



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF

# ELEKTRONICKY PŘELADITELNÉ FRAKTÁLNÍ DVOJBRANY

ELECTRONICALLY ADJUSTABLE FRACTAL TWO-PORTS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

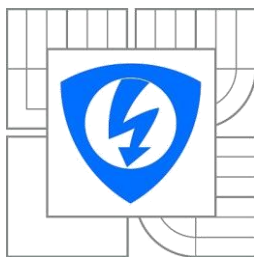
AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

JAROSLAV UHER

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

doc. Ing. JIŘÍ PETRŽELA, Ph.D.

BRNO 2015



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav radioelektroniky

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor  
**Elektronika a sdělovací technika**

**Student:** Jaroslav Uher  
**Ročník:** 3

**ID:** 140408  
**Akademický rok:** 2014/2015

## NÁZEV TÉMATU:

### Elektronicky přeladitelné fraktální dvojbrany

#### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se se základními vlastnostmi fraktálních dvojbranů a možnostmi jejich implementace v analogových elektronických obvodech. Vytvořte koncepci fraktálního dvojbranu a zamyslete se nad možnostmi řízení fázového posuvu pomocí externího zdroje stejnosměrného napětí. Navržené zařízení ověřte v obvodovém simulátoru. Zaměřte se na maximalizaci kmitočtového rozsahu.

Vytvořenou koncepci fraktálního dvojbranu prakticky realizujte a ověřte laboratorním měřením. Diskutujte kmitočtovou šířku platnosti aproximace fázového posuvu a přesnost aproximace v této oblasti.

#### DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] HILFER, R. Application of fractional calculus in physics, World Scientific Publishing, 2000.
- [2] PETRZELA, J., SLEZAK, J. Aproximace fraktálních dvojbranů v kmitočtové oblasti, Elektrotechnika, vol. 5, pp. 1–9, 2011.

**Termín zadání:** 9.2.2015

**Termín odevzdání:** 28.5.2015

**Vedoucí práce:** doc. Ing. Jiří Petržela, Ph.D.

**Konzultanti bakalářské práce:**

**doc. Ing. Tomáš Kratochvíl, Ph.D.**

*Předseda oborové rady*

#### UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

## **ABSTRAKT**

Tento dokument popisuje vlastnosti fraktálních dvojbranů a zabývá se možnostmi jejich implementace v analogových elektronických systémech. Dále popisuje možnosti modifikace a optimalizace obvodových prvků vnitřního zapojení pro maximalizaci kmitočtového rozsahu.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Fraktální dvojbran, Operační transkonduktanční zesilovač, Aproximace, Modulová a fázová frekvenční charakteristika, Nulový bod, Pól

## **ABSTRACT**

This paper describes behavior of fractal two-port network and discusses its implementation possibilities in analog electronic systems. Further it describes modification and optimalization possibilities of internal circuit elements for frequency bandwidth maximization.

## **KEYWORDS**

Fraktal two-port network, Operational transconductance amplifier, Approximation, Module and phase frequency characteristic, Zero, Pole

UHER, J. *Elektronicky přeladitelné fraktální dvojbrany*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2014. 47 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Jiří Petržela, Ph.D.

## Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma: *Elektronicky přeladitelné fraktální dvojhrany* jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne .....

.....  
podpis autora

## Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Jiřímu Petrželovi, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne .....

.....  
podpis autora

# OBSAH

Úvod .....	7
1. Fraktální počet .....	8
2. Aproximace.....	9
2.1. Výpočet kmitočtových charakteristik pro pět kaskádně zapojených prvků .....	9
3. zapojení pro ověření v simulátoru .....	14
3.1. Bilineární filtry .....	14
3.2. Operační zesilovač AD844 .....	14
3.3. Paralelní RC člen .....	15
4. Simulace navrženého obvodu.....	16
4.1. Simulace obvodu s kaskádou pěti prvků pro aproximaci $q=0,5$ .....	16
4.2. Simulace obvodu s kaskádou pěti prvků pro aproximaci $q=0,3$ .....	19
5. Přeladění externím zdrojem .....	23
5.1. Ideální zdroj proudu řízený napětím.....	23
5.2. Náhrada tranzistorem .....	24
5.3. Náhrada operačním transkonduktančním zesilovačem .....	24
5.3.1. Diamantový tranzistor s označením Opa660 .....	25
6. Zvýšení kmitočtového rozsahu přidáním bloků do kaskády a optimalizace hodnot.....	30
7. Reálný obvod navržený pro ověření fraktální dynamiky .....	33
7.1. Nastavení a změření charakteristik použitého obvodu .....	34
8. Závěr.....	35
Seznam použitých veličin, symbolů a zkratk .....	36
Seznam použité literatury .....	37
Příloha A – vstupní a výstupní obvod .....	39
Příloha B – stupeň kaskády.....	43
Příloha C – kompletní zapojení.....	47

## ÚVOD

Elektronické obvody s fraktální dynamikou jsou stále více využívány v technice a elektronice díky svým unikátním vlastnostem. To však vyžaduje unikátní obvodové řešení reprezentující takovýto obvod.

V první části práce je naznačen teoretický základ fraktální dynamiky a základní předpoklady funkce fraktálních dvojbranů.

Druhá část popisuje přechod z matematických funkcí určujících teoretické průběhy k frekvenčním charakteristikám naznačujícím možnosti realizace.

Další část pak pracuje s konkrétními obvodovými prvky a jejím výstupem jsou simulace výsledných dvojbranů vycházejících z průběhů teoretických funkcí.

V následujících kapitolách jsou naznačeny další možnosti realizace a také optimalizace fraktálních dvojbranů.

Poslední kapitola se věnuje praktické realizaci a ověření reálného použití daného obvodu.

# 1. FRAKTÁLNÍ POČET

Fraktální počet je známý již poměrně dlouhou dobu. Fraktální geometrie je používána k popisu složitě strukturovaných přírodních nebo matematických útvarů, které nemohou být jednoduše popsány klasickými metodami. Diferenciální rovnice fraktálního řádu tyto objekty popisují jednodušeji a přesněji. Ve fraktálních systémech je zaveden nový operátor nazvaný diferintegrál, který je spojením derivace a integrace vyjádřený jediným vztahem.

V poslední době fraktální dvojpolý zaznamenaly nárůst použití v technice, hlavně v oblastech: behaviorálního modelování, analogových filtrů, zpětnovazebních smyček regulátorů, harmonických oscilátorů, atd. Obecný vztah pro fraktální integrál je funkcí parametru  $q$ , který má pro hodnoty  $0 < q < 1$  a kauzální funkci  $f(t)$  následující tvar [1]

$$D^{-q} f(t) = \frac{1}{\Gamma(q)} \cdot \int_0^t (t - \tau)^{q-1} f(\tau) d\tau. \quad (1.1)$$

Pro výraz fraktální derivace a necelé hodnoty parametru  $q$  v uvedeném rozsahu dostáváme [1]

$$D^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-q)} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \int_0^t (t - \tau)^{-q} f(\tau) d\tau. \quad (1.2)$$

Z hlediska aplikace v praxi je klíčové využití diferintegrálu ve spojení s Laplaceovou transformací (LT).

LT fraktálního integrálu obdržíme [1]

$$\ell\{D^{-q} f(t)\} = s^{-q} F(s) \quad (1.3)$$

a analogicky pro LT fraktální derivace [1]

$$\ell\{D^q f(t)\} = s^q F(s) - [D^{q-1} f(t)]_{t=0}. \quad (1.4)$$

Toto matematické vyjádření lze vyjádřit pomocí fraktálních dvojbranů s přesností danou řádem obvodu. Modul napětového přenosu poté odpovídá modulu této funkce a fázový posuv argumentu. Díky snadné pozorovatelnosti výstupů systému je poté možné dále postupovat řešením analogového elektronického obvodu namísto použití matematických vzorců.



## 2. APROXIMACE

Rezistor posouvá fázi mezi napětím a proudem o  $0\cdot90^\circ$  a kapacitor o  $1\cdot90^\circ$ . Fraktální dvojbrany mají necelistvou hodnotu řádu  $q \in (0;1)$  a tedy fázový posuv mezi vstupním a výstupním napětím je  $\pm q\cdot90^\circ$ . Modul přenosu pak klesá nebo roste se směrnici  $q\cdot20\text{dB}$  na dekádu.

Již z principu vyplývá, že v jednoduchých pólech se modulová kmitočtová charakteristika láme se směrnici  $-20\text{dB}$  na dekádu a nulové body tento pokles opětovně kompenzují. Je zřejmé, že pro dostatečně přesnou aproximaci postačí, budou-li nulové body a póly imitance ležet na reálné ose komplexní roviny a střídat se. Každý pól posouvá fázi o  $-90^\circ$  a nulový bod o  $+90^\circ$ , takže opět dochází k určité kompenzaci fázové charakteristiky. Pro zadaný průběh tedy stačí stanovit konkrétní kmitočty nulových bodů a pólů imitance, jedná se tedy o problém optimalizační.

Jako vhodná kritériální funkce z hlediska rychlosti a přesnosti výpočtu se jeví metoda nejmenších čtverců, jejíž implementace je v matematickém prostředí Mathcadu nebo Matlabu velmi snadná. Celý program se redukuje na jeden hlavní cyklus, před jehož spuštěním je potřeba specifikovat kmitočtový rozsah a krok, v němž bude odchylka ideálního a aproximovaného průběhu kmitočtových charakteristik minimalizována. Výpočet zastavíme, jakmile obě kmitočtové charakteristiky budou ležet uvnitř tolerančního kanálu daného určitou chybou.

Výstupem procedury bude počet a poloha nul a pólů hledané imitance v komplexní rovině [1].

### 2.1. VÝPOČET KMITOČTOVÝCH CHARAKTERISTIK PRO PĚT KASKÁDNĚ ZAPOJENÝCH PRVKŮ

Přenos prvků v kaskádě je dán polohou nulových bodů a pólů jednotlivých prvků. Tato závislost je vysvětlena v kapitole 4.

Přenos jednoho prvku [2]

$$K_i(s) = K_{0i} \cdot \frac{s + \omega_{Ni}}{s + \omega_{Pi}} \quad (2.1)$$

Přenos kaskády [2]

$$K(s) = K_0 \cdot s^{-q} = K_0 \cdot \frac{\prod_{i=1}^n (s + \omega_{Ni})}{\prod_{i=1}^m (s + \omega_{Pi})} \quad (2.2)$$

Kaskádní zapojení pěti prvků

$$K(s) = K_1(s) \cdot K_2(s) \cdot K_3(s) \cdot K_4(s) \cdot K_5(s) \quad (2.3)$$

Polynom racionálně lomené funkce [1]

$$K(s) = K_0 \cdot \frac{N(s)}{P(s)} \quad (2.4)$$

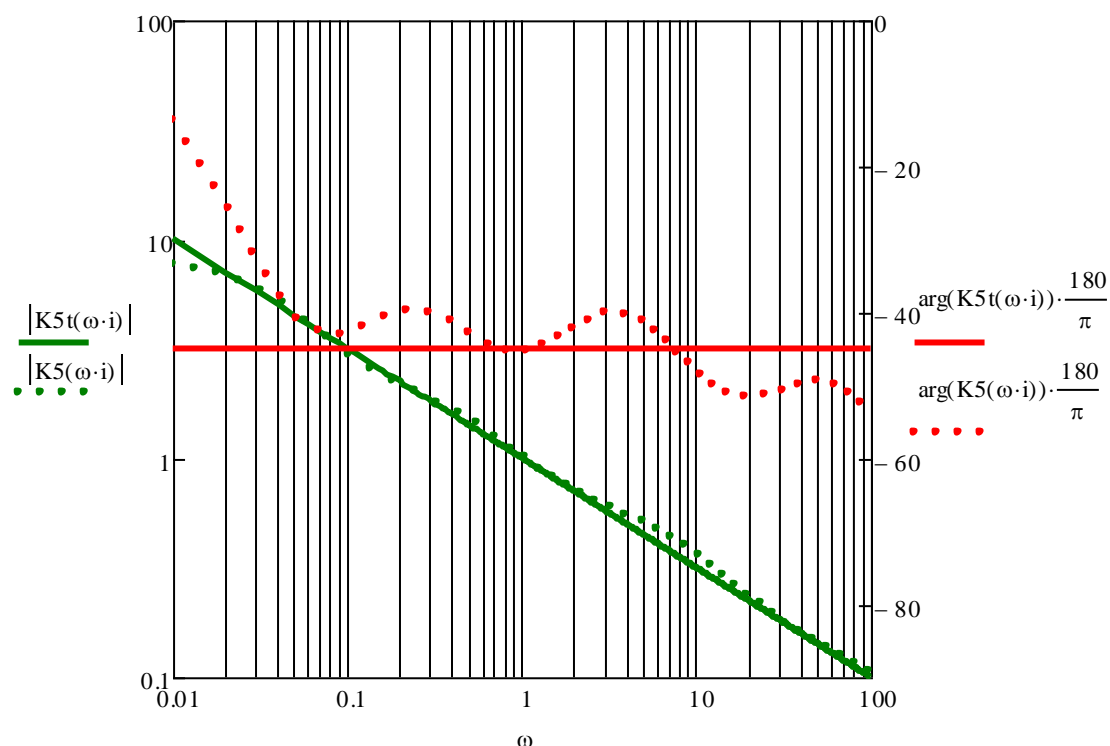
Racionální lomená funkce přenosu pro  $q=0,5$  [1]

$$K5(s) = \frac{15,97s^4 + 593,2s^3 + 1080s^2 + 135,4s + 1}{s^5 + 134,3s^4 + 1072s^3 + 543,4s^2 + 20,1s + 0,1259} \quad (2.5)$$

Teoretický průběh funkce

$$K5t(s) = s^{-0,5} \quad (2.6)$$

Z dostupných rovnic byl vytvořen v programu Mathcad graf vykreslující teoretické průběhy přenosové funkce (2.6), které jsou znázorněny plnými čarami, a aproximované průběhy vyplývající z polynomu (2.5), znázorněny tečkovaně. Červené průběhy odpovídají modulu přenosu, zelené fázovému posuvu mezi výstupním a vstupním napětím.



Obr. 2.1: Aproximace fraktálního dvojbranu  $q=0,5$

Dále byly z polynomu (2.5) určeny hodnoty úhlové frekvence nulových bodů a pólů, absolutní hodnota jejich polohy je vynesena v grafu Obr. 2.2. Původní vypočtené hodnoty leží v levé polorovině komplexní roviny, tudíž jsou záporné a nebylo by možné s nimi dále počítat.

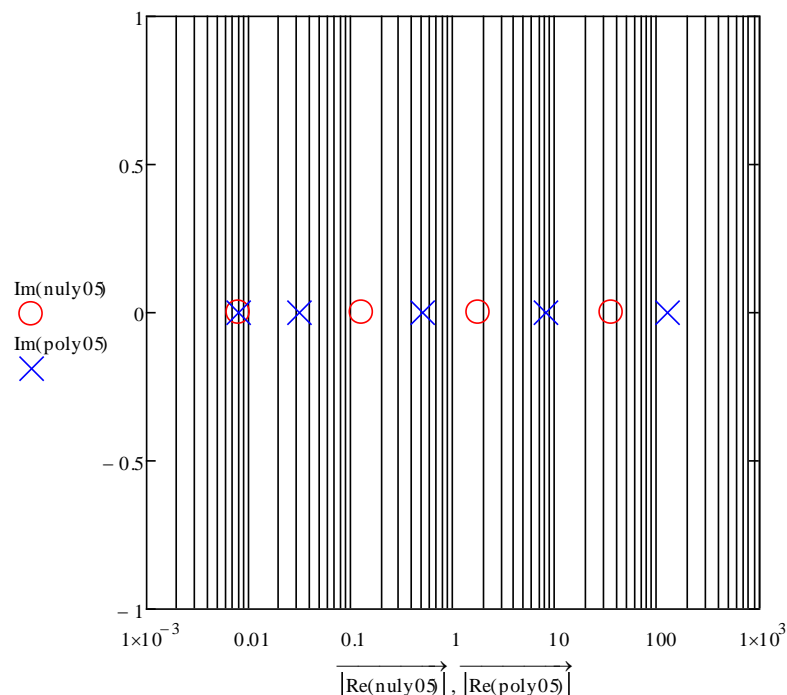
Vyjádření nulových bodů nalezením kořenů přenosové funkce (2.5)

$$\text{nuly05} := \text{polyroots} \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 135.4 \\ 1080 \\ 593.2 \\ 15.97 \end{pmatrix} \right) \quad \text{nuly05} = \begin{pmatrix} -35.232 \\ -1.778 \\ -0.127 \\ -7.878 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Vyjádření pólů z přenosové funkce (2.5)

$$\text{poly05} := \text{polyroots} \left( \begin{pmatrix} 0.1259 \\ 20.1 \\ 543.4 \\ 1072 \\ 134 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad \text{poly05} = \begin{pmatrix} -125.492 \\ -7.967 \\ -0.501 \\ -0.032 \\ -7.942 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

## Grafické znázornění nulových bodů a pólů:



Obr. 2.2: Rozložení absolutní hodnoty nulových bodů a pólů pro aproximaci fraktálního dvojbranu  $q=0,5$

Pro posunutí frekvenčního pásma na hodnoty od jednotek Hz byly tyto frekvence odnormovány konstantou  $\frac{10000}{2\pi}$

Nulové body

$$\text{nuly05norm} := \left( \frac{10000}{2 \cdot \pi} \right) \cdot \text{nuly05} = \begin{pmatrix} -5.607 \times 10^4 \\ -2.83 \times 10^3 \\ -201.945 \\ -12.539 \end{pmatrix}$$

Póly

$$\text{poly05norm} := \left( \frac{10000}{2 \cdot \pi} \right) \cdot \text{poly05} = \begin{pmatrix} -1.997 \times 10^5 \\ -1.268 \times 10^4 \\ -797.77 \\ -50.341 \\ -12.641 \end{pmatrix}$$

Nulové body a póly posunuté do vyššího kmitočtového pásma dané absolutní hodnotou vypočtených:

$$\omega_{N1} = 12,539 \text{ rad/s} \qquad \omega_{P1} = 12,641 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{N2} = 201,945 \text{ rad/s} \qquad \omega_{P2} = 50,341 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{N3} = 2830 \text{ rad/s} \qquad \omega_{P3} = 797,77 \text{ rad/s}$$

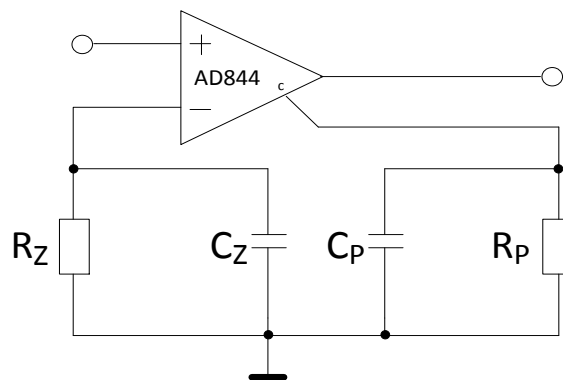
$$\omega_{N4} = 56070 \text{ rad/s} \qquad \omega_{P4} = 12680 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{P5} = 199700 \text{ rad/s}$$

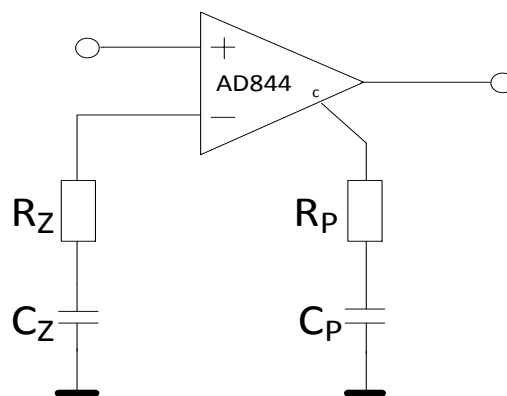
### 3. ZAPOJENÍ PRO OVĚŘENÍ V SIMULÁTORU

#### 3.1. BILINEÁRNÍ FILTRY

Pro svou jednoduchost a schopnost oddělit jednotlivé stupně filtru je podle [1] vhodný pro syntézu fraktálního dvojbranu bilineární filtr 1. řádu s operačním zesilovačem AD844. Poloha nuly a pólu je nastavena nezávisle hodnotami jednotlivých RC členů.



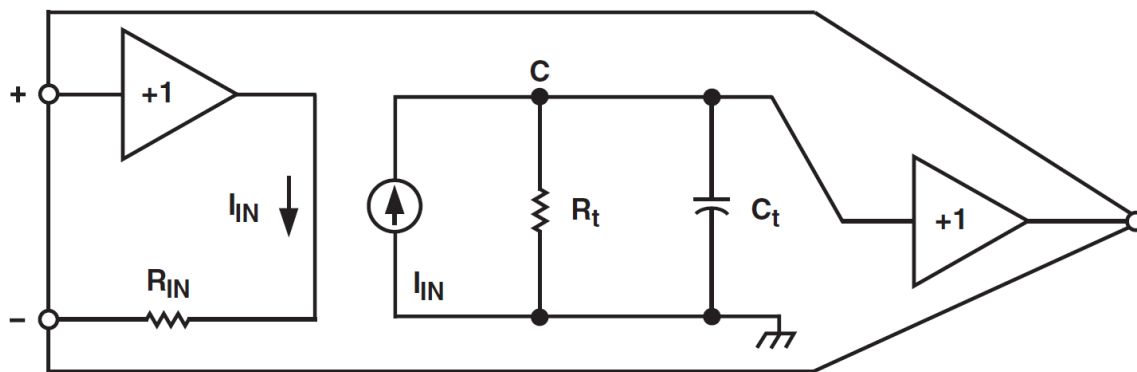
Obr. 3.1: Bilineární filtr 1. řádu s OZ AD844 s paralelním zapojením RC článku



Obr. 3.2: Bilineární filtr 1. řádu s OZ AD844 se sériovým zapojením RC článku

##### 3.1.1. OPERAČNÍ ZESILOVAČ AD844

Operační zesilovač s proudovou zpětnou vazbou a výstupním napětovým bufferem, který pracuje ve velkém kmitočtovém rozsahu. Není ovlivňován okolními prvky, což vyhovuje požadavku pro kaskádně zapojený fraktální dvojbran.

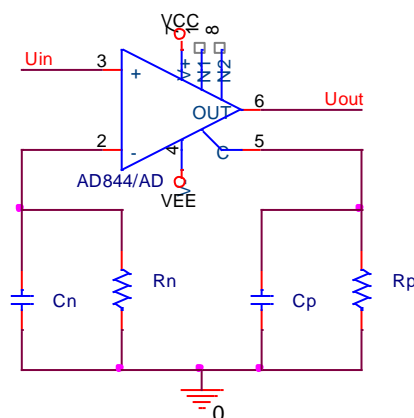


Obr. 3.3: Vnitřní zapojení OZ AD844 [3]

### 3.1.2. PARALELNÍ RC ČLEN

Mezní frekvence RC členu připojeného na záporný vstup OZ AD844 určuje hodnotu nulového bodu stupně, mezní frekvence RC členu připojeného na výstup označený C pak určuje polohu pólu tohoto stupně.

Přenos každého prvku v kaskádě je dán poměrem jeho výstupního napětí ku vstupnímu. Tento přenos pak klesá s rostoucí frekvencí, což je dáno snižující se impedancí kapacitoru na jeho výstupu (výstup C). Tento pokles je kompenzován klesající impedancí kapacitoru připojeného na jeho záporném vstupu (vstup -)



Obr. 3.4: Zapojení jednoho stupně kaskády v programu OrCAD

## 4. SIMULACE NAVRŽENÉHO OBVODU

Veškeré simulace byly prováděny v obvodovém simulátoru OrCAD PSpice, který poskytuje veškeré potřebné knihovny použitých obvodových prvků. Dále umožňuje použití pokročilých analýz, jako je optimalizace obvodových prvků, která automatizovaně mění určené obvodové prvky a umožňuje tak nalézt lépe vyhovující hodnoty.

### 4.1. SIMULACE OBVODU S KASKÁDOU PĚTI PRVKŮ PRO APROXIMACI $Q=0,5$

Hodnoty rezistorů a kapacitorů pro realizaci jsou dány vztahem

$$\omega = \frac{1}{R \cdot C}. \quad (4.1)$$

Pro udržení hodnot rezistorů, případně dále vodivostí, v rozmezí hodnot, které je možné snadno realizovat, jsou použity hodnoty kondenzátorů snižující se s rostoucím kmitočtem.

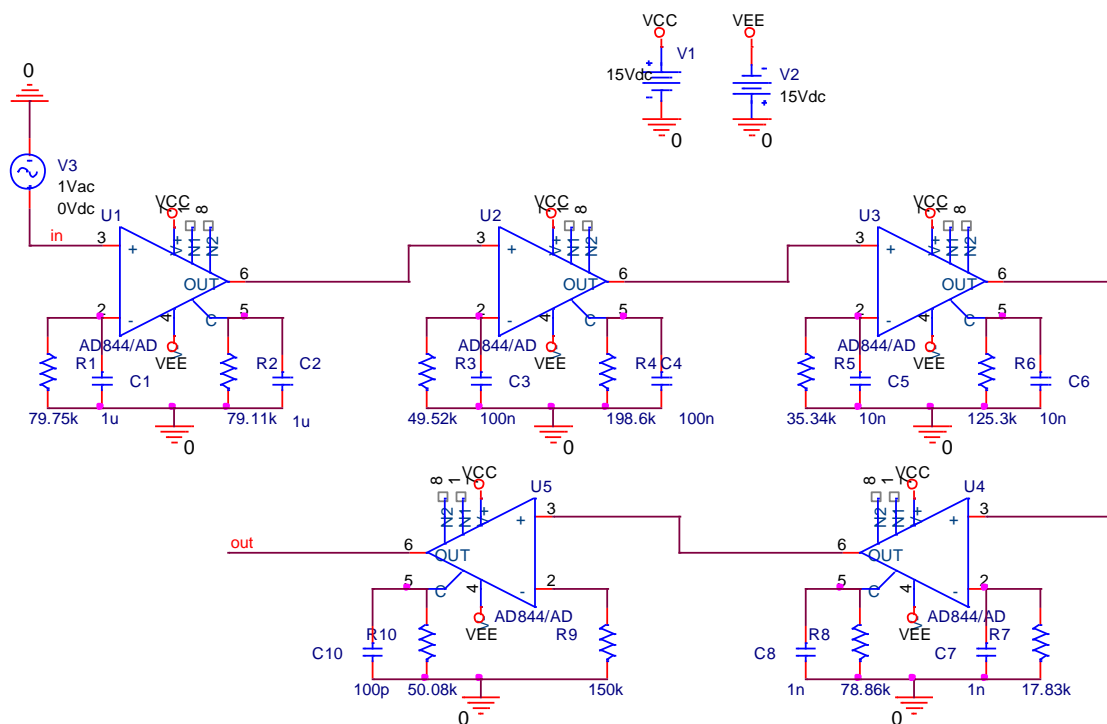
$$C_1 = 1\mu\text{F}; C_2 = 100\text{nF}; C_3 = 10\text{nF}; C_4 = 1\text{nF}; C_5 = 100\text{pF}$$

Výpočet hodnot rezistorů pro hodnoty nulových bodů a pólů z jejich kmitočtu a zvolené kapacity:

$$\begin{aligned} R_{n1} &:= \frac{1}{(c1 \cdot 12.539)} = 7.975 \times 10^4 & R_{p1} &:= \frac{1}{(c1 \cdot 12.641)} = 7.911 \times 10^4 \\ R_{n2} &:= \frac{1}{(c2 \cdot 201.945)} = 4.952 \times 10^4 & R_{p2} &:= \frac{1}{(c2 \cdot 50.341)} = 1.986 \times 10^5 \\ R_{n3} &:= \frac{1}{(c3 \cdot 2830)} = 3.534 \times 10^4 & R_{p3} &:= \frac{1}{(c3 \cdot 797.77)} = 1.253 \times 10^5 \\ R_{n4} &:= \frac{1}{(c4 \cdot 56070)} = 1.783 \times 10^4 & R_{p4} &:= \frac{1}{(c4 \cdot 12680)} = 7.886 \times 10^4 \\ & & R_{p5} &:= \frac{1}{(c5 \cdot 199700)} = 5.008 \times 10^4 \end{aligned}$$

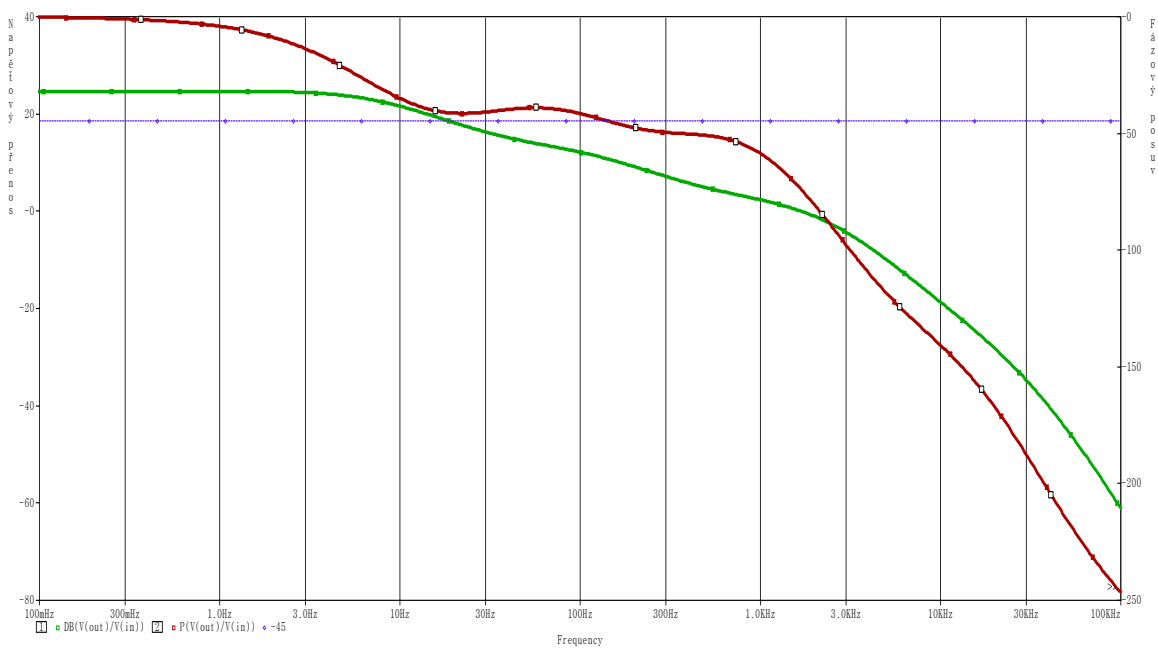
Obvodové zapojení základního obvodu pro ověření správnosti aproximace funkce (2.5) s vypočítanými rezistory a zvolenými kapacitami pro pět stupňů v kaskádě.





Obr. 4.1: Simulovaný obvod pro  $q=0,5$

Graf zobrazující napěťový přenos (zeleně) a fázový posuv výstupního napětí ku vstupnímu (červeně), dále je zde zobrazen ideální průběh fázového posuvu  $-45^\circ$  (modře).



Obr. 4.2: Graf aproximací pro  $q=0,5$

Při simulaci obvodu realizovaného s hodnotami vypočtenými z polynomu (2.5) výsledné charakteristiky neodpovídaly aproximovaným. Z fázové charakteristiky bylo patrné, že její pokles, způsobený prvním pólem, byl posunutý na vyšší frekvenci. Rozmítáním hodnoty odporu určujícího první pól byla nalezena hodnota tohoto odporu, při které se výstupní charakteristiky simulace shodovaly s aproximovanými.

Korekční hodnota odporu určujícího první pól

$$R_{p1kor} = 3 \cdot 10^5 \Omega.$$

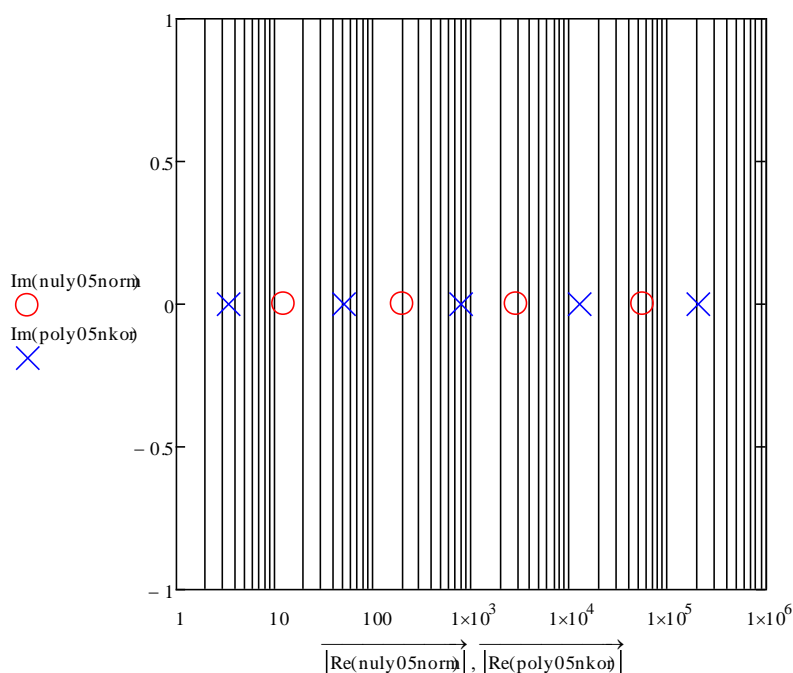
Poloha prvního pólu

$$\omega_{p1kor} = 3,333 \text{ rad/s.}$$

Korekce rozmístění nulových bodů a pólů.

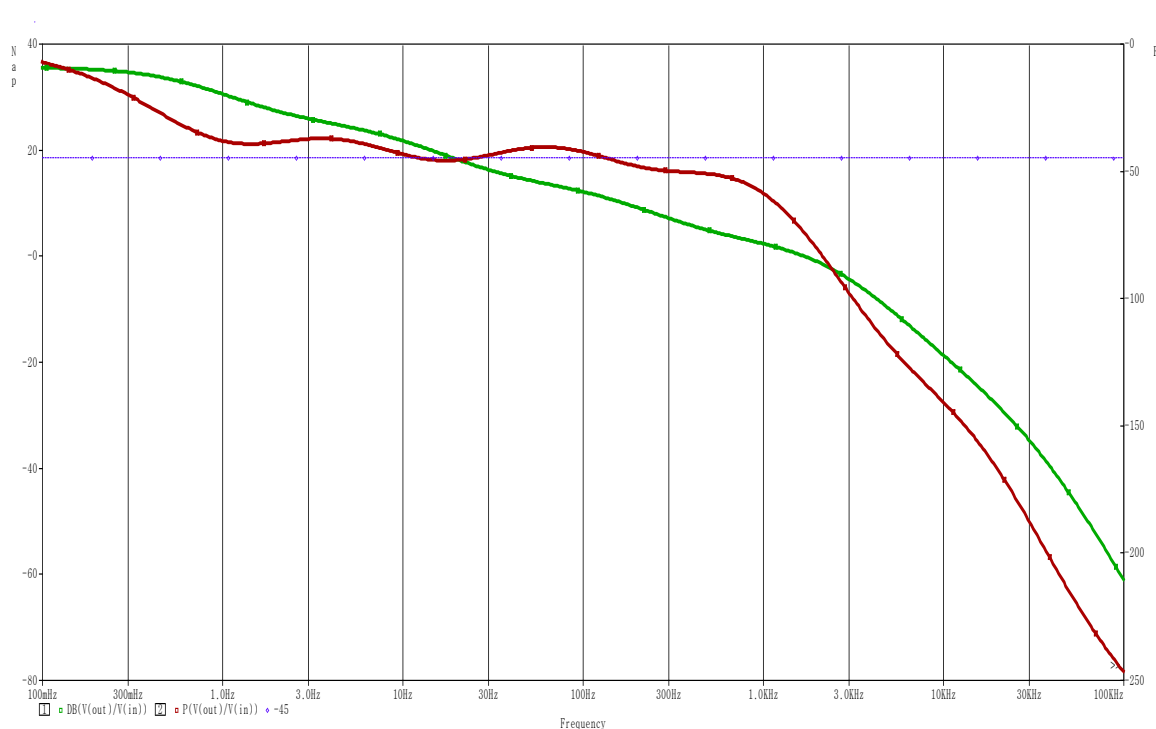
$$\text{poly05nkor} := \begin{pmatrix} -1.997 \times 10^5 \\ -1.268 \times 10^4 \\ -797.77 \\ -50.341 \\ -3.333 \end{pmatrix}$$

Na obr. 4.3 je upravené rozmístění nulových bodů a pólů, kde lze vidět, že první nulový bod a pól se již nepřekrývají a lépe splňují podmínku střídání nul a pólů.



Obr. 4.3: Opravené rozložení nulových bodů a pólů

Charakteristiky simulovaného obvodu poté odpovídali vypočtené aproximaci.

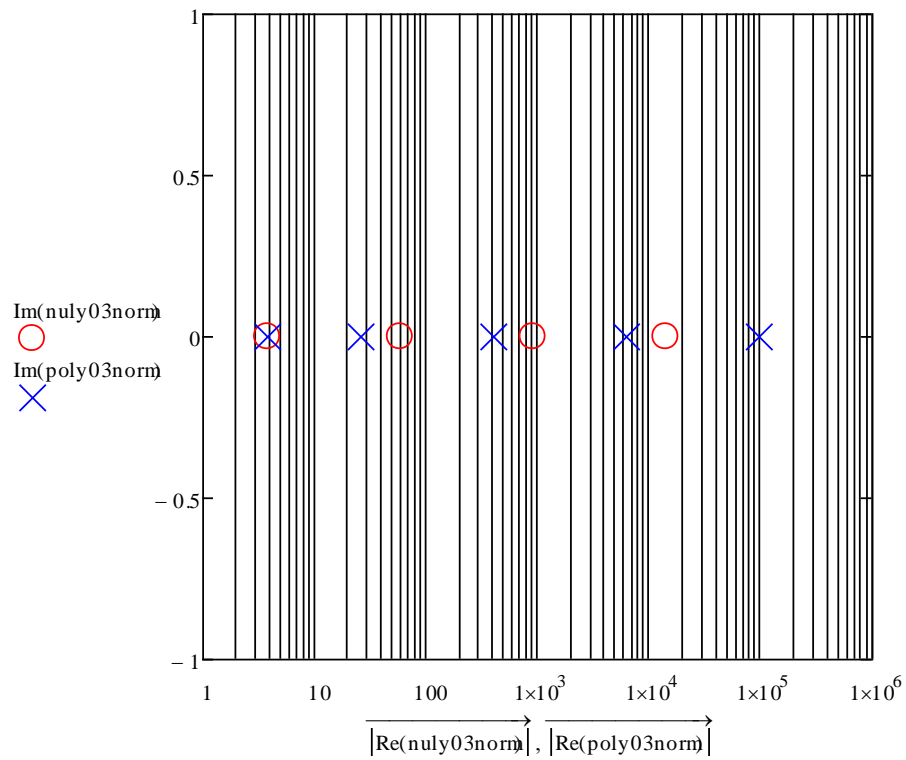


Obr. 4.4: Graf aproximací pro  $q=0,5$  opravený

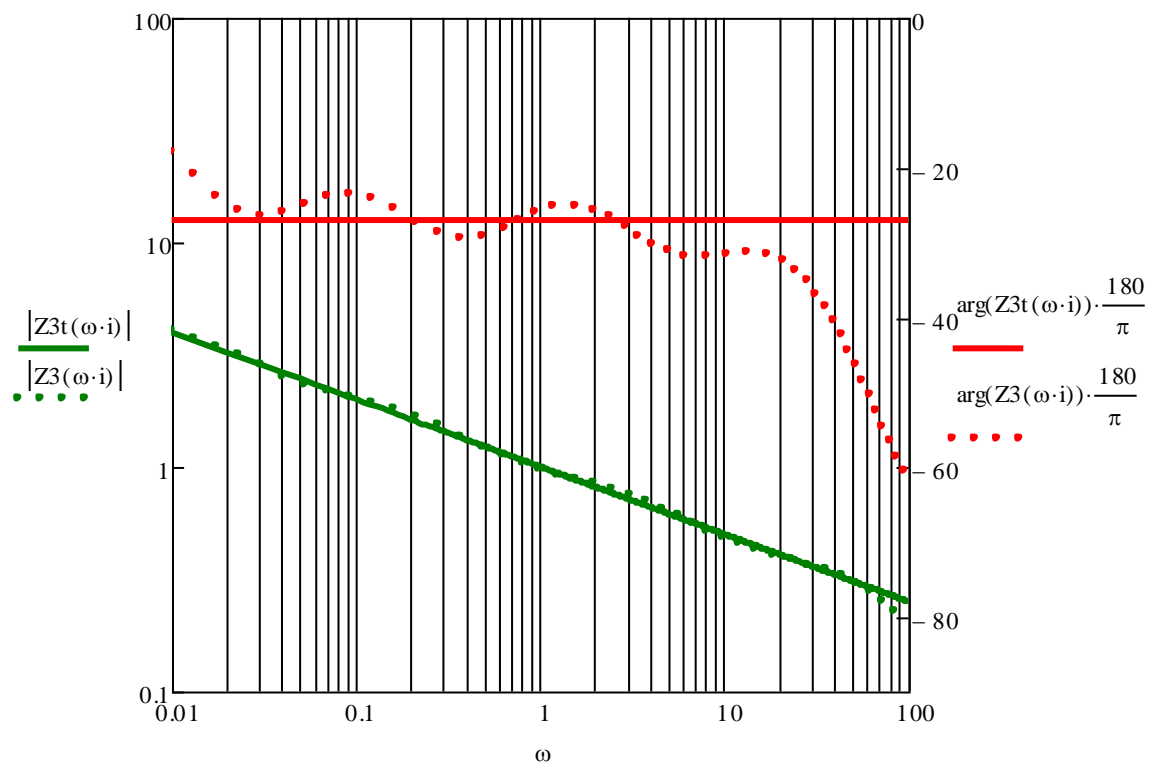
#### 4.2. SIMULACE OBVODU S KASKÁDOU PĚTI PRVKŮ PRO APROXIMACI $q=0,3$

Vypočtený polynom pro neceločíselný řád  $q=0,3$  pomocí programu MathCad.

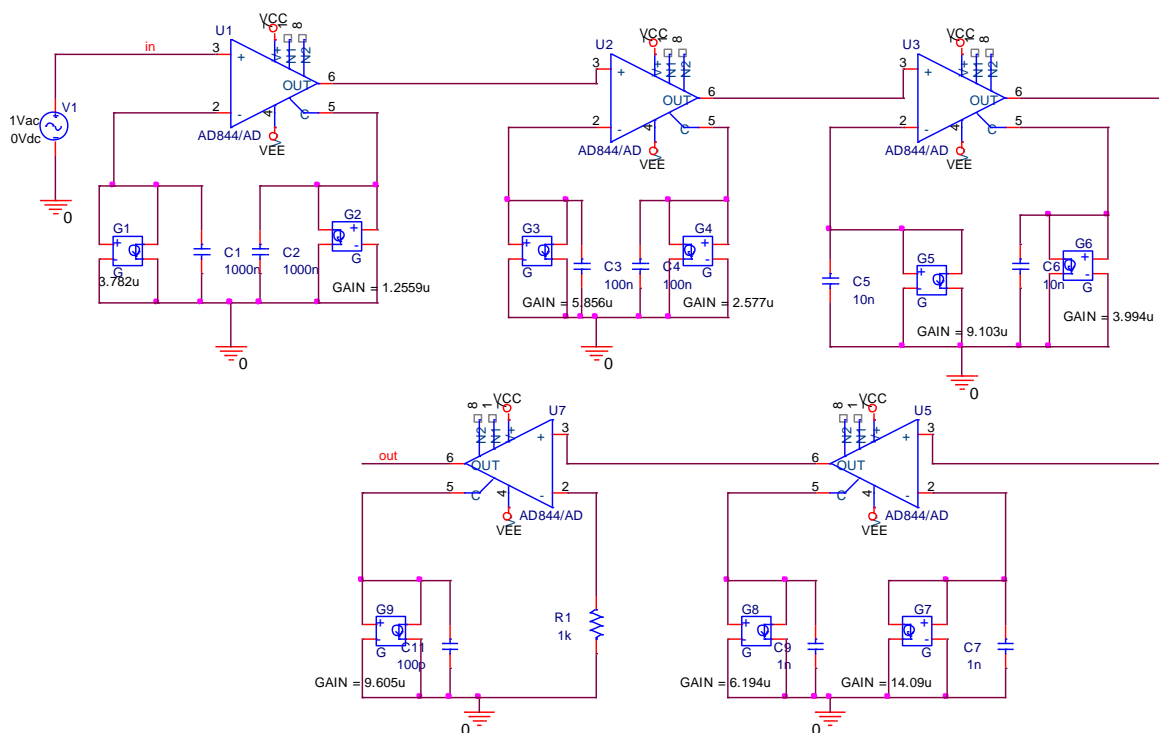
$$K5(s) = \frac{23,76s^4 + 224,9s^3 + 129,1s^2 + 4,733s + 0,01052}{s^5 + 64,51s^4 + 252,2s^3 + 63,61s^2 + 1,104s + 0,002267} \quad (4.2)$$



Obr. 4.7: Rozložení absolutní hodnoty nulových bodů a pólů pro  $q=0,3$

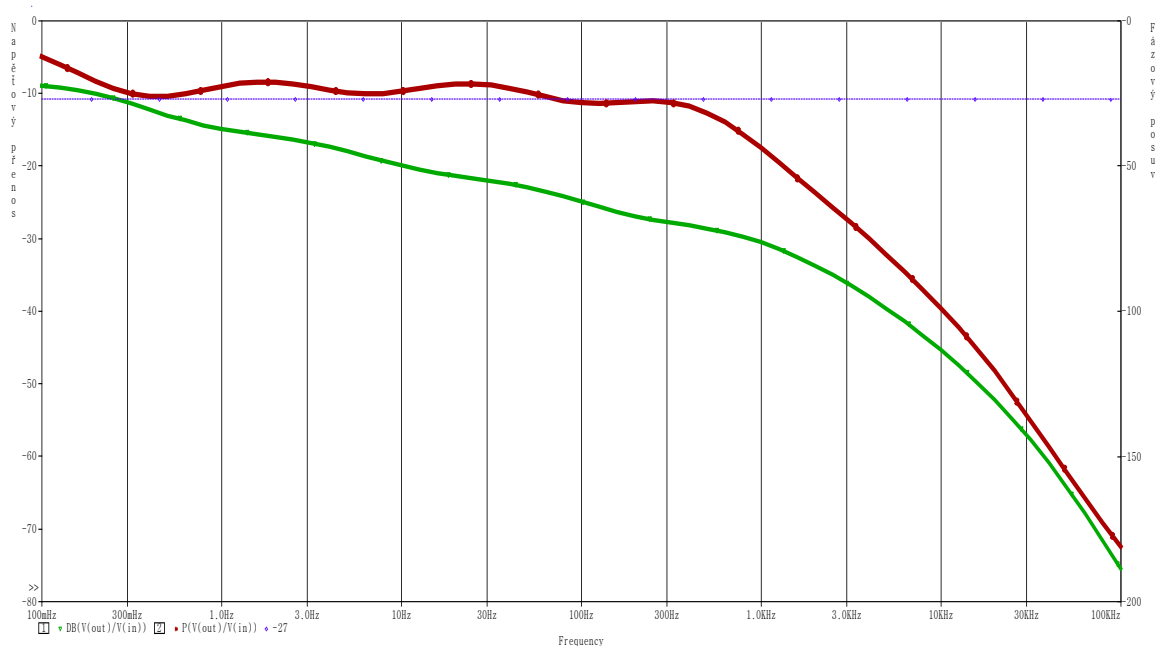


Obr. 4.8: Aproximace  $q=0,3$



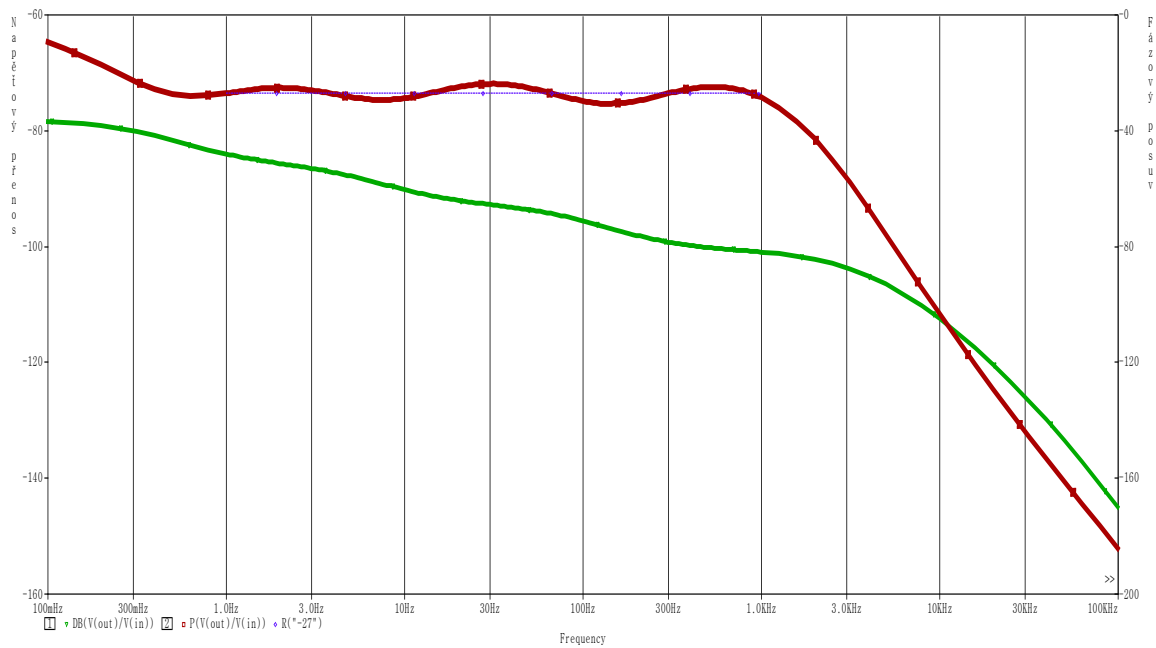
Obr. 4.9: Obvodové zapojení pro aproximaci  $q=0,3$

Pro správnou aproximaci bylo opět třeba upravit polohu prvního pólu



Obr. 4.10: Graf aproximací pro  $q=0,3$

Obdobně pak lze realizovat jakýkoliv necelistvý řád  $q \in (0;1)$ . Jednotlivé výsledné aproximace lze zlepšit optimalizací obvodových prvků pomocí optimalizéru OrCAD PSpice. Rozmítáním hodnot součástek můžeme dostat upravenou polohu nul a pólů, která lépe odpovídá teoretickým průběhům.



Obr. 4.11: Optimalizace fázové charakteristiky  $q=0,3$

Přesnost aproximace je dána řádem polynomu a tudíž počtem bloků realizujících fraktální dvojbran. Optimalizací jednotlivých prvků lze tedy částečně zlepšit přesnost aproximace, ale toto zlepšení je omezeno počtem nul a pólů v daném frekvenčním rozsahu. Z toho vyplývá, že přesná aproximace by vyžadovala teoreticky nekonečně mnoho nulových bodů a pólů určujících průběh funkce.

Při návrhu obvodu je tedy třeba zvolit kompromis mezi složitostí obvodu a přesností aproximace resp. šířkou pásma platnosti aproximace.

## 5. PŘELADĚNÍ EXTERNÍM ZDROJEM

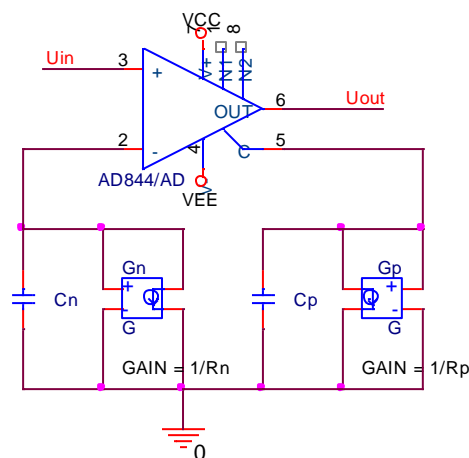
Při návrhu obvodů s fraktální dynamikou a následném přeladování frekvencí nul a pólů určujících výsledný charakter funkce dostáváme neceločíselné hodnoty jednotlivých součástí. Reálné obvodové prvky pak dále vnášejí chybu danou tolerancí součástky, parazitními vlastnostmi, a další.

Pro konkrétní realizaci pak musíme do obvodu zařadit součástky z výrobních řad, které se liší od navržených hodnot. Z toho vyplývá nutnost zařazení proměnných obvodových součástek určujících jednotlivé frekvence nul a pólů. Vhodným zvolením alespoň jedné určující součástky je pak možné vzniklé odchylky od navržených hodnot kompenzovat.

Pro většinu zapojení se pak jeví nejlépe vybrat jako pasivní součástku kondenzátor s nejbližší hodnotou z řady a jako přeladitelný prvek zařadit odporový trimer resp. aktivní prvek s říditelnou transkonduktancí. Dostatečný rozsah hodnot proměnných prvků také umožňuje přeladění fraktálního dvojbranu na jiný necelistvý řád.

### 5.1. IDEÁLNÍ ZDROJ PROUDU ŘÍZENÝ NAPĚTÍM (ZPŘN)

Ideální ZPŘN označovaný v OrCAD PSpice jako G nahrazuje v dalších zapojeních rezistory určující nulové body a póly stupňů a simuluje tak proměnnou vodivost  $gm$ . Hodnota  $gm$  přímo odpovídá vnitřnímu parametru prvku GAIN, jehož změnou je řízen fázový posuv.

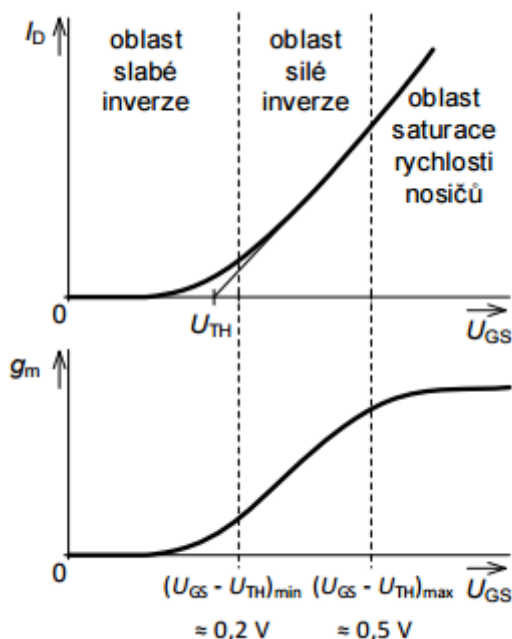


Obr. 5.1: Nahrazení rezistorů proměnnými vodivostmi

Nejjednodušším proměnným prvkem je odporový trimmer. Odporové trimery mohou být v provedení od stovek  $\Omega$  až po jednotky  $M\Omega$ . Velký rozsah hodnot zajišťuje vysokou přeladitelnost jednotlivých nul a pólů, s tím však souvisí problém citlivosti naladění přesných hodnot. Nespornou výhodou je možnost přeladění obvodu bez zavádění dalších obvodových prvků a veličin a tudíž zachování maximální jednoduchosti obvodu.

## 5.2. NÁHRADA TRANZISTOREM

Namísto proměnné vodivosti lze zapojit tranzistor, jehož vnitřní parametr transkonduktance  $g_m$  je možné řídit externím napětím. Například u tranzistoru MOS v oblasti silné inverze je transkonduktance  $g_m$  závislá na vstupním napětí  $U_{GS}$  a tuto závislost lze považovat za lineární. Velikost a rozsah změny transkonduktance pak závisí na zvoleném typu tranzistoru a výrobní technologii a je nutné vypočítat pracovní bod každého takového tranzistoru a určit mezní hodnoty použití.



Obr. 5.2: Pracovní oblasti tranzistoru MOS v závislosti na napětí  $U_{GS}$

## 5.3. NÁHRADA OPERAČNÍM TRANSKONDUKTANČNÍM ZESILOVAČEM

Pro využití proměnné transkonduktance se nabízí použití transkonduktančních zesilovačů OTA (Operational Transconductance Amplifier). Pro ověření v OrCAD PSpice je možné využít modely komerčně používaných OTA, například: MAX436, LT1228, LM13700 aj. Tyto OTA se vyznačují šířkou pásma



v řádech MHz a možností řízení strmosti  $gm$  pomocí externího zdroje napětí resp. proudu. V zapojení bloku s AD844 mohou nahradit ZPŘN a opět tak simulovat proměnný odpor.

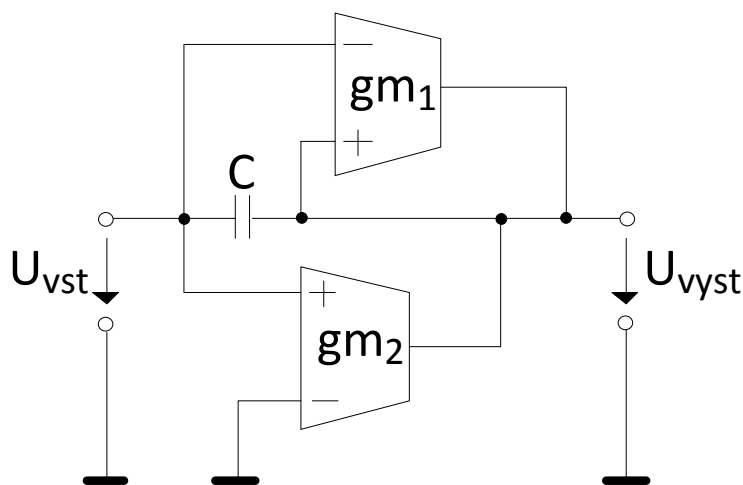
S využitím OTA je však také možné využít zapojení konfigurovatelných filtrů prvního řádu podle [8]. Jednotlivá zapojení vycházejí z admitančních matic, přičemž nejjednodušší zapojení vycházející z matice 2x2 s přenosovou funkcí (5.1) vede k určení jednotlivé nuly a pólu.

$$K(s) = \frac{s + \frac{gm_1 - gm_2}{C}}{s + \frac{gm_1}{C}} \quad (5.1)$$

Vydeme-li z (5.1), můžeme postupně dopočítat jednotlivé prvky pro vybranou aproximaci fraktálního dvojbranu zvolením vhodné kapacity  $C$  vzhledem k frekvenci jednotlivých nul a pólů a také rozsahu hodnot  $gm$  vybraného OTA.

$$gm_1 = \omega_p * C \quad (5.2)$$

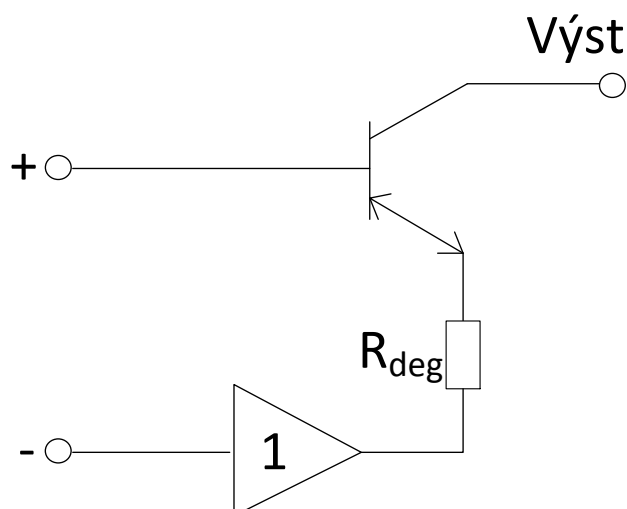
$$gm_2 = gm_1 - \omega_z * C \quad (5.3)$$



Obr. 5.3: Obvodová reprezentace stupně

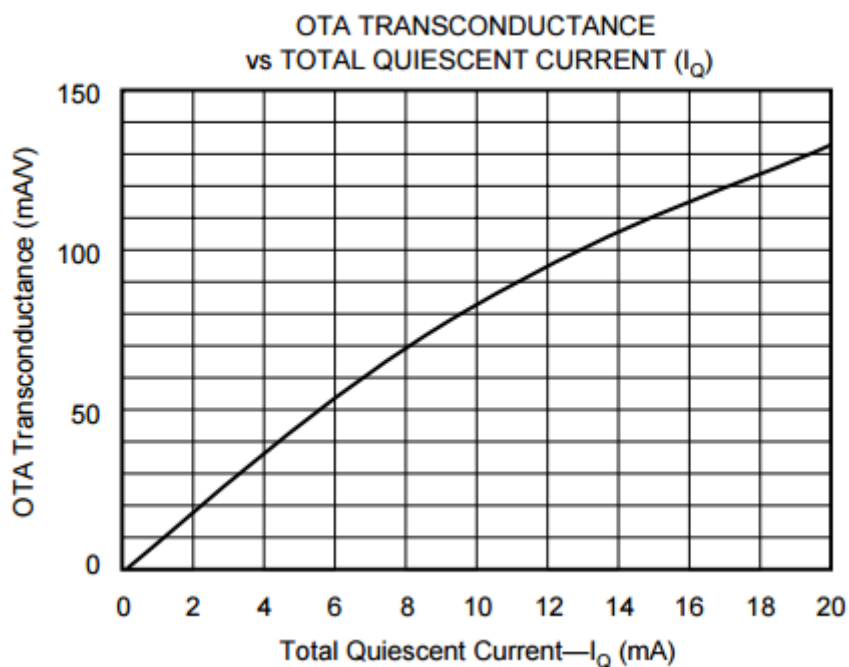
### 5.3.1. DIAMANTOVÝ TRANZISTOR S OZNAČENÍM OPA660

Nejslibnějším blokem pro praktickou aplikaci se zdá být takzvaný diamantový (ideální) tranzistor dostupný pod značkou OPA615, OPA660 nebo nejnovější verze OPA860.[8]



Obr. 5.4: OPA660 jako dvouvstupový OTA

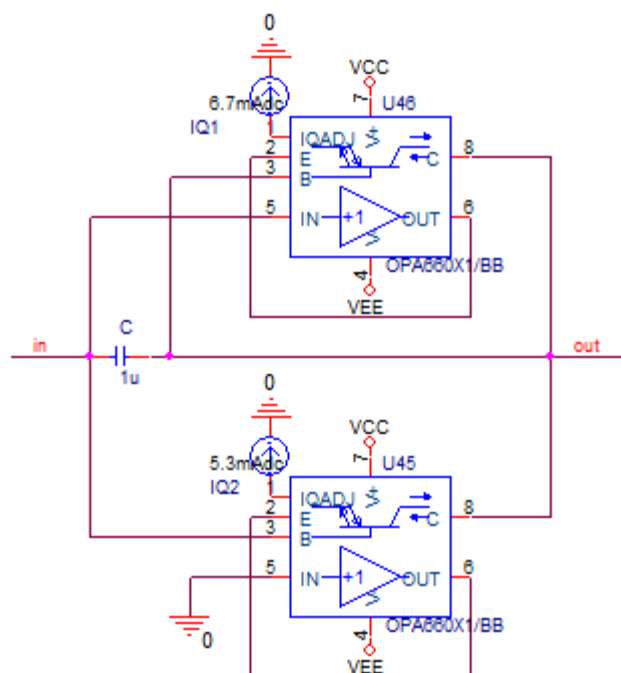
Pro použití modelu OPA660 jako dvouvstupový OTA byl využit buffer jako vstup IN- s vysokou impedancí přivedený přes degradační odpor na emitor tranzistoru, degradační odpor je možné využít k úpravě hodnot  $gm$ . Jako neinvertující vstup IN+ slouží báze tranzistoru s vysokou impedancí, výstup je pak vyveden z proudového výstupu (kolektoru).



Obr. 5.5: Závislost transkonduktance  $gm$ [mS] na řídícím proudu  $I_Q$ [mA] [4]

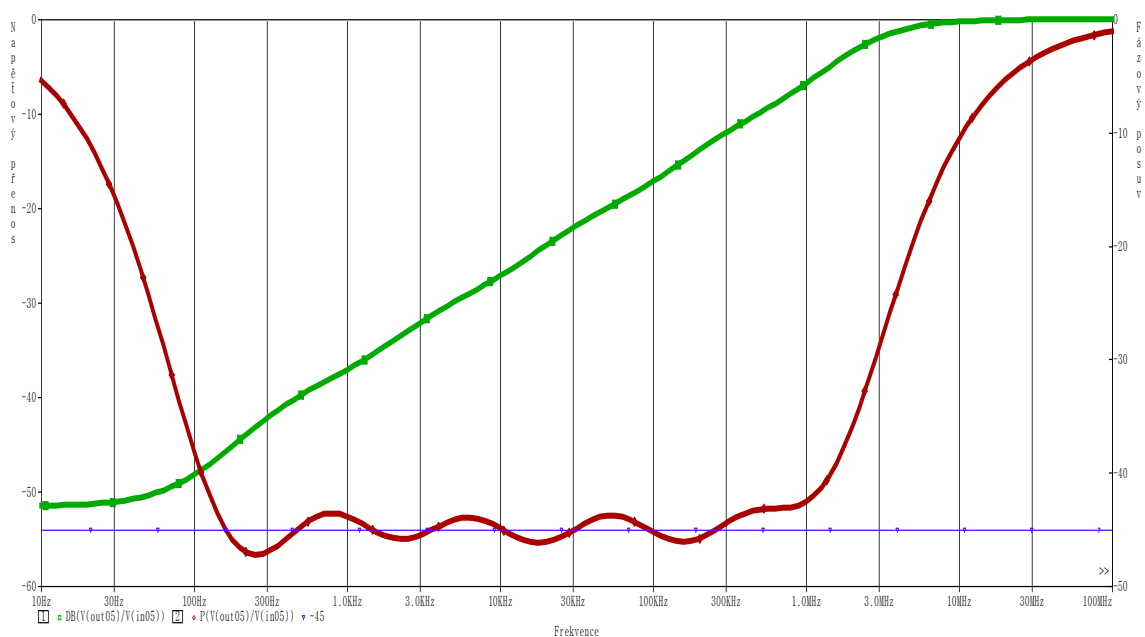
Ze závislosti transkonduktance na klidovém řídicím proudu je možné odečítat proud potřebný pro nastavení transkonduktance jednotlivých OTA. Kapacitu  $C$  pro jednotlivé stupně je třeba zvolit tak, aby hodnota  $gm1$  i  $gm2$  ležela ideálně v okolí středu rozmezí hodnot nastavitelných pro dané zapojení, což zajistí maximální možnost přeladění.

Při hrubém odečítání hodnot z grafu pak použijeme v OrCAD PSpice optimalizér, případně rozmítání řídicích proudů pro korekci výsledných průběhů.



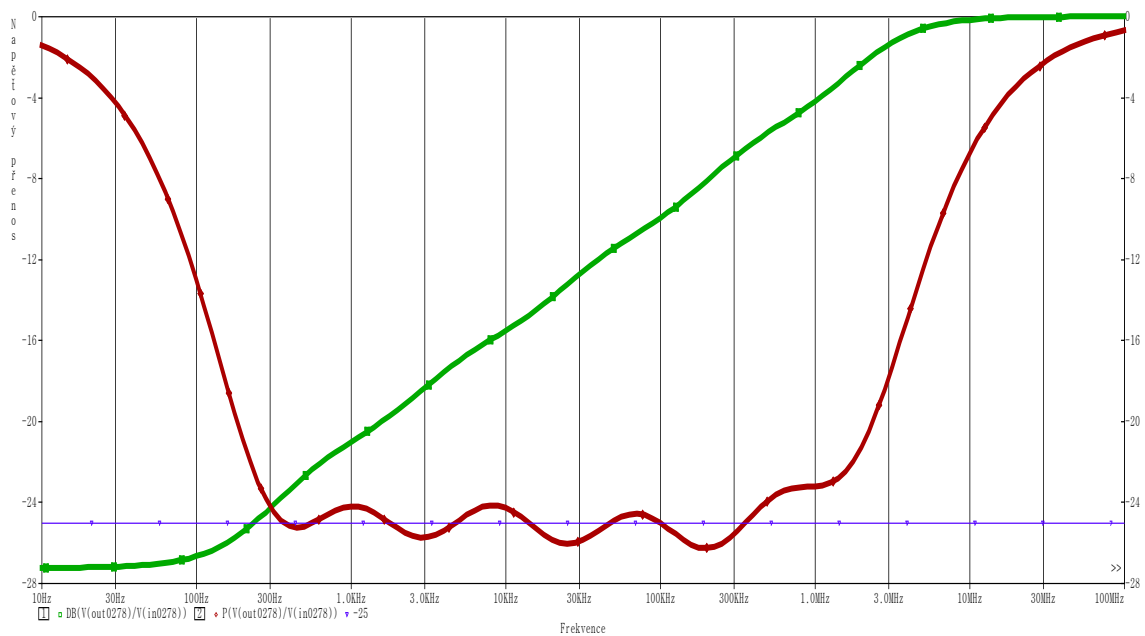
Obr. 5.6: Zapojení s OPA660 pro simulaci v OrCAD PSpice

Řídicí proud  $I_Q$  je také možné nastavit přes proměnný odpor připojený na záporné napájecí napětí ( $-5V$ ). Proud  $I_Q$  je pak roven  $-5/R_{SET}$  v rozsahu  $-(0-20)$  mA.

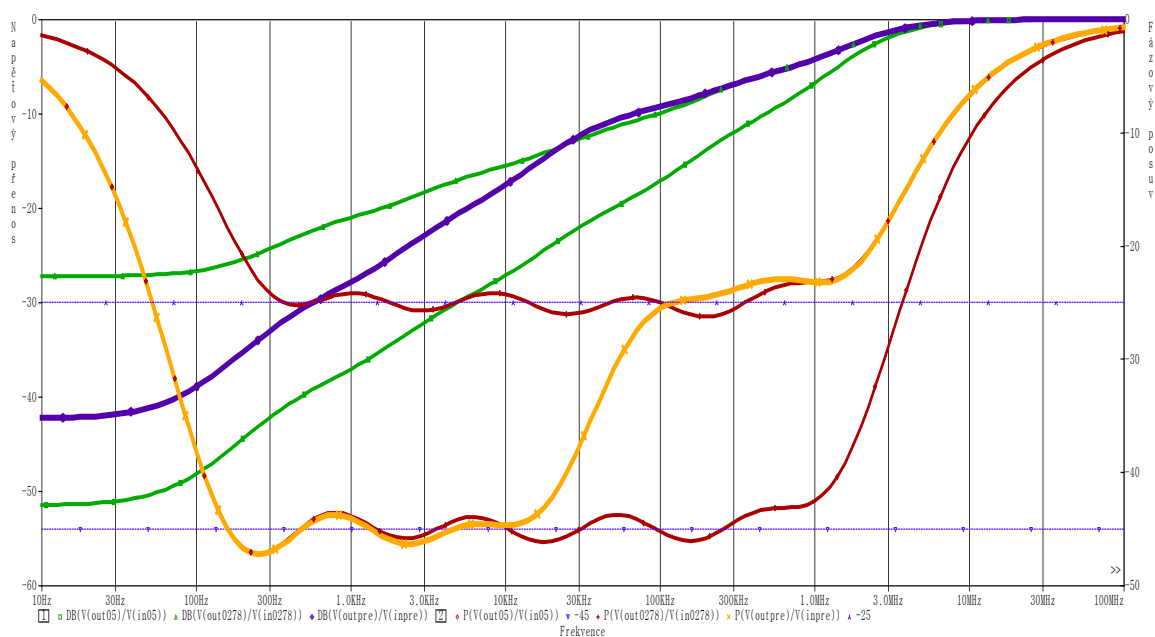


Obr. 5.7: Řád 0,5 s OPA660

Za použití stejné obvodové konfigurace je možné přeladit obvod na jiný necelistvý řád změnou řídicích proudů  $I_Q$ .



Obr. 5.8: Řád 0,278 s OPA660



Obr. 5.9: Částečné přeladění z řádu 0,278 na 0,5

Přechod mezi jednotlivými řády je možný i částečně, neboť se vzájemně ovlivňují pouze sousedící nuly a póly. Takto lze také použít více aproximací v jednom obvodu.

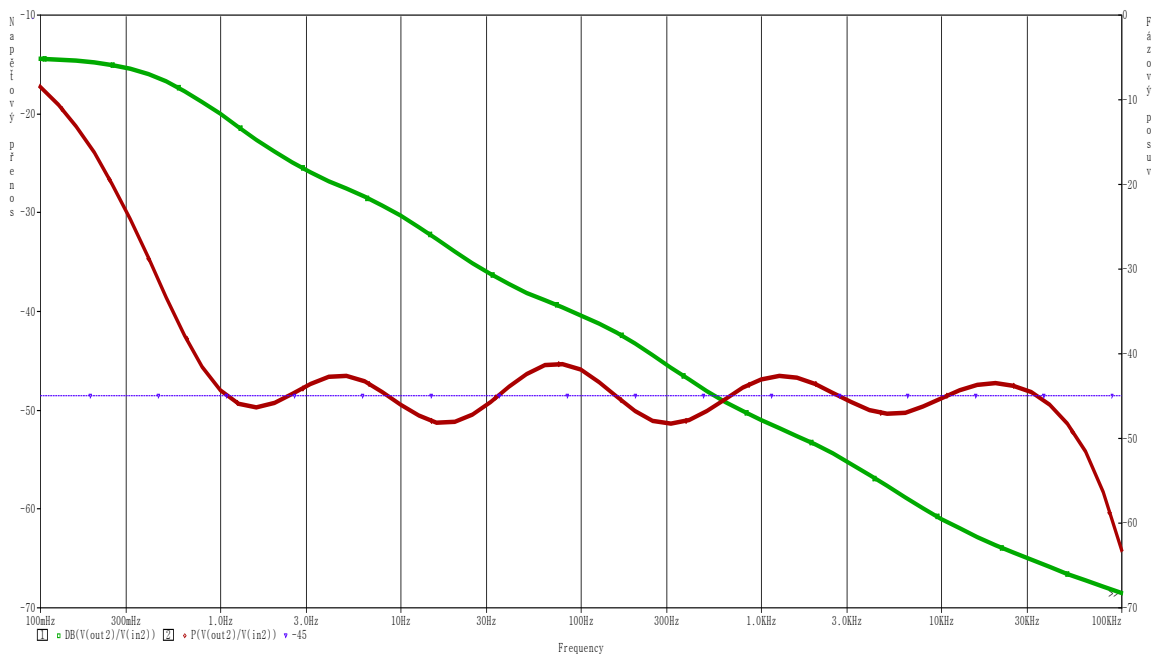
## 6. ZVÝŠENÍ KMITOČTOVÉHO ROZSAHU PŘIDÁNÍM BLOKŮ DO KASKÁDY A OPTIMALIZACE HODNOT

Aby bylo možné zvýšit kmitočtový rozsah, a zachovat co nejmenší odchylku od ideálních charakteristik je třeba zařadit do zapojení více bloků určujících nulové body a póly v daném kmitočtovém rozsahu.

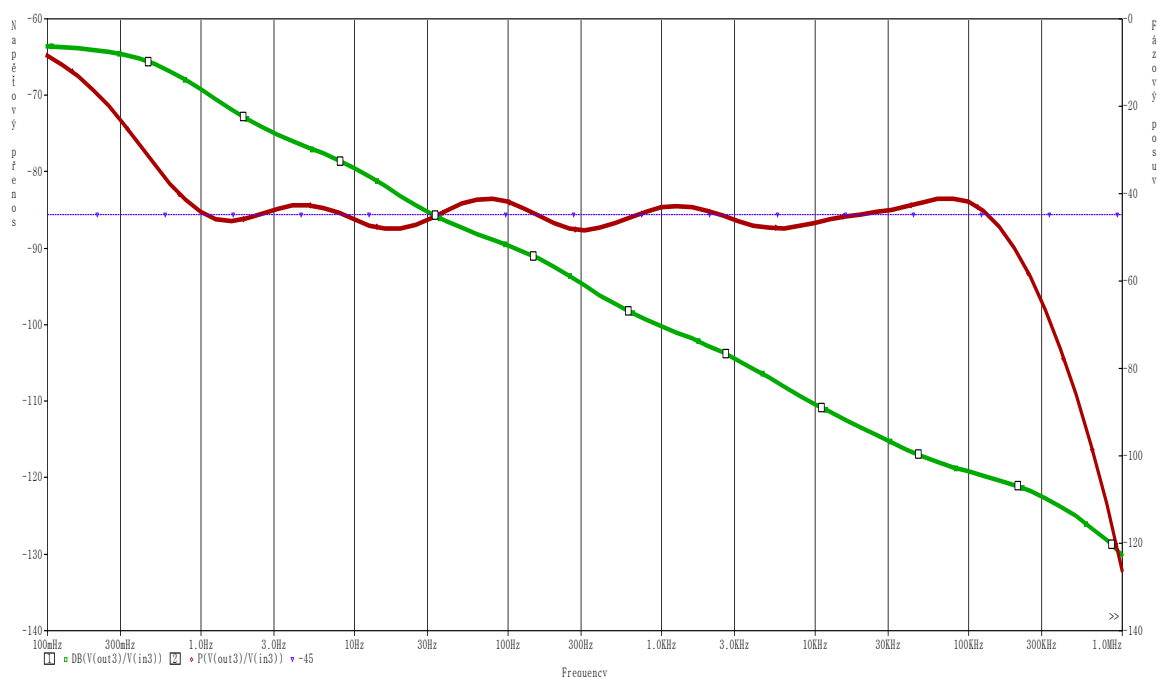
Původní charakteristika z obr. 4.4 měla frekvenční rozsah tři dekády a to od 1Hz do 1kHz. Jako další krok bylo zapotřebí zvednout tento rozsah alespoň o jednu dekádu. Pro optimalizaci fázového posuvu byl vytvořen referenční soubor s křivkou  $-45^\circ$  v rozsahu frekvencí 1Hz až 10kHz, který byl použit v optimalizéru OrCAD Pspice. Jako výchozí byl použit obvod na Obr. 4.1. Rozmítány byly hodnoty jednotlivých odporů určující nuly a póly.

Postupným snižováním tolerančního pásma optimalizace byly nalezeny hodnoty těchto parametrů, které určovaly fázovou charakteristiku s chybou pod  $3^\circ$  při udržení poklesu napětového přenosu se směrnici 10dB na dekádu.

**Výsledné charakteristiky s použitím optimalizovaných hodnot s osmi a deseti stupni zapojenými v kaskádě:**

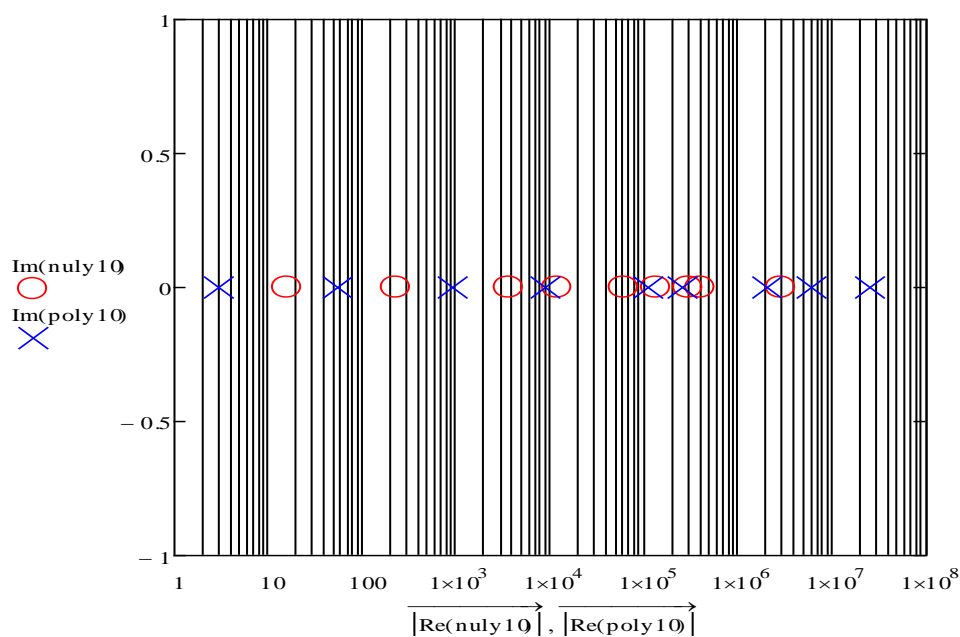


Obr. 6.1: Kmitočtové pásmo 1Hz až 30kHz s použitím osmi stupňů



Obr. 6.2: Kmitočtové pásmo 1Hz až 100kHz s použitím deseti stupňů

Touto metodou je možné nalézt aproximace odpovídající hledanému řádu, ale je nutné předpokládat rozmezí poloh vyšších nul a pólů, protože výsledku je možné dosáhnout více konfiguracemi. Při ponechání velkého rozsahu rozmítání hodnot určujících nuly a póly může dojít k prohození některých nul a pólů a není dodrženo jejich pravidelné střídání. Takovýto výsledek pak nelze jednoduše napodobit a dále s ním pracovat.



Obr. 6.3: Rozložení nul a pólů aproximace na obr. 6.2

Použitím dobré aproximace je pak kmitočtový rozsah takřka libovolný, případně je možné změnit frekvenční rozsah odnormováním použité aproximace pro jiný rozsah frekvencí viz. kapitola 3.

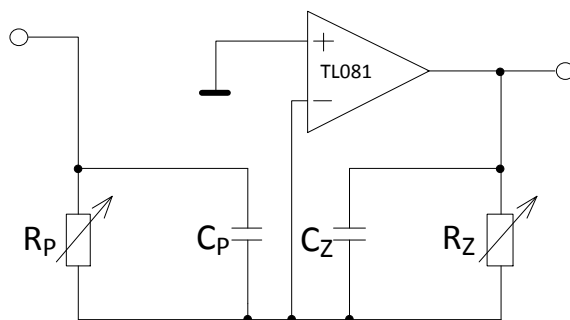
Pro frekvenční rozsahy blíží se 0 Hz nebo naopak řádově GHz a vyšším je třeba brát v úvahu vztahy pro určení nul a pólů, ve kterých figuruje kapacita a odpor resp. transkonduktance. Je tedy třeba volit kombinaci součástek, které mohou být reálně použity v obvodu. Aktivní prvky je pak třeba volit s dostatečnou šířkou pásma pro zvolené frekvence. Také je třeba znát požadované hodnoty vstupní veličiny a frekvenční závislost všech prvků pro vybrané vstupní hodnoty.

Návrh reálného obvodu podle simulované předlohy je tedy nutné přizpůsobit dostupným součástkám a jejich frekvenčním závislostem.



## 7. REÁLNÝ OBVOD NAVRŽENÝ PRO OVĚŘENÍ FRAKTÁLNÍ DYNAMIKY

Navržený obvod vychází ze struktury popsané v kapitole 3 a pro ladění polohy nul a pólů využívá odporové trimery. Zapojení bylo modifikováno pro použití komerčně velmi snadno dostupného OZ TL081, použitého v zapojení invertujícího zesilovače.



Obr. 7.1: Zapojení navrženého obvodu s OZ TL081

Z přenosové funkce (7.1) určíme vztahy pro nuly a póly. Admittance  $Y_2$  je dána odporem  $R_Z$  a kondenzátorem  $C_Z$ , admittance  $Y_1$  pak  $R_P$  a  $C_P$ .

$$K_U = -\frac{Y_2}{Y_1} \quad (7.1)$$

$$\omega_Z = \frac{1}{R_Z * C_Z} \quad (7.2)$$

$$\omega_P = \frac{1}{R_P * C_P} \quad (7.3)$$

Jednotlivé nuly a póly každého bloku jsou určeny mezní frekvencí RC článků a jejich změna je řízena proměnným odporem.

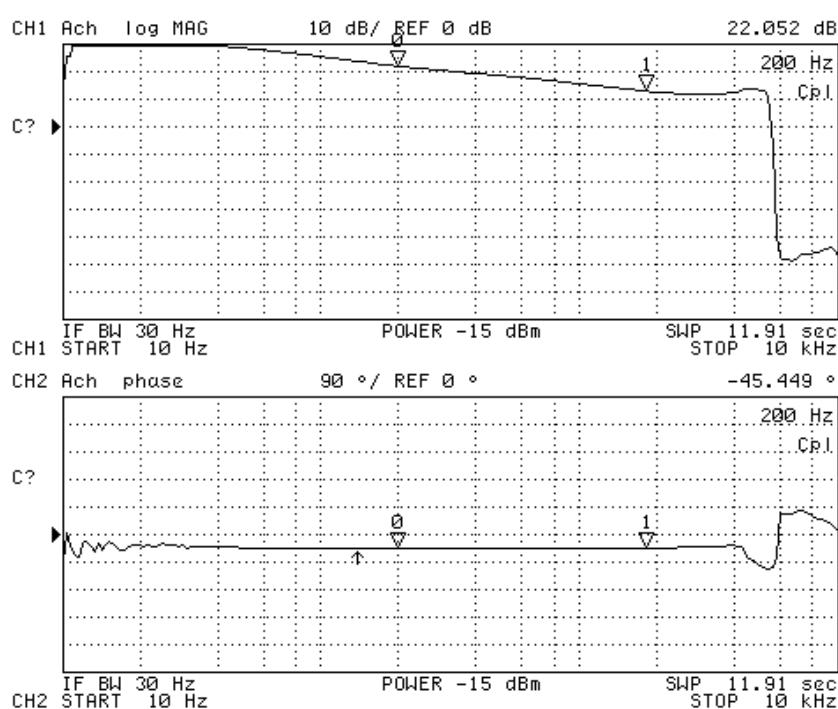
Každý blok pak z důvodu invertujícího zapojení otáčí fázi o  $180^\circ$  a je tedy vhodné použít sudý počet bloků, aby výsledný fázový posuv přímo odpovídal zvolené aproximaci. Vstupní a výstupní blok tvoří opět invertující zesilovač s nastavitelným zesílením, který je zařazen kvůli impedančnímu přizpůsobení obvodu.

Frekvenční rozsah použitého obvodu je dán frekvenční závislostí invertujícího zesilovače a pohybuje se tedy v závislosti na nastavení obvodu řádově v desítkách kHz.

## 7.1. NASTAVENÍ A ZMĚŘENÍ CHARAKTERISTIK POUŽITÉHO OBVODU

Pro měření byl vybrán řád 0,5, kterému odpovídá konstantní fázový posuv -  $45^\circ$  a změna přenosu se směrnicí 10 dB na dekádu.

Vyladění daného obvodu i pro malý frekvenční rozsah může trvat poměrně dlouho, kvůli nutnosti nastavení vzájemné polohy jednotlivých nul a pólů. Po jemném dostavení hodnot a sledováním změny charakteristik na spektrálním analyzátoru byla odchylka od fázové charakteristiky v pásmu od 20 Hz do 2 kHz menší než jeden stupeň. Rozdíl přenosu na mezi 200 Hz a 2 kHz byl 9,5 dB. Tyto hodnoty přibližně odpovídají aproximaci zvoleného řádu 0,5.



Obr.7.2: Výstup spektrálního analyzátoru

Provedeným měřením byla ověřena funkce reálného obvodu prokazujícího fraktální dynamiku v omezeném frekvenčním rozsahu.

## 8. ZÁVĚR

V této práci bylo z teoretických poznatků odvozeno řešení fraktálních dvojbranů pomocí analogových elektronických obvodů. Při řešení obvodů můžeme vycházet ze známých aproximací, kdy využíváme známých poloh nulových bodů a pólů. Byly navrženy struktury pro interpretaci těchto mezních frekvencí, které byly dále modifikovány.

Zavedením přeladitelných struktur je možné dále zlepšit v rámci nastavených parametrů vybrané aproximace. Můžeme také měnit neceločíselný řád filtru přeladěním určujících hodnot.

Kmitočtový rozsah je omezen hodnotami reálných součástek a požadavky na přesnost aproximace a řád obvodu.

Měřením byla pak ověřena funkce reálného obvodu jako fraktálního dvojbranu v omezeném frekvenčním rozsahu.

## SEZNAM POUŽITÝCH VELIČIN, SYMBOLŮ A ZKRATEK

$q$	neceločíselný řád [-]
$K(s)$	přenosová funkce
$\omega$	úhlová frekvence [ $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
$\omega_z$	úhlová frekvence nulového bodu [ $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
$\omega_p$	úhlová frekvence pólu [ $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
$R_z$	odpor určující nulový bod [ $\Omega$ ]
$R_p$	odpor určující pól [ $\Omega$ ]
$C_z$	kondenzátor určující nulový bod [F]
$C_p$	kondenzátor určující pól [F]
$G$	vodivost [S]
$g_m$	transkonduktance [S]
OZ	operační zesilovač
OTA	operační transkonduktanční zesilovač (operational transconductance amplifier)
$R_{deg}$	degradační odpor [ $\Omega$ ]
$I_Q$	řídící proud [A]

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

[1] PETRŽELA, J., SLEZÁK, J. *Aproximace fraktálních dvojpolů v kmitočtové oblasti*. [online], poslední úpravy 25.1.2011, ISSN 1213-1539 [cit. 18.4.2015]

URL:

<<http://www.elektrorevue.cz/cz/clanky/analogova-technika--vzajemny-a-d-prevod/5/aproximace-fraktalnich-dvojpolu-v-kmitoctove-oblasti/>>

[2] PETRŽELA, J. *Analog Continuous-Time Filtering Extended to Fractional-Order Network Elements* [online], poslední úpravy 4.7.2013 [cit. 18.4.2015]

URL:

<<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6613965>>

[3] AD844 60 MHz 2000 V/ $\mu$ s Monolithic Op Amp, datasheet, ANALOG DEVICES

URL:

<[http://www.analog.com/static/imported-files/data\\_sheets/AD844.pdf](http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/AD844.pdf)>

[4] OPA660 Wide bandwidth OPERATIONAL TRANSCONDUCTANCE AMPLIFIER AND BUFFER; datasheet; BURR-BROWN

URL:

<<http://www.ti.com/lit/ds/symlink/opa660.pdf>>

[5] TL08xx JFET-Input Operational Amplifiers; datasheet; TEXAS INSTRUMENTS

URL:

<<http://www.ti.com/lit/ds/slos081h/slos081h.pdf>>

[6] HILFER, R. *Application of fractional calculus in physics*, World Scientific Publishing, 2000.

[7] VRBA, K. *Analgová technika: Vysoké učení technické v Brně*, 2012, ISBN: 978-80-214-4458-4.

[8] PETRŽELA, J., ŠOTNER, R. *Systematic Design Procedure Towards Reconfigurable First-Order Filters*. [online], datum konference 15.-16. dubna 2014, [cit. 15.3.2015]

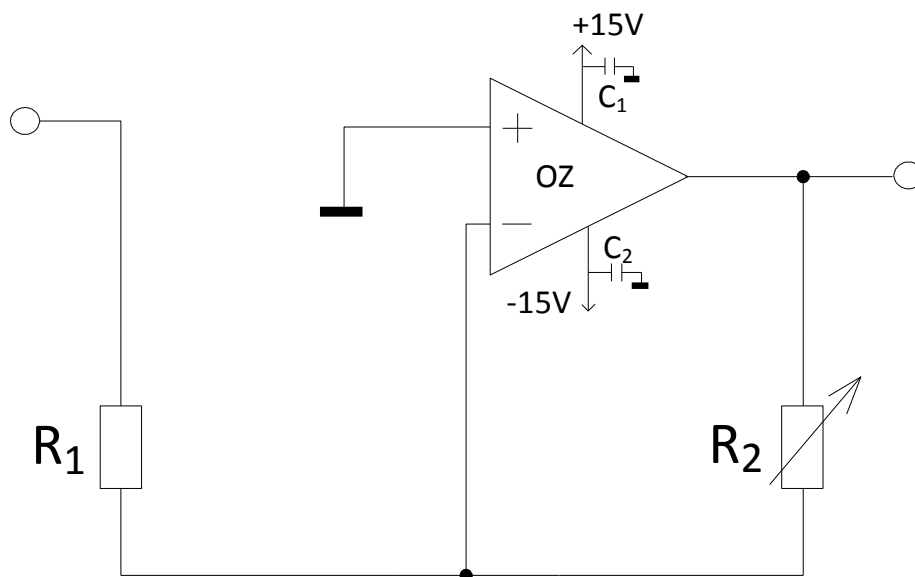
URL:

<<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6828462>>

[9]]. Valsa, J. Vlach, "RC models of a constant phase element," *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 2011, vol. 41, no. 1, pp. 59–67.

## PŘÍLOHA A – VSTUPNÍ A VÝSTUPNÍ OBVOD

### Seznam použitých součástek a návrh desky



Obr. A.1: Obvod na vstupu a výstupu

Seznam součástek:

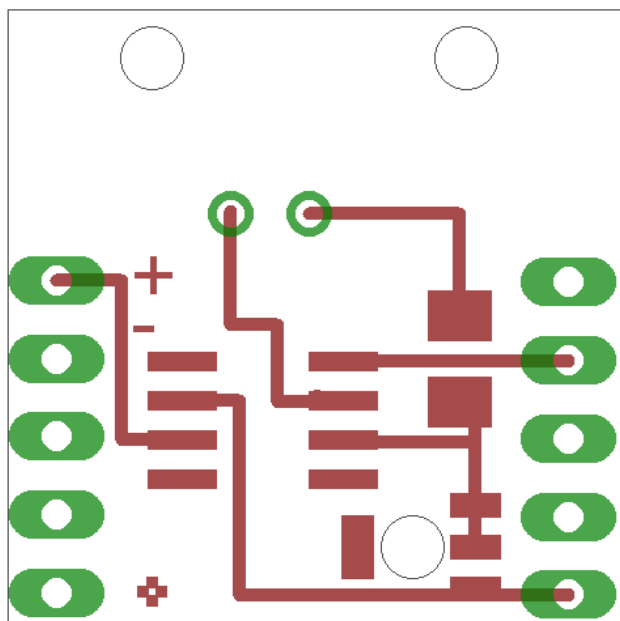
$C_1 = 100 \text{ nF}$  C1206

$C_2 = 100 \text{ nF}$  C1206

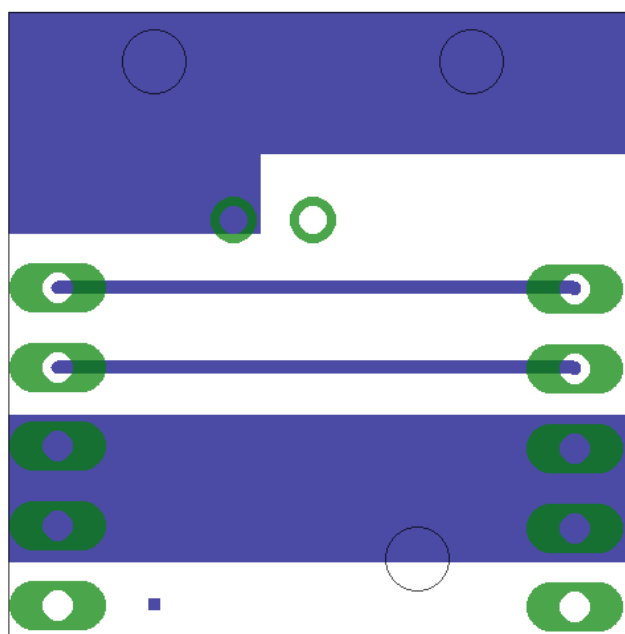
$R_1 = 10\text{k}\Omega$  M1206

$R_2 = 100\text{k}\Omega$  RTRIM3165W

OZ = TL081 SO8

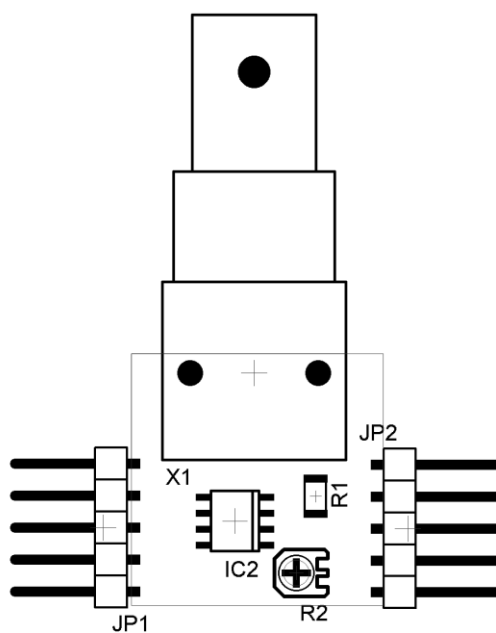


Obr. A.2: Návrh desky plošných spojů (cesty) pohled ze shora

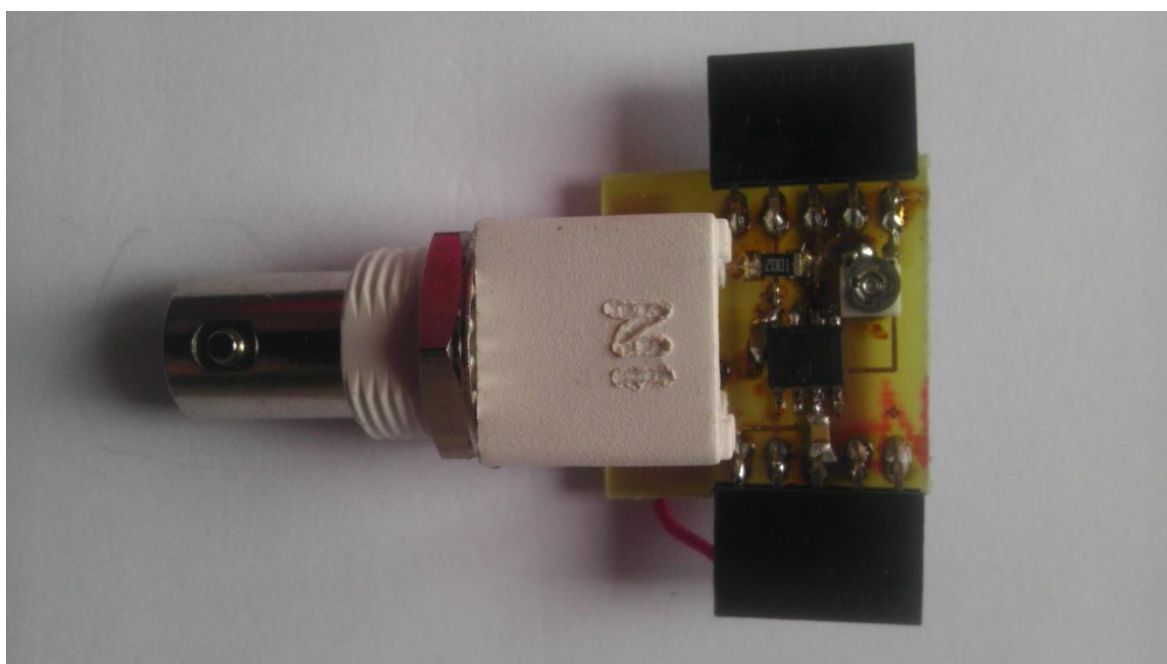


Obr. A.3: Návrh desky plošných spojů (cesty) pohled ze zdola

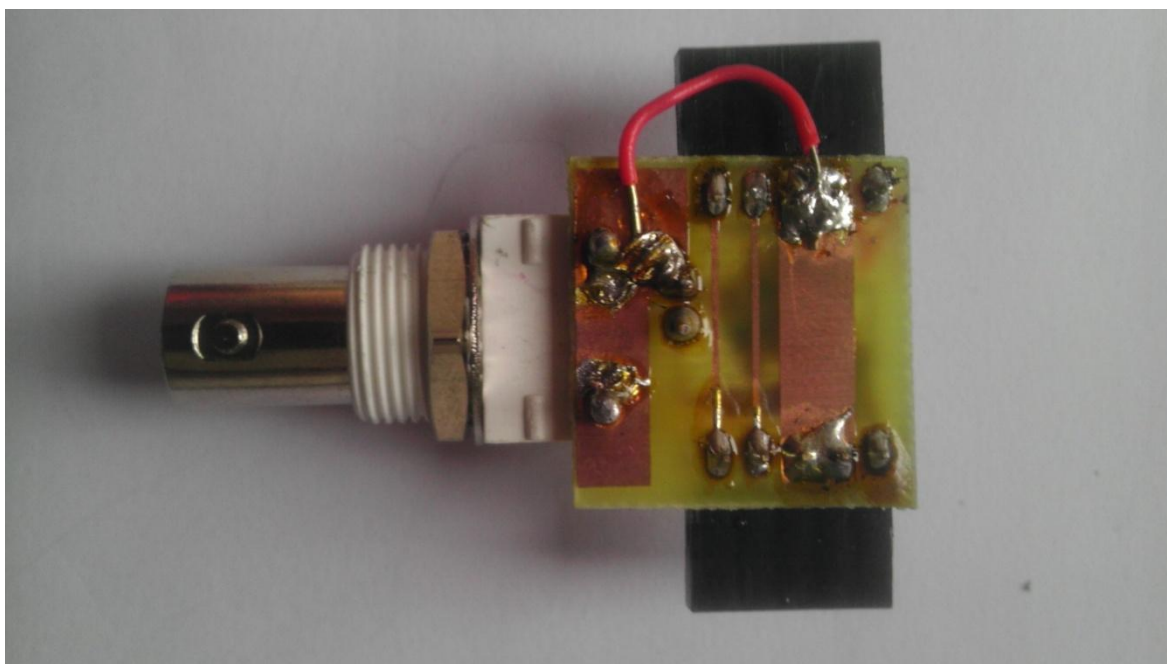




Obr. A.4: Návrh desky plošných spojů (součástky)



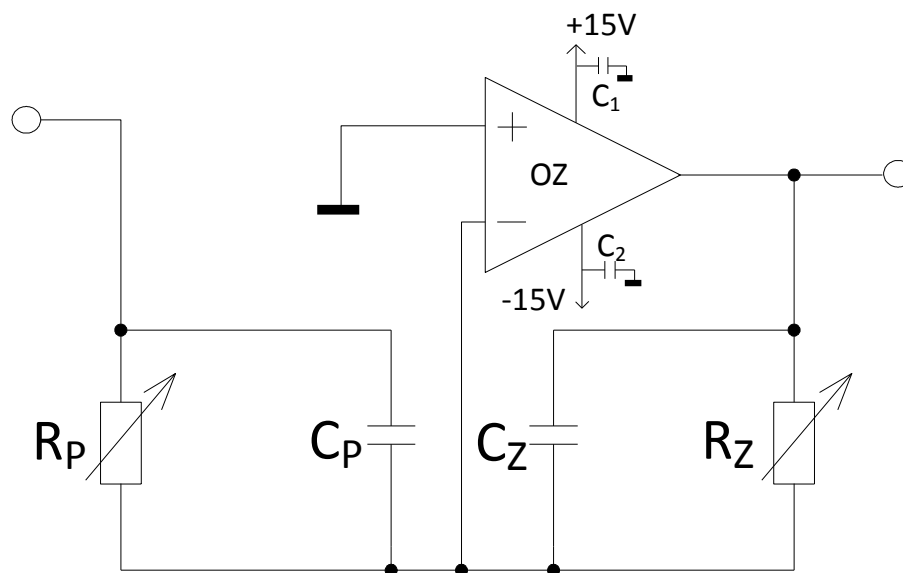
Obr. A.5: Fotografie desky pohled ze shora



Obr. A.6: Fotografie desky pohled ze zdola

## PŘÍLOHA B – STUPEŇ KASKÁDY

### Seznam použitých součástek a návrh desky



Obr. B.1: Stupeň kaskády

Seznam součástek:

$C_1 = 100 \text{ nF}$  C1206

$C_2 = 100 \text{ nF}$  C1206

$C_Z = 10 \mu\text{F}$  C1206

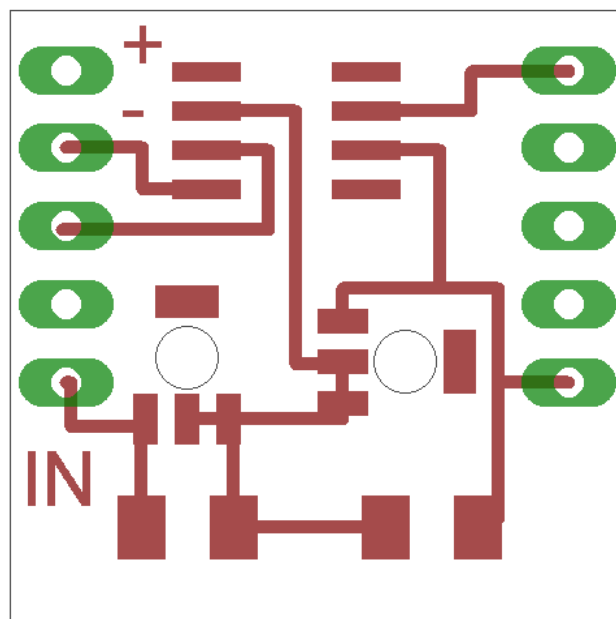
$C_P = 10 \mu\text{F}$  C1206

$R_P = 100 \text{ k}\Omega$  RTRIM3165W

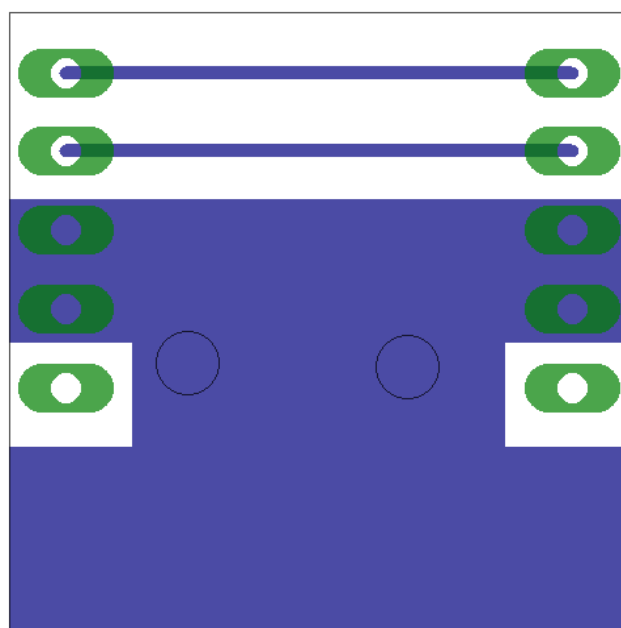
$R_Z = 100 \text{ k}\Omega$  RTRIM3165W

OZ = TL081 SO8

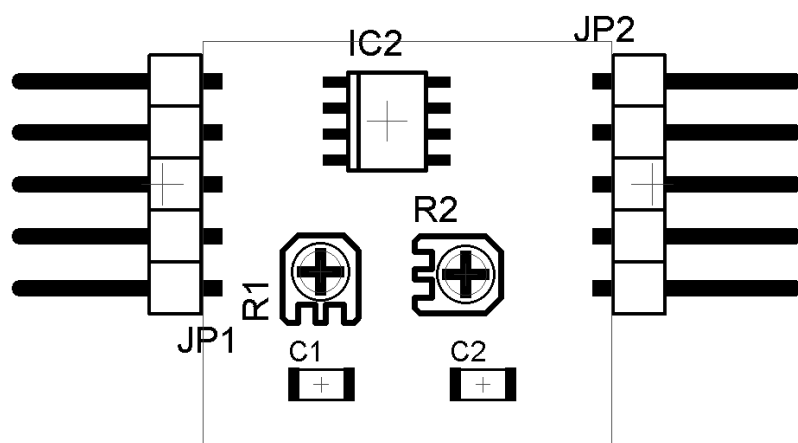
Hodnoty pro  $C_Z$  a  $C_P$  jsou pro každý další stupeň desetkrát menší.



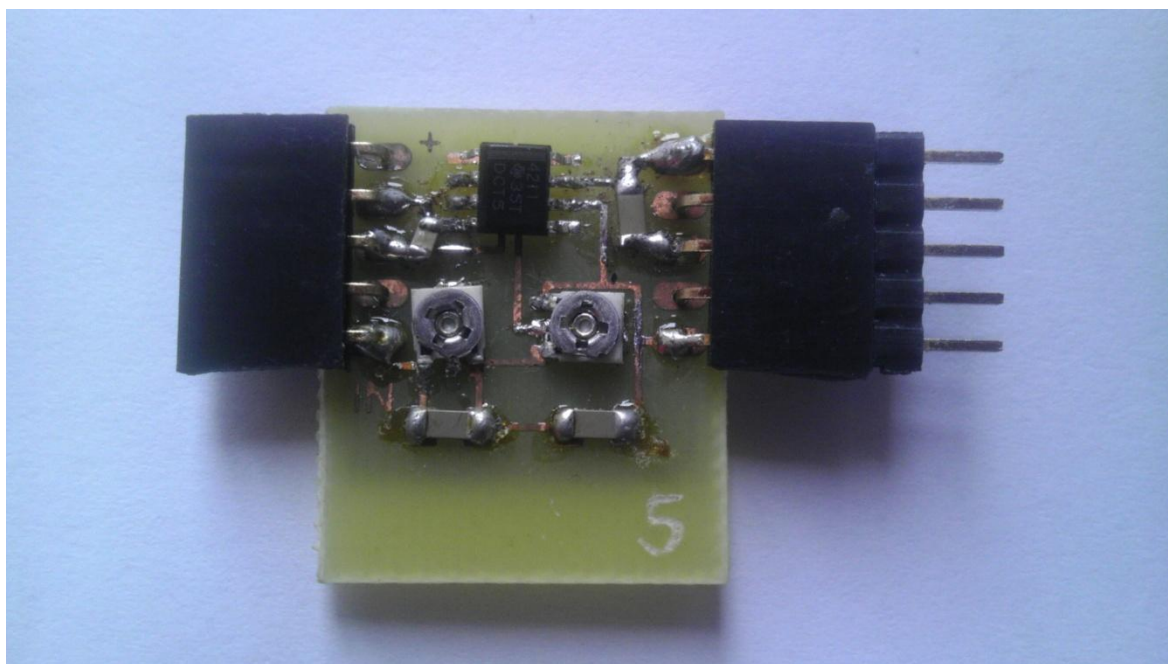
Obr. B.2: Návrh desky plošných spojů (cesty) pohled ze shora



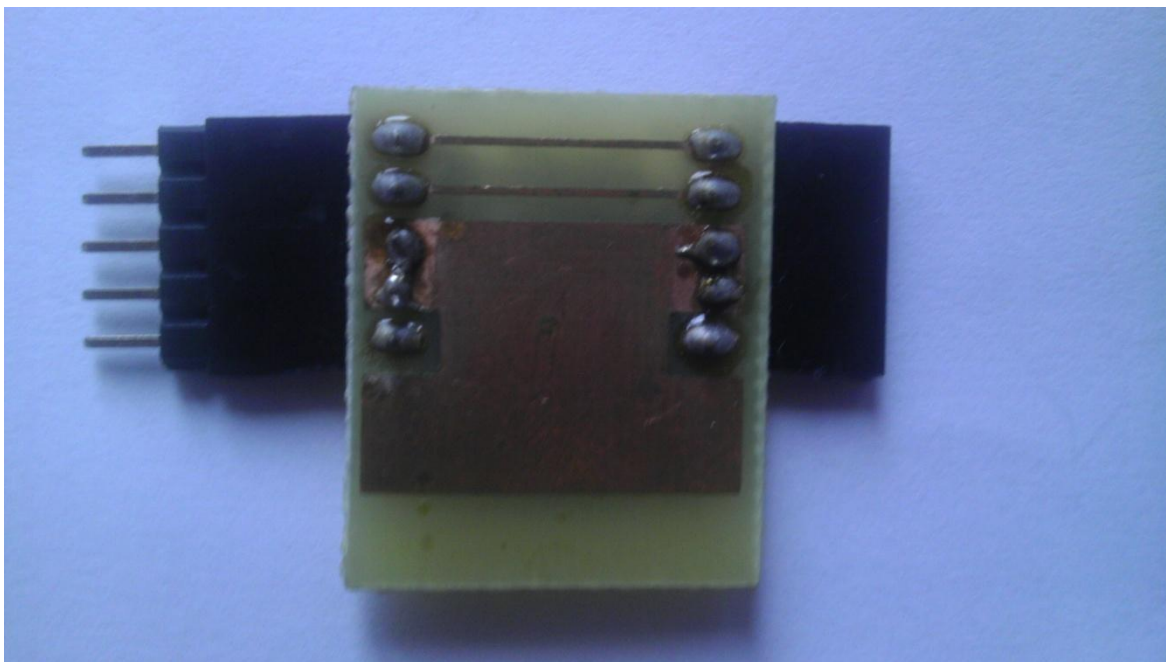
Obr. B.3: Návrh desky plošných spojů (cesty) pohled ze zdola



Obr. B.4: Návrh desky plošných spojů (součástky)

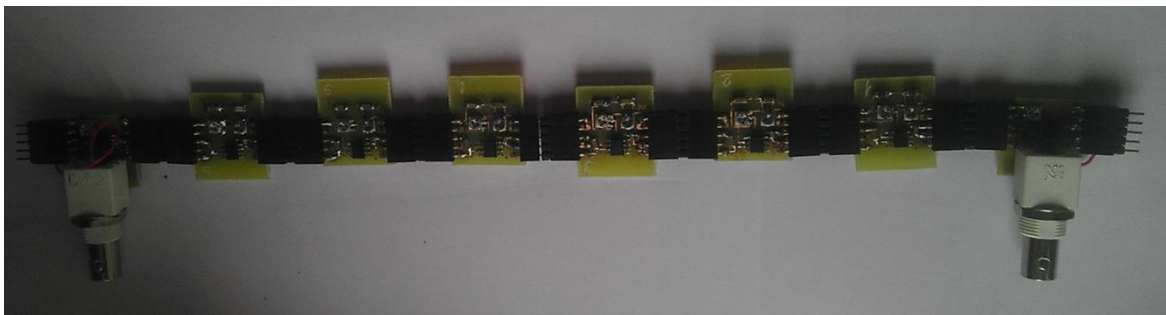


Obr. B.5: Fotografie desky pohled ze shora

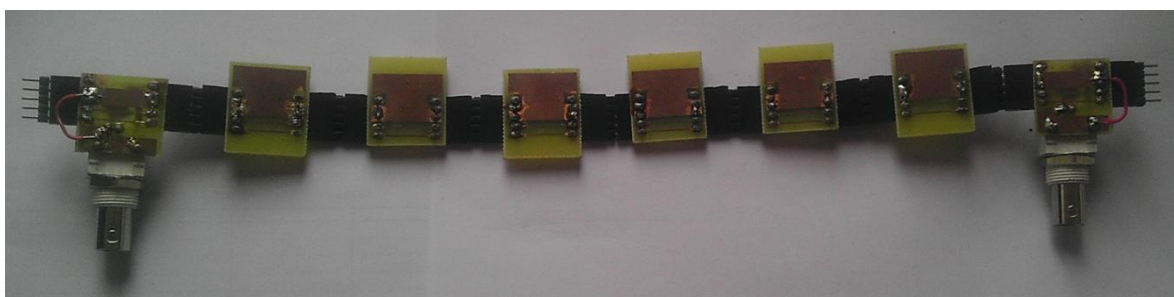


Obr. B.6: Fotografie desky pohled ze zdola

## PŘÍLOHA C – KOMPLETNÍ ZAPOJENÍ



Obr. C.1: Fotografie kompletního zapojení ze shora



Obr. C.2: Fotografie kompletního zapojení ze zdola