelze přesně stanovit rezonanční frekvenci systému obsahující nelinearity, je provedena modální analýza dvou konzervativních modelů. Předpokládá se, že rezonanční frekvence nekonzervativního modelu padne do intervalu, jenž je ohraničen vlastními frekvencemi konzervativních modelů. Na základě tohoto intervalu je stanovena frekvence buzení. Tímto je simulován přejezd disku přes rezonanční stav. Je sestavena cílová funkce,

	startovací hodnota	dolní závora	horní závora	optimální hodnota
úhel $\varphi[^\circ]$	40	20	60	58.65
střední šířka $b[mm]$	27	25	30	25.71
výška $h[mm]$	10	7	13	7.01

Tabulka 7.4: Výsledky optimalizace

která popisuje celkový charakter kmitání disku. Nejvhodnější rozměry tlumícího pásku jsou hledány pomocí metody *Subproblem Approximation Method*, která je podrobně popsána v kapitole 4.2.5 , nebo v [1]. Ukazuje se, že cílová funkce minimalizuje celkové kmitání disku, tedy nejen kmitání disku tvarem se čtyřmi uzlovými průměry, ale i například osmi či desíti uzlovými průměry. Lze tedy říct, že postup popsáný v této kapitole minimalizuje celkové kmitání olopatkovaného disku ve analyzovaném intervalu otáček.

8 Závěr

Hlavním cílem této práce bylo provést optimalizaci modálního tlumení lopatek vysokotlakého stupně parní turbíny. Přídavné tlumení je zde provedeno pasivním frikčním členem - tlumícím páskem, který je umístěn v bandáži olopatkovaného kola v obvodové rybinové drážce. Tlumení je vyvoláno relativním pohybem tlumícího pásku vůči bandáži, při kterém dochází maření energie. Velikost tohoto pohybu lze ovlivnit rozměry tlumícího pásku. Aby bylo možno tento jev modelovat, je potřeba v místě styku tlumícího pásku a bandáže uvažovat kontakt popisující efekt tření. Tímto se výpočtový model stává nelineárním, což přináší mnohé komplikace. Proto je nejprve vytvořen zjednodušený model, který je odvozen z jednoho segmentu bandáže olopatkovaného kola a na tomto modelu jsou ověřeny základní předpoklady chování dynamického systému s pasivním frikčním členem. Nejprve je zkoumán vliv jednoho z geometrických parametrů tlumícího pásku na hodnotu poměrného útlumu a na rezonanční frekvenci modelu. Poměrný útlum je stanoven na základě tvaru rezonanční křivky, která je získána aplikací algoritmu FFT na posuvy volného konce modelu. Posuvy jsou získány numerickou simulací v časové oblasti, buzení modelu je realizováno krátkým skokovým zatížením. Odstředivá síla tlačící tlumící pásek ke stěnám drážky během rotace reálného olopatkovaného disku, je na tomto zjednodušeném modelu nahrazena tahovým zatížením předepsaným na horní plochu tlumícího pásku. Rezananční frekvence je stanovena rovněž na základě rezonanční křivky. Ukazuje se, že změnou geometrických parametrů lze ovlivnit tlumení tohoto mechanického systému. V dalším kroku je provedena optimalizace rozměrů charakterizujících příčný průřez tlumícího pásku. Jsou stanoveny počáteční (startovací) hodnoty optimalizačních proměnných a jejich závory. Dále je sestavena cílová (též hodnotící, kriteriální) funkce. Model je opět buzen skokovým zatížením. Minimum cílové funkce je hledáno metodou *Subproblem Approximation Method*. Optimalizace je provedena pro různé hodnoty úhlové rychlosti výchozího disku. Pro nalezené nejvhodnější hodnoty je stanoven, podobně jako v předchozím případě, poměrný útlum. Ukazuje se, že pro analyzované hodnoty úhlové rychlosti se nalezené hodnoty optimalizačních proměnných liší. Pro každou úhlovou rychlost však lze najít nejvhodnější rozměry tlumícího pásku.

V další části práce je popsán experiment, který slouží k ověření vlivu rozměrů tlumícího pásku na odezvu reálného modelu. Model je odvozen ze zjednodušeného

výpočtového modelu, jehož základ je jeden segment bandáže olopatkovaného disku. Měření je provedeno na třech modelech, jenž se liší rozměry tlumícího pásku a drážky. Model je buzen sinusovým signálem, jehož frekvence roste spolu s časem (tzv. sweep). Interval budící frekvence je volen tak, aby vlastní frekvence, při které model kmitá prvním ohybovým vlastním tvarem k ose maximálního kvadratického momentu průřezu, ležela uvnitř tohoto intervalu. Je snímáno zrychlení volného konce modelu a tlumícího pásku v příčném směru v obou osách. Tlumící pásek je v průběhu experimentu zatížen silou, která je stanovena na základě úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola. Měření je prováděno při různých hodnotách této síly. Signály z jednotlivých snímačů jsou zpracovány a ukazuje se, že i v případě experimentu mají rozměry tlumícího pásku vliv na odezvu modelu. Je ukázáno, že pro různé hodnoty úhlové rychlosti výchozího olopatkovaného kola (různé hodnoty předepínací síly) jsou vhodné jiné rozměry tlumícího pásku. Bohužel z důvodů technologických omezení v při výrobě experimentálního modelu není možno ověřit odezvu modelu s nejvhodnějšími rozměry tlumícího pásku pro určité zatížení. Výpočtové modelování experimentu se zatížením odpovídající zvolenému provoznímu stavu disku ukazuje podobné chování tlumícího prvku jako v případě experimentu. Experiment tedy jednak potvrzuje závislost odezvy modelu na rozměrech tlumícího pásku a také ukazuje, že zvolený postup výpočtového modelování může vést k nalezení nejvhodnějších rozměrů tlumícího pásku.

V poslední části je provedena optimalizace tlumícího pásku na modelu celého olopatkovaného kola. Je vytvořen model olopatkovaného disku, který pochází z vysokotlakého stupně parní turbíny. Tento model má bandáž tvořenou segmenty, které spojují konce vždy několika sousedních lopatek. V bandáži v obvodovém směru je vytvořena rybinová drážka, ve které je umístěn tlumící pásek. Mezi stěnami pásku a bandáže je opět definován kontakt. Buzení modelu je způsobeno nehomogenním tlakovým polem za statorovým lopatkami. Průchod rotorových lopatek skrz místa s rozdílnou hodnotou tlaku způsobuje cyklické namáhání. Frekvence tohoto buzení je stanovena na základě kritických otáček disku, při kterých se předpokládá významné kmitání disku tvarem se čtyřmi uzlovými průměry. Tento vlastní tvar je zvolen z důvodu nálezu trhlin při plánované servisní prohlídce. Jejich rozmístění naznačovalo možnost kmitání disku právě tímto vlastním tvarem. Nelze přesně stanovit rezonanční frekvenci systémů obsahujících nelinearity, je tedy provedena modální analýza dvou konzervativních modelů. Předpokládá se, že rezonanční frekvence nekonzervativního modelu padne do intervalu, jenž je ohraničen vlastními frekvencemi konzervativních modelů. Na základě tohoto intervalu je stanovena počáteční a koncová frekvence buzení. Tímto je simulován přejezd disku přes rezonanční

stav. Je sestavena cílová funkce, která popisuje celkový charakter kmitání disku. Optimalizace je provedena, podobně jako v případě zjednodušeného modelu, metodou *Subproblem Approximation Method*. Odezva olopatkovaného disku s nejvhodnějšími rozměry tlumícího pásku ukazuje, že došlo k snížení kmitání jednak vlastním tvarem se 4 uzlovými průměry, ale navíc se výrazně zatlumil i tvar s 8 uzlovými průměry a 10 uzlovými průměry. Použitý tvar cílové funkce totiž minimalizuje celkové kmitání disku v analyzovaném rozmezí otáček. Výsledky této práce tedy ukazují, že lze vhodnými rozměry tlumícího pásku docílit snížení nežádoucích vibrací olopatkovaného kola. Zároveň je zde popsán jeden z možných postupů vedoucí k nalezení těchto rozměrů. Jeho hlavní nevýhodou jsou poměrně velké nároky na výpočtový čas, neboť pro každé vyčíslení cílové funkce je potřeba provést simulaci v časové oblasti. Na druhou stranu tento postup vede k nalezení nejvhodnějších rozměrů tlumícího pásku pro daný provozní stav. Závěrem nezbyvá než konstatovat, že veškeré cíle definované v kapitole 2 práce byly splněny.

Literatura

- [1] ANSYS ACADEMIC RESEARCH, RELEASE v11.0: *Help System, Contact Technology Guide*, ANSYS, Inc.,
- [2] BAVASTRI C. A., FILHO F. J. D.: *Optimally Designed Dynamic Vibration Absorbers Applied on Rotating Systems - Result Comparison*, SIRM 2009 - 8th International Conference on Vibrations in Rotating Machines, Vienna, Austria, February 23-25, 2009, ISBN 978-3-200-01412-1
- [3] BAVASTRI C. A., FILHO F. J. D.: *Optimally Designed Dynamic Vibration Absorbers Applied on Rotating Systems - Result Comparison*, SIRM 2009 - 8th International Conference on Vibrations in Rotating Machines, Vienna, Austria, February 23-25, 2009, ISBN 978-3-200-01412-1
- [4] CHARLEUX D., THOUVEREZ F., DUPEUX J.: *Numerical and Experimental Study of Friction Damping in Blade Attachments of Rotating Bladed Disks*, Hindawi Publishing Corporation, International Journal of Rotating Machinery, Volume 2006, Article ID 71302, Pages 1-13
- [5] CIRKL D.: *Application of Explicit Formulation of Damping Force of Polyurethane Foam in Case of Harmonic Kinematic Excitation*, Engineering mechanics 2008, Svratka, Czech Republic, May 12-15, 2008
- [6] HAJŽMAN M., BYRTUS M., ZEMAN V., KELLNER J., ŠAŠEK J.: *Modelling and Design of Passive Damping of Turbine Blade Vibration*, The 8th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, KIST, Seoul, Korea, September 12-15, 2010, ISBN 978-89-5708-189-1
- [7] HLAVÁČ Z.: *Dynamická syntéza a optimalizace*, ZČU Plzeň, 1999, 172 s. ISBN 80-7082-205-8

- [8] KELLNER J., ZEMAN V.: *Eigenvalue Sensitivity Analysis of the Rotating Blade and Blade Packet*, Computational Mechanics 2006, Hrad Nečtiny, Czech republic, December 6-8, 2006
- [9] KRAUS P. R., KUMAR, V., DUPONT P.: *Analysis of Frictional Contact Models for Dynamic Simulation*, International Conference on Robotics & Automation, Leuven, Belgium, May 1998
- [10] LAXALDE D., THOUVEREZ F., SINOUE J. J., LOMBARD J. P.: *Forced Response Analysis of Blisk with Friction Ring Dampers*, 7th IFToMM - Conference on Rotor Dynamics, Vienna, Austria, September 25-28, 2006, ISBN 3-200-00689-7
- [11] LOŠÁK P.: *Analýza dynamických vlastností vysokotlakého stupně parní turbíny*, Brno, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojíního inženýrství, 2006, 65 s., Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Eduard Malenovský, DrSc.
- [12] MALENOVSKÝ E.: *Počítačové metody mechaniky v dynamice*, VUT Brno, Elektronické studijní podklady,
- [13] MEHDIGHOLI H.: *Forced Vibration of Rotating Disk and Interaction with Non-rotating Structures*, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, 2001
- [14] MIGNOLET M. P., HU W., JADIC I.: *On the Forced Response of Harmonically and Partially Mistuned Bladed Disks Part I: Harmonic Mistuning*, ISROMAC 7 Hawaii, 1998
- [15] MIGNOLET M. P., HU W., JADIC I.: *On the Forced Response of Harmonically and Partially Mistuned Bladed Disks Part II: Harmonic Mistuning and Application*, ISROMAC 7 Hawaii, 1998
- [16] MÍŠEK T., ALBL P.: *Dynamický výpočet olopatkovaného disku VT rotoru*, Computational Mechanics, Hrad Nečtiny, Czech republic, December 6-8, 2006
- [17] MÍŠEK T., KUBÍN Z.: *Static and Dynamic Analysis of 1200mm Steel Last Stage Blade for Steam Turbine*, Computational Mechanics 2008, Hrad Nečtiny, Czech Republic, November 3-5, 2008
- [18] NIKOLIC M., EWINS D. J., PETROV E. P., MAIO D. D.: *The Effects of Coriolis Forces on Vibration Properties of Bladed Discs*, 7th IFToMM-Conference on Rotor Dynamics, Vienna, Austria, September 25-28, 2006, ISBN 3-200-00689-7

-
- [19] PETRESKI Z., ILIEVSKI A.: *Dymanic Behaviour of the Blade Group with a Lacing Wire*, Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science, Tijajin, China, China Machine Press, April 1-4, 2004, ISBN 7-89492-107-6/TH-14
- [20] PEŠEK L., PŮST L., VANĚK F., VESELÝ J., CIBULKA J.: *Dynamics of Model Bladed Disk With Friction Elements for Vibration Suppression*, The 8th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, KIST, Seoul, Korea, September 12-15, 2010, ISBN 978-89-5708-189-1
- [21] PEŠEK L., VANĚK F., PROCHÁZKA P., VANĚK P., CIBULKA J., BULA V.: *Kinetický systém pro měření dynamických parametrů součástí kmitajících za rotace*, Dynamics of Machines 2008, Prague, February 5-6, 2008
- [22] PÖSCHEL T., HERRMANN H. J.: *A Simple Geometrical Model for Solid Friction*, Physica A, Vol. 198, p. 441-488, 1993
- [23] PŮST L., HORÁČEK J., VESELÝ J.: *Výzkum třecích účinků na modelu lopatek, Parní turbíny a jiné stroje*, 2007
- [24] RANGARAO K.V., MALLIK R. K.: *Digital Signal Processing: A Practitioner's Approach*, 2005, John Wiley & Sons Ltd, ISBN: 0-470-01769-4
- [25] ROY BEARDMORE: *RoyMech*, <http://www.roymech.co.uk>, 8. 6. 2010, cit.6.3.2011
- [26] SEVER I. A., STANBRIDGE A. B., EWINS D. J.: *Experimental Validation of Mistuned Bladed Disk Vibration Predictions*, 7th IFToMM-Conference on Rotor Dynamics, Vienna, Austria, September 25-28, 2006, ISBN 3-200-00689-7
- [27] SIEWERT C., PANNING L., WALLASCHEK J.: *Nonlinear Multiharmonic Vibrations of Coupled Turbine Bladings*, SIRM 2009 - 8th International Conference on Vibrations in Rotating Machines, Vienna, Austria, February 23-25, 2009, ISBN 987-3-200-01412-1
- [28] SINGH M.: *SAFE Diagram - A Dresser-Rand Evaluation Tool For Packeted Bladed Disk Assembly*, Dresser-Rand, Wellswille, N. Y., USA,
- [29] SLAVÍK J., STEJSKAL V., ZEMAN V.: *Základy dynamiky strojů*, ČVUT Praha, 1997
- [30] SLAVÍK J.: *Počítačové metody mechaniky*, Skripta VUT Brno, 2001

LITERATURA

- [31] ZEMAN V., HLAVÁČ Z.: *Kmitání mechanických soustav*, ZČU Plzeň, 2004, 218 s. ISBN 80-7043-377-X
- [32] ZEMAN V., KELLNER J.: *Matematické modelování kmitání olopatkovaných disků*, Computational Mechanics 2006, Hrad Nečtiny, Czech republic, December 6-8, 2006
- [33] ZHANSHENG L., XIAOWEI W., XIANKE H.: *Numerical Simulation and Experimental Research on Vibro-Impact Between the Tips of a Pair of Blades*, 7th IFToMM-Conference on Rotor Dynamics, Vienna, Austria, September 25-28, 2006, ISBN 3-200-00689-7
- [34] ZINKOVSKII A. P., MATVEEV V. V.: *Estimation of Vibration State of Mistuned Blade Assemblies of Turbomachinery Rotor Wheels*, Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science, Tijajin, China, China Machine Press, April 1-4, 2004, ISBN 7-89492-107-6/TH-14

Seznam použitých zkratek

Zkratka	Jednotka	Název
A	$[mm]$	amplituda
b	$[mm]$	šířka tlumícího pásku
b_m	$[mm]$	šířka zjednodušeného modelu
b_p		koefficient poměrného útlumu
$\mathbf{B}$		matice tlumení
c		počet uzlových kružnic
d	$[mm]$	průměr olopatkovaného disku
E	$[MPa]$	Youngův modul pružnosti
$\mathbf{f}(t)$		vektor buzení
f_m	$[Hz]$	vlastní frekvence kmitání (olopatkovaného) disku vlastním tvarem s m uzlovými průměry
$F_a(t)$	$[N]$	axiální síla
F_{a_0}	$[N]$	amplituda axiální síly
$F_t(t)$	$[N]$	tangenciální síla
F_{t_0}	$[N]$	amplituda tangenciální síly
g	$[mms^{-2}]$	gravitační zrychlení $g = 8.81mms^{-2}$
h	$[mm]$	výška tlumícího pásku
h_b	$[mm]$	hodnota amplitudy při které se zjišťuje šířka rezonanční křivky
h_m	$[mm]$	výška zjednodušeného modelu
k		násobek budící frekvence
$\mathbf{K}$		matice tuhosti
l_e	$[mm]$	délka tlumícího pásku modelu pro experiment

(pokračování na další straně)

Zkratka	Jednotka	Název
<i>(pokračování seznamu)</i>		
l_m	$[mm]$	délka zjednodušeného modelu
l_r		pořadové číslo rotorové lopatky
m	$[kg]$	hmotnost
m		počet uzlových průměrů
$\mathbf{M}$		matice hmotnosti
n	$[s^{-1}]$	otáčky disku
n_p	$[s^{-1}]$	počáteční otáčky disku
p_0	$[MPa]$	ekvivalentní tahové zatížení
$\mathbf{q}(t)$		vektor zobecněných souřadnic
$\dot{\mathbf{q}}(t)$		vektor zobecněných rychlostí
$\ddot{\mathbf{q}}(t)$		vektor zobecněných zrychlení
r		počet rotorových lopatek
$\mathbf{r}_v$		levostranný vlastní vektor
s		počet optimalizačních proměnných
s		počet periodicky se opakujících struktur
t	$[s]$	čas (proměnná)
T	$[s]$	celkový čas
v_{rel}	$[mms^{-1}]$	relativní rychlost
		vektorů ve stav. prostoru
x_i^d		dolní závora i -té optimalizační proměnné
x_i^h		horní závora i -té optimalizační proměnné
$\mathbf{x}$		vektor optimalizačních proměnných
z		počet rozváděcích lopatek
α_b	$[s^{-2}]$	zrychlení frekvence budící síly
α_d	$[rads^{-2}]$	úhlové zrychlení disku
β	$[rad]$	fázové posunutí budící síly
μ		Poissonův poměr
μ		součinitel tření
μ_s		statický součinitel tření
μ_k		kinematický součinitel tření
ξ	$[mms^{-1}]$	popsáno v kapitole 6.6
<i>(pokračování na další straně)</i>		

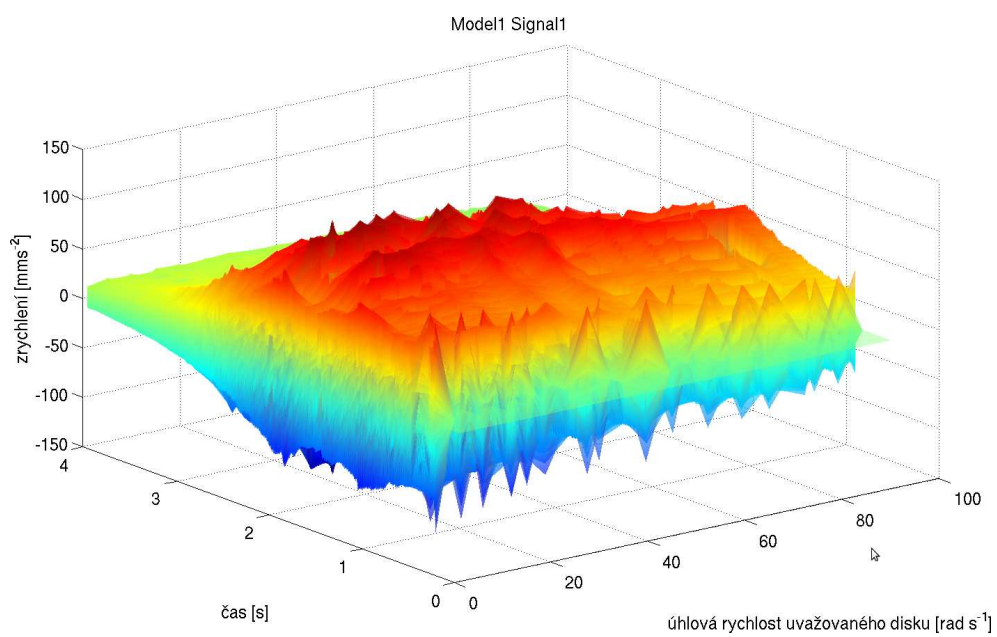
Zkratka	Jednotka	Název
<i>(pokračování seznamu)</i>		
ρ	$[t.mm^{-3}]$	hustota materiálu
φ	$[^\circ]$	úhel sklonu bočních stěn tlumícího pásku a drážky
ψ	$[mms]$	cílová funkce
ω	$[rad.s^{-1}]$	úhlová rychlost
ω_{b_p}	$[rad.s^{-1}]$	počáteční úhlová frekvence buzení
ω_c	$[rad.s^{-1}]$	kritické otáčky (olopatkovaného) disku
ω_k	$[rad.s^{-1}]$	koncová úhlová rychlost disku
ω_p	$[rad.s^{-1}]$	počáteční úhlová rychlost disku
Ω	$[Hz]$	vlastní frekvence
Ω_{O1max}	$[Hz]$	vlastní frekvence, první ohybový vlastní tvar k ose maximálního kvadratického momentu průřezu
Ω_{O1min}	$[Hz]$	vlastní frekvence, první ohybový vlastní tvar k ose minimálního kvadratického momentu průřezu
Ω_{T1}	$[Hz]$	vlastní frekvence, první torzní vlastní tvar
<i>(Konec seznamu)</i>		

Přílohy

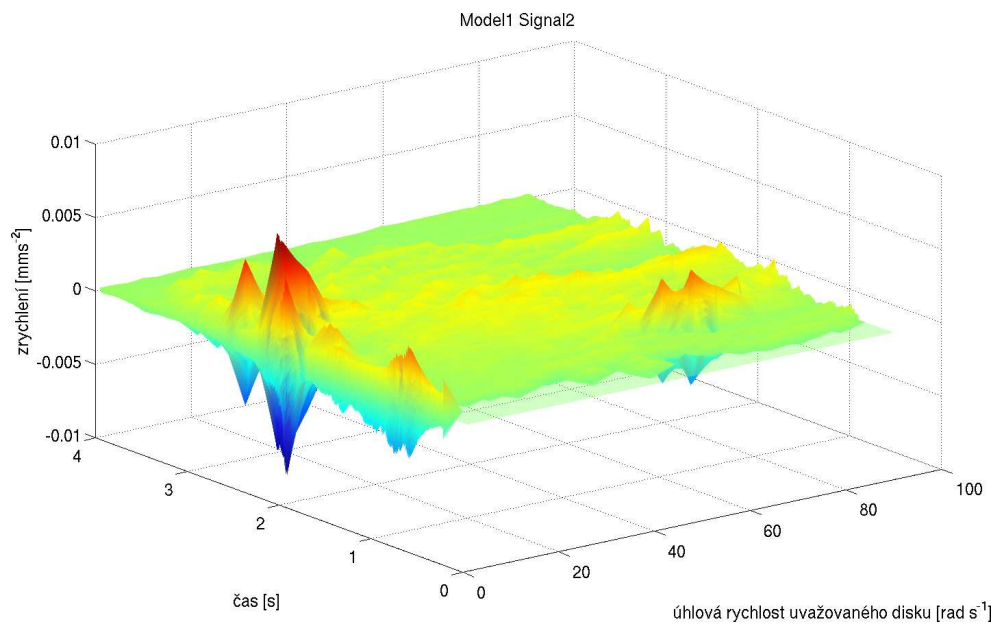
A Výsledky měření

A.1 Model 1

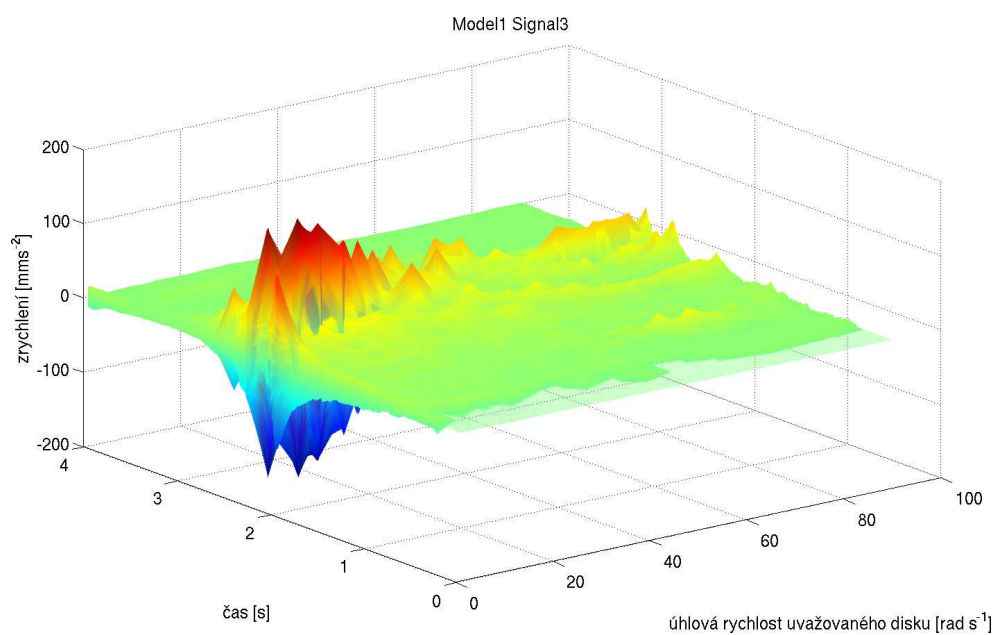
A.1.1 Zrychlení



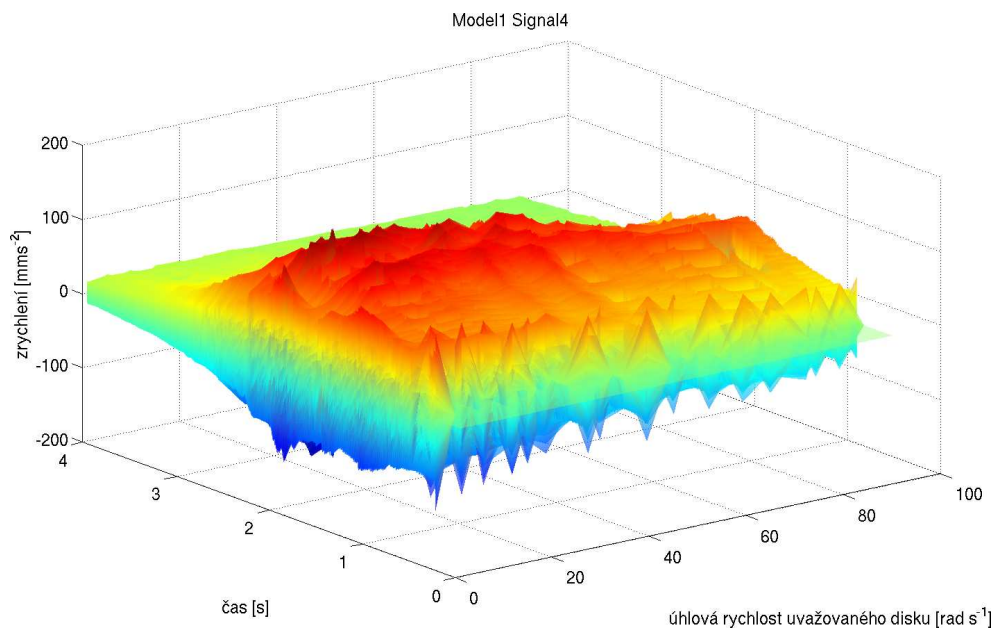
Obrázek A.1: Zrychlení - Model 1 Signal 1



Obrázek A.2: Zrychlení - Model 1 Signal 2

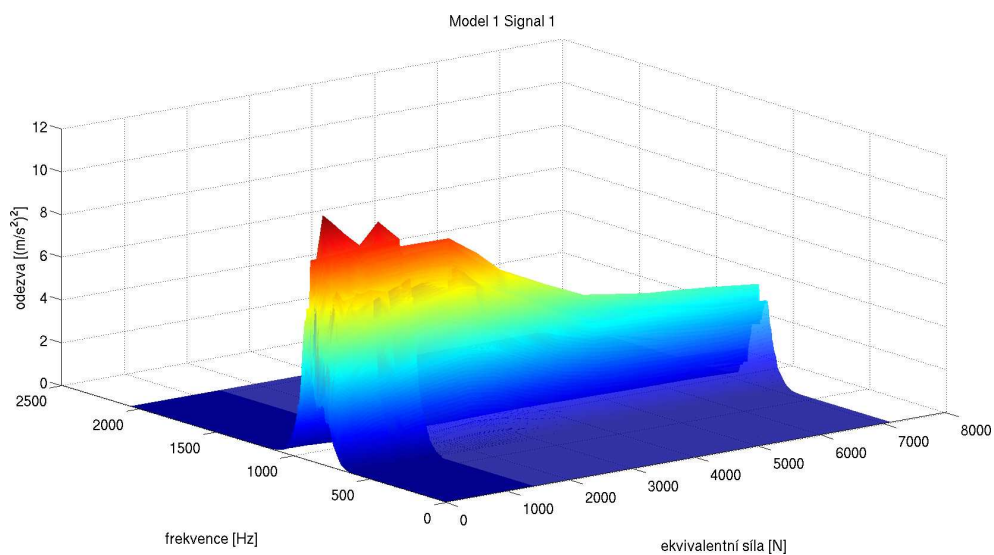


Obrázek A.3: Zrychlení - Model 1 Signal 3

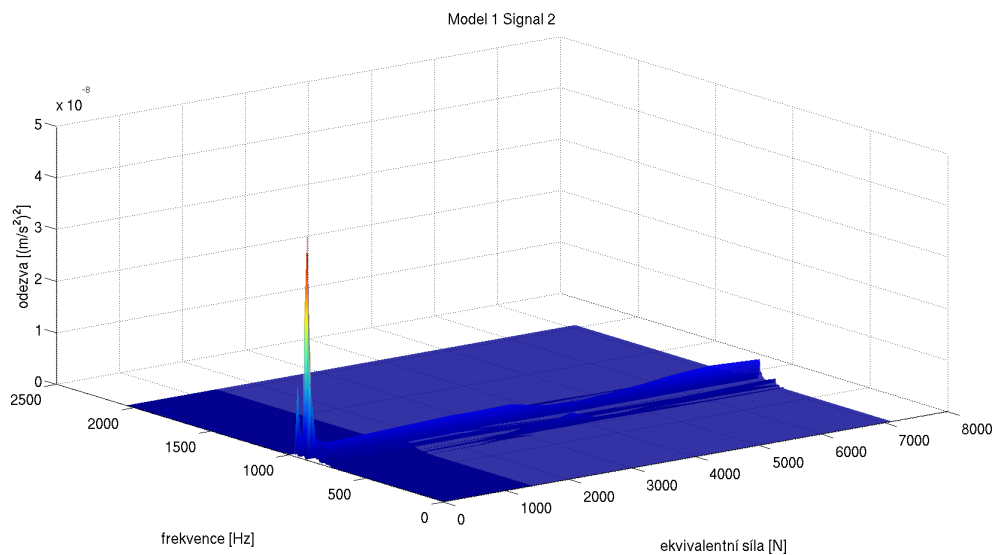


Obrázek A.4: Zrychlení - Model 1 Signal 4

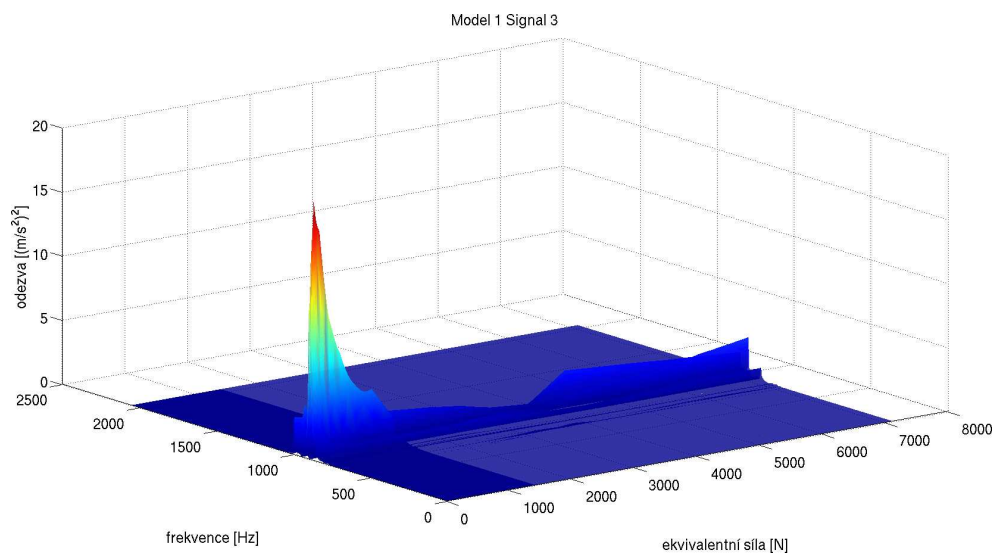
A.1.2 Autospektrum



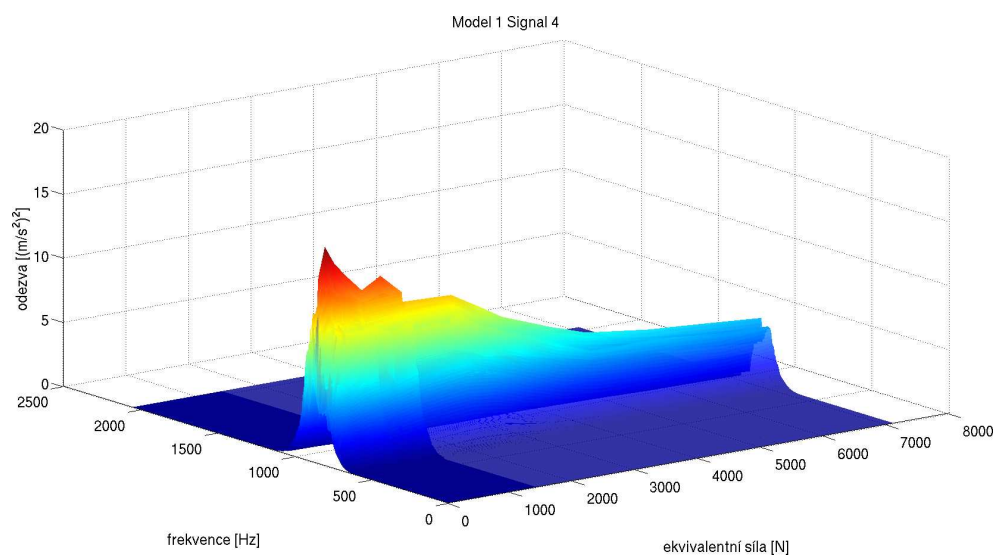
Obrázek A.5: Autospektrum Model 1 Signal 1



Obrázek A.6: Autospektrum Model 1 Signal 2



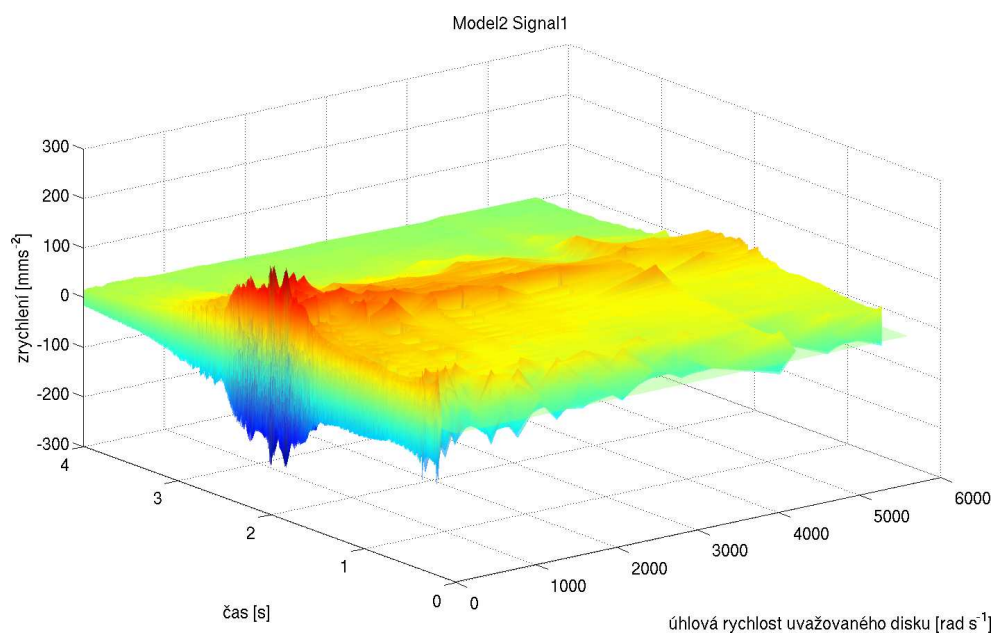
Obrázek A.7: Autospektrum Model 1 Signal 3



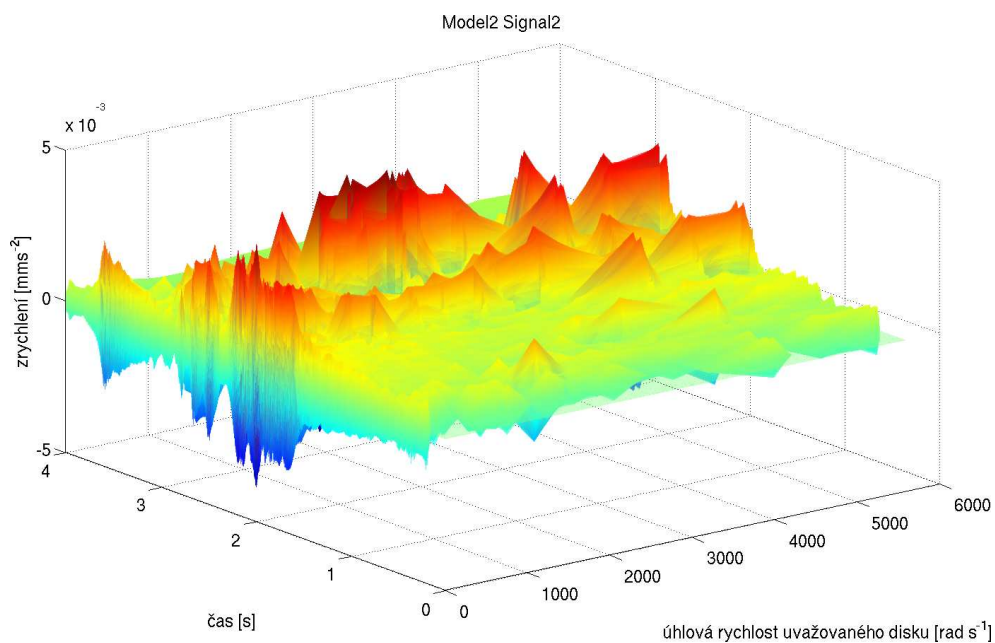
Obrázek A.8: Autospektrum Model 1 Signal 4

A.2 Model 2

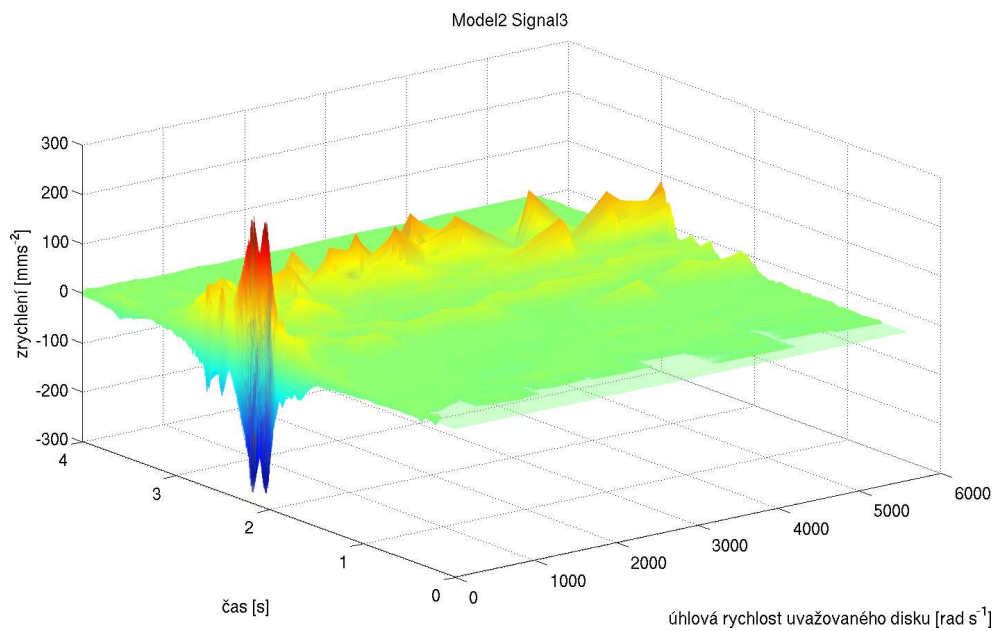
A.2.1 Zrychlení



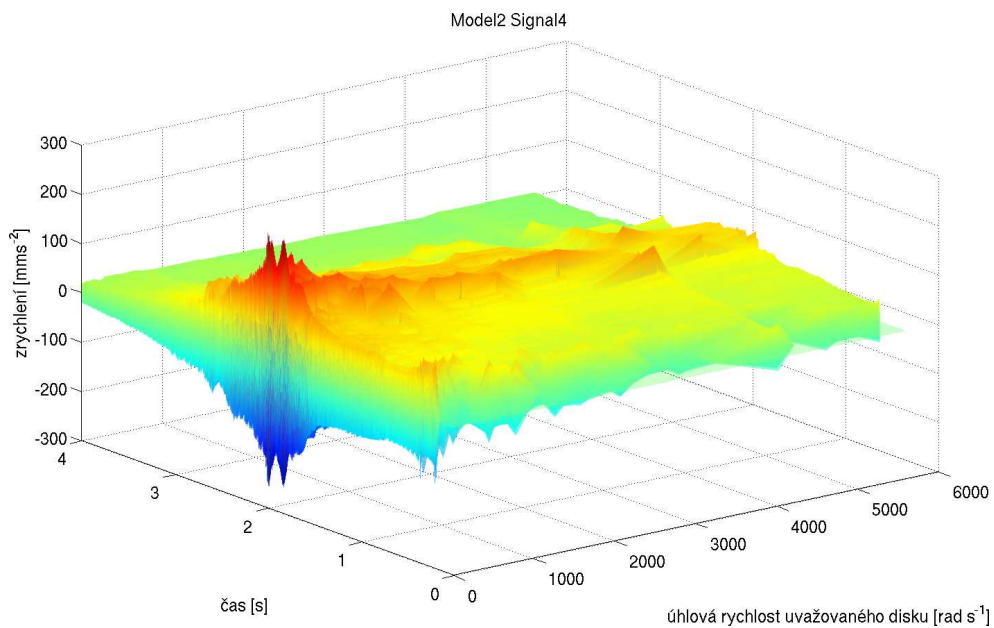
Obrázek A.9: Zrychlení - Model 2 Signal 1



Obrázek A.10: Zrychlení - Model 2 Signal 2

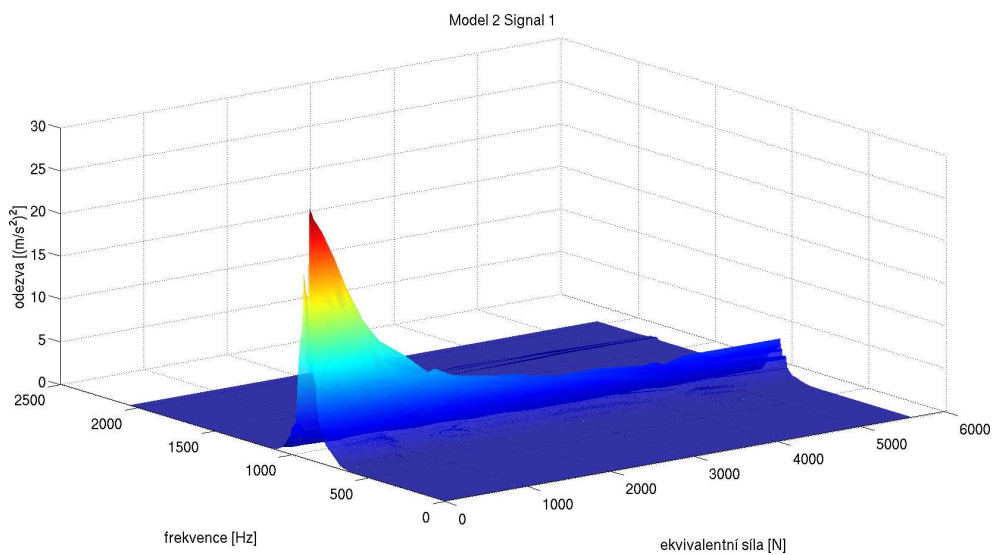


Obrázek A.11: Zrychlení - Model 2 Signal 3

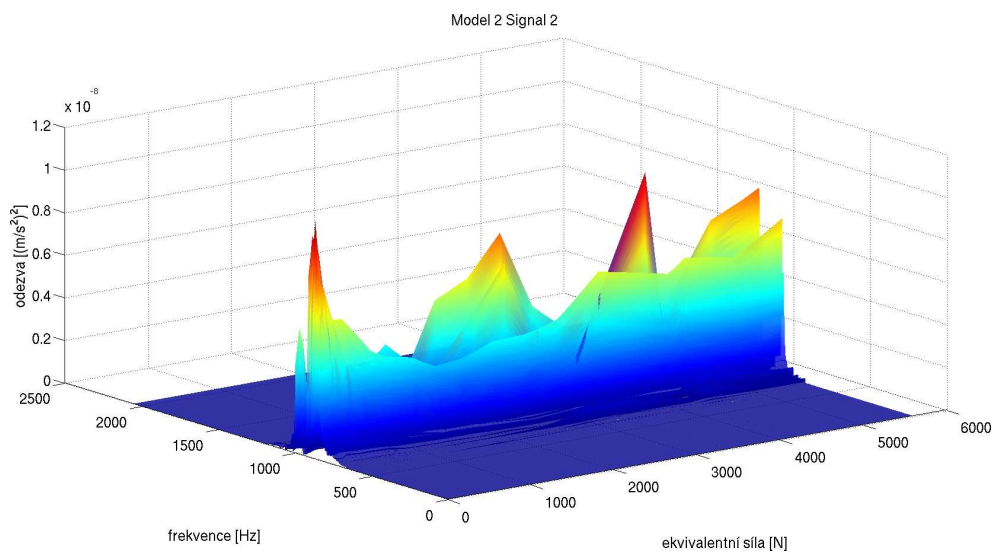


Obrázek A.12: Zrychlení - Model 2 Signal 4

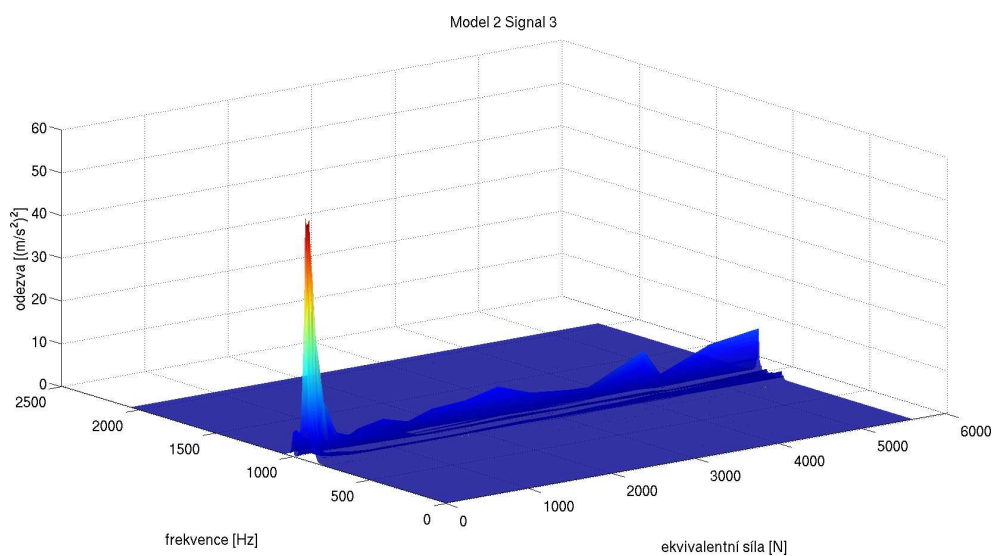
A.2.2 Autospektrum



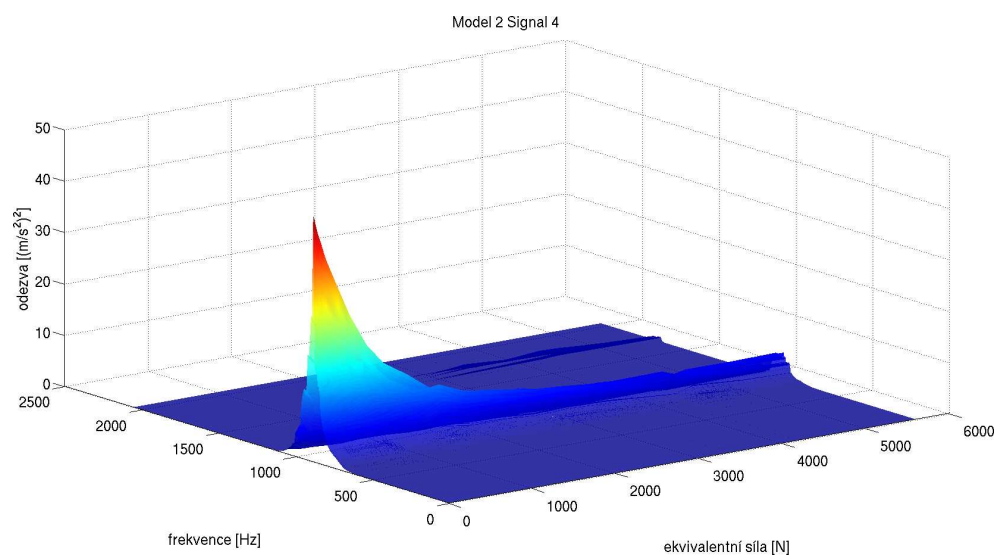
Obrázek A.13: Autospektrum Model 2 Signal 1



Obrázek A.14: Autospektrum Model 2 Signal 2



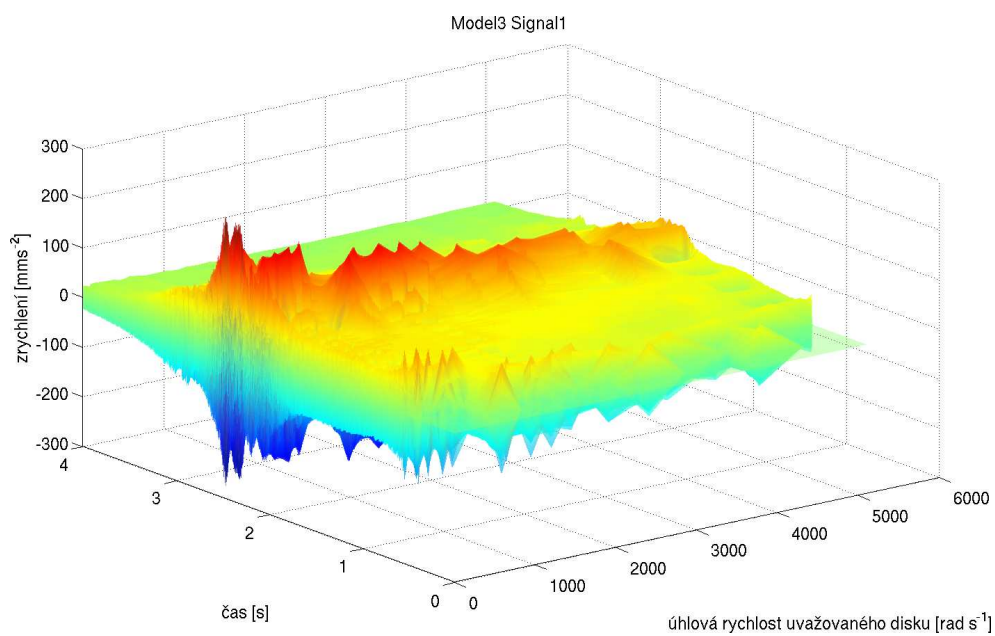
Obrázek A.15: Autospektrum Model 2 Signal 3



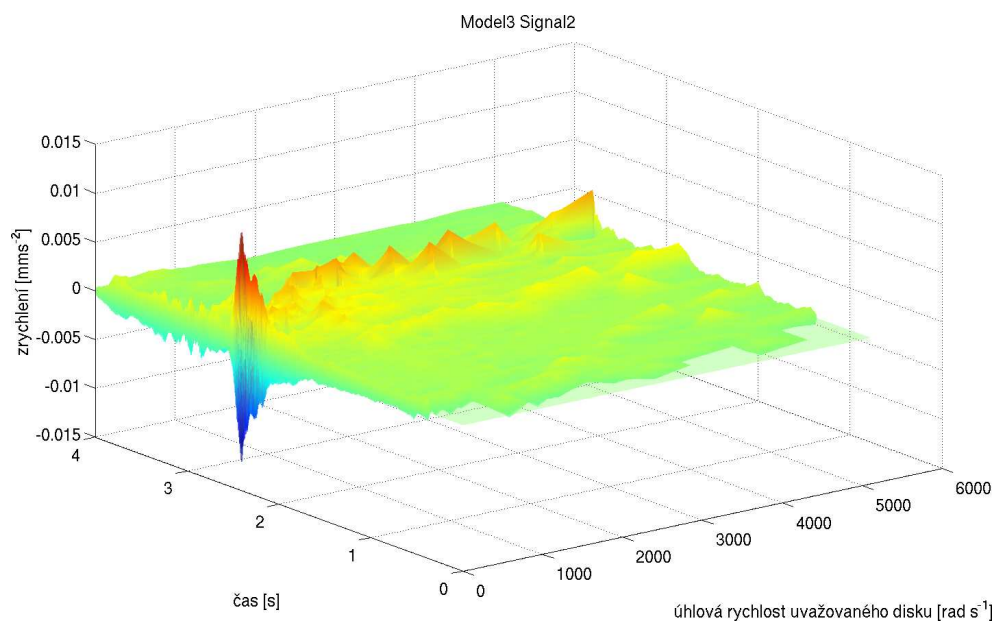
Obrázek A.16: Autospektrum Model 2 Signal 4

A.3 Model 3

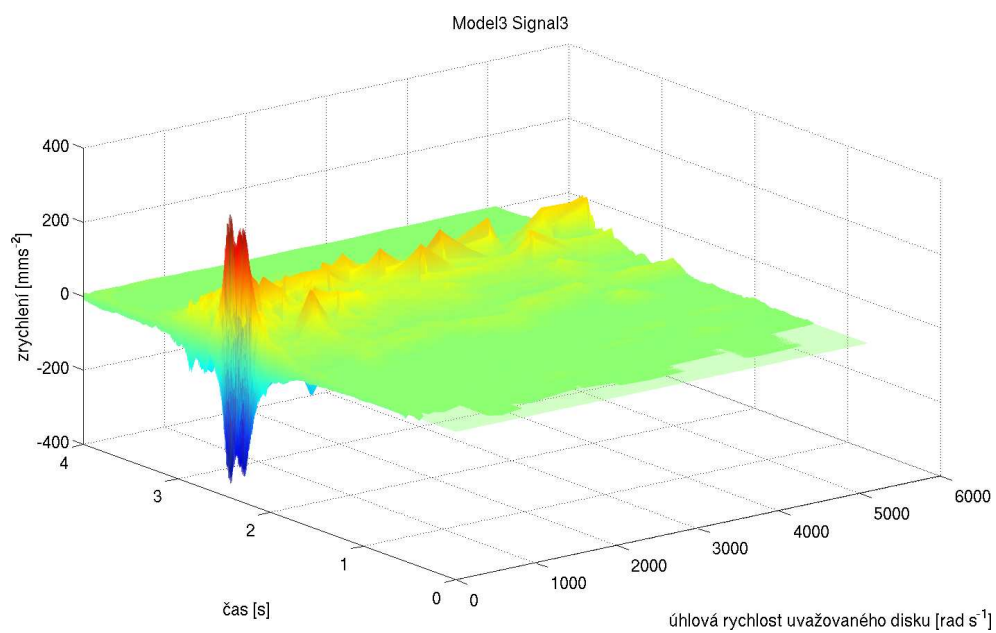
A.3.1 Zrychlení



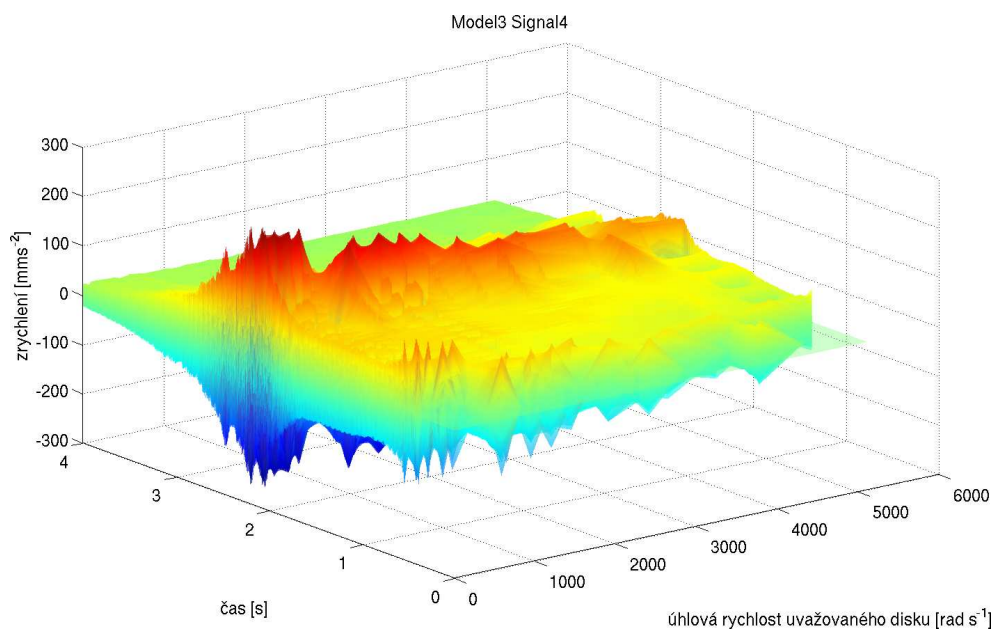
Obrázek A.17: Zrychlení - Model 3 Signal 1



Obrázek A.18: Zrychlení Model 3 Signal 2

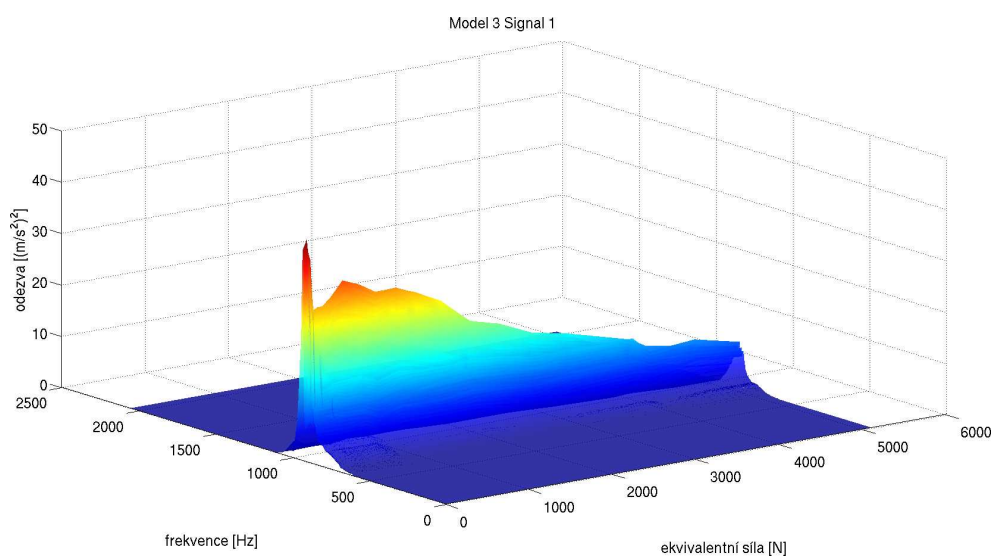


Obrázek A.19: Zrychlení Model 3 Signal 3

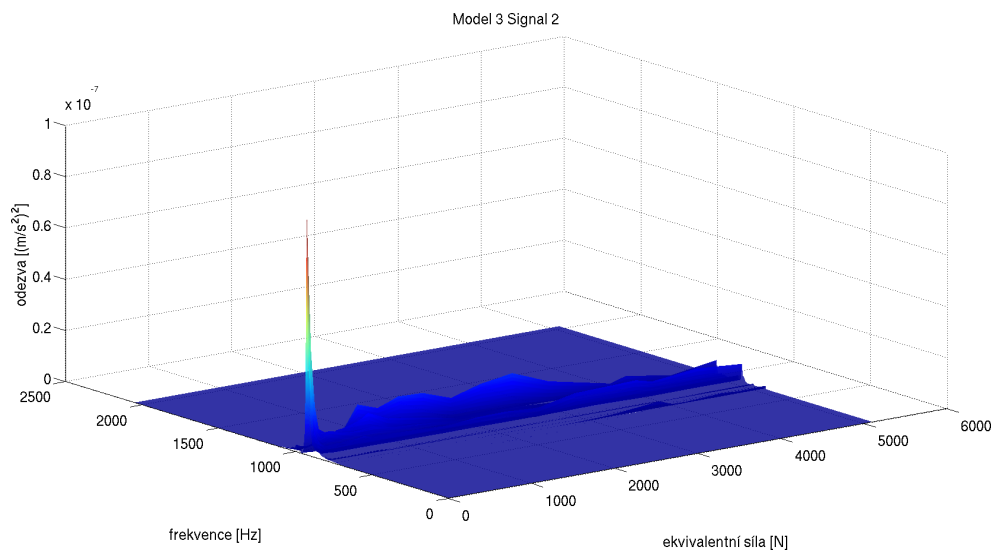


Obrázek A.20: Zrychlení Model 3 Signal 4

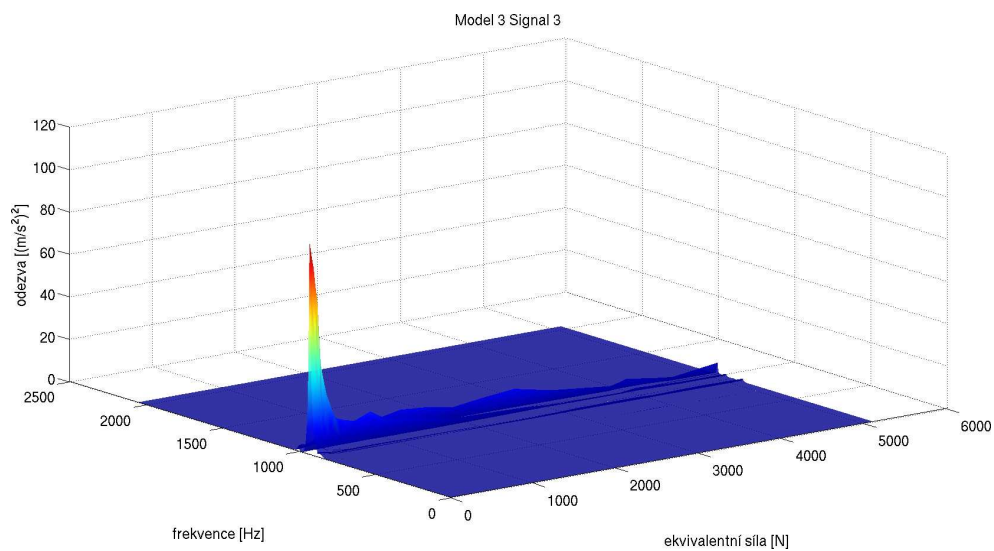
A.3.2 Autospektrum



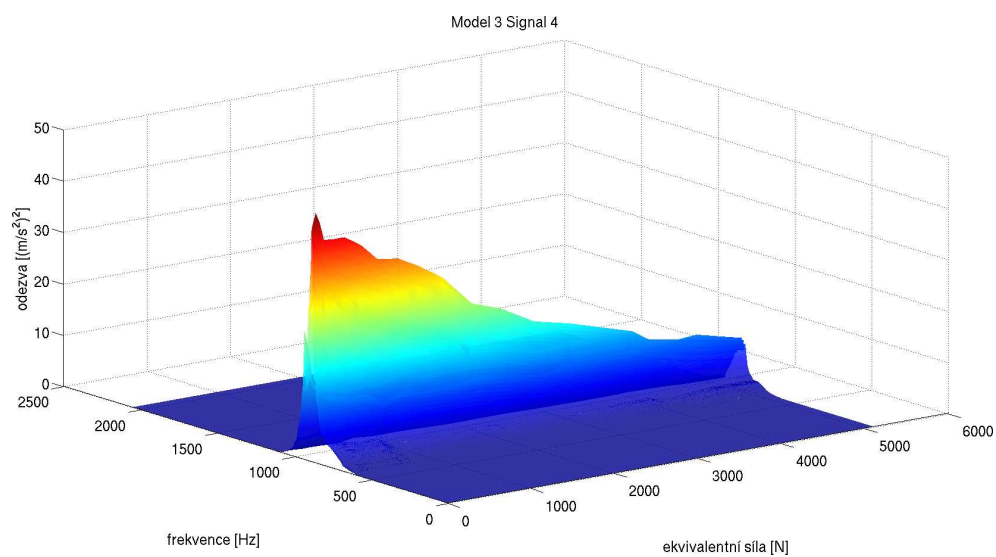
Obrázek A.21: Autospektrum Model 3 Signál 1



Obrázek A.22: Autospektrum Model 3 Signál 2



Obrázek A.23: Autospektrum Model 3 Signál 3



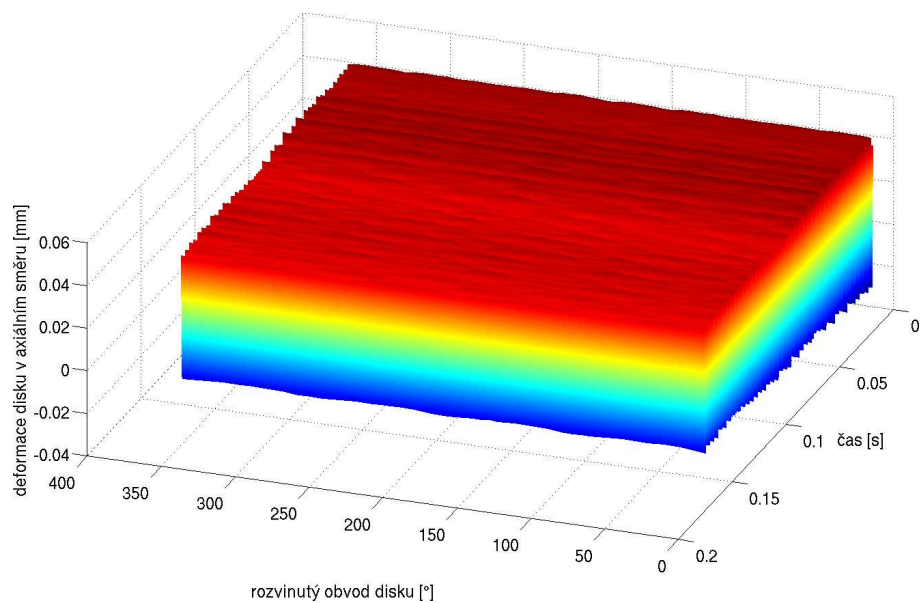
Obrázek A.24: Autospektrum Model 3 Signál 4

B Průběžné výsledky optimalizace

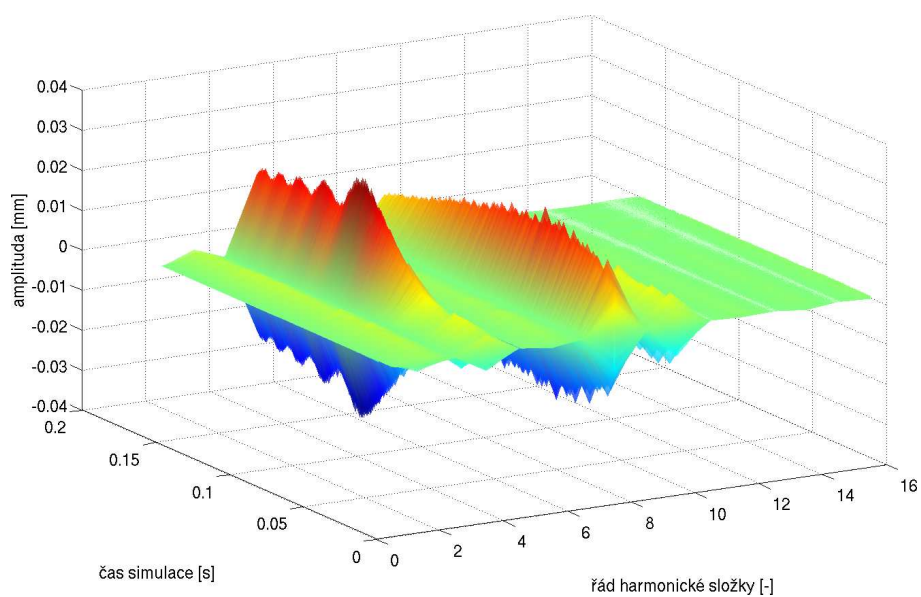
pořadí vyčíslení cílové funkce	úhel φ [°]	výška h [mm]	střední šířka b [mm]	hodnota cílové funkce ψ [mms]
1	40	10.00	27	198.327
2	53.89	9.74	26.94	190.457
3	47.69	10.22	28.09	195.343
4	53.91	7.02	27.35	185.445
5	32.81	11.75	27.91	202.824
6	58.98	7.01	26.01	186.844
7	53.89	9.74	26.94	190.457
8	53.91	7.02	27.35	185.445
9	32.81	11.76	27.91	202.824
10	29.02	7.01	25.56	192.788
11	58.30	7.01	25.56	183.756
12	58.65	7.01	25.71	183.539

Tabulka B.1: Výsledky jednotlivých kroků optimalizace

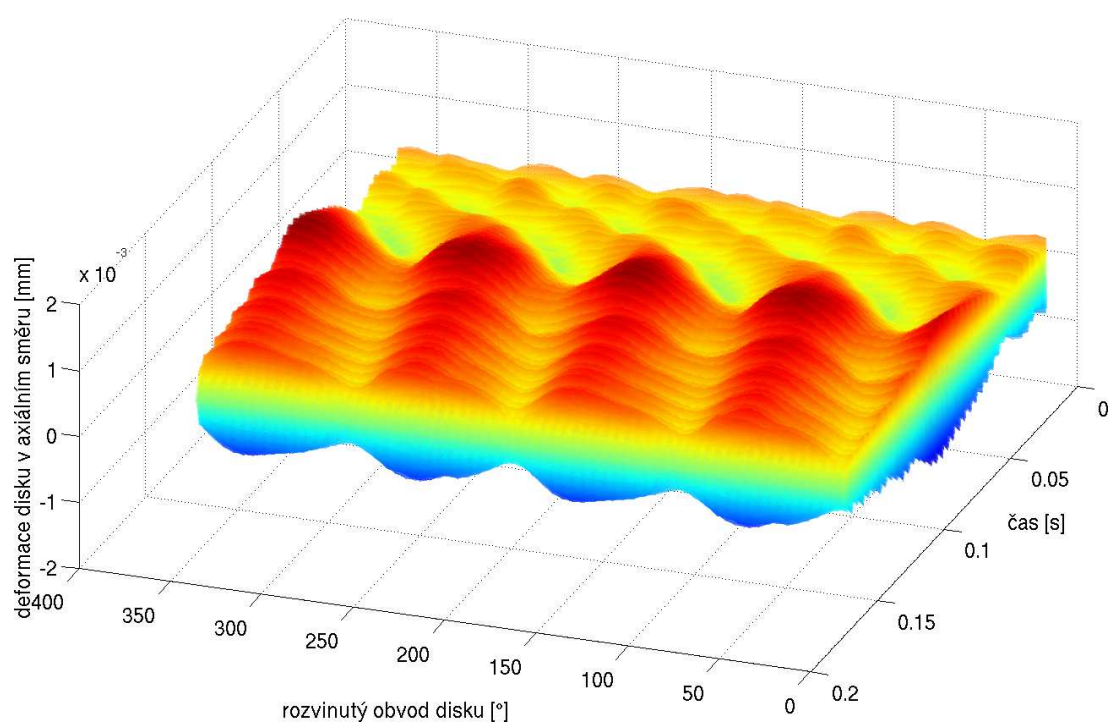
B.1 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #1



Obrázek B.1: Deformace disku - 1. vyčíslení cílové funkce

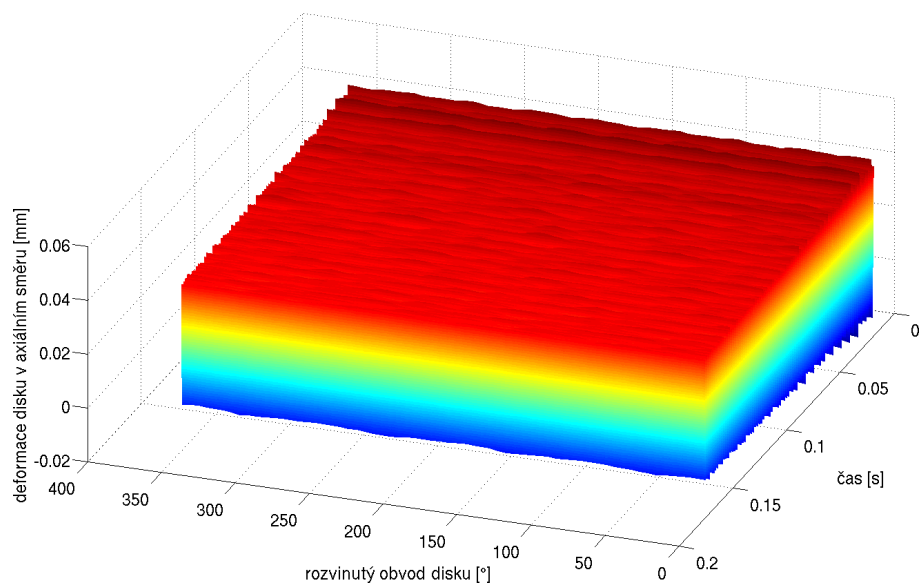


Obrázek B.2: Zastoupení vlastních tvarů - 1. vyčíslení cílové funkce

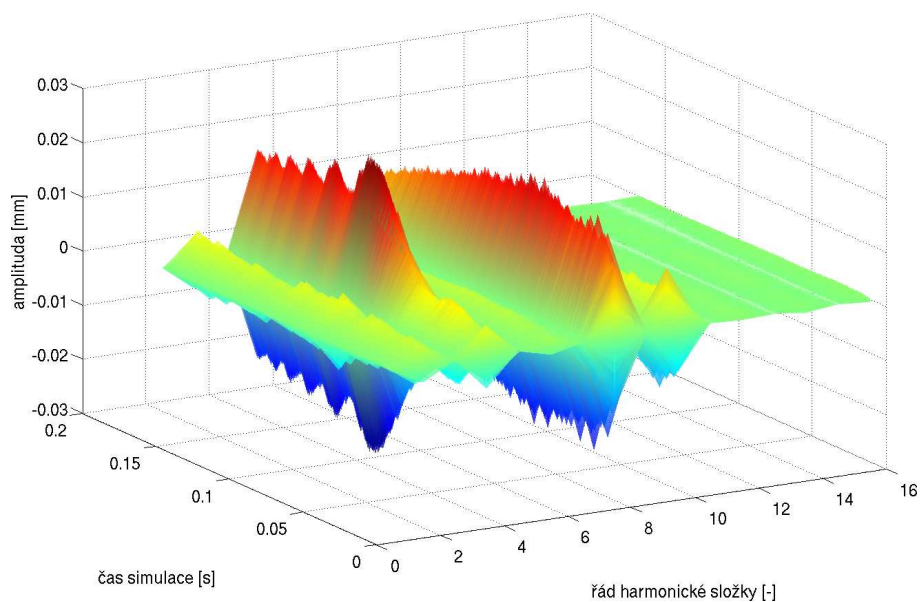


Obrázek B.3: Filtrovaná odezva disku - 1. vyčíslení cílové funkce

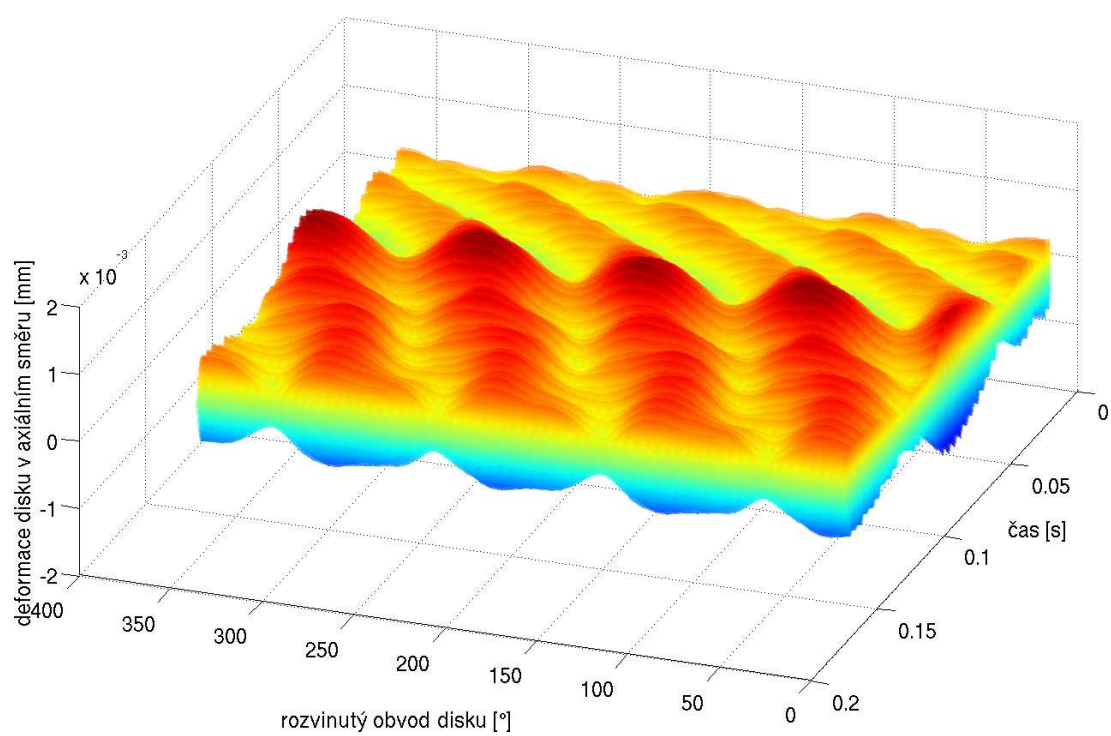
B.2 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #2



Obrázek B.4: Deformace disku - 2. vyčíslení cílové funkce

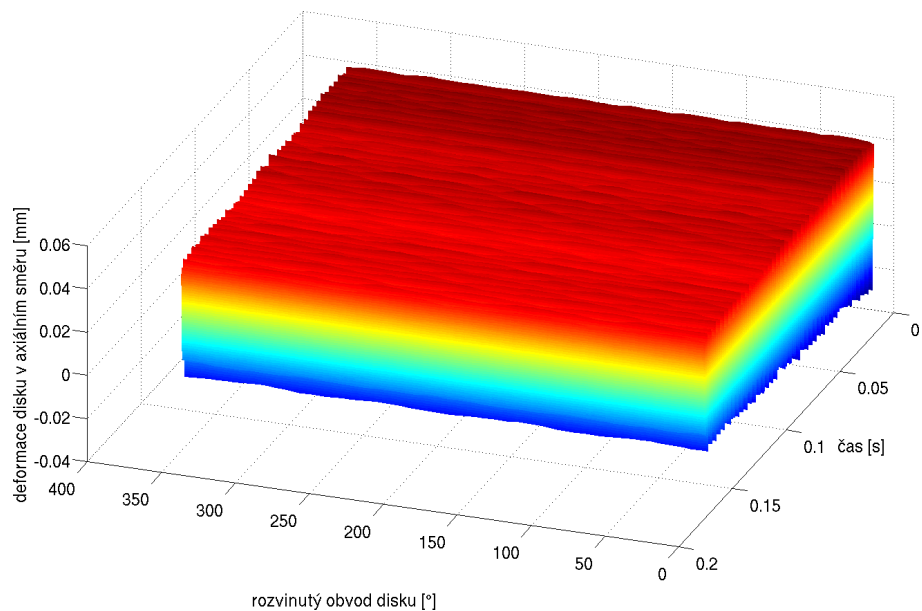


Obrázek B.5: Zastoupení vlastních tvarů - 2. vyčíslení cílové funkce

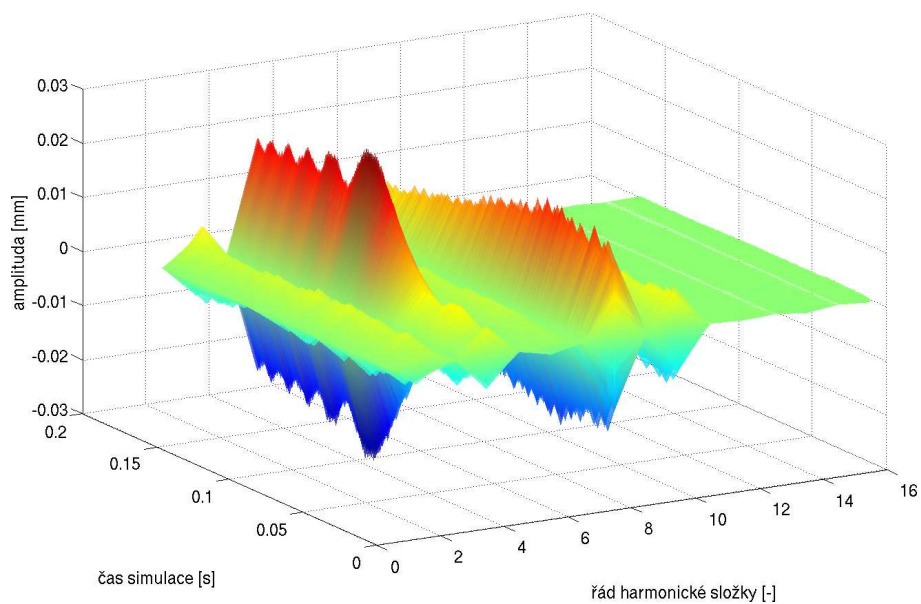


Obrázek B.6: Filtrovaná odezva disku - 2. vyčíslení cílové funkce

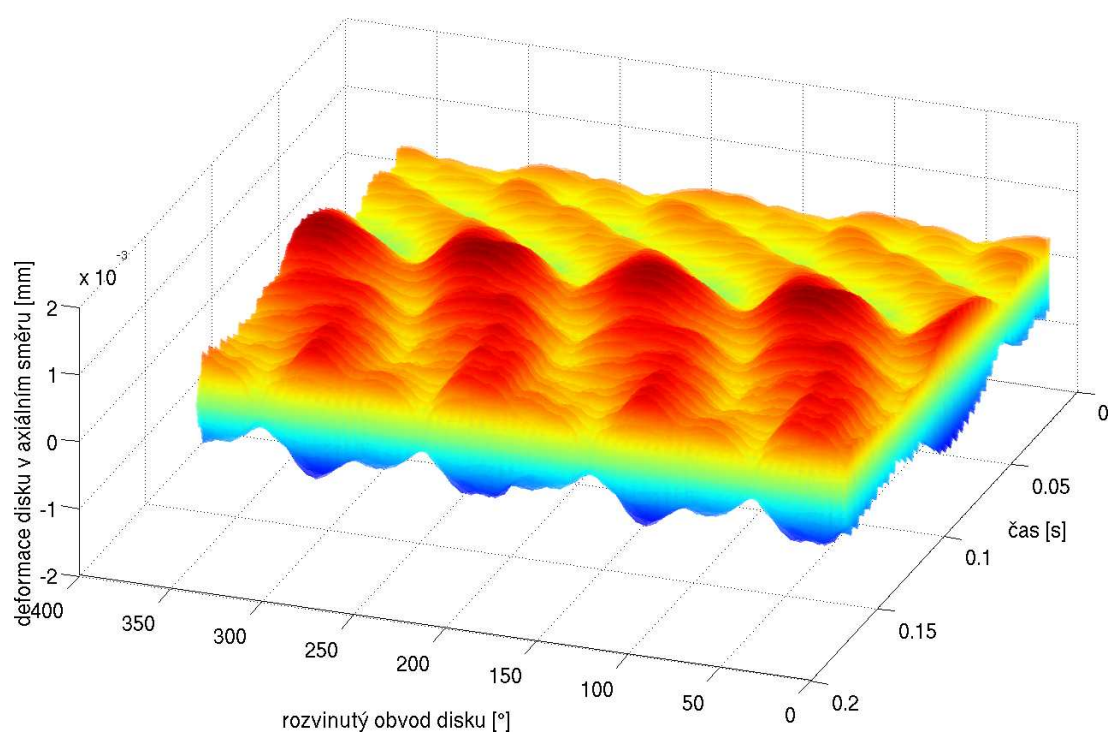
B.3 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #3



Obrázek B.7: Deformace disku - 3. vyčíslení cílové funkce

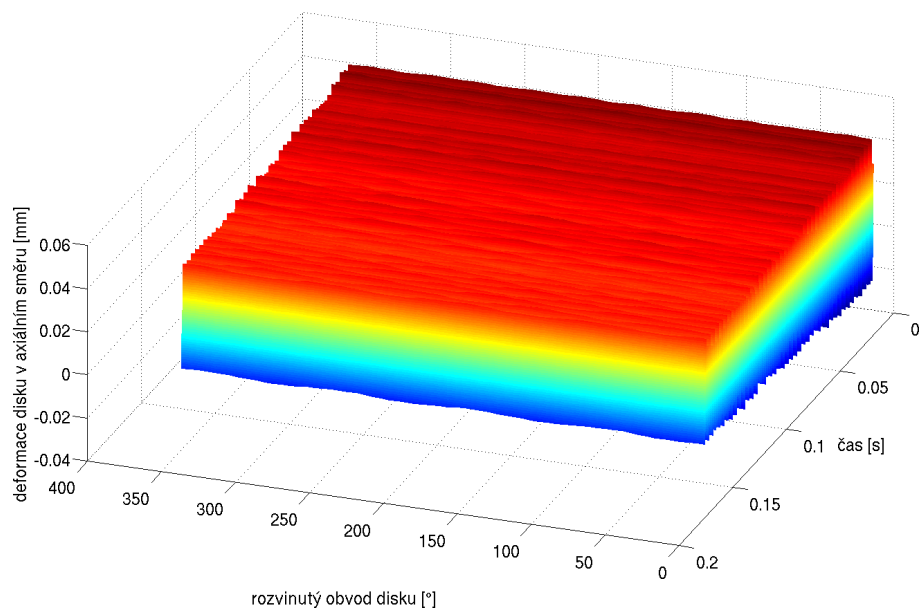


Obrázek B.8: Zastoupení vlastních tvarů - 3. vyčíslení cílové funkce

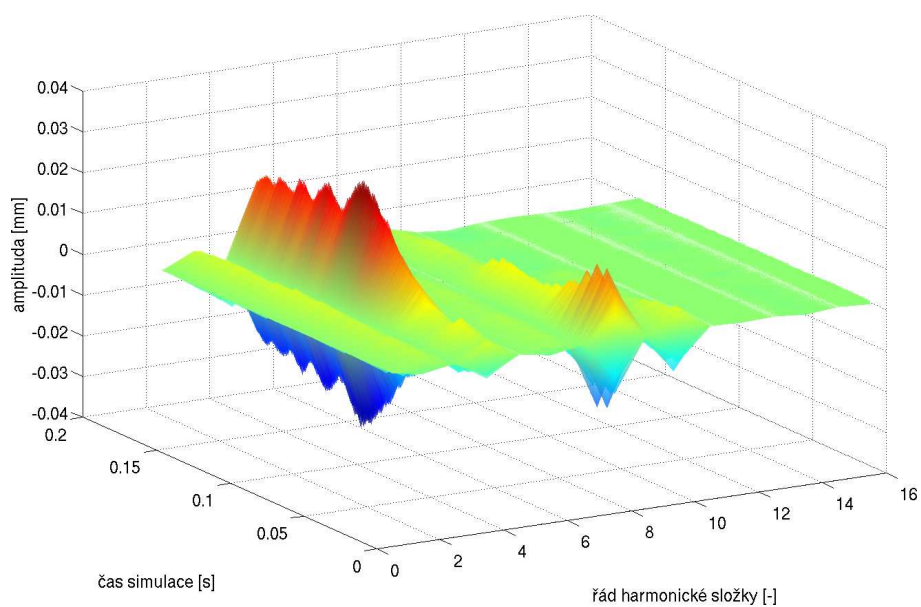


Obrázek B.9: Filtrovaná odezva disku - 3. vyčíslení cílové funkce

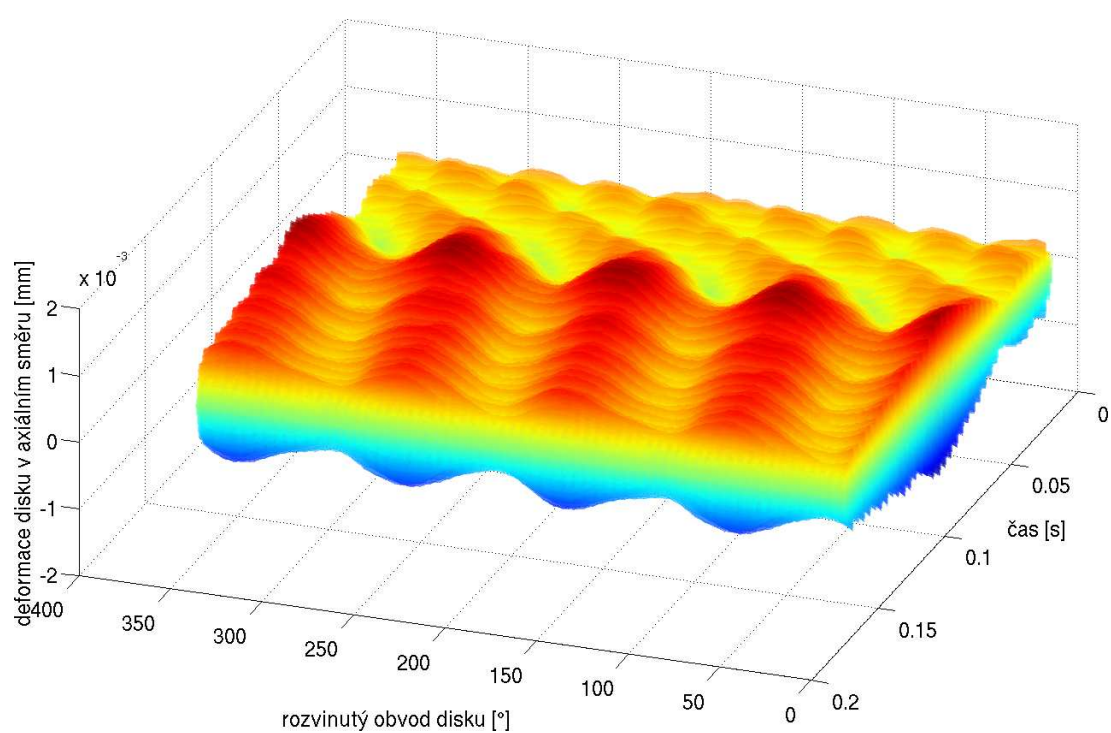
B.4 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #4



Obrázek B.10: Deformace disku - 4. vyčíslení cílové funkce

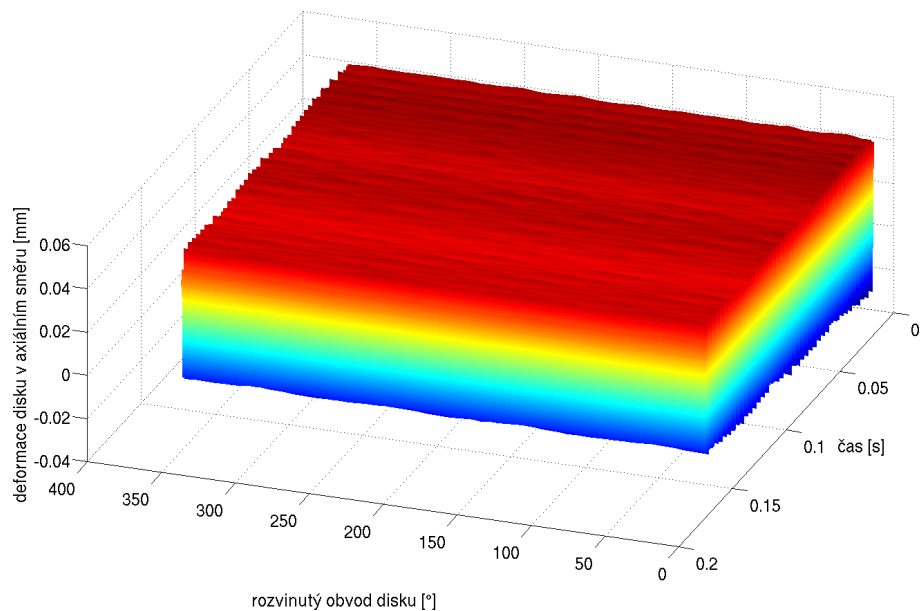


Obrázek B.11: Zastoupení vlastních tvarů - 4. vyčíslení cílové funkce

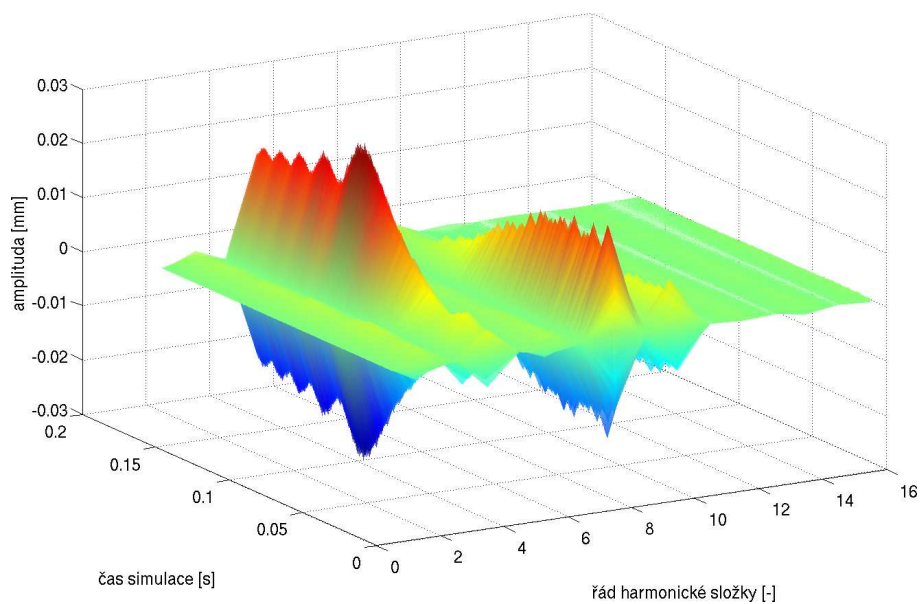


Obrázek B.12: Filtrovaná odezva disku - 4. vyčíslení cílové funkce

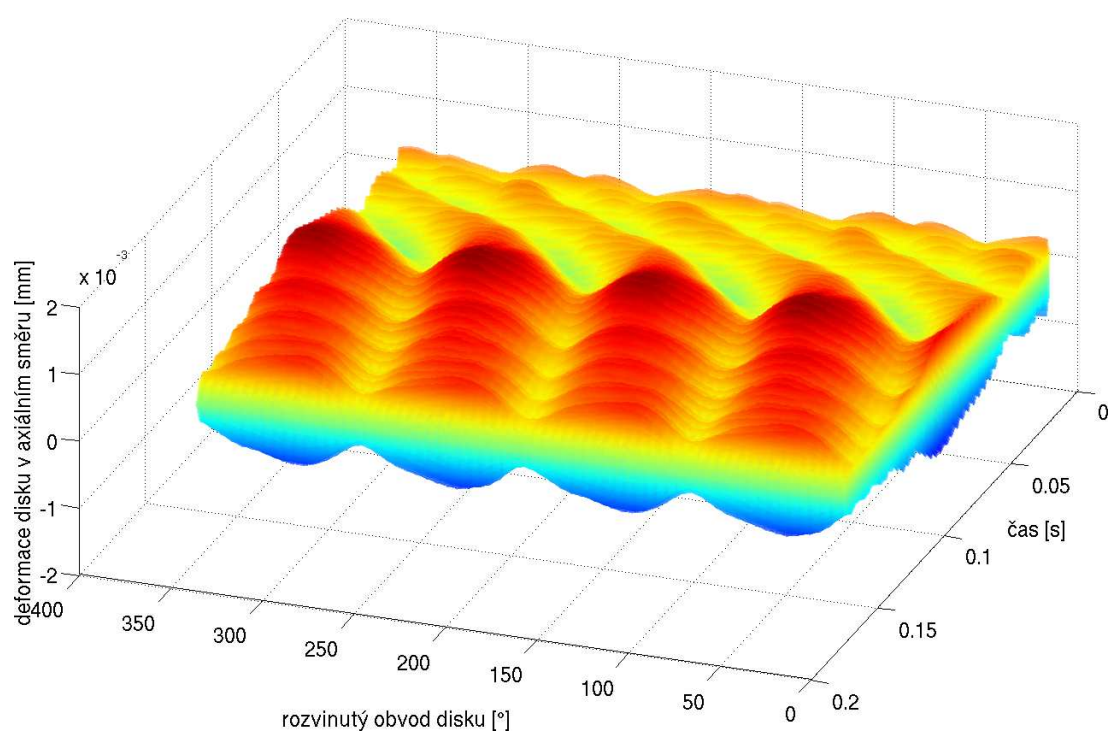
B.5 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #5



Obrázek B.13: Deformace disku - 5. vyčíslení cílové funkce

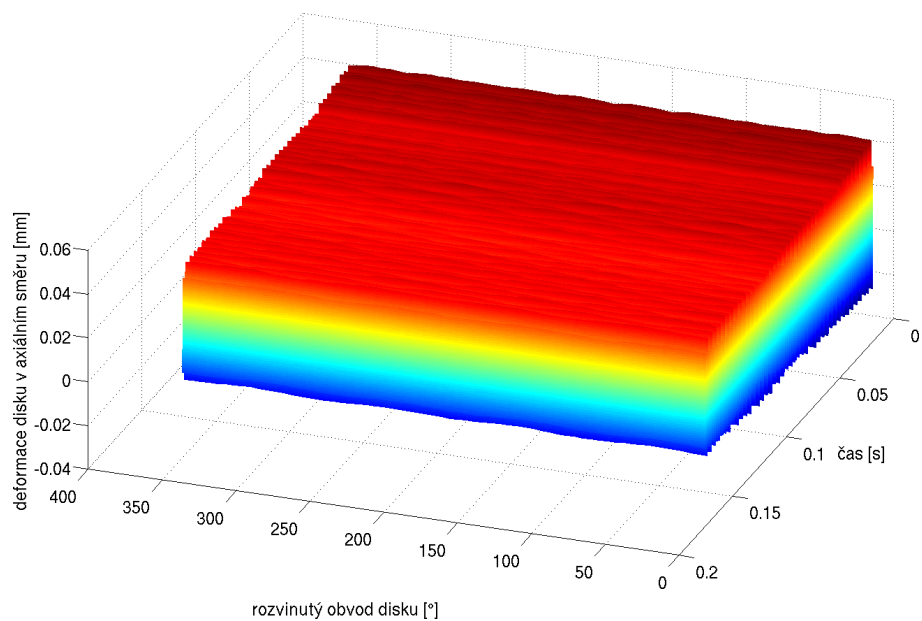


Obrázek B.14: Zastoupení vlastních tvarů - 5. vyčíslení cílové funkce

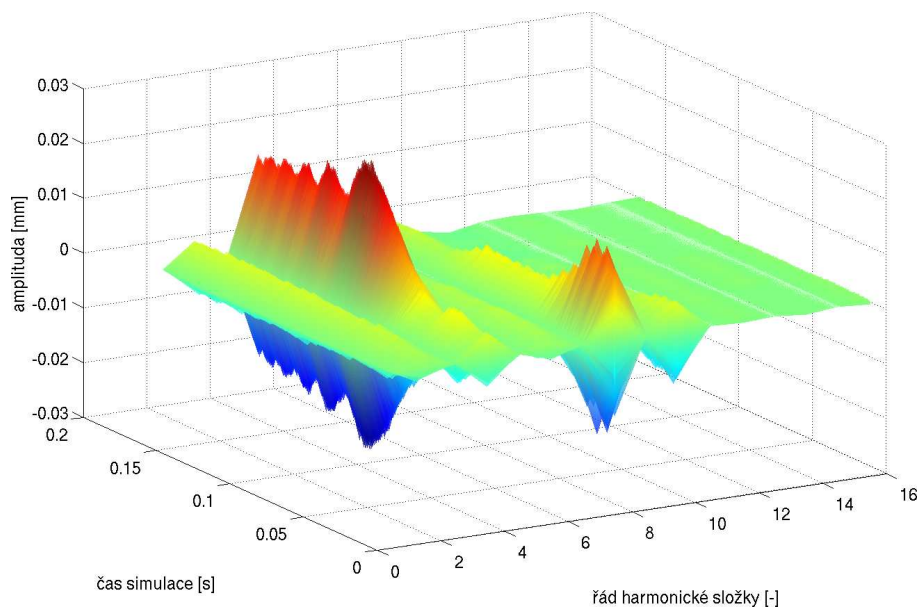


Obrázek B.15: Filtrovaná odezva disku - 5. vyčíslení cílové funkce

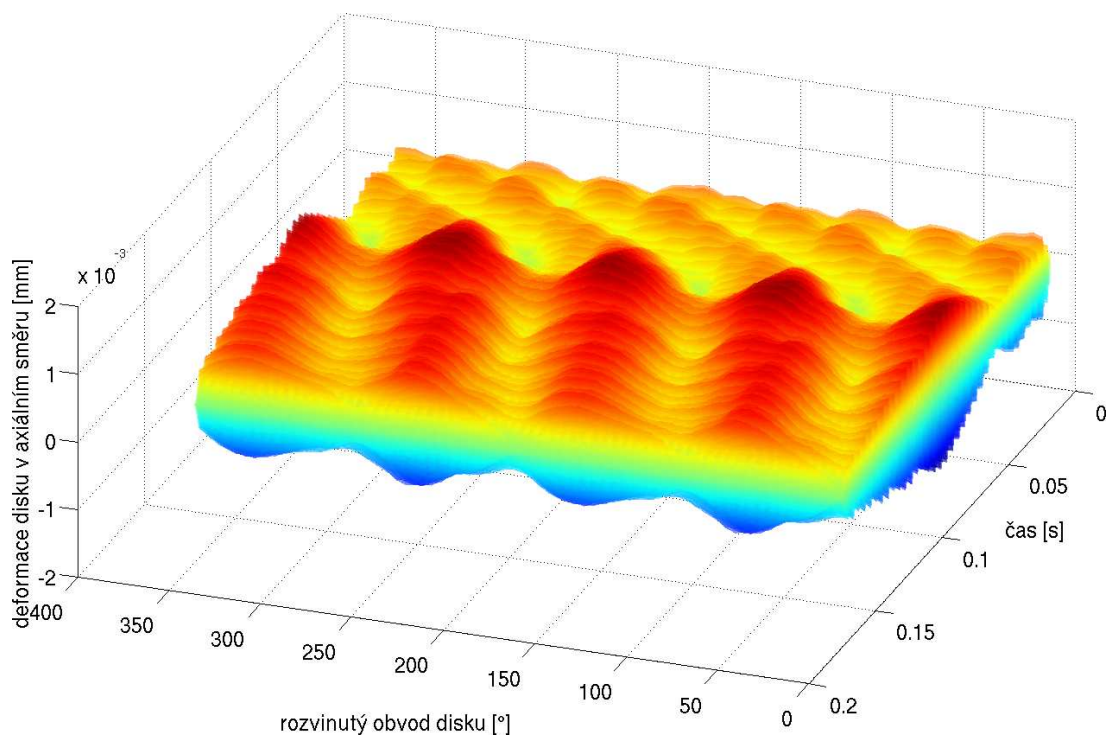
B.6 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #6



Obrázek B.16: Deformace disku - 6. vyčíslení cílové funkce

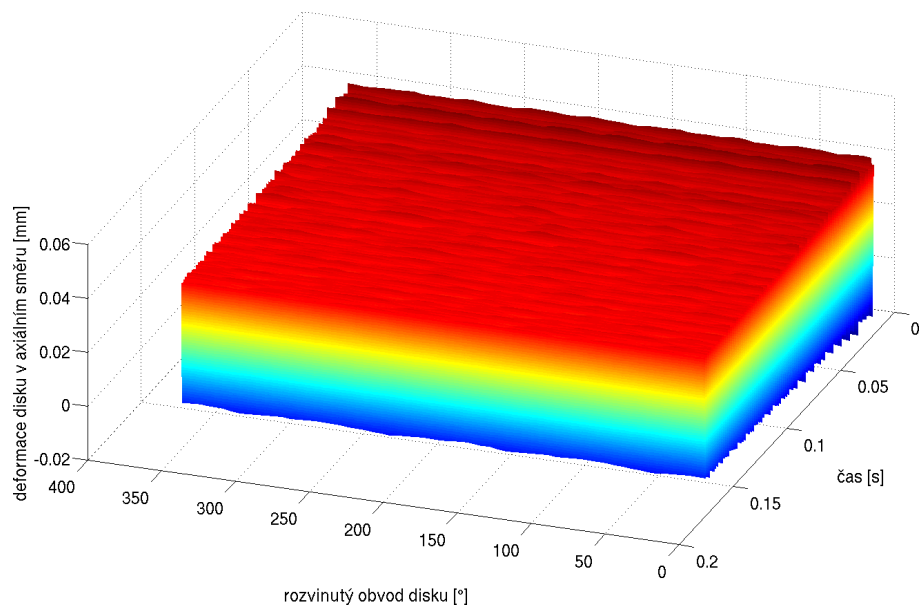


Obrázek B.17: Zastoupení vlastních tvarů - 6. vyčíslení cílové funkce

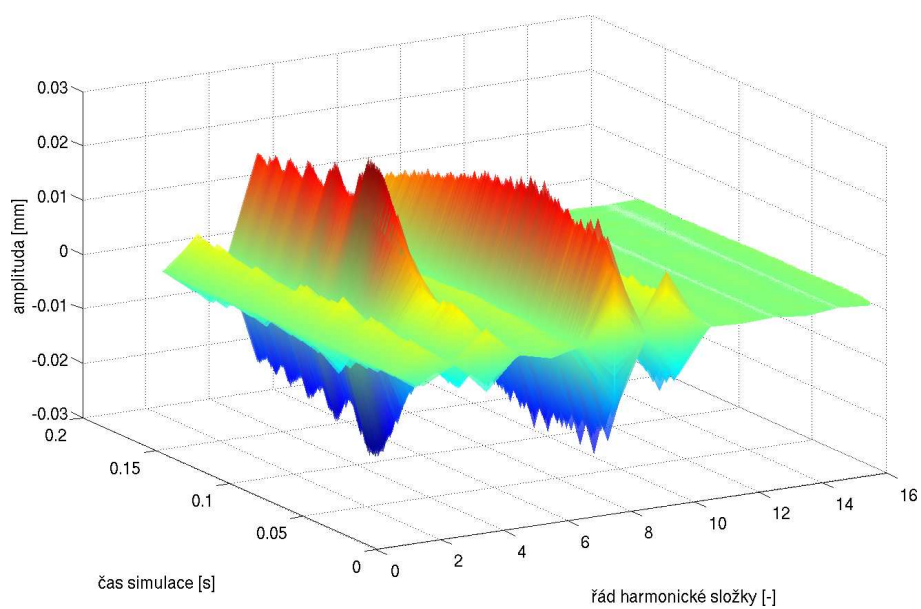


Obrázek B.18: Filtrovaná odezva disku - 6. vyčíslení cílové funkce

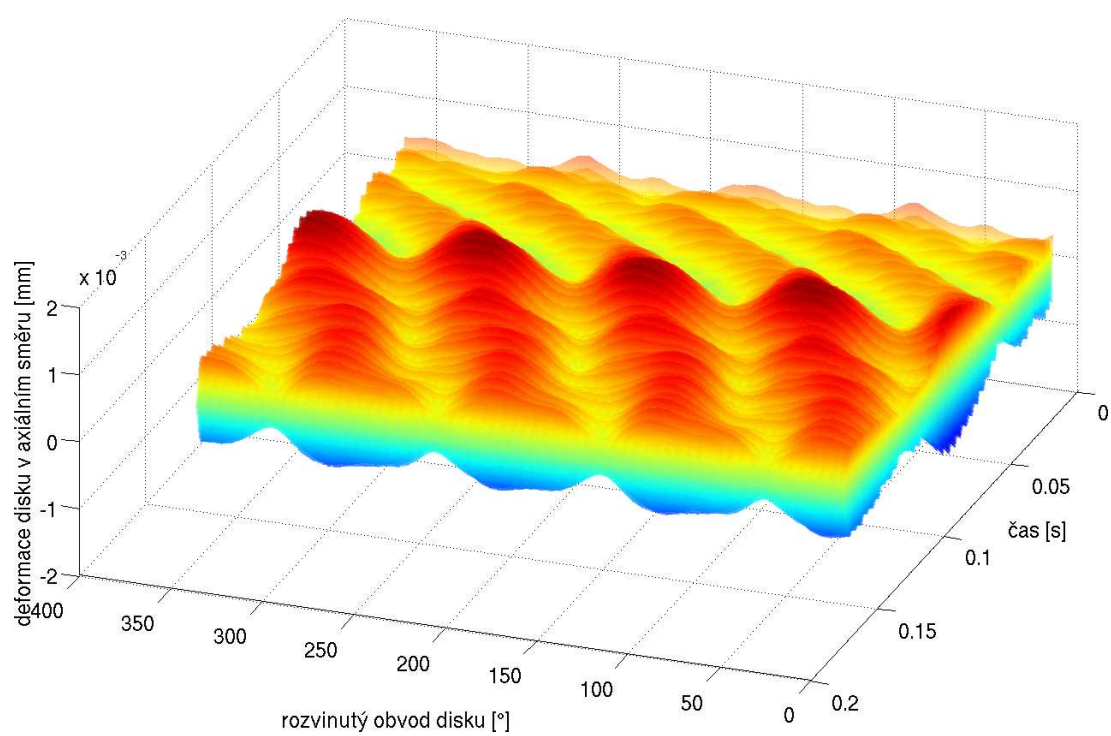
B.7 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #7



Obrázek B.19: Deformace disku - 7. vyčíslení cílové funkce

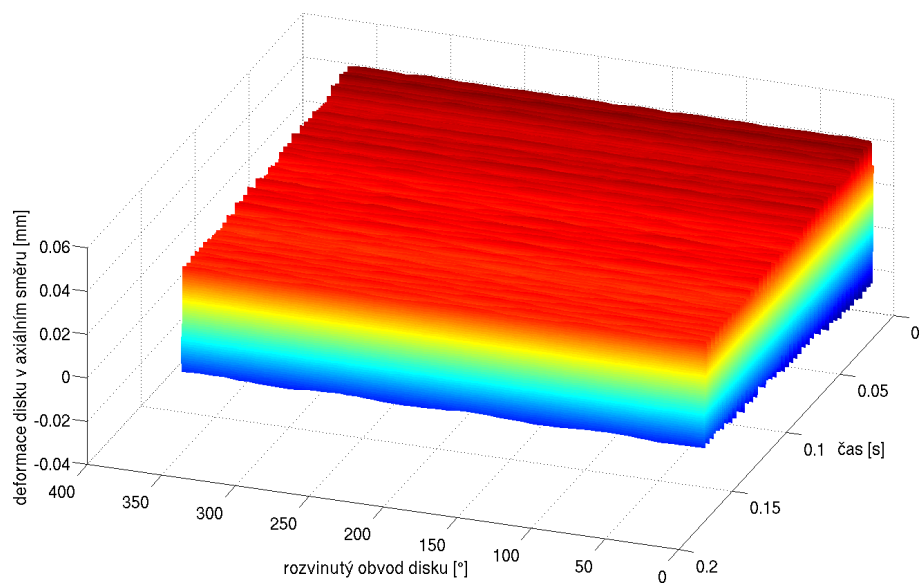


Obrázek B.20: Zastoupení vlastních tvarů - 7. vyčíslení cílové funkce

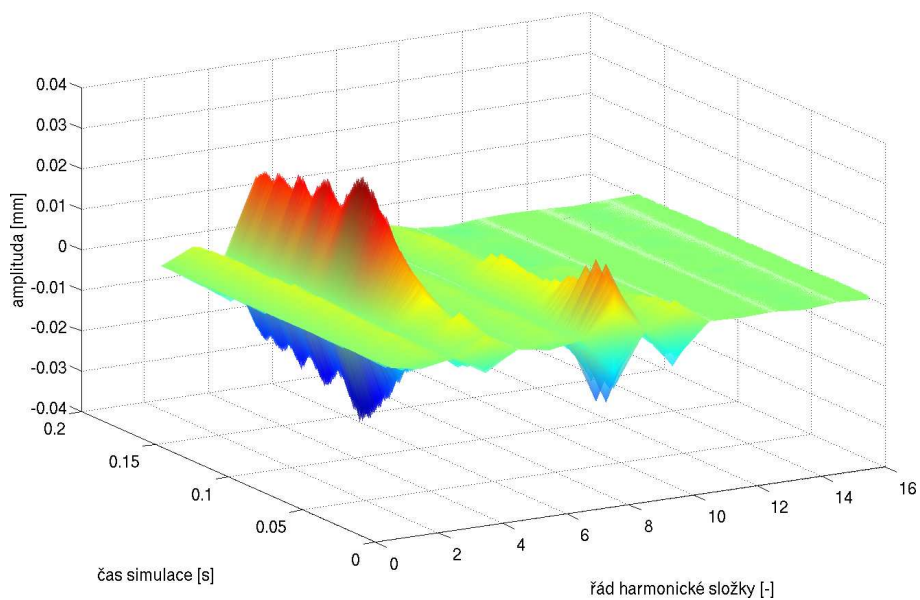


Obrázek B.21: Filtrovaná odezva disku - 7. vyčíslení cílové funkce

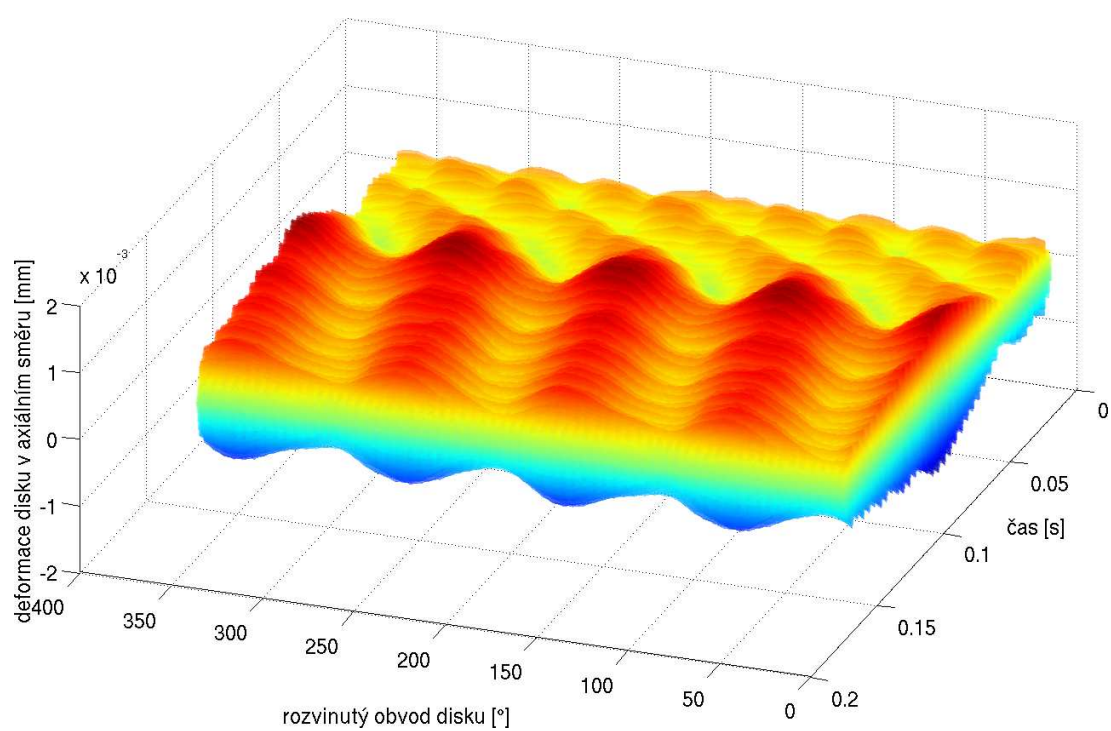
B.8 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #8



Obrázek B.22: Deformace disku - 8. vyčíslení cílové funkce

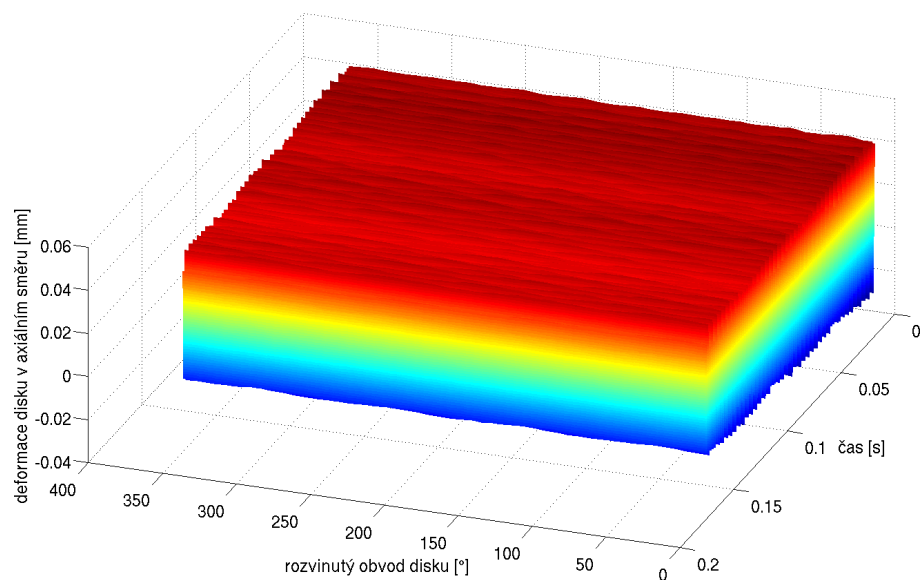


Obrázek B.23: Zastoupení vlastních tvarů - 8. vyčíslení cílové funkce

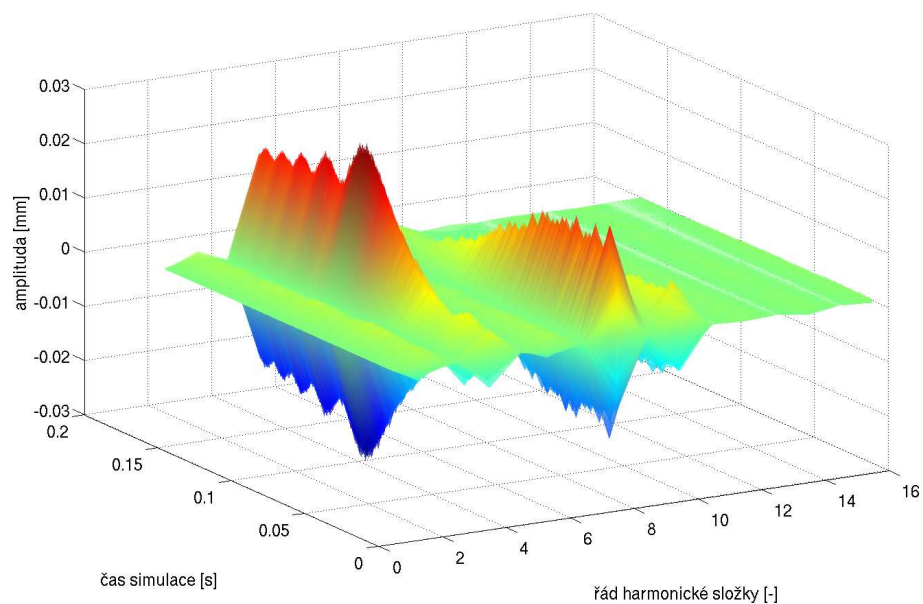


Obrázek B.24: Filtrovaná odezva disku - 8. vyčíslení cílové funkce

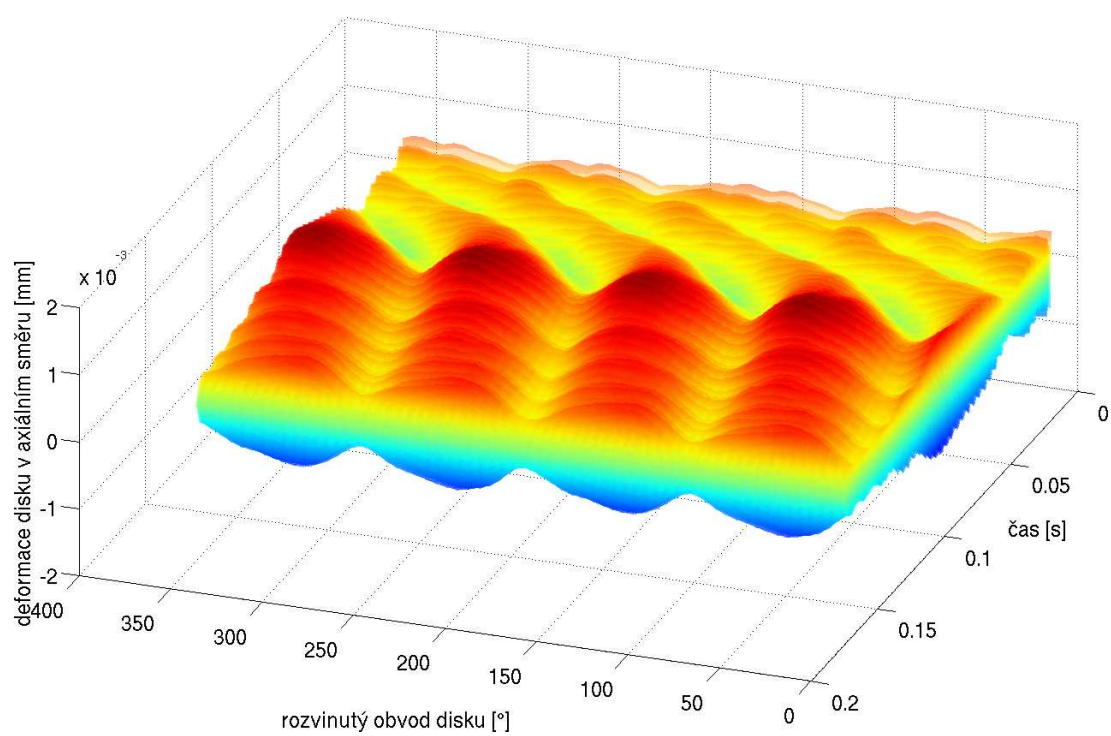
B.9 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #9



Obrázek B.25: Deformace disku - 9. vyčíslení cílové funkce

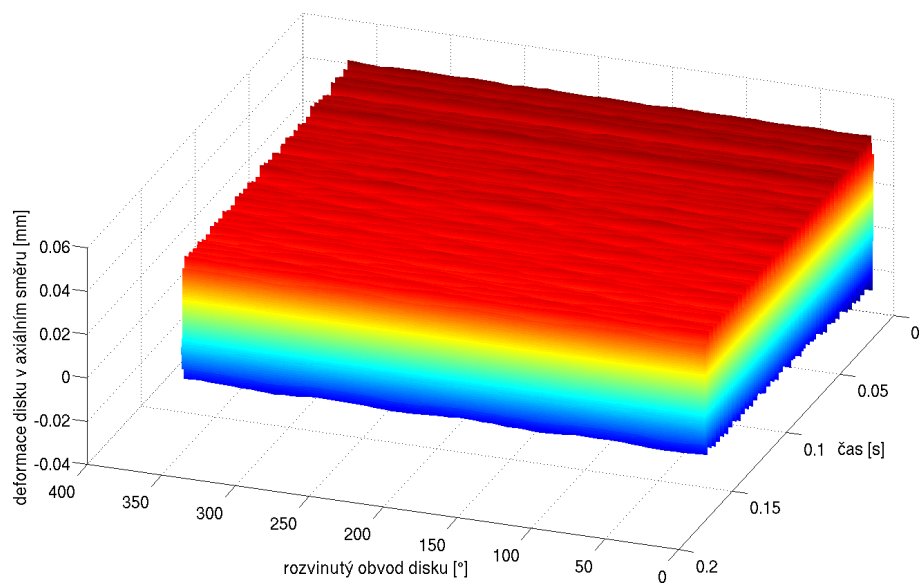


Obrázek B.26: Zastoupení vlastních tvarů - 9. vyčíslení cílové funkce

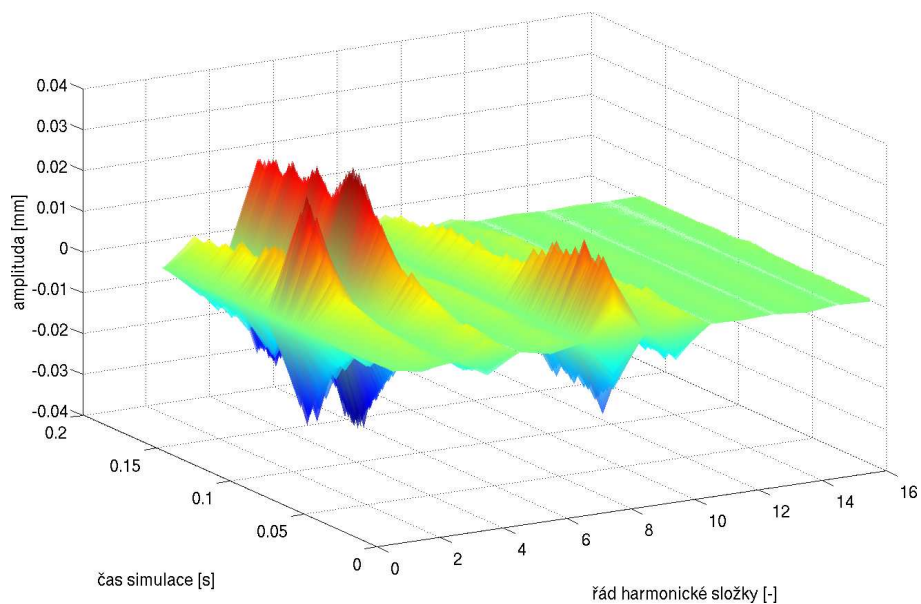


Obrázek B.27: Filtrovaná odezva disku - 9. vyčíslení cílové funkce

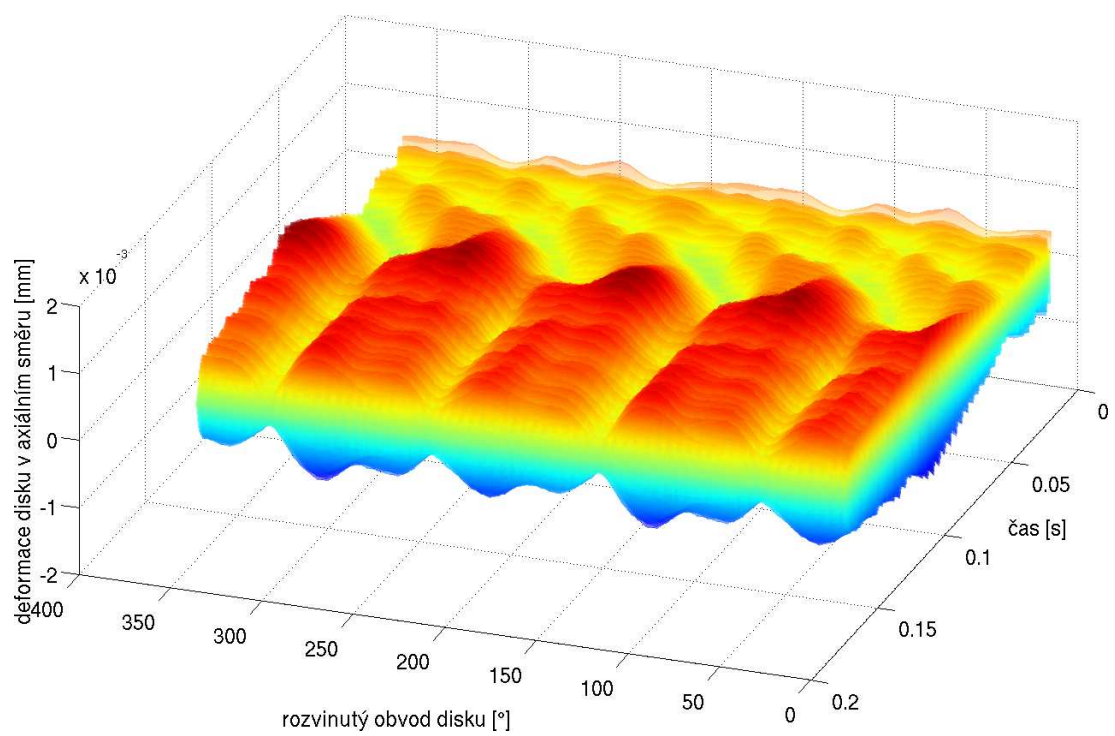
B.10 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #10



Obrázek B.28: Deformace disku - 10. vyčíslení cílové funkce

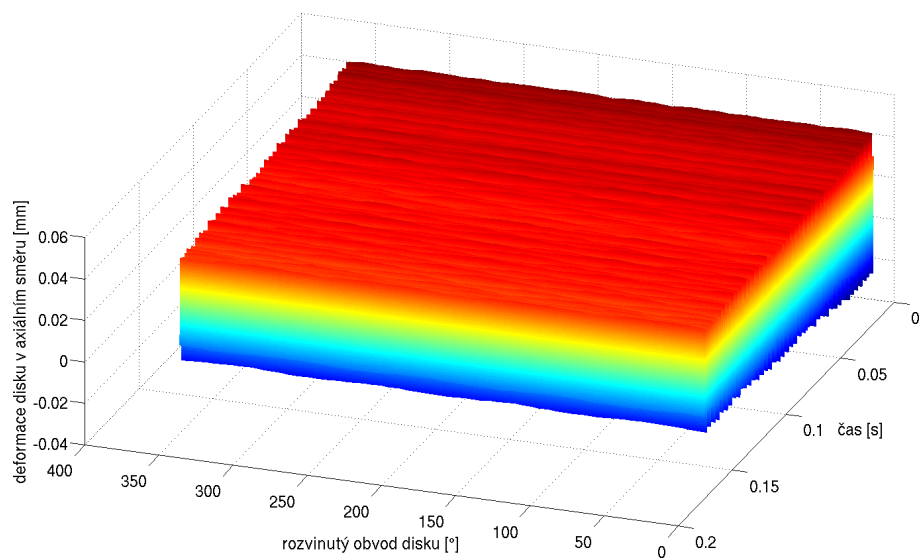


Obrázek B.29: Zastoupení vlastních tvarů - 10. vyčíslení cílové funkce

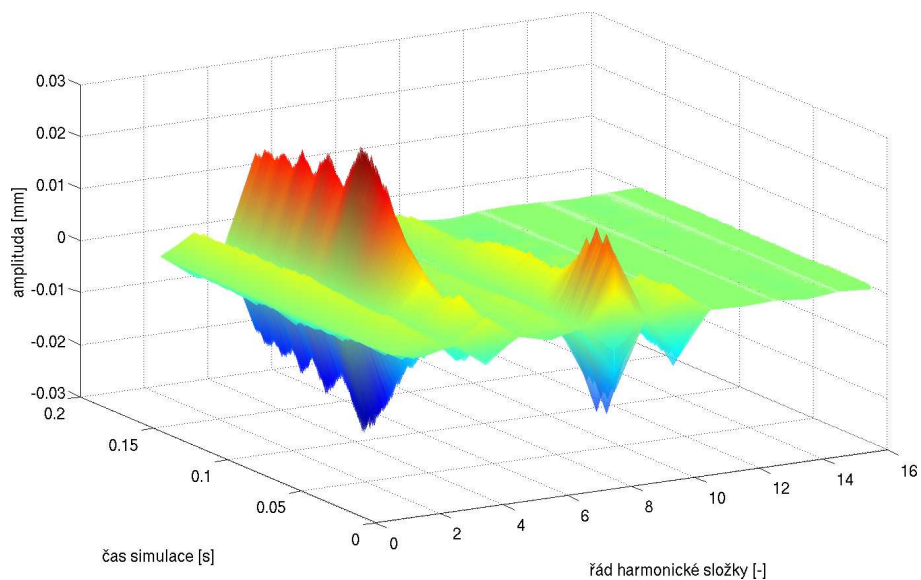


Obrázek B.30: Filtrovaná odezva disku - 10. vyčíslení cílové funkce

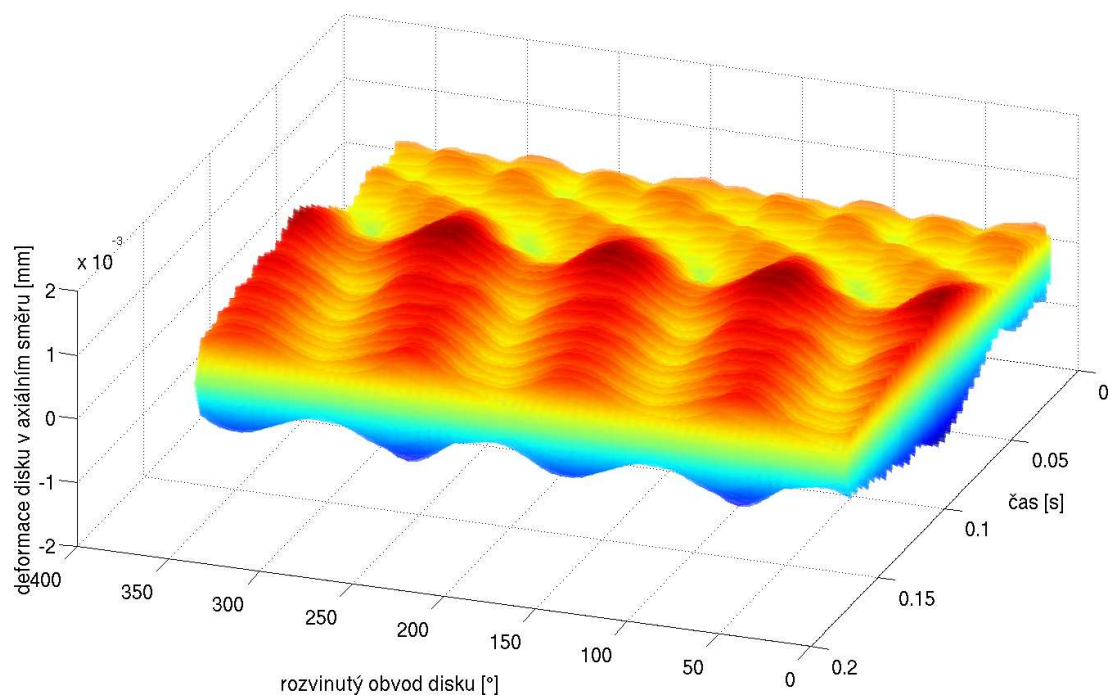
B.11 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #11



Obrázek B.31: Deformace disku - 11. vyčíslení cílové funkce

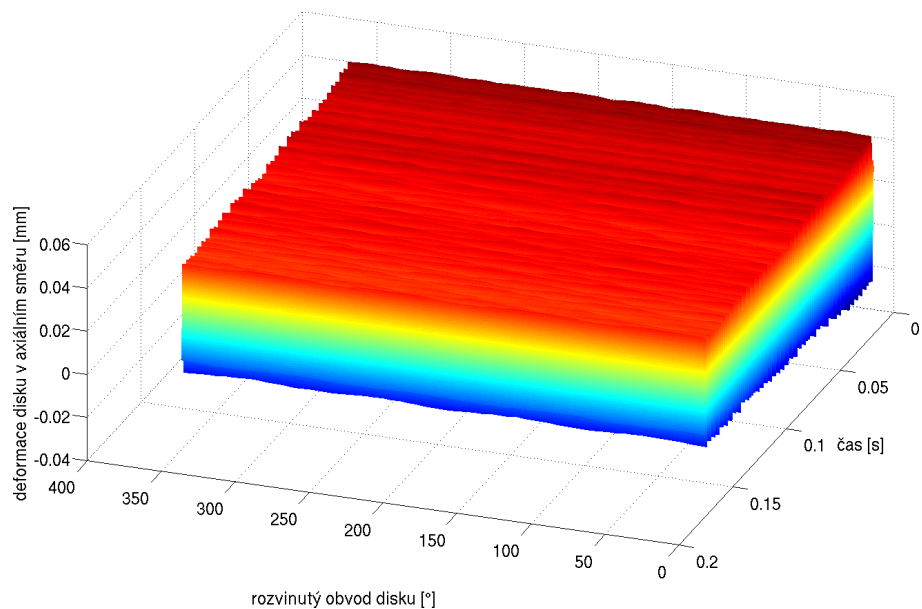


Obrázek B.32: Zastoupení vlastních tvarů - 11. vyčíslení cílové funkce

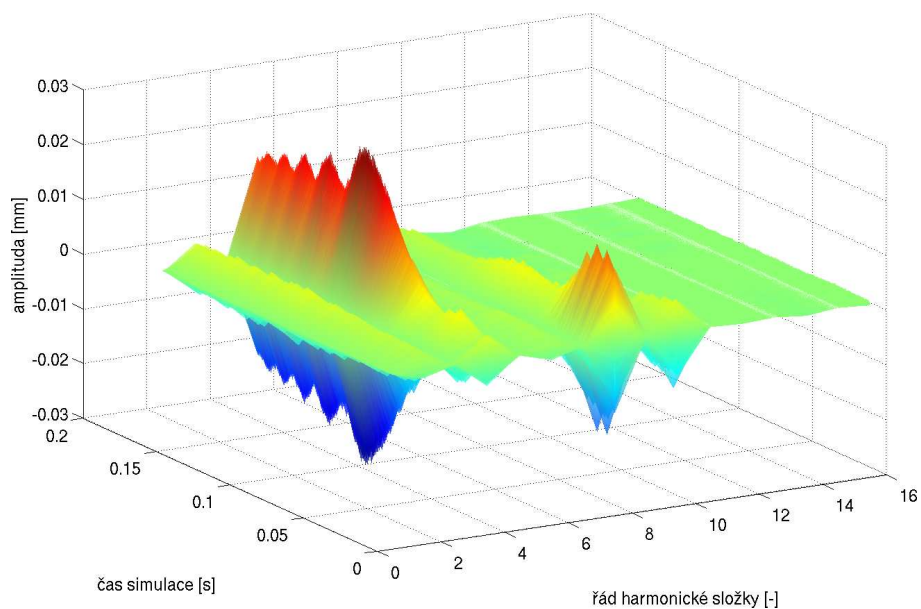


Obrázek B.33: Filtrovaná odezva disku - 11. vyčíslení cílové funkce

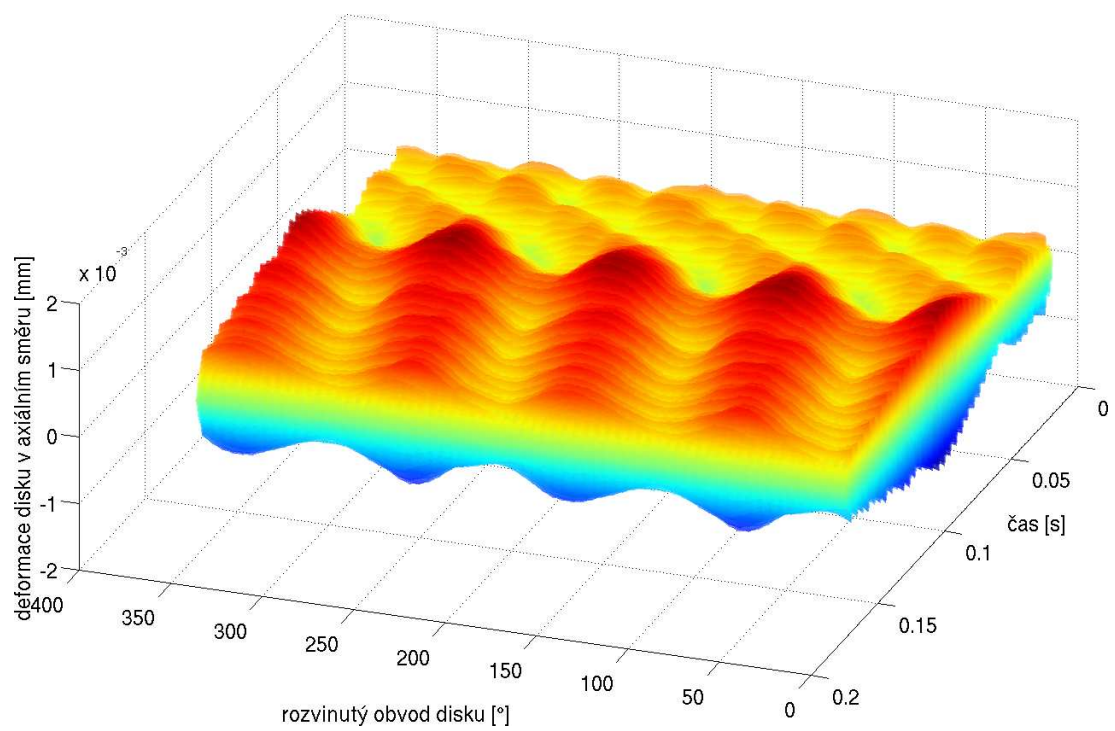
B.12 Výsledky numerické simulace - Vyčíslení cílové funkce #12



Obrázek B.34: Deformace disku - 12. vyčíslení cílové funkce



Obrázek B.35: Zastoupení vlastních tvarů - 12. vyčíslení cílové funkce



Obrázek B.36: Filtrovaná odezva disku - 12. vyčíslení cílové funkce