



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMATIZACE A INFORMATIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMATION AND COMPUTER SCIENCE

ANALÝZA NEJISTOT NEPŘÍMÝCH MĚŘENÍ

UNCERTAINTIES ANALYZE OF INDIRECT MEASUREMENT

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

PETR FIŠR

VEDOUcí PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. FRANTIŠEK VDOLEČEK, CSc.

BRNO 2010

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automatizace a informatiky

Akademický rok: 2009/2010

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Petr Fišr

který/která studuje v **magisterském studijním programu**

obor: **Inženýrská informatika a automatizace (3902T024)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Analýza nejistot nepřímých měření

v anglickém jazyce:

Uncertainties Analyze of Indirect Measurement

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Přesnost výsledků měření dnes charakterizují nejistoty měření. V praxi zaujímají značný podíl nepřímé metody měření, které jsou ale spojeny s podstatně složitější analýzou nejistot měření.

Cíle diplomové práce:

Práce analyzuje některé základní modely typických nepřímých měření z pohledu jejich nejistot. Součástí je rovněž jednoduchý model, přibližující vybraný charakteristický případ potřebám výuky.

Doporučená osnova práce:

1. Nepřímé metody měření v technické praxi
2. Nejistoty měření
3. Typická nepřímá měření a analýza jejich nejistot
4. Model vybraného typického příkladu

Seznam odborné literatury:

KOSTÚR Karol; Laciak Marek; Truchlý Martin; Systémy nepriameho merania : Košice: Reprocentrum Košice 2005. 173 s. ISBN 80-8073-273-6.

PALENČÁR Rudolf; Modely merania při zabezpečovaní kvality. Bratislava, Vydavateľstvo STU 1998. 140 s. ISBN 80-227-1170-5.

CHUDÝ, Vladimír; Palenčár, Rudolf; Kureková, Eva; Halaj, Martin. Meranie technických veličín : 1.vydání Bratislava : Vydavateľstvo STU, 1999. 688s. ISBN 80-227-1275-2.

Související normy a předpisy

Vedoucí diplomové práce: Ing. František Vdoleček, CSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2009/10.

V Brně, dne 27. 11. 2009



prof. RNDr. Ing. Miloš Šeda, Ph.D.
Ředitel ústavu

doc. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan fakulty

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá problematikou vyjadřování nejistot měření, zejména pak u měření nepřímých. Tato problematika je zde ukázána na několika jednoduchých praktických příkladech. Součástí této práce je i výpočtový modul pro stanovení nejistot, aplikovaný na školní laboratorní úlohu: „Měření průtoku clonou“.

Abstract

This diploma thesis is engaged with problems of expressing measurement uncertainty especially for indirect measurements. This issue is shown here on a few simple examples. Part of this work is a calculation module for the determination of measurement uncertainties, applied to the role of the laboratory 'measurement of the flow orifice'.

Klíčová slova

Nepřímé měření, chyba měření, nejistota měření, přesnost měření, průtok clonou, výpočtový modul.

Keywords

Indirect measurement, measurement error, uncertainty of measurement, accuracy, flow orifice, the computational module.

Poděkování

Rád bych tímto poděkoval vedoucímu své diplomové práce panu Ing. Františku Vdolečkovi, CSc., za cenné podněty a rady při vypracování této diplomové práce.

OBSAH:

Zadání závěrečné práce.....	3
Abstrakt.....	5
Poděkování	7
Obsah:	9
 0 Úvod.....	 11
1 Nepřímá měření	13
1.1 Rozdělení nepřímých měření	13
1.1.1 Rozdělení nepřímých měření podle typu transformace.....	13
1.1.2 Rozdělení nepřímých měření podle složitosti	15
1.1.3 Rozdělení nepřímých měření podle přístupu k řešení	17
1.1.4 Rozdělení nepřímých měření z hlediska realizace	17
2 Přesnost a chyby měření.....	19
2.1 Chyby systematické	20
2.1.1 Systematické chyby způsobené omezenou přesností měřidel.....	20
2.1.2 Systematické chyby použité metody.....	21
2.1.3 Systematické chyby pozorovatele	21
2.2 Chyby náhodné	21
2.3 Chyby hrubé	24
2.4 Přesnost přístroje.....	25
2.5 Chyby nepřímého měření	25
3 Nejistoty měření	27
3.1 Popis, rozdělení a zdroje nejistot měření.....	28
3.2 Nejistoty přímých měření.....	30
3.2.1 Standardní nejistota typu A	30
3.2.2 Standardní nejistota typu B	31
3.2.3 Kombinovaná standardní nejistota	37
3.2.4 Rozšířená nejistota	37
3.2.5 Zákon šíření nejistot.....	37
3.2.6 Pravidla uvádění výsledků měření	38
3.3 Nejistoty nepřímých měření	40
3.3.1 Postupy určování standardních nejistot při nepřímých měřeních	40

3.3.2	<i>Kovariance při určování výsledných nejistot</i>	41
4	Příklady typických nepřímých měření a stanovení jejich nejistot	45
4.1	Příklad 1 – Nepřímé měření odporu	45
4.2	Příklad 2 – Objem kovového válečku.....	49
5	Stanovení nejistot při měření průtoku clonou, včetně výpočtového modulu.	55
5.1	Teoretický úvod	55
5.2	Laboratorní úloha – „Měření průtoku clonou“	56
5.3	Stanovení nejistot u předcházející laboratorní úlohy.....	61
5.4	Výpočtový modul pro stanovení nejistot měření laboratorní úlohy „Měření průtoku clonou“	67
6	Závěr	71
7	Použitá literatura	73
8	Přílohy:	75

0 ÚVOD

V posledních letech, kdy neustále roste význam metrologie (z důvodu neustále se zvyšujících nároků na přesnost-kvalitu výroby), se stále častěji setkáváme v souvislosti s měřením a jeho vyhodnocováním s pojmem *nejistota měření*. Jedná se o „poměrně novou“ metodiku zpracování výsledků měření, která nahrazuje dříve používané zpracování výsledků pomocí *chyb měření*. „Poměrně novou“ z toho důvodu, že závazně ji zavedla již směrnice o vyjadřování nejistoty při měření z roku 1993 (*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements*) s aktualizací z roku 1995 [3]), takže z tohoto hlediska ji jistě za novou již považovat nelze, ale z hlediska rozšíření používání této metodiky zpracování výsledků ji za novou stále považovat lze, neboť zatím zdomácněla pouze ve vrcholové metrologii a některých významnějších aplikacích oboru měření a měřicí techniky. Mnoho oborů, respektive uživatelů, se uvádění nejistot měření zatím úspěšně vyhýbá.

Tato diplomová práce by měla čtenáře seznámit s problematikou vyjadřování nejistot měření, zejména pak u měření nepřímých, tj. u takových měření, kdy požadovanou veličinu nemůžeme získat přímým měřením (přímým odečtem), ale získáme ji výpočtem pomocí známé funkční závislosti z veličin, určených přímým měřením (např. určení elektrického odporu R na základě na přímého měření napětí U voltmetrem a proudu I ampérmetrem, kdy výsledný odpor je pak spočten dle Ohmova zákona: $R = U / I$ nebo např. měření hustoty tělesa na základě měření hmotnosti a objemu: $\rho = m / V$). Problematika určování nejistot nepřímých měření je zde ukázána na několika jednoduchých příkladech.

Součástí této práce je i výpočtový modul pro stanovení nejistot, aplikovaný na laboratorní úlohu: „Měření průtoku clonou“.

1 Nepřímá měření

Tato kapitola vychází z lit. [1].

I přes pokrok měřicích systémů, existuje v praxi řada konkrétních veličin, které z různých důvodů nedovedeme přímo změřit. Z toho důvodu se vyvíjejí tzv. nepřímé metody, které umožňují s požadovanou přesností změřit danou veličinu.

Nepřímá měření jsou měření, u kterých se měřená veličina y vypočítá pomocí známé funkční závislosti z n veličin x_i , určených přímým měřením, jejichž odhady a nejistoty (případně i vzájemné vazby - kovariance) jsou známy, tedy:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.1)$$

kde f je známá funkce.

1.1 Rozdělení nepřímých měření

Nepřímá měření můžeme rozdělit z různých hledisek:

- podle typu transformace
- podle složitosti
- podle přístupu k řešení
- z hlediska realizace

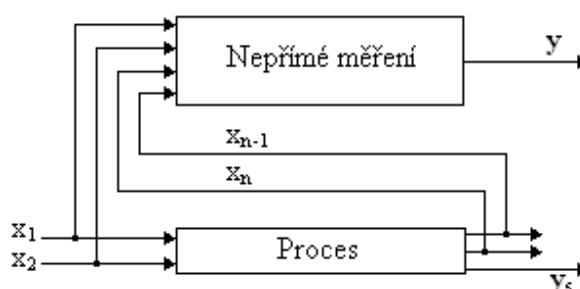
1.1.1 Rozdělení nepřímých měření podle typu transformace

Nepřímá měření můžeme podle tohoto dělení (typu transformace) rozdělit do tří skupin:

- 1) prvním typem je transformace $x(\tau) \Rightarrow y(\tau)$,
- 2) druhým typem je transformace $\mathbf{x}(\tau) \Rightarrow y(\tau)$,
- 3) třetím typem je transformace $\mathbf{x}(\tau) \Rightarrow \mathbf{y}(\tau)$,

kde: $\mathbf{x}$ je vektor vstupních veličin nepřímého měření,
 $\mathbf{y}$ je vektor nepřímo změřených veličin

Jako vektor $\mathbf{x}$ bereme všechny veličiny, které do nepřímého měření vstupují, stejně tak výstupní veličiny z procesu, jak je znázorněné na obr. 1.1.



Obr. 1.1 Vstupní a výstupní veličiny v nepřímém měření

Nepřímé měření I. druhu

Metody I. druhu jsou nejstarší a nejjednodušší a jsou založené na vztahu:

$$y(\tau) = f(x(\tau)) \quad (1.2)$$

V praxi to znamená, že nepřímo měřená veličina y je vypočítána z jedné přímo měřené veličiny x . Na obr. 1.2 je znázorněno principiální schéma nepřímého měření I. druhu, kde skutečnou výstupní veličinu z procesu označujeme jako y_s .



Obr. 1.2 Principiální schéma nepřímého měření I. druhu

Nepřímé měření II. druhu

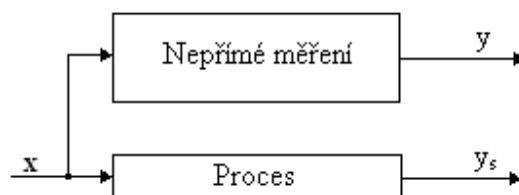
Druhý typ metod nepřímého měření je založený na vztahu:

$$y(\tau) = f(\mathbf{x}(\tau)), \quad (1.3)$$

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n],$$

kde $x_1, x_2, \dots, x_n$ jsou přímo měřené veličiny.

Nepřímo měřená veličina y je vypočítána z více přímo měřených veličin. Tato metoda je vhodná pro systémy, které jsou popsány jednoduchými diferenciálními rovnicemi.



Obr. 1.3 Principiální schéma nepřímého měření II. druhu

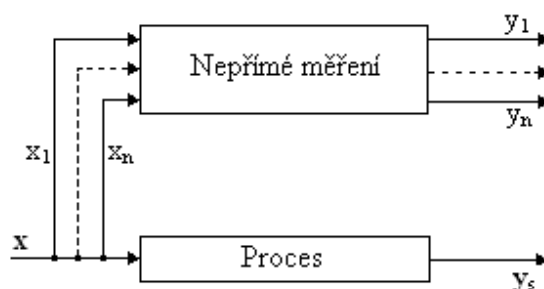
Nepřímé měření III. druhu

Tento typ je velmi komplikovaný a jeho struktura je charakterizována následovně:

$$y_i = (\tau + \Delta\tau) = f_i(\mathbf{x}(\tau)) \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, n \quad (1.4)$$

resp.

$$y_i(\tau) = f_i(\mathbf{x}(\tau)) \quad (1.5)$$



Obr. 1.4 Principiální schéma nepřímého měření III. druhu

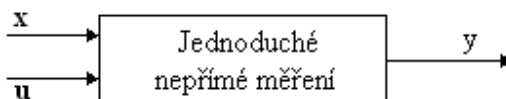
1.1.2 Rozdělení nepřímých měření podle složitosti

U tohoto rozdělení můžeme mluvit o nepřímém měření:

- jednoduchém
- složitém
- se zpětnou vazbou

Jednoduché nepřímé měření

Do této skupiny můžeme zařadit nepřímé měření II. a III. druhu. Vstupní veličiny jsou rozdělené na $\mathbf{x}$ a $\mathbf{u}$, kde $\mathbf{u}$ je vektor řídicích veličin, které jsou také přímo měřené. Výstupem je jedna nepřímo měřená veličina y nebo vektor nepřímo měřených veličin $\mathbf{y}$.



Obr. 1.5 Princip jednoduchého nepřímého měření

Složitě nepřímé měření

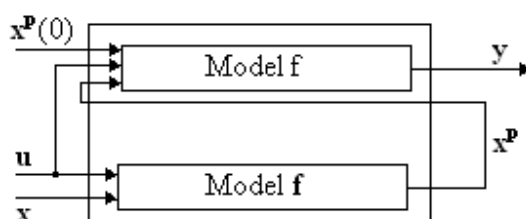
Do této skupiny patří modely, kde výstupem je buď jedna nepřímo měřená veličina y (nepřímé měření II. druhu) nebo množina nepřímo měřených veličin $\mathbf{y}$ (nepřímé měření III. druhu) a vstupem je několik nepřímo měřených veličin $\mathbf{x}^p$. Platí zde transformační vztah:

$$y(\tau) = f(\mathbf{x}^p(\tau)) \quad \text{resp.} \quad \mathbf{y}(\tau) = f(\mathbf{x}^p(\tau)) \quad (1.6)$$

$$\mathbf{x}^p(\tau) = f(\mathbf{x}^p(\tau - \Delta\tau), \mathbf{u}(\tau - \Delta\tau)) \quad (1.7)$$

při definování $\mathbf{x}^p(0)$.

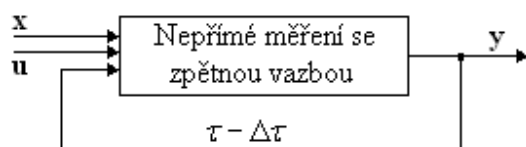
Vstupy je možné charakterizovat jako výstupy z jednoduchých sumačních modelů (f). Složitě nepřímé měření se skládá z finálního modelu (f), který vypočítává nepřímo měřený výstup y a z několika sumačních modelů, které určují vstupy x^p pro finální a sumační modely v následujícím časovém kroku.



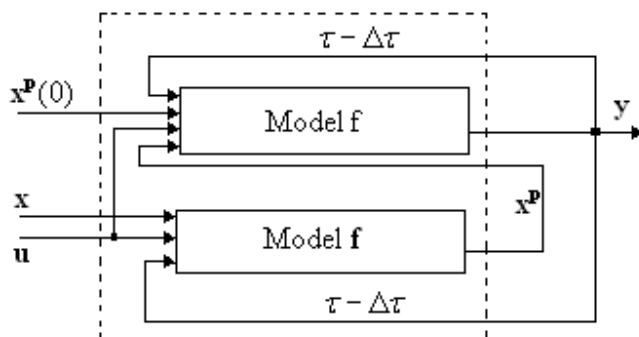
Obr. 1.6 Princip složitého nepřímého měření

Nepřímé měření se zpětnou vazbou

O zpětnou vazbu může být rozšířený jednoduchý i složitý model nepřímého měření. Zpětná vazba v tomto smyslu znamená vstup nepřímo měřené veličiny y do nepřímého měření z předchozího časového kroku ($\tau - \Delta\tau$). Princip varianty s jednoduchým nepřímým modelem je na obr. 1.7, princip varianty se složitým nepřímým měřením je pak na obr. 1.8.



Obr. 1.7 Princip jednoduchého nepřímého měření se zpětnou vazbou



Obr. 1.8 Princip složitého nepřímého měření se zpětnou vazbou

1.1.3 Rozdělení nepřímých měření podle přístupu k řešení

Podle přístupu k řešení nepřímého měření rozeznáváme dva základní přístupy:

- statistický
- deterministický

Statistický přístup

Modely statického přístupu můžeme rozdělit do dvou základních skupin:

- regresní modely
- pravděpodobnostní modely

Obě skupiny nepřímého měření jsou charakterizované využíváním a aplikací různých statistických metod k určení nepřímo měřené veličiny. Patří sem metody korelační analýzy, metoda nejmenších čtverců, metoda normování matic a jiné.

Deterministický přístup

Tuto skupinu tvoří metody nepřímého měření, v kterých byl operátor nepřímého měření stanoven deterministicky, tj. vychází z fyzikálních a chemických modelů procesu.

1.1.4 Rozdělení nepřímých měření z hlediska realizace

Dalším rozdělením metod nepřímého měření může být rozdělení z hlediska realizace na:

- hardwarovou realizaci nepřímého měření
- softwarovou realizaci nepřímého měření
- případně kombinovanou realizaci nepřímého měření (hardware + software)

Hardwarová realizace nepřímého měření

Do této skupiny můžeme zařadit metody měření pomocí moderních prostředků, jako jsou například: termovizní systémy, radarové snímače výšky hladiny (kapaliny i tuhých sypkých materiálů), ultrazvukové a izotopové snímače průtoků, výšky hladiny a podobně.

Softwarová realizace nepřímého měření

Sem patří modely nepřímého měření realizované softwarově. Software je vytvořený na základě matematických modelů procesů. Každý takovýto software by měl obsahovat více modulů, které slouží pro pohodlnou obsluhu a bezproblémový chod modelu nepřímého měření. Jednotlivé moduly tohoto softwaru by mohli být např.:

- Modul rozhraní pro komunikaci s uživatelem (zadávání vstupních dat, parametrů pro model, kontrola správnosti vstupních údajů, atd.).
- Model nepřímého měření (matematický model) – jádro.
- Databáze údajů (archivace výsledků)
- Modul pro tvorbu výstupních sestav (ve formě grafů, tabulek, souborů, atd.).
- Vizualizace výsledků nepřímého měření (kontinuálně – on-line během procesu nebo po jeho skončení)
- Komunikační rozhraní pro Ethernet, Internet
- Interface pro připojení na technologický proces

Kombinovaná realizace nepřímého měření

Součástí této metody je hardwarová i softwarová část. V softwarové části je zahrnutá např. linearizace, standardizace signálu (normování), autokalibrace, autodiagnostické funkce, komunikace s prostředím a podobně. Do této skupiny patří zejména tzv. inteligentní snímače SMART.

2 Přesnost a chyby měření

Tato kapitola vychází z lit. [5], [6], [11].

V praxi nejsou žádné měření, žádná měřicí metoda ani žádný měřicí přístroj absolutně přesné. Nejruznější negativní vlivy, které se v reálném měřicím procesu vyskytují, se projevují odchylkou mezi naměřenou a skutečnou hodnotou sledované veličiny. Chyby měření mohou být způsobeny celou řadou příčin a vyjadřují se v absolutních nebo relativních hodnotách. Jako chyba absolutní Δ_x se označuje rozdíl mezi hodnotou naměřenou x_m a skutečnou x_s . Podělí-li se absolutní chyba skutečnou hodnotou, dostaneme poměrné vyjádření chyby, tj. chybu relativní δ_x . Platí tedy:

$$\Delta_x = x_m - x_s \quad (2.1)$$

$$\delta_x = \frac{\Delta_x}{x_s} = \frac{x_m - x_s}{x_s} \quad (2.2)$$

Podle místa vzniku v procesu měření je můžeme rozdělit do čtyř základních skupin:

- 1) *Instrumentální chyby*. Tyto chyby jsou způsobeny konstrukcí měřicího přístroje a určují kvalitu měřicího přístroje. Tyto chyby v mnoha případech výrobce přístroje, popř. je lze zjistit při kalibraci přístroje.
- 2) *Metodické chyby*. Souvisejí s použitou metodikou stanovení výsledků měření, k níž patří např. odečítání dat, organizace měření, atd.
- 3) *Teoretické chyby*. Tyto souvisejí s použitým postupem měření, principy měření, fyzikálními modely měření, fyzikálními konstantami.
- 4) *Chyby zpracování dat*. Jsou to chyby numerické metody použité pro zpracování naměřených hodnot, dále pak chyby způsobené užitím nevhodných metod statistického vyhodnocení, atp.

Podle příčin vedoucích ke vzniku chyb lze chyby definovat jako:

- *Chyby systematické.*
- *Chyby náhodné.*
- *Chyby hrubé.*

2.1 Chyby systematické

Působí odchylku naměřených hodnot pouze v jednom směru (plus anebo minus). Jejich působení se dá předvídat, bývají funkcí času nebo parametrů měřicího procesu. Protože zvyšují nebo snižují naměřené hodnoty o stejnou hodnotu, dají se odhalit teprve při porovnání měření na jiném přístroji. Teoreticky by bylo možné je vyloučit, prakticky by to znamenalo je alespoň částečně ohodnotit pomocí přesnějších přístrojů nebo zavést korekci na zpřesnění měřicí metody. V praxi je tento požadavek těžko uskutečnitelný a proto často provádíme odhad systematických chyb tak, že určujeme maximální chybu m_x . Její význam je takový, že chyba, které se při měření skutečně dopouštíme je vždy menší nebo nanejvýš rovna chybě m_x . Podle původu těchto chyb je třeba odlišit chyby způsobené nepřesnostmi měřidel, chyby metody a chyby pozorovatele.

2.1.1 Systematické chyby způsobené omezenou přesností měřidel

Určení maximální chyby můžeme provést následujícím dvojím způsobem. Buď budeme vycházet z dokumentace výrobce a nejsou-li žádné podklady, rozhodneme podle možnosti odečítání hodnot na stupnici přístroje. To se týká zvláště jednoduchých měřidel. Pro některé sériově vyráběné přístroje výrobce udává největší přípustnou (maximální) chybu m_x . Tím je zaručeno, že hodnota veličiny x naměřená přístrojem bude mít v celém jeho rozsahu chybu nanejvýš rovnou maximální chybě.

Maximální chyba je pro elektrické analogové (ručkové) měřicí přístroje výrobcem udávána pomocí třídy přesnosti T_p . Údaj o třídě přesnosti je obvykle uveden v pravém dolním rohu pod stupnicí přístroje. Podle platné normy je třída přesnosti číslo z řady 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 5. Třída přesnosti vyjadřuje v procentech použitého rozsahu maximální chybu měřené hodnoty. Největší přípustnou chybu m_x lze pak stanovit podle vztahu

$$m_x = \frac{T_p}{100} x_m \quad (2.3)$$

kde x_m je největší možná naměřená hodnota určená rozsahem. V případě, že počátek stupnice představuje nulovou měřenou hodnotu, pak se údaj m_x nazývá jmenovitý rozsah přístroje. Největší přípustná chyba je stejná, ať měříme v kterékoli části rozsahu, zatímco poměr maximální chyby k naměřené hodnotě x , tedy relativní chyba měřené hodnoty

$$m_{r,x} = \frac{m_x}{x} \quad (2.4)$$

(vyjadřovaná v procentech) je tím menší, čím větší je měřená hodnota vzhledem k maximální hodnotě použitého rozsahu. Proto při těchto měřeních docílujeme tím větší relativní přesnosti čím blíže je údaj přístroje ke konci stupnice.

U digitálních (číslicových) měřicích přístrojů se skládá maximální chyba m_x výrobcem stanovená ze dvou složek: $m_{l,x}$ závislé na velikosti měřené hodnoty a vyjadřované

v procentech měřené hodnoty a $m_{2,x}$ závislé, buď na použitém rozsahu (v tom případě vyjádřené v procentech použitého rozsahu), nebo vyjádřené počtem jednotek (digitů) nejnižšího místa číslicového displeje na zvoleném rozsahu. Jestliže výrobce neudává informace o přesnosti měřidla, musíme sami odhadnout maximální chybu m_x naměřené hodnoty. Obvykle lze chybu m_x odhadnout tak, že ji položíme rovnu části nejmenšího dílku na stupnici přístroje, kterou jsme schopni ještě rozlišit. Zpravidla to bývá 1/2 nejmenšího dílku nebo celý dílek. Tento způsob určení chyby souvisí s tím, že optimální hodnota nejmenšího dílku by měla být výrobcem stanovena tak, abychom mohli na stupnici odečítat hodnoty naměřené veličiny v souladu s přesností daného přístroje nebo měřidla

2.1.2 Systematické chyby použité metody

Vznikají nedokonalostí použitého způsobu měření, zjednodušujícími podmínkami měřicí metody, přibližností vztahů použitých pro popis měřeného objektu za daných podmínek nebo nevhodností použitého způsobu měření. Při vážení to může být např. nerespektování různého vztlaku vzduchu na závaží a vážený předmět, když mají různé objemy. Opravu těchto chyb je možné provést zavedením korekce, která zpřesní výsledek měření, např. provedením přesnějšího výpočtu výsledku při zahrnutí vztlaku vzduchu atd. Pokud se oprava neprovede je nutno provést odhad na tuto chybu.

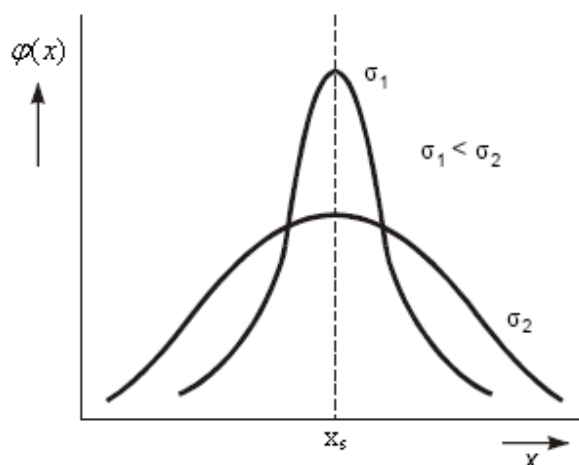
2.1.3 Systematické chyby pozorovatele

Tyto chyby vyplývají z nedokonalých pozorovacích možností člověka, vznikají špatnou smyslovou koordinací pozorovatele např. reakční dobou při měření časových údajů, omezenou rozlišovací schopností oka, úkosem (paralaxou) při čtení na stupnici, nepřesným odhadem částí dílků stupnice atd. Tyto chyby lze vyloučit tím, že subjektivní měření nahradíme objektivním pomocí přesného čidla spojeného s měřicím přístrojem.

2.2 Chyby náhodné

Tyto chyby kolísají náhodně co do velikosti i znaménka při opakování měření. Vyznačují se tím, že se nedají předvídat a jsou popsitelné určitým rozdělením pravděpodobnosti. Obtížně se eliminují, protože jsou složeny z mnoha příčin. Budeme-li provádět opakovaná měření téže veličiny za stejných podmínek, zjistíme, že výsledky jednotlivých měření se poněkud liší. To je způsobeno velkou řadou vlivů jednotlivě nepostizitelných. Jsou to prostorové fluktuace veličin, které měření provázejí jako je tlak, teplota, vlhkost, magnetické pole nebo např. malé variace mechanických částí experimentálního zařízení (např. tření) a podobně. Náhodnou chybu si můžeme obecně představit složenou z velkého počtu velmi malých, ojediněle nepozorovatelných, elementárních chyb. Zdroje těchto elementárních chyb nejsou pod naší kontrolou (vlivy nekontrolovatelné) a mají za následek vznik chyb, které sice nelze vyloučit, které však při velkém počtu opakovaných měření vykazují statistické zákonitosti a tyto zákonitosti můžeme použít k odhadu vlivu náhodných chyb na přesnost měření. Pro určení jejich velikosti se vychází z opakovaných měření s použitím statistických metod, odpovídajících patřičnému pravděpodobnostnímu modelu, reprezentovanému zákonem rozdělení příslušné náhodné chyby. V praxi velmi často jde o rozdělení normální – Gaussovo (obr. 2.1), které se používá ve většině aplikací. Vezmeme-li v úvahu četnost, s kterou je daná hodnota naměřena, a vyneseme-li do grafu závislost této četnosti na hodnotě veličiny, zjistíme, že v případě velkého

počtu měření $n \rightarrow \infty$ (základní soubor) bude křivka hladká a rozdělení naměřených hodnot dokonale symetrické. Skutečná hodnota x_s odpovídá maximu křivky (obr. 2.1)



Obr. 2.1 Gaussovo rozdělení [11]

Toto normální (tzv. Gaussovo) rozdělení vychází z předpokladu, že:

- výsledná chyba každého měření je výsledkem velkého počtu velmi malých, navzájem nezávislých chyb
- kladné i záporné odchylky od skutečné hodnoty jsou stejně pravděpodobné.

Funkce normálního rozdělení se uvádí nejčastěji ve tvaru

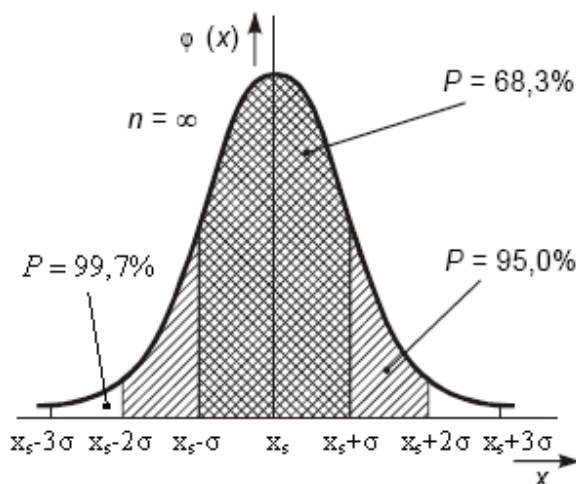
$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_s)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.5)$$

kde parametr σ je směrodatná odchylka (průměrná odchylka naměřené hodnoty x od skutečné hodnoty x_s), x je hodnota některého z nekonečné řady provedených měření, σ^2 je rozptyl a $\varphi(x)$ je hustota pravděpodobnosti hodnot veličiny x . S pomocí funkce $\varphi(x)$ je možné určit pravděpodobnost tak, aby naměřená veličina byla v určitém intervalu (obr. 2.2).

Pokud

$$\int_{x_s - \sigma}^{x_s + \sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_s)^2}{2\sigma^2}} dx = 0,683 \quad (2.6)$$

pak pravděpodobnost, že se naměřená hodnota nachází v intervalu $(x_s - \sigma, x_s + \sigma)$ je 68,3 %. V intervalu $(x_s \pm 2\sigma)$ je to tedy potom 95 %, v intervalu $(x_s \pm 3\sigma)$ je to pak již 97,7 %.



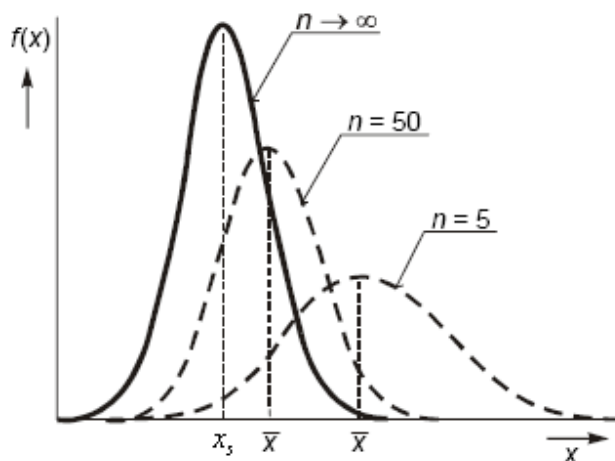
Obr. 2.2 Intervaly pravděpodobnosti [11]

U souboru s konečným počtem měření (výběrový soubor) můžeme ale mluvit jen o nejpravděpodobnější hodnotě měřené veličiny, která se skutečné hodnotě bude blížit. Jako nejlepší odhad skutečné hodnoty x_s použijeme aritmetický průměr $\bar{x}$ z n naměřených hodnot $x_1, x_2, \dots, x_n$.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.7)$$

kde n je počet měření, x_i jsou hodnoty naměřených veličin ($i = 1, 2, \dots, n$).

Jestliže zvětšujeme počet měření, hodnota aritmetického průměru se přibližuje skutečné hodnotě (obr. 2.3). Přesto nelze opakovaným měřením dosáhnout libovolně velké přesnosti výsledku.

Obr. 2.3 Vliv počtu měření na hodnotu $\bar{x}$ [11]

Mírou rozptylu v základním souboru je směrodatná odchylka σ . Rozptyl hodnot výběrového souboru charakterizuje výběrová směrodatná odchylka s jednoho měření:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta^2 x_i}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2.8)$$

S rostoucím počtem n měření se přesnost měření zvyšuje. Proto pro opakovaná měření zavádíme výběrovou směrodatnou odchylku aritmetického (výběrového) průměru $s_{\bar{x}}$, která závisí na tom, jak se od sebe liší x_s a $\bar{x}$ (viz obr. 2.3). Plná křivka znázorňuje rozložení hodnot x kolem skutečné hodnoty x_s , zatímco čárkované křivky znázorňují rozložení naměřených hodnot kolem aritmetického průměru. Z obr. 2.3 vyplývá, že s rostoucím n se hodnota aritmetického průměru přibližuje ke skutečné hodnotě x_s .

Výběrovou směrodatnou odchylku aritmetického průměru vypočteme ze vztahu:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (2.9)$$

2.3 Chyby hrubé

Tyto chyby jsou z předchozího pohledu zcela nevyzpytatelné. Měření zatížené hrubou chybou znehodnotí celý experiment, a proto naměřené hodnoty, které se výrazně odlišují, což bývá velmi často projevem tohoto druhu chyby, se vyloučí z dalšího zpracování. Omezit riziko jejich výskytu lze důsledným dodržováním příslušných měřicích postupů, podmínek měření a pozorností obsluhy. Výsledná chyba měření je vyjadřována jako součet systematické a náhodné složky, což lze zapsat

$$\Delta = e + \varepsilon \quad (2.10)$$

a její maximální hodnotu je možné odhadnout jako

$$\Delta_{x,\max} = (\bar{x} - x_s) + 2s \quad (2.11)$$

kde $e = \bar{x} - x_s$ je systematická složka
 $\varepsilon = s$, popř. $\varepsilon = 2s$ je náhodná složka

2.4 Přesnost přístroje

Přesnost přístroje je definována jako schopnost udávat za stanovených podmínek pravou hodnotu měřené veličiny. Pravou hodnotou měřené veličiny přitom rozumíme hodnotu, která charakterizuje veličinu dokonale definovanou za podmínek existujících v okamžiku jejího zjištění. Chyby přístrojů jsou způsobeny nedokonalostmi použitých měřicích prostředků, které mohou vznikat ve výrobě, montáži, popř. i opotřebením. Svou roli sehraává i změna charakteristik a parametrů přístroje v čase (stárnutí). Třída přesnosti T_p měřicího přístroje vyjadřuje maximální relativní chybu přístroje vztaženou na rozpětí přístroje

$$T_p = \frac{\Delta x_{\max}}{x_{\max} - x_{\min}} 100 \quad (2.12)$$

kde $\Delta x_{\max}$ je maximální přípustná absolutní chyba přístroje,
 $x_{\max} - x_{\min}$ je měřicí rozpětí přístroje.

V posledních letech je přesnost velmi často již vyjadřována v podobě dvousložkové chyby jako součet základní přesnosti systému a funkce měřené hodnoty

$$\Delta(x)_{dov} = A + Bx \quad (2.13)$$

kde A je základní chyba – většinou rozlišovací schopnost přístroje
 B je funkce – součinitel závislosti chyby na měřené veličině x .

2.5 Chyby nepřímého měření

U nepřímých měření určujeme hledanou veličinu ze známého fyzikálního zákona, do kterého potřebné údaje získáváme měřením. Předpokládáme, že hledaná veličina y je funkcí měřených veličin $a = x_1, b = x_2, c = x_3, \dots$

$$y = f(a, b, c, \dots) \quad (2.14)$$

V teorii chyb se dokazuje, že střední kvadratická chyba veličiny y je dána vztahem

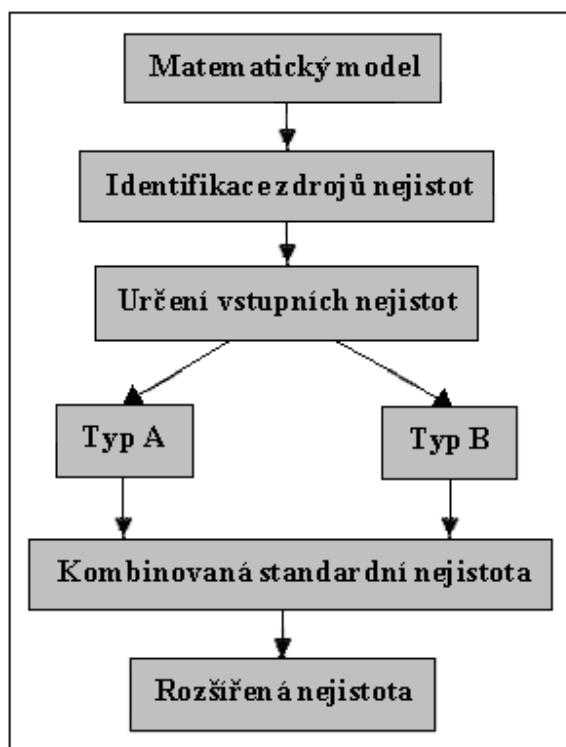
$$\bar{\sigma}_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \cdot \bar{\sigma}_a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \cdot \bar{\sigma}_b\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \cdot \bar{\sigma}_c\right)^2 + \dots} \quad (2.15)$$

kde $\bar{\sigma}_a, \bar{\sigma}_b, \bar{\sigma}_c$ jsou střední kvadratické chyby aritmetického průměru veličin a, b, c .

3 Nejistoty měření

Tato kapitola vychází z lit. [2], [4], [5].

Přesnost měření byla po dobu přibližně jednoho století vyjadřována pomocí chyby měření. Od osmdesátých a zejména devadesátých let minulého století se přesnost měření začaly vyjadřovat nejistotou měření. Pojem nejistota měření byl zaveden na základě doporučení 70. a 75. zasedání Mezinárodního výboru pro míry a váhy (CIPM - Comité International des Poids et Mesures), který řídí činnost Mezinárodního úřadu pro míry a váhy (BIPM – Bureau International des Poids et Mesures), která se konala v letech 1981 a 1985. Následně bylo přijato množství navazujících doporučení, která vyústila v roce 1990 v dokument Západoevropského kalibračního sdružení WECC č. 19, na jehož základě byly postupně přijímány další národní předpisy. Cílem dokumentu WECC je dát návod pro posuzování nejistot měření v kalibračních laboratořích a jejich uvádění v kalibračních certifikátech. Dokument je koncipován na obecné úrovni tak, aby byl použitelný pro všechny druhy měření. Obecné postupy a zásady zde uvedené bude však pravděpodobně třeba konkretizovat pro různé oblasti měření s cílem zajistit jejich snazší použití. Pro vytváření těchto doplňkových metodik však musí být dodrženy obecné zásady uvedené v tomto spise tak, aby byla zajištěna harmonizace vyjadřování nejistoty mezi různými druhy měření. V roce 1993 vydala Mezinárodní organizace pro normalizaci (ISO) první vydání směrnice pro určování nejistot měření (Guide to the Expression of Uncertainty of Measurements - GUM). Druhé vydání GUM je z roku 1995, přičemž toto vydání obsahuje pouze drobné úpravy a změny proti vydání prvnímu.



Obr. 3.1 Schématické znázornění kroků při postupu určování nejistot měření

V této směrnici jsou definovány základní pojmy teorie nejistot měření, uvedeny základní vztahy a na vybraných příkladech ukázána aplikace těchto vztahů. U nás byl pojem nejistota zaveden do etalonáže a měření vydáním technických předpisů metrologických TPM 0050 – 92 „Etalony. Vyjadřování chyb a nejistot“ a TPM 0051 – 93 „Stanovení nejistot při měření“. V roce 2005 potom vstoupila v platnost norma ČSN P ENV 13005 „Pokyn pro vyjádření nejistoty měření“ [4]. Tento pokyn je podkladem k všeobecným zásadám pro vyhodnocení a vyjádření nejistoty měření. Pojem nejistota měření dnes již zdomácněl v oblasti metrologie a kalibrace, ale do praxe průmyslových a běžných laboratorních měření (včetně měření ve zdravotnictví) se začíná teprve zavádět.

Obecný metodický postup pro vyjadřování nejistoty měření, který může být při přihlédnutí ke specifickým konkrétního řešeného úkolu přizpůsoben konkrétním potřebám, lze shrnout do následujících kroků (viz. obr. 3.1).

3.1 Popis, rozdělení a zdroje nejistot měření

Nejistota měření charakterizuje rozsah naměřených hodnot okolo výsledku měření, který lze zdůvodněně přiřadit k hodnotě měřené veličiny. Nejistota měření se týká nejen výsledku měření, ale i měřicích přístrojů, hodnot použitých konstant, korekcí apod., na kterých nejistota výsledku měření závisí. Základem určování nejistot měření je statistický přístup. Předpokládá se určité rozdělení pravděpodobnosti, které popisuje, jak se může udávaná hodnota odchýlovat od skutečné hodnoty, resp. pravděpodobnost, s jakou se v intervalu daném nejistotou může nacházet skutečná hodnota. Mírou nejistoty měření je směrodatná odchylka udávané veličiny. Takto vyjádřená nejistota se označuje jako standardní nejistota u a představuje rozsah hodnot okolo naměřené hodnoty. Standardní nejistoty se dělí na standardní nejistoty typu A a typu B. Udávají se buď samostatně bez znaménka, nebo za hodnotou výsledku se znaménkem $\pm$.

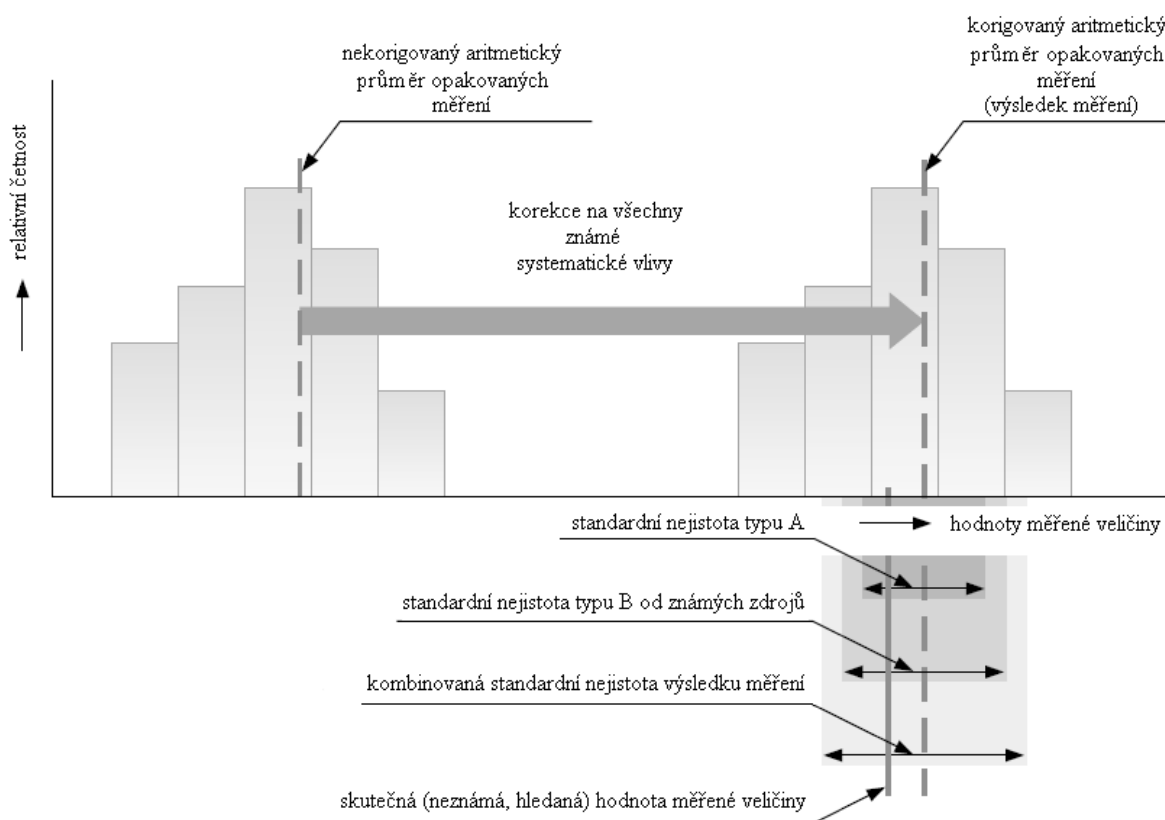
Standardní nejistoty typu A – u_A jsou způsobovány náhodnými chybami, jejichž příčiny se považují všeobecně za neznámé. Stanovují se z opakovaných měření stejné hodnoty měřené veličiny za stejných podmínek. Tyto nejistoty se stoupajícím počtem opakovaných měření se zmenšují. Přitom se předpokládá existence náhodných chyb s normálním rozdělením.

Standardní nejistoty typu B – u_B jsou způsobovány známými a odhadnutelnými příčinami vzniku. Jejich identifikaci a základní hodnocení provádí experimentátor. Jejich určování nebývá vždy jednoduché. U složitých měřicích zařízeních a při zvýšeném požadavku na přesnost, se musí provést podrobný rozbor chyb, což vyžaduje značné zkušenosti. Tyto nejistoty vycházejí z různých zdrojů a výsledná nejistota typu B je dána jejich sumací-přitom nezávisí na počtu opakovaných měření.

Kombinovaná standardní nejistota – u_C je sumací nejistot typu A a B. Hodnotí-li se výsledek měření touto nejistotou, není třeba rozlišovat nejistoty typu A a B. Kombinovaná standardní nejistota udává interval, ve kterém se s poměrně velkou pravděpodobností může vyskytovat skutečná hodnota měřené veličiny. V praxi se dává této nejistotě přednost.

Rozšířená standardní nejistota U se zavádí v případě, že je třeba zajistit ještě větší pravděpodobnost správného výsledku měření. Získá se tak, že se kombinovaná standardní nejistota u_c vynásobí součinitelem $k_r = 2$.

Vztah mezi výsledky opakovaných měření a nejistotou měření je názorně graficky zobrazen na obr. 3.2.



Obr. 3.2 Grafické znázornění vztahu mezi výsledky opakovaných měření a nejistotou měření [2]

Při zjišťování jednotlivých standardních nejistot se postupuje podle toho, zda se jedná o přímé nebo nepřímé měření jedné nebo více veličin. Při výpočtech se hodnoty koeficientů a nejistot zaokrouhlují na tři platné číslice. Udávaná výsledná nejistota se zaokrouhluje na dvě platné číslice. Nejistoty měření se stanovují při vyhodnocování měření ve výzkumu a technické praxi a to při:

- experimentálním ověřování fyzikálních zákonů a určování hodnot fyzikálních konstant,
- definičních měřeních, reprodukci jednotek fyzikálních a technických veličin a vyhodnocování metrologických vlastností primárních etalonů,
- kalibraci sekundárních etalonů a pracovních (provozních) měřidel,
- typových zkouškách měřidel a vyhodnocování jejich technických a metrologických vlastností,
- vyhodnocování přesných měření v oblasti zkušebnictví a kontroly jakosti výrobků,

- úředních měřeních ve smyslu zákona o metrologii,
- ostatních přesných a závazných měřeních v technické praxi, např. přejímacích a garančních zkouškách, měření množství látek a energií v hospodářském styku, měření složení a vlastností materiálů apod.

Jako *zdroje nejistot* lze označit veškeré jevy, které nějakým způsobem mohou ovlivnit neurčitost jednoznačného stanovení výsledku měření, a tím vzdalují naměřenou hodnotu od hodnoty skutečné. Značnou roli zde sehrává také skutečnost, zda jde o měřicí metody přímé nebo nepřímé. Na nejistoty působí výběr měřicích přístrojů analogových nebo číslicových, použití různých filtrů, vzorkovačů a dalších prostředků v celé trase přenosu a úpravy měřicího signálu. K nejistotám velmi výrazně přispívají rušivé vlivy prostředí v tom nejširším slova smyslu. Vyjmenovat zde veškeré možné zdroje nejistot nelze, uvedeny budou alespoň ty, které se vyskytují nejčastěji:

- nedokonalá či neúplná definice měřené veličiny nebo její realizace,
- nevhodný výběr přístroje (rozlišovací schopnost aj.)
- nevhodný (nereprezentativní) výběr vzorků měření,
- nevhodný postup při měření
- zjednodušení (zaokrouhlení) konstant a převzatých hodnot,
- linearizace, aproximace, interpolace anebo extrapolace při vyhodnocení,
- neznámé nebo nekompenzované vlivy prostředí,
- nedodržení shodných podmínek při opakovaných měřeních,
- subjektivní vlivy obsluhy,
- nepřesnost etalonů a referenčních materiálů

Některé ze zdrojů se projevují výhradně, či výrazněji v nejistotách vyhodnocovaných nejistotou typu A, jiné při použití nejistoty typu B. Mnohé zdroje ale mohou být příčinou obou skupin nejistot, a zde právě číhá největší nebezpečí v podobě opomenutí jedné ze složek, což může mít i velmi výrazný zkreslující účinek.

3.2 Nejistoty přímých měření

3.2.1 Standardní nejistota typu A

Výpočet standardní nejistoty typu A je založen na statistické analýze naměřených údajů. U opakovaných přímých měření jde o běžné statistické zpracování hodnot měřené veličiny získaných opakovanými přímými měřeními. Předpokládá se přitom, že měření jsou navzájem nezávislá a uskutečněná za stejných podmínek. Je tedy k dispozici n naměřených údajů $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, které jsou výsledkem realizace n nezávislých a stejně přesných měření jedné veličiny. Potom je základní výsledek měření představován aritmetický průměrem

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.1)$$

Standardní nejistota typu A tohoto výsledku, která se značí $u_A(x)$, se rovná směrodatné odchylce aritmetického průměru $s_{\bar{x}}$, tedy

$$u_A(x) = s_x = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.2)$$

3.2.2 Standardní nejistota typu B

Nejistoty zjišťované metodou B jsou vázány na známé, identifikovatelné a kvantifikovatelné zdroje. Výpočet nejistot typu B vychází z kvantifikovaného úsudku založeného na všech dostupných informacích o měřené veličině X a jejích možných změnách. Jako zdroje informací k určení nejistoty typu B můžeme použít:

- Předcházející měření a jejich výsledky.
- Informace o měřicích prostředcích a podmínkách jejich použití získané od výrobců.
- Zkušenosti a všeobecné znalosti o chování měřeného objektu, měřicích metodách, měřicích prostředcích a podmínkách měření.
- Nejistoty referenčních údajů, převzatých z různých pramenů.
- Údaje z certifikátů, kalibračních listů, ověřovacích listů.

Rámcový postup pro určování nejistot typu B je:

- 1) Vytipují se možné zdroje $Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p$ nejistot.
- 2) Určí se standardní nejistota vlivem každého zdroje buď převzetím z certifikátů, technické dokumentace, tabulek, technických norem, kalibračních listů apod., nebo odhady pomocí metod uvedenými v kap. *Metody k vyhodnocení standardní nejistoty typu B*
- 3) Posoudí se korelace mezi jednotlivými zdroji.
- 4) Určí se vztah mezi veličinou X a jednotlivými zdroji $Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p$ (charakterizovanými veličinami Z_j)

$$X = f(Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p) \quad (3.3)$$

- 5) S použitím zákona šíření nejistot (viz. kap. 3.2.5) podle vztahu (3.11) se pro funkci (2.13) vypočítá nejistota $u_B(x)$.

Metody k vyhodnocení standardní nejistoty typu B

Není-li známa přímo standardní nejistota vlivem příslušného zdroje, mohou nastat různé situace, při kterých využijeme následující metody:

- 1) **Známe U a k_r**

Uvádějí-li certifikáty, dokumenty výrobců neb jiné prameny rozšířenou nejistotu U a koeficient rozšíření k_r , stanoví se standardní nejistota $u_B(z_j)$ vlivem daného zdroje Z_j podle vztahu

$$u_B(z_j) = \frac{U}{k_r} \quad (3.4)$$

- 2) **Známe rozpětí normálního rozdělení**

Je-li známo rozpětí (délka intervalu $2U$), v němž se může nacházet většina naměřených hodnot (např. 95 %, 99 % nebo 99,73 %) a je oprávněný předpoklad, že při určování tohoto intervalu bylo uvažováno normované normální rozdělení, lze

standardní nejistotu $u_B(z_j)$ vlivem daného zdroje Z_j určit vztahem

$$u_B(z_j) = \frac{U}{k_p} \quad (3.5)$$

kde k_p je koeficient rozšíření rovný kvantilu normovaného normálního rozdělení pro pravděpodobnost P ($k_p = 1,96$ pro $P = 95\%$, $k_p = 2,58$ pro $P = 99\%$, $k_p = 3$ pro $P = 99,73\%$).

3) Známé hranice vlivu zdroje

Není-li možné odhadnout jen hranice, ve kterých se hodnoty měřené veličiny

Rozdělení	$z_{\max}$	k	Rozdělení	$z_{\max}$	k
<i>Normální – Gaussovo</i>	a	3	<i>Rovnoměrné – pravoúhlé</i>	a	$\sqrt{3}$ -1,73
<i>Trojúhelníkové – Simpsonovo</i>	a	$\sqrt{6}$ -2,45	<i>Bimodální (trojúhelníkové)</i>	a	$\sqrt{2}$ -1,41
<i>Lichoběžníkové</i>	a při $b = \frac{a}{3}$	-2,32	<i>Bimodální (Diracovo)</i>	a	1
	a při $b = \frac{a}{2}$	-2,19			
	a při $b = \frac{2a}{3}$	-2,04			

Obr. 3.3 Rozdělení pravděpodobnosti a koeficienty k [2]

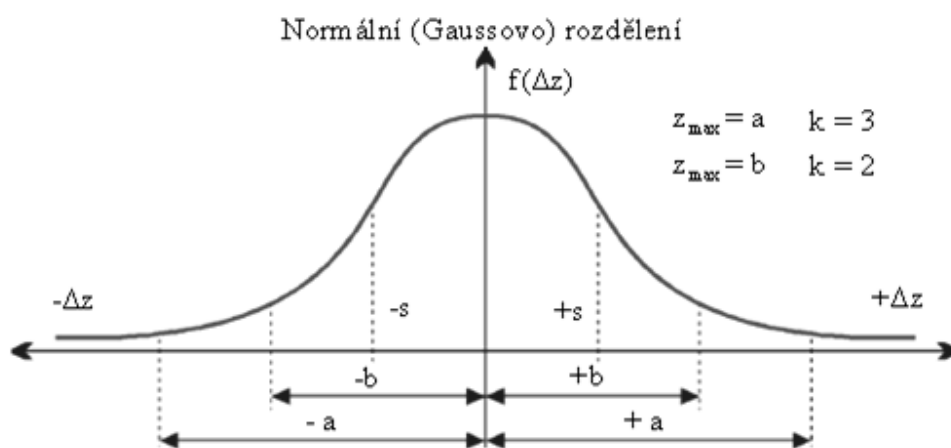
nacházejí vlivem působení daného zdroje, a to téměř s jistotou („téměř na 100 %“), postupuje se takto:

- Odhadnou se hodnoty změn (odchylek) $\pm z_{j\max}$ od jmenovité (nominální) hodnoty měřené veličiny příslušející zdroji Z_j , jejichž překročení je málo pravděpodobné (téměř nemožné).
- Posoudí se rozdělení pravděpodobnosti odchylek v tomto intervalu a určí se jeho aproximace.
- Standardní nejistota $u_B(z_j)$ se vypočítá ze vztahu

$$u_B(z_j) = \frac{z_{j\max}}{k} \quad (3.6)$$

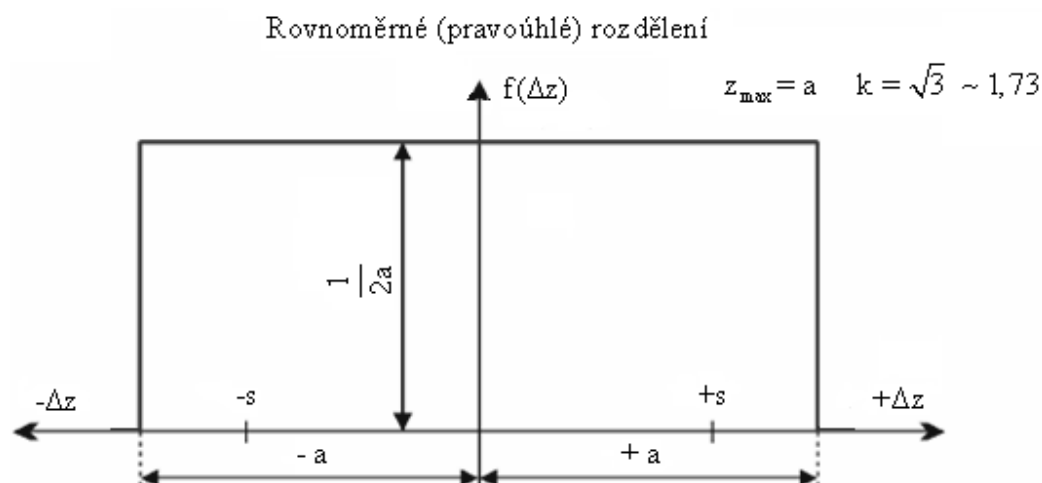
kde k je hodnota příslušná ke zvolené aproximaci rozdělení pravděpodobnosti podle obr. 3.3, který také celou situaci použití pravděpodobnostních modelů používáných pro stanovení nejistot podle příslušného zákona rozdělení přehledně přibližuje.

Aproximace *normálním rozdělením* (obr. 3.4) se použije tehdy, mohou-li se častěji vyskytovat malé odchylky od jmenovité hodnoty, zatímco s rostoucí velikostí odchylek pravděpodobnost jejich výskytu klesá (např. je-li zdrojem nejistoty měřicí přístroj od spolehlivého výrobce, u něhož lze předpokládat, že většina přístrojů bude zdrojem pouze malých chyb).



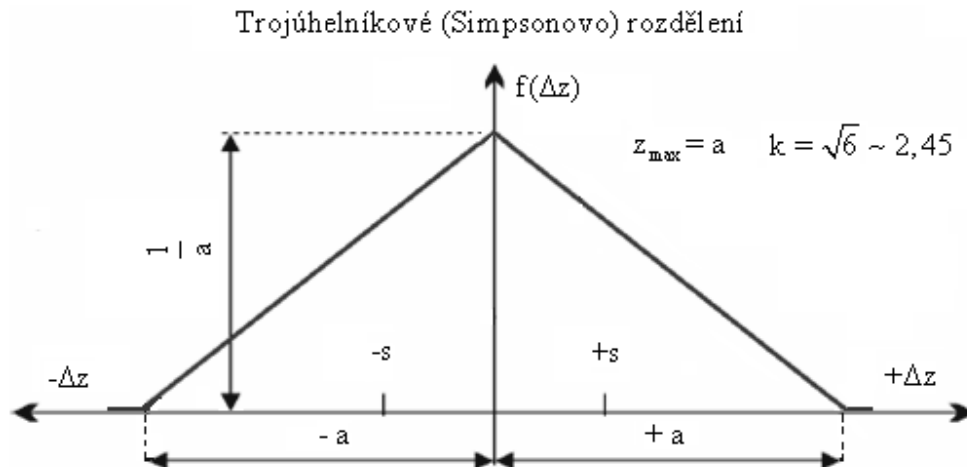
Obr. 3.4 Normální rozdělení

Rovnoměrné rozdělení (obr. 3.5) se použije v případech, kdy je stejná pravděpodobnost výskytu kterékoliv odchylky v celém daném intervalu $\pm z_{j\max}$. Tato aproximace se v běžné praxi používá nejčastěji. Především proto, že většinou nejsou k dispozici dostatečné poznatky o rozdělení pravděpodobnosti výskytu odchylek, a tudíž není důvod dávat některým odchylkám přednost tím, že se použije jiný typ rozdělení.



Obr. 3.5 Rovnoměrné rozdělení

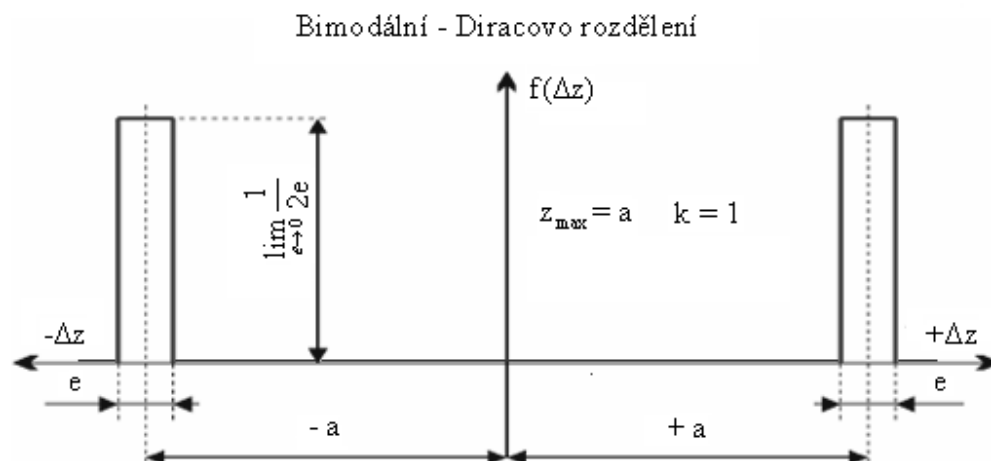
Trojúhelníkové rozdělení (obr. 3.6) se používá k modelování situace v případech velmi podobných normálnímu rozdělení. Simpsonovo rozdělení lze použít například u specifikace stability v době mezi kalibracemi, pokud je dlouhodobým sledováním potvrzeno, že skutečné chyby jsou prakticky stále nižší, než výrobcem udávané hodnoty.



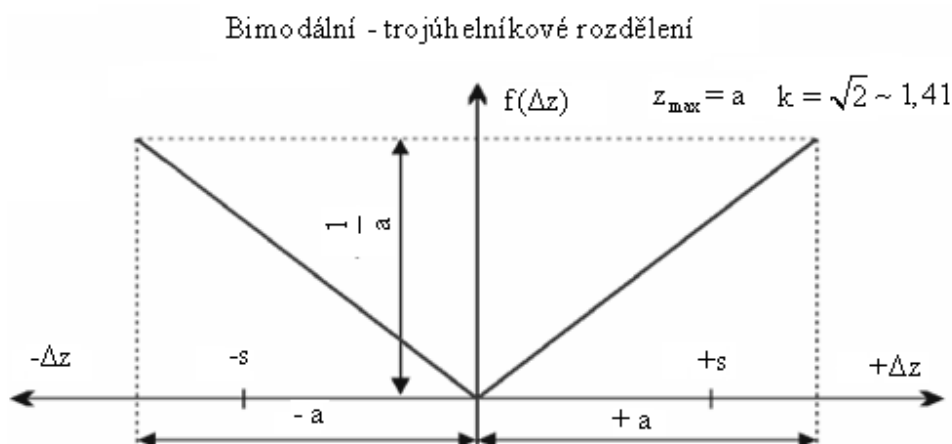
Obr. 3.6 Trojúhelníkové rozdělení

Bimodálním rozdělením (obr. 3.7 a 3.8) se aproximuje průběh nejistot např. u těch měřících přístrojů, které výrobce rozděluje do jistých tříd přesnosti, a tedy u některé střední třídy se nemohou vyskytovat ani přístroje s malými chybami (ty budou zařazeny do předcházející – přesnější třídy), ani s velkými chybami (ty budou naopak v následující – méně přesné třídě). Lze jej použít pro hodnocení pravděpodobnosti chybného odečtu na noniu posuvky či mikrometru (pokud jsou rysky pevné a pohyblivé části proti sobě, pravděpodobnost omylu se blíží k nule, zatímco čím blíže je ryska pohyblivé části ke středu

mezery mezi dvěma ryskami na pevné části, tím je pravděpodobnost omylu vyšší).

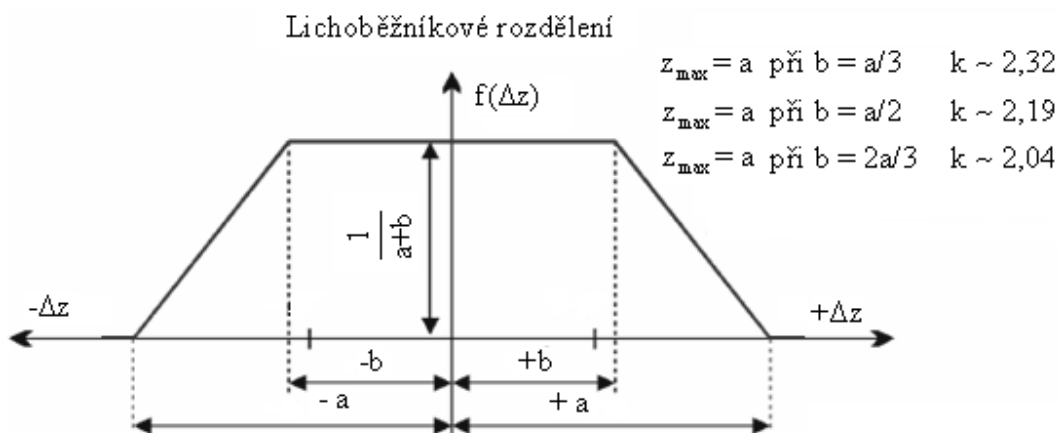


Obr. 3.7 Bimodální – Diracovo rozdělení



Obr. 3.8 Bimodální – trojúhelníkové rozdělení

Lichoběžníkové rozdělení (obr. 3.9) se využívá v případě, kdy se v určité oblasti hodnot chová veličina podle rovnoměrného rozdělení, ale i mimo tuto oblast se taktéž mohou vyskytovat hodnoty ovlivňující veličinu, ovšem s klesající pravděpodobností směrem k mezním hodnotám (např. pokud je teplota v laboratoři regulovaná systémem klimatizace, který je dimenzován na běžné teplotní výkyvy venkovního prostředí, ale nepostačuje pokrýt teplotní extrém).



Obr. 3.9 Lichoběžníkové rozdělení

4) Použití číslicového měřicího přístroje

Při použití číslicového měřicího přístroje je jedním ze zdrojů nejistoty rozlišitelnost poslední platné číslice. Přes neměnnost údaje při opakovaném měření není v tomto případě nikdy nejistota nulová. Při jejím odhadu se použije model rovnoměrného rozdělení pravděpodobnosti v intervalu, který je vymezen rozlišovací schopností $\delta(z_j)$ daného přístroje, a platí

$$u_{Bz_j} = \frac{\delta(z_j)}{2\sqrt{3}} = 0,29\delta(z_j) \quad (3.7)$$

Ukazuje-li např. číslicový voltmetr opakovaně 11,25 V a přitom je definováno rozlišení 10 mV, lze předpokládat, že $\delta(z_j) = 0,01$ V a nejistota $u_{B(z_j)} = 0,003$ V. Dočteme-li se ale v technických podmínkách podobného voltmetru, že pro použitý měřicí rozsah 20 V platí při rozlišení 10 mV (hodnota jednoho digitu) přesnost 0,3 % naměřené hodnoty + 1 digit, pak $\delta(z_j) = (0,034 + 0,01)$ V = 0,044 V a příslušná složka nejistoty typu B bude $u_{B(z_j)} = 0,013$ V, což je asi 4,5 krát větší nejistota než v předchozím případě.

5) Použití analogového přístroje se stupnicí

Při použití analogového měřicího přístroje je schopnost odečítání často dána hodnotou dílku stupnice $\delta(z)$. Potom se standardní nejistota způsobená čtením naměřené hodnoty určí podle vztahu (3.6). U některých analogových přístrojů jsou velikosti intervalu sloužícího jako předpokládaný zdroj nejistoty určeny ve vztahu k dílku stupnice normou nebo jiným doporučujícím předpisem. Obecně se při návrhu analogové stupnice předpokládá, ve vztahu k rozlišovací schopnosti lidského oka, že tzv. střední stupnice má dílek dlouhý asi 1 mm a přesnost čtení pouhým okem (bez použití lupy, či jiných pomůcek) je $\pm 0,5$ dílku u laiků a $\pm 0,3$ až $\pm 0,25$ dílku u zručné zaškolené obsluhy. Tak zvané jemné stupnice, které se pro čtení pouhým okem

používají, mívají méně často dílek dlouhý asi 0,5 mm a odhad poloviny dílku je zpravidla vázán na zručnost a trénovanost obsluhy.

6) Přítomnost hystereze

Často je charakteristika přístroje zatížena nezanedbatelnou hysterezí. Při výpočtu nejistoty způsobené tímto zdrojem se postupuje stejně jako v případě použití analogového přístroje se stupnicí.

3.2.3 Kombinovaná standardní nejistota

V praxi je většinou potřeba jediným číslem vyjádřit nejistoty typu A (označované u_A) a nejistoty typu B (u_B). K tomuto účelu slouží celková nejistota, obvykle nazývaná kombinovaná nejistota, označovaná u_C , která se určuje podle vztahu

$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} \quad (3.8)$$

3.2.4 Rozšířená nejistota

Výsledek měření ve tvaru $y \pm u_C$ definuje skutečnou hodnotu měřené veličiny s dosti malou pravděpodobností, přibližně 60 %. Tato pravděpodobnost je většinou nedostatečná. Proto je snaha stanovit interval, ve kterém by se hodnota nacházela s pravděpodobností blízkou 100 %. Do praxe se tudíž zavádí tzv. rozšířená nejistota U , definovaná jako $U = k_r u_C$, kde k_r je koeficient rozšíření. Hodnota k_r závisí na typu rozdělení pravděpodobnosti výsledku měření. V praxi se používají různé hodnoty koeficientů rozšíření podle typu rozdělení a požadované hodnoty pravděpodobnosti. Nejčastějším případem je 95 % pravděpodobnost (tzv. konfidenční), že skutečná hodnota se nachází v intervalu $y \pm U$. V případě normálního rozdělení výsledků měření odpovídá pravděpodobnosti 95 % hodnota $k_r = 2$. Vychází-li se z teorie matematické statistiky je možné předpokládat normální rozdělení velmi často. Proto se v praxi také nejčastěji pracuje s $k_r = 2$.

3.2.5 Zákon šíření nejistot

Jednou z prvotních otázek při určování postupu výpočtu nejistot měření je, jak stanovit nejistotu odhadu hledané veličiny, která je funkcí jiných veličin, jejichž odhady i nejistoty jsou známy. Tento problém můžeme matematicky popsat modelem měření. Tento model vyjadřuje vztah mezi výstupní veličinou Y a vstupními (nezávislými) veličinami $X_1, X_2, \dots, X_q, \dots, X_m$, jejichž odhady, nejistoty a případně i vzájemně kovariance jsou známy. Mezi vstupní veličiny se zahrnují: měřená veličina, veličiny ovlivňující výsledek měření a veličiny, které jsou potřebné pro stanovení výsledku, často převzaté z různých dokumentů (fyzikální konstanty, veličiny, jejichž hodnoty se přebírají z jiných souvisejících měření ap.).

Jestliže se jedná o měření jedné veličiny Y (výstupní veličina), která je funkcí m veličin $X_1, X_2, \dots, X_q, \dots, X_m$, potom lze model měření popsat výrazem

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_q, \dots, X_m) \quad (3.9)$$

kde f je známá funkce.

Odhad y hodnoty výstupní veličiny Y lze stanovit ze vztahu

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_m) \quad (3.10)$$

kde $x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_m$ jsou odhady vstupních veličin $X_1, X_2, \dots, X_q, \dots, X_m$.

Nejistota odhadu y veličiny Y pro případ, že odhady $x_1, x_2, \dots, x_q, \dots, x_m$ jsou nekorelované, se určí podle vztahu:

$$u^2(y) = \sum_{q=1}^m A_q^2 u_q^2(x) \quad (3.11)$$

kde A_q jsou koeficienty citlivosti, pro které platí

$$A_q = \left. \frac{\partial f(X_1, \dots, X_m)}{\partial X_q} \right|_{X_1 = x_1, \dots, X_m = x_m} \quad (3.12)$$

3.2.6 Pravidla uvádění výsledků měření

Pravidla uvádění výsledků měření upravuje například [4], kde se doporučují dva možné způsoby. Buď s použitím rozšířené nejistoty, nebo pomocí standardní kombinované nejistoty. Současně lze použít také tzv. bilanční tabulku.

Standardní nejistota kombinovaná u_C

V případě, že se zvolí tento způsob prezentace výsledků, je třeba dodržet tato pravidla:

- uvést podrobnou definici měřené veličiny Y ;
- uvést odhad y měřené veličiny Y spolu s kombinovanou standardní nejistotou $u_C(y)$ a jednotku, ve které jsou odhad i nejistota uvedeny;
- je-li to vhodné, uvést relativní standardní kombinovanou nejistotu $u_C(y)/|y|$, $|y| \neq 0$;
- v případě potřeby uvést bilanční tabulku.

Jako příklad může posloužit zápis výsledku určování průměru d válečku o jmenovité hodnotě 80 mm. Při kombinované standardní nejistotě $u_C = 0,025$ mm lze výsledek zapsat některým z těchto způsobů:

- $d = 80,034$ mm s $u_C = 0,025$ mm;

- $d = 80,034 (25) \text{ mm}$, kde číslo v závorce představuje číselnou hodnotu kombinované standardní nejistoty u_C s dekadickým řádem shodným s řádem posledních dvou číslic zapsaného výsledku;
- $d = 80,034 (0,025) \text{ mm}$, kde číslo v závorce představuje číselnou hodnotu kombinované standardní nejistoty vyjádřenou v jednotce, ve které je zapsán výsledek;
- $d = (80,034 \pm 0,025) \text{ mm}$, kde číslo následující po značce $\pm$ představuje číselnou hodnotu kombinované standardní nejistoty u_C (tento zápis se nedoporučuje používat, přednostně se totiž používá při zápisu výsledku měření s rozšířenou nejistotou).

Rozšířená nejistota U

Při uvádění výsledku měření s použitím rozšířené nejistoty $U = k_r u_C$ je třeba:

- uvést podrobnou definici měřené veličiny Y ;
- uvést výsledek měření v podobě $Y = y \pm U$, přičemž je třeba uvést jednotky, ve kterých jsou vyjádřeny odhad y i nejistota U ;
- pokud je to vhodné, uvést relativní rozšířenou nejistotu $U/|y|$, $|y| \neq 0$;
- uvést hodnotu koeficientu rozšíření k_r použitou při výpočtu U ;
- v případě potřeby uvést bilanční tabulku.

Pokud si vezmeme data z měření průměru d válečku z předchozího příkladu, je možné psát $d = (80,034 \pm 0,050) \text{ mm}$, kde číslo následující po značce $\pm$ představuje číselnou hodnotu rozšířené nejistoty U , přičemž tato nejistota U byla určena z kombinované standardní nejistoty u_C a koeficientu rozšíření $k_r = 2$ (viz. kap. 3.2.4).

Tab. 3.1 Obecná podoba bilanční tabulky

Veličina $X_q ; Y$	Odhad $x_q ; y$	Standardní nejistota $u_q (x)$	typ rozdělení	Koeficient citlivosti A_q	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_q (y)$; nejistota $u (y)$
X_1	x_1	$u_1(x)$	podle situace	A_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u_2(x)$		A_2	$u_2(y)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
X_q	x_q	$u_q(x)$		A_q	$u_q(y)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
X_m	x_m	$u_m(x)$		A_m	$u_m(y)$
Y	y	-	-	-	$u(y)$

Kromě zcela běžného zápisu výsledku měření v podobě aritmetického průměru s nejistotou jako tolerančním pásmem je možný i zápis postupu určení výsledné nejistoty měření do tzv. bilanční tabulky (*tab. 1*), přičemž platí

$$u_q(y) = A_q u_q(x); u(y) = \sqrt{\sum_{q=1}^m u_q^2(y)} \quad (3.13)$$

3.3 Nejistoty nepřímých měření

3.3.1 Postupy určování standardních nejistot při nepřímých měřeních

Stejně jako v případě určování standardních nejistot při přímých měřeních (kap. 3.2) je veličina Y , která je předmětem zájmu (výstupní veličina), známou funkcí f veličin $X_1, X_2, \dots, X_m$. Veličiny $X_1, X_2, \dots, X_m$ (vstupní veličiny) jsou takové, které lze přímo změřit nebo jejichž odhady, nejistoty a kovariance známe z jiných zdrojů, tedy

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m) \quad (3.14)$$

Odhad y výstupní veličiny Y se určí ze vztahu

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (3.15)$$

kde $x_1, x_2, \dots, x_m$ jsou odhady vstupních veličin $X_1, X_2, \dots, X_m$.

Nejistotu odhadu y veličiny Y pro případ, že odhady $x_1, x_2, \dots, x_m$ jsou *nekorelované*, se určí podle vztahu

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^m A_i^2 u^2(x_i) \quad (3.16)$$

přičemž pro koeficienty citlivosti (převodové koeficienty) A_i platí

$$A_i = \left. \frac{\partial f(X_1, \dots, X_m)}{\partial X_i} \right|_{X_1 = x_1, \dots, X_m = x_m} \quad (3.17)$$

V případě, že odhady $x_1, x_2, \dots, x_m$ jsou *korelované*, je třeba uvažovat také kovariance mezi jednotlivými odhady, které tvoří další složky výsledné nejistoty. Pro korelované vstupní veličiny se potom nejistota výstupní veličiny určí ze vztahu

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^m A_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=2}^m \sum_{j<i}^{m-1} A_i A_j u(x_i, x_j) \quad (3.18)$$

kde $u(x_i, x_j)$ je kovariance mezi navzájem korelovanými odhady x_i a x_j , což mohou být jak dvě vzájemně závislé různé veličiny, tak i dvě hodnoty téže veličiny, mezi nimiž existuje jistá korelační vazba. Někdy je výhodné určit nejistoty odhadu y výstupní veličiny Y zvlášť metodou A a zvlášť metodou B. Potom se celková (kombinovaná) standardní nejistota určí podle vztahu (3.8).

3.3.2 Kovariance při určování výsledných nejistot

Kovariance a nejistoty

V dalším textu zde budou ozřejměny vzájemné vazby mezi jednotlivými zdroji, které mají za následek existenci kovariancí při působení jednotlivých zdrojů nejistot. Kovariance mezi odhady vlivů jednotlivých zdrojů určují, jak jsou tyto odhady vzájemně ovlivněny společnými zdroji nejistot. Navzájem závislé zdroje nejistot přispívají k výsledné nejistotě více nebo méně podle toho, jak se příslušné nejistoty slučují. V úvahu se tyto společné zdroje berou proto, aby bylo možné jejich vliv zohlednit ve výsledné nejistotě. Kovariance mohou výslednou nejistotu zvětšit i zmenšit. Závisí to především na jejich charakteru (zda zdroje působí souhlasně či protichůdně na dva uvažované odhady) a také na tvaru funkce, kterou jsou vázány na výstupní veličinu. Kovariance mezi jednotlivými vstupními veličinami X_i a X_j se určí podobně jako nejistoty buď metodou typu A, založenou na statistickém zpracování naměřených údajů, nebo od ní odlišnou metodou typu B.

Stanovení kovariance mezi odhady x_i a x_j : metoda typu A

Metoda typu A se ke stanovení kovariancí mezi dvěma odhady x_i a x_j dvou vstupních veličin (zdrojů nejistot) X_i a X_j používá tehdy, je-li k dispozici n naměřených hodnot obou veličin $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ a $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}$. Jsou-li odhady x_i a x_j představovány aritmetickými průměry

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik}, \quad \bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{jk} \quad (3.19)$$

vypočítá se kovariance určená metodou typu A podle vztahu

$$u_A(x_i, x_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j) \quad (3.20)$$

Stanovení kovariance mezi odhady x_i a x_j : metoda typu B

Kovariance $u_B(x_i, x_j)$ je kovariance vyhodnocená metodou B, odlišnou od metod vycházejících ze statistické analýzy naměřených údajů. Kovarianci lze určit:

- čtením z certifikátů přístrojů, literatury atd.,
- výpočtem

Výpočet se skládá z těchto pěti rámcových kroků:

- 1) Vytipují se zdroje závislosti (zdroje korelací).
- 2) Pro každý zdroj každé dvojice odhadů se na základě zkušeností odhadne korelační koeficient $r(x_i, x_j)$ vyjadřující míru závislosti mezi odhady. Ten může obecně nabývat hodnoty od -1 do +1. Hodnoty blízké nule odpovídají slabé závislosti, hodnoty blízké ± 1 odpovídají závislosti silné. Příslušná hodnota kovariance se určí ze vztahu

$$u_B(x_i, x_j) = r(x_i, x_j) u_B(x_i) u_B(x_j) \quad (3.21)$$

- 3) V případě, že dvě vstupní veličiny X_1, X_2 s odhady x_1, x_2 jsou funkcemi *nezávislých* veličin $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$, které lze vyjádřit vztahy

$$X_1 = g_1(Z_1, Z_2, \dots, Z_m) \quad (3.22)$$

$$X_2 = g_2(Z_1, Z_2, \dots, Z_m)$$

určí se kovariance mezi odhady x_1, x_2 ze vztahu

$$u_B(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(z_i) \quad (3.23)$$

kde A_{1i}, A_{2i} jsou koeficienty citlivosti pro funkce g_1, g_2 podle vztahu (3.17). Vztah (3.23) umožňuje určit kovarianci mezi odhady na základě znalosti funkčních závislostí vstupních veličin X_1, X_2 na nezávislých veličinách $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$. To znamená, že vhodným sestavením modelu měření je někdy možné obejít jinak nevyhnutelné odhadování hodnoty korelačního koeficientu. Jestliže se veličiny X_1 a X_2 , které vystupují v modelu (3.14), nahradí vztahy (3.22), vzájemně závislé veličiny X_1, X_2 už dále nebudou v modelu (3.14) vystupovat.

- 4) V případě, že dvě vstupní veličiny X_1, X_2 s odhady x_1, x_2 jsou funkcemi *závislých* veličin $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$, což lze vyjádřit vztahy (3.22), určí se kovariance mezi odhady x_1, x_2 ze vztahu

$$u_B(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m A_{1i} A_{2j} u_B(z_i, z_j) = \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(z_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m A_{1i} A_{2j} u_B(z_i, z_j) \quad (3.24)$$

kde $u_B(z_i, z_j)$ je známá kovariance mezi odhady z_i a z_j .

- 5) Jestliže nelze určit korelační koeficient ani se vyhnout korelacím sestavením vhodného modelu, doporučuje se určit maximální vliv korelace na výslednou nejistotu prostřednictvím horní hranice odhadu standardní nejistoty měřené veličiny. Předpokládejme, že v modelu (3.14) jsou veličiny X_1 , X_2 korelované a že stupeň korelace neznáme. Ostatní veličiny v modelu nejsou korelované, takže potom platí

$$\begin{aligned} u_B^2(y) &\leq \left[|A_1 u_B(x_1)| + |A_2 u_B(x_2)| \right]^2 + \sum_{i=3}^m A_i^2 u_B^2(x_i) = \\ &= A_1^2 u_B^2(x_1) + A_2^2 u_B^2(x_2) + 2 |A_1 A_2| u_B(x_1) u_B(x_2) + \sum_{i=3}^m A_i^2 u_B^2(x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^m A_i^2 u_B^2(x_i) + 2 |A_1 A_2| u_B(x_1) u_B(x_2) \end{aligned} \quad (3.25)$$

To znamená, že není-li k dispozici dostatek informací pro přesné ohodnocení kovariancí, a tím i výsledek nejistoty, je možné uvádět horní hranici nejistoty.

4 Příklady typických nepřímých měření a stanovení jejich nejistot

V této kapitole bude na dvou jednoduchých příkladech nepřímého měření ukázán postup určování nejistot těchto nepřímých měření.

4.1 Příklad 1 – Nepřímé měření odporu

Úkolem v tomto příkladu je na základě přímého měření napětí U a proudu I určit velikost odporu R . Víme že:

- teplota okolí během měření je v rozmezí $(22 \pm 2) ^\circ\text{C}$
- napětí U měříme číslicovým voltmetrem s vnitřním odporem $10^9 \Omega$, který má při měřicím rozsahu 10 V a v rozmezí teplot 15 až 35 $^\circ\text{C}$ maximální dovolenou chybu 0,1 % naměřené hodnoty plus 0,05 % měřicího rozsahu (údaje z certifikátu voltmetru)
- proud I měříme číslicovým ampérmetrem s vnitřním odporem $0,5 \Omega$, který má při měřicím rozsahu 50 mA a v rozmezí teplot $(23 \pm 5) ^\circ\text{C}$ maximální dovolenou chybu 0,1 % naměřené hodnoty plus 0,05 % měřicího rozsahu (údaje z certifikátu ampérmetru)
- informativně změřená hodnota odporu R digitálním multimetrem je $50,3 \Omega$ (tuto hodnotu potřebujeme znát, abychom zvolili správný způsob zapojení obvodu, viz níže)

Teoretický úvod

Ampérmetrem měříme proud I , který protéká zkoumaným odporem a současně voltmetrem napětí U na tomto odporu. Hledaný odpor pak lze určit z Ohmova zákona:

$$R = \frac{U}{I} \quad (4.1)$$

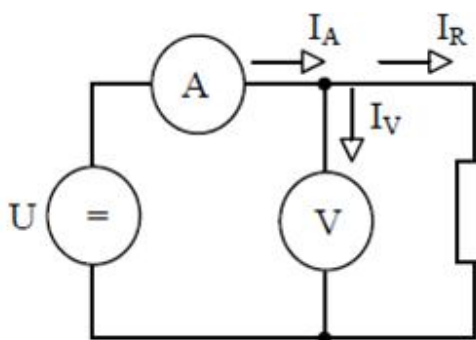
Vztah (4.1) však lze použít jen s určitým omezením, neboť měřicí systém voltmetru i ampérmetru má určitý vlastní odpor, čímž se mění poměry v obvodu. Chceme-li, aby ovlivnění elektrického obvodu měřicími přístroji bylo co možná nejmenší, musí být vnitřní odpor voltmetru co možná největší a vnitřní odpor ampérmetru co možná nejmenší.

Je vhodné volit různá zapojení přístrojů pro měření „malých“ a „velkých“ odporů (obr 4.1 a obr 4.2). Velkým odporem se v této souvislosti rozumí odpor mnohem větší (o několik řádů) než je vnitřní odpor R_A použitého ampérmetru. Malým odporem se rozumí odpor mnohem menší (o několik řádů) než je odpor R_V použitého voltmetru.

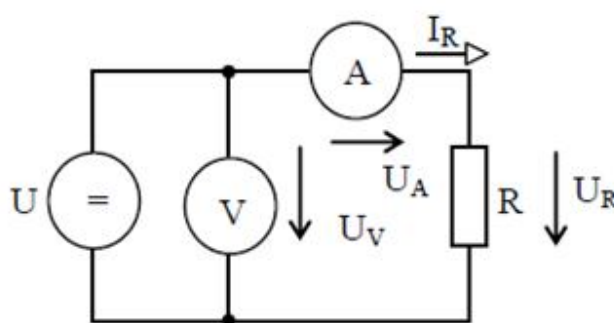
Při zapojení „Aval“ (obr. 4.1) je měřený odpor R spojen paralelně s voltmetrem a ampérmetr měří součet obou proudů, které jimi protékají. Pro výpočet odporu platí:

$$R' = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_V}{I_R + I_V} = \frac{R_V R}{R_V + R} \quad \Rightarrow \quad R = R' \frac{R_V}{R_V - R'} \quad (4.2)$$

kde R' je vypočtený odpor, který je menší než skutečný a to tím víc, čím víc se bude odpor voltmetru blížit hodnotě odporu R . Zapojení „Aval“ je výhodné zejména pro měření odporů značně menších, než je vnitřní odpor R_V použitého voltmetru. [9]



Obr. 4.1 Zapojení „Aval“



Obr. 4.2 Zapojení „Amont“

Při zapojení „Amont“ (obr. 4.2) měří voltmetr součet napětí na ampérmetru a měřeném odporu. Měřený odpor je zapojený v sérii s ampérmetrem, proto platí

$$R' = \frac{U_V}{I_R} = \frac{U_A + U_R}{I_R} = R_A + R \quad \Rightarrow \quad R = R' - R_A \quad (4.3)$$

kde R' je vypočtený odpor, který bude větší než skutečný a to tím víc, čím víc se bude odpor ampérmetru R_A blížit hodnotě odporu R . Zapojení „Amont“ je výhodné zejména pro měření odporů značně větších, než je vnitřní odpor R_A použitého ampérmetru. [9]

Samotný příklad

V našem příkladu použijeme zapojení „Aval“ (obr. 4.1), protože orientačně změřená hodnota počítaného odporu R je výrazně menší než hodnota vnitřního odporu R_V použitého voltmetru ($R = 2 \, \Omega$, $R_V = 10^9 \, \Omega$). Ale zároveň vzhledem k velikosti R_V můžeme vztah (4.2) upravit takto

$$R = R' \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U_V}{I_A} \quad (4.4)$$

Což je totožné se vztahem (4.1), který představuje matematický model pro tento příklad.

Za stejných podmínek naměříme 10 hodnot napětí U (V) a proudu I (mA), viz tab. 4.1.

Tab. 4.1 Naměřené hodnoty napětí U a proudu I

Č. měření. i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U_i (V)	1,00	1,02	1,02	0,98	1,03	1,02	1,03	0,99	0,99	1,02
I_i (mA)	20,02	20,15	20,13	19,97	20,14	20,12	20,13	20,03	20,09	20,15

Odhad hodnot měřených veličin je reprezentován aritmetickým průměrem z deseti provedených měření, platí zde vztah (3.1)

$$\bar{U} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} U_i = 1,01 \text{ V} \qquad \bar{I} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} I_i = 20,09 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

Odhad hodnoty nepřímo měřeného odporu je

$$\bar{R} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{1,01}{20,09} = 50,27 \text{ } \Omega$$

Nyní určíme standardní nejistoty, jejímiž složkami jsou:

- Standardní nejistota měření napětí stanovená metodou A, podle vztahu (3.2) platí

$$u_A(U) = s(\bar{U}) = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (U_i - \bar{U})^2} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

- Standardní nejistota měření proudu stanovená metodou A, podle vztahu (3.2) platí

$$u_A(I) = s(\bar{I}) = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (I_i - \bar{I})^2} = 0,02 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

- Standardní nejistota měření napětí stanovená metodou B se stanoví z maximální dovolené chyby použitého voltmetru, která je 0,006 V (0,1% z napětí 1,01 V plus 0,05% z rozsahu 10 V). Předpokládáme rovnoměrné rozdělení a podle vztahu (3.6) tedy platí

$$u_B(U) = \frac{0,006}{\sqrt{3}} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

- Standardní nejistota měření proudu stanovená metodou B se stanoví z maximální dovolené chyby použitého voltmetru, která je 0,045 mA (0,1% z proudu 20,09 mA plus 0,05% z rozsahu 50 mA). Předpokládáme rovnoměrné rozdělení a podle vztahu

(3.6) tedy platí

$$u_B(I) = \frac{0,045 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ A}$$

- Standardní nejistota měření odporu se určí sloučením výše stanovených složek uplatněním zákona šíření nejistot (viz kap. 3.2.5) na použitý model měření. Budeme uvažovat kovariance mezi přímo měřenými veličinami stanovené metodou A, kovariance vyhodnocované metodou B budou nulové (použita nezávislá měřidla, odhady dovolené chyby voltmetru a ampérmetru nejsou korelované). Výsledná standardní nejistota odporu se tedy určí podle vztahu

$$u(R) = \sqrt{A_U^2 u_A^2(U) + A_U^2 u_B^2(U) + A_I^2 u_A^2(I) + A_I^2 u_B^2(I) + 2A_U A_I u_A(U, I)}$$

kde A_U a A_I jsou koeficienty citlivosti, které zjistíme podle vztahu (3.17)

$$A_U = \frac{\partial \left(\frac{U}{I} \right)}{\partial U} = \frac{1}{I} = \frac{1}{20,09 \cdot 10^{-3}} = 49,776$$

$$A_I = \frac{\partial \left(\frac{U}{I} \right)}{\partial I} = - \frac{U}{I^2} = - \frac{1,01}{(20,09 \cdot 10^{-3})^2} = -2502,48$$

a $u_A(U, I)$ je kovariance mezi přímo měřeným napětím a proudem, získaná metodou A, podle vztahu (3.20)

$$u_A(U, I) = \frac{1}{10(10-1)} \sum_{k=1}^{10} (U_k - \bar{U})(I_k - \bar{I}) = 1,022 \cdot 10^{-7}$$

Výsledná standardní nejistota měření odporu je tedy

$$u(R) = \sqrt{\left[49,776^2 \cdot (5,8 \cdot 10^{-3})^2 \right] + 49,776^2 \cdot (3,5 \cdot 10^{-3})^2 + \left[(-2502,48)^2 \cdot (0,02 \cdot 10^{-3})^2 \right] + \left[(-2502,48)^2 \cdot (2,6 \cdot 10^{-5})^2 + 2 \cdot 49,776 \cdot (-2502,48) \cdot (1,022 \cdot 10^{-7}) \right]} = \underline{0,31 \, \Omega}$$

Vše přehledně shrnuje tab. 4.2

Výsledek měření odporu můžeme zapsat ve tvaru $R = (50,27 \pm 0,62) \Omega$, kde $0,62 \Omega$ je rozšířená nejistota, vypočítaná jako dvojnásobek standardní nejistoty.

Tab. 4.2 Bilanční tabulka nejistot při nepřímém měření odporu

Veličina X_i	Odhad x_i	Standardní nejistota $u(x_i)$	Typ rozdělení	Koeficient citlivosti A_i	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_i(R)$; nejistota $u(R)$ (Ω)
Napětí $\bar{U}$	1,01 V	$5,8 \cdot 10^{-3}$ V	normální	49,776	0,288 V
Chyba voltmetru	0,00 V	$3,5 \cdot 10^{-3}$ V	rovnoměrné	49,776	0,174 V
Proud $\bar{I}$	$20,09 \cdot 10^{-3}$ A	$0,02 \cdot 10^{-3}$ A	normální	-2502,48	0,050 A
Chyba ampérmetru	0,00 mA	$2,6 \cdot 10^{-5}$ A	rovnoměrné	-2502,48	0,065 A
kovariance					-0,026
Odpor R	50,27 Ω				0,31 Ω

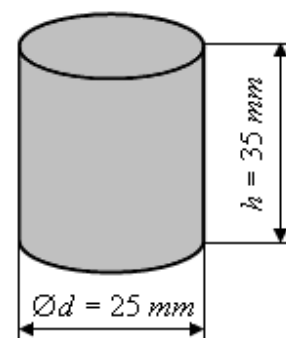
4.2 Příklad 2 – Objem kovového válečku

Úkolem v tomto příkladu je určit objem V kovového válečku (obr. 4.3) z deseti opakovaných měření jeho výšky h a průměru d stejným posuvným měřítkem, za stejných podmínek. Výška h a průměr d jsou přímo měřené veličiny, z nichž následně dosazením do známého vztahu pro objem válce (4.5) dostaneme požadovaný objem válečku V .

$$V = \frac{\pi d^2}{4} h \quad (4.5)$$

Z certifikátu a dalších dostupných materiálů plyne, že použité posuvné měřítko má v intervalu měřených délek 0 až 150 mm základní chybu rozlišení 0,05 mm. Zároveň se uplatní integrovaná osobní chyba měřitele při odečítání hodnot ze stupnice použitého posuvného měřítka, nedokonalost kolmého ustavení měřidla vůči ose válečku, kolísání síly stisku atd., což se vše zahne do celkové osobní chyby o velikosti 0,1 mm. Takže je dáno:

- jmenovitý rozměr výšky válečku $h_n = 35$ mm
- jmenovitý rozměr průměru válečku $d_n = 25$ mm



Obr. 4.3 Váleček

- základní chyba rozlišení použitého měřidla 0,05 mm
- integrovaná osobní chyba 0,1 mm

Opakovaným měřením průměru a výšky válečku získáme hodnoty d_i a h_i uvedené v tab. 4.3.

Tab. 4.3 Naměřené hodnoty průměru a výšky válečku

Číslo měření i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_i (mm)	25,1	25,0	24,9	25,1	25,1	25,0	25,1	25,1	25,1	25,0
h_i (mm)	35,0	35,1	35,1	35,1	34,9	35,1	35,2	35,0	35,1	35,1

Odhadem hodnot měřených veličin (průměr válečku d a výška h) je aritmetický průměr. Podle (3.1) dostaneme

$$\bar{d} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} d_i = 25,05 \text{ mm}$$

$$\bar{h} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} h_i = 35,07 \text{ mm}$$

Standardní nejistotu typu A získáme jako výsledek statistické analýzy dle (3.2), platí tedy

$$u_A(d) = s_{\bar{d}} = \frac{s_d}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (d_i - \bar{d})^2} = 0,023 \text{ mm}$$

$$u_A(h) = s_{\bar{h}} = \frac{s_h}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (h_i - \bar{h})^2} = 0,026 \text{ mm}$$

Standardní nejistotu typu B tvoří dvě složky, a to chyba měřidla a osobní chyba. U obou předpokládáme rovnoměrné pravoúhlé rozdělení (výskyt kterékoliv hodnoty z intervalu omezeného chybou je stejně pravděpodobný. Podle (3.6) tedy dostaneme

$$u_{B1}(d) = \frac{0,05}{\sqrt{3}} = 0,029 \text{ mm}$$

$$u_{B2}(d) = \frac{0,1}{\sqrt{3}} = 0,058 \text{ mm}$$

$$u_{B1}(h) = \frac{0,05}{\sqrt{3}} = 0,029 \text{ mm}$$

$$u_{B2}(h) = \frac{0,1}{\sqrt{3}} = 0,058 \text{ mm}$$

Výslednou standardní nejistotu typu B vypočítáme analogicky ke vztahu (3.8)

$$u_B(d) = \sqrt{u_{B1}^2(d) + u_{B2}^2(d)} = \sqrt{0,029^2 + 0,058^2} = 0,065 \text{ mm}$$

$$u_B(h) = \sqrt{u_{B1}^2(h) + u_{B2}^2(h)} = \sqrt{0,029^2 + 0,058^2} = 0,065 \text{ mm}$$

Standardní nejistotu kombinovanou pak určíme podle vztahu (3.8)

$$u_C(d) = \sqrt{u_A^2(d) + u_B^2(d)} = \sqrt{0,023^2 + 0,065^2} = 0,069 \text{ mm}$$

$$u_C(h) = \sqrt{u_A^2(h) + u_B^2(h)} = \sqrt{0,026^2 + 0,065^2} = 0,070 \text{ mm}$$

Výše uvedené přehledně shrnuje bilanční tabulka (tab. 4.4) pro průměr válečku, resp. tab. 4.5 pro výšku válečku.

Nyní lze snadno vypočítat hledaný objem válečku V podle vztahu (4.5), do kterého dosadíme $\bar{d} = 25,050 \text{ mm}$ a $\bar{h} = 35,070 \text{ mm}$

$$V = \frac{\pi \bar{d}^2}{4} \bar{h} = \frac{\pi \cdot 25,05^2}{4} \cdot 35,07 = 17283,87 \text{ mm}^3$$

Vzhledem k tomu, že průměr i výška válečku byly měřeny jediným posuvným měřítkem, je potřeba uvážit jednak projev jejich kombinovaných standardních nejistot do výsledku prostřednictvím koeficientů citlivosti, vypočítaných jako parciální derivace podle vztahu (3.17), ale také projev silně korelovaných vlivů s koeficientem rovným 1.

Tab. 4.4 Bilanční tabulka nejistot při měření průměru válečku pomocí posuvného měřítka

Veličina X_i ; d	Odhad x_i ; d (mm)	Standardní nejistota $u(x_i)$ (mm)	Typ rozdělení	Koeficient citlivosti A_i	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_i(d)$; nejistota $u(d)$ (mm)
$\bar{d}$	25,050	0,023	normální	1	0,023
Měřidlo $\delta_1(d)$	0,000	0,029	rovnoměrné	1	0,029
Obsluha $\delta_2(d)$	0,000	0,058	rovnoměrné	1	0,058
d	25,050				0,069

Tab. 4.5 Bilanční tabulka nejistot při měření výšky válečku pomocí posuvného měřítka

Veličina $X_i; h$	Odhad $x_i; h$ (mm)	Standardní nejistota $u(x_i)$ (mm)	Typ rozdělení	Koeficient citlivosti A_i	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_i(h)$; nejistota $u(h)$ (mm)
$\bar{h}$	35,070	0,026	normální	1	0,026
Měřidlo $\delta_1(h)$	0,000	0,029	rovnoměrné	1	0,029
Obsluha $\delta_2(h)$	0,000	0,058	rovnoměrné	1	0,058
h	35,070				0,070

Výslednou standardní nejistotu můžeme potom určit ze vztahu

$$u^2(V) = A_d^2 u_C^2(d) + A_h^2 u_C^2(h) + 2A_d A_h u_B(d) u_B(h)$$

kde A_d a A_h jsou koeficienty citlivosti, vypočítané jako parciální derivace podle vztahu (3.17)

$$A_d = \frac{\partial V}{\partial d} = \frac{\partial \left(\frac{\pi d^2}{4} h \right)}{\partial d} = \frac{\pi d}{2} h = \frac{\pi \cdot 25,05}{2} \cdot 35,07 = 1379,95$$

$$A_h = \frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\partial \left(\frac{\pi d^2}{4} h \right)}{\partial h} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 25,05^2}{4} = 492,84$$

a $u(d, h)$ je celková kovariance, která je rovna součtu kovariancí stanovených metodou typu A a metodou typu B

$$u(d, h) = u_A(d, h) + u_B(d, h)$$

V našem případě (opakované přímé měření tím samym měřidlem za stejných podmínek) kovarianci stanovenou metodou typu A můžeme zanedbat (viz [5]) a pro kovarianci stanovenou metodou typu B platí vztah (3.21), kde korelační koeficient $r(x_i, x_j)$ je roven 1:

$$u(d, h) = r(d, h) \cdot u_B(d) \cdot u_B(h) = 1 \cdot 0,065 \cdot 0,065 = 0,004$$

Potom tedy pro výslednou standardní nejistotu platí

$$\begin{aligned} u^2(V) &= A_d^2 u_C^2(d) + A_h^2 u_C^2(h) + 2 A_d A_h u_B(d) u_B(h) = 1379,95^2 \cdot 0,069^2 + \\ &+ 492,84^2 \cdot 0,070^2 + 2 \cdot 1379,95 \cdot 492,84 \cdot 0,065 \cdot 0,065 = 16003,16 \text{ mm}^6 \end{aligned}$$

$$u(V) = \sqrt{u^2(V)} = \sqrt{16003,16} = \underline{\underline{126,5 \text{ mm}^3}}$$

Výsledek měření objemu válečku můžeme zapsat ve tvaru $V = (17,3 \pm 0,3) \text{ cm}^3$, kde $0,3 \text{ cm}^3$ je rozšířená nejistota, vypočítaná jako dvojnásobek standardní nejistoty a zaokrouhlená nahoru.

Vše přehledně shrnuje tab. 4.6.

Tab 4.6 Bilanční tabulka nejistot při nepřímém měření objemu

Veličina X_i	Odhad x_i	Standardní nejistota $u(x_i)$	Typ rozdělení	Koeficient citlivosti A_i	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_i(V)$; nejistota $u(V)$
Průměr $\bar{d}$	25,05 mm	0,023 mm	normální	1379,95	31,74 mm
Chyba měřidla + obsluhy $\delta(d)$	0,00	0,065 mm	rovnoměrné	1379,95	89,7 mm
Výška $\bar{h}$	35,07 mm	0,026 mm	normální	492,84	12,82 mm
Chyba měřidla + obsluhy $\delta(h)$	0,00	0,065 mm	rovnoměrné	492,84	32,04 mm
kovariance					5440,76
Objem V	17283,87 mm ³				126,5 mm ³

5 Stanovení nejistot při měření průtoku clonou, včetně výpočtového modulu.

V této kapitole bude ukázáno stanovení nejistot nepřímého měření na laboratorní úloze „Měření průtoku clonou“, přičemž součástí bude i výpočtový modul stanovení nejistot aplikovaný na tuto úlohu.

5.1 Teoretický úvod

Měření průtoku tekutin a plynů patří mezi důležité oblasti měření neelektrických veličin. Existuje velké množství metod, které jsou používány pro měření průtoku. Metody se dále liší podle aplikací. Můžeme měřit např. průtok vody v řečišti, při spotřebě pitné vody v domácnostech, atd. Mnohé metody měření průtoků jsou principiálně shodné, jak pro měření průtoku plynů, tak kapalin.

Pojem průtok se často používá jak pro označení hmotnostního průtoku tak i jako označení objemového průtoku. Ovšem mezi těmito pojmy je určitý rozdíl.

Objemovým průtokem Q_V označujeme objem tekutiny, který projde potrubím za jednotku času (například $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$).

Hmotnostní průtok Q_m udává hmotnost tekutiny, které proteče potrubím za jednotku času. Hmotnostní průtok lze vypočítat z objemového průtoku a ze známé hodnoty hustoty proudící tekutiny ρ :

$$Q_m = Q_V \cdot \rho \quad (5.1)$$

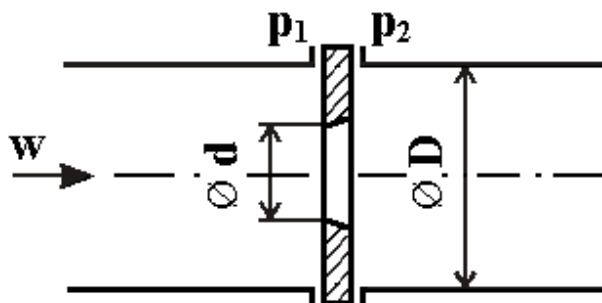
Objemový i hmotnostní průtok měříme dvěma metodami:

- 1) *Objemová metoda* je založena na měření proteklého množství V (m^3) nebo m (kg) za jednotku času t (s).
- 2) *Rychlostní metoda* definuje průtok jako součin průtočného průřezu A a střední rychlosti proudění $\bar{w}$:

$$Q_V = A \cdot \bar{w} \quad Q_m = A \cdot \bar{w} \cdot \rho \quad (5.2)$$

Konstrukčně se rychlostní průtokoměry liší tím, je-li průtočný průřez konstantní a měřítkem průtoku je proměnná rychlost proudění, nebo naopak rychlost proudění je konstantní a mění se průtočný průřez. Do první kategorie patří škrťací orgány, kolenové, indukční, tepelné, vírové, ultrazvukové, vířivé a turbínkové průtokoměry. Do druhé kategorie patří plovákové průtokoměry (rotametry). [8]

V našem případě měříme průtokové množství Q_V pomocí průřezového měřidla, které patří do rychlostních průtokoměrů. Je zde použit škrťací orgán, který se používá zejména k měření průtoku tekutin v uzavřených potrubích. Parametry škrťacích orgánů jsou stanoveny státní normou a jako normalizované jsou označovány: clona, dýza, Venturiho dýza a čtvrtkruhová dýza. Konkrétně je použita clona (obr. 5.1)



Obr. 5.1 Schéma škrtícího orgánu - clony

Princip funkce clony:

Změříme tlakový rozdíl před a po průchodu clonou – ten způsobuje tlakovou ztrátu, která se tím víc zvětšuje, čím více uzavřený průřez redukuje a čím větší je průtok redukovaným průřezem. Výslednou hodnotu průtoku poté určíme výpočtem. Obecný vztah z něhož určíme hodnotu průtoku je:

$$Q_V = \alpha \cdot \varepsilon \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1 - p_2}{\rho}} \quad (5.3)$$

kde: α = průtokový součinitel škrtícího orgánu

ε = expanzní součinitel

d = vnitřní průměr clony

ρ = hustota tlakoměrné kapaliny

$p_1 - p_2 = \Delta p$ = tlakový rozdíl

5.2 Laboratorní úloha – „Měření průtoku clonou“

Úkol laboratorní úlohy

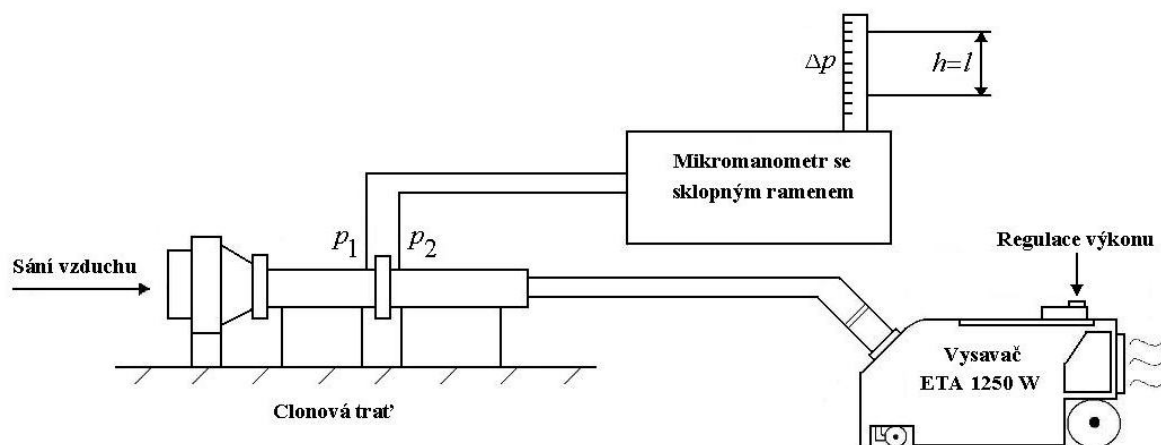
Pomocí clonové tratě změřit množství procházejícího vzduchu. Proudění vzduchu je realizováno prostřednictvím vysavače s nastavitelným výkonem. Z naměřených hodnot vypočítat hodnotu průtoku Q_V s uvažováním příslušných korekcí.

Použité přístroje:

- clonová trať složená z clony a potrubí
parametry clony + tratě: $\beta^2 = 0,55$; $\alpha = 0,716$; $D = (39,9 \pm 0,10)$ mm, kde β je poměr průměrů: $\beta = d/D$ a D je průměr potrubí
- mikromanometr se sklopným ramenem, typ UMK 2003 200542

- vysavač značky ETA 3408 2002 80 00014122, označení: QUINTO ELECTRONIC, 1250 W, ~ 50 Hz, s nastavitelným výkonem od 1100 W do 1250 W

Schéma měření této úlohy je na obr. 5.2, reálné podoba je potom na obr. 5.3.



Obr. 5.2 Schéma měření průtoku clonou



Obr. 5.3 Měření průtoku clonou

Pracovní postup při měření + výpočty:

Při měření použijeme mikromanometr se sklonným ramenem. Jeho úhel naklonění volíme 90° - tedy kolmo postavená trubice s měřítkem a hladinou kapaliny.

Vysavač zapojíme do el. sítě a nastavíme jeho výkon na nejnižší hodnotu. Připojíme sací hadici vysavače k clonové trati. Poté jej zapneme a postupně zvyšujeme jeho výkon až k maximální hodnotě. Postupujeme přitom podle dílků, které jsou na vysavači (celkem 11 dílků). Při tom odečítáme výšku hladiny $H_2O - h$ pomocí stupnice na mikromanometru.

Tab. 5.1 Tabulka naměřených hodnot výšky hladiny při zvyšování výkonu

Výkon vysavače dílků	Sloupec H_2O (mm) - zvyšování výkonu									
1 (minimum)	41	41	40	43	43	43	44	44	43	43
2	45	45	45	48	49	50	50	50	49	49
3	52	51	53	55	54	54	55	55	54	55
4	58	57	60	61	62	61	61	62	61	62
5	66	64	68	69	67	67	68	68	68	67
6	74	73	73	74	75	75	75	76	74	76
7	80	81	82	81	82	82	81	82	80	81
8	89	88	90	89	88	89	89	89	88	89
9	95	93	95	95	94	95	95	95	93	94
10	98	97	98	98	98	98	98	98	97	98
11 (maximum)	100	99	100	100	99	100	100	99	99	99

Tab. 5.2 Tabulka naměřených hodnot výšky hladiny při snižování výkonu

Výkon vysavače dílků	Sloupec H_2O (mm) - zvyšování výkonu									
1 (minimum)	41	40	43	43	43	44	44	43	43	43
2	47	48	50	50	51	52	52	50	50	51
3	56	54	57	57	58	59	59	57	58	58
4	64	62	65	64	65	65	65	64	64	64
5	70	70	72	71	72	72	73	72	71	71
6	77	75	80	78	78	79	78	78	78	77
7	82	82	85	84	83	84	84	83	83	83
8	88	88	90	90	89	90	89	90	89	89
9	94	93	95	95	95	95	95	95	94	95
10	97	97	98	98	98	99	99	98	97	98
11 (maximum)	100	99	100	100	99	100	100	99	99	99

Měření provedeme i s postupným snižováním výkonu od maxima do minima. Hodnoty výšky hladiny zapisujeme do připravených tabulek (tab. 5.1 a tab. 5.2). Měření provedeme 10krát pro zvyšování a 10krát pro snižování výkonu.

Z naměřených hodnot poté vypočteme aritmetický průměr a zapíšeme do tabulky 5.3.

Tab. 5.3 Tabulka aritmetických průměrů naměřených hodnot výšky hladiny

Výkon vysavače dílký	1 (min)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11 (max)
$\bar{h}$ (mm)	42,60	49,05	55,55	62,35	69,30	76,15	82,25	89,00	94,50	97,85	99,50

Abychom získali tlakový rozdíl Δp , potřebný pro výpočet průtoku Q_V (viz vztah 5.3), musíme provést přepočet naměřených výšek hladin podle vztahu:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = h \cdot \rho_l \cdot g \quad (5.4)$$

kde: - za h dosazujeme vypočtené aritmetické průměry výšek hladin ($\bar{h}$)
 - tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
 - ρ_l je hustota tlakoměrné kapaliny – vody, při teplotě v místnosti během měření $t = 25^\circ\text{C}$ je hodnota hustoty určena z tabulek pro hustotu vody v závislosti na teplotě [7], její hodnota je $\rho_l = \rho_{\text{vody}25^\circ\text{C}} = 997,07 \text{ kg/m}^3$

Vypočtené tlakové rozdíly zapíšeme do tabulky 5.4.

Pro vypočtené tlakové rozdíly určíme hodnoty průtoků Q_V (m^3/s) podle následujícího vztahu:

$$Q_V = \alpha \cdot \beta^2 \cdot \varepsilon \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho_2}} \quad (5.5)$$

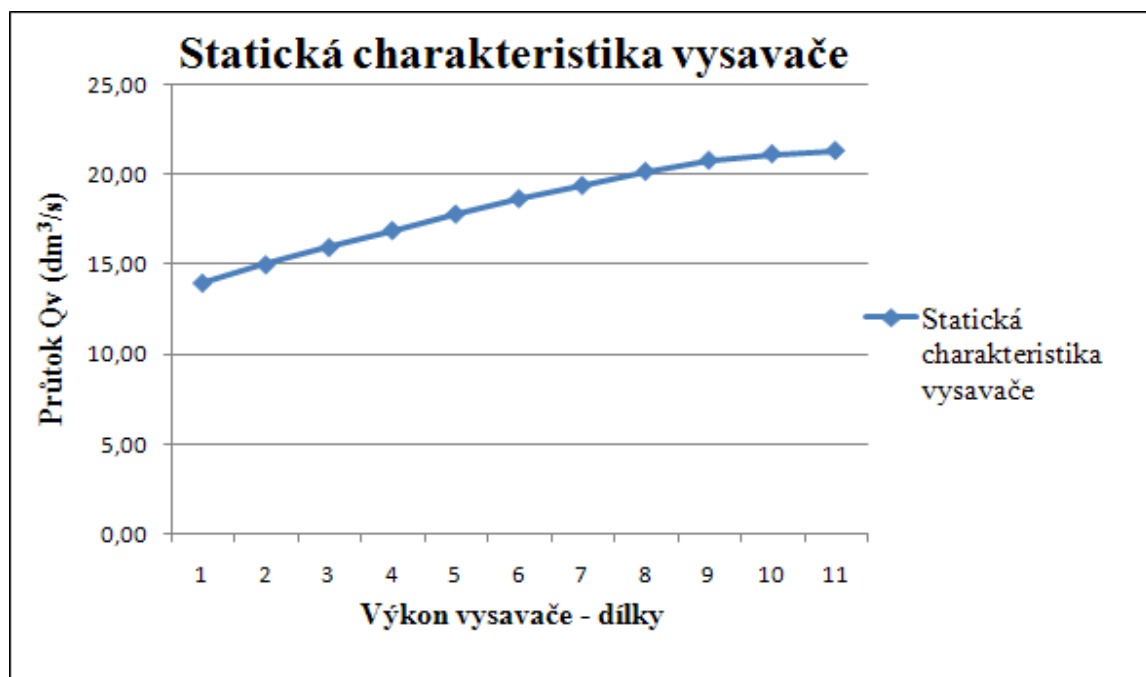
kde: $\alpha = 0,716$ (průtokový součinitel clony)
 $\beta^2 = 0,55$ (poměr průměrů)
 $D = 0,039 \text{ m}$ (průměr potrubí)
 $\varepsilon = 0,997$ (expanzní součinitel, jehož hodnota se získá z příslušného grafu, uvedeného v [7])
 $\rho_2 = 1,163 \text{ kg/m}^3$ (hustota vzduchu při teplotě 25°C a barometrickém tlaku 995 hPa = podmínky v místnosti během měření, hodnota hustoty je určena z tabulek pro hustotu vzduchu v závislosti na teplotě a tlaku [7])
 $k_1 = 1,018$ (korekce na odlišnost výběru, její hodnota se získá z příslušného grafu, uvedeného v [7])
 $k_2 = 1,043$ (korekce na vliv Reynoldsova čísla, její hodnota se získá z příslušného grafu, uvedeného v [7])

Pro jednotlivé tlakové rozdíly provedeme výpočet podle vztahu (5.5) a zapíšeme získané hodnoty do tabulky 5.4.

Tab 5.4 Tabulka vypočítaných hodnot tlakové rozdílu Δp a průtoku Q_V

Výkon vysavače dílky	Výška sloupce kapaliny h (mm)	Tlakový rozdíl $\Delta p = p_1 - p_2$ (Pa)	Průtok Q_V ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)
1 (minimum)	42,60	416,68154	0,01395
2	49,05	479,77064	0,01497
3	55,55	543,34881	0,01593
4	62,35	609,86136	0,01688
5	69,30	677,84109	0,01780
6	76,15	744,84270	0,01866
7	82,25	804,50836	0,01939
8	89,00	870,53185	0,02017
9	94,50	924,32876	0,02078
10	97,85	957,09597	0,02115
11 (maximum)	99,50	973,23504	0,02132

Ze získaných hodnot průtoku Q_V sestojíme statickou charakteristiku vysavače = závislost průtoku na výkonu vysavače (obr 5.4)



Obr. 5.4 Statická charakteristika vysavače

5.3 Stanovení nejistot u předcházející laboratorní úlohy

Úkolem je stanovit výslednou nejistotu nepřímého měření průtoku clonou, které bylo popsáno v kapitole 5.2.

5.3.1 Analýza problému

Matematický model pro tento příklad představuje vztah (5.5), kde průtok Q_V je nepřímo měřenou (hledanou) veličinou a ostatní veličiny vstupující do tohoto vztahu jsou určeny buď přímým měřením nebo odečtem z tabulek, či grafů.

Zdroje nejistot

- *Nejistoty typu A*

Jako zdroj nejistoty tohoto typu bereme v našem případě opakované měření výšky hladiny h .

- *Nejistoty typu B*

Jako zdroj nejistoty tohoto typu musíme brát:

- 1) odečet výšky hladiny h na stupnici manometru, který provádíme s chybou ± 1 mm
- 2) měření průměru potrubí D , chyba měření je $\pm 0,1$ mm ($D = 39,9 \pm 0,1$ mm)
- 3) odečet hodnot veličin ε (expanzní součinitel), k_1 (korekce na odlišnost výběru), k_2 (korekce na vliv Reynoldsova čísla), α (průtokový součinitel clony) z tabulek, či grafů, kdy společně s veličinou β^2 (poměr průměrů clony a potrubí) je můžeme považovat za jediný zdroj se stanovenou chybou $\pm 0,01$ (pro zjednodušení při výpočtu nejistot můžeme napsat $\alpha \cdot \beta^2 \cdot \varepsilon \cdot k_1 \cdot k_2 = \lambda$)
- 4) tíhové zrychlení g , které se mění v závislosti na geografické šířce a nadmořské výšce, vzhledem k pouze k nepatrné odchylce mezi místním (Brno, $g = 9,809980$ m/s²) tíhovým zrychlením a všeobecně používaným zaokrouhleným tíhovým zrychlením $g = 9,81$ m/s² (rozdíl je tedy 0,00002 m/s²) můžeme tento zdroj zcela zanedbat
- 5) odečet hodnoty hustoty ρ_1 z tabulek pro hustotu vody v závislosti na teplotě (hodnoty hustoty nejsou tabelovány pro všechny teploty, většinou potřebný údaj získáme na základě interpolace), stanovená chyba je $\pm 0,01$ kg/m³
- 6) odečet hustoty ρ_2 z tabulek pro hustotu vody v závislosti na teplotě a tlaku (hodnoty hustoty nejsou tabelovány pro všechny teploty a tlaky, většinou potřebný údaj získáme na základě interpolace), stanovená chyba je $\pm 0,01$ kg/m³

5.3.1 Výpočet nejistot

Za stejných podmínek bylo naměřeno vždy 20 hodnot (10 při zvyšování a 10 při snižování výkonu) výšky hladiny h pro jednotlivé stupně (dítky) výkonu vysavače.

V dalším textu ve výpočtech budou číselně dosazeny pouze hodnoty pro první dílek (stupeň) výkonu, pro ostatní stupně budou napsány rovnou výsledné hodnoty ve formě tabulek.

Odhad hodnot měřené výšky h je reprezentován aritmetickým průměrem z dvaceti provedených měření, platí zde vztah (3.1)

$$\bar{h} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} h_i = 42,60 \text{ mm}$$

Pro ostatní stupně výkonu platí tabulka 5.3.

Průtok Q_V se potom určí podle vztahu (5.5)

$$\begin{aligned} Q_V &= \alpha \cdot \beta^2 \cdot \varepsilon \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho_2}} = \alpha \cdot \beta^2 \cdot \varepsilon \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \bar{h} \cdot \rho_1 \cdot g}{\rho_2}} = \\ &= 0,716 \cdot 0,55 \cdot 0,997 \cdot 1,018 \cdot 1,043 \cdot \frac{3,14159 \cdot (39,9 \cdot 10^{-3})^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot (42,60 \cdot 10^{-3}) \cdot 997,07 \cdot 9,81}{1,163}} = \\ &= 0,01395 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Hodnoty průtoku pro ostatní stupně výkonu jsou uvedeny v tabulce 5.4.

Nyní určíme standardní nejistoty:

- 1) Standardní nejistota měření výšky hladiny stanovená metodou A, platí zde vztah (3.2)

$$u_A(h) = s(\bar{h}) = \sqrt{\frac{1}{20 \cdot (20-1)} \sum_{i=1}^{20} (h_i - \bar{h})^2} = 0,285 \text{ mm}$$

Hodnoty pro ostatní stupně výkonu jsou uvedeny v následující tabulce:

Tab. 5.5 Standardní nejistota měření výšky hladiny stanovená metodou A

Výkon vysavače dílký	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Standardní nejistota $u_A(h_i)$ (mm)	0,285	0,478	0,51	0,519	0,548	0,46	0,307	0,162	0,17	0,131	0,115

- 2) Standardní nejistota odečtu výšky hladiny stanovená metodou B, zde platí vztah (3.6)

$$u_B(h) = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577 \text{ mm}$$

kdy $\sqrt{3}$ odpovídá hodnotě k pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti (viz obr. 3.3).

Pro ostatní stupně výkonu je hodnota této nejistoty totožná (odečet provádíme na jednom a tom samém měřidle).

- 3) Standardní nejistota odečtu λ z tabulek, či grafů, stanovená metodou B, platí zde vztah (3.6)

$$u_B(\lambda) = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006$$

kdy $\sqrt{3}$ odpovídá hodnotě k pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti (viz obr. 3.3). Tato hodnota nejistoty platí pro všechny stupně výkonu vysavače.

- 4) Standardní nejistota měření průměru potrubí D , stanovená metodou B, podle vztahu (3.6)

$$u_B(D) = \frac{0,1}{\sqrt{3}} = 0,058 \text{ mm}$$

kdy $\sqrt{3}$ odpovídá hodnotě k pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti (viz obr. 3.3). Pro ostatní stupně výkonu je hodnota této nejistoty totožná (měření provádíme na jednom a tom samém potrubí).

- 5) Standardní nejistota odečtu hodnoty hustoty ρ_1 z tabulek pro hustotu vody v závislosti na teplotě, opět zde platí vztah (3.6)

$$u_B(\rho_1) = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006 \text{ kg/m}^3$$

kdy $\sqrt{3}$ odpovídá hodnotě k pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti (viz obr. 3.3). Pro ostatní stupně výkonu je hodnota této nejistoty totožná (měření provádíme za stejných podmínek).

- 6) Standardní nejistota odečtu hodnoty hustoty ρ_2 z tabulek pro hustotu vzduchu v závislosti na teplotě a tlaku, opětovně zde platí vztah (3.6)

$$u_B(\rho_2) = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006 \text{ kg/m}^3$$

kdy $\sqrt{3}$ odpovídá hodnotě k pro rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti (viz obr. 3.3). Pro ostatní stupně výkonu je hodnota této nejistoty totožná (měření provádíme za stejných podmínek).

- 7) Standardní nejistota měření průtoku se určí sloučením výše stanovených složek uplatněním zákona šíření nejistot (kap. 3.2.5) na použitý model měření. Vzhledem ke zkušenostem z předchozích příkladů nebudeme uvažovat kovariance. Výsledná standardní nejistota průtoku se tedy určí podle následujícího vztahu

$$u(Q_V) = \sqrt{A_h^2 u_A^2(h) + A_h^2 u_B^2(h) + A_\lambda^2 u_B^2(\lambda) + A_D^2 u_B^2(D) + A_{\rho 1}^2 u_B^2(\rho_1) + A_{\rho 2}^2 u_B^2(\rho_2)} \quad (5.6)$$

kde $A_h, A_\lambda, A_D, A_{\rho 1}$ a $A_{\rho 2}$ jsou koeficienty citlivosti, určené podle vztahu (3.17)

$$\begin{aligned} A_h = \frac{\partial Q_V}{\partial h} &= \frac{\partial \left(\lambda \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot \rho_1 \cdot g}{\rho_2}} \right)}{\partial h} = \lambda \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_1 \cdot g}{\rho_2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{h}} = \\ &= 0,716 \cdot 0,997 \cdot 0,55 \cdot 1,018 \cdot 1,043 \cdot \frac{3,14159 \cdot 0,0399^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 997,07 \cdot 9,81}{1,163}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{42,6 \cdot 0,001}} = \\ &= 0,16377 \end{aligned}$$

Koeficienty citlivosti A_{hi} pro ostatní stupně výkonu jsou uvedeny v tab. 5.6.

Tab. 5.6 Hodnoty koeficientu citlivosti A_{hi}

Výkon vysavače	1	2	3	4	5	6
Koeficient citlivosti A_{hi}	0,16377	0,15262	0,14341	0,13537	0,1284	0,12249
Výkon vysavače	7	8	9	10	11	
Koeficient citlivosti A_{hi}	0,11786	0,1133	0,10995	0,10806	0,10716	

$$\begin{aligned} A_\lambda = \frac{\partial Q_V}{\partial \lambda} &= \frac{\partial \left(\lambda \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot \rho_1 \cdot g}{\rho_2}} \right)}{\partial \lambda} = 1 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot \rho_1 \cdot g}{\rho_2}} = \\ &= \frac{3,14159 \cdot 0,0399^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 42,6 \cdot 0,001 \cdot 997,07 \cdot 9,81}{1,163}} = 0,03347 \end{aligned}$$

Koeficienty citlivosti $A_{\lambda i}$ pro ostatní stupně výkonu jsou uvedeny v tab. 5.7.

Tab. 5.7 Hodnoty koeficientu citlivosti $A_{\lambda i}$

Výkon vysavače	1	2	3	4	5	6
Koeficient citlivosti $A_{\lambda i}$	0,03347	0,03592	0,03822	0,04049	0,04269	0,04475
Výkon vysavače	7	8	9	10	11	
Koeficient citlivosti $A_{\lambda i}$	0,04651	0,04838	0,04985	0,05073	0,05115	

$$A_D = \frac{\partial Q_V}{\partial D} = \frac{\partial \left(\lambda \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot \rho_1 \cdot g}{\rho_2}} \right)}{\partial D} = \lambda \cdot \frac{\pi \cdot D}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot \rho_1 \cdot g}{\rho_2}} =$$

$$= 0,41687 \cdot \frac{3,14159 \cdot 0,0399}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 42,6 \cdot 0,001 \cdot 997,07 \cdot 9,81}{1,163}} = 0,6994$$

Koeficienty citlivosti A_D pro ostatní stupně výkonu jsou uvedeny v tab. 5.8.

Tab. 5.8 Hodnoty koeficientu citlivosti $A_{D i}$

Výkon vysavače	1	2	3	4	5	6
Koeficient citlivosti $A_{D i}$	0,6994	0,75048	0,79866	0,84613	0,89204	0,93509
Výkon vysavače	7	8	9	10	11	
Koeficient citlivosti $A_{D i}$	0,97182	1,01091	1,04168	1,05998	1,0689	

$$A_{\rho_1} = \frac{\partial Q_V}{\partial \rho_1} = \frac{\partial \left(\lambda \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot \rho_1 \cdot g}{\rho_2}} \right)}{\partial \rho_1} = \lambda \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot g}{\rho_2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\rho_1}} =$$

$$= 0,41687 \cdot \frac{3,14159 \cdot 0,0399^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 42,6 \cdot 0,001 \cdot 9,81}{1,163}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{997,07}} = 6,997 \cdot 10^6$$

Koeficienty citlivosti $A_{\rho l}$ pro ostatní stupně výkonu jsou uvedeny v tab. 5.9.

$$A_{\rho_2} = \frac{\partial Q_V}{\partial \rho_2} = \frac{\partial \left(\lambda \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot \rho_1 \cdot g}{\rho_2}} \right)}{\partial \rho_2} = \lambda \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot h \cdot \rho_1 \cdot g} \cdot \left(-\frac{1}{2\sqrt{\rho_2^3}} \right) =$$

$$= 0,41687 \cdot \frac{3,14159 \cdot 0,0399^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 42,6 \cdot 0,001 \cdot 997,07 \cdot 9,81} \cdot \left(-\frac{1}{2\sqrt{1,163^3}} \right) = -0,00599$$

Koeficienty citlivosti A_{ρ_2} pro ostatní stupně výkonu jsou uvedeny v tab. 5.10.

Tab. 5.9 Hodnoty koeficientu citlivosti $A_{\rho li}$

Výkon vysavače	1	2	3	4	5	6
Koeficient citlivosti $A_{\rho li}$	$6,997 \cdot 10^{-6}$	$7,508 \cdot 10^{-6}$	$7,99 \cdot 10^{-6}$	$8,465 \cdot 10^{-6}$	$8,924 \cdot 10^{-6}$	$9,355 \cdot 10^{-6}$
Výkon vysavače	7	8	9	10	11	
Koeficient citlivosti $A_{\rho li}$	$9,722 \cdot 10^{-6}$	$1,011 \cdot 10^{-5}$	$1,042 \cdot 10^{-5}$	$1,06 \cdot 10^{-5}$	$1,069 \cdot 10^{-5}$	

Tab. 5.10 Hodnoty koeficientu citlivosti $A_{\rho 2i}$

Výkon vysavače	1	2	3	4	5	6
Koeficient citlivosti $A_{\rho 2i}$	-0,00599	-0,00644	-0,00685	-0,00726	-0,00765	-0,00802
Výkon vysavače	7	8	9	10	11	
Koeficient citlivosti $A_{\rho 2i}$	-0,00834	-0,00867	-0,00893	-0,00909	-0,00917	

Výslednou standardní nejistotu vypočítáme podle vztahu (5.6)

$$u(Q_V) = \sqrt{0,16377^2 \cdot (0,285 \cdot 0,001)^2 + 0,16377^2 \cdot (0,577 \cdot 0,001)^2 + 0,03347^2 \cdot (0,006 \cdot 0,001)^2 + 0,6994^2 \cdot (0,058 \cdot 0,001)^2 + (6,997 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 0,006^2 + (-0,00599)^2 \cdot 0,006^2} = \underline{0,00012 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}$$

Hodnoty výsledné standardní nejistoty pro ostatní stupně výkonu vysavače jsou uvedeny v tab. 5.11.

Tab. 5.11 Hodnoty výsledné standardní nejistoty $u(Q_{Vi})$

Výkon vysavače	1	2	3	4	5	6
Výsledná stand. nejistota $u(Q_{Vi})$ ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	0,00012	0,00013	0,00013	0,00012	0,00012	0,00012
Výkon vysavače	7	8	9	10	11	
Výsledná stand. nejistota $u(Q_{Vi})$ ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	0,00011	0,00010	0,00010	0,00010	0,00010	

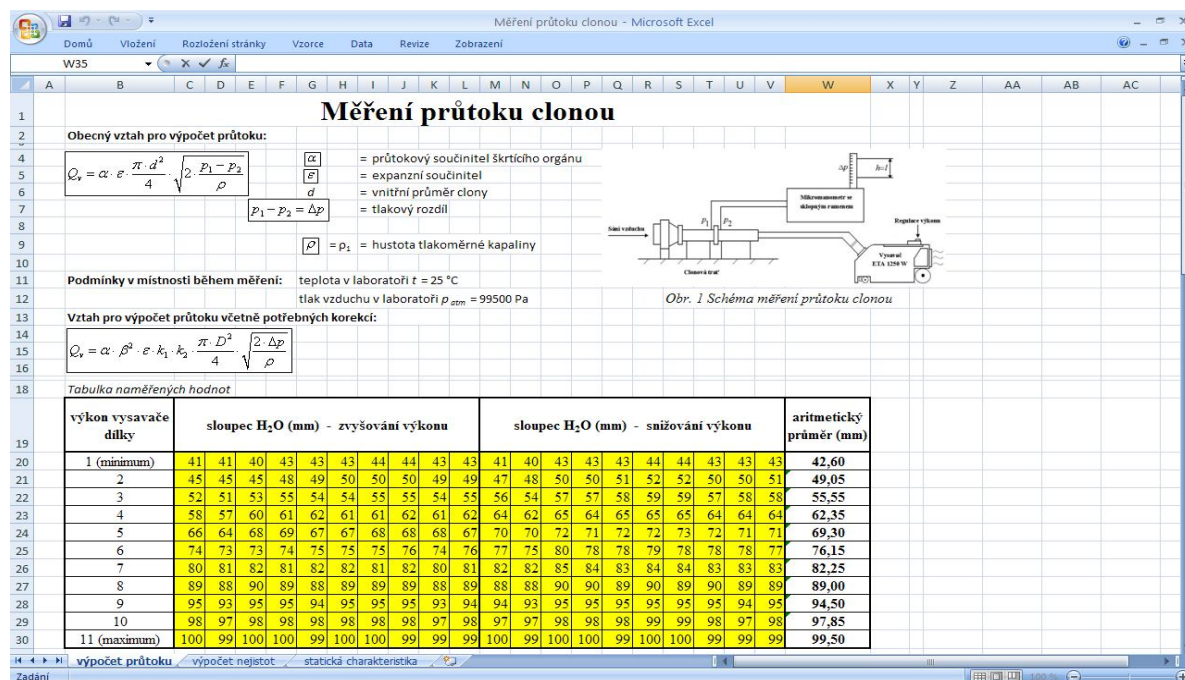
Pro minimální výkon vysavače (dílky 1) můžeme napsat, že zjištěná hodnota průtoku je $Q_{V1} = (13,95 \pm 0,24) \text{ dm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, kde $0,24 \text{ dm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ je rozšířená nejistota, vypočítaná jako dvojnásobek standardní nejistoty.

5.4 Výpočtový modul pro stanovení nejistot měření laboratorní úlohy „Měření průtoku clonou“.

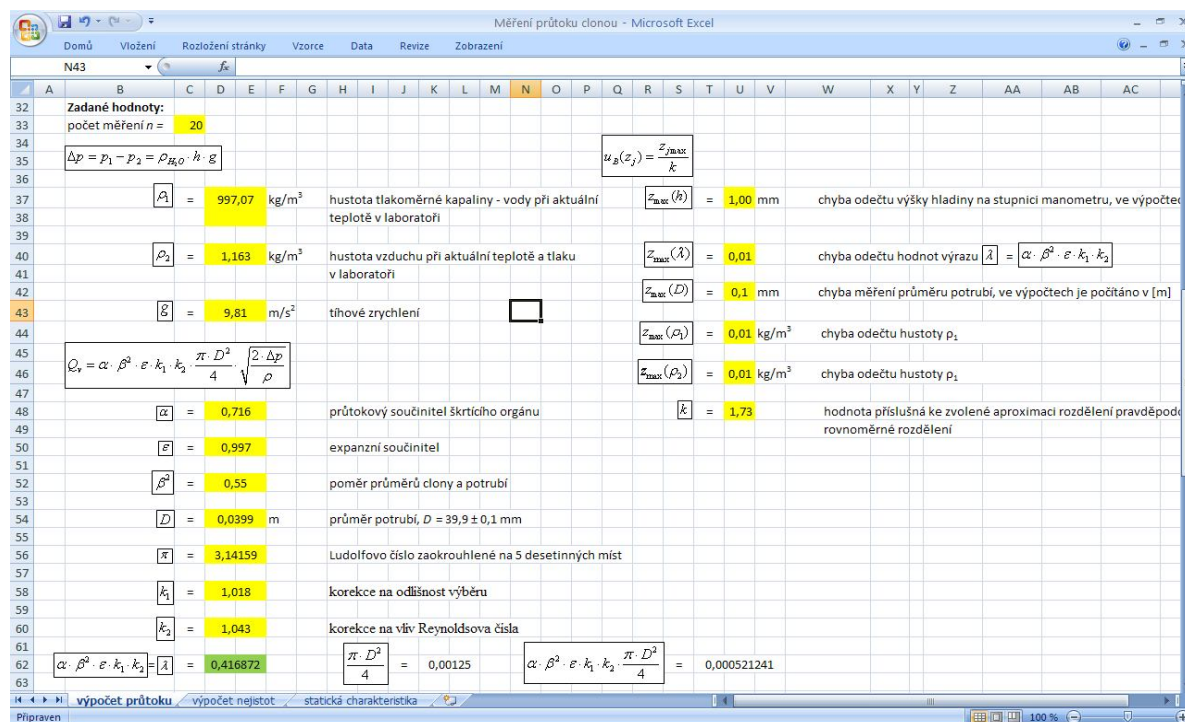
Jednoduchý výpočtový modul je vytvořen v souboru aplikace MS Excel. Tento software byl použit pro jeho všeobecnou znalost a z důvodu nepřiliš náročných výpočtů, pro které by bylo použití specializovaných produktů zbytečné. Konkrétně je pracováno ve verzi 2007, ale soubor lze spustit i ve starších verzích (Excel 97-2003).

Jeho součástí je samozřejmě i samostatný výpočet průtoku Q_V , na který navazuje samotný výpočet nejistot měření. Po drobných úpravách ho lze použít i na zamýšlenou modernizaci této laboratorní úlohy, kdy by tlakový rozdíl byl odečítán přímo tlakoměrem s el. výstupem.

Na následujících obrazech jsou náhledy na tento výpočtový modul.



Obr. 5.5 Výpočtový modul pro stanovení nejistot měření průtoku clonou – naměřené hodnoty



Obr. 5.6 Výpočtový modul pro stanovení nejistot měření průtoku clonou – zadávání parametrů

Měření průtoku clonou kop - Microsoft Excel

Domů Vlození Rozložení stránky Vzorce Data Revize Zobrazení

Schránka Písmo Zarovnání Číslo

Obecný Podmíněné formátování Formátování jako tabulku Styly Vložit Odstranit Formát Buňky Seřadit a Najít a filtrovat Upravy

M45

52

53 $D = 0,0399$ m průměr potrubí, $D = 39,9 \pm 0,1$ mm

54 $\pi = 3,14159$ Ludolfovo číslo zaokrouhlené na 5 desetinných míst

55 $k_1 = 1,018$ korekce na odlišnost výběru

56 $k_2 = 1,043$ korekce na vliv Reynoldsova čísla

57 $\alpha \cdot \beta^2 \cdot \varepsilon \cdot k_1 \cdot k_2 = 0,416872$ $\frac{\pi \cdot D^2}{4} = 0,00125$ $\alpha \cdot \beta^2 \cdot \varepsilon \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 0,000521241$

58

59

60

61

62

63

64

65 Tabulka vypočtených hodnot

výkon vysavače dílek	výška sloupce kapaliny h (mm)	tlakový rozdíl $\Delta p = p_1 - p_2$ (Pa)	průtok Q_v ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)
1 (minimum)	42,60	416,68154	0,01395
2	49,05	479,77064	0,01497
3	55,55	543,34881	0,01593
4	62,35	609,86136	0,01688
5	69,30	677,84109	0,01780
6	76,15	744,84270	0,01866
7	82,25	804,50836	0,01939
8	89,00	870,53185	0,02017
9	94,50	924,32876	0,02078
10	97,85	957,09597	0,02115
11 (maximum)	99,50	973,23504	0,02132

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

výpočet průtoku výpočet nejistot statická charakteristika

Obr. 5.7 Výpočtový modul pro stanovení nejistot měření průtoku clonou – výpočet průtoků

Měření průtoku clonou kop - Microsoft Excel

Domů Vlození Rozložení stránky Vzorce Data Revize Zobrazení

C41

40

41 1 zadáním čísla 1-11 se vybere patřičný stupeň výkonu a tomu odpovídající hodnoty $\bar{h}$ a $\sum_{i=1}^{20} (h_i - \bar{h})^2$

42

43

44 Výpočet nejistot typu A a typu B:

45 $u_A(h) = s(\bar{h}) = \sqrt{\frac{1}{20 \cdot (20-1)} \sum_{i=1}^{20} (h_i - \bar{h})^2} = 0,285$ mm

46

47 $u_B(h) = \frac{s_{\text{max}}(h)}{k} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577$ mm

48

49 $u_B(\lambda) = \frac{s_{\text{max}}(\lambda)}{k} = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006$ mm

50

51 $u_B(D) = \frac{s_{\text{max}}(D)}{k} = \frac{0,1}{\sqrt{3}} = 0,058$ mm

52

53 $u_B(\rho_1) = \frac{s_{\text{max}}(\rho_1)}{k} = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006$ kg/m³

54

55 $u_B(\rho_2) = \frac{s_{\text{max}}(\rho_2)}{k} = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006$ kg/m³

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

101

102

103

104

105

106

107

108

109

110

111

112

113

114

115

116

117

118

119

120

121

122

123

124

125

126

127

128

129

130

131

132

133

134

135

136

137

138

139

140

141

142

143

144

145

146

147

148

149

150

151

152

153

154

155

156

157

158

159

160

161

162

163

164

165

166

167

168

169

170

171

172

173

174

175

176

177

178

179

180

181

182

183

184

185

186

187

188

189

190

191

192

193

194

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

205

206

207

208

209

210

211

212

213

214

215

216

217

218

219

220

221

222

223

224

225

226

227

228

229

230

231

232

233

234

235

236

237

238

239

240

241

242

243

244

245

246

247

248

249

250

251

252

253

254

255

256

257

258

259

260

261

262

263

264

265

266

267

268

269

270

271

272

273

274

275

276

277

278

279

280

281

282

283

284

285

286

287

288

289

290

291

292

293

294

295

296

297

298

299

300

301

302

303

304

305

306

307

308

309

310

311

312

313

314

315

316

317

318

319

320

321

322

323

324

325

326

327

328

329

330

331

332

333

334

335

336

337

338

339

340

341

342

343

344

345

346

347

348

349

350

351

352

353

354

355

356

357

358

359

360

361

362

363

364

365

366

367

368

369

370

371

372

373

374

375

376

377

378

379

380

381

382

383

384

385

386

387

388

389

390

391

392

393

394

395

396

397

398

399

400

401

402

403

404

405

406

407

408

409

410

411

412

413

414

415

416

417

418

419

420

421

422

423

424

425

426

427

428

429

430

431

432

433

434

435

436

437

438

439

440

441

442

443

444

445

446

447

448

449

450

451

452

453

454

455

456

457

458

459

460

461

462

463

464

465

466

467

468

469

470

471

472

473

474

475

476

477

478

479

480

481

482

483

484

485

486

487

488

489

490

491

492

493

494

495

496

497

498

499

500

501

502

503

504

505

506

507

508

509

510

511

512

513

514

515

516

517

518

519

520

521

522

523

524

525

526

527

528

529

530

531

532

533

534

535

536

537

538

539

540

541

542

543

544

545

546

547

548

549

550

551

552

553

554

555

556

557

558

559

560

561

562

563

564

565

566

567

568

569

570

571

572

573

574

575

576

577

578

579

580

581

582

583

584

585

586

587

588

589

590

591

592

593

594

595

596

597

598

599

600

601

602

603

604

605

606

607

608

609

610

611

612

613

614

615

616

617

618

619

620

621

622

623

624

625

626

627

628

629

630

631

632

633

634

635

636

637

638

639

640

641

642

643

644

645

646

647

648

649

650

651

652

653

654

655

656

657

658

659

660

661

662

663

664

665

666

667

668

669

670

671

672

673

674

675

676

677

678

679

680

681

682

683

684

685

686

687

688

689

690

691

692

693

694

695

696

697

698

699

700

701

702

703

704

705

706

707

708

709

710

711

712

713

714

715

716

717

718

719

720

721

722

723

724

725

726

727

728

729

730

731

732

733

734

735

736

737

738

739

740

741

742

743

744

745

746

747

748

749

750

751

752

753

754

755

756

757

758

759

760

761

762

763

764

765

766

767

768

769

770

771

772

773

774

775

776

777

778

779

780

781

782

783

784

785

786

787

788

789

790

791

792

793

794

795

796

797

798

799

800

801

802

803

804

805

806

807

808

809

810

811

812

813

814

815

816

817

818

819

820

821

822

823

824

825

826

827

828

829

830

831

832

833

834

835

836

837

838

839

840

841

842

843

844

845

846

847

848

849

850

851

852

853

854

855

856

857

858

859

860

861

862

863

864

865

866

867

868

869

870

871

872

873

874

875

876

877

878

879

880

881

882

883

884

885

886

887

888

889

890

891

892

893

894

895

896

897

898

899

900

901

902

903

904

905

906

907

908

909

910

911

912

913

914

915

916

917

918

919

920

921

922

923

924

925

926

927

928

929

930

931

932

933

934

935

936

937

938

939

940

941

942

943

944

945

946

947

948

949

950

951

952

953

954

955

956

957

958

959

960

961

962

963

964

965

966

967

968

969

970

971

972

973

974

975

976

977

978

979

980

981

982

983

984

985

986

987

988

989

990

991

992

993

994

995

996

997

998

999

1000

1001

1002

1003

1004

1005

1006

1007

1008

1009

1010

1011

1012

1013

1014

1015

1016

1017

1018

1019

1020

1021

1022

1023

1024

1025

1026

1027

1028

1029

1030

1031

1032

1033

1034

1035

1036

1037

1038

1039

1040

1041

1042

1043

1044

1045

1046

1047

1048

1049

1050

1051

1052

1053

1054

1055

1056

1057

1058

1059

1060

1061

1062

1063

1064

1065

1066

1067

1068

1069

1070

1071

1072

1073

1074

1075

1076

1077

1078

1079

1080

1081

1082

1083

1084

1085

1086

1087

1088

1089

1090

1091

1092

1093

1094

1095

1096

1097

1098

1099

1100

1101

1102

1103

1104

1105

1106

1107

1108

1109

1110

1111

1112

1113

1114

1115

1116

1117

1118

1119

1120

1121

1122

1123

1124

1125

1126

1127

1128

1129

1130

1131

1132

1133

1134

1135

1136

1137

1138

1139

1140

1141

1142

1143

1144

1145

1146

1147

1148

1149

1150

1151

1152

1153

1154

1155

1156

1157

1158

1159

1160

1161

1162

1163

1164

1165

1166

1167

1168

1169

1170

1171

1172

1173

1174

1175

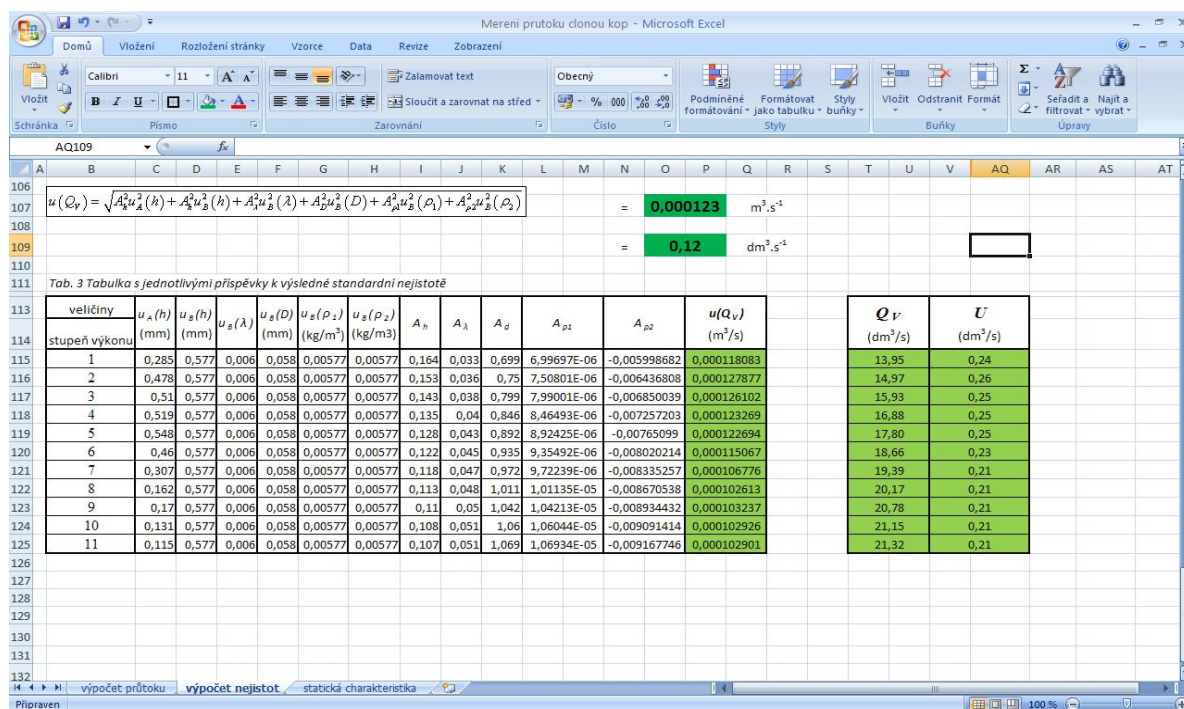
1176

1177

1178

1179

1180



Obr. 5.9 Výpočtový modul pro stanovení nejistot měření průtoku clonou – přehledná tabulka složek nejistot

Vlastní soubory MS Excel jsou uloženy na přiloženém datovém disku CD, kde příloha 3 je modul vzorového měření, jak bylo prezentováno v této kapitole, příloha 4 pak obsahuje „prázdný“ formulář pro stanovování nejistot při této zvolené aplikaci, ve kterém je možno (nutno) zadat příslušné parametry a poté doplnit jednotlivá měřená data.

6 Závěr

Cílem diplomové práce bylo ukázat problematiku stanovování nejistot měření u nepřímých měření, tj. u takových měření, kdy požadovanou veličinu nejsme schopni zjistit přímým odečtem, ale získáme ji, až na základě výpočtu podle známé funkční závislosti z veličin, které získáme pomocí přímých měření.

Tato problematika zde byla ukázána na dvou jednoduchých příkladech (viz kapitola 4), na které potom v kapitole 5 navázala hlavní náplň této diplomové práce, kterou bylo stanovení nejistot měření u laboratorní úlohy „Měření průtoku clonou“ a vytvoření výpočtového modulu pro získání těchto nejistot.

Tomuto v úvodních kapitolách předcházelo obecné seznámení se rozdělením nepřímých měření z několika různých hledisek (kap. 1), následované objasněním vyjadřování přesnosti měření pomocí chyb měření (kap. 2), respektive v dnešní době stále častěji používanými nejistotami měření (kap. 3).

Z praktických příkladů uvedených v této práci (byť se jedná o jednoduché příklady), je patrné, že problematika stanovování nejistot měření u nepřímých měření není nijak jednoduchou záležitostí a zaslouží si patřičnou pozornost. Zejména pak úloha „Měření průtoku clonou“ byla zvolena úmyslně, neboť zde do výpočtů vstupuje vícero vstupních veličin, přičemž každé měření, případně odečet z tabulek nebo grafu těchto veličin podléhá jistým negativním vlivům (je zatíženo nejistotou).

Přiložený výpočtový modul lze po drobných úpravách použít i na již připravovanou modernizaci této laboratorní úlohy (místo přepočtu tlakového rozdílu, pomocí výšky hladiny odečtené na stupnici mikromanometru, bude tento tlakový rozdíl odečítán přímo tlakoměrem s el. výstupem), která by měla být realizovaná jako aplikace v programu Control Web, kdy by se naměřená data měla rovnou ukládat do tabulek pomocí tabulkového editoru InCalc (součást Control Webu). Jelikož lze v InCalcu pracovat podobně jako v MS Excel, mohl by se výpočtový modul implementovat přímo do této aplikace.

Součástí přiložených souborů MS Excel je i předpřipravený formulář pro výpočet průtoku clonou, který lze aplikovat pro tuto běžně používanou laboratorní úlohu (příloha 4).

7 Použitá literatura

- [1] KOSTÚR KAROL; LACIAK MAREK; TRUCHLÝ MARTIN. *Systémy nepriameho merania*. Košice : Reprocentrum Košice 2005. 173 s. ISBN 80-8073-273-6.
- [2] CHUDÝ, V.; PALENČÁR R.; KUREKOVÁ E.; HALAJ, M. *Meranie technických veličín*. 1. vyd. Bratislava : Vydavateľstvo STU, 1999. 688 s. ISBN 80-227-1275-2.
- [3] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (Směrnice pro vyjadřování nejistoty při měření). BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 1995.
- [4] ČSN P ENV 13005 (01 4109). *Pokyn pro vyjadřování nejistoty měření*. Praha : Český normalizační institut, 2005. 240 s.
- [5] PALENČÁR, R.; VDOLEČEK, F.; HALAJ, M. *Nejistoty v měření I. - V.* Cyklus článků. AUTOMA č.7-8/2001, č.10/2001, č.12/2001, č.4/2002 a č.5/2002. [cit. 10.4. 2010] Dostupné na WWW: <http://www.automa.cz>
- [6] VDOLEČEK, F. *Technická měření : Text pro podporu výuky v kombinovaném studiu*. [PDF dokument]. 2002. [cit. 3. 3. 2010]. Dostupné z: <<http://autnt.fme.vutbr.cz/lab/a1-731a/ETC.pdf>>.
- [7] KLEPŠ ZDENĚK; NOŽIČKA JIŘÍ; *Technické tabulky*. 2. vyd. Praha : Státní nakladatelství technické literatury, 1986. 352 s. ISBN 04-230-86.
- [8] KŘÍŽ RUDOLF; VÁVRA PAVEL; *Strojírenská příručka : Svazek 2*. Praha : SCIENTIA, 1993. 219 s. ISBN 80-85827-00-X
- [9] BIČOVSKÁ BLANKA; *Elektrická měření*. [PDF dokument]. 2007. [cit. 7. 5. 2010]. Dostupné z: <http://www.elearn.vsb.cz/archivcd/FEI/EM/data/Bicovska_elektricka%20mereni.pdf>
- [10] BEJČEK LUDVÍK; ĎAĎO STANISLAV; PLATIL ANTONÍN; *Měření průtoku a výšky hladiny*. Praha : BEN – Technická literatura 2005. 448 s. ISBN 80-7300-156-X
- [11] UHROVÁ , H., et al. *Laboratorní cvičení z fyziky*. [PDF dokument]. Praha : VŠCHT, 2001 [cit. 2010-04-29]. Kapitola VI Nejistoty měření a zpracování výsledků. Dostupné z: <<http://www.vscht.cz/ufmt/cs/pomucky/uhrovah/skripta/kapitola%20IV.pdf>>.

8 Přílohy:

- CD nosič obsahující soubory:
 - 1) *2010_diplomova_prace_Fisr_Petr.pdf* - kompletní text diplomové práce ve formátu pdf.
 - 2) *2010_diplomova_prace_Fisr_Petr.docx* - kompletní text diplomové práce ve formátu docx (MS Word 2007).
 - 3) *Vypocet_nejistot_vzor.xlsx* - výpočtový modul stanovení nejistot vzorového měření průtoku clonou ve formátu xlsx (MS Excel 2007).
 - 4) *Vypocet_nejistot_prazdny.xlsx* - prázdný výpočtový modul, připravený pro použití, ve formátu xlsx (MS Excel 2007).